ตัวแบบการวัดความเค็มในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำโดยวิธียิงเป้า

ONE-DIMENSIONAL STEADY-STATE SALINITY MEASUREMENT MODEL IN A RIVER WITH BARRAGE DAM USING SHOOTING METHOD

บัณฑิตา ถิ่นพังงา

มนัสพร พันธรักษ์

เมตตา ยังพิทักษ์

โครงงานปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2561

ONE-DIMENSIONAL STEADY-STATE SALINITY MEASUREMENT MODEL IN A RIVER WITH BARRAGE DAM USING SHOOTING METHOD

BUNTITA TINPHANG – NGA

MANATSAPORN PUNTHARAK

METTA YOUNGPITAK

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT FOR

THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)

DEPARTMENT OF MATHEMATICE, FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2018

หัวข้อปัญหาพิเศษ	ตัวแบบการวัดความเค็มในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำโดยวิธียิงเป้า ONE-DIMENSIONAL STEADY-STATE SALINITY MEASUREMENT MODEL IN A RIVER WITH BARRAGE DAM USING SHOOTING METHOD
ชื่อนักศึกษา	นางสาวบัณฑิตา ถิ่นพังงา รหัสนักศึกษา 58050098 นางสาวมนัสพร พันธรักษ์ รหัสนักศึกษา 58050131 นางสาวเมตตา ยังพิทักษ์ รหัสนักศึกษา 58050133
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2561

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.พุทธา สักกะพลางกูร ประธานกรรมการ	พุทธา สักกะพลางกูร
อ.ศิริกุล ศิริธีรากุล กรรมการ	
ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

หัวข้อปัญหาพิเศษ ตัวแบบการวัดความเค็มในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำโดยวิธียิงเป้า

ชื่อนักศึกษา นางสาวบัณฑิตา ถิ่นพังงา รหัสนักศึกษา 58050098
นางสาวมนัสพร พันธรักษ์ รหัสนักศึกษา 58050131
นางสาวเมตตา ยังพิทักษ์ รหัสนักศึกษา 58050133

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2561
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ

บทคัดย่อ

ปัญหาการรุกล้ำของน้ำเค็มเข้าสู่แม่น้ำเจ้าพระยา ก่อให้เกิดผลกระทบต่อคุณภาพน้ำ ภาครัฐมีมาตรการกำจัดน้ำเค็มที่รุกล้ำโดยการเร่งการระบายน้ำจืดจากเขื่อนเจ้าพระยา งานวิจัยนี้ต้องการนำเสนอตัวแบบการวัดความเค็มในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติ ในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำโดยใช้วิธียิงเป้ามาประมาณค่าผลเฉลย โดยการจำลองแบบการตรวจวัดความเค็มจำลองตั้งแต่สถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล ผลที่ได้รับพบว่าวิธียิงเป้าสามารถใช้ประมาณผลเฉลยได้ พบว่าปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อระดับความเค็มคือความเร็วการไหลของน้ำจืดและประสิทธิภาพการละลายความเค็ม

คำสำคัญ: วิธียิงเป้า ตัวแบบการวัดความเค็ม สภาวะเสถียร เขื่อนทดน้ำ หนึ่งมิติ

Special Project Title	ONE-DIMENSIONAL STEADY-STATE SALINITY MEASUREMENT MODEL IN A RIVER WITH BARRAGE DAM USING SHOOTING METHOD.
Students	Miss. Buntita Tinphang–nga Student ID 58050098 Miss. Manatsaporn Puntharak Student ID 58050131 Miss. Metta Youngpitak Student ID 58050133
Degree	Bachelor's Degree of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Academic Year	2018
Advisor	Asst.Prof.Dr.Nopparat Pochai
Co-advisor	Asst.Prof.Dr.Kanchana Kumnungkit

ABSTRACT

Salinity water intrusion is a harmful problem in the Chao Phraya River. It will affect quality of water. Government tries to control the salinity water intrusion by acceleration of water drainage from Chao Phraya Dam. In this research, a one-dimensional steady-state salinity measurement model in a river with barrage dam using shooting method is presented. The salinity measurement model is focus on Phranakorntai Power Station to Somlae Water Supply Pumping Station. The results revealed that shooting method is suit to approximate solution. The simulation results show that important factors affect salinity levels are velocity of fresh water flow and efficiency of salinity dilution.

Keyword: Shooting Method, Salinity Measurement Model, Steady state, Barrage dam, One-dimension

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณาจาก ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย และ ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ซึ่งได้ให้คำแนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ มาโดยตลอด คณะผู้จัดทำรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้ด้วย

กราบขอบพระคุณ ดร.พุทธา สักกะพลางกูร และ อ.ศิริกุล ศิริธีรากุล ประธานกรรมการและกรรมการสอบปัญหาพิเศษ ตลอดจนอาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ที่คอยอบรมสั่งสอน และประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆให้แก่คณะผู้จัดทำตลอดมา รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ช่วยสนับสนุน และห่วงใยด้วยดีเสมอมา ตลอดจนเพื่อนๆ และท่านผู้เกี่ยวข้องที่มิได้กล่าวนามข้างต้นซึ่งมีส่วนช่วยในการทำปัญหาพิเศษ จนบรรลุผลสำเร็จด้วยดี

บัณฑิตา ถิ่นพังงา
มนัสพร พันธรักษ์
เมตตา ยังพิทักษ์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ IIIII

สารบัญ IIV

สารบัญตาราง VI

สารบัญภาพ VII

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ 2

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 5

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ 5

1.4 ระเบียบวิธีวิจัย 5

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 7

บทที่ 2 ความรู้พื้นฐาน

2.1 แม่น้ำเจ้าพระยา 8

2.2 การพา (Advection) 14

2.3 การแพร่ (Diffusion) 15

2.4 ความเร็วและอัตราการไหล 15

2.5 สัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusivity Diffusion Coefficient) ของสารเคมีต่างๆ 17

บทที่ 3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตัวแบบการตรวจวัดความเค็ม ในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำ

3.1 สมการก่อกำเนิด 19

3.2 วิธียิงเป้า (Shooting Method) 22

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ

4.1 การประมาณค่าความเค็มจากสถานีแรกไปยังสถานีสุดท้าย 29

4.2 การประมาณค่าความเค็มจากสถานีแรกไปยังสถานีสุดท้าย

โดยสถานีเฝ้าระวังเป็นสถานีก่อนหน้าสถานีสุดท้าย 37

บทที่ 5 อภิปรายและสรุปผล

5.1 ผลการดำเนินงาน 47

5.2 ข้อเสนอแนะ 47

บรรณานุกรม 48

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1.1 ระยะเวลาการทำปัญหาพิเศษ......6

3.1 แสดงค่าผลเฉลย โดยวิธียิงเป้า......28

4.1 ผลการคำนวณการทำซ้ำในครั้งแรก จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล......32

4.2 ผลคำนวณจากการทำซ้ำ จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล......35

4.3 ค่าประมาณของผลเฉลย จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล......36

4.4 ระดับความเค็ม(g/l) ตลอดระยะทาง 84 กิโลเมตร......36

4.5 ผลการคำนวณการทำซ้ำในครั้งแรก จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม......41

4.6 ผลการคำนวณจากการทำซ้ำ จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม......44

4.7 ค่าประมาณของผลเฉลย จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม......45

4.8 ระดับความเค็ม (g/l) ตลอดระยะทาง 90 กิโลเมตร......45

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1 ความเค็มของแม่น้ำเจ้าพระยา หน้าสถานีสูบน้ำดิบสำแล....3
2 กราฟแสดงระดับน้ำบริเวณอ่าวไทยที่สถานีกองบัญชาการกองทัพเรือ
และสถานีป้อมพระจุลจอมเกล้า....4
3 แผนภาพความสูงและทิศทางของคลื่นบริเวณอ่าวไทย....4
4 กราฟแสดงการตรวจวัดค่าความเค็มในแม่น้ำบางปะกง
ต.บางแตน อ.บ้านสร้าง จ.ปราจีนบุรี....5
5 ภาพแสดง Advection....14
6 ภาพแสดง Diffusion....15
7 การกระจายตัวของความเร็ว....16
8 กราฟแสดงการประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาเริ่มต้นและปัญหาค่าขอบ....24
9 แสดงค่า error ระหว่างค่าจริงและค่าประมาณ....28
10 ระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล....29
11 กราฟแสดงค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล....37
12 ระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม....38
13 กราฟแสดงค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม....46

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

การเปลี่ยนแปลงสภาวะภูมิอากาศส่งผลกระทบต่อสภาวะแวดล้อมของไทยในหลายด้าน อาทิเช่น สภาวะภัยแล้งและสภาวะฝนทิ้งช่วง เป็นต้น สภาวะเหล่านี้ทำให้การบริหารจัดการน้ำเป็นไปอย่างจำกัด ซึ่งส่งผลให้มีการรุกล้ำของน้ำเค็มเข้าสู่ระบบน้ำจืดตามแม่น้ำเจ้าพระยา และส่งผลกระทบต่อเนื่องมายังการผลิตน้ำประปาสำหรับอุปโภคและบริโภค การทำเกษตรกรรม และการผลิตต่างๆที่จำเป็นต้องใช้น้ำจืดเป็นวัตถุดิบ ตลอดจนผลเสียร้ายแรงต่อสุขภาพของประชาชนและระบบการผลิต ตามลำดับ

ในปี 2557 แม่น้ำเจ้าพระยาเกิดสภาวะน้ำเค็มรุกล้ำเร็วกว่าปกติและมีค่าความเค็มสูงกว่ามาตรฐานในระดับรุนแรง โดยเมื่อวันที่ 15 กุมภาพันธ์ 2557 เวลา 22.00 น. จากการตรวจวัดที่สถานีสูบน้ำสำแล จังหวัดปทุมธานี ของการประปานครหลวง พบว่า มีค่าความเค็มสูงสุดถึง 1.92 กรัมต่อลิตร เกินค่ามาตรฐานความเค็มน้ำดิบสำหรับผลิตน้ำประปาที่ต้องต่ำกว่า 0.25 กรัมต่อลิตร โดยสถานการณ์เกิดขึ้นต่อเนื่องนานถึง 70 ชั่วโมง และสูงกว่าปี 2553 มาก เป็นเหตุให้น้ำประปาของการประปานครหลวงมีรสกร่อย เป็นอันตรายต่อผู้ป่วยโรคไตรวมทั้งผู้สูงอายุ (ภาพที่ 1)

โดยปกติค่าความเค็มของแม่น้ำเจ้าพระยาจะเริ่มสูงกว่ามาตรฐานในช่วงเดือนพฤษภาคม แต่ในปี 2557 สถานการณ์ความเค็มเกิดขึ้นตั้งแต่ช่วงปลายเดือนมกราคมต่อเนื่องถึงเดือนมีนาคม ทั้งนี้มีสาเหตุหลักจากการเกิดสภาวะน้ำทะเลหนุนสูงกว่าปกติในช่วงต้นปี รวมไปถึงมรสุมตะวันออกเฉียงเหนือมีกำลังแรงในบางช่วง ส่งผลให้เกิดคลื่นสูงพัดเข้าสู่อ่าวไทย ระดับน้ำที่ตรวจวัดได้จริงบริเวณปากแม่น้ำเจ้าพระยา จึงสูงกว่าที่กรมอุทกศาสตร์ได้คาดการณ์ไว้ โดยในวันที่ 15 และ 21 กุมภาพันธ์ 2557 ระดับน้ำที่ตรวจวัดได้จริงสูงกว่าที่คาดการณ์ถึง 60 เซนติเมตร นอกจากนี้ยังมีสาเหตุที่สำคัญ คือ อ่างเก็บน้ำเขื่อนภูมิพลและเขื่อนสิริกิติ์ ซึ่งเป็นแหล่งน้ำต้นทุนที่สำคัญของลุ่มน้ำเจ้าพระยามีปริมาณน้ำค่อนข้างน้อย เนื่องจากมีฝนตกในพื้นที่อยู่ในเกณฑ์น้อยต่อเนื่องตั้งแต่ปี 2555 จนถึงปี 2556 ประกอบกับในพื้นที่ลุ่มน้ำเจ้าพระยามีการปลูกข้าวนาปรังสูงเกินกว่าแผนมาก จึงเกิด

การสูบน้ำไปใช้ระหว่างทาง ทำให้ปริมาณน้ำที่ระบายจากเขื่อนเหลือน้อยไม่สามารถช่วยผลักดันน้ำเค็มได้อย่างมีประสิทธิภาพ (ภาพที่ 1 2 และ 3)

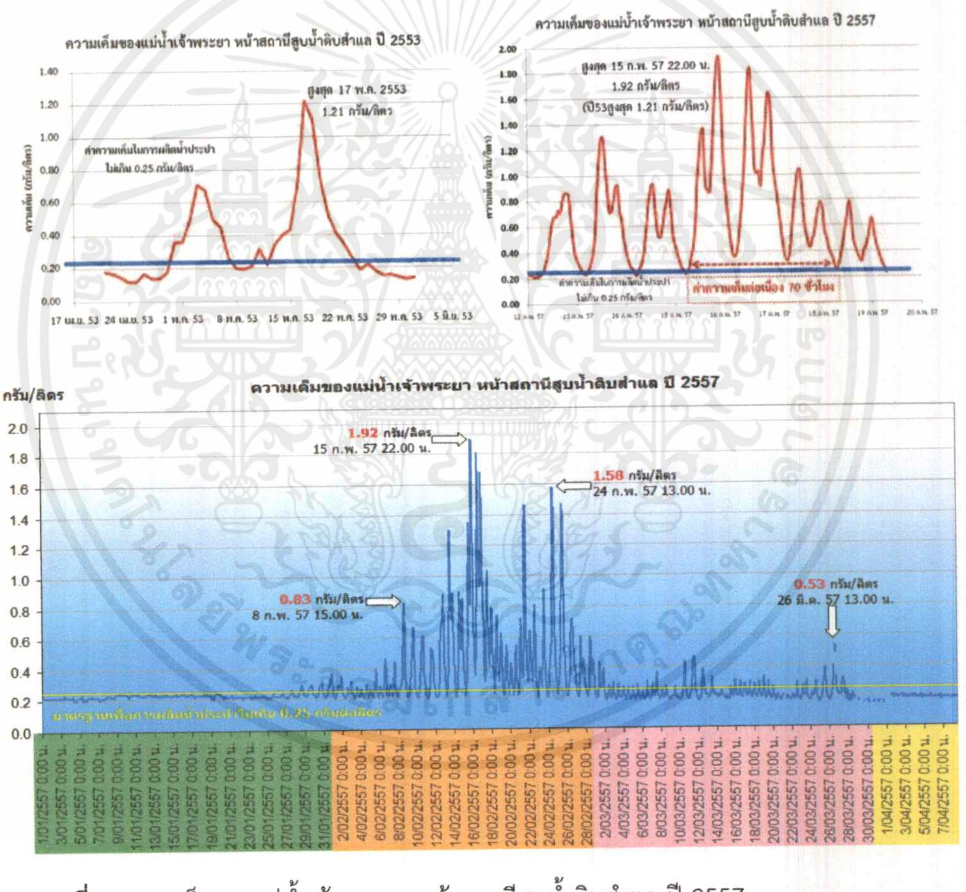
จากปัญหาน้ำเค็มรุกล้ำที่เกิดขึ้น กรมชลประทานได้กำหนดมาตรการในเบื้องต้น โดยเพิ่มการระบายน้ำที่เขื่อนเจ้าพระยา จากเดิม 50-60 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เป็น 80 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที รวมทั้งผันน้ำจากแม่น้ำแม่กลองผ่านคลองจระเข้สามพันและคลองท่าสาร-บางปลา ลงสู่แม่น้ำท่าจีน แล้วผันเข้าคลองพระยาบันลือ ลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยาบริเวณอำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา แต่ค่าความเค็มในบางช่วงก็ยังคงเกินกว่าค่ามาตรฐานความเค็มน้ำดิบสำหรับผลิตน้ำประปา เนื่องจากการยังคงมีการสูบน้ำไปใช้ระหว่างทางจำนวนมากและปริมาณน้ำย้อนกลับจากพื้นที่การเกษตรมีน้อย

