การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยโปรแกรมอาร์

A COMPARISON OF THE ESTIMATED PARAMETERS WITH THE METHOD OF LEAST SQUARE AND THE METHOD OF MAXIMUM LIKELIHOOD IN SIMPLE LINEAR REGRESSION USING R PROGRAM

เจษฎา ทองเทียบ

ชนิตรา นุชนารถ

ณัฐมลย์ ประชารักษ์

ทัศนีย์ สุขศรีเจริญ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2561

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A COMPARISON OF THE ESTIMATED PARAMETERS WITH THE METHOD OF LEAST SQUARE AND THE METHOD OF MAXIMUM LIKELIHOOD IN SIMPLE LINEAR REGRESSION USING R PROGRAM

JETSADA THONGTIAB
CHANITRA NUDCHANART
NATTAMOL PRACHARAK
TATSANEE SUKSRICHAROEN

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED STATISTICS)
DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2018

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยโปรแกรมอาร์ A Comparison of the Estimated Parameters with the Method of Least Square and the Method of Maximum Likelihood in Simple Linear Regression Using R Program
นักศึกษา	นายเจษฎา ทองเทียบ รหัสนักศึกษา 58051199 นางสาวชนิตรา นุชนารถ รหัสนักศึกษา 58051205 นางสาวณัฐมลย์ ประชารักษ์ รหัสนักศึกษา 58051222 นางสาวทัศนีย์ สุขศรีเจริญ รหัสนักศึกษา 58051229
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชา	สถิติ
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษเล่มนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต (สาขาวิชาสถิติประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2561

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง ประธานกรรมการ	
ดร.พรรณทิพา วาณิชย์จิรัฐติกาล กรรมการ	พรรณทิพา วาณิชย์จิรัฐติกาล
ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยโปรแกรมอาร์
นักศึกษา	นายเจษฎา ทองเทียบ รหัสนักศึกษา 58051199
	นางสาวชนิตรา นุชนารถ รหัสนักศึกษา 58051205
	นางสาวณัฐมลย์ ประชารักษ์ รหัสนักศึกษา 58051222
	นางสาวทัศนีย์ สุขศรีเจริญ รหัสนักศึกษา 58051229
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชา	สถิติ
คณะ	วิทยาศาตร์
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) สำหรับวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression) โดยการจำลองข้อมูลสองสถานการณ์จากโปรแกรมอาร์ สถานการณ์แรกจำลองจากการแจกแจงปรกติ สถานการณ์ที่สองจากการแจกแจงแกมมาที่มีลักษณะเบ้ขวา เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่า คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ซึ่งจะต้องมีค่าน้อยที่สุด ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพที่เท่ากัน ส่วนข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กหรือขนาดกลาง วิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพที่ใกล้เคียงกัน กรณีตัวอย่างมีขนาดใหญ่วิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

คำสำคัญ : การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด การแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	A Comparison of the Estimated Parameters with the Method of Least Square and the Method of Maximum Likelihood in Simple Linear Regression Using R Program
Students	Mr. Jetsada Thongtiab Student ID 58051199
	Miss Chanitra Nudchanart Student ID 58051205
	Miss Nattamol Pracharak Student ID 58051222
	Miss Tatsanee Suksricharoen Student ID 58051229
Degree	Bachelor of Science (Applied Statistics)
Department	Statistics
Faculty	Science
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)
Academic Year	2018
Advisor	Dr. Boonyasit Warachan

Abstract

The objective of this study is to compare two methods of point estimation: Method of Least Square and method of Maximum Likelihood for the Simple Linear Regression. Data simulation will be generated using R program in two scenarios. The first data set was simulated using the Normal distribution. The second was created randomly with the Gamma distribution that is skew to the right. The criterion index is Average Mean Square Error (AMSE). The method which gives the lowest AMSE is the most suitable method. The result clearly showed that method of Least Square and method of Maximum Likelihood gave the equal efficiency when data sets were the Normal distribution. For the Gamma distribution data at small and medium sample size, both methods of estimation received the similar efficiency. However, at the large sample size method of Least Square was more efficient than method of Maximum Likelihood.

Keywords : simple linear regression, least square method, maximum likelihood method, normal distribution, gamma distribution

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีและมีความถูกต้องในเนื้อหา เนื่องด้วยได้รับความอนุเคราะห์จาก ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ซึ่งให้คำแนะนำ คำปรึกษา เอื้อเฟื้อเอกสารต่าง ๆ และหนังสืออ้างอิง ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและตรวจทานแก้ไขความถูกต้อง และตลอดจนการติดตามผลงานทุกขั้นตอนของการดำเนินงานในการทำปัญหาพิเศษนี้จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ จึงขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบพระคุณ รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง และ ดร.พรรณทิพา วาณิชย์จิรัฐติกาล คณะกรรมการที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำข้อบกพร่องตลอดจนแก้ไขข้อผิดพลาดเพิ่มเติม ทำให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณอาจารย์ภาคสถิติประยุกต์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสานวิชาความรู้พร้อมทั้งให้คำแนะนำ และช่วยเหลือในเรื่องต่าง ๆ มาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ คุณอัจฉรา แผ้วบาง และเจ้าที่ภาควิชาสถิติประยุกต์ทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์จัดหาอุปกรณ์การทำปัญหาพิเศษฉบับนี้

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณบิดามารดาของผู้จัดทำปัญหาพิเศษที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจให้เสมอมา และขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคน ที่ให้คำปรึกษา ช่วยเหลือในการทำงานมาโดยตลอดจนปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เจษฎา ทองเทียบ

ชนิตรา นุชนารถ

ณัฐมลย์ ประชารักษ์

ทัศนีย์ สุขศรีเจริญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .... ก

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .... ข

กิตติกรรมประกาศ .... ค

สารบัญ .... ง

สารบัญตาราง .... จ

สารบัญรูป .... ฉ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย 3

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 3

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย 3

1.5 วิธีการวิจัย 4

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 7

2.1 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย 7

2.1.1 การแจกแจงปรกติ 7

2.1.2 การแจกแจงแกมมา 7

2.2 ทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัย 8

2.2.1 การประมาณค่า 8

2.3 วิธีที่ใช้ในงานวิจัย 10

2.3.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด 10

2.3.2 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด 17

2.4 ตัวอย่างการคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขเทียบกับโปรแกรมว่าให้ผลสอดคล้องกัน 23

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 29
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย 32
3.1 ข้อกำหนดในการทดลอง 32
3.2 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย 34
3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย 36
บทที่ 4 ผลการวิจัย 37
4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ 38
4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา 55
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 71
5.1 สรุปผลการวิจัย 71
5.2 อภิปรายผล 73
5.3 ข้อเสนอแนะ 74
เอกสารอ้างอิง 75
ภาคผนวก 77

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15	38
4.2	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 และ 50	41
4.3	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 และ 200	44
4.4	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1 และ 3	47
4.5	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 5 และ 7	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4.6	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 9	53
4.7	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15	55
4.8	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 และ 50	58
4.9	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 และ 200	61
4.10	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และα เท่ากับ 2 และ 4	64
4.11	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และα เท่ากับ 6 และ 8	67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
3.1	การแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์ (0,1), (0,3), (0,5), (0,7) และ (0,9)	33
3.2	การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (2,2), (4,2), (6,2) และ (8,2)	34
4.1	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10	39
4.2	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15	40
4.3	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30	42
4.4	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50	43
4.5	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.6	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200	46
4.7	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1	48
4.8	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 3	49
4.9	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n)เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 5	51
4.10	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 7	52
4.11	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 9	54

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.12 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 56

4.13 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 57

4.14 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 59

4.15 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 60

4.16 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 62

4.17 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200 63

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.18	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 2	65
4.19	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 4	66
4.20	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 6	68
4.21	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 8	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษางานวิจัยทางสถิติส่วนใหญ่มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาลักษณะของประชากร (Population) แต่เนื่องจากปัจจุบันประชากรมีขนาดใหญ่และมีข้อจำกัดในหลายด้าน อาทิเช่น ค่าใช้จ่าย เวลา และทรัพยากรบุคคล ทำให้การศึกษาข้อมูลของประชากรเป็นไปได้ยาก จึงใช้การศึกษาจากกลุ่มตัวอย่าง (Sample) โดยเลือกมาอย่างสุ่มจากประชากร และนำค่าประมาณที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างอนุมานไปยังประชากร ซึ่งเรียกว่า การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) โดยลักษณะของประชากรที่สนใจ เรียกว่า พารามิเตอร์ (Parameter) ส่วนค่าที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง เรียกว่า ค่าสถิติ (Statistics) (อัญมณี, 2560)

การประมาณค่าเป็นวิธีการใช้ค่าสถิติที่ได้จากตัวอย่างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ แล้วสรุปไปยังประชากร สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) สำหรับการประมาณค่าแบบจุดเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว การประมาณค่าแบบจุดจึงอาจจะเกิดความคลาดเคลื่อนได้ ถ้ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาเป็นตัวแทนที่ไม่ดีของประชากร ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณค่าขอบเขตความเป็นไปได้ของค่าพารามิเตอร์ โดยที่มีสมบัติว่าค่าพารามิเตอร์จะอยู่ในขอบเขตหรือช่วงนั้นด้วยระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

การประมาณค่าแบบจุดมีวิธีการหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ได้หลายวิธี เช่น วิธีโมเมนต์ (Method of Moments) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) วิธีไคกำลังสองต่ำสุด (Method of Minimum Chi-Square) วิธีกำลังสองต่ำสุด (Method of Least Squares) วิธีเบส์ (Bayes' Method) เป็นต้น โดยที่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าหนึ่งอาจจะมีตัวประมาณค่าแบบจุดได้มากกว่าหนึ่งตัว จึงต้องทำการพิจารณาความเหมาะสมของค่าประมาณดังกล่าว โดยอาศัยสมบัติของตัวประมาณ ได้แก่ ความไม่เอนเอียง (Unbiasedness) ความคงเส้นคงวา (Consistency) ความพอเพียง (Sufficiency) ความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance) ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (Minimum Mean Squared Error) และความไม่แปรเปลี่ยน (Invariance) (ประชุม, 2553) ในงานวิจัยเราเลือกใช้ 2 วิธี เพื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เปรียบเทียบการประมาณค่า คือ วิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เพราะเป็นวิธีที่นิยมใช้และเป็นวิธีที่เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อน

การประมาณค่าฟังก์ชันโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะได้ฟังก์ชันที่เป็นตัวแทนที่ดีที่สุดของข้อมูล เพราะได้จากการเฉลี่ยค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลให้เหลือน้อยที่สุด ตัวประมาณค่า (Estimators) มีสมบัติเป็นตัวประมาณค่าที่ดีที่สุด คือเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอนเอียง (Unbiased) มีลักษณะเชิงเส้น (Linear) และมีความแปรปรวนต่ำที่สุด (Minimum Variance) ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี Gauss - Markov ที่กล่าวว่าในบรรดาตัวประมาณค่าทั้งหมดที่มีสมบัติเชิงเส้นและไม่เอนเอียง ตัวประมาณค่าที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นตัวประมาณค่าที่มีความแปรปรวนต่ำที่สุด

วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้กันมากในทางสถิติ เพราะว่าวิธีการสร้างตัวประมาณค่าด้วยวิธีนี้จะได้ตัวประมาณค่าที่มีสมบัติที่ดีหลายอย่าง ตัวอย่างเช่น เป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพที่สุด เป็นต้น

การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis) เป็นการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวแปร วัตถุประสงค์หลักของการวิเคราะห์การถดถอย คือต้องการประมาณค่าของตัวแปรตัวหนึ่ง ซึ่งเรียกว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable) นิยมเขียนแทนด้วย Y โดยอาศัยความรู้จากตัวแปรอื่นซึ่งเรียกว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variable) นิยมเขียนแทนด้วย X หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าการใช้ความรู้หรือสารสนเทศจาก X เป็นเกณฑ์ในการประมาณ Y ถ้าใช้ตัวแปร X เพียงตัวแปรเดียวในการประมาณ Y และความสัมพันธ์ของ Y และ X เป็นเชิงเส้นตรง เราเรียกว่าการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression)

เนื่องจากโปรแกรมอาร์เป็นโปรแกรมที่เขียนเป็นภาษาเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ ผู้ที่ต้องการใช้สามารถดาวน์โหลดโดยไม่เสียค่าใช้จ่ายจากเว็บไซต์ ซึ่งโปรแกรมนี้ได้พัฒนามาจากภาษาเอส (S Language) โดย Becker และ Chambers ในโปรแกรมอาร์มีชุดคำสั่งสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละประเภทอยู่มากมาย ขึ้นอยู่กับผู้ใช้ว่าต้องการใช้เรื่องใดก็สามารถดาวน์โหลดได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย ผู้วิจัยจึงสนใจวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยการใช้โปรแกรมอาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1) เพื่อศึกษาหาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

2) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) ผลที่ได้จากการวิจัยจะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

1) ศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีการประมาณค่า 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2) ตัวแบบที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงปรกติ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงแกมมา

$$Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

โดยที่ Y_i คือ ตัวแปรตาม

β_0 คือ จุดตัดแกน Y ของสมการถดถอย

β_1 คือ ความชันของสมการถดถอย

X_i คือ ตัวแปรอิสระที่กำหนดเป็นค่าคงที่

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มซึ่งเป็นอิสระต่อกัน มีการแจกแจง $N(0, \sigma^2)$ และมีการแจกแจง $\text{Gamma}(\alpha, \frac{1}{\lambda})$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

N คือ ขนาดประชากร

3) ค่าของตัวแปรอิสระ X_i เป็นค่าคงที่ใด ๆ ในที่นี้ X_i มาจากการแจกแจงปรกติ ที่มีค่า μ เท่ากับ 50 และ σ^2 เท่ากับ 10 และมาจากการแจกแจงแกมมา ที่มีค่า α เท่ากับ 2 และ λ เท่ากับ 2

4) กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นปรกติ ที่มี μ เท่ากับ 0 และ σ^2 เท่ากับ 1, 3, 5, 7, 9 และกำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2

5) กำหนดค่าพารามิเตอร์การถดถอย $\underline{\beta} = (\beta_0, \beta_1)$ ที่ใช้ในตัวแบบข้อ 2) เท่ากับ $\underline{\beta} = (1,2)$

1.5 วิธีการวิจัย

1) ตัวแบบที่ใช้ในการทำวิจัย คือ

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงปรกติ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N$$

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงแกมมา

$$Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N$$

2) นำข้อมูลมาประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยโปรแกรม R ทดลองซ้ำ 1000 ครั้ง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษามีดังนี้

2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

2.1.1 หา $E(X_i)$

2.1.2 หา $Q = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [X_i - E(X_i)]^2$

2.1.3 หา $\frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = 0$

2.1.4 หา $\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.5 แก้สมการในข้อที่ 2.1.3 หาค่า β_0 จะได้ $\hat{\beta}'_0$ เป็นตัวประมาณแบบกำลังสองต่ำสุดของ β_0 และแก้สมการในข้อที่ 2.1.4 หาค่า β_1 จะได้ $\hat{\beta}'_1$ เป็นตัวประมาณแบบกำลังสองต่ำสุดของ β_1

2.2 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

2.2.1 หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$\begin{aligned} L(\beta_0,\beta_1) &= L(\beta_0,\beta_1;x_1,\ldots,x_n) \\ &= f(x_1;\beta_0,\beta_1)\ \ldots\ f(x_n;\beta_0,\beta_1) \end{aligned}$$

2.2.2 หา $\ln L(\beta_0,\beta_1)$

2.2.3 หา $\dfrac{\partial \ln L(\beta_0,\beta_1)}{\partial \beta_0} = 0$

2.2.4 หา $\dfrac{\partial \ln L(\beta_0,\beta_1)}{\partial \beta_1} = 0$

2.2.5 แก้สมการในข้อที่ 2.2.3 หาค่า β_0 จะได้ $\hat{\beta}^*_0$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ β_0 และแก้สมการในข้อที่ 2.2.4 หาค่า β_1 จะได้ $\hat{\beta}^*_1$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ β_1

3) เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธี (รุ่งฤทัย, 2547) โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยตัวประมาณที่ดีที่สุดจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$AMSE = \frac{\sum_{i=1}^{k} MSE_i}{k}$$

โดย $$MSE_i = \frac{\sum_{j=1}^{1000} (\beta_i - \hat{\beta}_{ij})^2}{1000}$$

เมื่อ β_i คือ พารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายตัวที่ i, $i = 0,1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\hat{\beta}_{ij}$ คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายตัวที่ i จากการประมาณครั้งที่ j โดยที่ $j = 1,2,...,1000$ ซึ่ง $\hat{\beta}_{ij} = \hat{\beta}'_{ij}$ สำหรับตัวประมาณวิธีกำลังสองน้อยสุดและ $\hat{\beta}_{ij} = \hat{\beta}^*_{ij}$ สำหรับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

k คือ จำนวนพารามิเตอร์การถดถอย ซึ่งเท่ากับ 2

MSE_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณที่ i สำหรับพารามิเตอร์การถดถอยตัวที่ i, $i = 0,1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาครั้งนี้จะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดของการแจกแจงปรกติและการแจกแจงแกมมา ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งมีรายละเอียดของการแจกแจงทางสถิติ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และวิธีที่ใช้ในงานวิจัยดังนี้

