การเปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงของแบบจำลองราคาตราสารสิทธิ

A COMPARISON EFFECTIVENESS IN RISK MANAGEMENT OF OPTIONS PRICING MODELS

กชวรรณ สิมสกุล
คัทรินทร์ พรมมินทร์
ชุติกาญจน์ จิตรมิตร

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2560

A COMPARISON EFFECTIVENESS IN RISK MANAGEMENT OF OPTIONS PRICING MODELS

KOTCHAWAN SIMSAKUL
KUTTARIN PROMMIN
CHUTIKARN JITMIT

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN
PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2017

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การเปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงของแบบจำลองราคาตราสารสิทธิ A Comparison Effectiveness in Risk Management of Options Pricing Models
ชื่อนักศึกษา	นางสาวกชวรรณ สิมสกุล รหัสนักศึกษา 57050001 นางสาวคัทรินทร์ พรมมินทร์ รหัสนักศึกษา 57050021 นางสาวชุติกาญจน์ จิตรมิตร รหัสนักศึกษา 57050036
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2560
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.จิรภัทร์ หยกรัตนศักดิ์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2560

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.ศุภระวรรณ มะเวชะ ประธานกรรมการ	ศุภระวรรณ มะเวชะ
ดร.ภูษณิศา ล้อมทอง กรรมการ	ภูษณิศา ล้อมทอง
ดร.จิรภัทร์ หยกรัตนศักดิ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การเปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงของ แบบจำลองราคาตราสารสิทธิ
ชื่อนักศึกษา	นางสาวกชวรรณ สิมสกุล รหัสนักศึกษา 57050001
	นางสาวคัทรินทร์ พรมมินทร์ รหัสนักศึกษา 57050021
	นางสาวชุติกาญจน์ จิตรมิตร รหัสนักศึกษา 57050036
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)
ปีการศึกษา	2560
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.จิรภัทร์ หยกรัตนศักดิ์

บทคัดย่อ

แบบจำลอง Wilmott เป็นแบบจำลองเพื่อปรับปรุงประสิทธิผลการบริหารความเสี่ยงของแบบจำลอง Black Scholes ปัญหาพิเศษนี้มีวัตถุประสงค์หลักเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott โดยใช้ข้อมูลราคาตราสารสิทธิบนดัชนี SET50 ที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) ปี พ.ศ.2560 ซึ่งจะใช้มาตรวัดประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยง คือ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Root Mean Square Error หรือ $RMSE$) และค่าเฉลี่ยค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อน (Mean Absolute Error หรือ MAE) ผลการศึกษาพบว่าแบบจำลอง Black Scholes มีประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงสำหรับตราสารสิทธิสูงกว่าแบบจำลอง Wilmott

คำสำคัญ : ตราสารสิทธิ, แบบจำลอง Black Scholes, แบบจำลอง Wilmott, การบริหารความเสี่ยงของแบบจำลองราคาตราสารสิทธิ

Title	A COMPARISION EFFECTIVENESS IN RISK MANAGEMENT OF OPTION PRICING MODELS
Students	Miss Kotchawan Simsakul Student ID 57050001
	Miss Kuttarin Prommin Student ID 57050021
	Miss Chutikarn Jitmit Student ID 57050036
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Faculty	Science
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)
Academic Year	2017
Advisor	Dr.Jiraphat Yokrattanasak

Abstract

The Wilmott model is a model to improve the risk management effectiveness of the Black Scholes model. This special project is mainly intended to compare the efficiency of hedging risk management between using the Black Scholes model and using the Wilmott model in 2017 SET50 options, which is traded on the Thai Futures Exchange (TFEX). A measure of the effectiveness of risk management is Root Mean Square Error ($RMSE$) and Mean Absolute Error (MAE). The result of the study showed that the Black Scholes model is higher effective in managing the risk for the option than Wilmott model.

Keywords : Options, Black Scholes Model, Wilmott Model, Risk Management of Options Pricing Models

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความกรุณาอย่างสูงจาก ดร.จิรภัทร์ หยกรัตนศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษโดยให้คำปรึกษา และแนะนำเป็นอย่างดี ให้ข้อคิดเห็นต่างๆอันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการทำปัญหาพิเศษในครั้งนี้ ช่วยคิดหาวิธีแก้ไขปัญหาและข้อผิดพลาดต่างๆ ที่เกิดขึ้น ทั้งปัญหาในด้านการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาพิเศษและปัญหาในด้านการทำงาน คอยตรวจสอบความก้าวหน้าของปัญหาพิเศษ รวมทั้งให้กำลังใจคณะผู้จัดทำตลอดการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้จนสำเร็จ นับว่าเป็นเป็นพระคุณยิ่งสำหรับคณะผู้จัดทำ ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.ศุกระวรรณ มะเวชะ ที่ได้มาเป็นประธานกรรมการสอบ และดร.ภูษณิศา ล้อมทอง ที่เป็นกรรมการสอบในครั้งนี้ ซึ่งอาจารย์ทั้งสองท่าน ให้คำแนะนำและแนวคิดอื่นๆ เพิ่มเติมอันเป็นความรู้และเป็นประโยชน์อย่างยิ่งแก่คณะผู้จัดทำในการศึกษาและปรับปรุงทำปัญหาพิเศษให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

คณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณบิดา และมารดาผู้ให้กำเนิด ผู้ซึ่งเลี้ยงดูและคอยอบรมทั้งด้านจิตใจและความคิด ให้คณะผู้จัดทำยึดมั่นกระทำในสิ่งที่ถูกต้อง รวมทั้งคอยเป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนที่ดีแก่ผู้จัดทำเสมอมา ซึ่งนำไปสู่ความสำเร็จในทุกๆ เรื่องของคณะผู้จัดทำ ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

สุดท้ายนี้คณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ และขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือด้วยดีและเป็นกำลังใจให้ตลอดมา

กชวรรณ สิมสกุล

คัทรินทร์ พรมมินทร์

ชุติกาญจน์ จิตรมิตร

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญรูป

หน้า

สารบัญกราฟ

หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ตราสารสิทธิเป็นสัญญาที่มีลักษณะให้สิทธิแก่ผู้ถือครองในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญา ด้วยราคา ปริมาณและระยะเวลาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า โดยไม่ได้เป็นภาระผูกพันกับผู้ถือครอง ตราสารสิทธิที่นิยมใช้ทั่วไป คือ ตราสารสิทธิแบบยุโรปและตราสารสิทธิแบบอเมริกัน ซึ่งตราสารสิทธิแบบอเมริกัน เป็นสัญญาที่ให้สิทธิแก่ผู้ถือครองสามารถเลือกใช้สิทธิ ณ เวลาใดเวลาหนึ่งก็ได้ภายในอายุของสัญญา ส่วนตราสารสิทธิแบบยุโรปให้สิทธิแก่ผู้ถือครองในการใช้สิทธิได้ ณ วันหมดอายุของสัญญาเท่านั้น

โดยตราสารสิทธิเป็นตราสารทางการเงินที่ช่วยเพิ่มผลตอบแทนจากการลงทุน เป็นทางเลือกในการลงทุนที่ให้อัตราผลตอบแทนสูง ช่วยลดความเสี่ยงจากการลดลงของระดับราคาสินทรัพย์อ้างอิงและยังเป็นเครื่องมือช่วยประวิงเวลาการตัดสินใจซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิง

หนึ่งในแบบจำลองที่รู้จักกันดีในการคำนวณทางทฤษฎีของราคาตราสารสิทธิแบบยุโรป คือ แบบจำลอง Black Scholes แบบจำลองนี้ถูกนำเสนอในปี ค.ศ.1973 โดยนักเศรษฐศาสตร์คือ Fischer Black, Myron Scholes และ Robert Merton โดยแบบจำลองนี้จะขึ้นอยู่กับสมมติฐานของตลาด เช่น อัตราดอกเบี้ยระยะสั้นและมีความผันผวนตลอดเวลา การที่ตราสารสิทธิแบบยุโรปสามารถใช้สิทธิได้เฉพาะในวันหมดอายุเท่านั้น และผลตอบแทนจากราคาหุ้นอ้างอิงมีการกระจายแบบปกติ เป็นต้น ซึ่งอาจทำให้ความถูกต้องของแบบจำลองลดลง [6]

จากปัญหาดังกล่าว แบบจำลอง Black Scholes ซึ่งครอบคลุมเพียงบางส่วนของข้อจำกัดในการกำหนดราคาตราสารสิทธิ ดังนั้น ในปัญหาพิเศษนี้จึงทำการศึกษาแบบจำลอง Wilmott ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ปรับปรุงประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของตัวแบบจำลอง Black Scholes และได้ทำการเปรียบเทียบเพื่อหาประสิทธิผลของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1) เพื่อคำนวณราคาตราสารสิทธิโดยใช้แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
2) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิผลของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ที่ใช้ในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว

1.3 ขอบเขตการศึกษา

1) ศึกษาข้อมูลดัชนี SET50 และดัชนี SET50 Options ที่หมดอายุภายใน 1 เดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 ซึ่งใช้ในการคำนวณแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
2) เปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott โดยใช้มาตรวัด $RMSE$ และมาตรวัด MAE

1.4 ผลประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) สามารถวิเคราะห์และคำนวณราคาตราสารสิทธิจากแบบจำลอง Black Scholes ได้
2) สามารถวิเคราะห์และคำนวณราคาตราสารสิทธิจากแบบจำลอง Wilmott ได้
3) ได้แบบจำลองตราสารสิทธิที่มีประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1) ศึกษาและกำหนดหัวข้อปัญหาพิเศษที่สนใจ
2) ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวกับตราสารสิทธิและศึกษาแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
3) สร้างแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott เพื่อประเมินราคาตราสารสิทธิ
4) ศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลดัชนี SET50 และดัชนี SET50 Optionsที่มีการซื้อขายในตลาด TFEX ปี พ.ศ.2560
5) คำนวณราคาตราสารสิทธิจากแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
6) เปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
7) จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษและเตรียมนำเสนอ
8) นำเสนอปัญหาพิเศษ

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ตารางที่ 1.1 ตารางแสดงระยะเวลาการดำเนินงานในขั้นตอนต่างๆ

การดำเนินงาน	ระยะเวลาการดำเนินงาน								
	2560				2561				
	กันยายน	ตุลาคม	พฤศจิกายน	ธันวาคม	มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน	พฤษภาคม
1) ศึกษาและกำหนดหัวข้อปัญหาพิเศษที่สนใจ									
2) ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวกับตราสารสิทธิ และศึกษาแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott									
3) สร้างแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott เพื่อประเมินราคาตราสารสิทธิ									
4) ศึกษาและเก็บรวบรวมตัวข้อมูลดัชนี SET50 และดัชนี SET50 Options ที่มีการซื้อขายในตลาดTFEX ปี พ.ศ.2560									
5) คำนวณราคาตราสารสิทธิจากแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott									
6) เปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott									
7) จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษและเตรียมนำเสนอ									
8) นำเสนอปัญหาพิเศษ									

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

2.1.1 ตราสารสิทธิ (Options)

ตราสารสิทธิ เป็นสัญญาที่ผู้ซื้อตราสารสิทธิมีสิทธิซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญาในอนาคตตาม ราคา ปริมาณ และระยะเวลาที่กำหนดซึ่งได้ตกลงกันไว้ล่วงหน้า ในทางตรงกันข้าม ผู้ขายตราสารสิทธิคือ ผู้ขายสิทธิซื้อหรือสิทธิขายให้แก่ผู้ซื้อ โดยไม่ได้เป็นภาระผูกพันกับผู้ถือครอง

โดยมูลค่าของตราสารสิทธิในตลาดซื้อขาย เรียกว่า ราคาตราสารสิทธิ (Option Price) หรือเรียกว่า พรีเมี่ยม (Premium) ซึ่งหมายถึง ราคาที่ต้องจ่ายเพื่อให้ได้สิทธิซื้อหรือสิทธิขายนั้นมา

2.1.1.1 สิทธิของตราสารสิทธิ (แบ่งตามลักษณะการใช้สิทธิ)

สิทธิซื้อ หรือ Call Options หมายถึง การที่ผู้ขายตราสารสิทธิ ให้สิทธิ "ซื้อ" สินทรัพย์อ้างอิงในปริมาณ ราคา และเวลาที่กำหนดไว้ ผู้ซื้อตราสารสิทธิซื้อ จะสามารถเลือกที่จะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ หากผู้ซื้อตราสารสิทธิซื้อเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิภายในระยะเวลาที่กำหนดตราสารสิทธิจะหมดอายุไป แต่หากผู้ซื้อตราสารสิทธิซื้อเลือกที่จะใช้สิทธิภายในเวลาที่กำหนด ผู้ขายตราสารสิทธิจะมีภาระผูกพันต้อง "ขาย" สินค้าอ้างอิงให้แก่ผู้ซื้อตราสารสิทธิตามปริมาณและราคาที่ตกลงกันเอาไว้

สิทธิขาย หรือ Put Options หมายถึง การที่ผู้ขายตราสารสิทธิ ให้สิทธิ "ขาย" สินทรัพย์อ้างอิงในปริมาณ ราคา และเวลาที่กำหนดไว้ ผู้ซื้อตราสารสิทธิขาย จะสามารถเลือกที่จะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ หากผู้ซื้อตราสารสิทธิขายเลือกที่จะไม่ใช้สิทธิภายในระยะเวลาที่กำหนด ตราสารสิทธิก็จะหมดอายุไป แต่หากผู้ซื้อตราสารสิทธิขายเลือกที่จะใช้สิทธิภายในเวลาที่กำหนด ผู้ขายตราสารสิทธิจะมีภาระผูกพันต้อง "ซื้อ" สินค้าอ้างอิงจากผู้ซื้อตราสารสิทธิตามปริมาณและราคาที่ตกลงกันเอาไว้

ตราสารสิทธิแบบยุโรป (European Options) คือ สัญญาที่ให้สิทธิแก่ผู้ถือครองในการใช้สิทธิได้ ณ วันหมดอายุของสัญญานั้น

ตราสารสิทธิแบบอเมริกัน (American Options) คือ สัญญาที่ให้สิทธิแก่ผู้ถือครองสามารถเลือกใช้สิทธิ ณ เวลาใดเวลาหนึ่งได้ภายในอายุของสัญญานั้น

ตราสารสิทธิแบบอเมริกันเทียมหรือแบบเบอร์มิวดัน (Psuedo-American Options หรือ Bermudan Options) คือ ตราสารที่ให้สิทธิผู้ถือครอง สามารถใช้สิทธิได้เป็นช่วงๆ ตามระยะเวลาที่กำหนด เช่น ถ้ากำหนดให้อายุของสัญญา 1 ปี ผู้ถือสามารถเลือกใช้สิทธิได้ทุกสิ้นไตรมาสใน 1 ปีนั้น ดังนั้น จึงมีจุดให้ผู้ถือครองสิทธิเลือกตัดสินใจได้เพียง 4 จุดของช่วงเวลาการถือครองสิทธิ

2.1.1.2 สถานะของตราสารสิทธิ

สถานะที่ได้ประโยชน์ (In-The-Money) หมายถึง สถานะในสิทธิที่ก่อให้เกิดประโยชน์กับผู้ถือครองสิทธิ หรือสภาวะที่มูลค่าตราสารสิทธิโดยเนื้อแท้เป็นบวก ในกรณีตราสารสิทธิซื้อ คือราคาสินทรัพย์อ้างอิงอยู่สูงกว่าราคาใช้สิทธิ ส่วนตราสารสิทธิขาย หมายถึง สภาวะที่ราคาสินทรัพย์อ้างอิงอยู่ต่ำกว่าราคาใช้สิทธิ

สถานะที่ไม่ได้และไม่เสียประโยชน์ (At-The-Money) หมายถึง สถานะที่ผู้ถือครองสิทธิไม่ได้แต่ก็ไม่เสียประโยชน์ หรือสภาวะที่ราคาสินทรัพย์อ้างอิงเท่ากับราคาใช้สิทธิ

สถานะที่เสียประโยชน์ (Out-Of-The-Money) หมายถึง สถานะในสิทธิที่ไม่ก่อประโยชน์กับผู้ใช้สิทธิ ในกรณีตราสารสิทธิซื้อ คือ ราคาสินทรัพย์อ้างอิงต่ำกว่าราคาใช้สิทธิ ส่วนตราสารสิทธิขาย คือ ราคาสินทรัพย์อ้างอิงสูงกว่าราคาใช้สิทธิ

2.1.1.3 ฐานะของตราสารสิทธิ

ฐานะซื้อตราสารสิทธิซื้อ (Long Call Position) หมายถึง การที่นักลงทุนเข้าไปซื้อสิทธิซื้อ นักลงทุนต้องจ่ายเงินให้กับผู้ขายตราสารสิทธิซื้อ เพื่อแลกสิทธิในการซื้อสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญา ซึ่งเงินที่จ่ายออกไป เรียกว่า ค่าพรีเมี่ยม (Premium หรือ Price of Option) ณ เวลาที่กำหนดของการใช้สิทธิ ผู้ซื้อสิทธิจะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ ถ้าผู้ซื้อไม่ใช่สิทธิจะมีผลขาดทุนที่จำกัดเท่ากับ ค่าพรีเมี่ยม ของตราสารสิทธิ

ฐานะขายตราสารสิทธิซื้อ (Short Call Position) หมายถึง การที่นักลงทุนเข้าไปขาย สิทธิซื้อให้กับผู้ซื้อตราสารสิทธิซื้อ เมื่อขายสิทธิไปจะได้รับค่าพรีเมี่ยม ซึ่งผู้ขายมีภาระผูกพันต้องขายสินทรัพย์อ้างอิงเมื่อผู้ซื้อตราสารสิทธิซื้อใช้สิทธิซื้อสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญา แต่ถ้าผู้ซื้อไม่ใช้สิทธิ กำไรสูงสุดที่ผู้ขายจะได้รับ คือ ค่าพรีเมียม

ฐานะซื้อตราสารสิทธิขาย (Long Put Position) หมายถึง การที่นักลงทุนเข้าไปซื้อ สิทธิขาย นักลงทุนต้องจ่ายค่าพรีเมี่ยม ให้กับผู้ขายตราสารสิทธิขายเพื่อแลกสิทธิในการขายสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญา ณ เวลาที่กำหนดของการใช้สิทธิ ผู้ซื้อสิทธิจะใช้สิทธิหรือไม่ก็ได้ ถ้าผู้ซื้อไม่ใช่สิทธิจะมีผลขาดทุนจำกัด เท่ากับ ค่าพรีเมี่ยม ของตราสารสิทธิ

ฐานะขายตราสารสิทธิขาย (Short Put Position) หมายถึง การที่นักลงทุนเข้าไปขายสิทธิขายให้กับผู้ซื้อตราสารสิทธิขาย เมื่อขายสิทธิไปจะได้รับค่าพรีเมี่ยม ซึ่งผู้ขายมีภาระผูกพันต้องรับซื้อสินทรัพย์อ้างอิง เมื่อผู้ซื้อตราสารสิทธิขายใช้สิทธิขายสินทรัพย์อ้างอิงภายใต้สัญญา แต่ถ้าผู้ซื้อไม่ใช้สิทธิ กำไรสูงสุดที่ผู้ขายจะได้รับ คือ ค่าพรีเมี่ยม

