

การออกแบบหมอนรองรางคอนกรีตสำหรับรถจักรไฟฟ้าขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว

DESIGN OF CONCRETE SLEEPER FOR 12-INCH TRACK GAUGE ELECTRIC
LOCOMOTIVE



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สาขาวิศวกรรมขนส่งทางราง

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2564

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

DESIGN OF CONCRETE SLEEPER FOR 12-INCH TRACK GAUGE ELECTRIC
LOCOMOTIVE



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

BACHELOR OF ENGINEERING IN RAIL TRANSPORTATION ENGINEERING

SCHOOL OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2021

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2564

สาขาวิศวกรรมขนส่งทางราง คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การออกแบบหมอนรองรางคอนกรีตสำหรับรถจักรไฟฟ้าขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว
DESIGN OF CONCRETE SLEEPER OF 12-INCH TRACK GAUGE ELECTRIC
LOCOMOTIVE

ผู้จัดทำ

1. นาย ฌภัทร จีรังกาญจนา รหัสประจำตัว 61010289
2. นาย ธณกฤต คำมณี รหัสประจำตัว 61010411
3. นาย ศุภพงศ์ กอบพิมาย รหัสประจำตัว 61011048

(ผศ.ดร. อุन्नัต พิณโสภณ)

อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบหมอนรองรางคอนกรีตสำหรับรถจักรไฟฟ้าขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว

นาย ฌัทร	จรัสกาญจนา	61010289
นาย ธนภฤต	คำมณี	61010411
นาย ศุภพงศ์	กอบพิมาย	61011048
ผศ. ดร. อุन्नัต	พิณโสภณ	อาจารย์ที่ปรึกษา ปีการศึกษา 2564

บทคัดย่อ

หมอนรองรางรถไฟเป็นส่วนประกอบสำคัญของระบบขนส่งทางราง ปัญหานิพจน์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบหมอนรองรางคอนกรีต เพื่อรองรับรถจักรไฟฟ้าขนาดเล็กน้ำหนักรวม 500 กิโลกรัม และขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว ตามกฎการแข่งขัน Railway Challenge ในการออกแบบ ใช้กฎของความคล้ายคลึง ลดขนาดหมอนรองรางจากขนาดความกว้างทาง 1 เมตร หมอนคอนกรีตถูกออกแบบในรูปของคานเสริมเหล็กและพิจารณาลดปริมาตรให้น้อยที่สุด ตรวจสอบความเสียหายด้วยทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ จากการคำนวณ สามารถลดปริมาตรรวมจากหมอนรองรางเดิมได้ร้อยละ 7.99 จากนั้นทำการหล่อหมอนรองรางคอนกรีตที่ได้ออกแบบ เพื่อทดสอบความแข็งแรง เปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าความแตกต่างไม่เกินร้อยละ 92.4

คำสำคัญ: หมอนรองรางรถไฟ, ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์, กฎของความคล้ายคลึง, ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

Design of Concrete Sleeper for 12-inch Track Gauge Electric Locomotive

Napat	Jirangkarnchana	61010289
Thanakrit	Kummanee	61010411
Supapong	Kobphimai	61011048
Asst. Prof. Unnat	Pinsopon	Advisor
Year 2021		

ABSTRACT

A sleeper is one of railway track components. The purpose of this senior project is to design a concrete rail sleeper that can support the 500 kg miniature electric locomotive with a track gauge of 12 inches as specified in the design requirements of the Railway Challenge. In the design, the law of similarity was employed to reduce the size of the sleeper used in a meter gauge track. The concrete sleeper was designed as a reinforce beam and its volume was minimized. The Mohr - Coulomb failure theory was used to examine potential failure. From the calculated result, it was able to reduce the volume of the sleeper by 7.99% of the original sleeper. Additionally, the designed sleeper was casted to test its strength and compared with the finite element results. The results indicated that the error was not more than 92.4%.

Keywords: *Railway Sleeper, Finite Elements Method, Laws of Similarity, Mohr - Coulomb Failure Theory*

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาโทเล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือ แนะนำ คำปรึกษา และตรวจสอบข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความกรุณาจาก ผศ.ดร.อนุรัตน์ พิณโสภณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รวมถึงอาจารย์ทุก ๆ ท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการให้คำแนะนำ ทางคณะผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบคุณนายศิริวิทย์ เพ็ชรเรือง รุ่นพี่ปริญญาโท และ Mr. Sai Kam Lee รุ่นพี่ปริญญาเอก สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ที่ให้ความช่วยเหลือและแนะนำ ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล ที่เอื้อเฟื้อทั้งสถานที่และงบประมาณ รวมไปถึงภาควิชาวิศวกรรมโยธา ที่เอื้อเฟื้อเพื่อเครื่องมือและเครื่องทดสอบ ในการทำงานวิจัยครั้งนี้ เพื่อให้ปริญญาโทเล่มนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวของคณะผู้วิจัยทุกท่าน ที่ได้สนับสนุนและคอยให้กำลังใจจนปริญญาโทเล่มนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

นาย ฌัทร	จิ่งกาญจนา
นาย ธนฤต	คำมณี
นาย ศุภพงศ์	กอบพิมาย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
ABSTRACT	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูปภาพ	IX
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	2
1.3 ขอบเขตการศึกษา	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 วิธีการดำเนินการ	3
บทที่ 2 งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 บทนำ	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.3 ข้อมูลและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	9
2.3.1 มาตรฐานการออกแบบโครงสร้างทางรถไฟ	9
2.3.2 มาตรฐานการทดสอบโครงสร้างทางรถไฟ	12
2.3.3 การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก	16
2.3.4 ทฤษฎีคานบนฐานรากยึดหย่น	20
2.3.5 ความเค้นหนาแน่น (Stress Concentration)	26
2.3.6 วงกลมมอร์	27
2.3.7 ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ (Mohr - Coulomb)	29
2.3.8 การวิเคราะห์มิติและสภาพความคล้ายคลึง	30
2.3.9 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	32
2.3.10 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization)	33
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการ	35
3.1 บทนำ	35
3.2 การจำลองแบบโครงสร้างทาง	35

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 การวิเคราะห์รูปร่างอย่างง่ายของหมอนรองรางออกแบบ	37
3.4 การวิเคราะห์ภาระที่กระทำต่อหมอนรองราง	40
3.5 การวิเคราะห์โมเมนต์ดัดและแรงเฉือนที่กระทำในหมอนรองราง	41
3.6 การหาค่าความเค้นที่ยอมรับได้ ในรูปแบบของหมอนคอนกรีตอัดแรง	48
3.7 การคำนวณการออกแบบหมอนรองราง ในรูปของคานเสริมเหล็ก	49
3.8 การพิจารณาลดปริมาตรของหมอนรองราง จากความเค้นดัดที่เกิดขึ้น	52
3.9 การออกแบบหมอนรองรางใหม่ โดยพิจารณา จากทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์	61
3.9.1 พิจารณาปริมาตร จากความสูงที่พื้นที่รองรับราง	61
3.9.2 พิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ ปลายและกึ่งกลางของหมอนรองราง	68
3.10 การพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่ รองรับรางและค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น	81
บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน	91
4.1 บทนำ	91
4.2 การหล่อหมอนรองรางคอนกรีต	91
4.3 การทดสอบโมเมนต์ดัดและคุณสมบัติของวัสดุ	95
4.4 การวิเคราะห์ผลลัพธ์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	97
4.5 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการทดสอบกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	99
4.6 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์กับกำลังรับแรงดิ่งสูงสุดของคอนกรีต	101
4.7 การวิเคราะห์ความเค้นหลักที่เกิดขึ้นใน หมอนรองราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	103
บทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงานและข้อเสนอแนะ	108
5.1 สรุปผล	108
5.2 ปัญหา	109
5.3 ข้อเสนอแนะ	109
เอกสารอ้างอิง	110
ภาคผนวก	114

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1	ผลลัพธ์ของการสกัดคอนกรีตและการทดสอบกำลังรับแรงอัด 8
ตารางที่ 2.2	ความเค้นที่ยอมให้สำหรับคอนกรีตอัดแรง 11
ตารางที่ 2.3	ตัวอย่างคุณสมบัติและค่าที่ยอมให้ในการทดสอบเครื่องยึดเหนี่ยววาง 13
ตารางที่ 2.4	น้ำหนักบรรทุกทดสอบของหมอนคอนกรีตอัดแรง 15
ตารางที่ 2.5	เกณฑ์การทดสอบการยื่นยื่นการออกแบบหมอนคอนกรีตอัดแรง 16
ตารางที่ 2.6	คุณสมบัติทางกลของเหล็กเสริมเส้นกลมตามมาตรฐานอุตสาหกรรม 17
ตารางที่ 2.7	ความเค้นที่ยอมให้ของคอนกรีตและเหล็กเส้น 18
ตารางที่ 2.8	ขนาดของมอดูลัสฐานราก 20
ตารางที่ 2.9	ตัวอย่างของกฎของความคล้ายคลึง 31
ตารางที่ 3.1	พิกัดขนาดจริงของหมอนรองรับที่วัดได้สำหรับ ขนาดทางกว้าง 1 เมตร ในหน่วยมิลลิเมตร 36
ตารางที่ 3.2	ขนาดของค่าคงที่ปริพันธ์สำหรับกรณี 3 และ 4 45
ตารางที่ 3.3	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในหมอนรองรับคอนกรีตออกแบบ 48
ตารางที่ 3.4	ความเค้นในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งานสำหรับหมอนคอนกรีตอัดแรง 48
ตารางที่ 3.5	เปรียบเทียบเกรดของสลักเกลียวที่ใช้ 52
ตารางที่ 3.6	พิกัดและพื้นที่หน้าตัดใช้งานได้ของสลักเกลียว ในหน่วยเมตริก 52
ตารางที่ 3.7	สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการ พิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองรับ 54
ตารางที่ 3.8	ตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองรับ 55
ตารางที่ 3.9	ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองรับ 55
ตารางที่ 3.10	ผลลัพธ์ของการพิจารณาลดปริมาตรในหมอนรองรับ วางและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง 45 องศา 58
ตารางที่ 3.11	ความเค้นที่จุดกึ่งกลางด้านบนของพื้นที่รองรับวาง ในหมอนรองรับ ที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง 45 องศา 59
ตารางที่ 3.12	ความเค้นที่จุดกึ่งกลางด้านล่างของพื้นที่รองรับวาง ในหมอนรองรับ ที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง 45 องศา 60
ตารางที่ 3.13	ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่พื้นที่รองรับวาง ในหมอนรองรับที่ พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง 45 องศา 60

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า	
ตารางที่ 3.14	สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาความสูงที่ พื้นที่รองรับราง, t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	62
ตารางที่ 3.15	ตัวแปรออกแบบในการพิจารณาความสูงที่พื้นที่รองรับ ราง, t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	62
ตารางที่ 3.16	ตัวแปรในการพิจารณาความสูงหมอนรอง รางตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์	62 - 63
ตารางที่ 3.17	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (3)	67
ตารางที่ 3.18	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (4)	67
ตารางที่ 3.19	สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ปลาย, t_1 และความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของ หมอนรองราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	68
ตารางที่ 3.20	ตัวแปรออกแบบในการพิจารณาปริมาตร จากความ สูงที่ปลาย, t_1 และความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของหมอน รองราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	69
ตารางที่ 3.21	ตัวแปรในการพิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ ปลาย, t_1 และความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของหมอนรอง ราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	69 - 70
ตารางที่ 3.22	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (1)	74
ตารางที่ 3.23	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (2)	74
ตารางที่ 3.24	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (5)	79
ตารางที่ 3.25	ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (6)	79
ตารางที่ 3.26	ผลลัพธ์ของการพิจารณาออกแบบหมอนรองราง เมื่อกำหนดให้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3	80
ตารางที่ 3.27	สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ ปลายพื้นที่รองรับราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	81
ตารางที่ 3.28	ตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง	81
ตารางที่ 3.29	ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง	82 - 83
ตารางที่ 3.30	ผลลัพธ์มุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ด้านปลายของหมอนรองราง	87
ตารางที่ 3.31	ผลลัพธ์มุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ด้านกึ่งกลางหมอนรองราง	88

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ 3.32 ผลลัพธ์ของการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ในหมอน รองรับที่พิจารณาออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์	89
ตารางที่ 3.33 เปรียบเทียบปริมาตรของหมอนรองรับ	90
ตารางที่ 4.1 ปริมาณของวัสดุที่ใช้ในการหล่อหมอนรองรับเชิงปริมาตร	93
ตารางที่ 4.2 ผลการทดสอบคุณสมบัติคอนกรีตและเหล็กเส้นกลม	96
ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดสอบ	99
ตารางที่ 4.4 ขนาดของความเค้นหลักที่เกิดขึ้น ในหมอนรองรับที่พิจารณา ลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา ในการจำลองการทดสอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	103
ตารางที่ 4.5 คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ในโปรแกรม Autodesk Inventor	104
ตารางที่ 4.6 ความเค้นหลักที่เกิดขึ้น ในหน่วยเมกะปาสกาล	106
ตารางที่ 4.7 เปรียบเทียบความเค้นหลักที่เกิดขึ้น จากระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์และการคำนวณ ในหมอนรองรับที่ ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์	107

สารบัญรูปร่าง

		หน้า
รูปที่ 2.1	แรงที่กระทำในชิ้นส่วนย่อย	4
รูปที่ 2.2	(a) ระยะการโก่งตัว (b) มุมของการโก่งตัว (c) โมเมนต์ดัด และ (d) แรงเฉือน ที่ขึ้นกับขนาดของมอดุลัสของสภาพยืดหยุ่น	5
รูปที่ 2.3	บริเวณที่มีความเค้นสูงและความเค้นต่ำในหมอนรองราง	6
รูปที่ 2.4	รูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของหมอนรองราง เมื่อผ่านวิธี Topology Optimization	7
รูปที่ 2.5	พิกัดของหมอนรองรางที่ใช้ในการทดสอบ	7
รูปที่ 2.6	การดำเนินการสกัดชิ้นส่วนตัวอย่างเพื่อการทดสอบคอนกรีต	8
รูปที่ 2.7	การทดสอบความเค้นดัดที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	9
รูปที่ 2.8	การวางตัวของหมอนคอนกรีต เพื่อทดสอบความเค้นดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ	9
รูปที่ 2.9	การทดสอบการรับแรงในแนวตั้งโมเมนต์บวกที่พื้นที่รองรับราง	14
รูปที่ 2.10	การทดสอบการรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	14
รูปที่ 2.11	การกระจายของหน่วยการยึดหดตัวและความเค้นบนหน้าตัดของคาน	18
รูปที่ 2.12 และ 2.13	คานกึ่งอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด	22
รูปที่ 2.14 และ 2.15	คานอนันต์ที่กระทำด้วยโมเมนต์	24
รูปที่ 2.16 และ 2.17	คานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด	25
รูปที่ 2.18	คานที่มีความยาวจำกัดที่กระทำด้วยแรงจุด	26
รูปที่ 2.19	วงกลมเมอร์สำหรับสภาวะความเครียดสามมิติ	28
รูปที่ 2.20	ทฤษฎีความเค้นตั้งฉากสูงสุด กรณีใช้กับวัสดุ ที่ก้ำกึ่งรับแรงดึงน้อยกว่ากำลังรับแรงอัด	29
รูปที่ 2.21	ตัวอย่างของการแบ่งเมฆ	32
รูปที่ 2.22	ผังงานของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด	34
รูปที่ 3.1	พิกัดของราง GB6KG ในหน่วยมิลลิเมตร	35
รูปที่ 3.2	ความกว้างทาง 12 นิ้ว ในหน่วยมิลลิเมตร	36
รูปที่ 3.3	หมอนรองรางแท่งเดี่ยวสำหรับความ กว้างทาง 12 นิ้ว ในหน่วยมิลลิเมตร	36
รูปที่ 3.4	ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางเรขาคณิต ของ หมอนรองรางออกแบบ ในหน่วยมิลลิเมตร	38
รูปที่ 3.5	แบบจำลองการกระจายน้ำหนักบรรทุกจากล้อ	40

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 3.6	ตำแหน่งของแรงและโมเมนต์ที่กระทำใน หมอนรองราง แยกกรณีตามหลักของวิธีทับซ้อน	41
รูปที่ 3.7	หมอนรองรางที่พิจารณาในรูปของคานอนันต์	42
รูปที่ 3.8 และ 3.9	ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ติดต่อความ ยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 1 และ 2	43
รูปที่ 3.10 และ 3.11	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนต่อความ ยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 1 และ 2	44
รูปที่ 3.12	ตำแหน่งของน้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบบนหมอนรองราง	44
รูปที่ 3.13 และ 3.14	ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ติดต่อความ ยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 3 และ 4	46
รูปที่ 3.15 และ 3.16	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนต่อความ ยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 3 และ 4	46
รูปที่ 3.17	ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ต่อความยาวของหมอนรองราง	47
รูปที่ 3.18	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนรวมต่อความยาวของหมอนรองราง	47
รูปที่ 3.19	ช่วงความยาวของหมอนรองรางที่ใช้ในการพิจารณา ในหน่วยมิลลิเมตร	53
รูปที่ 3.20	หน้าตัดของหมอนรองรางที่ใช้พิจารณาความสูง ในหน่วยมิลลิเมตร	54
รูปที่ 3.21	รูปร่างของหมอนรองรางในมุมมองด้านข้าง ที่ใช้พิจารณาลดปริมาตร	54
รูปที่ 3.22	ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูง	56 - 57
รูปที่ 3.23	การตั้งค่าในฟังก์ชัน Goal Seek เพื่อปรับค่าความสูง, t	58
รูปที่ 3.24	พิกัดของหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตร และ อ้างอิงมุมจากพื้นที่รองรับรางเป็น 45 องศาตามงานวิจัย	58
รูปที่ 3.25	จุดกึ่งกลางด้านบนของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่ พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา	59
รูปที่ 3.26	จุดกึ่งกลางด้านล่างของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่ พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา	60
รูปที่ 3.27	ตำแหน่งที่ใช้ในการพิจารณาสถานะความเค้น ในหมอนรองราง เพื่อใช้ในการหาค่าความสูง	61

สารบัญรูปลูกภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 3.28	แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของ	
	คูลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3	64 - 66
รูปที่ 3.29	แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_1 ตามทฤษฎีความเสียหายของ	
	คูลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3	71 - 73
รูปที่ 3.30	แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_3 ตามทฤษฎีความเสียหายของ	
	คูลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3	76 - 78
รูปที่ 3.31	ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรรวมของหมอนรองรางต่อความสูงของหมอนรองราง	80
รูปที่ 3.32	ตำแหน่งที่ใช้ในการพิจารณาสถานะความเค้นในหมอนรองราง เพื่อใช้ในการหามุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง	81
รูปที่ 3.33	แผนผังการดำเนินการ โปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหา	
	ปริมาตร จากมุม θ_1 และ θ_3 อ้างอิงทฤษฎีความเสียหายของ	
	คูลอมบ์ - มอร์ และค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น , K_r	84 - 86
รูปที่ 3.34	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นต่อระยะของหมอนรองรางในช่วง l_1	87
รูปที่ 3.35	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n_1 ต่อมุม θ_1 ในช่วง l_1	87
รูปที่ 3.36	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นต่อระยะของหมอนรองรางในช่วง l_3	88
รูปที่ 3.37	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n_3 ต่อมุม θ_3 ในช่วง l_3	89
รูปที่ 3.38	พิกัดของหมอนรองราง ที่พิจารณาออกแบบ	
	ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์	90
รูปที่ 4.1	พิกัดของไม้ที่ใช้ ในหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ในหน่วยมิลลิเมตร	91
รูปที่ 4.2	พิกัดของไม้ที่ใช้ ในผิวด้านข้างของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ในหน่วยมิลลิเมตร	92
รูปที่ 4.3 และ 4.4	การเตรียมแบบหล่อไม้ และการเจาะรูที่หน้าตัดเพื่อติดตั้งเหล็กเส้น	93
รูปที่ 4.5 และ 4.6	พิกัดของโพนที่ใช้ในการแทนที่ในแบบหล่อ ที่ด้าน	
	ปลาย และกึ่งกลางของหมอนรองราง ในหน่วยมิลลิเมตร	93
รูปที่ 4.7 และ 4.8	การเตรียมวัสดุดิบของคอนกรีต และคอนกรีตที่ผสมเสร็จ	94
รูปที่ 4.9	การบ่มเปียกของคอนกรีต	94

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.10 หมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุม องศา และคอนกรีตรูปทรงกระบอกสำหรับการทดสอบ	94
รูปที่ 4.11 และ 4.12 การทดสอบกำลังรับแรงอัดคอนกรีต และการทดสอบโมเมนต์ดัดบวมที่กึ่งกลางหมอนรองราง	95
รูปที่ 4.13 และ 4.14 การทดสอบกำลังรับแรงดึงของเหล็กเส้นกลม และผลการทดสอบ	95
รูปที่ 4.15 และ 4.16 การกำหนดขนาดเอลิเมนต์เบื้องต้น และการหาขนาดของผลลัพธ์ที่แม่นยำ โดยใช้ Convergence Settings	97
รูปที่ 4.17 แนวโน้มของผลลัพธ์ เมื่อใช้ Convergence Settings	98
รูปที่ 4.18 แบบจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองราง	98 - 99
รูปที่ 4.19 การจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในรูปของระยะการเสียรูปในแนวตั้ง	100 - 101
รูปที่ 4.20 การจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในรูปของความเค้นหลัก	101 - 102
รูปที่ 4.21 ตำแหน่งที่แรงกระทำและการกำหนดจุดอ้างอิง	103
รูปที่ 4.22 ความเค้นหลักที่ 1 ในหมอนรองรางที่ลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา	104
รูปที่ 4.23 ความเค้นหลักที่ 3 ในหมอนรองรางที่ลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา	105
รูปที่ 4.24 ความเค้นหลักที่ 1 ในหมอนรองรางที่ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	105
รูปที่ 4.25 ความเค้นหลักที่ 3 ในหมอนรองรางที่ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์	106

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

การขับเคลื่อนพัฒนาประเทศ ไม่ว่าจะเป็นในด้านเศรษฐกิจ สังคม การติดต่อค้าขาย ทุกสิ่งนั้นล้วนต้องอาศัยระบบขนส่ง เพื่อให้ระบบต่าง ๆ ขับเคลื่อนไปได้ เมื่อระบบขนส่งถูกพัฒนา มีการเติบโตอย่างรวดเร็ว จะมีส่วนสำคัญในการเพิ่มขีดความสามารถทั้งทางด้านการแข่งขันทางธุรกิจ เศรษฐกิจภายในประเทศ หรือแม้แต่การเชื่อมโยงพื้นที่ เกิดการติดต่อสื่อสาร พัฒนาสังคมได้อย่างเป็นระบบ ตอบสนองต่อการใช้ชีวิตในปัจจุบัน ซึ่งระบบการขนส่งทางรางนั้น เป็นหนึ่งในระบบที่อยู่คู่กับประเทศไทยและสังคมโลกมาอย่างยาวนานหลายร้อยปี ด้วยต้นทุนในการขนส่งที่ค่อนข้างต่ำ มีปริมาณในการขนส่งที่สูงทั้งผู้โดยสารและสินค้า มีความน่าเชื่อถือทั้งในด้านระยะเวลา การกำหนดทิศทางการเคลื่อนที่อย่างชัดเจน ปลอดภัยและสะดวกสบาย ด้วยเหตุนี้ ระบบขนส่งทางรางจึงเป็นหนึ่งในระบบการคมนาคมหลักของประเทศที่สำคัญมาจนถึงทุกวันนี้

โครงการรถไฟทางคู่ เป็นการพัฒนาโครงข่ายรถไฟทางไกล หนึ่งในนโยบายสำคัญของรัฐบาลที่มอบหมายให้การรถไฟแห่งประเทศไทยดำเนินการ เพื่อรองรับนโยบายด้านการขนส่ง โดยปรับปรุงพัฒนาโครงข่ายทางรถไฟในปัจจุบันซึ่งส่วนใหญ่เป็นรถไฟทางเดี่ยวให้เป็นรถไฟทางคู่ เมื่อเพิ่มทางรถไฟเป็นทางคู่แล้ว ทำให้เดินรถได้มากขึ้นโดยไม่ต้องรอหลีก เพิ่มจังหวัดที่ทางรถไฟผ่าน ส่งผลให้ประชาชนได้รับความสะดวกสบายและรวดเร็วในการเดินทางเชื่อมโยงกับประเทศเพื่อนบ้าน เป็นการขับเคลื่อนประเทศสู่ความมั่นคง มั่งคั่ง อย่างยั่งยืน

โครงการพัฒนารูปแบบรถไฟทางคู่ในปัจจุบัน ได้ดำเนินการไป 3 ส่วน นั่นคือ โครงการรถไฟทางคู่ ระยะเร่งด่วน (ระยะที่ 1) จะมีการเปิดให้บริการได้ครบภายในปีพุทธศักราช 2568 มีทั้งหมด 7 เส้นทาง ถัดมาในโครงการรถไฟทางคู่ ระยะที่ 2 ซึ่งได้ดำเนินการก่อสร้างแล้วเสร็จ มีจำนวนเส้นทางทั้งหมด 7 เส้นทาง และรถไฟทางคู่ สายใหม่ 2 เส้นทาง คือ ช่วงเด่นชัย - เชียงราย - เชียงของ และ ช่วงบ้านไผ่ - มุกดาหาร - นครพนม

ดังนั้นจึงเป็นที่น่าสนใจ ที่จะทำการศึกษาและออกแบบหมอนรองรางรถไฟ สำหรับรองรับรถไฟที่ออกแบบสำหรับใช้ในการแข่งขัน Railway Challenge และเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระบบขนส่งทางรางสำหรับผู้สนใจ

การออกแบบหมอนรองราง ให้รองรับขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว และน้ำหนักดเพลารถจักร ซึ่งอ้างอิงข้อกำหนดตามกฎการแข่งขัน Railway Challenge มีรูปร่างอย่างง่ายและมีประสิทธิภาพเพียงพอต่อการใช้งาน จากนั้นใช้การวิเคราะห์และตรวจสอบความแข็งแรงเชิงกล โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถนำไปต่อยอดหรือสร้างขึ้นจริงได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาการลดปริมาตรของหมอนรองราง โดยพิจารณาจากความเค้นที่เกิดขึ้น
2. วิเคราะห์ความแข็งแรงในหมอนรองรางที่ได้ศึกษาการลดปริมาตร โดยใช้การทดสอบจริง เพื่อเปรียบเทียบกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

1.3 ขอบเขตของการศึกษา

1. อ้างอิงภาระจากรถจักรและข้อกำหนด ตามกฎระเบียบการแข่งขัน Railway Challenge
2. ขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว น้ำหนักรถจักรสุทธิ 500 กิโลกรัม
3. รางมีความสม่ำเสมอตลอดเส้นทาง ไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงขนาดและความยาวอันเนื่องมาจากอุณหภูมิ
4. ออกแบบหมอนรองรางในเส้นทางตรงเท่านั้น
5. พิจารณาแรงกระทำในเชิงสถิตยศาสตร์เท่านั้น

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาต่อสำหรับผู้สนใจ รวมถึงการสร้างและติดตั้งจริง
2. สามารถรองรับรถจักรที่สร้างขึ้นตามกฎของ Railway Challenge

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 วิธีการดำเนินการ

1. ศึกษาหน้าที่และคุณสมบัติหลักของหมอนรองราง
2. กำหนดขอบเขต วัตถุประสงค์ และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ
3. ศึกษาข้อกำหนดและมาตรฐานของการแข่งขัน Railway Challenge และอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง
4. คำนวณการออกแบบ ตามหลักของคู่มือการออกแบบและก่อสร้างโครงสร้างทางรถไฟ เพื่อตรวจสอบสอดคล้องกับค่าที่ยอมให้หรือไม่
5. ออกแบบหมอนรองรางในรูปร่างง่าย โดยใช้กฎของความคล้ายคลึงในการย่ออัตราส่วนจากขนาดมาตรฐาน
6. วิเคราะห์โมเมนต์ดัดและแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในหมอนรองราง
7. วิเคราะห์การลดปริมาตรของหมอนรองราง โดยพิจารณาจากขนาดของความเค้น ที่ทำให้เกิดความเสียหาย จากทฤษฎีความเสียหายคูลอมบ์ – มอร์
8. ออกแบบหมอนรองรางใหม่ อ้างอิงรูปแบบเดิม โดยกำหนดค่าตัวประกอบปลอดภัยไม่น้อยกว่า 3
9. หล่อหมอนรองรางที่ได้จากการคำนวณ
10. สร้างแบบจำลองของการทดสอบหมอนรองราง โดยใช้โปรแกรมเขียนแบบ สำหรับการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
11. ทดสอบหมอนรองรางที่หล่อขึ้น เพื่อเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

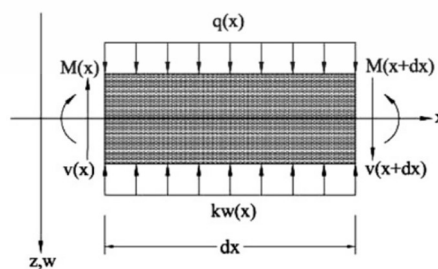
งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

ที่จะกล่าวถึงในปฏิญานีฉบับนี้ เป็นการวิเคราะห์และออกแบบหมอนรองรางรถไฟ สำหรับขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว ซึ่งจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจในพื้นฐานของส่วนประกอบต่าง ๆ ในระบบโครงสร้างทางรถไฟ ภาระที่หมอนรองราง มาตรฐานการออกแบบและการทดสอบที่เกี่ยวข้อง รวมถึงการวิเคราะห์หมอนรองรางในรูปแบบของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก การจำลองแบบสภาพความคล้ายคลึง การพิจารณาคานบนฐานรากยืดหยุ่น การวิเคราะห์ความเสียหายจากทฤษฎีของคูลอมบ์ - มอร์ รวมไปถึงการวิเคราะห์ความแข็งแรงด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

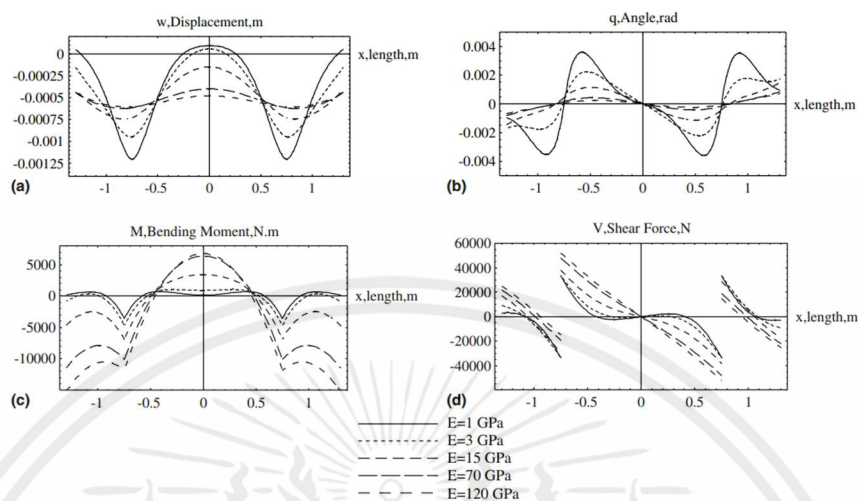
2.2.1 Mahmood M. Shokrieh และ Meysam Rahmat (2007) ได้เสนอถึงงานวิจัยของ Winkler ที่ศึกษาถึงอิทธิพลของมอดุลัสของสภาพยืดหยุ่นที่มีผลต่อการโก่งตัวของหมอนรองราง ซึ่งสามารถต่อยอดถึงการโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนในหมอนรองราง ซึ่งในหมอนรองรางนั้น จะพิจารณาเป็นคานคอนกรีตที่มีแรงจุดกระทำสองตำแหน่งที่พื้นที่รองรับราง และใช้ทฤษฎีการโก่งตัวของคานบนจุดรองรับแบบฐานรากยืดหยุ่น (Elastic Foundation) ในการวิเคราะห์หาแผนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ซึ่งวิธีดังกล่าวได้รับการพัฒนาโดย Winkler [1] ในปี ค.ศ. 1867 เมื่อคานได้รับแรงกระทำจะเกิดการเสียรูปในคานและเกิดแรงต้าน พิจารณาได้โดยสมการควบคุม (Governing Equation) [1] ซึ่งหาได้จากสมการสมดุลในชิ้นส่วนย่อย จากรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แรงที่กระทำในชิ้นส่วนย่อย [1]

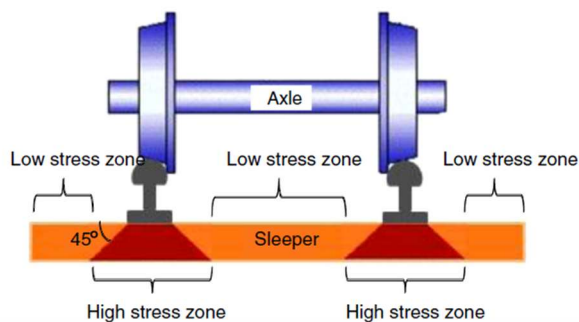
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งผลลัพธ์ของระยะการโก่งตัว มุมของการโก่งตัว โมเมนต์ดัดและแรงเฉือนที่เกิดขึ้นจากขนาดของมอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นที่แตกต่างกัน ให้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 (a) ระยะการโก่งตัว (b) มุมของการโก่งตัว (c) โมเมนต์ดัด และ (d) แรงเฉือน ที่ขึ้นกับขนาดของมอดูลัสของสภาพยืดหยุ่น [1]

2.2.2 Wahid Ferdous, Allan Manelo และคณะ (2017) ได้เสนอถึงงานวิจัยของหมอนรองรางคอมโพสิต ที่ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อให้ใช้แทนหมอนไม้ โดยศึกษาการหาค่าเหมาะที่สุดของปริมาณการใช้วัสดุคอมโพสิตภายใต้เงื่อนไขการแข่งสถิตยศาสตร์และมาตรฐานออสเตรเลีย การหารูปร่างที่เหมาะสมนั้นดำเนินการโดยวิธี Topology Optimization ผลลัพธ์ที่ได้คือ ใช้วัสดุคอมโพสิตลดลง 50% ของปริมาตรจากวัสดุที่ต้องใช้สร้างหมอนไม้มาตรฐาน โดยพิจารณาจากพื้นที่ความเค้นสูงใต้พื้นที่รองรับราง ซึ่งเป็นพื้นที่ส่งถ่ายภาระจากล้อรถไฟลงสู่หมอนรองราง โดยทำมุมกับผิวหมอนด้านบน 45° ในขณะที่ส่วนอื่นมีความเค้นต่ำ ในการออกแบบรูปร่างหมอนรองรางจะพิจารณาความเค้นดึงในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน เพื่อหาความสูงในช่วงพื้นที่ความเค้นสูงและความเค้นต่ำ ร่วมกับรูปร่างหมอนรองรางจากเอกสารอ้างอิงดังกล่าว ซึ่งผ่านวิธี Topology Optimization



รูปที่ 2.3 บริเวณที่มีความเค้นสูงและความเค้นต่ำในหมอนรองราง [2]

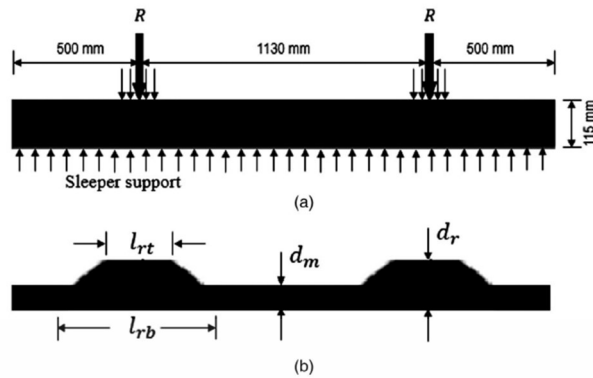
วิธี Topology Optimization สามารถหาค่าเหมาะสมกับการกระจายของวัสดุได้ โดยอัลกอริทึมที่ใช้ในเอกสารอ้างอิงนี้ คือ The Solid Isotropic Materials with Penalization (SIMP) Method และใช้สมการข้อจำกัดดังนี้

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2, \dots, x_n} &= f^T u \\ K u &= f \\ V = \sum_{e=1}^n v_e x_e &\leq \bar{V} \end{aligned}$$

