

· **ตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวใน  
บริเวณรอบบ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน**

**A Steady One-Dimensional Groundwater Quality  
Assessment Model in a Vicinity Around a Landfill Site  
Using a Collocation Method**



ปาริชาติ พุกขึ้น

มนพร อุ่นเจริญ

สุจิตรา หน่อแก้ว

**โครงการปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2561**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**A STEADY ONE-DIMENSIONAL GROUNDWATER  
QUALITY ASSESSMENT MODEL IN A VICINITY AROUND  
A LANDFILL SITE USING A COLLOCATION METHOD**



**A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF  
THE REQUIREMENT FOR  
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2018**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หัวข้อปัญหาพิเศษ**      ตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบ  
บ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน (A Steady One-Dimensional  
Groundwater Quality Assessment Model in a Vicinity Around a  
Landfill Site Using a Collocation Method)

**ชื่อนักศึกษา**              นางสาวปาริชาติ พุกชื่น              รหัสนักศึกษา 58050113  
   นางสาวมนพร ยุ่นเจริญ              รหัสนักศึกษา 58050130  
   นางสาวสุจิตรา หน่อแก้ว              รหัสนักศึกษา 58050172

**ปริญญา**                      วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

**ภาควิชา**                      คณิตศาสตร์

**ปีการศึกษา**                2561

**อาจารย์ที่ปรึกษา**        ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย

**อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม**    ดร.สิริพร วินเทอร์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้  
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต  
(คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2561

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ ประธานกรรมการ	
ผศ.ดร.ธวัชชัย คำประภัสสร กรรมการ	
ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.สิริพร วินเทอร์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Title</b>	A Steady One-Dimensional Groundwater Quality Assessment Model in a Vicinity Around a Landfill Site Using a Collocation Method	
<b>Students</b>	Miss Parichat Pukchuen	Student ID 58050113
	Miss Monnaporn Aunjaroen	Student ID 58050130
	Miss Sujidtra Norkaew	Student ID 58050172
<b>Degree</b>	Bachelor of Science (Applied Mathematics)	
<b>Department</b>	Mathematics	
<b>Academic Year</b>	2018	
<b>Advisor</b>	Asst.Prof.Dr. Nopparat Pochai	
<b>Co-Advisor</b>	Dr. Siripawn H. Winter	

### ABSTRACT

Landfill is a site for the disposal of wasted materials by burial. If landfill has a poor management, the leachate will be flowing down to the groundwater layer. It turn out that the small childs would be achieve the blue baby syndrome. In this research, a steady one-dimensional groundwater quality assessment model in a vicinity around a landfill site using a collocation method is considered. The introduced numerical method gives good agreement approximated results. We can measure the groundwater quality in 3 cases. First case, two monitoring stations at the landfill site and the carefully site are considered. Second, there is only temporary monitoring stations at the factor of the inhomogeneous soil carefully site. Finally, the factor of soil physics is also considered.

**Keyword :** Landfill, Groundwater, Legendre Polynomials, Collocation Method

<b>หัวข้อปัญหาพิเศษ</b>	ตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน	
<b>ชื่อนักศึกษา</b>	นางสาวปาริชาติ พุกชื่น	รหัสนักศึกษา 58050113
	นางสาวมนพร อุ่นเจริญ	รหัสนักศึกษา 58050130
	นางสาวสุจิตรา หน่อแก้ว	รหัสนักศึกษา 58050172
<b>ปริญญา</b>	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)	
<b>ภาควิชา</b>	คณิตศาสตร์	
<b>ปีการศึกษา</b>	2561	
<b>อาจารย์ที่ปรึกษา</b>	ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย	
<b>อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม</b>	ดร.สิริพร วินเทอร์	

### บทคัดย่อ

ปัญหาการฝังกลบขยะในปัจจุบันนั้น ขาดการจัดการที่ดีจะส่งผลกระทบต่อสิ่งแวดล้อม การฝังกลบขยะที่ไม่ได้มาตรฐานตามหลักวิชาการ จะส่งผลให้น้ำชะขยะไหลลงสู่ใต้ดินทำให้เกิดการปนเปื้อนสารเคมีในน้ำบาดาล เกิดโรค blue baby syndrome ในปัญหาพิเศษนี้นำเสนอตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชันซึ่งพบว่าวิธีคอลโลเคชันให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ สามารถแสดงถึงแนวโน้มระยะยาวของการแพร่กระจายของสารเคมีที่เกิดขึ้นได้ อีกทั้งได้พิจารณากรณีที่สถานีตรวจวัดถาวรตั้งอยู่ที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง และกรณีสถานีตรวจวัดชั่วคราวถูกตั้งที่จุดเฝ้าระวัง รวมถึงพิจารณาลักษณะเนื้อดินเป็นแบบเนื้อเดียวและเนื้อผสมอีกด้วย

**คำสำคัญ** : การฝังกลบ น้ำบาดาล พหุนามเลอจองด์ วิธีคอลโลเคชัน

## กิตติกรรมประกาศ

รายงานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีเนื่องมาจากความกรุณาและความร่วมมือของทุกๆ ท่าน ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย และ ดร.สิริพร วินเทอร์ ที่คอยให้คำปรึกษาดูแลอย่างใกล้ชิดและให้ความช่วยเหลือแนะนำที่ดีในการปรับปรุงข้อบกพร่องในการทำรายงานวิจัยให้ข้อคิดเห็น คำแนะนำช่วยเหลือ และขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้ด้วย

กราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ และ ผศ.ดร.ธวัชชัย คำประภัสสร ประธานกรรมการ และกรรมการสอบปัญหาพิเศษ ตลอดจนจนอาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ที่คอยอบรมสั่งสอน และประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆ ให้แก่คณะผู้จัดทำตลอดมา รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บิดา-มารดา ที่ให้ได้รับการศึกษา ช่วยสนับสนุน และเป็นกำลังใจเป็นแรงผลักดันในการทำรายงานวิจัย รวมถึงเพื่อนๆ และท่านผู้เกี่ยวข้องที่มีได้กล่าวนามข้างต้นซึ่งมีส่วนช่วยในการทำปัญหาพิเศษ จนบรรลุผลสำเร็จด้วยดี

ปาริชาติ พุกชื่น  
มนพร อุ่นเจริญ  
สุจิตรา หน่อแก้ว

# สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ที่มาและความสำคัญ.....	1
1.2 จุดประสงค์.....	1
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	1
1.4 ระเบียบวิธีวิจัย.....	2
1.5 แผน.....	2
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
<b>บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....</b>	<b>3</b>
2.1 น้ำบาดาลหรือน้ำใต้ดิน.....	3
2.1.1 ปัจจัยต่างๆของน้ำบาดาล.....	3
2.1.2 ระดับน้ำบาดาล.....	4
2.1.3 การสำรวจแหล่งน้ำบาดาล.....	5
2.1.4 ผลเสียจากการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้มากเกินไป.....	6
2.1.5 วิฤติน้ำบาดาลในไทย.....	6
2.2 ความหมายของขยะ.....	8
2.2.1 ปัญหาสิ่งแวดล้อมจากขยะมูลฝอย.....	9
2.2.2 สาเหตุและผลกระทบของมลพิษทางขยะ.....	10
2.2.3 การกำจัดขยะ.....	10
2.2.3.1 การกำจัดขยะโดยใช้เตาเผา.....	10
2.2.3.2 ระบบกำจัดขยะมูลฝอยตามแนวพระราชดำริ.....	11
2.2.3.3 การกำจัดขยะมูลฝอยด้วยวิธีการฝังกลบ.....	15
2.2.4 ตัวอย่างบ่อขยะ 72 ล้านลูกทึ่งล้างสร้างมลพิษให้ชุมชน.....	18

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.3 น้ำชะมูลฝอย.....	19
2.3.1 ที่มาของน้ำชะมูลฝอย.....	20
2.3.2 องค์ประกอบของน้ำชะมูลฝอย.....	21
2.3.3 ลักษณะสมบัติของน้ำชะมูลฝอย.....	21
2.3.4 การบำบัดน้ำชะมูลฝอย.....	21
<b>บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย.....</b>	<b>23</b>
3.1 วิธีคอลโลเคชัน (Collocation method).....	23
ตัวอย่างที่ 3.1 กรณีสมการมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว.....	23
3.1.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	23
ตัวอย่างที่ 3.2 การวิเคราะห์ผลเฉลยโดยประมาณกับผลเฉลยแม่นยำ.....	27
3.2.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	27
3.2.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4.....	31
<b>บทที่ 4 คอลโลเคชันเพื่อการประมาณค่าผลเฉลยของตัวแบบ.....</b>	<b>35</b>
4.1 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวใน บริเวณรอบบ่อฝังกลบขยะ.....	35
4.1.1 กรณีที่สัณฐานของเนื้อดินไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (Inhomogeneous soil).....	35
4.1.2 กรณีที่สัณฐานของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous soil).....	36
4.2 เงื่อนไขขอบ.....	36
4.3 กรณีเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน โดยติดตั้งสถานีถาวรที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง.....	37
4.3.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	38
4.3.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4.....	41
4.4 กรณีเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน โดยไม่ติดตั้งสถานีถาวรบนจุดเฝ้าระวัง.....	45
4.4.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	45
4.4.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4.....	49
4.5 กรณีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเป็นค่าคงตัว.....	53
4.5.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	53
4.5.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4.....	57
4.6 กรณีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเป็นอนุพันธ์.....	61
4.6.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3.....	61
4.6.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4.....	65

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.7 ตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อดึงกลบขยะ โดยใช้วิธีคอลโลเคลชัน.....	69
4.7.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 3 .....	69
4.7.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 4 .....	73
<b>บทที่ 5 อภิปรายและสรุปผล.....</b>	<b>78</b>
5.1 อภิปรายผลการจำลองแบบ .....	78
5.2 สรุปผลการวิจัย.....	79
<b>เอกสารอ้างอิง .....</b>	<b>80</b>



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ระยะเวลาที่ขยยะแต่ละชนิดย่อยสลายตามธรรมชาติ.....	9
3.1 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.1 .....	26
3.2 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.1 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง .....	30
3.3 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.2 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง .....	34
4.1 แสดงค่าผลเฉลย 4.3.1 .....	40
4.2 แสดงค่าผลเฉลย 4.3.2 .....	44
4.3 แสดงค่าผลเฉลย 4.4.1 .....	48
4.4 แสดงค่าผลเฉลย 4.4.2 .....	52
4.5 แสดงค่าผลเฉลย 4.5.1 .....	56
4.6 แสดงค่าผลเฉลย 4.5.2 .....	60
4.7 แสดงค่าผลเฉลย 4.6.1 .....	64
4.8 แสดงค่าผลเฉลย 4.6.2 .....	68
4.9 แสดงค่าผลเฉลย 4.7.1 .....	72
4.10 แสดงค่าผลเฉลย 4.7.2.....	77

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 เขตในชั้นใต้ดินหรือน้ำบาดาล.....	4
2.2 การเคลื่อนไหวของน้ำบาดาล.....	5
2.3 วิธีฝังกลบแบบพื้นราบ .....	16
2.4 วิธีฝังกลบแบบขุดร่อง .....	17
2.5 วิธีฝังกลบแบบหุบเขา .....	17
2.6 ตัวอย่างบ่อขยะ.....	19
3.1 กราฟแสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.1 .....	26
3.2 กราฟแสดงค่าผลเฉลยที่ 3.2.1 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ .....	30
3.3 กราฟแสดงค่าผลเฉลยที่ 3.2.2 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ .....	34
4.1 ภาพตัดตามความลึกของลักษณะการไหลของน้ำชะขยะจากบ่อขยะ .....	37
4.2 ลักษณะการไหลของน้ำชะขยะจากบ่อขยะ .....	37
4.3 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.3.1 .....	40
4.4 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.3.2 .....	44
4.5 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.4.1 .....	48
4.6 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.4.2 .....	52
4.7 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.5.1 .....	56
4.8 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.5.2 .....	60
4.9 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.6.1 .....	64
4.10 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.6.2 .....	68
4.11 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.7.1 .....	72
4.12 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.7.2 .....	77

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

ปัญหาขยะในปัจจุบันนั้น ส่วนใหญ่มีสาเหตุมาจากการขาดการจัดการที่ดี ซึ่งส่งผลกระทบต่อด้านสิ่งแวดล้อมและสุขอนามัย การฝังกลบขยะก็เป็นอีกหนึ่งวิธีในการจัดการขยะที่ดี แต่ถ้าบ่อฝังกลบขยะเสื่อมสภาพหรือไม่ได้มาตรฐานตามหลักวิชาการ จะส่งผลให้น้ำชะขยะไหลลงสู่ด้านล่าง ทำให้เกิดการปนเปื้อนสารเคมีในน้ำบาดาล [2] ตัวอย่างเช่น น้ำที่ปนเปื้อนไนเตรทสามารถทำให้ความดันต่ำ เกิดโรคมะเร็ง และโรค blue baby syndrome ในเด็กทารกที่มีอายุต่ำกว่า 4 เดือน ซึ่งมีการฉีดยาเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน [5]

เนื่องจากคุณภาพน้ำบาดาลที่เปลี่ยนไป การจะนำน้ำบาดาลมาใช้นั้น ต้องพิจารณามาตรฐานคุณภาพของน้ำบาดาลด้วย ในปัญหาพิเศษฉบับนี้สนใจศึกษาการประเมินคุณภาพของน้ำบาดาลในบริเวณใกล้กับบ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชันของการวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อที่จะสามารถนำน้ำบาดาลมาใช้ในการเกษตร อุปโภคบริโภค และอุตสาหกรรมได้อย่างปลอดภัย

### 1.2 จุดประสงค์

1. เพื่อการวัดคุณภาพน้ำบาดาลบริเวณใกล้บ่อขยะในระยะยาว ภายใต้สภาวะคงตัว
2. นำเสนอตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินคุณภาพน้ำบาดาลที่ปนเปื้อนจากบ่อขยะ ภายใต้สภาวะคงตัว
3. นำเสนอวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีคอลโลเคชัน เพื่อประมาณค่าผลเฉลย
4. จำลองตัวแบบภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกันในบ่อขยะ

### 1.3 ขอบเขตการวิจัย

1. ศึกษาบริเวณรอบบ่อขยะไม่เกิน 5 กิโลเมตร
2. ศึกษาตัวแบบเฉพาะภายใต้สภาวะคงตัว (Steady-state Model) เท่านั้น
3. ลักษณะของดินอยู่ภายใต้สมมติฐานที่เป็นเนื้อเดียวกันและไม่เป็นเนื้อเดียวกัน
4. ต้องทราบคุณภาพน้ำบาดาล ณ บ่อขยะและสถานีเฝ้าระวัง เพื่อนำมากำหนดเงื่อนไขขอบ

#### 1.4 ระเบียบวิธีวิจัย

1. รวบรวมเอกสารอ้างอิง
2. กำหนดตัวแบบและเงื่อนไข
3. นำวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมมาประมาณค่าเฉลี่ยของตัวแบบ
4. เขียนโปรแกรมคำนวณ
5. นำเสนอการจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นในรูปแบบตารางผลเฉลี่ยและตารางเปรียบเทียบ

#### 1.5 แผน

ตารางแผนการดำเนินงาน		ระยะเวลาดำเนินการ						
ลำดับ	กิจกรรม	พ.ย. 61	ธ.ค. 61	ม.ค. 62	ก.พ. 62	มี.ค. 62	เม.ย. 62	พ.ค. 62
1	รวบรวมเอกสารอ้างอิง	■						
2	กำหนดตัวแบบและเงื่อนไข	■	■					
3	นำวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมมาประมาณค่าเฉลี่ยของตัวแบบ			■				
4	เขียนโปรแกรมคำนวณ			■	■			
5	นำเสนอการจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นในรูปแบบตารางผลเฉลี่ยและตารางเปรียบเทียบ					■	■	
6	จัดทำรูปเล่ม	■	■	■	■	■	■	■

#### 1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เรียนรู้การหาผลเฉลี่ย ด้วยวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอลโลเคชัน
2. ตัวแบบสามารถวัดคุณภาพน้ำบาดาลได้อย่างแม่นยำ
3. สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาค่าผลเฉลี่ยเชิงวิเคราะห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 น้ำบาดาลหรือน้ำใต้ดิน

น้ำบาดาลเป็นน้ำที่อยู่ใต้ดินมีประโยชน์และความสำคัญในหลายด้าน น้ำบาดาลจะอยู่ลึกลงไปหลายเมตร ขึ้นอยู่กับบริเวณที่พบน้ำบาดาลซึ่งอาจจะอยู่หลายกิโลเมตรก็ได้ ปกติแล้วน้ำบาดาลจะพบได้น้อยในพื้นที่รอบหรือถ้าพบก็ลึกลงไปมักจะต้องอยู่ใกล้กับแหล่งน้ำด้วย ในพื้นที่แห้งแล้งก็อาจจะต้องเจาะลึกลงไปมาก การนำไปใช้ประโยชน์มักใช้ในครัวเรือนในหมู่บ้านที่ไกลแหล่งน้ำใช้ในการเกษตร มีความสำคัญต่อชั้นดินมาก วิชาที่ศึกษาเรียกว่า อุทกธรณีวิทยา

ตามที่ได้กล่าวไว้ว่าน้ำบาดาลในแต่ละที่จะมีระดับที่ไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับภูมิประเทศ ที่อยู่ไม่ลึกก็ใกล้แหล่งน้ำ บริเวณที่ฝนตกมาก หากบริเวณหุบเขา หากพื้นที่แห้งแล้งเป็นทะเลทรายก็อาจจะต้องเจาะลึกลงไป โดยทั่วไปหากอยู่ในพื้นที่แหล่งน้ำก็ขุดได้ประมาณ 3 – 5 เมตรเรามักขุดเป็นบ่อน้ำเราดักขึ้นมาใช้ แต่น้ำชนิดนี้มักขุ่นๆ ลงๆ ไปตามฤดูกาล บางที่อาจจะเจาะไปหลายร้อยเมตรกว่าจะเจอระดับที่ลึกนั้นจะมีคุณภาพน้ำที่แตกต่างกันด้วย สรุปคือ

น้ำบาดาล คือน้ำที่อยู่ใต้ดินลึกลงไป เกิดจากการดูดซึมของดินและหินไหลลึกลงไป จนไปแทรกระหว่างหินและดินลึกลงไป หากมีแรงดันของน้ำที่ต่ำกว่าน้ำใต้ดินที่มีจะเกิดเป็นน้ำพุขึ้นมา มักเกิดขึ้นบริเวณใกล้เคียงภูเขา

น้ำบาดาลเกิดจาก น้ำฝนที่อยู่ชั้นบรรยากาศตกลงมาสู่พื้น กลายเป็นน้ำผิวดิน ส่วนหนึ่งก็จะเกิดการซึมลงไปอีกส่วนก็ระเหย หลอมรวมตัวกันเป็นแหล่งน้ำต่างๆ แหล่งน้ำเหล่านั้นหากซึมลงไปก็จะถูกเก็บไว้ในชั้นใต้ดินที่ลึกลงไป ตามรูพรุนของหิน ซึ่งลงไปหลายเมตรจนถึงเป็นกิโลเมตร น้ำบาดาลที่อยู่ในหินเรียกว่า น้ำในหิน หากบริเวณที่มีหินหนืดหรือใกล้เคียง เรียกว่า น้ำหินหนืดน้ำบาดาลสามารถที่จะขุดเจาะได้ตามบริเวณชั้นหินลึกลงไป แต่บางที่อาจจะลึกไม่มาก นิยมสูบน้ำมาใช้งาน น้ำบาดาลมักจะอยู่ในระดับการซึมเข้าไปถึงและเป็นชั้นที่เก็บน้ำได้ หากสิ่งลงไปมากกว่า 15 กิโลเมตร มักจะไม่มีน้ำพบแต่ชั้นหินเท่านั้น

#### 2.1.1 ปัจจัยของน้ำบาดาลจะมีการกระจายของน้ำและความลึกที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับปัจจัยเหล่านี้

1. ความพรุนของหินและดิน เป็นปัจจัยที่กำหนดการเก็บน้ำบาดาล หากมีความพรุนมากจะมีปริมาณของน้ำแทรกตัวอยู่มาก การไหลและการเก็บน้ำจะทำได้รวดเร็ว ซึ่งขึ้นอยู่กับช่องว่างของหินในแต่ละชนิด อย่างเช่น หินอัคนีมีความพรุนที่น้อยกว่าหินทราย เนื่องจากมีการอัดแน่นกว่า

2. ความสามารถในการซึมผ่าน การซึมผ่านของน้ำ ผ่านหินต่างๆ จะมีมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับความพรุนของหิน ถ้ามีความพรุนมากก็จะมี การซึมผ่านที่รวดเร็ว รวมถึงรูปร่างของหินก็ส่งผลต่อการซึมผ่านด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การแทรกซึม การแทรกซึมเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งของชั้นหิน ขึ้นอยู่กับน้ำผิวดินความพรุนของหินและชนิดของหิน การแทรกซึมในแต่ละชั้นจะเกิดการอิ่มตัวก่อนที่จะแทรกเข้าไปในชั้นถัดลงไป ปัจจัยที่ส่งผลต่อระดับน้ำใต้ดินได้แก่

1. การแทรกซึมผ่านของหิน
2. ปริมาณน้ำที่แทรกซึมลงไป
3. ลักษณะภูมิประเทศ

เขตในชั้นใต้ดินหรือน้ำบาดาลอยู่

1. เขตของดิน เป็นเขตที่รับน้ำจากบรรยากาศหรือน้ำฝนที่ตกลงมาจะมีมากหรือไม่มีเลยก็ได้ ขึ้นอยู่กับฝนที่จะตกน้อยหรือมาก เป็นการเปลี่ยนแปลงไปตามระดับน้ำฝนนั่นเอง
2. เขตอิมตัว น้ำที่ตกลงมาสู่พื้นบางส่วนจะเกิดการอิมตัวลงไปชั้นหินและดินตามช่องว่างที่มีเป็นเขตของน้ำบาดาลหรือน้ำใต้ดิน
3. ระดับน้ำใต้ดิน เป็นน้ำที่มีไม่สม่ำเสมอต่ำกว่าน้ำบาดาล มีน้ำตามฤดูกาล และภูมิประเทศ

### 2.1.2 ระดับน้ำบาดาล

ปกติแล้วระดับของน้ำบาดาลมักพบอยู่สองระดับและมีการสำรวจในประเทศไทยเองเช่นเดียวกัน

ชั้นที่ 1 เป็นชั้นที่อยู่ใกล้กับน้ำผิวดินเกิดจากแทรกลงไปของน้ำที่ผิวดิน และจากแหล่งน้ำที่ซึมลงไป มีความลึกประมาณ 40 -150 ฟุต เป็นระดับน้ำบาดาลที่ไม่มีแรงดัน

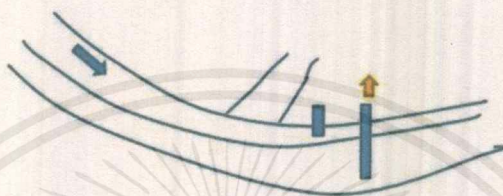
ชั้นที่ 2 เป็นชั้นที่อยู่ลึกลงไปจากชั้นแรก ชั้นนี้มักมีแรงดันน้ำอยู่ด้วย แล้วแต่บริเวณที่เจาะพบ มีความลึกลงไป 350 ฟุต ถ้าระดับ 150 -300 มักจะไม่มีแรงดันของน้ำ ระดับน้ำที่มีแรงดันหากเจาะจะมีการซึมของน้ำหรือเกิดเป็นน้ำพุได้ขึ้นอยู่กับความสูงต่ำ