2.1.1.4 Put - Call Parity

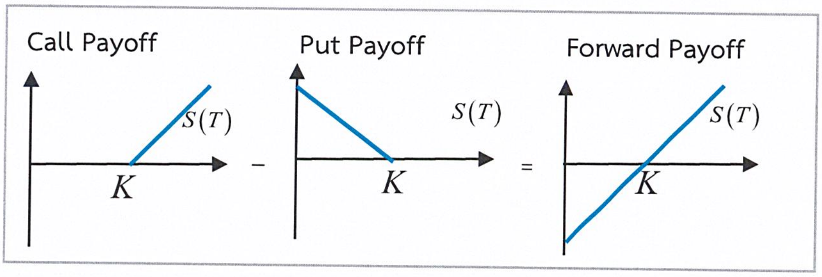
ความสัมพันธ์ Put - Call Parity ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์แบบยุโรประหว่างมูลค่าตราสารสิทธิซื้อ และมูลค่าตราสารสิทธิขาย โดยราคาใช้สิทธิ (Strike Price) และเวลาใช้สิทธิ (Exercise Date) ใช้ได้เมื่อสัญญาถึงกำหนดเท่านั้น พิจารณา Portfolio โดยผู้ออกตราสารสิทธิ ขายตราสารสิทธิ 1 สิทธิ ซื้อตราสารสิทธิซื้อ 1 สิทธิ ซึ่งราคาใช้สิทธิ (K) และเวลาใช้สิทธิ (T) เท่ากัน โดยสามารถอธิบายความสัมพันธ์โดยสมการต่อไปนี้

$$C^E - P^E = S(0) - Ke^{-rT}$$

ซึ่งผลตอบแทนที่ผู้ถือสถานะซื้อกับผู้ถือสถานะขาย จะได้รับจากสัญญาถือสถานะซื้อ (Long Forward Contract) ที่ราคาซื้อขายล่วงหน้า K และเวลาส่งมอบ $t = T$ ผู้ลงทุนจะต้องตัดสินใจว่าจะใช้สิทธิหรือไม่ใช้สิทธิเพราะเป็นเงื่อนไขที่ระบุการจ่ายผลตอบแทนของผู้ถือครอง

$$S(T) \geq K \text{ : Call Option } = S(T) - K \text{ , Put Option } = 0$$
$$S(T) < K \text{ : Put Option } = K - S(T) \text{ , Call Option } = 0$$

ในทั้ง 2 กรณี มีมูลค่าของ Portfolio เท่ากับ $S(T) - K$ ณ วันหมดอายุสัญญาเช่นเดียวกับสถานะซื้อในอนาคต



กราฟที่ 2.1 ผลตอบแทนของสัญญาซื้อขายล่วงหน้า

ทฤษฎีบท 1 (Put - Call Parity) [13]

สำหรับหุ้นที่ไม่มีการจ่ายเงินปันผลได้กล่าวถึงความสัมพันธ์แบบยุโรประหว่างมูลค่าตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขาย โดยราคาใช้สิทธิ K (Exercise Price) เวลาส่งมอบ T (Exercise Time) อธิบายความสัมพันธ์โดยสมการ

$$C^E - P^E = S(0) - Xe^{-rT} \tag{2.1}$$

พิสูจน์ โดยการขัดแย้ง สมมติว่า $C^E - P^E \neq S(0) - Ke^{-rT}$

กรณีที่ 1

$$C^E - P^E > S(0) - Ke^{-rT} \tag{2.2}$$

$$C^E - P^E - S(0) + Ke^{-rT} > 0$$

$t=0$ 1) ซื้อหุ้น 1 หุ้น $S(0)$

2) ซื้อสิทธิขาย P^E

3) ขายสิทธิซื้อ(C^E

มูลค่าที่นำไปลงทุน $C^E - P^E - S(0)$

$t=T$ 1) ผลตอบแทนจากการลงทุนพร้อมดอกเบี้ย

$\left(C^E - P^E - S(0)\right)e^{-rT}$

2) ขายหุ้นในราคาใช้สิทธิ K ปิดสถานะทางการเงิน

ยอดเงินคงเหลือ $\left(C^E - P^E - S(0)\right)e^{-rT} + K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

กรณีที่ 2

$$C^E - P^E < S(0) - Ke^{-rT} \tag{2.3}$$

$$S(0) - Ke^{-rT} - C^E + P^E > 0$$

$t=0$ 1) ยืมหุ้น 1 หุ้น ขาย $S(0)$

2) ขายสิทธิขาย P^E

3) ซื้อสิทธิซื้อ C^E

มูลค่าที่นำไปลงทุน $S(0) - C^E + P^E$.

$t=T$ 1) ผลตอบแทนจากการลงทุนพร้อมดอกเบี้ย

$\left(S(0) - C^E + P^E\right)e^{rT}$

2) ซื้อหุ้นในราคาใช้สิทธิ K คืนหุ้นที่ยืมมาตอนแรก

3) ปิดสถานะทางการเงิน

ยอดเงินคงเหลือ $\left(S(0) - C^E + P^E\right)e^{rT} - K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage) □

ตัวอย่างที่ 1 สมมติว่าหุ้นที่ไม่มีการจ่ายเงินปันผลราคา \$15.60 ต่อหุ้น European Call มีราคาใช้สิทธิ \$15 ต่อหุ้น ซึ่งวันในการใช้สิทธิเพียง 3 เดือน มีการซื้อขายที่ \$ 2.83 อัตราดอกเบี้ย $r = 6.72$ % ประกอบกันอย่างต่อเนื่อง จงหาราคา European Put ที่ราคาใช้สิทธิและวันที่ใช้สิทธิ เหมือนกัน

วิธีทำ Put-Call Parity $C^E - P^E = S(0) - Ke^{-rT}$

$$2.83 - P^E = 15.60 - 15e^{-0.0672\times\frac{3}{12}}$$

$$P^E \cong 1.98$$

ดังนั้น European Put ควรมีค่าเท่ากับ \$1.98

ตัวอย่างที่ 2 European Call and Put Options มีราคาใช้สิทธิ \$ 24 และวันใช้สิทธิ 6 เดือน ราคาให้สิทธิซื้อ \$5.09 และ ราคาให้สิทธิขาย \$ 7.78 ราคาของหุ้นอ้างอิงอยู่ที่ \$ 20.37 และอัตราดอกเบี้ยอยู่ที่ 7.48% จงหาโอกาสในการทำกำไรปราศจากความเสี่ยง

วิธีทำ จากทฤษฎีบท 1 $C^E - P^E = S(0) - Ke^{-rT}$

จะได้ว่า $5.09 - 7.78 = 20.37 - 24e^{-0.0748\times\frac{6}{12}}$

$$-2.69 > -2.75$$

กรณีที่เกิดการละเมิดความสัมพันธ์ Put-Call Parity เป็นไปตาม กรณีที่ 1

$t = 0$ 1) ซื้อหุ้น \$20.37

2) ซื้อสิทธิขาย \$7.78

3) ขายสิทธิซื้อ \$5.09

มูลค่าที่นำไปลงทุน $-20.37 - 7.78 + 5.09 = \$23.06$

$t = 6$ 1) คืนเงินพร้อมดอกเบี้ย $-\$23.94$ ปิดสถานะทางการเงิน

2) ขายหุ้นในราคาใช้สิทธิ \$24

ยอดเงินคงเหลือ $-23.94 + 24 = 0.06 > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

ทฤษฎีบทที่ 2 (Put-Call Parity Estimates) [13]

สำหรับราคาหุ้นของตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน มีราคาการใช้สิทธิที่เหมือนกันคือ K และเวลาหมดอายุคือ T ในหุ้นที่ไม่จ่ายเงินปันผล

$$S(0)-Ke^{-rT} \geq C^A - P^A \geq S(0)-K \tag{2.4}$$

พิสูจน์ โดยการขัดแย้ง

สมมติว่า $S(0)-Ke^{-rT} < C^A - P^A < S(0)-K$ (2.5)

กรณีที่ 1 $S(0)-Ke^{-rT} < C^A - P^A$

$C^E - P^E - S(0) + Ke^{-rT} > 0$

$t=0$ 1) ซื้อหุ้น 1 หุ้น $S(0)$

2) ซื้อสิทธิขาย P^E

3) ขายสิทธิซื้อ C^E

มูลค่าที่นำไปลงทุน $C^E - P^E - S(0)$

$t=T$ 1) ผลตอบแทนจากการลงทุนพร้อมดอกเบี้ย $\left(C^E - P^E - S(0)\right)e^{-rT}$

2) ขายหุ้นในราคาใช้สิทธิ K ปิดสถานะทางการเงิน

ยอดเงินคงเหลือ $\left(C^E - P^E - S(0)\right)e^{rT} + K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

กรณีที่ 2 $C^A - P^A < S(0)-K$

จัดรูปใหม่ได้ $C^A - P^A - S(0) < -K$

$-C^A + P^A + S(0) > K$ (2.6)

$t=0$ 1) ยืมหุ้น 1 หุ้น ขาย $S(0)$

2) ซื้อสิทธิซื้อ C^A

3) ขายสิทธิขาย P^A

มูลค่าที่นำไปลงทุน $S(0) - C^A + P^A$

$t \leq T$ 1) ผลตอบแทนจากการลงทุนพร้อมดอกเบี้ย $\left(S(0) - C^A + P^A\right)e^{rT}$

2) ซื้อหุ้นที่ราคาใช้สิทธิ K คืนหุ้นที่ยืมมาตอนแรก

3) ปิดสถานะทางการเงิน

ยอดเงินคงเหลือ $\left(S(0) - C^A + P^A\right)e^{rT} - K$

จากอสมการ (2.3) $-C^A + P^A + S(0) > K$ จะได้ความสัมพันธ์ใหม่ดังนี้

$$\left(-C^A + P^A + S(0)\right)e^{rT} - K > Ke^{rT} - K \geq 0$$ □

ในการแสวงหาผลกำไรไร้ความเสี่ยงภายใต้ความสัมพันธ์ Put - Call Parity โดยใช้ตราสารสิทธิแบบยุโรป ส่วนความสัมพันธ์ Put - Call Parity Estimates ใช้ตราสารสิทธิแบบอเมริกัน ซึ่งทั้งสองต่างกันเรื่องของเวลาใช้สิทธิ

2.1.1.5 ขอบเขตราคาตราสารสิทธิ (Bounds on Option Prices)

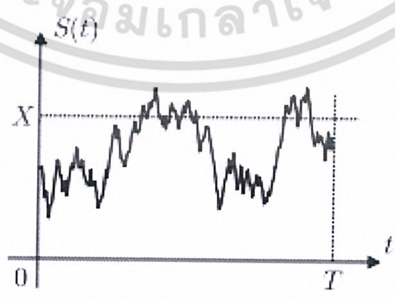
$$C^E \le C^A, P^E \le P^A \tag{2.7}$$

สำหรับตราสารสิทธิแบบยุโรปและตราสารสิทธิแบบอเมริกัน ที่มีราคาใช้สิทธิ X และวันหมดอายุตราสาร T เดียวกัน จาก**ราคาค่าพรีเมี่ยม (Premium)** ของตราสารสิทธิหรือมูลค่าของตราสารสิทธิ (Options Value) = มูลค่าที่แท้จริง (Intrinsic Value) + มูลค่าอันเกิดจากเวลา (Time Value) ซึ่ง

มูลค่าที่แท้จริง (Intrinsic Value) เป็นมูลค่าที่เกิดจากการที่ ราคาสินทรัพย์อ้างอิงสูงหรือต่ำกว่าราคาใช้สิทธิในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงของตราสารสิทธิทำให้เกิดประโยชน์จากการใช้สิทธิ

มูลค่าอันเกิดจากเวลา (Time Value) เป็นมูลค่าที่เกิดจากการที่ผู้ถือตราสารสิทธิ มีระยะเวลาในการรอลุ้นให้ราคาของสินทรัพย์อ้างอิงเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่ต้องการหรือเกิดจากการที่ผู้ถือตราสารสิทธิสามารถชะลอการตัดสินใจในเรื่องของการใช้สิทธิออกไปในอนาคตได้

ดังนั้นมูลค่าของตราสารสิทธิแบบอเมริกัน (American Option) ยิ่งมีค่าสูงขึ้นเมื่อระยะเวลาใช้สิทธิยาวนานมากขึ้น เนื่องจากผู้ถือตราสารสิทธิแบบยุโรป (European Option) ไม่สามารถใช้สิทธิได้ตลอดเวลาต้องใช้ ณ วันสุดท้ายของอายุสิทธิเท่านั้น จึงทำให้อสมการ (2.7) ราคาของตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายแบบยุโรปน้อยกว่าของราคาตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน



รูปที่ 2.1 ผลตอบแทนของตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันและตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป

ที่มา: Capinski, M. and Zastawniak, T. [13]

รูปนี้แสดงถึงราคาหุ้นซึ่งผลตอบแทนที่ได้ของตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปเป็นศูนย์ ณ เวลาใช้สิทธิ T แต่ผลตอบแทนของตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันจะเป็นบวกถ้าตราสารสิทธิมีเวลาใช้สิทธิที่ $t<T$ เมื่อราคาหุ้น $S(t)$ สูงกว่าราคาใช้สิทธิ K ราคาของตราสารสิทธิซื้อประเภทนี้เป็นไปได้ที่จะได้กำไรในอนาคตโดยไม่มีหนี้สินและตราสารสิทธิขายก็จะไม่มีค่าเป็นลบ

ดังนั้น ขอบเขตราคาของตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายด้านต่ำสุด (Lower Bound) จึงเป็นศูนย์ เพราะฉะนั้น

$$C^E \geq 0, P^E \geq 0 \tag{2.8}$$

ขอบเขตนี้เป็นจริงสำหรับราคาของตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายแบบอเมริกันเช่นเดียวกัน เนื่องจาก ณ วันหมดอายุของตราสารสิทธิซื้อ ถ้ามูลค่าของสินทรัพย์อ้างอิงสูงกว่าราคาใช้สิทธิ $\left(S(t)>K\right)$ ผู้ถือสิทธิจะใช้สิทธิซื้อโดยการได้รับสินทรัพย์อ้างอิงแลกกับการชำระเงินเท่ากับราคาสิทธิ ซึ่งผลตอบแทนของผู้ใช้สิทธิมีค่าเท่ากับส่วนต่างของมูลค่าสินทรัพย์กับราคาใช้สิทธิ $\left(S(t)-K\right)$ แต่ถ้ามูลค่าของสินทรัพย์อ้างอิงต่ำกว่าราคาใช้สิทธิ $\left(S(t)<K\right)$ ส่วนต่างของมูลค่าสินทรัพย์อ้างอิงและราคาใช้สิทธิมีค่าเป็นลบ ผู้ถือครองสิทธิสามารถปล่อยให้สิทธิหมดอายุไปโดยไม่ใช้สิทธิ ซึ่งมูลค่าของสิทธิ ณ วันหมดอายุจะมีค่าเท่ากับศูนย์สูงกว่าค่าติดลบจากการใช้สิทธิ มูลค่าของตราสารสิทธิเกือบตลอดเวลาเป็นบวกยกเว้นบางสถานการณ์พิเศษ เช่น $C^E=0$ สำหรับตราสารสิทธิซื้อที่มีราคาใช้สิทธิ $K=120$ ดอลลาร์ เมื่อหุ้นอ้างอิงซื้อขายที่ราคา 100 ดอลลาร์ หนึ่งวันก่อนการใช้สิทธิและการเคลื่อนไหวของราคาในแต่ละวันถูกจำกัดด้วยกฎของตลาดหลักทรัพย์ที่ $\pm 10\%$

ตราสารสิทธิแบบยุโรป (European Options)

ขอบเขตสูงสุดของราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป

ตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปให้สิทธิแก่ผู้ถือ ซื้อสินทรัพย์อ้างอิงในราคาที่ตกลงกันไว้แล้วล่วงหน้าซึ่งไม่ว่าในกรณีใด ตราสารสิทธิซื้อจึงไม่ควรมีราคามากกว่าราคาสินทรัพย์อ้างอิง จึงถือว่าราคาของสินทรัพย์อ้างอิงเป็นขอบเขตสูงสุดของราคาตราสารสิทธิ หรือ

$$C^E \leq S(0) \tag{2.9}$$

สมมติ ให้ความสัมพันธ์นี้ในทางตรงกันข้าม คือ $C^E > S(0)$

$t=0$ 1) ขายสิทธิซื้อ C^E นำเงินไปซื้อหุ้น $S(0)$

2) จาก $C^E > 0, C^E - S(0) > 0$

ได้กำไร ไปลงทุนได้เงิน $+\left(C^E - S(0)\right)e^{rT}$

$t = T$ 1) ส่งมอบหุ้น ได้เงิน $+\min\left(S(t), K\right)$ ตามสัญญา Call Option Payoff

$=\left(C^E - S(0)\right)e^{rT} + \min\left(S(t), K\right) > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

ได้ว่า $C^E \le S(0)$ เป็นจริง

ขอบเขตต่ำสุดของราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป

$$C^E \ge S(0) - Ke^{-rT} \tag{2.10}$$

พิจารณาจากการลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์ 2 กลุ่มหลักทรัพย์

กลุ่มการลงทุนที่ 1 ซื้อตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปที่ให้สิทธิในการซื้อหุ้น 1 หุ้น และถือเงินสดจำนวนหนึ่งซึ่งมีมูลค่า Ke^{-rT}

กลุ่มการลงทุนที่ 2 ซื้อหุ้นสามัญที่อ้างอิง 1 หุ้น

ตารางที่ 2.1 การลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์สำหรับตราสารสิทธิซื้อ

การลงทุน	$S(t) \le K$	$S(t) > K$
กลุ่มการลงทุนที่ 1 : $C^E + Ke^{-rT}$	$0 + K$	$S(t) - K + K$
กลุ่มการลงทุนที่ 2 : $S(0)$	$S(t)$	$S(t)$

จะเห็นว่ากลุ่มการลงทุนที่ 1 มีผลตอบแทนสูงกว่าหรือเท่ากับกลุ่มการลงทุนที่ 2 เสมอสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$C^E + Ke^{-rT} \ge S(0)$$