เมื่อ	f	คือ Nodal Force
	u	คือ เวกเตอร์การกระจัด
	K	คือ เมทริกซ์ความแข็งแรงของระบบ
	v_e	คือ ปริมาตรของเอลิเมนต์
	x_e	คือ ความหนาแน่นสัมพัทธ์
	n	คือ จำนวนเอลิเมนต์ที่ถูกใช้ในกระบวนการไฟไนต์เอลิเมนต์
	\bar{V}	คือ ขอบบนของปริมาตรวัสดุที่ยอมให้ เท่ากับ 0.6

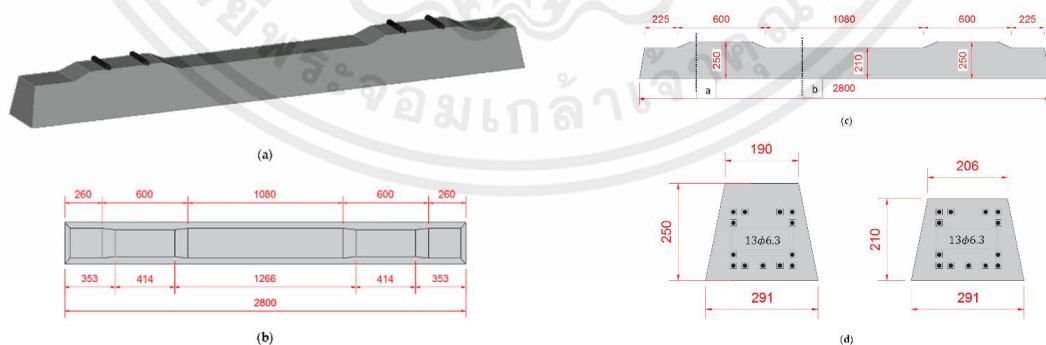
โดยที่ $f^T u$ เทียบเท่ากับความแข็งแรงสูงสุดของระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 รูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของหมอนรองราง เมื่อผ่านวิธี Topology Optimization [2]

2.2.3 Ramon Silva , Welington V. Silva และคณะ (2020) ได้ทำการประเมินความสามารถในการรับน้ำหนักของหมอนคอนกรีตอัดแรงตามมาตรฐาน ABNT NBR 11709 และมาตรฐาน ARENA วิเคราะห์หมอนคอนกรีตที่มีความเสียหายอันเนื่องจากการขีดสีบนพื้นที่รองรับราง (Rail Seat Abrasion, RSA) และการกัดกร่อนการขีดสีบนพื้นที่รองรับราง คือการสึกหรอภายใต้รางบนพื้นผิวของหมอนคอนกรีตอัดแรง มีการศึกษาเชิงตัวเลขเพื่อประเมินความสามารถในการรับน้ำหนักของหมอนคอนกรีตอัดแรง โดยใช้โปรแกรม ABAQUS ตรวจสอบผลการทดลองตามมาตรฐาน ใช้แบบจำลองที่ได้ตรวจสอบเพื่อต้องการหาความลึกของการขีดสีบนพื้นที่รองรับรางที่แตกต่าง รวมไปถึงการกัดกร่อนของลวดเหล็ก โดยรายละเอียดของหมอนคอนกรีต ถูกออกแบบสำหรับรับโมเมนต์บวกที่ 2856 กิโลนิวตัน · เซนติเมตร และโมเมนต์ลบที่ -1786 กิโลนิวตัน · เซนติเมตร ที่กึ่งกลางของหมอนคอนกรีต กำหนดแรงอัดเริ่มต้นที่ 51 กิโลนิวตัน ใช้กับลวดเหล็กขนาด 13 ϕ 6.3 ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 พิกัดของหมอนรองรางที่ใช้ในการทดสอบ [3]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการทดสอบกำลังรับแรงอัดคอนกรีต จะทำการสกัดชิ้นส่วนตัวอย่าง 2 ชิ้นจากหมอนรองราง 5 ชิ้น ในกลุ่มเดียวกัน โดยใช้สว่านหัวเพชรกับน้ำหล่อเย็นที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 68 มิลลิเมตร และสูง 200 มิลลิเมตร

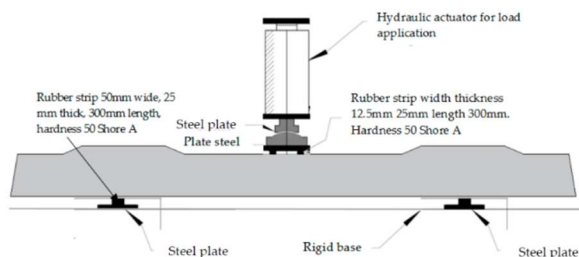


รูปที่ 2.6 การดำเนินการสกัดชิ้นส่วนตัวอย่างเพื่อทดสอบคอนกรีต [3]

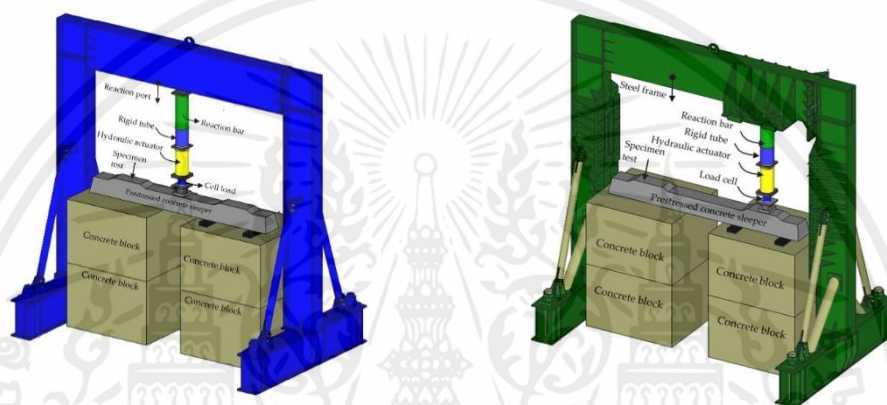
หลังจากการสกัดชิ้นส่วนตัวอย่าง ผิวหน้าตรงปลายสุดของตัวอย่างจะถูกเจียรโดยเครื่องเจียรด้วยแผ่นผงเพชรและทำการทดสอบกำลังรับแรงอัด โดยใช้ขั้นตอนของ Brazilian Standard ตามมาตรฐาน ABNT NBR 5739 ผลของกำลังรับแรงอัดอยู่ในตารางที่ 2.1 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การแก้ไขคือ k_1 , k_2 , k_3 และ k_4 ในการวิเคราะห์ความถูกต้อง

ตารางที่ 2.1 ผลลัพธ์ของการสกัดคอนกรีตและการทดสอบกำลังรับแรงอัด [3]

Sleeper Specimen	d (mm)	h (mm)	h/d (-)	k_1 (-)	k_2 (-)	k_3 (-)	k_4 (-)	Area (mm ²)	Load (kN)	Stress (MPa)
CP1	68	121.1	1.78	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	79.4	85.0
CP2	68	121.0	1.78	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	64.6	69.1
CP3	68	132.4	1.95	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	57.7	61.7
CP4	68	132.9	1.96	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	58.1	62.1
CP5	68	120.6	1.77	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	49.2	52.6
CP6	68	110.7	1.63	0.02	0.12	0	0.04	3631.7	59.3	62.9
CP7	68	132.4	1.95	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	57.7	61.7
CP8	68	132.9	1.96	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	58.1	62.1
CP9	68	120.6	1.77	0.01	0.12	0	0.04	3631.7	49.2	52.6
CP10	68	110.7	1.63	0.02	0.12	0	0.04	3631.7	59.3	62.9



รูปที่ 2.7 การทดสอบความเค้นดัดที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต [3]



รูปที่ 2.8 การวางตัวของหมอนคอนกรีต เพื่อทดสอบความเค้นดัดที่ตำแหน่งต่าง ๆ [3]

2.3 ข้อมูลและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.3.1 มาตรฐานการออกแบบส่วนประกอบโครงสร้างทางรถไฟ

2.3.1.1 มาตรฐานการออกแบบราง

ขนาดของรางที่ใช้งาน กำหนดเป็นน้ำหนักของรางต่อความยาวราง เช่น น้ำหนักราง เป็นกิโลกรัมต่อเมตรหรือปอนด์ต่อหลา ขนาดที่การรถไฟแห่งประเทศไทยกำหนดสำหรับทาง ประชาน รับน้ำหนักเพลา 20 ตัน ความเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ขนาด 100 ปอนด์ โดยทั่วไปรางรถไฟผลิตมาจากเหล็กกล้าคาร์บอน - แมงกานีส ซึ่งมีสัดส่วนมวลของธาตุที่ แตกต่างกัน มีค่ากำลังรับแรงดึงสูงสุด (Ultimate Tensile Strength, UTS) ระหว่าง 550 - 1,030 เมกะปาสกาล [4] – [5]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.1.2 มาตรฐานการออกแบบเครื่องยึดเหนี่ยวราง

เป็นไปตามมาตรฐาน มอก. 2528 ส่วนประกอบของอุปกรณ์ยึดเหนี่ยวรางที่ถอดประกอบไม่ได้ หรือต้องมีการหล่อเข้ากับชิ้นส่วนอื่น ต้องได้รับการออกแบบและผลิตให้มีอายุการใช้งานไม่น้อยกว่า 50 ปี และ 25 ปีในส่วนประกอบที่สามารถถอดประกอบได้ ทนต่อสภาพแวดล้อมได้ ปัจจัยที่ต้องคำนึงในการออกแบบเครื่องยึดเหนี่ยวราง [6] – [7] ได้แก่

- รักษาตำแหน่งของราง ด้านทานแรงที่กระทำกับรางในแนวตั้ง ด้านข้างและแนวยาว
- ปกป้องหรือลดการเสียดสีบนรางกับหมอนรองราง
- ติดตั้งได้ง่าย โดยไม่ต้องใช้เครื่องมือซับซ้อน
- สามารถปรับแต่งตำแหน่งของรางได้ ภายหลังจากติดตั้ง
- เป็นฉนวนไฟฟ้า สำหรับวงจรไฟฟ้าของอุปกรณ์อาณัติสัญญาณ

2.3.1.3 มาตรฐานการออกแบบหมอนคอนกรีต

สำหรับการออกแบบหมอนคอนกรีตที่ใช้งานในประเทศไทย ต้องเป็นไปตามเกณฑ์ ใน มขร S-T-007-256x มาตรฐานองค์ประกอบรถไฟ [6] – [7] ซึ่งมีแนวทาง ดังนี้ ปัจจัยที่ต้องพิจารณาในการออกแบบ

- การบำรุงรักษาและสภาพการวางราง
- การออกแบบส่วนประกอบทางรถไฟ
- การออกแบบวางแผนแนวเส้นทางและการบรรทุก

น้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ (Design Rail Seat Load, P_d)

เป็นผลคูณของน้ำหนักลงเพลา (Axle Load, A) ค่าปัจจัยน้ำหนักบรรทุกพลวัต (Impact Factor, I) และค่าปัจจัยการกระจายน้ำหนักบรรทุก (Load Distribution Factor, D) หน่วยเป็นกิโลนิวตัน

$$P_d = \frac{DIA}{2} \quad (2.1)$$

ค่าปัจจัยน้ำหนักบรรทุกพลวัต ตามมาตรฐานการรถไฟแห่งประเทศไทย ขึ้นกับความเร็วออกแบบสูงสุด (Maximum Design Speed, V) ในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

$$I = 1 + \frac{V}{100} \geq 2.5 \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และในส่วนของการกระจายน้ำหนักบรรทุก ขึ้นกับระยะเรียงหมอนรองราง (Sleeper Spacing, S) เมื่อรางต้องมีน้ำหนักไม่ต่ำกว่า 47 กิโลกรัมต่อความยาว 1 เมตร และระยะเรียงหมอนรองราง มีค่าระหว่าง 500 – 750 มิลลิเมตร

$$D = 0.0006S + 0.15 \quad (2.3)$$

ตารางที่ 2.2 ความเค้นที่ยอมให้สำหรับคอนกรีตอัดแรง [6] – [7]

ความเค้น	ค่าความเค้นที่ยอมให้ (เมกะปาสกาล)
ความเค้นอัดในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะถ่ายแรง, F_{ct}	$F_{ct} = 0.6 f'_{ci}$
ความเค้นดึงในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะถ่ายแรง, F_{tt}	$F_{tt} = -0.25 \sqrt{f'_{ci}}$
ความเค้นอัดในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน, F_{cw}	$F_{cw} = 0.45 f'_c$
ความเค้นดึงในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน, F_{tw}	$F_{tw} = -0.50 \sqrt{f'_c} \geq -3$

เมื่อ f'_c คือ ความต้านทานแรงอัดของคอนกรีต (เมกะปาสกาล)

f'_{ci} คือ ความต้านทานแรงอัดขณะถ่ายแรง (เมกะปาสกาล)

2.3.2.4 มาตรฐานการออกแบบชั้นหินโรยทาง [7]

หินโรยทางที่ใช้ทั่วไป เป็นหินย่อยขนาดใหญ่จากโรงโม่ ชนิดหินที่ใช้ได้แก่ แกรนิต บะซอลต์ ไรโอไลต์ เป็นต้น โดยหมอนคอนกรีตนั้นนิยมใช้หินแกรนิต เนื่องจากมีความแข็งแรงและไม่ถูกย่อยจากแรงกดทับ วัสดุที่ใช้เป็นไปตามข้อกำหนดตามมาตรฐาน มขร S-T-004 ความหนาของชั้นหินโรยทางนิยมเป็น 30 เซนติเมตร สำหรับทางกว้าง 1 เมตร ระหว่างการก่อสร้างต้องบดอัดวัสดุรองหินโรยทางให้เป็นชั้นที่มีความหนาไม่น้อยกว่า 15 เซนติเมตร

2.3.2 มาตรฐานการทดสอบโครงสร้างทางรถไฟ

2.3.2.1 มาตรฐานการทดสอบราง

การทดสอบและตรวจรับรางด้านคุณสมบัติวัสดุ [6] – [7]

▫ การตรวจมิติ

อาทิ ความยาว ความขรุขระที่ผิว ความตรงของรางทั้งท่อน ความหนาของเอวราง ความสูง ความกว้างของฐานและหัวราง ระยะห่างระหว่างผิวสัมผัสเหล็ก ประกับราง การได้ฉากของส่วนสูงและฐานราง

▫ การวิเคราะห์ส่วนผสมทางเคมี

▫ การทดสอบเชิงกล

- การทดสอบการรับน้ำหนักตกกระทบ (Falling Weight Test)
- การทดสอบความต้านทานการดึง (Tensile Strength Test)
- การทดสอบความแข็งแรงของผิวราง (Hardness Test)

▫ การทดสอบด้วยตาเปล่า (Macroscopic Test)

ทำการทดสอบ เพื่อดูการกระจายตัวของซิลเฟอร์บนเนื้อเหล็ก หากมีการกระจายที่สม่ำเสมอ แสดงว่าเหล็กมีคุณภาพ

▫ การทดสอบน้ำหนัก (Weight Test)

ทำการสุ่มตรวจ โดยน้ำหนักต้องอยู่ภายในพิสัย -0.5 กับ 2.0% จากน้ำหนักมาตรฐาน

แรงกระทำต่อโครงสร้างราง [6] – [7]

▫ แรงในแนวตั้ง น้ำหนักของขบวนรถและแรงกระทำเชิงพลวัต

▫ แรงตามยาว การเคลื่อนตัวของขบวนรถ การเร่ง การเบรก การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ

▫ แรงตามขวาง บังใบล้อเบียดกระแทกรางในโค้ง หรือการส่ายตัวของรถ

2.3.2.2 มาตรฐานการทดสอบเครื่องยึดเหนี่ยวราง

ตัวอย่างของมาตรฐานในการทดสอบ เป็นไปดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ตัวอย่างของคุณสมบัติและค่าที่ยอมให้ในการทดสอบเครื่องยึดเหนี่ยวราง [6]

คุณสมบัติที่ต้องทำการทดสอบ	ค่าที่ยอมให้
ความต้านทานต่อแรงกระทำแนวยาว	ไม่ต่ำกว่า 7 กิโลนิวตัน ณ จุดที่เกิดการเลื่อนไถล โดยต้องดำเนินการก่อนการทดสอบการกระทำซ้ำ
ความแข็งแรงในแนวตั้ง	ไม่เกินกว่า 35 กิโลนิวตันต่อเมตร ไม่เกิดการเลื่อนไถล การครากหรือการแตกหัก ความแข็งแรงจะคำนวณในช่วงแรงกระทำระหว่าง 5 ถึง 80 กิโลนิวตัน
แรงกดของอุปกรณ์ยึดเหนี่ยวราง	ไม่ต่ำกว่า 20 กิโลนิวตัน โดยต้องดำเนินการก่อนการทดสอบการกระทำซ้ำ
การถอนออกของวัสดุฝังยึด	แรงถอนต้องไม่ต่ำกว่า 60 กิโลนิวตัน
การต้านทานแรงกระทำด้านข้าง	ไม่ต่ำกว่า 70 กิโลนิวตัน

2.3.2.3 มาตรฐานการทดสอบหมอนคอนกรีต

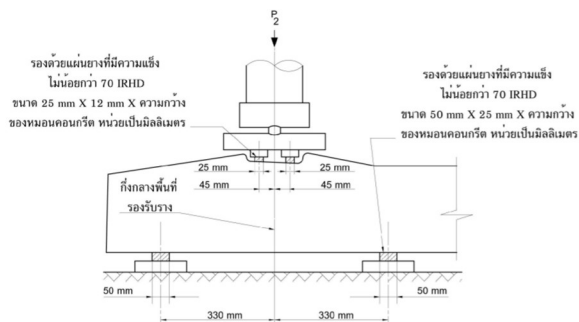
▣ การรับแรงในแนวตั้ง [8]

- การรับโมเมนต์บวกที่พื้นที่รองรับราง

วางหมอนคอนกรีต ดังรูปที่ 2.9 รองด้วยแผ่นยางและกำหนดน้ำหนักบรรทุกทดสอบดังตารางที่ 2.4 โดยเพิ่มน้ำหนักบรรทุกทดสอบในอัตรา 25 กิโลนิวตันต่อนาที จนได้ค่าที่กำหนดและคบน้ำหนักนี้ไว้เป็นเวลา 3 นาที ตรวจสอบแล้วทำการคลายออก

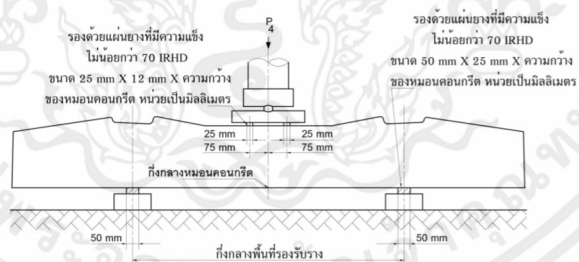
- การรับโมเมนต์ลบที่พื้นที่รองรับราง

ทำการทดสอบด้วยวิธีเดียวกันกับการรับโมเมนต์บวกที่พื้นที่รองรับราง โดยวางหมอนรองรางในทิศทางคว่ำลง



รูปที่ 2.9 การทดสอบการรับแรงในแนวตั้งโมเมนต์บวกที่พื้นที่รองรับแรง [8]

- การรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต
วางหมอนคอนกรีต ดังรูปที่ 2.10 และกำหนดน้ำหนักบรรทุกทดสอบดังตารางที่ 2.4 โดยเพิ่มน้ำหนักบรรทุกทดสอบในอัตรา 25 กิโลนิวตันต่อนาที จนได้ค่าที่กำหนด คงน้ำหนักนี้ไว้เป็นเวลา 3 นาที ตรวจสอบแล้วทำการคลายออก
- การรับโมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต
ทดสอบด้วยวิธีเดียวกันกับการรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต โดยวางหมอนรองรับแรงในทิศทางคว่ำลง



รูปที่ 2.10 การทดสอบการรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต [8]

- แรงยึดเหนี่ยวของลวดอัดแรง และการรับแรงสูงสุด [8]
ติดเครื่องวัดชนิดหน้าปัด ที่ปลายลวดอัดแรงเส้นล่างสุดของชั้นทดสอบวางหมอนรองรับดังรูปที่ 2.9 แล้วทำการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกทดสอบในอัตรา 25 กิโลนิวตันต่อนาที จนถึง 1.5 เท่าของน้ำหนักบรรทุกทดสอบของการรับโมเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัดบวกที่พื้นที่รองรับราง คงน้ำหนักนี้ไว้เป็นเวลา 3 นาที ทำการบันทึกตำแหน่งของ
ลวดอัดแรงที่เคลื่อนไป เมื่อเทียบกับผิวคอนกรีตส่วนที่ติดกับลวดอัดแรง

ตารางที่ 2.4 น้ำหนักบรรทุกทดสอบของหมอนคอนกรีตอัดแรง [6]

การทดสอบ	น้ำหนักบรรทุกทดสอบ (กิโลนิวตัน)
การรับโมเมนต์ดัดบวกที่พื้นที่รองรับราง	$P_{tR+} = \frac{2M_{crR+}}{0.33 - 0.045}$; $M_{crR+} = S_{bR} \left(-f_t' + \frac{P}{A_R} \right) + Pe_R$
การรับโมเมนต์ดัดลบที่พื้นที่รองรับราง	$P_{tR-} = \frac{2 M_{crR-} }{0.33 - 0.075}$; $M_{crR-} = S_{tR} \left(f_t' - \frac{P}{A_R} \right) + Pe_R$
การรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	$P_{tC+} = \frac{2M_{crC+}}{0.5g - 0.075}$; $M_{crC+} = S_{bC} \left(-f_t' + \frac{P}{A_C} \right) + Pe_C$
การรับโมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	$P_{tC-} = \frac{2 M_{crC-} }{0.5g - 0.075}$; $M_{crC-} = S_{tC} \left(f_t' - \frac{P}{A_C} \right) + Pe_C$

- เมื่อ P_t คือ น้ำหนักบรรทุกทดสอบ (กิโลนิวตัน)
 M_{cr} คือ โมเมนต์แตกร้าว (กิโลนิวตัน · เมตร)
 S_{tR} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านบนที่พื้นที่รองรับราง (เมตร³)
 S_{bR} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านล่างที่พื้นที่รองรับราง (เมตร³)
 S_{tC} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านบนที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต (เมตร³)
 S_{bC} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านล่างที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต (เมตร³)
 f_t' คือ ความต้านทานแรงดึงของคอนกรีต ณ วันทดสอบ (เมกะปาสกาล)

$$\text{โดยที่ } f_t' = 0.85 \sqrt{f_c'}$$

- f_c' คือ ความต้านทานแรงอัดของคอนกรีต (เมกะปาสกาล)
 P คือ แรงอัดในลวดอัดแรง ณ วันทดสอบ (กิโลนิวตัน) โดย $P = 0.95P_0$
 P_0 คือ แรงอัดแรกเริ่มหรือขณะถ่ายแรง (กิโลนิวตัน)

จากในมาตรฐาน กำหนดตัวอย่างไว้ที่ 490 กิโลนิวตัน

- A_R คือ พื้นที่หน้าตัดหมอนคอนกรีตที่พื้นที่รองรับราง (ตารางเมตร)
 A_C คือ พื้นที่หน้าตัดกึ่งกลางหมอนคอนกรีต (ตารางเมตร)
 e_R คือ ระยะเยื้องศูนย์กลางของแรงอัดที่พื้นที่รองรับราง (เมตร)
 e_C คือ ระยะเยื้องศูนย์กลางของแรงอัดที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต (เมตร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.5 เกณฑ์การทดสอบการยืนยันการออกแบบหมอนคอนกรีตอัดแรง [6]

การทดสอบ	เกณฑ์การทดสอบ
การรับโมเมนต์ดัดลบที่พื้นที่รองรับราง	ไม่เกิดการแตกร้าว
การรับโมเมนต์ดัดบวกที่พื้นที่รองรับราง	ไม่เกิดการแตกร้าว
การรับโมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	ไม่เกิดการแตกร้าว
การรับโมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต	ไม่เกิดการแตกร้าว

2.3.3 การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

คอนกรีตเป็นวัสดุเปราะ (Brittle Materials) มีกำลังในการรับแรงดึงต่ำ เพียงร้อยละ 10 ของกำลังรับแรงอัด จึงมีการเสริมเหล็กเข้าไป เพื่อทำหน้าที่ในการต้านทานแรงดึงทั้งหมดในคาน โดยทั่วไป การแตกร้าวจะเกิดขึ้นในส่วนของคานด้านรับแรงดึง ในขณะที่แรงกระทำมีค่าต่ำมาก ๆ เมื่อเทียบกับกำลังสูงสุดของคาน และมีรูปแบบการแตกร้าวที่ไม่แน่นอน [9]

2.3.3.1 คุณสมบัติเชิงกลของคอนกรีต

□ กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต, f_c'

เป็นคุณสมบัติที่สำคัญในด้านกำลัง ใช้ประกอบการคำนวณโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก เมื่อคอนกรีตมีกำลังรับแรงอัดสูงขึ้น กำลังด้านต่าง ๆ จะสูงขึ้นตาม โดยกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต ขึ้นกับปัจจัยที่สำคัญ 3 ประการ คือ กำลังของมอร์ตาร์ กำลังกับมอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นของมวลรวม และแรงยึดเหนี่ยวระหว่างมอร์ตาร์กับผิวของมวลรวม

□ กำลังรับแรงดึงของคอนกรีต, f_t'

ไม่มีมาตรฐานในการทดสอบเนื่องจากทำได้ยาก โดยทั่วไปกำลังรับแรงดึงของคอนกรีตมักมีขนาดเป็นร้อยละ 10 - 12 ของกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต

□ มอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นของคอนกรีต, E_c

ใช้ประกอบการคำนวณโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก และหาค่าการโก่งตัวของโครงสร้าง ซึ่งโดยทั่วไปคอนกรีตไม่แสดงพฤติกรรมเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นอย่างแท้จริง กำหนดค่ามอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นของคอนกรีต ดังนี้

$$E_c = 15,100 \sqrt{f_c'} \quad (2.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ค่าอัตราส่วนปัวซองของสของคอนกรีต [32]

เป็นค่าแสดงสัดส่วนความเครียดแนวราบของแท่งคอนกรีตรูปทรงลูกบาศก์ ซึ่งโดยทั่วไปมีขนาดอยู่ที่ 0.1 – 0.2

2.3.3.2 เหล็กเสริม

เหล็กเสริมที่นิยมใช้ในงานคอนกรีตเสริมเหล็ก เป็นเหล็กกล้าละมุน (Mild Steel) เป็นโลหะผสมเหล็กกับคาร์บอน และส่วนผสมกับธาตุอื่น ๆ ขึ้นรูปโดยการรีดร้อน คุณสมบัติที่สำคัญของเหล็กเสริม ได้แก่ กำลังคราก (Yield Strength, f_y), กำลังสูงสุด (Ultimate Strength, f_u) และมอดุลัสสภาพยืดหยุ่นของเหล็กเสริม (Young's Modulus, E_s) ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ จะเลือกพิจารณาเหล็กเส้นกลม (Round Bar, RB) มาใช้ในการออกแบบ

ตารางที่ 2.6 คุณสมบัติทางกลของเหล็กเสริมเส้นกลมตามมาตรฐานอุตสาหกรรม [9]

ชั้นคุณภาพ	SR 24	SS 400 [27]
ความต้านทานแรงดึงที่จุดคราก (KSC)	$\geq 2,400$	2190 - 2500
ความต้านทานแรงดึงสูงสุด (KSC)	$\geq 3,900$	4070 - 5200
ความยืดในช่วง 5d	\geq ร้อยละ 21	ร้อยละ 17 - 24
ค่ามอดุลัสของสภาพยืดหยุ่น (KSC)	2.04×10^6	$2.04 \times 10^6 - 2.19 \times 10^6$

เมื่อ KSC (หน่วย) คือ กิโลกรัม/ตารางเซนติเมตร

2.3.3.3 การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

นิยมใช้ 2 วิธีหลัก คือ วิธีความเค้นใช้งานและวิธีกำลัง โดยที่จะกล่าวต่อจากนี้ มุ่งเน้นไปที่วิธีความเค้นใช้งาน คือความเค้นของวัสดุที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกขณะใช้งาน ไม่เกินค่าความเค้นที่ยอมให้ ซึ่งเป็นหลักเกณฑ์ในการคำนวณออกแบบ

$$f < f_{allow}$$

- ความเค้นที่ยอมให้ (Allowable Stress)

สามารถหาได้จากการหารความเค้นต้านทานสูงสุดของวัสดุนั้น ๆ ต่อค่าความปลอดภัย ตามมาตรฐานของ ว.ส.ท. ซึ่งได้กำหนดไว้ ดังนี้

ตารางที่ 2.7 ความเค้นที่ยอมให้ของคอนกรีตและเหล็กเส้น [9]

ความเค้นอัดที่ผิว	$f_c = 0.45 f'_c$
ความเค้นกด หรือความเค้นแบกทาน	$f_c = 0.25 f'_c$
ความเค้นเฉือนของคานคอนกรีตที่ไม่มีเหล็กเส้นเสริมรับแรงเฉือน	$v_c = 0.29 \sqrt{f'_c}$
ความเค้นเฉือนสูงสุดของคานคอนกรีตเสริมเหล็กรับแรงเฉือน	$v_c = 1.32 \sqrt{f'_c}$
ความเค้นที่ยอมให้ของเหล็กเสริม ชั้นคุณภาพ SR24	$f_s = 0.50 f_y$

□ สมมติฐานในการออกแบบโดยวิธีความเค้นใช้งาน

- เป็นไปตามกฎของฮุก (Hooke's Law)
- การยึดหน่วง (Bond) ระหว่างคอนกรีตและเหล็กเสริมเป็นไปอย่างสมบูรณ์ หน่วยการยึดหดตัว ณ ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากัน
- ไม่คิดกำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีต
- มอดุลัสของสภาพยึดหยุ่นของเหล็กเสริม,

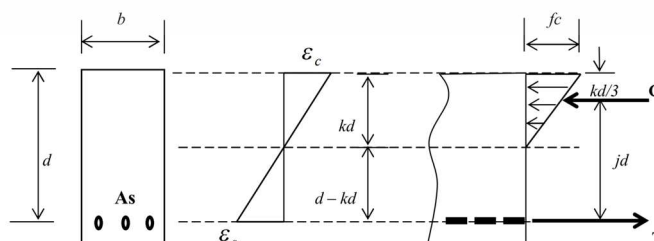
$$E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ KSC}$$

□ ค่าคงที่สำหรับการออกแบบ

อัตราส่วนมอดุลัส, $n = \frac{E_s}{E_c}$ (2.5)

$$k = \frac{1}{1 + \frac{f_s}{n \cdot f_c}}$$
 (2.6)

และ $j = 1 - \frac{k}{3}$ (2.7)



รูปที่ 2.11 การกระจายของหน่วยการยึดหดตัวและความเค้นบนหน้าตัดของคาน [9]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.3.4 การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กต้านทานโมเมนต์ดัด

พิจารณาเป็นการออกแบบคานเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว ทำได้โดย

- หาน้ำหนักกระทำกับโครงสร้าง แล้วทำการหาค่าโมเมนต์ดัดสูงสุด, M_{max}
- เลือกวัสดุ กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต, f'_c และเลือกชนิดของเหล็กเสริม จะได้กำลังที่จุดครากของเหล็กเสริม, f_y
- หาค่าคงที่สำหรับการออกแบบ n, k, j และ R
- ตรวจสอบขนาดหน้าตัดคานที่เหมาะสม ได้จาก 2 กรณี คือ

เปรียบเทียบค่า $M_c = Rbd^2$ กับ M_{max}

หาก	$M_c < M_{max}$	ขนาดหน้าตัดของคานเล็กเกินไป
	$M_c > M_{max}$	ขนาดหน้าตัดของคานเหมาะสม
	$M_c \gg M_{max}$	ขนาดหน้าตัดของคานใหญ่เกินไป

ค่าความลึกประสิทธิภาพที่ต้องการ, d โดยกำหนดให้ $M_c = M_{max}$

$$d = \sqrt{\frac{M_{max}}{R \cdot b}} \quad (2.8)$$

- คำนวณหาปริมาณพื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริม,

$$A_s = \frac{M_{max}}{f_s \cdot j \cdot d} \quad (2.9)$$

- ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริมแรงดึงต่ำสุด ต้องมีปริมาณไม่น้อยกว่า $\frac{14}{f_y}$ เพื่อป้องกันการวิบัติที่เกิดขึ้นเฉียบพลัน เมื่อเกิดการแตกร้าวด้านรับแรงดึง
- เลือกขนาด และจำนวนของเหล็กเสริมที่ใช้ให้เหมาะสมกับขนาดหน้าตัดคาน

2.3.3.5 แรงเฉือนที่เกิดขึ้นในคาน

กำลังต้านทานแรงเฉือนในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก เกิดจากการรับแรงร่วมกันของวัสดุทั้งสอง คือ กำลังต้านทานแรงเฉือนโดยคอนกรีตและเหล็กเสริม ดังสมการ

$$V = V_c + V' \quad (2.10)$$

เมื่อ V คือ แรงเฉือนที่เกิดขึ้นในคาน

V_c คือ กำลังต้านทานแรงเฉือนโดยคอนกรีต

$$\text{โดยที่ } V_c = v_c \cdot b \cdot d = 0.29\sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$$

และ V' คือ กำลังต้านทานแรงเฉือนโดยเหล็กเสริม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.4 ทฤษฎีคานบนฐานรากยืดหยุ่น

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวไปในข้างต้น เรื่องการศึกษาถึงผลของมอดุลัสของสภาพยืดหยุ่นที่มีต่อคานบนฐานรากยืดหยุ่นของ Winkler สามารถนำมาประกอบกับทฤษฎีคานบนฐานรากยืดหยุ่นและการโก่งตัวของคาน ได้สมการสำหรับทฤษฎีคานบนฐานรากยืดหยุ่น [25] ดังนี้

จากสมดุลของแรงในแนวดิ่ง, $\Sigma F_y = 0$

$$\frac{dV}{dx} + q - kw = 0 \quad (2.11)$$

เมื่อ dV คือ การเปลี่ยนแปลงของแรงเฉือน

dx คือ ความยาวของชิ้นส่วนย่อย

q คือ ความเข้มของแรงที่กระทำบนคานในแนวดิ่ง

w คือ ระยะการโก่งตัวของคาน

k คือ ค่าคงที่ฐานราก (Foundation Constant) = $k_s \cdot b$

โดยที่ k_s คือ มอดุลัสฐานราก (Foundation Modulus หรือ Modulus of Subgrade)

ขึ้นกับประเภทของจตุรองรับ ดังตารางที่ 2.8 และ b คือ ความกว้างของคาน

ตารางที่ 2.8 ขนาดของมอดุลัสฐานราก

Soil Description	k_s (kN/m ² /m)
Humus soil or peat	5000 - 15000
Recent embankment	10000 - 20000
Fine or slightly compacted soil	15000 - 30000
Well compacted sand	50000 - 100000
Very well compacted sand	100000 - 150000
Loam or clay (moist)	30000 - 60000
Loam or clay (dry)	80000 - 100000
Clay with sand	80000 - 100000
Crushed stone with sand	100000 - 150000
Coarse crushed stone	200000 - 250000
Well compacted crushed stone	200000 - 300000

(ที่มา:

https://www.researchgate.net/publication/338402472_Effect_of_soil_compressibility_on_the_structural_response_of_box_culverts_using_finite_element_approach)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนตามความโค้งงอตามสมการ Bernoulli [26]

$$M = -EI \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \quad (2.12)$$

$$V = -EI \cdot \frac{d^3w}{dx^3} \quad (2.13)$$

เมื่อ M คือ โมเมนต์ดัด

E คือ โมดูลัสของสภาพยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity)

และ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

แทนค่าสมการที่ (2.13) ในสมการที่ (2.11) จะได้สมการควบคุมเป็น

$$-EI \cdot \frac{d^4w}{dx^4} + q - kw = 0 \quad (2.14)$$

ในการแก้สมการอนุพันธ์ดังกล่าว จำเป็นต้องแก้สมการเชิงอนุพันธ์แบบเอกพันธ์ (Homogeneous Differential Equation) เป็นลำดับแรก จากสมการที่ (2.14)

$$EI \cdot \frac{d^4w}{dx^4} + kw = 0 \quad (2.15)$$

กำหนดตัวแปร, $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$ ในสมการที่ (2.15)

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 4\beta^4 w = 0 \quad (2.16)$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการอนุพันธ์นี้ กำหนดให้

$$w = e^{\alpha x} \Rightarrow w^{(4)} = \alpha^4 w \quad (2.17)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (2.16)

$$\alpha^4 = -4\beta^4 \Rightarrow \alpha = \pm(1 \pm i)\beta \quad (2.18)$$

แทนค่า α ในสมการที่ (2.17)

$$w = e^{\pm\beta x} \cdot e^{\pm i\beta x} \quad (2.19)$$

หรือเขียนสมการระยะการโค้งตัว ได้ดังนี้

$$w = e^{\beta x}(c_1 \sin \beta x + c_2 \cos \beta x) + e^{-\beta x}(c_3 \sin \beta x + c_4 \cos \beta x) \quad (2.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย βx เป็นตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless) เมื่อ c_1, c_2, c_3 และ c_4 เป็นค่าคงที่ปริพันธ์ (Integration Constants) และกำหนดตัวแปรดังนี้