รูปที่ 2.1 เขตในชั้นใต้ดินหรือน้ำบาดาล

**ระดับน้ำ** ขึ้นอยู่กับภูมิประเทศอาจมีความแตกต่างกันระหว่างชั้นหินและแรงดันของน้ำด้วย  
**การเคลื่อนไหวของน้ำบาดาล**

การเคลื่อนไหวของน้ำบาดาลปกติน้ำบาดาลจะเคลื่อนไหวอย่างช้า อาจจะเป็นเซนติเมตรต่อวัน โดยน้ำจะไหลไปตามชั้นหินตามแรงดันในแต่ละพื้นที่ และขึ้นอยู่กับรูพรุนของหิน นอกจากนี้การที่เราสูบก็ทำให้เพิ่มความเร็วของการไหลน้ำได้เร็วยิ่งขึ้น เนื่องจากการสูบน้ำทำให้ระดับและความดันของน้ำลดลงอย่างรวดเร็ว ระดับน้ำอยู่บริเวณรอบๆ ก็จะลดลงตามไปด้วย



รูปที่ 2.2 การเคลื่อนไหวของน้ำบาดาล

### 2.1.3 การสำรวจแหล่งน้ำบาดาล

1. การสำรวจทางอุทกธรณีวิทยา เป็นการสำรวจโดยใช้ข้อมูลจากผิวดิน ตรวจสอบโครงสร้างทางธรณีวิทยา และบริเวณภูมิประเทศโดยรอบ
2. สำรวจทางฟิสิกส์ ตรวจสอบจากความหนาแน่นของผิวดิน สนามแม่เหล็กไฟฟ้า ความต้านทานของไฟฟ้า โดยการปล่อยกระแสไฟฟ้าผ่านชั้นหินต่างๆ ในระดับลึกลงไป หินที่มีและไม่มีน้ำจะมีความต้านทานที่แตกต่างกัน
3. การเจาะสำรวจ โดยการขุดเจาะบริเวณต่างๆ เพื่อทำการสำรวจในชั้นหินและบริเวณอุ้มน้ำ เมื่อก่อนใช้แรงงานคนตั้งแต่สองคนขึ้นไป เจาะได้เพียงตื้นๆ เท่านั้น โดยใช้ท่อประมาณ 2 - 3 นิ้ว เจาะลึกลงไป 15 - 30 เมตร ซึ่งมักใช้กับทางด้านเกษตรและในครัวเรือน แต่มีข้อจำกัดในบางพื้นที่ที่มีหินเหนียวหากแห่งจะไม่สามารถเจาะลงไปได้ ต่อมาจึงใช้เครื่องขนาดเล็กสามารถเจาะได้ลึกขึ้นโดยการติดหัวเจาะ ทำการสูบน้ำแรงดันสูงไปตามหัวเจาะ ดินจะออกมาตามน้ำที่ไหลตามช่องของท่อ ปัจจุบันมีเครื่องขนาดใหญ่สามารถเจาะได้หลายร้อยเมตร
4. การสำรวจจากภาพทางดาวเทียม เป็นการตรวจสอบในบริเวณที่กว้าง เพื่อหาตำแหน่งในการขุดเจาะที่ง่ายขึ้น

### 2.1.4 ผลเสียจากการสูบน้ำบาดาลขึ้นมาใช้มากเกินไป

การสูบน้ำบาดาลมาใช้ประโยชน์ที่จำกัดคงไม่มีปัญหาอะไร แต่มักมีการสูบน้ำใช้ในด้านอุตสาหกรรม ทำให้น้ำที่สูบน้ำมานั้นมากขึ้นจนขาดความสมดุลของน้ำใต้ดิน ทำให้เกิดผลเสียตามมาอย่างเช่นพื้นที่บริเวณกรุงเทพที่เป็นปัญหาอยู่ในปัจจุบัน มีการทรุดตัวของดินในทุกๆปี

1. เกิดการทรุดตัวของดิน เนื่องจากชั้นล่างของหินปูนที่มีน้ำแทรกอยู่ช่วยให้หนุนชั้นดินด้านบนไว้หากสูบน้ำในปริมาณมากจะทำให้ น้ำในชั้นหินลดลงอย่างรวดเร็ว ทำให้แผ่นดินยุบตัวลง
2. การกัดกร่อน เนื่องจากการสูบน้ำบาดาลขึ้นทำให้เกิดการไหลของน้ำได้อย่างรวดเร็วกว่าเดิมจะทำให้ น้ำและตะกอนพัดไปอย่างรวดเร็วและไปทำให้บริเวณชั้นหินเกิดการผุกร่อนจนทำให้เกิดการยุบตัวหรือทิศทางการไหลของน้ำใต้ดินเปลี่ยนแปลงไป และอาจจะเป็นทางน้ำใต้ดิน [6]

### 2.1.5 วิกฤตน้ำบาดาลในไทย สาเหตุจากใช้ปุ๋ยปริมาณมาก

รายงานกรีนพีซพบสารพิษปนเปื้อนน้ำบาดาลไทยสูงเกินค่ามาตรฐาน

กรีนพีซเผยแพร่รายงานล่าสุด ระบุน้ำบาดาลรอบพื้นที่เกษตรกรรมในไทยปนเปื้อนไนเตรทปริมาณสูง ซึ่งอาจส่งผลร้ายแรงต่อสุขภาพในระยะยาวได้

รายงาน "ไนเตรทกับคุณภาพน้ำใต้ดินในประเทศไทย" เปิดเผยว่าการใช้ปุ๋ยเพื่อการเกษตรในปริมาณมากมีส่วนทำให้ไนเตรทปนเปื้อนลงสู่แหล่งน้ำบาดาล ซึ่งเป็นแหล่งน้ำอุปโภคบริโภคของประชาชน (1) กรีนพีซตรวจสอบตัวอย่างน้ำบาดาลที่เก็บจากประเทศฟิลิปปินส์และไทยพบว่า 30 เปอร์เซ็นต์ของน้ำบาดาลที่ใช้ดื่มของทั้งสองประเทศมีไนเตรทปนเปื้อนในปริมาณสูง บริเวณที่พบมากที่สุดคือพื้นที่เพาะปลูกหน่อไม้ฝรั่ง จังหวัดกาญจนบุรี ซึ่งมีไนเตรทปนเปื้อนสูงกว่า 3 เท่าของมาตรฐานความปลอดภัยในน้ำดื่มองค์การอนามัยโลก (WHO) และมากกว่า 3 เท่าของมาตรฐานน้ำใต้ดินที่ใช้ดื่มของกรมควบคุมมลพิษ

"เราพบไนเตรทปนเปื้อนในแหล่งน้ำบาดาลบริเวณพื้นที่เกษตรกรรมในจังหวัดกาญจนบุรีและสุพรรณบุรี ซึ่งกรณีนี้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ปุ๋ยปริมาณมากกับการเกิดวิกฤตน้ำบาดาล ว่าการปนเปื้อนของไนเตรทในแหล่งน้ำบาดาลมักจะเกิดขึ้นในพื้นที่ที่มีการใช้ปุ๋ยในปริมาณมาก สิ่งที่น่าวิตกกังวลมากที่สุดคือทารกและผู้ที่ตั้งน้ำจากพื้นที่ดังกล่าวอาจได้รับผลกระทบในระยะยาวต่อสุขภาพ เช่น โรคมะเร็งหลายประเภท" เรเยส ทิราโด นักวิทยาศาสตร์จาก ศูนย์วิจัยและทดลองของกรีนพีซ มหาวิทยาลัยเอ็กเซ็ทเตอร์ ประเทศอังกฤษกล่าว

อันตรายที่น่ากลัวที่สุดของการปนเปื้อนไนเตรท คือ โรค Blue Baby หรือ Methemoglobinemia ซึ่งจะเกิดกับทารกโดยเฉพาะทารกที่มีอายุต่ำกว่า 4 เดือนที่ดื่มน้ำที่ปนเปื้อนไนเตรท โรค Blue Baby นี้สามารถทำให้เกิดอาการผิวหนังเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงินเนื่องจากขาดออกซิเจน ปวดหัว มีนงง อ่อนเพลีย หัวใจเต้นเร็วกว่าปกติ หมดสติ กล้ามเนื้อเกร็ง หายใจติดขัด และอาจถึงขั้นเสียชีวิตได้ นอกจากนี้ น้ำที่ปนเปื้อนไนเตรทยังสามารถทำให้เกิดโรคมะเร็งทางเดินอาหาร มะเร็งกระเพาะปัสสาวะ มะเร็งต่อมไทรอยด์ชนิดฮอดจ์กิน และมะเร็งรังไข่ได้

"เราเชื่อว่าเกษตรกรรมเพื่อผลิตอาหารให้มนุษย์สามารถพัฒนาควบคู่ไปกับการรักษาความอุดมสมบูรณ์ของแหล่งน้ำได้ เพราะน้ำสะอาดและปลอดภัยเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญของมนุษย์" ญัฐวิภา อิวสกุล ผู้ประสานงานรณรงค์ด้านพันธุวิศวกรรม กรีนพีซ เอเชียตะวันออกเฉียงใต้

รายงานยังระบุว่าแหล่งน้ำบริเวณพื้นที่เพาะปลูกหน่อไม้ฝรั่ง 6 แห่งใน 11 แห่งของจังหวัดกาญจนบุรี มีปริมาณไนเตรทสูงกว่ามาตรฐานความปลอดภัยในน้ำดื่มขององค์การอนามัยโลก ส่วนที่จังหวัดสุพรรณบุรีพบว่ามี 2 แห่งที่สูงเกินกว่าค่ามาตรฐานดังกล่าว

"ผลการศึกษาในครั้งนี้ทำให้เราทราบว่ามลพิษที่พบในแหล่งน้ำไม่ได้มาจากภาคอุตสาหกรรมเพียงอย่างเดียวแต่ยังมาจากภาคเกษตรกรรมด้วย ถึงเวลาแล้วที่รัฐบาลควรมีมาตรการจัดการกับปัญหามลพิษทางน้ำจากมลพิษภาคเกษตรกรรมอย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งพิจารณาออกกฎหมายปกป้องน้ำบาดาล" นางสาวญัฐวิภา อิวสกุล ผู้ประสานงานรณรงค์ด้านพันธุวิศวกรรม กรีนพีซ เอเชียตะวันออกเฉียงใต้กล่าว

ก่อนหน้านี้กรีนพีซเปิดเผยการปนเปื้อนของโลหะหนัก ได้แก่ ตะกั่ว ทองแดง และสังกะสี ในน้ำบาดาลของบ้านหนองเป็ด ซึ่งอยู่บริเวณติดกับนิคมอุตสาหกรรมภาคเหนือจังหวัดลำพูน (3)

"เราเชื่อว่าเกษตรกรรมเพื่อผลิตอาหารให้มนุษย์สามารถพัฒนาควบคู่ไปกับการรักษาความอุดมสมบูรณ์ของแหล่งน้ำได้ เพราะน้ำสะอาดและปลอดภัยเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญของมนุษย์ รัฐบาลจึงควรปกป้องแหล่งน้ำอย่างจริงจังโดยออกมาตรการควบคุมปริมาณการใช้ปุ๋ย หาวิธีจัดการเพื่อลดการสูญเสียของปุ๋ยจากหน้าดิน สนับสนุนเกษตรกรรมแบบยั่งยืน เพื่อปกป้องให้แหล่งน้ำสะอาดและปลอดภัยจากสารพิษ" ญัฐวิภา กล่าวเสริม

### ไนเตรทกับคุณภาพน้ำใต้ดินในประเทศไทย

ปัจจุบันพบว่าประชากรกว่า 1.1 พันล้านคนทั่วโลกกำลังเผชิญกับปัญหาการเข้าถึงน้ำดื่มที่สะอาดและปลอดภัย เฉพาะในภูมิภาคเอเชียเพียงอย่างเดียว พบสถิติการเสียชีวิตของทารกสูงถึง 500,000 ราย/ปี เนื่องจากขาดแคลนน้ำดื่มที่สะอาดและในปริมาณที่เพียงพอ (UNEP, 2002)

**Executive summary:** การเกษตรกรรมแบบอุตสาหกรรมที่เร่งเร้าให้มีการใช้ปุ๋ยในปริมาณที่มากเกินไปจนความจำเป็น เป็นภัยคุกคามแหล่งน้ำสะอาดของโลก โดยพบว่าแหล่งน้ำบริเวณพื้นที่เกษตรกรรมมีคุณภาพเสื่อมโทรมลงเนื่องจากปนเปื้อนด้วยปุ๋ยและสารเคมีเกษตร (Scanlon et al., 2007) ปุ๋ยที่เหลือจากการเกษตรถูกชะล้างลงสู่แหล่งน้ำผิวดินทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า สาหร่ายเป็นพิษ หรือ "Algal Bloom" ส่งผลให้สิ่งมีชีวิตในแหล่งน้ำนั้นๆตายเป็นจำนวนมาก นอกจากนี้การใช้ปุ๋ยมากเกินไปจนความจำเป็นก่อให้เกิดการสะสมของปุ๋ยที่เหลือในดิน ท้ายสุดปนเปื้อนลงสู่แหล่งน้ำใต้ดิน สร้างมลพิษให้กับแหล่งน้ำดื่มที่สำคัญของประชาชน น้ำดื่มที่ปนเปื้อนปริมาณไนเตรทสูงสามารถทำให้เกิดผลกระทบต่อสุขภาพได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเด็ก [5]

## 2.2 ความหมายของขยะ

ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถานฉบับ พ.ศ. 2525 กล่าวว่า มูลฝอย หมายถึง เศษสิ่งของที่ทิ้งแล้ว หยากเยื่อ ขยะ หมายถึง หยากเยื่อ มูลฝอย

พระราชบัญญัติสาธารณสุข พ.ศ. 2535 ให้คำจำกัดความ มูลฝอย หมายถึง สิ่งต่าง ๆ ที่เราไม่ต้องการ ที่เป็นของแข็งหรืออ่อน มีความชื้น ได้แก่ เศษกระดาษ เศษผ้า เศษอาหาร วัสดุพลาสติก ภาชนะกล่องใส่อาหาร ภาชนะบรรจุ หรือซากสัตว์รวมตลอดถึงวัตถุอื่น สิ่งใดที่เก็บกวาดได้จากถนน ตลาด ที่เลี้ยงสัตว์หรือที่อื่น

ตามพระราชบัญญัติส่งเสริมและรักษาคุณภาพสิ่งแวดล้อม พ.ศ. 2535 ให้คำจำกัดความของ คำว่า ของเสีย หมายความว่า ขยะมูลฝอย สิ่งปฏิกูล น้ำเสีย อากาศเสีย มลสารหรือวัตถุอันตรายอื่นใด ซึ่งถูกปล่อยทิ้งหรือมีที่มาจากแหล่งกำเนิดมลพิษ รวมทั้งกากตะกอนหรือสิ่งตกค้างจากสิ่งเหล่านั้นที่อยู่ในสภาพของแข็งของเหลวหรือก๊าซในทางวิชาการจะใช้คำว่า ขยะมูลฝอย ซึ่งหมายถึง บรรดาสิ่งของที่ไม่ต้องการใช้แล้ว ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นของแข็ง จะเนาเปื่อยหรือไม่ก็ตาม รวมตลอดถึง ภาชนะบรรจุ ซากสัตว์ มูลสัตว์ ฝุ่นละออง และเศษวัตถุที่ทิ้งแล้วจากบ้านเรือน ที่พักอาศัย สถานที่ต่าง ๆ รวมถึงสถานที่สาธารณะ ตลาดและโรงงานอุตสาหกรรม ยกเว้น อุจจาระ และปัสสาวะของมนุษย์ ซึ่งเป็นสิ่งปฏิกูล วิธีจัดเก็บและกำจัดแตกต่างไปจากวิธีการจัดขยะมูลฝอย ปัจจุบัน วิทยาการก้าวหน้า ประชากรเพิ่มอย่างรวดเร็ว อัตราการใช้ที่ดินเพิ่มขึ้นเพื่อผลิตเครื่องอุปโภค บริโภค อาหาร ที่อยู่อาศัย เป็นเหตุให้เศษสิ่งเหลือใช้มีปริมาณมากขึ้น ก่อให้เกิดปัญหาของขยะมูลฝอย

ขยะ หรือ มูลฝอย หรือ ของเสีย เป็นเหตุสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้เกิดปัญหามลพิษสิ่งแวดล้อม และมีผลต่อสุขภาพอนามัย มูลฝอยหรือของเสียกำลังมีปริมาณเพิ่มมากขึ้นทุกปี เพราะสาเหตุจากการเพิ่มของประชากร การขยายตัวทางเศรษฐกิจและทางอุตสาหกรรม นับเป็นปัญหาที่สำคัญของชุมชนซึ่งต้องจัดการและแก้ไข ปริมาณกากของเสียและสารอันตราย ได้แก่ ขยะมูลฝอย สิ่งปฏิกูล และสารพิษที่ปนเปื้อนอยู่ในแหล่งน้ำ ดิน และอากาศ ตลอดจนบางส่วนตกค้างอยู่ในอาหาร ทำให้ประชาชนทั่วไปเสี่ยงต่ออันตรายจากการเป็นโรคต่าง ๆ เช่น โรคมะเร็ง และ โรคติดต่อทางพันธุกรรม เป็นต้น

สถานที่บางแห่งก็มีคนทิ้งขยะกันตามสะดวก โดยนำไปเทกองรวมกันไว้ริมทางเดินข้าง โคนต้นไม้บ้าง ทำให้มีการหมักหมมเน่าเปื่อยสิ่งกลิ่นเหม็นคุ้ง บางครั้งอาจมองเห็นหนอนจำนวนมากมายไต่ยั่วเยี้ยออกมาจากกองขยะ ดูน่าขยะแขยง นอกจากนั้นกองขยะยังเป็นแหล่งชุมนุมของสัตว์นำโรค สารพัดชนิด เช่น ยุง แมลงวัน หนู แมลงสาบ ฯลฯ ยามที่ฝนตกลงมาน้ำฝนก็ชะเอาสิ่งสกปรกเน่าเหม็นในกองขยะไหลไปยังพื้นที่ใกล้เคียง และอาจจะไหลลงท่อระบายน้ำ และแม่น้ำลำคลองใกล้ ๆ อีกด้วย

การทิ้งขยะลงท่อระบายน้ำทำให้เกิดผลเสียอย่างร้ายแรง คือ ทำให้ท่อระบายน้ำอุดตัน เมื่อฝนตกก็ไม่สามารถระบายน้ำฝนได้ จึงเกิดสภาพน้ำท่วมขังตามถนนสายต่าง ๆ ตามตรอกซอกซอย

และผลที่ตามมาก็คือ การเดินทางไปตามเส้นทางเหล่านั้นลำบากขึ้น การจราจรก็ติดขัดและถนนหนทางอาจจะได้รับความเสียหาย ซึ่งเมื่อน้ำลดลงสู่สภาพปกติก็ต้องซ่อมแซมใหม่ ทำให้ต้องสิ้นเปลืองงบประมาณ บ้านเรือนที่มีขยะมูลฝอยรกรุงรังอยู่ภายในบ้านเรือนบริเวณบ้าน นอกจากจะดูสกปรกไม่น่าดูอยู่แล้ว ก็ยังเป็นที่ชุมนุมของหนู แมลงวัน แมลงสาบ ซึ่งเป็นพาหะนำโรคทางเดินอาหารมาสู่คน และยังก่อความรำคาญให้อีกด้วย

## 2.2.1 ปัญหาสิ่งแวดล้อมจากขยะมูลฝอย

### ขยะมูลฝอย

ขยะหรือของเสีย แบ่งเป็น มูลฝอยธรรมดาทั่วไป ได้แก่ มูลฝอยสด เศษอาหาร กระดาษ โฟม พลาสติก ขวด แก้ว โลหะ ฯลฯ และของเสียอันตราย ได้แก่ มูลฝอยติดเชื้อจากโรงพยาบาล กากสารเคมี สารเคมีกำจัดแมลง กากน้ำมัน หลอดฟลูออเรสเซนต์ แบตเตอรี่ใช้แล้ว แหล่งกำเนิดของเสียที่สำคัญ ได้แก่ ชุมชน โรงงานอุตสาหกรรมและพื้นที่เกษตรกรรม

### ปัญหาสิ่งแวดล้อมเนื่องจากขยะ

ทุกวันนี้คนไทยกว่า 60 ล้านคน สามารถสร้างขยะได้มากถึง 14 ล้านตันต่อปี แต่ความสามารถ ในการจัดเก็บขยะกลับมีไม่ถึง 70 % ของขยะที่เกิดขึ้น จึงทำให้เกิดปริมาณมูลฝอยตกค้าง ตามสถานที่ต่าง ๆ

### ตารางที่ 2.1 ระยะเวลาที่ขยะแต่ละชนิดย่อยสลายตามธรรมชาติ [1]

ชนิดของขยะ	ระยะเวลาย่อยสลาย
เศษกระดาษ	2-5 เดือน
เปลือกส้ม	6 เดือน
ถ้วยกระดาษเคลือบ	5 ปี
ก้นกรองบุหรี่	12 ปี
รองเท้าหนัง	25-40 ปี
กระป๋องอะลูมิเนียม	80-100 ปี
ถุงพลาสติก	450 ปี
โฟม	ไม่ย่อยสลายควรหลีกเลี่ยงการใช้

## 2.2.2 สาเหตุและผลกระทบของมลพิษทางขยะ

### สาเหตุของมลพิษทางขยะ

ขยะเป็นปัญหาสำคัญของหลาย ๆ ท้องถิ่นเกือบทั่วโลก ขยะส่วนใหญ่มักจะถูกทิ้งลงในดิน ขยะบางชนิดสลายตัวให้สารประกอบอินทรีย์และสารประกอบอนินทรีย์ แต่ขยะบางชนิดสลายตัวยาก เช่น หนัง พลาสติก โลหะ ฯลฯ ขยะประเภทนี้ถ้าทำลายโดยการเผาจะได้สารประกอบ ประเภทเกลือ เช่น เกลือไนเตรตสะสมอยู่ในดินเป็นจำนวนมากขยะที่ได้ เกิดจากกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม โดยเฉพาะขยะจากเทคโนโลยีอุตสาหกรรมกำลังเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว มีความเป็นพิษสูงและย่อยสลายยากเช่น ขยะจากโรงงานอุตสาหกรรมที่มี โลหะหนัก เช่น ตะกั่ว ปรอท แคดเมียม เมื่อทิ้งลงดินทำให้ดินบริเวณนั้นมีโลหะหนัก สะสมอยู่มาก สำหรับในประเทศไทยเท่าที่มีรายงานพบว่า มีการเสื่อมคุณภาพ ของดินจากตะกั่วเนื่องจากโรงงานถลุงตะกั่วจากชากแบตเตอรีเก่าที่จังหวัดสมุทรปราการ นำเอากากตะกั่วที่ไม่ได้ใช้ประโยชน์มาถนอม ทำให้นดินบริเวณนั้นเกิดสภาพเป็นพิษ เป็นอันตรายต่อพืชและผู้บริโภค นอกจากนี้ประเทศไทยยังประสบปัญหาขยะอุตสาหกรรมที่นำเข้ามาจากต่างประเทศ ในรูปของสินค้าเครื่องใช้ไฟฟ้า อะไหล่อุตสาหกรรม เช่น ยางรถยนต์เก่า แบตเตอรีเก่า ถูกนำเข้ามาทิ้งในประเทศไทยอีกเป็นจำนวนมากมาย

### ผลกระทบจากมลพิษทางขยะ

1. อากาศเสีย เกิดจากการเผาขยะกลางแจ้งก่อให้เกิดควันและสารพิษทางอากาศ ทำให้คุณภาพอากาศเสื่อมโทรม
2. น้ำเสีย เกิดจากการกองขยะบนพื้น เมื่อฝนตกลงมาบนกองขยะ จะเกิดน้ำเสียมีความสกปรกมากไหลลงสู่แม่น้ำ
3. แหล่งพาหะนำโรค เกิดจากการกองขยะบนพื้น ทำให้เกิดแหล่งเพาะพันธุ์ของหนูและแมลงวัน เป็นต้น ซึ่งเป็นพาหะนำโรคติดต่อ ทำให้มีผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของประชาชน
4. เหตุรำคาญและความไม่น่าดู เกิดจากการเก็บขนขยะไม่หมดรวมทั้งการกองขยะบนพื้น ส่งกลิ่นเหม็นรบกวนประชาชนและเกิดภาพไม่สวยงาม ไม่เป็นสุนทรีย์ภาพ นอกจากนี้ปัญหาสิ่งแวดล้อมข้างต้นแล้ว ขยะยังเป็นตัวการเป็นตัวการสำคัญสำหรับปัญหาการจัดการขยะของหน่วยงานที่รับผิดชอบ ซึ่งจะต้องเพิ่มปริมาณบุคลากร อุปกรณ์การจัดการขยะรวมทั้งการให้ความรู้ทางวิชาการและเทคโนโลยีแก่เจ้าหน้าที่เพิ่มขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของปริมาณขยะ

## 2.2.3 การกำจัดขยะ

### 2.2.3.1 การกำจัดขยะโดยใช้เตาเผา

การเผาในเตาเผา เป็นการเผาไหม้ทั้งส่วนที่เป็นของแข็ง ของเหลว และก๊าซ ซึ่งต้องใช้ความร้อนระหว่าง 1,300-1,800 องศาฟาเรนไฮต์ จึงจะทำให้การเผาไหม้เป็นไปอย่างสมบูรณ์ เนื่องจากความแตกต่างและลักษณะขององค์ประกอบของขยะมูลฝอยในแต่ละแห่ง ดังนั้นรูปแบบของเตาเผาจึงแตกต่างกันไปด้วย เป็นต้นว่า ถ้าชุมชนที่มีขยะมูลฝอยซึ่งส่วนใหญ่เป็นชนิดที่เผาไหม้ได้ง่าย เตาเผา

ขยะอาจใช้ชนิดที่ไม่ต้องใช้เชื้อเพลิงอย่างอื่นช่วยในการเผาไหม้ แต่ถ้าองค์ประกอบของขยะมูลฝอยมีส่วนที่เผาไหม้ได้ง่ายต่ำกว่าร้อยละ 30 (โดยน้ำหนัก) หรือมีความชื้นมากกว่าร้อยละ 50 เตาเผาที่ใช้ต้องเป็นชนิดที่ต้องมีเชื้อเพลิงช่วยในการเผาไหม้

นอกจากนี้เตาเผาขยะมูลฝอยทุกแบบ จะต้องมีกระบวนการควบคุมอุณหภูมิ คว้น ไอเสีย ผง และซีเถ้าที่อาจปนออกไปกับคว้นและปลิวออกมาทางปล่องคว้น เตาเผาที่มีประสิทธิภาพจะต้องลดปริมาณของขยะมูลฝอยลงมาจากเดิมให้มีเหลือน้อยที่สุด และส่วนที่เหลือจากการเผาไหม้นั้นก็จะต้องมีลักษณะคงรูป ไม่มีการย่อยสลายได้อีกต่อไป และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างปลอดภัย

#### ข้อดี

1. ใช้พื้นที่ดินน้อย เมื่อเทียบกับวิธีฝังกลบ
2. สามารถทำลายขยะมูลฝอยได้เกือบทุกชนิด
3. สามารถสร้างเตาเผาในพื้นที่ที่ไม่ห่างไกลจากแหล่งกำเนิดขยะ ทำให้ประหยัดค่าขนส่ง
4. ไม่ค่อยกระทบกระเทือนเมื่อสภาพแวดล้อมของลมฟ้าอากาศเปลี่ยนแปลง
5. ส่วนที่เหลือจากการเผาไหม้ (ซีเถ้า) สามารถนำไปถมที่ดินหรือทำวัสดุก่อสร้างได้

#### ข้อเสีย

ค่าลงทุนในการก่อสร้างและค่าใช้จ่ายในการซ่อมแซม บำรุงรักษาค่อนข้างสูง และอาจเกิดปัญหาภาวะมลพิษทางอากาศได้

#### 2.2.3.2 ระบบกำจัดขยะมูลฝอยตามแนวพระราชดำริ

##### หลักการและเหตุผล

ปัญหาขยะเป็นปัญหาระดับชาติที่ทุกหน่วยงานจะต้องร่วมมือในการระดมความคิดแก้ไข ศูนย์ปฏิบัติการวิศวกรรมพลังงานและสิ่งแวดล้อม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เป็นหน่วยงานหนึ่งที่ทำเนิการบำบัดและใช้ประโยชน์จากขยะ โดยเริ่มจากการที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวได้ทอดพระเนตรงานนิทรรศการอุทยานวิจัยในงานวันเกษตรแห่งชาติ เมื่อวันที่ 28 มกราคม 2538 คณาจารย์จากศูนย์ปฏิบัติการวิศวกรรมพลังงานและสิ่งแวดล้อม ได้ทูลเกล้าถวายรายงานเกี่ยวกับการนำก๊าซจากขยะมาใช้ประโยชน์ ซึ่งพระองค์ทรงสนพระทัยเป็นอย่างยิ่ง และได้พระราชทานพระราชทรัพย์ให้จัดตั้ง "กองทุนบำบัดและใช้ประโยชน์จากขยะในมูลนิธิชัยพัฒนาไว้จำนวน 1 ล้านบาท" เพื่อสนับสนุนให้ศูนย์ปฏิบัติการวิศวกรรมพลังงานและสิ่งแวดล้อมได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการบำบัดและใช้ประโยชน์จากขยะต่อไป

พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวฯ ได้พระราชทานพระราชดำรินโยบายกำจัดขยะแบบครบวงจร โดยให้แบ่งพื้นที่กำจัดขยะแบบถูกหลักสุขาภิบาลออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนแรก ดำเนินการฝังกลบขยะแบบถูกหลักสุขาภิบาล และให้ใช้แก๊สจากขยะให้หมดก่อน ต่อจากนั้นก็นำขยะมาร้อนแยกส่วนที่ย่อยสลายให้นำไปใช้ในการปรับปรุงดินหรือวัสดุฝังกลบ ส่วนที่เหลือที่ยังสามารถใช้เป็นเชื้อเพลิงได้ให้นำไปเผาเพื่อที่จะนำเอาพลังงานความร้อนไปใช้ประโยชน์ เมื่อเกิดเถ้าถ่านขึ้นก็นำไป

ผสมกับวัสดุที่เหมาะสมเพื่ออัดเป็นแท่ง ซึ่งอาจจะนำไปใช้ประโยชน์ในด้านต่าง ๆ ได้ต่อไป เมื่อพื้นที่ส่วนแรกวางลง ก็สามารถนำขยะมาฝังกลบได้ใหม่ ส่วนที่ 2 ในขณะที่ดำเนินการร่อนแยกขยะในส่วนพื้นที่แรก พื้นที่ส่วนที่ 2 ที่ดำเนินการฝังกลบแล้ว ก็จะสามารถนำก๊าซจากขยะในส่วนที่สองมาใช้เผาใหม่ในส่วนแรก หรือใช้ประโยชน์อย่างอื่น แล้วจึงดำเนินการในลักษณะเดียวกันกับที่ได้ดำเนินการในพื้นที่ส่วนแรก ซึ่งถ้ากระทำได้อย่างต่อเนื่อง โดยจัดเวลาให้เหมาะสม ก็จะสามารถทำให้มีพื้นที่ฝังกลบหมุนเวียนตลอดไปแบบยั่งยืน

จากเหตุการณ์ดังกล่าว ได้แสดงให้เห็นว่า พระองค์ท่านทรงเป็นผู้มีพระปรีชาสามารถเป็นเลิศมองเห็นการณ์ไกล นับเป็นพระมหากษัตริย์คุณอันล้นพ้น ซึ่งในการนี้ได้ก่อให้เกิดกำลังใจ และเกิดสติปัญญาแก่ผู้ปฏิบัติเป็นอย่างยิ่ง ดังนั้นตั้งแต่ปี 2548 จนถึงปัจจุบัน รวมเป็นระยะเวลาประมาณ 10 ปี ศุภย์ฯ ได้ดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

- ดำเนินการจัดตั้งโรงผลิตกระแสไฟฟ้าขนาด 650 กิโลวัตต์ ซึ่งขณะนี้กำลังดำเนินการในระยะสุดท้าย โดยในปัจจุบันสามารถรวบรวมแก๊สได้อย่างต่อเนื่อง ในอัตรา 350 ลบ.ม./ชั่วโมง อยู่ระหว่างการติดตั้งเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าและทดสอบระบบ

- ดำเนินการศึกษาวិธีการคัดแยกขยะ การแปรรูปเป็นเชื้อเพลิงพลังงานและปุ๋ย ตลอดจนนำความร้อนที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในลักษณะครบวงจร

- ให้ความช่วยเหลือด้านวิชาการแก่เทศบาลต่าง ๆ ที่ต้องการนำขยะมาบำบัดและใช้ประโยชน์แบบต่าง ๆ โดยยึดหลักแนวทางตามแนวพระราชดำริเป็นหลัก

จากผลการดำเนินการต่าง ๆ ได้เกิดแนวทางกำจัดขยะที่มีความเป็นไปได้ เป็นระบบที่ยั่งยืน ค่าลงทุนเหมาะสมกับเทคโนโลยี ซึ่งจะได้นำเสนอในรายละเอียดต่อไป ภายใต้ชื่อว่า "ระบบกำจัดมูลฝอยตามแนวพระราชดำริ

### วัตถุประสงค์

เพื่อแนะนำเทคโนโลยีที่มีการนำมาใช้ในการกำจัดขยะในสภาวะปัจจุบัน ที่มีเทคนิคสูง ใช้กลไกซับซ้อน ค่าใช้จ่ายมาก กับแนวทางกำจัดขยะตามแนวพระราชดำริ ที่เทคนิคปานกลาง กลไกไม่ซับซ้อน ค่าใช้จ่ายพอประมาณ และสามารถดำเนินการได้ทันทีในลักษณะที่ยั่งยืนและครบวงจร

### เทคโนโลยีกำจัดขยะที่นำมาใช้ในประเทศไทย

เทคโนโลยีที่นำมาใช้ในการกำจัดขยะแต่เดิม ประมาณ 20 ปีที่แล้ว ได้มีการนำเสนอไว้ในหลักวิชาการแล้วมีอยู่ 3 วิธี คือ

- วิธีหมักทำปุ๋ย (Composting)
- วิธีเผา (Incinerator)
- วิธีฝังกลบอย่างถูกหลักสุขาภิบาล (Sanitary Landfill)

แต่เนื่องจากขยะมูลฝอยในประเทศไทยเป็นขยะรวม (Mixed Wasted) จึงได้มีการนำเอาเทคโนโลยีกำจัดขยะแบบผสมผสาน (Integrated Solid Waste Management) เข้ามาใช้ในประเทศ

ไทย ซึ่งภายหลังกการออกแบบต่าง ๆ จะออกแบบเป็นศูนย์กำจัดขยะรวม โดยมีขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

1) การกำจัดขยะแบบครบวงจร จำเป็นต้องทราบองค์ประกอบของขยะและปริมาณขยะ เพื่อนำเอาเทคโนโลยีมาใช้และออกแบบเลือกเครื่องจักรให้ถูกต้อง

2) ในการคัดเลือกเทคโนโลยีส่วนใหญ่จะใช้เทคโนโลยีการผสมผสาน เพื่อให้การกำจัดมูลฝอยเป็นแบบครบวงจร ซึ่งจะประกอบด้วย

- ระบบกู้คืนวัสดุ (Material Recovery Facility) ซึ่งหมายถึง การคัดแยกขยะมูลฝอยที่ยังใช้ประโยชน์ได้เพื่อนำมาใช้ใหม่ (Recycling) รวมทั้งการแยกประเภทของขยะมูลฝอย และเตรียมสภาพขยะมูลฝอยแต่ละประเภทให้เหมาะสมสำหรับการบำบัดหรือแปรรูปหรือกำจัดในขั้นตอนต่อไป

- ระบบการแปรรูปขยะมูลฝอย (Waste Transformation Process) ซึ่งโดยทั่วไป หมายถึง การแปรรูปขยะมูลฝอยอินทรีย์ด้วยวิธีการหมักปุ๋ย ซึ่งอาจจะเป็นระบบหมักแบบใช้อากาศ (Aerobic Composting) หรือการหมักแบบไม่ใช้อากาศซึ่งอาจเรียกว่าการย่อยสลายแบบไม่ใช้ออกซิเจน (Anaerobic Digestion) นอกจากนี้การแปรรูปขยะมูลฝอยยังอาจหมายถึงการเผาขยะมูลฝอย เพื่อผลิตพลังงานก็ได้ แต่ทั้งนี้จะไม่พิจารณานำเสนอระบบการแปรรูปโดยการเผา เนื่องจากมีค่าลงทุนค่าใช้จ่ายในการดำเนินการ และค่าอุปกรณ์ในการบำบัดอากาศเสียที่เกิดจากการเผาไหม้ที่สูงเกินไปสำหรับประเทศไทย

- ระบบการฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล (Sanitary Landfill) แม้ว่าเป้าหมายของการกำจัดมูลฝอยแบบครบวงจรคือการลดปริมาณขยะมูลฝอยที่ต้องกำจัดด้วยวิธีการฝังกลบให้เหลือน้อยที่สุด แต่ระบบการฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาลก็ยังมีควมจำเป็นสำหรับการใช้กำจัดฯ ในขั้นตอนสุดท้าย (Final Disposal) สำหรับกำจัดวัสดุที่ต้องคัดทิ้งจากระบบการกู้คืนหรือระบบการแปรรูปขยะมูลฝอย

3) ในการออกแบบ เมื่อมีการคัดเลือกสถานที่แล้ว จะทำการออกแบบทางเลือกต่าง ๆ โดยพิจารณาความเหมาะสมเบื้องต้นจาก

- ปริมาณและลักษณะองค์ประกอบของขยะมูลฝอย
- ข้อมูลรายละเอียดของเทคโนโลยีที่ใช้ในการกำจัดขยะมูลฝอย

4) ตัวอย่างในจังหวัดนครปฐม มีปริมาณขยะและองค์ประกอบขยะ

5) จากข้อกำหนดได้พิจารณาทางเลือกการออกแบบได้ 4 แนวทางเลือกดังนี้

ทางเลือกที่ 1 ประกอบด้วย

- ระบบกู้คืนวัสดุ (เทคโนโลยีระดับปานกลาง)
- ระบบย่อยสลายแบบไม่ใช้ออกซิเจนแบบขั้นตอนเดียว (Single Stage Anaerobic Digestion)
- ระบบหมักปุ๋ยแบบใช้อากาศแบบ In-building Aerated Static Pile
- ระบบฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล

### ทางเลือกที่ 2 ประกอบด้วย

- ระบบกู้คืนวัสดุ (เทคโนโลยีระดับปานกลาง)
- ระบบย่อยสลายแบบไม่ใช้ออกซิเจนแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Anaerobic Digestion)
- ระบบหมักปุ๋ยแบบใช้อากาศแบบ In-building Aerated Static Pile
- ระบบฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล

### ทางเลือกที่ 3 ประกอบด้วย

- ระบบกู้คืนวัสดุ (เทคโนโลยีระดับปานกลาง)
- ระบบย่อยสลายแบบไม่ใช้ออกซิเจนแบบขั้นตอนเดียว (Single Stage Anaerobic Digestion)
- ระบบหมักปุ๋ยแบบ Fixed Batch Tunnel (Contained Composting System)
- ระบบฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล

### ทางเลือกที่ 4 ประกอบด้วย

- ระบบกู้คืนวัสดุ (เทคโนโลยีระดับกลาง)
- ระบบย่อยสลายแบบไม่ใช้ออกซิเจนแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Anaerobic Digestion)
- ระบบหมักปุ๋ยแบบ Fixed Batch Tunnel (Contained Composting System)
- ระบบฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล

**วิธีบำบัดและใช้ประโยชน์จากขยะในระดับชุมชนแบบผสมผสานโดยการประยุกต์ระบบกำจัดขยะตามแนวพระราชดำริ**

จากหลักการและเหตุผลที่ได้นำเสนอไว้ในหัวข้อที่ 1 ในการดำเนินการกำจัดขยะได้ใช้ทฤษฎีหลักตามแนวพระราชดำริมาประยุกต์ใช้ โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับสภาพความเป็นจริง สถานภาพทางการเงิน การคลัง ความเหมาะสมของเทคโนโลยี โดยมีสาระและความสำคัญใกล้เคียงกับเทคโนโลยีปัจจุบัน ได้แก่ ระบบการคัดแยก ระบบการแปรรูปสารอินทรีย์มาเป็นเชื้อเพลิงพลังงานและปุ๋ย ระบบฝังกลบอย่างถูกสุขลักษณะ โดยมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

#### วิธีดำเนินการ

1. ดำเนินการจัดทำฐานข้อมูล ระบบการจราจร และกำหนดสถานที่ขนถ่ายที่เหมาะสมครอบคลุมพื้นที่ดำเนินการ โดยใช้ข้อมูลสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (GIS : Geographic Information System)
2. การคัดแยกจะดำเนินการคัดแยกจากแหล่งกำเนิด โดยตั้งจุดรับซื้อวัสดุรีไซเคิล เช่น กระดาษ พลาสติก แก้ว โลหะ ตามความเหมาะสมของพื้นที่ (คาดการณ์ที่เก็บได้ 10%)
3. การเก็บขยะประเภทสารอินทรีย์จะเน้นที่ตลาดสดแหล่งชุมชนเกษตร เพื่อนำมาแปรรูปเป็นเชื้อเพลิงพลังงานและสารปรับปรุงดินในรูปแบบต่างๆ (คาดการณ์ที่ 20%)
4. ขยะชุมชนที่ไม่สามารถดำเนินการได้ (70%) นำมาฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล โดยแบ่งพื้นที่เป็น 3 ระยะ เพื่อดำเนินการตามแนวพระราชดำริ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ยกตัวอย่าง ขยะจำนวน 400 ตัน ถ้าดำเนินการในระยะ 10 ปี จะมีขยะประมาณ 1,440,000 ตัน ปริมาณขยะที่ต้องกำจัดจะมีประมาณ 980,000 ตัน ถ้าแบ่งเป็น 3 ระยะ จะมีบ่อฝังกลบบ่อละ 326,000 ตัน ซึ่งแต่ละบ่อจะมีผลผลิตที่แตกต่างกันดังนี้

- บ่อที่ 1 เมื่อฝังกลบ 3 ปี แรก ต่อมาจะให้แก๊สจากขยะประมาณ 3,000 ลบ.ม./วัน จำนวน 6 ปี ซึ่งจะนำมาใช้ประโยชน์ในการผลิตพลังงานไฟฟ้า และภายหลังจาก 6 ปี จะมีปริมาณสารอินทรีย์เกิดขึ้น 65,200 ตัน นำไปใช้สำหรับปลูกไม้พลังงาน ส่วนของเสียประเภทพลาสติกและอื่น ๆ จะเหลือประมาณ 130,000 ตัน เพื่อนำไปเป็นวัตถุดิบในการแปรรูปเป็นพลังงานความร้อน หรือขึ้นรูปเป็นวัสดุก่อสร้าง
- บ่อที่ 2 เมื่อบ่อแรกดำเนินการเสร็จ บ่อที่ 2 จะมีก๊าซเกิดเพิ่มเติม ดังนั้นปริมาณก๊าซที่จะใช้ในการผลิตกระแสไฟฟ้า จะเพิ่มขึ้นและขดเซกก๊าซที่มีน้อยลงในบ่อที่ 1
- บ่อที่ 3 จะเริ่มทำการฝังกลบเมื่อเริ่มระยะปีที่ 7 จนถึงปีที่ 10 ซึ่งจะให้ผลต่อเนื่องเกี่ยวกับปริมาณแก๊ส สารอินทรีย์ พลาสติก ใกล้เคียงกับบ่อที่ 1 และ 2
- บ่อที่ 1 เมื่อภายหลังจากการดำเนินการ 6 ปี แล้ว พอปีที่ 7 สามารถที่จะเตรียมพื้นที่ให้เหมาะสมได้อีก 3 ปี เพื่อรองรับขยะได้อีก

ลักษณะการดำเนินการดังกล่าวจะเป็นการดำเนินการตามพระราชดำริที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวได้ทรงพระราชทานไว้ทุกประการ

## สรุป

บทความตอนที่ 1 นี้ ได้นำเสนอแนวคิดแสดงถึงความแตกต่างระหว่างการนำเทคโนโลยีต่างประเทมาใช้ ซึ่งผู้ออกแบบทั่วไปมักเรียกว่าระบบผสมผสานกับแนวทางตามแนวพระราชดำริ ซึ่งพบว่าเป็นไปได้ เพราะปัจจุบันมีการฝังกลบอย่างถูกหลักสุขาภิบาลอยู่แล้ว เพียงแต่ปรับการทำงาน การจัดการพื้นที่ฝังกลบให้สอดคล้องเป็นวงรอบมีการใช้ประโยชน์จากก๊าซ และขยะที่ผ่านการย่อยสลายแล้วเป็นเชื้อเพลิงพลังงาน ซึ่งจะทำให้มีการใช้พื้นที่ฝังกลบได้อย่างต่อเนื่อง ไม่ต้องหาสถานที่ฝังกลบใหม่ ในบทความ ตอนที่ 2 ผู้เขียนจะยกตัวอย่างการออกแบบระบบกำจัดขยะที่ศูนย์ปฏิบัติการวิศวกรรมพลังงานและสิ่งแวดล้อมกำลังดำเนินการอยู่ในฐานะที่ปรึกษาทางวิชาการและประเมินความเป็นไปได้ทางเศรษฐศาสตร์ของโครงการ [3]

### 2.2.3.3 การกำจัดขยะมูลฝอยด้วยวิธีการฝังกลบ

#### การฝังกลบ (Landfill)

วิธีการฝังกลบที่ถูกสุขลักษณะนั้น จะต้องไม่ก่อให้เกิดปัญหามลพิษต่อสภาพแวดล้อม รวมทั้งเหตุรำคาญอื่นๆ เช่น กลิ่นเหม็น คาวัน ฝุ่นละออง และการปลิวของกระดาษ พลาสติก และอื่นๆ ซึ่งจะต้องควบคุมให้อยู่ภายในขอบเขตจำกัด ไม่ทำให้เกิดการเสื่อมเสียแก่ทัศนียภาพของพื้นที่และบริเวณใกล้เคียง นอกจากนี้ยังจะต้องมีมาตรการในการควบคุมดูแลดังนี้

1. ต้องควบคุมไม่ให้มีการนำของเสียอันตรายมากำจัดรวมกับขยะมูลฝอยทั่วไปในบริเวณที่ฝังกลบขยะ นอกจากนี้จะมีมาตรการการกำจัดโดยวิธีการพิเศษตามลักษณะของของเสียนั้นๆ
2. ต้องควบคุมให้ขยะที่ฝังกลบถูกกำจัดอยู่เฉพาะภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ ทั้งบนพื้นผิวดินและใต้ดิน
3. ต้องกำจัดน้ำเสียจากกองขยะอย่างถูกต้อง
4. ต้องตรวจสอบอย่างสม่ำเสมอ เช่น ตรวจสอบการปนเปื้อนของแหล่งน้ำใต้ดินบริเวณใกล้เคียง
5. ต้องคำนึงถึงทัศนียภาพของพื้นที่และบริเวณใกล้เคียง เช่น การจัดให้มีสิ่งป้องกันการปลิวของขยะหรืออาจปลูกต้นไม้ล้อมรอบ เป็นต้น

การฝังกลบเป็นวิธีการที่ใช้ในการกำจัดขยะมูลฝอยที่พื้นดินอย่างถูกต้องตามหลักสุขาภิบาล ไม่ก่อให้เกิดเหตุรำคาญและเป็นอันตรายต่อสุขภาพและสภาพแวดล้อม ควรเทขยะมูลฝอยลงไปแล้วเกลี่ยให้กระจาย บดทับให้แน่น แล้วใช้ดินหรือวัสดุอื่นที่มีดินปนอยู่ไม่น้อยกว่าร้อยละ 50 กลบแล้วบดทับให้แน่นอีกครั้งหนึ่ง

#### การฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล (Sanitary landfill)

วิธีและรูปแบบของการฝังกลบแบบถูกหลักสุขาภิบาล มี 3 แบบ คือ

##### 1 วิธีฝังกลบแบบพื้นราบ (Area method)

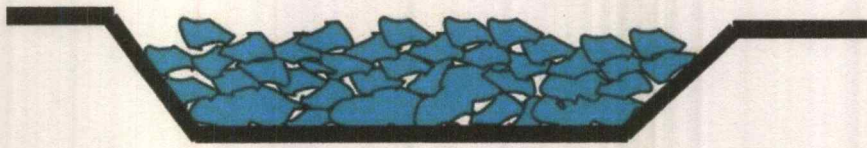


รูปที่ 2.3 วิธีฝังกลบแบบพื้นราบ

เป็นวิธีฝังกลบที่เริ่มจากระดับดินเดิม โดยไม่มีการขุดดิน ทำการบดอัดขยะมูลฝอยตามแนวราบก่อน แล้วค่อยบดอัดทับในชั้นถัดขึ้นไปสูงขึ้นเรื่อยๆ จนได้ระดับตามที่กำหนด การฝังกลบขยะมูลฝอยโดยใช้วิธีนี้จำเป็นต้องทำคันดินตามแนวขอบพื้นที่เพื่อทำหน้าที่เป็นผนัง หรือขอบป้องกันการบดอัดขยะมูลฝอย และทำหน้าที่ป้องกันน้ำเสียที่เกิดจากการย่อยสลายของขยะไม่ให้ซึมออกด้านนอก

ลักษณะของพื้นที่ที่จำเป็นต้องใช้วิธีนี้ คือ ที่ราบลุ่มหรือที่ที่มีระดับน้ำใต้ดินอยู่ต่ำกว่าผิวดินเล็กน้อย (ไม่เกิน 1 เมตร) ซึ่งไม่สามารถขุดดินเพื่อกำจัดด้วยวิธีแบบขุดร่องได้ เพราะจะทำให้เกิดการปนเปื้อนของน้ำเสียจากขยะมูลฝอยลงสู่น้ำใต้ดินได้ การกำจัดด้วยวิธีนี้จำเป็นต้องจัดหาดินมาจากที่อื่นเพื่อนำมาทำคันดิน ทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการดำเนินการขึ้น

## 2 วิธีฝังกลบแบบขุดร่อง (Trench method)



รูปที่ 2.4 วิธีฝังกลบแบบขุดร่อง

เป็นวิธีฝังกลบที่เริ่มจากระดับที่ต่ำกว่าระดับดินเดิม โดยทำการขุดดินลงไปให้ได้ระดับตามที่กำหนด แล้วจึงเริ่มบดอัดมูลฝอยให้เป็นชั้นบางๆทับกันหนาขึ้นเรื่อย ๆ จนได้ระดับตามที่กำหนดของขยะมูลฝอยบดอัดแต่ละชั้น และปิดทับด้วย daily cover โดยทั่วไปความลึกของการขุดร่องจะถูกกำหนดด้วยระดับน้ำใต้ดิน อย่างน้อยระดับกันร่องหรือพื้นล่างควรจะอยู่สูงกว่าระดับน้ำใต้ดินไม่น้อยกว่า 1 เมตร โดยยึดระดับน้ำในฤดูฝนเป็นเกณฑ์ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดการปนเปื้อนต่อน้ำใต้ดิน การฝังกลบแบบขุดร่องไม่จำเป็นต้องทำคันดิน เพราะสามารถใช้ผนังร่องเป็นกำแพงยันขยะมูลฝอยที่จะบดอัดได้ ทำให้ไม่ต้องขุดดินจากข้างนอก และยังสามารถใช้ดินที่ขุดออกแล้วนั้นกลับมาใช้กลบขยะมูลฝอยได้อีก

## 3 วิธีฝังกลบแบบหุบเขา (Canyon Method)



รูปที่ 2.5 วิธีฝังกลบแบบหุบเขา

เป็นวิธีฝังกลบบนพื้นที่ที่มีลักษณะเป็นแอ่งขนาดใหญ่ ซึ่งอาจเกิดขึ้นตามธรรมชาติ หรือเกิดจากการขุด เช่น หุบเขา ห้วย บ่อ เหมือง ฯลฯ

วิธีการในการฝังกลบและอัดมูลฝอยในบ่อแต่ละแห่งอาจแตกต่างกันไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาพภูมิประเทศของพื้นที่นั้นๆ เช่น ถ้าพื้นที่ของบ่อมีสภาพค่อนข้างราบ อาจใช้วิธีการฝังกลบแบบขุดร่องหรือแบบที่ราบแล้วแต่กรณี ในการฝังกลบนั้นจะต้องมีการปรับพื้นที่ให้เสมอกัน เพื่อให้สามารถปูชั้นกันซึมได้สะดวก การฝังกลบมูลฝอยโดยวิธีนี้จะต้องจัดหาวัสดุกลบหีบมาเตรียมไว้ เนื่องจากเป็นบ่อโล่งไม่มีวัสดุใช้กลบทับ [8]

## ประโยชน์บ่อฝังกลบ

บ่อฝังกลบเป็นแหล่งวัตถุดิบและแหล่งพลังงานมากมาย ในประเทศกำลังพัฒนา เราจะเห็นคนค้าขายเศษขยะ เพื่อหาของมีค่า เห็นสัตว์ค้าขายหาอาหาร มีหลายบริษัทการค้ามองเห็นคุณค่าของขยะและกำลังหาประโยชน์จากวัสดุและพลังงานในกองขยะ ที่รู้กันทั่วไปคือขบวนการเปลี่ยนให้เป็นก๊าซชีวภาพ หรือการสร้างเตาเผาความร้อนสูงเพื่อให้ได้วัตถุดิบกลับคืนมา เช่น ทอง ทองแดง เป็นต้น การทำให้ได้วัตถุดิบคืนมาโดยใช้ตัวกรอง เช่น electro filter, active carbon and potassium filter, quench, HCL-washer, SO<sub>2</sub>-washer, bottom ash-grating เป็นต้น เพราะบางคนชี้ว่า ในกองขยะมีวัตถุดิบ เช่น ทองแดง มากกว่าเหมืองในประเทศซิวีเซียอีก ถึงอย่างไรก็ตาม ในกองขยะยังมีแก๊สเข้มข้นสูง และมีวัตถุหลากหลาย ทำให้การขุดเปิดหลุมกลบขยะอันตรายมาก และคุณภาพของวัสดุในกองขยะก็เสื่อมสภาพแล้ว ดังนั้น จึงไม่คุ้มกับความเสี่ยงในการแปรสภาพวัสดุกลับมาใหม่ [3]

### 2.2.4 เตือดร้อน ! บ่อขยะ 72 ล้าน ถูกทิ้งร้าง สร้างมลพิษให้ชุมชน

วันที่ 8 ก.พ. 61 ผู้สื่อข่าวรายงานว่า ความคืบหน้ากรณีมีตัวแทนชาวบ้าน ในพื้นที่ ต.ลาเลียง อ.นาแก จ.นครพนม รวมทั้งหมด 4 หมู่บ้าน ที่ได้รับผลกระทบจากโครงการก่อสร้างศูนย์กำจัดขยะมูลฝอย กลุ่มพื้นที่ 3 ที่สร้างด้วยงบประมาณกว่า 72 ล้านบาท ของเทศบาล ต.นาแก อ.นาแก จ.นครพนม ในการคัดแยกขยะในพื้นที่รับผิดชอบ ประกอบด้วย อ.นาแก อ.ธาตุพนม อ.เรณูนคร และ อ.วังยาง จ.นครพนม มีเป้าหมายสามารถคัดแยกขยะมูลฝอยออกจากขยะจลिनทรีย์ ก่อนนำไปทำปุ๋ยอัดเม็ดส่งขายในชุมชน ลดต้นทุนการเกษตร ซึ่งทำการก่อสร้างในพื้นที่ บ้านโพธิ์สวรรค์ หมู่ 7 ต.นาเลียง อ.นาแก จ.นครพนม ในเนื้อที่กว่า 70 ไร่ ดำเนินการก่อสร้างมาตั้งแต่ปี 2554 หลังจากเดินเครื่องใช้งานได้ประมาณ 2 ปี เกิดปัญหาทางเทศบาล ต.นาแก ได้หยุดเดินเครื่อง เนื่องจากมีปัญหาค่าใช้จ่าย ไม่คุ้มทุน ทำให้ถูกปล่อยร้างมานานกว่า 5 ปี จนเกิดปัญหาเครื่องจักรทรุดโทรม ทำให้ปริมาณขยะเพิ่มขึ้น สร้างมลภาวะให้กับชุมชนในพื้นที่ใกล้เคียง เพราะต้องรองรับขยะจากพื้นที่ 4 อำเภอ วันละไม่ต่ำกว่า 20 ตัน แต่ทำได้แค่การฝังกลบ เนื่องจากเครื่องคัดแยกกำจัดขยะที่สร้างด้วยงบประมาณกว่า 72 ล้านบาท ใช้ไม่ได้จริง ทำให้ชาวบ้านออกมาเรียกร้อง เร่งแก้ไขเรื่องมลภาวะ เพราะมีปริมาณมากขึ้น และส่งกลิ่นเหม็น ทั้งนี้ จากการตรวจสอบล่าสุด กรณีสำนักงานตรวจเงินแผ่นดิน โดยสำนักตรวจสอบพิเศษภาค 5 จ.อุบลราชธานี ได้มีการเข้าไปตรวจสอบหาสาเหตุ และมีคำสั่งล่าสุดเมื่อเดือนเมษายน 2560 ชี้มูลว่า ใช้ประโยชน์ไม่ได้ตามวัตถุประสงค์ของโครงการ และไม่มี การใช้ประโยชน์ทั้งระบบ รวมทั้งไม่สามารถปรับปรุง หรือซ่อมแซมให้ใช้ประโยชน์อย่างอื่นได้ จนเป็นเหตุทำให้ทางราชการได้รับความเสียหาย พร้อมมีคำสั่งให้คืนเงินรวม 72 ล้านบาท พร้อมดำเนินการตั้งคณะกรรมการสอบสวน ดำเนินคดีเกี่ยวกับการละเมิด รวมทั้งอาญาและแพ่ง ในส่วนที่เกี่ยวข้อง

ล่าสุดทาง จ.นครพนม โดย นายสมชาย วิทย์ ดำรงค์ ผู้ว่าราชการ จ.นครพนม ได้มีคำสั่งแต่งตั้งคณะกรรมการสอบสวนออกเป็น 2 ส่วน คือสอบในเรื่องของละเมิด หรือความผิดทางแพ่ง แต่ยังไม่มีการฟ้องร้อง อยู่ระหว่างการดำเนินการ ส่วนแนวทางที่ 2 เป็นความรับผิดชอบของทางเทศบาล ต.

นาแก ในการตั้งคณะกรรมการสอบในเรื่องของวินัย หรืออาญา ตามกฎหมาย เพื่อหาผู้รับผิดชอบ โดยอยู่ระหว่างการตั้งคณะกรรมการ เนื่องจากมีปัญหาเรื่องการรวบรวมเอกสารหลักฐานที่ยังไม่ครบ เพราะมีการดำเนินโครงการมาตั้งแต่ ปี 2553 และมีการเปลี่ยนคณะผู้บริหาร เจ้าหน้าที่ไปหลายครั้ง คาดว่า จะดำเนินการได้ภายในเดือนนี้ ซึ่งในการดำเนินการทั้ง 2 แนวทาง พบว่า มีการสอบสวนเอาผิดอดีตนายกเทศมนตรี เทศบาล ต.นาแก รวมถึงอดีตปลัดเทศบาล ต.นาแก และถึงเจ้าหน้าที่ที่เกี่ยวข้องด้วย เพราะเป็นผู้เสนอขออนุมัติโครงการ แต่มีปัญหาภายหลังที่เครื่องจักรไม่สามารถใช้งานได้จริง ตามวัตถุประสงค์ ซึ่งอยู่ระหว่างการพิจารณา ดำเนินการสรุปหาผู้รับผิดชอบตามกฎหมาย

ด้าน นายประดิษฐ์ แสงสีทาง กล่าวว่า สำหรับการแก้ไขปัญหาเกี่ยวกับโครงการก่อสร้างศูนย์กำจัดขยะเทศบาล ต.นาแก ได้มีการดำเนินการเป็น 2 ส่วน ดังกล่าว หลัง สดง.ชี้มูลว่าเป็นโครงการไม่คุ้มค่า ใช้งานไม่ได้จริง ซึ่งปัจจุบันในส่วนของคณะผู้บริหารเทศบาล ต.นาแก กำลังเร่งดำเนินการแก้ไข ในเรื่องของการหางบประมาณมาดูแลแก้ไข รวมถึงการทำแผนโครงการหาเอกชนเข้ามาประมูลไปบริหารจัดการ ส่วนการแก้ไขได้ดูแลทำการฝังกลบไม่ให้เกิดมลพิษ ซึ่งทางเทศบาลได้ดูแลต่อเนื่องแต่ยอมรับว่าปริมาณมากขึ้น และอาจมีปัญหา เพราะไม่สามารถคัดแยกทำลายได้ และจะต้องเร่งหาทางแก้ไข หากประชาชนได้รับผลกระทบ ทางเทศบาลจะเข้าไปตรวจสอบดูแลอย่างใกล้ชิด [7]



รูปที่ 2.6 ตัวอย่างบ่อขยะ

### 2.3 น้ำชะมูลฝอย

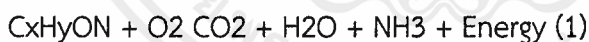
น้ำชะมูลฝอย หมายถึง ของเหลวที่เกิดขึ้นจากพื้นที่หลุมฝังกลบ โดยทั่วไปเป็นผลมาจากการไหลซึมของน้ำฝน น้ำไหลบ่า น้ำที่ใช้รดหลุมฝังกลบ หรืออาจจะเกิดจากน้ำที่มีอยู่ในมูลฝอย และเป็นน้ำที่เกิดจากปฏิกิริยาการย่อยสลายของมูลฝอยโดยจุลินทรีย์แล้วไหลซึมผ่านชั้นมูลฝอยและของเหลวจากภายนอกที่ไหลผ่านเข้ามาในชั้นของขยะมูลฝอย เช่น ฝน น้ำใต้ดิน ได้ละลายหรือชะเอาสารต่างๆ จากขยะมูลฝอยไป น้ำชะมูลฝอยประกอบด้วย สารละลาย และสารแขวนลอยที่เป็นผลิตผลจากการย่อยสลายขยะมูลฝอย ซึ่งจะมีคุณสมบัติที่แตกต่างกันออกไปในแต่ละแห่งขึ้นอยู่กับลักษณะของมูลฝอย องค์ประกอบของมูลฝอย ลักษณะของปฏิกิริยาการย่อยสลายที่เกิดขึ้น ความชื้นของมูลฝอย การบดอัดอัตราการซึมผ่าน และอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.1 ที่มาของน้ำชะมูลฝอย

มูลฝอยที่ถูกฝังอยู่ในดิน จะมีการเปลี่ยนแปลงทั้งด้านกายภาพ เคมี และชีวภาพในตอนแรก มูลฝอยจะถูกเครื่องจักรกลสับ หั่น และบดอัด ทำให้บางชิ้นส่วนของมูลฝอยมีขนาดเล็กลง จากนั้นก็จะถูกบดอัดให้แน่นเข้า จุลินทรีย์ที่มีอยู่ก็จะช่วยย่อยสลายสารอินทรีย์อย่างช้าๆ ซึ่งอาจเป็นเวลาหลายปี ทำให้ปริมาณมูลฝอยลดลงไปจากเดิมประมาณ 30 % เมื่อการย่อยสลายเป็นไปอย่างเต็มที่แล้ว ส่วนที่เป็นองค์ประกอบของมูลฝอย (ความชื้น) หรืออาจรวมกับภายนอก เช่น ฝน จะละลายเอาสิ่งสกปรกต่างๆ ที่มีอยู่ในมูลฝอยนั้นแล้วไหลลงสู่ด้านล่าง ซึ่งอาจทำให้เกิดการปนเปื้อนของแหล่งน้ำใต้ดิน หากมิได้มีมาตรการป้องกันไว้ก่อนปฏิบัติการย่อยสลายที่เกิดขึ้นในมูลฝอยที่ถูกฝังดินแล้ว หลังจาก 96 ชั่วโมง จะเริ่มมีอุณหภูมิสูงขึ้นอย่างรวดเร็วที่ความลึก 3 ฟุต วัตถุอุณหภูมิขะได้ 130 F° และอุณหภูมิจะคงที่เป็นเวลานาน 60 วัน หลังจากนั้นประมาณ 10-12 เดือน อุณหภูมิจะค่อยๆ ลดลง ถ้ามูลฝอยที่นำมาถมเป็นขยะเปียกและปริมาณมากจะก่อให้เกิดปฏิกิริยาสลายตัวได้อย่างรวดเร็วและมีอุณหภูมิสูงขึ้น แต่ถ้าขยะเป็นขยะแห้งมากหรือมีขยะเปียกจำพวกเน่าเปื่อยเพียง 15 % หรือน้อยกว่า จะทำให้การย่อยสลายเป็นไปได้ช้าและการย่อยสลายจะสิ้นสุดลงประมาณ 12 เดือน แต่ก็มีขยะแห้งบางชนิด เช่น กระดาษ เปลือกส้ม ใบไม้และอื่นๆ ที่ไม่ถูกย่อยสลายหลังจากที่ถูกฝังดินนานถึง 10 ปี ในกองขยะจะเกิดปฏิกิริยาทางกายภาพ (Physical Reaction) ปฏิกิริยาทางเคมี (Chemical Reaction) และปฏิกิริยาทางชีวภาพ (Biological Reaction) ปฏิกิริยาเหล่านี้จะเกิดขึ้นอยู่ตลอดเวลา ทำให้เกิดการย่อยสลายสารอินทรีย์ ได้แก่

1) การย่อยสลายทางชีวภาพ (Biological Decomposition) ของอินทรีย์สารที่ย่อยสลายได้ (Degradable Organic Matter) โดยจุลินทรีย์ ทั้งวิธีที่ต้องการอากาศและวิธีที่ไม่ต้องการอากาศในระยะแรกๆ ที่มีออกซิเจนปนอยู่ จะเกิดการย่อยสลายแบบ Aerobic จนกระทั่งออกซิเจนถูกใช้จนหมดไปจะเกิดการย่อยสลายแบบ Anaerobic แสดงดังสมการที่ 1 และ 2



2) การทำปฏิกิริยาเคมี (Chemical Oxidation) ของสารอินทรีย์และสารอนินทรีย์

3) เกิดการละลายของสารอินทรีย์และสารอนินทรีย์ที่ได้จากการย่อยสลายกลายเป็นน้ำชะมูลฝอย

4) เกิดการเคลื่อนที่ของสารละลายโดยกระบวนการ Osmosis และ Gradient อัตราเร็วของปฏิกิริยาต่างๆ ดังกล่าวข้างต้นจะเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นและมีความชื้นมากขึ้น จากการย่อยสลายสารอินทรีย์โดยจุลินทรีย์ดังกล่าว แก๊สออกซิเจนจะถูกใช้จนหมดไปและเป็นเหตุให้ขยะที่อยู่ในชั้นที่ลึกลงไปอยู่ในสภาพที่ไร้ออกซิเจน

### 2.3.2 องค์ประกอบของน้ำชะมูลฝอย

น้ำชะมูลฝอยประกอบด้วยเกลืออนินทรีย์ (Inorganic Salt) ซึ่งเกิดจากการย่อยสลายทางชีววิทยา เช่น ซัลไฟด์ แอมโมเนีย เพอร์รอสีออน และสารอินทรีย์ที่อยู่ในขยะมูลฝอย สำหรับสารอินทรีย์ที่ง่ายต่อการย่อยสลายทางชีววิทยา ได้แก่ กรดไขมันที่ระเหยได้ และสารประกอบฮิวมิก (Humic Substance) ซึ่งเป็นสารอินทรีย์ที่มีโมเลกุลใหญ่ นอกจากนี้ยังพบโลหะหลายชนิด เช่น แคลเซียม เหล็ก โปแตสเซียม โซเดียม แมงกานีส และสังกะสี โดยทั่วไปคุณสมบัติของน้ำชะมูลฝอยจะมีความแตกต่างกันออกไปในแต่ละที่ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของขยะมูลฝอย และลักษณะของปฏิกิริยาการย่อยสลายที่เกิดขึ้น การบดอัดมูลฝอย ความชื้นของมูลฝอย อัตราการซึมผ่านของน้ำ และอุณหภูมิ รวมทั้งอายุของหลุมฝังกลบก็มีผลต่อองค์ประกอบของน้ำชะมูลฝอยด้วยเช่นกัน (Chain and Dewalle, 1976) สำหรับข้อมูลคุณลักษณะของน้ำชะมูลฝอยของยุโรปและสหรัฐอเมริกา โดยเปรียบเทียบข้อมูลของหลุมฝังกลบใหม่และหลุมฝังกลบ

### 2.3.3 ลักษณะสมบัติของน้ำชะมูลฝอย

น้ำชะมูลฝอยส่วนใหญ่จะเป็นน้ำที่ซึมผ่านชั้นมูลฝอยบดอัดและกลบแล้ว รวมถึงน้ำที่เกิดจากการย่อยสลายของมูลฝอยที่มีค่าความสกปรกสูง ซึ่งลักษณะสมบัติโดยทั่วไปพบว่า มีสารที่ก่อให้เกิดความเป็นพิษ 4 ประเภท ได้แก่

1. พวกอื้ออนที่พบบ่อย ได้แก่ แคลเซียม ซัลเฟต โซเดียมและแอมโมเนีย เป็นต้น
2. พวกอินทรีย์สาร ได้แก่ บีโอดี และซีโอดี เป็นต้น
3. พวกอนินทรีย์สารที่มีปริมาณน้อย ได้แก่ เหล็ก แมงกานีส นิเกิลและตะกั่ว เป็นต้น
4. พวกแบคทีเรีย ได้แก่ แบคทีเรียก่อโรค เช่น โคลิฟอร์ม เป็นต้น

### 2.3.4 การบำบัดน้ำชะมูลฝอย

เนื่องจากความเข้มข้นของสารอินทรีย์และสารอนินทรีย์ในน้ำชะมูลฝอยมีค่าสูง จึงจำเป็นต้องบำบัดก่อนปล่อยออกสู่ธรรมชาติ มลสารที่จะต้องบำบัดขึ้นอยู่กับข้อกำหนดของแต่ละประเทศ โดยทั่วไปมีแนวโน้มที่จะต้องบำบัดมลสารเหล่านี้ คือ สารอินทรีย์ สี แอมโมเนีย Halogenated Hydrocarbon โลหะหนัก และสารพิษ (Qasim and Walter, 1994) นอกจากนี้ลักษณะสมบัติของน้ำชะมูลฝอยประกอบด้วยสารที่มีโครงสร้างซับซ้อนและสารพิษปนเปื้อนสูงดังที่กล่าวไว้ข้างต้น โดยเฉพาะน้ำชะมูลฝอยจากสถานที่ฝังกลบมูลฝอยที่มีอายุการใช้งานนานหลายปี ดังนั้น ในการบำบัดน้ำชะมูลฝอยเพื่อให้คุณภาพน้ำทิ้งมีคุณภาพดีอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ซึ่งอาจต้องใช้วิธีการบำบัดร่วมกันหลายวิธี (รัตนวลี, 2549) การเลือกวิธีการบำบัดน้ำชะมูลฝอยให้เหมาะสมขึ้นกับลักษณะสมบัติของน้ำชะมูลฝอย และอายุของสถานที่ฝังกลบมูลฝอย ซึ่งใช้เป็นข้อกำหนดพื้นฐานในการเลือกวิธีการบำบัดที่เหมาะสมในการกำจัดสารปนเปื้อนต่างๆ และโดยทั่วไปแล้ววิธีการบำบัดน้ำชะมูลฝอยที่นิยมใช้ ได้แก่ วิธีทางชีวภาพ เคมี กายภาพและการใช้ร่วมกันหลายวิธี

