การคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อวัดคุณภาพน้ำโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน
A Numerical Computation to a Water-Quality Measurement in a Stream Using Collocation Method

ชนนีกานต์ ขำปลอด
กันตินันท์ บนกระโทก
ประไพพร โกเสยะโยธิน

โครงงานปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A NUMERICAL COMPUTATION TO A WATER–QUALITY MEASUREMENT IN A STREAM COLLOCATION METHOD

CHONNEEKAN KUMPLOD
GUNTINUN BONKRATHOK
PRAPAIPORN KOSEYAYOTHIN

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อวัดคุณภาพน้ำโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน
A Numerical Computation to a Water-Quality Measurement in a Stream Using Collocation Method

ชนนีกานต์ ขำปลอด
กันตินันท์ บนกระโทก
ประไพพร โกเสยะโยธิน

โครงงานปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อวัดคุณภาพน้ำโดยวิธีคอลโลเคชัน A Numerical Computation to a Water-Quality Measurement in a Stream Collocation Method
ชื่อนักศึกษา	นางสาวชนนีกานต์ ขำปลอด รหัสนักศึกษา 57050031 นายกันตินันท์ บนกระโทก รหัสนักศึกษา 57050061 นางสาวประไพพร โกเสยะโยธิน รหัสนักศึกษา 57050091
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2560
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อ.จินดา ไชยช่วย

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2560

คณะกรรมการสอบ	**ลายมือชื่อ**
ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ ประธานกรรมการ	
ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์ กรรมการ	
ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อ.จินดา ไชยช่วย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

ลิขสิทธิ์คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาพิเศษเรื่อง การคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อวัดคุณภาพน้ำโดยวิธีคอลโลเคชัน
ชื่อนักศึกษา นางสาวชนนีกานต์ ขำปลอด รหัสนักศึกษา 57050031
นายกันตินันท์ บนกระโทก รหัสนักศึกษา 57050061
นางสาวประไพพร โกเสยะโยธิน รหัสนักศึกษา 57050091
ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2560
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม อ.จินดา ไชยช่วย

บทคัดย่อ

การปนเปื้อนสารพิษในน้ำที่ถูกปล่อยจากแหล่งชุมชน แหล่งอุตสาหกรรม และเกษตรกรรม บางประเภทที่เกี่ยวข้องกับการใช้สารเคมี เมื่อปล่อยลงสู่แม่น้ำลำคลองจะก่อให้เกิดปัญหามลพิษทางน้ำดังนั้นจึงต้องควบคุมระดับมลพิษโดยการตรวจวัดความเข้มข้นของสารพิษในแหล่งน้ำซึ่งสามารถทำได้โดยวิธีเก็บตัวอย่างน้ำ และการใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอการประเมินคุณภาพน้ำในทางน้ำขนาดเล็กที่มีการไหลสม่ำเสมอ เช่น ลำธาร ลำคลอง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในสภาวะคงตัว ซึ่งนำเสนอวิธีเชิงตัวเลขที่มีความแม่นยำมาประมาณค่าผลเฉลย คือ วิธีคอลโลเคชัน (Collocation method) โดยใช้เทคนิคพหุนาม เลอจองด์ และพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3 - 6 ซึ่งจะทำให้สามารถประมาณค่าดัชนีวัดคุณภาพน้ำที่พิจารณา คือ ระดับของ ซีโอดี (Chemical Oxygen Demand: COD) เป็นการนำเสนอวิธีการหาผลเฉลยอีกทั้ง สามารถใช้ทำนายแนวโน้มการเกิดปัญหามลพิษทางน้ำในลำน้ำที่มีลักษณะใกล้เคียงกันได้

คำสำคัญ พหุนามเชบีเชฟ พหุนามเลอร์จองด์ วิธีคอลโลเคชัน ตัวแบบคุณภาพน้ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	A Numerical Computation to a Water-Quality Measurement in a Stream Collocation Method.
Students	Miss. Chonneekan Kumplod Student ID 57050031
	Mr. Guntinun Bonkrathok Student ID 57050061
	Miss. Prapaiporn Koseyayothin Student ID 57050091
Degree	Bachelor's Degree of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Academic Year	2017
Advisor	Asst.Prof.Dr.Nopparat Pochai
Co-advisor	Mr.Chinda Chaichuay

ABSTRACT

The polluted water discharges from certain areas of community, industry and agriculture that related to chemical usage and releases into surface water, it can make a problem of water pollution. In order to assess water quality, the small-scale water quality measurement methods such as stream and canal scales by using mathematical model steady-state is proposed. The numerical model provides precious collocation method for approximately the pollutant concentrations. The collocation technique the considered with Chebyshev and Legendre bases functions can be used to approximately water quality index, COD (Chemical Oxygen Demand). The proposed metical simulation can be used to approximate the solotion and applied to another related real-world problems.

Keyword : Chebyshev Polynomial, Legendre Polynomial, Collocation Method, Water-Quality Model

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณาจากอาจารย์จินดา ไชยช่วย ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ซึ่งได้ให้คำแนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆมาโดยตลอด คณะผู้จัดทำรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้ด้วย

กราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ และผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์ ประธานกรรมการ และกรรมการสอบปัญหาพิเศษ ตลอดจนอาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ที่คอยอบรมสั่งสอน และประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆให้แก่คณะผู้จัดทำตลอดมา รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ช่วยสนับสนุน และห่วงใยด้วยดีเสมอมา ตลอดจนเพื่อนๆ และท่านผู้เกี่ยวข้องที่มิได้กล่าวนามข้างต้นซึ่งมีส่วนช่วยในการทำปัญหาพิเศษ จนบรรลุผลสำเร็จด้วยดี

ชนนีกานต์ ขำปลอด
กันตินันท์ บนกระโทก
ประไพพร โกเสยะโยธิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... ข
กิตติกรรมประกาศ ..... ค
สารบัญ ..... ง
สารบัญตาราง ..... ฉ
สารบัญรูป ..... ช
บทที่ 1 บทนำ 1
1.1 ที่มาและความสำคัญ 1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 1
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ 1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานปัญหาพิเศษ 2
บทที่ 2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดความเข้มข้นของสารพิษในคลอง 3
2.1 การประเมินคุณภาพน้ำ 3
2.2 วิธีคอลโลเคชัน (Collacation Method) 20
2.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดความเข้มข้นของมลพิษในแหล่งน้ำ 24
บทที่ 3 วิธีเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณผลเฉลย 25
3.1 วิธีคอลโลเคชัน (Collocation Method) 25
3.1.1 พหุนามเลอจองด์ (Legendre polynomial) 25
3.2.2 พหุนามเชบีเชฟ (Chebyshev polynomial) 26
3.2 วิธีประมาณค่า 26
บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล 30
4.1 พหุนามเลอจองด์ (Legendre Polynomials) 31
4.1.1 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 3 31
4.1.2 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 4 35
4.1.3 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 5 39
4.1.4 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 6 44
4.2 ฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ (Chebyshev Polynomial) 52
4.2.1 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3 52
4.2.2 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 4 55
4.2.3 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 5 59
4.2.4 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 6 64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

4.3 กราฟเปรียบเทียบพหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟ 71
4.3.1 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3 71
4.3.2 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 4 71
4.3.3 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 5 72
4.3.4 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 6 72
บทที่ 5 สรุป 73
5.1 ผลการดำเนินงาน 73
5.2 วิธีการทดลอง 73
5.3 ผลเฉลยทดลอง 74
5.4 ข้อเสนอแนะ 74
เอกสารอ้างอิง 75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

2.1 การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตสีของน้ำ 5
2.2 การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตกลิ่น 5
2.3 เกลือที่พบในน้ำชลประทาน 14
2.4 ความเสี่ยงของคุณภาพน้ำที่ใช้ในการชลประทาน 14
2.5 คุณภาพน้ำเพื่อการชลประทานตามระบบของสหรัฐอเมริกา 14
2.6 การประเมินความระดับของโบรอน (ppm) ที่มีผลกระทบต่อพืช 16
2.7 น้ำที่นำไปใช้เลี้ยงสัตว์ 16
4.1 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 3 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 34
4.2 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 4 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 38
4.3 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 5 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 43
4.4 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 6 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 51
4.5 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 3 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 54
4.6 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 4 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 58
4.7 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 5 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 63
4.8 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 6 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$ 70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

ในชีวิตประจำวันการปนเปื้อนสารพิษในแหล่งน้ำมีอยู่มากมายในพื้นที่ชุมชนบางแห่งในแหล่งอุตสาหกรรมและเกษตรกรรมบางประเภทที่เกี่ยวข้องกับการใช้สารเคมี ชุมชนที่มีบ้านเรือนที่อยู่อาศัยหลาย ๆ หลังคาเรือน ย่านการค้าหรืออาคารที่ทำการ ล้วนจำเป็นต้องใช้น้ำเพื่อการอุปโภคบริโภคและใช้สอยในจุดประสงค์อื่น ๆ น้ำที่ใช้นี้จะมีปริมาณหนึ่งซึ่งปริมาณส่วนใหญ่กลายเป็นน้ำทิ้งออกมา สารเหล่านี้เมื่อไหลลงสู่แม่ลำคลอง จะเกิดผลเสีย ทำให้น้ำกลายเป็นสีดำมีกลิ่นเหม็น และทำให้เกิดโรคได้การตรวจวัดคุณภาพน้ำโดยทั่วไปสมารถทำได้โดยการเก็บตัวอย่าง และการใช้เครื่องมือในการตรวจวัดซึ่งสามารถวัดคุณภาพน้ำในปัจจุบันได้แต่ไม่สามารถระบุถึงแนวโน้มที่จะเกิดปัญหาน้ำเสียในอนาคตได้ ผู้วิจัยจึงใช้ตัวแบบคณิตศาสตร์ในกาคำนวณหามลพิษทางน้ำ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1) เพื่อศึกษาการประเมินคุณภาพน้ำ ในทางน้ำขนาดเล็ก เช่น ลำธาร ลำคลอง ในสภาวะคงตัว (steady state) คือไม่ขึ้นกับเวลาแต่ขึ้นกับระยะทาง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2) นำเสนอวิธีเชิงตัวเลขที่มีความแม่นยำ คือวิธีคอลโลเคชัน โดยใช้พหุนามเลอจองด์และพหุนามเชบีเชฟ ในการประมาณค่าผลเฉลยของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อระบุระดับความเข้มข้นของมลพิษในแหล่งน้ำ

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1) ในปัญหาพิเศษผู้วิจัยต้องการที่จะศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำในทางน้ำขนาดเล็ก เช่น ลำธาร ลำคลอง

2) ทางน้ำเป็นทางน้ำที่มีการไหลแบบสม่ำเสมอ คือความเร็วของต้นน้ำปลายน้ำเท่ากัน โดยต้องทราบระยะทางของบริเวณลำคลองที่จะศึกษาและค่าจำเพาะของสารมลพิษ ณ จุดปล่อย

3) ทราบถึงระดับความเข้มข้นของสารมลพิษหรือดัชนีคุณภาพน้ำ ณ จุดปล่อยมลพิษ

4) ทราบถึงข้อมูลความเร็วเฉลี่ยของกระแสน้ำ

5) ทราบถึงสัมประสิทธิ์การแพร่ของสารมลพิษที่ศึกษาอยู่

6) ต้องทราบถึงอัตราการสลาย (Decaying rate) ของสารมลพิษนั้น ๆ เมื่อถูกปล่อยสู่ลำคลอง

7) ทราบถึงอัตราการดูดซับน้ำเสียของสิ่งแวดล้อม

8) ใช้คอลโลเคชันเพื่อประมาณค่าผลเฉลยของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) เพื่อการจำลองแบบการตรวจวัดมลพิษในน้ำ จากดัชนีวัดคุณภาพน้ำที่พิจารณาจากระดับความเข้มข้นของซีโอดี

2) เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหาการจำลองแบบมลพิษทางน้ำ

3) สามารถใช้ทำนายแนวโน้มที่จะเกิดปัญหามลพิษทางน้ำในลำคลองที่มีการปล่อยน้ำเสียจากพื้นที่ชุมชนได้

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานปัญหาพิเศษ

1) ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการประเมินคุณภาพน้ำเพื่อกำหนดพารามิเตอร์ที่จำเป็นและเงื่อนไขขอบ

2) ใช้วิธีคลอโลเคชันเพื่อการประมาณค่าผลเฉลยของสมการก่อกำเนิด

3) ทดลองการคำนวณกับสมการก่อกำเนิด

4) นำขั้นตอนการคำนวณมาเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์

5) นำเสนอผลการคำนวณภายหลังประเมินผล (Post processing) ในรูปแบบตารางและกราฟเปรียบเทียบ

6) ทดลองเชิงตัวเลข (Numerical experiment) เพื่อจำลองสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน

7) ตรวจสอบและปรับปรุงวิธีการคำนวณ

8) สรุปผลการจำลองแบบที่ได้นำเสนอไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดความเข้มข้นของสารพิษในคลอง

2.1 การประเมินคุณภาพน้ำ

มลพิษของน้ำหรือน้ำเสีย (Water Pollution) คือการเปลี่ยนแปลงคุณภาพน้ำ จากที่อยู่ในสภาพที่คนใช้ได้ สัตว์น้ำอาศัยอยู่ได้ตลอดวงจรชีวิต มีสภาพแย่ลงเนื่องจากมีสิ่งปนเปื้อนถูกเติมลงไป ทำให้เกิดความเสียหายต่อระบบนิเวศ

คุณภาพน้ำ (Water Quality) หมายถึงสภาวะของน้ำที่มีองค์ประกอบของสิ่งเจือปนทั้งทางด้านกายภาพ เคมีและชีววิทยา ในปริมาณที่ควรจะมีในแต่ละประเภทของแหล่งน้ำ

ลักษณะของน้ำเสียทางกายภาพ

อุณหภูมิ (Temperature) คือความร้อน-เย็นของน้ำ อุณหภูมิของน้ำจะสูงกว่าอุณหภูมิในบรรยากาศ ยกเว้นในฤดูร้อน อุณหภูมิของน้ำมีผลกระทบ คือมีผลกระทบต่อสิ่งมีชีวิตในน้ำการเจริญเติบโตของสัตว์และพืชน้ำ มีผลต่อปฏิกิริยาเคมีต่าง ๆ ซึ่งปฏิกิริยาทางเคมีจะเกิดขึ้นได้ดีเมื่อมีอุณหภูมิสูง ดังนั้นอุณหภูมิเป็นตัวเร่งปฏิกิริยา

สี (Color) คือน้ำเสียชุมชน ที่ปล่อยจากชุมชนจะ มีสีเท่าปนน้ำตาลอ่อน เมื่อไม่มีการบำบัดจะเปลี่ยนเป็นสีเท่าหรือสีดำ น้ำเสียจากอุตสาหกรรม ส่วนใหญ่มีสีเทา เทาเข้มหรือสีดำ

กลิ่น คือน้ำเสียชุมชน ในระยะแรกมีกลิ่นเหม็นอับ จากน้ำเสียอุตสาหกรรม เช่น อุตสาหกรรมเคมียา อาหาร กลิ่นเกิดจากกระบวนการย่อยสลาย

ลักษณะของน้ำเสียทางเคมี

สารอินทรีย์ (Organic Matter) หมายถึงสารที่ประกอบไปด้วยธาตุคาร์บอนและไฮโดรเจน

บีโอดี (Biochemical Oxygen Damned : BOD) หมายถึงเป็นค่าที่บอกให้ทราบถึงปริมาณของออกซิเจนที่ใช้ในการย่อยสลายสารอินทรีย์

ซีโอดี (Chemical Oxygen Demand : COD) หมายถึงวิเคราะห์คุณภาพน้ำทิ้ง และการควบคุมระบบบำบัดน้ำเสีย

ปริมาณออกซิเจนที่ละลายน้ำ(Dissolved Oxygen : Do) หมายถึงการบ่งบอกว่าแหล่งน้ำนั้นมีปริมาณออกซิเจนเพียงพอต่อความต้องการของสิ่งมีชีวิตหรือไม่

ค่ากรด-ด่าง (pH) หมายถึงค่าที่แสดงปริมาณความเข้มข้นของอนุภาคไฮโดรเจนในน้ำ

คลอไรด์ หมายถึงสารที่เกิดจากบ้านพักอาศัย แหล่งอุตสาหกรรม เช่น การผลิตเกลือ การผลิตแก้วหรือจากการเกษตรกรรม เช่น การใช้ปุ๋ย สารฆ่าแมลง

ไนโตรเจน เป็นธาตุที่มีความสำคัญในการสังเคราะห์โปรตีน ธาตุไนโตรเจนในน้ำอยู่ในรูปสารอินทรีย์ไนโตรเจน แอมโมเนีย-ไนโตรเจน ไนไตรท ไนเตรต ก๊าซไนโตรเจน ถ้ามีไนโตรเจนในแหล่งน้ำมาก ทำให้พืชน้ำมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว

สารโลหะหนัก หมายถึงสารชนิดต่าง ๆ ที่ขึ้นอยู่กับชนิดของอุตสาหกรรม เช่น สารตะกั่ว (Pb) ทองแดง (Cu) โครเมียม (Cr) แคดเมียม (Cd) สารหนู (As) เป็นต้น สารโลหะหนักยอมให้มีได้ในน้ำในปริมาณน้อยมาก แต่บางชนิดหากมีปริมาณไม่มากนักจะมีผลดีต่อสิ่งมีชีวิตในน้ำ เช่น สารทองแดง สังกะสี เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลักษณะของน้ำเสียทางชีวภาพ

แบคทีเรีย (Bacteria) คือจุลินทรีย์เซลล์เดียว มีขนาดเล็ก ไม่สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่า

รา (Fungi) คือจุลินทรีย์ที่มีหลายเซลล์ ไม่มีคลอโรฟิลล์ อาศัยอยู่ได้โดยไม่สามาร สังเคราะห์แสงรับอาหารจากสิ่งที่ตายแล้ว รามีความสำคัญในการย่อยสลายพวกคาร์บอนที่มีค่า pH ต่ำ สามารถย่อยสลายสารที่มีโครงสร้างซับซ้อนได้ดีกว่าแบคทีเรีย รามีบทบาทสำคัญในการย่อยสลายเซลลูโลสหรือสารคาร์โบไฮเดรตได้ดี รามีบทบาทสำคัญในการย่อยสลายสารอินทรีย์ในระบบบำบัดน้ำเสีย

สาหร่าย (Algae) คือจุลินทรีย์ที่มีทั้งเซลเดียวและหลายเซล มีบทบาทสำคัญในการเป็นผู้ผลิต มีคลอโรฟิลล์ สามารถสังเคราะห์แสงเองได้ เช่น สาหร่ายสีเขียวแกมน้ำเงิน และมีความสำคัญในการบำบัดน้ำเสีย

โปรโตซัว (Protozoa) คือจุลินทรีย์เซลล์เดียว ไม่มีผนังเซล มีขนาดใหญ่กว่าแบคทีเรีย อาศัยเจริญเติบโตได้ที่ไม่มีออกซิเจน หรือสภาวะทั้งที่มีและไม่มีออกซิเจน เป็นผู้บริโภค โดยการกินแบคทีเรีย สารอินทรีย์และจุลินทรีย์อื่น ๆ

โรติเฟอร์ คือสัตว์หลายเซลล์ อาศัยอยู่ในสภาวะที่มีออกซิเจนอิสระ ใช้สารอินทรีย์เป็นแหล่งคาร์บอน มีประสิทธิภาพสูงในการกินแบคทีเรีย ถ้าพบโรติเฟอร์ในระบบบำบัดน้ำเสีย แสดงว่าระบบบำบัดน้ำเสียนั้นมีประสิทธิภาพดี

ไวรัส (Virus) คือสิ่งมีชีวิตที่มีขนาดเล็ก เป็นกลุ่มของจุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดโรค ซึ่งมักเป็นโรคที่เกิดในระบบทางเดินอาหาร ไวรัส สามารถทำลายเซลล์ของแบคทีเรียได้

แหล่งกำเนิดมลพิษทางน้ำ

น้ำเสียจากชุมชน (Domestic Wastewaters) หมายถึงน้ำที่เกิดจากการใช้ประโยชน์ในกิจกรรมต่าง ๆ และระบายน้ำทิ้งลงสู่ท่อระบายน้ำ แหล่งรองรับน้ำเสียหรือแหล่งน้ำธรรมชาติ โดยไม่ได้ผ่านการบำบัดมาก่อน ได้แก่ บ้านพักอาศัย ภัตตาคาร โรงแรม สถานที่ทำงาน ย่านการค้า ตลาด เป็นต้น องค์ประกอบของน้ำเสียชุมชน เช่น บีโอดี ซีโอดี ไนโตรเจนและแอมโมเนีย สารน้ำมันและไขมัน

น้ำเสียจากโรงงานอุตสาหกรรม (Industrial Wastewater) หมายถึงน้ำเสียจากกระบวนการผลิตในอุตสาหกรรม น้ำเสียจากการล้างเครื่องจักร การล้างสถานประกอบการ เป็นต้น

น้ำเสียจากการเกษตรกรรม (Agriculture Wastewaters) หมายถึงน้ำจากการเพาะปลูก น้ำจากฟาร์มเลี้ยงสัตว์ น้ำจากบ่อกุ้งบ่อปลา ปุ๋ยรูปแบบต่าง ๆ เป็นต้น เป็นน้ำทิ้งที่ปนเปื้อนด้วยสารเคมีทางการเกษตร [3]

การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตสีของน้ำ

สีของน้ำจะบ่งชี้ถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดสี หรือบอกถึงสิ่งที่ละลายอยู่ในน้ำได้ การประเมินสีอาจทำได้โดยการเปรียบเทียบสีกับสีมาตรฐาน หรือการใช้ความรู้สึกของผู้สำรวจแต่ควรเป็นความเห็นที่มาจากหลาย ๆ คน

การตรวจวัดและการแปรผล

สังเกตสีของน้ำจากแหล่งน้ำโดยตรง หรือตักน้ำขึ้นมาอย่างน้อย 2 ลิตร โดยตักลึกลงไปประมาณครึ่งหนึ่งของความลึก นำขึ้นมาใส่ขวดแก้วใสแล้วจึงสังเกตสี โดยสีที่เกิดขึ้นของน้ำเป็นตัวชี้ให้เห็นถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดสีได้อย่างคร่าว ๆ ดังแสดงในตารางด้านล่าง อย่างไรก็ตามถึง แม้ว่าน้ำจะใสไม่มีสี ก็ไม่อาจรับรองได้ว่าแหล่งน้ำนั้นมีคุณภาพดีไม่มีการปนเปื้อนเลย ควรจะมีการติดตามตรวจสอบต่อไป

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตสีของน้ำ [14]

สีปรากฏ	สาเหตุที่ทำให้เกิดสี
ไม่มีสี	ยังไม่ควรสรุปว่าน้ำสะอาดเพราะอาจมีสิ่งเจือปนอยู่
สีเขียว	แพลงค์ตอนพืช
สีเหลืองหรือสีน้ำตาลหรือสีชาใส	มีซากพืชย่อยสลาย
สีแดงหรือสีเหลืองหรือ สีมะฮอกกานี	เป็นสีของสาหร่ายอีกจำพวกหนึ่ง (Dinoflagellates)
สีน้ำตาลขุ่นหรือสีแดง	มีตะกอนดินเจือปน อาจเกิดจากการกัดเซาะหน้าดินหรือชายฝั่ง
สีรุ้ง	มีคราบน้ำมันที่ผิวหน้า
สีเทาหรือสีดำ	น้ำเน่าจากสิ่งปฏิกูล หรืออาจมีแร่ธาตุจากธรรมชาติเจือปน

การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตกลิ่นของน้ำ

กลิ่นของน้ำจะบ่งบอกถึงสาเหตุมลพิษของลำน้ำนั้นได้ เช่น น้ำที่ได้รับการปนเปื้อนจากน้ำเสียชุมชนก็จะมีกลิ่นเหม็นก๊าซไข่เน่า เป็นต้น กลิ่นก็บอกได้ว่า คุณภาพน้ำมีการปนเปื้อนของมลพิษมากหรือน้อยอย่างคร่าว ๆ ได้

การตรวจวัดและการแปรผล

สังเกตกลิ่นของน้ำจากแหล่งน้ำโดยตรง โดยไปยืนริมน้ำแล้วสูดหายใจดมกลิ่น หรือตักน้ำขึ้นมาอย่างน้อย 2 ลิตร ใส่ขวดแก้วแล้วจึงดมกลิ่นโดยใช้มือโบกกลิ่นให้โชยเข้าจมูก กลิ่นของน้ำจะบ่งบอกถึงสาเหตุมลพิษของลำน้ำนั้นได้อย่างคร่าว ๆ ดังแสดงในตารางด้านล่าง อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ไม่ได้กลิ่นก็ไม่อาจสรุปได้ว่าแหล่งน้ำนั้นมีคุณภาพดี ไม่มีการปนเปื้อน ควรจะมีการติดตามตรวจสอบต่อไป

ตารางที่ 2.2 การติดตามตรวจสอบคุณภาพน้ำโดยการสังเกตกลิ่น [14]

ประเภทของกลิ่น	ที่มาของกลิ่น
1. กลิ่นหอม	กลิ่นผลไม้ กลิ่นกระเทียม กลิ่นแตงกวา กลิ่นน้ำหอม กลิ่นยาต่าง ๆ
2. กลิ่นต้นไม้	กลิ่นสาหร่าย กลิ่นหญ้า กลิ่นต้นไม้ กลิ่นแพลงค์ตอนต่าง ๆ
3. กลิ่นดินและเชื้อรา	กลิ่นดิน กลิ่นโคลน กลิ่นเชื้อราต่าง ๆ
4. กลิ่นคาว	กลิ่นคาวปลา กลิ่นน้ำมันตับปลา กลิ่นหอยต่าง ๆ
5. กลิ่นยา	กลิ่นฟีนอล กลิ่นน้ำมันทาร์ กลิ่นน้ำมัน กลิ่นไขมัน กลิ่นพาราฟิน กลิ่นคลอรีน กลิ่นไฮโดรเจนซัลไซด์กลิ่นคลอโรฟีนอลหรือกลิ่นผลิตภัณฑ์ยาต่าง ๆ ดินหรือชายฝั่ง
6. กลิ่นเน่า	กลิ่นของสดเน่า กลิ่นขยะ กลิ่นน้ำทิ้ง กลิ่นคอกหมู กลิ่นมูลสัตว์ต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การตรวจวัดคุณภาพน้ำทางชีวภาพ

การตรวจวัดคุณภาพน้ำนอกจากจะใช้แบคทีเรียในการวิเคราะห์คุณภาพน้ำแล้ว ยังสามารถใช้สิ่งมีชีวิตที่อาศัยอยู่ในแหล่งน้ำนั้น เช่น แพลงค์ตอนพืช แพลงค์ตอนสัตว์ สาหร่ายขนาดใหญ่ สัตว์หน้าดิน พืชน้ำและปลาเป็นตัวชี้วัดคุณภาพน้ำร่วมได้อีกทางหนึ่ง [14]