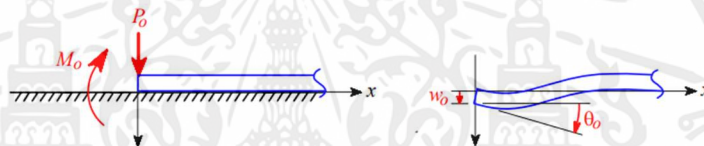
$$A^{\beta x} = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \quad (2.21)$$

$$B^{\beta x} = e^{-\beta x} \sin \beta x \quad (2.22)$$

$$C^{\beta x} = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) \quad (2.23)$$

$$D^{\beta x} = e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (2.24)$$

- คานกึ่งอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด (Semi - Infinite Beam with Concentrated Load)



รูปที่ 2.12 และ 2.13 คานกึ่งอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด [25]

จากสมการที่ (2.20) เมื่อ $x \rightarrow \infty$ ทำให้ $w \rightarrow \infty$ ซึ่งไม่เป็นไปตามพฤติกรรมการโก่งตัว ดังรูปที่ 2.13 เพื่อให้สอดคล้องกับสมการดังกล่าว จะได้ $c_1, c_2 = 0$

$$w = e^{-\beta x} (c_3 \sin \beta x + c_4 \cos \beta x) = c_3 B_{\beta x} + c_4 D_{\beta x} \quad (2.25)$$

หาขนาดของ M_0 และ P_0 ได้จากสมการที่ (2.12) และ (2.13)

$$M_0 = -EI \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0} \quad (2.26)$$

$$-P_0 = -EI \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{x=0} \quad (2.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (2.20)

$$\theta = w' = \frac{dw}{dx} = \beta c_3 C_{\beta x} - \beta c_4 A_{\beta x} \quad (2.28)$$

$$M = -EI w'' = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -EI \cdot (-2\beta^2 c_3 D_{\beta x} + 2\beta^2 c_4 B_{\beta x}) \quad (2.29)$$

$$V = -EI w^{(3)} = -EI \frac{d^3 w}{dx^3} = -EI \cdot (2\beta^3 c_3 A_{\beta x} + 2\beta^3 c_4 C_{\beta x}) \quad (2.30)$$

แทนค่าในสมการที่ (2.26) และ (2.27) เพื่อหาค่าคงที่

$$M_0 = 2EI\beta^2 c_3 \Rightarrow c_3 = \frac{M_0}{2EI\beta^2} \quad (2.31)$$

$$P_0 = 2EI\beta^3 (c_3 + c_4) \Rightarrow c_4 = \frac{2\beta P_0}{k} - \frac{2\beta^2 M_0}{k} \quad (2.32)$$

จัดรูปสมการที่ (2.25) และ (2.28) – (2.30)

ได้สมการผลลัพธ์สำหรับคานกึ่งอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด ดังนี้

$$w = \frac{2\beta P_0}{k} D_{\beta x} - \frac{2\beta^2 M_0}{k} C_{\beta x} \quad (2.33)$$

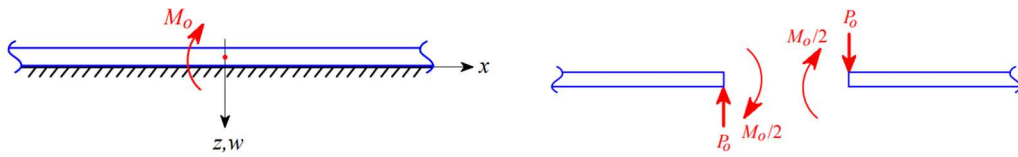
$$\theta = -\frac{2\beta^2 P_0}{k} A_{\beta x} + \frac{4\beta^3 M_0}{k} D_{\beta x} \quad (2.34)$$

$$M = -\frac{P_0 B_{\beta x}}{\beta} + M_0 A_{\beta x} \quad (2.35)$$

$$V = -P_0 C_{\beta x} - 2\beta M_0 B_{\beta x} \quad (2.36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- คานอนันต์ที่กระทำด้วยโมเมนต์ (Infinite Beam with Concentrated Moment)



รูปที่ 2.14 และ 2.15 คานอนันต์ที่กระทำด้วยโมเมนต์ [25]

จากรูปที่ 2.14 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตของคานจากการโค้งตัว

$$w(x) = -w(-x), \quad w(0) = 0 \quad \text{และ} \quad w'(x) = w'(-x)$$

แทนค่า $x = 0$ และ M_0 ด้วย $\frac{M_0}{2}$ ดังรูปที่ 2.15 ในสมการที่ (2.33)

$$w(0) = -\frac{2\beta^2(M_0/2)}{k} + \frac{2\beta P_0}{k} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_0 = \frac{\beta M_0}{2}$$

แทนค่า P_0 และ M_0 ด้วย $\frac{M_0}{2}$ ในสมการที่ (2.33) - (2.36)

ได้สมการผลลัพธ์สำหรับคานอนันต์ที่กระทำด้วยโมเมนต์

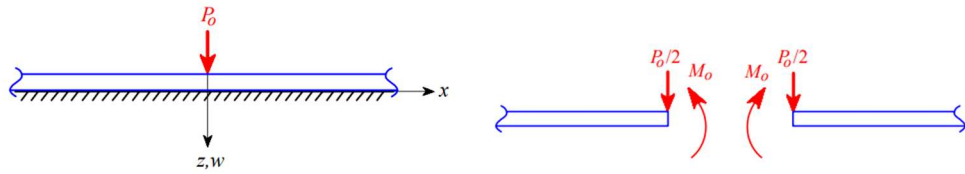
$$w = \frac{\beta^2 M_0}{k} B_{\beta x} \quad (2.37)$$

$$\theta = \frac{\beta^3 P_0}{k} C_{\beta x} \quad (2.38)$$

$$M = \frac{M_0}{2} D_{\beta x} \quad (2.39)$$

$$V = -\frac{\beta M_0}{2} A_{\beta x} \quad (2.40)$$

- คานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด (Infinite Beam with Concentrated Load)



รูปที่ 2.16 และ 2.17 คานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด [25]

จากรูปที่ 2.16 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตของคานจากการโค้งตัว

$$w(x) = w(-x), \quad w'(0) = 0 \quad \text{และ} \quad w'(x) = -w'(-x)$$

แทนค่า $x=0$ และ P_0 ด้วย $\frac{P_0}{2}$ ดังรูปที่ 2.17 ในสมการที่ (2.34)

$$w'(0) = -\frac{2\beta^2(P_0/2)}{k} + \frac{4\beta^3 M_0}{k} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_0 = \frac{P_0}{4\beta}$$

แทนค่า M_0 และ P_0 ด้วย $\frac{P_0}{2}$ ในสมการที่ (2.33) - (2.36)

ได้สมการสำหรับคานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด

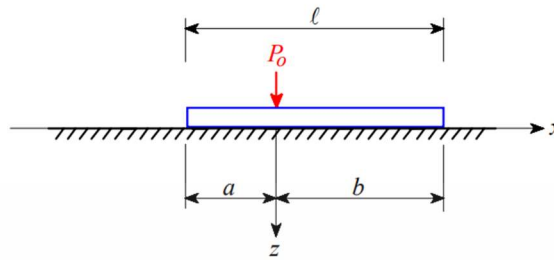
$$w = \frac{\beta P_0}{2k} A_{\beta x} \quad (2.41)$$

$$\theta = -\frac{\beta^2 P_0}{k} B_{\beta x} \quad (2.42)$$

$$M = \frac{P_0}{4\beta} C_{\beta x} \quad (2.43)$$

$$V = -\frac{P_0}{2} D_{\beta x} \quad (2.44)$$

- คานที่มีความยาวจำกัด (Beams of Finite Length)



รูปที่ 2.18 คานที่มีความยาวจำกัดที่กระทำด้วยแรงจุด [25]

จากสมการที่ (2.20) การโก่งตัวทั่วไปของคาน

$$w_l(x) = e^{\beta x}(c_{1l} \sin \beta x + c_{2l} \cos \beta x) + e^{-\beta x}(c_{3l} \sin \beta x + c_{4l} \cos \beta x) \quad \text{เมื่อ } -a \leq x \leq 0 \quad (2.45)$$

$$w_r(x) = e^{\beta x}(c_{1r} \sin \beta x + c_{2r} \cos \beta x) + e^{-\beta x}(c_{3r} \sin \beta x + c_{4r} \cos \beta x) \quad \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq b \quad (2.46)$$

จากรูปที่ 2.18 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตของคานจากการโก่งตัว เพื่อใช้ในการหาค่าคงที่

$$\begin{aligned} w_l''(-a) = w_r''(b) = 0 & & w_l(0) = w_r(0) & & w_l'(0) = w_r'(0) \\ w_l^{(3)}(-a) = w_r^{(3)}(b) = 0 & & w_l'(0) = w_r'(0) & & w_l^{(3)}(0) = w_r^{(3)}(0) - \frac{P_0}{EI} \end{aligned}$$

2.3.5 ความเค้นหนาแน่น (Stress Concentration) [31]

เมื่อวัสดุเกิดความเสียหาย ปรากฏการณ์ของความเค้นหนาแน่นจะเป็นสิ่งสำคัญในการระบุว่าวัสดุนั้นจะเกิดความเสียหายตรงส่วนไหน ความเค้นหนาแน่นคือการกระจายของความเค้นในวัสดุ โดยการคำนวณค่าความเค้นทั่วไปจะใช้ค่าเฉลี่ยของแรงส่วนด้วยพื้นที่หน้าตัด แต่ในบริเวณที่มีรอยบากหรือการเปลี่ยนแปลงหน้าตัดฉับพลัน ทำให้บริเวณนั้นมีค่าความเค้นสูงกว่าค่าเฉลี่ยหลายเท่า ค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น คือ อัตราส่วนระหว่างความเค้นสูงสุด (Maximum Local Stress) กับค่าความเค้นเฉลี่ย (Nominal Stress) ถูกใช้เพื่อคำนวณหาความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นในชิ้นงาน เพื่อป้องกันไม่ให้อุปกรณ์เกิดความวิบัติขึ้นในระหว่างการทำงาน ดังสมการที่ (2.47)

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nominal}} \quad (2.47)$$

โดยที่ $\sigma_{nominal}$ คือ ความเค้นตั้งฉากเฉลี่ย จากแรงตั้งฉากต่อพื้นที่หรือโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.6 วงกลมมอร์

วงกลมมอร์เป็นเครื่องมือหนึ่ง ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นตั้งฉาก, σ ความเค้นเฉือน, τ และมุม, θ ในการพิจารณาส่วนเล็ก ๆ ของโครงสร้างใด ๆ ซึ่งทำให้เข้าใจถึงการแปรเปลี่ยนค่าไปขององค์ประกอบความเค้นเมื่อมุม θ มีการเปลี่ยนแปลง โดยมุมของวงกลมมอร์นั้น มีค่าเป็น 2 เท่าของระนาบจริงบนชิ้นงานที่พิจารณา สำหรับปัญหาความเค้นระนาบ ณ จุด ๆ หนึ่งที่มุมใด ๆ สามารถคำนวณจากสมการแปลงความเค้น [20] ดังนี้

$$\sigma_{x'} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2.48)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2.49)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (2.50)$$

เมื่อ σ_x คือ ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x
 σ_y คือ ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y
 τ_{xy} คือ ความเค้นเฉือน

ความเค้นหลักในระนาบ 2 มิติ สามารถคำนวณได้ ดังสมการที่ (2.51)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.51)$$

ในการสร้างวงกลมมอร์สำหรับกรณีความเค้นสามมิติทั่วไป ณ จุดหนึ่ง จะมีความเค้นหลัก ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) และทิศทางหลักของความเค้น (n_1, n_2, n_3) ที่ต้องถูกพิจารณา โดย $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ และกำหนดให้ $I^{(n)}$ เป็นเวกเตอร์ความเค้นของความเค้นเฉือน สำหรับระนาบที่กำหนดด้วยเวกเตอร์ n เป็นไปตามสมการ [21] ดังนี้

$$(I^{(n)})^2 = \sigma_{ij} \sigma_{ik} n_j n_k \quad (2.52)$$

$$\sigma_n^2 + \tau_n^2 = \sigma_1^2 n_1^2 + \sigma_2^2 n_2^2 + \sigma_3^2 n_3^2 \quad (2.53)$$

$$\sigma_n = \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2 \quad (2.54)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $n_i n_i = n_1^2 + n_2^2 + n_3^2$ สามารถจัดรูปได้ ดังนี้

$$n_1^2 = \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_2)(\sigma_n - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)} \geq 0$$

$$n_2^2 = \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_1)(\sigma_n - \sigma_3)}{(\sigma_2 - \sigma_1)(\sigma_2 - \sigma_3)} \geq 0$$

$$n_3^2 = \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_1)(\sigma_n - \sigma_2)}{(\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_3 - \sigma_2)} \geq 0$$

โดยที่ $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ และ $(n_i)^2 > 0$

หรือสามารถเขียนใหม่ได้ ดังนี้

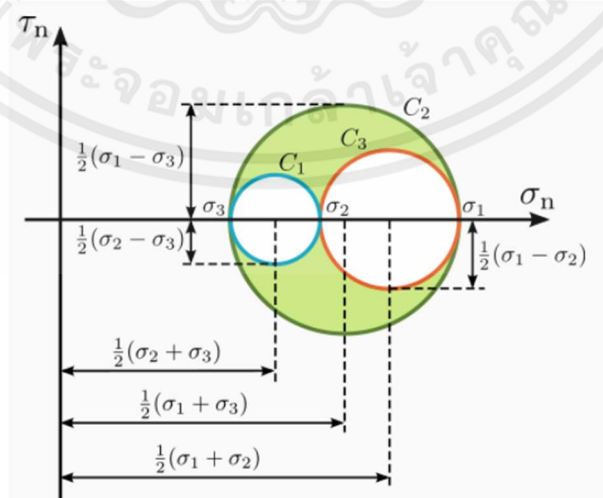
$$\tau_n^2 + \left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]^2 \geq \left(\frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3) \right)^2$$

$$\tau_n^2 + \left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 \leq \left(\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right)^2$$

$$\tau_n^2 + \left[\sigma_n - \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \right]^2 \geq \left(\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \right)^2$$

ซึ่งทั้ง 3 สมการของวงกลมมอร์ ใช้ในการหาความเค้น C_1, C_2 และ C_3 ดังนี้

รัศมี	$R_1 = \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3)$	$R_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$	$R_3 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2)$
พิกัดของเส้นผ่านศูนย์กลาง	$\left[\frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3), 0 \right]$	$\left[\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3), 0 \right]$	$\left[\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), 0 \right]$

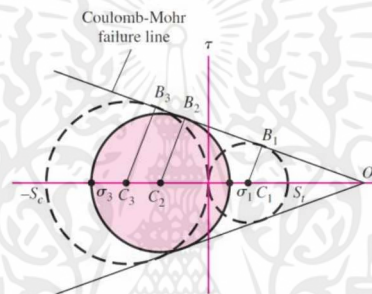


รูปที่ 2.19 วงกลมมอร์สำหรับสภาวะความเค้นสามมิติ [21]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.7 ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ (Mohr - Coulomb)

หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ทฤษฎีพลังงานแปรรูป เป็นทฤษฎีที่มีต้นแบบมาจากทฤษฎี Maximum Normal Stress (MNS) ที่เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการทำนายว่าความเสียหายของวัสดุเปราะ นั้น จะเกิดเมื่อค่า Principal Stress ตัวใดตัวหนึ่งมีค่าเท่ากับหรือมากกว่าค่า Ultimate Tensile Strength ของวัสดุ โดยวัสดุเปราะมักมีพฤติกรรมเป็นแบบ Uneven Materials จากการใช้กับวัสดุจริงในจตุภาคที่ 1 และ 3 ส่วนในจตุภาคที่ 2 และ 4 ไม่ตรงกับผลการทดลอง จึงมีการปรับทฤษฎี Maximum Normal Stress ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น โดยการเชื่อมจุดที่อยู่ตรงข้ามกันด้วยเส้นทแยงมุมของจตุภาคที่ 2 และ 4 [22] ดังรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 ทฤษฎีความเค้นดึงฉากสูงสุด กรณีใช้กับวัสดุที่กำลังรับแรงดึงน้อยกว่ากำลังรับแรงอัด [22]

สมการที่ใช้ประกอบทฤษฎีความเสียหาย คือ

$$n = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}}\right)} \quad (2.55)$$

เมื่อ n คือ ค่าตัวประกอบความปลอดภัย

σ_1 คือ ความเค้นหลักที่ 1 ในระนาบ 3 มิติ

σ_3 คือ ความเค้นหลักที่ 3 ในระนาบ 3 มิติ

S_{ut} คือ กำลังรับแรงดึงสูงสุด

และ S_{uc} คือ กำลังรับแรงอัดสูงสุด

ในการพิจารณาเกณฑ์ความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ สามารถแบ่งกรณีได้ ดังนี้

กรณี 1 $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$ โดยที่ $\sigma_1 \geq \sigma_A$ และ $\sigma_3 = 0$ จะได้ $\sigma_A \geq S_t$

กรณี 2 $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$ โดยที่ $\sigma_1 \geq \sigma_A$ และ $\sigma_3 = \sigma_B$ จะได้ $\frac{\sigma_A}{S_t} - \frac{\sigma_B}{S_t} \geq 1$

กรณี 3 $0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$ โดยที่ $\sigma_1 = 0$ และ $\sigma_3 = \sigma_B$ จะได้ $\sigma_B \leq -S_c$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.8 การวิเคราะห์มิติและสภาพความคล้ายคลึง [10] – [11]

เพื่อวิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรม จะมีการวิเคราะห์มิติ (Dimension Analysis) และมีกฎของความคล้ายคลึง (Law of Similarity) เข้ามาช่วยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ซึ่งมีความจำเป็นในการศึกษาแบบจำลองเทียบกับต้นแบบ เพื่อให้มีสภาพที่คล้ายคลึงกันมากที่สุด ความคล้ายคลึงกันของแบบจำลองและต้นแบบสามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่

▫ ความคล้ายทางเรขาคณิต (Geometric Similarity)

หมายถึง สภาพความคล้ายของรูปร่างแบบจำลองกับต้นแบบ
แต่มีขนาดแตกต่างกันตามมาตราส่วนของแบบจำลอง

▫ ความคล้ายทางพลวัต (Dynamic Similarity)

หมายถึง สภาพความคล้ายของอัตราส่วนของแรงในแบบจำลองกับต้นแบบ

▫ ความคล้ายทางจลน์ (Kinematic Similarity)

หมายถึง สภาพความคล้ายของอัตราส่วนความเร็วและอัตราส่วนความเร่งของแบบจำลองกับต้นแบบ

2.3.8.1 กฎของความคล้ายคลึง (Law of Similarity) [11]

จำเป็นที่ต้องอาศัยหลักการของการวิเคราะห์มิติ โดยหลักการดังกล่าว สามารถกำหนดให้อยู่ในรูปกลุ่มของตัวแปรไร้มิติ หรือที่เรียกว่าไพเทอม เพื่อลดตัวแปรในการทดลอง

$$\pi_1 = \Phi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) \quad (2.56)$$

จากสมการข้างต้น เป็นการอธิบายถึงพฤติกรรมของต้นแบบหนึ่ง ความสัมพันธ์รูปแบบเดียวกันนี้สามารถใช้ได้กับแบบจำลอง ได้ไพเทอมของแบบจำลอง ดังสมการ

$$\pi_{1m} = \Phi(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \dots, \pi_{nm}) \quad (2.57)$$

ความคล้ายคลึงระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจะสมบูรณ์ เมื่อเทอมไพเหมือนกัน ทั้งแบบจำลองและต้นแบบ หรือกล่าวได้ว่า

$$\pi_{2m} = \pi_2$$

$$\pi_{3m} = \pi_3$$

⋮

$$\pi_{nm} = \pi_n$$

หรือเรียกว่า เงื่อนไขการออกแบบแบบจำลอง (Model Design Conditions) หรือ กฎของแบบจำลอง (Modeling Laws) ดังนั้น สมมติฐานว่า ϕ เป็นรูปแบบเดียวกันใน แบบจำลองและต้นแบบ จะได้

$$\pi_{1m} = \pi_1 \quad (2.58)$$

2.3.8.2 มาตรฐานแบบจำลอง (Model Scales) [11]

อัตราส่วนระหว่างค่าของตัวแปรของแบบจำลองกับค่าของตัวแปรต้นแบบ เกิดขึ้น เมื่อแบบจำลองต้องมีความคล้ายคลึงกับต้นแบบ โดยใช้หลักการของกฎของความคล้ายคลึง ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น เช่น ถ้า $\pi_1 = l_1/l_2$ ต้องการความคล้ายทางเรขาคณิต $\pi_m = \pi$ ได้

$$l_1/l_2 = l_{1m}/l_{2m} \quad (2.59)$$

ตารางที่ 2.9 ตัวอย่างของกฎของความคล้ายคลึง [11] – [12]

ความยาว	$\pi_l = l_1/l_2 = \phi = 3.28$
เวลา	$\pi_t = t_1/t_2 = 1$
ความหนาแน่น	$\pi_\rho = \rho_1/\rho_2 = 1$
พื้นที่	$\pi_A = \pi_l^2 = \phi^2$
ปริมาตร	$\pi_v = \pi_l^3 = \phi^3$
ความเร่ง	$\pi_a = \pi_l/\pi_t^2 = \phi/1 = \phi$
มวล	$\pi_m = \pi_\rho \cdot \pi_l^3 = 1 \cdot \phi^3 = \phi^3$
แรง	$\pi_F = \pi_m \cdot \pi_a = \phi^3 \cdot \phi = \phi^4$
โมเมนต์	$\pi_M = \pi_F \cdot \pi_l = \phi^4 \cdot \phi = \phi^5$
ความเค้น	$\pi_\sigma = \pi_F/\pi_A = \phi^4/\phi^2 = \phi^2$
โมเมนต์ความเฉื่อย	$\pi_I = \pi_M \cdot \pi_l/\pi_\sigma = \phi^5 \cdot \phi/\phi^2 = \phi^4$
มอดุลัสหน้าตัด	$\pi_S = \pi_I/\pi_l = \phi^4/\phi = \phi^3$

ซึ่งจากการใช้กฎของความคล้ายคลึง เทียบความยาวจากขนาดความกว้างทาง 1 เมตร ต่อขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.9 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [13] – [14]

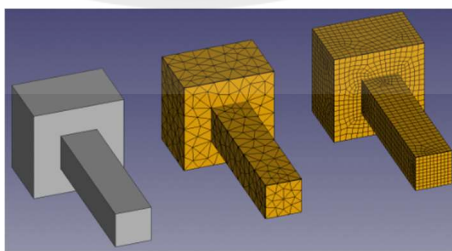
เป็นวิธีการนำหลักการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์เพื่อใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรม ในเชิงพฤติกรรมของวัสดุเชิงโครงสร้าง (Structural) ความร้อน (Heat Transfer) หรือของไหล (Fluid Flow) ภายใต้สภาวะแวดล้อมที่กำหนดขึ้น โดยอาศัยการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อหาผลลัพธ์โดยประมาณ ผ่านอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ ถือเป็นรูปแบบหนึ่งของการศึกษาและวิเคราะห์พฤติกรรมของชิ้นงานหรือวัสดุในระดับโครงสร้าง ภายใต้สภาวะที่ต้องการ

2.3.9.1 ข้อได้เปรียบของการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ช่วยให้การขึ้นรูปแบบจำลองทำได้ง่าย สะดวก รวดเร็ว และเป็นเสมือนโครงสร้างจริง มีการคำนวณแม่นยำมากขึ้น ปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ได้สะดวกและเป็นไปตามคุณสมบัติ กำหนดทิศทาง และปริมาณแรงที่กระทำต่อวัสดุได้ ซึ่งสามารถศึกษาพฤติกรรมของวัสดุที่สถานะทางกายภาพแตกต่างกัน ประเมินผลลัพธ์ที่ได้หลายรูปแบบ เช่น ความเค้น, ความเครียด, การเคลื่อนขยับ, การถ่ายเทความร้อน และกลศาสตร์ของไหล เป็นต้น นอกจากนี้ ยังช่วยลดเวลาในการสร้างสถานการณ์จำลองของจริง การสร้างแบบจำลอง รวมถึงเวลาในการทดสอบ อย่างไรก็ตาม ควรคำนึงถึงความถูกต้องแม่นยำของผลการศึกษาด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น ขึ้นอยู่กับความถูกต้องในการสร้างแบบจำลอง ควรมีวิธีการทดสอบอื่น ๆ เพื่อช่วยยืนยันผลจากการวิเคราะห์ควบคู่ด้วย

2.3.9.2 ข้อจำกัดของการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การสร้างแบบจำลองใช้วิธีการขึ้นรูปแบบจำลองดิจิทัลจะทำได้ยาก ต้องอาศัยทักษะและประสบการณ์ รวมถึงอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ต้องมีประสิทธิภาพสูง โดยแบบจำลองที่ได้ อาจไม่เหมือนสภาวะจริงอย่างสมบูรณ์ ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นจากการขึ้นรูปแบบ จำลอง เช่น การเลือกใช้ชนิดเอลิเมนต์ การทำเมช (Mesh) ที่ไม่เหมาะสม เป็นต้น



รูปที่ 2.21 ตัวอย่างของการแบ่งเมช

(ที่มา: https://wiki.freecadweb.org/FEM_Mesh/pl)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.10 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization)

เป็นวิธีการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์ (Mathematic Model) ของวัตถุประสงค์ที่กำหนด (Objective Function) ซึ่งในปัจจุบันนั้น มีการนำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดมาใช้งานอย่างกว้างขวาง ไม่เพียงแต่ในเชิงวิศวกรรม แต่ยังรวมถึงด้านวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น โดยสิ่งที่จะต้องพิจารณาในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด [16] ประกอบไปด้วย

- ตัวแปรออกแบบ (Design Variable)

ใช้ในการอธิบายลักษณะของระบบทางด้านวิศวกรรม เช่น ขนาด น้ำหนัก เป็นต้น ซึ่งการกำหนดตัวแปรนั้น ต้องเลือกตัวแปรที่ใช้ในการกำหนดให้สอดคล้องกัน

- ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

เป็นฟังก์ชันที่ต้องการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุด โดยทำการกำหนดฟังก์ชันในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ที่ติดตัวแปรออกแบบ เพื่อหาค่าของตัวแปรที่จุดต่ำสุดหรือสูงสุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยทั่วไปสามารถเขียนได้เป็น

$$J = f(x)$$

$$\text{เมื่อ } x = [x_1, x_2, \dots, x_m]$$

ซึ่งโดยทั่วไป ในการทำ Optimization อาจมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากกว่าหนึ่ง เรียกว่า Multicriteria หรือ Multiple Objective Functions

- ขอบเขต (Bounds)

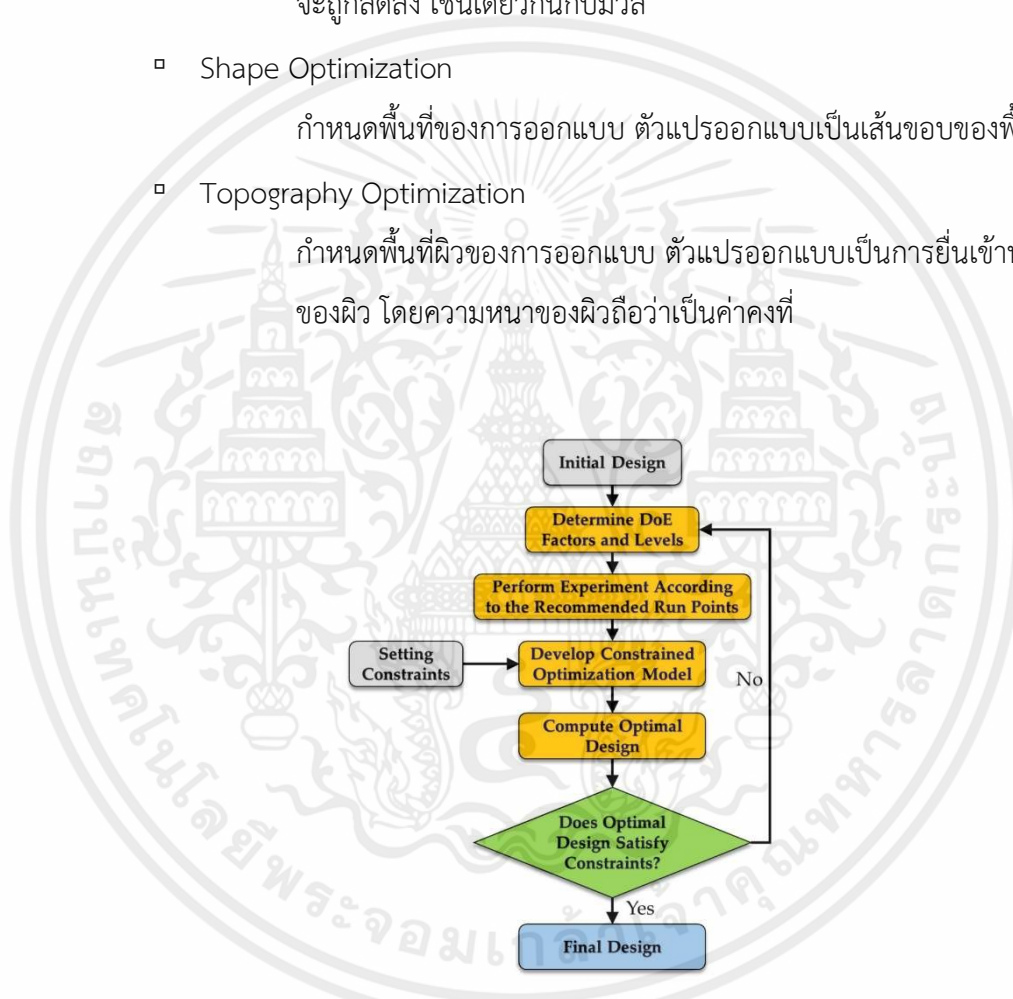
ช่วงของตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการตัดสินใจ ซึ่งสามารถกำหนดขอบเขตล่าง (Lower Bound) หรือขอบเขตบน (Upper Bound) ของตัวแปรออกแบบแต่ละตัว

- ข้อจำกัด (Constraints)

เป็นเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ หรือกล่าวได้ว่าเป็นการกำหนดข้อจำกัด ว่าคำตอบที่ได้ต้องอยู่ในขอบเขตที่กำหนด

ซึ่งการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในงานด้านโครงสร้างทางวิศวกรรม แบ่งออกได้เป็น 4 ประเภท [17]

- Size (Parametric) Optimization
กำหนดตัวแปรออกแบบเป็นพารามิเตอร์ (ขนาด) ของรูปทรงที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด
- Topology Optimization
ขอบเขตพื้นที่หรือปริมาตรของการออกแบบถูกกำหนดขึ้นมา และปริมาตรจะถูกลดลง เช่นเดียวกันกับมวล
- Shape Optimization
กำหนดพื้นที่ของการออกแบบ ตัวแปรออกแบบเป็นเส้นขอบของพื้นที่
- Topography Optimization
กำหนดพื้นที่ผิวของการออกแบบ ตัวแปรออกแบบเป็นการยื่นเข้าหรือออกของผิว โดยความหนาของผิวถือว่าเป็นค่าคงที่



รูปที่ 2.22 ผังงานของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

(ที่มา: https://www.researchgate.net/figure/Flowchart-of-optimization-algorithm_fig4_344835190)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการ

3.1 บทนำ

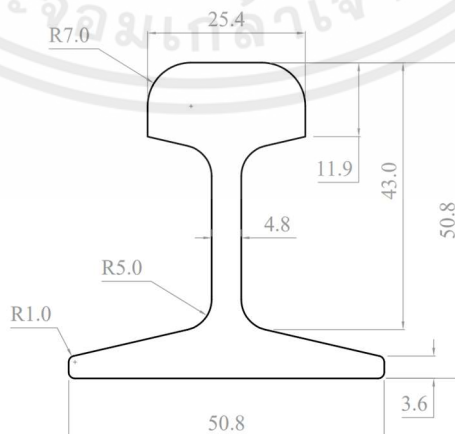
ในบทนี้ จะกล่าวถึงรายละเอียดขั้นตอนและการออกแบบหมอนรองราง ในรูปแบบอย่างง่าย โดยใช้กฎของความคล้ายคลึง เพื่อลดขนาดหมอนรองรางขนาดมาตรฐาน สำหรับความกว้างทางขนาด 1 เมตร ให้รองรับกับขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว และวิเคราะห์หมอนคอนกรีตในรูปแบบคานเสริมเหล็ก ด้วยวิธีความเค้นใช้งาน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับค่าที่ยอมให้ การหาขนาดของโมเมนต์ดัดและแรงเฉือน โดยใช้ทฤษฎีของคานบนจุดรองรับอีลาสติก (Beams on Elastic Foundation) พิจารณาการลดปริมาตรของหมอนรองราง พิจารณาค่าตัวประกอบความปลอดภัยในการใช้งานด้วยทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ และออกแบบหมอนรองรางใหม่ ที่กำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัย โดยพิจารณาสถานะความเค้นและทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ โดยอ้างอิงรูปร่างจากเดิม

3.2 การจำลองแบบโครงสร้างทาง

ในขั้นต้น ทำการออกแบบหมอนรองราง โดยใช้การลดขนาดหมอนรองรางจากพิกัดจริง ให้มีขนาดที่รองรับรางความกว้างทางขนาด 12 นิ้ว

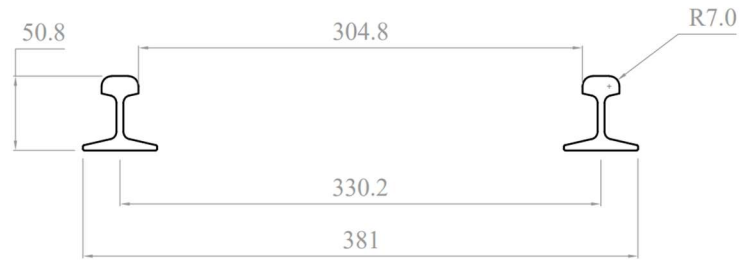
3.2.1 การจำลองแบบราง

จากขนาดความกว้างของทางเป็น 12 นิ้ว หรือ 304.8 มิลลิเมตร และเลือกพิจารณา ราง GB6KG มีน้ำหนัก 5.98 กิโลกรัม/เมตร และพิกัดของรางเป็นดังนี้



รูปที่ 3.1 พิกัดของราง GB6KG ในหน่วยมิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 ความกว้างทาง 12 นิ้ว ในหน่วยมิลลิเมตร

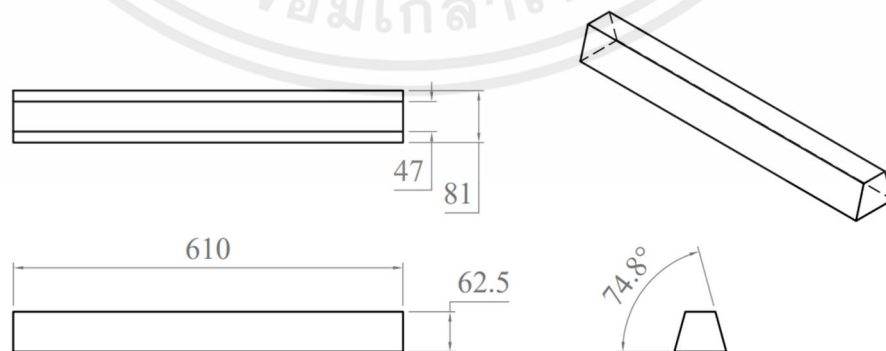
3.2.2 การจำลองแบบหมอนรองราง

จำลองแบบหมอนรองราง โดยขนาดที่วัดได้จากหมอนรองรางสำหรับขนาดความกว้างทาง 1 เมตร พิจารณาเป็นปริซึมหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมคางหมูอย่างง่าย พิกัดดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 พิกัดขนาดจริงของหมอนรองรางที่วัดได้ สำหรับขนาดทางกว้าง 1 เมตร ในหน่วยมิลลิเมตร