### การบำบัดน้ำชะมูลฝอยมีหลายวิธี สรุปได้ดังนี้

- 1) การบำบัดทางชีววิทยาโดยใช้ออกซิเจน
- 2) การบำบัดทางชีววิทยาโดยไม่ใช้ออกซิเจน
- 3) การบำบัดทางกายภาพและเคมี
- 4) การหมุนเวียนคืนลงไปในหลุมฝังกลบ (Recycling Leachate through Landfill)
- 5) การบำบัดโดยปล่อยบนพื้นดิน (Land Treatment)
- 6) การบำบัดร่วมกับน้ำเสียชุมชน

เนื่องจากลักษณะน้ำชะมูลฝอยเปลี่ยนแปลงตามอายุการฝังกลบ ระบบบำบัดน้ำชะมูลฝอยเพียงขั้นตอนเดียวอาจไม่ได้ผลดี จึงควรประกอบด้วยหลายขั้นตอนตามลักษณะน้ำชะมูลฝอยแต่ละระยะ โดยเริ่มจากการใช้การหมุนเวียนคืนลงไปในหลุมฝังกลบเพื่อเร่งการสลายตัวทางชีวของมูลฝอย เนื่องจากช่วงแรกของการฝังกลบจะมีความเข้มข้นของค่า BOD5 ต่ำ [2]



## บทที่ 3

### วิธีคอลโลเคชัน (Collocation method)

วิธีนี้จะให้ผลเฉลยที่เป็นเส้นโค้งประมาณค่า (Approximated curve) ซึ่งเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง โดยผลเฉลยใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำ โดยผลเฉลยนี้ได้กำหนดให้บางจุดตัดเส้นโค้งของผลเฉลยแม่นยำ

#### 3.1 วิธีคอลโลเคชัน (Collocation method)

ผลเฉลยของวิธีนี้จะถูกสร้างขึ้นจากผลรวมเชิงเส้น (Linear combination) ของฟังก์ชันมูลฐาน (Basis function) ต่อไปนี้

ฟังก์ชันพหุนามเลอจองด์ (Legendre polynomials)

กำหนดให้  $P_0(x) = 1$  และ  $P_1(x) = x$

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n] \text{ เมื่อ } n = 2, 3, \dots$$

จะได้  $\left\{ 1, x, \frac{1}{2}(3x^2 - 1), \frac{1}{2}(5x^3 - 3x), \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3), \dots \right\}$

ฟังก์ชันพหุนามเชบิเชฟ (Chebyshev polynomials)

กำหนดให้  $T_0(x) = 1$  และ  $T_1(x) = x$

$$T_n(x) = 2xT_{n-1} - T_{n-2}(x) \text{ เมื่อ } n = 2, 3, \dots$$

จะได้  $\{1, x, 2x^2 - 1, 4x^3 - 3x, 8x^4 - 8x^2 + 1, \dots\}$

#### ตัวอย่างที่ 3.1 กรณีสมการมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว

กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์  $y'' - 2y' + 3y = 0$  สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 1$  (3.1)

โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย  $y(0) = 1$  (3.2)

$$y(1) = 0.4238 \quad (3.3)$$

##### 3.1.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1(1) + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1 \quad (3.4)$$

แทน  $u$  ลงในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (3.2) จะได้

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}\right)(0) \quad (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ดังนั้น} \quad c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1 \quad (3.6)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  เงื่อนไขขอบขวาสมการ (3.3) จะได้

$$\begin{aligned} y(1) &= 0.4238 = u(1) \\ &= c_1 + c_2(1) + c_3\left(1^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(1^3 - \frac{3}{5}\right)(1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\text{จะได้} \quad c_1 + c_2 + \frac{2}{3}c_3 + \frac{2}{5}c_4 = 0.4238 \quad (3.8)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (3.1) จะได้

$$L(x) = u'' - 2u' + 3u \quad (3.9)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา} \quad u' = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}\left(c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)\right) \quad (3.10)$$

$$= c_2 + 2xc_3 + 3x^2c_4 - \frac{3}{5}c_4 \quad (3.11)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad u'' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (3.12)$$

$$\text{จะได้} \quad u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (3.13)$$

นำ (3.12) และ (3.13) แทนลงในสมการเศษเหลือ (3.9) จะได้

$$\begin{aligned} L(x) &= (2c_3 + 6xc_4) - 2\left(c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4\right) \\ &\quad + 3\left(c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)\right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$= 3c_1 + c_2(3x - 2) + c_3(3x^2 - 4x + 1) + c_4\left(3x^2 - 6x^2 + \frac{21}{5}x + \frac{6}{5}\right) \quad (3.15)$$

กำหนดจุดคอลลโเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$  สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 1]$

$$\text{เลือก} \quad x_1 = \frac{1}{3} \quad \text{และ} \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad L\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \quad \text{และ} \quad L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

ดังนั้น

$$L\left(\frac{1}{3}\right) = 3c_1 + c_2 \left(3\left(\frac{1}{3}\right) - 2\right) + c_3 \left(3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{3}\right) + 1\right) + c_4 \left(3\left(\frac{1}{3}\right)^3 - 6\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{21}{5}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{6}{5}\right) = 0 \quad (3.16)$$

$$\text{จะได้ } 3c_1 - c_2 + \frac{92}{45}c_4 = 0 \quad (3.17)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L\left(\frac{2}{3}\right) = 3c_1 + c_2 \left(3\left(\frac{2}{3}\right) - 2\right) + c_3 \left(3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{3}\right) + 1\right) + c_4 \left(3\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{21}{5}\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{6}{5}\right) = 0 \quad (3.18)$$

$$\text{จะได้ } 3c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{20}{9}c_4 = 0 \quad (3.19)$$

สมการ (3.6), (3.8), (3.17), (3.19) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{5} \\ 3 & -1 & 0 & \frac{92}{45} \\ 3 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{20}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4238 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9273 \\ 0.1557 \\ -0.2179 \\ -1.2846 \end{bmatrix}$$

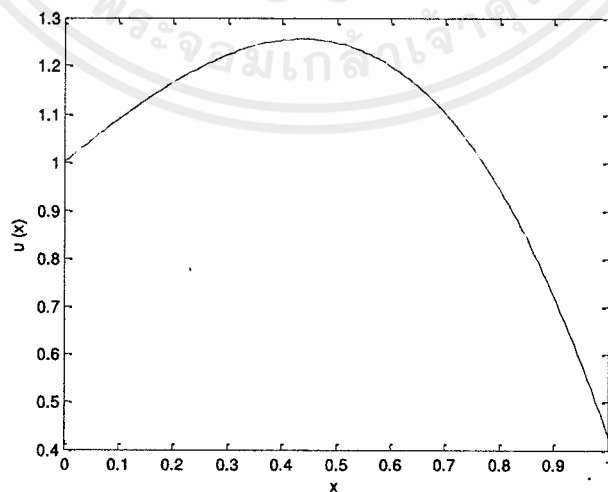
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$y(x) \approx u(x)$$

$$= 0.9273 + (0.1557)x + (-0.2179)\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + (-1.2846)\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \quad \text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1$$

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.1

$x$	$u(x)$
0.00	1.000000
0.05	1.045616
0.10	1.089179
0.15	1.129724
0.20	1.166289
0.25	1.197909
0.30	1.223623
0.35	1.242465
0.40	1.253473
0.45	1.255683
0.50	1.248132
0.55	1.229857
0.60	1.199893
0.65	1.157278
0.70	1.101048
0.75	1.030239
0.80	0.943889
0.85	0.841033
0.90	0.720709
0.95	0.581952
1.00	0.423800



รูปที่ 3.1 กราฟแสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ตัวอย่างที่ 3.2 การวิเคราะห์ผลเฉลยโดยประมาณกับผลเฉลยแม่นยำ

$$\text{กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์ } u'' = -(x+1)u' + 2u + (1-x^2)e^{-x} \quad (3.21)$$

$$\text{กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ } u(0) = -1 \quad (3.22)$$

$$u(1) = 0 \quad (3.23)$$

$$\text{มีผลเฉลยแม่นยำเป็น } u(x) = (x-1)e^{-x} \quad (3.24)$$

#### 3.2.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลขจอร์จคิตีรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1 \quad (3.25)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (3.22) จะได้

$$u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) \quad (3.26)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1 \quad (3.27)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (3.23) จะได้

$$u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3\left(1^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(1^3 - \frac{3}{5}(1)\right) \quad (3.28)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 + c_2 + \frac{2}{3}c_3 + \frac{2}{5}c_4 = 0 \quad (3.29)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (3.21) จะได้

$$L(x) = u'' + (x+1)u' - 2u - (1-x^2)e^{-x} \quad (3.30)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \quad (3.31)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (3.32)$$

$$\text{และ } u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (3.33)$$

นำ (3.32) และ (3.33) แทนลงในสมการเศษเหลือ (3.30) จะได้

$$\begin{aligned} L(x) &= 2c_3 + 6xc_4 + (x+1)\left[c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4\right] \\ &\quad - 2\left[c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)\right] - (1-x^2)e^{-x} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
&= 2c_3 + 6xc_4 + xc_2 + 2x^2c_3 + \left(3x^3 - \frac{3}{5}x\right)c_4 + c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&- 2c_1 - 2xc_2 + \left(-2x^2 + \frac{2}{3}\right)c_3 + \left(-2x^3 + \frac{6}{5}x\right)c_4 - (1-x^2)e^{-x} \\
&= -2c_1 + (-x+1)c_2 + \left(2x + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(x^3 + 3x^2 + \frac{33x}{5} - \frac{3}{5}\right)c_4 - (1-x^2)e^{-x} \quad (3.35)
\end{aligned}$$

กำหนดจุดคอลโลเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$  สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 1]$

เลือก  $x_1 = \frac{1}{3}$  และ  $x_2 = \frac{2}{3}$

จะได้  $L\left(\frac{1}{3}\right) = 0$  และ  $L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
L\left(\frac{1}{3}\right) &= -2c_1 + \left(-\left(\frac{1}{3}\right) + 1\right)c_2 + \left(2\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{33\left(\frac{1}{3}\right)}{5} - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&- \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)e^{-\left(\frac{1}{3}\right)} \quad (3.36)
\end{aligned}$$

$$-2c_1 + \frac{2}{3}c_2 + \frac{10}{3}c_3 + \frac{266}{135}c_4 - \frac{8}{9}e^{-\left(\frac{1}{3}\right)} = 0 \quad (3.37)$$

$$\text{จะได้ } -2c_1 + \frac{2}{3}c_2 + \frac{10}{3}c_3 + \frac{266}{135}c_4 = \frac{8}{9}e^{-\left(\frac{1}{3}\right)} \quad (3.38)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned}
L\left(\frac{2}{3}\right) &= -2c_1 + \left(-\left(\frac{2}{3}\right) + 1\right)c_2 + \left(2\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{33\left(\frac{2}{3}\right)}{5} - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&- \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)e^{-\left(\frac{2}{3}\right)} \quad (3.39)
\end{aligned}$$

$$-2c_1 + \frac{1}{3}c_2 + 4c_3 + \frac{733}{135}c_4 - \frac{5}{9}e^{-\left(\frac{2}{3}\right)} = 0 \quad (3.40)$$

$$\text{จะได้ } -2c_1 + \frac{1}{3}c_2 + 4c_3 + \frac{733}{135}c_4 = \frac{5}{9}e^{-\left(\frac{2}{3}\right)} \quad (3.41)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการ (3.27), (3.29), (3.38), (3.41) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{5} \\ -2 & \frac{2}{3} & \frac{10}{3} & \frac{266}{135} \\ -2 & \frac{1}{3} & 4 & \frac{733}{135} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{8}{9}e^{-\left(\frac{1}{3}\right)} \\ \frac{5}{9}e^{-\left(\frac{2}{3}\right)} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1.441535065 \\ 2.179166655 \\ -1.324605194 \\ 0.363596346 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

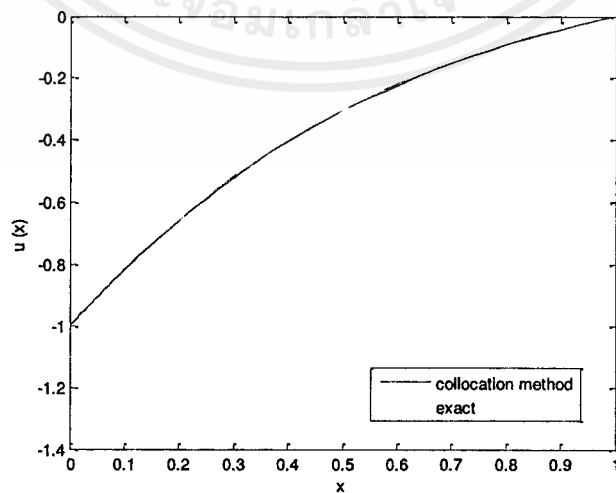
$$y(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = -1.441535065 + 2.179166655x - 1.324605194\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + 0.363596346\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 1$

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.1 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

$x$	$u(x)$	ผลเฉลยแม่นยำ	ค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์
0.00	-1.000000	-1.000000	$0.0000 \times 10^{-2}$
0.05	-0.905216	-0.903668	$0.1548 \times 10^{-2}$
0.10	-0.816782	-0.814354	$0.2428 \times 10^{-2}$
0.15	-0.734425	-0.731602	$0.2823 \times 10^{-2}$
0.20	-0.657874	-0.654985	$0.2889 \times 10^{-2}$
0.25	-0.586854	-0.584101	$0.2754 \times 10^{-2}$
0.30	-0.521095	-0.518573	$0.2522 \times 10^{-2}$
0.35	-0.460322	-0.458047	$0.2275 \times 10^{-2}$
0.40	-0.404263	-0.402192	$0.2071 \times 10^{-2}$
0.45	-0.352646	-0.350695	$0.1950 \times 10^{-2}$
0.50	-0.305197	-0.303265	$0.1932 \times 10^{-2}$
0.55	-0.261645	-0.259627	$0.2017 \times 10^{-2}$
0.60	-0.221716	-0.219525	$0.2191 \times 10^{-2}$
0.65	-0.185137	-0.182716	$0.2421 \times 10^{-2}$
0.70	-0.151637	-0.148976	$0.2661 \times 10^{-2}$
0.75	-0.120942	-0.118092	$0.2850 \times 10^{-2}$
0.80	-0.092779	-0.089866	$0.2913 \times 10^{-2}$
0.85	-0.066876	-0.064112	$0.2764 \times 10^{-2}$
0.90	-0.042961	-0.040657	$0.2304 \times 10^{-2}$
0.95	-0.020759	-0.019337	$0.1422 \times 10^{-2}$
1.00	0.000000	0.000000	$0.0000 \times 10^{-2}$



รูปที่ 3.2 กราฟแสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.1 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 1$  (3.43)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (3.22) จะได้

$$u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (3.44)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1 \quad (3.45)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (3.23) จะได้

$$u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3\left(1^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(1^3 - \frac{3}{5}(1)\right) + c_5\left(1^4 - \frac{30(1)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (3.46)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c_1 + c_2 + \frac{2}{3}c_3 + \frac{2}{5}c_4 + \frac{8}{35}c_5 = 0 \quad (3.47)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (3.21) จะได้

$$L(x) = u'' + (x+1)u' - 2u - (1-x^2)e^{-x} \quad (3.48)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา} \quad u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (3.49)$$

$$u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5 \quad (3.50)$$

$$u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5 \quad (3.51)$$

นำ (3.50) และ (3.51) แทนลงในสมการเศษเหลือ (3.48) จะได้

$$\begin{aligned} L(x) = & 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5 + (x+1)\left[c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5\right] \\ & - 2\left[c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)\right] - (1-x^2)e^{-x} \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned}
&= 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5 + xc_2 + 2x^2c_3 + \left(3x^3 - \frac{3}{5}x\right)c_4 + \left(4x^2 - \frac{12}{7}x^2\right)c_5 \\
&+ c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5 - 2c_1 - 2xc_2 + \left(-2x^2 + \frac{2}{3}\right)c_3 \\
&+ \left(-2x^3 + \frac{6}{5}x\right) + \left(-2x^4 + \frac{12}{7}x^2 - \frac{6}{35}\right)c_5 - (1-x^2)e^{-x} \tag{3.53}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -2c_1 + (-x+1)c_2 + \left(2x + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(x^3 + 3x^2 + \frac{33}{5}x - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&+ \left(2x^4 + 4x^3 + 12x^2 - \frac{12}{7}x - \frac{66}{35}\right)c_5 - (1-x^2)e^{-x} \tag{3.54}
\end{aligned}$$

กำหนดจุดคอลลโลเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 1]$

เลือก  $x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$  และ  $x_3 = \frac{3}{4}$

จะได้  $L\left(\frac{1}{4}\right) = 0$ ,  $L\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  และ  $L\left(\frac{3}{4}\right) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
L\left(\frac{1}{4}\right) &= -2c_1 + \left(-\left(\frac{1}{4}\right) + 1\right)c_2 + \left(2\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{33}{5}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&+ \left(2\left(\frac{1}{4}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 12\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{12}{7}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{66}{35}\right)c_5 - \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2\right)e^{-\left(\frac{1}{4}\right)} = 0 \tag{3.55}
\end{aligned}$$

$$-2c_1 + \frac{3}{4}c_2 + \frac{19}{6}c_3 + \frac{401}{320}c_4 - 1.493973214c_5 - \frac{15}{6}e^{-\left(\frac{1}{4}\right)} = 0 \tag{3.56}$$

$$\text{จะได้ } -2c_1 + \frac{3}{4}c_2 + \frac{19}{6}c_3 + \frac{401}{320}c_4 - 1.493973214c_5 = \frac{15}{6}e^{-\left(\frac{1}{4}\right)} \tag{3.57}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned}
L\left(\frac{1}{2}\right) &= -2c_1 + \left(-\left(\frac{1}{2}\right) + 1\right)c_2 + \left(2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{33}{5}\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{3}{5}\right)c_4 \\
&+ \left(2\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{12}{7}\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{66}{35}\right)c_5 - \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)e^{-\left(\frac{1}{2}\right)} = 0 \tag{3.58}
\end{aligned}$$

$$-2c_1 + \frac{1}{2}c_2 + \frac{11}{3}c_3 + \frac{143}{40}c_4 + 0.8821428571c_5 - \frac{3}{4}e^{-\left(\frac{1}{2}\right)} = 0 \tag{3.59}$$

$$\text{จะได้ } -2c_1 + \frac{1}{2}c_2 + \frac{11}{3}c_3 + \frac{143}{40}c_4 + 0.8821428571c_5 = \frac{3}{4}e^{-\left(\frac{1}{2}\right)} \tag{3.60}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$L\left(\frac{3}{4}\right) = -2c_1 + \left(-\left(\frac{3}{4}\right) + 1\right)c_2 + \left(2\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{8}{3}\right)c_3 + \left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 3\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{33}{5}\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(2\left(\frac{3}{4}\right)^4 + 4\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 12\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{12}{7}\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{66}{35}\right)c_5 - \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right)e^{-\left(\frac{3}{4}\right)} = 0 \quad (3.61)$$

$$-2c_1 + \frac{1}{4}c_2 + \frac{25}{6}c_3 + \frac{2067}{320}c_4 + 5.898883929c_5 - \frac{7}{16}e^{-\left(\frac{3}{4}\right)} = 0 \quad (3.62)$$

$$\text{จะได้ } -2c_1 + \frac{1}{4}c_2 + \frac{25}{6}c_3 + \frac{2067}{320}c_4 + 5.898883929c_5 = \frac{7}{16}e^{-\left(\frac{3}{4}\right)} \quad (3.63)$$

สมการ (3.45), (3.47), (3.57), (3.60), (3.63) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\ 1 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{5} & \frac{8}{35} \\ -2 & \frac{3}{4} & \frac{19}{6} & \frac{401}{320} & -1.493973214 \\ -2 & \frac{1}{2} & \frac{11}{3} & \frac{143}{40} & 0.8821428571 \\ -2 & \frac{1}{4} & \frac{25}{6} & \frac{2067}{320} & 5.898883929 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{15}{6}e^{-\left(\frac{1}{4}\right)} \\ \frac{3}{4}e^{-\left(\frac{1}{2}\right)} \\ \frac{7}{16}e^{-\left(\frac{3}{4}\right)} \end{Bmatrix} \quad (3.64)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1.513678473 \\ 2.350818197 \\ -1.570794742 \\ 0.591273757 \\ -0.1157306989 \end{Bmatrix}$$

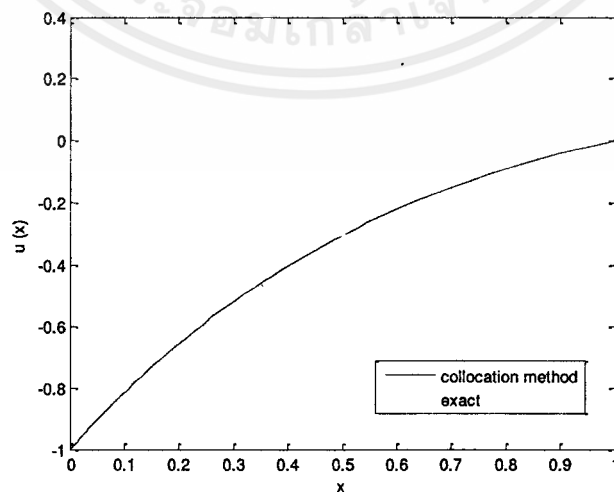
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$y(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = -1.513678473 + 2.350818197x - 1.570794742\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + 0.591273757\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) - 0.1157306989\left(x^4 - \frac{30}{35}x^2 + \frac{3}{35}\right) \quad \text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1$$

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.2 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

$x$	$u(x)$	ผลเฉลยแม่นยำ	ค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์
0.00	-1.000000	-1.000000	$0.0000 \times 10^{-3}$
0.05	-0.903803	-0.903668	$0.1352 \times 10^{-3}$
0.10	-0.814531	-0.814354	$0.1772 \times 10^{-3}$
0.15	-0.731766	-0.731602	$0.1641 \times 10^{-3}$
0.20	-0.655108	-0.654985	$0.1235 \times 10^{-3}$
0.25	-0.584175	-0.584101	$0.0742 \times 10^{-3}$
0.30	-0.518601	-0.518573	$0.0278 \times 10^{-3}$
0.35	-0.458038	-0.458047	$0.0097 \times 10^{-3}$
0.40	-0.402155	-0.402192	$0.0369 \times 10^{-3}$
0.45	-0.350640	-0.350695	$0.0555 \times 10^{-3}$
0.50	-0.303196	-0.303265	$0.0691 \times 10^{-3}$
0.55	-0.259545	-0.259627	$0.0821 \times 10^{-3}$
0.60	-0.219426	-0.219525	$0.0985 \times 10^{-3}$
0.65	-0.182595	-0.182716	$0.1213 \times 10^{-3}$
0.70	-0.148825	-0.148976	$0.1508 \times 10^{-3}$
0.75	-0.117907	-0.118092	$0.1845 \times 10^{-3}$
0.80	-0.089650	-0.089866	$0.2157 \times 10^{-3}$
0.85	-0.063879	-0.064112	$0.2331 \times 10^{-3}$
0.90	-0.040437	-0.040657	$0.2196 \times 10^{-3}$
0.95	-0.019185	-0.019337	$0.1520 \times 10^{-3}$
1.00	0.000000	0.000000	$0.0000 \times 10^{-3}$



รูปที่ 3.3 กราฟแสดงค่าผลเฉลยตัวอย่างที่ 3.2.2 เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### คอลโลเคชันเพื่อการประมาณค่าผลเฉลยของตัวแบบ

บทนี้จะนำเสนอการประเมินคุณภาพของน้ำบาดาลในบริเวณใกล้กับบ่อฝังกบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคชันของการวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อที่จะสามารถนำน้ำบาดาลมาใช้ในการเกษตร อุปโภค บริโภค และอุตสาหกรรมได้อย่างปลอดภัย