การควบคุมคุณภาพในภาคสนาม มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

การเตรียมอุปกรณ์และภาชนะในการเก็บตัวอย่าง เป็นกระบวนการเบื้องต้นที่สำคัญที่จะลดการปนเปื้อนที่จะมีผลต่อการวิเคราะห์ โดยอุปกรณ์และภาชนะทุกชิ้นที่นำไปใช้ในภาคสนาม จะต้องผ่านการล้างทำความสะอาดด้วยน้ำยาทำ ความสะอาด ล้างด้วยน้ำสะอาดและน้ำกลั่นบริสุทธิ์ในขั้นตอนสุดท้าย จากนั้นคว่ำให้แห้งและเก็บในห้องที่สะอาดปราศจากฝุ่นละออง

ลักษณะของภาชนะที่ใช้บรรจุตัวอย่าง ส่วนมากจะนิยมใช้ขวดพลาสติก เพราะเบา สะดวกในการขนส่ง และราคาถูก แต่จะใช้กับตัวอย่างน้ำทุก ๆ ตัวอย่างไม่ได้ ดังนั้นลักษณะของภาชนะที่ใช้จะต้องเลือกให้เหมาะสม

ฉลากติดข้างขวดเก็บตัวอย่างเมื่อเก็บตัวอย่างน้ำ และปิดฝาขวดให้สนิทแล้วควรเช็คขวดให้แห้ง และปิดฉลาก (Label) ไว้ทุกขวดทันที เพื่อป้องกันการปิดฉลากผิดขวด

ขนาดหรือปริมาตรของตัวอย่างที่ต้องการ (Sample Size) จะมากหรือน้อยเท่าใดขึ้นอยู่กับปริมาตรที่ใช้ในการวิเคราะห์ ควรเก็บมากกว่าที่ต้องการเล็กน้อยเพราะในกรณีที่มีความผิดพลาดเกิดขึ้นเนื่องจากการวิเคราะห์ จะได้มีน้ำตัวอย่างเพียงพอในการวิเคราะห์ซ้ำ ถ้าน้ำตัวอย่างค่อนข้างสะอาดและไม่มีพิษ เช่น น้ำแม่น้ำหรือน้ำทะเล ควรเก็บให้มากพอสมควรหากน้ำตัวอย่างเป็นน้ำเสียที่สกปรก และค่อนข้างอันตราย เช่น น้ำเสียจากโรงงานอุตสาหกรรมหรือโรงพยาบาล ไม่ควรเก็บปริมาณมาก เพราะน้ำตัวอย่างที่เหลือจากการวิเคราะห์จะเป็นภาระ และเป็นปัญหาของห้องปฏิบัติการในการกำจัดทิ้ง [1]

ดัชนีคุณภาพน้ำทางเคมี (Chemical Quality Parameters)

pH มาจากคำว่า Positive Potential of the Hydrogen-ion ค่าพีเอชไม่ได้บอกถึงความเป็นกรดหรือด่างรวมของสารละลายนั้น แต่จะบอกถึงความเข้มข้นไฮโดรเจนอิออน ณ เวลานั้น สารละลายที่พีเอชเท่ากัน อาจมีความเป็นกรดและความเป็นด่างต่างกัน นอกจากนี้สารละลายกรดต่างชนิดกันมีความเข้มข้นเท่ากัน อาจมีค่าพีเอชต่างกัน น้ำบริสุทธิ์มีพีเอชเท่ากับ 7 แต่น้ำในธรรมชาติอยู่ในช่วง 4 - 9 เป็นส่วนใหญ่ และค่อนข้างจะเป็นเบสเล็กน้อย น้ำที่มีพีเอชต่ำกว่าหรือสูงกว่านี้อาจมาจากถูกปะปน โดยกรดหรือด่างแก่จากน้ำทิ้ง

การนำไฟฟ้า (Electric Conductivity) ค่าการนำไฟฟ้าไม่ได้บอกถึงชนิดของสารในน้ำ บอกแต่เพียงว่ามีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของอิออนที่ละลายในน้ำเท่านั้น กล่าวคือ ถ้าการนำไฟฟ้าเพิ่มขึ้นก็แสดงว่าสารที่แตกตัวได้ในน้ำเพิ่มขึ้น หรือถ้าค่าการนำไฟฟ้าลดลงก็แสดงว่าสารที่แตกตัวได้ในน้ำลดลง การนำไฟฟ้าเป็นตัวเลขที่บอกถึงความสามารถของน้ำตัวอย่างในการนำกระแสไฟฟ้าจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความเข้มข้นทั้งหมดของสารที่มีประจุที่ละลายอยู่ในน้ำตัวอย่าง และอุณหภูมิขณะที่ทำการวัดค่าการนำไฟฟ้า ทำให้ทราบการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นของสารที่ละลายในน้ำดิบ และน้ำโสโครกอย่างรวดเร็ว ตลอดจนการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยเนื่องจากฤดูกาล ซึ่งพบในอ่างเก็บน้ำ ซึ่งจะตรงกันข้ามกับการขึ้น ๆ ลง ๆ ในแม่น้ำบางสายซึ่งสกปรกนอกจากนี้สำหรับน้ำโสโครกซึ่งประกอบด้วยน้ำทิ้งจากโรงงานค่านี้จะบอกถึงคุณภาพน้ำทิ้งแต่ละวัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความเค็ม (Salanity) ความเค็มของน้ำ ถือว่ามีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสัตว์น้ำมาก โดยความเค็มของน้ำจะมีผลต่อการควบคุมปริมาณน้ำในร่างกาย เป็นผลมาจากความแตกต่างของความดันออสโมติกในร่างกายสัตว์น้ำกับภายนอกร่างกาย นอกจากนี้แล้วความเค็มของน้ำยังมีผลกระทบต่อพืช หากนำน้ำไปเพื่อการเพาะปลูก ความเค็มจะทำให้เกิดผลกระทบต่อรากพืชไม่สามารถดูดน้ำไปเลี้ยงลำต้นได้ ใบพืชจะแห้งไหม้ และตายในที่สุด

ออกซิเจนละลายน้ำ ออกซิเจนที่ละลายน้ำซึ่งเป็นลักษณะสำคัญที่จะบอกให้ทราบว่าน้ำนั้นมีความเหมาะสมเพียงใดต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิตในน้ำ ความสามารถในการละลายของออกซิเจนในน้ำซึ่งสัมพันธ์กับอุณหภูมิ ความกดดันของอากาศและสิ่งเจือปนในน้ำ ถ้าปริมาณออกซิเจนไม่เพียงพอก็จะมีผลต่อสิ่งมีชีวิตที่อาศัยอยู่ในน้ำ น้ำในภาวะปกติหรือน้ำธรรมชาติที่มีคุณภาพดี ส่วนใหญ่มีปริมาณออกซิเจน ประมาณ 5 – 7 มิลลิกรัม/ลิตร น้ำที่มีค่า DO สูงจะมีคุณภาพดีกว่าน้ำที่มีค่า DO ต่ำ

ปริมาณความสกปรกในรูป BOD คือการหาปริมาณออกซิเจนที่แบคทีเรียใช้หายใจโดยแบคทีเรียเหล่านี้ใช้สารอินทรีย์ในน้ำเป็นอาหาร ค่าบีโอดีสามารถบอกถึงลักษณะของน้ำว่ามีความสกปรกมากน้อยแค่ไหน การวิเคราะห์หาค่าบีโอดีเพื่อที่จะทราบถึงปริมาณความสกปรกของ น้ำในแม่น้ำลำคลอง น้ำทิ้งจากอาคารบ้านเรือนและโรงงานอุตสาหกรรม เพื่อประโยชน์ในการออกแบบระบบบำบัดควบคุมคุณภาพน้ำและประสิทธิภาพของระบบนั้น

ซีโอดี ค่าซีโอดีมีความสำคัญในการวิเคราะห์คุณภาพน้ำ การควบคุมระบบบำบัดน้ำทิ้ง การควบคุมระบบบำบัดน้ำเสีย ค่า COD นี้มีหน่วยเป็นมิลลิกรัม/ลิตร

แอมโมเนีย-ไนโตรเจน (Ammonia – Nitrogen) เป็นของเสียที่ถูกขับถ่ายจากสัตว์จะมีสารประกอบพวกโปรตีนหรืออินทรีย์ ไนโตรเจนที่ยังย่อยไม่หมด สารเหล่านี้จะถูกแบคทีเรียย่อยสลายเป็นแอมโมเนีย แอมโมเนียที่เกิดขึ้นจะถูกพืชนำไปใช้ประโยชน์ในการสร้างโปรตีนใหม่ ระดับปริมาณแอมโมเนียในน้ำขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ความเป็นกรด-ด่างและความกระด้างของน้ำ หากแอมโมเนียมีความเข้มข้นสูงถึงปริมาณหนึ่งจะเป็นอันตรายต่อสัตว์น้ำ

ไนเตรท–ไนโตรเจน (Nitrate – nitrogen) ไนเตรทเกิดจากการที่สิ่งมีชีวิตปล่อยของเสียซึ่งมีสารประกอบไนโตรเจนออกมา เมื่อมีสิ่งมีชีวิตตายลงโปรตีนภายในสิ่งมีชีวิตจะถูกย่อยสลายเปลี่ยนเป็นแอมโมเนียซึ่งพืชนำไปใช้ในการสร้างโปรตีนได้ ไนเตรทนอกจากเข้าสู่แหล่งน้ำจากการเน่าเปื่อยของสิ่งมีชีวิตแล้วยังมาจากการเกษตรกรรมและน้ำเสีย

ไนไตร์ท-ไนโตรเจน (Nitrite – Nitrogen) ในแหล่งน้ำธรรมชาติมักจะมีไนไตรท์ในปริมาณที่ต่ำอยู่แล้ว ผลกระทบโดยทั่วไปมักจะคิดเป็นปริมาณไนโตรเจนทั้งหมดที่มาจากทั้งแอมโมเนีย ไนเตรทและไนไตรท์ เนื่องจากไนโตรเจนเป็นส่วนประกอบของโปรตีนจึงไม่มีผลกระทบต่อสุขภาพโดยตรง ไนไตรท์สามารถยับยั้งการขนถ่ายออกซิเจนไปเลี้ยงเนื้อเยื่อต่าง ๆ ของร่างกายทำให้หายใจขัดและผิวหนังมีจำสีน้ำเงิน

ฟอสฟอรัสทั้งหมด (Total phosphorus) ฟอสฟอรัสเป็นธาตุอาหารที่พบได้ทั่วไปในสิ่งมีชีวิตทุกชนิด และมักพบในรูปของฟอสเฟต สารประกอบฟอสเฟตเป็นสารอาหารที่จำเป็นของมนุษย์ สัตว์ พืชและจุลินทรีย์ พบได้ในยีน ฟัน กระดูกและกล้ามเนื้อ นอกจากนี้สารฟอสเฟตเป็นส่วนประกอบสำคัญในปุ๋ย ผงซักฟอก ยาสีฟัน นมข้น อาหาร เครื่องดื่ม และสารลดความกระด้างของน้ำ ปริมาณฟอสฟอรัส ส่วนใหญ่ ในน้ำเสียชุมชน เกิดขึ้นจากการใช้ผงซักฟอกในครัวเรือน ฟอสฟอรัสพบได้ทั้งในน้ำธรรมชาติและน้ำเสียในรูปของฟอสเฟต ฟอสเฟตมักพบเป็นสารละลายในน้ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โซเดียม (Sodium) เป็นส่วนประกอบที่สำคัญที่แสดงความเป็นด่างของโลหะ สารประกอบโซเดียมเกือบทั้งหมดจะละลายในน้ำ โซเดียมส่วนใหญ่เกิดจากดินชั้นที่น้ำภายในระเหยไปแล้ว หรือมาจากน้ำเสียที่ทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรม

ไฮโดรซัลไฟด์ (Hydrogen Sulfide : H2S) ก๊าซไฮโดรเจนซัลไฟด์จะเกิดจากการย่อยสลายสารอินทรีย์ในสภาวะไม่มีอากาศ (anaerobic) และตัวการที่ก่อให้เกิดกลิ่นเหม็นในน้ำเสีย คือไฮโดรเจนซัลไฟด์ แอมโมเนียและมีเทน ถ้าสารซัลไฟด์ไปรวมตัวกับเหล็กจะเกิดเป็นเฟอรัสซัลไฟด์ ซึ่งทำให้น้ำเสียมีสีดำเกิดขึ้น

Soluble Sodium Percentage (SSP) เป็นค่าที่แสดงถึงปริมาณของโซเดียมที่มีอยู่ในน้ำ มีความสำคัญต่อคุณภาพน้ำเพื่อการชลประทาน ฉะนั้น จึงต้องคำนึงถึงปริมาณของโซเดียมว่ามีอยู่มากน้อยเพียงใดต่อปริมาณของธาตุที่มีประจุบวกทั้งหมด

ซัลเฟต (Sulfate :SO42-) มีอยู่ในน้ำธรรมชาติและในสิ่งมีชีวิตทุกชนิด แต่ส่วนมากจะมาจากการปล่อย น้ำเสีย น้ำซักล้างลงแหล่งน้ำ ซึ่งสารที่อยู่ในน้ำที่ถูกปล่อยเหล่านี้ก่อให้เกิดปัญหากลิ่นเหม็นจากการย่อยสลายน้ำเสีย และการกัดกร่อนต่อสภาพแวดล้อม

คลอไรด์ (Chloride : Cl) จะพบในน้ำธรรมชาติทั่วไปซึ่งละลายมาจากหินตะกอน ในบางครั้งอาจเกิดจากน้ำเสียจากแหล่งชุมชน โรงงานอุตสาหกรรม หรือเกิดจากน้ำทะเลไหลซึมเข้ามา ค่าความเข้มข้นของคลอไรด์ในน้ำเสีย ถ้ามีไม่มากจนเกินไปจะไม่มีอันตรายต่อมนุษย์ [5]

ปริมาณคลอไรด์ในน้ำดิบ น้ำประปา และวิธีการควบคุมแก้ไข

คลอไรด์ที่เจือปนอยู่ในน้ำประปา ทำให้น้ำประปามีความเค็ม มีผลกระทบต่อคุณภาพการผลิตสินค้าบางประเภทของโรงงานอุตสาหกรรมในพื้นที่ ซึ่งจำเป็นต้องควบคุมปริมาณคลอไรด์ในน้ำประปาให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน เพื่อไม่ให้ส่งผลกระทบต่อผู้ใช้น้ำทุกกลุ่ม โดยเฉพาะโรงงานที่มาคลอไรด์ เป็นธาตุชนิดหนึ่งที่เจือปนอยู่ในน้ำเค็ม ที่จะลุกล้ำน้ำเจ้าพระยา โดยเฉพาะแม่น้ำเจ้าพระยาในเดือนมีนาคม - เมษายนของทุกปี เนื่องจากเป็นฤดูร้อนฝนตกน้อย ปริมาณน้ำเก็บกักในเขื่อนทางตอนเหนือมีน้อย บางครั้งมีไม่เพียงพอที่จะใช้ปล่อยดันน้ำเค็มให้ถอยลงไปให้ไกล้ปากอ่าวไทยมากที่สุด ทุกปีการประปานครหลวงต้องดำเนินการแก้ไขปัญหาน้ำเค็มที่จะปนเปื้อนเข้ามาในคลองประปา ซึ่งจะมีผลต่อคุณภาพน้ำประปา เนื่องจากการผลิตน้ำของการประปานครหลวงเป็นแบบ Conventional ธรรมดา ไม่สามารถกรอง หรือกำจัดคลอไรด์ได้ จึงต้องมีมาตรการอื่น ๆ ในการควบคุมปริมาณคลอไรด์ในน้ำประปาให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐานที่การประปานครหลวงกำหนด คือน้ำประปาต้องมีปริมาณคลอไรด์ไม่เกิน 250 มิลิกรัมต่อน้ำ 1 ลิตร หรือ 0.25 กรัมต่อลิตร โดยมีมาตรการแก้ไขดังนี้

1. ประสานงานกับกรมชลประทาน ในการปล่อยน้ำจากเขื่อนทางฝั่งตะวันตกเพื่อผลักดันและเจือจางความเค็มของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาก่อนสูบเข้าคลองประปาที่เหนือโรงสูบน้ำดิบสำแล โดยลำเลียงน้ำจากเขื่อนแม่กลองผ่านทางคลองจระเข้สามพัน ต่อเนื่องลงคลองสองพี่น้อง และสูบลงสู่แม่น้ำท่าจีน จากนั้นใช้เครื่องสูบน้ำสูบจากแม่น้ำท่าจีน เข้าสู่คลองพระยาบันลือ เพื่อระบายลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยา ผ่านประตูสิงหนาท (ระบายสูงสุด 42.46 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที) เพื่อผลักดันและเจือจางความเค็มของน้ำเหนือโรงสูบน้ำดิบลำแล

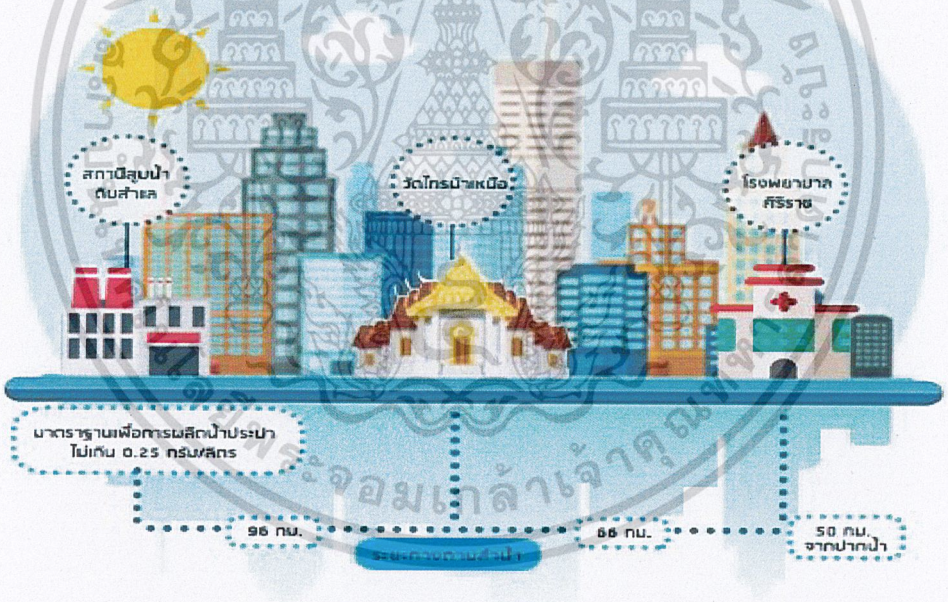
2. ประสานงานกับการไฟฟ้าฝ่ายลิตแห่งประเทศไทย เรื่องการระบายน้ำในเขื่อนภูมิพล เขื่อนสิริกิติ์ เขื่อนแควน้อยบำรุงแดน ผู้บริหารการประปานครหลวงพบผู้อำนวยการเขื่อนสิริกิติ์ ร่วมกันประชุมปรึกษาหารือแนวทางการเก็บกักน้ำ และการปล่อยจากเขื่อนเพื่อให้เพียงพอต่อการใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

น้ำเพื่อผลิตน้ำประปา และไล่น้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยา เพื่อสร้างความเข้าใจซึ่งกันและกัน และหาทางแก้ไขจุดวิกฤตในการใช้น้ำดิบจากแม่น้ำเจ้าพระยาในการผลิตน้ำประปา เพื่อประชาชนในเขตรับผิดชอบประสานงานคอยเฝ้าระวังอัตราไหลของน้ำ ที่ออกจากเขื่อนและปริมาณเก็บกักในเขื่อน พร้อมเฝ้าระวังทาง Web Site ถ้ามีสิ่งผิดปกติ ให้รีบเร่งประสานงานแก้ไขโดยด่วนต่อไป

3. ประสานงานกรมอุทกศาสตร์กองทัพเรือ เรื่องการคาดการณ์ของระดับน้ำทะเลขึ้นและลง ในการควบคุมความเค็มของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยานั้น ต้องประสานงานกันระหว่าง การประปา การไฟฟ้า ฝ่ายผลิต เขื่อน กรมชลประทานและกรมอุทกศาสตร์กองทัพเรือ เช่น กรมอุทกศาสตร์กองทัพเรือ จะพยากรณ์เวลาน้ำขึ้นน้ำลง ระดับน้ำสูงสุดต่ำสุด การประปาให้ข้อมูลเรื่องความเค็มกับกรมชลประทาน และการไฟฟ้าฝ่ายผลิตที่ควบคุมเขื่อน ควบคุมปริมาณน้ำและอัตราไหล เพื่อไล่น้ำเค็ม โดยจะวางแผนร่วมกัน และจัดทำแผนปฏิบัติการต่อไป

4. กำหนดจุดตรวจวัดค่าความเค็ม และการแจ้งเตือนการประปานครหลวง ได้ทำการตรวจวัดค่าความเค็มที่แม่น้ำเจ้าพระยา บริเวณปากเกร็ดซึ่งห่างจากโรงสูบน้ำดิบสำแล



รูปที่ 2.1 การวัดค่าน้ำเค็มของ กทม. ร่วมกับการประปานครหลวง

ประมาณ 25 กม. โดยกำหนดค่าความเค็มที่ใช้ควบคุมไว้ คือต้องไม่เกิน 0.25 g/l (วันที่ 28 มีนาคม 2556 ตรวจวัดได้ 0.19 g/l ที่หน้าโรงสูบน้ำดิบสำแล) จากนั้นยังประสานงานข้อมูลจากการตรวจวัดค่าความเค็มของ กทม. ที่วัดไทรม้าเหนือ ที่โรงพยาบาลคิริราช เพื่อใช้ประมวลผลร่วมกัน และถ้าค่าที่ตรวจวัดได้เกินกว่า 0.25 g/l จะต้องมีมาตรการแก้ไขป้องกันต่อไป

จุดเฝ้าระวังและแจ้งเตือน ของการประปานครหลวง จะทำการตรวจวัดค่าความเค็มที่ท่าน้ำวัดสนามเหนือ บริเวณอำเภอปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ห่างจากโรงสูบน้ำดิบสำแลประมาณ 25 กิโลเมตร ปกติจะทำการตรวจวัด ค่าเดือนละ 2 ครั้ง ตอนข้างขึ้นและข้างแรม ค่าแจ้งเตือนที่วัดคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเอกสารนี้ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่เกิน 0.3 g/l (ถ้าค่าสูงเกินนี้ต้องแจ้งเตือนตามลำดับชั้นสายงาน และแจ้งกรมชลประธานเพื่อประสานงานให้เจ้าหน้าที่เขื่อนเร่งปล่อยน้ำลงมาไล่น้ำเค็มโดยเร่งด่วน)

5. การแก้ไขป้องกันน้ำเค็มเข้าสู่กระบวนการผลิตน้ำประปาความเค็มของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยาจะขึ้นสูงเป็นบางช่วงเวลา ขึ้นอยู่กับระดับการหนุนสูงของน้ำทะเล ช่วงน้ำขึ้น วันละ 4 - 5 ชั่วโมง จึงได้กำหนดดำเนินมาตรการแก้ไขป้องกัน ดังนี้

5.1 ก่อนเวลาที่คาดว่าจะมีความเค็มเข้ามาที่หน้าโรงสูบน้ำดิบลำแล ให้โรงสูบน้ำดิบลำแลสูบน้ำเก็บกักไว้ ใน คลองประปาก่อน โดยคำนวณว่าสามารถใช้น้ำได้ 4 - 5 ชั่วโมง แล้วหยุดเครื่องสูบน้ำ ปิดประตูน้ำไม่ให้น้ำเข้าใน คลองประปา เมื่อน้ำเค็มในแม่น้ำเจ้าพระยามีระดับลดลงแล้วจึงเปิดประตูน้ำ และเดินเครื่องสูบน้ำตามปกติ

5.2 ประสานงานกับกรมชลประทาน เร่งนำน้ำจากเขื่อนแม่กลองผ่าน คลองพระยาบันลือลงในแม่น้ำเจ้าพระยา เหนือโรงสูบน้ำดิบลำแล เพื่อไล่น้ำเค็ม

5.3 ถ้าไม่สามารถป้องกันความเค็มเข้าในคลองประปาได้ ให้โรงงานผลิตน้ำบางเขน สามเสนและธนบุรี ลดกำลังการผลิตลงเพื่อให้ความเค็มที่เข้ามาในระบบผลิตเจือจางกับน้ำประปาที่ผลิตเสร็จแล้วในลังเก็บน้ำใสเพื่อให้ความเค็มมีค่าลดลง

5.4 มาตรการเฝ้าระวังความเค็มที่จะเข้ามาในระบบผลิต

5.5 มาตรการแจ้งเตือนลำนักงานประปาสาขา เมื่อฝ่ายคุณภาพน้ำซึ่งจะตรวจวัดความเค็มของน้ำในแม่น้ำเจ้าพระยา มีค่าสูงเกินกว่ามี 0.25 g/l และค่า Conductivity เกินกว่า 300 ไมโครโมส์ต่อตารางเซนติเมตร จะต้องแจ้งเตือนลำนักงานประปาสาขาให้ทราบต่อไป

6. สรุปขั้นตอนการดำเนินการแก้ไขสถานการณ์น้ำทะเลหนุนสูง

6.1 นำข้อมูลในอดีตมาวิเคราะห์ถึงแนวโน้มการคลี่คลายของสถานการณ์ภายหลังการดำเนินการผันน้ำตามแผน

6.2 กรมชลประทานเตรียมความพร้อมของเส้นทางลำเลียง เครื่องสูบน้ำ เครื่องผลักดันน้ำ ประตูระบายน้ำ

6.3 การติดตามข้อมูลระดับน้ำทะเลขึ้นลง อัตราการระบายน้ำของเขื่อนเจ้าพระยา อัตราการ ระบายน้ำ ของเขื่อนพระรามหก อย่างใกล้ชิด

6.4 การประสานงานระหว่างการประปานครหลวง กรมชลประทาน และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องในส่วนของข้อมูล และขั้นตอนการปฏิบัติ

6.5 การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการปฏิบัติตามแผน [11]

คลอไรด์ในน้ำจะอยู่ในรูป Cl^- เป็นสารอนินทรีย์ที่พบมากโดยจะอยู่ในรูปของสารประกอบของแคลเซียม แมกนีเซียมหรือโซเดียมโดยเกลือของคลอไรด์จะละลายอยู่ในน้ำซึ่งมีความเข้มข้นอยู่ในช่วง 10 มก./ลิตร ถึง 100 มก./ลิตร ปริมาณความเข้มข้นแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับพื้นดินหรือชั้นดินที่มีปริมาณคลอไรด์แตกต่างกัน น้ำทะเลมีปริมาณคลอไรด์มากกว่า 30,000 มก./ลิตร บริเวณชายหาดจะพบคลอไรด์ในบ่อที่มีน้ำชะดินจากแหล่งน้ำกร่อยเข้ามา น้ำธรรมชาติรับคลอไรด์จากหลายทาง เช่น มาจากสิ่งปฏิกูล โรงงานอุตสาหกรรม เป็นต้น ถ้าคลอไรด์มีปริมาณมากน้ำจะมีรสชาติเค็มไม่เหมาะสำหรับการอุปโภค และบริโภค นอกจากนี้ยังมีฤทธิ์กัดกร่อนท่อส่ง น้ำที่ทำจากโลหะ ล่งผลให้ปริมาณของเหล็กที่ละลายอยู่ในน้ำสูงขึ้นด้วย มาตรฐานน้ำดื่มคลอไรด์ ไม่เกิน 250 มก./ลิตร มาตรฐานคุณภาพน้ำบาดาลที่ใช้บริโภคคลอไรด์ ไม่เกิน 250 มก./ลิตร [9]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวัดความเค็มของน้ำ