จะได้ $C^E \ge S(0) - Ke^{-rT}$

ขอบเขตสูงสุดของราคาตราสารสิทธิขายแบบยุโรป

$$P^E \le Ke^{-rT} \tag{2.11}$$

ซึ่ง $P^E \ge 0$ ที่ให้สิทธิแก่ผู้ถือในการขายสินทรัพย์อ้างอิงในราคาใช้สิทธิ ไม่ว่าราคาของสินทรัพย์อ้างอิงจะมีการปรับตัวลดลงเพียงใดก็ตาม ตราสารสิทธิขายดังกล่าวจะต้องมีมูลค่าไม่เกินไปกว่าราคาใช้สิทธิ $P^E \le K$ ณ วันหมดอายุการใช้สิทธิ ราคาของตราสารสิทธิขายแบบยุโรป จะต้องไม่เกินไปกว่าราคาใช้สิทธิ ดังนั้น ราคาตราสารสิทธิขายในปัจจุบันจึงไม่ควรจะมากกว่ามูลค่าปัจจุบันของราคาใช้สิทธิ K

พิสูจน์ โดยสมมติในทางตรงกันข้าม $P^E > Ke^{-rT}$

กรณีที่ 1 P^E ถูกใช้สิทธิ $\left(S(t) \le K\right)$

$t = 0$ 1) ขายสิทธิขาย P^E

2) ไปลงทุน ได้เงิน $+K$

$t = T$ 1) รับซื้อหุ้นตามสัญญา ขาดทุน $-\left(K - S(t)\right)$

ผลตอบแทน $K - \left(K - S(t)\right) = S(t) > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

กรณีที่ 2 P^E ไม่ถูกใช้สิทธิ $\left(S(t) > K\right)$

$t = 0$ 1) ขายสิทธิขาย P^E

2) ไปลงทุน ได้เงิน $+K$

$t = T$ 1) ปิดสถานะ

ผลตอบแทน $K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage) □

ได้ว่า $P^E \le Ke^{-rT}$

ขอบเขตต่ำสุดของราคาตราสารสิทธิขายแบบยุโรป

$$P^{E} \geq S(0) - Ke^{-rT} \tag{2.12}$$

พิจารณาจากการลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์ 2 กลุ่มหลักทรัพย์

กลุ่มการลงทุนที่ 1 ซื้อตราสารสิทธิขายแบบยุโรปที่ให้สิทธิในการขายหุ้น 1 หุ้น และซื้อหุ้นสามัญที่อ้างอิง 1 หุ้น

กลุ่มการลงทุนที่ 2 ถือเงินสดจำนวนหนึ่งซึ่งมีมูลค่า Ke^{-rT}

ตารางที่ 2.2 การลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์สำหรับตราสารสิทธิขาย

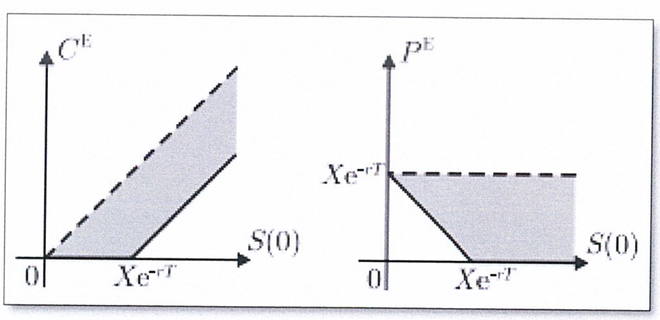
การลงทุน	$S(t) \leq K$	$S(t) > K$
กลุ่มการลงทุนที่ 1 : $P^{E} + S(0)$	$K - S(t) + S(t)$	$0 + S(t)$
กลุ่มการลงทุนที่ 2 : Ke^{-rT}	K	K

จะเห็นว่ากลุ่มการลงทุนที่ 1 มีผลตอบแทนสูงกว่าหรือเท่ากับกลุ่มการลงทุนที่ 2 เสมอ สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P^{E} + S(0) \geq Ke^{-rT}$$

จะได้ $P^{E} \geq -S(0) + Ke^{-rT}$

ผลลัพธ์นี้เป็นข้อสรุปและแสดงในกราฟที่ 2.3 พื้นที่แรเงาสอดคล้องกับราคาตราสารสิทธิที่ผลตอบแทนเป็นไปตามขอบเขต



รูปที่ 2.2 ขอบเขตราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปและราคาตราสารสิทธิขายแบบยุโรป

ที่มา: Capinski, M. and Zastawniak, T. [13]

ข้อเสนอ 1 ราคาของตราสารสิทธิแบบยุโรปในหุ้นที่ไม่จ่ายเงินปันผล อสมการคือ

$$\max\left\{0, S(0) - Ke^{-rT}\right\} \le C^E < S(0)$$

เนื่องจากตราสารสิทธิซื้อจะมีราคาต่ำสุดเป็นศูนย์ ในกรณีที่ไม่มีการใช้สิทธิ ดังนั้นราคาของตราสารสิทธิซื้อต้องมากกว่าศูนย์ นั่นคือ $C^E \ge 0$

ราคาของตราสารสิทธิขายแบบยุโรปในหุ้นที่ไม่จ่ายเงินปันผล อสมการคือ

$$\max\left\{0, S(0) + Ke^{-rT}\right\} \le P^E < Ke^{-rT}$$

เนื่องจากตราสารสิทธิขายจะมีราคาต่ำสุดเป็นศูนย์ ในกรณีที่ไม่มีการใช้สิทธิ ดังนั้นราคาของตราสารสิทธิขายต้องมากกว่าศูนย์ นั่นคือ $P^E \ge 0$

ราคาของตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปในหุ้นที่จ่ายเงินปันผล คือ

$$\max\left\{0, S(0) - div_0 - Ke^{-rT}\right\} \le C^E < S(0) - div_0$$

ราคาของตราสารสิทธิขายแบบยุโรปในหุ้นที่จ่ายเงินปันผล คือ

$$\max\left\{0, -S(0) + div_0 + Ke^{-rT}\right\} \le P^E < Ke^{-rT}$$

หุ้นที่ไม่จ่ายเงินปันผลของราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปและราคาตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันพิจารณาราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปและราคาตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกัน ที่มีราคาใช้สิทธิ K และวันหมดอายุ T เดียวกัน จาก $C^A \ge C^E$ เนื่องจากตราสารสิทธิแบบอเมริกัน มีราคามากกว่าตราสารสิทธิแบบยุโรป

ถ้าหุ้นไม่จ่ายเงินปันผล แล้ว $C^E \ge S(0) - Ke^{-rT}$ ตามข้อเสนอและ $C^A > S(0) - K$ ถ้า $r > 0$ เพราะตราสารสิทธิแบบอเมริกัน ให้ผลตอบแทนที่มากกว่าเมื่อถูกใช้สิทธิเร็วกว่าที่เวลา $t = 0$ สำหรับตราสารสิทธิแบบอเมริกันสามารถให้เหตุผลเดียวกันกับตราสารสิทธิแบบยุโรปได้ คือจะไม่มีการใช้สิทธิก่อนวันหมดอายุ เช่นนั้นตราสารสิทธิแบบอเมริกันควรมีค่าเท่ากันกับตราสารสิทธิแบบยุโรป

ทฤษฎีบทที่ 3 [13] หุ้นทุนที่ไม่จ่ายเงินปันผลของราคาตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรปและตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันได้ว่า $C^A = C^E$ เมื่อมีราคาใช้สิทธิ K และวันหมดอายุ T เดียวกัน

พิสูจน์ จาก $C^A \geq C^E$ สมมติให้ $C^A > C^E$

กรณีที่ 1 C^A **ถูกใช้สิทธิ**

$t = 0$ 1) ขาย American Call Option แล้วซื้อ European Call Option

2) จาก $C^A > C^E; C^A - C^E > 0$ ได้กำไร

ไปลงทุนในหลักทรัพย์ ได้ $+\left(C^A - C^E\right)e^{rT}$

$t < T$ 1) ยืมหุ้นและส่งมอบหุ้น ได้เงิน K ตามราคาใช้สิทธิ

2) นำเงินไปลงทุน ได้ $+Ke^{r(T-t)}$

$t = T$ 1) ใช้สิทธิ European call ซื้อหุ้น $-K$

2) คืนหุ้นที่ยืม ปิดสถานะ

ผลตอบแทนที่ได้ $\left(C^A - C^E\right)e^{rT} + Ke^{r(T-t)} - K$

เนื่องจาก $C^A > C^E$ ได้ว่า $\left(C^A - C^E\right)e^{rT} > 0$

$$Ke^{r(t-T)} - K = K\left(e^{r(T-t)} - 1\right)$$

$K > 0$ และ จาก $T \geq t; T - t > 0, e \approx 2.718$ ได้ $e^{r(T-t)} \geq 1$

จะได้ $e^{r(T-t)} - 1 \geq 0$

ได้ว่า $Ke^{r(t-T)} - K \geq 0$

ผลตอบแทนที่ได้ $\left(C^A - C^E\right)e^{rT} + Ke^{r(T-t)} - K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

กรณี 2 C^A **ไม่ถูกใช้สิทธิ**

$t = 0$ 1) ขาย American Call Option แล้วซื้อ European Call Option

2) จาก $C^A > C^E; C^A - C^E > 0$ ได้กำไร

ไปลงทุนในหลักทรัพย์ ได้ $+\left(C^A - C^E\right)e^{rT}$

$t = T$ 1) ปิดสถานะซื้อและขาย

ผลตอบแทน $\left(C^A - C^E\right)e^{rT} > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage) □

พิสูจน์ได้ว่า

$$C^A = C^E \tag{2.13}$$

จากบททฤษฎี อาจจะขัดแย้งกับความรู้สึกในครั้งแรก ขณะที่ราคาใช้สิทธิของตราสารสิทธิแบบอเมริกัน ให้ผลตอบแทนเป็น $S(t) - K$ ถ้า $S(t) > K$ ณ เวลา $t < T$ จะไม่ใช้ตราสารสิทธิแบบ

ยุโรปเพราะไม่สามารถใช้ราคาใช้สิทธิ ณ เวลา $t<T$ ได้ ดังนั้น อาจจะเป็นตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกัน ซึ่งสามารถให้ค่าที่มากกว่าตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป ถึงแม้ว่าจะไม่เกิดข้อขัดแย้ง ตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป ไม่สามารถใช้ราคาใช้สิทธิ ณ เวลา $t<T$ แต่สามารถขายได้ราคาต่ำสุดคือ $S(t)-K$

ตราสารสิทธิแบบอเมริกัน (American Option)

พิจารณาตราสารสิทธิหุ้นทุนที่ไม่จ่ายเงินปันผล ในรูปแบบนี้ราคาตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันเท่ากับตราสารสิทธิซื้อแบบยุโรป $C^A = C^E$ จากบททฤษฎี ทั้งสองให้ค่าขอบเขตเท่ากัน สำหรับตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน จะได้ว่า

ขอบเขตต่ำสุดของราคาตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน คือ

$$-S(0)+K \le P^A \tag{2.14}$$

เนื่องจาก P^A จะต้องไม่น้อยกว่าผลตอบแทนสำหรับตราสารสิทธิ ณ เวลา 0

พิสูจน์ สมมติให้ $P^A < -S(0)+K$

$t=0$ 1) ซื้อ American Put Option $-P^A$

2) ซื้อหุ้น $-S(0)$

3) ใช้สิทธิขายหุ้น เพื่อปิดสถานะ ได้เงิน K

ผลตอบแทน $-P^A - S(0)+K$

เนื่องจาก $P^A < -S(0)+K; -P^A - S(0)+K > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage) □

พิสูจน์ได้ว่า $-S(0)+K \le P^A$

ขอบเขตสูงสุดของราคาตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน คือ

$$P^A < K \qquad (2.15)$$

พิสูจน์ โดยเงื่อนไข Contradiction

ให้ $P^A \geq K$

กรณี 1 P^A **ถูกใช้สิทธิ**

$t=0$ 1) ขาย P^A

2) ไปลงทุนได้ $+P^A e^{rT}$

$t=T$ 1) รับซื้อหุ้นตามสัญญา $-K$

2) นำหุ้นไปขายได้ $+S(t)$

ผลตอบแทน $P^A e^{rT} - K + S(t)$

เนื่องจาก $P^A \geq K$ ได้ว่า $P^A e^{rT} - K > 0$ และ $S(\mathrm{t}) > 0$

ผลตอบแทน $P^A e^{rT} - K + S(\mathrm{t}) > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage)

กรณี 2 P^A **ไม่ถูกใช้สิทธิ**

$t=0$ 1) ขาย P^A

2) ไปลงทุนได้ $+P^A e^{rT}$

$t=T$ 1) ปิดสถานะขาย

ผลตอบแทน $P^A e^{rT} > 0$

ดังนั้น เกิดการค้ากำไรปราศจากความเสี่ยง (Arbitrage) □

พิสูจน์ได้ว่า $P^A < K$

ในความจริงแล้ว ถ้า $P^A \geq K$ จะเกิดการ Arbitrage จากการขายตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน และลงทุนในจำนวนอัตราดอกเบี้ย r ถ้าตราสารสิทธิขายมีราคาใช้สิทธิ ณ เวลา $t \leq T$ ดังนั้นขอบเขตราคาหุ้นสินทรัพย์อ้างอิง (Underlying) จะมีค่าสำหรับซื้อ K และสามารถขาย $S(t)$ ได้หมด ค่าสมดุลเงินสดจะเป็นบวกเสมอ $P^A e^{rT} - K + S(t) > 0$ ถ้าตราสารสิทธิไม่มีราคาใช้สิทธิในทุกเวลา ค่าสมดุลเงินสดสุดท้ายจะไม่เป็นบวก $P^A e^{rT} > 0$ ณ วันหมดอายุ

ข้อเสนอ 2

หุ้นทุนที่ไม่จ่ายเงินปันผลของราคาตราสารสิทธิซื้อแบบอเมริกันและตราสารสิทธิขายแบบอเมริกัน อสมการ คือ

$$\max\{0, S(0) - Ke^{-rT}\} \le C^A < S(0),$$
$$\max\{0, -S(0) + K\} \le P^A < K$$

พิจารณาตราสารสิทธิที่สินทรัพย์อ้างอิง คือ หุ้นทุนที่จ่ายเงินปันผล ขอบเขตต่ำสุดของตราสารสิทธิแบบยุโรป คือ

$$S(0) - div_0 - Ke^{-rT} \le C^E \le C^A \text{ และ } -S(0) + div_0 + Ke^{-rT} \le P^E \le P^A$$

แต่เพราะว่าราคาตราสารสิทธิแบบอเมริกันไม่สามารถให้ผลตอบแทนน้อยกว่าทุกเวลาได้ จึงเป็น $S(0) - K \le C^A$ และ $K - S(0) \le P^A$ ยิ่งไปกว่านั้น ขอบเขตค่าสูงสุดของ $C^A < S(0)$ และ $P^A < X$ สามารถให้ลักษณะเดียวกันกับหุ้นทุนที่ไม่จ่ายเงินปันผล ทั้งหมดสามารถสรุปได้ดังนี้

$$\max\{0, S(0) - div_0 - Ke^{-rT}, S(0) - K\} \le C^A < S(0)$$
$$\max\{0, -S(0) + div_0 + Ke^{-rT}, -S(0) + K\} \le P^A < K$$

2.1.2 TFEX

บมจ. ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าฯ เป็นหน่วยงานที่อาสาเข้ามาเป็นผู้บุกเบิกตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าทางการเงินในประเทศไทยเพื่อเป็นจักรกลในการพัฒนาความก้าวหน้าของตลาดทุนในไทยให้เติบโตไปอย่างต่อเนื่อง โดย บมจ. ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าฯ กำหนดพันธกิจของการดำเนินธุรกิจโดยมุ่งสู่การเป็นตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าชั้นนำในอาเซียน *[2]*

ลักษณะการดำเนินงาน

บมจ. ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าฯ เป็นศูนย์กลางการซื้อขายอนุพันธ์เกี่ยวกับตราสารทุน ตราสารหนี้ และสินค้าโภคภัณฑ์ประเภทอื่น ๆ ภายใต้พระราชบัญญัติสัญญาซื้อขายล่วงหน้าฯ โดยมีสำนักงานคณะกรรมการ ก.ล.ต. เป็นหน่วยงานกำกับดูแล สินค้าที่สามารถจัดให้มีการซื้อขายได้ตามที่กำหนดในพระราชบัญญัติสัญญาซื้อขายล่วงหน้า พ.ศ.2546 คือ ฟิวเจอร์ (Futures) ตราสารสิทธิ (Options) และตราสารสิทธิบนสัญญาฟิวเจอร์ (Options on Futures) ของสินทรัพย์อ้างอิงประเภทต่างๆ ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้ามีเป้าหมายหลักในการดำเนินธุรกิจ โดยมุ่งเน้นให้เกิดคุณค่าและประโยชน์แก่ผู้ลงทุนและผู้ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1) เป็นศูนย์กลางการซื้อขายอนุพันธ์ที่มีมาตรฐานและมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้ลงทุนและผู้ประกอบการในธุรกิจสามารถใช้เป็นเครื่องมือบริหารความเสี่ยงในการบริหารเงินลงทุนและธุรกิจของตนได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีต้นทุนที่สมเหตุสมผลเป็นทางเลือกของการลงทุนภายใต้ระบบการซื้อขายที่มีความยุติธรรม โปร่งใส และมีสภาพคล่อง รวมทั้งมั่นใจในระบบการชำระราคาสำหรับทุกธุรกรรมที่เกิดขึ้นในตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้า โดยจะมีสำนักหักบัญชีที่มีความมั่นคงเป็นคู่สัญญา
2) ให้ผู้ลงทุนมีแหล่งข้อมูลที่สะท้อนความคาดหวังของผู้ที่อยู่ในตลาดที่มีต่อราคาหลักทรัพย์ในอนาคต ส่งผลให้ผู้ลงทุนและผู้ประกอบการสามารถวางแผนการดำเนินงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ [2]

สินค้า (Product)

บมจ. ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าฯ วางกลยุทธ์โดยการจัดให้มีสินค้าหรืออนุพันธ์ที่มีคุณภาพและสอดคล้องกับความต้องการของกลุ่มผู้ลงทุนให้มีประเภทและชนิดของอนุพันธ์ที่มีความหลากหลาย เป็นประโยชน์และเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมทางเศรษฐกิจและการเงินของประเทศ รวมทั้งสามารถตอบสนองความต้องการของผู้ใช้ในการบริหารความเสี่ยงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าเปิดดำเนินงานโดยจัดให้มีการซื้อขายฟิวเจอร์ที่อ้างอิงกับดัชนีราคาหลักทรัพย์ SET50 (SET50 Index Futures)

เป็นสินค้าลำดับแรกในวันที่ 28 เมษายน พ.ศ.2549 จากนั้น ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าได้มีการพัฒนาสินค้าอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้มีความหลากหลายของสินค้าครอบคลุมตลาดเงินและตลาดทุนมากขึ้น เช่น Stock Futures, Gold Futures, Interest Rate Futures, USD Futures, Rubber Futures และ SET50 Index Options อีกทั้งยังมีการจัดบริการเกี่ยวกับการซื้อขายให้เป็นไปตามพัฒนาการของตลาดในต่างประเทศและเป็นไปตามแนวทางสากลมากขึ้น เช่น การให้บริการซื้อขายแบบรายใหญ่ (Block Trading Transaction) และการขยายเวลาซื้อขาย (Extended Trading Hours) [2]