ความกว้างฐาน	ความกว้างส่วนบน	ความสูงแนวตั้ง	ความยาว
265	155	205	2000

ลดอัตราส่วนเทียบขนาดความกว้างทางจาก 1 เมตร ลดลงมาเป็น 12 นิ้ว ได้ อัตราส่วนเป็น 1 : 3.28 หรือ $\phi = 3.28$ และระยะเรียงหมอนจาก 600 มิลลิเมตร เทียบ อัตราส่วนลดลงมาได้เป็น 182.88 มิลลิเมตร \approx 200 มิลลิเมตร ได้พิกัดใหม่ของหมอนรองราง อย่างง่าย เป็นดังรูป



รูปที่ 3.3 หมอนรองรางแท่งเดี่ยวสำหรับความกว้างทาง 12 นิ้ว ในหน่วยมิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คุณสมบัติรถไฟสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่เกี่ยวข้อง [18]

- น้ำหนักสุทธิรถจักร 500 กิโลกรัม
- ความเร็วสูงสุดของรถจักร 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- ความเร่งสูงสุดของรถจักร 0.28 เมตรต่อวินาที²

เงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับการรับแรง

- รองรับการระจากน้ำหนักของรถจักรได้
- รับโมเมนต์ดัด ความเค้นที่กระทำได้

3.3 การวิเคราะห์รูปร่างอย่างง่ายของหมอนรองรางออกแบบ

1. พื้นที่หน้าตัดของหมอนรองราง,

จากพิกัดของหมอนรองรางแท่งเดียว ดังรูปที่ 3.3 ได้ขนาดพื้นที่หน้าตัดเป็น

$$\frac{1}{2} \cdot (4.7 + 8.1)(6.25) = 40 \text{ ตารางเซนติเมตร} = 4,000 \text{ ตารางมิลลิเมตร}$$

2. ปริมาตรของหมอนรองราง, Vol

$$\text{พื้นที่หน้าตัด} \cdot \text{ความยาว} = (40)(61) = 2,440 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

3. จุดศูนย์กลางเรขาคณิต (Centroid)

กำหนดให้ จุดกำเนิดอยู่ที่กึ่งกลางฐานล่างที่หน้าตัดของหมอนรองราง ดังรูปที่ 3.4

จะได้ $A_1 = (47)(62.5) = 2,937.5$ ตารางมิลลิเมตร

$$A_2 = \frac{1}{2}(17)(62.5) = 531.25 \text{ ตารางมิลลิเมตร}$$

$$A_3 = \frac{1}{2}(17)(62.5) = 531.25 \text{ ตารางมิลลิเมตร}$$

และ $x_1 = 0$ มิลลิเมตร

$$y_1 = \frac{62.5}{2} = 31.2 \text{ มิลลิเมตร}$$

$$x_2 = -\frac{1}{3}\left(\frac{81-47}{2}\right) - \frac{47}{2} = -29.17 \text{ มิลลิเมตร} \quad y_2 = \frac{1}{3}(62.5) = 20.83 \text{ มิลลิเมตร}$$

$$x_3 = \frac{1}{3}\left(\frac{81-47}{2}\right) + \frac{47}{2} = 29.17 \text{ มิลลิเมตร} \quad y_3 = \frac{1}{3}(62.5) = 20.83 \text{ มิลลิเมตร}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาจุดศูนย์กลางเรขาคณิต

$$\text{จาก} \quad \bar{x} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (3.1)$$

$$\text{และ} \quad \bar{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (3.2)$$

$$\text{จะได้} \quad \bar{x} = \frac{(2937.5)(0) + (531.25)(-29.167) + (531.25)(29.167)}{2937.5 + 531.25 + 531.25} = 0 \text{ มิลลิเมตร}$$

$$\text{และ} \quad \bar{y} = \frac{(2937.5)(31.25) + (531.25)(20.83) + (531.25)(20.83)}{2937.5 + 531.25 + 531.25} = 28.5 \text{ มิลลิเมตร}$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางเรขาคณิต อยู่ที่พิกัด (0 , 28.5)



รูปที่ 3.4 ตำแหน่งจุดศูนย์กลางเรขาคณิต ของหมอนรองรางออกแบบ ในหน่วยมิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. โมดูลัสของหน้าตัด (Section Modulus)

เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงลักษณะทางกายภาพของหน้าตัดในการรับแรงดัด

$$S = \frac{I_x}{c} \quad (3.3)$$

เมื่อ S คือ โมดูลัสหน้าตัด (มิลลิเมตร³)

I_x คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x (มิลลิเมตร⁴)

และ c คือ ระยะเยื้องศูนย์กลาง (มิลลิเมตร)

จากรูปที่ 3.4 จะได้โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x เป็น

$$\begin{aligned} I_x &= (I_1 + A_1 d_1^2) + (I_2 + A_2 d_2^2) + (I_3 + A_3 d_3^2) \\ &= \left[\frac{1}{12} \cdot 47 \cdot 62.5^3 + (47 \cdot 62.5) \left(28.5 - \frac{62.5}{2} \right)^2 \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{36} \cdot \frac{81 - 47}{2} \cdot 62.5^3 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{81 - 47}{2} \cdot 62.5 \right) \left(28.5 - \frac{62.5}{3} \right)^2 \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{36} \cdot \frac{81 - 47}{2} \cdot 62.5^3 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{81 - 47}{2} \cdot 62.5 \right) \left(28.5 - \frac{62.5}{3} \right)^2 \right] \\ I_x &= 1271460.94 \text{ มิลลิเมตร}^4 \approx 1.27 \times 10^6 \text{ มิลลิเมตร}^4 \end{aligned}$$

ดังนั้น โมดูลัสของหน้าตัด

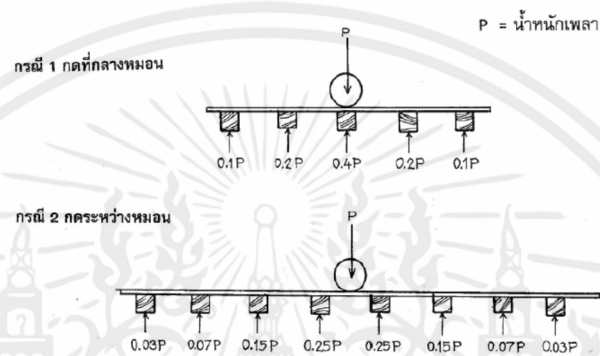
$$\text{ที่ผิวบน, } S_t = \frac{I_x}{c_t} = \frac{1271460.94}{34.0} = 37395.9 \text{ มิลลิเมตร}^3 \approx 37.4 \text{ เซนติเมตร}^3$$

$$\text{และที่ผิวล่าง, } S_b = \frac{I_x}{c_b} = \frac{1271460.94}{28.5} = 44612.7 \text{ มิลลิเมตร}^3 \approx 44.6 \text{ เซนติเมตร}^3$$

3.4 การวิเคราะห์ภาระที่กระทำต่อหมอนรองราง

น้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ, P_d

จากสมการที่ (2.1) – (2.3) และระยะเรียงหมอนที่ได้ คือ 200 มิลลิเมตร ซึ่งไม่เป็นไปตามเงื่อนไขในสมการที่ (2.3) ที่กำหนดให้ระยะเรียงหมอนอยู่ในช่วง 500 - 750 มิลลิเมตร จึงกำหนดค่าปัจจัยการกระจายน้ำหนักบรรทุก, $D = 0.4$ แทน อ้างอิงดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แบบจำลองการกระจายน้ำหนักบรรทุกทุกจากล้อ [4]

จากน้ำหนักของรางที่ 5.98 กิโลกรัม/เมตร [15]

จะได้ น้ำหนักของราง 1 ท่อนที่กระทำต่อหมอน,

$$(5.98)(0.2 \text{ เมตร}) = 1.2 \text{ กิโลกรัม} = 11.8 \text{ นิวตัน}$$

ค่าปัจจัยน้ำหนักบรรทุกพลวัต (Impact Factor),

$$I = 1 + \frac{Vel}{100} \quad (3.4)$$

เมื่อ Vel คือ ความเร็วออกแบบสูงสุด = 15 กิโลเมตร/ชั่วโมง

และ A คือ น้ำหนักกดเพลลา มีขนาดเป็น $\frac{500}{4 \text{ เพลลา}} = 125$ กิโลกรัม

แทนค่า ในสมการที่ (3.4), ได้ $I = 1 + \frac{15}{100} = 1.15$

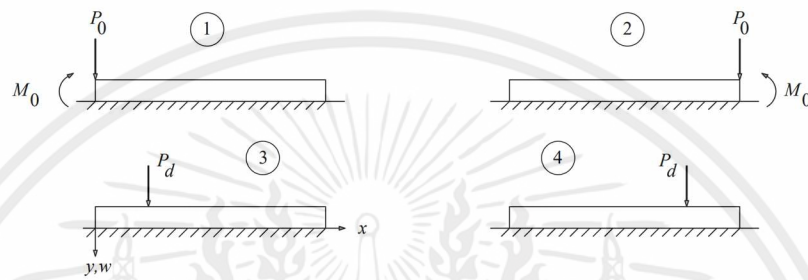
ดังนั้น ขนาดของน้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบต่อหนึ่งพื้นที่รองรับราง,

$$P_d = \frac{DIA}{2} + \text{น้ำหนักราง} = \frac{(0.4)(1.15)(125)(9.81)}{2} + 11.8 = 293.8 \text{ นิวตัน}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5 การวิเคราะห์โมเมนต์ตัดและแรงเฉือนที่กระทำในหมอนรองราง

ในการพิจารณาแผนภาพโมเมนต์ตัดและแรงเฉือนในหมอนรองรางนั้น หนึ่งในวิธีที่เหมาะสมคือ การใช้วิธีทับซ้อน (Superposition Method) พิจารณาแยกแรงจุดที่กระทำสองตำแหน่ง และแรงจุดกับโมเมนต์ที่กระทำในคานกึ่งอนันต์ (Semi - Infinite Beam) บนปลายทั้งสองข้างของหมอนรองราง สามารถแยกการพิจารณาออกได้เป็น 4 ส่วน ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ตำแหน่งของแรงและโมเมนต์ที่กระทำในหมอนรองราง แยกกรณีตามหลักของวิธีทับซ้อน

กำหนดค่าของตัวแปรในการคำนวณ

กำลังรับแรงอัดคอนกรีต, $f'_c = 60 \text{ KSC}$

จากสมการที่ (2.4) ได้ขนาดของมอดุลัสของสภาพยืดหยุ่นของคอนกรีต,

$$E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 117000 \text{ KSC} = 11,500 \text{ เมกะปาสกาล}$$

จากรูปร่างของหมอนรองรางอย่างง่าย

หน้าตัดของหมอนรองรางเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมคางหมู ได้ขนาดความกว้าง,

$$b = \frac{47 + 81}{2} = 64 \text{ มิลลิเมตร}$$

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x,

$$I_x = 1.27 \times 10^6 \text{ มิลลิเมตร}^4$$

หาค่าคงที่, β กำหนดให้ชั้นหินโรยทางเป็นหินเกล็ดที่มีมอดุลัสฐานรากดังตารางที่ 2.8,

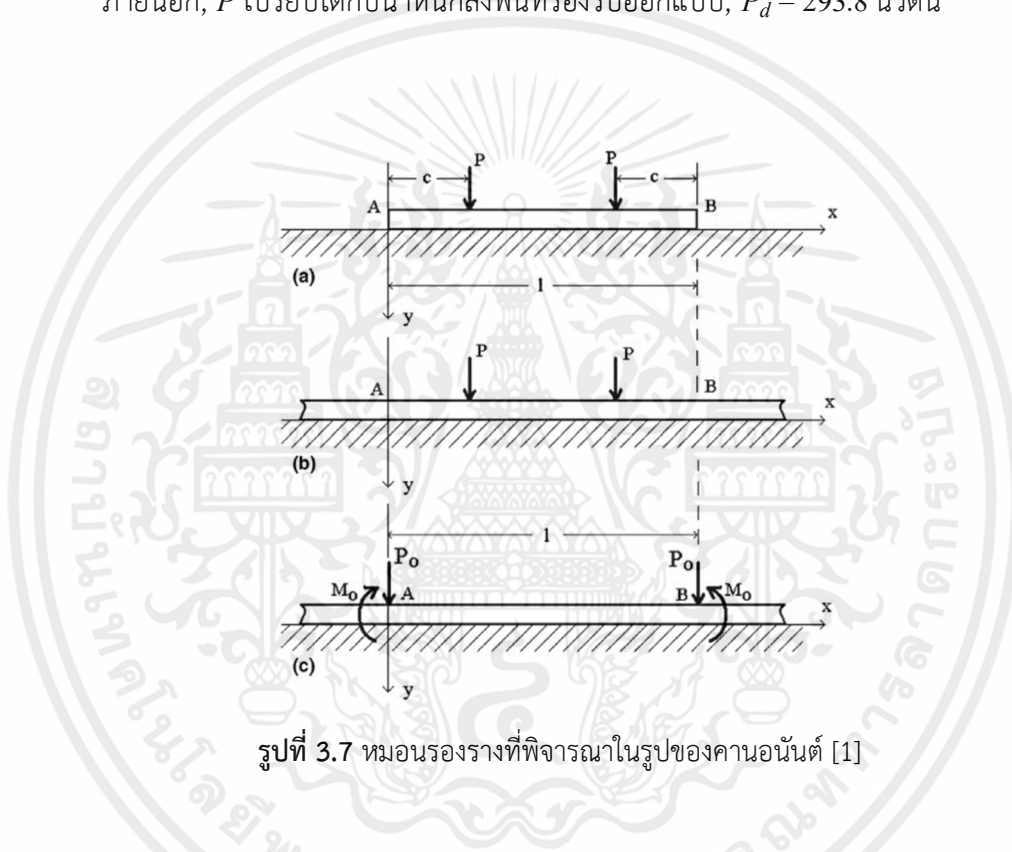
$$k_s = 2 \times 10^6 \text{ กิโลนิวตัน / เมตร}^3 = 2 \text{ นิวตัน / มิลลิเมตร}^3$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k}{4EI_x}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 2}{4 \cdot 11500 \cdot (1.27 \cdot 10^6)}} = 6.84 \times 10^{-3} \text{ มิลลิเมตร}^{-1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- กรณีที่ 1 และ 2

ขนาดของโมเมนต์, M_0 และแรงกระทำที่ปลายหมอนรองราง, P_0 ที่เกิดขึ้นนั้น มีขนาดเท่ากัน ในทั้งกรณีที่ 1 และ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดต่อความยาวของหมอนรองราง มีรูปแบบที่สอดคล้องกันและทิศทางตรงข้ามกัน ซึ่งขนาดของ M_0 และ P_0 สามารถหาได้จากการพิจารณาในรูปของคานอนันต์ [25] ที่กระทำด้วยแรงจุดและโมเมนต์ กำหนดให้จุดกำเนิดอยู่ที่ปลายคานาที่จุด A ดังรูปที่ 3.7 เมื่อ $c = 140$ และ $l = 610$ มิลลิเมตร เปรียบเทียบกับขนาดของโมเมนต์ตัดและแรงเฉือนที่เกิดจากแรงกระทำจากภายนอก ซึ่งแรงกระทำจากภายนอก, P เปรียบได้กับน้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ, $P_d = 293.8$ นิวตัน



รูปที่ 3.7 หมอนรองรางที่พิจารณาในรูปของคานอนันต์ [1]

พิจารณาหาขนาดของ M_0 และ P_0 จากสมดุลของโมเมนต์ตัดและแรงเฉือน จะได้ว่า

$$+\circlearrowleft \sum M_A = M_{(b)} + M_{(c)} = 0 \text{ และ } +\downarrow \sum V = V_{(b)} + V_{(c)} = 0$$

รูปที่ 3.7 (b) : พิจารณาในรูปของคานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด จากสมการที่ (2.43) และ (2.44)

$$M_{(b)} = -\frac{P_d}{4\beta} [C_{\beta x}(l-c) + C_{\beta x}(c)] \quad (3.5)$$

$$V_{(b)} = \frac{P_d}{2} [D_{\beta x}(l-c) + D_{\beta x}(c)] \quad (3.6)$$

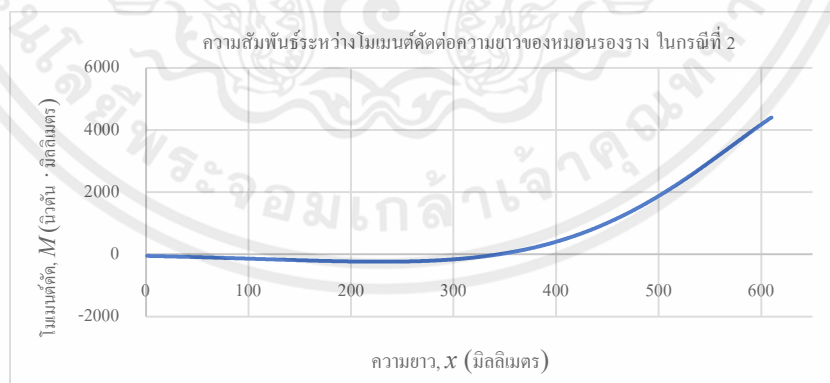
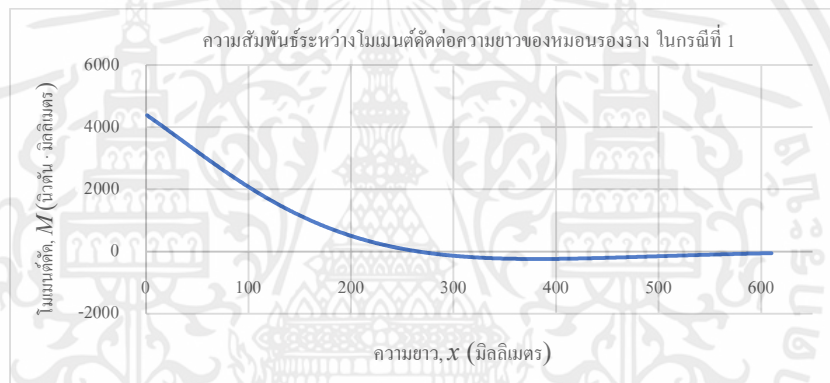
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.7 (c) : พิจารณาในรูปของคานอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุดและโมเมนต์ที่ปลายคาน จากสมการที่ (2.39), (2.40), (2.43) และ (2.44)

$$M_{(c)} = \frac{P_0}{4\beta} [C_{\beta x}(0) + C_{\beta x}(l)] + \frac{M_0}{2} [D_{\beta x}(0) - D_{\beta x}(l)] \quad (3.7)$$

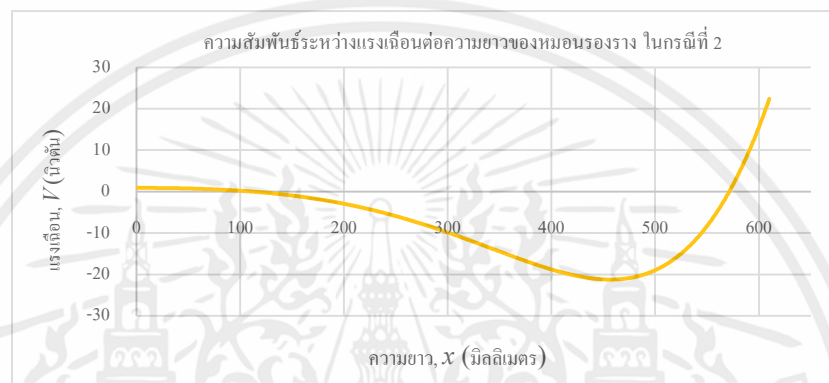
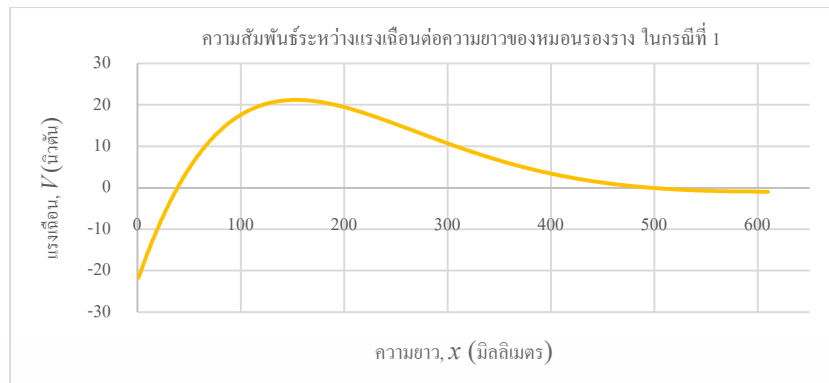
$$V_{(c)} = -\frac{P_0}{2} [D_{\beta x}(0) + D_{\beta x}(l)] - \frac{\beta M_0}{2} [-A_{\beta x}(0) + A_{\beta x}(l)] \quad (3.8)$$

จากสมมูลของโมเมนต์และแรงเฉือน ได้ขนาดของ $M_0 = -4.41 \times 10^3$ นิวตัน · มิลลิเมตร และ $P_0 = 22.4$ นิวตัน แทนค่าที่ได้ในการหาโมเมนต์สำหรับคานกึ่งอนันต์ที่กระทำด้วยแรงจุด ดังสมการที่ (2.35) ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดต่อความยาวในกรณีที่ 1 และ 2 เป็นดังนี้



รูปที่ 3.8 และ 3.9 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดต่อความยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 1 และ 2

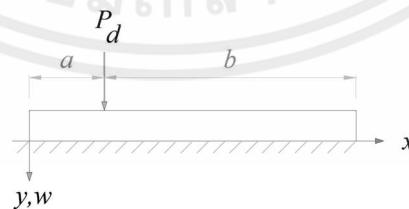
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.10 และ 3.11 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนต่อความยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 1 และ 2

▫ กรณีที่ 3 และ 4

หาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดต่อความยาวของหมอนรองราง ในกรณีที่ 3 และ 4 ในรูปของคานที่มีความยาวจำกัด มีแรงกระทำ คือน้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ, P_d กระทำที่สองจุดบนหมอนรองราง สำหรับกรณีที่ 3 และ 4 ได้ขนาดของ $a = 140$ และ 470 มิลลิเมตร ตามลำดับ กำหนดให้จุดกำเนิดอยู่ที่ปลายของหมอนรองราง ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 ตำแหน่งของน้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบบนหมอนรองราง

จากสมการที่ (2.45) และ (2.46) เปลี่ยนตำแหน่งของจุดกำเนิด ให้สอดคล้องกับรูปที่ 3.12

ได้สมการใหม่ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w_l(x) = e^{\beta x}(c_{1l} \sin \beta x + c_{2l} \cos \beta x) + e^{-\beta x}(c_{3l} \sin \beta x + c_{4l} \cos \beta x) \quad \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq a \quad (3.9)$$

$$w_r(x) = e^{\beta x}(c_{1r} \sin \beta x + c_{2r} \cos \beta x) + e^{-\beta x}(c_{3r} \sin \beta x + c_{4r} \cos \beta x) \quad \text{เมื่อ } a \leq x \leq b \quad (3.10)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (3.9) และ (3.10)

$$w_l'(x) = \beta \{e^{\beta x}[(X+Y)c_{1l} + (X-Y)c_{2l}] + e^{-\beta x}[(X-Y)c_{3l} + (-X-Y)c_{4l}]\} \quad (3.11)$$

$$w_r'(x) = \beta \{e^{\beta x}[(X+Y)c_{1r} + (X-Y)c_{2r}] + e^{-\beta x}[(X-Y)c_{3r} + (-X-Y)c_{4r}]\} \quad (3.12)$$

$$w_l''(x) = 2\beta^2 [e^{\beta x}(Xc_{1l} - Yc_{2l}) + e^{-\beta x}(-Xc_{3l} + Yc_{4l})] \quad (3.13)$$

$$w_r''(x) = 2\beta^2 [e^{\beta x}(Xc_{1r} - Yc_{2r}) + e^{-\beta x}(-Xc_{3r} + Yc_{4r})] \quad (3.14)$$

$$w_l^{(3)}(x) = 2\beta^3 \{e^{\beta x}[(X-Y)c_{1l} + (-X-Y)c_{2l}] + e^{-\beta x}[(X+Y)c_{3l} + (X-Y)c_{4l}]\} \quad (3.15)$$

$$w_r^{(3)}(x) = 2\beta^3 \{e^{\beta x}[(X-Y)c_{1r} + (-X-Y)c_{2r}] + e^{-\beta x}[(X+Y)c_{3r} + (X-Y)c_{4r}]\} \quad (3.16)$$

เมื่อ $X = \cos \beta x$ และ $Y = \sin \beta x$ นำสมการที่ (3.11) – (3.16) เปรียบเทียบกับเงื่อนไขขอบเขตเพื่อหาค่าคงที่ โดยเงื่อนไขขอบเขตมีการเปลี่ยนแปลง เนื่องจากตำแหน่งของจุดกำเนิดเปลี่ยนจากจุดที่แรงกระทำ ดังรูปที่ 2.18 เป็นที่ตำแหน่งปลายของหมอนรองราง ดังรูปที่ 3.12 ได้เงื่อนไขขอบเขตดังนี้

$$w_l''(0) = w_r''(a+b) = 0 \quad w_l(a) = w_r(a) \quad w_l'''(a) = w_r'''(a)$$

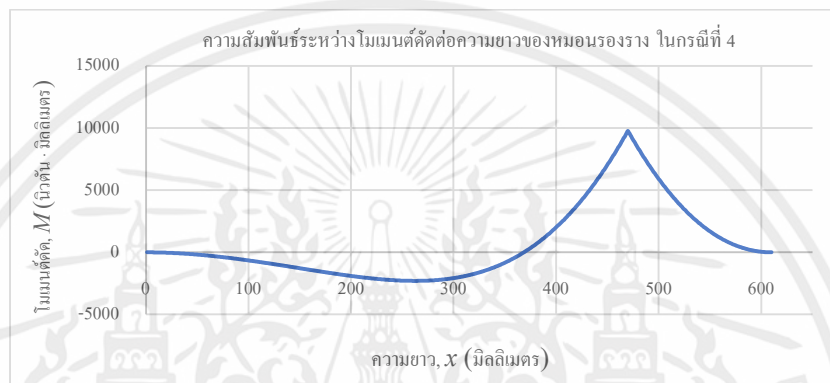
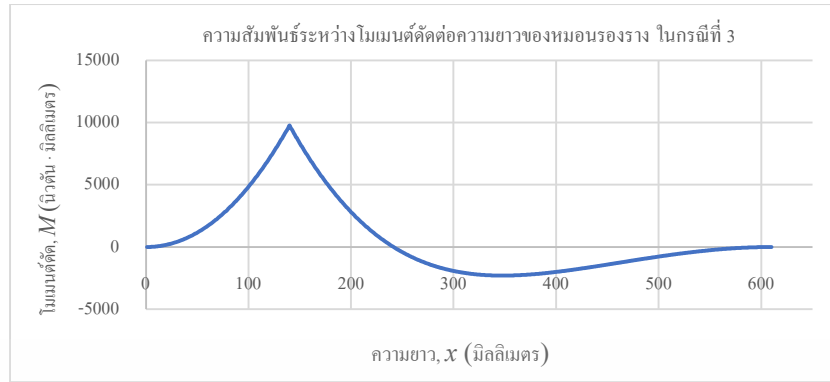
$$w_l^{(3)}(0) = w_r^{(3)}(a+b) = 0 \quad w_l'(a) = w_r'(a) \quad w_l^{(3)}(a) = w_r^{(3)}(a) - \frac{Pd}{EI}$$

สำหรับ $a = 140, b = 470$ มิลลิเมตร ในกรณีที่ 3 และ $a = 470, b = 140$ มิลลิเมตร ในกรณีที่ 4 ได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

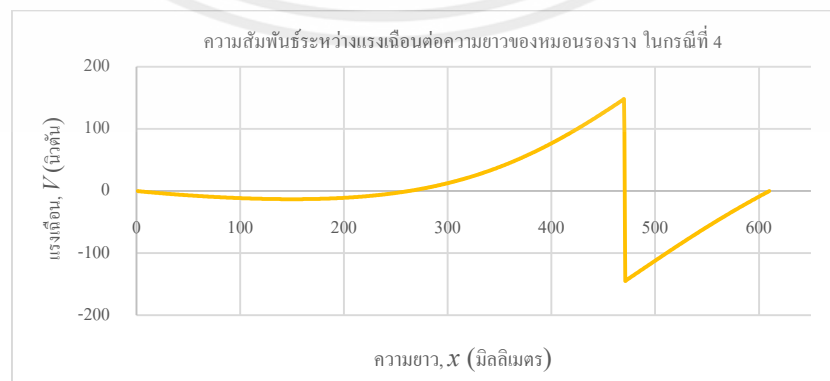
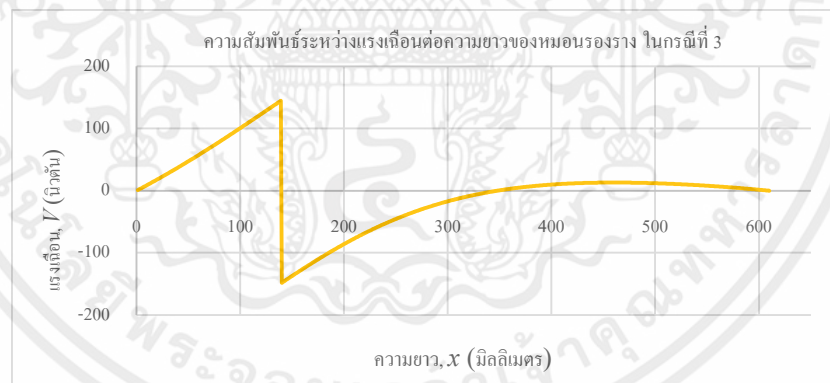
ตารางที่ 3.2 ขนาดของค่าคงที่ปริพันธ์สำหรับกรณีที่ 3 และ 4

กรณีที่ 3		กรณีที่ 4	
$c_{1l} = 7.46 \times 10^{-4}$	$c_{1r} = 1.38 \times 10^{-5}$	$c_{1l} = 2.60 \times 10^{-4}$	$c_{1r} = -2.99 \times 10^{-5}$
$c_{2l} = 4.20 \times 10^{-3}$	$c_{2r} = 3.56 \times 10^{-6}$	$c_{2l} = -3.69 \times 10^{-4}$	$c_{2r} = -3.12 \times 10^{-5}$
$c_{3l} = 7.46 \times 10^{-4}$	$c_{3r} = 2.93 \times 10^{-2}$	$c_{3l} = 2.60 \times 10^{-4}$	$c_{3r} = -2.10 \times 10^{-1}$
$c_{4l} = 2.71 \times 10^{-3}$	$c_{4r} = -2.27 \times 10^{-3}$	$c_{4l} = -8.90 \times 10^{-4}$	$c_{4r} = -1.82 \times 10^{-1}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



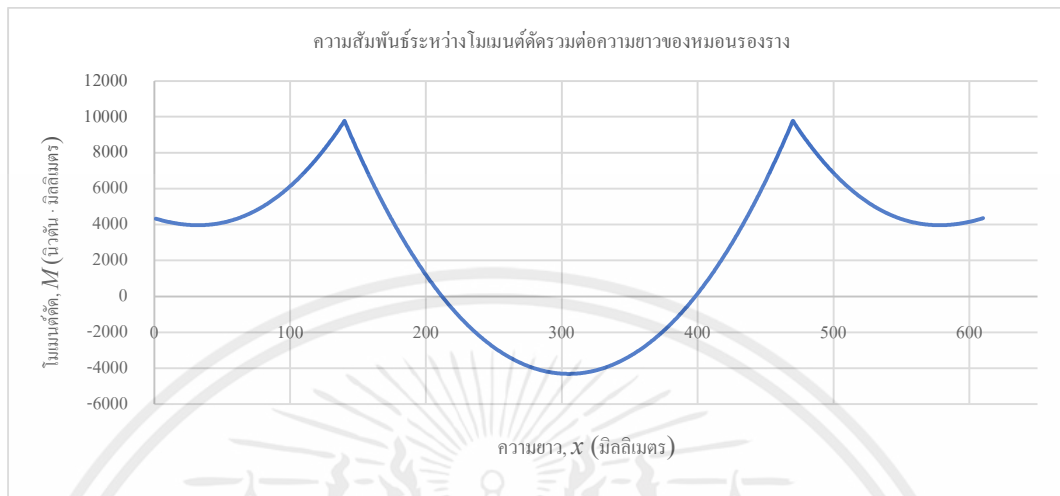
รูปที่ 3.13 และ 3.14 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ตัดต่อความยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 3 และ 4



รูปที่ 3.15 และ 3.16 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนต่อความยาวของหมอนรองรางในกรณีที่ 3 และ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

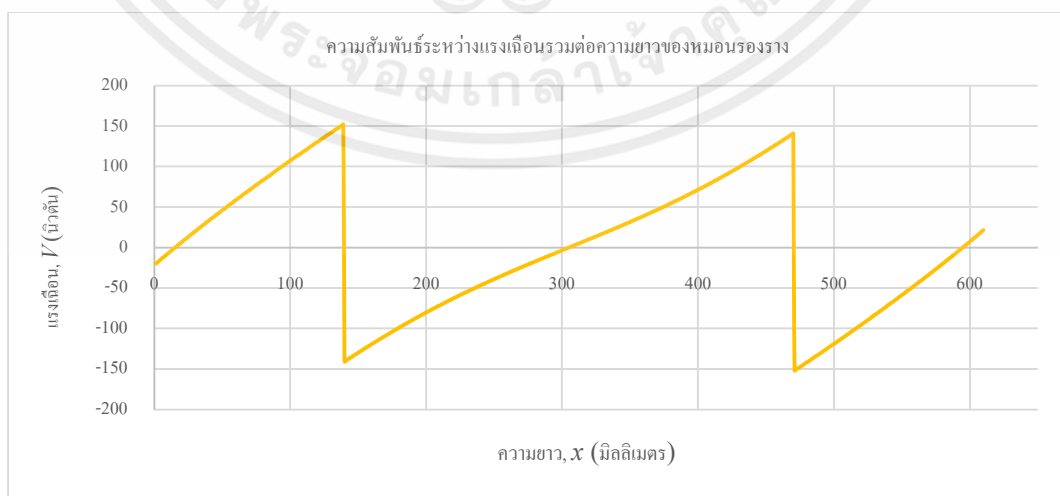
จากวิธีที่ซับซ้อน ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดรวมต่อความยาว เป็นผลรวมของความสัมพันธ์ทั้ง 4 กรณี ได้ความสัมพันธ์ดังกล่าวดังรูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดรวมต่อความยาวของหมอนรองราง

จากความสัมพันธ์รูปที่ 3.17 ขนาดของโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ตำแหน่ง $x = 140$ และ 470 มิลลิเมตร หรือตำแหน่งที่น้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ, P_d กระทำต่อหมอนรองราง ขนาดเป็น $M_{max,R} = 9,780$ นิวตัน · มิลลิเมตร และขนาดของโมเมนต์ดัดต่ำสุดที่ตำแหน่ง $x = 305$ มิลลิเมตร หรือกึ่งกลางของหมอนรองราง ขนาดเป็น $M_{min,C} = -4,310$ นิวตัน · มิลลิเมตร

ในทำนองเดียวกัน เมื่อแทนค่าในการหาความสัมพันธ์ทั้ง 4 กรณีในสมการของแรงเฉือน จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนรวมต่อความยาวของหมอนรองราง $V_{max} = 152$ นิวตัน ดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนรวมต่อความยาวของหมอนรองราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.6 การหาค่าความเค้นที่ยอมรับได้ ในรูปแบบของหมอนคอนกรีตอัดแรง

จากการหาขนาดของโมเมนต์ดัดในหัวข้อที่ 3.5 ได้ขนาดของความเค้นที่เกิดขึ้นในหมอนคอนกรีต ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในหมอนรองรางคอนกรีตออกแบบ

ความเค้นที่เกิดขึ้นในหมอนคอนกรีต	ที่ผิวด้านบนของหมอน (เมกะปาสกาล)	ที่ผิวด้านล่างของหมอน (เมกะปาสกาล)
ภายใต้โมเมนต์ดัดสูงสุดที่พื้นที่รองรับราง	$\sigma_{t,R} = \frac{M_{max,R}}{S_t} = 0.26$	$\sigma_{b,R} = \frac{M_{max,R}}{S_b} = 0.22$
ภายใต้โมเมนต์ดัดต่ำสุดที่กึ่งกลางหมอน	$\sigma_{t,C} = \frac{M_{min,C}}{S_t} = -0.12$	$\sigma_{b,C} = \frac{M_{min,C}}{S_b} = -0.10$

3. ความเค้นที่ยอมให้ในหมอนคอนกรีต จากตารางที่ 2.2

เลือกพิจารณาคอนกรีตกำลังรับแรงอัด, $f'_c = 60$ KSC หรือรับแรงได้ 60 กิโลกรัม/ตารางเซนติเมตร ในแนวตั้ง ซึ่งเหมาะสำหรับโครงสร้างขนาดเล็กที่ไม่รับแรงกดมาก และ 1 เมกะปาสกาล = 0.0980665 KSC