การตรวจวัดความเค็ม เป็นการตรวจวัดปริมาณเกลือที่ละลายน้ำที่พบในน้ำเค็มหรือน้ำกร่อย โดยมีหน่วยเป็นส่วนในหนึ่งพันส่วน (ppt ย่อมาจาก part per thousand) ความเค็มของน้ำทะเลของโลกมีค่าเฉลี่ย 35 ppt น้ำจืดมีค่าไม่เกิน 0.5 ppt น้ำกร่อยมีค่า 0.5 – 25 ppt ค่าความเค็มจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับปริมาณหยาดน้ำฟ้า น้ำจากหิมะละลาย หรือบริเวณระหว่างน้ำเค็มกับน้ำจืด เช่น บริเวณปากแม่น้ำ ปริมาณของเกลือในน้ำเป็นตัวการสำคัญอย่างหนึ่งที่ใช้ชี้บ่งว่าจะพบสิ่งมีชีวิตชนิดใดในบริเวณแหล่งน้ำนั้น ดังนั้นชนิดสิ่งมีชีวิตที่อาศัยในน้ำจืด และที่อาศัยในน้ำเค็มจึงแตกต่างกัน พืชหรือสัตว์ที่อาศัยในน้ำจืดจะมีเกลือในเซลล์มากกว่าในแหล่งน้ำที่อาศัยอยู่ สิ่งมีชีวิตเหล่านี้จะกำจัดเหลืออออกมาเป็นของเสีย ส่วนพืชหรือสัตว์ที่อาศัยในน้ำทะเลมีปริมาณของเกลือเท่ากับหรือน้อยกว่าสิ่งแวดล้อมที่อาศัยอยู่ และมีกลไกของร่างกายที่จะยังคงสภาพสมดุลของเกลือ นอกจากนี้สิ่งมีชีวิตเหล่านี้ยังสามารถทนต่อการเปลี่ยนแปลงความเค็มในแหล่งน้ำที่อาศัยอยู่ได้ ในการตรวจวัดความเค็มสามารถตรวจวัดได้หลายวิธี แต่ในกิจกรรมนี้จะใช้ไฮโดรมิเตอร์เป็นอุปกรณ์ในการตรวจวัด ซึ่งไฮโดรมิเตอร์จะตรวจวัดค่าความถ่วงจำเพาะหรือความหนาแน่นของของเหลว การออกแบบอุปกรณ์นี้จะใช้หลักการของนักคำนวณ ชาวกรีกที่ชื่อว่า อาร์คิมีดีส ซึ่งกล่าวไว้ว่า น้ำหนักที่หายไปของของแข็งที่อยู่ในของเหลวจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวนี้ ถูกแทนที่ ดังนั้นของเหลวที่มีความหนาแน่นมากกว่าจะทำให้ของแข็งที่อยู่ในของเหลวนั้นจมตัวลงแทนที่น้ำหนักของตัวมันเอง น้ำจะมีความหนาแน่นเพิ่มขึ้นถ้าอุณหภูมิของน้ำลดลง และมีค่าสูงสุดเท่ากับ 1 ที่อุณหภูมิ 4°C และความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิเข้าใกล้จุดเยือกแข็งจะลดลง น้ำแข็งจึงลอยน้ำได้ เพราะมีความหนาแน่นน้อยกว่าน้ำ จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิของน้ำทำให้ความหนาแน่นของน้ำแปรเปลี่ยนไป ดังนั้นในการตรวจวัดความเค็ม (ปริมาณเกลือในน้ำ) เราจึงต้องวัดอุณหภูมิของน้ำควบคู่กับการวัดความหนาแน่นของน้ำด้วยวิธีการตรวจวัด

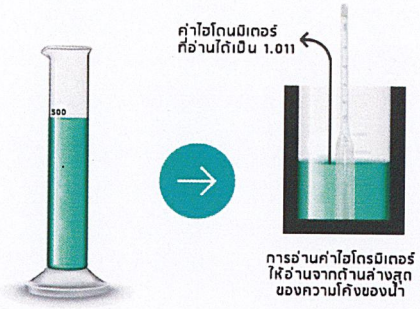
1. ล้างกระบอกตวงพลาสติกใสขนาด 500 ลบ.ซม.ด้วยน้ำตัวอย่าง อย่างน้อย 2 ครั้ง ก่อนเริ่มการทดลอง

2. เติมน้ำตัวอย่าง 500 ลูกบาศก์เซนติเมตร ลงในกระบอกตวง

3. วัดค่าอุณหภูมิของน้ำโดยให้กระเปาะของเทอร์มอมิเตอร์อยู่ใต้ระดับผิวหน้าน้ำลงไปลึก 10 เซนติเมตร และบันทึกค่าที่ได้ลงในใบบันทึกข้อมูล

4. หย่อนไฮโดรมิเตอร์ลงในน้ำในกระบอกตวงอย่างช้า ๆ โดยต้องระวังมิให้ไฮโดรมิเตอร์สัมผัสกับผนังด้านในของกระบอกตวง รอให้ไฮโดรมิเตอร์ลอยอย่างอิสระจนกว่าจะหยุดนิ่ง และอ่านค่าจากไฮโดรมิเตอร์ ณ จุดโค้งต่ำสุดของน้ำเท่านั้น (ท้องน้ำ) (ดังภาพ) ค่าที่อ่านได้ คือค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำ และอ่านตัวเลขหลังจุดทศนิยม [10]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 การตรวจวัดสารคลอไรด์โดยไฮโดรมิเตอร์

การวิเคราะห์คลอไรด์ในน้ำ

ในปัจจุบันมีการตั้ง และประกอบกิจการโรงงานอุตสาหกรรมประเภทต่าง ๆ จำนวนมากมีทั้งอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ กลางและเล็ก ซึ่งจะต้องมีการควบคุมดูแลตรวจสอบการระบายของเสียออกนอกโรงงานเพื่อไม่ให้มีผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย และความเป็นอยู่ของประชาชนตลอดจนเพื่อป้องกันไม่ให้มีผลกระทบต่อสิ่งแวดล้อม และระบบนิเวศวิทยาโดยส่วนรวม โรงงานประกอบกิจการในการถนอมผัก พืชหรือผลไม้ โดยวิธีกวน ตากแห้ง ดองหรือทำให้เยือกแข็งโดย ฉับพลันหรือเหือดแห้ง จัดอยู่ในโรงงานลำดับที่ 8 การถนอมผัก พืชและผลไม้ต่าง ๆ โดยวิธีการดองจะใช้เกลือแกงเป็นสารถนอมอาหาร ซึ่งการดองมีหลายแบบ การดองแบบที่ใช้กันส่วนมากโดยทั่วไปจะใช้น้ำเกลือประมาณ 30% โดยในครั้งแรกมักจะใส่คลุกเคล้าเกลือกับผัก พืชและผลไม้ที่ต้องการดองโดยไม่ต้องผสมน้ำ ส่วนครั้งที่สองทำให้ในน้ำเกลือมีเกลือแกงประมาณ 30% น้ำเกลือที่ใช้ แล้วจะมีการนำมาใช้ให้อีกหนึ่งหรือสองครั้ง หลังจากนั้นจะขจัดทิ้งไป ส่วนระยะเวลาในการดองขึ้นอยู่กับ ชนิดของผักพืชและผลไม้ที่นำมาดอง เช่นการดองแตงกวาจะใช้เวลาประมาณ 45 วัน เป็นต้น การดอง อีกวิธีหนึ่งเรียกว่า การดองแบบเย็น โดยจะนำพืชผักต่าง ๆ มาล้างทำความสะอาด บรรจุลงภาชนะบรรจุใส่เกลือและนำไปเก็บในห้องเย็นเพื่อส่งขายต่อไป

ในกระบวนการผลิตของโรงงานประเภทดองผัก พืชและผลไม้นี้จะมีน้ำเสียออกมาในส่วนการล้างวัตถุดิบ ผลิตภัณฑ์ และการล้างบริเวณทำงาน และอีกส่วนหนึ่งมาจากน้ำเกลือที่ใช้ในการดองผักพืชและผลไม้นั้น ๆ ทำให้น้ำทิ้งมีประมาณเกลือแกงสูง (Sodium Chloride) จะต้องมีการบำบัดน้ำทิ้งก่อนที่ จะระบายออกนอกโรงงานเพื่อให้น้ำทิ้งที่ระบายออกนอกโรงงานนี้จะต้องมีลักษณะเป็นไปตามประกาศกระทรวงอุตสาหกรรมแต่ต้องไม่ใช้วิธีการทำให้เจือจาง (Dilution)

น้ำทิ้งจากโรงงานดองผักพืชและผลไม้นี้ส่วนมากจะประกอบด้วย

1. สารอินทรีย์ เช่น เศษผัก พืชและผลไม้ที่เกิดจากการตกแต่งผลิตภัณฑ์ เป็นต้น

2. สารอนินทรีย์ เช่น สารปรับสภาพความเป็นกรด-ด่าง (นิยมใช้ปูนขาว) และเกลือแกง เป็นต้น

สารอินทรีย์จะสามารถประมาณการได้ในรูปของค่าความสกปรกและสารแขวนลอย ส่วนสารอนินทรีย์จะสามารถทราบปริมาณคร่าว ๆ ได้ในรูปสารที่ละลายได้โดยทั่วไปมีผลกระทบต่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สิ่งแวดล้อมและสุขภาพอนามัย รวมทั้งระบบนิเวศโดยรวมที่อาจจะเกิดขึ้นมักจะมีสาเหตุมาจากการที่น้ำทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรมดองผัก พืชและผลไม้มีสารที่ละลายได้มากเกินกว่าที่ทางราชการกำหนดซึ่งสารที่ละลายได้ในน้ำทิ้งจากโรงงานประเภทนี้ส่วนใหญ่จะประกอบด้วยเกลือแกงถึง 80%

ในกรณีที่น้ำเสียของโรงงานอุตสาหกรรมดองพืชผักและผลไม้นี้มีปริมาณเกลือแกงในน้ำทิ้งอยู่มาก และบ่อบำบัดน้ำเสียไม่มีการบดอัดหรือปูรองด้วยวัสดุกันซึม เช่น พลาสติก หรือทำเป็นบ่อซีเมนต์ เป็นต้นจะมีผลทำให้เกลือแกงที่ละลายอยู่ในน้ำทิ้งซึมลงไปในดินหรือในกรณีที่น้ำทิ้งที่ระบายออกนอก โรงงานลงสู่แหล่งรองรับน้ำมีปริมาณเกลือแกงมาก จะก่อให้เกิดผลกระทบหลายประการ เช่น

1. ทำให้น้ำผิวดินในบริเวณใกล้เคียงกับบ่อบำบัดน้ำทิ้งมีความเค็ม เพิ่มมากขึ้น (น้ำกร่อย) อันจะมีผลโดยตรงต่อประชาชนเนื่องจากไม่สามารถใช้น้ำในการอุปโภคบริโภคได้

2. ทำให้ไม่สามารถใช้น้ำในแหล่งน้ำเพื่อการเกษตรกรรมได้เนื่องจากมีความเค็มมาก ทำให้พืชที่ไม่สามารถทนน้ำเค็มได้หยุดการเจริญเติบโตหรือตายได้

คลอไรด์ในรูปของคลอไรต์อิออน (Cl^-) ถ้ามีปริมาณมากพอจะทำให้น้ำมีรสเค็มหรือเป็นน้ำกร่อย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของอิออนบวก (Cation) ในน้ำด้วย เช่น น้ำบางแหล่งมีปริมาณคลอไรด์ 250 มิลลิกรัมต่อลิตร จะมีรสเค็มถ้าอิออนบวกที่มีอยู่ในน้ำคือ โซเดียม (Sodium) ทำให้เกิดเป็นสารประกอบอิออนิก (Ionic Compound) ที่มีรสเค็ม แต่ในน้ำบางแหล่งมีประมาณคลอไรด์สูงถึง 1000 มิลลิกรัมต่อลิตร แต่ไม่มีรสเค็มเนื่องจากไม่มีโซเดียมแต่มีประมาณอิออนบวกชนิดอื่น เช่น แคลเซียม (Calcium) และแมกนีเซียม (Magnesium) เป็นต้น ตามมาตรฐานคุณภาพน้ำเพื่อการบริโภคกำหนดให้น้ำจะต้องมีปริมาณคลอไรด์สูงสุดได้ไม่เกิน 250 มิลลิกรัมต่อลิตร (คำนวณเป็นคลอรีน) และคุณลักษณะน้ำบาดาลที่ใช้บริโภคจะต้องมีปริมาณ คลอไรด์สูงสุดได้ไม่เกิน 600 มิลลิกรัมต่อลิตร (คำที่เหมาะสม คือ 200 มิลลิกรัมต่อลิตร) ฉะนั้น เพื่อควบคุมให้เกิดผลกระทบต่อแหล่งน้ำต่าง ๆ อันเนื่องมาจากปริมาณคลอไรด์จากน้ำทิ้งที่ระบายออกจาก โรงงานอุตสาหกรรมน้อยที่สุด จึงต้องมีมาตรการควบคุมดูแลการระบายน้ำทิ้งจากโรงงานอุตสาหกรรม อย่างใกล้ชิดและควรเก็บข้อมูลคุณลักษณะน้ำทิ้ง และแหล่งรองรับน้ำต่าง ๆ เพื่อใช้ในการพิจารณาหามาตรการป้องกัน และแก้ไขปัญหาที่อาจจะเกิดขึ้นต่อไป โดยเฉพาะในส่วนการตรวจวัดปริมาณเกลือแกงซึ่งจะสามารถวิเคราะห์ปริมาณคลอไรด์เพื่อจะได้ทราบปริมาณของโซเดียม คลอไรด์ได้

ดินเค็มที่เกิดขึ้นเป็นพื้นที่ใหญ่ ๆ มักมีสาเหตุจากการใช้น้ำชลประทานที่คุณภาพไม่ดี หรือมีน้ำใต้ดินเค็มอยู่ใกล้ผิวดิน การนำน้ำที่คุณภาพไม่ดีมาใช้ในการเกษตรแม้ว่าน้ำนั้นจะเค็มไม่มาก เมื่อใช้ไปนาน ๆ ก็ทำให้เกลือสะสมในดินเพิ่มขึ้น โดยเฉพาะพื้นที่มีปริมาณฝนน้อยไม่พอที่จะชะล้างเกลือออกไป จากชั้นดินก็จะทำให้เกิดปัญหาดินเค็มมากขึ้น

1. คุณภาพของน้ำ

น้ำจากแหล่งต่าง ๆ มีคุณภาพแตกต่างกันไป น้ำที่มีคุณภาพดีนำไปใช้ประโยชน์ได้มาก แต่บางพื้นที่ก็หลีกเลี่ยงได้ยากที่จะต้องนำน้ำคุณภาพต่ำมาใช้ในการชลประทาน จึงจำเป็นต้องมีการจัดการเพื่อหลีกเลี่ยงความเสียหายที่จะเกิดขึ้นกับดินและพืชที่ปลูก ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับคุณภาพน้ำมีผลต่อการเกษตร คือความเค็ม อัตราการซึมของน้ำ (water infiltration rate) และความเป็นพิษของธาตุบางชนิด (specific ion toxicity) เกลือที่ปนอยู่ในน้ำชลประทาน หรือมาจากน้ำใต้ดินเค็มที่อยู่ตื้นใกล้ผิวดิน ทำให้เกิดเกลือสะสมในดินบริเวณรากพืช เมื่อมีปริมาณมากขึ้นทำให้พืชไม่สามารถดึงน้ำจากดินได้ตามปกติ เมื่อน้ำที่จะนำไปใช้ได้ลดลง พืชก็จะมีอัตราการเจริญเติบโตลดลง มีอาการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คล้ายพืชขาดน้ำ เช่น เหี่ยว สีเขียวเข้มขึ้น ใบหนาขึ้น มีสารเคลือบใบ อาการที่แสดงออกมาขึ้นกับระยะการเจริญเติบโตของพืช มักจะสังเกตได้ชัดเจนในระยะต้นอ่อน แต่บางกรณีที่เกิดไม่รุนแรงก็ไม่เห็นอาการผิดปกติเหล่านี้ เนื่องจากมีอาการเหมือนกันหมดทั้งแปลง เกลือที่ทำให้เกิดปัญหาดินเค็ม คือเกลือที่ละลายน้ำได้ และเคลื่อนย้ายไปกับน้ำ คุณภาพน้ำที่จะนำมาใช้เพื่อการเกษตรขึ้นกับปริมาณและชนิดของเกลือในน้ำ ยิ่งมีเกลือในน้ำที่ใช้ในการชลประทานมากก็จะยิ่งเสี่ยงต่อการเกิดปัญหาดินเค็มมากขึ้น ถ้ามีเกลือโซเดียมคลอไรด์ในน้ำชลประทานสูงดินจะมีความเสี่ยงต่อการเกิดปัญหาดินโซดิก

ตารางที่ 2.3 เกลือที่พบในน้ำชลประทาน [6]

ชื่อสามัญ	ชื่อทางเคมี	สูตรเคมี
เกลือแกง	Sodium Chloride	NaCl
ดีเกลือ (Glauberis Salt)	Sodium Sulfate	Na_2S0_4
เกลือขาว โซดาทำขนมปัง (Baking Soda)	Sodium Bicarbonate	$NaHCO_3$
ดีเกลือฝรั่ง (Epsom Salt)	Magnesium Sulfate	$MgS0_4$
ยิบซัม (Gypsum)	Calcium Sulfate	$CaS0_4.2H_20$
Street Salt	Calcium Chloride	$CaCl_2.2H_20$
Muriate of Potash	Potassium Chloride	KCl
Muriate of Sulfate	Potassium Sulfate	K_2SO_4

ตารางที่ 2.4 ความเสี่ยงของคุณภาพน้ำที่ใช้ในการชลประทาน [6]

ปริมาณเกลือในน้ำ (กรัม/ลิตร)	ความเสี่ยงที่จะเกิดเค็มเค็ม	ข้อจำกัด
น้อยกว่า 0.5	ไม่เสี่ยง	ไม่มีข้อจำกัด
0.5-2.0	เสี่ยงเล็กน้อยถึงปานกลาง	ต้องมีการจัดการน้ำที่ดี
มากกว่า 2.0	เสี่ยงมาก	ไม่แนะนำให้ใช้ ยกเว้นมีผู้เชี่ยวชาญควบคุม

ตารางที่ 2.5 คุณภาพน้ำเพื่อการชลประทานตามระบบของสหรัฐอเมริกา [6]

คุณภาพน้ำ	ความเค็ม		อัตราโซเดียมที่ถูกดูดซับ (SAR)	ผลกระทบต่อพืชและดิน
	กรัม/ลิตร	ไมโครโมลิ/ซม.		
น้ำคุณภาพดี	<0.2	0-250	0-10	ใช้สำหรับชลประทานได้กับพืชทุกชนิด
น้ำคุณภาพปานกลาง	0.2-0.5	250-750	10-18	มีผลต่อพืชไม่ทนเค็ม ใช้กับพืชทนเค็มปานกลาง ใช้ในดินที่มีการระบายน้ำดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

น้ำคุณภาพต่ำ	0.5-1.5	750-2,250	18-26	ใช้กับพืชทนเค็ม ต้องดูแลระมัดระวัง การระบายน้ำไม่ให้เกลือสะสมในดินและไม่ เหมาะที่จะใช้ในดินที่มีข้อจำอัด ของการระบายน้ำ
น้ำคุณภาพต่ำมาก	>1.5	>2,250	>26	มีผลต่อพืชทั่วไป ไม่เหมาะที่จะนำมา ใช้เพื่อการชลประทาน

น้ำคุณภาพดีมีค่าการนำไฟฟ้าต่ำ 0 - 250 ไมโครโมล์ต่อเซนติเมตร ค่า SAR ต่ำ 0-10 เป็นน้ำที่สามารถนำไปใช้ในการชลประทานได้โดยไม่มีข้อจำกัด

1) น้ำคุณภาพปานกลาง มีค่าการนำไฟฟ้า 250 - 750 ไมโครโมล์ต่อเซนติเมตร ค่า SAR 10-18 เป็นน้ำที่สามารถนำไปใช้กับพืชทนเค็มปานกลาง ดินที่ปลูกต้องมีค่าการซึมซับน้ำดี มีการระบายน้ำ

2) น้ำคุณภาพต่ำ มีเกลือมาก ค่าการนำไฟฟ้าสูง 750 - 2,250 ไมโครโมล์ต่อเซนติเมตร ค่า SAR สูง 18-26 เป็นน้ำที่ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้ในการชลประทานบนพื้นที่มีข้อจำกัดในการระบายน้ำ ดินต้องมีค่าการซึมซับน้ำดีถึงดีมาก ส่วนพืชที่ปลูกต้องเป็นพืชทนเค็ม ต้องมีการล้างดินเพื่อควบคุมไม่ให้เกลือสะสมในดิน

3) น้ำที่มีคุณภาพต่ำมาก มีค่าการนำไฟฟ้าสูงกว่า 2,250 ไมโครโมล์ต่อเซนติเมตร ค่า SAR สูงมากกว่า 26 เป็นน้ำที่ไม่เหมาะเป็นอย่างยิ่งที่จะนำไปใช้ในการชลประทานในสภาพปกติ แต่สามารถนำมาใช้ได้ในดินที่มีค่าการซึมซับน้ำดีมาก พืชที่ปลูกต้องเป็นพืชทนเค็มมาก ต้องมีมาตรการพิเศษเพื่อควบคุม

2. การวัดคุณภาพของน้ำ

เพื่อบอกคุณภาพน้ำที่เกี่ยวข้องกับความเค็ม สามารถตรวจวัดได้จาก

2.1 อัตราโซเดียมที่ถูกดูดซับ (Sodium Adsorption Ratio: SAR) เนื่องจากโซเดียมมีผลเสียทำ ให้ดินแข็งแน่นน้ำซึมผ่านได้ยาก เป็นอุปสรรคต่อการชะล้างเกลือออกจากดิน ปริมาณโซเดียมที่ ละลายอยู่ในน้ำชลประทานจะถูกดินดูดซับไว้ได้มากน้อยเท่าไรนั้นมีความสัมพันธ์กับปริมาณแคลเซียมที่ละลายได้น้ำที่มีค่า SAR สูง ต้องใช้แคลเซียมที่ละลายได้ปริมาณมาก

2.2 ปริมาณคลอไรด์ (Cl) น้ำที่มี Cl มากกว่า 300 ppm อาจทำให้ใบและรากของพืชไหม้

2.3 เกลือไบคาร์บอเนต เกลือคาร์บอเนต น้ำที่ใช้ควรมีค่าไบคาร์บอเนต และคาร์บอเนตต่ำกว่าแคลเซียมและแมกนีเซียม ในการให้น้ำแก่พืชจะมีน้ำที่สูญเสียไปจากดินเนื่องจากการระเหยและถูกรากพืชดูดไปใช้ คาร์บอเนตจะทำปฏิกิริยากับแคลเซียมได้แคลเซียมคาร์บอเนตซึ่งมีสมปติในการละลายน้ำได้น้อยทำให้แคลเซียมตกตะกอน พืชนำมาใช้ไม่ได้ ต้องมีการแก้ไขด้วยวิธีการต่างๆ เช่น เพิ่มแคลเซียมแก่ดินด้วยการใส่ยิบซัมหรือการใส่สารที่มีซัลเฟอร์เป็นองค์ประกอบเพื่อปลดปล่อยแคลเซียมออกมา

2.4 โบรอน (B) ถ้ามีโบรอนมากในน้ำชลประทานก็จะทำให้พืชที่ปลูกมีอาการผิดปกติได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.6 การประเมินความระดับของโบรอน (ppm) ที่มีผลกระทบต่อพืช [6]

ระดับผลกระทบ	พืชที่ไวต่อโบรอน	พืชที่ค่อนข้างทนโบรอน	พืชที่ทนโบรอนได้
ต่ำ	<0.04	<0.80	<1.40
ปานกลาง	0.40-1.00	0.80-1.50	1.50-2.50
สูง	1.00-1.80	1.50-2.80	2.50-3.50
สูงมาก	>1.80	>1.80	>3.50

พืชที่ไวต่อโบรอน เช่น ส้ม อะโวกาโด มะนาว องุ่น แอปเปิล ถั่วพีแคน ถั่วแขก กระเทียม หอมใหญ่ ถั่วคาวพี ถั่วลิส และงา เป็นต้น

พืชที่ค่อนข้างทนโบรอนได้ เช่น ทานตะวัน ฝ้าย บรอคคารี แครอท แตงกวา พริกยักษ์ มันฝรั่ง มันเทศ คื่นไช่ ฝรั่ง ข้าวโพด ฟักทอง แคนตาลูบ กะหล่ำดอก แรชดิช เทอร์นิบ มะกอก ข้าวบาร์เล่และข้าวโอต เป็นต้น

พืชที่ทนโบรอนได้ เช่น มะเขือเทศ, หอมหัวใหญ่, ผักกาดหอม, กะหล่ำปลี, แครอท, แกลดิโอลัส, อัลฟาฟาบีท, พาร์สลี่ย์, บีทรูท, ข้าวฟ่าง, หน่อไม้ฝรั่งและอินทผลัม เป็นต้น

3. คุณภาพของน้ำจากแหล่งน้ำต่าง

3.1 น้ำทะเล การวัดปริมาณเกลือที่ละลายในน้ำทะเล คำนวณจากน้ำหนักของเกลือทั้งหมด ละลายอยู่ในน้ำทะเล 1 กิโลกรัม หรือวัดจากวิธีไตรเตรทโดยปฏิกิริยาเคมี ใช้มาตรวัดความเค็มวัดค่าการนำไฟฟ้าเปรียบเทียบกับค่าน้ำทะเลมาตรฐาน ปกติความเค็มน้ำในมหาสมุทรอยู่ระหว่าง 3.5 - 3.7 % น้ำทะเลบางแห่ง มีค่าสูงหรือต่ำกว่านี้ เนื่องจากการระเหยของน้ำทะเลและปริมาณน้ำจืดที่เติมลงไปมากน้อยไม่เท่ากัน น้ำทะเลประกอบด้วยสารหลายอย่าง เช่น ธาตุต่าง ๆ

3.2 น้ำประปา สำหรับน้ำที่จะนำไปทำน้ำประปาใช้น้ำที่มีค่าเกลือไม่เกิน 0.31 กรัม/ลิตร หรือ 780 ไมโครโมล์/เซนติเมตร

3.3 น้ำที่นำไปใช้เลี้ยงสัตว์ จะต้องมีเกลือไม่มากเกินไป ดังนี้

ตารางที่ 2.7 น้ำที่นำไปใช้เลี้ยงสัตว์ [6]

สัตว์ปีก	3,000ppm
วัวนม	7,000ppm
วัวเนื้อ	10,000ppm
ม้า	8,400ppm
แกะ	12,000ppm

3.4 น้ำฝน มีค่าการนำไฟฟ้า 0.1 dS/m

3.5 น้ำชลประทาน น้ำลึก 100 มม. มีเกลือทั้งหมด 1 กก./เฮกแตร์ [6]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดค่ามาตรฐานน้ำทิ้งที่ระบายออกจากโรงงานต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1. ความเป็นกรดและด่าง (pH) มีค่าไม่เกิน 5.5 - 9.0