นอกจากนี้การประปานครหลวง กองทัพเรือ กรมทางหลวงกรุงเทพมหานคร กรมชลประทาน และสถาบันสารสนเทศทรัพยากรน้ำและการเกษตร (องค์การมหาชน) ได้ร่วมกันปฏิบัติการผันน้ำจากลุ่มน้ำแม่กลองเพื่อเจือจางความเค็ม ตั้งแต่วันที่ 22 มีนาคม 2557 โดยรับน้ำจากแม่น้ำแม่กลองเข้าคลองประปามหาสวัสดิ์ ปล่อยลงสู่คลองปลายบาง ให้ไหลต่อเนื่องไปยังคลองมหาสวัสดิ์ คลองบางกอกน้อย และแม่น้ำเจ้าพระยา ติดตั้งเครื่องผลักดันน้ำเพื่อเร่งความเร็วของน้ำให้ไหลไปยังแม่น้ำเจ้าพระยาให้มากขึ้น ควบคู่ไปกับบริหารการระบายน้ำของเขื่อนเจ้าพระยาและเขื่อนพระรามหก ส่งผลให้สถานการณ์ความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาที่เกิดขึ้นตั้งแต่ช่วงปลายเดือนมกราคม เข้าสู่สภาวะปกติในช่วงปลายเดือนมีนาคม และช่วยให้ค่าความเค็มบริเวณสถานีสูบน้ำสำแลลดต่ำลงจนไม่มีผลกระทบต่อการผลิตน้ำประปา และจากการวิเคราะห์ค่าไอโซโทปของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยา พบว่าน้ำจากแม่น้ำแม่กลองได้ไหลมาผสมกับน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาเป็นจำนวนมาก โดยเฉพาะบริเวณท่าน้ำสามเสน กรมชลประทาน มีสัดส่วนของน้ำจากแม่น้ำแม่กลองถึงร้อยละ 65-74 แม่น้ำเจ้าพระยาร้อยละ 25-33 และน้ำทะเลร้อยละ 1.5 อีกทั้งค่าความเค็มบริเวณคลองมหาสวัสดิ์จนถึงคลองบางกอกน้อยลดลงอย่างมากเมื่อเทียบกับก่อนเริ่มปฏิบัติการ ส่งผลให้คลองสาขาในพื้นที่กรุงเทพมหานครบริเวณทิศใต้ของคลองมหาสวัสดิ์ มีคุณภาพดี สามารถนำไปใช้ในการเกษตรได้ ซึ่งโดยปกติช่วงเวลานี้ของทุกปี กรุงเทพมหานครจะปิดประตูระบายน้ำไม่ให้น้ำจากคลองมหาสวัสดิ์เข้าพื้นที่ เนื่องจากมีค่าความเค็มเกินค่ามาตรฐานทำให้พื้นที่เกษตรได้รับผลกระทบเป็นประจำ

สำหรับแม่น้ำบางปะกง จากการตรวจวัดค่าความเค็มของกรมควบคุมมลพิษ ที่สถานีบางแตน ต.บางแตน อ.บ้านสร้าง จ.ปราจีนบุรี ซึ่งเป็นบริเวณใกล้จุดบรรจบของแม่น้ำปราจีนบุรีและแม่น้ำนครนายก พบว่ามีค่าความเค็มอยู่ในช่วง 4.7-7.9 กรัมต่อลิตร ซึ่งเกินค่ามาตรฐานสำหรับการผลิต

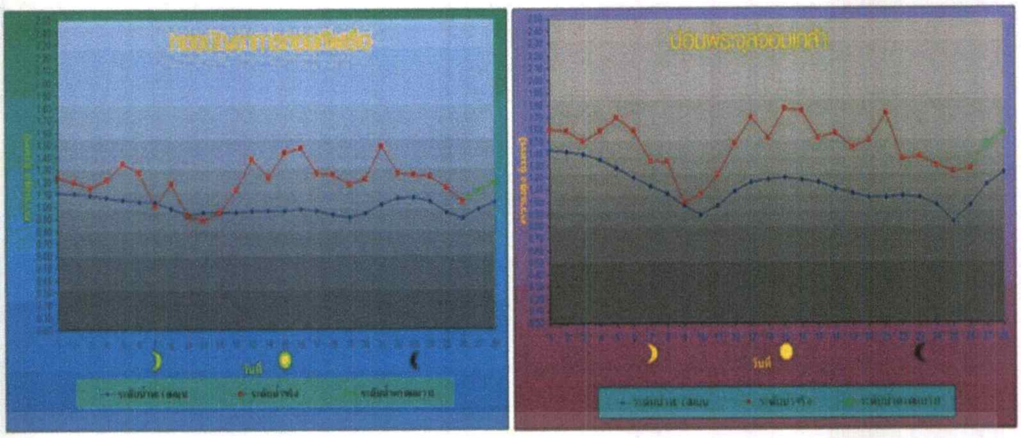
น้ำประปาและมาตรฐานน้ำเพื่อการเกษตร ส่วนที่ อ.เมือง จ.ฉะเชิงเทรา ค่าความเค็มมากกว่า 10 กรัมต่อลิตร ส่งผลให้ระบบผลิตน้ำประปาที่ใช้น้ำดิบจากแม่น้ำบางปะกง อาทิ การประปาส่วนภูมิภาคที่ อ.บางคล้า จ.ฉะเชิงเทรา รวมไปถึงระบบประปาชุมชนในหลายแห่ง เกิดปัญหาในการผลิตน้ำประปา เนื่องจากมีความเค็มเกินค่ามาตรฐาน ซึ่งค่าความเค็มที่เกินมาตรฐานเป็นอันตรายต่อสุขภาพ (ภาพที่ 4)

ส่วนแม่น้ำท่าจีน ไม่ได้รับผลกระทบน้ำจากปัญหาน้ำเค็มรุกล้ำ เนื่องจากกรมชลประทาน ได้ผันน้ำจากแม่น้ำแม่กลองผ่านคลองจระเข้สามพันและคลองท่าสาร-บางปลา ลงสู่แม่น้ำท่าจีนเป็นจำนวนมากทำให้ค่าความเค็มอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเพื่อการผลิตน้ำประปาตลอดช่วงฤดูแล้ง



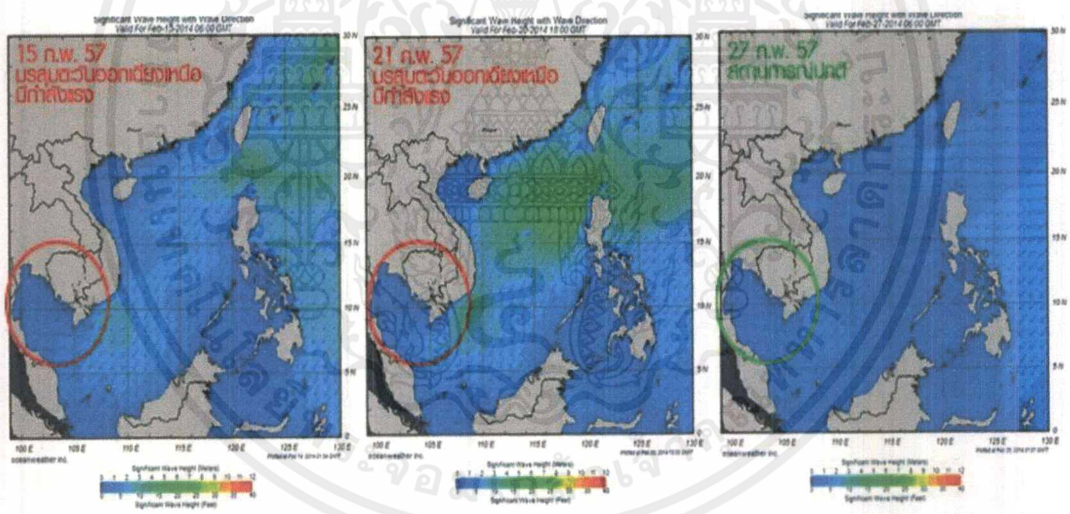
ภาพที่ 1 ความเค็มของแม่น้ำเจ้าพระยา หน้าสถานีสูบน้ำดิบสำแล ปี 2557

ที่มา: tiwrm.haii.or.th/sharewater_download/.../5.3-20150212-SaltwaterIntrusion.docx



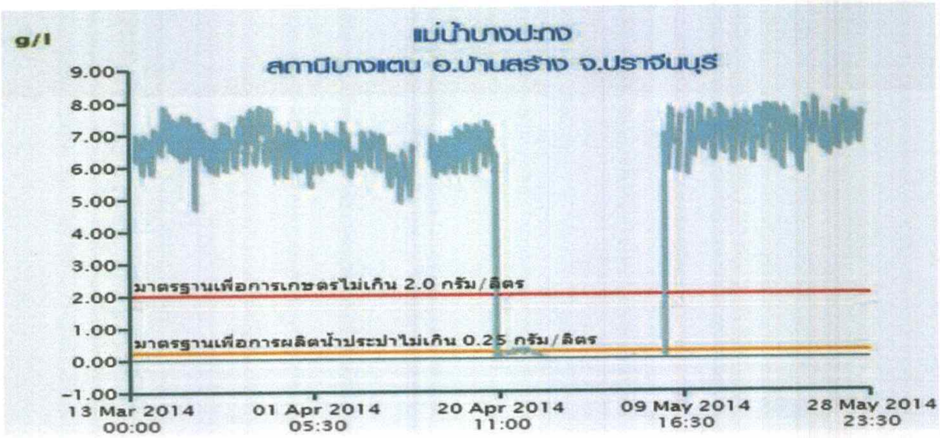
ภาพที่ 2 กราฟแสดงระดับน้ำบริเวณอ่าวไทยที่สถานีกองบัญชาการกองทัพเรือ และสถานีป้อมพระจุลจอมเกล้า พบว่าระดับน้ำที่ตรวจวัดจริง(เส้นสีแดง) สูงกว่าระดับน้ำทำนายค่อนข้างมาก โดยเฉพาะวันที่ 15 และ 21 กุมภาพันธ์ 2557 ที่ระดับน้ำตรวจวัดจริงสูงกว่าคาดการณ์ถึง 60 เซนติเมตร

ที่มา: tiwrm.haii.or.th/sharewater_download/.../5.3-20150212-SaltwaterIntrusion.docx



ภาพที่ 3 แผนภาพความสูงและทิศทางของคลื่นบริเวณอ่าวไทย แสดงให้เห็นว่าวันที่ 15 และ 21 กุมภาพันธ์ ความสูงของคลื่นบริเวณอ่าวไทยเพิ่มสูงขึ้นเนื่องจากเป็นช่วงที่มรสุมตะวันออกเฉียงเหนือมีกำลังแรง

ที่มา: tiwrm.haii.or.th/sharewater_download/.../5.3-20150212-SaltwaterIntrusion.docx



ภาพที่ 4 กราฟแสดงการตรวจวัดค่าความเค็มในแม่น้ำบางปะกงบริเวณ ต.บางแตน อ.บ้านสร้าง จ.ปราจีนบุรี พบว่าปริมาณน้ำเค็มเกินค่ามาตรฐานค่อนข้างมาก ทั้งมาตรฐานเพื่อการผลิตน้ำประปาและมาตรฐานเพื่อการเกษตร

ที่มา: tiwrm.haii.or.th/sharewater_download/.../5.3-20150212-SaltwaterIntrusion.docx

จากความสำคัญและปัญหาที่เกิดขึ้น จากสถานการณ์การรุกล้ำความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา ทางคณะผู้จัดทำ จึงมีความสนใจที่จะศึกษาหาปริมาณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในฤดูน้ำหลาก และฤดูแล้ง

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1) วัดปริมาณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในฤดูน้ำหลากและฤดูแล้ง
2) นำเสนอตัวแบบเพื่อการวัดความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในฤดูน้ำหลากและฤดูแล้ง
3) นำเสนอเชิงตัวเลขที่เหมาะสมกับตัวแบบที่ใช้วัดปริมาณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในฤดูน้ำหลากและฤดูแล้ง
4) นำเสนอแนวทางแก้ปัญหาที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1) ในฤดูน้ำหลาก (เดือนกันยายนของทุกปี) และในฤดูแล้ง (เดือนพฤษภาคมของทุกปี)
2) ตัวแบบการวัดความเค็มในสภาวะเสถียร

1.4 ระเบียบวิธีวิจัย

1) ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการประเมินความเค็มของน้ำเพื่อกำหนดพารามิเตอร์ที่จำเป็น และเงื่อนไขขอบ

2) ใช้วิธียิงเป้า (Shooting method) เพื่อการประมาณค่าผลเฉลยของสมการตัวแบบ
3) ทดลองการคำนวณกับสมการตัวแบบ
4) นำขั้นตอนการคำนวณมาเขียนด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์
5) นำเสนอผลการจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นจากการคำนวณภายหลังประเมินผล (Post processing) ในรูปแบบตาราง และกราฟเปรียบเทียบ
6) ทดลองเชิงตัวเลข (Numerical experiment) เพื่อจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน
7) ตรวจสอบและปรับปรุงวิธีการคำนวณ
8) สรุปผลการจำลองแบบที่ได้นำเสนอไป

ตารางที่ 1.1 ระยะเวลาการทำปัญหาพิเศษ

ลำดับ	ระยะเวลา (เดือน)	ขั้นตอนการทำงาน
1	สิงหาคม 2561	ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการประเมินความเค็มของน้ำเพื่อกำหนดพารามิเตอร์ที่จำเป็น และเงื่อนไขขอบ
2	พฤศจิกายน 2561	ใช้วิธียิงเป้า (Shooting method) เพื่อการประมาณค่าผลเฉลยของสมการตัวแบบ
3	พฤศจิกายน 2561	ทดลองการคำนวณกับสมการตัวแบบ
4	พฤศจิกายน - ธันวาคม 2561	นำขั้นตอนการคำนวณมาเขียนด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์
5	ธันวาคม 2561	นำเสนอผลการจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นจากการคำนวณภายหลังประเมินผล (Post processing) ในรูปแบบตาราง และกราฟเปรียบเทียบ
6	มกราคม 2562	ทดลองเชิงตัวเลข (Numerical experiment) เพื่อจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน
7	กุมภาพันธ์ 2562	ตรวจสอบและปรับปรุงวิธีการคำนวณ
8	เมษายน - พฤษภาคม 2562	สรุปผลการจำลองแบบที่ได้นำเสนอไป

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหาการจำลองความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา
2) สามารถคาดการณ์ความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาในฤดูน้ำหลากและฤดูแล้ง

บทที่ 2

ความรู้พื้นฐาน

2.1 แม่น้ำเจ้าพระยา

แม่น้ำเจ้าพระยา เป็นแม่น้ำสายหลักสายหนึ่งของประเทศไทย เกิดจากการรวมตัวของแม่น้ำสายหลัก 2 สายจากภาคเหนือ คือแม่น้ำปิงและแม่น้ำน่าน ที่ตำบลปากน้ำโพ อำเภอเมืองนครสวรรค์ จังหวัดนครสวรรค์ จากนั้นไหลลงไปทางทิศใต้ ผ่านจังหวัดอุทัยธานี ชัยนาท สิงห์บุรี อ่างทอง พระนครศรีอยุธยา ปทุมธานี นนทบุรี และกรุงเทพมหานคร ก่อนออกสู่อ่าวไทยที่ปากน้ำ ซึ่งอยู่ระหว่างเขตตำบลท้ายบ้าน ตำบลบางปูใหม่ อำเภอเมืองสมุทรปราการ และตำบลแหลมฟ้าผ่า อำเภอพระสมุทรเจดีย์ จังหวัดสมุทรปราการ