2.1 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

2.1.1 การแจกแจงปรกติ (Normal Distribution)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติ (Normal Distribution) หรือเขียนได้ว่า $N(\mu,\sigma^2)$ โดยพารามิเตอร์ $-\infty<\mu<\infty$ และ $\sigma^2>0$ โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังนี้

$$f\left(x;\mu,\sigma^2\right) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} & ; \quad -\infty<x<\infty \quad , \quad -\infty<\mu<\infty \quad , \quad \sigma^2>0 \\ 0 & ; \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

โดยที่ ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ $E(X)=\mu$

ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ $Var(X)=\sigma^2$

2.1.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

การแจกแจงแกมมาเป็นการแจกแจงที่เป็นรูปทั่วไปของการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $\frac{1}{\lambda},\lambda>0$ เป็นตัวแปรสุ่มเลขชี้กำลังหนึ่งที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $\frac{1}{\lambda}$ จะหมายถึงระยะเวลาที่ใช้ในการรอคอยจนกระทั่งเหตุการณ์ที่สนใจเหตุการณ์แรกเกิดขึ้น เมื่อเหตุการณ์ที่สนใจนั้นถูกกำหนดจากการทดลองปัวซง ที่มีค่าเฉลี่ย λ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแกมมา หมายถึงระยะเวลาที่ใช้ในการรอคอยจนกระทั่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหตุการณ์ที่ α ได้เกิดขึ้น การแจกแจงแกมมาเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญอีกการแจกแจงหนึ่ง เพราะว่ามีการแจกแจงหลายแบบเป็นส่วนหนึ่งของการแจกแจงแกมมา และมีการแจกแจงอีกหลายแบบได้มาจากการแปลงตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา กราฟของฟังก์ชันจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ α และ λ คือ α พารามิเตอร์ที่แสดงถึงรูปร่าง (Shape parameter) ส่วน λ คือพารามิเตอร์ที่แสดงถึงสเกล (Scale parameter)

ในการหาฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาจะต้องอาศัยฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) ฟังก์ชันแกมมาของ α เขียนแทนด้วย $\Gamma(\alpha)$ ซึ่ง

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1}e^{-y}dy \text{ สำหรับทุกค่าของ } \alpha > 0$$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา โดยที่ X แทนช่วงเวลาในการรอคอยที่จะเกิดความสำเร็จขึ้น α ครั้ง และ λ คือจำนวนครั้งที่เกิดเหตุการณ์โดยเฉลี่ยใน 1 หน่วยเวลา ซึ่งกำหนดเป็น $\text{Gamma}(\alpha,\lambda)$ โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x;\alpha,\lambda) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(\alpha)}\lambda^{\alpha}x^{\alpha-1}e^{-\lambda x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

โดยที่ ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ $E(X) = \dfrac{\alpha}{\lambda}$

ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X เท่ากับ $\text{Var}(X) = \dfrac{\alpha}{\lambda^2}$

2.2 ทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัย

2.2.1 การประมาณค่า (Estimation)

การประมาณค่า คือ การใช้ข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม ในรูปของค่าสถิติเพื่อประมาณหรือคาดหมายว่าพารามิเตอร์ θ ควรมีค่าเท่าใดหรืออยู่ในช่วงใด การประมาณค่าพารามิเตอร์มี 2 แนวทางด้วยกัน คือ การประมาณค่าแบบจุด และการประมาณค่าแบบช่วง

2.2.1.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด (Point estimation)

การประมาณค่าแบบจุด หมายถึง การประมาณพารามิเตอร์ออกมาเป็นค่าเดียวหรือจุดเดียว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามที่ 2.1 ให้ $X_1,\ldots,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น $f(x;\theta),\theta\in\Omega$ ตัวประมาณ (Estimation) ของ θ คือ ฟังก์ชันของตัวอย่างสุ่ม $\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,\ldots,x_n)$ ค่าประมาณ (Estimate) ของ θ คือ ค่าหนึ่งของตัวประมาณ $\hat{\theta}$ ของ θ

2.2.1.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง (Interval estimation)

การประมาณค่าแบบช่วง หมายถึง การประมาณพารามิเตอร์ θ ออกมาหลายค่า มักเป็นช่วงของจำนวนจริงหรือเซตของจุดหลายจุด เรียกว่า ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) หรือเซตความเชื่อมั่น (Confidence Set) ช่วงความเชื่อมั่นหรือเซตความเชื่อมั่นดังกล่าวได้มาโดยอาศัยตัวประมาณ $\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,\ldots,x_n)$ ของ θ และฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ $\hat{\theta}$ (น้อมจิต, 2553)

นิยามที่ 2.2 ให้ $X_1,\ldots,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น $f(x;\theta)$ โดยที่ θ เป็นจำนวนจริง ให้ $L(X_1,\ldots,X_n)$และ $U(X_1,\ldots,X_n)$ เป็นสถิติที่ $L(X_1,\ldots,X_n)\leq U(X_1,\ldots,X_n)$ ทุกจุดสังเกต $X_1,\ldots,X_n$ ที่อยู่ในปริภูมิตัวอย่าง S และ $P\left[L(X_1,\ldots,X_n)\leq g(\theta)\leq U(X_1,\ldots,X_n)\right]=1-\alpha$ โดยที่ α ไม่ขึ้นอยู่กับ θ เราเรียกช่วงสุ่ม (Random Interval) $\left[L(X_1,\ldots,X_n),U(X_1,\ldots,X_n)\right]$ ว่า ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ($100(1-\alpha)\%$Confidence Coefficient) ของ $g(\theta)$และเรียก $1-\alpha$ ว่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) หรือระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level)$L(X_1,\ldots,X_n)$ เป็นขีดจำกัดล่างของความเชื่อมั่น (Lower Confidence Limit) และ $U(X_1,\ldots,X_n)$ เป็นขีดจำกัดบนของความเชื่อมั่น (Upper Confidence Limit)

นิยามที่ 2.3 ถ้า $L(X_1,\ldots,X_n)$ และ $U(X_1,\ldots,X_n)$ เป็นสถิติที่ $P\left[g(\theta)<L(X_1,\ldots,X_n)\right]=\frac{\alpha}{2}=P\left[g(\theta)>U(X_1,\ldots,X_n)\right]$ แล้วเรียกช่วง $\left[L(X_1,\ldots,X_n),U(X_1,\ldots,X_n)\right]$ ว่า ช่วงความเชื่อมั่นศูนย์กลางขนาด $100(1-\alpha)\%$ ($100(1-\alpha)\%$ Confidence Coefficient Interval) ของ $g(\theta)$ (ประชุม, 2553)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 วิธีที่ใช้ในงานวิจัย

2.3.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square)

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression Analysis) เป็นการวิเคราะห์การถดถอยของตัวแปรอิสระ 1 ตัวและตัวแปรตาม 1 ตัว โดยตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกัน อาจเป็นความสัมพันธ์ตามกันหรือผกผันก็ได้ รูปแบบการวิเคราะห์นี้เป็นรูปแบบพื้นฐานที่ง่ายที่สุดของการวิเคราะห์การถดถอยโดยมีตัวแบบการถดถอยคือ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \tag{2.1}$$

โดย Y_i คือ ค่าของตัวแปรตามในลำดับที่ i

β_0 และ β_1 คือ พารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

X_i คือ ค่าคงที่ของตัวแปรอิสระในลำดับที่ i

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อน (Random error) ในลำดับที่ i

ความคลาดเคลื่อนมีข้อกำหนดว่าต้องเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติโดยมีค่าเฉลี่ยหรือ $E(\varepsilon_i)$ เท่ากับ 0 และความแปรปรวนหรือ $\sigma^2(\varepsilon_i)$ เท่ากับ σ^2 และความคลาดเคลื่อนแต่ละค่ามีความเป็นอิสระต่อกัน เนื่องจาก ε_i และ ε_j ไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าความแปรปรวนร่วม (Covariance) มีค่าเท่ากับ 0 หรือ $\sigma(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ เมื่อ $i \neq j$ จากข้อตกลงของความคลาดเคลื่อนดังกล่าวส่งผลให้ตัวแปรตาม Y แต่ละค่ามีความเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงปรกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\beta_0 + \beta_1 X_i$ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 หรือความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนนั่นเอง หากเขียนในรูปแบบสัญลักษณ์ทางสถิติจะได้ว่า $Y_i \sim NID(\beta_0 + \beta_1 X_i, \sigma^2)$ (Montgomery and Peck, 1992)

ค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 เรียกว่าสัมประสิทธิ์การถดถอย (Regression coefficient) โดยค่า β_1 คือความชันของสมการถดถอยที่บอกให้ทราบถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของการแจกแจงของตัวแปร Y เมื่อตัวแปรอิสระ X มีค่าเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ในขณะที่ β_0 คือจุดตัดแกน Y ของสมการถดถอยหรือเป็นค่าเฉลี่ยของการแจกแจงของตัวแปรตาม Y เมื่อตัวแปรอิสระ X มีค่าเท่ากับ 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายเป็นการสร้างสมการถดถอยหรือสร้างตัวแบบของประชากรโดยตัวแบบที่สร้างขึ้นแสดงได้ดังสมการ (2.1) เนื่องจากในสมการดังกล่าว นักวิจัยไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 จึงต้องใช้ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างหรือข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมาเพื่อประมาณค่าของพารามิเตอร์ทั้งสองเพื่อใช้ในพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามหรือ $\hat{Y}$ ค่าพยากรณ์นี้เรียก Fitted Value โดยค่าพยากรณ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \tag{2.2}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ คือค่าประมาณของพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 ตามลำดับ

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 นั้นมีด้วยกันหลายวิธี แต่วิธีที่เป็นที่นิยมคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square Estimation) หลักการของวิธีนี้คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์ให้ค่าผลรวมกำลังสองของส่วนเหลือ (Residual) ที่น้อยที่สุด ส่วนเหลือ (e_i) คือ ค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริงของตัวแปรตาม Y กับค่าพยากรณ์ที่ได้จากสมการถดถอย $(\hat{Y})$ ที่ระดับเดียวกันของค่าของตัวแปรอิสระ X หรือสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i\right) \tag{2.3}$$

ความคลาดเคลื่อน (ε) เป็นค่าที่ได้จากประชากร แต่ส่วนเหลือ (e) เป็นความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวอย่าง

ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1

กำหนดให้ Q เป็นค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุดหรือ

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i\right)^2 \tag{2.4}$$

ในการคำนวณเพื่อให้ได้ค่า Q ที่น้อยที่สุดนั้นต้องหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับค่า β_0 และ β_1 (Abraham and Ledolter, 2006) โดยสามารถเขียนสมการทั้งสองได้ดังนี้

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = -2\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i\right)$$

และ

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = -2\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i\right) X_i$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นกำหนดให้สมการทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0 จะได้ค่าประมาณของ β_0 และ β_1 โดยใช้ b_0 และ b_1 แทนค่าประมาณดังกล่าวตามลำดับดังนี้

$$-2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right) = 0$$

และ

$$-2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - b_1 x_i\right)x_i = 0$$

โดยการหารทั้งสองสมการด้วย 2 จากนั้นกระจายผลบวกและย้ายข้างจะได้สมการปรกติ (Normal equation) ดังสมการ (2.5) และ (2.6)

$$nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n}x_i = \sum_{i=1}^{n}y_i \tag{2.5}$$

และ

$$b_0\sum_{i=1}^{n}x_i + b_1\sum_{i=1}^{n}x_i^2 = \sum_{i=1}^{n}x_i y_i \tag{2.6}$$

จากการแก้สมการปรกติทั้งสองจะได้

$$\hat{\beta}'_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}'_1\bar{X} \tag{2.7}$$

และ

$$\hat{\beta}'_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \tag{2.8}$$

โดย

$$\frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2}{n} \tag{2.9}$$

และ

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)\left(Y_i - \bar{Y}\right) = \sum_{i=1}^{n}X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)}{n} \tag{2.10}$$

สมบัติของตัวประมาณค่า b_0 และ b_1

โดยทฤษฎีเกาส์-มาร์คอฟ (Guass-Markov theorem) จะได้ว่าตัวประมาณค่า b_0 และ b_1 ที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง (Unbiased) หรือ $E(b_0) = \beta_0$ และ $E(b_1) = \beta_1$ และมีความแปรปรวนต่ำที่สุดในบรรดาตัวประมาณค่าเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Linear Estimator) หรืออาจเรียกตัวประมาณค่าทั้งสองตัวนี้ว่า Best Linear Unbiased Estimator

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(BLUE) โดยที่ Best หมายถึงการที่มีความแปรปรวนต่ำที่สุดโดยค่าความแปรปรวนของ b_0 และ b_1 มีค่าดังนี้

$$V(b_0) = \sigma^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_{xx}}\right) \tag{2.11}$$

และ

$$V(b_1) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}} \tag{2.12}$$

โดย σ^2 ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (ε)

การประมาณค่าความแปรปรวน

เนื่องจากค่าความแปรปรวน (σ^2) เป็นค่าที่ไม่ทราบค่า จึงต้องทำการประมาณค่า σ^2 โดยใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองความคลาดเคลื่อน (Mean Squares Error หรือ MSE) การคำนวณหาค่า MSE เริ่มจากการหาผลรวมกำลังสองความคลาดเคลื่อน (Sum Squares Error หรือ SSE) ทำได้ดังนี้

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

หรือสามารถเขียน SSE ในรูปของ S_{yy} และ S_{xy} ดังนี้

$$SSE = S_{yy} - b_1 S_{xy}$$

โดยที่

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n}$$

และ

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n}$$

ในการคำนวณค่าความแปรปรวนของตัวอย่างทำโดยการหารด้วยองศาเสรี โดยองศาเสรีของ SSE เท่ากับ $n-2$ เนื่องจากการสูญเสียองศาเสรีไป 2 ค่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 ด้วย b_0 และ b_1 ตามลำดับ

$$MSE = \hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

นอกจากนี้พบว่า MSE เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ σ^2 สำหรับตัวประมาณค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน (σ) แล้วสามารถใช้ $\sqrt{MSE}$ เป็นตัวประมาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า หนังสือบางเล่มอาจเรียกค่า $\sqrt{\text{MSE}}$ ว่าค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการถดถอย (Standard Error of Regression) ซึ่งจะง่ายในการตีความมากกว่าความแปรปรวนเนื่องจากมีหน่วยเดียวกันกับค่าของตัวแปรตาม Y

สมบัติของค่าพยากรณ์และส่วนเหลือ

ค่าพยากรณ์ $(\hat{Y})$ และส่วนเหลือ (e) ที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดนั้นมีสมบัติ ดังนี้

1) ผลรวมของส่วนเหลือเท่ากับ 0

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\hat{Y}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}e_i=0$$

2) ผลรวมของค่าจริง Y เท่ากับผลรวมของค่าพยากรณ์ $\hat{Y}$

$$\sum_{i=1}^{n}Y_i=\sum_{i=1}^{n}\hat{Y}_i$$

3) ผลรวมของส่วนเหลือกำลังสอง $\left(\sum_{i=1}^{n}e_i^2\right)$ โดยวิธีนี้มีค่าน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากวิธีอื่น ๆ

4) เส้นถดถอยจะลากผ่านจุดที่เป็นค่ากลาง $\left(\bar{X},\bar{Y}\right)$ เสมอ

5) ผลรวมของส่วนเหลือที่ถ่วงน้ำหนักด้วยค่า X จะมีค่าเท่ากับ 0

$$\sum_{i=1}^{n}X_ie_i=0$$

6) ผลรวมของส่วนเหลือที่ถ่วงน้ำหนักด้วยค่าพยากรณ์จะมีค่าเท่ากับ 0

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{Y}_ie_i=0$$

การประมาณพารามิเตอร์ของการถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดในประชากรที่มีการแจกแจงแกมมา โดยค่าพยากรณ์สามารถเขียนได้ดังนี้ (Paul, 2014)

$$\hat{Y}=\hat{\beta}_0+\frac{\hat{\beta}_1}{X_i}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ คือค่าประมาณของพารามิเตอร์ β_0 และ β_0 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนเหลือ(e_i) คือค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริงของตัวแปรตาม Y กับค่าพยากรณ์ที่ได้จากสมการถดถอย $(\hat{Y})$ ที่ระดับเดียวกันของค่าตัวแปรอิสระ X หรือสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - \left(\hat{\beta}_0 + \frac{\hat{\beta}_1}{X_i}\right)$$

กำหนดให้ Q เป็นค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุด หรือ

$$Q = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \beta_0 - \frac{\beta_1}{x_i}\right)^2 \quad (2.13)$$

ในการคำนวณเพื่อให้ได้ค่า Q ที่น้อยที่สุดนั้นต้องหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับค่า β_0 และ β_0 โดยสามารถเขียนสมการทั้งสองได้ดังนี้

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \beta_0 - \frac{\beta_1}{x_i}\right) = 0 \quad (2.14)$$

จากนั้นกำหนดให้สมการ (2.14) มีค่าเท่ากับ 0 แล้วหารด้วย -2 จะได้ค่าประมาณของ β_0 โดยใช้ b_0 แทนค่าประมาณดังกล่าวดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - b_0 - \frac{b_1}{x_i}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - nb_0 - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_1}{x_i}\right) = 0$$

$$nb_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_1}{x_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} y_i \quad (2.15)$$

และ $$\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \beta_0 - \frac{\beta_1}{x_i}\right)\left(\frac{-1}{x_i}\right) = 0 \quad (2.16)$$