2.1.3 SET

SET or The Stock Exchange of Thailand ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย เป็นตลาดหลักทรัพย์ของประเทศไทย จัดตั้งขึ้นโดยพระราชบัญญัติตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย พ.ศ.2517 อยู่ภายใต้การกำกับดูแลโดยสำนักงานคณะกรรมการกำกับหลักทรัพย์และตลาดหลักทรัพย์ (ก.ล.ต.) เปิดทำการซื้อขายขึ้นอย่างเป็นทางการครั้งแรกในวันที่ 30 เมษายน พ.ศ. 2518 ทำหน้าที่เป็นตลาดรองเพื่อแลกเปลี่ยนซื้อขายตราสารทุน ของบริษัทต่างๆ ที่ขึ้นทะเบียนไว้ และ เพื่อให้สามารถระดมเงินทุนเพิ่มเติมจากสาธารณะได้โดยสะดวก ปัจจุบันการดำเนินงานของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย อยู่ภายใต้พระราชบัญญัติหลักทรัพย์และตลาดหลักทรัพย์ พ.ศ. 2535 เวลาทำการของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยคือวันจันทร์ถึงวันศุกร์ มี 2 ช่วงคือ ช่วงเช้า 10.00 น. - 12.30น. ช่วงบ่าย 14.30 น. - 16.30 น. และหยุดตามวันหยุดของทางราชการ [3,6]

SET Index หรือ ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย คือ ดัชนีที่สะท้อนความเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์ทั้งหมด โดยคำนวณจากหุ้นสามัญจดทะเบียนทุกตัวในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (รวมหน่วยลงทุนของกองทุนรวมอสังหาริมทรัพย์ที่จดทะเบียนในตลาดหลักทรัพย์) ยกเว้นหุ้นที่ถูกขึ้นเครื่องหมาย SP เกิน 1 ปี ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์คำนวณโดยใช้วิธีถ่วงน้ำหนักด้วยมูลค่าตามราคาตลาด (Market Capitalization weighted) ด้วยการเปรียบเทียบมูลค่าตลาดในวันปัจจุบันของหลักทรัพย์ (Current Market Value) กับมูลค่าตลาดหลักทรัพย์ในวันฐานของหลักทรัพย์ (Base Market Value) คือ วันที่ 30 เมษายน พ.ศ.2518 ซึ่งดัชนีมีค่าเริ่มต้นที่ 100 จุด [3]

SET50 คือ หุ้นสามัญ 50 ตัวที่มีมูลค่าตลาดสูงและการซื้อขายมีสภาพคล่องสูงอย่างสม่ำเสมอ โดยตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย จะปรับปรุงและประกาศทุกๆ 6 เดือน [3]

SET50 Index คือ ดัชนีราคาหุ้นที่ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยจัดทำขึ้นอีกตัวหนึ่ง เพื่อใช้แสดงระดับและความเคลื่อนไหวของราคาหุ้นสามัญ 50 ตัวที่มีมูลค่าตลาดสูงและการซื้อขายมีสภาพคล่องสูงอย่างสม่ำเสมอ เป็นดัชนีประเภท composite index มีสูตรและวิธีการคำนวณเป็นเช่นเดียวกับการคำนวณ SET Index แต่ใช้วันที่ 16 สิงหาคม พ.ศ.2538 เป็นวันฐาน และ

กำหนดค่าดัชนีเริ่มต้นที่ 1000 จุด [3]

SET100 Index คือ ดัชนีตัวใหม่ของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ที่ใช้วัดระดับราคาของหลักทรัพย์เหมือนกับ SET Index และSET50 Index แต่ SET Index วัดราคาของหลักทรัพย์ทุกตัวในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ส่วน SET50 Index วัดเฉพาะหลักทรัพย์จำนวนแค่ 50 ตัวเท่านั้น ซึ่ง SET100 Index เพิ่มจำนวนหลักทรัพย์ขึ้นมาเป็น 100 ตัว [3]

SETHD หรือ SET High Dividend 30 Index คือ ดัชนีสะท้อนความเคลื่อนไหวราคาหลักทรัพย์ของบริษัทจดทะเบียนจำนวน 30 แห่ง ที่มีมูลค่าตามราคาตลาดสูง (Market Capitalization) มีสภาพคล่องการซื้อขายสูงอย่างสม่ำเสมอ และมีการจ่ายเงินปันผลสูงต่อเนื่อง ซึ่งตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยได้เปิดตัวดัชนีชุดนี้เมื่อวันที่ 4 กรกฎาคม พ.ศ.2554 [3]

SET50 Index Options คือ สัญญาซื้อขายล่วงหน้าที่ผู้ซื้อได้สิทธิในการ “ซื้อ” หรือได้รับสิทธิในการ “ขาย” ดัชนี SET50 จากผู้ขายในเงื่อนไขและราคาที่ตกลงกันไว้ในสัญญา Options หรือที่เรียกว่า ราคาใช้สิทธิ (Exercise Price) มีจุดเด่นที่สามารถใช้สร้างกลยุทธ์ทำกำไรได้ สามารถนำมาผสมผสานกับ Futures หรือหุ้นเพื่อออกแบบกลยุทธ์ลงทุนในทุกสภาวะตลาด เป็นรูปแบบการลงทุนที่เสี่ยงน้อยกว่า Futures เนื่องจากใช้เงินลงทุนน้อยกว่า SET50 Index Options เปิดซื้อขายในตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าเมื่อวันที่ 29 ตุลาคม พ.ศ.2550 [2]

ประโยชน์ของการลงทุนใน SET50 Index Options

1) ช่วยเพิ่มผลตอบแทนจากการลงทุน
2) ช่วยลดความเสี่ยงจากการลงทุนของระดับราคาสินทรัพย์อ้างอิง
3) เป็นทางเลือกในการลงทุนที่ให้อัตราผลตอบแทนสูง
4) เครื่องมือช่วยประวิงเวลาการตัดสินใจซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิง

ตารางที่ 2.3 ลักษณะสัญญาในการซื้อ – ขาย SET50 Index Options [3]

หัวข้อ	ลักษณะของสัญญา
สินค้าอ้างอิง	ดัชนี SET50 ที่คำนวณและเผยแพร่โดยตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย
ชื่อย่อสัญญา	S50C : Call Options,S50P : Put Option
ตัวคูณดัชนี	200 บาท ต่อ 1 จุดดัชนี
เดือนที่สัญญาสิ้นอายุ	ทุกสิ้นไตรมาส ได้แก่ เดือน มีนาคม มิถุนายน กันยายน และธันวาคม
ประเภทใช้สิทธิ	ใช้สิทธิได้เมื่อสัญญาถึงกำหนดเท่านั้น (European)
ราคาใช้สิทธิ	- ให้ช่วงห่างของราคาใช้สิทธิเท่ากับ 25 จุด - ในช่วงเริ่มต้นของทุกวันทำการ กำหนดให้มี Options Series ต่อไปนี้ At-the-money จำนวน 1 series, In-the-money และ Out-of-the-money จำนวนอย่างละไม่น้อยกว่า 2 series
ช่วงราคาซื้อขายขั้นต่ำ	0.1 จุด (คิดเป็น 20 บาทต่อสัญญา)
ช่วงการเปลี่ยนแปลงของราคาสูงสุดในแต่ละวัน	± 30% ของราคาปิดของดัชนี SET50 ล่าสุด
เวลาซื้อขาย	Pre-open: 09:15 น. – 09:45 น. Morning session: 09:45 น. – 12:30 น. Pre-open: 13:45 น. – 14:15 น. Afternoon session: 14:15 น. – 16:55 น.
การกำจัดฐานะ	ห้ามมีฐานะสุทธิรวมใน SET50 Index Futures และ SET50 Index Option เมื่อคำนวณฐานะเทียบเท่ากับฐานะใน SET50 Index Futures ในเดือนใดเดือนหนึ่งหรือทุกเดือน รวมกันเกิน 100,000 สัญญา
วันซื้อขายวันสุดท้าย	วันทำการก่อนวันทำการสุดท้ายของเดือนที่สัญญาสิ้นสุดอายุ โดยสัญญาที่ครบอายุจะสิ้นสุดการซื้อขายในเวลา 16:30 น.
ราคาที่ใช้ชำระราคาในวันซื้อขายวันสุดท้าย	ค่าเฉลี่ยของดัชนี SET50 ในวันซื้อขายวันสุดท้าย โดยคำนวณจากค่าดัชนี SET50 ในช่วง 15 นาทีสุดท้ายและค่าดัชนีราคาปิดของวันนั้น โดยตัดค่าที่มากที่สุด 3 ค่า และค่าที่น้อยที่สุด 3 ค่าออก และ ใช้ค่าทศนิยม 2 ตำแหน่ง
วิธีการส่งมอบ/ชำระราคา	ชำระราคาเป็นเงินสด
ค่าธรรมเนียมการซื้อขายและชำระราคา	5 บาทต่อสัญญา โดยเรียกเก็บจากทั้งผู้ซื้อและผู้ขาย
ค่าธรรมเนียมนายหน้าซื้อขาย	ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าไม่มีกำหนดเรื่องค่าธรรมเนียมนายหน้าการซื้อขาย อัตราค่าธรรมเนียมสามารถต่อรองได้เสรี

2.1.4 แบบจำลองแบล็คโชลส์ (Black Scholes Model)

2.1.4.1 การปรับอัตราดอกเบี้ยและความผันผวน

พิจารณาหุ้นที่มีราคาเริ่มต้น S_0 ในหุ้นนี้เรามีสัญญาสิทธิขาย หมดอายุที่เวลา T (ปี) และมีราคาใช้สิทธิ K แบ่งเวลาการใช้สิทธิ 0 และ T เข้าสู่ N ขั้นตอน เพื่อให้แต่ละขั้นตอนสอดคล้องกับช่วงระยะเวลาที่ $\frac{T}{N}$ ต้องการสร้างโมเดลแบบทวินามที่มี N ขั้นตอน ระหว่างเวลา 0 และ T เพื่อลดความซับซ้อนของการคำนวณ และให้ความเสี่ยงมีความน่าจะเป็น $\tilde{p}=\tilde{q}=\frac{1}{2}$ หากปัจจัยขึ้นต่อระยะเวลาคือ u และปัจจัยลดลง d เมื่อ $0<d<1+r<u$ และมี

$$\tilde{p}=\frac{1+r-d}{u-d}=\frac{1}{2},\tilde{q}=\frac{u-1-r}{u-d}=\frac{1}{2}$$

$$2(1+r-d)=u-d=2(u-1-r)$$

$$u-(1+r)=(1+r)-d$$

เรียกค่าทั่วไปนี้ว่า $\sigma,\sigma=u-(1+r)=(1+r)-d$ (2.16)

$$u=1+r+\sigma,d=1+r-\sigma \qquad (2.17)$$

ผลตอบแทนที่คาดหวังเป็นกลางกับความเสี่ยงระหว่างเวลา n กับเวลา $n+1$ คือ กำหนดให้เป็น

$$\begin{aligned}\tilde{E}\left[\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n}\right]&=\tilde{p}\frac{uS_n-S_n}{S_n}+\tilde{q}\frac{dS_n-S_n}{S_n}\\&=\frac{1}{2}(u-1)+\frac{1}{2}(d-1)\\&=\frac{1}{2}(r+\sigma)+\frac{1}{2}(r-\sigma)\\&=r\end{aligned} \qquad (2.18)$$

ซึ่งเป็นผลตอบแทนที่คาดว่าจะต้องอยู่ภายใต้มาตรการความเสี่ยงที่เป็นกลาง เพื่อหาค่าความแปรปรวนที่เป็นไปตามความเสี่ยงของผลตอบแทนระหว่างเวลา n กับเวลา $n+1$ ที่คำนวณครั้งแรก

$$\begin{aligned}\tilde{E}\left[\left(\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n}\right)^2\right]&=\tilde{p}\left(\frac{nS_n-S_n}{S_n}\right)^2+\tilde{q}\left(\frac{dS_n-S_n}{S_n}\right)^2\\&=\frac{1}{2}(u-1)^2+\frac{1}{2}(d-1)^2\\&=\frac{1}{2}(r+\sigma)^2+\frac{1}{2}(\mathrm{r}-\sigma)^2\\&=r^2+\sigma^2\end{aligned} \qquad (2.19)$$

ความแปรปรวนความเสี่ยงที่เป็นกลางของผลตอบแทนคือ

$$Var\left[\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n}\right]=\tilde{E}\left[\left(\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n}\right)^2\right]-\left(\tilde{E}\left[\frac{S_{n+1}-S_n}{S_n}\right]\right)^2$$

$$=\left(r^2+\sigma^2\right)-r^2$$

$$=\sigma^2 \tag{2.20}$$

คำนวณผลตอบแทนที่คาดหวังและความแปรปรวนของผลตอบแทน N ขั้นตอน

$$E\left[\frac{S_{n+1}}{S_n}\right]=\tilde{p}u+\tilde{q}d$$

$$=\frac{1}{2}\left(1+r+\sigma\right)+\frac{1}{2}\left(1+r-\sigma\right)$$

$$=1+r \tag{2.21}$$

$$\tilde{E}\left[\frac{S_{n+1}^2}{S_n^2}\right]=\tilde{p}u^2+\tilde{q}d^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(1+r+\sigma\right)^2+\frac{1}{2}\left(1+r-\sigma\right)^2$$

$$=\left(1-r\right)^2+\sigma^2 \tag{2.22}$$

ผลตอบแทนที่เกิดขึ้นจริงในรอบ N ขั้นตอน เริ่มต้นที่เวลาเป็นศูนย์ คือ $\frac{S_N-S_0}{S_0}$ โดยที่ $\frac{S_1}{S_0},\frac{S_2}{S_1},\ldots,\frac{S_{N-1}}{S_{N-2}},\frac{S_{N-1}}{S_N}$ ตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน และใช้สมการ (2.21) คำนวณ

$$\tilde{E}\left[\frac{S_N}{S_0}\right]=\tilde{E}\left[\frac{S_1}{S_0}\cdot\frac{S_2}{S_1}\cdot\ldots\cdot\frac{S_{N-1}}{S_{N-2}}\cdot\frac{S_{N-1}}{S_N}\right]$$

$$=\tilde{E}\left[\frac{S_1}{S_0}\right]\cdot\tilde{E}\left[\frac{S_2}{S_1}\right]\cdot\ldots\cdot\tilde{E}\left[\frac{S_{N-1}}{S_{N-2}}\right]\cdot\tilde{E}\left[\frac{S_{N-1}}{S_N}\right]$$

$$=\left(1+r\right)^N \tag{2.23}$$

ผลตอบแทนที่เกิดขึ้นจริงในรอบ N ขั้นตอน เริ่มต้นที่เวลาศูนย์ คือ

$$\tilde{E}\left[\frac{S_N-S_0}{S_0}\right]=\tilde{E}\left[\frac{S_N}{S_0}\right]-1=\left(1+r\right)^N-1 \tag{2.24}$$

ในการคำนวณความแปรปรวนของผลตอบแทนที่คาดหวังใช้สมการ (2.23) ความเป็นอิสระของ $\left(\frac{S_1}{S_0}\right)^2, \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2, \ldots, \left(\frac{S_{N-1}}{S_{N-2}}\right)^2, \left(\frac{S_N}{S_{N-1}}\right)^2$ และใช้สมการ (2.22) คำนวณ

$$\tilde{E}\left[\left(\frac{S_N - S_0}{S_0}\right)^2\right] = \tilde{E}\left[\frac{S_N^2 - 2S_N S_0 + S_0^2}{S_0^2}\right]$$

$$= \tilde{E}\left[\frac{S_N^2}{S_0^2}\right] - 2\tilde{E}\left[\frac{S_N}{S_0}\right] + 1$$

$$= \tilde{E}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 \cdot \ldots \cdot \left(\frac{S_{N-1}}{S_{N-2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{S_N}{S_{N-1}}\right)^2\right] - 2(1+r)^N + 1$$

$$= \tilde{E}\left[\frac{S_1^2}{S_0^2}\right] \cdot \tilde{E}\left[\frac{S_2^2}{S_1^2}\right] \cdot \ldots \cdot \tilde{E}\left[\frac{S_{N-1}^2}{S_{N-2}^2}\right] \cdot \tilde{E}\left[\frac{S_N^2}{S_{N-1}^2}\right] - 2(1+r)^N + 1$$

$$= \left((1+r)^2 + \sigma^2\right)^N - 2(1+r)^N + 1 \qquad (2.25)$$

ความแปรปรวนของผลตอบแทนของช่วง คือ

$$Var\left[\frac{S_N - S_0}{S_0}\right] = \tilde{E}\left[\left(\frac{S_N - S_0}{S_0}\right)^2\right] - \left(\tilde{E}\left[\frac{S_N - S_0}{S_0}\right]\right)^2$$

$$= \left((1+r)^2 + \sigma^2\right)^N - 2(1+r)^N + 1 + \left((1+\mathrm{r})^N - 1\right)^2$$

$$= \left((1+r)^2 + \sigma^2\right)^N - (1+r)^{2N} \qquad (2.26)$$

แบ่งช่วงเวลา $[0,T]$ ในขั้นตอนที่ N แต่ละช่วงมีความยาว $\frac{T}{N}$ และให้ $N \to \infty$ เมื่อทำเช่นนั้นค่าเฉลี่ยอัตราการเติบโตของหุ้นจะเป็นอัตราทบต้นต่อเนื่อง ต้องการอัตราดอกเบี้ยทบต้นอย่างต่อเนื่อง r ต่อปี โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องมี $E[S_N] = e^{rT} S_0$ หรือเทียบเท่า และมีความเสี่ยง N ช่วงเป็นกลางคาดว่าผลตอบแทนในหุ้นเป็น

$$E\left[\frac{S_N - S_0}{S_0}\right] = e^{rT} - 1 \qquad (2.27)$$

มีอัตราดอกเบี้ย r ต่อปี จะไม่สามารถมีอัตราดอกเบี้ยต่องวดซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของปี การเปรียบเทียบสมการ (2.27) กับ สมการ (2.24) เห็นว่าดอกเบี้ยที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วงเวลาควรคำนวณ $\frac{rT}{N} > r$ เพราะเมื่อ r คืออัตราดอกเบี้ยรายปี ดอกเบี้ยที่เกิดขึ้นในวันที่ 1 ดอลลาร์ต่อช่วงเวลาหนึ่ง $\frac{T}{N}$ ควรเป็น $\frac{rT}{N}$ สำหรับ r ในสมการ (2.24) และให้ $N \to \infty$ จะได้รับผลตอบแทนที่คาดหวังที่ต้องการ

$$\lim_{N\to\infty} E\left[\frac{S_N - S_0}{S_0}\right] = \lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{rT}{N}\right)^N - 1 = e^{rT} - 1 \tag{2.28}$$

แทนค่า $a = rT$ และ $b = 0$ เป็นบทแทรก 2.1 ซึ่งมีดังต่อไปนี้

บทแทรกที่ 1 ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง แล้ว

$$\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{a}{n}+\frac{b}{N^2}\right)^N = e^a \tag{2.29}$$