จุดเริ่มของแม่น้ำเจ้าพระยาอยู่ที่จังหวัดนครสวรรค์ โดยการรวมของแม่น้ำปิงและแม่น้ำน่าน ที่ราบลุ่มแม่น้ำเจ้าพระยามีพื้นที่ 20,125 ตารางกิโลเมตร (ไม่รวมลุ่มน้ำปิง วัง ยม น่าน สะแกกรัง ป่าสัก และท่าจีน) มีความยาวถึง 372 กิโลเมตรและมีพื้นที่รับน้ำประมาณ 16,000 ตารางกิโลเมตรหรือประมาณร้อยละ 31 ของเนื้อที่ประเทศ แม่น้ำเจ้าพระยามีปริมาณการไหลสูงสุดประมาณ 4,000 ลบ.ม./วินาที ไหลผ่านลงทะเลทั้งหมด คิดเป็นปริมาตรปีละประมาณ 31,000 ล้าน ลบ.ม. โดยแยกออกเป็นแม่น้ำท่าจีนที่จังหวัดชัยนาท

2.1.1 ความสำคัญและคุณประโยชน์ทางธรรมชาติ

1. ใช้ในการอุปโภคและบริโภค เช่น นำมาทำน้ำประปาใช้ดื่ม ปรุงอาหาร ใช้ใน กิจกรรมด้านสุขาภิบาล การดับเพลิง ปรับอุณหภูมิของอากาศและเพื่อใช้เป็นสถานที่พักผ่อน แม่น้ำเจ้าพระยาเป็นแหล่งผลิตน้ำประปาสำคัญของการประปาส่วนภูมิภาค (กปภ.) ในพื้นที่ภาคกลาง ส่วนเขตกรุงเทพมหานครรับผิดชอบโดยการประปานครหลวง โดยมีสถานีสูบน้ำดิบวัดสำแล ตั้งอยู่ที่ตำบลบ้านกระแชง อำเภอเมืองปทุมธานี จังหวัดปทุมธานี
2. ใช้ในการผลิตทุกชนิดที่ต้องใช้น้ำ ได้แก่ การเพาะปลูก การเลี้ยงสัตว์ และการอุตสาหกรรม เช่น โรงงานทำน้ำแข็ง โรงงานสุรา โรงงานทำน้ำอัดลม เป็นต้น

3. เป็นเส้นทางการคมนาคม การสัญจรไปมาทางน้ำ การขนส่งสินค้า การนำผลผลิตออกสู่ตลาดโดยทางน้ำเพราะสะดวกและค่อนข้างปลอดภัย
4. แม่น้ำเจ้าพระยาเป็นแหล่งน้ำที่อุดมสมบูรณ์มาก เป็นที่อยู่อาศัยของสัตว์น้ำจืดนานาชนิดและพืชน้ำ เช่น สาหร่าย ผักตบชวา บัว ผักบุ้ง จึงเป็นบริเวณที่มีประชากรตั้งถิ่นฐานอยู่หนาแน่น โดยอาศัยทรัพยากรที่มีอยู่ในแม่น้ำเป็นเครื่องดำรงชีวิตในการประกอบอาชีพเพาะปลูก และ การประมง

2.1.2 มลพิษในแม่น้ำเจ้าพระยา

ค่า DO (dissolved oxygen, DO) ปริมาณออกซิเจนที่ละลายในน้ำ แบคทีเรียที่เป็นสารอินทรีย์ในน้ำต้องการอออกซิเจน (aerobic bacteria) ในการย่อยสลาย สารอนินทรีย์ความต้องการออกซิเจนของแบคทีเรียนี้จะทำให้ปริมาณออกซิเจนที่ละลายในน้ำลดลง ดังนั้นในน้ำที่สะอาดจะมีค่า DO สูง และน้ำเสียจะมีค่า DO ต่ำ มาตรฐานของน้ำที่มีคุณภาพดีโดยทั่วไปจะมีค่า DO ประมาณ 5-8 ppm หรือ ปริมาณออกซิเจนละลายอยู่ปริมาณ 5-8 มิลลิกรัม/ลิตร หรือ 5-8 ppm น้ำเสียจะมีค่า DO ต่ำกว่า 3 ppm ค่า DO มีความสำคัญในการบ่งบอกว่าแหล่งน้ำนั้นมีปริมาณออกซิเจนเพียงพอต่อความต้องการของสิ่งมีชีวิตหรือไม่

<u>หมายเหตุ</u> ค่า ppm (Part Per Million) หมายถึง หนึ่งส่วนในล้านส่วน (1 ใน 1,000,000) หน่วยวัด PPM ที่เรามักจะพบเจอส่วนใหญ่แล้วจะเป็นเรื่องของสิ่งแวดล้อมในงานอุตสาหกรรมหรือตามหน่วยงานต่างๆ

ค่า BOD (biological oxygen demand) เป็นปริมาณออกซิเจนที่จุลินทรีย์ต้องการใช้ในการย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ น้ำที่มีคุณภาพดี ควรมีค่า BOD ไม่เกิน 6 มิลลิกรัมต่อลิตร ถ้าค่า BOD สูงมากแสดงว่าน้ำนั้นเน่ามาก แหล่งน้ำที่มีค่า BOD สูงกว่า 100 มิลลิกรัมต่อลิตรจะจัดเป็นน้ำเน่าหรือน้ำเสีย พระราชบัญญัติน้ำทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรม กำหนดไว้ว่า น้ำทิ้งก่อนปล่อยลงสู้แหล่งน้ำธรรมชาติ ต้องมีค่า BOD ไม่เกิน 20 มิลลิกรัมต่อลิตร การหาค่า BOD หาได้โดยใช้แบคทีเรียย่อยสลายอินทรีย์สารซึ่งจะเป็นไปช้า ๆ ดังนั้นจึงต้องใช้เวลานานหลายสิบวัน ตามหลักสากลใช้เวลา 5 วันที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียสโดยนำตัวอย่างน้ำที่ต้องการหา BOD มา 2 ขวด ขวดหนึ่งนำมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าออกซิเจนทันที สมมุติว่ามีออกซิเจนอยู่ 6.5 มิลลิกรัมต่อลิตร ส่วนน้ำอีกขวดหนึ่งปิดจุกให้แน่นเพื่อไม่ให้อากาศเข้า นำไปเก็บไว้ในที่มืดที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียสนาน 5 วัน แล้ว

นำมาวิเคราะห์หาปริมาณออกซิเจน สมมุติได้ 0.47 มิลลิกรัมต่อลิตร ดังนั้นจะได้ค่าซึ่งเป็นปริมาณออกซิเจนที่ถูกใช้ไปหรือค่า BOD = 6.5–0.47 = 5.03 มิลลิกรัมต่อลิตร

ค่า COD (Chemical Oxygen Demand) คือ ปริมาณออกซิเจนที่ใช้ในการออกซิไดซ์ในการสลายสารอินทรีย์ด้วยสารเคมีโดยใช้สารละลายเช่นโพแทสเซียมไดโครเมต ($K_2Cr_2O_7$) ในปริมาณมากเกินพอในสารละลายกรดซัลฟิวริกซึ่งสารอินทรีย์ในน้ำทั้งหมดทั้งที่จุลินทรีย์ย่อยสลายได้และย่อยสลายไม่ได้ก็จะถูกออกซิไดซ์ภายใต้ภาวะที่เป็นกรดและการให้ความร้อน โดยทั่วไปค่า COD จะมีค่ามากกว่า BOD เสมอ ดังนั้นค่า COD จึงเป็นตัวแปรที่สำคัญตัวหนึ่งที่แสดงถึงความสกปรกของน้ำเสีย

ภายหลังสงครามโลกครั้งที่สอง ประเทศได้มีการเร่งพัฒนาการเกษตร และการอุตสาหกรรมเพื่อปรับปรุงเศรษฐกิจของประเทศให้ดีขึ้น จะเห็นได้ว่ามีโรงงานอุตสาหกรรมใหม่ ๆ หลายแห่งในกรุงเทพ ฯ และการพัฒนาในด้านอุตสาหกรรมโดยไม่มีการวางแผนสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสม จึงก่อให้เกิดปัญหามลพิษขึ้นในแหล่งน้ำทั่วไปทั้งในแม่น้ำและทะเลชายฝั่ง

คลองต่างๆ ในกรุงเทพฯ และแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่าง น้ำเสียจากชุมชนต่างๆ และน้ำทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นสาเหตุสำคัญที่ก่อให้เกิดปัญหามลพิษในคลองสายต่างๆ และแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่าง อาจกล่าวได้ว่า คูและคลองในกรุงเทพ ฯ ถูกใช้เป็นลำธารสำหรับน้ำ เสียจากบ้านเรือนแล้วถ่ายเทสู่แม่น้ำเจ้าพระยา ท่อระบายน้ำข้างถนนในกรุงเทพฯ เป็นที่ระบายน้ำเสียจากบ้านเรือน รวมทั้งน้ำล้นผิวถนนในเวลาฝนตก โดยเหตุที่ท่อระบายน้ำมีความลาดเทน้อยมาก ทำให้น้ำเสียในท่อไหลช้าและเกิดปัญหาอุดตันบ่อยครั้ง การทำความสะอาดท่อจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องทำกันทุกปี กรุงเทพ ฯ ตั้งอยู่ในส่วนของแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่าง มีระดับน้ำเฉลี่ยเหนือระดับน้ำทะเลปานกลางเพียงเล็กน้อย ดังนั้น ในช่วงที่มีน้ำทะเลหนุน (spring tide) ซึ่งอยู่ในช่วงปลายปี ทำให้น้ำจืดในแม่น้ำไม่สามารถระบายออกสู่ทะเลได้ทัน และในตอนนั้นถ้ามีฝนตกหนักจะทำให้เกิดปัญหาน้ำท่วมได้

กรุงเทพฯ ไม่มีระบบท่อรับปฏิกูลจากส้วมตามบ้านเรือนต่างๆ ส้วมในกรุงเทพฯ ส่วนใหญ่เป็นแบบส้วมซึม ดังนั้น ปฏิกูลจากถังเกรอะจึงซึมออกไปโดยมีการไหลซึมลงสู่น้ำใต้ดิน (ground water) และในที่สุดก็จะไหลออกมาสู่คลองสายต่างๆ หรือไม่ก็แม่น้ำโดยตรงในฤดูแล้ง คลองต่างๆ ในกรุงเทพฯ มีอัตราการไหลช้า ดังนั้นจึงเกิดปัญหาการเน่าเสียขึ้นในคลอง ทำให้ปริมาณการละลายของออกซิเจนลดลงจนกระทั่งไม่มีเหลือ

ในปี พ.ศ. 2512 ค่า BOD ทั้งหมดในส่วนของแม่น้ำเจ้าพระยาที่ไหลผ่านกรุงเทพฯ มีค่า 223,379 กิโลกรัม/วัน (เกษมสันต์, 2521) ค่า BOD ปริมาณดังกล่าวนี้ประกอบด้วยค่า BOD จาก 3 แหล่งด้วยกัน คือ 1) อินทรีย์สารที่ละลายอยู่ในน้ำแล้วก่อนเข้าเขตกรุงเทพฯ 135,000 กิโลกรัม/วัน 2) สิ่งสกปรกที่ถ่ายเทลงสู่แม่น้ำโดยตรง 11,600 กิโลกรัม/วัน และ 3) น้ำจากคลองสายต่างๆ ในกรุงเทพฯ 76,779 กิโลกรัม/วัน อย่างไรก็ตาม สภาพเน่าเสียอย่างรุนแรงก็ไม่ได้ปรากฏขึ้นเพราะมีตัวประกอบอื่นๆ ที่มีส่วนในการช่วยสถานการณ์ไว้ เช่น อัตราการไหลและการให้อากาศโดยการไหลแบบวกวนของน้ำ ใบพัดเรือที่สัญจรไปมา และการสังเคราะห์แสงของแพลงค์ตอนพืช

บุญยง (2523) ได้รายงานการสำรวจปริมาณสิ่งสกปรกที่ถูกระบายลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่างในปี พ.ศ. 2523 พบว่า ปริมาณน้ำเสียจากแหล่งชุมชนมีปริมาณค่า BOD รวมทั้งสิ้น 171,886 กิโลกรัม/วัน หรือประมาณร้อยละ 69 ของน้ำเสียทั้งหมดที่ระบายลงสู่แม่น้ำในช่วงนี้ น้ำเสียเหล่านี้มิได้ผ่านการบำบัด (treatment) ก่อนที่จะถูกระบายลงสู่แม่น้ำ จะมีบ้างก็เฉพาะบางชุมชนของการเคหะแห่งชาติ แต่นับว่าน้อยมาก ส่วนน้ำทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรมนั้นปรากฏว่ามีค่า BOD รวมกัน 172,473 กิโลกรัม/วัน และเมื่อผ่านระบบการบำบัดแล้วเหลือค่า BOD ประมาณ 77,294 กิโลกรัม/วัน หรือเท่ากับร้อยละ 31 ของปริมาณน้ำเสียทั้งหมด ดังนั้น เมื่อรวมสองส่วนเข้าด้วยกันจะเป็นปริมาณน้ำเสียที่มีค่า BOD ทั้งหมด 249,180 กิโลกรัม/วัน

Menasveta et al. (1979) ได้ทำการสำรวจปริมาณการละลายของออกซิเจน (DO) ในแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่างในปี พ.ศ. 2519 พบว่า ส่วนของแม่น้ำที่อยู่เหนือเขตกรุงเทพฯ มี ค่าDO สูงกว่าส่วนของแม่น้ำที่อยู่ใต้ลงมา ความเข้มข้นเฉลี่ยของค่า DO ในส่วนของแม่น้ำที่อยู่เหนือกรุงเทพฯ มีค่า 3.73 มิลลิกรัม/ลิตร ที่ผิวน้ำ และ 3.58 มิลลิกรัม/ลิตร ที่พื้นก้นแม่น้ำ ค่าดังกล่าวนี้เทียบได้เป็นร้อยละ 50 และร้อยละ 48 ของปริมาณละลายอิ่มตัวของออกซิเจนที่อุณหภูมิ 30 องศาเซลเซียส ตัวเลขดังกล่าวนี้ได้แสดงให้เห็นว่าแม่น้ำในส่วนนี้ก็ได้รับการเติม BOD แล้ว จากน้ำเสียจากการเกษตรกรรมที่ตั้งอยู่ทั้งสองฝั่งของแม่น้ำ เมื่อผ่านเข้ามาในกรุงเทพฯ ค่า DO ได้ลดลงอย่างเห็นได้ชัด ระดับค่า DO ต่ำสุด (น้อยกว่า 1 มิลลิกรัม/ลิตร) อยู่ระหว่างหลักกิโลเมตรแม่น้ำที่ 30 และ 45 ทั้งนี้แล้วแต่ว่าจะอยู่ในช่วงน้ำขึ้นหรือน้ำลง ถ้าอยู่ในช่วงน้ำขึ้นค่า DO จะมีค่าต่ำสุดที่หลักกิโลเมตร แม่น้ำที่ 45 แต่ถ้าอยู่ในช่วงน้ำลงค่า DO จะมีค่าต่ำสุดที่หลักกิโลเมตรแม่น้ำที่ 30 ในปี พ.ศ. 2523 ได้เกิดภาวะฝนแล้งขึ้นทำให้ปริมาณการไหลของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาลดต่ำลงอย่างมาก (น้อยกว่า 100 ลูกบาศก์เมตร/วินาที) เป็นเหตุให้ความสามารถในการรองรับของเสียที่ระบายลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยาน้อยลง

การลดลงของค่า DO ในแม่น้ำเจ้าพระยาตอนล่างจะต้องมีผลกระทบต่อสัตว์น้ำบางชนิดอย่างแน่นอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับสัตว์น้ำที่มีการอพยพย้ายถิ่น ยกตัวอย่าง เช่น กุ้งก้ามกราม จะเห็นได้ว่าประชากรกุ้งก้ามกรามเมื่อ 20-30 ปีที่แล้วมีอยู่มากมายในแม่น้ำเจ้าพระยา แต่หลังจากผ่านช่วง 20-30 ปี ประชากรกุ้งลดลงอย่างเห็นได้ชัด ที่เป็นแบบนี้ก็เพราะ “DO Sag” ในช่วงแม่น้ำที่ผ่านกรุงเทพฯ ได้ขวางกั้นการอพยพย้ายถิ่นของกุ้ง ปริมาณการละลายของออกซิเจนต่ำสุดที่กุ้งก้ามกรามทนได้ คือ 1.5 มิลลิกรัม/ลิตร ถ้าลดลงต่ำกว่านี้กุ้งจะเริ่มตาย