จากนั้นกำหนดให้สมการ (2.16) มีค่าเท่ากับ 0 แล้วหารด้วย -2 จะได้ค่าประมาณของ β_1 โดยใช้ b_1 แทนค่าประมาณดังกล่าวดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{x_i} - \frac{b_0}{x_i} - \frac{b_1}{x_i}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{x_i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_0}{x_i}\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_1}{x_i^2}\right) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_0}{x_i}\right)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b_1}{x_i^2}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{x_i}\right) \qquad (2.17)$$

จากสมการที่ (2.15) และ (2.17) หาค่า $\hat{\beta}'=\left(\hat{\beta}'_0,\hat{\beta}'_1\right)$ ได้ดังนี้

ได้ $$A = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \\ \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} & \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2} \end{bmatrix}$$

และ $$B = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ \sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i} \end{bmatrix}$$

จะได้ $$A^{-1} = \frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}\right)^2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2} & -\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \\ -\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} & n \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $$\hat{\beta}'=\begin{pmatrix}\hat{\beta}'_0\\ \hat{\beta}'_1\end{pmatrix} = A^{-1}B$$

$$= \frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}\right)^2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \\ n\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}-\sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า $$\hat{\beta}'_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}\right)^2}$$

และ $$\hat{\beta}'_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}-\sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}\right)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood)

การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีที่นิยมใช้กันมาก และเป็นวิธีที่ง่าย เพราะวิธีนี้เป็นการหาตัวประมาณค่าที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) มีค่าสูงสุด ตัวประมาณค่าที่หาได้จากวิธีการนี้เรียกว่า ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (น้อมจิต, 2553)

หลักการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีการที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมากที่สุด มีแนวความคิดมานานตั้งแต่คริสตศตวรรษที่ 218 คาร์ล ฟรีดริค เกาส์ (Karl Friedrich Gauss; 1821) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันและแดเนียล เบอร์นูลลี (Daniel Bernoulli) ได้ใช้วิธีการนี้มาแล้ว ต่อมาในต้นศตวรรษที่ 20 นักสถิติชาวอังกฤษชื่อโรนัลด์ ไอล์เมอร์ ฟิชเชอร์ (Ronald Aylmer Fisher; 1912) ได้ทำการศึกษาสมบัติของวิธีการนี้ ทำให้มีผู้ใช้กันอย่างกว้างขวางขึ้น และถือว่าวิธีการนี้เป็นผลงานของฟิชเชอร์ โดยเขาได้นำเสนอผลงานเกี่ยวกับวิธีการนี้ในปี ค.ศ.1912 พร้อมทั้งมีการปรับปรุงแก้ไขส่วนที่เกี่ยวข้องให้เหมาะสมขึ้นอีกด้วย นักสถิติคนอื่น ๆ ก็มีส่วนทำให้วิธีการนี้เป็นที่นิยมแพร่หลายยิ่งขึ้นด้วย

นิยามที่ 2.4 ให้ $X_1,\ldots,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(x;\theta)$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) ของตัวอย่างสุ่ม คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1,\ldots,X_n$ โดยที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเขียนแทนด้วย L หรือ $L(\theta)$ หรือ $L(\theta;x_1,\ldots,x_n)$ (สายชล, 2554)

$$\begin{aligned} L(\theta) &= L(\theta;x_1,\ldots,x_n) \\ &= f(x_1,\ldots,x_n;\theta) \\ &= f(x_1;\theta)\ldots f(x_n;\theta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \end{aligned}$$

นิยามที่ 2.5 ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimator) ของพารามิเตอร์ θ คือ $\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,\ldots,x_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L(\theta)$ มีค่าสูงที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมบัติของตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

1. ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ จะเป็นฟังก์ชันของสถิติที่มีความพอเพียงของ θ

2. ถ้ามีตัวประมาณที่มีความแปรปรวนเท่าขอบเขตต่ำสุด (MVBE) ของพารามิเตอร์ θ แล้วเราอาจจะหาตัวประมาณนั้นได้โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

3. ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดอาจมีได้มากกว่า 1 ตัว

4. ภายใต้เงื่อนไขทั่วไป ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นตัวประมาณที่คงเส้นคงวา

5. ภายใต้เงื่อนไขธรรมดา เมื่อขนาดของตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่คงเส้นคงวาเพียงตัวเดียว

6. ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดไม่จำเป็นต้องเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง

ทฤษฎีที่ 2.1 ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ แล้ว $\lim\limits_{n\to\infty} P\left[\hat{\theta}=\theta\right]=1$ นั่นคือ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณที่คงเส้นคงวาของ θ

ทฤษฎีที่ 2.2 ภายใต้เงื่อนไขปกติ ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ ที่คงเส้นคงวาแล้ว $\hat{\theta}$ มีได้เพียงตัวเดียว

ทฤษฎีที่ 2.3 ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ แล้ว $\hat{\theta}$ ไม่จำเป็นต้องเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ θ

7. ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีสมบัติไม่เปลี่ยนแปลง ตามนิยามและทฤษฎีต่อไปนี้

นิยามที่ 2.6 ตัวประมาณ $\hat{\theta}$ ของพารามิเตอร์ θ มีสมบัติไม่เปลี่ยนแปลง (Invariance property) ถ้า $\tau(\hat{\theta})$ เป็นฟังก์ชันของ θ ที่มีอินเวอร์สเป็นค่าเดียว (Single valued inverse) แล้วตัวประมาณของ $\tau(\theta)$ คือ $\tau(\hat{\theta})$

ทฤษฎีที่ 2.4 ถ้า $\hat{\theta}=\hat{\theta}(x_1,\ldots,x_n)$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ และ $\tau(\theta)$ เป็นฟังก์ชันของ θ ที่มีอินเวอร์สเป็นค่าเดียวแล้ว ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $\tau(\theta)$ คือ $\tau(\hat{\theta})$

8. ความแปรปรวนของตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่จะเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{1}{R^2(\theta)} = \frac{1}{E\left(\frac{\partial \ln L}{\partial \theta}\right)^2} = -\frac{1}{E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2}\right)}$$

และมีการแจกแจงปรกติ

9. ถ้ามีตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ ภายใต้เงื่อนไขปกติ ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะให้ตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งมีประโยชน์สำหรับหาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด โดยไม่ต้องพิจารณาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงทีละตัว เพียงแต่หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด แล้วดูว่าเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงหรือไม่ และมีความแปรปรวนเท่ากับขีดจำกัดล่างของอสมการคราเมอร์ราวหรือไม่ ถ้าใช่ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดก็จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด

10. ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมักจะให้ตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพเมื่อใกล้อนันต์ ทำให้สามารถหาตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพเมื่อใกล้อนันต์โดยไม่จำเป็นต้องหาลิมิตการแจกแจง

การประมาณพารามิเตอร์ของการถดถอยด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในประชากรที่มีการแจกแจงปรกติ มีหลักการคือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย $\left(\hat{\beta}^* = \left(\hat{\beta}_0^*, \hat{\beta}_1^*\right)\right)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่ามากที่สุด โดยการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันล็อกของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเทียบกับพารามิเตอร์ β แล้วให้ผลลัพธ์มีค่าเท่ากับศูนย์ โดยสมมติว่าทราบค่า σ^2 ดังนี้

ให้ $L(\beta_0, \beta_1 | Y_i)$ = ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของ β_0, β_1 เมื่อกำหนด Y

= ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $f(y)$ ของ Y

$$L(\beta_0, \beta_1 | Y_i) = \prod_{i=1}^{n} \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right)$$

$$= \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right)$$

จะได้ว่า

$$\ln L(\beta_0, \beta_1 | Y_i) = -\left(\frac{n}{2}\right)\ln 2\pi - \left(\frac{n}{2}\right)\ln \sigma^2 - \left(\frac{1}{2\sigma^2}\right)\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_0} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - X_i\beta_1) = 0 \qquad (2.18)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - X_i\beta_1) = 0 \qquad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ β_0' และ β_1' แทนตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ β_0 และ β_1 ตามลำดับ

จากสมการที่ (2.18) จะได้ $$\beta_0 n+\beta_1\sum_{i=1}^{n}X_i=\sum_{i=1}^{n}Y_i \qquad (2.20)$$

จากสมการที่ (2.19) จะได้ $$\beta_0\sum_{i=1}^{n}X_i+\beta_1\sum_{i=1}^{n}X^2_i=\sum_{i=1}^{n}Y_iX_i \qquad (2.21)$$

จากสมการที่ (2.20) และ (2.21) หาค่า $\hat{\beta}^*=\left(\hat{\beta}_0^*,\hat{\beta}_1^*\right)$ ได้ดังนี้

ให้ $$A = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}X_i \\ \sum_{i=1}^{n}X_i & \sum_{i=1}^{n}X_i^2 \end{bmatrix}$$

และ $$B = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}Y_i \\ \sum_{i=1}^{n}X_iY_i \end{bmatrix}$$

จะได้ $$A^{-1} = \frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}X_i^2 & -\sum_{i=1}^{n}X_i \\ -\sum_{i=1}^{n}X_i & n \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $$\underline{\hat{\beta}}=\begin{pmatrix}\hat{\beta}_0^* \\ \hat{\beta}_1^*\end{pmatrix} = A^{-1}B$$

$$= \frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\sum_{i=1}^{n}X_iY_i\sum_{i=1}^{n}X_i \\ n\sum_{i=1}^{n}X_iY_i-\sum_{i=1}^{n}Y_i\sum_{i=1}^{n}X_i \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า $$\hat{\beta}_1^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}Y_iX_i-\sum_{i=1}^{n}Y_i\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}\right)}{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2}{n}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i\left(X_i - \bar{X}\right)}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)\left(X_i - \bar{X}\right)}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

และ $\hat{\beta}_0^* = \bar{Y} - \hat{\beta}_1^*\bar{X}$

ดังนั้น จะได้ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ β_0 และ β_1 ดังนี้

$$\hat{\beta}_0^* = \bar{Y} - \hat{\beta}_1^*\bar{X}$$

และ

$$\hat{\beta}_1^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \bar{Y}\right)\left(X_i - \bar{X}\right)}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

การประมาณพารามิเตอร์ของการถดถอยด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในประชากรที่มีการแจกแจงแกมมา

เนื่องจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยมีการแจกแจงแกมมานี้ พบว่าค่าสำหรับในฟังก์ชันการแจกแจงแกมมาไม่สามารถคำนวณได้ด้วยวิธีปกติหรือการคำนวณมือให้เห็นเป็นรูปธรรมได้ เนื่องจากวิธีภาวะน่าเป็นสูงสุดโดยการแจกแจงแกมมาไม่มีสูตรสำเร็จที่ชัดเจน ดังนั้นจึงใช้รูปแบบการคำนวณมาตรฐานที่มีอยู่คือการคำนวณจากคอมพิวเตอร์โดยการใช้โปรแกรมอาร์มาคำนวณค่าพารามิเตอร์โดยมีโค้ดในการคำนวณดังต่อไปนี้

```
set.seed(35)

n = 30

alpha = 4

lamda = 2

m=1000

max_b0 = c();max_b1=c();b0=c();b1=c()

for(j in 1:m){
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
library(stats4)
x = rgamma(n,2,2)
y <- (2 /x) + 1 + rgamma(n,alpha,lamda)
fit = c();
fit <- lm(y ~ x)
 LL <- function(beta0, beta1) {
  R = y - (beta1 / x) - beta0
  R = suppressWarnings(dnorm(R, alpha,lamda, log = TRUE))
  -sum(R)
}
fit=mle(LL, start = list(beta0 = 4, beta1 = 2))
coef.matrix=fit@coef
fittest=fit@coef
#head(fittest)
b0[j]=fittest[1]
b1[j]=fittest[2]
max_b0[j] = ((1-fittest[1])^2)/1000
max_b1[j] = ((2-fittest[2])^2)/1000
}
mean(max_b0)
mean(max_b1)
AMSE=(mean(max_b0)+mean(max_b1))/2
AMSE
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 ตัวอย่างการคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขเทียบกับโปรแกรม

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่าง $\left(n\right)$ เท่ากับ 30 ด้วยเครื่องคิดเลข

ลำดับที่	X	Y	ลำดับที่	X	Y
1	52.7997	113.767	16	52.0147	97.8767
2	39.8966	88.4039	17	40.0958	81.223
3	45.503	85.4968	18	54.451	107.157
4	45.1376	92.5453	19	47.0469	93.2063
5	31.5974	74.6817	20	45.1215	96.7654
6	46.8536	103.375	21	38.1837	76.0649
7	41.3563	84.8932	22	49.9373	91.7958
8	65.2652	131.181	23	64.5497	128.02
9	54.7003	108.72	24	40.8536	78.4462
10	65.0677	126.971	25	49.7172	99.4729
11	30.2225	53.9312	26	40.4906	83.9728
12	60.6927	124.788	27	43.9518	96.0778
13	43.9417	84.901	28	43.6421	83.1866
14	42.8718	88.4423	29	50.1037	100.232
15	49.6977	96.9175	30	44.2982	88.9801

$\bar{X} = 47.3354 \qquad \bar{Y} = 95.38306$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n}((X_i - \bar{X})*(Y_i - \bar{Y})) = 4231.904376$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = 2228.790697 \qquad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 = 8746.142202$$

$$\beta_1 = S_{xy} / S_{xx} \quad = 4231.904376 / 2228.790697 = 1.8987$$

$$\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X} \quad = 95.38306 - \left(1.8987\right)47.3354 = 5.50734$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 ด้วยโปรแกรม

```
Console   Terminal ×
~/
+    MSE1[j]=sum((2-b1[j])^2)/1000
+ }
>
> mean(MSE0)
[1] 0.02466469
> mean(MSE1)
[1] 9.475705e-06
> AMSE=(mean(MSE0)+mean(MSE1))/2
>
>
> AMSE
[1] 0.01233708
>
> beta_1_hat
[1] 1.898744
> beta_0_hat
[1] 5.505265
>
```

β_0 มีค่าเท่ากับ 5.50734 และ β_1 มีค่าเท่ากับ 1.8987

ดังนั้น การคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขกับโปรแกรมให้ผลสอดคล้องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 ด้วยเครื่องคิดเลข

ลำดับที่	X	Y	ลำดับที่	X	Y
1	52.7997	113.767	16	52.0147	97.8767
2	39.8966	88.4039	17	40.0958	81.223
3	45.503	85.4968	18	54.451	107.157
4	45.1376	92.5453	19	47.0469	93.2063
5	31.5974	74.6817	20	45.1215	96.7654
6	46.8536	103.375	21	38.1837	76.0649
7	41.3563	84.8932	22	49.9373	91.7958
8	65.2652	131.181	23	64.5497	128.02
9	54.7003	108.72	24	40.8536	78.4462
10	65.0677	126.971	25	49.7172	99.4729
11	30.2225	53.9312	26	40.4906	83.9728
12	60.6927	124.788	27	43.9518	96.0778
13	43.9417	84.901	28	43.6421	83.1866
14	42.8718	88.4423	29	50.1037	100.232
15	49.6977	96.9175	30	44.2982	88.9801

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1420.06158 \qquad \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 69447.95373 \qquad \sum_{i=1}^{n} Y_i = 2861.49193$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = 139681.7 \qquad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = 47.335386$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = 95.38306 \qquad n = 30$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $\qquad \hat{\beta}_1^* = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_i X_i - \sum_{i=1}^{n} Y_i \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \right)}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \right)^2}{n}} = 1.89873$

และ $\qquad \hat{\beta}_0^* = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$

$$= 95.38306 - (1.8987)47.3354$$

$$= 5.50596$$

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 ด้วยโปรแกรม

```
Console   Terminal ×
~/
+    B=as.matrix(Bm)
+
+
+
+    beta=solve(A)%*%B
+    b0[j]=beta[1]
+    b1[j]=beta[2]
+    max_b0[j] = ((1-beta[1])^2)/1000
+    max_b1[j] = ((2-beta[2])^2)/1000
+ }
>
> mean(max_b0)
[1] 0.02466469
> mean(max_b1)
[1] 9.475705e-06
> AMSE=(mean(max_b0)+mean(max_b1))/2
> AMSE
[1] 0.01233708
> b0[j]
[1] 5.505265
> b1[j]
[1] 1.898744
>
```

β_0 มีค่าเท่ากับ 5.50734 และ β_1 มีค่าเท่ากับ 1.8987

ดังนั้น การคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขกับโปรแกรมให้ผลสอดคล้องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ค่า α เท่ากับ 6 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 ด้วยเครื่องคิดเลข

ลำดับที่	X	Y
1	0.34764	10.0381
2	1.78379	5.32637
3	1.05459	5.57391
4	2.09157	4.19086
5	0.76460	8.50773
6	0.64047	7.18659
7	0.33517	8.94537
8	0.43013	8.71705
9	0.55061	7.19186
10	2.33403	3.63110
11	0.18265	14.0324
12	0.17582	13.9518
13	0.32289	9.43468
14	0.79778	6.89191
15	0.82891	5.62541

$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}=32.00549$ $\quad\sum_{i=1}^{n}Y_i=119.2451$ $\quad\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2}=106.5984$

$\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}=323.8978$ $\quad n=15$

$$\text{จะได้}\quad A = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \\ \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} & \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 32.00549 \\ 32.00549 & 106.5984 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ $$B = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ \sum_{i=1}^{n} \frac{Y_i}{X_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 119.2451 \\ 323.8978 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(15)(17.32469)-(12.64063)^2} \begin{bmatrix} 15 & -32.00549 \\ -32.00549 & 106.5984 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $$\hat{\beta}' = \begin{pmatrix} \hat{\beta}'_0 \\ \hat{\beta}'_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{n\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2} - \left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}\right)^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i^2} - \sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \\ n\sum_{i=1}^{n}\frac{Y_i}{X_i} - \sum_{i=1}^{n} Y_i \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(15)(106.5984)-(32.00549)^2} \begin{bmatrix} (119.2451)(106.5984)-(323.8978)(32.00549) \\ (15)(323.8978)-(119.2451)(32.00549) \end{bmatrix}$$

$$= 0.00174 \begin{bmatrix} 2344.8291 \\ 1041.9691 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.0800 \\ 1.8130 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ค่า α เท่ากับ 6 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 ด้วยโปรแกรม