#### 4.1 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อฝังกบขยะ

##### 4.1.1 กรณีที่สัณฐานของเนื้อดินไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (Inhomogeneous soil)

กำหนดโดย [4]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_0 f_1 \frac{\partial C}{\partial x} - u_0 f_2 C \right) \quad (4.1)$$

โดย  $D_0$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของสารเคมี ( $km^2 / year$ )

$u_0$  คือ ความเร็วการไหลของน้ำบาดาล ( $km / year$ )

$C$  คือ ความเข้มข้นของสารเคมี ( $kg / m^3$ )

$L$  คือ ระยะทางระหว่างสถานีตรวจวัดกับสถานีเฝ้าระวัง โดย  $x \in [0, L]$  ( $km$ )

$t$  คือ ระยะเวลา ( $year$ )

กำหนดให้  $f_1 = (1+ax)^2$  อธิบายถึงลักษณะการแพร่ของน้ำในดินที่ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (4.2)

$f_2 = 1+ax$  อธิบายถึงลักษณะการพาของน้ำในดินที่ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (4.3)

พิจารณาตัวแบบในสภาวะคงตัว (steady-state) กำหนด  $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$  จะได้  $C(x, t) = C(x)$

ดังนั้น จากสมการ (4.1) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_0 f_1 \frac{\partial C}{\partial x} - u_0 f_2 C \right) = 0 \quad (4.4)$$

$$D_0 \left( f_1 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \right) - u_0 \left( f_2 \frac{\partial C}{\partial x} + C \frac{\partial f_2}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.5)$$

$$D_0 \left( (1+ax)^2 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial (1+ax)^2}{\partial x} \right) - u_0 \left( (1+ax) \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{C \partial (1+ax)}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.6)$$

พิจารณาตัวแบบในสภาวะคงตัว (steady-state) จะได้  $\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{dC}{dx}$

$$D_0 \left( (1+ax)^2 \frac{d^2C}{dx^2} + 2(1+ax) \frac{adC}{dx} \right) - u_0 \left( (1+ax) \frac{dC}{dx} + aC \right) = 0 \quad (4.7)$$

$$D_0(1+ax)^2 \frac{d^2C}{dx^2} + D_0(2a+2a^2x) \frac{dC}{dx} - u_0(1+ax) \frac{dC}{dx} - u_0aC = 0 \quad (4.8)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \left[ D_0(1+ax)^2 \right] \frac{d^2C}{dx^2} + \left[ D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) \right] \frac{dC}{dx} - (u_0a)C = 0 \quad (4.9)$$

#### 4.1.2 กรณีที่สัณฐานของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous soil)

กำหนดโดย [4]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_0 f_1 \frac{\partial C}{\partial x} - u_0 f_2 C \right) \quad (4.10)$$

กำหนดให้ เนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน

$$\text{จะได้} \quad D = D_0 f_1 \quad \text{เมื่อ } D_0 \text{ เป็นค่าคงตัว} \quad (4.11)$$

$$\text{และ} \quad u = u_0 f_2 \quad \text{เมื่อ } u_0 \text{ เป็นค่าคงตัว} \quad (4.12)$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{u \partial C}{\partial x} \quad (4.13)$$

พิจารณาตัวแบบในสภาวะคงตัว (steady-state) กำหนด  $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$  จะได้  $C(x,t) = C(x)$

$$\text{จะได้} \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{dC}{dx}$$

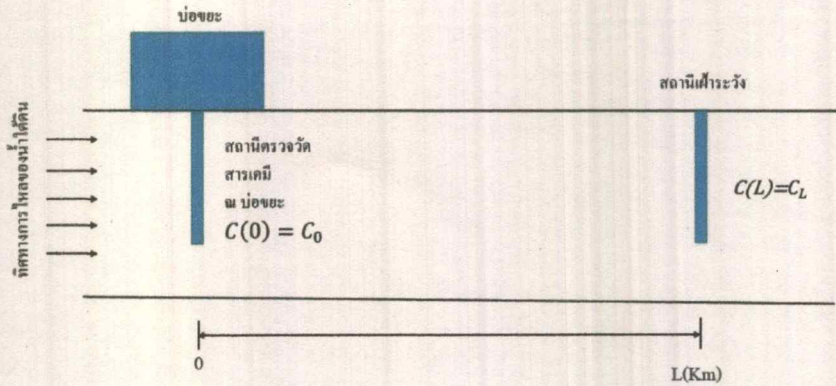
$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{D d^2 C}{dx^2} - \frac{u dC}{dx} = 0 \quad (4.14)$$

#### 4.2 เงื่อนไขขอบ

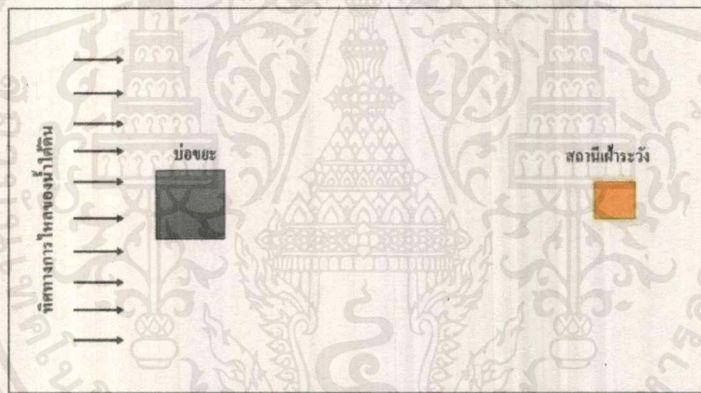
จะได้  $C(0) = C_0$  เป็นความเข้มข้นของสารเคมีที่ตรวจวัดได้ ณ บ่อขยะ ( $kg/m^3$ )

$C(L) = C_L$  เป็นความเข้มข้นของสารเคมีที่ตรวจวัดได้ ณ สถานีเฝ้าระวัง ( $kg/m^3$ )

ดังรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.1 ภาพตัดตามความลึกของลักษณะการไหลของน้ำชะขยะจากบ่อขยะ



รูปที่ 4.2 ลักษณะการไหลของน้ำชะขยะจากบ่อขยะ

#### 4.3 กรณีเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน โดยติดตั้งสถานีถาวรที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง

$$\text{จากสมการ (4.14)} \quad \frac{Dd^2C}{dx^2} - \frac{u dC}{dx} = 0$$

$$\text{โดยกำหนดให้} \quad D = 0.50 \text{ km}^2 / \text{year}$$

$$u = 0.50 \text{ km} / \text{year}$$

$$\text{จะได้} \quad 0.5 \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5 \frac{dC}{dx} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ } 0.5 \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5 \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.15)$$

$$\text{โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย } C(0) = 1.0 \quad (4.16)$$

$$C(10) = 0.1 \quad (4.17)$$

#### 4.3.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลขจอร์จคัสตีกรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.18)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.16) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) \quad (4.19)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1 \quad (4.20)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.17) จะได้

$$C(10) = u(10) = c_1 + c_2(10) + c_3\left(10^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(10^3 - \frac{3}{5}(10)\right) \quad (4.21)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 + 10c_2 + \frac{299}{3}c_3 + 994c_4 = 0.1 \quad (4.22)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.15) จะได้

$$L(x) = 0.5u'' - 0.5u' \quad (4.23)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \right] \quad (4.24)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (4.25)$$

$$\text{และ } u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (4.26)$$

นำ (4.25) และ (4.26) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.23) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(2c_3 + 6xc_4) - \frac{1}{2}\left(c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4\right) \quad (4.27)$$

$$= c_3 + 3c_4x - \frac{1}{2}c_2 - c_3x - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{10}\right)c_4 \quad (4.28)$$

$$= -\frac{1}{2}c_2 + (1-x)c_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{10}\right)c_4 \quad (4.29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดจุดคอลลโลเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$

สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$  และ  $x_2 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$L(4) = -\frac{1}{2}c_2 + (1-4)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(4)^2 + 3(4)^2 + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.30)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 3c_3 - \frac{117}{10}c_4 = 0 \quad (4.31)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L(8) = -\frac{1}{2}c_2 + (1-8)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(8^2) + 3(8^2) + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.32)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 7c_3 - \frac{717}{10}c_4 = 0 \quad (4.33)$$

สมการ (4.20), (4.22), (4.31), (4.33) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 10 & \frac{299}{3} & 994 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -3 & \frac{-117}{10} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{-717}{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{1}{10} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.028125 \\ -0.374625 \\ 0.084375 \\ -0.005625 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

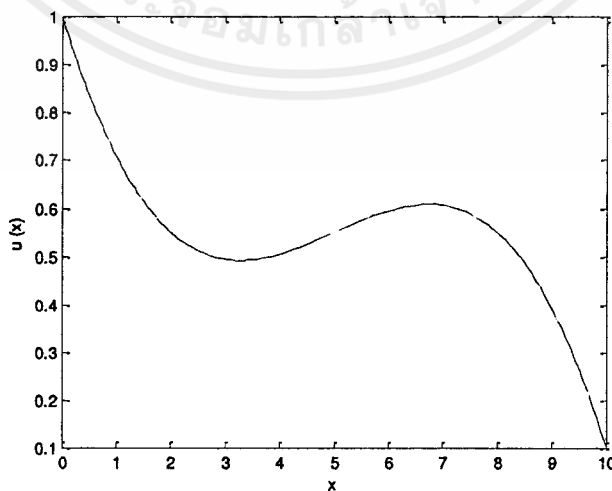
$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.028125 - 0.374625x + 0.084375\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) - 0.005625\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 10$

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าผลเฉลย 4.3.1

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	1.000000
0.50	0.834766
1.00	0.707500
1.50	0.613984
2.00	0.550000
2.50	0.511328
3.00	0.493750
3.50	0.493047
4.00	0.505000
4.50	0.525391
5.00	0.550000
5.50	0.574609
6.00	0.595000
6.50	0.606953
7.00	0.606250
7.50	0.588672
8.00	0.550000
8.50	0.486016
9.00	0.392500
9.50	0.265234
10.00	0.100000



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3.2 · ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลขจองค์ดีกรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 10$  (4.35)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.16) จะได้

$$\begin{aligned} C(0) = u(0) &= c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) \\ &\quad + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \end{aligned} \quad (4.36)$$

ดังนั้น  $c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1$  (4.37)

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.17) จะได้

$$\begin{aligned} C(10) = u(10) &= c_1 + c_2(10) + c_3\left(10^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(10^3 - \frac{3}{5}(10)\right) \\ &\quad + c_5\left(10^4 - \frac{30(10)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \end{aligned} \quad (4.38)$$

จะได้  $c_1 + 10c_2 + \frac{299}{3}c_3 + 994c_4 + \frac{347003}{35}c_5 = 0.1$  (4.39)

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.15) จะได้

$$L(x) = 0.5u'' - 0.5u' \quad (4.40)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

พิจารณา  $u' = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}\left[c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)\right]$  (4.41)

ดังนั้น  $u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5$  (4.42)

และ  $u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5$  (4.43)

นำ (4.42) และ (4.43) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.40) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}\left[2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5\right] - \frac{1}{2}\left[c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5\right] \quad (4.44)$$

$$= c_3 + 3xc_4 + \left(6x^2 - \frac{6}{7}\right)c_5 - 0.5c_2 - xc_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2x^3 + \frac{6}{7}x\right)c_5 \quad (4.45)$$

$$= -\frac{1}{2}c_2 + (-x+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2x^3 + 6x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{6}{7}\right)c_5 \quad (4.46)$$

กำหนดจุดคอลโลเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแน่นอนตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = \frac{5}{2}$ , และ  $x_3 = \frac{15}{2}$

จะได้ว่า  $L\left(\frac{5}{2}\right) = 0$ ,  $L(5) = 0$ ,  $L\left(\frac{15}{2}\right) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L\left(\frac{5}{2}\right) &= -\frac{1}{2}c_2 + \left(-\frac{5}{2} + 1\right)c_3 + \left(-\frac{3}{2}\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ &\quad + \left(-2\left(\frac{5}{2}\right)^3 + 6\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{6}{7}\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{6}{7}\right)c_5 \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - \frac{3}{2}c_3 - \frac{63}{40}c_4 + \frac{211}{28}c_5 = 0$$

(4.48)

ในทำนองเดียวกัน

$$L(5) = -\frac{1}{2}c_2 + (-5+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(5)^2 + 3(5) + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2(5)^3 + 6(5)^2 + \frac{6}{7}(5) - \frac{6}{7}\right)c_5 \quad (4.49)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 4c_3 - \frac{111}{5}c_4 - \frac{676}{7}c_5 = 0 \quad (4.50)$$

และ

$$\begin{aligned} L\left(\frac{15}{2}\right) &= -\frac{1}{2}c_2 + \left(-\frac{15}{2} + 1\right)c_3 + \left(-\frac{3}{2}\left(\frac{15}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{15}{2}\right) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ &\quad + \left(-2\left(\frac{15}{2}\right)^3 + 6\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{6}{7}\left(\frac{15}{2}\right) - \frac{6}{7}\right)c_5 \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - \frac{13}{2}c_3 - \frac{2463}{40}c_4 - \frac{14019}{28}c_5 = 0 \quad (4.52)$$

สมการ (4.37), (4.39), (4.48), (4.50), (4.52) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\ 1 & 10 & \frac{299}{3} & 994 & \frac{347003}{35} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{63}{40} & \frac{211}{28} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -4 & -\frac{111}{5} & -\frac{676}{7} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{13}{2} & -\frac{2463}{40} & -\frac{14019}{28} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.53)$$

โดยวิธีการแยกแบบเอลู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.9726969697 \\ 0.186909090 \\ -0.08214285714 \\ 0.01454545455 \\ -9.090909091 \times 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

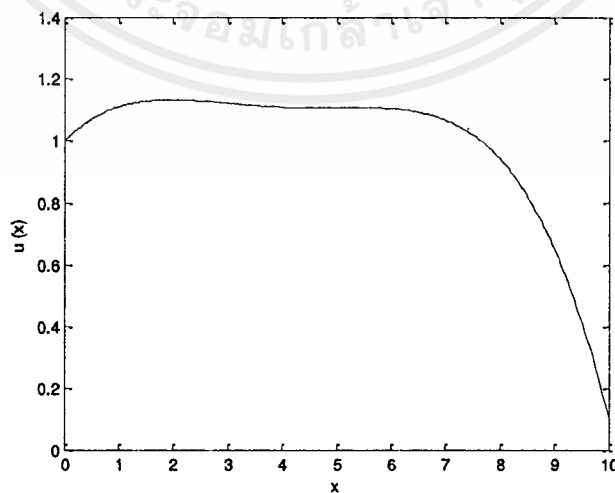
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 0.9726969697 + 0.1869090909x - 0.08214285714 + 0.01454545455 \left( x^3 - \frac{3}{5}x \right) - (9.090909091 \times 10^{-4}) \left( x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35} \right) \quad \text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าผลเฉลย 4.3.2

$x$ (km)	$u(x)$ (kg/m <sup>3</sup> )
0.00	1.000000
0.50	1.070511
1.00	1.110455
1.50	1.128693
2.00	1.132727
2.50	1.128693
3.00	1.121364
3.50	1.114148
4.00	1.109091
4.50	1.106875
5.00	1.106818
5.50	1.106875
6.00	1.103636
6.50	1.092330
7.00	1.066818
7.50	1.019602
8.00	0.941818
8.50	0.823239
9.00	0.652273
9.50	0.415966
10.00	0.100000



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.3.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4 กรณีเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน โดยไม่ติดตั้งสถานีถาวรบนจุดเฝ้าระวัง

$$\text{จากสมการ (4.14)} \quad \frac{Dd^2C}{dx^2} - \frac{udC}{dx} = 0$$

$$\text{โดยกำหนดให้} \quad D = 0.50 \text{ km}^2 / \text{year}$$

$$u = 0.50 \text{ km} / \text{year}$$

$$\text{จะได้} \quad 0.5 \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5 \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์} \quad 0.5 \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5 \frac{dC}{dx} = 0 \quad \text{สำหรับทุก} \quad 0 \leq x \leq 10$$

(4.54)

$$\text{โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย} \quad C(0) = 1$$

(4.55)

$$\left. \frac{dC}{dx} \right|_{x=10} = 0.1$$

(4.56)

##### 4.4.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองค์ดีกรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \quad \text{สำหรับทุก} \quad 0 \leq x \leq 10$$

(4.57)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.55) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right)$$

(4.58)

$$\text{ดังนั้น} \quad c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1$$

(4.59)

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.56) จะได้

$$C(10) = u'(10) = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4$$

(4.60)

$$\text{ดังนั้น} \quad c_2 + 20c_3 + \frac{1497}{5}c_4 = 0.1$$

(4.61)

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.54) จะได้

$$L(x) = 0.5u'' - 0.5u'$$

(4.62)

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา} \quad u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \right]$$

(4.63)

$$\text{ดังนั้น} \quad u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4$$

(4.64)

$$\text{และ} \quad u'' = 2c_3 + 6xc_4$$

(4.65)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำ (4.64) และ (4.65) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.62) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(2c_3 + 6xc_4) - \frac{1}{2}\left(c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4\right) \quad (4.66)$$

$$= c_3 + 3c_4x - \frac{1}{2}c_2 - c_3x - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{10}\right)c_4 \quad (4.67)$$

$$= -\frac{1}{2}c_2 + (1-x)c_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{10}\right)c_4 \quad (4.68)$$

กำหนดจุดคอลลโเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$

สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$  และ  $x_2 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$L(4) = -\frac{1}{2}c_2 + (1-4)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(4)^2 + 3(4) + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.69)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 3c_3 - \frac{117}{10}c_4 = 0 \quad (4.70)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L(8) = -\frac{1}{2}c_2 + (1-8)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(8)^2 + 3(8) + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.71)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 7c_3 - \frac{717}{10}c_4 = 0 \quad (4.72)$$

สมการ (4.59), (4.61), (4.70), (4.72) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 20 & \frac{1497}{5} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -3 & \frac{-117}{10} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{-717}{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.73)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.9924242424 \\ 0.1009090909 \\ -0.02272727273 \\ 0.001515151515 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

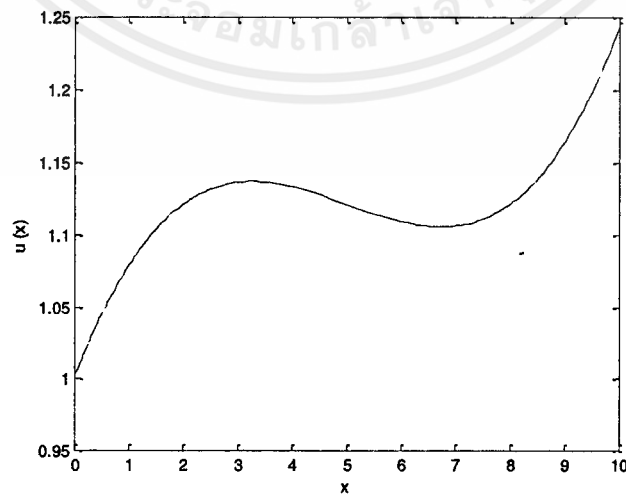
$$u(x) = 0.9924242424 + 0.1009090909x - 0.02272727273\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + 0.001515151515\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 10$



ตารางที่ 4.3 แสดงค่าผลเฉลย 4.4.1

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	1.000000
0.50	1.044508
1.00	1.078788
1.50	1.103977
2.00	1.121212
2.50	1.131629
3.00	1.136364
3.50	1.136553
4.00	1.133333
4.50	1.127841
5.00	1.121212
5.50	1.114583
6.00	1.109091
6.50	1.105871
7.00	1.106061
7.50	1.110795
8.00	1.121212
8.50	1.138447
9.00	1.163636
9.50	1.197917
10.00	1.242424



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 10$  (4.74)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้าย (4.55) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$
(4.75)

ดังนั้น  $c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1$  (4.76)

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวา (4.56) จะได้

$$C(10) = u'(10) = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{60}{35}x\right)c_5$$
(4.77)

ดังนั้น  $c_2 + 20c_3 + \frac{1497}{5}c_4 + \frac{27880}{7}c_5 = 0.1$  (4.78)

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.54) จะได้

$$L(x) = 0.5u'' - 0.5u'$$
(4.79)

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

พิจารณา  $u' = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \right]$

(4.80)

ดังนั้น  $u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5$  (4.81)

และ  $u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5$  (4.82)

นำ (4.81) และ (4.82) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.79) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2} \left[ 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5 \right] - \frac{1}{2} \left[ c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5 \right]$$
(4.83)

$$= c_3 + 3xc_4 + \left(6x^2 - \frac{6}{7}\right)c_5 - 0.5c_2 - xc_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2x^3 + \frac{6}{7}x\right)c_5$$
(4.84)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= -\frac{1}{2}c_2 + (-x+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2x^3 + 6x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{6}{7}\right)c_5 \quad (4.85)$$

กำหนดจุดคอลลอเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$  และ  $x_3 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$ ,  $L(6) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L(4) &= -\frac{1}{2}c_2 + (-4+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(4)^2 + 3(4) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ &\quad + \left(-2(4)^3 + 6(4)^2 + \frac{6}{7}(4) - \frac{6}{7}\right)c_5 = 0 \end{aligned} \quad (4.86)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 3c_3 - \frac{117}{10}c_4 - \frac{206}{7}c_5 = 0 \quad (4.87)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned} L(6) &= -\frac{1}{2}c_2 + (-6+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(6)^2 + 3(6) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ &\quad + \left(-2(6)^3 + 6(6)^2 + \frac{6}{7}(6) - \frac{6}{7}\right)c_5 = 0 \end{aligned} \quad (4.88)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 5c_3 - \frac{357}{10}c_4 - \frac{1482}{7}c_5 = 0 \quad (4.89)$$

และ

$$\begin{aligned} L(8) &= -\frac{1}{2}c_2 + (-8+1)c_3 + \left(-\frac{3}{2}(8)^2 + 3(8) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ &\quad + \left(-2(8)^3 + 6(8)^2 + \frac{6}{7}(8) - \frac{6}{7}\right)c_5 = 0 \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{1}{2}c_2 - 7c_3 - \frac{717}{10}c_4 - 634c_5 = 0 \quad (4.91)$$

สมการ (4.76), (4.78), (4.87), (4.89), (4.91) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\ 0 & 1 & 20 & \frac{1497}{5} & \frac{27880}{7} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -3 & -\frac{117}{10} & -\frac{206}{7} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -5 & -\frac{357}{10} & -\frac{1482}{7} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & -\frac{717}{10} & -634 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.92)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.010150273 \\ -0.09918032787 \\ 0.03050351288 \\ -0.004098360656 \\ -0.0002049180328 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

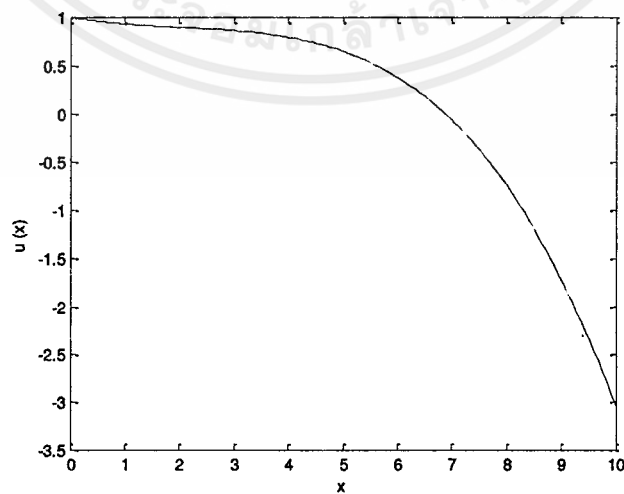
$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.01050273 - 0.09918032787x + 0.03050351288 \left( x^2 - \frac{1}{3} \right) - 0.004098360656 \left( x^3 - \frac{3}{5}x \right) - 0.0002049180328 \left( x^4 - \frac{30}{35}x^2 + \frac{3}{35} \right) \quad \text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