พิสูจน์ ทำการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรให้ $x = \frac{1}{N}$ ในการคำนวณต่อไปนี้

$$\lim_{N\to\infty} \ln\left(1+\frac{a}{n}+\frac{b}{N^2}\right)^N = \lim_{x\to 0}\ln\left(1+ax+bx^2\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{N\to 0}\frac{\ln\left(1+ax+bx^2\right)}{x}$$

ซึ่งนำไปสู่รูปแบบที่ไม่แน่นอนจาก $\frac{0}{0}$ จึงใช้กฎของ L'Hopital ในการคำนวณ

$$\lim_{N\to 0}\frac{\ln\left(1+ax+bx^2\right)}{x} = \lim_{N\to 0}\frac{(a+2bx)}{1+ax+bx^2} = a$$

คำนวณลิมิตของลอการิทึมในสมการ (2.29) ดังนั้น ลิมิตในสมการ (2.29) คือ e^a นอกจากนี้ต้องมีลิมิตของความแปรปรวน สำหรับผลตอบแทนของหุ้นเป็น $N \to \infty$ ความแปรปรวนมีค่าตามสมการ (2.25) และควรแทนที่ r โดย $\frac{r\tau}{N}$ เพื่อรับประกันว่ามีลิมิต $N \to \infty$ ในสมการ (2.25) แทนค่า σ^2 โดย $\frac{\sigma^2\tau}{N}$ หรือเทียบเท่า แทน σ โดย $\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}$ ด้วยการแทนที่ และใช้ **บทแทรก2.1** อีกครั้ง จึงได้รับลิมิตของความแปรปรวนของผลตอบแทนเป็น

$$\lim_{N\to\infty} Var\left[\frac{S_N - S_0}{S_0}\right] = \lim_{N\to\infty}\left(\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^2 + \frac{\sigma^2\tau}{N}\right)^N - \lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{2r\tau}{2N}\right)^{2N}$$

$$= \lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{\left(2r+\sigma^2\right)\tau}{N}+\frac{r^2\tau^2}{N^2}\right)^N - e^{2r\tau}$$

$$= e^{\left(2r+\sigma^2\right)\tau} - e^{2r\tau} \tag{2.30}$$

ถ้าแทนค่า σ โดย $\frac{\sigma\tau}{N}$ แล้วลิมิตของความแปรปรวนของ $\frac{S_N - S_0}{S_0}$ ควรเป็นศูนย์ ดังนั้นจะไม่มี

การสุ่มจาก $N \to \infty$ ด้วยเหตุนี้จะแทนที่ด้วย σ โดย $\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}$ มากกว่า $\frac{\sigma\tau}{N}$ จากสมการ (2.17) สำหรับปัจจัยขึ้นและลงในรูปแบบขั้นตอน N เมื่อแบ่งช่วงเวลา $[0,\tau]$ เป็น N ช่วง ใช้เวลาเหล่านี้เป็น

$$u = 1 + \frac{r\tau}{N} + \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}, \mathrm{d} = 1 + \frac{r\tau}{N} - \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}} \tag{2.31}$$

สำหรับตัวเลือกของ u และ d ความเป็นไปได้ที่ความเสี่ยงเป็นกลางยังคงเป็น $p = q = \frac{1}{2}$ ตัวแปร σ ในสมการ (2.31) เรียกว่าความผันผวนของหุ้น ซึ่งอธิบายถึงราคาหุ้นที่เปลี่ยนแปลงไปในช่วงเวลาเท่าไรจึงเป็นเช่นนั้น วัดความเสี่ยงที่เกี่ยวข้องกับการลงทุนในหุ้น เมื่อสร้างแบบจำลองแบบทวินามสำหรับราคาหุ้นในช่วงเวลานั้นเวลาจาก 0 ถึง τ แบ่งส่วน $[0,\tau]$ เป็น N ช่วง เริ่มแรกประมาณค่าความผันผวนจากข้อมูลราคาแล้วใช้ปัจจัยขึ้นและลงอย่างใดอย่างหนึ่งกำหนดโดยสมการ (2.31) หรือ โดย

$$u = e^{\sigma\sqrt{\tau}/\sqrt{N}}, d = e^{-\sigma\sqrt{\tau}/\sqrt{N}} \tag{2.32}$$

สมการ (2.31) และ (2.32) ใกล้เคียงกับที่แสดงไว้จากทฤษฎีบทเทย์เลอร์ ว่าถ้าฟังก์ชัน $f(x)$ มีอนุพันธ์ตัวแรกและตัวที่สองต่อเนื่องแล้ว

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(\xi)x^2 \tag{2.33}$$

โดยที่ ξ เป็นจุดระหว่าง 0 ถึง x เมื่อเราจำกัดความสนใจที่ $x \in [-1,1]$ ระยะ $f''(\xi)$ ถูกจำกัดโดยค่าคงตัวและอาจเขียนสมการ (2.33) ใหม่เป็น

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + 0(x^2) \tag{2.34}$$

เมื่อใช้ใช้สัญลักษณ์ $O(x^2)$ เพื่อแสดงระยะเวลาที่จำกัดโดยเวลาคงที่ x^2 เมื่อ $x \in [-1,1]$ ใช้ทฤษฎีบทของเทย์เลอร์ $f(x) = e^x$ สำหรับ $f'(0) = 1$ จากสมการ (2.34) ได้ว่า

$$e^x = 1 + x + O(x^2) \tag{2.35}$$

ถ้า $N > \sigma^2$ แล้วสามารถแทนที่ x โดย $\frac{\pm\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}$ ซึ่งอยู่ในช่วง $[-1,1]$ และจากสมการ *(2.35)*

$$e^{\frac{\pm\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}} = 1 \pm \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}} + O\left(\frac{1}{N}\right) \tag{2.36}$$

ที่ใช้สัญลักษณ์ $O\left(\frac{1}{N}\right)$ เพื่อแสดงถึงขอบเขตใดๆที่จำกัดโดยค่าคงที่ $\frac{1}{N}$ ครั้ง โดยไม่ขึ้นอยู่กับ N

จากสมการ (2.36) จะเห็นว่าทางเลือกของ u และ d ในสมการ (2.32) อยู่ใกล้กับทางเลือกในสมการ (2.31) และในความเป็นจริงความแตกต่างไม่มากกว่าเวลาคงที่ $\frac{1}{N}$ เนื่องจากทางเลือกในสมการ (2.31) และ (2.32) มีค่าใกล้เคียงกัน สำหรับค่าที่มากของ N ทั้งสองทางเลือกจะนำไปสู่สูตร Black Scholes เดียวกัน เลือกสมการ (2.31) เพราะทำให้หาที่มาของสูตรง่ายขึ้น

2.1.4.2 ราคา Black Sholes ของราคาสิทธิขาย

พิจารณาแบบจำลอง N ช่วง ของแบบจำลองแบบทวินาม ที่มีปัจจัยขึ้นและลง u และ d โดยสมการ (2.31) และอัตราดอกเบี้ยต่อเนื่อง $\frac{r\tau}{N}$ ความน่าจะเป็นความเสี่ยงเป็นกลาง

$$p=\frac{1+\frac{r\tau}{N}-d}{u-d}=\frac{\sigma\sqrt{\tau}/\sqrt{N}}{2\sigma\sqrt{\tau}/\sqrt{N}}=\frac{1}{2},\ q=1-p=\frac{1}{2} \tag{2.37}$$

แบบจำลองนี้เป็นผลมาจากการหาร τ ปี ใน N ช่วง ดังนั้น S_N คือราคาหุ้น ณ เวลา τ ราคาหุ้นนี้คือ

$$S_N=S_0u^{H_N d^{T_N}} \tag{2.38}$$

เมื่อ H_N เป็นจำนวนหัวที่ได้จากการโยนเหรียญ N ครั้ง และ T_N คือจำนวนจำนวนขึ้นก้อยในส่วนย่อยนี้จะดูราคาสิทธิขาย ดังนั้นการคำนวณเป็น

$$P_0=\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^N}E\left[\left(K-S_N\right)^+\right]=\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^N}E\left[\left(K-S_0u^{H_N d^{T_N}}\right)^+\right] \tag{2.39}$$

สำหรับบางราคาใช้สิทธิที่เป็นบวก K โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องการคำนวณลิมิตในสมการ (2.39) เมื่อ $N\to\infty$ สามารถใช้ **บทแทรก1** เพื่อคำนวณลิมิตของระยะเวลาส่วนลดในสมการ (2.24)

บทแทรกที่ 1 แสดงถึง

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{(1+\frac{r\tau}{N})^N}=e^{-r\tau} \tag{2.40}$$

ใช้กฎของ Large Numbers และทฤษฎีบท Central Limit เพื่อหาค่าลิมิตของค่าที่คาดไว้ในสมการ (2.39) โดยคำนวณ

$$\lim_{N\to\infty}=E\left[\left(K-S_0u^{H_N d^{T_N}}\right)^+\right] \tag{2.41}$$

และจะส่งผลให้สูตร Black Scholes สำหรับราคาของสิทธิขาย สำหรับค่าที่มีค่ามากของ N ราคาสิทธิขายใน N ช่วงของแบบจำลองทวินาม จะใกล้เคียงเป็นราคาที่กำหนดโดยสูตร Black Scholes ขั้นแรกจะหาส่วนขยายเทย์เลอร์สำหรับฟังก์ชัน $f(x)=\ln(1+x)$ โดยจำเป็นต้องมีอนุพันธ์สองตัวแรกและมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

$$f(x)=\ln(1+x), f(0)=0$$

$$f'(x)=\frac{1}{1+x}, f'(0)=1$$

$$f''(x)=-\frac{1}{(1+x)^2}, f''(0)=-1$$

ตามทฤษฎีบทเทย์เลอร์

$$ln(1+x)=f(0)+xf'(0)+\frac{1}{2}x^2f''(x)+O(x^3)=x-\frac{1}{2}x^2+O(x^3) \tag{2.42}$$

lnS_N

$$=lnS_0u^{H_N}d^{T_N}$$

$$=lnS_0+H_Nln\,u+T_Nln\,d$$

$$=lnS_0+H_Nln\left(1+\frac{r\tau}{N}+\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}\right)+T_Nln\left(1+\frac{r\tau}{N}-\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}\right)$$

$$=lnS_0+H_N\left(\frac{r\tau}{N}+\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}-\frac{\sigma^2\tau}{2N}+O\left(\frac{1}{N\sqrt{N}}\right)\right)+T_N\left(\frac{r\tau}{N}-\frac{\sigma\sqrt{\tau}}{\sqrt{N}}-\frac{\sigma^2\tau}{2N}+O\left(\frac{1}{N\sqrt{N}}\right)\right)$$

$$=\sigma\sqrt{\tau}\frac{H_N-T_N}{\sqrt{N}}+lnS_0+\left(\mathrm{r}-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\frac{H_N-T_N}{\sqrt{N}}+\frac{H_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)+\frac{T_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$

$$=\sigma\sqrt{\tau}\frac{M_N}{\sqrt{N}}+lnS_0+\left(\mathrm{r}-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau+\frac{H_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)+\frac{T_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) \tag{2.43}$$

ในขั้นตอนสุดท้าย กำหนด

$$Y_N=lnS_0+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau+\frac{H_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)+\frac{T_N}{N}O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$

และสมการที่คล้ายคลึงกันสำหรับ T_N ด้วยความน่าจะเป็น

$$\lim_{N\to\infty} Y_N = lnS_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \tag{2.44}$$

นอกจากนี้ M_N ซึ่งตัวแปรสุ่ม $X_1, X_2, ...$ เป็นอิสระและมีการแจกแจงแบบเดียวกันกับค่าที่คาดไว้เป็น 0 และความแปรปรวน 1 ทฤษฎีบท Generalize Central Limit Theorem หมายถึงสำหรับแต่ละขอบเขต ฟังก์ชันต่อเนื่อง $f(x)$ ที่กำหนดไว้บน R

$$\lim_{N\to\infty} E\left[f\left(lnS_N\right)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(x\sigma\sqrt{\tau} + lnS_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right)\varphi(x)\,dx \tag{2.45}$$

ให้ผลตอบแทนของราคาสิทธิขาย

$$f(x) = \left(K - e^x\right)^+ \tag{2.46}$$

ดังนั้น

$$f\left(ln\mathrm{S}_N\right) = \left(K - S_N\right)^+ \tag{2.47}$$

ฟังก์ชันนี้จะต่อเนื่องและมีขอบเขตระหว่าง 0 และ K และทำให้สอดคล้องกับเงื่อนไข Generalized Central Limit Theorem ใช้สมการ (2.40) และ (2.45) จะได้ขีดจำกัด $N \to \infty$ ของราคาขายสัญญา P_0 ในสมการ (2.39)

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{r\tau}{N}\right)^N} E\left[\left(K - S_N\right)^+\right] \tag{2.48}$$

$$= \mathrm{e}^{-r\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \left(K - \exp\left\{x\sigma\sqrt{\tau} + lnS_0\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right\}\right)^+ \varphi(x)\,dx$$

$$= \mathrm{e}^{-r\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \left(K - \exp\left\{x\sigma\sqrt{\tau} + lnS_0\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right\}\right)^+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(K - \exp\left\{x\sigma\sqrt{\tau} + lnS_0 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right\}\right)^+ \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(K - S_0 \exp\left\{x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right\}\right)^+ \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx \tag{2.49}$$

คำนวณทางด้านขวามือของสมการ (2.49) ต้องกำหนดค่าของ x ที่

$$K - S_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\} > 0 \tag{2.50}$$

อินทิเกรตทางด้านขวาของสมการ (2.49) ไม่เท่ากับศูนย์ อสมการ (2.50) เท่ากับอสมการต่อไปนี้

$$K > S_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\}$$

$$\frac{K}{S_0} > \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\}$$

$$ln\frac{K}{S_0} > x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau$$

$$-ln\frac{K}{S_0} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau > x\sigma\sqrt{\tau}$$

$$-\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{K}{S_0} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right] > x$$

จะได้

$$d_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right] \tag{2.51}$$

อสมการ (2.50) เทียบเท่ากับ

$$x < -d_2 \tag{2.52}$$

ทำการรวมด้านขวาของสมการ (2.49) ให้มากกว่าค่าของ x สอดคล้องกับอสมการ (2.52) สำหรับค่าอื่นๆของ x อินทิเกรตในสมการ (2.49) เท่ากับศูนย์ ดังนั้น ทางด้านขวาของสมการ (2.49) คือ

$$= \frac{e^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-d_2}\left(K - S_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\} \right)\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-d_2}\left(K\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx - \mathrm{S}_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\} \right)\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-d_2} K\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx - \int_{-\infty}^{-d_2}\mathrm{S}_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau \right\}\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-d_2} K\exp\left\{ -\frac{x^2}{2} \right\}dx - \int_{-\infty}^{-d_2}\mathrm{S}_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right)\tau - \frac{x^2}{2} \right\}dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-d_2} K \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx - \int_{-\infty}^{-d_2} \mathrm{S}_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + r\tau - \frac{1}{2}\sigma^2\tau - \frac{x^2}{2}\right\} dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}K}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-d_2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx - S_0 \int_{-\infty}^{-d_2} \mathrm{S}_0 \exp\left\{ x\sigma\sqrt{\tau} + r\tau - \frac{1}{2}\sigma^2\tau - \frac{x^2}{2}\right\} dx$$

$$= \frac{e^{-r\tau}K}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-d_2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx - \frac{S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-d_2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(x - \sigma\sqrt{\tau}\right)^2\right\} dx \qquad (2.53)$$

เทอมแรกที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการ (2.53) คือ $e^{-r\tau}KN\left(-d_2\right)$

เทอมที่สอง เปลี่ยนค่า $y = x - \sigma\sqrt{\tau}$ หาอินทิเกรตขอบเขตบน เมื่อ $x = -d_2$

$$\begin{aligned} y &= -d_2 - \sigma\sqrt{\tau} \\ &= -\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \right] - \sigma\sqrt{\tau} \\ &= -\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau + \sigma^2\tau \right] \\ &= -\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma^2\right)\tau \right] \\ &= -\frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \right] = -d_1 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau \right] \qquad (2.54)$$

สมการ (2.53) ทางด้านขวามือเทอมที่สอง คือ $-\frac{S_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}} dy = -S_0\ N\left(-d_1\right)$

พิจารณาสมการ (2.53) ทางด้านขวามือ $e^{-r\tau}KN\left(-d_2\right) - S_0N\left(-d_1\right)$

นั่นคือราคา Black Sholes ของราคาสิทธิขาย

ทฤษฎีบทที่ 4 [16] ราคา Black Sholes ของราคาสิทธิขาย กับราคาใช้สิทธิ K และเวลาหมดอายุ τ บนหุ้นที่มีความผันผวน σ จะได้ราคาสิทธิขาย ในรูปแบบจำลองทวินาม คือ

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N}E\left[\left(K-S_N\right)^+\right]=e^{-r\tau}KN\left(-d_2\right)-S_0N\left(-d_1\right) \qquad (2.55)$$

เมื่อ d_1 และ d_2 ได้มาจากสมการ *(2.54)* และ *(2.51)*

2.1.4.3 ราคา Black Sholes ของราคาสิทธิซื้อ

ราคา Black Sholes ของราคาสิทธิขาย มากกว่า ราคาสิทธิซื้อ เพราะผลตอบแทนของของราคาสิทธิขาย มีขอบเขตสมการ (6.31) และเพื่อใช้ใน Generalize Central Limit Theorem ส่วนผลตอบแทนของราคาสิทธิซื้อ ไม่มีขอบเขตสมการ (6.31) สำหรับราคาสิทธิซื้อมี $f(x)=\left(e^x-K\right)^+$ และให้ขอบเขต ∞ เป็น $x\to\infty$ และไม่สามารถใช้ Generalize Central Limit Theorem ที่ปัญหาราคาสิทธิซื้อ อย่างไรก็ตาม สามารถใช้ Put - Call Parity ในการหาราคาสิทธิซื้อ จากราคาสิทธิขาย

ทฤษฎีบทที่ 5 [16] ราคา Black Sholes ของราคาสิทธิซื้อ กับราคาใช้สิทธิ K และเวลาหมดอายุ τ บนหุ้นที่มีความผันผวน σ จะได้ราคาสิทธิซื้อ ในรูปแบบจำลองทวินาม คือ

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N}E\left[\left(K-S_N\right)^+\right]=S_0N\left(d_1\right)-e^{-r\tau}KN\left(d_2\right) \qquad (2.56)$$

เมื่อ d_1 และ d_2 ได้มาจากสมการ *(2.54)* และ *(2.51)*

พิสูจน์ ให้

$$C_0=\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^N}E\left[\left(S_N-K\right)^+\right]$$

จากสมการ (2.39) ราคาสิทธิขาย

$$P_0=\frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^N}E\left[\left(K-S_N\right)^+\right]$$

เพราะว่า

$$\left(S_N-K\right)^+-\left(K-S_N\right)^+=S_N-K$$

จะได้ว่า

$$C_0 - P_0 = \frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N} E\left[S_N - K\right]$$