```
Console   Terminal ×
~/
>
> mean(ols_b0)
[1] 0.009221754
> mean( ols_b1)
[1] 7.41735e-05
> AMSE=(mean(ols_b0)+mean(ols_b1))/2
> AMSE
[1] 0.004647964
>
> beta
         B1
x0 4.080640
x1 1.813303
>
```

β_0 มีค่าเท่ากับ 4.0800 และ β_1 มีค่าเท่ากับ 1.8130

ดังนั้น การคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขกับโปรแกรมให้ผลสอดคล้องกัน

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กานธนิกา ชุณหะวัต (2545) ได้ทำการศึกษาวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงปัวซง 2 วิธีคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Square) ผลสรุปได้ว่า ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบการถดถอยที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงปัวซง ที่สร้างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยใกล้เคียงกันและให้ตัวแบบที่ดีใกล้เคียงกัน ในส่วนการพิจารณาตัวแบบปัวซงจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่แตกต่างกัน 3 ระดับนั้น ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ใดให้ตัวแบบดีกว่ากันในทั้ง 2 วิธีการสร้างตัวแบบ

รุ่งฤทัย ไทยสม (2547) ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์ถดถอยของตัวแบบเชิงเส้นเชิงอย่างง่ายด้วยวิธีเบส์และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด กรณีที่ให้ตัวแปรตามมีการแจกแจงปรกติและกรณีที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงล็อกปรกติและแปลงเป็นการแจกแจงปรกติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจะเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์การถดถอย 2 วิธี ได้แก่ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) และวิธีเบส์ (Bayesian Method) ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ ที่ขนาดตัวอย่าง 10-50 พบว่าวิธีเบส์ให้ประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่าง 50-90 พบว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ประสิทธิภาพในการประมาณดีที่สุด

ภูวษา แซ่อุ้ย (2559) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดด้วยวิธีเบส์ (Bayesian method) วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square Method) และวิธีบูทสแตรปแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric Bootstrap Method) ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่า คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ 15, 30, 75 และ 100 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มคือการแจกแจงปรกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.1 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลกระทำซ้ำ 1000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งผลการวิจัยสรุปดังนี้ วิธีเบส์มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับทุก ๆ สถานการณ์ที่กำหนด รองลงมาคือวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีบูทสแตรปแบบใช้พารามิเตอร์มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

อาทิตย์ เทศขำ (2559) ได้ทำการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงเลขชี้กำลังด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแกมมา (2,1) การแจกแจงเลขชี้กำลัง (1) และการแจกแจงไคกำลังสอง (4) และวิธีมาร์คอฟเชน มอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่าสำหรับการประมาณค่าแบบจุด ในกรณีที่พารามิเตอร์เท่ากับ 0.1 ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างจากทุกวิธีการประมาณแตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โล ให้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างส่วนใหญ่ไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดเมื่อขนาดมีขนาดใหญ่ (100, 200 และ 300) วิธีของเบส์จะให้ค่าเฉลี่ยตัวอย่างส่วนใหญ่ไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดเมื่อค่าพารามิเตอร์มีขนาดเท่ากับ 2 และ 5 สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงในสถานการณ์ส่วนใหญ่ วิธีของเบส์จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด แต่อย่างไรก็ตามค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ประมาณจากวิธีของเบส์ส่วนใหญ่จะให้ค่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 0.1 และ 10 ซึ่งวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โลให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุดในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 0.1 และ 10 แทน

ฉัตรวดี กิจแก้ว (2560) การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงแกมมา ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแกมมา (2,1) การแจกแจงไคกำลังสอง (4) และการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (0.2) วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีของเบส์จากมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ โดยใช้ตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงแกมมา ผลการวิจัยพบว่า สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ส่วนใหญ่วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซ่คาร์คอฟ เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งให้ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณไม่แตกต่างไปจากค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด (λ) ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 30, 50 และ 70 และค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (α) มีค่าเท่ากับ 2 3 และ 4 แต่ถ้าขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (α) มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีของเบสจากมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง โดยส่วนใหญ่วิธีของเบส์เป็นวิธีที่ประสิทธิภาพในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นได้ดีที่สุด

อัญมณี กุมมาระกะ (2561) ได้ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร (p) หรือค่าความน่าจะเป็นที่จะได้รับความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้งของการแจกแจงทวินามเชิงลบ ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โล โดยกระบวนการทดสอบสมมติฐาน เพื่อศึกษาว่าค่าประมาณจากการจำลองข้อมูลไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากรโดยการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงทวินามเชิงลบ ผลการวิจัยพบว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ส่วนใหญ่ให้ตัวประมาณไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร ยกเว้นเมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรมากและขนาดตัวอย่างใหญ่ สำหรับวิธีของเบส์ส่วนใหญ่ให้ผลการประมาณค่าไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร ที่ทุกระดับค่าพารามิเตอร์ของประชากรและขนาดตัวอย่าง และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โล ส่วนใหญ่ให้ผลการประมาณค่าไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร เมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรอยู่ในระดับปานกลางหรือมาก และขนาดตัวอย่างปานกลางหรือใหญ่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

การศึกษาครั้งนี้จะทำการเปรียบเทียบการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยโปรแกรมอาร์ โดยการจำลองข้อมูล และทำการพิจารณาวิธีการประมาณค่าที่เหมาะสม โดยมีข้อกำหนดในการทดลอง ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย และขั้นตอนโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย ดังนี้

3.1 ข้อกำหนดในการทดลอง

ตัวแบบที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงปรกติและการแจกแจงแกมมา

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงปรกติ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N$$

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงแกมมา

$$Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N$$

โดยที่ Y_i คือ ตัวแปรตาม

β_0 คือ จุดตัดแกน Y ของสมการถดถอย

β_1 คือ ความชันของสมการถดถอย

X_i คือ ตัวแปรอิสระที่กำหนดเป็นค่าคงที่

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มซึ่งเป็นอิสระต่อกัน มีการแจกแจง $N(0, \sigma^2)$ และมีการแจกแจง $Gamma(\alpha, \frac{1}{\lambda})$

N คือ ขนาดประชากร

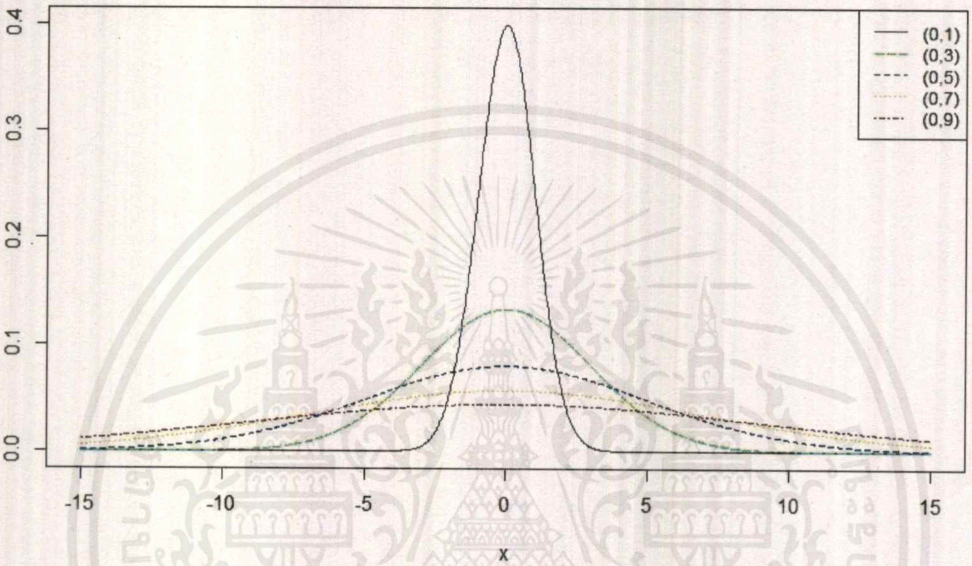
การวิจัยในครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ในการศึกษาเปรียบเทียบ ดังนี้

3.1.1 ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษาเท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 ค่าของตัวแปรอิสระ X_i เป็นค่าคงที่ใด ๆ ในที่นี้ X_i มาจากการแจกแจงปรกติ ที่มีค่า μ เท่ากับ 50 และ σ^2 เท่ากับ 10 และมาจากการแจกแจงแกมมา ที่มีค่า α เท่ากับ 2 และ λ เท่ากับ 2

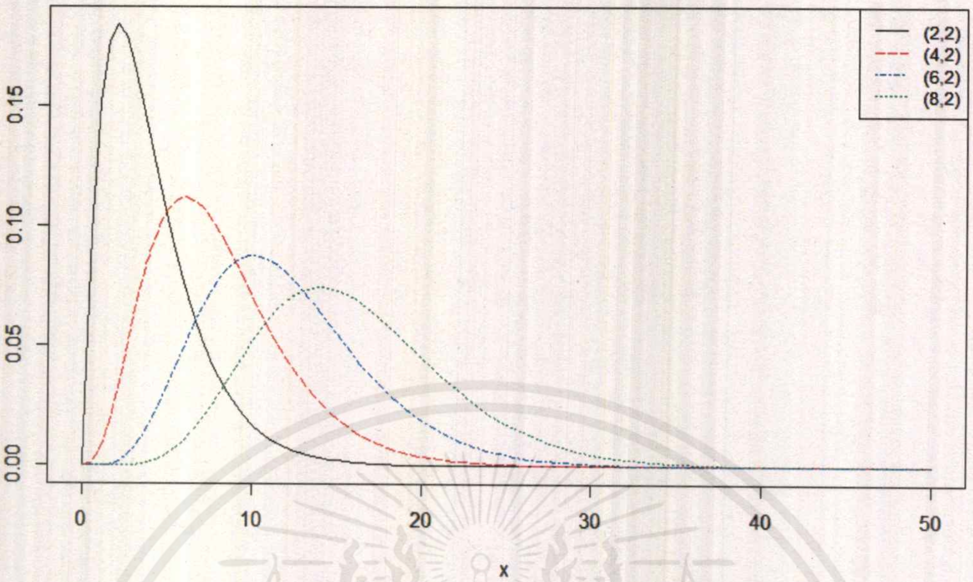
3.1.3 กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นปรกติ ที่มี μ เท่ากับ 0 และ σ^2 เท่ากับ 1, 3, 5, 7, 9 ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์ (0,1), (0,3), (0,5), (0,7) และ (0,9)

3.1.4 กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ดังรูปที่ 3.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 การแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (2,2), (4,2), (6,2) และ (8,2)

3.1.5 กำหนดค่าพารามิเตอร์การถดถอย $\underline{\beta}=(\beta_0,\beta_1)$ ที่ใช้ในตัวแบบเท่ากับ $\underline{\beta}=(1,2)$

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัยนี้มีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

3.2.1 สร้างข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

1) สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X_i) และความคลาดเคลื่อนสุ่ม (ε_i) เป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มตามกรณี ดังนี้

1.1) การแจกแจงปรกติที่กำหนดใน 3.1.2 และ 3.1.3

1.2) การแจกแจงแกมมาที่กำหนดใน 3.1.2 และ 3.1.4

2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการถดถอย $\left(\underline{\beta}=(\beta_0,\beta_1)\right)$ ที่ใช้ในตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงปรกติ $Y_i=\beta_0+\beta_1X_i+\varepsilon_i \quad , \quad i=1,2,\ldots,N$ และตัวแบบการถดถอย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เชิงเส้นอย่างง่ายของการแจกแจงแกมมา $Y_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., N$ ตามที่กำหนดใน 3.1.5

3) สร้างข้อมูลของตัวแปรตาม (Y_i) จาก $\beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ และ $\beta_0 + \frac{\beta_1}{X_i} + \varepsilon_i$

3.2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

3.2.3 หาค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) ของค่าพารามิเตอร์ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของการถดถอยของแต่ละวิธี

$$AMSE = \frac{\sum_{i=1}^{k} MSE_i}{k}$$

โดย $$MSE_i = \frac{\sum_{j=1}^{1000} (\beta_i - \hat{\beta}_{ij})^2}{1000}$$

เมื่อ β_i คือ พารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายตัวที่ $i, i = 0,1$

$\hat{\beta}_{ij}$ คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายตัวที่ i จากการประมาณครั้งที่ j โดยที่ $j = 1, 2, ..., 1000$ ซึ่ง $\hat{\beta}_{ij} = \hat{\beta}'_{ij}$ สำหรับตัวประมาณวิธีกำลังสองน้อยสุดและ $\hat{\beta}_{ij} = \hat{\beta}^*_{ij}$ สำหรับตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

k คือ จำนวนพารามิเตอร์การถดถอย ซึ่งเท่ากับ 2

MSE_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณที่ i สำหรับพารามิเตอร์การถดถอยตัวที่ $i, i = 0,1$

3.2.4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของการถดถอย

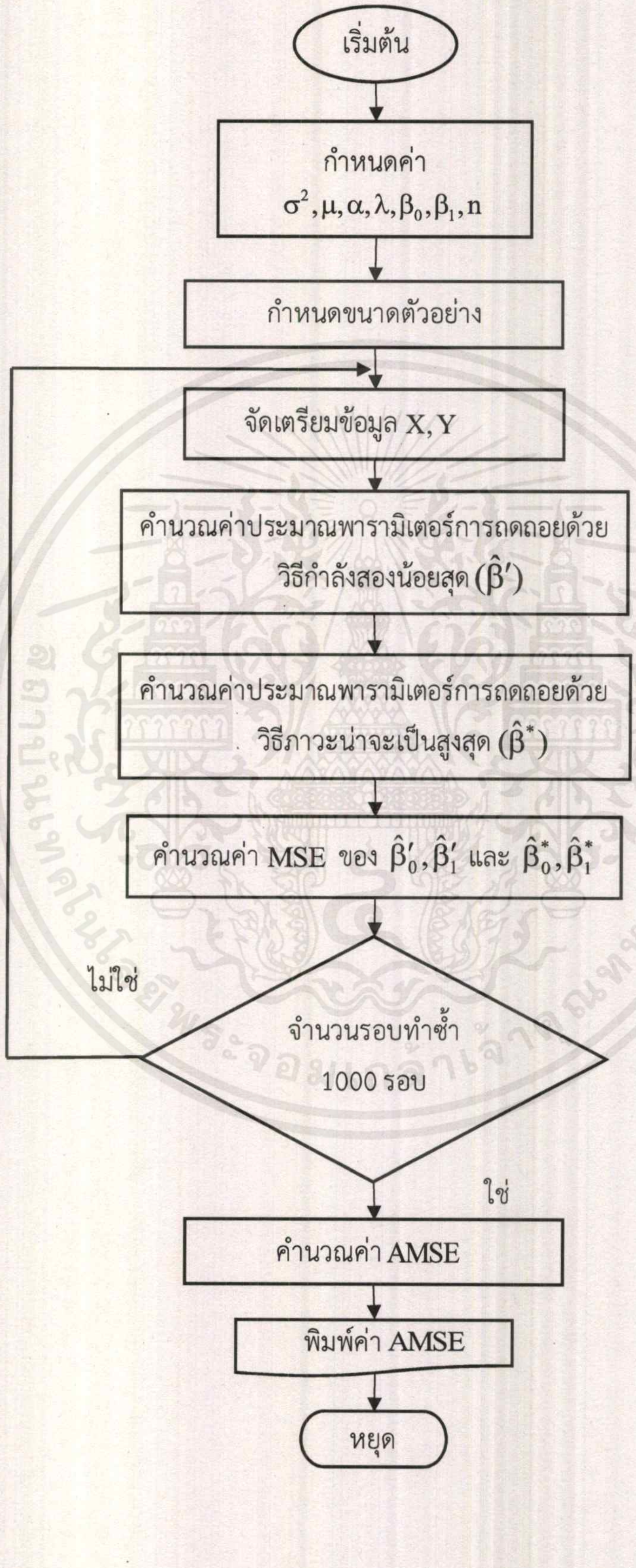
เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของการถดถอยด้วยค่า AMSE เป็นค่าประมาณ วิธีการประมาณใดที่มี AMSE ต่ำกว่าจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า

3.2.5 สรุปผลการวิจัย

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่า AMSE จะทำการสรุปผลการวิจัยว่าวิธีการใดที่เหมาะสมกับการประมาณค่าพารามิเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยสร้างข้อมูลการแจกแจงแบบต่าง ๆ ทั้งหมด 2 การแจกแจง ประกอบด้วยการแจกแจงปรกติ การทำวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษารูปแบบของการแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์ (μ, σ^2) เป็น (0,1) (0,3) (0,5) (0,7) และ (0,9) การแจกแจงแกมมา การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษารูปแบบของการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ (λ, α) เป็น (2,2) (2,4) (2,6) และ (2,8) กำหนดขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ ตัวอย่างขนาดเล็ก เท่ากับ (10,15) ตัวอย่างขนาดกลาง เท่ากับ (30,50) และตัวอย่างขนาดใหญ่ เท่ากับ (100,200) ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ทำการจำลองข้อมูลจากโปรแกรม R จำนวน 1,000 ครั้ง แล้วทำการประมาณค่าทั้ง 2 วิธี เพื่อหาวิธีที่ดีที่สุด

โดยได้เสนอผลการวิจัยในรูปแบบตารางซึ่งได้กำหนดสัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

- OLS แทน วิธีกำลังสองน้อยที่สุด
- MLE แทน วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

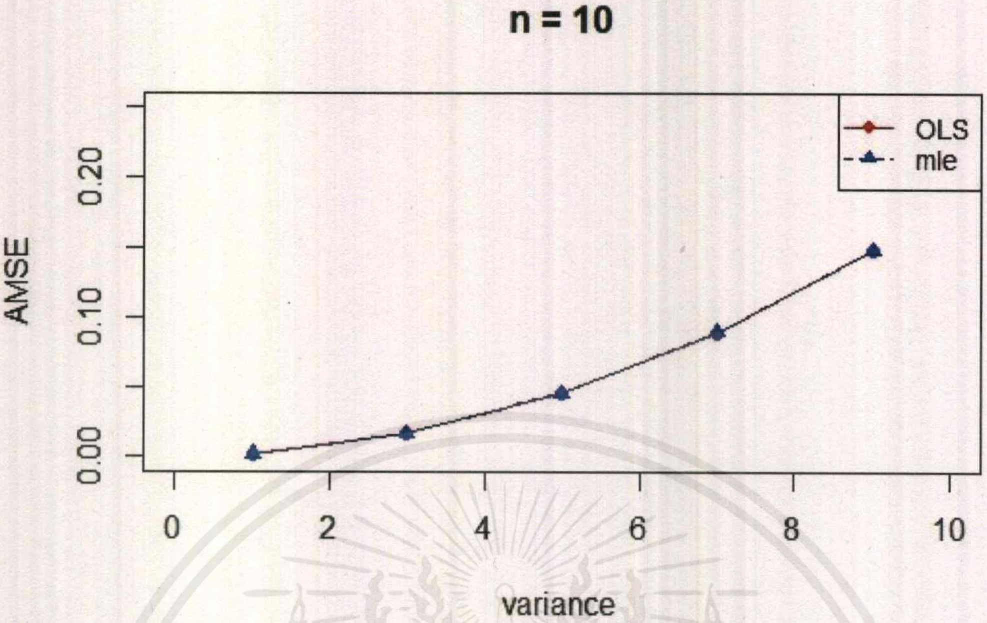
4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	σ^2	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
10	1	0.00367	1.42E-06	**0.00183**	0.00367	1.42E-06	**0.00183**
	3	0.03302	1.28E-05	0.01651	0.03302	1.28E-05	0.01651
	5	0.09171	3.55E-05	0.04587	0.09171	3.55E-05	0.04587