จาก ความเค้นอัดในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน, $F_{cw} = 0.45 \cdot f'_c$ เมกะปาสกาล

และ ความเค้นดึงในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน, $F_{tw} = -0.5 \cdot \sqrt{f'_c}$ เมกะปาสกาล

ตารางที่ 3.4 ความเค้นในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งานสำหรับหมอนคอนกรีตอัดแรง

กำลังรับแรงอัด, f'_c (KSC)	กำลังรับแรงอัด, f'_c (เมกะปาสกาล)	ความเค้นในคอนกรีตที่ยอมให้ขณะใช้งาน (เมกะปาสกาล)	
		ความเค้นอัด	ความเค้นดึง
60	5.88	2.65	-1.21

ดังนั้น ความเค้นที่เกิดขึ้นทั้งหมด ไม่เกินกว่าขนาดของความเค้นที่ยอมให้ขณะใช้งาน

3.7 การคำนวณการออกแบบหมอนรองราง ในรูปของคานเสริมเหล็ก

จากหัวข้อที่ 2.3.3

1. เลือกคุณสมบัติของวัสดุ

กำลังรับแรงอัดคอนกรีต, $f'_c = 60 \text{ KSC}$

แรงดึงครากขั้นต่ำของเหล็กเส้นกลม SS400, $f_y = 2,190 \text{ KSC}$

จากหน้าตัดของหมอนรองรางเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู พิจารณาให้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะได้ความกว้าง,

$$b = \frac{47+81}{2} = 64 \text{ มิลลิเมตร} = 6.4 \text{ เซนติเมตร}$$

จะได้ โมดูลัสของเหล็กเสริม (ตารางที่ 2.6), $E_s = 2.04 \cdot 10^6 \text{ KSC}$

โมดูลัสของสภาพยืดหยุ่นของคอนกรีต, $E_c = 15100 \sqrt{f'_c} = 1.17 \times 10^5 \text{ KSC}$

ความเค้นอัดของคอนกรีต, $f_c = 0.45 f'_c = 27 \text{ KSC} = 2.65 \text{ MPa}$

และ ความเค้นดึงของเหล็กเสริม, $f_s = 0.5 f_y = 1,095 \text{ KSC} = 107 \text{ MPa}$

2. ค่าคงที่สำหรับการออกแบบ,

จากสมการที่ (2.5) – (2.7),

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.04 \cdot 10^6}{1.17 \cdot 10^5} = 17.4$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{f_s}{n \cdot f_c}} = \frac{1}{1 + \frac{1095}{(17.4)(27)}} = 0.30$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.30}{3} = 0.90$$

$$\text{และ } R = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot k \cdot j = \frac{1}{2} (27)(0.30)(0.90) = 3.65 \text{ KSC} = 0.36 \text{ MPa}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ตรวจสอบขนาดหน้าตัดที่เหมาะสม

3.1 ค่าความลึกประสิทธิผลที่ต้องการ, d

คานทั่วไปจะมีระยะ $Z \geq 40$ มิลลิเมตร ในกรณีที่ใช้งานในกลางแจ้ง

เมื่อ Z คือ ระยะตั้งแต่ผิวของคอนกรีตถึงเหล็กเสริม

ลดขนาดโดยใช้ $\phi = 3.28$ จะได้ $Z_m = \frac{40}{\phi} \approx 12$ มิลลิเมตร

ดังนั้น ความลึกประสิทธิผลของคาน, $d = 62.5 - 12 = 50.5$ มิลลิเมตร

ความลึกประสิทธิผลของคาน (d) ที่ต้องการ,

$$d = \sqrt{\frac{M_{max}}{R \cdot b}} = \sqrt{\frac{9780}{(0.36)(64)}} = 20.7 \text{ มิลลิเมตร}$$

ดังนั้น $d_{\text{ต้องการ}} < d$ เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด

3.2 โมเมนต์ที่ต้านทานโดยคอนกรีต,

$$M_c = Rbd^2 \quad (3.17)$$

จะได้ $M_c = (0.36)(64)(50.5^2) = 5.84 \times 10^4$ นิวตัน · มิลลิเมตร

และ $M_{max} = 9,780$ นิวตัน · มิลลิเมตร

ดังนั้น $M_c > M_{max}$ ขนาดหน้าตัดของคานเหมาะสม

4. พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริม,

$$A_s = \frac{M_{max}}{f_s \cdot j \cdot d} = \frac{9780}{(107)(0.90)(50.5)} = 2.01 \text{ ตารางมิลลิเมตร}$$

จะได้ว่า ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเหล็กเสริม ต้องไม่น้อยกว่า

$$d = \sqrt{\frac{2.01 \cdot 4}{\pi}} = 1.60 \text{ มิลลิเมตร}$$

เลือกใช้เหล็กเส้นกลมขนาดเล็กที่สุด คือ 1 หุน ($1/8$ นิ้ว) หรือ 3.175 มิลลิเมตร

สำหรับชั้นคุณภาพ SS400

$$A_s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (3.175)^2}{4} = 7.92 \text{ ตารางมิลลิเมตร}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถต้านทานโมเมนต์สูงสุดได้

$$M_s = f_s \cdot A_s \cdot j \cdot d = (107)(7.92)(0.90)(50.5)$$

$$\therefore M_s = 3.85 \times 10^4 \text{ นิวตัน} \cdot \text{มิลลิเมตร}$$

ดังนั้น $M_s < M_c$ เป็นการเสริมเหล็กต่ำกว่าสมดุล (Under Reinforced)

5. ตรวจสอบปริมาณเหล็กเสริมต่ำสุด

ปริมาณเหล็กขั้นต่ำ,

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{2190} = 6.39 \times 10^{-3}$$

อัตราส่วนพื้นที่หน้าตัดของเหล็กต่อพื้นที่หน้าตัดของคาน,

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{7.92}{(64)(50.5)} = 2.45 \times 10^{-3}$$

ดังนั้น $\rho > \rho_{min}$ หรืออาจเกิดการวิบัติเฉียบพลันเมื่อเกิดการแตกร้าวด้านรับแรงดึง

6. แรงเฉือนที่เกิดขึ้นในคาน,

$$V = V_c + V' \quad (3.18)$$

จากขนาดของแรงเฉือนสูงสุด, $V_{max} = 152 \text{ นิวตัน} = 15.5 \text{ กิโลกรัม}$

และจากสมการที่ (2.10), แรงเฉือนสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานต้องไม่เกินกว่า

$$(1.32 \sqrt{f'_c}) \cdot (b \cdot d) = (1.32 \cdot \sqrt{60}) (6.4)(5.05) = 330 \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{และ } V_c = 0.29 \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = (0.29)(\sqrt{60})(6.4)(5.05)$$

$$\therefore V_c = 72.6 \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{ดังนั้น } V_{max} < (1.32 \sqrt{f'_c}) \cdot (b \cdot d) \quad \text{และ} \quad V_{max} < V_c$$

หรือกล่าวได้ว่า คานคอนกรีตมีขนาดใหญ่มากพอที่จะรองรับแรงเฉือนได้

3.8 การพิจารณาลดปริมาตรของหมอนรองราง จากความเค้นดัดที่เกิดขึ้น

จากรูปร่างหมอนรองรางที่ลดขนาดมาจากความกว้างทาง 1 เมตร ดังรูปที่ 3.3 รวมถึงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดต่อความยาว เปรียบเทียบกับกำลังรับแรงดิ่งของคอนกรีต เพื่อหาความสัมพันธ์ของความสูง r ต่อความยาว x ของหมอนรองราง โดยจำเป็นที่ต้องทำการแบ่งช่วงความยาวของหมอนรองราง อ้างอิงจากความยาวของพื้นที่รองรับราง ซึ่งสามารถหาได้จากความกว้างของฐานราง และระยะที่เผื่อไว้สำหรับการติดตั้งเครื่องยึดเหนี่ยวราง จึงพิจารณาหาขนาดสลักเกลียว ดังนี้

เลือกขนาดของสลักเกลียว โดยพิจารณาแรงถอนออกของวัสดุฝังยึด จากค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่เหมาะสมของสลักเกลียวเป็น 8.5 [19] และมาตรฐานการทดสอบส่วนประกอบของโครงสร้างทางในเครื่องยึดเหนี่ยวราง ในตารางที่ 2.3 กำหนดให้มีขนาดไม่น้อยกว่า 60 กิโลนิวตัน เมื่อพิจารณาให้สอดคล้องกับขนาดความกว้างทางขนาด 12 นิ้ว ได้ขนาดของแรงถอนออกเป็น

$$\frac{60000}{\phi^4} = \frac{60000}{3.28^4} = 518 \text{ นิวตัน}$$

ตารางที่ 3.5 เปรียบเทียบเกรดของสลักเกลียวที่ใช้

เกรดตามมาตรฐาน DIN 933	4.8	8.8
กำลังรับแรงดิ่ง (เมกะปาสกาล)	400	800
กำลังระบุ, Proof Strength (เมกะปาสกาล)	310	580
ความเค้นที่เกิดขึ้น (เมกะปาสกาล)	$400/8.5 = 47.1$	$600/8.5 = 70.6$
พื้นที่หน้าตัดที่ใช้งานได้, A_t (มิลลิเมตร ²)	$518/47.1 = 11.0$	$518/70.6 = 7.34$
เส้นผ่านศูนย์กลางขั้นต่ำ (มิลลิเมตร)	5	4

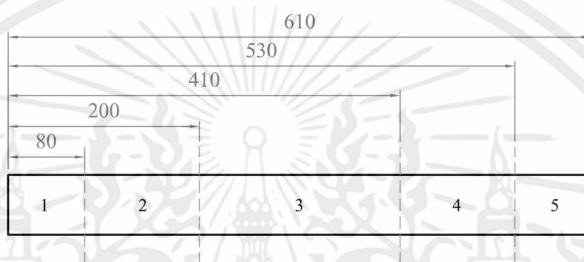
ตารางที่ 3.6 พิกัดและพื้นที่หน้าตัดที่ใช้งานได้ของสลักเกลียว ในหน่วยเมตริก

Nominal Major Diameter d mm	Coarse-Pitch Series			Fine-Pitch Series		
	Pitch p mm	Tensile-Stress Area A_t mm ²	Minor-Diameter Area A_s mm ²	Pitch p mm	Tensile-Stress Area A_t mm ²	Minor-Diameter Area A_s mm ²
1.6	0.35	1.27	1.07			
2	0.40	2.07	1.79			
2.5	0.45	3.39	2.98			
3	0.5	5.03	4.47			
3.5	0.6	6.78	6.00			
4	0.7	8.78	7.75			
5	0.8	14.2	12.7			
6	1	20.1	17.9			
8	1.25	36.6	32.8	1	39.2	36.0
10	1.5	58.0	52.3	1.25	61.2	56.3
12	1.75	84.3	76.3	1.25	92.1	86.0

ดังนั้น กำหนดสลักเกลียวเป็นเกรด 8.8 ขนาด M4 เนื่องจากขนาดที่เล็กกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความกว้างของฐานรางที่ 50.8 มิลลิเมตร และสลักเกลียวขนาด M4 ต้องใช้รูเจาะในการติดตั้งเป็น 4.5 มิลลิเมตร ซึ่งรูเจาะต้องมีระยะห่างจากขอบและระยะห่างระหว่างรูเจาะไม่น้อยกว่า 5 และ 10 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูเจาะ เพื่อป้องกันความเสียหายรูปกรวย (Cone of Concrete Failure) [24] รวมถึงขนาดของสลักเกลียว และการติดตั้งเครื่องยึดเหนี่ยวราง จึงต้องมีการเผื่อความยาวออกไป จึงกำหนดให้ความยาวของพื้นที่รองรับรางเป็น 120 มิลลิเมตร หรือตำแหน่งของพื้นที่รองรับรางอยู่ที่ช่วงความยาว $x = 80$ ถึง $x = 200$ มิลลิเมตร และ $x = 410$ ถึง $x = 530$ มิลลิเมตร ดังรูปที่ 3.19



รูปที่ 3.19 ช่วงความยาวของหมอนรองรางที่ใช้ในการพิจารณา ในหน่วยมิลลิเมตร

หาค่าความสูงมากที่สุด, t_{max} โดยพิจารณาจากระยะห่างจากขอบของสลักเกลียวดังที่กล่าวในข้างต้น ที่ต้องเผื่อระยะจากขอบเป็น $(4.5)(5) = 22.5$ มิลลิเมตร รวมไปถึงหน้าตัดของหมอนรองราง ดังรูปที่ 3.20 และความสัมพันธ์ของความกว้างส่วนบนต่อความสูงของหมอนรองราง สามารถหาความกว้างเฉลี่ยของหมอนรองราง เมื่อกำหนดให้ความลึกของสลักเกลียวระยะเป็น $t/3$ จากผิวด้านบนของหมอนรองราง ซึ่งสามารถหาความสูงมากที่สุด, t_{max} ได้ดังนี้

$$\frac{w + w'}{2} = (22.5)(2)$$

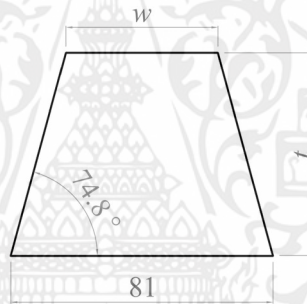
$$\frac{(81 - 0.544 t_{max}) + \left[81 - 0.544 \left(t_{max} - \frac{t_{max}}{3}\right)\right]}{2} = 45$$

ดังนั้น $t_{max} = 79.4$ มิลลิเมตร

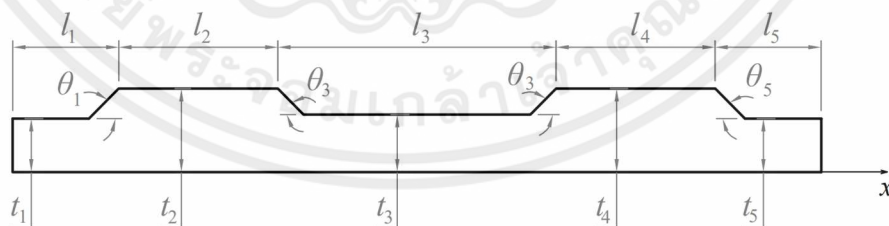
สามารถกำหนดสมการวัตถุประสงค์ ข้อจำกัด ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาและรูปร่างหน้าตัดของหมอนรองราง ดังนี้

ตารางที่ 3.7 สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองราง

Objective	$\min: Vol(t_1, t_3)$
Subjected to	$t_{min} \leq t_1 \leq t_{max}; \quad \sigma_b = \frac{M_{x=0}}{S_b} = \frac{f_t'}{S.F.}$
	$t_{min} \leq t_3 \leq t_{max}; \quad \sigma_t = \frac{M_{x=305}}{S_t} = \frac{f_t'}{S.F.}$
Constraint	$t_2 = t_4 = 62.5$ มิลลิเมตร
	$\theta_1 = \theta_3 = \theta_5 = 45^\circ$ อ้างอิงตั้งงานวิจัย [2]
	$t_{min} = 27.175 \approx 27.2$ มิลลิเมตร ระยะผิวคอนกรีตถึงผิวเหล็กเส้น จากการคำนวณ ออกแบบคานเสริมเหล็ก และ $t_{max} = 79.4$ มิลลิเมตร



รูปที่ 3.20 หน้าตัดของหมอนรองรางที่ใช้พิจารณาความสูง ในหน่วยมิลลิเมตร



รูปที่ 3.21 รูปร่างของหมอนรองรางในมุมมองด้านข้าง ที่ใช้พิจารณาลดปริมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

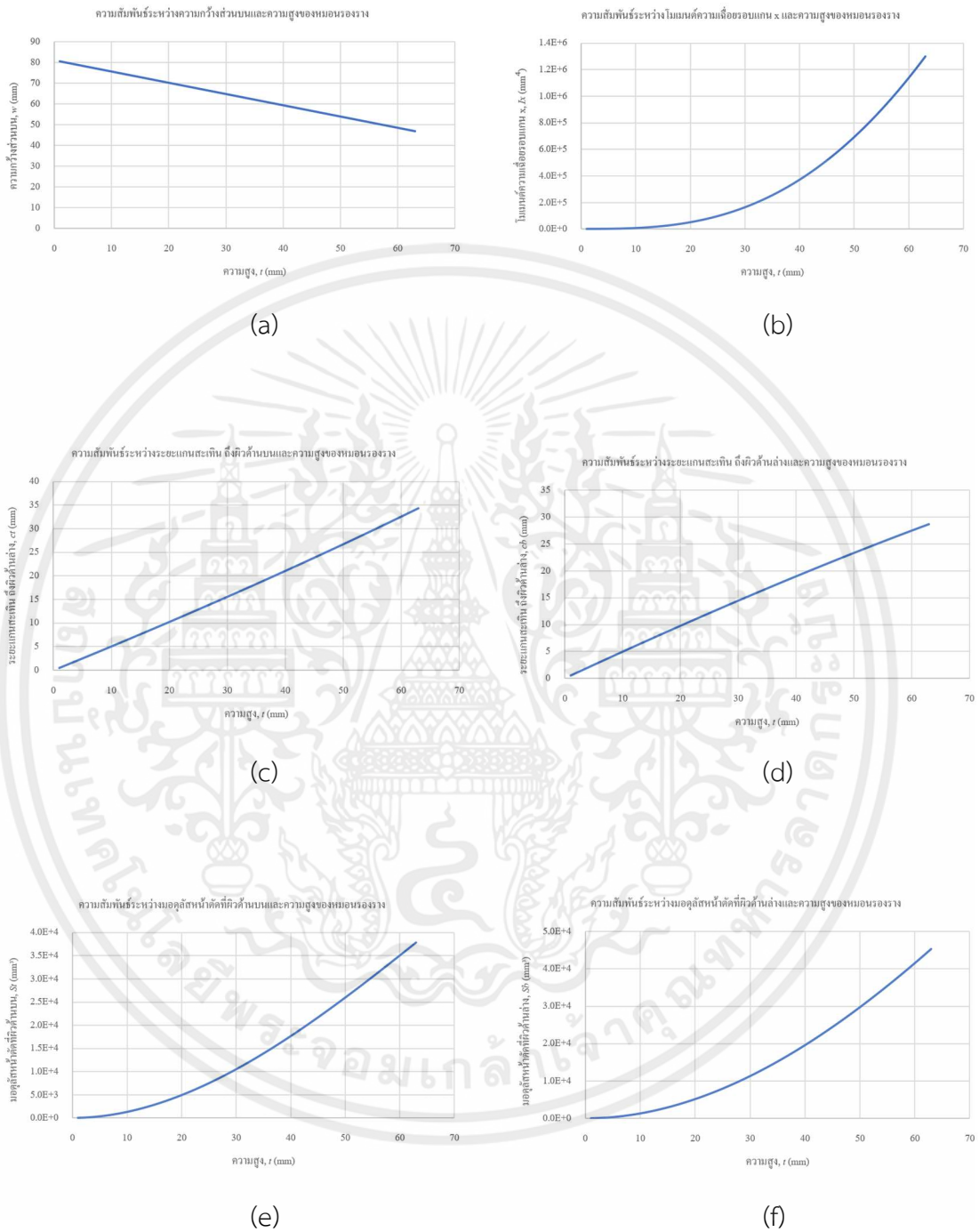
ตารางที่ 3.8 ตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองราง

t	ความสูงของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	โดยที่ ช่วง $l_1 : t = t_1$ และช่วง $l_3 : t = t_3$
x	ระยะของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	

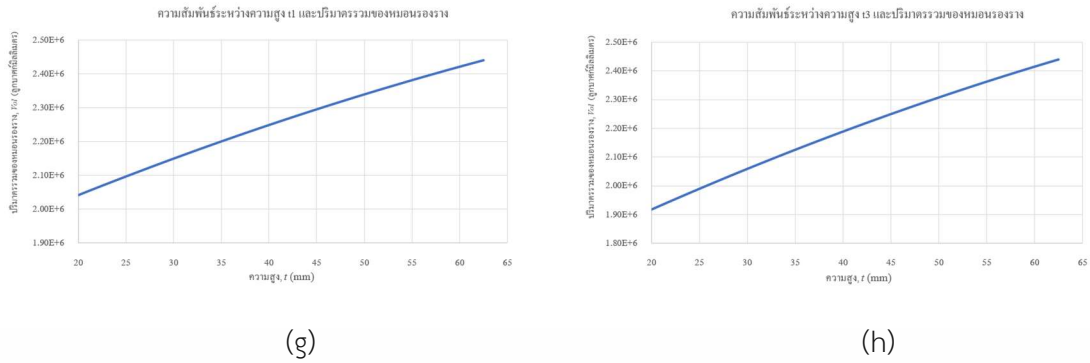
ตารางที่ 3.9 ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูงสำหรับหมอนรองราง

	ปริมาตรรวมของหมอนรองราง (มิลลิเมตร ³)	
	$Vol = Vol(t_1, t_3) = 2 \cdot (Vol_1 + Vol_2 + Vol_3) + 2 \cdot (Vol_{ex})$	
Vol	เมื่อ $Vol_1 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_1) + 81 \right) \cdot t_1 \right] \cdot l_1$, $Vol_2 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_2) + 81 \right) \cdot t_2 \right] \cdot l_2$ $Vol_3 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_3) + 81 \right) \cdot t_3 \right] \cdot \frac{l_3}{2}$ และ $Vol_{ex} = Vol_{ex,1} + Vol_{ex,3}$	
	โดยที่ $Vol_{ex,1} = \left\{ \left[\frac{1}{2} \cdot (t_2 - t_1)^2 \cdot w(t_2) \right] + \left[\frac{1}{3} \cdot (w(t_1) - w(t_2)) \cdot (t_2 - t_1)^2 \right] \right\} \cdot \frac{1}{\tan \theta_1}$	
	และ $Vol_{ex,3} = \left\{ \left[\frac{1}{2} \cdot (t_2 - t_3)^2 \cdot w(t_2) \right] + \left[\frac{1}{3} \cdot (w(t_3) - w(t_2)) \cdot (t_2 - t_3)^2 \right] \right\} \cdot \frac{1}{\tan \theta_3}$	
σ_b	ความเค้นดัดที่ผิวด้านล่าง (เมกะปาสกาล)	
σ_t	ความเค้นดัดที่ผิวด้านบน (เมกะปาสกาล)	
M	โมเมนต์ดัด ณ ตำแหน่งความยาว x ใด ๆ (นิวตัน · มิลลิเมตร) โดยที่ $M = M(x)$ ดังรูปที่ 3.17	
$S.F.$	ค่าตัวประกอบความปลอดภัย ที่เทียบจากความเค้นดัด พิจารณาจากพื้นที่รองรับราง	
f_t'	กำลังรับแรงดึงของคอนกรีต (เมกะปาสกาล)	$f_t' = 0.1 \cdot f_c'$
f_c'	กำลังรับแรงอัดของคอนกรีตรูปทรงกระบอก กำหนดเป็น 60 KSC	
S_b	มอดุลัสหน้าตัดที่ผิวด้านล่าง (มิลลิเมตร ³)	$S_b = S_b(t) = I_x / c_b$
S_t	มอดุลัสหน้าตัดที่ผิวด้านบน (มิลลิเมตร ³)	$S_t = S_t(t) = I_x / c_t$
I_x	โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร ⁴) [23]	$I_x = I_x(t) = \frac{t^3 \cdot (w^2 + 4 \cdot w \cdot 81 + 81^2)}{36 \cdot (w + 81)}$
c_b	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านล่าง (มิลลิเมตร) [23]	$c_b = c_b(t) = \frac{t}{3} \cdot \frac{2w + 81}{w + 81}$
c_t	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านบน (มิลลิเมตร)	$c_t = c_t(t) = t - c_b$
w	ความกว้างส่วนบน ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร)	$w = w(t) = 81 - 0.544 \cdot t$
l	ช่วงในหมอนรองราง (มิลลิเมตร) ดังรูปที่ 3.19	
θ	มุมที่ปลายฐานพื้นที่รองรับราง กำหนดเป็น 45 องศา	

ได้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณา ดังรูปที่ 3.22



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.22 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาหาความสูง

- ความสัมพันธ์ระหว่างความกว้างส่วนบนและความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x และความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านบนและความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านล่างและความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างมอดุลัสหน้าตัดที่ผิวด้านบนและความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างมอดุลัสหน้าตัดที่ผิวด้านล่างและความสูง
- ความสัมพันธ์ระหว่างความสูง, t_1 และปริมาตรรวมของหมอนรองราง
- ความสัมพันธ์ระหว่างความสูง, t_3 และปริมาตรรวมของหมอนรองราง

จากกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต 60 KSC และคอนกรีตรับแรงดึงได้น้อยกว่าแรงอัด จึงพิจารณากำลังรับแรงดึงของคอนกรีตที่มีค่าประมาณร้อยละ 10 ของกำลังรับแรงอัด เพื่อให้สอดคล้องกับทั้งสองกรณี กำหนดความสูงของพื้นที่รองรับรางคงที่ หรือ $t_2 = t_4 = 62.5$ มิลลิเมตร ซึ่งมีด้านรับแรงดึง คือผิวด้านล่าง พิจารณาความเค้นดัดที่ผิวด้านล่าง ดังหัวข้อที่ 3.6 ได้ขนาด $\sigma_{b, t_2} = \sigma_{b, t_4} = 0.22$ เมกะปาสกาล เทียบกับกำลังรับแรงดึง, $f_t' = 0.59$ เมกะปาสกาล ได้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยเมื่อเทียบจากความเค้นดัดเป็น 2.68

ใช้ฟังก์ชัน Goal Seek ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาความสูงของหมอนรองรางที่เป็นไปตามวัตถุประสงค์ โดยกำหนดวัตถุประสงค์ให้ผลต่างของความเค้นดัดที่เกิดขึ้น กับอัตราส่วนของกำลังรับแรงดึงของคอนกรีตและค่าตัวประกอบความปลอดภัย มีค่าคู่เข้าใกล้ศูนย์ เลือกพิจารณาโมเมนต์ดัด, $M_x = 0$ และ $M_x = 305$ เนื่องจากเป็นขนาดของโมเมนต์ดัดที่มากที่สุด ในช่วงนั้น ๆ

```

(General) Goal_Sseek_Range_SingleGoal
Sub Goal_Sseek_Range_SingleGoal()
Dim x As Integer
For x = 3 To 612
Cells(x, "I").GoalSeek Goal:=Cells(2, "I"), ChangingCell:=Cells(x, "D")
Next x
End Sub

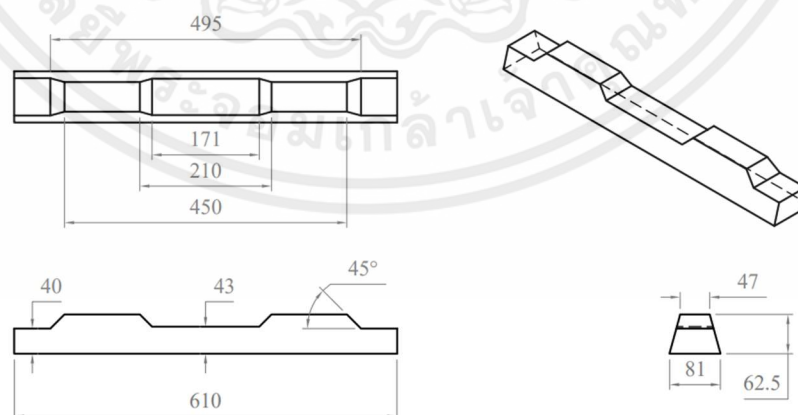
```

รูปที่ 3.23 การตั้งค่าในฟังก์ชัน Goal Seek เพื่อปรับค่าความสูง, t

จากรูปที่ 3.23 กำหนดตัวแปร x เพื่อเป็นช่วงในการพิจารณาความสูงหมอนรองรางตลอดความยาวทุก ๆ 1 มิลลิเมตร ที่ขึ้นกับโมเมนต์ดัดจากรูปที่ 3.19 โดยกำหนดวัตถุประสงคในฟังก์ชัน Goal Seek โปรแกรม Microsoft Excel ในเซลล์ I2 เป็นศูนย์ และให้ผลต่างของความเค้นดัดที่เกิดขึ้นกับอัตราส่วนของกำลังรับแรงดิ่งของคอนกรีตและค่าตัวประกอบความปลอดภัย มีค่าลู่เข้าใกล้ศูนย์ หรือ $\frac{M}{S} - \frac{f_t'}{S.F.} = 0$ ในหลัก I โดยเปลี่ยนค่าความสูง, t ในหลัก D (ChangingCell) ตลอดทั้งความยาวของหมอนรองราง และจะหยุดการปรับค่า เมื่อวัตถุประสงคในหลัก I ตรงกับวัตถุประสงคที่ I2 ซึ่งค่าความสูงที่ใช้ จะเป็นตำแหน่งที่โมเมนต์ดัดมากที่สุดในแต่ละช่วง

ตารางที่ 3.10 ผลลัพธ์ของการพิจารณาลดปริมาตรในหมอนรองรางและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

$t_1 = t_5 = 40.36 \approx 40$ มิลลิเมตร	$t_3 = 42.682 \approx 43$ มิลลิเมตร
$Vol = Vol(t_1, t_3) = 2.10 \times 10^6$ มิลลิเมตร ³	



รูปที่ 3.24 พิกัดของหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตร และอ้างอิงมุมจากพื้นที่รองรับราง เป็น 45 องศาตามงานวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาความปลอดภัยที่พื้นที่รองรับราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ ซึ่งพื้นที่รองรับราง เป็นส่วนสำคัญที่ต้องรับภาระจากล้อรถไฟ เพื่อถ่ายเทแรงสู่โครงสร้างทางด้านล่าง จึงเป็นส่วนสำคัญที่ต้องพิจารณาความปลอดภัย โดยอ้างอิงความสูงจากหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตร และใช้ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ ในการหาค่าตัวประกอบความปลอดภัย พิจารณาที่จุดกึ่งกลางของพื้นที่รองรับรางทั้งด้านบนและด้านล่าง จากสมการที่ (2.55)

▫ พิจารณาที่จุดกึ่งกลางด้านบน

ผิวด้านบนของพื้นที่รองรับรางนั้นเป็นจุดที่มีความเค้นอัดสูงสุด ซึ่งเกิดจากความเค้นปกติจากภาระจากล้อรถไฟ และความเค้นดัดในคาน จึงเป็นหนึ่งในจุดที่ควรตรวจสอบความปลอดภัย พิจารณาความเค้นที่มากระทำกับที่จุดนี้ ที่ความสูงของหมอนรองราง, $t_2 = 62.5$ มิลลิเมตร จะได้ความเค้นในแนวแกนและความเค้นหลักดังนี้

ตารางที่ 3.11 ความเค้นที่จุดกึ่งกลางด้านบนของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตร และอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

ความเค้นดัด	ความเค้นในแกน x	ความเค้นหลักที่ 3	-0.262 เมกะปาสกาล
ความเค้นปกติ	ความเค้นในแกน y	ความเค้นหลักที่ 2	-0.123 เมกะปาสกาล

โดยที่ความเค้นหลักที่ 1 มีค่าเป็น 0 เมกะปาสกาล



รูปที่ 3.25 จุดกึ่งกลางด้านบนของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

▫ พิจารณาที่จุดกึ่งกลางด้านล่าง

ผิวด้านล่างของพื้นที่รองรับรางนั้น เป็นจุดที่มีทั้งความเค้นอัดจากความเค้นปกติและความเค้นดัดจากความเค้นดัดมากระทำ ทำให้มีโอกาสเกิดความเสียหายได้ เมื่อพิจารณา

ความเค้นที่มากกระทำกับจุดนี้ ที่ความสูงหมอนรองราง, $t_2 = 62.5$ มิลลิเมตร จะได้ความเค้นในแนวแกนและความเค้นหลักดังนี้

ตารางที่ 3.12 ความเค้นที่จุดกึ่งกลางด้านล่างของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดความสูงและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

ความเค้นดัด	ความเค้นในแกน x	ความเค้นหลักที่ 1	0.219 เมกะปาสกาล
ความเค้นปกติ	ความเค้นในแกน y	ความเค้นหลักที่ 3	-0.123 เมกะปาสกาล

โดยที่ความเค้นหลักที่ 2 มีค่าเป็น 0 เมกะปาสกาล



รูปที่ 3.26 จุดกึ่งกลางด้านล่างของพื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

ซึ่งสามารถหาค่าตัวประกอบความปลอดภัยได้จากสมการที่ (2.55) สรุปได้ ดังตารางที่ 3.13

ตารางที่ 3.13 ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่พื้นที่รองรับราง ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

ตำแหน่ง	ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)			ค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n
	σ_1	σ_2	σ_3	
ด้านบน	0	-0.123	-0.262	22.5
ด้านล่าง	0.219	0	-0.123	2.54

จากตารางที่ 3.13 ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ได้จากทั้งสองด้านมีค่ามากกว่า 1 จึงทำให้โครงสร้างพื้นที่รองรับรางที่มีความสูง 62.5 มิลลิเมตร สามารถรองรับน้ำหนักของพื้นที่รองรับออกแบบได้อย่างปลอดภัย ซึ่งจากรูปต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของความสูงต่อความเค้นหลักที่เกิดขึ้น และความสูงที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ไม่เกิดความเสียหาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.9 การออกแบบหมอนรองรางใหม่ โดยพิจารณาจากทฤษฎีความเสียหายของ คูลอมบ์ - มอร์

พิจารณาถึงการออกแบบหมอนรองรางใหม่ โดยกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 และอ้างอิงรูปร่างของหมอนรองรางดังรูปที่ 3.20 และการแบ่งช่วงความยาวในหมอนรองรางดังรูปที่ 3.21 เพื่อหาความสูงของหมอนรองรางในแต่ละช่วงความยาว คำนึงถึงความเค้นตั้งฉากสูงสุดที่เกิดขึ้น ณ จุดนั้น ๆ จากความเค้นปกติและความเค้นดัด เพื่อให้สอดคล้องกับทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์สำหรับวัสดุประาษา อ้างอิงจากค่ากำลังรับแรงอัดและกำลังรับแรงดึงสูงสุดของคอนกรีต คำนวณโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งการดำเนินการในการพิจารณาความสูง สามารถทำได้ ดังนี้



รูปที่ 3.27 ตำแหน่งที่ใช้ในการพิจารณาสถานะความเค้นในหมอนรองราง เพื่อใช้ในการหาค่าความสูง

3.9.1 พิจารณาปริมาตร จากความสูงที่พื้นที่รองรับราง

พื้นที่รองรับเป็นส่วนสำคัญในหมอนรองราง ที่ทำหน้าที่ส่งผ่านแรงกระทำไปยังโครงสร้างทางด้านล่าง ในการออกแบบใหม่ อ้างอิงดังรูปที่ 3.27 พื้นที่รองรับรางจะเป็นในช่วงที่ 2 จึงต้องพิจารณาความสูงที่เหมาะสมกับค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่กำหนดเป็น 3 ในจุดที่ (3) และ (4) สามารถกำหนดสมการวัตถุประสงค์ ข้อจำกัด ตัวแปรที่ใช้ และแผนผังการดำเนินการได้ดังนี้

ตารางที่ 3.14 สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาความสูงที่พื้นที่รองรับราง, t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

Objective	min: $Vol_2(t_2)$	
Subjected to	$\frac{\sigma_1(t_2)}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3(t_2)}{S_{uc}} - \frac{1}{n_2} \leq \varepsilon$	$n_2 = 3$
Constraint	$t_{min} \leq t_2 \leq t_{max}$ โดยที่ $t_{min} = 27.175 \approx 27.2$ มิลลิเมตร ระยะผิวคอนกรีตถึงผิวเหล็กเส้น จากการคำนวณออกแบบคานเสริมเหล็ก และ $t_{max} = 79.4$ มิลลิเมตร	