การแพร่กระจายของชนิด (species distribution) ของปลาและสัตว์น้ำอื่นๆ อาจถูกใช้เป็นเครื่องชี้มลพิษได้ (biological indices of pollution) Menasveta et al. (1979) พบว่าในส่วนของแม่น้ำเจ้าพระยาเหนือเขตกรุงเทพฯ มีจำนวนชนิดของปลาที่พบทั้งหมด 31 ชนิด ในส่วนของแม่น้ำซึ่งอยู่ในเขตกรุงเทพฯ และใต้กรุงเทพฯ ลงไปพบเพียง 20 ชนิด

โคไลฟอร์มแบคทีเรียในส่วนของแม่น้ำซึ่งอยู่ในเขตกรุงเทพฯ มีปริมาณสูงกว่ามาตรฐานซึ่งกำหนดไว้โดยองค์การอนามัยโลก (Menasveta, et al. 1979) จุดที่พบโคไลฟอร์มแบคทีเรียมากที่สุดได้แก่ บริเวณท่าเรือคลองเตย ทั้งนี้อาจเป็นเพราะมีการถ่ายสิ่งสกปรกลงในน้ำโดยเรือสินค้าต่างๆ ที่ทอดสมออยู่ในบริเวณนั้น

2.1.3 ปัญหาความเค็มรุกล้ำในแม่น้ำเจ้าพระยา

ปี 2557 แม่น้ำเจ้าพระยาเกิดสภาวะน้ำเค็มรุกล้ำเร็วกว่าปกติและมีค่าความเค็มสูงกว่ามาตรฐานในระดับรุนแรง โดยเมื่อวันที่ 15 กุมภาพันธ์ 2557 เวลา 22.00 น. จากการตรวจวัดที่สถานีสูบน้ำสำแล จังหวัดปทุมธานี ของการประปานครหลวง พบว่า มีค่าความเค็มสูงสุดถึง 1.92 กรัมต่อลิตร เกินค่ามาตรฐานความเค็มน้ำดิบสำหรับผลิตน้ำประปาที่ต้องต่ำกว่า 0.25 กรัมต่อลิตร โดยสถานการณ์เกิดขึ้นต่อเนื่องนานถึง 70 ชั่วโมง และสูงกว่าปี 2553 มาก เป็นเหตุให้น้ำประปาของการประปานครหลวงมีรสกร่อย เป็นอันตรายต่อผู้ป่วยโรคไตรวมทั้งผู้สูงอายุ (ภาพที่ 1)

โดยปกติค่าความเค็มของแม่น้ำเจ้าพระยาจะเริ่มสูงกว่ามาตรฐานในช่วงเดือนพฤษภาคม แต่ในปี 2557 สถานการณ์ความเค็มเกิดขึ้นตั้งแต่ช่วงปลายเดือนมกราคมต่อเนื่องถึงเดือนมีนาคม ทั้งนี้มีสาเหตุหลักจากการเกิดสภาวะน้ำทะเลหนุนสูงกว่าปกติในช่วงต้นปี รวมไปถึงมรสุมตะวันออกเฉียงเหนือมีกำลังแรงในบางช่วง ส่งผลให้เกิดคลื่นสูงพัดเข้าสู่อ่าวไทย ระดับน้ำที่ตรวจวัดได้จริงบริเวณปากแม่น้ำเจ้าพระยา จึงสูงกว่าที่กรมอุทกศาสตร์ได้คาดการณ์ไว้ โดยในวันที่ 15 และ 21 กุมภาพันธ์ 2557 ระดับน้ำที่ตรวจวัดได้จริงสูงกว่าที่คาดการณ์ถึง 60 เซนติเมตร

นอกจากนี้ยังมีสาเหตุที่สำคัญ คือ อ่างเก็บน้ำเขื่อนภูมิพลและเขื่อนสิริกิติ์ ซึ่งเป็นแหล่งน้ำต้นทุนที่สำคัญของลุ่มน้ำเจ้าพระยามีปริมาณน้ำค่อนข้างน้อย เนื่องจากมีฝนตกในพื้นที่อยู่ในเกณฑ์น้อยต่อเนื่องตั้งแต่ปี 2555 จนถึงปี 2556 ประกอบกับในพื้นที่ลุ่มน้ำเจ้าพระยามีการปลูกข้าวนาปรังสูงเกินกว่าแผนมาก จึงเกิดการสูบน้ำไปใช้ระหว่างทาง ทำให้ปริมาณน้ำที่ระบายจากเขื่อนเหลือน้อยไม่สามารถช่วยผลักดันน้ำเค็มได้อย่างมีประสิทธิภาพ (ภาพที่ 1 2 และ 3)

จากปัญหาน้ำเค็มรุกล้ำที่เกิดขึ้น กรมชลประทานได้กำหนดมาตรการในเบื้องต้น โดยเพิ่มการระบายน้ำที่เขื่อนเจ้าพระยา จากเดิม 50-60 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที เป็น 80 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที รวมทั้งผันน้ำจากแม่น้ำแม่กลองผ่านคลองจระเข้สามพันและคลองท่าสาร-บางปลา ลงสู่แม่น้ำท่าจีน แล้วผันเข้าคลอง พระยาบันลือ ลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยาบริเวณอำเภอบางไทร จังหวัดพระนครศรีอยุธยา แต่ค่าความเค็มในบางช่วงก็ยังคงเกินกว่าค่ามาตรฐานความเค็มน้ำดิบสำหรับผลิตน้ำประปา เนื่องจากการยังคงมีการสูบน้ำไปใช้ระหว่างทางจำนวนมากและปริมาณน้ำย้อนกลับจากพื้นที่การเกษตรมีน้อย

นอกจากนี้ การประปานครหลวง กองทัพเรือ กรมทางหลวง กรุงเทพมหานคร กรมชลประทาน และสถาบันสารสนเทศทรัพยากรน้ำและการเกษตร (องค์การมหาชน) ได้ร่วมกันปฏิบัติการผันน้ำจากลุ่มน้ำ แม่กลองเพื่อเจือจางความเค็ม ตั้งแต่วันที่ 22 มีนาคม 57 โดยรับน้ำจากแม่น้ำแม่กลองเข้าคลองประปา มหาสวัสดิ์ ปล่อยลงสู่คลองปลายบาง ให้ไหลต่อเนื่องไปยังคลองมหาสวัสดิ์ คลองบางกอกน้อย และแม่น้ำเจ้าพระยา ติดตั้งเครื่องผลักดันน้ำเพื่อเร่งความเร็วของน้ำให้ไหลไปยังแม่น้ำเจ้าพระยาให้มากขึ้น ควบคู่ไปกับบริหารการระบายน้ำของเขื่อนเจ้าพระยาและเขื่อนพระรามหก ส่งผลให้สถานการณ์ความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาที่เกิดขึ้นตั้งแต่ช่วงปลายเดือนมกราคมเข้าสู่สภาวะปกติในช่วงปลายเดือนมีนาคม และช่วยให้ค่าความเค็มบริเวณสถานีสูบน้ำสำแล ลดต่ำลงจนไม่มีผลกระทบต่อการผลิตน้ำประปา และจากการวิเคราะห์ค่าไอโซโทปของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาพบว่าน้ำจากแม่น้ำแม่กลองได้ไหลมาผสมกับน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาเป็นจำนวนมาก โดยเฉพาะบริเวณท่าน้ำสามเสน กรมชลประทาน มีสัดส่วนของน้ำจากแม่น้ำแม่กลองถึงร้อยละ 65-74 แม่น้ำเจ้าพระยาร้อยละ 25-33 และน้ำทะเลร้อยละ 1.5 อีกทั้งค่าความเค็มบริเวณคลองมหาสวัสดิ์จนถึงคลองบางกอกน้อยลดลงอย่างมากเมื่อเทียบกับก่อนเริ่มปฏิบัติการ ส่งผลให้คลองสาขาในพื้นที่กรุงเทพมหานครบริเวณทิศใต้ของคลองมหาสวัสดิ์ มีคุณภาพดี สามารถนำไปใช้ในการเกษตรได้ ซึ่งโดยปกติช่วงเวลานี้ของทุกปี กรุงเทพมหานครจะปิดประตูระบายน้ำไม่ให้น้ำจากคลองมหาสวัสดิ์เข้าพื้นที่ เนื่องจากมีค่าความเค็มเกินค่ามาตรฐานทำให้พื้นที่เกษตรได้รับผลกระทบเป็นประจำ

สำหรับแม่น้ำบางปะกง จากการตรวจวัดค่าความเค็มของกรมควบคุมมลพิษ ที่สถานีบางแตน ต.บางแตน อ.บ้านสร้าง จ.ปราจีนบุรี ซึ่งเป็นบริเวณใกล้จุดบรรจบของแม่น้ำปราจีนบุรีและแม่น้ำนครนายก พบว่ามีค่าความเค็มอยู่ในช่วง 4.7-7.9 กรัมต่อลิตร ซึ่งเกินค่ามาตรฐานสำหรับการผลิตน้ำประปาและมาตรฐานน้ำเพื่อการเกษตร ส่วนที่ อ.เมือง จ.ฉะเชิงเทรา ค่าความเค็มมากกว่า 10 กรัมต่อลิตร ส่งผลให้ระบบผลิตน้ำประปาที่ใช้น้ำดิบจากแม่น้ำบางปะกง อาทิ การประปาส่วนภูมิภาคที่ อ.บางคล้า จ.ฉะเชิงเทรา รวมไปถึงระบบประปาชุมชนในหลายแห่ง เกิดปัญหาในการผลิตน้ำประปา เนื่องจากมีความเค็มเกินค่ามาตรฐาน ซึ่งค่าความเค็มที่เกินมาตรฐานเป็นอันตรายต่อสุขภาพ (ภาพที่ 4)

ส่วนแม่น้ำท่าจีน ไม่ได้รับผลกระทบน้ำจากปัญหาน้ำเค็มรุกล้ำ เนื่องจากกรมชลประทาน ได้ผันน้ำจากแม่น้ำแม่กลองผ่านคลองจระเข้สามพันและคลองท่าสาร-บางปลา ลงสู่แม่น้ำท่าจีนเป็นจำนวนมากทำให้ค่าความเค็มอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเพื่อการผลิตน้ำประปาตลอดช่วงฤดูแล้ง

2.2 การพา (Advection)

ผลจากการไหลนั่นคือทิศทางเดียวและไม่เปลี่ยนเอกลักษณ์ของสสารที่มีการถ่ายเท ดังใน (ภาพที่ 5) การพาเคลื่อนที่จากตำแหน่งหนึ่งไปยังตำแหน่งอื่นๆ ตัวอย่างอย่างง่ายของการถ่ายเทส่วนใหญ่ของประเภทนี้คือการไหลออกตลอดของน้ำในทะเลสาบและการถ่ายเทตามกระแสน้ำเพราะว่าไหลในแม่น้ำหรือปากแม่น้ำ

ภาพที่ 5 Advection

2.3 การแพร่ (Diffusion)

กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของมวลเพราะว่าการเคลื่อนที่ของน้ำแบบสุ่มหรือการผสม เช่นการถ่ายเทการย้อมเป็นหย่อมที่ปรากฏใน (ภาพที่ 6) มีการกระจายออกและเจือจางเมื่อเวลาผ่านไปพร้อมกับการเคลื่อนที่ของเส้นศูนย์กลางของมวลเล็กลง การถ่ายโดนมวลโดยการแพร่ของโมเลกุลขนาดเล็กเป็นผลจากการเคลื่อนที่สุ่มแบบบราวน์ของโมเลกุลน้ำ ประเภทที่คล้ายกันของการเคลื่อนที่แบบสุ่มเกิดจากขนาดที่ใหญ่กว่าเพราะว่าการไหลวนและที่เรียกกันว่าการแพร่แบบปั่นป่วน ทั้งสองประเภทมีแนวโน้มที่ลดลงไปสู่ค่าน้อยที่สุด (ลดการไล่ระดับสี) (นั่นคือความเข้มข้นที่แตกต่างกัน) โดยมวลเคลื่อนไหวจากความเข้มข้นสูงไปยังความเข้มข้นต่ำ

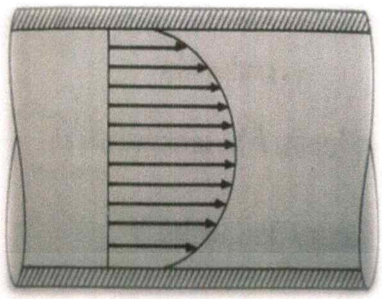
ภาพที่ 6 Diffusion

2.4 ความเร็วและอัตราการไหล

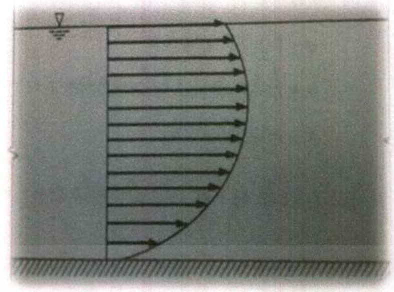
ความเร็วและอัตราการไหล นับว่าเป็นตัวแปรขั้นพื้นฐานที่สำคัญมากในการศึกษาเกี่ยวกับการไหลที่มีการเคลื่อนที่ ความเร็วเป็นตัวบอกให้วัตถุนั้นๆเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วมากน้อยแค่ไหนและทิศทางไหน เป็นต้น ดังนั้น นิยามของความเร็วคือ ***ระยะทางที่วัตถุนั้นๆ เคลื่อนที่ไปต่อหนึ่งหน่วยเวลา*** หน่วยของความเร็วจะเป็นเมตรต่อวินาที (m/s) หรือ ฟุตต่อวินาที (ft/s)

โดยทั่วๆ ไปแล้ว ขณะที่มีการเคลื่อนที่ของของไหลผ่านท่อหรือทางน้ำเปิด ความเร็วจะมี ค่าแตกต่างกันออกไปตลอดภาคตัดขวาง ทั้งนี้เพราะมีแรงเสียดทานระหว่างของไหลกับผนังท่อ หรือพื้นลำคลองเข้ามาเกี่ยวข้อง ขนาดของความเร็วที่ขอบท่อและพื้นคลองจะมีค่าน้อยกว่าความเร็วบริเวณกลางๆท่อหรือใกล้ๆ ผิวน้ำในคลองนั้นๆ ขนาดของความเร็วที่ขอบท่อจะมีค่าเป็นศูนย์ ขณะที่บริเวณกลางๆท่อจะมีความสูงสุด ดังในภาพ a) และความเร็วที่พื้นคลองจะมีค่าเป็นศูนย์ และจะมี

ค่าสูงขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งมีค่าสูงสุดที่บริเวณใกล้ๆผิวน้ำ ดังในภาพ b) โดยปกติแล้วการคิดคำนวณจะใช้ค่าความเร็วเฉลี่ย เพราะค่าที่ได้จากการคำนวณจะไม่แตกต่างไปจากความจริงมากนัก



a) Closed conduit



b) Channel

ภาพที่ 7 การกระจายตัวของความเร็ว

ที่มา: นภดล อินนา (2521)

ตัวแปรที่สำคัญอีกตัวหนึ่งคือ อัตราการไหล (flow rate หรือ discharge) ซึ่งหมายถึง ***ปริมาณของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ต่อหนึ่งหน่วยเวลา*** ปริมาณของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่อาจจะแสดงในรูปของปริมาณ น้ำหนัก หรือมวลของของไหล ซึ่งสามารถกล่าวถึงในรูปแบบความสัมพันธ์กับอัตราการไหล โดยเรียกว่า อัตราการไหลของปริมาณ อัตราการไหลของน้ำหนัก และอัตราการไหลของมวลตามลำดับ