	7	0.17975	6.95E-05	0.08991	0.17975	6.95E-05	0.08991
	9	0.29714	1.15E-04	0.14863	0.29714	1.15E-04	0.14863
15	1	0.00234	9.08E-07	**0.00117**	0.00234	9.08E-07	**0.00117**
	3	0.02106	8.18E-06	0.01054	0.02106	8.18E-06	0.01054
	5	0.05851	2.27E-05	0.02926	0.05851	2.27E-05	0.02926
	7	0.11467	4.45E-05	0.05736	0.11467	4.45E-05	0.05736
	9	0.18956	7.36E-05	0.09482	0.18956	7.36E-05	0.09482

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

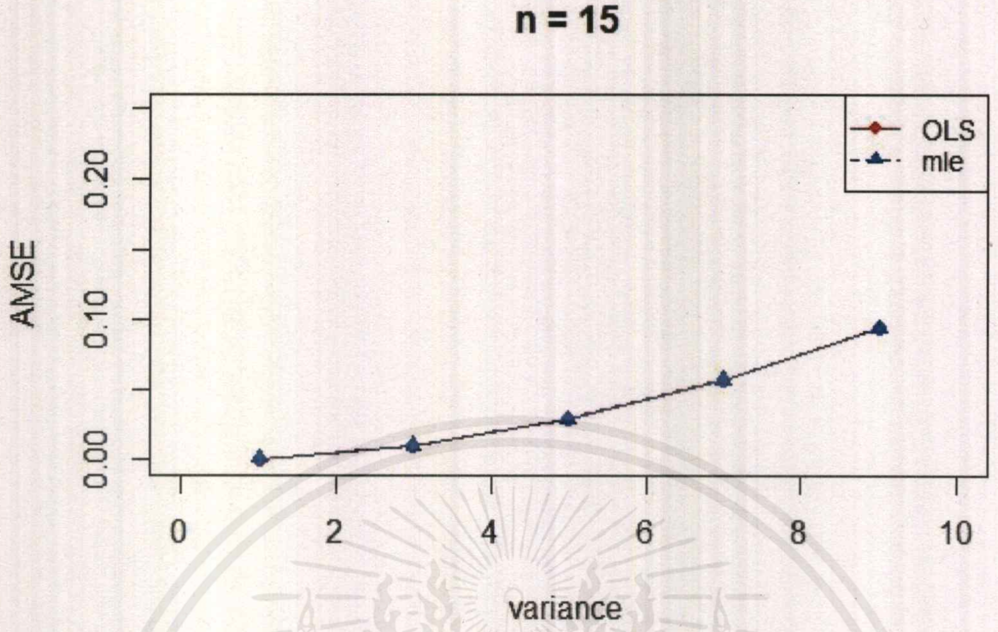
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15

จากรูปที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งค่า AMSE ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 จะมีค่า AMSE น้อยกว่าขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

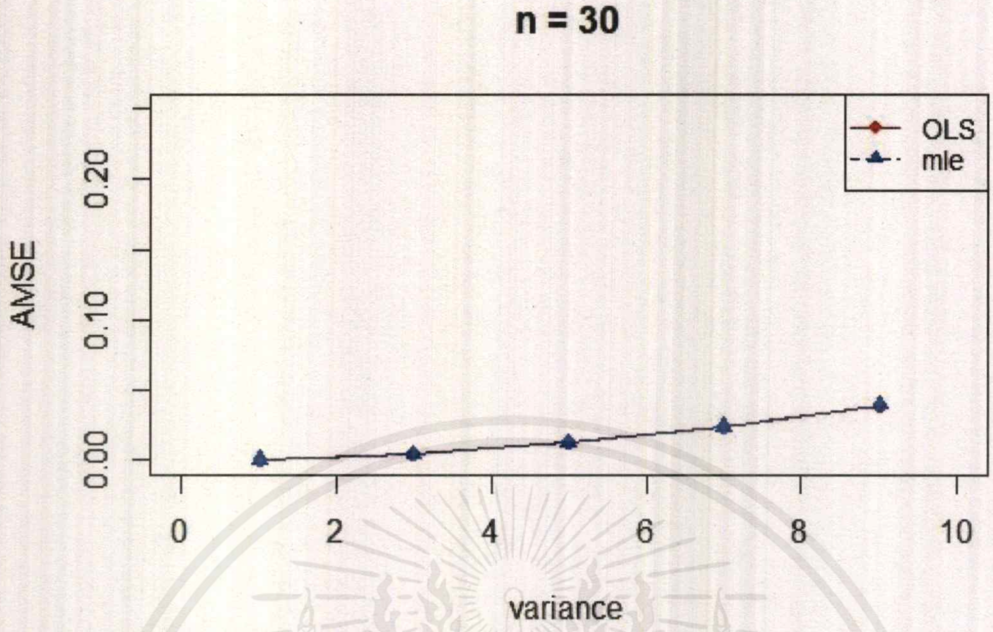
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 และ 50

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	σ^2	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
30	1	0.00099	3.79E-07	**0.00049**	0.00099	3.79E-07	**0.00049**
	3	0.00888	3.41E-06	0.00444	0.00888	3.41E-06	0.00444
	5	0.02466	9.48E-06	0.01234	0.02466	9.48E-06	0.01234
	7	0.04834	1.86E-05	0.02418	0.04834	1.86E-05	0.02418
	9	0.07991	3.07E-05	0.03997	0.07991	3.07E-05	0.03997
50	1	0.00055	2.05E-07	**0.00027**	0.00055	2.05E-07	**0.00027**
	3	0.00494	1.85E-06	0.00247	0.00494	1.85E-06	0.00247
	5	0.01373	5.13E-06	0.00687	0.01373	5.13E-06	0.00687
	7	0.02692	1.01E-05	0.01347	0.02692	1.01E-05	0.01347
	9	0.04450	1.66E-05	0.02226	0.04450	1.66E-05	0.02226

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

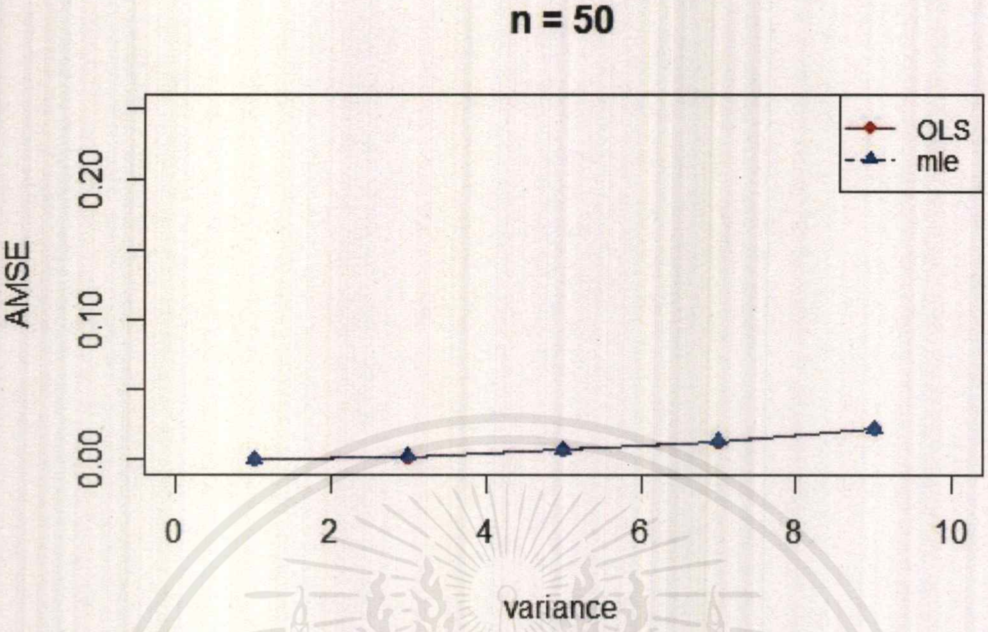
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง $\left(n\right)$ เท่ากับ 30

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50

จากรูปที่ 4.4 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งค่า AMSE ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 จะมีค่า AMSE น้อยกว่าขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

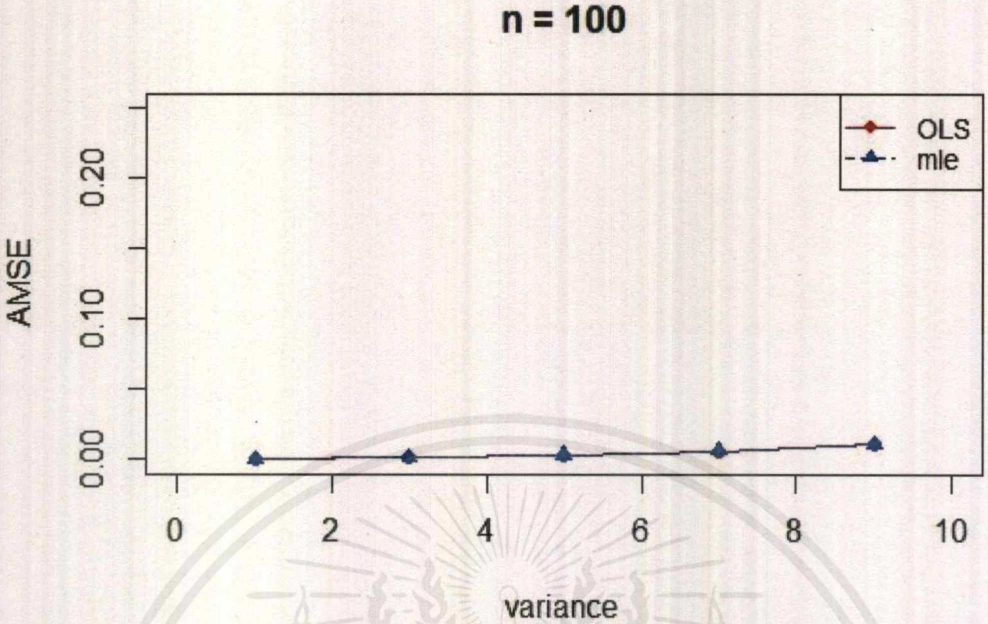
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\left(\sigma^2\right)$ เท่ากับ 1, 3, 5, 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง $\left(n\right)$ เท่ากับ 100 และ 200

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	σ^2	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	$\hat{\beta}'_1$
100	1	0.00027542	0.00000011	**0.0001377**	0.00027542	0.00000011	**0.0001377**
	3	0.00247875	0.00000096	0.0012398	0.00247875	0.00000096	0.0012398
	5	0.00688542	0.00000267	0.0034440	0.00688542	0.00000267	0.0034440
	7	0.01349542	0.00000524	0.0067503	0.01349542	0.00000524	0.0067503
	9	0.02230876	0.00000866	0.0111587	0.02230876	0.00000866	0.0111587
200	1	0.00012400	0.00000005	**0.0000622**	0.00012450	0.00000005	**0.0000622**
	3	0.00112048	0.00000043	0.0005604	0.00112048	0.00000043	0.0005604
	5	0.00311244	0.00000119	0.0015568	0.00311244	0.00000119	0.0015568
	7	0.00610038	0.00000233	0.0030513	0.00610038	0.00000233	0.0030513
	9	0.01008429	0.00000385	0.0050440	0.01008429	0.00000385	0.0050440

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

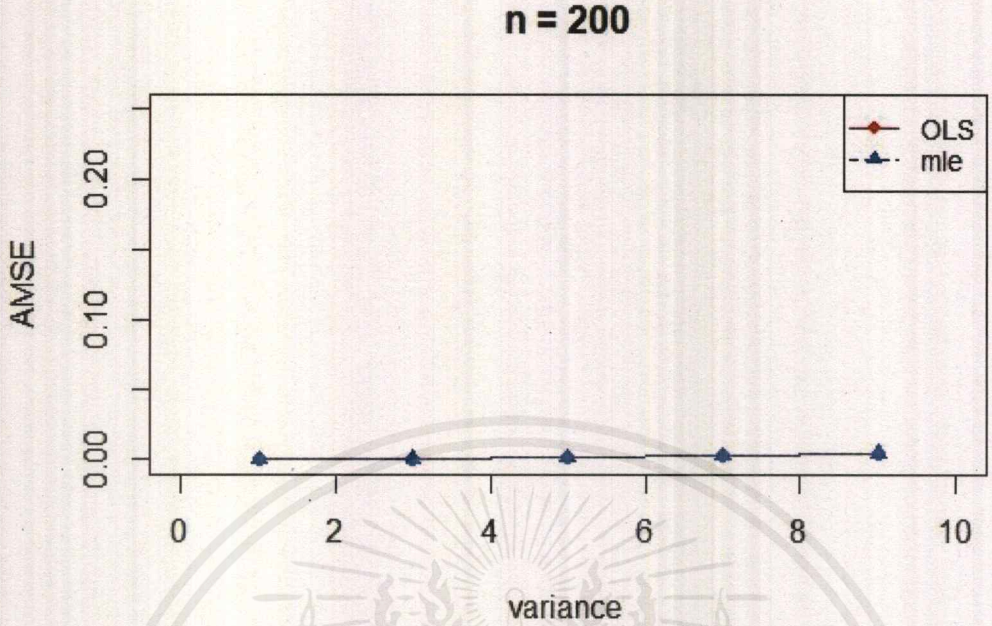
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100

จากรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200

จากรูปที่ 4.6 จะเห็นได้ว่าเมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งค่า AMSE ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200 จะมีค่า AMSE น้อยกว่าขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

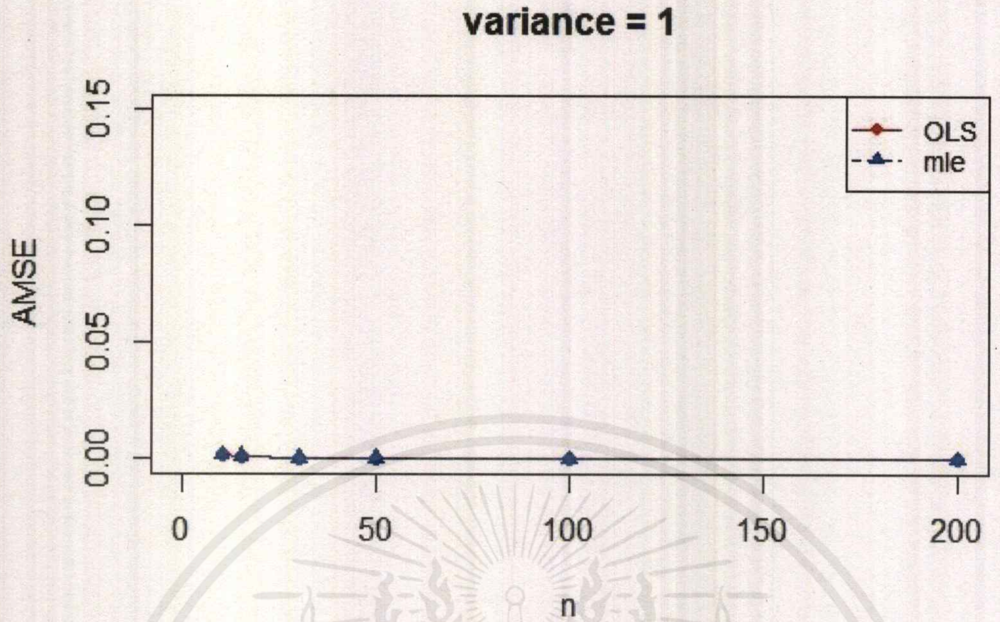
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 และ 3

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
σ^2	n	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
1	10	0.00367	1.42E-06	0.00183	0.00367	1.42E-06	0.00183
	15	0.00234	9.08E-07	0.00117	0.00234	9.08E-07	0.00117
	30	0.00099	3.79E-07	0.00049	0.00099	3.79E-07	0.00049
	50	0.00055	2.05E-07	0.00027	0.00055	2.05E-07	0.00027
	100	0.00028	1.07E-07	0.00014	0.00028	1.07E-07	0.00014
	200	0.00005	1.97E-08	**0.00003**	0.00005	1.97E-08	**0.00003**
3	10	0.03302	1.28E-05	0.01651	0.03302	1.28E-05	0.01651
	15	0.02106	8.18E-06	0.01054	0.02106	8.18E-06	0.01054
	30	0.00888	3.41E-06	0.00444	0.00888	3.41E-06	0.00444
	50	0.00494	1.85E-06	0.00247	0.00494	1.85E-06	0.00247
	100	0.00248	9.62E-07	0.00124	0.00248	9.62E-07	0.00124
	200	0.00046	1.77E-07	**0.00023**	0.00046	1.77E-07	**0.00023**

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

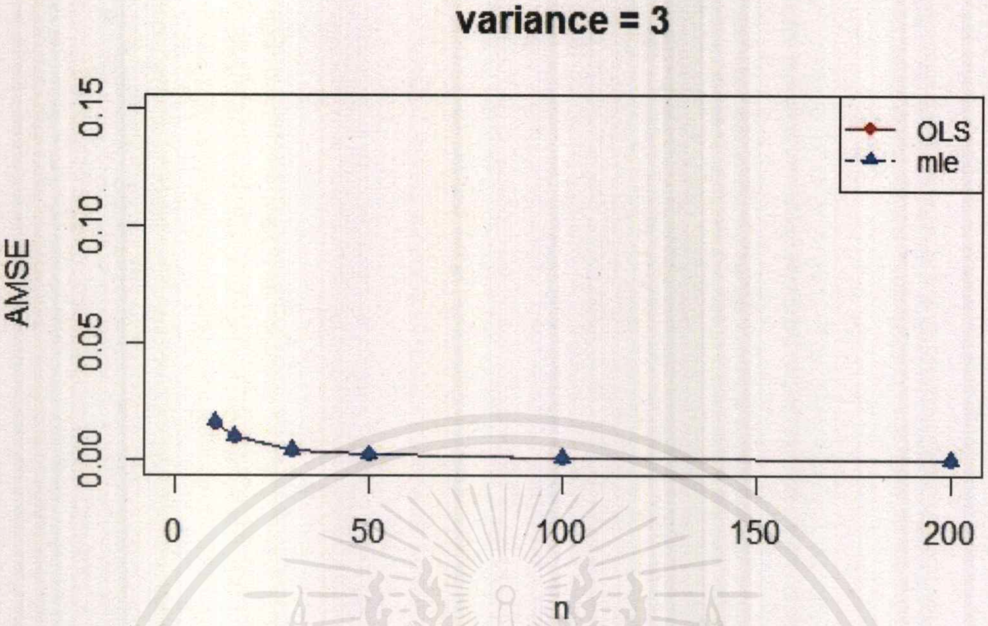
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1

จากรูปที่ 4.7 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 3

จากรูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง ซึ่งค่า AMSE ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 จะมีค่า AMSE น้อยกว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 3 และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

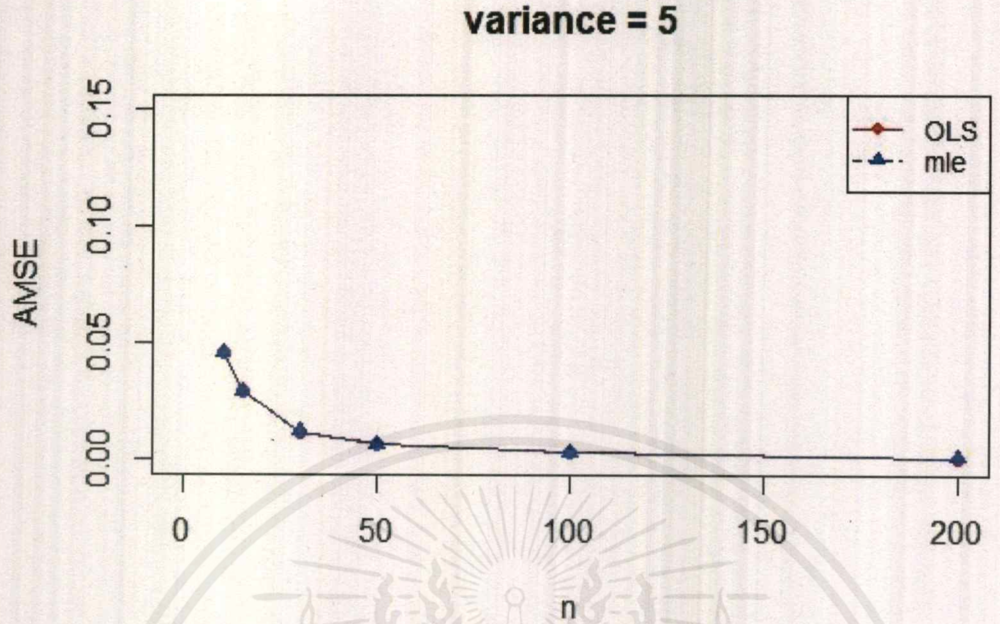
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.5 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5 และ 7

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
σ^2	n	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
5	10	0.09171	3.55E-05	0.04587	0.09171	3.55E-05	0.04587
	15	0.05851	2.27E-05	0.02926	0.05851	2.27E-05	0.02926
	30	0.02466	9.48E-06	0.01234	0.02466	9.48E-06	0.01234
	50	0.01373	5.13E-06	0.00687	0.01373	5.13E-06	0.00687
	100	0.00689	2.67E-06	0.00344	0.00689	2.67E-06	0.00344
	200	0.00129	4.93E-07	**0.00064**	0.00129	4.93E-07	**0.00064**
7	10	0.17975	6.95E-05	0.08991	0.17975	6.95E-05	0.08991
	15	0.11467	4.45E-05	0.05736	0.11467	4.45E-05	0.05736
	30	0.04834	1.86E-05	0.02418	0.04834	1.86E-05	0.02418
	50	0.02692	1.01E-05	0.01347	0.02692	1.01E-05	0.01347
	100	0.01350	5.24E-06	0.00675	0.01350	5.24E-06	0.00675
	200	0.00252	9.66E-07	**0.00126**	0.00252	9.66E-07	**0.00126**

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

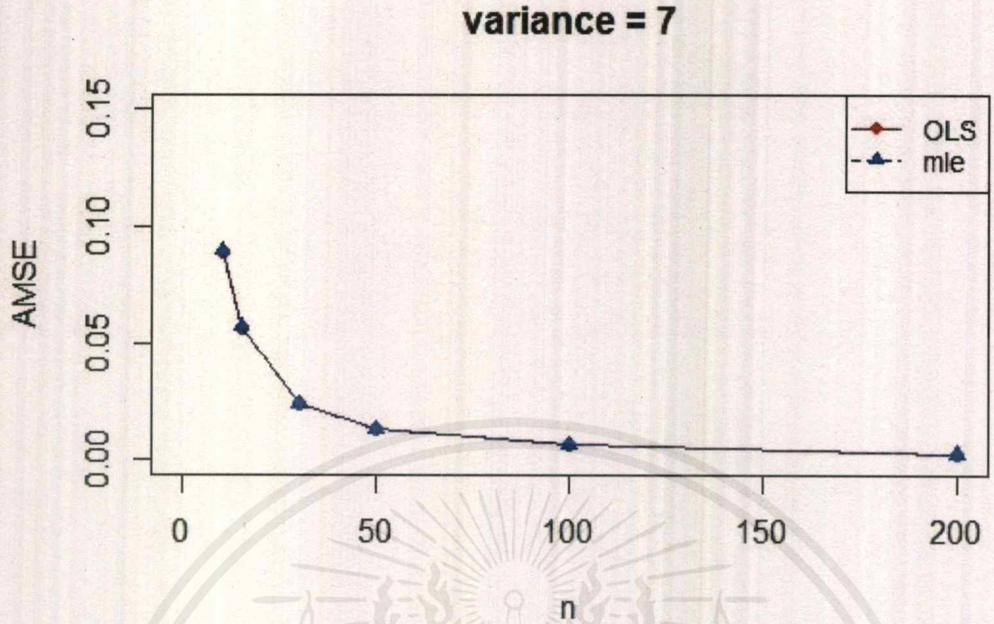
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5

จากรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน(σ^2) เท่ากับ 7

จากรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง ซึ่งค่า AMSE ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 5 จะมีค่า AMSE น้อยกว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 7 และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

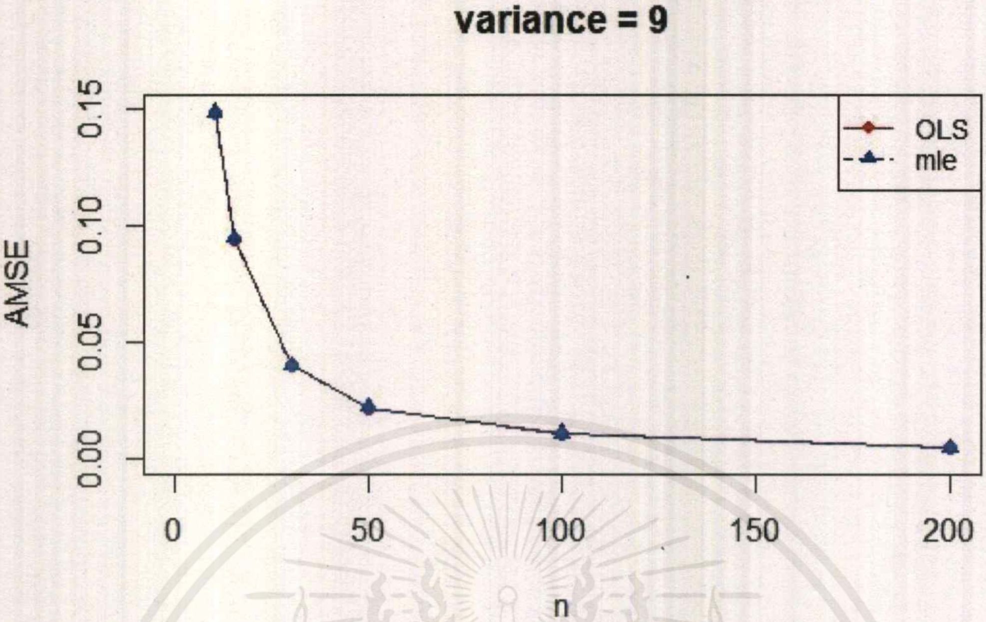
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 9

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
σ^2	n	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
9	10	0.29714	1.15E-04	0.14863	0.29714	1.15E-04	0.14863
	15	0.18956	7.36E-05	0.09482	0.18956	7.36E-05	0.09482
	30	0.07991	3.07E-05	0.03997	0.07991	3.07E-05	0.03997
	50	0.04450	1.66E-05	0.02226	0.04450	1.66E-05	0.02226
	100	0.02231	8.66E-06	0.01116	0.02231	8.66E-06	0.01116
	200	0.00417	1.60E-06	**0.00209**	0.00417	1.60E-06	**0.00209**

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 9

จากรูปที่ 4.11 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

ผลการพิจารณา

เมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) มีค่าเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง เนื่องจากความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) และขนาดตัวอย่างเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้น ดังนั้นการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงปรกติจะให้ผลลัพธ์เท่ากันในทุกสถานการณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

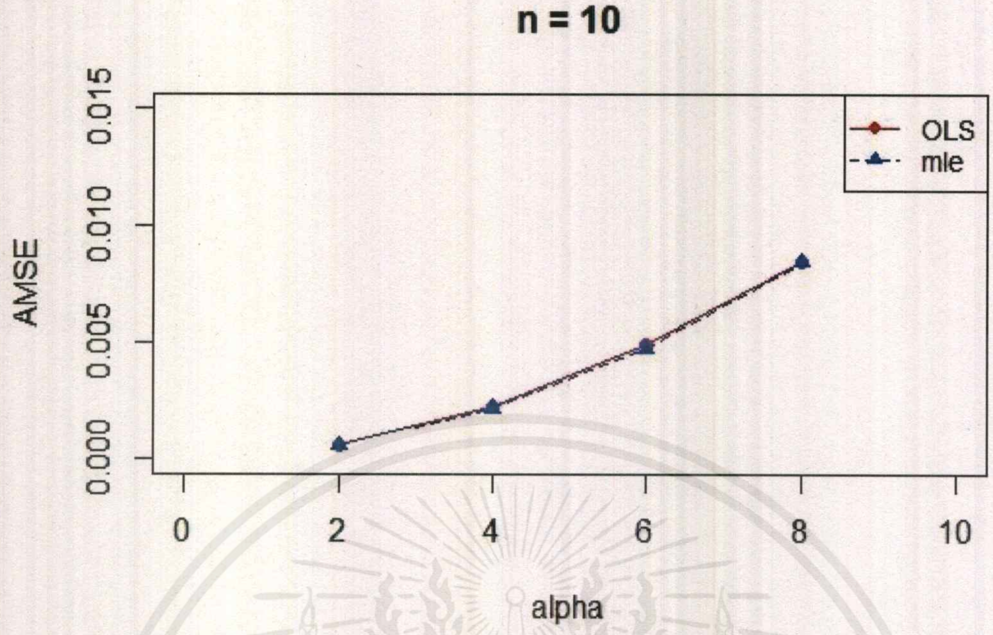
4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา

ตารางที่ 4.7 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	α	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
10	2	0.0011266	0.0000476	**0.0005871**	0.0010931	0.0000558	**0.0005745**
	4	0.0044436	0.0001324	0.0022880	0.0043169	0.0001228	0.0022198
	6	0.0097328	0.0001887	0.0049607	0.0093203	0.0001739	0.0047471
	8	0.0167846	0.0002129	0.0084988	0.0167129	0.0002454	0.0084791
15	2	0.0010872	0.0000220	**0.0005546**	0.0011254	0.0000239	**0.0005747**
	4	0.0041528	0.0000460	0.0020994	0.0041773	0.0000462	0.0021118
	6	0.0092218	0.0000742	0.0046480	0.0092414	0.0000681	0.0046548
	8	0.0162646	0.0001093	0.0081870	0.0164118	0.0000960	0.0082539

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

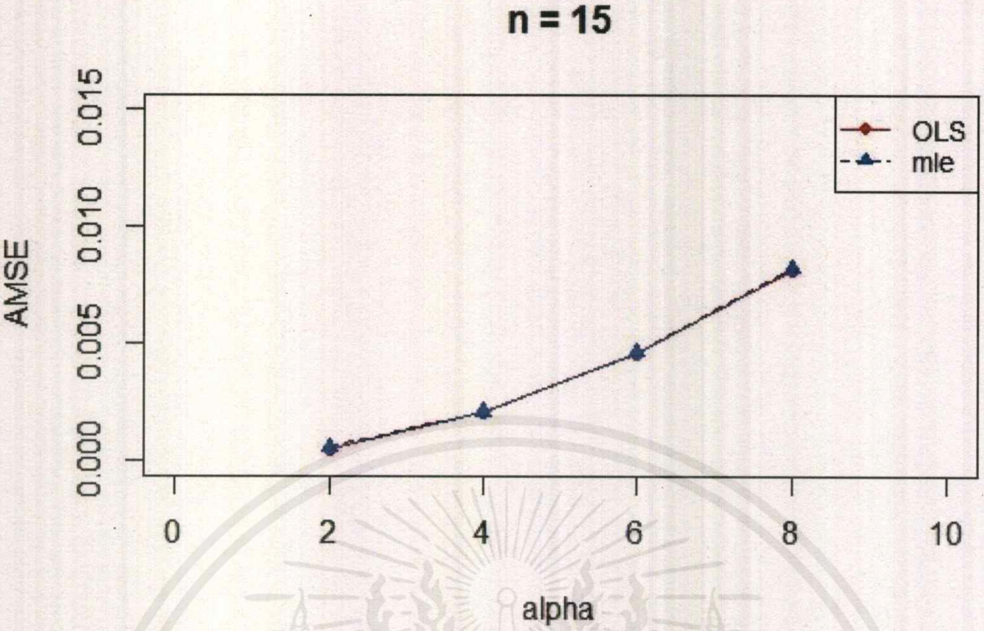
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10

จากรูปที่ 4.12 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15

จากรูปที่ 4.13 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

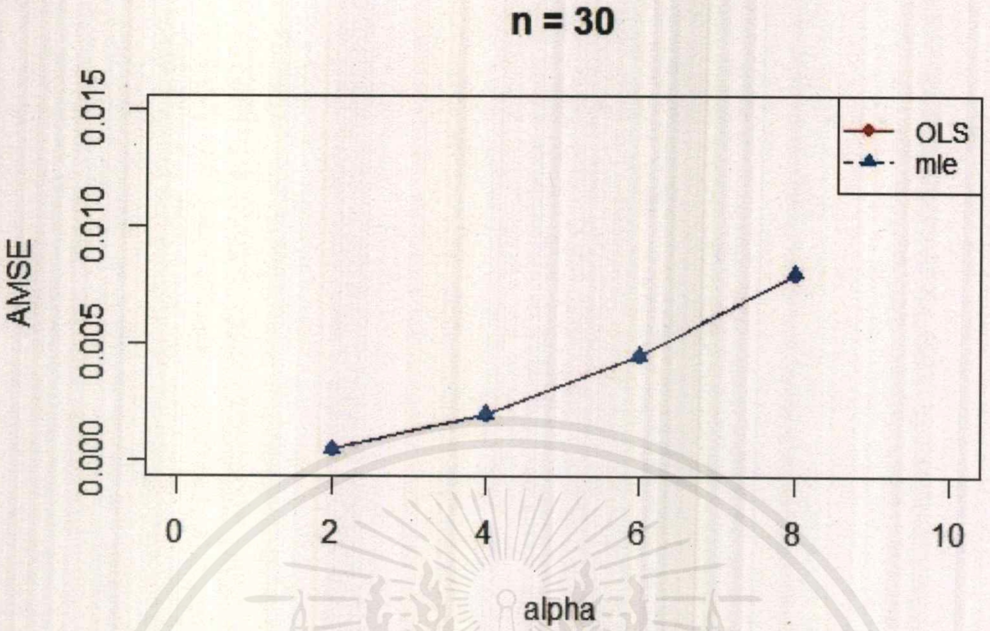
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 และ 50

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	α	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
30	2	0.001031	0.000007	**0.000519**	0.0010245	0.0000074	**0.0005159**
	4	0.004062	0.000014	0.002038	0.0040360	0.0000134	0.0020247
	6	0.009012	0.000022	0.004517	0.0090455	0.0000197	0.0045326
	8	0.016058	0.000028	0.008043	0.0161118	0.0000298	0.0080708
50	2	0.001025	0.000003	**0.000514**	0.0010248	0.0000027	**0.0005137**
	4	0.004068	0.000007	0.002037	0.0040393	0.0000063	0.0020228
	6	0.009119	0.000010	0.004564	0.0090547	0.0000088	0.0045318
	8	0.016101	0.000013	0.008057	0.0160283	0.0000121	0.0080202

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

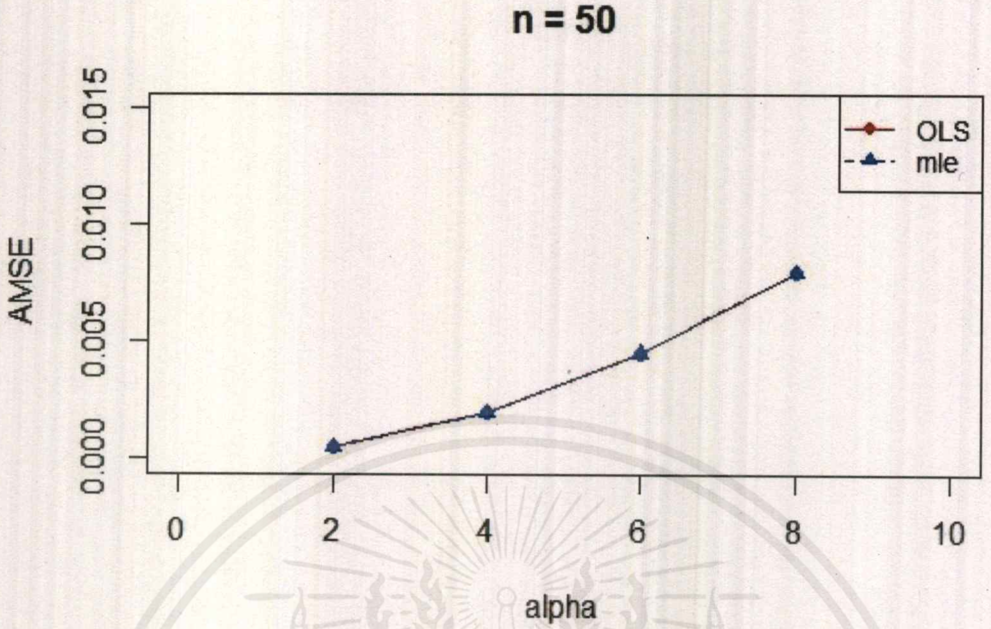
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.14 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30

จากรูปที่ 4.14 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และที่ α เท่ากับ 2, 4 ค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย ส่วนที่ α เท่ากับ 6, 8 ค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50

จากรูปที่ 4.15 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

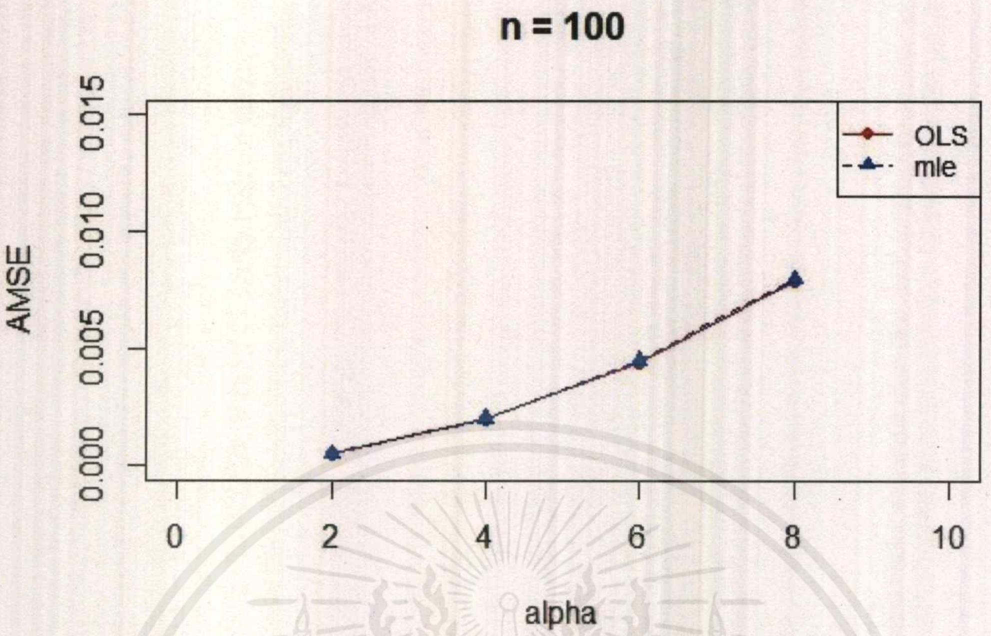
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 และ 200

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
n	α	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
100	2	0.0009986	0.0000011	**0.0004999**	0.001014	0.000001	**0.000507**
	4	0.0040069	0.0000025	0.0020047	0.004056	0.000002	0.002029
	6	0.0089658	0.0000032	0.0044845	0.009062	0.000003	0.004533
	8	0.0159537	0.0000044	0.0079791	0.016040	0.000004	0.008022
200	2	0.0010002	0.0000004	**0.0005003**	0.001009	0.000000	**0.000505**
	4	0.0039978	0.0000008	0.0019993	0.004001	0.000001	0.002001
	6	0.0089920	0.0000013	0.0044966	0.009041	0.000001	0.004521
	8	0.0160468	0.0000016	0.0080242	0.016028	0.000002	0.008015

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

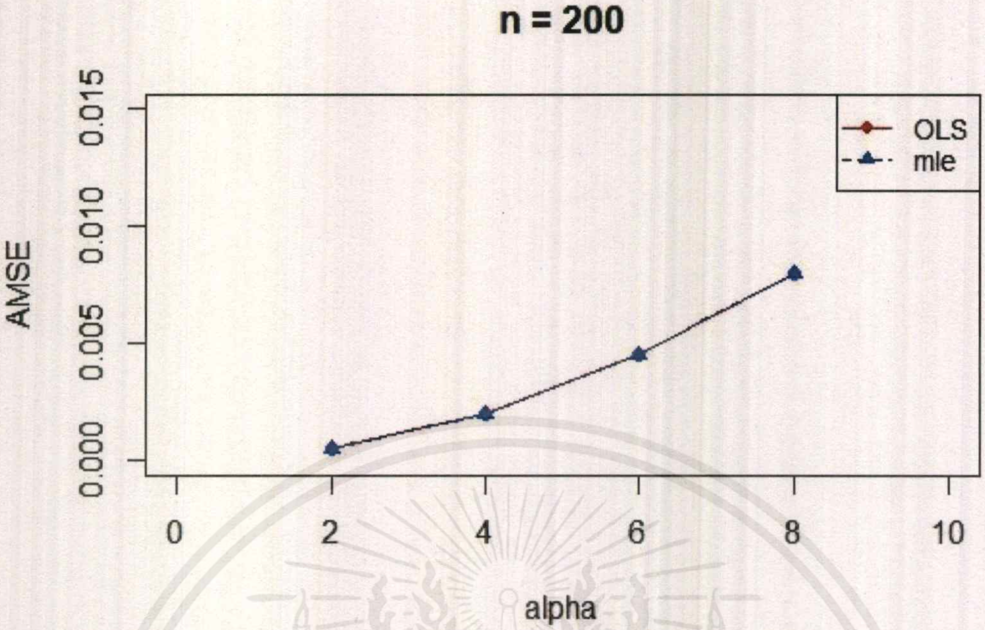
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100

จากรูปที่ 4.16 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.17 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200

จากรูปที่ 4.17 จะเห็นได้ว่าเมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น และค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มเพิ่มขึ้น

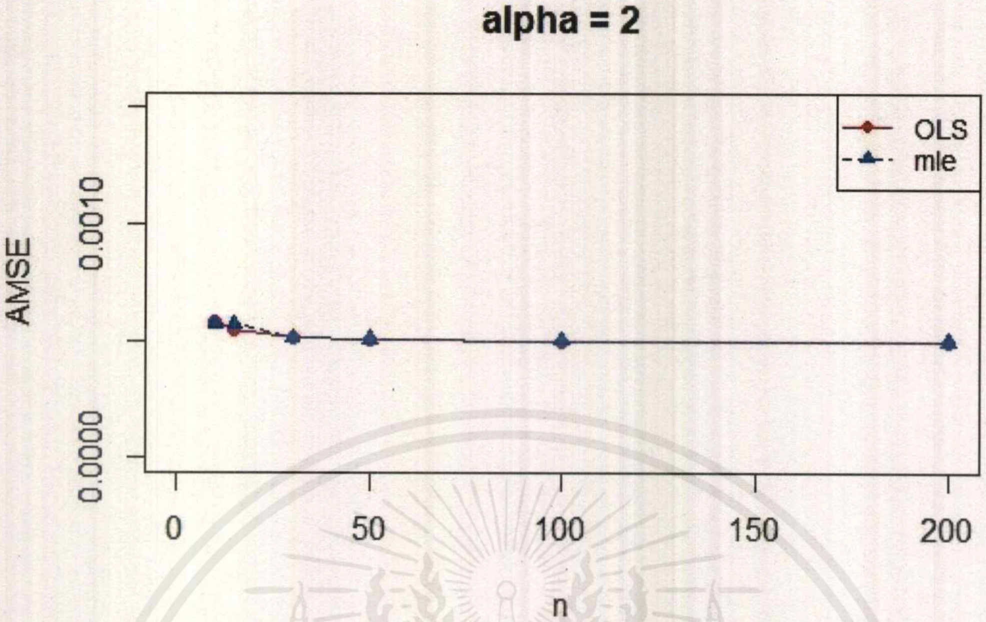
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.10 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 2 และ 4

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
α	n	OLS			MLE		
		MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
2	10	0.0011266	0.0000476	0.0005871	0.0010931	0.0000558	0.0005745
	15	0.0010872	0.0000220	0.0005546	0.0011254	0.0000239	0.0005747
	30	0.0010307	0.0000066	0.0005186	0.0010245	0.0000074	0.0005159
	50	0.0010245	0.0000032	0.0005139	0.0010248	0.0000027	0.0005137
	100	0.0009986	0.0000011	**0.0004999**	0.0010136	0.0000011	0.0005073
	200	0.0010002	0.0000004	0.0005003	0.0010094	0.0000004	0.0005049
4	10	0.0044436	0.0001324	0.0022880	0.0043169	0.0001228	0.0022198
	15	0.0041528	0.0000460	0.0020994	0.0011254	0.0000239	0.0005747
	30	0.0040619	0.0000137	0.0020378	0.0040360	0.0000134	0.0020247
	50	0.0040680	0.0000066	0.0020373	0.0040393	0.0000063	0.0020228
	100	0.0040069	0.0000025	0.0020047	0.0040560	0.0000023	0.0020291
	200	0.0039978	0.0000008	**0.0019993**	0.0040013	0.0000008	0.0020011

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

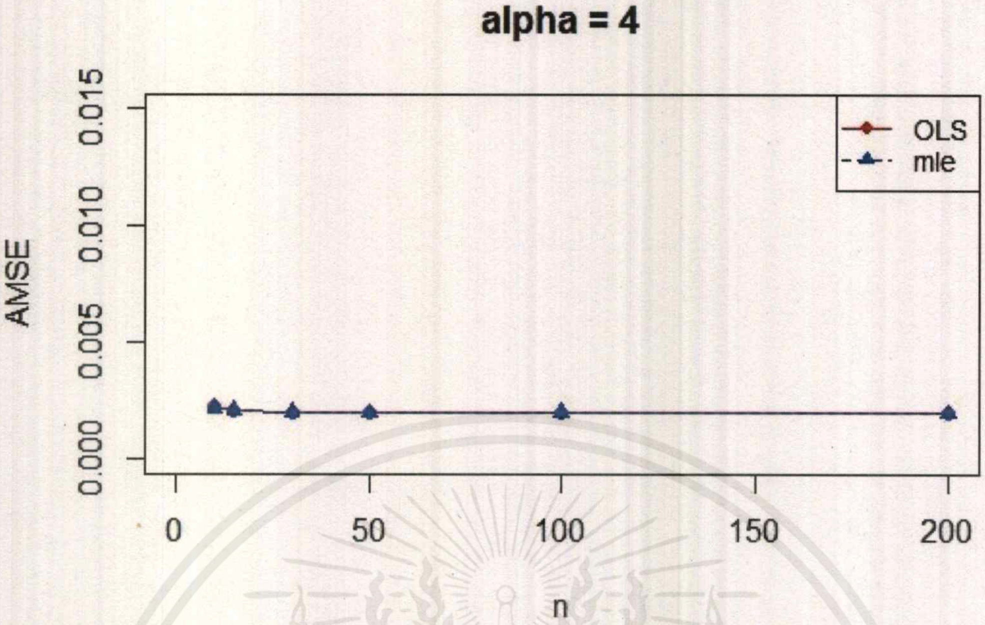