แต่ $\frac{S_N}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)^n}, n = 0,1,2,...,N$ คือ Martingale ภายใต้การวัดความน่าจะเป็นของความเสี่ยง

$$C_0 - P_0 = S_0 - \frac{K}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N}$$

จากสมการ ทฤษฎี 2 และสมการ (2.40)

$$\begin{aligned}\lim_{N\to\infty} C_0 &= \lim_{N\to\infty} P_0 + S_0 - \lim_{N\to\infty} \frac{K}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N} \\ &= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N} E\left[\left(K-S_N\right)^+\right] + S_0 - \lim_{N\to\infty} \frac{K}{\left(1+\frac{r\tau}{N}\right)N} \\ &= e^{-r\tau} KN\left(-d_2\right) - S_0 N\left(-d_1\right) + S_0 - e^{-r\tau} K \\ &= S_0\left[1 - N\left(-d_1\right)\right] - e^{-r\tau} K\left[1 - N\left(-d_2\right)\right]\end{aligned} \tag{2.57}$$

ใช้สมการ (2.36) เพื่อให้ได้สมการ (2.56) จากสมการ (2.57)

2.1.4.4 สรุปสูตร

รูปแบบ Black Scholes สำหรับราคาตราสารสิทธิซื้อ และราคาตราสารสิทธิขาย ในรูปแบบนี้ S คือ ราคาหุ้นอ้างอิง ณ เวลาตั้งราคา และ τ คือ เวลาขณะหมดอายุสัญญาราคาใช้สิทธิ ถ้าสัญญาราคาใช้สิทธิหมดอายุ T และ เวลากำหนดราคา t เมื่อ $0 \le t \le T$

ดังนั้น

$$\tau = T - t \tag{2.58}$$

S คือ ราคาหุ้น ณ เวลา t ตัวแปร d_1 และ d_2 ขึ้นอยู่กับทั้ง τ และ S ระบุอย่างชัดเจนว่า สมการ (2.59) ถึง (2.62) เป็นดังต่อไปนี้

ราคา Black Scholes ของตราสารสิทธิซื้อ คือ

$$c(t,s) = sN\left(d_1(\tau,s)\right) - e^{-r\tau}KN\left(d_2(\tau,s)\right) \tag{2.59}$$

และราคา Black Scholes ของตราสารสิทธิขาย คือ

$$p(t,s) = -sN\left(-d_1(\tau,s)\right) + e^{-r\tau}KN\left(-d_2(\tau,s)\right) \tag{2.60}$$

เมื่อ

$$d_1(t,s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{s}{K} + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right] \tag{2.61}$$

$$d_2(t,s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}}\left[ln\frac{s}{K} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau\right] \tag{2.62}$$

ใช้สมการ (2.35) จากสมการ (2.59) และ (2.60) ได้ความสัมพันธ์ Put - Call Parity

$$\begin{aligned} c(t,s) - p(t,s) &= sN\left(d_1(\tau,s)\right) - e^{-r\tau}KN\left(d_2(\tau,s)\right) - e^{-r\tau}KN\left(-d_2(\tau,s)\right) - sN\left(-d_1(\tau,s)\right) \\ &= s\left[N\left(d_1(\tau,s)\right) + N\left(-d_1(\tau,s)\right)\right] - e^{-r\tau}K\left[N\left(d_2(\tau,s)\right) + N\left(-d_2(\tau,s)\right)\right] \\ &= s - e^{-r\tau}K \end{aligned} \tag{2.63}$$

2.1.5 แบบจำลอง Wilmott

Wilmott (1994) วิเคราะห์และแสดงให้เห็นจริงว่า เมื่อผู้ลงทุนในตลาดบริหารความเสี่ยงแบบเป็นช่วง (Discrete Hedging) อัตราส่วนการถัวที่ดีที่สุดสำหรับ Call Options และ Put Options ต้องเท่ากับ $-\left(N(\mathrm{d}_1) + \left(\mu - r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\mathrm{S}\Gamma\right)$ และ $-\left(-\left(N(\mathrm{d}_1) + \left(\mu - r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\mathrm{S}\Gamma\right)\right)$ ตามลำดับ ในกรณีผู้ลงทุนใช้อัตราส่วนการถัวของแบบจำลอง Wilmott ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวเท่ากับ E_C^W และ E_P^W ตามลำดับ ดังนี้

$$E_C^W = \frac{\Delta C - \Delta S\left(N(d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right)}{H_C^W} - r\% \tag{2.64}$$

$$E_P^W = \frac{\Delta P - \Delta S\left(N(-d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right)}{H_P^W} - r\% \tag{2.65}$$

หากอัตราส่วนการถัวของ Wilmott (1994) สามารถลดความเสี่ยงได้ในระดับขจัด ความคลาดเคลื่อนต้องเป็นศูนย์ การกำหนดค่าสถิติประกอบการระบุอัตราส่วนการถัวนั้นต้องใช้ค่าที่คาดและค่าเบี่ยงเบน มาตรฐานของอัตราการเปลี่ยนแปลงของราคาตราสารทุนซึ่ง Options อ้างอิง ซึ่งผู้ลงทุนสามารถกำหนดค่าสถิติคู่นี้โดย ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาหรือโดยนัยจากราคาตลาดของ Options และเมื่อผู้ลงทุนกำหนดค่าได้แล้ว ผู้ลงทุนสามารถใช้งาน ค่าคู่นี้ได้ทันที Wilmott เสนอว่า เมื่อการบริหารความเสี่ยงที่ทำได้จริงในทางปฏิบัติต้องทำเป็นช่วง ไม่ใช่ทำตลอดเวลาต่อเนื่อง การระบุอัตราส่วนการถัวทำโดยใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma^* = \sigma\left[1+\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)(\mu-r)\left(r-\mu-\sigma^2\right)\right]$ ซึ่งปรับปรุงแล้ว โดยที่ σ เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่กำหนดได้จากข้อมูลอนุกรมเวลาหรือโดยนัยจากราคาตลาด ส่วน μ เป็นค่าที่คาดที่กำหนดได้จากข้อมูลอนุกรมเวลาหรือโดยนัยจากราคาตลาด จะให้ประสิทธิผลการบริหารความเสี่ยงมี ระดับที่ดีขึ้น อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติและในกรณีปกติ การปรับส่งผลเพียงเล็กน้อยต่อการเพิ่มขึ้นของประสิทธิผล โดยผลดีที่เกิดขึ้นอย่างมีนัยสำคัญจะเกิดเฉพาะในกรณีที่ตลาดปรับตัวสูงขึ้นหรือลงอย่างมากและต่อเนื่องเท่านั้น *[1]*

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จิรพัฒน์ อมรสิริภาณุวัฒน์ (2557) ได้ทำการศึกษา การบริหารความเสี่ยงโดยการถัวราคาตราสารสิทธิแบบยุโรป ซึ่งแบบจำลองที่ได้รับความนิยม คือ แบบจำลอง Black Scholes โดยใช้ข้อมูลตราสารสิทธิบนดัชนี SET50 ที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) เปรียบเทียบกับความสามารถของแบบจำลอง Wilmott ในการปรับปรุงประสิทธิผล การศึกษาพบว่าทั้งสองแบบจำลอง Black Scholes และ Wilmott ให้ประสิทธิผลไม่ต่างกัน ทั้งทางสถิติและทางการเงินจากระดับที่เคยได้รับ แม้ว่าแบบจำลอง Wilmott จะพัฒนามาจากสมมติฐานที่สอดคล้องมากกว่าพฤติกรรมการลงทุนจริงของผู้ลงทุน การศึกษาจึงแนะนำให้ผู้ลงทุนในตลาดการเงินไทยยังคงใช้แบบจำลอง Black Scholes ต่อไป

อัญญา ขันธวิทย์ (2550) อาศัยข้อความจริงของแบบจำลอง ซึ่งกำหนดราคาออปชั่นของดัชนี SET 50 จะต้องมีความสัมพันธ์ทางตรงกับแบบจำลอง โดยใช้ข้อมูลรายวัน รายสัปดาห์ และรายเดือน เปรียบเทียบตัวแบบจำลองตามเกณฑ์ Maximum - Likelihood พบว่า ตัวแบบ GARCH(1,1) สามารถพรรณนาพฤติกรรมในเชิงสุ่มของดัชนี SET50 ได้ดีกว่าการคำนวณราคาทางทฤษฎี และค่าเดลต้าของออปชั่นของดัชนี SET50 ใช้ข้อมูลจริงจาก TFEX ตามตัวแบบจำลองของ Duan ให้ค่าที่ต่างจากค่าที่รายงานสำหรับตัวแบบจำลอง Black Scholes มาก ดังนั้น ผู้ลงทุนยืนยันจะใช้ตัวแบบจำลอง Black Scholes ที่ได้รับความนิยม แทนที่จะใช้ตัวแบบจำลอง Duan

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

ในปัญหาพิเศษเล่มนี้จะเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว โดยนำข้อมูลหลักทรัพย์มาหาราคาตราสารสิทธิซื้อและราคาตราสารสิทธิขายด้วยแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ที่ได้รับการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวแล้ว และนำค่าคลาดเคลื่อนของการถัวความเสี่ยงที่ได้มาเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของทั้งสองแบบจำลอง

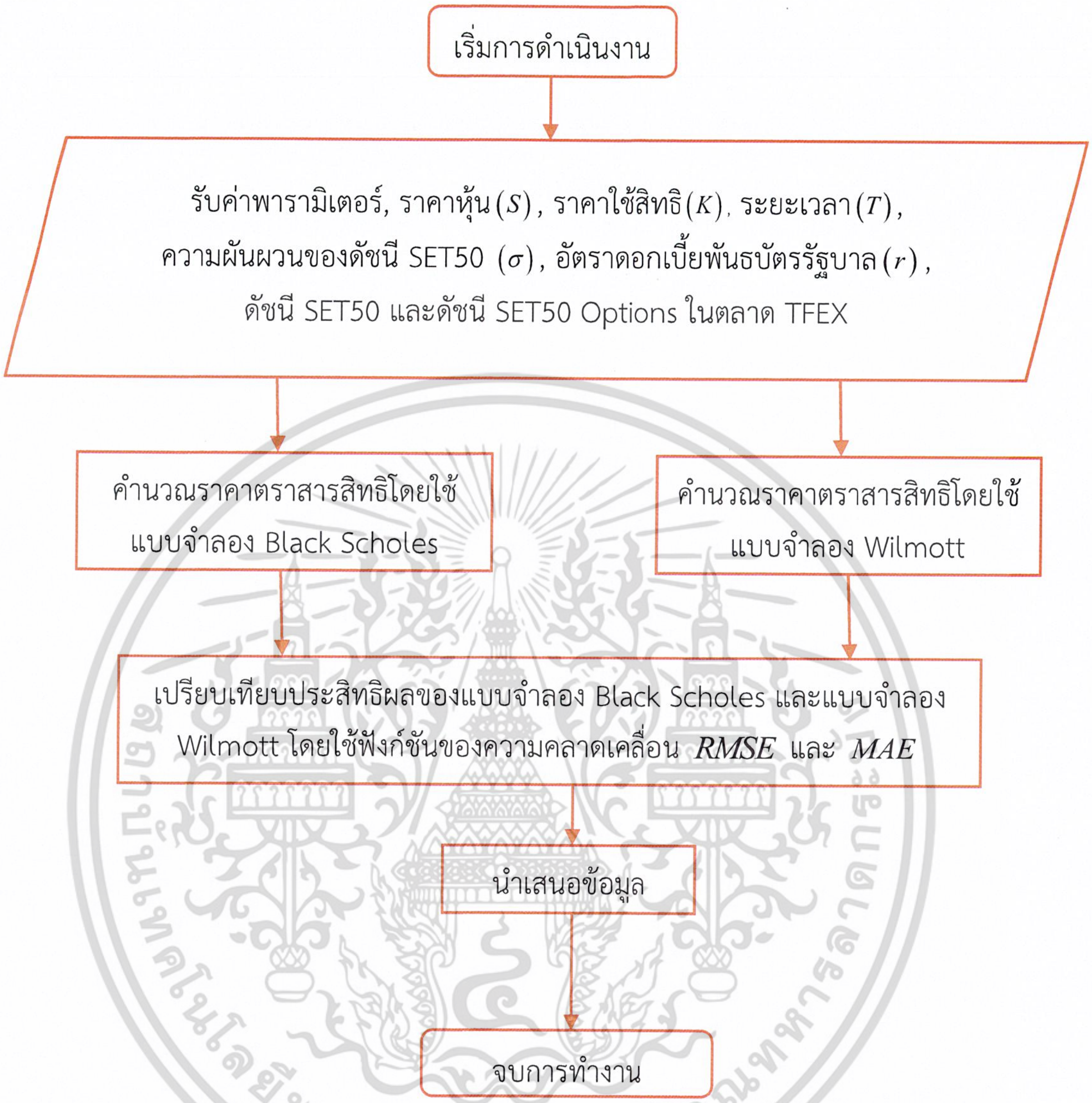
3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

ข้อมูลหลักทรัพย์ทางการเงินที่นำมาใช้ในการคำนวณดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ

ข้อมูล	รายละเอียด
ดัชนี SET50	ย้อนหลัง 1 ปี ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 ที่มา: https://www.investing.com/indices/set-50
ดัชนี SET50 Options	ย้อนหลัง 1 ปี ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 ที่มา: http://www.tfex.co.th/tfex/historicalMarketReport.html

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน



3.3 วิธีการคำนวณโดยใช้วิธีการแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

ในการคำนวณนี้จะนำข้อมูลของหลักทรัพย์ที่เกี่ยวข้องมาคำนวณ เพื่อนำค่าไปใช้ในการพิจารณาประสิทธิผลของแบบจำลอง

เริ่มการดำเนินงาน

รับค่าพารามิเตอร์, ราคาหุ้น (S), ราคาใช้สิทธิ (K), ระยะเวลา (T), ความผันผวนของดัชนี SET50 (σ), อัตราดอกเบี้ยพันธบัตรรัฐบาล (r), ดัชนี SET50 และดัชนี SET50 Options ในตลาด TFEX

$$d_1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right]}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \left(\sigma\sqrt{\tau}\right)$$

หาค่า $N(d_1)$ และ $N(d_2)$

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2)$$
$$P = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

คำนวณอัตราส่วนการถัวของแบบจำลอง Black Scholes

$$H_C^{BS} = SN(d_1) - N(d_1)S$$
$$H_P^{BS} = P + N(-d_1)S$$

คำนวณอัตราส่วนการถัวของแบบจำลอง Wilmott

$$H_C^W = -\left[N(d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]$$
$$H_C^W = -\left[N(d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]$$

คำนวณความคลาดเคลื่อนของการถัวแบบจำลอง Black Scholes

$$E_C^{BS} = \frac{\Delta C - N(d_1)\Delta S}{H_C^{BS}} - r\%$$
$$E_P^{BS} = \frac{\Delta P + N(-d_1)\Delta S}{H_P^{BS}} - r\%$$

คำนวณความคลาดเคลื่อนของการถัวแบบจำลอง Wilmott

$$E_C^W = \frac{\Delta C - \Delta S\left[N(d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]}{H_C^W} - r\%$$
$$E_P^W = \frac{\Delta P + \Delta S\left[N(-d_1) - \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]}{H_P^W} - r\%$$

จบการทำงาน

3.4 ข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง

3.4.1 ข้อมูลราคาที่ใช้ในการวิจัย

- ข้อมูลดัชนี SET50

ดัชนี SET50 ซึ่งเป็นสินทรัพย์ที่ตราสารสิทธิอ้างอิงถึง การศึกษาของปัญหาพิเศษนี้ใช้ข้อมูลราคาปิดเป็นรายวันเฉพาะวันที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 โดยข้อมูลย้อนหลังนี้ได้รวบรวมจาก https://www.investing.com/indices/set-50

- ข้อมูลดัชนี SET50 Options

ข้อมูลตราสารสิทธิบนดัชนี SET50 ประกอบด้วยราคาปิด ราคาใช้สิทธิและวันหมดอายุของตราสารสิทธินั้น โดยเป็นตราสารสิทธิที่หมดอายุภายใน 1 เดือนนั้น การศึกษาของปัญหาพิเศษนี้ใช้ข้อมูลราคาปิดหรือราคาที่ใช้ชำระราคาในวันซื้อขายรายวัน (Daily Settlement Price) ตั้งแต่วันที่ 1 เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึง วันที่ 31 เดือนธันวาคม พ.ศ.2560 โดยข้อมูลย้อนหลังเหล่านี้รวบรวมจาก http://www.tfex.co.th/tfex/historicalMarketReport.html ซึ่งพบว่าตราสารสิทธิที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) มีจำนวน 85 รุ่น แบ่งเป็นตราสารสิทธิซื้อ 41 รุ่น และตราสารสิทธิขาย 44 รุ่น รวมทั้งหมด 1,092 ชุดข้อมูล

3.4.2 อัตราดอกเบี้ยปราศจากความเสี่ยง

อัตราดอกเบี้ยปราศจากความเสี่ยง (Risk Free Rate) เป็นค่าที่ใช้เปรียบเทียบกับผลตอบแทนของสินทรัพย์ที่มีความเสี่ยง ซึ่งอัตราดอกเบี้ยปราศจากความเสี่ยงที่ปัญหาพิเศษนี้นำมาใช้ในการคำนวณ คือ อัตราดอกเบี้ยพันธบัตรรัฐบาลระยะสั้น อายุไม่เกิน 1 ปี มีวัตถุประสงค์เพื่อการบริหารเงินระยะสั้นของรัฐบาล โดยข้อมูลย้อนหลังรวบรวมจาก http://www2.bot.or.th (ธนาคารแห่งประเทศไทย)

ตารางที่ 3.2 แสดงอัตราดอกเบี้ยรายเดือนพันธบัตรรัฐบาล ปี พ.ศ.2560

เดือน/ปี พ.ศ.2560	อัตราดอกเบี้ยพันธบัตรรัฐบาล
มกราคม	1.44
กุมภาพันธ์	1.42
มีนาคม	1.43
เมษายน	1.42
พฤษภาคม	1.39
มิถุนายน	1.36
กรกฎาคม	1.26
สิงหาคม	1.14
กันยายน	1.14
ตุลาคม	1.14
พฤศจิกายน	1.15
ธันวาคม	1.18

3.4.3 ค่าความผันผวนของดัชนี SET50

ค่าความผันผวนของราคาหุ้น หรือ Volatility (σ) คือ ค่าที่วัดความไม่แน่นอนของอัตราผลตอบแทนของหุ้นอ้างอิง ซึ่งในการคำนวณก็คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของอัตราดอกเบี้ยพันธบัตรรัฐบาลใน 1 ปี เป็นค่าที่มีความสำคัญในการคำนวณราคาตราสารสิทธิตามแบบจำลอง Black Scholes เนื่องจากมีผลต่อราคาตราสารสิทธิที่คำนวณได้เป็นอย่างมากและเป็นค่าที่ประมาณการณ์ได้ค่อนข้างยากในทางปฏิบัติ เพราะต้องใช้ค่าความผันผวนของราคาหุ้นที่แท้จริง (Real Volatility) เช่น ต้องใช้ค่าความผันผวนที่จะเกิดขึ้นใน 1 เดือน สำหรับการคำนวณราคาตราสารสิทธิอายุ 1 เดือน แต่ในทางปฏิบัติไม่สามามารถทราบข้อมูลในอนาคตดังกล่าวนี้ได้