หมายเหตุ ค่าผลเฉลยมีความคลาดเคลื่อนมาก ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าผลเฉลย 4.4.2

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	0.999965
0.50	0.958749
1.00	0.929619
1.50	0.909042
2.00	0.893173
2.50	0.877865
3.00	0.858659
3.50	0.830792
4.00	0.789192
4.50	0.728480
5.00	0.642968
5.50	0.526665
6.00	0.373267
6.50	0.176167
7.00	-0.071552
7.50	-0.377112
8.00	-0.748044
8.50	-1.192188
9.00	-1.717687
9.50	-2.332996
10.00	-3.046874



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.5 กรณีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเป็นค่าคงตัว

$$\text{จากสมการ (4.9) } \left[ D_0(1+ax)^2 \right] \frac{d^2C}{dx^2} + \left[ D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) \right] \frac{dC}{dx} - (u_0a)C = 0$$

$$\text{โดยกำหนดให้ } D_0(1+ax^2) = 0.5(x+x^2)$$

$$D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) = -0.5(1+x)$$

$$\text{และ } u_0a \ll 0$$

$$\text{จะได้ } 0.5(x+x^2) \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5(1+x) \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ } 0.5(x+x^2) \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5(1+x) \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.93)$$

$$\text{โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย } C(0) = 1.0 \quad (4.94)$$

$$C(10) = 0.1 \quad (4.95)$$

##### 4.5.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลขจอร์จคัตกรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \quad \text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.96)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.94) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) \quad (4.97)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1.0 \quad (4.98)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.95) จะได้

$$C(10) = u(10) = c_1 + c_2(10) + c_3\left(10^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(10^3 - \frac{3}{5}(10)\right) \quad (4.99)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 + 10c_2 + \frac{299}{3}c_3 + 994c_4 = 0.1 \quad (4.100)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.93) จะได้

$$L(x) = 0.5(x+x^2)u'' - 0.5(1+x)u' \quad (4.101)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \right] \quad (4.102)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (4.103)$$

$$\text{และ } u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (4.104)$$

นำ (4.103) และ (4.104) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.101) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(x+x^2)(2c_3+6xc_4) - \frac{1}{2}(1+x) \left[ c_2 + 2xc_3 + \left( 3x^2 - \frac{3}{5} \right) c_4 \right] \quad (4.105)$$

$$= \left( \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2 \right) (2c_3 + 6xc_4) - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x \right) \left[ c_2 + 2xc_3 + \left( 3x^2 - \frac{3}{5} \right) c_4 \right] \quad (4.106)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + x^2c_3 + 3x^2c_4 - \left[ \frac{1}{2}c_2 + xc_3 + \frac{3}{2}x^2c_4 - \frac{3}{10}c_4 \right] \\ + \frac{1}{2}xc_2 + x^2c_3 + \frac{3}{2}x^3c_4 - \frac{3}{10}xc_4 \quad (4.107)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + x^2c_3 + 3x^3c_4 - \frac{1}{2}c_2 - xc_3 - \frac{3}{2}x^2c_4 + \frac{3}{10}c_4 \\ - \frac{1}{2}xc_2 - x^2c_3 - \frac{3}{2}x^3c_4 + \frac{3}{10}xc_4 \quad (4.108)$$

$$= \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x \right) c_2 + \left( \frac{3x^3}{2} + \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{10} + \frac{3}{10} \right) c_4 \quad (4.109)$$

กำหนดจุดคอลโลเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$

สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$  และ  $x_2 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$L(4) = \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(4) \right) c_2 + \left( \frac{3(4)^3}{2} + \frac{3(4)^2}{2} + \frac{3(4)}{10} + \frac{3}{10} \right) c_4 = 0 \quad (4.110)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{5}{2}c_2 + \frac{243}{2}c_4 = 0 \quad (4.111)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L(8) = \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(8) \right) c_2 + \left( \frac{3(8)^3}{2} + \frac{3(8)^2}{2} + \frac{3(8)}{10} + \frac{3}{10} \right) c_4 = 0 \quad (4.112)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{9}{2}c_2 + \frac{3667}{10}c_4 = 0 \quad (4.113)$$

สมการ (4.98), (4.100), (4.111), (4.113) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 10 & \frac{299}{3} & 994 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{243}{2} \\ 0 & -\frac{9}{2} & 0 & \frac{3667}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.114)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.997 \\ 0 \\ -0.009 \\ 0 \end{bmatrix}$$

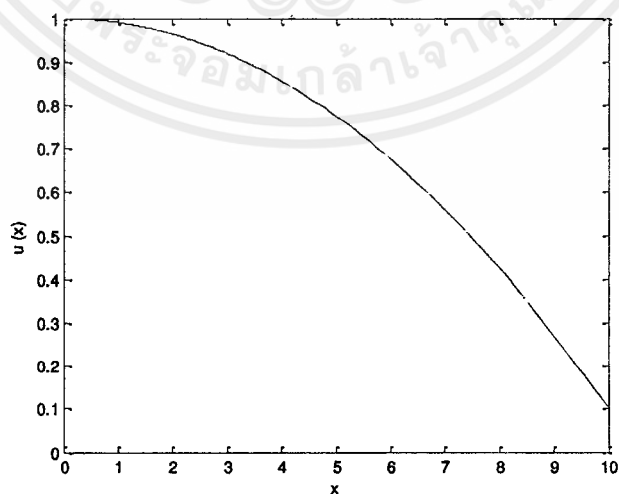
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 0.997 - 0.009 \left( x^2 - \frac{1}{3} \right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าผลเฉลย 4.5.1

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	1.000000
0.50	0.997750
1.00	0.991000
1.50	0.979750
2.00	0.964000
2.50	0.943750
3.00	0.919000
3.50	0.889750
4.00	0.856000
4.50	0.817750
5.00	0.775000
5.50	0.727750
6.00	0.676000
6.50	0.619750
7.00	0.559000
7.50	0.493750
8.00	0.424000
8.50	0.349750
9.00	0.271000
9.50	0.187750
10.00	0.100000



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.5.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 10$  (4.115)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้าย (4.94) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (4.116)$$

ดังนั้น  $c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1.0$  (4.117)

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวา (4.95) จะได้

$$C(10) = u(10) = c_1 + c_2(10) + c_3\left(10^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(10^3 - \frac{3}{5}(10)\right) + c_5\left(10^4 - \frac{30(10)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (4.118)$$

ดังนั้น  $c_1 + 10c_2 + \frac{299}{3}c_3 + 994c_4 + \frac{347003}{35}c_5 = 0.1$  (4.119)

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.93) จะได้

$$L(x) = 0.5(x+x^2)u'' - 0.5(1+x)u' \quad (4.120)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \right] \quad (4.121)$$

ดังนั้น  $u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{60}{35}x\right)c_5$  (4.122)

และ  $u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{60}{35}\right)c_5$  (4.123)

นำ (4.122) และ (4.123) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.120) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(x+x^2) \left[ 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{60}{35}\right)c_5 \right] - \frac{1}{2}(1+x) \left[ c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{60}{35}x\right)c_5 \right] \quad (4.124)$$

$$\begin{aligned}
&= xc_3 + 3x^2c_4 + \left(6x^3 - \frac{6}{7}x\right)c_5 + x^2c_3 + 3x^3c_4 + \left(6x^4 - \frac{6}{7}x^2\right)c_5 \\
&\quad - \left[\frac{1}{2}c_2 + xc_3 + \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(2x^3 - \frac{6}{7}x\right)c_5 + \frac{1}{2}xc_2\right] \\
&\quad + x^2c_3 + \left(\frac{3}{2}x^3 - \frac{3}{10}x\right)c_4 + \left(2x^4 - \frac{6}{7}x^2\right)c_5
\end{aligned} \tag{4.125}$$

$$\begin{aligned}
&= xc_3 + 3x^2c_4 + \left(6x^3 - \frac{6}{7}x\right)c_5 + x^2c_3 + 3x^3c_4 + \left(6x^4 - \frac{6}{7}x^2\right)c_5 - \frac{1}{2}c_2 - xc_3 \\
&\quad + \left(-\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(-2x^3 + \frac{6}{7}x\right)c_5 - \frac{1}{2}xc_2 - x^2c_3 + \left(-\frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{10}x\right)c_4 \\
&\quad + \left(-2x^4 + \frac{6}{7}x^2\right)c_5
\end{aligned} \tag{4.126}$$

$$= \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x\right)c_2 + \left(\frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10}x + \frac{3}{10}\right)c_4 + \left(4x^4 + 4x^3 + \frac{6}{7}x^2\right)c_5 \tag{4.127}$$

กำหนดจุดคอลลอเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแน่นอนตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$  และ  $x_3 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$ ,  $L(6) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
L(4) &= \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(4)\right)c_2 + \left(\frac{3}{2}(4)^3 + \frac{3}{2}(4)^2 + \frac{3}{10}(4) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\
&\quad + \left(4(4)^4 + 4(4)^3 + \frac{6}{7}(4)^2\right)c_5 = 0
\end{aligned} \tag{4.128}$$

$$\text{จะได้ } -\frac{5}{2}c_2 + \frac{243}{2}c_4 + \frac{9056}{7}c_5 = 0 \tag{4.129}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned}
L(6) &= \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(6)\right)c_2 + \left(\frac{3}{2}(6)^3 + \frac{3}{2}(6)^2 + \frac{3}{10}(6) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\
&\quad + \left(4(6)^4 + 4(6)^3 + \frac{6}{7}(6)^2\right)c_5 = 0
\end{aligned} \tag{4.130}$$

$$\text{จะได้ } -\frac{7}{2}c_2 + \frac{3807}{10}c_4 + \frac{42552}{7}c_5 = 0 \tag{4.131}$$

และ

$$L(8) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(8)\right)c_2 + \left(\frac{3}{2}(8)^3 + \frac{3}{2}(8)^2 + \frac{3}{10}(8) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ + \left(4(8)^4 + 4(8)^3 + \frac{6}{7}(8)^2\right)c_5 = 0 \quad (4.132)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{9}{2}c_2 + \frac{8667}{10}c_4 + \frac{129408}{7}c_5 = 0 \quad (4.133)$$

สมการ (4.117), (4.119), (4.129), (4.131), (4.133) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\ 1 & 10 & \frac{299}{3} & 994 & \frac{347003}{35} \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{243}{2} & \frac{9056}{7} \\ 0 & -\frac{7}{2} & 0 & \frac{3801}{10} & \frac{42552}{7} \\ 0 & -\frac{9}{2} & 0 & \frac{8667}{10} & \frac{129408}{7} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.134)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.997 \\ 0 \\ -0.009 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

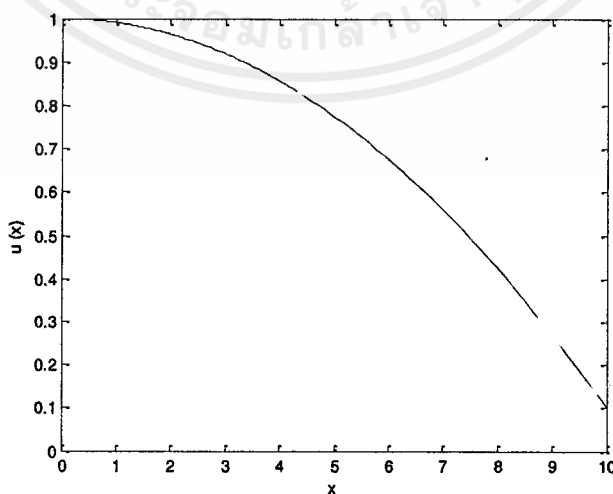
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 0.997 - 0.009 \left(x^3 - \frac{1}{3}\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าผลเฉลย 4.5.2

$x$ (km)	$u(x)$ (kg/m <sup>3</sup> )
0.00	1.000000
0.50	0.997750
1.00	0.991000
1.50	0.979750
2.00	0.964000
2.50	0.943750
3.00	0.919000
3.50	0.889750
4.00	0.856000
4.50	0.817750
5.00	0.775000
5.50	0.727750
6.00	0.676000
6.50	0.619750
7.00	0.559000
7.50	0.493750
8.00	0.424000
8.50	0.349750
9.00	0.271000
9.50	0.187750
10.00	0.100000



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.5.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.6 กรณีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว โดยมีเงื่อนไขขอบเป็นอนุพันธ์

$$\text{จากสมการ (4.9) } \left[ D_0(1+ax)^2 \right] \frac{d^2C}{dx^2} + \left[ D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) \right] \frac{dC}{dx} - (u_0a)C = 0$$

$$\text{โดยกำหนดให้ } D_0(1+ax^2) = 0.5(x+x^2)$$

$$D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) = -0.5(1+x)$$

$$\text{และ } u_0a \ll 0$$

$$\text{จะได้ } 0.5(x+x^2) \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5(1+x) \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ } 0.5(x+x^2) \frac{d^2C}{dx^2} - 0.5(1+x) \frac{dC}{dx} = 0$$

$$\text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.135)$$

$$\text{โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย } C(0) = 1.0 \quad (4.136)$$

$$\left. \frac{dC}{dx} \right|_{x=10} = 0.1 \quad (4.137)$$

##### 4.6.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.138)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.136) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) \quad (4.139)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1.0 \quad (4.140)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.137) จะได้

$$C(10) = u'(10) = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (4.141)$$

$$\text{ดังนั้น } c_2 + 20c_3 + \frac{1497}{5}c_4 = 0.1 \quad (4.142)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.135) จะได้

$$L(x) = 0.5(x+x^2)u'' - 0.5(1+x)u' \quad (4.143)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \right] \quad (4.144)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (4.145)$$

$$\text{และ } u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (4.146)$$

นำ (4.145) และ (4.146) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.143) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(x+x^2)(2c_3+6xc_4) - \frac{1}{2}(1+x)\left[c_2+2xc_3+\left(3x^2-\frac{3}{5}\right)c_4\right] \quad (4.147)$$

$$= \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x^2\right)(2c_3+6xc_4) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)\left[c_2+2xc_3+\left(3x^2-\frac{3}{5}\right)c_4\right] \quad (4.148)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + x^2c_3 + 3x^2c_4 - \left[\frac{1}{2}c_2 + xc_3 + \frac{3}{2}x^2c_4 - \frac{3}{10}c_4 + \frac{1}{2}xc_2 + x^2c_3 + \frac{3}{2}x^3c_4 - \frac{3}{10}xc_4\right] \quad (4.149)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + x^2c_3 + 3x^3c_4 - \frac{1}{2}c_2 - xc_3 - \frac{3}{2}x^2c_4 + \frac{3}{10}c_4 - \frac{1}{2}xc_2 - x^2c_3 - \frac{3}{2}x^3c_4 + \frac{3}{10}xc_4 \quad (4.150)$$

$$= \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x\right)c_2 + \left(\frac{3x^3}{2} + \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{10} + \frac{3}{10}\right)c_4 \quad (4.151)$$

กำหนดจุดคอดโลเคชัน

สมมติ ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$

สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$  และ  $x_2 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$  และ  $L(8) = 0$

ดังนั้น

$$L(4) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(4)\right)c_2 + \left(\frac{3(4)^3}{2} + \frac{3(4)^2}{2} + \frac{3(4)}{10} + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.152)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{5}{2}c_2 + \frac{243}{2}c_4 = 0 \quad (4.153)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L(8) = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(8)\right)c_2 + \left(\frac{3(8)^3}{2} + \frac{3(8)^2}{2} + \frac{3(8)}{10} + \frac{3}{10}\right)c_4 = 0 \quad (4.154)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{9}{2}c_2 + \frac{3667}{10}c_4 = 0 \quad (4.155)$$

สมการ (4.140), (4.142), (4.153), (4.155) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 1 & 10 & 20 & \frac{1497}{5} \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{243}{2} \\ 0 & -\frac{9}{2} & 0 & \frac{3667}{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.156)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.001666667 \\ 0 \\ 0.005 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

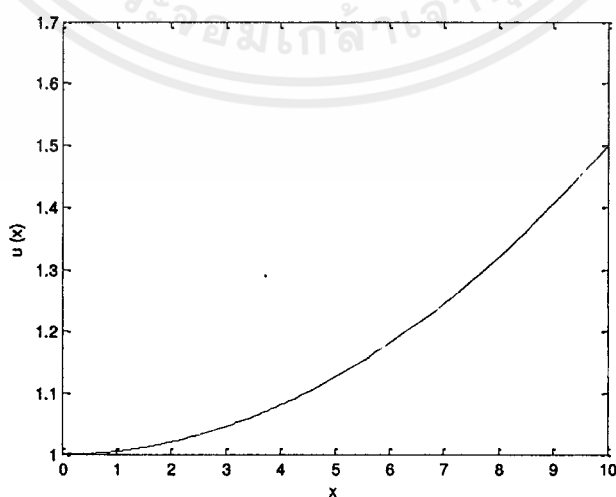
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.001666667 + 0.005 \left( x^2 - \frac{1}{3} \right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าผลเฉลย 4.6.1

$x$ (km)	$u(x)$ (kg/m <sup>3</sup> )
0.00	1.000000
0.50	1.001250
1.00	1.005000
1.50	1.011250
2.00	1.020000
2.50	1.031250
3.00	1.045000
3.50	1.061250
4.00	1.080000
4.50	1.101250
5.00	1.125000
5.50	1.151250
6.00	1.180000
6.50	1.211250
7.00	1.245000
7.50	1.281250
8.00	1.320000
8.50	1.361250
9.00	1.405000
9.50	1.451250
10.00	1.500000



รูปที่ 4.9 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.6.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.6.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

$$\text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10 \quad (4.157)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.136) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \quad (4.158)$$

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1.0 \quad (4.159)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.137) จะได้

$$C(10) = u'(10) = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{60}{35}x\right)c_5 \quad (4.160)$$

$$\text{ดังนั้น } c_2 + 20c_3 + \frac{1497}{5}c_4 + \frac{27880}{7}c_5 = 0.1 \quad (4.161)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.135) จะได้

$$L(x) = 0.5(x+x^2)u'' - 0.5(1+x)u' \quad (4.162)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u' = \frac{d}{dx} \left[ c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \right] \quad (4.163)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{60}{35}x\right)c_5 \quad (4.164)$$

$$\text{และ } u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{60}{35}\right)c_5 \quad (4.165)$$

นำ (4.164) และ (4.165) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.162) จะได้

$$L(x) = \frac{1}{2}(x+x^2) \left[ 2c_3 + 6xc_4 + \left( 12x^2 - \frac{60}{35} \right) c_5 \right] - \frac{1}{2}(1+x) \left[ c_2 + 2xc_3 + \left( 3x^2 - \frac{3}{5} \right) c_4 + \left( 4x^3 - \frac{60}{35}x \right) c_5 \right] \quad (4.166)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + \left( 6x^3 - \frac{6}{7}x \right) c_5 + x^2c_3 + 3x^3c_4 + \left( 6x^4 - \frac{6}{7}x^2 \right) c_5 - \left[ \frac{1}{2}c_2 + xc_3 + \left( \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{10} \right) c_4 + \left( 2x^3 - \frac{6}{7}x \right) c_5 + \frac{1}{2}xc_2 \right] + x^2c_3 + \left( \frac{3}{2}x^3 - \frac{3}{10}x \right) c_4 + \left( 2x^4 - \frac{6}{7}x^2 \right) c_5 \quad (4.167)$$

$$= xc_3 + 3x^2c_4 + \left( 6x^3 - \frac{6}{7}x \right) c_5 + x^2c_3 + 3x^3c_4 + \left( 6x^4 - \frac{6}{7}x^2 \right) c_5 - \frac{1}{2}c_2 - xc_3 + \left( -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10} \right) c_4 + \left( -2x^3 + \frac{6}{7}x \right) c_5 - \frac{1}{2}xc_2 - x^2c_3 + \left( -\frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{10}x \right) c_4 + \left( -2x^4 + \frac{6}{7}x^2 \right) c_5 \quad (4.168)$$

$$= \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x \right) c_2 + \left( \frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{10}x + \frac{3}{10} \right) c_4 + \left( 4x^4 + 4x^3 + \frac{6}{7}x^2 \right) c_5 \quad (4.169)$$

กำหนดจุดคอลลอเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 10]$

เลือก  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$  และ  $x_3 = 8$

จะได้ว่า  $L(4) = 0$ ,  $L(6) = 0$  และ  $L(8) = 0$

$$\text{ดังนั้น } L(4) = \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(4) \right) c_2 + \left( \frac{3}{2}(4)^3 + \frac{3}{2}(4)^2 + \frac{3}{10}(4) + \frac{3}{10} \right) c_4 + \left( 4(4)^4 + 4(4)^3 + \frac{6}{7}(4)^2 \right) c_5 = 0 \quad (4.170)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{5}{2}c_2 + \frac{243}{2}c_4 + \frac{9056}{7}c_5 = 0 \quad (4.171)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$L(6) = \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(6) \right) c_2 + \left( \frac{3}{2}(6)^3 + \frac{3}{2}(6)^2 + \frac{3}{10}(6) + \frac{3}{10} \right) c_4 + \left( 4(6)^4 + 4(6)^3 + \frac{6}{7}(6)^2 \right) c_5 = 0 \quad (4.172)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{7}{2}c_2 + \frac{3807}{10}c_4 + \frac{42552}{7}c_5 = 0 \quad (4.173)$$

และ

$$\begin{aligned} L(8) = & \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(8)\right)c_2 + \left(\frac{3}{2}(8)^3 + \frac{3}{2}(8)^2 + \frac{3}{10}(8) + \frac{3}{10}\right)c_4 \\ & + \left(4(8)^4 + 4(8)^3 + \frac{6}{7}(8)^2\right)c_5 = 0 \end{aligned} \quad (4.174)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{9}{2}c_2 + \frac{8667}{10}c_4 + \frac{129408}{7}c_5 = 0 \quad (4.175)$$

สมการ (4.159), (4.161), (4.171), (4.173), (4.175) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\ 0 & 10 & 20 & \frac{1497}{5} & \frac{27880}{7} \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{243}{2} & \frac{9056}{7} \\ 0 & -\frac{7}{2} & 0 & \frac{3801}{10} & \frac{42552}{7} \\ 0 & -\frac{9}{2} & 0 & \frac{8667}{10} & \frac{129408}{7} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.176)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.001666667 \\ 0 \\ 0.005 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

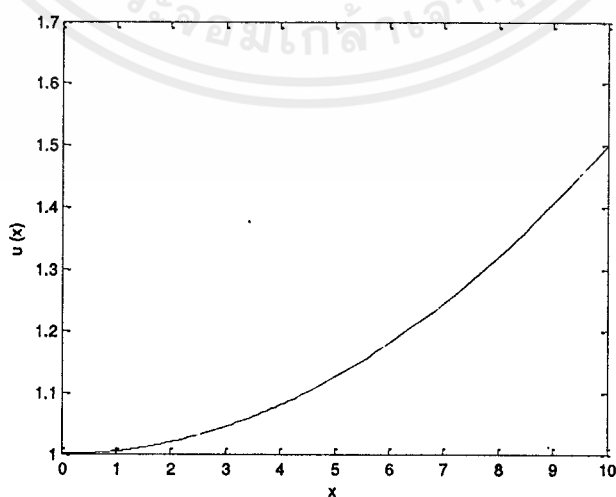
ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.001666667 + 0.005\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 10$$

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าผลเฉลย 4.6.2

$x$ (km)	$u(x)$ (kg/m <sup>3</sup> )
0.00	1.000000
0.50	1.001250
1.00	1.005000
1.50	1.011250
2.00	1.020000
2.50	1.031250
3.00	1.045000
3.50	1.061250
4.00	1.080000
4.50	1.101250
5.00	1.125000
5.50	1.151250
6.00	1.180000
6.50	1.211250
7.00	1.245000
7.50	1.281250
8.00	1.320000
8.50	1.361250
9.00	1.405000
9.50	1.451250
10.00	1.500000