2. ทีดีเอส (TDS หรือ Total Dissolved Solids) ต้องมีค่าดังนี้

2.1 ค่า TDS ไม่เกิน 3,000 มิลลิกรัมต่อลิตรหรืออาจแตกต่างจากที่กำหนดไว้ขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้งแหล่งรองรับน้ำทิ้ง หรือประเภทโรงงานอุตสาหกรรมแต่ต้องไม่มากกว่า 5,000 มิลลิกรัมต่อลิตร

2.2 น้ำทิ้ง ซึ่งระบายออกจากโรงงานลงสู่แหล่งน้ำที่มีค่าความเค็ม มากกว่า 2,000 มิลลิกรัมต่อลิตรค่า TDS จะมีค่ามากกว่าค่า TDS ที่มีอยู่ในแหล่งน้ำได้ ไม่เกิน 5,000 มิลลิกรัมต่อลิตร

3. สารแขวนลอยไม่มากกว่า 50 มิลลิกรัมต่อลิตร หรืออาจแตกต่างจากที่กำหนดไว้ขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้ง แหล่งรองรับน้ำทิ้ง หรือประเภทโรงงานอุตสาหกรรม แต่ต้องไม่มากกว่า 150 มิลลิกรัมต่อลิตร

4. โลหะหนักมีค่าดังนี้

4.1 ปรอท (Mercury) ไม่มากกว่า 0.005 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.2 เซเลเนียม (Selenium) ไม่มากกว่า 0.02 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.3 แคดเมียม (Cadmium) ไม่มากกว่า 0.03 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.4 ตะกั่ว (Lead) ไม่มากกว่า 0.2 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.5 อาร์เซนิค (Arsenic) ไม่มากกว่า 0.25 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.6 โครเมียม (Chromium)

4.6.1 Hexavalent Chromium ไม่มากกว่า 0.25 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.6.2 Trivalent Chromium ไม่มากกว่า 0.75 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.7 บาเรียม (Barium) ไม่มากกว่า 1.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.8 นิเกิล (Nickel) ไม่มากกว่า 1.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.9 ทองแดง (Copper) ไม่มากกว่า 2.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.10 สังกะสี (Zinc) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

4.11 แมงกานีส (Manganese) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

5. ซัลไฟด์ (Sulphide) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

6. ไซยาไนด์ (Cyanide) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

7. ฟอร์มัลดีไฮด์ (Formaldehyde) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

8. สารประกอบฟีนอล (Phenols Compounds) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

9. คลอรีนอิสระ (Free Chlorine) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

10. เพสติไซด์ (Pesticide) ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

11. อุณหภูมิ ไม่มากกว่า 5.0 มิลลิกรัมต่อลิตร

12. สี ต้องไม่เป็นที่พึงรังเกียจ

13. กลิ่น ต้องไม่เป็นที่พึงรังเกียจ

14. น้ำมันและไขมัน (Oils & Greases) ไม่เกิน 5 มิลลิกรัมต่อลิตร หรืออาจแตกต่างจากที่กำหนดไว้ขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้ง หรือประเภทโรงงาน แต่ต้องไม่มากกว่า 15 มิลลิกรัมต่อลิตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

15. ค่าบีโอดี ที่อุณหภูมิ 20 องศา เวลา 5 วัน ไม่มากกว่า 20 มิลลิกรัมต่อลิตร หรืออาจแตกต่างจากที่กำหนดไว้ ขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้ง แหล่งรองรับน้ำทิ้ง หรือประเภทของโรงงานอุตสาหกรรม ตามที่กรมโรงงานอุตสาหกรรมกำหนด แต่ต้องไม่มากกว่า 60 มิลลิกรัมต่อลิตร

16. ค่าทีเคเอ็น (TKN หรือ Total Kjeldahl Nitrogen) ไม่มากกว่า 120 มิลลิกรัมต่อลิตร หรืออาจแตกต่างจากที่กำหนดไว้ขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้ง แหล่งรองรับน้ำทิ้ง หรือประเภทโรงงานอุตสาหกรรม แต่ต้องไม่มากกว่า 200 มิลลิกรัมต่อลิตร

17. ค่าซีโอดี ไม่มากกว่า 120 มิลลิกรัมต่อลิตร หรืออาจแตกต่างขึ้นกับปริมาณน้ำทิ้ง แหล่งรองรับน้ำทิ้ง หรือประเภทของโรงงาน [2]

การแพร่ (Diffusion) คือ การเคลื่อนที่ของอนุภาคของสารจากบริเวณที่มีความเข้มข้นของสารสูงไปสู่บริเวณที่มีความเข้มข้นของสารต่ำ เกิดจากการที่อนุภาคของสารซึ่งมีพลังงานจลน์อยู่ในตัวเอง จึงไม่อยู่นิ่งทำให้อนุภาคของสารกระทบกัน บริเวณใดที่มีอนุภาคของสารหนาแน่นมากก็กระทบมาก ทำให้อนุภาคของสารกระจายไปในตัวกลางทุกทิศทาง การแพร่แบบธรรมดาสารจะแพร่จากบริเวณที่สารมีความหนาแน่นมากไปยังบริเวณที่สารมีความหนาแน่นน้อย จนความหนาแน่นของสารในทุกบริเวณเท่ากัน สภาวะเช่นนี้เรียกว่า สมดุลของการแพร่ ซึ่งอัตราการแพร่ไป และกลับจะเท่ากัน

รูปที่ 2.3 การแพร่ของสาร

สารที่มีขนาดเล็ก และละลายในไขมันได้ดี และไม่มีขั้วจะเข้าสู่เซลล์โดยกระบวนการแพร่ผ่านเยื่อหุ้มเซลล์ได้ดี และมีอัตราการแพร่ผ่านเยื่อหุ้มเซลล์ได้สูง เช่น ไนโตรเจน ออกซิเจน อนุภาคของสารบางชนิดแพร่ผ่านเยื่อหุ้มเซลล์โดยตรงไม่ได้ จะใช้การแพร่ผ่านรูหรือช่องของโปรตีนที่เยื่อหุ้มเซลล์ ไอออนขนาดเล็ก เช่น โพแทสเซียมไอออน โซเดียมไอออนหรือคลอไรด์ไอออน จะแพร่ผ่านช่องโปรตีนได้

ปัจจัยที่มีผลต่อการแพร่

ความเข้มข้นของสารที่จะแพร่ ถ้ามีความเข้มข้นมาก ความสามารถในการแพร่จะมาก ถ้าเพิ่มอุณหภูมิให้กับสารที่จะแพร่ ความสามารถในการแพร่จะเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มอุณหภูมิเป็นการเพิ่มพลังงานจลน์ของสารความดัน ความดันจะทำให้โมเลกุลของสารเคลื่อนที่ได้ดีขึ้น [4]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลักการถ่ายเทความร้อน (Principle of Heat Transfer) คือการที่ความร้อนเคลื่อนที่จากจุด ๆ หนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้ 3 วิธีด้วยกัน คือการนำ การพาและการแผ่รังสี การเคลื่อนที่ของความร้อนทั้ง 3 วิธีนี้จะเกิดขึ้น ก็ต่อเมื่อมีความแตกต่างของอุณหภูมิเกิดขึ้นแต่กลไกในการที่จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของความร้อนแต่ละวิธีแตกต่างกัน

การนำความร้อน (Conduction) คือวิธีการที่ความร้อนเคลื่อนที่จากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงกว่าไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำภายในตัวกลางเดียวกัน หรือเป็นการเคลื่อนที่ของความร้อนระหว่างตัวกลางที่ติดกัน แต่มีอุณหภูมิต่างกัน การนำความร้อนจะเกิดได้ดีมากในตัวกลางที่เป็นของแข็ง

การพาความร้อน (Convection) คือวิธีการที่ความร้อนเคลื่อนที่ระหว่างผิวของของแข็งและของไหล ของไหลจะเป็นตัวพาความร้อนมาให้ หรือพาความร้อนออกจากผิวของของแข็ง กลไกที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของความร้อนโดยการพาได้นั้น เกิดจากผลรวมของการนำความร้อน การสะสมพลังงาน และการเคลื่อนที่ของการไหล

การแผ่รังสีความร้อน (Radiation) คือการที่ความร้อนเคลื่อนที่ได้โดยมิต้องอาศัยตัวกลางดังเช่นในการนำและการพา ในการแผ่รังสีความร้อนจะเคลื่อนที่ได้ดีในสุญญากาศ [13]

หลักการพาความร้อน (Convection Heat Transfer) คือวิธีการถ่ายโอนพลังงานความร้อนจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งผ่านวัตถุ หรือตัวกลางที่เป็นของเหลวหรือแก๊ส เช่น การที่เราเอามือไปอังเหนือเปลวไฟแล้วรู้สึกร้อน ทั้งๆที่เราอังห่างจากเปลวไฟแล้ว นั่นเพราะอากาศเป็นตัวพาความร้อนจากเปลวไฟมาสู่มือเรา [8]

อัตราการไหล (Flow rate)

อัตราการไหล หมายถึง “ปริมาตรของของไหลที่เคลื่อนที่ต่อหนึ่งหน่วยเวลา” ซึ่งปริมาณการไหลที่กำลังเคลื่อนที่อาจจะแสดงใน 3 รูปแบบ คือ

Q = อัตราการไหลโดยปริมาตร (Volume flow rate) ซึ่งเป็นการไหลของของไหลโดยปริมาตรต่อหนึ่งหน่วยเวลา (m^3/s)

W = อัตราการไหลโดยน้ำหนัก (Weight flow rate) ซึ่งเป็นการไหลของของไหลโดยน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยเวลา (N/s)

M = อัตราการไหลโดยมวล (Mass flow rate) ซึ่งเป็นการไหลของของไหลโดยมวลต่อหนึ่งหน่วยเวลา (kg/s) โดยทั่วไปอัตราการไหลนิยมแสดงในรูปของการไหลโดยปริมาตร ซึ่งสามารถคำนวณหาได้จากสมการ

อัตราการไหลโดยปริมาตร (Q)

$$Q = Av$$

เมื่อ

Q คือ อัตราการไหลโดยปริมาตร (m^3/s)

A คือ พื้นที่หน้าตัดซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการไหล (m^2)

v คือ ความเร็วในการไหล (m/s)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการไหลโดยน้ำหนัก (W)

$$W = \gamma \cdot A \cdot v = \gamma \cdot Q$$

เมื่อ

W คือ อัตราการไหลโดยน้ำหนัก (N/s)

γ คือ น้ำหนักจำเพาะของของไหล (N/m^3)

Q คือ อัตราการไหลโดยปริมาตร (m^3/s)

อัตราการไหลโดยมวล (M)

$$M = \rho \cdot A \cdot v = \rho \cdot Q$$

เมื่อ

M คือ อัตราการไหลโดยมวล (kg/s)

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล (kg/m^3)

Q คือ อัตราการไหลโดยปริมาตร (m^3/s)

หน่วยของอัตราการไหลที่ยังนิยมใช้มาก คือ (L/min) ลูกบาศก์เมตรต่อชั่วโมง (m^3/hr) และแกลลอนต่อนาที (gal/min) [12]

อัตราการสลายตัวของสารหรืออัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมี คือสารทำปฏิกิริยากันแล้วได้สารใหม่ ซึ่งสารนั้น คือผลิตภัณฑ์ ผลิตภัณฑ์ที่ได้นั้นมีทั้งประโยชน์และโทษ รอบ ๆ ตัวเรามีปฏิกิริยาเกิดขึ้นมากมาย เช่น ปฏิกิริยาชีวเคมีในร่างกาย การเกษตรกรรม อุตสาหกรรม ตัวอย่างเหล่านี้ล้วนเกี่ยวกับปฏิกิริยาเคมีทั้งสิ้น จึงเห็นได้ว่าปฏิกิริยาเคมีมีความสำคัญต่อชีวิตอย่างยิ่ง [7]

อัตราการดูดซับน้ำเสียของสิ่งแวดล้อม คือในสิ่งแวดล้อมจะมีพืชบางชนิดหรือสิ่งมีชีวิตต่าง ๆ ที่สามารถดูดซับมลพิษทางน้ำ เช่น ผักตบชวาสามารถดูดซับสารฟอสเฟตเพื่อสังเคราะห์แสง

2.2 วิธีคอลโลเคชัน

พิจารณาปัญหาค่าขอบเชิงเส้น

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = r(x) \qquad a \le x \le b \tag{1}$$

$$\alpha_1 y(a) + \alpha_2 y(a) = \alpha_3 \tag{2}$$

$$\beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = \beta_3 \tag{3}$$

เริ่มจากการสมมติผลเฉลยเชิงตัวเลขของ $y(x)$ อยู่ในรูปผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชัน $u_j(x)$ นั่นคือ

$$u(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(x) \tag{4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกำหนดให้ n แทนจำนวนของฟังก์ชันมูลฐาน (Basis Function) ที่ได้จากการแบ่งช่วง $[a,b]$ ออกเป็น $n-1$ ช่วงย่อย

c_j แทนสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าที่ต้องการค่า

$u_j(x)$ แทนฟังก์ชันฐานหลักซึ่งขึ้นอยู่กับว่าจะเลือกฟังก์ชันที่มีสมบัติหรือลักษณะเฉพาะแบบใดเพื่อใช้ในการคำนวณ

ในการคำนวณสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่า $c_1, c_2, ..., c_n$ จะกำหนดเงื่อนไขการจัดตำแหน่ง n เงื่อนไข เพื่อให้ได้ระบบสมการเชิงเส้นขนาด $n \times n$ สำหรับ c_j

กำหนดจุดการจัดตำแหน่ง คือ $x_1, x_2, ..., x$ โดยที่ $a = x_1 < x_2 < ... < x_n = b$ และให้ $u(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(x)$ ที่จุด $x_1 = a$ และ $x_n = b$ สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบนั้นคือ

$$\alpha_1 u(a) + \alpha_2 u'(a) = a_3 \tag{5}$$

$$\beta_1 u(b) + \beta_2 u'(b) = \beta_3 \tag{6}$$

พิจารณาจากสมการ (5)

$$\alpha_1 u(a) + \alpha_2 u'(a) = a_3$$

$$\alpha_1 \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(a) + \alpha_2 \sum_{j=1}^{n} c_j u_j'(a) = \alpha_3$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \left[\alpha_1 u(a) + \alpha_2 u'(a) \right] = \alpha_3 \tag{7}$$

พิจารณาจากสมการ (6)

$$\beta_1 u(b) + \beta_2 u'(b) = \beta_3$$

$$\beta_1 \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(b) + \beta_2 \sum_{j=1}^{n} c_j u_j'(b) = \beta_3$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \left[\beta_1 u(b) + \beta_2 u'(b) \right] = \beta_3 \tag{8}$$

จะได้สมการการจัดตำแหน่ง 2 สมการ ต้องการอีก $n-2$ สมการ โดยกาแทนผลเฉลยโดยประมาณ $u(x)$ ในสมการ

$$u''(x) + p(x)u'(x) + q(x)u(x) = r_a(x) \qquad a \le x \le b \tag{9}$$

โดยทั่วไปแล้ว $r_a(x) \neq r(x)$ จะได้เศษเหลือจากการประมาณค่าอยู่ในรูป

$$R(x) = r_a(x) - r(x) \tag{10}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ $c_1, c_2, ..., c_n$ ของ $u(x)$ โดยทำให้พจน์ของเศษเหลือ $R(x)$ มีค่าน้อยที่สุด นั้นคือ กำหนดให้

$$\int_a^b w_i(x) R(x) dx = 0 \tag{11}$$

เมื่อ $w_i(x)$ คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เลือกใช่ วิธีการนี้เรียกว่า วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Weighted Residuals Method)

สำหรับวิธีการจัดตำแหน่งจะเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็นฟังก์ชันเดลตาของดิแร็ก (Dirac Delta Function) คือ

$$w_i(x) = \delta(x - x_i) \quad a \le x_i \le b \tag{12}$$

โดยฟังก์ชันเดลตาของดิแร็ก นิยามคือ

$$\delta(x - x_i) = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } x = x_i \\ 0 & \text{กรณีอื่น} \end{cases} \tag{13}$$

และมีสมบัติว่า

$$\int_a^b a(x)\delta(x - x_1) dx = a(x_i) \tag{14}$$

จะได้สมการ (11) เป็น

$$\int_a^b R(x)\delta(x - x_i) dx = R(x_i) = 0 \quad i = 2, 3, ..., n-1 \tag{15}$$

จะได้

$$r_a(x_i) - r(x_i) = 0$$

$$r_a(x_i) = r(x_i)$$

$$u''(x_i) + p(x_i)u'(x_i) + q(x_i)u(x_i) = r(x_i) \tag{16}$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j u_j''(x_i) + p(x_i)\sum_{j=1}^{n} c_j u_j'(x_i) + q(x_i)\sum_{j=1}^{n} c_j u_j(x_i) = r(x_i)$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j [u_j''(x_i) + p(x_i)u_j'(x_i) + q(x_i)u_j(x_i) = r(x_i) \tag{17}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ระบบสมการ

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \left[\alpha_1 u_j(x_1) + \alpha_2 u_j'(x_1) \right] = \alpha_3$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j [u_j''(x_i) + p(x_i) u_j'(x_i) + q(x_i) u_j(x_i)] = r(x_i) \qquad i = 2,3,\ldots,\mathrm{n}-1$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \left[\beta_1 u_j(x_n) + \beta_2 u_j'(x_n) \right] = \beta_3$$

หรือเขียนในรูปแบบสามการเมทริกซ์ได้เป็น

$$Ac = b \tag{18}$$

เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} & \cdots & d_{2,n} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} & \cdots & d_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & d_{n,3} & \cdots & d_{n,n} \end{bmatrix} \tag{19}$$

โดยที่

$$d_{1,j} = \alpha_1 u_j(x_1) + \alpha_2 u_j'(x_1) \qquad 1 \le j \le n$$

$$d_{1,j} = u_j''(x_i) + p(x_i) u_j'(x_i) + q(x_i) u_j(x_i) \qquad 2 \le i \le n-1, 1 \le j \le n$$

$$d_{n,j} = \beta_1 u_j(x_n) + \beta_2 u_j'(x_n) \qquad 1 \le j \le n$$

และ

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ r(x_2) \\ r(x_3) \\ \vdots \\ r(x_{n-1}) \\ \beta_3 \end{bmatrix} \tag{20}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดความเข้มข้นของมลพิษในแหล่งน้ำชนิดหนึ่งมิติ

กำหนดให้ลำน้ำในบริเวณที่พิจารณาอยู่ระหว่างจุด $x=a$ และ $x=b$ โดย $x\in[a,b]$ และ $a,b>0$

การแพร่กระจายของมลพิษ จะอธิบายด้วยสมการการพา-การแพร่ (advection-diffusion equation)

$$-D_x\frac{d^2c}{dx^2}+u\frac{dc}{dx}+Rc-Q=0 \text{ สำหรับ } x\in[a,b] \quad (1)$$

โดยที่

$c(x)$ คือ ค่าความเข้มข้นของ COD ณ จุด $x\in[a,b]$ $\left(kg/m^3\right)$

D_x คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ $\left(m^2/s\right)$

u คือ ความเร็วในการไหลในทิศทาง x $\left(m/s\right)$

R คือ อัตราการสลายตัวของสาร $\left(s^{-1}\right)$

Q คือ อัตราการดูดซับน้ำเสียของสิ่งแวดล้อมหรือ อัตราการกำเนิดของเสียของสิ่งแวดล้อม $\left(kg/m^3s\right)$

เงื่อนไขขอบ

$$c=c_0 \quad \text{ที่จุด} \quad x=a \quad (2)$$

$$\frac{dc}{dx}=T_0 \quad \text{ที่จุด} \quad x=b \quad (3)$$

เมื่อ c_0 เป็นความเข้มข้นของสารสารมลพิษ ณ จุด $x=a$

T_0 เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นของมลพิษ ณ จุด $x=b$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณผลเฉลย

3.1 วิธีคอลโลเคชัน

วิธีคอลโลเคชันจะให้ผลเฉลยเป็นเส้นโค้งประมาณค่า (Approximated Curve)

ซึ่งเป็นผลเฉลยต่อเนื่อง (Continuous Solution) โดยผลเฉลยนี้เป็นผลเฉลยโดยประมาณแต่สามารถใช้การประมาณเส้นโค้งของผลเฉลยแม่นตรงได้ผลเฉลยของวิธีนี้จะถูกสร้างขึ้นจากผลรวมเชิงเส้น (Linear Combination) ของฟังก์ชันมูลฐาน ดังต่อไปนี้

ฟังก์ชันพหุนามเลอจองด์ (Legendre Polynomials)

$$\{1, x, 3/2x^2 - 1/2, 5/2x^3 - 3/2x, 35/8x^4 - 15/4x^2 + 3/8, \ldots\}$$

ฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ (Chebyshev Polynomial)

$$\{1, x, 2x^2 - 1, 4x^3 - 3x, 8x^4 - 8x^2 + 1, \ldots\}$$

ซึ่งฟังก์ชันมูลฐานเหล่านี้มีสมบัติเป็นอิสระเส้น (Linear Independence)

3.1.1 พหุนามเลอจองด์

กลุ่มฟังก์ชั่นพิเศษอีกกลุ่มหนึ่งที่ถูกดึงมาใช้ในหลักคณิตศาสตร์ก็คือ พหุนามเลอจองด์

นิยาม สำหรับจำนวนเต็มไม่ติดลบ n แต่ละตัวนั้น พหุนามเลอจองด์ $P_n(x)$ จะเป็นไปตามความสัมพันธ์เวียนบังเกิด ดังต่อไปนี้

$$P_n(x) = \frac{2n-1}{n} xP_{n-1}(x) - \frac{n-1}{n} P_{n-2}(x)$$

โดยที่ $P_0(x) = 1$ และ $P_1(x) = x$

เนื่องจาก $P_0(x) = 1$ และ $P_1(x) = x$ ดังนั้น ความสัมพันธ์เวียนบังเกิดจึงมีนัยว่า P_n แต่ละค่า

ก็คือ พหุนามของดีกรี n โดยอ้างอิงจากอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้กับ n โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

$$P_2(x) = \frac{3}{2} xP_1(x) - \frac{1}{2} P_0(x) = \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2}$$

$$P_3(x) = \frac{5}{3} xP_2(x) - \frac{2}{3} P_1(x) = \frac{5}{2} x^3 - \frac{3}{2} x$$

$$P_4(x) = \frac{7}{4} xP_3(x) - \frac{3}{4} P_1(x) = \frac{85}{8} x^4 - \frac{15}{4} x^2 + \frac{3}{8}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2 พหุนามเชบีเชฟ

นิยาม สำหรับจำนวนเต็มไม่ติดลบ n แต่ละตัวนั้น พหุนามเชบีเชฟ T_n จะถูกกำหนดให้เป็น $x \in [-1,1]$ ดังนี้

$$T_n(x) = \cos\left(n \cos^{-1} x\right)$$

ขั้นตอนสุดท้าย คือ การแก้สมการ T_{n+1} และย้อนกลับไปตัวแปร x ซึ่งจะให้ผลลัพธ์ออกมาว่า

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

ก่อนที่จะนำความสัมพันธ์เวียนบังเกิดมาใช้ได้นั้นจำเป็นต้องมีนิพจน์แบบง่ายของทั้ง $T_0(x)$ และ $T_1(x)$ ซึ่งเมื่อนำ $n=0$ มาแทนค่าลงในนิยาม จะได้ว่า $T_0(x) = \cos\left(0 \cdot \cos^{-1} x\right) = \cos 0 = 1$

ในกรณีที่ $n=1$,

$$T_1(x) = \cos\left(1 \cdot \cos^{-1} x\right) = x$$

ต่อไปจะนำความสัมพันธ์เวียนบังเกิดมาใช้ ซึ่งพบว่า พหุนามเชบีเชฟ อีก 3 พหุนามจะมีดังต่อไปนี้

$$T_2(x) = 2xT_1(x) - T_0(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 2xT_2(x) - T_1(x) = 2x\left(2x^2 - 1\right) - x = 4x^3 - 3x$$

และ

$$T_4(x) = 2xT_3(x) - T_2(x) = 2x\left(4x^3 - 3x\right) - \left(2x^2 - 1\right) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

3.2 วิธีประมาณค่า

ขั้นตอนที่ 1 พิจารณา $y'' - a(x)y' + b(x)y = g(x)$ เมื่อ $a \le x \le b$

เงื่อนไขขอบ $y(a) = y_a$

$$y(b) = y_b$$

โดยที่ฟังก์ชัน $a(x), b(x), g(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่า

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดฟังก์ชันประมาณค่า $\left(y(x) \approx u(x)\right)$

$$u(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j u_j(x)$$

โดยที่ $u_j(x)$ เป็นฟังก์ชันมูลฐาน

และ $u_j(x)$ เป็นอิสระเชิงเส้น (Linearly independent) สำหรับทุก j = 1,2,...,n

และ c_j เป็นสัมประสิทธิ์ที่ยังไม่ทราบค่า

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดให้ $u(x)$ สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบที่กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 4 จะได้ระบบสมการเชิงเส้นที่มี c_j เป็นตัวไม่ทราบค่า จากนั้นพิจารณาหาค่า c_j ทุกตัว

ตัวอย่างที่ $y''-2y'+3y=0$ สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

เงื่อนไขขอบ $y(0)=1$

และ $y(1)=0.4238$

การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 3

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง (Trial Solution)

$$u(x)=c_1(1)+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right) \tag{1}$$

เมื่อ c_1, c_2, c_3, c_4 เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0)=u(0)=u(x)=c_1+c_2(0)+c_3\left(0^2-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5(0)^3}{2}-\frac{3(0)}{2}\right)$$

จะได้ $$c_1-\frac{1}{2}c_3=1 \tag{2}$$

$$y(1)=u(1)=u(x)=c_1+c_2(1)+c_3\left(\frac{3(1)^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5(1)^3}{2}-\frac{3(1)}{2}\right)$$

จะได้ $$c_1+c_2+c_3+c_4 = 0.4238 \tag{3}$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$u''-2u'+3u=L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ (Remainder function)

จะได้ $$u'=\frac{d(u)}{dx}=\frac{d}{dx}=c_1+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right)$$

$$=c_2+3c_3x+\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right)c_4 \tag{4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u'' = \frac{d(u')}{dx} = \frac{d}{dx} = (c_2 + 3c_3x + \left(\frac{15x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right)c_4)$$

$$= 3c_3 + \frac{30x}{2}c_4 \qquad (5)$$

จะได้ $L(x) = u'' - 2u' + 3u$

$$= \left(3c_3 + \frac{30}{2}c_4x\right) - 2\left(c_2 + 3c_3x + \left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right)c_4\right)$$
$$+ 3\left(c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right)\right)$$

$$= 3c_3 + 15c_4x - 2c_2 + 6c_3x + \left(\frac{30x^2}{2} - \frac{6}{2}\right)c_4$$
$$+ 3c_1 + 3c_2x + c_3\left(\frac{9x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_4\left(\frac{15x^3}{2} - \frac{9x}{2}\right)$$

$$= 3c_1 - 2c_2 + 3c_2x + 3c_3 - \frac{3}{2}c_3 + 6c_3x + \frac{9}{2}c_3x^2$$
$$- \frac{6}{2}c_4 + 15c_4x - \frac{9}{2}c_4x + \frac{30}{2}c_4x^2 + \frac{15}{2}c_4x^3$$

$$= 3c_1 - 2c_2 + 3c_2x + \frac{3}{2}c_3 + 6c_3x + 3c_3x^2 - 3c_4 \qquad (6)$$
$$+ 12c_4x + 15c_4x^2 + \frac{15}{2}c_4x^3$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1, c_2, c_3, c_4 ดังนั้นต้องการสมการ 4 สมการเพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 2 จุด (Collocation Points) $x = \frac{1}{3}$ และ $x = \frac{2}{3}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ และ $L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$L\left(\frac{1}{3}\right) = 3c_1 - 2c_2 + 3c_3\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}c_3 + 6c_3\left(\frac{1}{3}\right) + 3c_3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3c_4 + 12c_4\left(\frac{1}{3}\right)$$
$$+ 15c_4\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 15c_4\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= 3c_1 - 2c_3 + \frac{3}{2}c_2 + \frac{3}{2}c_3 + \frac{6}{3}c_3 + \frac{3}{9}c_3 - 3c_4 + \frac{12}{3}c_4 + \frac{15}{9}c_4 + \frac{15}{18}c_4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $$3c_1+\frac{3}{2}c_2+\frac{5}{3}c_3+\frac{63}{18}c_4=0 \quad (7)$$

$$L\left(\frac{2}{3}\right)=3c_1-2c_2+3c_2\left(\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{2}c_3+6c_3\left(\frac{2}{3}\right)+3c_3\left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$-3c_4+12c_4\left(\frac{2}{3}\right)+15c_4\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{15}{2}c_4\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$=3c_1-2c_2+\frac{6}{3}c_2+\frac{3}{2}c_3+\frac{12}{3}c_3+\frac{12}{9}c_3$$
$$-3c_4+\frac{24}{3}c_4+\frac{60}{9}c_4+\frac{120}{54}c_4$$