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 2

จากรูปที่ 4.18 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 30, 50 ค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย ส่วนที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15, 100, 200 ค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.19 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 4

จากรูปที่ 4.19 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50 ค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย ส่วนที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100, 200 ค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

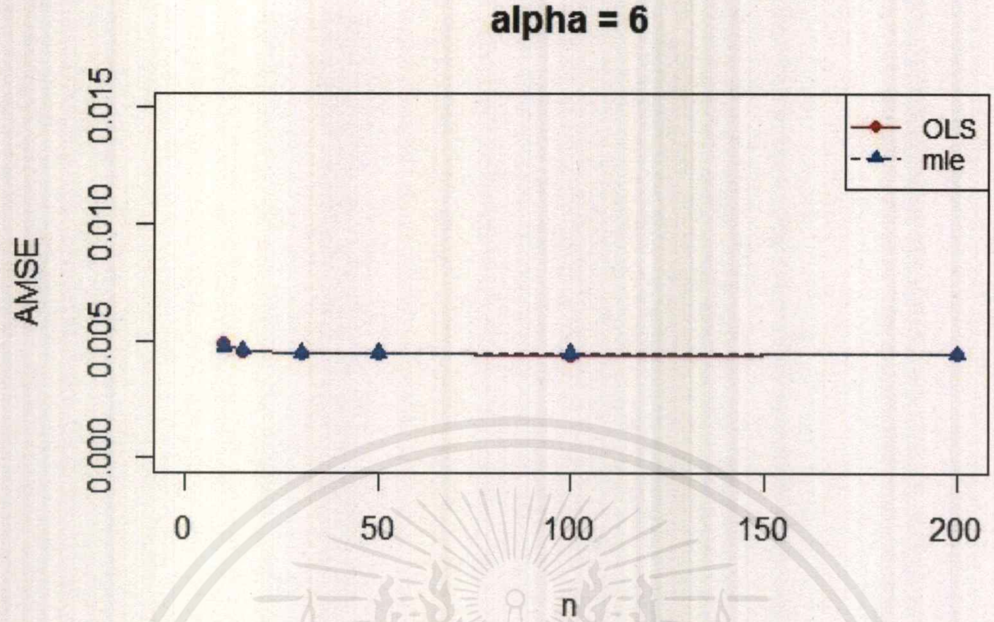
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 6 และ 8

สถานการณ์		วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์					
		OLS			MLE		
α	n	MSE		AMSE	MSE		AMSE
		$\hat{\beta}'_0$	$\hat{\beta}'_1$		$\hat{\beta}^*_0$	$\hat{\beta}^*_1$	
6	10	0.0097327	0.000188	0.0049607	0.0093203	0.0001739	0.004747
	15	0.0092217	0.000074	0.0046479	0.0092414	0.0000681	0.004654
	30	0.0090119	0.000021	0.0045169	0.0090455	0.0000197	0.004532
	50	0.0091191	0.000009	0.0045644	0.0090547	0.0000088	0.004531
	100	0.0089657	0.000003	**0.0044845**	0.0090624	0.0000033	0.004532
	200	0.0089920	0.00000	0.0044966	0.0090407	0.0000012	0.004520
8	10	0.0167846	0.000212	0.0084987	0.0167129	0.0002454	0.008479
	15	0.0162646	0.000109	0.0081869	0.0164118	0.0000960	0.008253
	30	0.0160581	0.000028	0.0080430	0.0161118	0.0000298	0.008070
	50	0.0161007	0.000013	0.0080568	0.0160283	0.0000121	0.008020
	100	0.0159537	0.000043	**0.0079790**	0.0160395	0.0000041	0.008021
	200	0.0160468	0.000016	0.0080242	0.0160275	0.0000020	0.008014

หมายเหตุ : **ตัวหนา** หมายถึง ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด

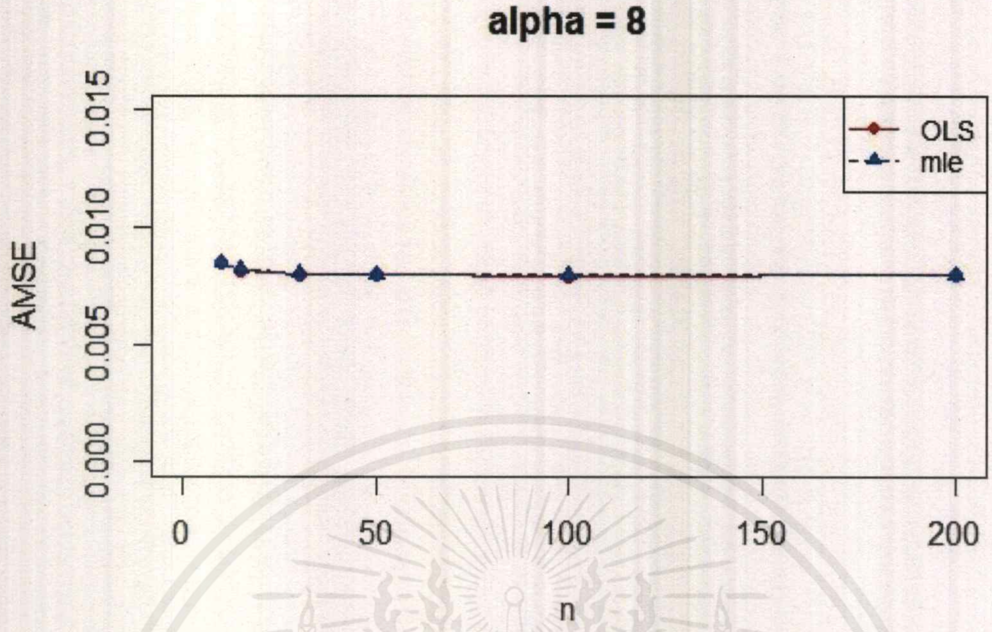
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.20 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 6

จากรูปที่ 4.20 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 15, 30, 100, 200 ค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย ส่วนที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 ค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 200 ที่ λ เท่ากับ 2 และ α เท่ากับ 8

จากรูปที่ 4.21 จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 50, 200 ค่า AMSE ของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเพียงเล็กน้อย ส่วนที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15, 30, 100 ค่า AMSE ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดน้อยกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเพียงเล็กน้อย และกราฟมีลักษณะเป็นแนวโน้มลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการพิจารณา

เมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และเมื่อพิจารณาตามขนาดตัวอย่าง (n) ของการแจกแจงแกมมาพบว่า

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 50 จะได้ว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพมากกว่า

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15, 100, 200 จะได้ว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุกมีประสิทธิมากกว่า

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 จะได้ว่าที่ α เท่ากับ 2, 4 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพที่สุด ส่วนที่ α เท่ากับ 6, 8 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีประสิทธิภาพมากกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงปรกติ และการแจกแจงแกมมา โดยศึกษาและเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษาเท่ากับ 10, 15, 30, 50, 100 และ 500

2. ค่าของตัวแปรอิสระ X_i เป็นค่าคงที่ใดๆ ในที่นี้ X_i มาจากการแจกแจงปรกติที่มีค่า μ เท่ากับ 50 และ σ^2 เท่ากับ 10 และมาจากการแจกแจงแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2 และ λ เท่ากับ 2

3. กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นปรกติ ที่มี μ เท่ากับ 0 และ σ^2 เท่ากับ 1, 3, 5, 7, 9

4. กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ε_i เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2

การวิจัยนี้ทำการเปรียบเทียบโดยใช้โปรแกรม R และ กำหนดจำนวนรอบเท่ากับ 1000 รอบ โดยโปรแกรมจะให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด จากนั้นจึงนำค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุดมาเปรียบเทียบ ถ้าค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุดของวิธีใดน้อยกว่าแสดงว่าวิธีนั้นดีกว่า ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงปรกติ และการแจกแจงแกมมา ซึ่งได้สรุปไว้ในหัวข้อที่ 5.1.1-5.1.2 โดยมีสัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ มีดังนี้

- OLS แทน วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square)
- MLE แทน วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ

จากผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ทั้ง 2 วิธี จากบทที่ 4 นั้นสามารถสรุปได้ดังนี้

โดยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด จากกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติที่มีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ^2) เท่ากับ 1 3 5 7 และ 9 สำหรับขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 500

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงปรกติให้ผลลัพธ์เท่ากันในทุกสถานการณ์ เนื่องจากตัวประมาณค่าของทั้งสองวิธีมีพารามิเตอร์เท่ากัน จึงทำให้ค่าของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) มีค่าเท่ากัน และค่า AMSE ของการแจกแจงปรกตินี้ สามารถบอกได้ว่า เมื่อความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) มีค่าเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า AMSE ลดลง เนื่องจากความแปรปรวนของความคาดเคลื่อน (σ^2) และขนาดตัวอย่างเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้น ดังนั้นการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงปรกติจะให้ผลลัพธ์เท่ากันในทุกสถานการณ์

5.1.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา

จากผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ทั้ง 2 วิธี จากบทที่ 4 นั้นสามารถสรุปได้ดังนี้

โดยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) มีค่าน้อยที่สุด จากกรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 15 30 50 100 และ 500 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีการแจกแจงแกมมาให้ผลลัพธ์เป็น ดังต่อไปนี้

เมื่อ α มีค่าเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า AMSE มีค่าลดลง และเมื่อพิจารณาตามขนาดตัวอย่าง (n) ของการแจกแจงแกมมาพบว่า

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 50 จะได้ว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15, 100, 200 จะได้ว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีประสิทธิมากกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

- เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 จะได้ว่าที่ α เท่ากับ 2, 4 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพที่สุ ส่วนที่ α เท่ากับ 6, 8 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีประสิทธิภาพ

จะเห็นได้ว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) เมื่อเปลี่ยนสถานการณ์ทั้ง α และขนาดตัวอย่าง (n) แล้วจะให้ผลลัพธ์การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ต่างกัน และประสิทธิภาพก็ต่างกันด้วย

5.2 อภิปรายผล

จากการที่ได้ศึกษาการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood)ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายโดยมีการแจกแจงปรกติและการแจกแจงแกมมา เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่า คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ซึ่งจะต้องมีค่าน้อยที่สุดจึงจะถือว่ามีประสิทธิภาพ ซึ่งผลการวิจัยสรุปดังนี้ สำหรับการแจกแจงปรกติ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) ให้ผลลัพธ์เท่ากันในทุกสถานการณ์ สำหรับการแจกแจงแกมมา พิจารณาผลตามขนาดตัวอย่าง (n) เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กและตัวอย่างขนาดกลางวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) มีประสิทธิภาพที่ใกล้เคียงกัน ส่วนตัวอย่างขนาดใหญ่วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากกรณีศึกษาของ ภูวษา แซ่อุ้ย ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดด้วย วิธีเบส์ และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ซึ่งผลการวิจัยสรุปดังนี้ วิธีเบส์มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับทุก ๆ สถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งผลการวิจัยของ ภูวษา แซ่อุ้ย ให้ผลขัดแย้งกับการอภิปรายผลข้างต้น เนื่องจากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีความแตกต่างกัน

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์เฉพาะค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) หากผู้ที่สนใจศึกษาเพิ่มเติมควรศึกษาเกณฑ์อื่น เช่น ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (MAD) ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (MAPE)

5.3.2 การศึกษาครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least Square) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Method of Maximum Likelihood) หากผู้ที่สนใจศึกษาอาจจะใช้การเปรียบเทียบวิธีอื่น เช่น วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบถ่วงน้ำหนัก วิธีกำลังสองน้อยที่สุดบางส่วน วิธีบูทสแตรป

5.3.3 งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (ε_i) เป็นปรกติที่มี μ เท่ากับ 0 และ σ^2 เท่ากับ 1, 3, 5, 7, 9 และกำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (ε_i) เป็นแกมมาที่มีค่า α เท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ λ เท่ากับ 2 ซึ่งหากศึกษาครั้งต่อไปอาจจะกำหนดค่าการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (ε_i) เป็นค่าอื่นได้

5.3.4 งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษากรณีที่สมการเป็นแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression) หากการวิจัยในครั้งต่อไปควรทำการศึกษาในกรณีที่สมการเป็นการถดถอยรูปแบบอื่น เช่น สมการถดถอยพหุคูณ (Multiple Linear Regression)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

กานธนิกา ชุณหะวัต. 2545. “การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นปัวซง.” วิทยานิพนธ์สถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ขวัญชนก หงษ์ชูเกียรติ, อำไพ ทองธีรภาพ และมีนา ปทุมสูตร. 2559. “การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับสัมประสิทธิ์ การถดถอยของตัวแบบโลจิสติกเมื่อใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท.” วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 24(2) : 240-250.

ฉัตรวดี กิจแก้ว. 2560. “การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ.” วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

ปรางค์ทิพย์ รัชตะปีติ. 2550. “การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณแบบกำลังสองน้อยสุดสองชั้น.” วิทยานิพนธ์สถิติศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภูวษา แซ่อุ้ย, ธิดาพร ศุภภากร และประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์. 2559. “การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบย์เซียน วิธีกำลังสองน้อยที่สุด และวิธีบูตสแตรปแบบใช้พารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย.” วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 24(3) : 363-369.

ศิริชัย พงษ์วิชัย. 2553. **สถิติเพื่อการวิจัยด้วยโปรแกรม** R. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สุพีเรียพริ้นติ้งเฮาส์.

สายชล สินสมบูรณ์ทอง. 2554. **สถิติคณิตศาสตร์ 1.** พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : จามจุรีโปรดักส์

อัญมณี กุมมาระกะ และอัชฌา อระวีพร. 2561. “การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามเชิงลบ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คาร์โล.” วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 26(1) : 58-70.

อาทิตย์ เทศขำ. 2559. “การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเลขชี้กำลัง ด้วยวิธีภาวะน่าจะเปนสูงสุด วิธีของเบส์ และวิธีมาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โล.” วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง.

Krishnamoorthy, K. 2016. **Handbook of Statistical Distributions with Applications.** Second Edition. USA : University of Louisiana at Lafayette.

Marta Corrales Bossioa and Edilberto Cepeda Cuervob. 2015. “Gamma Regression Models with the Gammareg R package.” Comunicacaiones en Estadistica. 8(2) : 211-223.

Pardoe, I. 2012. **Applied Regression Modeling**. Second Edition. New York : John Wiley and Sons.

Paul E. Johnson. 2014. **GLM with a Gamma-distributed Dependent Variable.** [Online]. Available:http://pj.freefaculty.org/guides/stat/Regression-GLM/Gamma/Gamma GLM-01.pdf. เข้าถึงเมื่อวันที่ 31 มี.ค. 62.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

****

คำสั่งโปรแกรมอาร์ (R) สำหรับการคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ

****