ตารางที่ 3.15 ตัวแปรออกแบบในการพิจารณาความสูงที่พื้นที่รองรับราง, t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

t	ความสูงของหมอนรองรับราง (มิลลิเมตร) โดยที่ ช่วง $l_2 : t = t_2$
-----	---

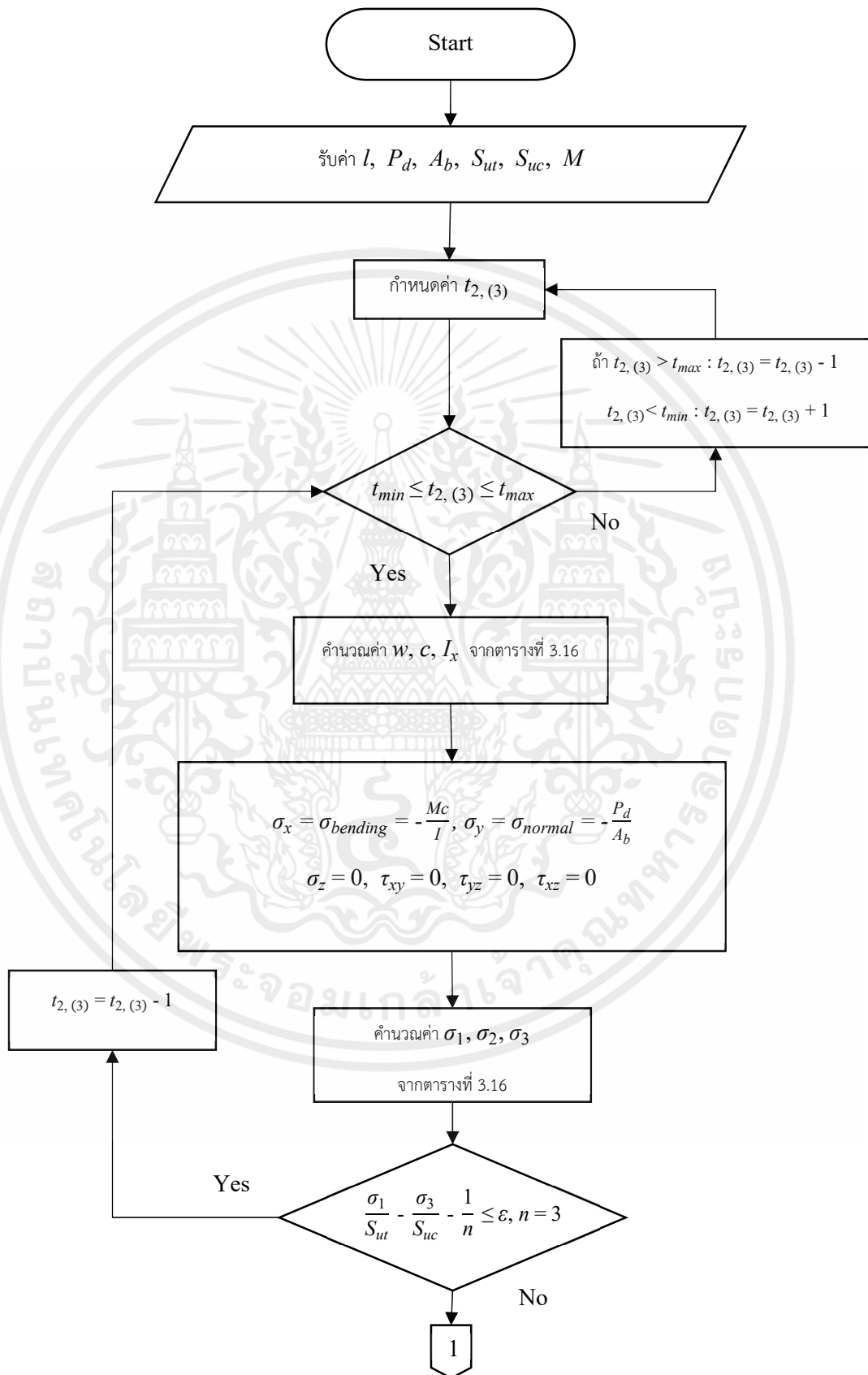
ตารางที่ 3.16 ตัวแปรในการพิจารณาความสูงที่พื้นที่รองรับราง, t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

Vol_2	ปริมาตรของหมอนรองรับราง ที่ช่วงพื้นที่รองรับราง (มิลลิเมตร ³) โดยที่ $Vol_2 = Vol_2(t_2) = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_2) + 81 \right) \cdot t_2 \right] \cdot l_2$	
x	ระยะของหมอนรองรับราง (มิลลิเมตร)	
l	ช่วงความยาวของหมอนรองรับราง (มิลลิเมตร)	โดยที่ $l_1 = 80$, $l_2 = 120$ และ $l_3 = 210$
w	ความกว้างส่วนบน ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร)	$w = w(t) = 81 - 0.544 \cdot t$
I_x	โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร ⁴) [23]	$I_x = I_x(t) = \frac{t^3 \cdot (w^2 + 4 \cdot w \cdot 81 + 81^2)}{36 \cdot (w + 81)}$
c_b	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านล่าง (มิลลิเมตร) [23]	$c_b = c_b(t) = \frac{t}{3} \cdot \frac{2w + 81}{w + 81}$
c_t	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านบน (มิลลิเมตร)	$c_t = c_t(t) = t - c_b$

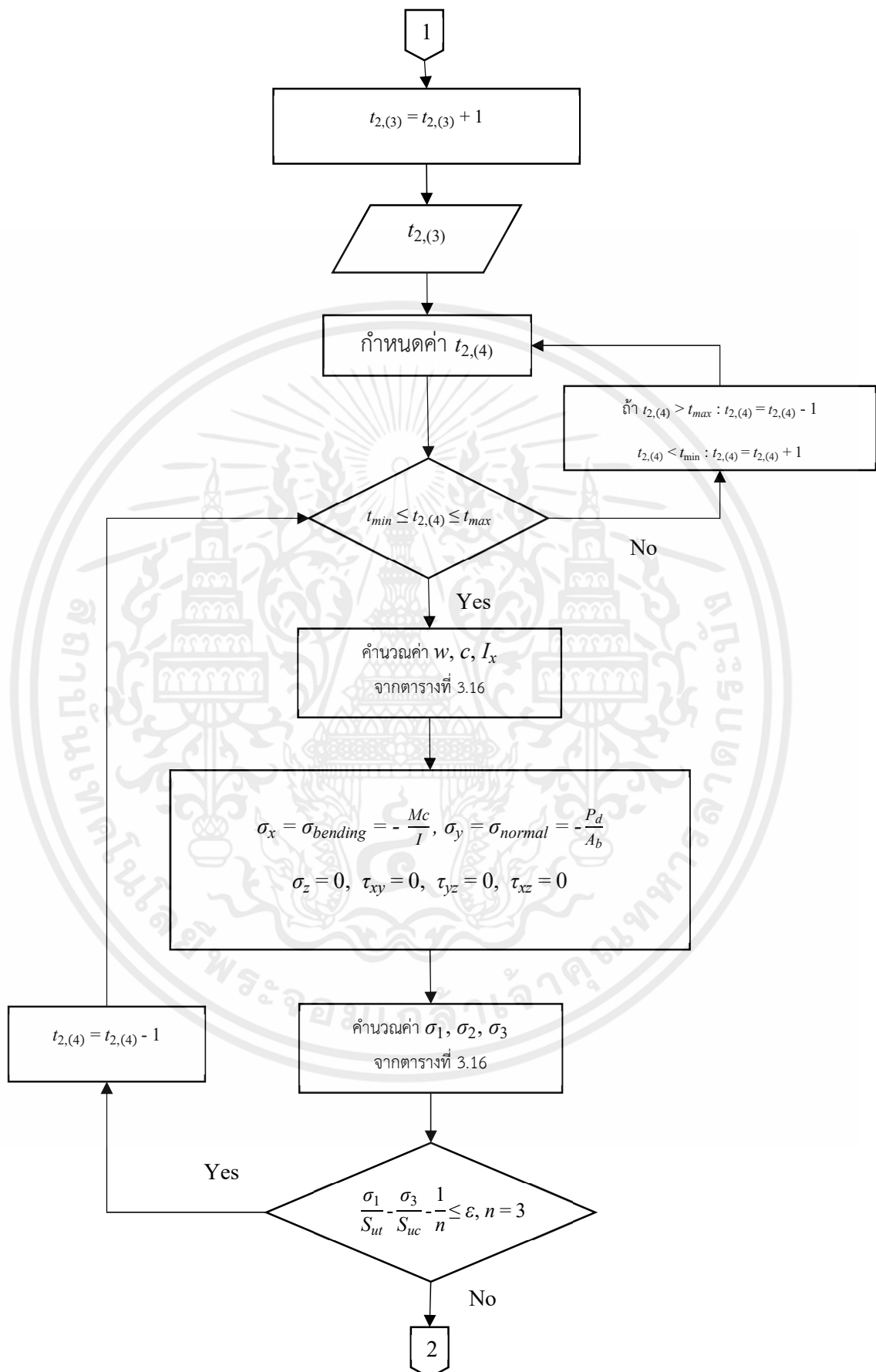
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

M	โมเมนต์ดัด ณ ตำแหน่งความยาว x ใด ๆ (นิวตัน · มิลลิเมตร) โดยที่ $M = M(x)$ ดังรูปที่ 3.17	
$\sigma_{bending}$	ความเค้นดัด (เมกะปาสกาล)	$\sigma_{bending} = -\frac{Mc_t}{I_x} = \sigma_x$
σ_{normal}	ความเค้นปกติ (เมกะปาสกาล)	$\sigma_{normal} = -\frac{P_d}{A_b} = \sigma_y$
σ_1	ความเค้นหลักที่ 1	$\sigma_1 = \sigma_{bending}$ เมื่อ $\sigma_{bending} > \sigma_{normal} > 0$
		$\sigma_1 = \sigma_{normal}$ เมื่อ $\sigma_{normal} > \sigma_{bending} > 0$
		$\sigma_1 = 0$ เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} < 0$
σ_2	ความเค้นหลักที่ 2	$\sigma_2 = \sigma_{bending}$ เมื่อ $\sigma_{normal} < \sigma_{bending} < 0$ หรือ $\sigma_{normal} > \sigma_{bending} > 0$
		$\sigma_2 = \sigma_{normal}$ เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$ หรือ $\sigma_{bending} > \sigma_{normal} > 0$
		$\sigma_2 = 0$ เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} \neq 0$
σ_3	ความเค้นหลักที่ 3	$\sigma_3 = \sigma_{bending}$ เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$
		$\sigma_3 = \sigma_{normal}$ เมื่อ $\sigma_{normal} < \sigma_{bending} < 0$
		$\sigma_3 = 0$ เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} > 0$
P_d	น้ำหนักลงพื้นที่รองรับออกแบบ	$P_d = 293.8$ นิวตัน
A_b	พื้นที่ฐานของพื้นที่รองรับราง (มิลลิเมตร ²)	$A_b(\theta) = w \cdot \left[l_2 + 2 \left(\frac{t_2 - t}{\tan \theta} \right) \right]$
S_{ut}	กำลังรับแรงดึงสูงสุดของคอนกรีต	$S_{ut} = 0.588$ เมกะปาสกาล $= f'_t$
S_{uc}	กำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต	$S_{uc} = 5.88$ เมกะปาสกาล $= f'_c$
n	ค่าตัวประกอบความปลอดภัย กำหนดเป็น 3	
ϵ	ค่าที่เล็กที่สุด ที่เป็นไปได้ กำหนดให้เป็น 1×10^{-3}	

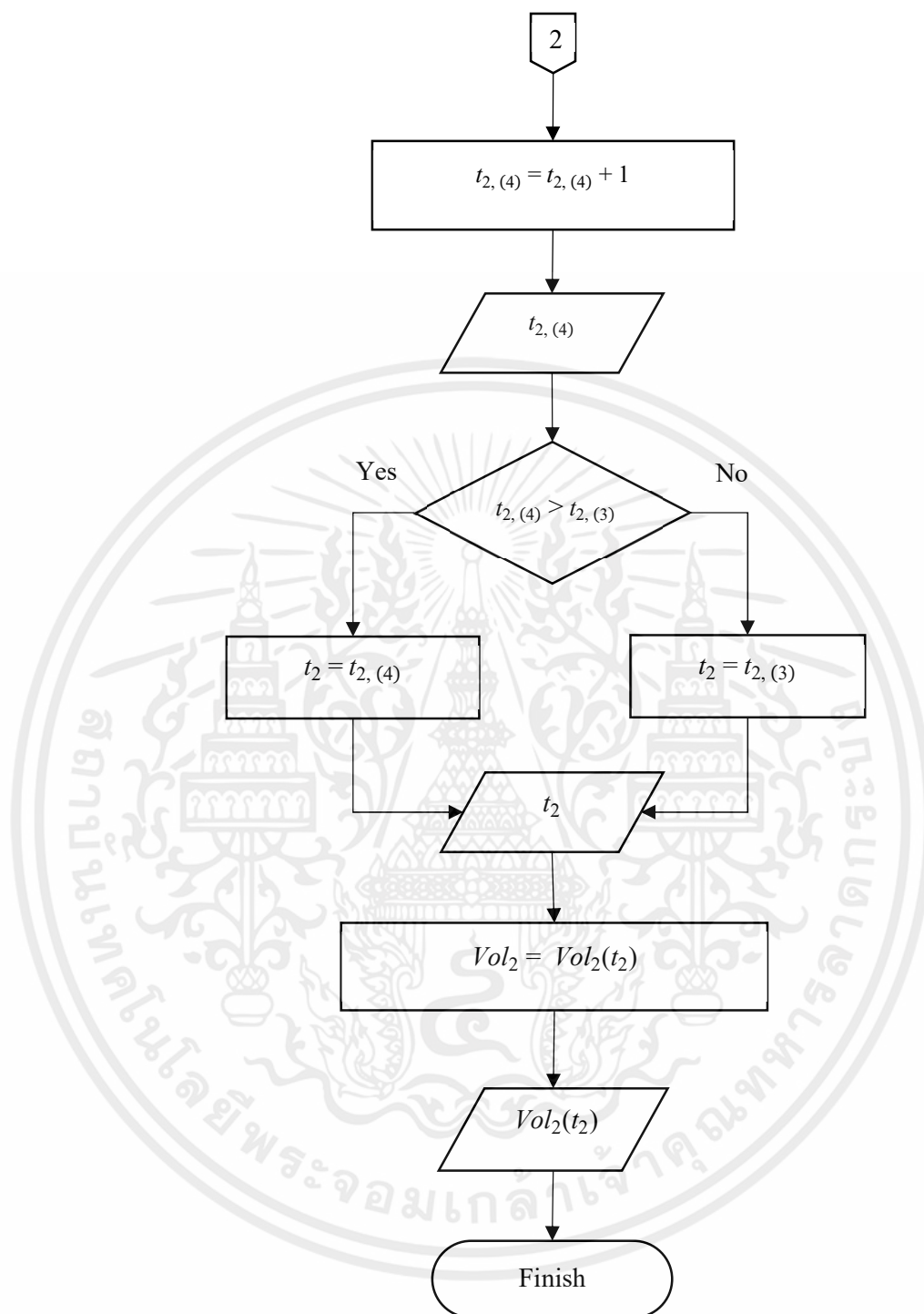
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.28 แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_2 ตามทฤษฎีความเสียหายของคุลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

▪ พิจารณาจุดที่ (3)

ผิวด้านบนของพื้นที่รองรับราง เป็นจุดที่มีความเค้นอัดสูงสุด ซึ่งเกิดจากความเค้นตั้งฉาก จากภาระจากล้อรถไฟ และความเค้นดัดในคาน จึงเป็นหนึ่งในจุดที่ควรตรวจสอบความเสียหาย พิจารณาความเค้นที่มากระทำกับจุดนี้ ประกอบด้วยค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉาก, σ_2 และค่าความเค้นดัด, σ_3 ดังนี้

ตารางที่ 3.17 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (3)

ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0	τ_{xy}	0
σ_2	-0.083	τ_{xz}	0
σ_3	-1.964	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงของพื้นที่รองรับราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (3) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{2,(3)} = 20.15 \approx 20.2$ มิลลิเมตร

▪ พิจารณาจุดที่ (4)

เป็นผิวด้านล่างของพื้นที่รองรับราง เป็นจุดที่มีทั้งความเค้นอัดจากความเค้นตั้งฉาก และความเค้นดึงจากความเค้นดัดมากระทำ ทำให้มีโอกาสเกิดความเสียหายได้ พิจารณาความเค้นที่มากระทำกับจุดนี้ ประกอบด้วยค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉาก, σ_3 และค่าความเค้นดัด, σ_1 ดังนี้

ตารางที่ 3.18 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (4)

ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0.183	τ_{xy}	0
σ_2	0	τ_{xz}	0
σ_3	-0.133	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงของพื้นที่รองรับราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (4) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{2,(4)} = 69.18 \approx 69$ มิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสูงของพื้นที่รองรับราง ที่ได้จากการพิจารณาสถานะความเค้นจุดที่ (3) และ (4) จะได้ว่า $t_{2,(4)}$ มากกว่า $t_{2,(3)}$ ที่ค่าตัวประกอบความปลอดภัยเท่ากับ 3 และตำแหน่งบนแกน x เท่ากับ 140 มิลลิเมตร จึงสรุปได้ว่า ความสูงที่เหมาะสมของพื้นที่รองรับรางคือ 69 มิลลิเมตร เพื่อให้สอดคล้องกับทั้งสองตำแหน่งในหมอนรองราง และ $Vol_2 = Vol_2(t_2) = 5.15 \times 10^5$ มิลลิเมตร³

3.9.2 พิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ปลายและกึ่งกลางของหมอนรองราง

พิจารณาหาปริมาตรของหมอนรองราง จากค่าความสูงที่เหมาะสม ที่ช่วงปลายและกึ่งกลางของหมอนรองราง อ้างอิงดังรูปที่ 3.27 ปลายของหมอนรองรางจะเป็นในช่วงที่ 1 และ กึ่งกลางของหมอนรองรางจะเป็นในช่วงที่ 3 กำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่กำหนดเป็น 3 และพิจารณาสถานะความเค้นในจุดที่ (1) และ (2) ในการหาความสูงที่ปลายของหมอนรองราง และ สถานะความเค้นในจุดที่ (5) และ (6) สามารถกำหนดสมการวัตถุประสงค์ ข้อจำกัด ตัวแปรที่ใช้ และแผนผังการดำเนินการได้ดังนี้

ตารางที่ 3.19 สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ปลาย, t_1 และ ความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของหมอนรองราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์

Objective	min: $Vol_1(t_1)$ และ $Vol_3(t_3)$	
Subjected to	$\frac{\sigma_1(t)}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3(t)}{S_{uc}} - \frac{1}{n} \leq \varepsilon$	$n = 3$
Constraint	$t_{min} \leq t \leq t_{max}$ โดยที่ $t_{min} = 27.175 \approx 27.2$ มิลลิเมตร ระยะผิวคอนกรีตถึงผิวเหล็กเส้น จากการคำนวณออกแบบคานเสริมเหล็ก และ $t_{max} = 79.4$ มิลลิเมตร	
	$t_2 = 69$ มิลลิเมตร	

ตารางที่ 3.20 ตัวแปรออกแบบในการพิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ปลาย, t_1 และความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของหมอนรองราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

t	ความสูงของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	โดยที่ ช่วง $l_1 : t = t_1$ และ ช่วง $l_3 : t = t_3$
-----	----------------------------------	--

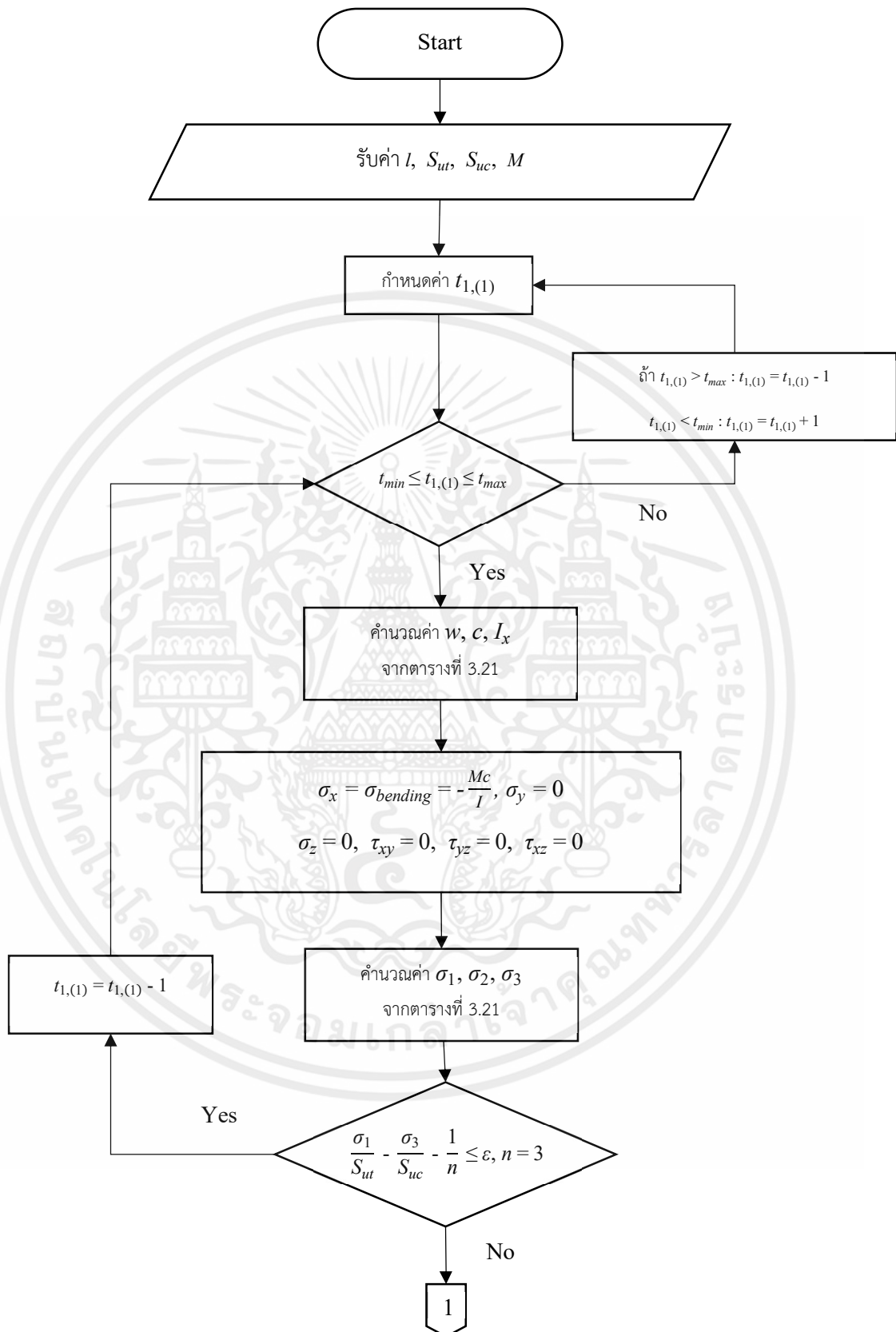
ตารางที่ 3.21 ตัวแปรในการพิจารณาปริมาตร จากความสูงที่ปลาย, t_1 และความสูงที่กึ่งกลาง, t_3 ของหมอนรองราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

Vol_1	ปริมาตรของหมอนรองราง ที่ช่วงปลายของหมอนรองราง (มิลลิเมตร ³) โดยที่ $Vol_1 = Vol_1(t_1) = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_1) + 81 \right) \cdot t_1 \right] \cdot l_1$	
Vol_3	ปริมาตรของหมอนรองราง ที่ช่วงกึ่งกลางของหมอนรองราง (มิลลิเมตร ³) โดยที่ $Vol_3 = Vol_3(t_3) = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_3) + 81 \right) \cdot t_3 \right] \cdot \frac{l_3}{2}$	
Vol	ปริมาตรรวมของหมอนรองราง (มิลลิเมตร ³) โดยที่ $Vol = Vol(t_1, t_2, t_3) = 2 \cdot (Vol_1 + Vol_2 + Vol_3)$	
x	ระยะของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	
l	ช่วงความยาวของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	โดยที่ $l_1 = 80$, $l_2 = 120$ และ $l_3 = 210$
w	ความกว้างส่วนบน ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร)	$w = w(t) = 81 - 0.544 \cdot t$
I_x	โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร ⁴) [23]	$I_x = I_x(t) = \frac{t^3 \cdot (w^2 + 4 \cdot w \cdot 81 + 81^2)}{36 \cdot (w + 81)}$
c_b	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านล่าง (มิลลิเมตร) [23]	$c_b = c_b(t) = \frac{t}{3} \cdot \frac{2w + 81}{w + 81}$
c_t	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านบน (มิลลิเมตร)	$c_t = c_t(t) = t - c_b$
M	โมเมนต์ดัด ณ ตำแหน่งความยาว x ใด ๆ (นิวตัน · มิลลิเมตร) โดยที่ $M = M(x)$ ดังรูปที่ 3.17	
$\sigma_{bending}$	ความเค้นดัด (เมกะปาสกาล)	$\sigma_{bending} = - \frac{M c_t}{I_x} = \sigma_x$
σ_1	ความเค้นหลักที่ 1	$\sigma_1 = \sigma_{bending}$ เมื่อ $\sigma_{bending} > \sigma_{normal} > 0$
		$\sigma_1 = \sigma_{normal}$ เมื่อ $\sigma_{normal} > \sigma_{bending} > 0$
		$\sigma_1 = 0$ เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} < 0$

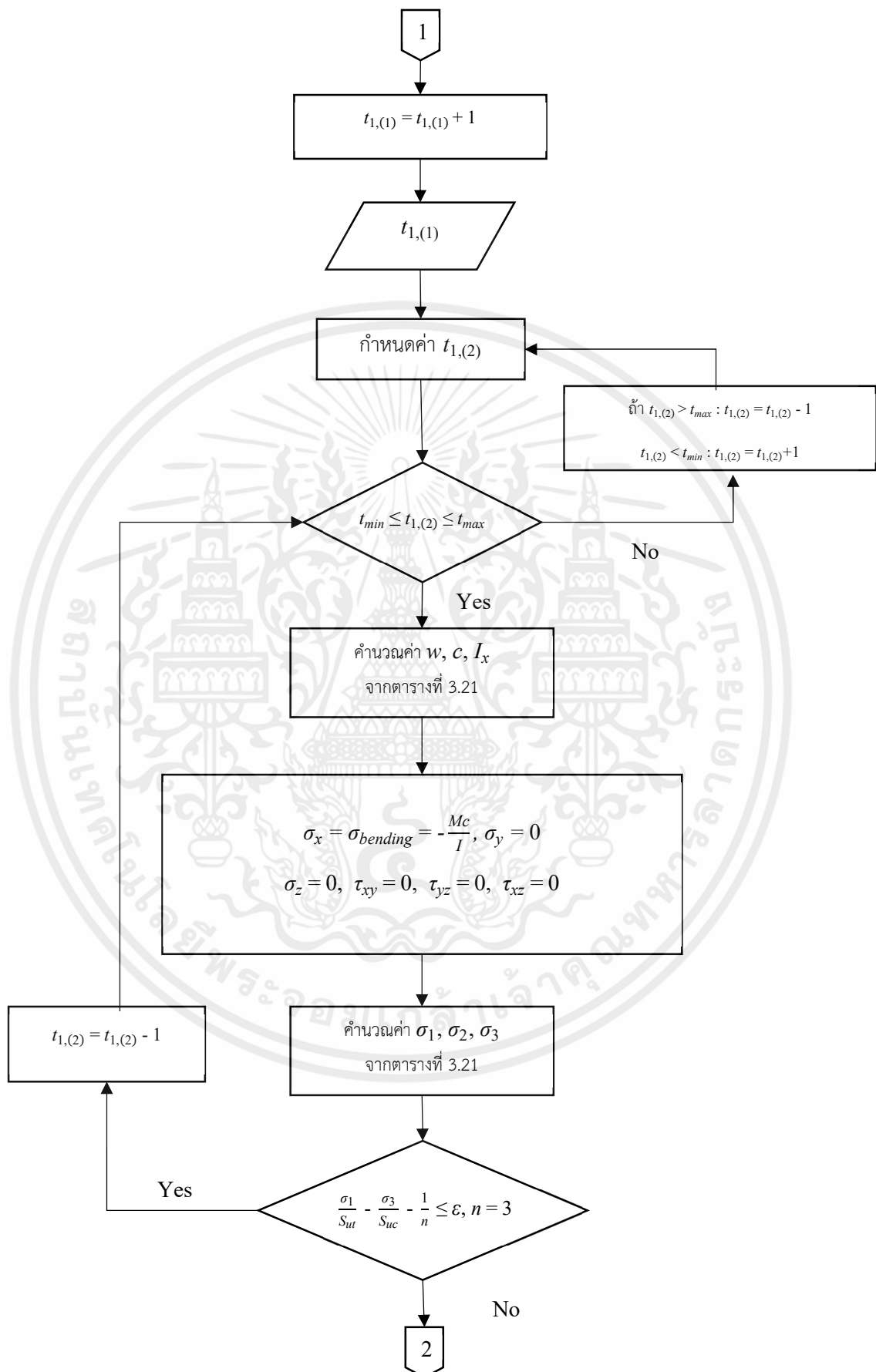
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

σ_2	ความเค้นหลักที่ 2	$\sigma_2 = \sigma_{bending}$	เมื่อ $\sigma_{normal} < \sigma_{bending} < 0$ หรือ $\sigma_{normal} > \sigma_{bending} > 0$
		$\sigma_2 = \sigma_{normal}$	เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$ หรือ $\sigma_{bending} > \sigma_{normal} > 0$
		$\sigma_2 = 0$	เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} \neq 0$
σ_3	ความเค้นหลักที่ 3	$\sigma_3 = \sigma_{bending}$	เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$
		$\sigma_3 = \sigma_{normal}$	เมื่อ $\sigma_{normal} < \sigma_{bending} < 0$
		$\sigma_3 = 0$	เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} > 0$
S_{ut}	กำลังรับแรงดึงสูงสุดของคอนกรีต	$S_{ut} = 0.588$ เมกะปาสกาล $= f'_t$	
S_{uc}	กำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต	$S_{uc} = 5.88$ เมกะปาสกาล $= f'_c$	
n	ค่าตัวประกอบความปลอดภัย กำหนดเป็น 3		
ϵ	ค่าที่เล็กที่สุด ที่เป็นไปได้ กำหนดให้เป็น 1×10^{-3}		

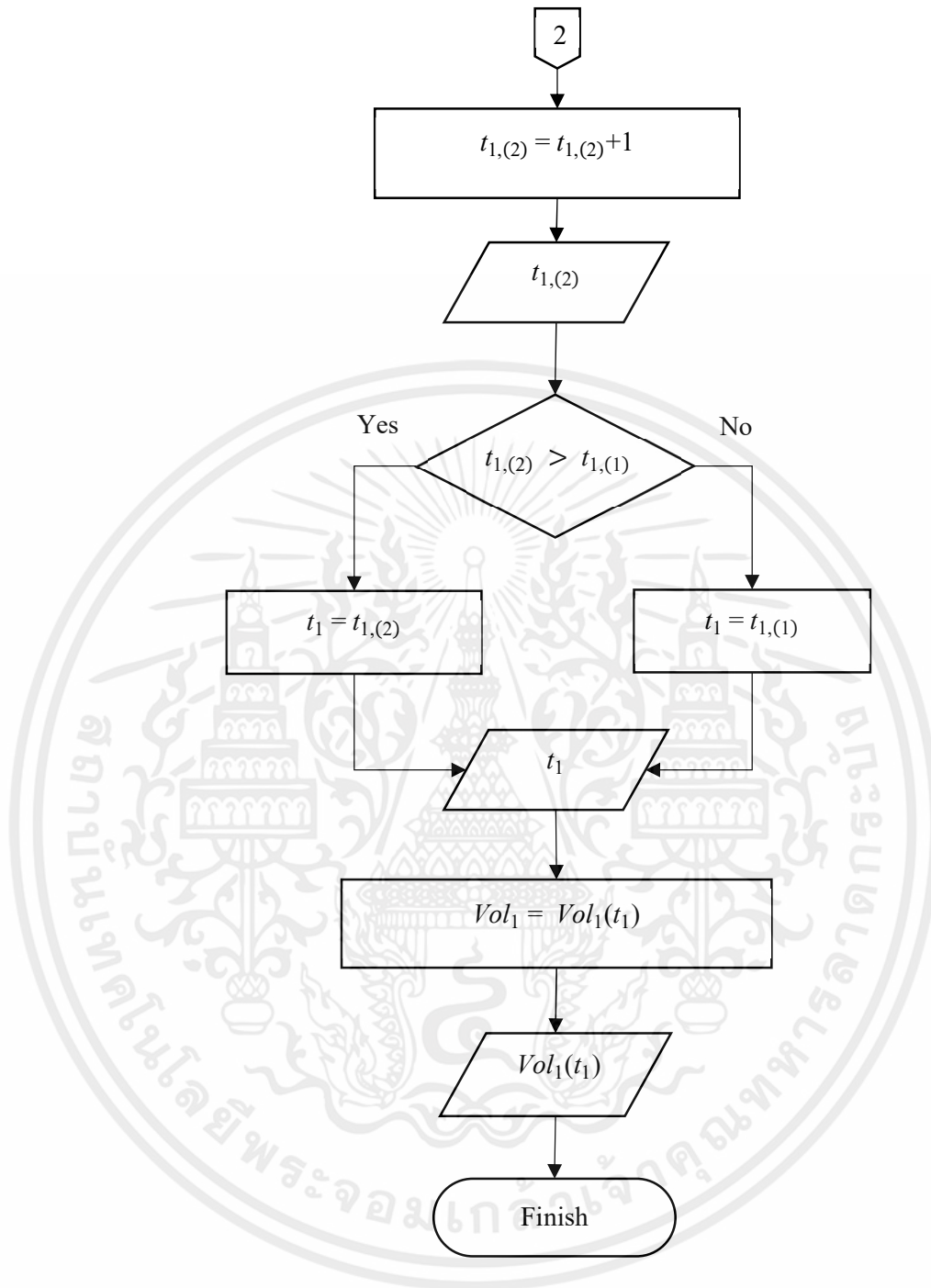
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.29 แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_1 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

▫ พิจารณาจุดที่ 1

เป็นจุดที่ปลายด้านบนของหมอนรองราง ซึ่งอ้างอิงจากความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัด จะมีค่าโมเมนต์ที่มากกว่าจุดอื่น จึงเป็นจุดที่ควรพิจารณา โดยมีความเค้นอัดจากความเค้นดัดมากระทำมาก สามารถคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้น ประกอบกับค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉากเป็นศูนย์ และค่าความเค้นดัด, σ_3 ดังนี้

ตารางที่ 3.22 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (1)

ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0	τ_{xy}	0
σ_2	0	τ_{xz}	0
σ_3	-1.968	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงที่ปลายหมอนรองราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (1) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{1,(1)} = 13.22 \approx 13$ มิลลิเมตร

▫ พิจารณาจุดที่ 2

เป็นจุดที่ปลายด้านล่างหมอนรองราง ซึ่งอ้างอิงจากความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัด จะมีความเค้นดึงจากความเค้นดัดมากระทำมาก สามารถคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้น ประกอบกับค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉากเป็นศูนย์ และค่าความเค้นดัด, σ_1 ดังนี้

ตารางที่ 3.23 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (2)