จะได้ $$3c_1+\frac{41}{6}c_3+\frac{125}{9}c_4=0 \quad (8)$$

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & \frac{3}{2} & \frac{5}{3} & \frac{63}{18} \\ 3 & 0 & \frac{41}{6} & \frac{125}{9} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0.4238 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian Elimination)

จะได้ $$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4.0065 \\ -5.7720 \\ 6.0131 \\ -3.8238 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

$$u(x)=0.9273+0.1557x+(-0.2179)\left(x^2-\frac{1}{3}\right)+(-1.2846)(x^3-3x) \text{ สำหรับทุก } 0\le x\le 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ตัวอย่าง สมมติให้โรงงานในเมืองปล่อยน้ำเสียที่มีคลอรีนอิสระ ลงในบริเวณลำคลองแสนแสบช่วงประตูระบายน้ำลาดกระบังด้วยความเข้มข้น $c_0 = 0.75mg/l$ ตรวจวัดความเข้มข้นของคลอรีนที่ตำแหน่ง 1 กม. $c_1 = 0.008mg/l$ กำหนดความเร็วการไหลของกระแสน้ำในคลองแสนแสบมีความเร็วเฉลี่ย $0.15m/s$ คลอรีนอิสระชนิดนี้สามารถสลายตัวได้ในสิ่งแวดล้อมประมาณ 5% และตรวจพบปริมาณคลอรีนอิสระที่ถูกปล่อยจากสิ่งแวดล้อมในอัตรา 1% ของปริมาณคลอรีนที่ถูกปล่อยจากโรงงานอุตสาหกรรมแห่งนี้จากเหตุการณ์ดังกล่าวสามารถกำหนดพารามิเตอร์ และเงื่อนไขของสำหรับตัวแบบตรวจวัดคุณภาพน้ำได้ดังนี้

โดยที่ $D = 1.64\times10^{-5}\ cm^2/s, u = 0.15\ m/s, R = 0.05s^{-1}, Q = 0.01kg/m^3s$

เงื่อนไขขอบ $c_0 = 0.75\ \ mg/l$

$c_1 = 0.008\ \ mg/l$

รูปที่ 4.1 ตัวอย่างโรงงานอุตสาหกรรมที่ปล่อยน้ำเสีย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการการพา-การแพร่ จะได้

$$-1.64\times10^{-5}\frac{d^2c}{dx^2}+0.15\frac{dc}{dx}+0.05C-0.01=0$$

ดังนั้น $-1.64\times10^{-5}y''+0.15y'+0.05y=0.01$ สำหรับ $0\le x\le 1$

ซึ่งมี เงื่อนไขขอบ $y(0)=0.75$

และ $y(1)=0.008$

4.1 พหุนามเลอจองด์

4.1.1 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 3

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x)=c_1(1)+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right) \quad (1)$$

เมื่อ c_1,c_2,c_3,c_4 เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0)=u(0)=c_1+c_2(0)+c_3\left(\frac{3(0)^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5(0)^3}{2}-\frac{3(0)}{2}\right)$$

จะได้ $$c_1-\frac{1}{2}c_3=0.75 \quad (2)$$

$$y(1)=u(1)=c_1+c_2(1)+c_3\left(\frac{3(1)^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5(1)^3}{2}-\frac{3(1)}{2}\right)$$

จะได้ $$c_1+c_2+c_3+c_4=0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.05u-0.01=L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $$u'=\frac{d}{dx}(u)=\frac{d}{dx}\left(c_1+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right)\right)$$

$$=c_2+3c_3x+c_4\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right) \quad (4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u'' = \frac{d}{dx}(u') = \frac{d}{dx}\left(c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right)\right)$$

$$= 3c_3 + 15c_4x \tag{5}$$

$$L(x) = -1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01$$

$$= -1.64\times10^{-5}\left(3c_3 + 15c_4x\right) + 0.15\left(c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right)\right)$$

$$+ 0.05\left(c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right)\right) - 0.01$$

$$= -4.92\times10^{-5}c_3 - 24.6\times10^{-5}c_4x + 0.15c_2 + 0.45c_3x + c_4\left(1.125x^2 - 0.225\right)$$

$$+ 0.05c_1 + 0.05c_2x + c_3\left(0.075x^2 - 0.025\right) + c_4\left(0.125x^3 - 0.075x\right) - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 4.92\times10^{-5}c_3 - 0.025c_3 + 0.45c_3x + 0.075c_3x^2$$

$$- 0.225c_4 - 24.6\times10^{-5}c_4x - 0.075c_4x + 1.125c_4x^2 + 0.125c_4x^3 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.025c_3 + 0.45c_3x + 0.075c_3x^2$$

$$- 0.225c_4 - 0.075c_4x + 1.125c_4x^2 + 0.125c_4x^2 - 0.01 \tag{6}$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1, c_2, c_3, c_4 ดังนั้นต้องการสมการ 4 สมการเพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 2 จุด $x = \frac{1}{3}$ และ $x = \frac{2}{3}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ และ $L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$L\left(\frac{1}{3}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{3}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{1}{3}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{1}{3}\right)^2 c_3$$

$$- 0.225c_4 - 0.0752\left(\frac{1}{3}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{1}{3}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{1}{3}\right)^3 c_4 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0167c_2 - 0.025c_3 + 0.15c_3 + 0.0083c_3$$

$$- 0.225c_4 - 0.0251c_4 + 0.125c_4 + 0.0046c_4 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1667c_2 + 0.1333c_3 - 0.1205c_4 = 0.01 \tag{7}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{2}{3}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{3}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{2}{3}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{2}{3}\right)^2 c_3$$
$$-0.225c_4 - 0.0752\left(\frac{2}{3}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{2}{3}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{2}{3}\right)^3 c_4 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0333c_2 - 0.025c_3 + 0.3c_3 + 0.0333c_3$$
$$-0.225c_4 - 0.0501c_4 + 0.5c_4 + 0.037c_4 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.1833c_2 + 0.3083c_3 - 0.2619c_4 = 0.01$ (8)

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.1667 & 0.133 & -1205 \\ 0.05 & 0.1833 & 0.3083 & 0.2619 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้ $$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.7782 \\ -5.1952 \\ 4.0564 \\ -1.6308 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

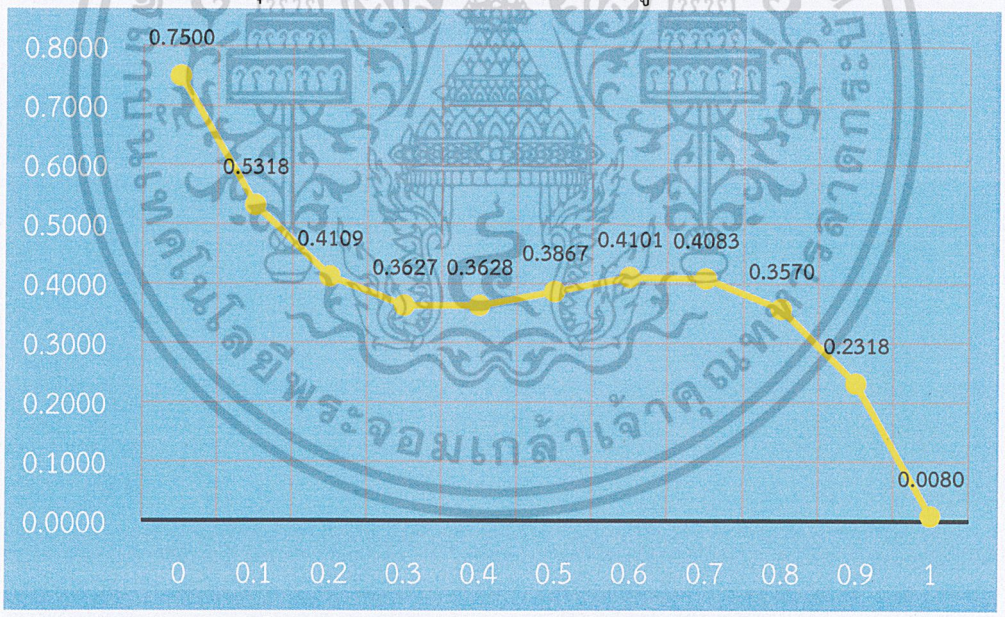
$$u(x) = 2.7782 - 5.1958x + 4.0564\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + 1.6308\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) \quad \text{สำหรับ } 0 \le x \le 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 3 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.5318
$u(0.2) =$	0.4109
$u(0.3) =$	0.3627
$u(0.4) =$	0.3628
$u(0.5) =$	0.3867
$u(0.6) =$	0.4101
$u(0.7) =$	0.4083
$u(0.8) =$	0.3570
$u(0.9) =$	0.2318
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเลอจองด์อันดับ 3 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.2 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 4

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x) = c_1(1) + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) \quad (1)$$

เมื่อ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(\frac{3(0)^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5(0)^3}{2} - \frac{3(0)}{2}\right) + c_5\left(\frac{35(0)^4}{8} - \frac{15(0)^2}{4} + \frac{3}{8}\right)$$

จะได้ $$c_1 - \frac{1}{2}c_3 + \frac{3}{8}c_5 = 0.75 \quad (2)$$

$$y(1) = u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3\left(\frac{3(1)^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5(1)^3}{2} - \frac{3(1)}{2}\right) + c_5\left(\frac{35(1)^4}{8} - \frac{15(1)^2}{4} + \frac{3}{8}\right)$$

จะได้ $$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = 0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01 = L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $$u' = \frac{d}{dx}(u) = \frac{d}{dx}\left(c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right)\right)$$

$$= c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^3}{2} - \frac{15x}{2}\right) \quad (4)$$

$$u'' = \frac{d}{dx}(u') = \frac{d}{dx}\left(c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^3}{2} - \frac{15x}{2}\right)\right)$$

$$= 3c_3 + 15c_4x + c_5\left(\frac{105x^2}{2} - \frac{15}{2}\right) \quad (5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L(x) = -1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01$$

$$= -1.64\times10^{-5}\left(3c_3 + 15c_4x + c_5\left(\frac{105x^2}{2} - \frac{15}{2}\right)\right)$$
$$+ 0.15\left(c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^3}{2} - \frac{15x}{2}\right)\right)$$
$$+ 0.05\left(c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right)\right) - 0.01$$

$$= -4.92\times10^{-5}c_3 - 24.6\times10^{-5}c_4x - 0.0009c_5x^2 + 0.0001c_5$$
$$+ 0.15c_2 + 0.45c_3x + 1.125c_4x^2 - 0.25c_4 + 2.625c_5x^3 - 1.125c_5x$$
$$+ 0.05c_1 + 0.05c_2x + 0.075c_3x^2 - 0.025c_3 + 0.125c_4x^3 - 0.075c_4x$$
$$+ 0.2188c_5x^4 - 0.1875c_5x^2 + 0.0188c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.025c_3 + 0.45c_3x + 0.075c_3x^2$$
$$- 0.2252c_4 - 0.075c_4x + 1.125c_4x^2 + 0.125c_4x^3 + 0.0189c_5 \qquad (6)$$
$$- 1.125c_5x - 0.1884c_5x + 2.625c_5x^3 + 0.2188c_5x^4 - 0.01$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 ดังนั้นต้องการสมการ 5 สมการเพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 3 จุด $x = \frac{1}{6}, x = \frac{2}{6}$ และ $x = \frac{3}{6}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{6}\right) = 0$, $L\left(\frac{2}{6}\right) = 0$ และ $L\left(\frac{3}{6}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$L\left(\frac{1}{6}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{6}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{1}{6}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{1}{6}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{1}{6}\right)^3 c_4 + 0.0189\,c_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{1}{6}\right) - 0.1884\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{1}{6}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{1}{6}\right)^4 c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0083c_2 - 0.025c_3 + 0.075c_3 + 0.0021c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.0125c_4 + 0.0313c_4 + 0.0006c_4 + 0.0189c_5$$
$$- 0.1875c_5 - 0.0052c_5 + 0.0122c_5 + 0.0002c_5 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1583c_2 + 0.0521c_3 - 0.20585c_4 - 0.1614c_5 = 0.01 \qquad (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{2}{6}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{6}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{2}{6}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_3$$
$$-0.225c_4 - 0.075\left(\frac{2}{6}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{2}{6}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$-1.125c_5\left(\frac{2}{6}\right) - 0.1884\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{2}{6}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{2}{6}\right)^4 c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0167c_2 - 0.025c_3 + 0.015c_3 + 0.0083c_3$$
$$-0.2252c_4 - 0.025c_4 + 0.0125c_4 + 0.0046c_4 + 0.0189c_5$$
$$-0.375c_5 - 0.0209c_5 + 0.0972c_5 + 0.0027c_5 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1667c_2 + 0.1333c_3 - 0.1206c_4 - 0.2771c_5 = 0.01 \quad (8)$$

$$L\left(\frac{3}{6}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{3}{6}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{3}{6}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{3}{6}\right)^2 c_3$$
$$-0.225c_4 - 0.075\left(\frac{3}{6}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{3}{6}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{3}{6}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$-1.125c_5\left(\frac{3}{6}\right) - 0.1884\left(\frac{3}{6}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{3}{6}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{3}{6}\right)^4 c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.025c_2 - 0.025c_3 + 0.225c_3 + 0.0188c_3$$
$$-0.2252c_4 - 0.375c_4 + 0.2813c_4 + 0.0156c_4 + 0.0189c_5$$
$$-0.5625c_5 - 0.0471c_5 + 0.3281c_5 + 0.0137c_5 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.175c_2 + 0.2182c_3 - 0.0342c_4 - 0.2489c_5 = 0.01 \quad (9)$$

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8) ,(9) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{8} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.1583 & 0.0521 & -0.2058 & -0.1614 \\ 0.05 & 0.1667 & 0.1333 & -0.1206 & -0.2771 \\ 0.05 & 0.175 & 0.2188 & 0.0342 & -0.2489 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้ $$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.6575 \\ 3.0109 \\ -3.4156 \\ 1.871 \\ -0.8008 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

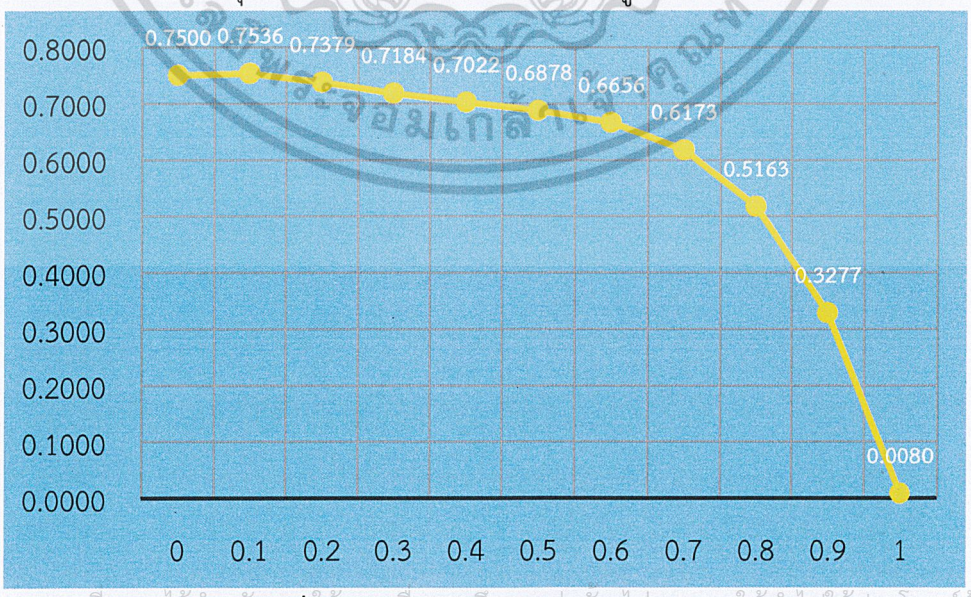
ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

$$u(x) = -0.6575 + 3.0109x - 3.4156\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + 1.871\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) \quad \text{สำหรับ } 0 \le x \le 1$$
$$- 0.8008\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right)$$

ตารางที่ 4.2 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 4 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7536
$u(0.2) =$	0.7379
$u(0.3) =$	0.7184
$u(0.4) =$	0.7022
$u(0.5) =$	0.6878
$u(0.6) =$	0.6656
$u(0.7) =$	0.6173
$u(0.8) =$	0.5163
$u(0.9) =$	0.3277
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเลอจองด์อันดับ 4 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.3 แสดงค่าความเข้มข้นของมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.3 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 5

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x) = c_1(1) + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right) \quad (1)$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(\frac{3(0)^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5(0)^3}{2} - \frac{3(0)}{2}\right) + c_5\left(\frac{35(0)^4}{8} - \frac{15(0)^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63(0)^5}{8} - \frac{35(0)^3}{4} + \frac{15(0)}{8}\right)$$

จะได้

$$c_1 - \frac{1}{2}c_3 + \frac{3}{8}c_5 = 0.75 \quad (2)$$

$$y(1) = u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3\left(\frac{3(1)^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5(1)^3}{2} - \frac{3(1)}{2}\right) + c_5\left(\frac{35(1)^4}{8} - \frac{15(1)^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63(1)^5}{8} - \frac{35(1)^3}{4} + \frac{15(1)}{8}\right)$$

จะได้

$$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 = 0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01 = L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้

$$u' = \frac{d}{dx}(u) = \frac{d}{dx}\left(c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right)\right)$$

$$= c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^3}{2} - \frac{15x}{2}\right) + c_6\left(\frac{315x^4}{8} - \frac{105x^3}{4} + \frac{15}{8}\right) \quad (4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u''=\frac{d}{dx}(u')=\frac{d}{dx}\left(\begin{array}{l}c_2+3c_3x+c_4\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^3}{2}-\frac{15x}{2}\right)\\+c_6\left(\frac{315x^4}{8}-\frac{105x^3}{4}+\frac{15}{8}\right)\end{array}\right)$$

$$=3c_3+15c_4x+c_5\left(\frac{105x^2}{2}-\frac{15}{2}\right)+c_6\left(\frac{315x^3}{2}-\frac{315x^2}{4}\right) \qquad (5)$$

$$L(x)=-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.05u-0.01$$

$$\begin{aligned}&=-1.64\times10^{-5}\left(3c_3+15c_4x+c_5\left(\frac{105x^2}{2}-\frac{15}{2}\right)+c_6\left(\frac{315x^3}{2}-\frac{315x^2}{4}\right)\right)\\&\quad+0.15\left(c_2+3c_3x+c_4\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^3}{2}-\frac{15x}{2}\right)+c_6\left(\frac{315x^4}{8}-\frac{105x^3}{4}+\frac{15}{8}\right)\right)\\&\quad+0.05\left(\begin{array}{l}c_1+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^4}{8}-\frac{15x^2}{4}+\frac{3}{8}\right)\\+c_6\left(\frac{63x^5}{8}-\frac{35x^3}{4}+\frac{15x}{8}\right)\end{array}\right)-0.01\\&=-4.92\times10^{-5}c_3-24.6\times10^{-5}c_4x-0.0009c_5x^2+0.0001c_5-0.0026c_6x^3\\&\quad+0.0013c_6x^2+0.15c_2+0.45c_3x+1.125c_4x^2-0.25c_4+2.625c_5x^3-1.125c_5x\\&\quad+5.9063c_6x^4-3.9375c_6x^3+0.2813c_6+0.05c_1+0.05c_2x+0.075c_3x^2-0.025c_3\\&\quad+0.125c_4x^3-0.075c_4x+0.2188c_5x^4-0.1875c_5x^2+0.0188c_5+0.3938c_6x^5\\&\quad-0.4375c_6x^3+0.0938c_6x-0.01\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&=0.05c_1+0.15c_2+0.05c_2x-0.025c_3+0.45c_3x+0.075c_3x^2-0.2252c_4\\&\quad-0.075c_4x+1.125c_4x^2+0.125c_4x^3+0.0189c_5-1.125c_5x-0.1884c_5x\\&\quad+2.625c_5x^3+0.2188c_5x^4+0.2813c_6+0.0938c_6x+0.0013c_6x^2-4.3776c_6x^3\\&\quad+5.9063c_6x^4+0.3958c_6x^5-0.01\end{aligned} \qquad (6)$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6 ดังนั้นต้องการสมการ 6 สมการ เพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 4 จุด $x=\frac{1}{10}$, $x=\frac{2}{10}$, $x=\frac{3}{10}$ และ $x=\frac{4}{10}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{10}\right)=0, L\left(\frac{2}{10}\right)=0, L\left(\frac{3}{10}\right)=0$ และ $L\left(\frac{4}{10}\right)=0$ จาก (6) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{1}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{10}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{1}{10}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{1}{10}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_4 + 0.0189\,c_5$$
$$-1.125c_5\left(\frac{1}{10}\right) - 0.1884\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{1}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{1}{10}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_6$$
$$+ 5.9063\left(\frac{1}{10}\right)^4 c_6 + 0.3938\left(\frac{1}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.005c_2 - 0.025c_3 + 0.045c_3 + 0.0008c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.0075c_4 + 0.0113c_4 + 0.0001c_4 + 0.0189c_5 - 0.1125c_5$$
$$- 0.0019c_5 + 0.0026c_5 + 0.0002188c_5 + 0.2813c_6 + 0.0094c_6$$
$$+ 0.000013c_6 - 0.0044c_6 + 0.0006c_6 + 0.00000394c_6 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.155c_2 + 0.0208c_3 - 0.2213c_4 - 0.0929c_5 + 0.2876c_6 = 0.01 \qquad (7)$$

$$L\left(\frac{2}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{10}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{2}{10}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{2}{10}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_4 + 0.0189c_5$$
$$-1.125c_5\left(\frac{2}{10}\right) - 0.1884\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{2}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{2}{10}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_6$$
$$+ 5.9063\left(\frac{2}{10}\right)^4 c_6 + 0.3938\left(\frac{2}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.01c_2 - 0.025c_3 + 0.09c_3 + 0.003c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.015c_4 + 0.045c_4 + 0.0001c_4 + 0.0189c_5$$
$$- 0.225c_5 - 0.0075c_5 + 0.021c_5 + 0.0004c_5 + 0.2813c_6$$
$$+ 0.0188c_6 + 0.000016c_6 - 0.035c_6 + 0.0095c_6 + 0.0001c_6 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.16c_2 + 0.068c_3 - 0.1942c_4 - 0.1922c_5 + 0.2748c_6 = 0.01 \qquad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{3}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{3}{10}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{3}{10}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{3}{10}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_4 + 0.0189\,c_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{3}{10}\right) - 0.1884\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{3}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{3}{10}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_6$$
$$+ 5.9063\left(\frac{3}{10}\right)^4 c_6 + 0.3938\left(\frac{3}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.015c_2 - 0.025c_3 + 0.0135c_3 + 0.0068c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.0225c_4 + 0.1013c_4 + 0.0034c_4 + 0.0189c_5$$
$$- 0.3375c_5 - 0.017c_5 + 0.0709c_5 + 0.0018c_5 + 0.2813c_6$$
$$+ 0.0281c_6 + 0.00016c_6 - 0.1182c_6 + 0.0478c_6 + 0.001c_6 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.165c_2 + 0.1668c_3 - 0.143c_4 - 0.2629c_5 + 0.2401c_6 = 0.01$ (9)

$$L\left(\frac{4}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{4}{10}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{4}{10}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{4}{10}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_4 + 0.0189\,c_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{4}{10}\right) - 0.1884\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{4}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{4}{10}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_6$$
$$+ 5.9063\left(\frac{4}{10}\right)^4 c_6 + 0.3938\left(\frac{4}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.02c_2 - 0.025c_3 + 0.18c_3 + 0.012c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.03c_4 + 0.18c_4 + 0.008c_4 + 0.0189c_5$$
$$- 0.45c_5 - 0.0301c_5 + 0.168c_5 + 0.0056c_5 + 0.2813c_6$$
$$+ 0.0375c_6 + 0.00026c_6 - 0.2802c_6 + 0.1512c_6 + 0.004c_6 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.17c_2 + 0.167c_3 - 0.0672c_4 - 0.2876c_5 + 0.194c_6 = 0.01$ (10)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8), (9), (10) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{8} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.155 & 0.0208 & -0.2213 & -0.0929 & 0.287 \\ 0.05 & 0.16 & 0.068 & -0.1942 & -0.1922 & 0.2748 \\ 0.05 & 0.165 & 0.1668 & -0.143 & -0.2629 & 0.2401 \\ 0.05 & 0.17 & 0.167 & -0.0672 & -0.2876 & 0.194 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7410 \\ 0.3301 \\ -0.0492 \\ -0.3896 \\ -0.0415 \\ -0.5828 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

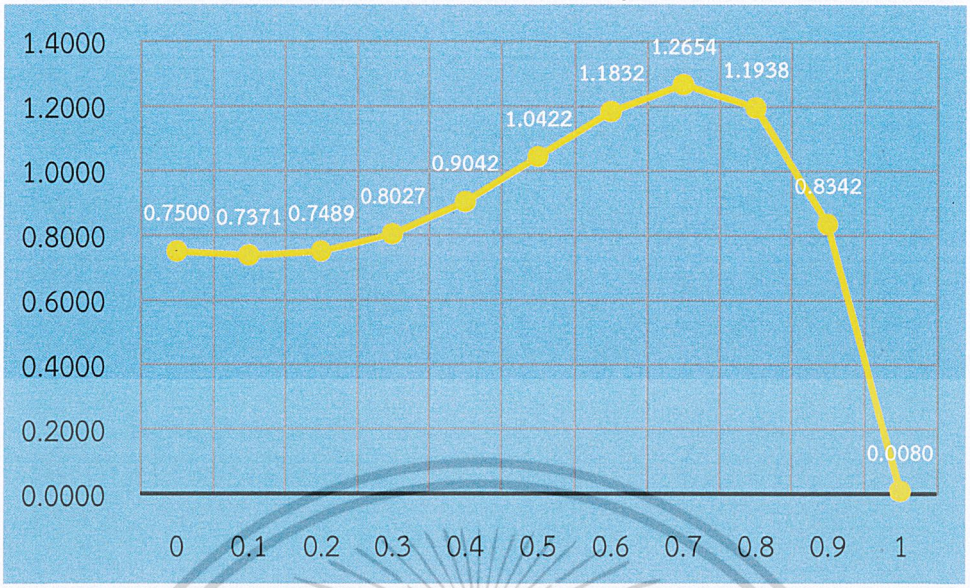
$$u(x) = 0.7410 + 0.3301x - 0.0492\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) - 0.3896\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right)$$
$$-0.0415\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) - 0.5828\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right) \quad \text{สำหรับ } 0 \le x \le 1$$