```
set.seed(35)
n = 10
mu = 0
var =1
m=1000
MSE0 = c(); MSE1=c();b0=c();b1=c()
for(j in 1:m){
 error = rnorm(n,mu,(var))
 x = rnorm(n,50,10)
 y=error+(1+(2*x))
 Sxy = sum((x - mean(x)) * (y - mean(y)))
 Sxx = sum((x - mean(x)) ^ 2)
 Syy = sum((y - mean(y)) ^ 2)
 beta_1_hat = Sxy / Sxx
 beta_0_hat = mean(y) - (beta_1_hat * mean(x))

 b0[j]=beta_0_hat
 b1[j]=beta_1_hat
 MSE0[j]=sum((1-b0[j])^2)/1000
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
MSE1[j]=sum((2-b1[j])^2)/1000
}
mean(MSE0)
mean(MSE1)
AMSE=(mean(MSE0)+mean(MSE1))/2
AMSE
```

****

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

****

คำสั่งโปรแกรมอาร์ (R) สำหรับการคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงปรกติ

****

```
set.seed(35)
n = 10
mu = 0
var = 1
m = 1000
max_b0 = c();max_b1=c();b0=c();b1=c()
for(j in 1:m){
  error = rnorm(n,mu,var)
  x = rnorm(n,50,10)
  y=error+(1+(2*x))