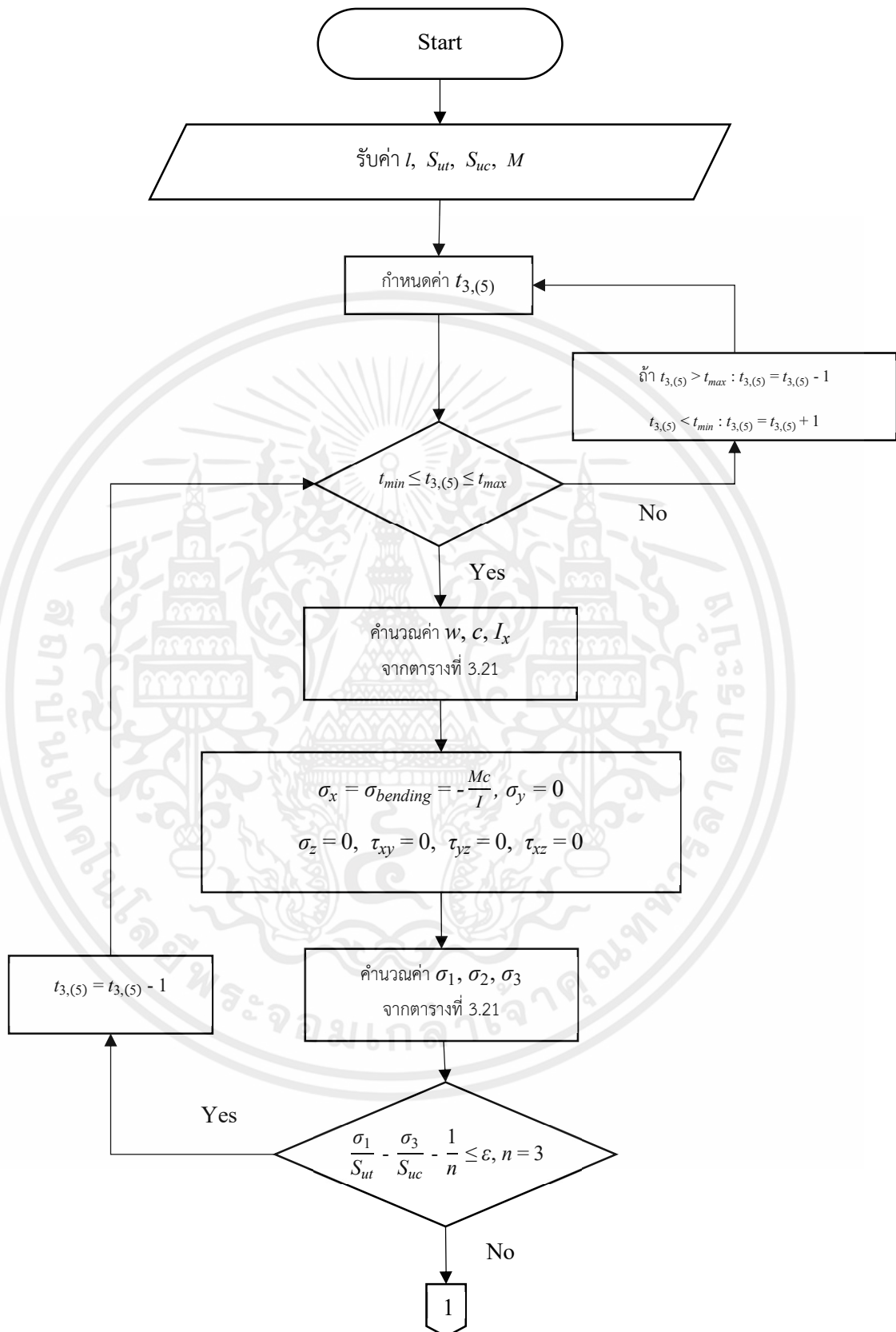
ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0.196	τ_{xy}	0
σ_2	0	τ_{xz}	0
σ_3	0	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงที่ปลายหมอนรองราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (2) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{1,(2)} = 42.8 \approx 43$ มิลลิเมตร

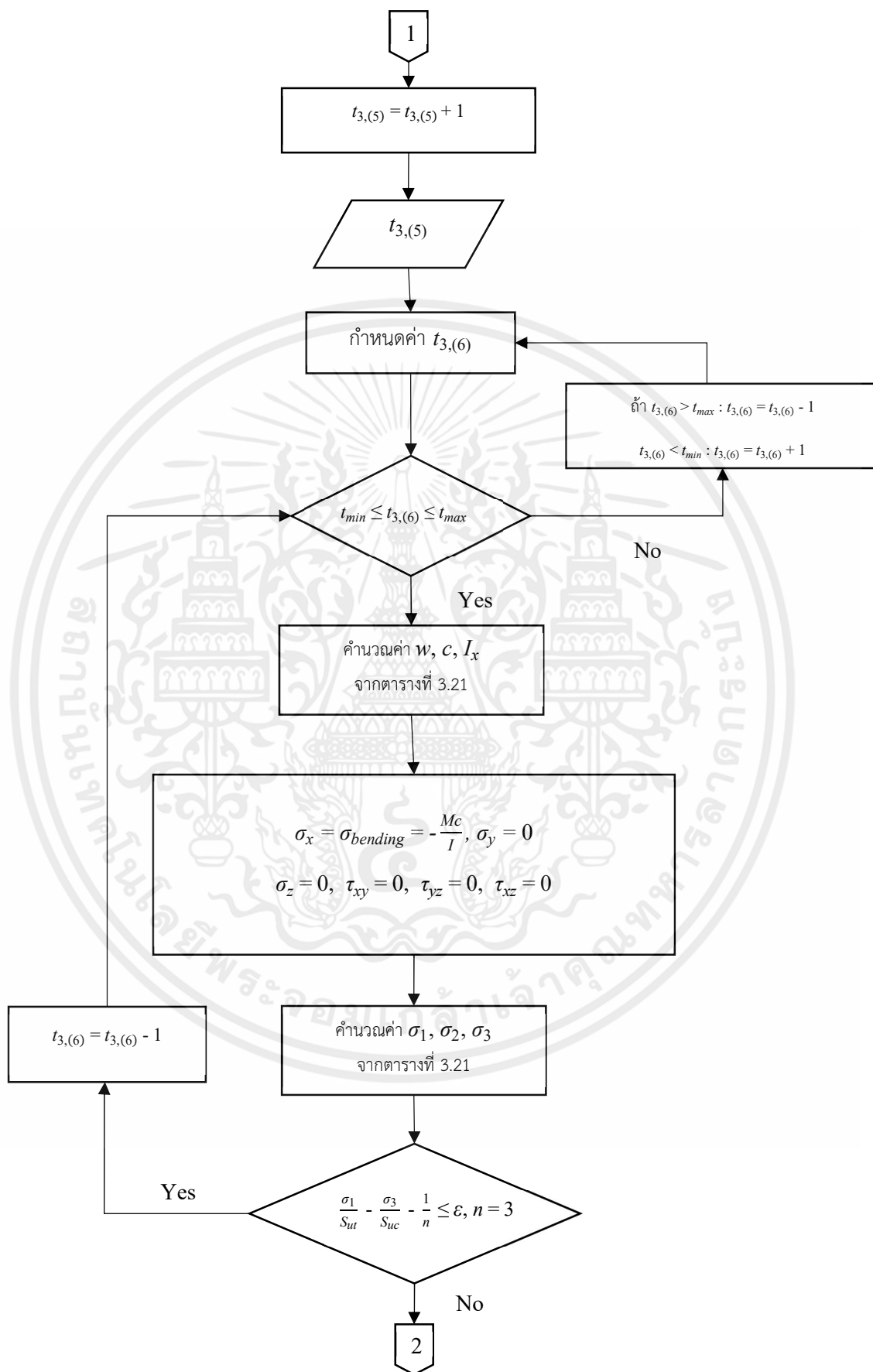
ความสูงที่ปลายของหมอนรองราง ที่ได้จากการพิจารณาสถานะความเค้นจุดที่ (1) และ (2) จะได้ว่า $t_{2,(2)}$ มากกว่า $t_{2,(1)}$ ที่ค่าตัวประกอบความปลอดภัยเท่ากับ 3 และตำแหน่งบนแกน x เท่ากับ 0 มิลลิเมตร จึงสรุปได้ว่า ความสูงที่เหมาะสมของปลายหมอนรองรางคือ 43 มิลลิเมตร เพื่อให้สอดคล้องกับทั้งสองตำแหน่งในหมอนรองราง และ $Vol_1 = Vol_1(t_1) = 2.38 \times 10^5$ มิลลิเมตร³



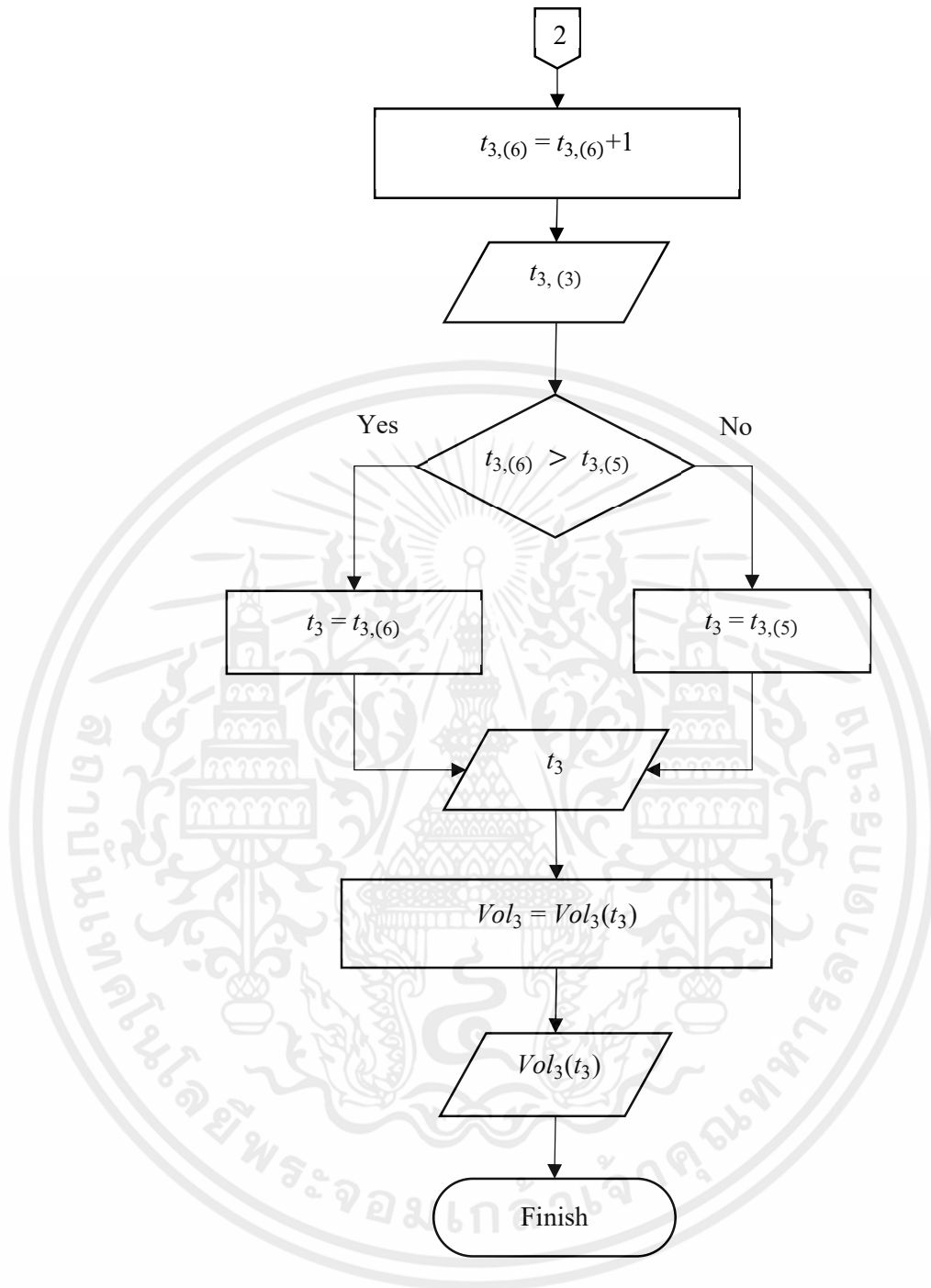
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.30 แผนผังการดำเนินการ ในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาค่าความสูง t_3 ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ เมื่อกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

▫ พิจารณาจุดที่ (5)

เป็นจุดที่กึ่งกลางด้านบนของหมอนรองราง ซึ่งอ้างอิงจากความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัด จะมีค่าโมเมนต์ที่ต่ำที่สุด จึงเป็นจุดที่ควรพิจารณา โดยมีค่าความเค้นดึงจากความเค้นดัดมากระทำมาก สามารถคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นประกอบกับค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉากเป็นศูนย์ และค่าความเค้นดัด, σ_1 ดังนี้

ตารางที่ 3.24 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (5)

ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0.196	τ_{xy}	0
σ_2	0	τ_{xz}	0
σ_3	0	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงที่กึ่งกลางหมอนรองราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (5) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{3,(5)} = 45.35 \approx 45.5$ มิลลิเมตร

▫ พิจารณาจุดที่ (6)

เป็นจุดที่กึ่งกลางด้านล่างหมอนรองราง ซึ่งอ้างอิงจากความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัด จะมีความเค้นอัดจากความเค้นดัดมากระทำมาก สามารถคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นประกอบกับค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เพื่อหาความสูง ซึ่งได้ค่าความเค้นตั้งฉากเป็นศูนย์ และค่าความเค้นดัด, σ_3 ดังนี้

ตารางที่ 3.25 ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในจุดที่ (6)

ความเค้นหลัก (เมกะปาสกาล)		ความเค้นเฉือน (เมกะปาสกาล)	
σ_1	0	τ_{xy}	0
σ_2	0	τ_{xz}	0
σ_3	-1.964	τ_{yz}	0

จะได้ค่าความสูงที่กึ่งกลางหมอนรองราง เมื่อเทียบจากสถานะความเค้นที่จุด (6) และค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 เป็น $t_{3,(6)} = 12.95 \approx 13$ มิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

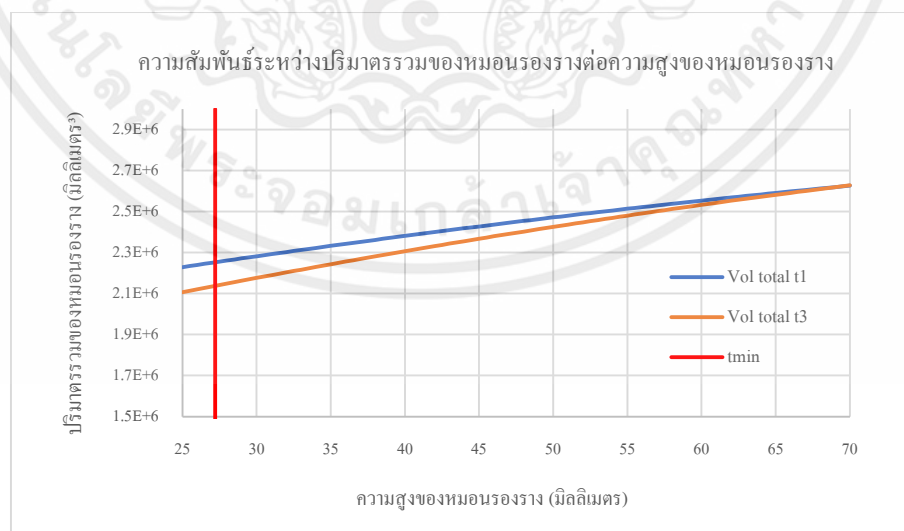
ความสูงที่กึ่งกลางหมอนรองราง ที่ได้จากการพิจารณาสถานะความเค้นจุดที่ (5) และ (6) จะได้ว่า $t_{3,(5)}$ มากกว่า $t_{3,(6)}$ ที่ค่าตัวประกอบความปลอดภัยเท่ากับ 3 และตำแหน่งบนแกน x เท่ากับ 305 มิลลิเมตร สรุปได้ว่า ความสูงที่เหมาะสมของกึ่งกลางหมอนรองรางคือ 45.5 มิลลิเมตร เพื่อให้สอดคล้องกับทั้งสองตำแหน่งในหมอนรองราง และ $Vol_3 = Vol_3(t_3) = 3.28 \times 10^5$ มิลลิเมตร³

จากการดำเนินการในการหาความสูงทั้ง 3 ช่วง สามารถสรุปผลลัพธ์ได้ ดังตาราง

ตารางที่ 3.26 ผลลัพธ์ของการพิจารณาออกแบบหมอนรองราง เมื่อกำหนดให้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3

$t_2 = t_4 = 69$ มิลลิเมตร	$Vol_2(t_2) = 5.15 \times 10^5$ มิลลิเมตร ³
$t_1 = t_5 = 43$ มิลลิเมตร	$Vol_1(t_1) = 2.38 \times 10^5$ มิลลิเมตร ³
$t_3 = 45.5$ มิลลิเมตร	$Vol_3(t_3) = 3.28 \times 10^5$ มิลลิเมตร ³
$Vol = Vol(t_1, t_2, t_3) = 2.16 \times 10^6$ มิลลิเมตร ³	

สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรรวมของหมอนรองรางต่อความสูงของหมอนรองราง ได้ดังรูป โดยที่เส้นตรงสีแดง คือ ความสูงขั้นต่ำของหมอนรองราง จากการออกแบบในรูปของคานเสริมเหล็ก



รูปที่ 3.31 ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรรวมของหมอนรองรางต่อความสูงของหมอนรองราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.10 การพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับรางและค่าตัวประกอบ ความเค้นหนาแน่น

จากความสูงที่ได้ในแต่ละช่วงในหัวข้อที่ 3.9 พิจารณาค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นที่มุมจากปลายพื้นที่รองรับราง โดยใช้ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ อ้างอิงค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากสุดในการวิเคราะห์หาตำแหน่งและมุมที่เหมาะสมสำหรับปลายฐานของพื้นที่รองรับราง ซึ่งสามารถคำนวณค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n ได้จากสมการที่ (2.55) ประกอบกับค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น สามารถกำหนดสมการวัตถุประสงค์ ข้อจำกัด ตัวแปรที่ใช้ และแผนผังการดำเนินการได้ดังนี้



รูปที่ 3.32 ตำแหน่งที่ใช้ในการพิจารณาสถานะความเค้นในหมอนรองรับราง เพื่อใช้ในการหามุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง

ตารางที่ 3.27 สมการวัตถุประสงค์และข้อจำกัดในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

Objective	min: $Vol_{ex}(\theta_1, \theta_3)$
Subjected to	$\frac{\sigma_1(\theta)}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3(\theta)}{S_{uc}} - \frac{1}{n} = 0$
Constraint	max: n
	$18 \leq \theta_1 \leq 90$ องศา
	$12.62 \leq \theta_3 \leq 90$ องศา

ตารางที่ 3.28 ตัวแปรออกแบบที่ใช้ในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง

θ	มุมที่ปลายฐานพื้นที่รองรับราง (องศา)	โดยที่ ช่วง $l_1: \theta = \theta_1$ และ ช่วง $l_3: \theta = \theta_3$
----------	--------------------------------------	---

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.29 ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง

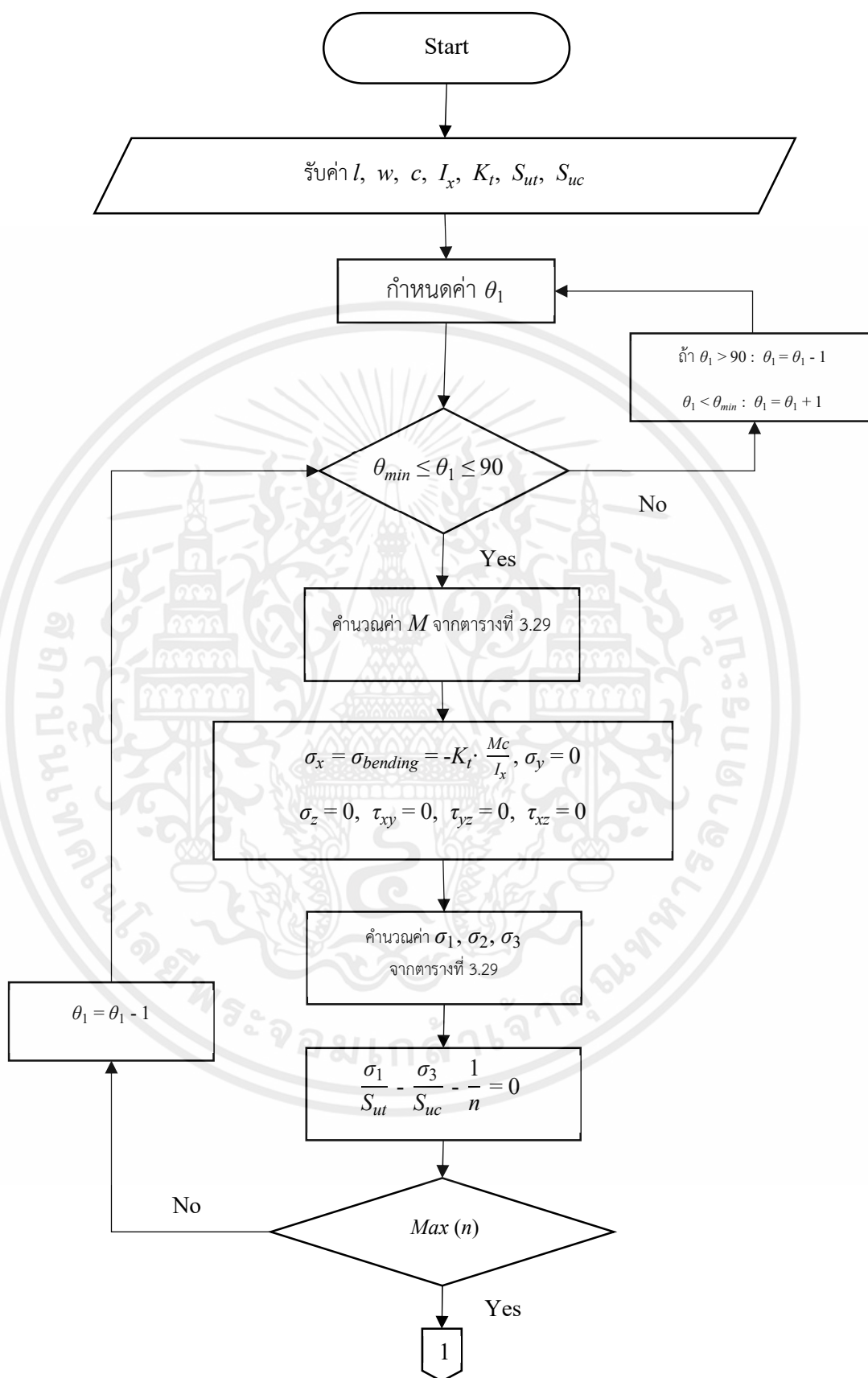
Vol	ปริมาตรรวมของหมอนรองราง (มิลลิเมตร ³)		
	$Vol = Vol(\theta_1, \theta_3) = 2 \cdot (Vol_1 + Vol_2 + Vol_3) + 2 \cdot (Vol_{ex})$		
	เมื่อ	$Vol_1 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_1) + 81 \right) \cdot t_1 \right] \cdot l_1 \quad , \quad Vol_2 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_2) + 81 \right) \cdot t_2 \right] \cdot l_2$	
	และ	$Vol_3 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot w(t_3) + 81 \right) \cdot t_3 \right] \cdot \frac{l_3}{2}$	
Vol _{ex}	ปริมาตรของหมอนรองราง ในส่วนพื้นเอียง จากพื้นที่รองรับราง (มิลลิเมตร ³)		
	$Vol_{ex} = Vol_{ex}(\theta_1, \theta_3) = Vol_{ex,1} + Vol_{ex,2}$		
	โดยที่	$Vol_{ex,1} = \left\{ \left[\frac{1}{2} \cdot (t_2 - t_1)^2 \cdot w(t_2) \right] + \left[\frac{1}{3} \cdot (w(t_1) - w(t_2)) \cdot (t_2 - t_1)^2 \right] \right\} \cdot \frac{1}{\tan \theta_1}$	
	และ	$Vol_{ex,3} = \left\{ \left[\frac{1}{2} \cdot (t_2 - t_3)^2 \cdot w(t_2) \right] + \left[\frac{1}{3} \cdot (w(t_3) - w(t_2)) \cdot (t_2 - t_3)^2 \right] \right\} \cdot \frac{1}{\tan \theta_3}$	
x	ระยะของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)		
l	ช่วงความยาวของหมอนรองราง (มิลลิเมตร)	โดยที่ $l_1 = 80$, $l_2 = 120$ และ $l_3 = 210$	
w	ความกว้างส่วนบน ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร)	$w = w(t) = 81 - 0.544 \cdot t$	
I _x	โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ณ ความสูง t ใด ๆ (มิลลิเมตร ⁴) [23]	$I_x = I_x(t) = \frac{t^3 \cdot (w^2 + 4 \cdot w \cdot 81 + 81^2)}{36 \cdot (w + 81)}$	
c _b	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านล่าง (มิลลิเมตร) [23]	$c_b = c_b(t) = \frac{t}{3} \cdot \frac{2w + 81}{w + 81}$	
c _t	ระยะแกนสะเทิน ถึงผิวด้านบน (มิลลิเมตร)	$c_t = c_t(t) = t - c_b$	
M	โมเมนต์ดัด ณ ตำแหน่งความยาว x ใด ๆ (นิวตัน · มิลลิเมตร) โดยที่ $M = M(x)$ ดังรูปที่ 3.17		
K _t	ค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น [28] อ้างอิงจาก Opposite Shoulder Fillet in a Flat Bar ขนาดเป็น 3		
σ _{bending}	ความเค้นดัด (เมกะปาสกาล)	$\sigma_{bending} = - \frac{Mc_t}{I_x} = \sigma_x$	
σ _{bending, max}	ความเค้นดัดที่มากที่สุด (เมกะปาสกาล)	$\sigma_{bending, max} = -K_t \cdot \frac{Mc_t}{I_x} = \sigma_x$	
σ ₁	ความเค้นหลักที่ 1	σ ₁ = σ _{bending}	เมื่อ σ _{bending} > σ _{normal} > 0
		σ ₁ = σ _{normal}	เมื่อ σ _{normal} > σ _{bending} > 0
		σ ₁ = 0	เมื่อ σ _{normal} , σ _{bending} < 0
σ ₂	ความเค้นหลักที่ 2	σ ₂ = σ _{bending}	เมื่อ σ _{normal} < σ _{bending} < 0
			หรือ σ _{normal} > σ _{bending} > 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

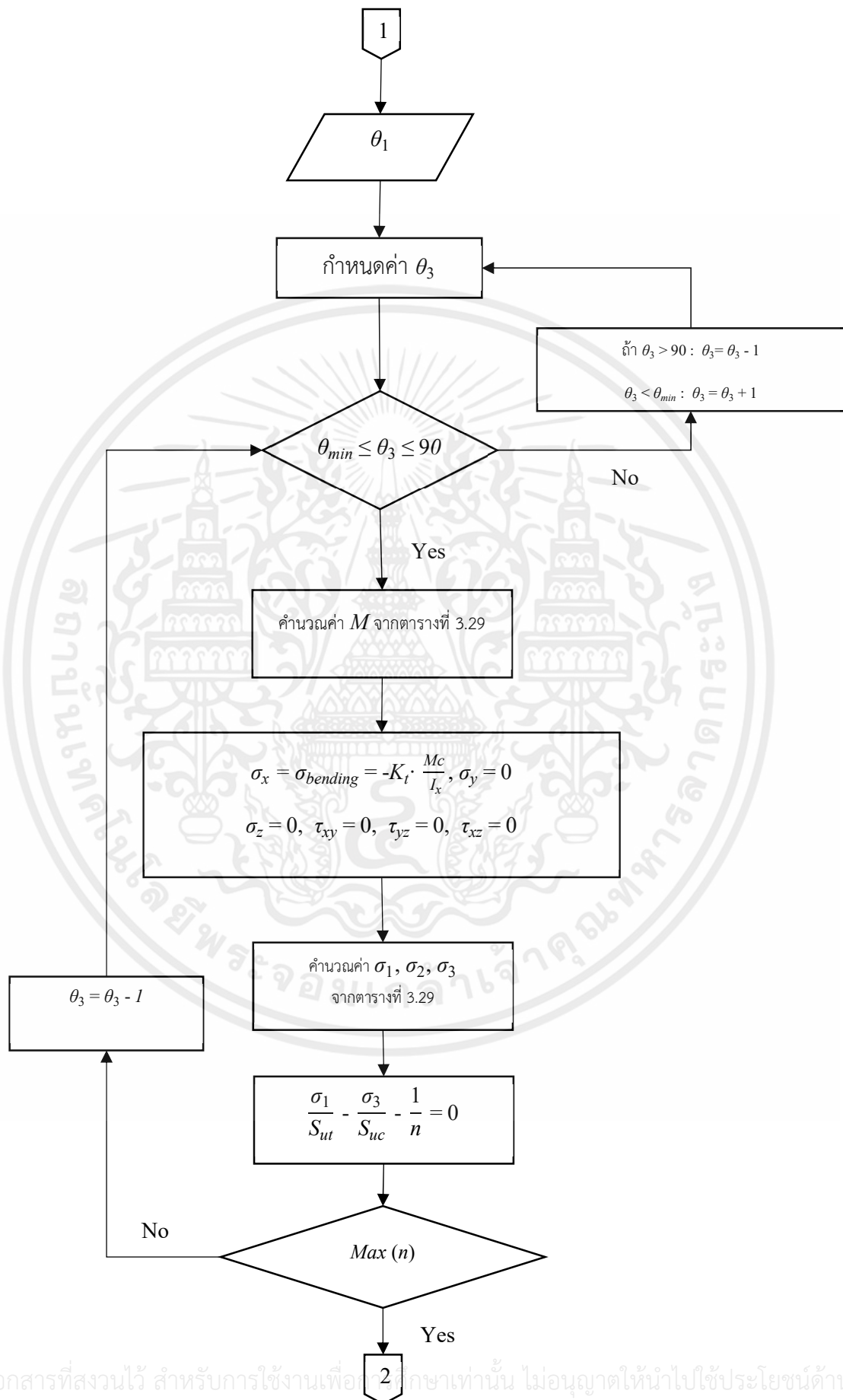
		$\sigma_2 = \sigma_{normal}$	เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$ หรือ $\sigma_{bending} > \sigma_{normal} > 0$
		$\sigma_2 = 0$	เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} \neq 0$
σ_3	ความเค้นหลักที่ 3	$\sigma_3 = \sigma_{bending}$	เมื่อ $\sigma_{bending} < \sigma_{normal} < 0$
		$\sigma_3 = \sigma_{normal}$	เมื่อ $\sigma_{normal} < \sigma_{bending} < 0$
		$\sigma_3 = 0$	เมื่อ $\sigma_{normal}, \sigma_{bending} > 0$
S_{ut}	กำลังรับแรงดึงสูงสุดของคอนกรีต		$S_{ut} = 0.588$ เมกะปาสกาล $= f'_t$
S_{uc}	กำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต		$S_{uc} = 5.88$ เมกะปาสกาล $= f'_c$
n	ค่าตัวประกอบความปลอดภัย		



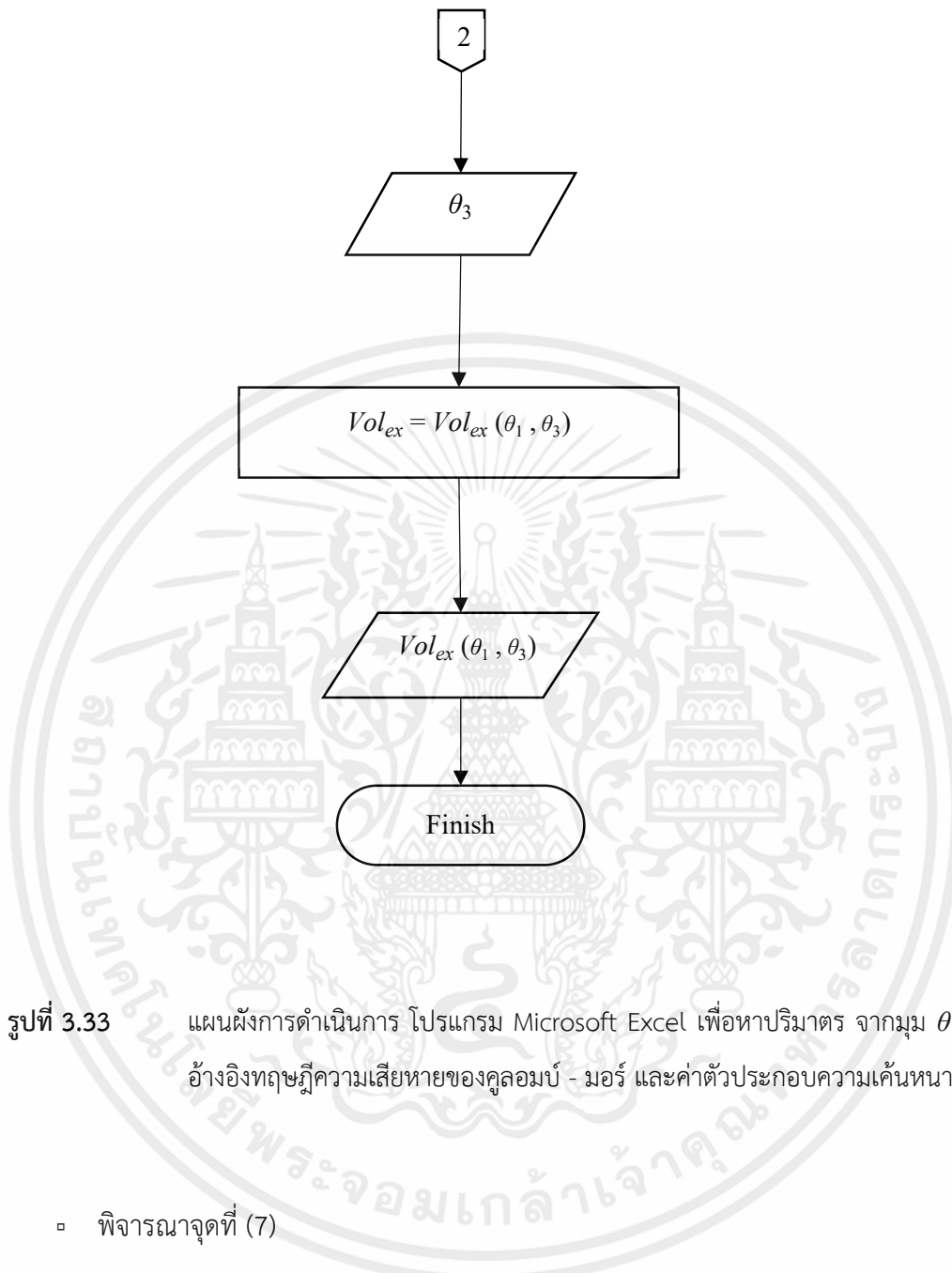
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



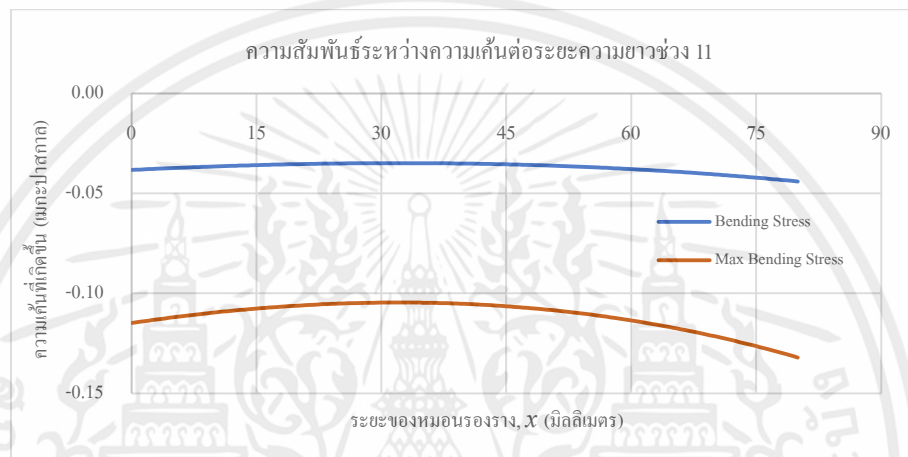
รูปที่ 3.33 แผนผังการดำเนินการ โปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหาปริมาณ จากมุม θ_1 และ θ_3 อ้างอิงทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ และค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น , K_f

▪ พิจารณาจุดที่ (7)

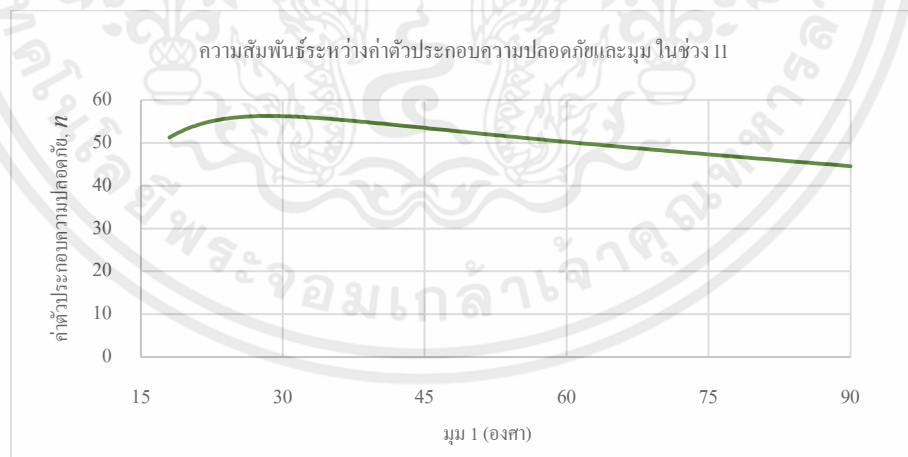
เป็นจุดที่อยู่บนตำแหน่งสิ้นสุดพื้นเอียงจากปลายพื้นที่รองรับราง ด้านปลายหมอนรองราง ดังรูปที่ 3.32 โดยตำแหน่งจุดจะเปลี่ยนไปตามมุม θ_1 ที่พิจารณา และเป็นจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดอย่างฉับพลัน ทำให้เกิดความเค้นดัดสูงกว่าปกติ จึงต้องพิจารณาค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น, K_f ประกอบด้วย เพื่อหาค่าความเค้นที่ใกล้เคียงสุด และวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากที่สุด ได้ดังนี้