ตารางที่ 4.3 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 5 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7371
$u(0.2) =$	0.7489
$u(0.3) =$	0.8027
$u(0.4) =$	0.9042
$u(0.5) =$	1.0422
$u(0.6) =$	1.1832
$u(0.7) =$	1.2654
$u(0.8) =$	1.1938
$u(0.9) =$	0.8342
$u(1) =$	0.0080

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟพหุนามเลอจองด์อันดับ 5 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

4.1.4 การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเลอจองด์อันดับ 6

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x) = c_1(1) + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right) + c_7\left(\frac{231x^6}{16} - \frac{315x^4}{16} + \frac{105x^2}{16} - \frac{5}{16}\right) \quad (1)$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(\frac{3(0)^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5(0)^3}{2} - \frac{3(0)}{2}\right) + c_5\left(\frac{35(0)^4}{8} - \frac{15(0)^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + c_6\left(\frac{63(0)^5}{8} - \frac{35(0)^3}{4} + \frac{15(0)}{8}\right) + c_7\left(\frac{231(0)^6}{16} - \frac{315(0)^4}{16} + \frac{105(0)^2}{16} - \frac{5}{16}\right)$$

จะได้

$$c_1 - \frac{1}{2}c_3 + \frac{3}{8}c_5 - \frac{5}{16}c_7 = 0.75 \quad (2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y(1)=u(1)=c_1+c_2(1)+c_3\left(\frac{3(1)^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5(1)^3}{2}-\frac{3(1)}{2}\right)+c_5\left(\frac{35(1)^4}{8}-\frac{15(1)^2}{4}+\frac{3}{8}\right)$$
$$+c_6\left(\frac{63(1)^5}{8}-\frac{35(1)^3}{4}+\frac{15(1)}{8}\right)+c_7\left(\frac{231(1)^6}{16}-\frac{315(1)^4}{16}+\frac{105(1)^2}{16}-\frac{5}{16}\right)$$

จะได้ $$c_1+c_2+c_3+c_4+c_5+c_6+c_7=0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.05u-0.01=L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้

$$u'=\frac{d}{dx}(u)=\frac{d}{dx}\left(\begin{array}{l}c_1+c_2x+c_3\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{1}{2}\right)+c_4\left(\frac{5x^3}{2}-\frac{3x}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^4}{8}-\frac{15x^2}{4}+\frac{3}{8}\right)\\+c_6\left(\frac{63x^5}{8}-\frac{35x^3}{4}+\frac{15x}{8}\right)+c_7\left(\frac{231x^6}{16}-\frac{315x^4}{16}+\frac{105x^2}{16}-\frac{5}{16}\right)\end{array}\right)$$
$$=c_2+3c_3x+c_4\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^3}{2}-\frac{15x}{2}\right)+c_6\left(\frac{315x^4}{8}-\frac{105x^3}{4}+\frac{15}{8}\right)$$
$$+c_7\left(\frac{693x^5}{8}-\frac{315x^3}{4}+\frac{105x}{8}\right) \quad (4)$$

$$u''=\frac{d}{dx}(u')=\frac{d}{dx}\left(\begin{array}{l}c_2+3c_3x+c_4\left(\frac{15x^2}{2}-\frac{3}{2}\right)+c_5\left(\frac{35x^3}{2}-\frac{15x}{2}\right)\\+c_6\left(\frac{315x^4}{8}-\frac{105x^3}{4}+\frac{15}{8}\right)+c_7\left(\frac{693x^5}{8}-\frac{315x^3}{4}+\frac{105x}{8}\right)\end{array}\right)$$
$$=3c_3+15c_4x+c_5\left(\frac{105x^2}{2}-\frac{15}{2}\right)+c_6\left(\frac{315x^3}{2}-\frac{315x^2}{4}\right)$$
$$+c_7\left(\frac{3465x^4}{8}-\frac{945x^2}{4}+\frac{105x}{8}\right) \quad (5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L(x) = -1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01$$

$$= -1.64\times10^{-5}\left(\begin{array}{l} 3c_3 + 15c_4x + c_5\left(\frac{105x^2}{2} - \frac{15}{2}\right) + c_6\left(\frac{315x^3}{2} - \frac{315x^2}{4}\right) \\ +c_7\left(\frac{3465x^4}{8} - \frac{945x^2}{4} + \frac{105x}{8}\right) \end{array}\right)$$

$$+0.15\left(\begin{array}{l} c_2 + 3c_3x + c_4\left(\frac{15x^2}{2} - \frac{3}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^3}{2} - \frac{15x}{2}\right) + c_6\left(\frac{315x^4}{8} - \frac{105x^3}{4} + \frac{15}{8}\right) \\ +c_7\left(\frac{693x^5}{8} - \frac{315x^3}{4} + \frac{105x}{8}\right) \end{array}\right)$$

$$+0.05\left(\begin{array}{l} c_1 + c_2x + c_3\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + c_4\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) + c_5\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) \\ +c_6\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right) + c_7\left(\frac{231x^6}{16} - \frac{315x^4}{16} + \frac{105x^2}{16} - \frac{5}{16}\right) \end{array}\right) - 0.01$$

$$\begin{aligned} &= -4.92\times10^{-5}c_3 - 24.6\times10^{-5}c_4x - 0.0009c_5x^2 + 0.0001c_5 - 0.0026c_6x^3 \\ &\quad + 0.0013c_6x^2 - 0.0071c_7x^4 + 0.0039c_7x^2 - 0.0002c_7x + 0.15c_2 + 0.45c_3x \\ &\quad + 1.125c_4x^2 - 0.225c_4 + 2.625c_5x^3 - 1.125c_5x + 5.9063c_6x^4 - 3.9375c_6x^3 \\ &\quad + 0.2813c_6 + 12.9938c_7x^5 - 11.8125c_7x^3 + 1.9688c_7x + 0.05c_1 + 0.05c_2x \\ &\quad + 0.075c_3x^2 - 0.025c_3 + 0.125c_4x^3 - 0.075c_4x + 0.2188c_5x^4 - 0.1875c_5x^2 \\ &\quad + 0.0188c_5 + 0.3938c_6x^5 - 0.4375c_6x^3 + 0.0938c_6x + 0.7219c_7x^6 - 0.9844c_7x^4 \\ &\quad + 0.7219c_7x^6 - 0.01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.025c_3 + 0.45c_3x + 0.075c_3x^2 - 0.2252c_4 \\ &\quad - 0.075c_4x + 1.125c_4x^2 + 0.125c_4x^3 + 0.0189c_5 - 1.125c_5x - 0.1884c_5x^2 \\ &\quad + 2.625c_5x^3 + 0.2188c_5x^4 + 0.2813c_6 + 0.0938c_6x + 0.0013c_6x^2 - 4.3776c_6x^3 \\ &\quad + 5.9063c_6x^4 + 0.3958c_6x^5 + 1.9686c_7x + 0.332c_7x^2 - 11.8125c_7x^3 \\ &\quad - 0.9915c_7x^4 + 12.9938c_7x^5 + 0.7219c_7x^6 - 0.01 \end{aligned} \quad (6)$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ ดังนั้นต้องการสมการ 7 สมการ เพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 5 จุด $x = \frac{1}{15}$, $x = \frac{2}{15}$, $x = \frac{3}{15}$, $x = \frac{4}{15}$ และ $x = \frac{5}{15}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{2}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{3}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{4}{15}\right) = 0$ และ

$L\left(\frac{5}{15}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{1}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{15}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{1}{15}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{1}{15}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{1}{15}\right) - 0.1884\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{1}{15}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_6 + 5.9063\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.3938\left(\frac{1}{15}\right)^5 c_6 - 0.0156c_7 + 1.9686\left(\frac{1}{15}\right)c_7 + 0.332\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_7 - 11.8125\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_7$$
$$- 0.9915\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_7 + 12.9938\left(\frac{1}{15}\right)^5 c_7 + 0.7219\left(\frac{1}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$
$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0033c_2 - 0.025c_3 + 0.03c_3 + 0.0003c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.005c_4 + 0.005c_4 + 0.00003704c_4 + 0.0189c_5$$
$$- 0.075c_5 - 0.0008c_5 + 0.0008c_5 + 0.00000432c_5 + 0.2813c_6$$
$$+ 0.0063c_6 + 0.00000578c_6 - 0.0013c_6 + 0.0001c_6 + 0.0000052c_6$$
$$- 0.0156c_7 + 0.1312c_7 + 0.0059c_7 - 0.0035c_7 - 0.00001959c_7$$
$$+ 0.000017c_7 + 0.00000006c_7 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.1533c_2 + 0.0053c_3 - 0.2252c_4 - 0.0561c_5 + 0.2864c_6 + 0.118c_7 = 0.01$ (7)

$$L\left(\frac{2}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{15}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{2}{15}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{2}{15}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{2}{15}\right) - 0.1884\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{2}{15}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_6 + 5.9063\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.3938\left(\frac{2}{15}\right)^5 c_6 - 0.0156c_7 + 1.9686\left(\frac{2}{15}\right)c_7 + 0.332\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_7 - 11.8125\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_7$$
$$- 0.9915\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_7 + 12.9938\left(\frac{2}{15}\right)^5 c_7 + 0.7219\left(\frac{2}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0067c_2 - 0.025c_3 + 0.06c_3 + 0.0013c_3 \\
&\quad - 0.2252c_4 - 0.01c_4 + 0.02c_4 + 0.003c_4 + 0.0189c_5 - 0.15c_5 \\
&\quad - 0.0033c_5 + 0.0062c_5 + 0.0001c_5 + 0.2813c_6 + 0.0125c_6 \\
&\quad + 0.00002311c_6 - 0.0104c_6 + 0.0019c_6 + 0.00001659c_6 \\
&\quad - 0.0156c_7 + 0.2625c_7 + 0.0059c_7 - 0.028c_7 - 0.0003c_7 \\
&\quad + 0.0005c_7 + 0.00000406c_7 - 0.01
\end{aligned}
$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.1567c_2 + 0.0363c_3 - 0.2122c_4 - 0.1281c_5 + 0.2853c_6 + 0.225c_7 = 0.01$ (8)

$$
\begin{aligned}
L\left(\frac{3}{15}\right) &= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{3}{15}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{3}{15}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_3 \\
&\quad - 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{3}{15}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5 \\
&\quad - 1.125c_5\left(\frac{3}{15}\right) - 0.1884\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_5 \\
&\quad + 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{3}{15}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_6 + 5.9063\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_6 \\
&\quad + 0.3938\left(\frac{3}{15}\right)^5 c_6 - 0.0156c_7 + 1.9686\left(\frac{3}{15}\right)c_7 + 0.332\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_7 - 11.8125\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_7 \\
&\quad - 0.9915\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_7 + 12.9938\left(\frac{3}{15}\right)^5 c_7 + 0.7219\left(\frac{3}{15}\right)^6 c_7 - 0.01 \\
&= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.01c_2 - 0.025c_3 + 0.09c_3 + 0.003c_3 \\
&\quad - 0.2252c_4 - 0.015c_4 + 0.045c_4 + 0.001c_4 + 0.0189c_5 \\
&\quad - 0.225c_5 - 0.0075c_5 + 0.0201c_5 + 0.0004c_5 + 0.2813c_6 \\
&\quad + 0.0188c_6 + 0.00016c_6 - 0.035c_6 + 0.0095c_6 + 0.0001c_6 \\
&\quad - 0.0156c_7 + 0.3937c_7 + 0.0133c_7 - 0.0945c_7 - 0.0016c_7 \\
&\quad + 0.0042c_7 + 0.0000462c_7 - 0.01
\end{aligned}
$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.16c_2 + 0.068c_3 - 0.1942c_4 - 0.1922c_5 + 0.2748c_6 + 0.2995c_7 = 0.01$ (9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{4}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{4}{15}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{4}{15}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{4}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{4}{15}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{4}{15}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{4}{15}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{4}{15}\right) - 0.1884\left(\frac{4}{15}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{4}{15}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{4}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{4}{15}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{4}{15}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{4}{15}\right)^3 c_6 + 5.9063\left(\frac{4}{15}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.3938\left(\frac{4}{15}\right)^5 c_6 - 0.0156c_7 + 1.9686\left(\frac{4}{15}\right)c_7 + 0.332\left(\frac{4}{15}\right)^2 c_7 - 11.8125\left(\frac{4}{15}\right)^3 c_7$$
$$- 0.9915\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_7 + 12.9938\left(\frac{4}{15}\right)^5 c_7 + 0.7219\left(\frac{4}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0067c_2 - 0.025c_3 + 0.06c_3 + 0.0013c_3$$
$$- 0.2252c_4 - 0.01c_4 + 0.02c_4 + 0.003c_4 + 0.0189c_5 - 0.15c_5$$
$$- 0.0033c_5 + 0.0062c_5 + 0.0001c_5 + 0.2813c_6 + 0.0125c_6$$
$$+ 0.00002311c_6 - 0.0104c_6 + 0.0019c_6 + 0.00001659c_6$$
$$- 0.0156c_7 + 0.2625c_7 + 0.0059c_7 - 0.028c_7 - 0.0003c_7$$
$$+ 0.0005c_7 + 0.00000407c_7 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.16c_2 + 0.068c_3 - 0.1942c_4 - 0.1922c_5 + 0.2748c_6 + 0.2995c_7 = 0.01$ (10)

$$L\left(\frac{5}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{5}{15}\right)c_2 - 0.025c_3 + 0.45\left(\frac{5}{15}\right)c_3 + 0.075\left(\frac{5}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.225c_4 - 0.075\left(\frac{5}{15}\right)c_4 + 1.125\left(\frac{5}{15}\right)^2 c_4 + 0.125\left(\frac{5}{15}\right)^3 c_4 + 0.0189\mathrm{c}_5$$
$$- 1.125c_5\left(\frac{5}{15}\right) - 0.1884\left(\frac{5}{15}\right)^2 c_5 + 2.625\left(\frac{5}{15}\right)^3 c_5 + 0.2188\left(\frac{5}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.2813c_6 + 0.0938\left(\frac{5}{15}\right)c_6 + 0.0013\left(\frac{5}{15}\right)^2 c_6 - 4.3774\left(\frac{5}{15}\right)^3 c_6 + 5.9063\left(\frac{5}{15}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.3938\left(\frac{5}{15}\right)^5 c_6 - 0.0156c_7 + 1.9686\left(\frac{5}{15}\right)c_7 + 0.332\left(\frac{5}{15}\right)^2 c_7 - 11.8125\left(\frac{5}{15}\right)^3 c_7$$
$$- 0.9915\left(\frac{5}{15}\right)^4 c_7 + 12.9938\left(\frac{5}{15}\right)^5 c_7 + 0.7219\left(\frac{5}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.167c_2 - 0.025c_3 + 0.15c_3 + 0.0083c_3 \\
&\quad - 0.2252c_4 - 0.025c_4 + 0.125c_4 + 0.0046c_4 + 0.0189c_5 - 0.375c_5 \\
&\quad - 0.0209c_5 + 0.0972c_5 + 0.0027c_5 + 0.2813c_6 + 0.0373c_6 + 0.0001c_6 \\
&\quad - 0.1621c_6 + 0.0729c_6 + 0.0016c_6 - 0.0156c_7 + 0.6562c_7 + 0.0369c_7 \\
&\quad - 0.4375c_7 - 0.0122c_7 + 0.0535c_7 + 0.001c_7 - 0.01
\end{aligned}
$$

จะได้

$$0.05c_1 + 0.1667c_2 + 0.1333c_3 - 0.1209c_4 - 0.2771c_5 + 0.2251c_6 + 0.2823c_7 = 0.01 \quad (11)$$

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8), (9), (10),(11) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{8} & 0 & -\frac{5}{16} \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0.05 & 0.1533 & 0.0053 & -0.2252 & -0.0561 & 0.2864 & 0.118 \\
0.05 & 0.1567 & 0.0363 & -0.2122 & -0.1281 & 0.2853 & 0.225 \\
0.05 & 0.16 & 0.068 & -0.1942 & -0.1922 & 0.2748 & 0.2995 \\
0.05 & 0.1633 & 0.1003 & -0.1628 & -0.2436 & 0.2538 & 0.3218 \\
0.05 & 0.1667 & 0.1333 & -0.1209 & -0.2771 & 0.2251 & 0.2823
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}
$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้

$$
\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0.7389 \\ -0.3715 \\ -0.1148 \\ -0.0512 \\ -0.1826 \\ 0.0601 \\ -0.0710 \end{bmatrix}
$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

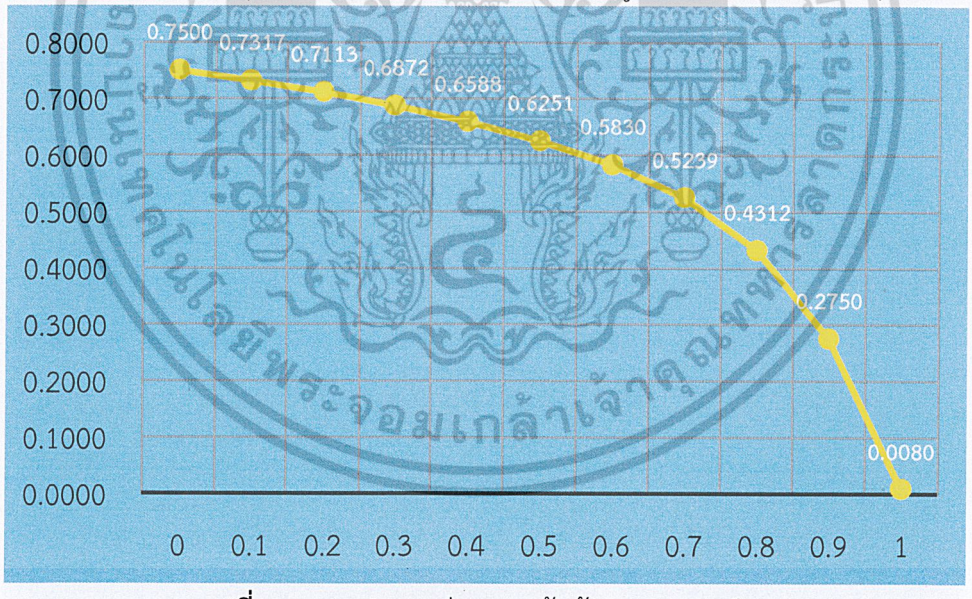
$$
\begin{aligned}
u(x) &= 0.7389(1) - 0.3715x - 0.1148\left(\frac{3x^2}{2} - \frac{1}{2}\right) - 0.0512\left(\frac{5x^3}{2} - \frac{3x}{2}\right) \\
&\quad - 0.1826\left(\frac{35x^4}{8} - \frac{15x^2}{4} + \frac{3}{8}\right) + 0.0601\left(\frac{63x^5}{8} - \frac{35x^3}{4} + \frac{15x}{8}\right) \qquad \text{สำหรับ } 0 \le x \le 1 \\
&\quad - 0.0710\left(\frac{231x^6}{16} - \frac{315x^4}{16} + \frac{105x^2}{16} - \frac{5}{16}\right)
\end{aligned}
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเลอจองด์อันดับ 6 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7317
$u(0.2) =$	0.7113
$u(0.3) =$	0.6872
$u(0.4) =$	0.6588
$u(0.5) =$	0.6251
$u(0.6) =$	0.5830
$u(0.7) =$	0.5239
$u(0.8) =$	0.4312
$u(0.9) =$	0.2750
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเลอจองด์อันดับ 6 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 ฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ

4.2.1 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x)=c_1(1)+c_2(x)+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x) \tag{1}$$

เมื่อ c_1, c_2, c_3, c_4 เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0)=u(0)=c_1+c_2(0)+c_3\left(2(0)^2-1\right)+c_4\left(4(0)^3-3(0)\right)$$

จะได้ $$c_1-c_3=0.75 \tag{2}$$

$$y(1)=u(1)=c_1+c_2(1)+c_3\left(2(1)^2-1\right)+c_4\left(4(1)^3-3(1)\right)$$

จะได้ $$c_1+c_2+c_3+c_4=0.008 \tag{3}$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.05u-0.01=L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $$u'=\frac{d}{dx}(u)=\frac{d}{dx}\left(c_1+c_2x+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x)\right)$$

$$=c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4 \tag{4}$$

$$u''=\frac{d}{dx}(u')=\frac{d}{dx}\left(c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4\right)$$

$$=4c_3+24c_4x \tag{5}$$

จะได้ $L(x)=-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.005u-0.01$

$$=1.64\times10^{-5}(4c_3+24c_4x)+0.15\left(c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4\right)$$
$$+0.05\left(c_1+c_2x+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x)\right)-0.01$$

$$=1.64\times10^{-5}c_3-39.36\times10^{-5}c_4x+0.15c_2+0.6c_3x+1.8c_4x^2-0.45c_4$$
$$+0.05c_1+0.05c_2x+c_3(0.1x^2-0.05)+c_4(0.2x^3-0.15x)-0.01$$

$$=0.05c_1+0.15c_2+0.05c_2x-6.56\times10^{-5}c_3-0.05c_3+0.6c_3x+0.1c_3x^2$$
$$-0.45c_4-39.6\times10^{-5}c_4x-0.15c_4x+1.8c_4x^2+0.2c_4x^3-0.01$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.0501c_3 + 0.6c_3x + 0.1c_3x^2 \\ -0.45c_4 - 0.1504c_4x + 1.8c_4x^2 + 0.2c_4x^3 - 0.01 \quad (6)$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1, c_2, c_3, c_4 ดังนั้นต้องการสมการ 4 สมการเพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 2 จุด $x = \frac{1}{3}$ และ $x = \frac{2}{3}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ และ $L\left(\frac{2}{3}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$L\left(\frac{1}{3}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{3}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{1}{3}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{1}{3}\right)^2 c_3 \\ -0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{1}{3}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{1}{3}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{1}{3}\right)^3 c_4 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0167c_2 - 0.0501c_3 + 0.2c_3 + 0.0111c_3 \\ -0.45c_4 - 0.0501c_4 + 0.2c_4 + 0.0074c_4 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1667c_2 + 0.161c_3 - 0.2927c_4 = 0.01 \quad (7)$$

$$L\left(\frac{2}{3}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{3}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{2}{3}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{2}{3}\right)^2 c_3 \\ -0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{2}{3}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{2}{3}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{2}{3}\right)^3 c_4 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0333c_2 - 0.0501c_3 + 0.4c_3 + 0.0444c_3 \\ -0.45c_4 - 0.1003c_4 + 0.8c_4 + 0.0593c_4 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1833c_2 + 0.3943c_3 - 0.309c_4 = 0.01 \quad (8)$$

จากสมการ (2), (3) ,(7) ,(8) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.1668 & 0.161 & -0.2927 \\ 0.05 & 0.1833 & 0.3943 & -0.309 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.08 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้ $$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.776 \\ -0.5777 \\ 0.026 \\ -0.2163 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

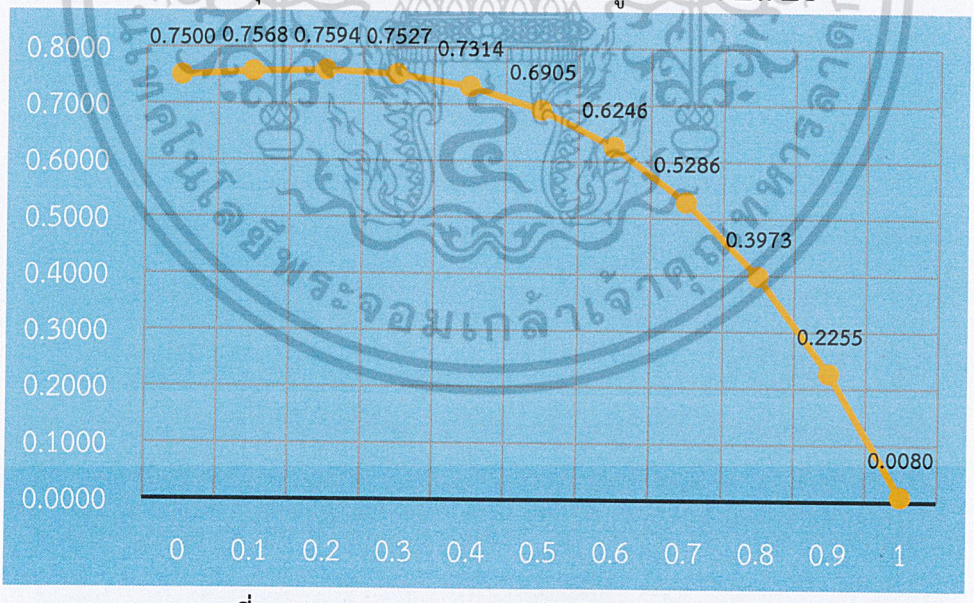
ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

$u(x) = 0.776 - 0.5777x + 0.026(2x^2 - 1) - 0.2163(4x^3 - 3x)$ สำหรับ $0 \le x \le 1$

ตารางที่ 4.5 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 3 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7568
$u(0.2) =$	0.7594
$u(0.3) =$	0.7527
$u(0.4) =$	0.7314
$u(0.5) =$	0.6905
$u(0.6) =$	0.6246
$u(0.7) =$	0.5286
$u(0.8) =$	0.3973
$u(0.9) =$	0.2255
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเชบีเชฟอันดับ 3 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 4

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x)=c_1(1)+c_2(x)+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x)+c_5(8x^4-8x^2+1) \quad (1)$$

เมื่อ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0)=u(0)=c_1+c_2(0)+c_3(2(0)^2-1)+c_4(4(0)^3-3(0))+c_5(8(0)^4-8(0)^2+1)$$