อัตราการไหลของปริมาณ (*volume flow rate*), Q

$$Q = AV \tag{1}$$

เมื่อ Q = อัตราการไหลของปริมาณ

A = พื้นที่ภาคตัดขวาง ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการไหล

V = ความเร็วในการไหล

หน่วยของ Q ในระบบ S.I. คือ m^3/s

อัตราการไหลของน้ำหนัก (*Weight flow rate*), W

$$W = \gamma AV \tag{2}$$

เมื่อ W = อัตราการไหลของน้ำหนัก

γ = น้ำหนักจำเพาะ

A = พื้นที่ภาคตัดขวาง ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการไหล

V = ความเร็วในการไหล

หน่วยของ W ในระบบ S.I. คือ N/s

อัตราการไหลของมวล (*Mass flow rate*), M

$$M = \rho AV \tag{3}$$

เมื่อ M = อัตราการไหลของมวล

ρ = ความหนาแน่นของมวล

A = พื้นที่ภาคตัดขวาง ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการไหล

V = ความเร็วในการไหล

หน่วยของ M ในระบบ S.I. คือ kg/s

2.5 สัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusivity Diffusion Coefficient) ของสารเคมีต่างๆ

สัมประสิทธิ์การแพร่ คือ ค่าที่บ่งบอกถึงอัตราการแพร่ของสารนั้นๆ ในตัวกลาง ซึ่งมีหน่วยเป็น (m^2/s) ค่านี้สามารถเปรียบเทียบได้กับค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal diffusivity) โดยขึ้นกับชนิดและส่วนผสมของระบบ รวมทั้งสภาพแวดล้อม เช่น ความดันและอุณหภูมิ โมเลกุลของก๊าซสามารถเคลื่อนที่ได้ง่ายเมื่อเทียบกับของเหลวซึ่งสามารถเคลื่อนที่ได้ง่ายกว่าของแข็ง ดังนั้นสัมประสิทธิ์การแพร่ของก๊าซจึงมีค่าสูงสุด โดยทั่วไปอยู่ในช่วง 5×10^{-6} ถึง 10^{-5} m^2/s สัมประสิทธิ์การแพร่ของของเหลวอยู่ในช่วงปานกลาง คือ 10^{-10} ถึง $10^{-9}m^2/s$ ส่วนสัมประสิทธิ์การแพร่ของของแข็งมี ค่าต่ำสุดอยู่ที่ 10^{-14} ถึง $10^{-10}m^2/s$ โดยทั่วไปแล้วสำหรับระบบที่ความเข้มข้นหรือความหนาแน่นน้อยๆ สัมประสิทธิ์การแพร่จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น เนื่องจากพลังงานความร้อนของโมเลกุลสูงขึ้น ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ได้เร็วขึ้น

2.5.1 สัมประสิทธิ์การแพร่ของก๊าซ ***(Diffusivity of Gases)*** สมการแสดงค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของก๊าซที่มีความหนาแน่นต่ำ ถูกค้นคว้าโดยใช้หลักทฤษฎีจลนศาสตร์ที่คำนึงถึงคุณสมบัติของก๊าซผสมและแรงดึงดูด (attraction force) และแรงผลัก (repulsion force) ระหว่างโมเลกุล

2.5.2 สัมประสิทธิ์การแพร่ของของเหลว (Diffusivity of Liquids) การแพร่ของของเหลวเกิดขึ้นโดยการเคลื่อนที่แบบไม่เป็นระเบียบของโมเลกุล (random motion) แต่ระยะทางเฉลี่ยระหว่างการชน (average distance traveled between collisions) จะน้อยกว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของโมเลกุลซึ่งตรงกันข้ามกับก๊าซซึ่งมีระยะทางเดินอิสระ (mean free path) มากกว่าขนาดโมเลกุลมาก สัมประสิทธิ์การแพร่ของของเหลวขึ้นอยู่กับความเข้มข้น เนื่องจากความหนืดที่เปลี่ยนแปลงและพฤติกรรมที่เบี่ยงเบนไปจากสารละลายอุดมคติ (ideal solution)

2.5.3 สัมประสิทธิ์การแพร่ของของแข็ง (Diffusivity of Solids) การแพร่ของของแข็งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ คือ (1) การแพร่ของก๊าซหรือของเหลวเข้าไปในรูพรุนของของแข็งซึ่งการแพร่ในลักษณะนี้มีความสำคัญต่อตัวเร่งปฏิกิริยา และวิศวกรรมเคมี (2) การแพร่ภายใน (interdiffusion) เนื่องจากการเคลื่อนที่ของอะตอม ซึ่งเกิดได้จากหลายกรณี เช่น เกิดจากช่องว่างหรือการเสียรูปของโครงสร้างผลึก ทำให้เกิดการแพร่ชนิดต่างๆ เช่น vacancy diffusion, interstitial diffusion, interstitialcy diffusion เป็นต้น การแพร่ผ่านรูพรุนจะเกิดโดยกลไกใดกลไกหนึ่งใน 3 กลไก ดังนี้

- เมื่อขนาดรูพรุนมีขนาดใหญ่และก๊าซมีความหนาแน่นค่อนข้างสูง การถ่ายเทมวลจะเป็นแบบการแพร่ของฟิค ภายในตัวเร่งปฏิกิริยา

ช่องทางการแพร่ (diffusion path) ของก๊าซจะมีรูปร่างที่ไม่ปกติและคดเคี้ยวไปมาทำให้ฟลักซ์มีค่าน้อยกว่าการแพร่ในช่องทางที่มีระเบียบแน่นอน ดังนั้นมวลฟลักซ์จึงอธิบายได้โดยสัมประสิทธิ์การแพร่จริง (effective diffusion coefficient,DA, eff) ซึ่งขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ความดันและคุณสมบัติของตัวเร่งปฏิกิริยา เช่น สัดส่วนช่องว่าง แฟคเตอร์ความยาวมุม และแฟคเตอร์รูปร่าง

- เมื่อขนาดรูพรุนมีขนาดเล็กและก๊าซมีความหนาแน่นต่ำ การถ่ายเทมวลจะเป็นแบบการแพร่แบบนูเซ็น (Knudsen diffusion)

- เมื่อมีความแตกต่างของความเข้มข้นของโมเลกุลที่ถูกดูดซับบนผิว จะมีการแพร่ของโมเลกุลสองทิศทาง ซึ่งเรียกว่าการแพร่บนพื้นผิว (surface diffusion)

บทที่ 3

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตัวแบบการตรวจวัดความเค็มในสภาวะเสถียรแบบหนึ่งมิติในแม่น้ำที่มีเขื่อนทดน้ำ

3.1 สมการก่อกำเนิด

สมการการแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำ (Harleman, 1965)

$$A\frac{\partial C}{\partial t}+Q\frac{\partial C}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial X}\left(AD\frac{\partial C}{\partial x}\right)$$

โดยที่ $A(x)$ คือ พื้นที่หน้าตัดของแม่น้ำ $\left(m^2\right)$

$Q(x)$ คือ อัตราการไหล $\left(m^3/s\right)$

D คือ สัมประสิทธิ์ของการแพร่ $\left(m^2/s\right)$

$C(x,t)$ คือ ปริมาณความเค็ม (ppt)

x คือ ระยะทาง (m)

t คือ เวลา (s)

สมมติให้ลำนำมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ตลอดทั้งลำน้ำ $A(x)=A$ เมื่อ A เป็นค่าคงตัวที่ไม่เป็นศูนย์

$$\frac{A}{A}\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{Q}{A}\frac{\partial C}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{A}{A}D\frac{\partial C}{\partial x}\right]$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{Q}{A}\frac{\partial C}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[D\frac{\partial C}{\partial x}\right]$$

กำหนดให้ u คือ ความเร็วการไหล (m/s) หาได้จาก

$$u=\frac{Q}{A}$$

โดยที่ Q คือ อัตราการไหล $\left(m^3/s\right)$

A คือ พื้นที่หน้าตัด $\left(m^2\right)$

จะได้ว่า $\frac{\partial C}{\partial t}+u\frac{\partial C}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left[D\frac{\partial C}{\partial x}\right]$

สมมติ การแพร่ของน้ำเค็มในแม่น้ำในสภาวะคงตัว Steady State

ดังนั้น ไม่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเค็มเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลง

จะได้ว่า
$$\frac{T_2-T_1}{\Delta t}=0$$

จะได้ $\frac{\partial C}{\partial t}=0$ และ $C(x,t)=C(x)$

จะได้ว่า $u\frac{dC}{dx}=\frac{d}{dx}\left(D\frac{dC}{dx}\right)$

เนื่องจาก การเคลื่อนที่หรือการไหลของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยามีความเร็วในการไหลเฉลี่ยเป็น u_w ซึ่งไหลในทิศทางตรงกันข้ามกับการพาของน้ำเค็ม u จะได้ $(u-u_w)\frac{dc}{dx}=\frac{d}{dx}\left(D\frac{dc}{dx}\right)$

กำหนดให้สถานีสูบน้ำในบริเวณที่พิจารณาอยู่ระหว่างจุด $x=a$ และ $x=b$ โดย $x\in[a,b]$ และ $a,b>0$

การแพร่กระจายของความเค็ม จะอธิบายด้วยสมการการพา-การแพร่ (advection-diffusion equation)

$$(u-Ku_w)\frac{dC}{dx}=D\frac{d^2C}{dx^2} \qquad \text{สำหรับ } x\in[a,b]$$

โดยที่ u คือ ความเร็วการพาน้ำ (m/s)

K คือ ประสิทธิภาพในการละลายความเค็ม โดย $0\le K\le 1$ ซึ่ง K เป็นค่าคงที่

u_w คือ ความเร็วการไหลของน้ำจืด (m/s)

D คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเค็ม (m^2/s) ซึ่ง D เป็นค่าคงที่

$C(x)$ คือ ความเข้มข้นของน้ำเค็ม (kg/m^3)

เงื่อนไขขอบ

$C(x)=\alpha$ ที่จุด $x=a$

$C(x)=\beta$ ที่จุด $x=b$

เมื่อ α เป็นความเค็มในแม่น้ำ ณ จุด $x=a$

β เป็นความเค็มในแม่น้ำ ณ จุด $x=b$

ตัวแบบการตรวจวัดความเค็มไร้มิติ

พิจารณา $$\frac{\partial c}{\partial t}+U\frac{\partial c}{\partial x}=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

กำหนดให้ $$X=\frac{x}{L},\ C=\frac{c}{c_0},\ U=u-Ku_w$$

ซึ่ง L เป็นระยะทางจากสถานีแรกไปจนถึงสถานีสุดท้าย

และ c_0 เป็นค่าความเค็ม ณ สถานีแรก

ดังนั้น $$\frac{\partial c}{\partial x}=\frac{\partial c}{\partial X}\cdot\frac{dX}{dx}=\frac{\partial c_0 C}{\partial X}\left(\frac{d\left(\frac{x}{L}\right)}{dx}\right)$$

$$=\frac{c_0}{L}\frac{\partial C}{\partial X}\cdot\frac{dx}{dx}$$

$$=\frac{c_0}{L}\frac{\partial C}{\partial X}$$

และ $$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c_0}{L}\frac{\partial C}{\partial X}\right)$$

$$=\frac{c_0}{L}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)$$

$$=\frac{c_0}{L}\left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)\cdot\frac{\partial X}{\partial x}\right]$$

$$=\frac{c_0}{L}\left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}\cdot\frac{1}{L}\right]=\frac{c_0}{L^2}\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}$$

จะได้ว่า $$U\frac{\partial c}{\partial x}=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

$$U\frac{c_0}{L}\frac{\partial C}{\partial X}=D\cdot\frac{c_0}{L^2}\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}$$

$$U\frac{\partial C}{\partial X}=\frac{D}{L}\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}$$

$$U\frac{dC}{dX}=\frac{D}{L}\frac{dC}{dX^2}$$

จะได้ว่า $$(u-Ku_w)\frac{dC}{dX}=\frac{D}{L}\frac{d^2C}{dX^2}$$

3.2 วิธียิงเป้า (Shooting Method)

ทฤษฎีบท 3.2 สมมติฟังก์ชัน f ในปัญหาค่าขอบ

$$y''=f(x,y,y') \text{ สำหรับ } a\le x\le b \text{ เงื่อนไขขอบ } y(a)=\alpha \text{ และ } y(b)=\beta$$

ต่อเนื่องบนเซต

$$D=\{(x,y,y')\mid a\le x\le b,-\infty\le y\le\infty,-\infty\le y'\le\infty\}$$

และอนุพันธ์ย่อย f_y และ $f_{y'}$ ต่อเนื่องบน D ถ้า

I. $f_y(x,y,y')>0$ สำหรับทุก $(x,y,y')\in D$

II. มีค่าคงที่ M

$$|f_{y'}(x,y,y,)|\le M \text{ สำหรับทุก } (x,y,y')\in D$$

ปัญหาค่าขอบมีผลเฉลยและมีเพียงผลเฉลยเดียว

ตัวอย่าง 1 ใช้ทฤษฎีบท 3.2 เพื่อแสดงปัญหาค่าขอบ

$$y''+e^{-xy}+\sin y'=0 \text{ สำหรับ } 1\le x\le 2$$

เงื่อนไขขอบ $y(1)=0, y(2)=0$

มีผลเฉลยและมีเพียงผลเฉลยเดียว

__วิธีทำ__ จะได้ว่า

$$f(x,y,y')=-e^{-xy}-\sin y'$$

และทุก x อยู่ใน $[1,2]$

$$f_y(x,y,y')=xe^{-xy}>0 \quad \text{และ} \quad |f_{y'}(x,y,y')|=|-\cos y'|\le 1$$

ดังนั้น ปัญหามีผลเฉลยและมีเพียงผลเฉลยเดียว

ปัญหาค่าขอบเชิงเส้น

สมการเชิงอนุพันธ์

$$y''=f(x,y,y')$$

เป็นสมการเชิงเส้น เมื่อฟังก์ชัน $p(x), q(x)$ และ $r(x)$ อยู่กับ

$$f(x,y,y') = p(x)y' + q(x)y + r(x)$$

ปัญหาประเภทนี้จะเกิดขึ้นบ่อย และในสถานการณ์เดียวกัน ทฤษฎีบท 3.1 สามารถทำได้ง่ายขึ้น

บทแทรก 3.1 สมมติปัญหาค่าขอบเชิงเส้น

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) \text{ สำหรับ } a \le x \le b$$

เงื่อนไข $y(a) = \alpha$ และ $y(b) = \beta$
โดยที่

I. $p(x), q(x)$ และ $r(x)$ ต่อเนื่องบน $[a,b]$
II. $q(x) > 0$ บน $[a,b]$

ปัญหาค่าขอบมีผลเฉลยและมีเพียงผลเฉลยเดียว
เพื่อประมาณค่าผลเฉลยที่มีเอกลักษณ์ของปัญหาเชิงเส้นนี้ อันดับแรกพิจารณาปัญหาค่าเริ่มต้น

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x) \tag{3.1}$$

สำหรับ $a \le x \le b$ เงื่อนไข $y(a) = \alpha$ และ $y'(a) = 0$
และ

$$y'' = p(x)y' + q(x)y \tag{3.2}$$

สำหรับ $a \le x \le b$ เงื่อนไข $y(a) = 0$ และ $y'(a) = 0$
ให้ $y_1(x)$ แสดงผลเฉลยของ (3.1) และให้ $y_2(x)$ แสดงผลเฉลยของ (3.2)

$$y(x) = y_1(x) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y_2(x) \tag{3.3}$$

$y(x)$ **เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าขอบเชิงเส้น** (3.1) เพื่อดูว่า

$$y'(x) = y'_1(x) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y'_2(x)$$

และ

$$y''(x) = y''_1(x) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y''_2(x)$$

แทนค่าสำหรับ $y''_1(x)$ และ $y''_2(x)$ ในสมการนี้

ให้

$$\begin{aligned} y'' &= p(x)y'_1 + q(x)y_1 + r(x) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)}\left(p(x)y'_2 + q(x)y_2\right) \\ &= p(x)\left(y'_1 + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y'_2\right) + q(x)\left(y_1 + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y_2\right) + r(x) \\ &= p(x)y'(x) + q(x)y(x) + r(x) \end{aligned}$$