จึงคำนวณค่าความผันผวนของราคาหุ้นโดยใช้ข้อมูลในอดีต (Historical Volatility) แทน ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการดังนี้

สูตรการคำนวณความผันผวนของดัชนี SET50 จากข้อมูลในอดีต

$n+1$ คือ จำนวนข้อมูลดัชนี SET50 ที่มีการซื้อขายเดือนนั้นๆ

S_t คือ ดัชนี SET50 ณ เวลา $t\left(t=0,1,\ldots,n\right)$

$$PR_t = \frac{S_t}{S_{t-1}}$$

$$U_t = \ln\left(PR_t\right)$$

คือ อัตราผลตอบแทนแบบทบต้นต่อเนื่องของดัชนี SET50 ของแต่ละช่วงเวลา t

τ คือ จำนวนของช่วงเวลาใน 1 ปี (ถ้าช่วงเวลา = 1 วันทำการ , τ = 244)

ความผันผวน $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{1} U_t^{\,2} - \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{t=1}^{n} U_t\right)^2} \times \sqrt{\tau} \qquad (3.1)$$

เนื่องจากปัญหาพิเศษนี้พิจารณาตราสารสิทธิอายุ 1 เดือน ที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 จึงคำนวณค่าความผันผวนของดัชนี SET50 ทั้งหมด 12 เดือน และสรุปผลได้ตามตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าความผันผวนรายเดือนของดัชนี SET50 ปี พ.ศ.2560

เดือน/ปี พ.ศ2560	**ค่าความผันผวน**
มกราคม	0.080695255
กุมภาพันธ์	0.085531812
มีนาคม	0.068509614
เมษายน	0.056731338
พฤษภาคม	0.050860736
มิถุนายน	0.042622833
กรกฎาคม	0.040718174
สิงหาคม	0.024774715
กันยายน	0.073992175
ตุลาคม	0.103143876
พฤศจิกายน	0.01024958
ธันวาคม	0.151968653

3.4.4 ราคาตราสารสิทธิซื้อและราคาตราสารสิทธิขาย

ราคาตราสารสิทธิ คือ ราคาที่ผู้ซื้อตราสารสิทธิต้องจ่ายให้กับผู้ขายตราสารสิทธิเพื่อให้ได้สิทธิซื้อหรือสิทธิขายนั้น ปัญหาพิเศษนี้คำนวณราคาตราสารสิทธิโดยใช้แบบจำลอง Black Scholes ซึ่งเป็นแบบจำลองกำหนดราคาตราสารทางการเงินที่สำคัญ โดยมีสมการในการคำนวณดังนี้

ให้ C คือ ราคาตราสารสิทธิซื้อ ณ เวลา t

P คือ ราคาตราสารสิทธิขาย ณ เวลา t

t คือ วันที่ปัจจุบัน

T คือ วันที่ตราสารสิทธิหมดอายุ

τ คือ อายุคงเหลือของตราสารสิทธิ $(T-t)$

S คือ ดัชนี SET50 ณ เวลา t

K คือ ราคาใช้สิทธิของตราสารสิทธิ

r คือ อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง

σ คือ ความผันผวนของดัชนี SET50

$N(k)$ คือ ความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative Probability) ของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ณ ระดับ k

แบบจำลอง Black Scholes

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2) \tag{3.2}$$

และ

$$P = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{3.3}$$

เมื่อ

$$d_1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau\right]}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \left(\sigma\sqrt{\tau}\right)$$

3.4.5 อัตราส่วนการถัวความเสี่ยง

การถัวความเสี่ยง (Hedging) คือ การถือสินทรัพย์ใหม่เพิ่มเติมร่วมกับกลุ่มหลักทรัพย์เดิมที่มีอยู่เพื่อปรับระดับความเสี่ยงให้ลดลง เนื่องจากในการลงทุนแต่ละครั้งภายใต้สภาวะที่ราคาสินทรัพย์อ้างอิงมีความผันผวนสูงปรับเปลี่ยนไปตลอดเวลา ความเสี่ยงของกลุ่มหลักทรัพย์ที่ได้ลงทุนไปนั้นจึงเปลี่ยนแปลงตลอดและปรับตัวสูงขึ้นเช่นเดียวกัน ผู้ลงทุนควรจัดการกับความเสี่ยงที่เกิดขึ้นโดยสามารถใช้ตราสารอนุพันธ์เป็นเครื่องมือในการควบคุมความเสี่ยงได้ เป็นจำนวนและในฐานะผู้ซื้อหรือผู้ขายที่เหมาะสม สำหรับตราสารสิทธิจะใช้สินทรัพย์อ้างอิงเป็นสินทรัพย์เพื่อถัว (Hedging Asset) ในปัญหาพิเศษนี้คือ ดัชนี SET50 เมื่อราคาตราสารสิทธิเปลี่ยนแปลงไปทำให้ขาดทุน แต่ผลขาดทุนที่เกิดขึ้นจากการถือครองตราสารสิทธินี้จะเกิดขึ้นพร้อมกับกำไรจากการถือครองสินทรัพย์อ้างอิงเพื่อถัวในจำนวนที่เหมาะสม จึงหักลบกันไป ทำให้ความเสียหายโดยรวมที่เกิดกับกลุ่มหลักทรัพย์มีขนาดลดลงในระดับที่ยอมรับได้ โดยการถือครองสินทรัพย์อ้างอิงเพื่อถัวเป็นจำนวนเท่ากับอัตราส่วนการถัว (Hedge Ratio) และมูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์ซึ่งได้รับการถัวบริหารความเสี่ยงแล้ว ได้สมการดังนี้

ให้ H_C^{BS} คือ มูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์ตราสารสิทธิซื้อซึ่งได้รับการถัวบริหารความเสี่ยงภายใต้ตัวแบบจำลอง Black Scholes

H_P^{BS} คือ มูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์ตราสารสิทธิขายซึ่งได้รับการถัวบริหารความเสี่ยงภายใต้ตัวแบบจำลอง Black Scholes

H_C^W คือ มูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์ตราสารสิทธิซื้อซึ่งได้รับการถัวบริหารความเสี่ยงภายใต้ตัวแบบจำลอง Wilmott

H_P^W คือ มูลค่าของกลุ่มหลักทรัพย์ตราสารสิทธิขายซึ่งได้รับการถัวบริหารความเสี่ยงภายใต้ตัวแบบจำลอง Wilmott

C คือ ราคาตราสารสิทธิซื้อ ณ เวลา t

P คือ ราคาตราสารสิทธิขาย ณ เวลา t

S คือ ดัชนี SET50 ณ เวลา t

K คือ ราคาใช้สิทธิของตราสารสิทธิ

$S+\Delta S$ คือ ดัชนี SET50 ณ เวลา $t+\Delta t$

$C+\Delta C$ คือ ราคาตราสารสิทธิซื้อ ณ เวลา $t+\Delta t$

$P+\Delta P$ คือ ราคาตราสารสิทธิขาย ณ เวลา $t+\Delta t$

r คือ อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง

σ คือ ความผันผวนของดัชนี SET50

μ คือ ค่าเฉลี่ยดัชนี SET50

$$H_C^{BS} = SN(d_1) - N(d_1)S \tag{3.4}$$

และ

$$H_P^{BS} = P + N(-d_1)S \tag{3.5}$$

กลุ่มหลักทรัพย์ที่ถัวแล้วได้ H_C^{BS} และ H_P^{BS} เป็นการบริหารความเสี่ยงที่มีประสิทธิผลสูงสุดในระดับขจัด คือ ไม่เกิดความเสี่ยงจากการลงทุนเลย ดังนั้น ขนาดของการเปลี่ยนแปลงของกลุ่มหลักทรัพย์ขนาด $\Delta H_C^{BS} = \Delta C - N(d_1)\Delta S$ และ $\Delta H_P^{BS} = \Delta P + N(-d_1)\Delta S$ ต้องเท่ากับผลตอบแทนจากการลงทุนกลุ่มหลักทรัพย์นี้ที่ปราศจากความเสี่ยง หรือเท่ากับ rH_C^{BS} และ rH_P^{BS}

การใช้ตราสารอนุพันธ์เป็นเครื่องมือในการบริหารความเสี่ยงช่วยลดความเสียหายจากการลงทุนในสินทรัพย์อ้างอิง แต่หากพิจารณาการลงทุนในตราสารอนุพันธ์ในจำนวนและฐานะที่ไม่เหมาะสมก็อาจเพิ่มความเสี่ยงให้กับตราสารอนุพันธ์นั้นได้

ดังนั้น การจัดการความเสี่ยงของตราสารอนุพันธ์จึงมีความสำคัญ ต้องมีการติดตามตรวจสอบและปรับปรุงอย่างต่อเนื่องอยู่เสมอ ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วผู้ลงทุนไม่สามารถทำได้จริงด้วยหลายข้อจำกัด เช่น ต้องซื้อขายสินทรัพย์อ้างอิงเพื่อการถัวตลอดเวลา และต้นทุนที่ต้องเสียในการซื้อขายสินทรัพย์อ้างอิงนั้น เนื่องจากการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวไม่สามารถทำได้อย่างต่อเนื่อง

แบบจำลอง Wilmott จึงเป็นแบบจำลองที่ปรับปรุงประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของตัวแบบจำลอง Black Scholes ด้วยการบริหารความเสี่ยงแบบเป็นช่วง (Discrete Hedging) ดังนั้น อัตราส่วนการถัวภายใต้ตัวแบบจำลอง Wilmott จึงเป็นดังสมการ

$$H_C^W = -\left[N\left(d_1\right)+\left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right] \tag{3.6}$$

และ

$$H_P^W = -\left[-N\left(-d_1\right)+\left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right] \tag{3.7}$$

3.4.6 ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัว

ค่าความคลาดเคลื่อน (Errors) คือ ผลต่างระหว่างค่าที่วัดได้จากการคำนวณจากแบบจำลองกับค่าที่แท้จริงของข้อมูลนั้น ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นนี้อาจเกิดได้จากหลายสาเหตุ อาทิ ข้อมูลที่นำมาคำนวณคลาดเคลื่อน ความคลาดเคลื่อนจากการใช้แบบจำลองที่ไม่เหมาะสม เป็นต้น สำหรับการคำนวณราคาตราสารสิทธิโดยใช้แบบจำลอง Black Scholes ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ผู้ลงทุนต้องปรับสถานะของการลงทุนตลอดเวลา แต่ในทางปฏิบัติไม่สามารถปรับอัตราส่วนการถัวนี้ได้อย่างต่อเนื่องตลอดเวลา จะได้ว่าผลตอบแทนที่แท้จริงจากการถือครองกลุ่มหลักทรัพย์จึงแตกต่างกันกับผลตอบแทนที่เกิดจากการลงทุนโดยปราศจากความเสี่ยง ถือว่าเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวของแบบจำลอง Black Scholes

ให้ E_C^{BS} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวภายใต้ตัวแบบจำลอง Black Scholes สำหรับตราสารสิทธิซื้อ

E_P^{BS} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวภายใต้ตัวแบบจำลอง Black Scholes สำหรับตราสารสิทธิขาย

$$E_C^{BS} = \frac{\Delta C - N(d_1)\Delta S}{H_C^{BS}} - r \quad \% \tag{3.8}$$

และ

$$E_P^{BS} = \frac{\Delta P + N(-d_1)\Delta S}{H_P^{BS}} - r \quad \% \tag{3.9}$$

สำหรับแบบจำลอง Wilmott ซึ่งเป็นการปรับปรุงแบบจำลอง Black Scholes เป็นแบบจำลองที่การบริหารความเสี่ยงโดยการถัวทำแบบเป็นช่วง (Discrete Hedging) ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากการปรับอัตราส่วนการถัว มีค่าตามสมการดังนี้

ให้ E_C^W คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวภายใต้ตัวแบบจำลอง Wilmott สำหรับตราสารสิทธิซื้อ

E_P^W คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวภายใต้ตัวแบบจำลอง Wilmott สำหรับตราสารสิทธิขาย

เมื่อ

$$\Gamma = \frac{Z(d_1)}{S\sigma\sqrt{\tau}}, Z(d_1) = \frac{\exp\left(-\frac{d_1^{\,2}}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} \tag{3.10}$$

$$E_C^W = \frac{\Delta C - \Delta S\left[N(d_1) + \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]}{H_C^W} - r \quad \% \tag{3.11}$$

และ

$$E_P^W = \frac{\Delta P + \Delta S\left[N(-d_1) - \left(\mu - r + \frac{\sigma^2}{2}\right)S\Gamma\right]}{H_P^W} - r \quad \% \tag{3.12}$$

จากการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวภายใต้แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ถ้าการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลองทั้งสองแบบจำลองมีประสิทธิผลสูงสุด คือ ผู้ลงทุนจะไม่มีความเสี่ยงเลย ค่าความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้ต้องเป็นศูนย์ แต่ถ้าประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลองไม่ได้ถึงระดับสูงสุด ค่าคลาดเคลื่อนย่อมต่างจากศูนย์ ยิ่งค่าคลาดเคลื่อนสูงมากเท่าไหร่ ก็บ่งบอกได้ถึงประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลองที่ต่ำเท่านั้น ดังนั้น ขนาดของความคลาดเคลื่อนจึงสามารถใช้เป็นตัวชี้วัดประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวภายใต้แบบจำลองได้

3.5 วิธีวัดประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว

การศึกษามาตรวัดประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว หรือค่าวัดความ ถูกต้องของการพยากรณ์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ โดยปัญหาพิเศษนี้ใช้มาตรวัด คือ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Root Mean Square Error หรือ $RMSE$) เป็นค่าที่เหมาะกับการนำไปใช้เปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์หลายวิธีกับอนุกรมเวลาเดียวกัน โดยค่า $RMSE$ ให้ความสำคัญแก่ค่าความคลาดเคลื่อนที่ต่างไปจากศูนย์มาก มากกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ต่างไปจากศูนย์น้อยหรือเป็นค่าที่ไวต่อค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดใหญ่นั่นเอง

มาตรวัดอีกตัวที่ใช้ คือ ค่าเฉลี่ยค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อน (Mean Absolute Error หรือ MAE) เป็นค่าที่ให้ความสำคัญแก่ความคลาดเคลื่อนที่ต่างไปจากศูนย์มากหรือน้อยในระดับที่เท่ากัน โดยทั้งสองมาตรวัดมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$RMSE_o^m = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(E_{o,t}^m(\%)\right)^2} \tag{3.13}$$

$$MAE_o^m = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|E_{o,t}^m(\%)\right| \tag{3.14}$$

เมื่อ $m=1,2$ โดย $m=1$ หมายถึง แบบจำลอง Black Scholes และ $m=2$ หมายถึงแบบจำลอง Wilmott

เมื่อ $o=1,2$ โดย $o=1$ หมายถึง ราคาตราสรสิทธิซื้อ (C) และ $o=2$ ตราสารสิทธิขาย (P) แล้วค่า $RMSE_o^m$ และค่า MAE_o^m ของจำนวนข้อมูลของค่าความคลาดเคลื่อน $E_{o,t}^m$ ที่ใช้ในการศึกษา N ข้อมูล

สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริการความสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott จะเปรียบเทียบโดยการหาผลต่างของค่า $RMSE$ และ MAE ของทั้งสองแบบจำลอง

ให้
$$\Delta RMSE_o^m = RMSE_o^{BS} - RMSE_o^W \tag{3.15}$$
และ
$$\Delta MAE_o^m = MAE_o^{BS} - MAE_o^W \tag{3.16}$$

ผลลัพธ์จะประกอบด้วย

1. ค่า $RMSE$ และ MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott
2. ค่าผลต่างของค่า $RMSE$ และ MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ซึ่งจะบอกถึงผลการเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

บทที่ 4

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ปัญหาพิเศษนี้เป็นการศึกษามาตรวัดประสิทธิผลความถูกต้องของการพยากรณ์ จากข้อมูลค่าความคลาดเคลื่อนของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว โดยมาตรวัดที่ปัญหาพิเศษนี้ใช้ คือ ค่า $RMSE$ และ MAE ซึ่งนำไปใช้เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott โดยใช้ข้อมูลดัชนี SET50 และข้อมูลดัชนี SET50 Options หรือตราสารสิทธิคุณสมบัติหมดอายุภายใน 1 เดือน สินทรัพย์อ้างอิง คือ ดัชนี SET50 มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 ซึ่งจะใช้ตราสารสิทธิที่มีราคาปิดหรือการซื้อขายเกิดขึ้นจริงในวันนั้น ซึ่งมีทั้งหมด 1,092 ชุดข้อมูล แบ่งเป็นตราสารสิทธิซื้อ 535 ชุดข้อมูล และตราสารสิทธิขาย 557 ชุดข้อมูล

4.1 ค่า $RMSE$ ของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวภายใต้แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

มาตรวัด $RMSE$ ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิผลของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว ซึ่งจะแยกเปรียบเทียบระหว่างตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขาย คือ จะเปรียบเทียบค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ที่ใช้ในการคำนวณราคาตราสารสิทธิซื้อ แยกกับการเปรียบเทียบค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ที่ใช้ในการคำนวณราคาตราสารสิทธิขาย โดยในบางเดือนจะเปรียบเทียบแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณราคาทั้งตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขาย เนื่องจากเกิดการซื้อขายทั้งตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายในเดือนนั้นๆ ประกอบด้วยเดือนกุมภาพันธ์ มีนาคม เมษายน มิถุนายน สิงหาคม กันยายน ตุลาคม และธันวาคม บางเดือนจะเปรียบเทียบเฉพาะแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณตราสารสิทธิซื้อ เนื่องจากเกิดการซื้อขายตราสารสิทธิซื้อเพียงอย่างเดียวในเดือนนั้น คือ เดือนพฤษภาคม และกรกฎาคม หรือเฉพาะแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณตราสารสิทธิขาย เนื่องจากเกิดการซื้อขายเพียงอย่างเดียว คือ เดือนมกราคม และพฤศจิกายน จะเห็นว่า ค่า $RMSE$ ที่คำนวณได้ในแต่ละเดือนจะเป็นจำนวนที่ต่างจากศูนย์ ซึ่งเป็นค่าบวกทั้งหมด

พิจารณาตารางที่ 4.1 ในเดือนกรกฎาคม สิงหาคม ตุลาคม และพฤศจิกายน จะเห็นว่า ค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott มีค่าเท่ากัน เนื่องจากมีการซื้อขายตราสารสิทธิซื้อหรือตราสารสิทธิขายที่หมดอายุภายในเดือนนั้นๆเพียงวันเดียวเท่านั้น