จะได้ $$c_1-c_3+c_5=0.75 \quad (2)$$

$$y(1)=u(1)=c_1+c_2(1)+c_3(2(1)^2-1)+c_4(4(1)^3-3(1))+c_5(8(1)^4-8(1)^2+1)$$

จะได้ $$c_1+c_2+c_3+c_4+c_5=0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.05u-0.01=L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $u'=\frac{d}{dx}(u)=\frac{d}{dx}(c_1+c_2x+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x)+c_5(8x^4-8x^2+1))$

$$=c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4+32x^3c_5-16xc_5 \quad (4)$$

$$u''=\frac{d}{dx}(u')=\frac{d}{dx}(c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4+32x^3c_5-16xc_5)$$

$$=4c_3+24c_4x+96x^2c_5-16c_5 \quad (5)$$

จะได้ $L(x)=-1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.005u-0.01$

$$\begin{aligned}&=1.64\times10^{-5}(4c_3+24c_4x+96x^2c_5-16c_5)\\&\quad+0.15(c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4+32x^3c_5-16xc_5)\\&\quad+0.05(c_1+c_2x+c_3(2x^2-1)+c_4(4x^3-3x)+c_5(8x^4-8x^2+1))-0.01\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&=-6.56\times10^{-5}c_3-39.36\times10^{-5}c_4x-157.44\times10^{-5}c_5x^2+26.24\times10^{-5}c_5\\&\quad+0.15c_2+0.6c_3x+1.8c_4x^2-0.45c_4+4.8c_5x^3-2.4c_5x\\&\quad+0.05c_1+0.05c_2x+c_3(0.1x^2-0.05)+c_4(0.2x^3-0.15x)\\&\quad+c_5(0.4x^4-0.4x^2+0.05)-0.01\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 6.56\times10^{-5}c_3 - 0.05c_3 + 0.6c_3x + 0.1c_3x^2$$
$$- 0.45c_4 - 39.6\times10^{-5}c_4x - 0.15c_4x + 1.8c_4x^2 + 0.2c_4x^3$$
$$+ 26.24\times10^{-5}c_5 + 0.05c_5 - 2.4c_5x - 157.44\times10^{-5}c_5x^2$$
$$- 0.4c_5x^2 + 4.8c_5x^3 + 0.4c_5x^4 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.0501c_3 + 0.6c_3x + 0.1c_3x^2$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504c_4x + 1.8c_4x^2 + 0.2c_4x^3 + 0.0503c_5 \qquad (6)$$
$$- 2.4c_5x - 0.4016c_5x^2 + 4.8c_5x^3 + 0.4c_5x^4 - 0.01$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 ดังนั้นต้องการสมการ 5 สมการเพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 3 จุด $x = \frac{1}{6}$, $x = \frac{2}{6}$ และ $x = \frac{3}{6}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{6}\right) = 0$, $L\left(\frac{2}{6}\right) = 0$ และ $L\left(\frac{3}{6}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$L\left(\frac{1}{6}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{6}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{1}{6}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{1}{6}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{1}{6}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{1}{6}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{1}{6}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{1}{6}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{1}{6}\right)^4 c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0083c_2 - 0.0501c_3 + 0.1c_3 + 0.0028c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0251c_4 + 0.05c_4 + 0.0009c_4 + 0.0503c_5 - 0.4c_5$$
$$- 0.0112c_5 + 0.0222c_5 + 0.0003c_5 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1583c_2 + 0.0527c_3 - 0.4242c_4 - 0.3884c_5 = 0.01 \qquad (7)$$

$$L\left(\frac{2}{6}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{6}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{2}{6}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{2}{6}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{2}{6}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{2}{6}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{2}{6}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{2}{6}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{2}{6}\right)^4 c_5 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0167c_2 - 0.0501c_3 + 0.2c_3 + 0.0111c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0501c_4 + 0.2c_4 + 0.007c_4 + 0.0503c_5 - 0.8c_5$$
$$- 0.0446c_5 + 0.1778c_5 + 0.0049c_5 - 0.01$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $$0.05c_1+0.1667c_2+0.7610c_3-0.2928c_4-0.6116c_5=0.01 \quad (8)$$

$$\begin{aligned}L\left(\frac{3}{6}\right) &= 0.05c_1+0.15c_2+0.05\left(\frac{3}{6}\right)c_2-0.0501c_3+0.6\left(\frac{3}{6}\right)c_3+0.1\left(\frac{3}{6}\right)^2c_3\\ &\quad -0.45c_4-0.1504\left(\frac{3}{6}\right)c_4+1.8\left(\frac{3}{6}\right)^2c_4+0.2\left(\frac{3}{6}\right)^3c_4\\ &\quad +0.0503c_5-2.4\left(\frac{3}{6}\right)c_5-0.4016\left(\frac{3}{6}\right)^2c_5+4.8\left(\frac{3}{6}\right)^3c_5+0.4\left(\frac{3}{6}\right)^4c_5-0.01\\ &= 0.05c_1+0.15c_2+0.0250c_2-0.0501c_3+0.3c_3+0.025c_3\\ &\quad -0.45c_4-0.0752c_4+0.45c_4+0.025c_4+0.0503c_5-1.2c_5\\ &\quad -0.1004c_5+0.6c_5+0.025c_5-0.01\end{aligned}$$

จะได้ $$0.05c_1+0.175c_2+0.2749c_3-0.0502c_4-0.6251c_5=0.01 \quad (9)$$

จากสมการ (2),(3),(7),(8),(9) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0.05 & 0.1583 & 0.0527 & -0.4242 & -0.3884\\ 0.05 & 0.1667 & 0.1610 & -0.2927 & -0.6116\\ 0.05 & 0.175 & 0.2749 & -0.0502 & -0.6251\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c_1\\c_2\\c_3\\c_4\\c_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.75\\0.008\\0.01\\0.01\\0.01\end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้ $$\begin{bmatrix}c_1\\c_2\\c_3\\c_4\\c_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.5735\\1.856\\-1.6445\\0.691\\-0.321\end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

$$u(x)=-0.5735+1.856x-1.6445\left(2x^2-1\right)-0.691\left(4x^3-3x\right)-0.321\left(8x^4-8x^2+1\right)$$

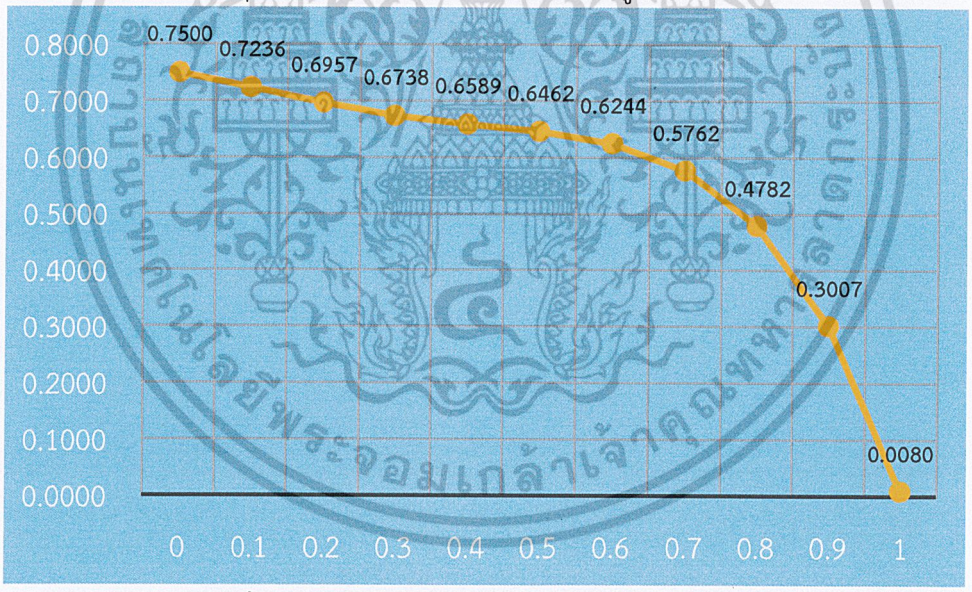
สำหรับ $0\le x\le 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 4 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7236
$u(0.2) =$	0.6957
$u(0.3) =$	0.6738
$u(0.4) =$	0.6589
$u(0.5) =$	0.6462
$u(0.6) =$	0.6244
$u(0.7) =$	0.5762
$u(0.8) =$	0.4782
$u(0.9) =$	0.3007
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 4 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.3 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 5

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x) = c_1(1) + c_2(x) + c_3(2x^2 - 1) + c_4(4x^3 - 3x) + c_5(8x^4 - 8x^2 + 1) + c_6(16x^5 - 20x^3 + 5x) \quad (1)$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3\left(2(0)^2 - 1\right) + c_4\left(4(0)^3 - 3(0)\right) + c_5\left(8(0)^4 - 8(0)^2 + 1\right) + c_6\left(16(0)^5 - 20(0)^3 + 5(0)\right)$$

จะได้ $$c_1 - c_3 + c_5 = 0.75 \quad (2)$$

$$y(1) = u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3\left(2(1)^2 - 1\right) + c_4\left(4(1)^3 - 3(1)\right) + c_5\left(8(1)^4 - 8(1)^2 + 1\right) + c_6\left(16(1)^5 - 20(1)^3 + 5(1)\right)$$

จะได้ $$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 = 0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64 \times 10^{-5} u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01 = L(x)$$

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $$u' = \frac{d}{dx}(u) = \frac{d}{dx}\begin{pmatrix} c_1 + c_2 x + c_3(2x^2 - 1) + c_4(4x^3 - 3x) + c_5(8x^4 - 8x^2 + 1) \\ + c_6(16x^5 - 20x^3 + 5x) \end{pmatrix}$$

$$= c_2 + 4c_3 x + 12c_4 x^2 - 3c_4 + 32x^3 c_5 - 16xc_5 + 80x^4 c_6 - 60x^2 c_6 + 5c_6 \quad (4)$$

$$u'' = \frac{d}{dx}(u') = \frac{d}{dx}\begin{pmatrix} c_2 + 4c_3 x + 12c_4 x^2 - 3c_4 + 32x^3 c_5 - 16xc_5 + 80x^4 c_6 \\ -60x^2 c_6 + 5c_6 \end{pmatrix}$$

$$= 4c_3 + 24c_4 x + 96x^2 c_5 - 16c_5 + 320x^3 c_6 - 120xc_6 \quad (5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $L(x) = -1.64\times10^{-5}u''+0.15u'+0.005u-0.01$

$$
\begin{aligned}
&= 1.64\times10^{-5}\left(4c_3+24c_4x+96x^2c_5-16c_5+320x^3c_6-120xc_6\right)\\
&\quad+0.15\left(c_2+4c_3x+12c_4x^2-3c_4+32x^3c_5-16xc_5+80x^4c_6-60x^2c_6+5c_6\right)\\
&\quad+0.05\begin{pmatrix}c_1+c_2x+c_3\left(2x^2-1\right)+c_4\left(4x^3-3x\right)+c_5\left(8x^4-8x^2+1\right)\\+c_6\left(16x^5-20x^3+5x\right)\end{pmatrix}-0.01
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -6.56\times10^{-5}c_3-39.36\times10^{-5}c_4x-157.44\times10^{-5}c_5x^2+26.24\times10^{-5}c_5\\
&\quad-524.8\times10^{-5}x^3c_6+196.8\times10^{-5}xc_6+0.15c_2+0.6c_3x+1.8c_4x^2\\
&\quad-0.45c_4+4.8c_5x^3-2.4c_5x+12x^4c_6-9x^2c_6+0.75c_6+0.05c_1\\
&\quad+0.05c_2x+c_3\left(0.1x^2-0.05\right)+c_4\left(0.2x^3-0.15x\right)\\
&\quad+c_5\left(0.4x^4-0.4x^2+0.05\right)+c_6\left(0.8x^5-1x^3+0.25x\right)-0.01
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1+0.15c_2+0.05c_2x-6.56\times10^{-5}c_3-0.05c_3+0.6c_3x+0.1c_3x^2\\
&\quad-0.45c_4-39.6\times10^{-5}c_4x-0.15c_4x+1.8c_4x^2+0.2c_4x^3+26.24\times10^{-5}c_5\\
&\quad+0.05c_5-2.4c_5x-157.44\times10^{-5}c_5x^2-0.4c_5x^2+4.8c_5x^3+0.4c_5x^4\\
&\quad+0.75c_6+196.8\times10^{-5}c_6x+0.25c_6x-9c_6x^2-524.8\times10^{-5}c_6x^3-1c_6x^3\\
&\quad+12c_6x^4+0.8c_6x^5-0.01
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1+0.15c_2+0.05c_2x-0.0501c_3+0.6c_3x+0.1c_3x^2\\
&\quad-0.45c_4-0.1504c_4x+1.8c_4x^2+0.2c_4x^3+0.0503c_5-2.4c_5x\\
&\quad-0.4016c_5x^2+4.8c_5x^3+0.4c_5x^4+0.75c_6+0.252c_6x+9c_6x^2\\
&\quad-1.0052c_6x^3+12c_6x^4+0.8c_6x^5-0.01
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ ดังนั้นต้องการสมการ 6 สมการ เพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 4 จุด $x=\frac{1}{10}$, $x=\frac{2}{10}$, $x=\frac{3}{10}$ และ $x=\frac{4}{10}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{10}\right)=0$, $L\left(\frac{2}{10}\right)=0$, $L\left(\frac{3}{10}\right)=0$ และ $L\left(\frac{4}{10}\right)=0$ จาก (6) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{1}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{10}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{1}{10}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{1}{10}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{1}{10}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{1}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.75c_6 - 0.252\left(\frac{1}{10}\right)c_6 - 9\left(\frac{1}{10}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{1}{10}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{1}{10}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.8\left(\frac{1}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.005c_2 - 0.0501c_3 + 0.6c_3 + 0.001c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.015c_4 + 0.018c_4 + 0.0002c_4 + 0.0503c_5 - 0.24c_5$$
$$- 0.004c_5 + 0.0048c_5 + 0.0000c_5 + 0.75c_6 - 0.0252c_6 - 0.05c_6$$
$$- 0.001c_6 + 0.0012c_6 + 0.0000c_6 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.155c_2 + 0.0102c_3 - 0.4468c_4 - 0.1889c_5 - 0.6350c_6 = 0.01$ (7)

$$L\left(\frac{2}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{10}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{2}{10}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{2}{10}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_4 + 0.0503c_5$$
$$- 2.4\left(\frac{2}{10}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{2}{10}\right)^4 c_5 + 0.75c_6$$
$$- 0.252\left(\frac{2}{10}\right)c_6 - 9\left(\frac{2}{10}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{2}{10}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{2}{10}\right)^4 c_6 + 0.8\left(\frac{2}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.01c_2 - 0.0501c_3 + 0.12c_3 + 0.004c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0301c_4 + 0.072c_4 + 0.0016c_4 + 0.0503c_5 - 0.48c_5$$
$$- 0.0161c_5 + 0.0384c_5 + 0.0006c_5 + 0.75c_6 - 0.0504c_6 - 0.36c_6$$
$$- 0.008c_6 + 0.0192c_6 + 0.0003c_6 - 0.01$$

จะได้ $0.05c_1 + 0.16c_2 + 0.0739c_3 - 0.4065c_4 - 0.4068c_5 - 0.3511c_6 = 0.01$ (8)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{3}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{3}{10}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{3}{10}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{3}{10}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_4 + 0.0503c_5$$
$$- 2.4\left(\frac{3}{10}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{3}{10}\right)^4 c_5 + 0.75c_6$$
$$- 0.252\left(\frac{3}{10}\right)c_6 - 9\left(\frac{3}{10}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{3}{10}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{3}{10}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.8\left(\frac{3}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.015c_2 - 0.0501c_3 + 0.18c_3 + 0.009c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0451c_4 + 0.162c_4 + 0.0054c_4 + 0.0503c_5 - 0.72c_5$$
$$- 0.0361c_5 + 0.1296c_5 + 0.0032c_5 + 0.75c_6 - 0.0756c_6 - 0.81c_6$$
$$- 0.0271c_6 + 0.0972c_6 + 0.0019c_6 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.1650c_2 + 0.1389c_3 - 0.3277c_4 - 0.573c_5 - 0.0636c_6 = 0.01 \quad (9)$$

$$L\left(\frac{4}{10}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{4}{10}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{4}{10}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{4}{10}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{4}{10}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{4}{10}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.75c_6 - 0.252\left(\frac{4}{10}\right)c_6 - 9\left(\frac{4}{10}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{4}{10}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{4}{10}\right)^4 c_6$$
$$+ 0.8\left(\frac{4}{10}\right)^5 c_6 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.02c_2 - 0.0501c_3 + 0.24c_3 + 0.016c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0602c_4 + 0.288c_4 + 0.0128c_4 + 0.0503c_5 - 0.76c_5$$
$$- 0.0643c_5 + 0.3072c_5 + 0.0102c_5 + 0.75c_6 - 0.1088c_6 - 1.44c_6$$
$$- 0.0643c_6 + 0.3072c_6 + 0.0082c_6 - 0.01$$

จะได้ $$0.05c_1 + 0.17c_2 + 0.2059c_3 - 0.2094c_4 - 0.6566c_5 - 0.5397c_6 = 0.01 \quad (10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2),(3),(7),(8),(9),(10) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.155 & 0.0109 & -0.4468 & -0.1881 & 0.635 \\ 0.05 & 0.16 & 0.0739 & -0.4065 & -0.4068 & 0.3511 \\ 0.05 & 0.1650 & 0.1389 & -0.3277 & -0.573 & -0.0636 \\ 0.05 & 0.17 & 0.2059 & -0.2094 & -0.6566 & -0.5397 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้ $$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7190 \\ -0.4763 \\ -0.0174 \\ -0.1823 \\ 0.0136 \\ -0.04856 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

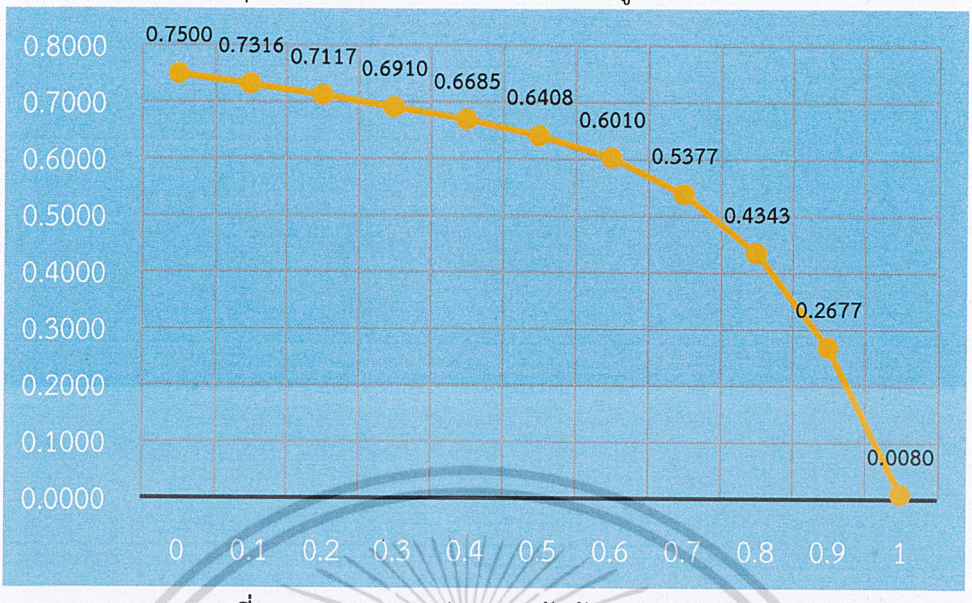
$$u(x) = 0.7190 - 0.4763x - 0.0174\left(2x^2 - 1\right) - 0.1823\left(4x^3 - 3x\right) + 0.0136\left(8x^4 - 8x^2 + 1\right) - 0.04856\left(16x^5 - 20x^3 + 5x\right) \quad \text{สำหรับ } 0 \le x \le 1$$

ตารางที่ 4.7 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 5 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7316
$u(0.2) =$	0.7117
$u(0.3) =$	0.6910
$u(0.4) =$	0.6685
$u(0.5) =$	0.6408
$u(0.6) =$	0.6010
$u(0.7) =$	0.5377
$u(0.8) =$	0.4343
$u(0.9) =$	0.2677
$u(1) =$	0.0080

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 5 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

4.2.4 พิจารณาใช้การประมาณค่าผลเฉลยโดยพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 6

ขั้นตอนที่ 1 : กำหนดผลเฉลยทดลอง

$$u(x) = c_1(1) + c_2(x) + c_3(2x^2 - 1) + c_4(4x^3 - 3x) + c_5(8x^4 - 8x^2 + 1) + c_6(16x^5 - 20x^3 + 5x) + c_7(32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1) \quad (1)$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ เป็นสัมประสิทธิ์

ขั้นตอนที่ 2 : แทนผลเฉลยทดลองลงในสมการ

2.1 เนื่องจากผลเฉลยทดลองต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของที่กำหนด ดังนั้น

$$y(0) = u(0) = c_1 + c_2(0) + c_3(2(0)^2 - 1) + c_4(4(0)^3 - 3(0)) + c_5(8(0)^4 - 8(0)^2 + 1) + c_6(16(0)^5 - 20(0)^3 + 5(0) + c_7(32(0)^6 - 48(0)^4 + 18(0)^2 - 1))$$

จะได้ $$c_1 - c_3 + c_5 - c_7 = 0.75 \quad (2)$$

$$y(1) = u(1) = c_1 + c_2(1) + c_3(2(1)^2 - 1) + c_4(4(1)^3 - 3(1)) + c_5(8(1)^4 - 8(1)^2 + 1) + c_6(16(1)^5 - 20(1)^3 + 5(1) + c_7(32(1)^6 - 48(1)^4 + 18(1)^2 - 1))$$

จะได้ $$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 = 0.008 \quad (3)$$

2.2 เมื่อแทนผลเฉลยทดลองในสมการจะได้

$$-1.64 \times 10^{-5} u'' + 0.15u' + 0.05u - 0.01 = L(x)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $L(x)$ เป็นฟังก์ชันเศษเหลือ

จะได้ $u' = \frac{d}{dx}(u) = \frac{d}{dx}\begin{pmatrix} c_1 + c_2 x + c_3\left(2x^2-1\right) + c_4\left(4x^3-3x\right) + c_5\left(8x^4-8x^2+1\right) \\ + c_6\left(16x^5-20x^3+5x\right) + c_7\left(32x^6-48x^4+18x^2-1\right) \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} &= c_2 + 4c_3x + 12c_4x^2 - 3c_4 + 32x^3c_5 - 16xc_5 + 80x^4c_6 - 60x^2c_6 + 5c_6 \\ &\quad + 192x^5c_7 - 192x^3c_7 + 36xc_7 \end{aligned} \tag{4}$$

$$u'' = \frac{d}{dx}(u') = \frac{d}{dx}\begin{pmatrix} c_2 + 4c_3x + 12c_4x^2 - 3c_4 + 32x^3c_5 - 16xc_5 + 80x^4c_6 - 60x^2c_6 + 5c_6 \\ + 192x^5c_7 - 192x^3c_7 + 36xc_7 \end{pmatrix}$$

$$= 4c_3 + 24c_4x + 96x^2c_5 - 16c_5 + 320x^3c_6 - 120xc_6 + 960x^4c_7 - 576x^2c_7 + 36c_7 \tag{5}$$

จะได้ $L(x) = -1.64\times10^{-5}u'' + 0.15u' + 0.005u - 0.01$

$$\begin{aligned} &= 1.64\times10^{-5}\begin{pmatrix} 4c_3 + 24c_4x + 96x^2c_5 - 16c_5 + 320x^3c_6 - 120xc_6 \\ + 960x^4c_7 - 576x^2c_7 + 36c_7 \end{pmatrix} \\ &\quad + 0.15\begin{pmatrix} c_2 + 4c_3x + 12c_4x^2 - 3c_4 + 32x^3c_5 - 16xc_5 + 80x^4c_6 - 60x^2c_6 + 5c_6 \\ + 192x^5c_7 - 192x^3c_7 + 36xc_7 \end{pmatrix} \\ &\quad + 0.05\begin{pmatrix} c_1 + c_2x + c_3\left(2x^2-1\right) + c_4\left(4x^3-3x\right) + c_5\left(8x^4-8x^2+1\right) \\ + c_6\left(16x^5-20x^3+5x\right) + c_7\left(32x^6-48x^4+18x^2-1\right) \end{pmatrix} - 0.01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -6.56\times10^{-5}c_3 - 39.36\times10^{-5}c_4x - 157.44\times10^{-5}c_5x^2 + 26.24\times10^{-5}c_5 \\ &\quad - 524.8\times10^{-5}x^3c_6 + 196.8\times10^{-5}xc_6 - 0.0157x^4c_7 + 0.0094x^2c_7 - 0.0006c_7 \\ &\quad + 0.15c_2 + 0.6c_3x + 1.8c_4x^2 - 0.45c_4 + 4.8c_5x^3 - 2.4c_5x + 12x^4c_6 - 9x^2c_6 \\ &\quad + 0.75c_6 + 28.8x^5c_7 - 28.8x^3c_7 + 5.4xc_7 + 0.05c_1 + 0.05c_2x \\ &\quad + c_3\left(0.1x^2 - 0.05\right) + c_4\left(0.2x^3 - 0.15x\right) + c_5\left(0.4x^4 - 0.4x^2 + 0.05\right) \\ &\quad + c_6\left(0.8x^5 - 1x^3 + 0.25x\right)c_7\left(1.6x^6 - 2.4x^4 + 0.9x^2 - 0.05\right) - 0.01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 6.56\times10^{-5}c_3 - 0.05c_3 + 0.6c_3x + 0.1c_3x^2 \\ &\quad - 0.45c_4 - 39.6\times10^{-5}c_4x - 0.15c_4x + 1.8c_4x^2 + 0.2c_4x^3 + 26.24\times10^{-5}c_5 \\ &\quad + 0.05c_5 - 2.4c_5x - 157.44\times10^{-5}c_5x^2 - 0.4c_5x^2 + 4.8c_5x^3 + 0.4c_5x^4 \\ &\quad + 0.75c_6 + 196.8\times10^{-5}c_6x + 0.25c_6x - 9c_6x^2 - 524.8\times10^{-5}c_6x^3 \\ &\quad - 1c_6x^3 + 12c_6x^4 + 0.8c_6x^5 - 0.0006c_7 - 0.05c_7 + 5.4xc_7 + 0.0094x^2c_7 \\ &\quad + 0.9x^2c_7 - 28.8x^3c_7 - 0.0158x^4c_7 - 2.4x^4c_7 + 28.8x^5c_7 + 1.6x^6c_7 - 0.01 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05c_2x - 0.0501c_3 + 0.6c_3x + 0.1c_3x^2 \\
&\quad - 0.45c_4 - 0.1504c_4x + 1.8c_4x^2 + 0.2c_4x^3 + 0.0503c_5 - 2.4c_5x \\
&\quad - 0.4016c_5x^2 + 4.8c_5x^3 + 0.4c_5x^4 + 0.75c_6 + 0.252c_6x + 9c_6x^2 \\
&\quad - 1.0052c_6x^3 + 12c_6x^4 + 0.8c_6x^5 - 0.0506c_7 + 5.4xc_7 + 0.9094x^2c_7 \\
&\quad - 28.8x^3c_7 - 2.4157x^4c_7 + 28.8x^5c_7 + 1.6x^6c_7 - 0.01
\end{aligned} \qquad (6)
$$

เนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ ดังนั้นต้องการสมการ 6 สมการ เพื่อหาค่าดังกล่าว สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยจำนวน 5 จุด $x = \frac{1}{15}$, $x = \frac{2}{15}$, $x = \frac{3}{15}$, $x = \frac{4}{15}$ และ $x = \frac{5}{15}$

ดังนั้น $L\left(\frac{1}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{2}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{3}{15}\right) = 0$, $L\left(\frac{4}{15}\right) = 0$ และ