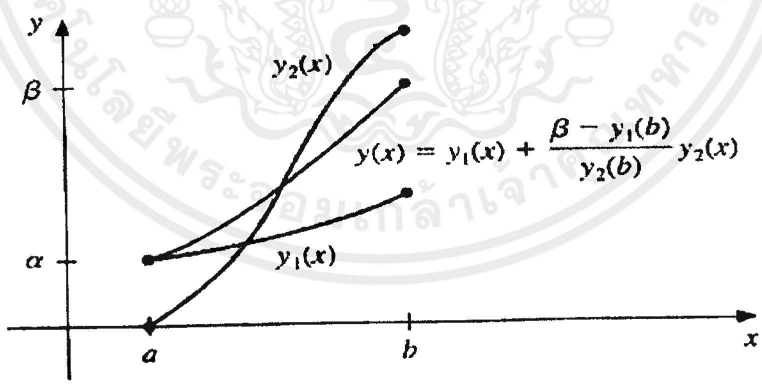
นอกจากนั้น

$$y(a) = y_1(a) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y_2(a) = \alpha + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} \cdot 0 = \alpha$$

และ

$$y(b) = y_1(b) + \frac{\beta - y_1(b)}{y_2(b)} y_2(b) = y_1(b) + \beta - y_1(b) = \beta$$

วิธียิงเป้าสำหรับสมการเชิงเส้นเป็นพื้นฐานบนการแทนที่ของปัญหาค่าขอบเชิงเส้น โดยสองปัญหาค่าเริ่มต้น (3.1) และ (3.2) สำหรับการประมาณค่าผลเฉลย $y_1(x)$ และ $y_2(x)$ และครั้งนี้การประมาณค่าสามารถใช้ได้ ผลเฉลยของปัญหาค่าขอบเป็นการประมาณโดยใช้สมการ (3.3) จากกราฟ วิธีนี้จะแสดงผลใน (ภาพที่ 8)



ภาพที่ 8 กราฟแสดงการประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาเริ่มต้นและปัญหาค่าขอบ

ที่มา: Richard L.Burden and J.Douglas Faires. (2011)

ขั้นตอนการคำนวณ 3.1 ใช้รุงเง-คุตตาอันดับสี่ เพื่อหาค่าประมาณ $y_1(x)$ และ $y_2(x)$ แต่เทคนิคอื่นสำหรับการประมาณค่าผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้นสามารถแทนเข้าไปในขั้นตอนที่สี่

วิธีการยิงเป้า(Shooting method) เพื่อประมาณผลเฉลยของปัญหาค่าขอบ

ขั้นตอนการคำนวณ 3.1

$$-y''+p(x)y'+q(x)y+r(x)=0$$

สำหรับ $a \le x \le b$ เงื่อนไข $y(a)=\alpha$ และ $y(b)=\beta$

(สมการ (3.1) และ (3.2) เป็นสมการอันดับหนึ่งและแก้สมการ)

ใส่ค่า จุดสุดท้าย a,b; เงื่อนไขขอบ α,β ; จำนวนช่วงย่อย N

แสดงค่าประมาณ $w_{1,i}$ จาก $y(x_i)$; $w_{2,i}$ จาก $y'(x_i)$ สำหรับ $i=0,1,\ldots,N$

ขั้นตอน 1 ให้ $h=(b-a)/N$

$$u_{1,0}=\alpha \qquad u_{2,0}=0$$
$$v_{1,0}=0 \qquad v_{2,0}=1$$

ขั้นตอน 2 สำหรับ $i=0,1,\ldots,N-1$ ทำในขั้นตอน 3 และ 4

(ใช้รุงเง-คุตตาอันดับสี่ในขั้นตอน 3 และ 4)

ขั้นตอน 3 ให้ $x=a+ih$

ขั้นตอน 4 ให้ $k_{1,1}=hu_{2,i}$

$$k_{1,2}=h\left[p(x)u_{2,i}+q(x)u_{1,i}+r(x)\right]$$

$$k_{2,2}=h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(x+h/2)\left(u_{1,i}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(x+h/2)\right]$$

$$k_{3,1}=h\left[u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right]$$

$$k_{3,2}=h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(x+h/2)\left(u_{1,i}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(x+h/2)\right]$$

$$k_{4,1}=h\left[u_{2,i}+k_{3,2}\right]$$

$$k_{4,2}=h\left[p(x+h)\left(u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{3,2}\right)+q(x+h)\left(u_{1,i}+k_{3,1}\right)+r(x+h)\right]$$

$$u_{1,i+1} = u_{1,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + k_{4,1}\right]$$

$$u_{2,i+1} = u_{2,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + k_{4,2}\right]$$

$$k'_{1,1} = hv_{2,i}$$

$$k'_{1,2} = h\left[p(x)v_{2,i} + q(x)v_{1,i}\right]$$

$$k'_{2,1} = h\left[v_{2,i} + \frac{1}{2}k'_{1,2}\right]$$

$$k'_{2,2} = h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i} + \frac{1}{2}k'_{1,2}\right) + q(x+h/2)\left(v_{1,i} + \frac{1}{2}k'_{1,1}\right)\right]$$

$$k'_{3,1} = h\left[v_{2,i} + \frac{1}{2}k'_{2,2}\right]$$

$$k'_{3,2} = h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i} + \frac{1}{2}k'_{2,2}\right) + q(x+h/2)\left(v_{1,i} + \frac{1}{2}k'_{2,1}\right)\right]$$

$$k'_{4,1} = h\left[v_{2,i} + k'_{3,2}\right]$$

$$k'_{4,2} = h\left[p(x+h)\left(v_{2,i} + k'_{3,2}\right) + q(x+h)\left(v_{1,i} + \frac{1}{2}k'_{3,1}\right)\right]$$

$$v_{1,i+1} = v_{1,i} + \frac{1}{6}\left[k'_{1,1} + 2k'_{2,1} + 2k'_{3,1} + k'_{4,1}\right]$$

$$v_{2,i+1} = v_{2,i} + \frac{1}{6}\left[k'_{1,2} + 2k'_{2,2} + 2k'_{3,2} + k'_{4,2}\right]$$

ขั้นตอน 5 ให้ $w_{1,0} = \alpha$

$$w_{2,0} = \frac{\beta - u_{1,N}}{v_{1,N}}$$

แสดงค่า $(a, w_{1,0}, w_{2,0})$

ขั้นตอน 6 สำหรับ $i = 1, \ldots, N$

ให้ $w1 = u_{1,i} + w_{2,0}v_{1,i}$

$w2 = u_{2,i} + w_{2,0}v_{2,i}$

ขั้นตอน 7 หยุดการคำนวณ

ตัวอย่าง 2 ประยุกต์ใช้วิธียิงเป้าด้วย $N=10$
เพื่อแก้ปัญหาค่าขอบ

$$y''=-\frac{2}{x}y'+\frac{2}{x^2}y+\frac{\sin(\ln x)}{x^2} \quad \text{สำหรับ } 1\le x\le 2$$

เงื่อนไขขอบ $y(1)=1, y(2)=2$
และเปรียบเทียบผลลัพธ์ค่าประมาณและค่าจริงของผลเฉลย

$$y=c_1x+\frac{c_2}{x^2}-\frac{3}{10}\sin(\ln x)-\frac{1}{10}\cos(\ln x)$$

ซึ่ง

$$c_2=\frac{1}{70}\left[8-12\sin(\ln 2)-4\cos(\ln 2)\right]\approx -0.03920701320$$

และ

$$c_1=\frac{11}{10}-c_2\approx 1.1392070132$$

ผลเฉลย ประยุกต์ใช้ ขั้นตอนการคำนวณ 3.1 เพื่อประมาณค่าผลเฉลยปัญหาค่าเริ่มต้น

$$y''_1=-\frac{2}{x}y'_1+\frac{2}{x^2}y_1+\frac{\sin(\ln x)}{x^2} \quad \text{สำหรับ } 1\le x\le 2$$

เงื่อนไข $y_1(1)=1, y'_1(1)=0$
และ

$$y''_2=-\frac{2}{x}y'_2+\frac{2}{x^2}y_2 \quad \text{สำหรับ } 1\le x\le 2$$

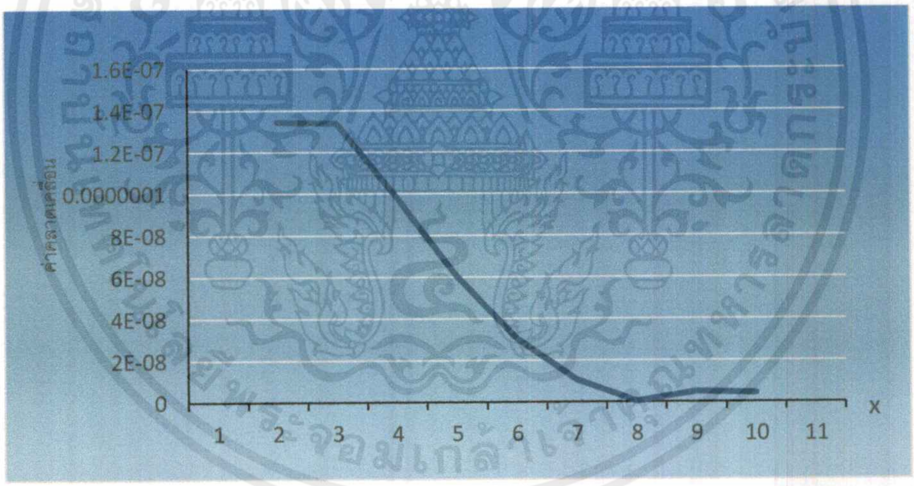
เงื่อนไข $y_2(1)=0, y'_2(1)=1$

ผลลัพธ์ของการคำนวณโดยใช้ ขั้นตอนการคำนวณจาก 3.1 ด้วย $N=10$ และ $h=0.1$ แสดงค่าในตารางที่ 3.1 (ตารางแสดงค่าผลเฉลย โดยวิธียิงเป้า) ค่า $u_{1,i}$ ประมาณค่า $y_1(x_i)$ ค่า $v_{1,i}$ ประมาณค่า $y_2(x_i)$ และ w_i ประมาณค่า

$$y(x_i)=y_1(x_i)+\frac{2-y_1(2)}{y_2(2)}y_2(x_i)$$

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าผลเฉลย โดยวิธียิงเป้า

x_i	$u_{1,i} \approx y_1(x_i)$	$v_{1,i} \approx y_2(x_i)$	$w_i \approx y(x_i)$	$y(x_i)$	$\lvert y(x_i) - w_i \rvert$
1.0	1.00000000	0.00000000	1.00000000	1.00000000	
1.1	1.00896058	0.09117986	1.09262917	1.09262930	1.43×10^{-7}
1.2	1.03245472	0.16851175	1.18708471	1.18708484	1.34×10^{-7}
1.3	1.06674375	0.23608704	1.28338227	1.28338236	9.78×10^{-8}
1.4	1.10928795	0.29659067	1.38144589	1.38144595	6.02×10^{-8}
1.5	1.15830000	0.35184379	1.48115939	1.48115942	3.06×10^{-8}
1.6	1.21248372	0.40311695	1.58239245	1.58239246	1.08×10^{-8}
1.7	1.27087454	0.45131840	1.68501396	1.68501396	5.43×10^{-10}
1.8	1.33273851	0.49711137	1.78889854	1.78889853	5.05×10^{-9}
1.9	1.39750618	0.54098928	1.89392951	1.89392951	4.41×10^{-9}
2.0	1.46472815	0.58332538	2.00000000	2.00000000	



ภาพที่ 9 แสดงค่า error ระหว่างค่าจริงและค่าประมาณ

ผลลัพธ์ที่ถูกต้องในตัวอย่างนี้เกิดจากการ ใช้วิธีรุงเง-คุตตา อันดับสี่ ให้ความแม่นยำมากในการประมาณผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น

บทที่ 4

ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ

4.1 การประมาณค่าความเค็มจากสถานีแรกไปยังสถานีสุดท้ายในฤดูแล้ง

พิจารณาจากโรงไฟฟ้าพระนครใต้ซึ่งเป็นสถานีตรวจวัดความเค็มสถานีแรกถึงสถานีสำแลซึ่งเป็นสถานีสุดท้ายของการตรวจวัด โดยระยะทางทั้งหมดตั้งแต่สถานีแรกไปจนถึงสถานีสุดท้ายคือ 84 กิโลเมตร กำหนดให้ความเร็วในการพาน้ำเค็มเป็น 0.05 m/s และความเร็วในการไหลของน้ำจืดเป็น 0.3 m/s โดยกำหนดสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเค็มเป็น 1.68 m^2/s และประสิทธิภาพในการละลายความเค็มเป็น 0.1 ภายใต้สมมติฐานการไหลของน้ำเหนือในฤดูแล้ง กำหนดค่าเฉลี่ยความเค็ม 7 วัน ของสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้เป็น 18.9 g/l และสถานีสำแลเป็น 0.15 g/l สามารถกำหนดตัวแบบได้เป็น

$$(u-Ku_w)\frac{dc}{dx}=D\frac{d^2c}{dx^2} \quad \text{สำหรับ} \quad x\in[0,84]$$

เงื่อนไขขอบ $c(0)=18.9\ g/l$ (สถานีไฟฟ้าพระนครใต้)

$c(84)=0.15\ g/l$ (สถานีสำแล)

ภาพที่ 10 ระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล

กำหนดตัวแบบไร้มิติ (Non-Dimensional Model)

$$(u-Ku_w)\frac{dC}{dX}=\frac{D}{L}\frac{d^2C}{dX^2} \quad \text{-------------------- (1)} \quad \text{สำหรับ} \quad x\in[0,1]$$

เมื่อ $X=\dfrac{x}{L}$ และ $C=\dfrac{c}{c_0}$ จะเห็นว่า $c_0=18.9\ g/l$

จะได้ เงื่อนไขขอบ $C(0)=1$

และ $C(1)=0.007936$

โดยที่ $u=0.05,\ u_w=0.3,\ K=0.1,\ \dfrac{D}{L}=0.02$

ประมาณค่าความเค็มโดยใช้วิธียิงเป้า (Shooting Method)

แทนค่า u, u_w, K, D ลงในสมการที่ (1) จะได้

$$\frac{d^2C}{dX^2}=\frac{dC}{dX}$$

เงื่อนไขขอบ $C(0)=1$

และ $C(1)=0.007936$

ให้ $h=0.05$ และ $x=a+ih$

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $C_0(0)=1,\ C_0'(0)=0$

จะได้ IVP_1 $C''=C'$

IC_1 $C_0(0)=1,\ C_0'(0)=0$

จากสมการ IVP_1 จะได้ $p(x)=1,\ q(x)=0,\ r(x)=0$

ให้ $u_{1,0}=1,\ u_{2,0}=0$

คำนวณ แทน $i=0$ จะได้ $x=a+ih=0+0(0.05)=0$

$$k_{1,1}=hu_{2,i}=hu_{2,0}=0.05(0)=0$$

$$\begin{aligned}k_{1,2}&=h\left[p(x)u_{2,i}+q(x)u_{1,i}+r(x)\right]\\&=h\left[p(0)u_{2,0}+q(0)u_{1,0}+r(0)\right]\\&=0.05\left[1(0)+0(1)+0\right]\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{2,1}&=h\left[u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\\&=h\left[u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\end{aligned}$$

$$= 0.05\left[0 + \frac{1}{2}(0)\right]$$
$$= 0$$
$$k_{2,2} = h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,0} + \frac{1}{2}k_{1,2}\right) + q(x+h/2)\left(u_{1,i} + \frac{1}{2}k_{1,1}\right) + r(x+h/2)\right]$$
$$= h\left[p(0+(0.05/2))\left(u_{2,0} + \frac{1}{2}k_{1,2}\right) + q(0+(0.05/2))\left(u_{1,0} + \frac{1}{2}k_{1,1}\right) + r(0+(0.05/2))\right]$$
$$= 0.05\left[1\left(0 + \frac{1}{2}(0)\right) + 0 + 0\right]$$
$$= 0$$
$$k_{3,1} = h\left[u_{2,i} + \frac{1}{2}k_{2,2}\right]$$
$$= h\left[u_{2,0} + \frac{1}{2}k_{2,2}\right]$$
$$= 0.05\left[0 + \frac{1}{2}(0)\right]$$
$$= 0$$
$$k_{3,2} = h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,i} + \frac{1}{2}k_{2,2}\right) + q(x+h/2)\left(u_{1,i} + \frac{1}{2}k_{2,1}\right) + r(x+h/2)\right]$$
$$= h\left[p(0+(0.05/2))\left(u_{2,0} + \frac{1}{2}k_{2,2}\right) + q(0+(0.05/2))\left(u_{1,0} + \frac{1}{2}k_{2,1}\right) + r(0+(0.05/2))\right]$$
$$= 0.05\left[1\left(0 + \frac{1}{2}(0)\right) + 0 + 0\right]$$
$$= 0$$
$$k_{4,1} = h\left[u_{2,i} + k_{3,2}\right]$$
$$= h\left[u_{2,0} + k_{3,2}\right]$$
$$= 0.05\left[0 + 0\right]$$
$$= 0$$
$$k_{4,2} = h\left[p(x+h)\left(u_{2,i} + \frac{1}{2}k_{3,2}\right) + q(x+h)\left(u_{1,i} + \frac{1}{2}k_{3,1}\right) + r(x+h)\right]$$
$$= h\left[p(0+0.05)\left(u_{2,0} + \frac{1}{2}k_{3,2}\right) + q(0+0.05)\left(u_{1,0} + \frac{1}{2}k_{3,1}\right) + r(0+0.05)\right]$$
$$= 0.05\left[1(0+0) + 0 + 0\right]$$
$$= 0$$