ค่าความคลาดเคลื่อนของการถัวจึงเท่ากัน ทำให้ค่า $RMSE$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการคำนวณมีค่าเท่ากัน โดยเดือนที่มีการซื้อขายตราสารสิทธิซื้อเพียงวันเดียว คือ เดือนกรกฎาคม และตุลาคม ส่วนเดือนที่มีการซื้อขายตราสารสิทธิขายเพียงวันเดียว คือ เดือนสิงหาคม และพฤศจิกายน

ตารางที่ 4.1 ค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ปี พ.ศ.2560

เดือน	$RMSE_C^{BS}$	$RMSE_P^{BS}$	$RMSE_C^{W}$	$RMSE_P^{W}$
มกราคม	-	9.00175E+19	-	6.70166E+21
กุมภาพันธ์	0.000140513	0.000148027	0.00081435	0.013691156
มีนาคม	0.647926762	8.69325E+11	58.91549243	5.70428E+13
เมษายน	0.001105824	0.000153784	2.164626458	0.027379474
พฤษภาคม	0.000137425	-	0.024367521	-
มิถุนายน	1.40385E+16	0.015071499	2.27237E+17	1.55658E+48
กรกฎาคม	0.000126	-	0.000126	-
สิงหาคม	0.000113844	0.000114	0.000161747	0.000114
กันยายน	894.3323075	1.61325E+19	70347.05502	1.04736E+21
ตุลาคม	0.000114	0.000168012	0.000114	0.118664479
พฤศจิกายน	-	0.000115	-	0.000115
ธันวาคม	0.000112473	7807.448957	0.045892218	10720211.75

4.2 ค่า MAE ของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวภายใต้ แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

มาตราวัด MAE เป็นอีกมาตรวัดหนึ่งที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิผลของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว โดยจะเปรียบเทียบแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณราคาตราสารสิทธิซื้อและตราสารสิทธิขายในแต่ละเดือนตามมาตรวัด $RMSE$ ซึ่งจากตารางที่ 4.2 จะเห็นว่า ได้ผลค่า MAE ไปในทางเดียวกับค่า $RMSE$ คือได้ค่าที่ต่างจากศูนย์ ซึ่งเป็นค่าบวกทั้งหมด

ตารางที่ 4.2 ค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ปี พ.ศ.2560

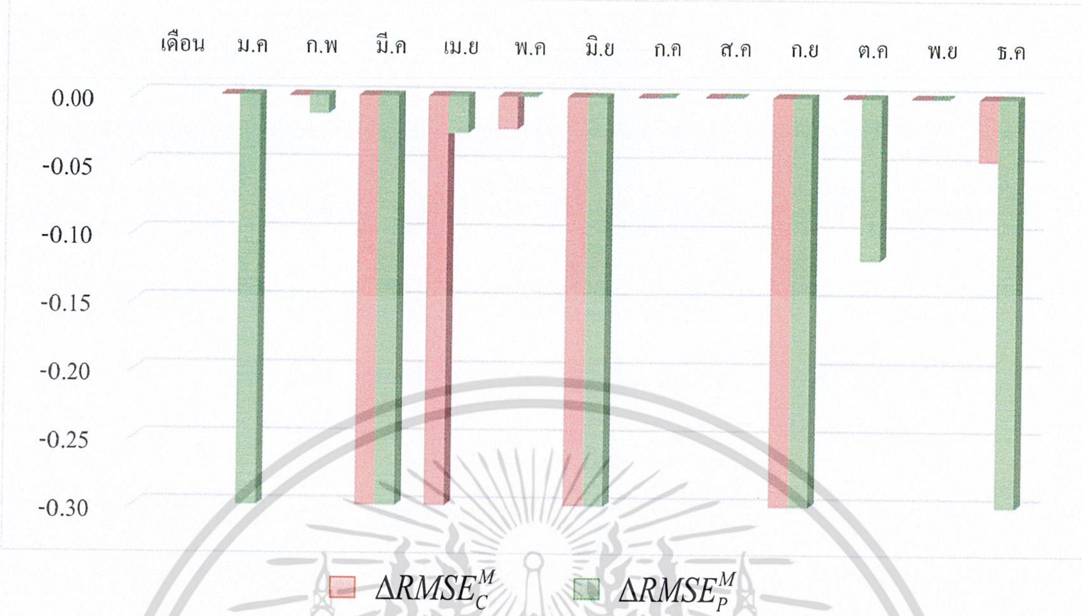
เดือน	MAE_C^{BS}	MAE_P^{BS}	MAE_C^{W}	MAE_P^{W}
มกราคม	-	2.8466E+19	-	2.11925E+21
กุมภาพันธ์	0.000140505	0.000147898	0.000642438	0.00888193
มีนาคม	0.055299751	80328506996	5.072540299	5.12482E+12
เมษายน	0.000849706	0.000153189	1.530693046	0.018481011
พฤษภาคม	0.000137416	-	0.017299799	-
มิถุนายน	1.36043E+15	0.003225045	2.2111E+16	1.43905E+47
กรกฎาคม	0.000126	-	0.000126	-
สิงหาคม	0.000113844	0.000114	0.000156157	0.000114
กันยายน	75.31682306	1.35861E+18	5924.410221	8.82041E+19
ตุลาคม	0.000114	0.000141829	0.000114	0.107966808
พฤศจิกายน	-	0.000115	-	0.000115
ธันวาคม	0.000109205	704.3486051	0.015651033	967109.6762

4.3 ผลต่างของค่า $RMSE$ และ MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

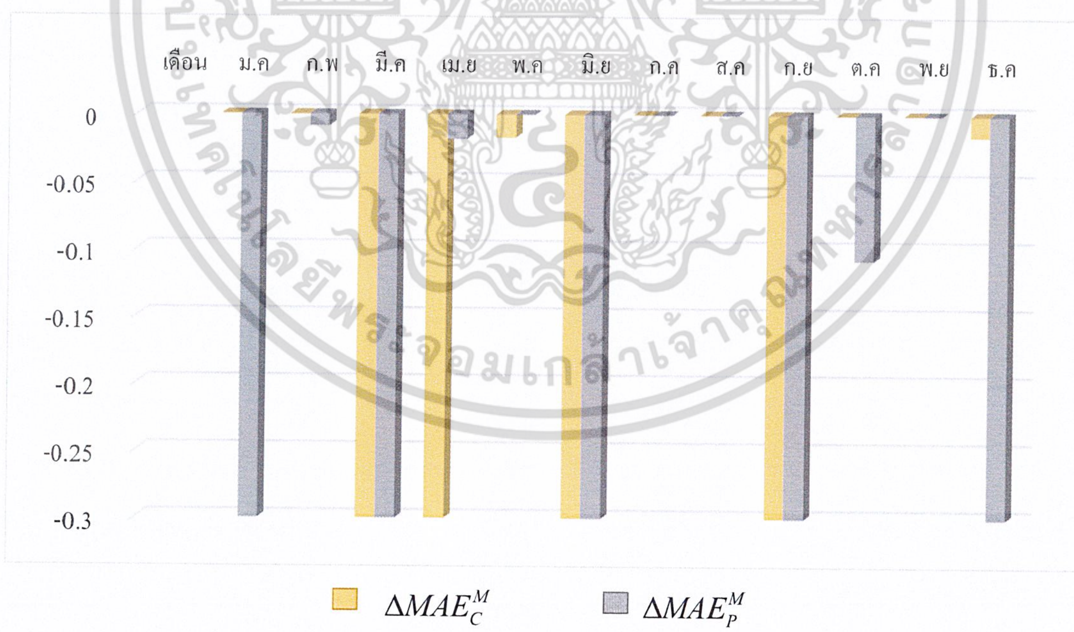
ผลต่างของค่า $RMSE$ คือ การนำค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott สำหรับการคำนวณราคาตราสารสิทธิซื้อหรือราคาตราสารสิทธิขายเดียวกันมาลบกัน ส่วนผลต่างของค่า MAE คือ การนำค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott สำหรับการคำนวณราคาตราสารสิทธิซื้อหรือราคาตราสารสิทธิขายเดียวกันมาลบกันเช่นเดียวกันกับค่า $RMSE$ จะเห็นว่า ผลต่างของค่า $RMSE$ และผลต่างของค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และ แบบจำลอง Wilmott ล้วนให้ค่าที่เป็นลบ ยกเว้น เดือนกรกฎาคม เดือนตุลาคม ที่แสดงผลต่างของค่า $RMSE$ และผลต่างของค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott สำหรับตราสารสิทธิซื้อ และเดือนสิงหาคม เดือนพฤศจิกายน ที่แสดงผลต่างของค่า $RMSE$ และผลต่างของค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott สำหรับตราสารสิทธิขาย ซึ่งจะให้ค่าที่เป็นศูนย์ เนื่องจากค่า $RMSE$ และค่า MAE ของทั้งสองแบบจำลองมีค่าเท่ากัน

ตารางที่ 4.3 ผลต่างค่า $RMSE$ และผลต่างค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ปี พ.ศ.2560

เดือน	$\Delta RMSE_C^M$	$\Delta RMSE_P^M$	ΔMAE_C^M	ΔMAE_P^M
มกราคม	-	-6.61164E+21	-	-2.09078E+21
กุมภาพันธ์	-0.000673837	-0.013543129	-0.000501933	-0.008734033
มีนาคม	-58.26756567	-5.61735E+13	-5.017240547	-5.04449E+12
เมษายน	-2.163520634	-0.02722569	-1.52984334	-0.018327822
พฤษภาคม	-0.024230096	-	-0.017162383	-
มิถุนายน	-2.13199E+17	-1.55658E+48	-2.08E+16	-1.43905E+47
กรกฎาคม	0	-	0	-
สิงหาคม	-4.79035E-05	0	-4.23132E-05	0
กันยายน	-69452.72271	-1.03123E+21	-5849.093398	-8.68455E+19
ตุลาคม	0	-0.118496467	0	-0.107824979
พฤศจิกายน	-	0	-	0
ธันวาคม	-0.045779746	-10712404.31	-0.015541828	-966405.3276



กราฟที่ 4.1 ผลต่างระหว่างค่า $RMSE$ ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott



กราฟที่ 4.2 ผลต่างระหว่างค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott

จากกราฟที่ 4.1 และกราฟที่ 4.2 แสดงผลต่างระหว่างค่า $RMSE$ และ MAE ของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott จะเห็นว่าให้ค่าเป็นลบ เนื่องจากในการหา

ผลต่างของค่า $RMSE$ และค่า MAE ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนจากการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว โดยกำหนดให้ค่า $RMSE$ และค่า MAE ของแบบจำลอง Black Scholes ลบด้วยค่า $RMSE$ และค่า MAE ของแบบจำลอง Wilmott แสดงว่าแบบจำลอง Black Scholes มีค่าความคลาดเคลื่อนในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวน้อยกว่าแบบจำลอง Wilmott โดยในเดือนกรกฎาคม ตุลาคม จะไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนจากการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว สำหรับตราสารสิทธิซื้อ และในเดือนสิงหาคม พฤศจิกายน จะไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนจากการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว สำหรับตราสารสิทธิขาย เนื่องจากในเดือนเหล่านี้เกิดการซื้อขายตราสารสิทธิซื้อหรือตราสารสิทธิขายเพียงวันเดียวเท่านั้น ข้อมูลจึงไม่เพียงพอต่อการคำนวณตามสูตร

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการศึกษา

การลงทุนในตราสารอนุพันธ์ เป็นการทำสัญญาเพื่อซื้อขายแลกเปลี่ยนสินทรัพย์อ้างอิงในอนาคต โดยตราสารอนุพันธ์ที่มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) มีอยู่หลายประเภท ซึ่งตราสารสิทธิเป็นตราสารอนุพันธ์ประเภทหนึ่งที่ช่วยเพิ่มผลตอบแทนจากการลงทุน ช่วยลดความเสี่ยงจากการลดลงของระดับราคาสินทรัพย์อ้างอิง เป็นทางเลือกในการลงทุนที่ให้อัตราผลตอบแทนสูง แต่ก็มีความเสี่ยงในการลงทุนสูงมากเช่นกัน การบริหารความเสี่ยงจึงใช้แบบจำลองคำนวณราคาตราสารสิทธิ เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจลงทุน

ปัญหาพิเศษนี้จัดทำขึ้นเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงเพื่อให้ได้แบบจำลองที่มีประสิทธิภาพที่สุด โดยเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวภายใต้แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott ใช้ข้อมูลดัชนี SET50 และข้อมูลดัชนี SET50 Options หรือตราสารสิทธิที่หมดอายุภายใน 1 เดือน สินทรัพย์อ้างอิง คือ ดัชนี SET50 มีการซื้อขายในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย) มีระยะเวลาในการศึกษาตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2560 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2560 ซึ่งจะใช้ตราสารสิทธิที่มีราคาปิดหรือการซื้อขายเกิดขึ้นจริงในวันนั้น ซึ่งมีจำนวน 85 รุ่น รวมทั้งหมด 1,092 ชุดข้อมูล แบ่งเป็นตราสารสิทธิซื้อ 535 ชุดข้อมูล และตราสารสิทธิขาย 557 ชุดข้อมูล โดยใช้ผลต่างของมาตรวัด $RMSE$ และผลต่างมาตรวัด MAE ในการเปรียบเทียบประสิทธิผลนี้

ซึ่งจากการเปรียบเทียบประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวภายใต้แบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott สรุปผลแยกกรณีได้ว่า สำหรับตราสารสิทธิซื้อ ในเดือนกุมภาพันธ์ มีนาคม เมษายน พฤษภาคม มิถุนายน สิงหาคม กันยายน และธันวาคม แบบจำลอง Black Scholes มีประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวสูงกว่าแบบจำลอง Wilmott

สำหรับตราสารสิทธิขาย ในเดือนมกราคม กุมภาพันธ์ มีนาคม เมษายน มิถุนายน กันยายน ตุลาคม และเดือนธันวาคม แบบจำลอง Black Scholes มีประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวสูงกว่าแบบจำลอง Wilmott

โดยในเดือนกรกฎาคม ตุลาคม จะไม่มีการเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว สำหรับตราสารสิทธิซื้อ และในเดือนสิงหาคม พฤศจิกายน จะไม่มีการเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัว สำหรับตราสารสิทธิขาย เพราะผลต่าง $RMSE$ และผลต่าง MAE มีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากข้อมูลไม่เพียงพอต่อการคำนวณตามสูตร

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 การเปรียบเทียบประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวของแบบจำลอง Black Scholes และแบบจำลอง Wilmott โดยใช้มาตรวัด $RMSE$ และ MAE ในกรณีที่ผลของการเปรียบเทียบจากมาตรวัดทั้งสองขัดแย้งกัน การพิจารณาว่าจะใช้ผลการเปรียบเทียบจากมาตรวัดใด ให้พิจารณาลักษณะของข้อมูลในแต่ละครั้งที่คำนวณ เพื่อได้ผลการเปรียบเทียบที่ถูกต้องมากขึ้น เช่น ข้อมูลที่ค่าความคลาดเคลื่อนจากการบริหารความเสี่ยงโดยการถัวมีค่าต่างจากศูนย์มาก ควรใช้ผลการเปรียบเทียบจากมาตรวัด $RMSE$ เนื่องจากเป็นมาตรวัดที่ให้ความสำคัญหรือน้ำหนักกับข้อมูลที่มีค่ามากกว่า

5.2.2 การวิเคราะห์ในปัญหาพิเศษนี้ ข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นข้อมูลในอดีตเท่านั้น ไม่ได้หมายความว่าในอนาคตจะเกิดผลเหมือนที่ผ่านมา ดังนั้นในการลงทุนควรพิจารณาข้อมูลที่เป็นปัจจุบันประกอบด้วย

5.3 ข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไป

5.3.1 การบริหารความเสี่ยงโดยการถัวด้วยแบบจำลองอื่น เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิผลในหลายๆแบบจำลอง ให้ได้แบบจำลองที่มีประสิทธิผลในการบริหารความเสี่ยงมากที่สุด

5.3.2 การศึกษาควรใช้ข้อมูลที่มากขึ้น จาก 1 ปี เป็น 2 ปีหรือ 3 ปีขึ้นไป เพื่อความถูกต้องแม่นยำของการใช้แบบจำลองเพื่อคำนวณราคาตราสารสิทธิ

เอกสารอ้างอิง

[1] จิรพัฒน์ อมรสิริภาณุวัฒน์. 2557. **ประสิทธิผลของการบริหารความเสี่ยงของออปชันในตลาดอนุพันธ์ (ประเทศไทย).** คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร

[2] ตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้า. (ไม่ปรากฏปีพิมพ์). **ภาพรวมตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้า.** สืบค้นเมื่อ 15 กันยายน 2560, จาก http://www.tfex.co.th/th/about/glance.html.

[3] ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย. 2558. **ดัชนีราคาหุ้น.** สืบค้นเมื่อ 15 กันยายน 2560, จาก https://www.set.or.th/education/th/begin/stock_content07.pdf.

[4] ทรงศิริ แต้สมบัติ. 2549. **การพยากรณ์เชิงปริมาณ.** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

[5] ภาคภูมิ ภาคย์วิศาล. 2551. **กลยุทธ์เด็ด เคล็ดการลงทุนใน SET50 Index Options.** กรุงเทพฯ: เมจิกเพรส.

[6] วิกิพีเดียสารานุกรมเสรี. (ไม่ปรากฏปีพิมพ์). **ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย.** สืบค้นเมื่อ 15 กันยายน 2560, จาก https://th.wikipedia.org/wiki/ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย.

[7] สถาบันพัฒนาความรู้ตลาดทุน ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย. 2548. **การวิเคราะห์ตราสารอนุพันธ์.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

[8] สถาบันพัฒนาความรู้ตลาดทุน ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย. 2548. **การลงทุนในตราสารอนุพันธ์.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

[9] สถาบันพัฒนาความรู้ตลาดทุน ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย. 2547. **ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับตราสารอนุพันธ์.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

[10] อาณัติ ลีมัคเดช. 2556. **หลักการลงทุนและป้องกันความเสี่ยงด้วยตราสารอนุพันธ์ทางการเงิน.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

[11] อัญญา ขันธวิทย์. 2547. **การวิเคราะห์ความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์.** กรุงเทพฯ: อมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง

[12] Hull, J.C. 2554. **แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับตราสารอนุพันธ์.** แปลโดย ธนาวัฒน์ สิริวัฒน์ธนกุล. กรุงเทพฯ: เพียร์สัน.

[13] Capinski, M. and Zastawniak, T. 1995. **Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering.** The United States of America. 150-159.

[14] Hull, J.C. 1988. **Options, Futures And Other Derivatives.** London: Pearson Education and Prentice hall.

[15] Krznaric, M.J. 2016. **Comparison of Option Price from Black-Scholes Model to Actual Values**. Honors Research Projects. 396.

[16] Steve, S.E. 2005. **Black Scholes.** The United States of America. 11-23