$L\left(\frac{5}{15}\right) = 0$ จาก (6) จะได้

$$
\begin{aligned}
L\left(\frac{1}{15}\right) = {} & 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{1}{15}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{1}{15}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_3 \\
& - 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{1}{15}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_4 + 0.0503c_5 \\
& - 2.4\left(\frac{1}{15}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_5 + 0.75c_6 \\
& - 0.252\left(\frac{1}{15}\right)c_6 - 9\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_6 + 0.8\left(\frac{1}{15}\right)^5 c_6 \\
& - 0.0506c_7 + 5.4\left(\frac{1}{15}\right)c_7 + 0.9094\left(\frac{1}{15}\right)^2 c_7 - 28.8\left(\frac{1}{15}\right)^3 c_7 - 2.4157\left(\frac{1}{15}\right)^4 c_7 \\
& + 28.8\left(\frac{1}{15}\right)^5 c_7 + 1.6\left(\frac{1}{15}\right)^6 c_7 - 0.01
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0038c_2 - 0.0501c_3 + 0.04c_3 + 0.0004c_3 \\
&\quad - 0.45c_4 - 0.01c_4 + 0.008c_4 + 0.0001c_4 + 0.0503c_5 - 0.16c_5 - 0.0018c_5 \\
&\quad + 0.0614c_5 + 0.0000c_5 + 0.75c_6 - 0.0168c_6 - 0.04c_6 + 0.0003c_6 + 0.0002c_6 \\
&\quad + 0.0000c_6 - 0.0506c_7 + 0.36c_7 + 0.004c_7 - 0.0025c_7 - 0.0000c_7 + 0.0000c_7 \\
&\quad + 0.0000c_7 - 0.01
\end{aligned}
$$

จะได้

$$0.05c_1 + 0.1533c_2 + 0.0097c_3 - 0.4519c_4 - 0.1101c_5 - 0.6931c_6 + 0.3049c_7 = 0.01 \qquad (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\left(\frac{2}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{2}{15}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{2}{15}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{2}{15}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{2}{15}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.75c_6 - 0.252\left(\frac{2}{15}\right)c_6 - 9\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_6 + 0.8\left(\frac{2}{15}\right)^5 c_6$$
$$- 0.0506c_7 + 5.4\left(\frac{2}{15}\right)c_7 + 0.9094\left(\frac{2}{15}\right)^2 c_7 - 28.8\left(\frac{2}{15}\right)^3 c_7 - 2.4157\left(\frac{2}{15}\right)^4 c_7$$
$$+ 28.8\left(\frac{2}{15}\right)^5 c_7 + 1.6\left(\frac{2}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.0067c_2 - 0.0501c_3 + 0.02c_3 + 0.0018c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.020c_4 + 0.032c_4 + 0.0005c_4 + 0.0503c_5 - 0.32c_5 - 0.0072c_5$$
$$+ 0.0114c_5 + 0.0001c_5 + 0.75c_6 - 0.0336c_6 - 0.16c_6 + 0.0024c_6 + 0.0038c_6$$
$$+ 0.0000c_6 - 0.0506c_7 + 0.72c_7 + 0.0162c_7 - 0.0683c_7 - 0.0008c_7 + 0.0012c_7$$
$$+ 0.0000c_7 - 0.01$$

จะได้

$$0.05c_1 + 0.1567c_2 + 0.0317c_3 - 0.4276c_4 - 0.2654c_5 - 0.5578c_6 + 0.6177c_7 = 0.01 \qquad (8)$$

$$L\left(\frac{3}{15}\right) = 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.05\left(\frac{3}{15}\right)c_2 - 0.0501c_3 + 0.6\left(\frac{3}{15}\right)c_3 + 0.1\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.1504\left(\frac{3}{15}\right)c_4 + 1.8\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_4 + 0.2\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_4$$
$$+ 0.0503c_5 - 2.4\left(\frac{3}{15}\right)c_5 - 0.4016\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_5 + 4.8\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_5 + 0.4\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_5$$
$$+ 0.75c_6 - 0.252\left(\frac{3}{15}\right)c_6 - 9\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_6 - 1.0052\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_6 + 12\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_6 + 0.8\left(\frac{3}{15}\right)^5 c_6$$
$$- 0.0506c_7 + 5.4\left(\frac{3}{15}\right)c_7 + 0.9094\left(\frac{3}{15}\right)^2 c_7 - 28.8\left(\frac{3}{15}\right)^3 c_7 - 2.4157\left(\frac{3}{15}\right)^4 c_7$$
$$+ 28.8\left(\frac{3}{15}\right)^5 c_7 + 1.6\left(\frac{3}{15}\right)^6 c_7 - 0.01$$

$$= 0.05c_1 + 0.15c_2 + 0.01c_2 - 0.0501c_3 + 0.12c_3 + 0.004c_3$$
$$- 0.45c_4 - 0.0301c_4 + 0.072c_4 + 0.0016c_4 + 0.0503c_5 - 0.48c_5 - 0.016c_5$$
$$+ 0.0384c_5 + 0.0006c_5 + 0.75c_6 - 0.0504c_6 - 0.36c_6 + 0.008c_6 + 0.0192c_6$$
$$+ 0.0003c_6 - 0.0506c_7 + 1.08c_7 + 0.0364c_7 - 0.2304c_7 - 0.0039c_7 + 0.0092c_7$$
$$+ 0.0001c_7 - 0.01$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$0.05c_1+0.16c_2+0.0739c_3-0.4065c_4-0.4068c_5-0.3511c_6+0.8408c_7=0.01 \qquad (9)$$

$$\begin{aligned}L\left(\frac{4}{15}\right) &= 0.05c_1+0.15c_2+0.05\left(\frac{4}{15}\right)c_2-0.0501c_3+0.6\left(\frac{1}{15}\right)c_3+0.1\left(\frac{1}{15}\right)^2c_3\\ &\quad -0.45c_4-0.1504\left(\frac{4}{15}\right)c_4+1.8\left(\frac{4}{15}\right)^2c_4+0.2\left(\frac{4}{15}\right)^3c_4+0.0503c_5\\ &\quad -2.4\left(\frac{4}{15}\right)c_5-0.4016\left(\frac{4}{15}\right)^2c_5+4.8\left(\frac{4}{15}\right)^3c_5+0.4\left(\frac{4}{15}\right)^4c_5+0.75c_6-0.252\left(\frac{4}{15}\right)c_6\\ &\quad -9\left(\frac{4}{15}\right)^2c_6-1.0052\left(\frac{4}{15}\right)^3c_6+12\left(\frac{4}{15}\right)^4c_6+0.8\left(\frac{4}{15}\right)^5c_6-0.0506c_7+5.4\left(\frac{4}{15}\right)c_7\\ &\quad +0.9094\left(\frac{4}{15}\right)^2c_7-28.8\left(\frac{4}{15}\right)^3c_7-2.4157\left(\frac{4}{15}\right)^4c_7+28.8\left(\frac{4}{15}\right)^5c_7+1.6\left(\frac{4}{15}\right)^6c_7-0.01\\ &= 0.05c_1+0.15c_2+0.0133c_2-0.0501c_3+0.16c_3+0.0071c_3\\ &\quad -0.45c_4-0.0401c_4+0.1288c_4+0.0038c_4+0.0503c_5-0.64c_5-0.0286c_5\\ &\quad +0.091c_5+0.002c_5+0.75c_6-0.0672c_6-0.64c_6+0.0191c_6+0.0607c_6\\ &\quad +0.0011c_6-0.0506c_7+1.44c_7+0.0647c_7-0.5461c_7-0.0122c_7+0.0388c_7\\ &\quad +0.0006c_7-0.01\end{aligned}$$

จะได้

$$0.05c_1+0.1633c_2+0.117c_3-0.3583c_4-0.5253c_5-0.0855c_6+0.9452c_7=0.01 \qquad (10)$$

$$\begin{aligned}L\left(\frac{5}{15}\right) &= 0.05c_1+0.15c_2+0.05\left(\frac{5}{15}\right)c_2-0.0501c_3+0.6\left(\frac{5}{15}\right)c_3+0.1\left(\frac{5}{15}\right)^2c_3\\ &\quad -0.45c_4-0.1504\left(\frac{5}{15}\right)c_4+1.8\left(\frac{5}{15}\right)^2c_4+0.2\left(\frac{5}{15}\right)^3c_4+0.0503c_5-2.4\left(\frac{5}{15}\right)c_5\\ &\quad -0.4016\left(\frac{5}{15}\right)^2c_5+4.8\left(\frac{5}{15}\right)^3c_5+0.4\left(\frac{5}{15}\right)^4c_5+0.75c_6-0.252\left(\frac{5}{15}\right)c_6\\ &\quad -9\left(\frac{5}{15}\right)^2c_6-1.0052\left(\frac{5}{15}\right)^3c_6+12\left(\frac{5}{15}\right)^4c_6+0.8\left(\frac{5}{15}\right)^5c_6-0.0506c_7+5.4\left(\frac{5}{15}\right)c_7\\ &\quad +0.9094\left(\frac{5}{15}\right)^2c_7-28.8\left(\frac{5}{15}\right)^3c_7-2.4157\left(\frac{5}{15}\right)^4c_7+28.8\left(\frac{5}{15}\right)^5c_7+1.6\left(\frac{5}{15}\right)^6c_7-0.01\\ &= 0.05c_1+0.15c_2+0.0167c_2-0.0501c_3+0.667c_3+0.0111c_3-0.45c_4\\ &\quad -0.0501c_4+0.2c_4+0.0074c_4+0.0503c_5-0.8c_5-0.0446c_5+0.1778c_5\\ &\quad +0.0049c_5+0.75c_6-0.08c_6-1.0000c_6+0.0372c_6+0.1481c_6+0.0033c_6\\ &\quad -0.0506c_7+1.8c_7+0.101c_7-1.0667c_7-0.0298c_7+0.1185c_7+0.0022c_7-0.01\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$0.05c_1 + 0.1667c_2 + 0.0277c_3 - 0.2927c_4 - 0.6116c_5 - 0.2198c_6 + 0.8746c_7 = 0.01 \quad (11)$$

จากสมการ (2),(3),(7),(8),(9),(10),(11) สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.05 & 0.1533 & -0.0097 & -0.4519 & -0.1101 & 0.6931 & 0.3049 \\ 0.05 & 0.1567 & 0.0317 & -0.4376 & -0.4376 & 0.5578 & 0.6177 \\ 0.05 & 0.16 & 0.0739 & -0.4065 & -0.4065 & 0.3511 & 0.8408 \\ 0.05 & 0.1633 & 0.117 & -0.3583 & -0.3583 & 0.0855 & 0.9352 \\ 0.05 & 0.1667 & 0.0277 & -0.2927 & -0.2927 & -0.2198 & 0.8746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.008 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์

จะได้

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6908 \\ -0.4634 \\ -0.0096 \\ -0.2186 \\ 0.0645 \\ -0.07048 \\ 0.01478 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นผลเฉลยโดยคอลโลเคชัน

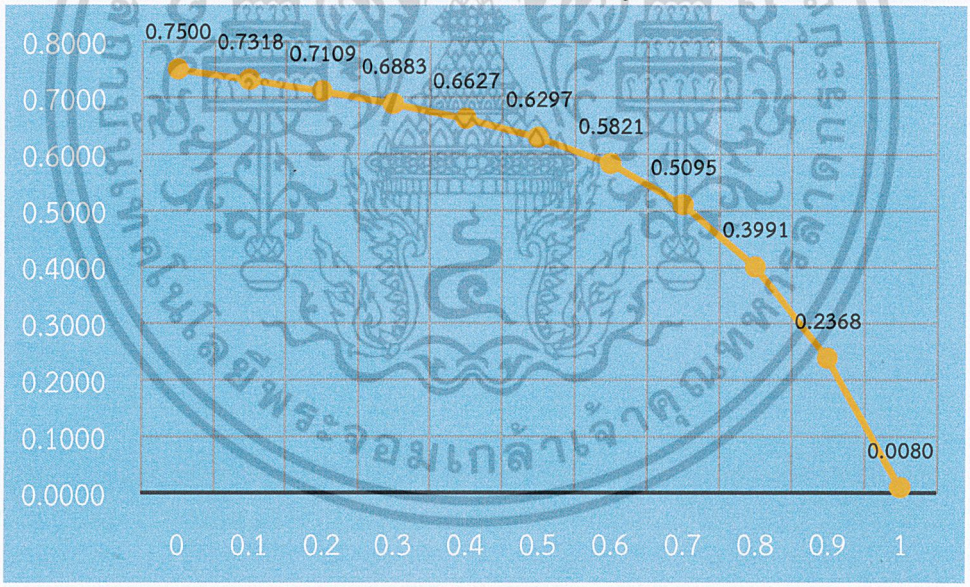
$$\begin{aligned} u(x) = {} & 0.6908(1) - 0.4634(x) - 0.0096(2x^2 - 1) - 0.2186(4x^3 - 3x) \\ & + 0.0645(8x^4 - 8x^2 + 1) - 0.07048(16x^5 - 20x^3 + 5x) \\ & + 0.01478(32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1) \end{aligned} \qquad \text{สำหรับ} \quad 0 \le x \le 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.8 ค่าประมาณความเข้มข้นของมลพิษเมื่อใช้พหุนามเชบีเชฟอันดับ 6 สำหรับทุก $0 \le x \le 1$

x	$u(x)$ (mg/m^3)
$u(0) =$	0.7500
$u(0.1) =$	0.7318
$u(0.2) =$	0.7109
$u(0.3) =$	0.6883
$u(0.4) =$	0.6627
$u(0.5) =$	0.6297
$u(0.6) =$	0.5821
$u(0.7) =$	0.5095
$u(0.8) =$	0.3991
$u(0.9) =$	0.2368
$u(1) =$	0.0080

กราฟพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 6 ที่ค่า x อยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$

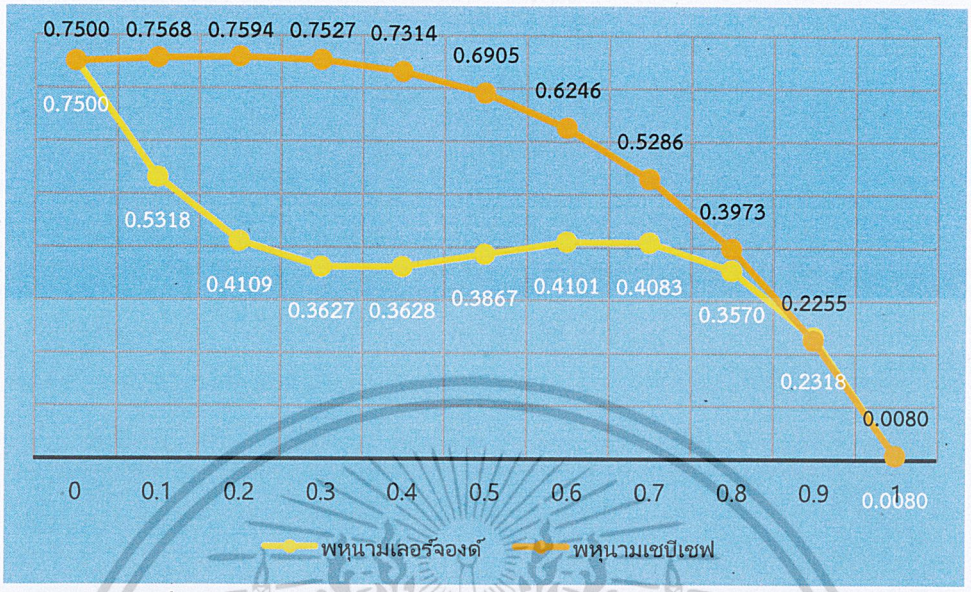


รูปที่ 4.9 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของสารมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 กราฟเปรียบเทียบพหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟ

4.3.1 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3



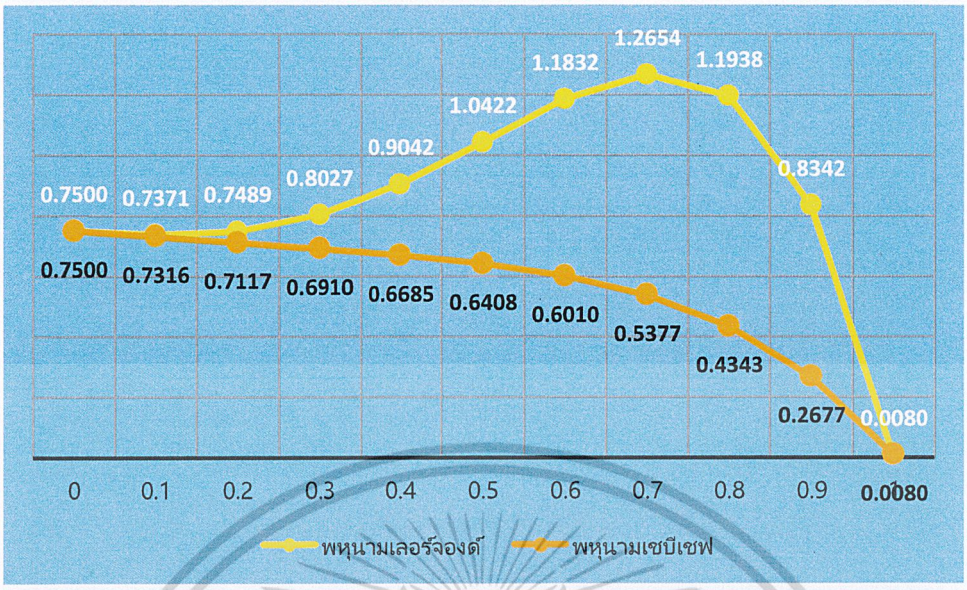
รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการเปรียบค่าความเข้มข้นของมลพิษ

4.3.2 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 4

รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบค่าความเข้มข้นของมลพิษ

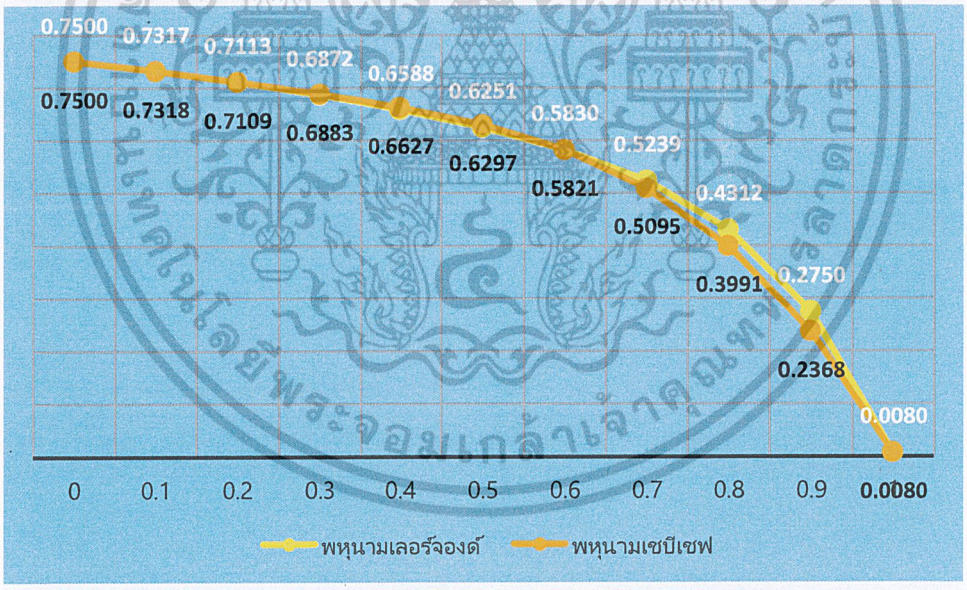
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.3 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 5



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบค่าความเข้มข้นของมลพิษ

4.3.4 พหุนามเลอร์จองด์กับพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 6



รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบค่าความเข้มข้นของมลพิษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุป

5.1 ผลการดำเนินงาน

การวัดปริมาณสารพิษในน้ำโดยวิธีเก็บข้อมูลภาคสนามมีความแม่นยำแต่ไม่สามารถวัดเพื่อหาค่าสารพิษที่อยู่ในน้ำ ได้ทุกจุดแต่ถ้าวัดได้ก็จะเสียเวลา เสียงบประมาณในการใช้วัดในบางพื้นที่หรือในจุดตำแหน่งที่ไม่สามารถวัดได้ จึงต้องใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์ในการหาค่าสารพิษที่อยู่ในน้ำซึ่งข้อดีของการนำคณิตศาสตร์มาใช้คำนวณหาสารพิษในน้ำ คือสามารถคำนวณหาค่าสารพิษที่อยู่ในน้ำเสียได้ทุกจุด และตำแหน่งที่ไม่สามารถวัดได้ ก็สามารถใช้วิธีทางคณิตศาสตร์คำนวณได้ในลักษณะเดียวกัน และยังสามารถประหยัดเวลา ประหยัดค่าใช้จ่าย ส่วนความแม่นยำในการคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้น ค่าที่คำนวณได้เป็นค่าที่เราสามารถยอมรับได้ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้สมการการพา-การแพร่ โดยกำหนดค่าขอบอยู่ที่ความเข้มข้นของมลพิษที่จุดปล่อยน้ำเสีย และจุดปลายน้ำ โดยเราจะหาค่าความเข้มข้นของมลพิษทางน้ำ คือ สารคลอไรด์ จะหาได้จากสมการคลอโลเคชันใช้ฟังก์ชันมูลฐาน โดยเลือกใช้ฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์ และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ ซึ่งค่าที่ได้จากการคำนวณเป็นค่าที่ยอมรับได้

5.2 วิธีการทดลอง

ผู้วิจัยเลือกใช้วิธีคลอโลเคชันจะเลือกใช้ฟังก์ชันมูลฐาน 2 แบบ คือฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ เลือกใช้อันดับที่ 3 - 6 โดยจะอธิบายได้จากตัวอย่าง สมมติให้โรงงานปล่อยน้ำเสียที่คลอรีนอิสระในเมืองลงในบริเวณลำคลองแสนแสบช่วงประตูระบายน้ำลาดกระบังด้วยความเข้มข้น $c_0 = 0.75mg/l$ ตรวจวัดความเข้มข้นของคลอรีน ที่ตำแหน่ง 1 กม. $c_1 = 0.008mg/l$ กำหนดความเร็วการไหลของกระแสน้ำในคลองแสนแสบมีความเร็วเฉลี่ย $0.15m/s$ คลอรีนอิสระชนิดนี้สามารถสลายตัวได้ในสิ่งแวดล้อมประมาณ 5% และตรวจพบปริมาณคลอรีนอิสระที่ถูกปล่อยจากสิ่งแวดล้อมในอัตรา 1% ของปริมาณคลอรีนที่ถูกปล่อยจากโรงงานอุตสาหกรรมแห่งนี้ เทคนิคการหาค่าผลเฉลยทำได้โดยการกำหนดผลเฉลยทดลองโดยเราจะหาค่า c แทนผลเฉลยในสมการเนื่องจากมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าคือ c สมมติเส้นโค้งของการประมาณตัดเส้นโค้งผลเฉลยขึ้นมาโดยค่าที่สมมติขึ้นมาต้องอยู่ในขอบเขต $0 \le x \le 1$ ซึ่งโดยนำค่าที่สมมติที่เลือกลงไปแทนในสมการการพา-การแพร่จะได้ค่า L ออกมา จากนั้นจะหาค่า c โดยนำมาเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ซึ่งจะหาค่า c โดยใช้วิธีการกำจัดแบบเกาส์ ซึ่งเราจะนำค่า c ที่ได้ไปแทนในสมการผลเฉลยทดลอง หลังจากที่นำค่าที่ได้ลงไปแทนในสมการผลเฉลยทดลองแล้วจะสามารถหาค่าความเข้มข้นของสารคลอรีนได้ในแต่ละจุดซึ่งต้องอยู่ในช่วง $0 \le x \le 1$ จากที่นำสมการผลเฉลยทดลอง และแทนค่าตำแหน่งที่ x ในช่วง $0 \le x \le 1$ ของแต่ละฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์ และฟังก์ชันพหุนนามเชบีเชฟแล้วจะนำมาเขียนกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 ผลเฉลยทดลอง

ฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟที่ได้จากผลเฉลยทดลองนำมาเขียนกราฟ กราฟที่ได้ฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์อันดับที่ 3 กับ 5 จะได้ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดแบบไม่สม่ำเสมอ แต่ฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์อันดับที่ 4 กับ 6 จะได้ฟังก์ชันลดแบบสม่ำเสมอ และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟอันดับที่ 3 ถึง 6 นั้นจะได้ฟังก์ชันลดอย่างสม่ำเสมอทุกกราฟ ซึ่งถ้านำฟังก์พหุนามเลอร์จองด์และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟมาเปรียบเทียบกันแล้วพหุนามเลอร์จองด์อันดับที่ 4 กับ 6 และพหุนามเชบีเชฟอันดับ 4 กับ 6 จะมีค่า ค่าหนึ่งซึ่งเป็นค่ามี่ใกล้เคียงกัน ผลเฉลยที่ได้เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง และหาอนุพันธ์ได้

5.4 ข้อเสนอแนะ

จากผลสรุปและการอภิปรายผลการวิจัย ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้และข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในครั้งต่อไปดังนี้ จากงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ฟังชันมูลฐานคือฟังก์ชันพหุนามเลอร์จองด์ และฟังก์ชันพหุนามเชบีเชฟ ในการประมาณค่าหามลพิษที่อยู่ในน้ำซึ่งยังมีฟังชันมูลฐานอีกหลายวิธีที่นำมาวิเคราะห์ได้ เช่น ฟังก์พหุนามเทย์เลอร์ เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] กรมโรงงานอุตสาหกรรม.2553.คู่มือการเก็บตัวอย่างมลพิษ.กรุงเทพฯ : สำนักวิจัย และพัฒนาสิ่งแวดล้อมโรงงาน กรมโรงงานอุตสาหกรรม.

[2] กระทรวงอุตสาหกรรม.2539.ค่ามาตรฐานน้ำทิ้งที่ระบายออกจากโรงงาน.กรุงเทพฯ : ประกาศกระทรวงอุตสาหกรรม.

[3] กัณฑรีย์ ศรีพงศ์พันธ์.2540.มลพิษทางน้ำ.กรุงเทพฯ : ภาควิชาวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม มหาวิทยาลัยศิลปกร.

[4] ชฎารัตน์ ฝั้นคำสาย.2555.การแพร่.กรุงเทพฯ : สื่อการสอน.

[5] นิษา คุ้ยทรัพย์.2552. ดัชนีคุณภาพน้ำ ที่ระบายออกจากนาข้าว.กรุงเทพฯ : วิทยานิพนธ์.

[6] พจนานุกรมศัพท์ธรณีวิทยา อังกฤษ - ไทย.2530.คลอไรด์.คณะกรรมการแห่งชาติว่าด้วยการศึกษาวิทยาศาสตร์และวัฒนธรรมแห่งประเทศชาติ.

[7] ละไม ยอดโพธิ์.2555.สารและการเปลี่ยนแปลง ผลปฏิกิริยาเคมีต่อชีวิตและสิ่งแวดล้อม. กรุงเทพฯ : สื่อการเรียน.

[8] วุฒิพงษ์ ทับกระโทก.2558.การถ่ายโอนความร้อน.กรุงเทพฯ : สื่อการเรียน.

[9] ศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์.2557.ปริมาณคลอไรด์.สงขลา.เอกสารเผยแพร่.

[10] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.2549.การตรวจวัดความเค็มของน้ำ. กรุงเทพฯ : สื่อการเรียนรู้

[11] สมศักดิ์ ปสนานนท.2556.ปริมาณคลอไรด ในน้ำดิบ น้ำประปา และวิธีการควบคุมแกไข. กรุงเทพฯ : การประปานครหลวง.

[12] สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวการศึกษา.2555.กลศาสตร์ของไหล.กรุงเทพฯ : แผลการสอน.

[13] อนุสรณ์ สุขเกษม.2550.การศึกษาเกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนโดยการพาของครีบแท่งกระบอก.กรุงเทพฯ : ปริญญานิพนธ์.

[14] Pollution.in.th.2556.มลพิษทางน้ำและอากาศ.กรุงเทพฯ : โครงงานวิชาทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้