จะได้ $u_{1,i+1} = u_{1,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + k_{4,1}\right]$

$$u_{1,1} = u_{1,0} + \frac{1}{6}\left[k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + k_{4,1}\right]$$
$$= 1 + \frac{1}{6}\left[0 + 2(0) + 2(0) + 0\right]$$
$$= 1$$
$$u_{2,i+1} = u_{2,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + k_{4,2}\right]$$
$$u_{2,1} = u_{2,0} + \frac{1}{6}\left[k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + k_{4,2}\right]$$
$$= 0 + \frac{1}{6}\left[0 + 2(0) + 2(0) + 0\right]$$
$$= 0$$

แทนค่า $i = 1,2,3,\dots,19$ จะได้ค่าดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ผลการคำนวณการทำซ้ำในครั้งแรก จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล

X	$u_{1,i+1} \approx C_1(X_i)$	$u_{2,i+1} \approx C_1{}'(X_i)$
0.00	1	0
0.05	1	0
0.10	1	0
0.15	1	0
0.20	1	0
0.25	1	0
0.30	1	0
0.35	1	0
0.40	1	0
0.45	1	0
0.50	1	0
0.55	1	0
0.60	1	0
0.65	1	0
0.70	1	0
0.75	1	0
0.80	1	0
0.85	1	0
0.90	1	0
0.95	1	0
1.00	1	0

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $C_1(0)=1,\ C_1'(0)=0$

จะได้ IVP_2 $C''=C'$

IC_2 $C_1(0)=1,\ C_1'(0)=0$

จากสมการ IVP_2 จะได้ $p(x)=1,\ q(x)=0,\ r(x)=0$

ให้ $v_{1,0}=0, v_{2,0}=1$

คำนวณ แทน $i=0$ จะได้ $x=a+ih=0+0(0.05)=0$

$$k_{1,1}=hv_{2,i}=hv_{2,0}=0.05(1)=0.05$$

$$\begin{aligned} k_{1,2}&=h\left[p(x)v_{2,i}+q(x)v_{1,i}+r(x)\right] \\ &=h\left[p(0)v_{2,0}+q(0)v_{1,0}+r(0)\right] \\ &=0.05\left[1(1)+0+0\right] \\ &=0.05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{2,1}&=h\left[v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right] \\ &=h\left[v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right] \\ &=0.05\left[1+\frac{1}{2}(0.05)\right] \\ &=0.05125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{2,2}&=h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(x+h/2)\left(v_{1,i}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(x+h/2)\right] \\ &=h\left[p(0+(0.05/2))\left(v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(v_{1,0}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right] \\ &=0.05\left[1\left(1+\frac{1}{2}(0.05)\right)+0+0\right] \\ &=0.05125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{3,1}&=h\left[v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right] \\ &=h\left[v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right] \end{aligned}$$

$$= 0.05\left[1+\frac{1}{2}(0.05125)\right]$$
$$= 0.051281$$
$$k_{3,2} = h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(x+h/2)\left(v_{1,i}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(x+h/2)\right]$$
$$= h\left[p(0+(0.05/2))\left(v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(v_{1,0}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right]$$
$$= 0.05\left[1\left(1+\frac{1}{2}(0.05125)\right)+0+0\right]$$
$$= 0.051281$$

$$k_{4,1} = h\left[v_{2,i}+k_{3,2}\right]$$
$$= h\left[v_{2,0}+k_{3,2}\right]$$
$$= 0.05[1+0.051281]$$
$$= 0.052564$$

$$k_{4,2} = h\left[p(x+h)\left(v_{2,i}+k_{3,2}\right)+q(x+h)\left(v_{1,i}+k_{3,1}\right)+r(x+h)\right]$$
$$= h\left[p(0+0.05)\left(v_{2,0}+k_{3,2}\right)+q(0+0.05)\left(v_{1,0}+k_{3,1}\right)+r(0+0.05)\right]$$
$$= 0.05\left[1(1+0.051281)+0+0\right]$$
$$= 0.052564$$

จะได้ $v_{1,i+1} = v_{1,i}+\frac{1}{6}\left[k_{1,1}+2k_{2,1}+2k_{3,1}+k_{4,1}\right]$

$$v_{1,1} = v_{1,0}+\frac{1}{6}\left[k_{1,1}+2k_{2,1}+2k_{3,1}+k_{4,1}\right]$$
$$= 0+\frac{1}{6}[0.05+2(0.05125)+2(0.051281)+0.052564]$$
$$= 0.051271$$

$$v_{2,i+1} = v_{2,i}+\frac{1}{6}\left[k_{1,2}+2k_{2,2}+2k_{3,2}+k_{4,2}\right]$$
$$v_{2,1} = v_{2,0}+\frac{1}{6}\left[k_{1,2}+2k_{2,2}+2k_{3,2}+k_{4,2}\right]$$
$$= 1+\frac{1}{6}[0.05+2(0.05125)+2(0.051281)+0.052564]$$
$$= 1.051271$$

แทนค่า $i=1,2,3,\ldots,19$ จะได้ค่าดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2 ผลการคำนวณจากการทำซ้ำ จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล

X	$v_{1,i+1} \approx C_2(X_i)$	$v_{2,i+1} \approx C_2{}'(X_i)$
0.00	0.00000000	1.000000000
0.05	0.05127109	1.051271094
0.10	0.10517091	1.105170913
0.15	0.16183423	1.161834234
0.20	0.22140275	1.221402746
0.25	0.28402540	1.284025401
0.30	0.34985879	1.349858787
0.35	0.41906752	1.419067524
0.40	0.49182467	1.491824668
0.45	0.56831215	1.568312150
0.50	0.64872123	1.648721230
0.55	0.73325297	1.733252970
0.60	0.82211875	1.822118746
0.65	0.91554077	1.915540767
0.70	1.01375264	2.013752637
0.75	1.11699994	2.116999937
0.80	1.22554084	2.225540840
0.85	1.33964675	2.339646753
0.90	1.45960300	2.459603001
0.95	1.58570954	2.585709537
1.00	1.71828169	2.718281693

หาค่าประมาณ $C(X_i)$ ได้จากสูตร

$$C(X_i)=C_1(X_i)+\left(\frac{\beta-C_1(b)}{C_2(b)}\right)C_2(X_i)$$

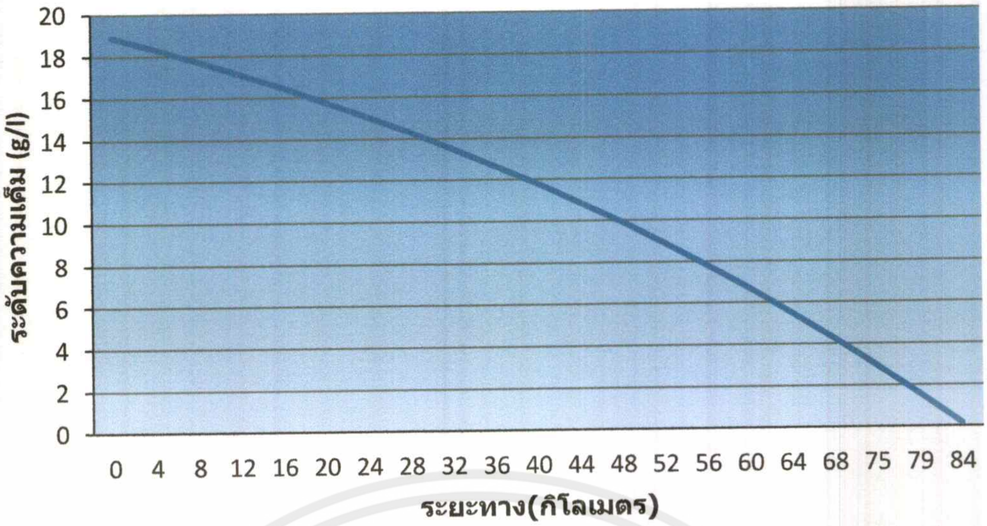
จะได้ค่าที่แสดงในตารางที่ 4.3 แล้ว จะนำมาคิดให้เป็นระยะทางจริง ซึ่งระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล (L) คือ 84 กิโลเมตร โดยกำหนดให้ $c(0)=c_0=18.9\,g/l$, $c(x)=C(X)\cdot c_0$, $x=X\cdot L$ แสดงค่าได้จากตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3 ค่าประมาณของผลเฉลย จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีสำแล

X	$u_{1,i+1} \approx C_1(X_i)$	$v_{1,i+1} \approx C_2(X_i)$	$C(X_i)$
0.00	1	0.000000	1.000000
0.05	1	0.051271	0.970398
0.10	1	0.105171	0.939279
0.15	1	0.161834	0.906564
0.20	1	0.221403	0.872171
0.25	1	0.284025	0.836016
0.30	1	0.349859	0.798006
0.35	1	0.419068	0.758048
0.40	1	0.491825	0.716041
0.45	1	0.568312	0.671880
0.50	1	0.648721	0.625455
0.55	1	0.733253	0.576650
0.60	1	0.822119	0.525343
0.65	1	0.915541	0.471405
0.70	1	1.013753	0.414702
0.75	1	1.117000	0.355091
0.80	1	1.225541	0.292424
0.85	1	1.339647	0.226544
0.90	1	1.459603	0.157286
0.95	1	1.585710	0.084478
1.00	1	1.718282	0.007936

ตารางที่ 4.4 ระดับความเค็ม (g/l) ตลอดระยะทาง 84 กิโลเมตร

ระยะทาง (กิโลเมตร)	ระดับความเค็ม (g/l)
0.00	18.90000
4.20	18.34053
8.40	17.75237
12.60	17.13405
16.80	16.48404
21.00	15.80070
25.20	15.08232
29.40	14.32711
33.60	13.53317
37.80	12.69854
42.00	11.82111
46.20	10.89869
50.40	9.928983
54.60	8.909555
58.80	7.837861
63.00	6.711219
67.20	5.526813
71.40	4.281681
75.60	2.972710
79.80	1.596627
84.00	0.149990



ภาพที่ 11 ค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้จนถึงสถานีสำแล กล่าวคือ ประสิทธิภาพในการละลายความเค็มด้วยน้ำจืดมีประสิทธิภาพต่ำ พบว่า ความเค็มรุกล้ำเข้ามาในลำน้ำได้มาก ทำให้ช่วงระยะทางก่อนที่จะถึงสถานีสำแล ความสามารถในการละลายความเค็มทำได้ต่ำ

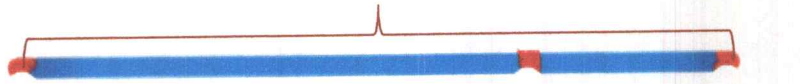
4.2 การประมาณค่าความเค็มจากสถานีแรกไปยังสถานีสุดท้าย โดยสถานีเฝ้าระวังเป็นสถานีก่อนหน้าสถานีสุดท้ายในฤดูฝน

พิจารณาจากโรงไฟฟ้าพระนครใต้ซึ่งเป็นสถานีตรวจวัดความเค็มสถานีแรกถึงสถานีวัดไผ่ล้อมซึ่งเป็นสถานีสุดท้ายของการตรวจวัด โดยระยะทางทั้งหมดตั้งแต่สถานีแรกไปจนถึงสถานีสุดท้ายคือ 90 กิโลเมตร เราต้องการค่าประมาณความเค็มที่สถานีสำแลซึ่งอยู่ก่อนหน้าสถานีวัดไผ่ล้อม โดยมีระยะทางจากสถานีพระนครใต้ถึงสถานีสำแลเป็นระยะทางประมาณ 84 กิโลเมตร กำหนดให้ความเร็วในการพาน้ำเค็มเป็น 0.05 m/s และความเร็วในการไหลของน้ำจืดเป็น 0.3 m/s โดยกำหนดสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเค็มเป็น 1.8 m^2/s และประสิทธิภาพในการละลายความเค็มเพิ่มขึ้นเป็น 0.6 ภายใต้สมมติฐานการไหลของน้ำเหนือในฤดูฝน กำหนดค่าเฉลี่ยความเค็ม 7 วัน ของสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้เป็น 18.9 g/l สถานีสำแลเป็น 0.15 g/l และสถานีวัดไผ่ล้อมเป็น 0.14 g/l สามารถกำหนดตัวแบบได้เป็น

$$(u - Ku_w)\frac{dc}{dx} = D\frac{d^2c}{dx^2} \text{ สำหรับ } x \in [0,90]$$

เงื่อนไขขอบ $c(0)=18.9\ g/l$ (สถานีไฟฟ้าพระนครใต้)

$c(90)=0.14\ g/l$ (สถานีวัดไผ่ล้อม)



ภาพที่ 12 ระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม

กำหนดตัวแบบไร้มิติ

$$(u-Ku_w)\frac{dC}{dX}=\frac{D}{L}\frac{d^2C}{dX^2} \quad \text{---------- (1)} \quad \text{สำหรับ } x\in[0,1]$$