  x0=c(n,sum(x))
  x1=c(sum(x),sum(x^2))

  Am=data.frame(x0=x0,x1=x1)
  A=as.matrix(Am)
  B1=c(sum(y),sum(x*y))
  Bm=data.frame(B1=B1)
  B=as.matrix(Bm)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  beta=solve(A)%*%B
  b0[j]=beta[1]
  b1[j]=beta[2]
  max_b0[j] = ((1-beta[1])^2)/1000
  max_b1[j] = ((2-beta[2])^2)/1000
}
mean(max_b0)
mean(max_b1)
AMSE=(mean(max_b0)+mean(max_b1))/2
AMSE
```

****

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

****

คำสั่งโปรแกรมอาร์ (R) สำหรับการคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา

****

```
set.seed(35)
n = 15
alpha = 6
lamda = 2
m=1000
ols_b0 = c();ols_b1=c();b0=c();b1=c()
for(j in 1:m){
 error = rgamma(n,alpha,lamda)
 x = rgamma(n,2,2)
 y=error+(1+(2/x))
 x0=c(n,sum(1/x))
 x1=c(sum(1/x),sum(1/x^2))
 Am=data.frame(x0=x0,x1=x1)
 A=as.matrix(Am)
 B1=c(sum(y),sum(y/x))
 Bm=data.frame(B1=B1)
 B=as.matrix(Bm)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  beta=solve(A)%*%B
  b0[j]=beta[1]
  b1[j]=beta[2]
  ols_b0[j] = ((1-beta[1])^2)/1000
  ols_b1[j] = ((2-beta[2])^2)/1000
}
mean(ols_b0)
mean( ols_b1)
AMSE=(mean(ols_b0)+mean(ols_b1))/2
AMSE
```

****

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

****

คำสั่งโปรแกรมอาร์ (R) สำหรับการคำนวณค่าพารามิเตอร์วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

กรณีตัวแปรอิสระและความคลาดเคลื่อนสุ่มมาจากการแจกแจงแกมมา

****

```
set.seed(35)
n = 30
alpha = 4
lamda = 2
m=1000
max_b0 = c();max_b1=c();b0=c();b1=c()
for(j in 1:m){
 library(stats4)
 x = rgamma(n,2,2)
 y <- (2 /x) + 1 + rgamma(n,alpha,lamda)
 fit = c();
 fit <- lm(y ~ x)

  LL <- function(beta0, beta1) {
   R = y - (beta1 / x) - beta0
   R = suppressWarnings(dnorm(R, alpha,lamda, log = TRUE))
   -sum(R)
 }
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  fit=mle(LL, start = list(beta0 = 4, beta1 = 2))
  coef.matrix=fit@coef
  fittest=fit@coef
  #head(fittest)

  b0[j]=fittest[1]
  b1[j]=fittest[2]
  max_b0[j] = ((1-fittest[1])^2)/1000
  max_b1[j] = ((2-fittest[2])^2)/1000
}
mean(max_b0)
mean(max_b1)
AMSE=(mean(max_b0)+mean(max_b1))/2
AMSE
```

****

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

****

คำสั่งโปรแกรมอาร์ (R) สำหรับกราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

****

```
variance<-c(1,3,5,7,9)

ols<-c(0.00183,0.01651,0.04587,0.08991,0.14863)

mle<-c(0.00183,0.01651,0.04587,0.08991,0.14863)

x<-c(ols,mle)

plot(variance,ols,ylab='AMSE',main='n =
10',type='o',xlim=c(0,10),ylim=c(0,0.6),pch=16,lty=1,col="red")

lines(variance,mle,type='o',pch=17,lty=2,col="blue")

legend("topleft",c("OLS","mle"),cex=0.85,pch=c(16,17),lty=c(1,2),col=c("red","blue"))
```

****

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้