รูปที่ 4.10 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.6.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.7 ตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อฝังกลบขยะโดยใช้วิธีคอลโลเคลชัน

$$\text{จากสมการ (4.9)} \quad \left[ D_0(1+ax)^2 \right] \frac{d^2C}{dx^2} + \left[ D_0(2a+2a^2x) - u_0(1+ax) \right] \frac{dC}{dx} - (u_0a)C = 0$$

เมื่อ  $D_0, a, u_0$  เป็นตัวแปรที่ทราบค่า (given values)

$$\text{จาก [4] กำหนดให้} \quad D_0 = 0.71 \text{ km}^2 / \text{year}$$

$$c_0 = 1.0 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$u_0 = 0.60 \text{ km} / \text{year}$$

$$a = 1.0 \text{ km}^{-1}$$

$$\text{จะได้} \quad \left[ 0.71(1+x)^2 \right] \frac{d^2C}{dx^2} + \left[ 0.71(2+2x) - 0.60(1+x) \right] \frac{dC}{dx} - 0.60(1)C = 0 \quad (4.177)$$

$$(0.71x^2 + 1.42 + 0.71) \frac{d^2C}{dx^2} + (0.82x + 0.82) \frac{dC}{dx} - 0.60C = 0 \quad (4.178)$$

กำหนดปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์

$$(0.71x^2 + 1.42 + 0.71) \frac{d^2C}{dx^2} + (0.82x + 0.82) \frac{dC}{dx} - 0.60C = 0$$

$$\text{สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1 \quad (4.179)$$

$$\text{โดยมีเงื่อนไขขอบกำหนดโดย } C(0) = c_0 = 1.0 \quad (4.180)$$

$$C(1) = \frac{dC}{dx} \Big|_{x=1.0} = 0 \quad (4.181)$$

##### 4.7.1 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์กรี 3

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3 \left( x^2 - \frac{1}{3} \right) + c_4 \left( x^3 - \frac{3}{5}x \right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1 \quad (4.182)$$

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.180) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3 \left( 0^2 - \frac{1}{3} \right) + c_4 \left( 0^3 - \frac{3}{5}(0) \right) \quad (4.183)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c_1 - \frac{1}{3}c_3 = 1.0 \quad (4.184)$$

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.181) จะได้

$$C(1) = u'(1) = c_2 + 2xc_3 + \left( 3 - \frac{3}{5} \right) c_4 \quad (4.185)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ดังนั้น } c_2 + 2c_3 + \frac{12}{5}c_4 = 0 \quad (4.186)$$

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.179) จะได้

$$L(x) = (0.71x^2 + 1.42x + 0.71)u'' + (0.82x + 0.82)u' - 0.60u \quad (4.187)$$

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$\text{พิจารณา } u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) \quad (4.188)$$

$$\text{ดังนั้น } u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 \quad (4.189)$$

$$\text{ดังนั้น } u'' = 2c_3 + 6xc_4 \quad (4.190)$$

นำ (4.189) และ (4.190) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.187) จะได้

$$L(x) = (0.71x^2 + 1.42x + 0.71)(2c_3 + 6xc_4) + (0.82x + 0.82)\left[c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4\right] - 0.60\left[c_1 + c_2x + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)\right] \quad (4.191)$$

$$= 1.42x^2c_3 + 2.84xc_3 + 1.42c_3 + 4.26x^3c_4 + 8.52x^2c_4 + 4.26xc_4 + 0.82xc_2 + 1.64x^2c_3 + (2.46x^3 - 0.492x)c_4 + 0.82c_2 + 1.64xc_3 + (2.46x^2 - 0.492)c_4 - 0.60c_1 - 0.60c_2 + (-0.60x^2 + 0.20)c_3 + (-0.60x^3 + 0.36x)c_4 \quad (4.192)$$

$$= -0.60c_1 + (0.22x + 0.82)c_2 + (2.46x^2 + 4.48x + 1.62)c_3 + (6.12x^3 + 10.98x^2 + 4.128x - 0.492)c_4 \quad (4.193)$$

กำหนดจุดคอโลเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$  และ  $x_2$  สำหรับบาง  $x_1, x_2 \in [0, 1]$

$$\text{เลือก } x_1 = \frac{1}{2} \text{ และ } x_2 = \frac{2}{3}$$

$$\text{จะได้ } L\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ และ } L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

ดังนั้น

$$L\left(\frac{1}{2}\right) = -0.60c_1 + \left(0.22\left(\frac{1}{2}\right) + 0.82\right)c_2 + \left(2.46\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.48\left(\frac{1}{2}\right) + 1.62\right)c_3 + \left(6.12\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 10.98\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.128\left(\frac{1}{2}\right) - 0.492\right)c_4 \quad (4.194)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{3}{5}c_1 + \frac{67}{75}c_2 + \frac{254}{75}c_3 + \frac{874}{375}c_4 = 0 \quad (4.195)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกัน

$$L\left(\frac{2}{3}\right) = -0.60c_1 + \left(0.22\left(\frac{2}{3}\right) = 0.82\right)c_2 + \left(2.46\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.48\left(\frac{1}{2}\right) + 1.62\right)c_3 \\ + \left(6.12\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 10.98\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4.128\left(\frac{2}{3}\right) - 0.492\right)c_4 \quad (4.196)$$

$$\text{จะได้ } -\frac{3}{5}c_1 + \frac{29}{30}c_2 + \frac{57}{10}c_3 + \frac{1343}{150}c_4 = 0 \quad (4.197)$$

สมการ (4.184), (4.186), (4.195), (4.197) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \frac{12}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{67}{75} & \frac{254}{75} & \frac{874}{375} \\ -\frac{3}{5} & \frac{29}{30} & \frac{57}{10} & \frac{1343}{150} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.198)$$

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.14955921 \\ -0.5354436253 \\ 0.4486776306 \\ -0.1507965149 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

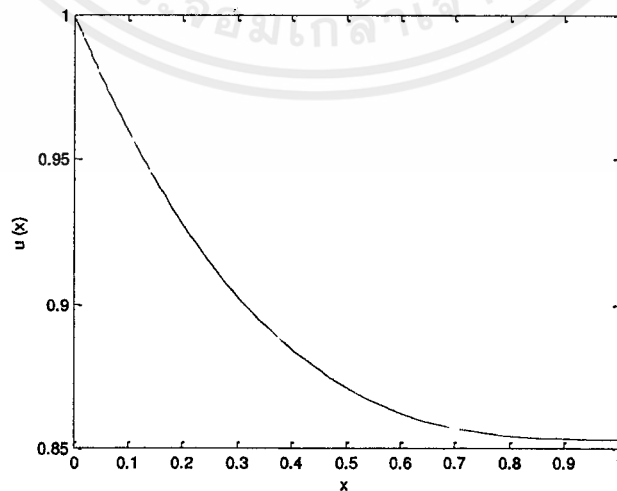
$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.14955921 - 0.5354436253x + 0.4486776306\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) - 0.1507965149\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 1$

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าผลเฉลย 4.7.1

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	1.000000
0.05	0.978855
0.10	0.959839
0.15	0.942841
0.20	0.927748
0.25	0.914445
0.30	0.902820
0.35	0.892760
0.40	0.884151
0.45	0.876881
0.50	0.870837
0.55	0.865905
0.60	0.861972
0.65	0.858926
0.70	0.856653
0.75	0.855040
0.80	0.853973
0.85	0.853341
0.90	0.853029
0.95	0.852925
1.00	0.852915



รูปที่ 4.11 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.7.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.7.2 ประมาณผลเฉลยโดยพหุนามเลขจองค์ดีกรี 4

กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

สำหรับทุก  $0 \leq x \leq 1$

(4.199)

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบซ้ายสมการ (4.180) จะได้

$$C(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(0^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(0^3 - \frac{3}{5}(0)\right) + c_5\left(0^4 - \frac{30(0)^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

(4.200)

$$\text{ดังนั้น } c_1 - \frac{1}{3}c_3 + \frac{3}{35}c_5 = 1$$

(4.201)

ในทำนองเดียวกันแทนลงในสมการ

แทน  $u$  ในเงื่อนไขขอบขวาสมการ (4.181) จะได้

$$C(10) = u'(1) = c_2 + 20xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5$$

(4.202)

$$\text{ดังนั้น } c_2 + 2c_3 + \frac{12}{5}c_4 + \frac{16}{7}c_5 = 0$$

(4.203)

ขั้นตอนต่อไปแทน  $u$  ลงในสมการ (4.178) จะได้

$$L(x) = (0.71x^2 + 1.42x + 0.71)u'' + (0.82x + 0.82)u' - 0.60u$$

(4.204)

เมื่อ  $L(x)$  เป็นฟังก์ชันเศษเหลือที่ไม่เป็นฟังก์ชันศูนย์

$$u(x) = c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right)$$

(4.205)

$$u' = c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5$$

(4.206)

$$u'' = 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5$$

(4.207)

นำ (4.206) และ (4.207) แทนลงในสมการเศษเหลือ (4.204) จะได้

$$\begin{aligned} L(x) &= (0.71x^2 + 1.42x + 0.71) \left[ 2c_3 + 6xc_4 + \left(12x^2 - \frac{12}{7}\right)c_5 \right] \\ &+ (0.82x + 0.82) \left[ c_2 + 2xc_3 + \left(3x^2 - \frac{3}{5}\right)c_4 + \left(4x^3 - \frac{12}{7}x\right)c_5 \right] - 0.60u \\ &- 0.60 \left[ c_1 + c_2(x) + c_3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) + c_4\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + c_5\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \right] \end{aligned}$$

(4.208)

$$\begin{aligned}
&= (1.42x^2 + 2.84x + 1.42)c_3 + (4.26x^3 + 8.52x^2 + 4.26x)c_4 \\
&+ \left( 8.52x^4 + 17.04x^3 + 8.52x^2 - \frac{213x^2}{175} - \frac{426x}{175} - \frac{213}{175} \right) c_5 + (0.82x + 0.82)c_2 \\
&+ (1.64x^2 + 1.64x)c_3 + (2.46x^3 + 2.46x^2 - 0.492x - 0.492)c_4 \\
&+ \left( 3.28x^4 + 3.28x^3 - \frac{246x^2}{175} - \frac{246x}{175} \right) c_5 - 0.60c_1 - 0.60xc_2 \\
&+ (-0.60x^3 + 0.36x)c_4 + \left( -0.60x^4 + \frac{18x^2}{35} - \frac{9}{175} \right) c_5 + (-0.60x^2 + 0.2)c_3 \quad (4.209)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -0.60c_1 + (0.22x + 0.82)c_2 + (2.46x^2 + 4.48x + 1.62)c_3 \\
&+ (6.12x^3 + 10.98x^2 + 4.128x - 0.492)c_4 \\
&+ \left( 11.2x^2 + 20.32x^3 + \frac{1122x^2}{175} - \frac{96x}{25} - \frac{222}{175} \right) c_5 \quad (4.210)
\end{aligned}$$

กำหนดจุดคอลลีเคชัน

**สมมติ** ให้เส้นโค้งประมาณค่าตัดเส้นโค้งผลเฉลยแม่นยำตรง ณ  $x_1$ ,  $x_2$  และ  $x_3$

สำหรับบาง  $x_1, x_2, x_3 \in [0, 1]$

เลือก  $x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$  และ  $x_3 = \frac{3}{4}$

จะได้  $L\left(\frac{1}{4}\right) = 0$ ,  $L\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  และ  $L\left(\frac{3}{4}\right) = 0$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
L\left(\frac{1}{4}\right) &= -0.60c_1 + \left( 0.22\left(\frac{1}{4}\right) + 0.82 \right) c_2 + \left( 2.46\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 4.48\left(\frac{1}{4}\right) + 1.62 \right) c_3 \\
&+ \left( 6.12\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 10.98\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 4.128\left(\frac{1}{4}\right) - 0.492 \right) c_4 \\
&+ \left( 11.2\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 20.32\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{1122\left(\frac{1}{4}\right)^2}{175} - \frac{96\left(\frac{1}{4}\right)}{25} - \frac{222}{175} \right) c_5 \quad (4.211)
\end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } -\frac{3}{5}c_1 + \frac{7}{8}c_2 + \frac{463}{160}c_3 + \frac{423}{320}c_4 - 1.466607143c_5 = 0 \quad (4.212)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned}
 L\left(\frac{1}{2}\right) &= -0.60c_1 + \left(0.22\left(\frac{1}{2}\right) + 0.82\right)c_2 + \left(2.46\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.48\left(\frac{1}{2}\right) + 1.62\right)c_3 \\
 &+ \left(6.12\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 10.98\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4.128\left(\frac{1}{2}\right) - 0.492\right)c_4 \\
 &+ \left(11.2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20.32\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1122\left(\frac{1}{2}\right)^2}{175} - \frac{96\left(\frac{1}{2}\right)}{25} - \frac{222}{175}\right)c_5
 \end{aligned} \tag{4.213}$$

$$\text{จะได้ } -\frac{3}{5}c_1 + \frac{93}{100}c_2 + \frac{179}{40}c_3 + \frac{2541}{500}c_4 + 1.654285714c_5 = 0 \tag{4.214}$$

และ

$$\begin{aligned}
 L\left(\frac{3}{4}\right) &= -0.60c_1 + \left(0.22\left(\frac{3}{4}\right) + 0.82\right)c_2 + \left(2.46\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 4.48\left(\frac{3}{4}\right) + 1.62\right)c_3 \\
 &+ \left(6.12\left(\frac{3}{4}\right)^3 + 10.98\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 4.128\left(\frac{3}{4}\right) - 0.492\right)c_4 \\
 &+ \left(11.2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 20.32\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1122\left(\frac{3}{4}\right)^2}{175} - \frac{96\left(\frac{3}{4}\right)}{25} - \frac{222}{175}\right)c_5
 \end{aligned} \tag{4.215}$$

$$\text{จะได้ } -\frac{3}{5}c_1 + \frac{197}{200}c_2 + \frac{5091}{800}c_3 + 11.362125c_4 + 11.57410714c_5 = 0 \tag{4.216}$$

สมการ (4.201), (4.203), (4.212), (4.214), (4.216) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{3}{35} \\
 0 & 1 & 2 & \frac{12}{5} & \frac{16}{7} \\
 -\frac{3}{5} & \frac{7}{8} & \frac{463}{160} & \frac{423}{320} & -1.466607143 \\
 -\frac{3}{5} & \frac{93}{100} & \frac{179}{40} & \frac{2541}{500} & 1.654285714 \\
 -\frac{3}{5} & \frac{197}{200} & \frac{5091}{800} & 11.362125 & 11.57410714
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 c_1 \\
 c_2 \\
 c_3 \\
 c_4 \\
 c_5
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{Bmatrix} \tag{4.217}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยวิธีการแยกแบบแอลยู จะได้

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.228965922 \\ -0.7667959342 \\ 0.7147230321 \\ -0.3791607669 \\ 0.1082093734 \end{Bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยประมาณ

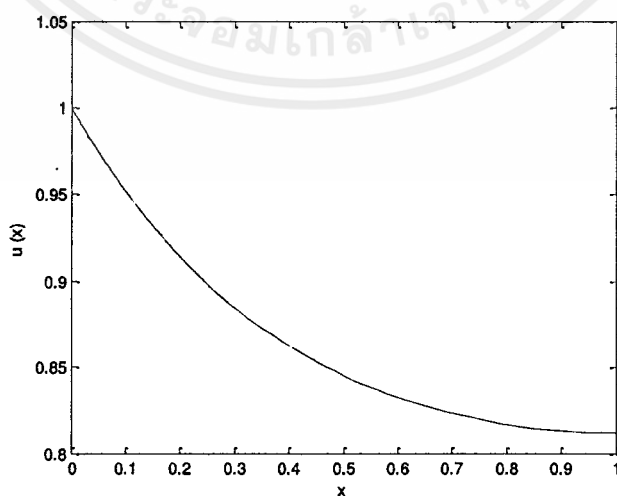
$$C(x) \approx u(x)$$

$$u(x) = 1.228965922 - 0.7667959342x + 0.7147230321\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) - 0.3791607669\left(x^3 - \frac{3}{5}x\right) + 0.1082093734\left(x^4 - \frac{30x^2}{35} + \frac{3}{35}\right) \text{ สำหรับทุก } 0 \leq x \leq 1$$



ตารางที่ 4.10 แสดงค่าผลเฉลย 4.7.2

$x$ (km)	$u(x)$ ( $kg/m^3$ )
0.00	1.000000
0.05	0.974543
0.10	0.951921
0.15	0.931875
0.20	0.914159
0.25	0.898547
0.30	0.884827
0.35	0.872804
0.40	0.862300
0.45	0.853151
0.50	0.845211
0.55	0.838351
0.60	0.832455
0.65	0.827428
0.70	0.823186
0.75	0.819664
0.80	0.816815
0.85	0.814604
0.90	0.813016
0.95	0.812050
1.00	0.811721



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงค่าผลเฉลย 4.7.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### อภิปรายและสรุปผล

#### 5.1 อภิปรายผลการจำลองแบบ

จากตัวอย่าง 3.2.1 และตาราง 3.2 จะเห็นว่าเมื่อเปรียบเทียบวิธีคอลโลเคชันโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 3 กับผลเฉลยแม่นยำตรง มีความแม่นยำไม่เกิน  $0.2913 \times 10^{-2}$  ดังรูป 3.2

จากตัวอย่าง 3.2.2 และตาราง 3.3 จะเห็นว่าเมื่อเปรียบเทียบวิธีคอลโลเคชันโดยพหุนามเลอจองด์ดีกรี 4 กับผลเฉลยแม่นยำตรง มีความแม่นยำไม่เกิน  $0.2331 \times 10^{-3}$  ดังรูป 3.3

จาก 4.3.1 และตาราง 4.1 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตรากงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน ซึ่งติดตั้งสถานีถาวรที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง พบว่าในระยะห่างออกไป 5 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.55 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 45% ในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 90% ดังรูป 4.3

จาก 4.3.2 และตาราง 4.2 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตรากงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน ซึ่งติดตั้งสถานีถาวรที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง พบว่าในระยะห่างออกไป 8 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.941818 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 6% ในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 90% ดังรูป 4.4

จาก 4.4.1 และตาราง 4.3 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตรากงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของสารเคมี ณ ตำแหน่ง 10 กิโลเมตรเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  กล่าวคือมีสารเคมีจากภายนอกไหลเข้าสู่บริเวณสถานีเฝ้าระวัง พบว่าในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีเพิ่มขึ้นเป็น  $1.242424 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 24% ดังรูป 4.5

จาก 4.4.2 และตาราง 4.4 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตรากงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของสารเคมี ณ ตำแหน่ง 10 กิโลเมตรเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  พบว่าในระยะห่างออกไป 5 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.642968 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 36% ในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $-3.046874 \text{ kg/m}^3$  ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนมาก ดังรูป 4.6

จาก 4.5 และตาราง 4.5 และ 4.6 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตรากงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน แต่มีสัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว พบว่าในระยะห่างออกไป 5 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.775 \text{ kg/m}^3$

หรือประมาณ 23% ในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 90% ดังรูป 4.7 และ 4.8

จาก 4.6 และตาราง 4.7 และ 4.8 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตราคงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน แต่มีสัมประสิทธิ์ไม่ เป็นค่าคงตัวและมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของสารเคมี ณ ตำแหน่ง 10 กิโลเมตรเป็น  $0.1 \text{ kg/m}^3$  กล่าวคือมีสารเคมีจากภายนอกไหลเข้าสู่บริเวณสถานีเฝ้าระวัง พบว่าในระยะห่าง 10 กิโลเมตร สารเคมีเพิ่มขึ้นเป็น  $1.5 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 50% ดังรูป 4.9 และ 4.10

จาก 4.7.1 และตาราง 4.9 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตราคงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินไม่เป็นเนื้อเดียวกัน พบว่าในระยะห่างออกไป 1 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.852915 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 15% ดังรูป 4.11

จาก 4.7.2 และตาราง 4.10 จะเห็นว่าเมื่อสารเคมีถูกปล่อยลงในอัตราคงที่ด้วยความเข้มข้นของสารเคมี ณ จุดปล่อยเป็น  $1.0 \text{ kg/m}^3$  โดยมีสัดส่วนของเนื้อดินไม่เป็นเนื้อเดียวกัน พบว่าในระยะห่างออกไป 1 กิโลเมตร สารเคมีลดลงเป็น  $0.811721 \text{ kg/m}^3$  หรือประมาณ 19% ดังรูป 4.12

## 5.2 สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาตัวแบบการประเมินคุณภาพน้ำบาดาลหนึ่งมิติสภาวะคงตัวในบริเวณรอบบ่อ ฝึงบกลบขยะโดยวิธีคอลโลเคชัน พบว่าวิธีคอลโลเคชันให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำ สามารถแสดงถึง แนวโน้มระยะยาวของการแพร่กระจายของสารเคมีที่เกิดขึ้นได้ อีกทั้งได้พิจารณากรณีที่สถานีตรวจวัด ถาวรอยู่ที่จุดปล่อยและจุดเฝ้าระวัง และกรณีสถานีตรวจวัดชั่วคราวถูกตั้งที่จุดเฝ้าระวัง รวมถึง พิจารณาลักษณะเนื้อดินเป็นแบบเนื้อเดียวและเนื้อผสมอีกด้วย

งานวิจัยนี้สามารถพัฒนาตัวแบบให้พิจารณาในสภาวะไม่คงตัว (unsteady state) ต่อไปได้ รวมทั้งพิจารณาถึงสารพิษชนิดอื่นๆอาจเกิดปฏิกิริยาเคมีภายในชั้นดินได้อีกด้วย

## เอกสารอ้างอิง

- [1] กรมควบคุมมลพิษ. (ม.ป.ป.). เรียกใช้เมื่อ 5 พฤษภาคม 2561 จาก  
[http://www.pcd.go.th/info\\_serv/waste\\_rubbish.htm](http://www.pcd.go.th/info_serv/waste_rubbish.htm)
- [2] จักริน 2549 สงกรานต์ 2546. (ม.ป.ป.). เรียกใช้เมื่อ 13 พฤษภาคม 2561 จาก  
<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:K1UflXCFxFEJ:doi.nrct.go.th/ListDoi/Download/>
- [3] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ปราโมช เขียวชาญ. (2557). เรียกใช้เมื่อ 7 พฤษภาคม 2561 จาก  
[http://www.stou.ac.th/Schools/Shs/booklet/book573/Senitary573.pdf?fbclid=IwAR1StT5PkUd-NSZE4oADv5MNooGF2g5\\_pMxyzSucZOGjMl9WBatySJXqLZo](http://www.stou.ac.th/Schools/Shs/booklet/book573/Senitary573.pdf?fbclid=IwAR1StT5PkUd-NSZE4oADv5MNooGF2g5_pMxyzSucZOGjMl9WBatySJXqLZo)
- [4] Atul kumar, Dilip Kumar jaiswal, และ Naveen Kumar. (2010). Analytical solutions to one-dimensional advection-diffusion equation with variable coefficients in semi-infinite media. *journal of Hydrology*, 330-337.
- [5] Greenpeace. (22 พฤษภาคม 2550). *Greenpeace Thailand*. เรียกใช้เมื่อ 5 พฤษภาคม 2561 จาก <http://www.greenpeace.org/seasia/th/news/nitrates-in-ground-water-thailand/>
- [6] Krabork. (1 เมษายน 2015). เรียกใช้เมื่อ 12 พฤษภาคม 2561 จาก <http://www.krabork.com/2015/04/01/น้ำบาดาลหรือน้ำใต้ดิน/>
- [7] Workpointnews. (8 กุมภาพันธ์ 2018). เรียกใช้เมื่อ 12 พฤษภาคม 2561 จาก <https://workpointnews.com/2018/02/08/เคื่อดร็อน-บ่อขยะ-72-ล้าน-ถู/>
- [8] Your planet , The EARTH My Planet. (9 กันยายน 2012). เรียกใช้เมื่อ 5 พฤษภาคม 2561 จาก <https://urplanetx.wordpress.com/2012/09/09/การกำจัดขยะมูลฝอยด้วย>