เมื่อ $X=\frac{x}{L}$ และ $C=\frac{c}{c_0}$

เงื่อนไขขอบ $C(0)=1$

และ $C(1)=0.007407$

โดยที่ $u=0.05,\ u_w=0.3,\ K=0.6,\ \frac{D}{L}=0.02$

ประมาณค่าความเค็มโดยใช้วิธียิงเป้า

แทนค่า $u,\ u_w,\ K,\ D$ ลงในสมการที่ (1) จะได้

$$\frac{d^2C}{dX^2}=-6.5\frac{dC}{dX}$$

เงื่อนไขขอบ $C(0)=1$

$C(1)=0.007407$

ให้ $h=0.05$ และ $x=a+ih$

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $C_0(0)=1,\ C_0'(0)=0$

จะได้ IVP_2 $-6.5C''=C'$

IC_1 $C_0(0)=1,\ C_0'(0)=0$

จากสมการ IVP_1 จะได้ $p(x)=-6.5,\ q(x)=0,\ r(x)=0$

ให้ $u_{1,0}=1, u_{2,0}=0$

คำนวณ แทน $i=0$ จะได้ $x=a+ih=0+0(0.05)=0$

$$k_{1,1}=hu_{2,i}=hu_{2,0}=0.05(0)=0$$

$$\begin{aligned}k_{1,2}&=h\left[p(x)u_{2,i}+q(x)u_{1,i}+r(x)\right]\\&=h\left[p(0)u_{2,0}+q(0)u_{1,0}+r(0)\right]\\&=0.05\left[-6.5(0)+0(1)+0\right]\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{2,1}&=h\left[u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\\&=h\left[u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\\&=0.05\left[0+\frac{1}{2}(0)\right]\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{2,2}&=h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(x+h/2)\left(u_{1,i}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(x+h/2)\right]\\&=h\left[p(0+(0.05/2))\left(u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(u_{1,0}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right]\\&=0.05\left[-6.5\left(0+\frac{1}{2}(0)\right)+0+0\right]\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{3,1}&=h\left[u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right]\\&=h\left[u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right]\\&=0.05\left[0+\frac{1}{2}(0)\right]\\&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{3,2}&=h\left[p(x+h/2)\left(u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(x+h/2)\left(u_{1,i}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(x+h/2)\right]\\&=h\left[p(0+(0.05/2))\left(u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(u_{1,0}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right]\end{aligned}$$

$$= 0.05\left[-6.5\left(0+\frac{1}{2}(0)\right)+0+0\right]$$
$$= 0$$

$$k_{4,1} = h\left[u_{2,i}+k_{3,2}\right]$$
$$= h\left[u_{2,0}+k_{3,2}\right]$$
$$= 0.05[0+0]$$
$$= 0$$

$$k_{4,2} = h\left[p(x+h)\left(u_{2,i}+\frac{1}{2}k_{3,2}\right)+q(x+h)\left(u_{1,i}+\frac{1}{2}k_{3,1}\right)+r(x+h)\right]$$
$$= h\left[p(0+0.05)\left(u_{2,0}+\frac{1}{2}k_{3,2}\right)+q(0+0.05)\left(u_{1,0}+\frac{1}{2}k_{3,1}\right)+r(0+0.05)\right]$$
$$= 0.05\left[-6.5(0+0)+0+0\right]$$
$$= 0$$

จะได้ $u_{1,i+1} = u_{1,i}+\frac{1}{6}\left[k_{1,1}+2k_{2,1}+2k_{3,1}+k_{4,1}\right]$

$$u_{1,1} = u_{1,0}+\frac{1}{6}\left[k_{1,1}+2k_{2,1}+2k_{3,1}+k_{4,1}\right]$$
$$= 1+\frac{1}{6}[0+2(0)+2(0)+0]$$
$$= 1$$

$$u_{2,i+1} = u_{2,i}+\frac{1}{6}\left[k_{1,2}+2k_{2,2}+2k_{3,2}+k_{4,2}\right]$$
$$u_{2,1} = u_{2,0}+\frac{1}{6}\left[k_{1,2}+2k_{2,2}+2k_{3,2}+k_{4,2}\right]$$
$$= 0+\frac{1}{6}[0+2(0)+2(0)+0]$$
$$= 0$$

แทนค่า $i = 1,2,3,\ldots,19$ จะได้ค่าดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.5 ผลการคำนวณการทำซ้ำในครั้งแรก จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม

X	$u_{1,i+1} \approx C_1(X_i)$	$u_{2,i+1} \approx C_1'(X_i)$
0.00	1	0
0.05	1	0
0.10	1	0
0.15	1	0
0.20	1	0
0.25	1	0
0.30	1	0
0.35	1	0
0.40	1	0
0.45	1	0
0.50	1	0
0.55	1	0
0.60	1	0
0.65	1	0
0.70	1	0
0.75	1	0
0.80	1	0
0.85	1	0
0.90	1	0
0.95	1	0
1.00	1	0

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นเป็น $C_1(0)=0,\ C_1'(0)=1$

จะได้ IVP_2 $-6.5C''=C'$

IC_2 $C_1(0)=0,\ C_1'(0)=1$

จากสมการ IVP_2 จะได้ $p(x)=-6.5,\ q(x)=0,\ r(x)=0$

ให้ $v_{1,0}=0, v_{2,0}=1$

คำนวณ แทน $i=0$ จะได้ $x=a+ih=0+0(0.05)=0$

$$k_{1,1}=hv_{2,i}=hv_{2,0}=0.05(1)=0.05$$

$$\begin{aligned}k_{1,2}&=h\left[p(x)v_{2,i}+q(x)v_{1,i}+r(x)\right]\\&=h\left[p(0)v_{2,0}+q(0)v_{1,0}+r(0)\right]\\&=0.05\left[-6.5(1)+0+0\right]\\&=-0.325\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{2,1}&=h\left[v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\\&=h\left[v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right]\\&=0.05\left[1+\frac{1}{2}(-0.325)\right]\\&=0.041875\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{2,2}&=h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(x+h/2)\left(v_{1,i}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(x+h/2)\right]\\&=h\left[p(0+(0.05/2))\left(v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{1,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(v_{1,0}+\frac{1}{2}k_{1,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right]\\&=0.05\left[-6.5\left(1+\frac{1}{2}(-0.325)\right)+0+0\right]\\&=-0.27219\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{3,1}&=h\left[v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right]\\&=h\left[v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right]\\&=0.05\left[1+\frac{1}{2}(-0.27219)\right]\\&=0.043195\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_{3,2}&=h\left[p(x+h/2)\left(v_{2,i}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(x+h/2)\left(v_{1,i}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(x+h/2)\right]\\&=h\left[p(0+(0.05/2))\left(v_{2,0}+\frac{1}{2}k_{2,2}\right)+q(0+(0.05/2))\left(v_{1,0}+\frac{1}{2}k_{2,1}\right)+r(0+(0.05/2))\right]\\&=0.05\left[-6.5\left(1+\frac{1}{2}(-0.27219)\right)+0+0\right]\\&=-0.28077\end{aligned}$$

$$k_{4,1} = h\left[v_{2,i} + k_{3,2}\right]$$
$$= h\left[v_{2,0} + k_{3,2}\right]$$
$$= 0.05[1 + (-0.28077)]$$
$$= 0.035962$$

$$k_{4,2} = h\left[p(x+h)\left(v_{2,i} + k_{3,2}\right) + q(x+h)\left(v_{1,i} + k_{3,1}\right) + r(x+h)\right]$$
$$= h\left[p(0+0.05)\left(v_{2,0} + k_{3,2}\right) + q(0+0.05)\left(v_{1,0} + k_{3,1}\right) + r(0+0.05)\right]$$
$$= 0.05\left[-6.5(1 + (-0.28077)) + 0 + 0\right]$$
$$= -0.23375$$

จะได้ $$v_{1,i+1} = v_{1,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + k_{4,1}\right]$$
$$v_{1,1} = v_{1,0} + \frac{1}{6}\left[k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + k_{4,1}\right]$$
$$= 0 + \frac{1}{6}[0.05 + 2(0.041875) + 2(0.043195) + 0.035962]$$
$$= 0.042683$$

$$v_{2,i+1} = v_{2,i} + \frac{1}{6}\left[k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + k_{4,2}\right]$$

$$v_{2,1} = v_{2,0} + \frac{1}{6}\left[k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + k_{4,2}\right]$$
$$= 0 + \frac{1}{6}[-0.325 + 2(-0.27219) + 2(-0.28077) + (-0.23375)]$$
$$= 0.722556$$

แทนค่า $i = 1,2,3,\ldots,19$ จะได้ค่าดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณจากการทำซ้ำ จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม

X	$v_{1,i+1} \approx C_2(X_i)$	$v_{2,i+1} \approx C_2'(X_i)$
0.00	0.00000000	1.000000000
0.05	0.04268369	0.722556006
0.10	0.07352505	0.522087182
0.15	0.09580966	0.377237229
0.20	0.11191153	0.272575025
0.25	0.12354604	0.196950722
0.30	0.13195263	0.142307927
0.35	0.13802685	0.102825447
0.40	0.14241582	0.074297144
0.45	0.14558710	0.053683848
0.50	0.14787853	0.038789587
0.55	0.14953421	0.028027649
0.60	0.15073053	0.020251546
0.65	0.15159494	0.014632876
0.70	0.15221953	0.010573073
0.75	0.15267083	0.007639637
0.80	0.15299691	0.005520066
0.85	0.15323253	0.003988557
0.90	0.15340278	0.002881956
0.95	0.15352579	0.002082374
1.00	0.15361467	0.001504632

หาค่าประมาณ $C(X_i)$ ได้จากสูตร

$$C(X_i) = C_1(X_i) + \left(\frac{\beta - C_1(b)}{C_2(b)}\right) C_2(X_i)$$

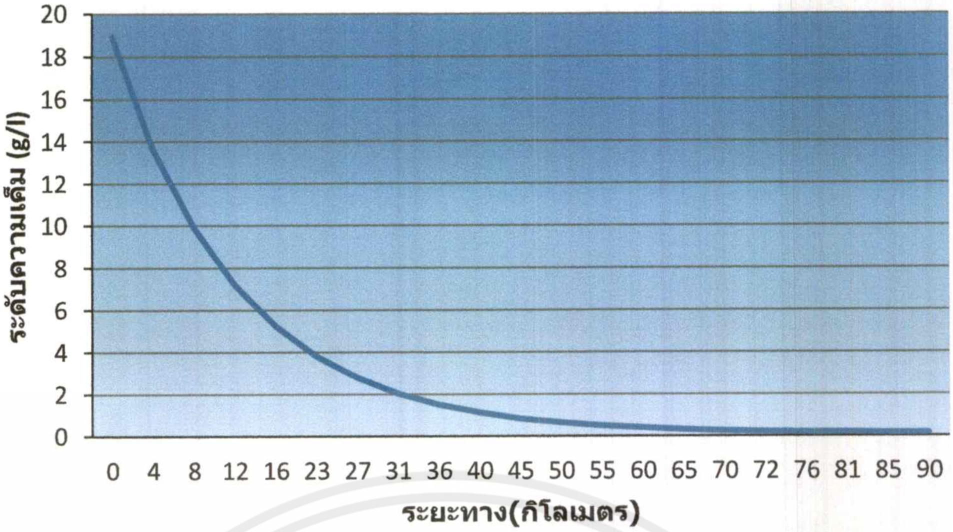
จะได้ค่าที่แสดงในตารางที่ 4.7 แล้ว จะนำมาคิดให้เป็นระยะทางจริง ซึ่งระยะทางจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม (L) คือ 90 กิโลเมตร โดยกำหนดให้ $c(0) = c_0 = 18.9\ g/l$, $c(x) = C(X) \cdot c_0$, $x = X \cdot L$ แสดงค่าที่ได้จากตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.7 ค่าประมาณของผลเฉลย จากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ถึงสถานีวัดไผ่ล้อม

X	$u_{1,i+1} \approx C_1(X_i)$	$v_{1,i+1} \approx C_2(X_i)$	$C(X_i)$
0.00	1	0.000000	1.000000
0.05	1	0.042684	0.724196
0.10	1	0.073525	0.524912
0.15	1	0.095810	0.380919
0.20	1	0.111912	0.276875
0.25	1	0.123546	0.201698
0.30	1	0.131953	0.147378
0.35	1	0.138027	0.108129
0.40	1	0.142416	0.079769
0.45	1	0.145587	0.059278
0.50	1	0.147879	0.044472
0.55	1	0.149534	0.033773
0.60	1	0.150731	0.026043
0.65	1	0.151595	0.020458
0.70	1	0.152220	0.016422
0.75	1	0.152671	0.013506
0.80	1	0.152997	0.011399
0.85	1	0.153233	0.009876
0.90	1	0.153403	0.008776
0.95	1	0.153526	0.007981
1.00	1	0.153615	0.007407

ตารางที่ 4.8 ระดับความเค็ม (g/l) ตลอดระยะทาง 90 กิโลเมตร

ระยะทาง (กิโลเมตร)	ระดับความเค็ม (g/l)
0.00	18.900000
4.50	13.687310
9.00	9.920840
13.50	7.199360
18.00	5.232938
22.50	3.812088
27.00	2.785444
31.50	2.043636
36.00	1.507638
40.50	1.120350
45.00	0.840512
49.50	0.638314
54.00	0.492215
58.50	0.386649
63.00	0.310373
67.50	0.255258
72.00	0.215435
76.50	0.186661
81.00	0.165870
85.50	0.150847
90.00	0.139992



ภาพที่ 13 ค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้จนถึงสถานีวัดไผ่ล้อม กล่าวคือ มีการเพิ่มประสิทธิภาพในการละลายความเค็มด้วยน้ำจืด พบว่า ความเค็มรุกล้ำเข้ามาในลำน้ำได้น้อย ทำให้ช่วงระยะทางก่อนที่จะถึงสถานีวัดไผ่ล้อม ความสามารถในการละลายความเค็มทำได้ดี

บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผล

5.1 ผลการดำเนินงาน

จาก 4.1 ได้ทำการวัดค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ไปยังสถานีสำแล มีระยะทางทั้งหมด 84 กิโลเมตร โดยใช้วิธียิงเป้า (Shooting Method) ในการหาค่าความเค็ม กำหนดให้ความเร็วในการพาน้ำเค็มเป็น 0.05 m/s และความเร็วในการไหลของน้ำจืดเป็น 0.3 m/s กำหนดสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเค็มเป็น 1.68 m^2/s และประสิทธิภาพในการละลายความเค็มเป็น 0.1 กำหนดค่าเฉลี่ยความเค็ม 7 วัน ของสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้เป็น 18.9 g/l และสถานี สำแลเป็น 0.15 g/l จากการดำเนินการ พบว่า ความเค็มรุกล้ำเข้ามาในลำน้ำได้มาก ทำให้ช่วงระยะทางก่อนที่จะถึงสถานีสำแล ความสามารถในการละลายความเค็มทำได้ต่ำ

จาก 4.2 ได้ทำการวัดค่าความเค็มจากสถานีโรงไฟฟ้าพระนครใต้ไปยังสถานีวัดไผ่ล้อม โดยมีสถานีเฝ้าระวังเป็นสถานีสำแล มีระยะทางทั้งหมด 90 กิโลเมตร โดยวิธียิงเป้า (Shooting Method) ได้ทำการเพิ่มประสิทธิภาพในการละลายความเค็มเป็น 0.6 ภายใต้สมมติฐานการไหลของน้ำเหนือในฤดูฝน จากการดำเนินการ พบว่า ความเค็มรุกล้ำเข้ามาในลำน้ำได้น้อย ทำให้ช่วงระยะทางก่อนที่จะถึงสถานีวัดไผ่ล้อม ความสามารถในการละลายความเค็มทำได้ดี

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากปัญหาการรุกล้ำความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา จึงได้ทำการวัดปริมาณความเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยาทั้งในฤดูน้ำหลากและฤดูแล้ง โดยใช้วิธียิงเป้า (Shooting Method) โดยทราบค่าเงื่อนไขขอบขวา แต่ในอนาคตถ้ามีกรณีที่ไม่ทราบค่าเงื่อนไขขอบขวา อันเนื่องมาจากไม่มีการติดตั้งสถานีตรวจวัดคุณภาพน้ำแบบถาวร ซึ่งทำได้เพียงการตรวจวัดแบบชั่วคราว จึงทำได้โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยความเค็มบริเวณโดยรอบ

บรรณานุกรม

[1] Bradie, B. **"A Friendiy Introduction to Numerical Analysis"**. Pearson Inc, New Jersey, 2006.

[2] I.D. and Barden, R.Lo Faires. **"Numerical Analysis"**. Books lCole, Boston, 2011.

[3] Pochai, N., Tangmanee, S., Crane, L. J. and Miller, J. J. H. **"A Mathematical Model of Water Pollution Control Using the Finite Element Method, Proceedings In Applied Mathematics and Mechanics PAMM"**. Vol 6(1): 755-756, 2006. (DOI 10.1002/pamm.200610358)

[4] Richard L.Burden, J.Douglas Faires. **"Numerical Analysis"**. Boston, USA, 2011.

[5] Stevn C. Chapra. **"Surface Water-Quality Modeling"**. MaGraw-Hill, Singapore, 1997.

[6] นพดล อินนา. **"ทฤษฎีและการคำนวณกลศาสตร์ของไหล"**. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น. (2521).

[7] เปี่ยมศักดิ์ เมนะเศวต. **"แหล่งน้ำกับปัญหามลพิษ"**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2539).