ตารางที่ 3.30 ผลลัพธ์มุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ด้านปลายของหมอนรองราง

ระยะของหมอนรองราง, x	32	มิลลิเมตร
θ_1	28.44	องศา
K_t	3	
ความเค้นดัด	-0.035	เมกะปาสกาล
ความเค้นดัดสูงสุด	-0.105	เมกะปาสกาล



รูปที่ 3.34 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นต่อระยะของหมอนรองรางในช่วง I_1



รูปที่ 3.35 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n_1 ต่อมุม θ_1 ในช่วง I_1

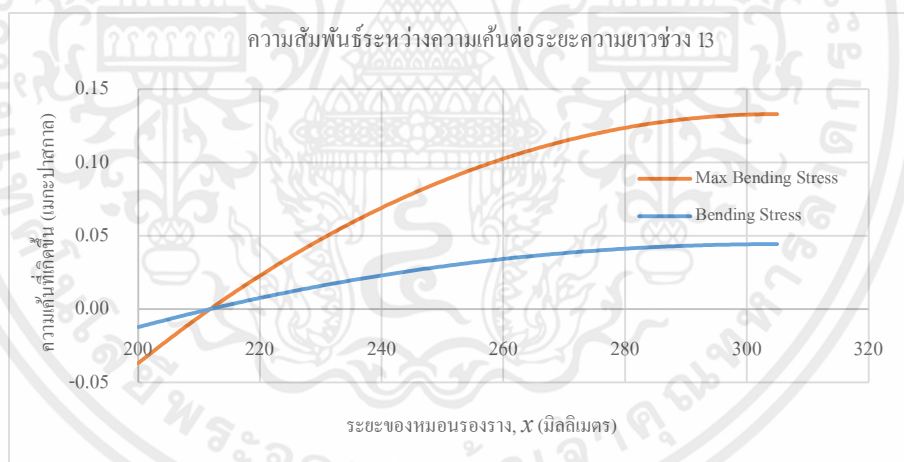
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

▪ พิจารณาจุดที่ (8)

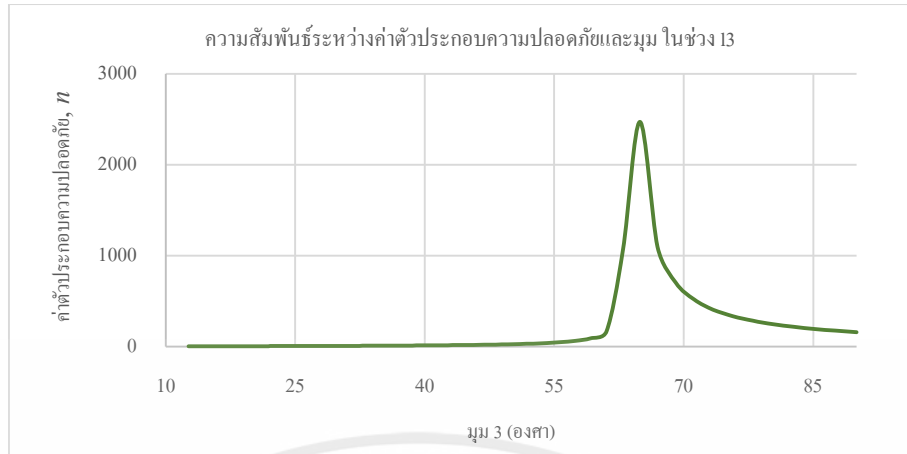
เป็นจุดที่อยู่บนตำแหน่งสิ้นสุดพื้นเอียงจากปลายพื้นที่รองรับราง ด้านกึ่งกลางหมอนรองราง โดยตำแหน่งจุดจะเปลี่ยนไปตามมุม θ_3 ที่พิจารณา และเป็นจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดอย่างฉับพลัน ทำให้เกิดความเค้นดัดสูงกว่าปกติ จึงต้องพิจารณาค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น, K_t ประกอบด้วย เพื่อหาค่าความเค้นที่ใกล้เคียงสุด และวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากที่สุด ได้ดังนี้

ตารางที่ 3.31 ผลลัพธ์มุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง ด้านกึ่งกลางหมอนรองราง

ระยะของหมอนรองราง, x	211.81	มิลลิเมตร
θ_3	63.32	องศา
K_t	3	
ความเค้นดัด	0	เมกะปาสกาล
ความเค้นดัดสูงสุด	0	เมกะปาสกาล



รูปที่ 3.36 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นต่อระยะของหมอนรองรางในช่วง l_3



รูปที่ 3.37 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวประกอบความปลอดภัย, n_3 ต่อมุม θ_3 ในช่วง I_3

ค่ามุม θ_1 และ θ_3 ที่ได้จากการคำนวณนั้น พิจารณาจากค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากที่สุด ซึ่งมีนัยสำคัญกับความสัมพันธ์ของโมเมนต์ตัดโดยตรง นั่นคือ ตำแหน่งที่มีค่าตัวประกอบความปลอดภัยมากที่สุด เป็นจุดที่มีค่าโมเมนต์ตัดต่ำสุดในช่วงนั้น ๆ

ตารางที่ 3.32 ผลลัพธ์ของการพิจารณาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง ในหมอนรองรางที่พิจารณาออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมป์ - มอร์

$\theta_1 = 28.44^\circ \approx 28^\circ$	$\theta_3 = 63.32^\circ \approx 63^\circ$
$Vol_{ex}(\theta_1, \theta_3) = 4.09 \times 10^4$ มิลลิเมตร ³	
$Vol = Vol(\theta_1, \theta_3) = 2.23 \times 10^6$ มิลลิเมตร ³	

ดังนั้น เมื่อพิจารณาขั้นตอนการออกแบบหมอนรองรางใหม่ ทั้งการหาปริมาตร จากค่าความสูงของหมอนรองราง เมื่อกำหนดให้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 รวมถึงการหาปริมาตร จากมุมที่ปลายพื้นที่รองรับวาง ที่ส่งผลให้ได้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากที่สุด สามารถสรุปการเปรียบเทียบปริมาตรรวมได้ ดังนี้

ตารางที่ 3.33 เปรียบเทียบปริมาตรของหมอนรองราง

หมอนรองราง	ปริมาตร ($\times 10^6$ มิลลิเมตร ³)	ผลต่าง (ร้อยละ)
เดิม ที่พิจารณาเป็นรูปอย่างง่าย	2.44	-
$Vol(t_1, t_3)$	2.16	11.4
$Vol(\theta_1, \theta_3)$	2.24	7.99



รูปที่ 3.38 พิกัดของหมอนรองราง ที่พิจารณาออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

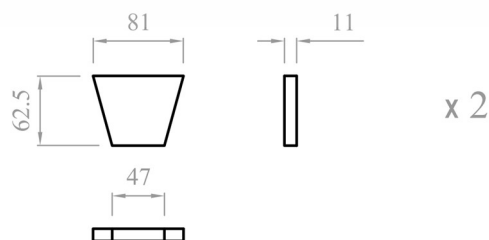
4.1 บทนำ

จากการดำเนินการ ในการคำนวณออกแบบเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับค่าที่ยอมให้ในรูปของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก และการพิจารณาภาระที่กระทำในหมอนรองราง รวมถึงการพิจารณาลดปริมาณของหมอนรองราง โดยพิจารณาจากความเค้น ประกอบกับทฤษฎีความเสียหายของคูลอมป์ - มอร์ ต่อไปจะเป็นขั้นตอนของการหล่อหมอนรองรางคอนกรีต เพื่อวิเคราะห์หมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาณแล้ว โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เปรียบเทียบผลลัพธ์กับทดสอบ รวมไปถึงการวิเคราะห์หาค่าความเค้นหลักที่เกิดขึ้นในหมอนรองรางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4.2 การหล่อหมอนรองรางคอนกรีต

อ้างอิงหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาณและใช้มุม 45 องศา เพื่อใช้ในการหล่อและทดสอบ พร้อมทั้งแบบหล่อคอนกรีตทดสอบรูปทรงกระบอก เพื่อใช้ในการทดสอบหาค่ากำลังรับแรงอัด ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

- เตรียมแบบหล่อคอนกรีตทรงกระบอก และแบบหล่อหมอนคอนกรีต ตามพิกัดของหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาณ และอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา ทำการวัดขนาดของไม้ เพื่อใช้ในการทำแบบหล่อหมอนรูปทรงปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู โดยไม้ที่ใช้ นั้น เป็นไม้แปรรูป มีความหนาที่ 11 มิลลิเมตร ในส่วนของด้านยาวของหมอนรองราง จึงต้องเผื่อระยะออกไป ตามความขนาดดังกล่าว สำหรับการติดตั้งส่วนหน้าตัดที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



รูปที่ 4.1 พิกัดของไม้ที่ใช้ ในหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ในหน่วยมิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 พิกัดของไม้ที่ใช้ ในผิวด้านข้างของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ในหน่วยมิลลิเมตร

- ในส่วนของหน้าตัดของหมอนรองรางที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ทำการเจาะรูที่ระยะ 14 มิลลิเมตรจากฐานของหน้าตัด เพื่อใช้ในการติดตั้งเหล็กเส้นในขั้นตอนการหล่อ
- ประกอบไม้ที่ได้วัดขนาด โดยใช้ตะปูยึดเข้าด้วยกัน และเพื่อระยะสำหรับการถอนออกของตะปู เพื่อ่ายในการถอดแบบหล่อหมอน ในส่วนของปริมาตรที่ถูกกลดลง ใช้โฟมในการแทนที่ เพื่อให้ได้รูปร่างของหมอนรองรางตามทีออกแบบ และใช้ดินน้ำมันในการปิดช่องว่าง ที่เกิดจากการต่อไม้และการแทนที่ด้วยโฟม
- ผสมคอนกรีต ด้วยอัตราส่วน 1 : 2 : 4 : $1/2$ ในเชิงปริมาตร นั่นคือ การผสมคอนกรีตในแต่ละครั้ง จะต้องใช้ปูนซีเมนต์ชนิดปูนปอร์ตแลนด์ประเภท 1 ในปริมาตร 1 ส่วน ททรายหยาบในปริมาตร 2 ส่วน หินเกล็ดขนาด $3/8$ นิ้ว ในปริมาตร 4 ส่วน และน้ำในปริมาตร $1/2$ ส่วน โดยอ้างอิงจากมาตรฐานโดยทั่วไปที่นิยมใช้ในงานก่อสร้างประเภทโครงสร้างคอนกรีต การซึ่งตวงวัดวัตถุดิบผสมคอนกรีต เลือกเป็นวิธีการตวงปริมาตร ซึ่งได้ระบุปริมาณส่วนผสมที่ใช้ในการหล่อหมอนรองรางคอนกรีต 1 หมอน ดังตารางที่ 4.1
- ในการผสมคอนกรีต เริ่มจากผสมปูนซีเมนต์กับทรายหยาบ ให้เข้ากันผสมจนเป็นเนื้อเดียวกัน ทำการใส่น้ำลงไปทิ้งไว้สักพัก หลังจากนั้นเทหินเกล็ดลงไปให้ครบตามอัตราส่วนข้างต้น
- เทคอนกรีตที่ผสมได้ ลงในแบบหล่อหมอนรองราง และแบบหล่อคอนกรีตทรงกระบอก ขณะที่กำลังเทคอนกรีต ทำการกระทุ้งโดยใช้อุปกรณ์ที่ใช้มือ เพื่อให้ได้คอนกรีตที่แน่นและเกิดฟองอากาศในคอนกรีตน้อยที่สุด
- ขณะที่เทคอนกรีตลงในแบบหล่อหมอนรองราง ถึงระดับความสูงของแบบหล่อครึ่งหนึ่ง ใส่เหล็กเส้นขนาด 1 หุน หรือ 0.3175 มิลลิเมตร ความยาว 650 มิลลิเมตร เข้าไปในรูที่ได้ทำการเจาะไว้ จากนั้นทำการเทคอนกรีตต่อพร้อมกับการกระทุ้งคอนกรีต จนเต็มแบบหล่อ
- ทำการปาดผิวคอนกรีตให้เรียบโดยใช้เกรียง และคลุมด้วยพลาสติกใสบนแบบหล่อ เพื่อป้องกันไม่ให้สูญเสียความชื้นเร็วเกินไป ซึ่งเป็นสาเหตุของรูพรุนในโครงสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

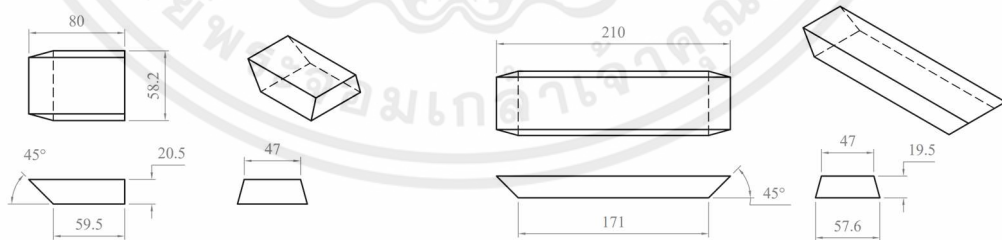
- ถอดแบบหล่อหอนรองราง และแบบหล่อคอนกรีตทรงกระบอก ออกจากแบบหล่อ หลังจากการเทคอนกรีต 2 วัน เพื่อให้คอนกรีตมีความแข็งตัว
- บ่มคอนกรีตด้วยวิธีการบ่มเปียก โดยการแช่น้ำ เพื่อป้องกันการสูญเสียน้ำความชื้นจากแสงแดด ซึ่งบ่มเปียกติดต่อกันไม่น้อยกว่า 7 วัน

ตารางที่ 4.1 ปริมาณของวัสดุที่ใช้ในการหล่อหอนรองรางเชิงปริมาตร

หอนรองราง	ปริมาณที่ใช้เชิงปริมาตร ($\times 10^6$ มิลลิเมตร ³)					ปริมาตรรวม ($\times 10^6$ มิลลิเมตร ³)
	ปูน	ทราย	หิน	น้ำ	เหล็กเสริม	
อย่างง่าย	0.32	0.65	1.30	0.16		2.44
อ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่ รองรับราง 45 องศา	0.28	0.56	1.12	0.14	0.0051	2.10



รูปที่ 4.3 และ 4.4 การเตรียมแบบหล่อไม้ และการเจาะรูที่หน้าตัดเพื่อติดตั้งเหล็กเส้น



รูปที่ 4.5 และ 4.6 พิกัดของโพนที่ใช้ในการแทนที่ในแบบหล่อที่ด้านปลายและกึ่งกลางของหอนรองราง ในหน่วยมิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 และ 4.8 การเตรียมวัสดุดิบของคอนกรีต และคอนกรีตที่ผสมเสร็จ



รูปที่ 4.9 การบ่มเปียกของคอนกรีต



รูปที่ 4.10 หมอนรองรางที่พิจารณาตปริมาตรและอ้างอิงมุม 45 องศา และคอนกรีตรูปทรงกระบอกสำหรับการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การทดสอบโมเมนต์ดัดและคุณสมบัติของวัสดุ

จากหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตร และอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา รวมไปถึงคอนกรีตทดสอบรูปทรงระบอบก ใช้ในการทดสอบหาค่ากำลังรับแรงอัดของคอนกรีต ทดสอบหมอนรองรางตามมาตรฐานการทดสอบโมเมนต์ดัดบวกและลบ ที่ตำแหน่งรองรับรางและที่กึ่งกลางหมอนรองราง รวมไปถึงการทดสอบกำลังรับแรงดึงของเหล็กเส้นกลม

จากน้ำหนักบรรทุกทดสอบดังตารางที่ 2.4 เป็นมาตรฐานสำหรับหมอนคอนกรีตอัดแรง ที่มีประสิทธิภาพในการรับภาระได้ดีกว่าหมอนรองรางในรูปของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก รวมถึงเครื่องทดสอบที่ใช้ ไม่สามารถขนน้ำหนักได้ตามมาตรฐานการทดสอบ และมีช่วงของภาระที่ก่อกเกินมากกว่าหมอนรองรางรับได้ จึงเลือกพิจารณาขนาดของภาระที่ส่งผลให้เกิดความเสียหาย เปรียบเทียบกับการทดสอบโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

อ้างอิงตำแหน่งการวางจุดรองรับจากมาตรฐานการทดสอบหมอนคอนกรีตอัดแรง ดังรูปที่ 2.9 และ 2.10 ลดความยาวให้สอดคล้อง โดยกฎของความคล้ายคลึง และเปรียบเทียบขนาดของภาระ จากกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต ขนาดโดยประมาณที่ร้อยละ 10 ของกำลังรับแรงอัด ผลการทดสอบคุณสมบัติ เป็นดังตาราง



รูปที่ 4.11 และ 4.12 การทดสอบกำลังรับแรงอัดคอนกรีต และการทดสอบโมเมนต์ดัดบวก ที่กึ่งกลางหมอนรองราง



รูปที่ 4.13 และ 4.14 การทดสอบกำลังรับแรงดึงของเหล็กเส้นกลม และผลการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 ผลการทดสอบคุณสมบัติคอนกรีตและเหล็กเส้นกลม

กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต, f_c' (KSC)	60.3
กำลังรับแรงดึงของคอนกรีต โดยประมาณ, f_t' (KSC)	6.03
มอดุลัสสภาพยืดหยุ่นของคอนกรีต (เมกะปาสกาล)	111
กำลังครากของเหล็กเส้นกลม (เมกะปาสกาล)	240
กำลังรับแรงดึงสูงสุดของเหล็กเส้นกลม (เมกะปาสกาล)	530
มอดุลัสสภาพยืดหยุ่นของเหล็กเส้นกลม (กิกะปาสกาล)	212.5

จากความสูงของพื้นที่รองรับรางและกึ่งกลางของหมอนรองรางเป็น 62.5 และ 43 มิลลิเมตร ตามลำดับ สามารถหาโมเมนต์แตกร้าวดังนี้

$$S_{bR} = 4.46 \times 10^4 \text{ มิลลิเมตร}^3 \quad S_{tR} = 3.74 \times 10^4 \text{ มิลลิเมตร}^3$$

$$S_{bC} = 2.24 \times 10^4 \text{ มิลลิเมตร}^3 \quad S_{tC} = 2.00 \times 10^4 \text{ มิลลิเมตร}^3$$

$$M_{crR+} = S_{bR} \cdot f_t' = 26.6 \text{ กิโลนิวตัน} \cdot \text{มิลลิเมตร}$$

$$M_{crR-} = S_{tR} \cdot f_t' = 22.1 \text{ กิโลนิวตัน} \cdot \text{มิลลิเมตร}$$

$$M_{crC+} = S_{bC} \cdot f_t' = 13.2 \text{ กิโลนิวตัน} \cdot \text{มิลลิเมตร}$$

$$M_{crC-} = S_{tC} \cdot f_t' = 11.8 \text{ กิโลนิวตัน} \cdot \text{มิลลิเมตร}$$

เมื่อ M_{cr} คือ โมเมนต์แตกร้าวดังกล่าว (กิโลนิวตัน · มิลลิเมตร)

S_{bR} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านล่างที่พื้นที่รองรับราง (มิลลิเมตร³)

S_{tR} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านบนที่พื้นที่รองรับราง (มิลลิเมตร³)

S_{bC} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านล่างที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต (มิลลิเมตร³)

และ S_{tC} คือ มอดุลัสหน้าตัดด้านบนที่กึ่งกลางหมอนคอนกรีต (มิลลิเมตร³)

สามารถคำนวณหาขนาดของภาระที่ทำให้เกิดความเสียหายได้ โดยพิจารณาจากโมเมนต์
แตกร้าวและระยะการวางตำแหน่งของจตุรรองรับ ได้ขนาดเป็นดังนี้

$$P_{tR+} = \frac{2 M_{crR+}}{100 - 14} = 607 \text{ นิวตัน}$$

$$P_{tR-} = \frac{2 M_{crR-}}{100 - 14} = 509 \text{ นิวตัน}$$

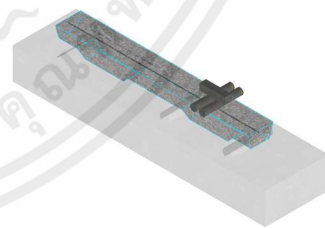
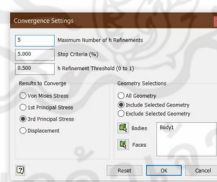
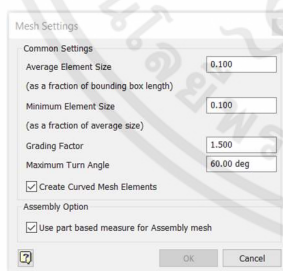
$$P_{cR+} = \frac{2 M_{crC+}}{0.5 \cdot 330 - 23} = 186 \text{ นิวตัน}$$

$$P_{cR-} = \frac{2 M_{crC-}}{0.5 \cdot 330 - 23} = 167 \text{ นิวตัน}$$

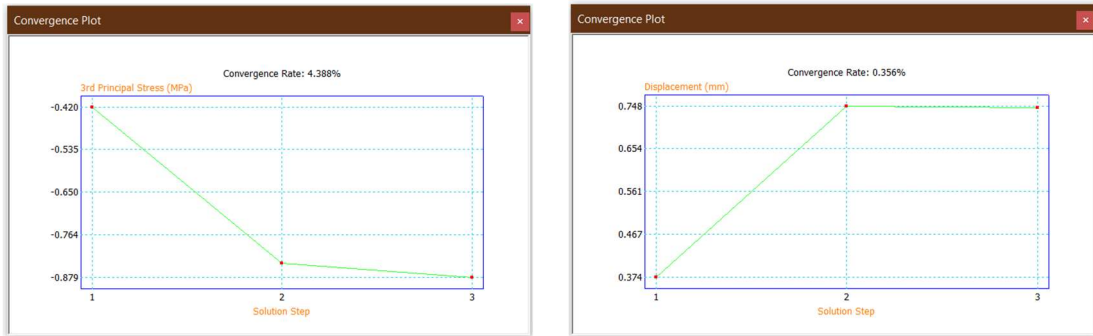
4.4 การวิเคราะห์ผลลัพธ์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

สร้างแบบจำลองการทดสอบในโปรแกรม Autodesk AutoCAD และใช้โปรแกรม Autodesk Inventor ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ใช้ฟังก์ชัน Insert Frame ในการติดตั้งเหล็กเสริมในแบบจำลอง กำหนดขนาดเอลิเมนต์ในเบื้องต้น โดยในโปรแกรม Autodesk Inventor จะเป็นการกำหนดอัตราส่วนของขนาดเอลิเมนต์ต่อขนาดของวัตถุ ดังรูปที่ 4.15

ใช้ฟังก์ชัน Convergence Settings เพื่อให้โปรแกรมปรับความละเอียดเอลิเมนต์ โดยกำหนด Maximum Number of h Refinements ที่ 5 และค่า Stop Criteria หรือจะหยุดการปรับเมื่อผลลัพธ์สองค่าล่าสุดมีผลต่างไม่เกินร้อยละที่กำหนดไว้ ส่งผลให้ความเค้นหลักที่ 3 แม่นยำมากขึ้น



รูปที่ 4.15 และ 4.16 การกำหนดขนาดเอลิเมนต์เบื้องต้น และการหาขนาดของผลลัพธ์ที่แม่นยำ โดยใช้ Convergence Settings



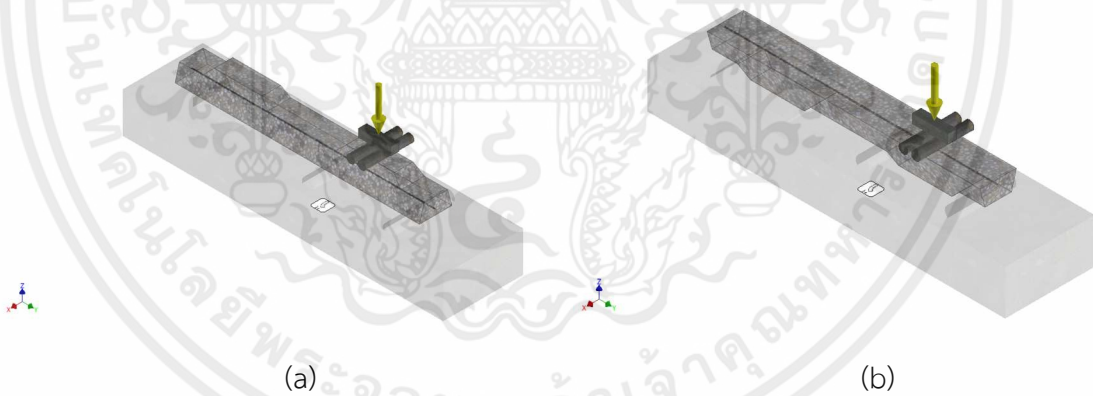
(a)

(b)

รูปที่ 4.17 แนวโน้มของผลลัพธ์ เมื่อใช้ Convergence Settings

(a) ค่าความเค้นหลักที่ 3 (b) ระยะการเสียรูป

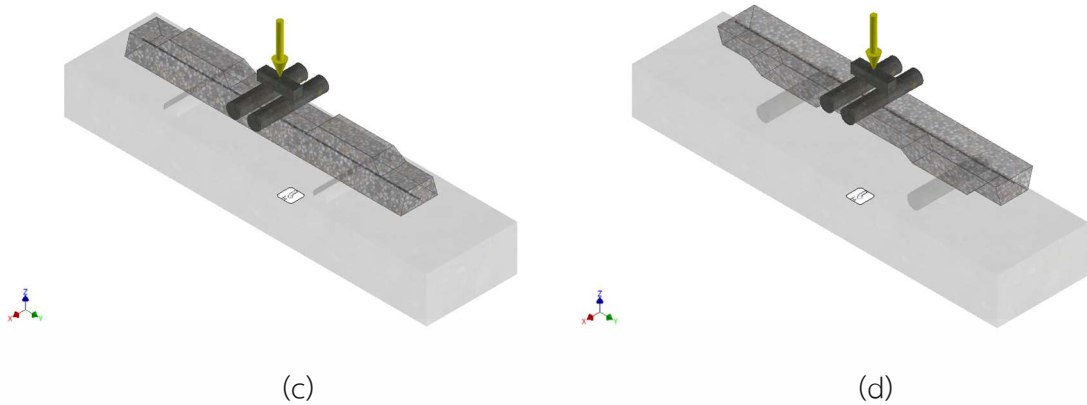
การจำลองการทดสอบหมอนรองรางทั้ง 4 ตำแหน่ง โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำได้โดยใช้โปรแกรมเขียนแบบ Autodesk AutoCAD ในการสร้างจตุรกรับและชิ้นส่วนที่ใช้ในการกดน้ำหนักบนหมอนรองราง ตามตำแหน่งในรูปที่ 2.9 และ 2.10 ดังนี้



(a)

(b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 แบบจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองรับ

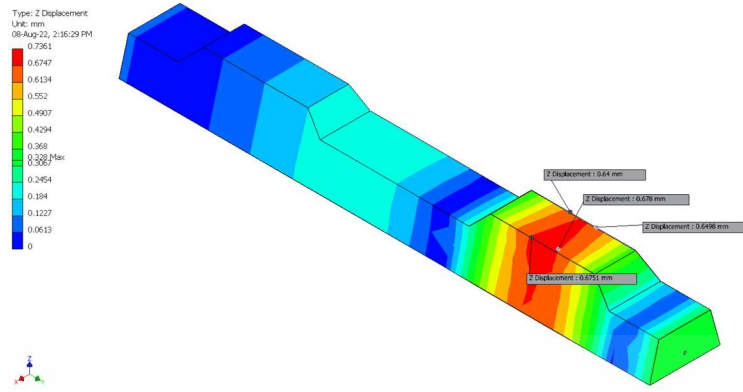
- (a) โมเมนต์ดัดบวกที่พื้นที่รองรับราง (b) โมเมนต์ดัดลบที่พื้นที่รองรับราง
 (c) โมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนรองรับ (d) โมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนรองรับ

4.5 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการทดสอบกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

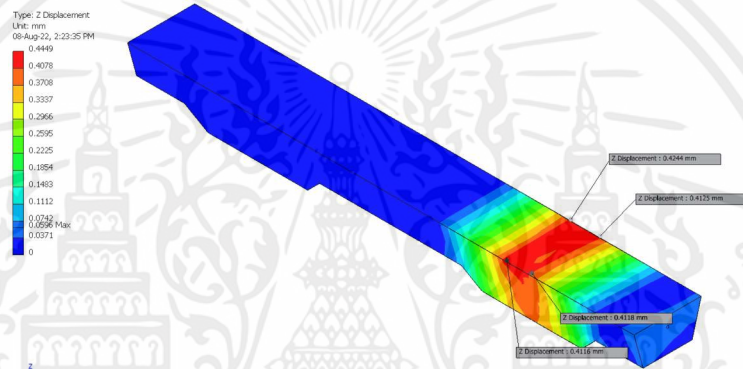
จากการทดสอบจริง เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับค่าเฉลี่ยจากการจำลองการทดสอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดสอบ

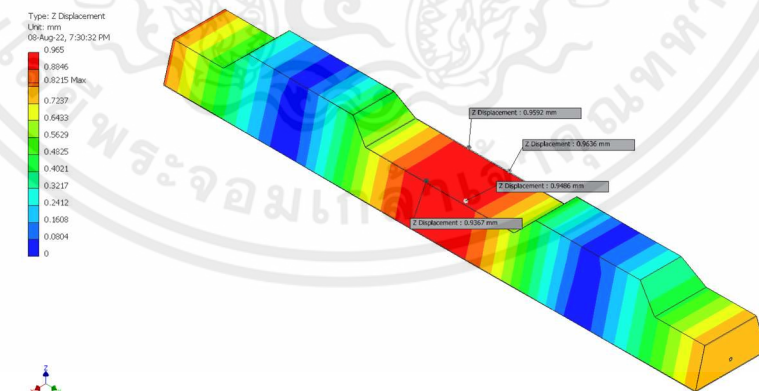
การทดสอบ โมเมนต์ดัด	แรงกด (นิวตัน)	ระยะการเสียรูปในแนวตั้ง (มิลลิเมตร)		ร้อยละของ ผลต่าง
		ระเบียบวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ โดยเฉลี่ย	การทดสอบจริง	
โมเมนต์ดัดบวกที่ พื้นที่รองรับราง	622	0.6607	0.05	92.4
โมเมนต์ดัดลบที่ พื้นที่รองรับราง	532	0.4151	0.32	22.9
โมเมนต์ดัดบวกที่ กึ่งกลางหมอน	173	0.952	0.11	88.4
โมเมนต์ดัดลบที่ กึ่งกลางหมอน	178	0.3415	0.1	70.7



(a)

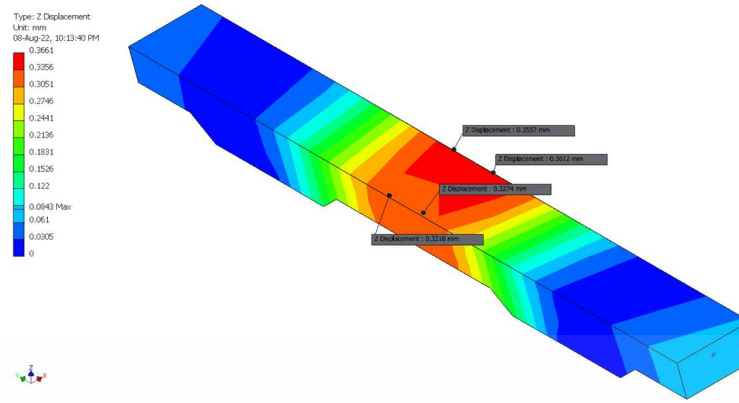


(b)



(c)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



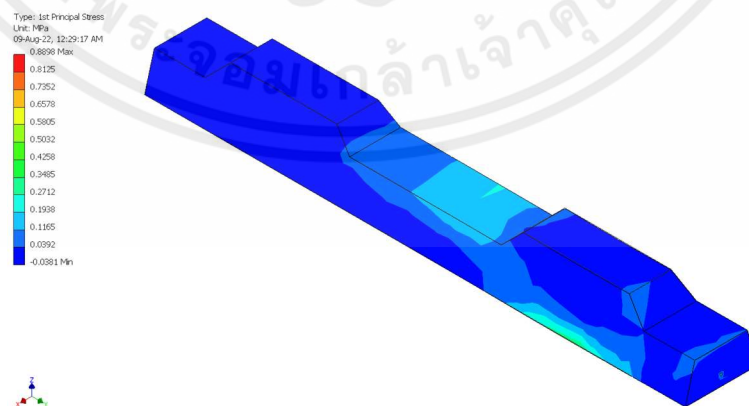
(d)

รูปที่ 4.19 การจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองรางที่พิจารณาขนาดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในรูปของระยะการเสียรูปในแนวดิ่ง

- (a) โมเมนต์ดัดบวกที่พื้นที่รองรับราง
- (b) โมเมนต์ดัดลบที่พื้นที่รองรับราง
- (c) โมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนรองราง
- (d) โมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนรองราง

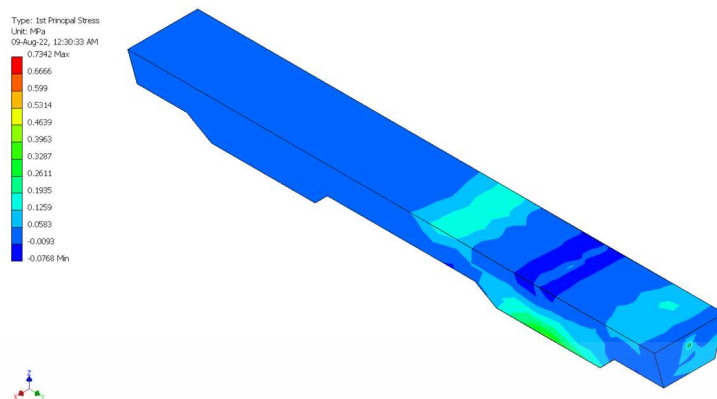
4.6 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กับกำลังรับแรงดึงสูงสุดของคอนกรีต

จากการดำเนินการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในหัวข้อที่ 4.5 พิจารณาค่าความเค้นหลักที่ 1 ที่เกิดขึ้นในการทดสอบ เพื่อเปรียบเทียบกับกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต ได้ผลดังนี้

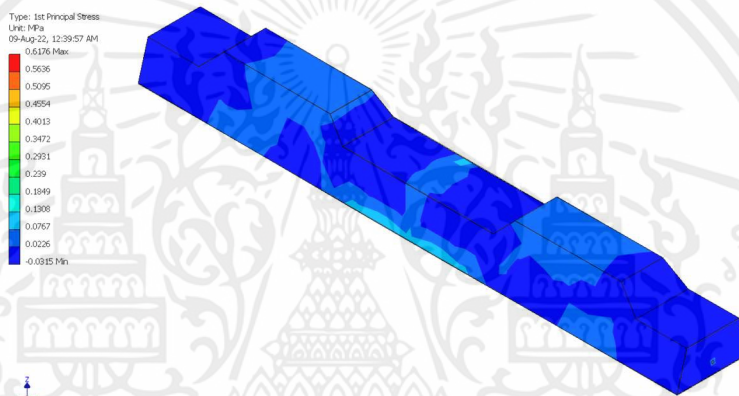


(a)

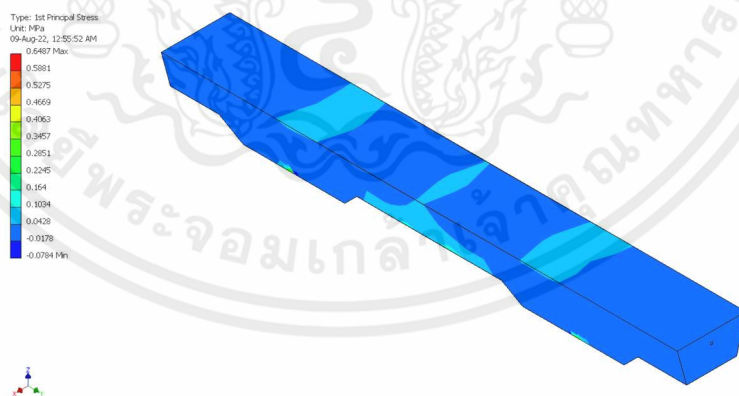
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(b)



(c)



(d)

รูปที่ 4.20 การจำลองการทดสอบโมเมนต์ดัดในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในรูปของความเค้นหลัก
 (a) โมเมนต์ดัดบวกที่พื้นที่รองรับราง (b) โมเมนต์ดัดลบที่พื้นที่รองรับราง
 (c) โมเมนต์ดัดบวกที่กึ่งกลางหมอนรองราง (d) โมเมนต์ดัดลบที่กึ่งกลางหมอนรองราง

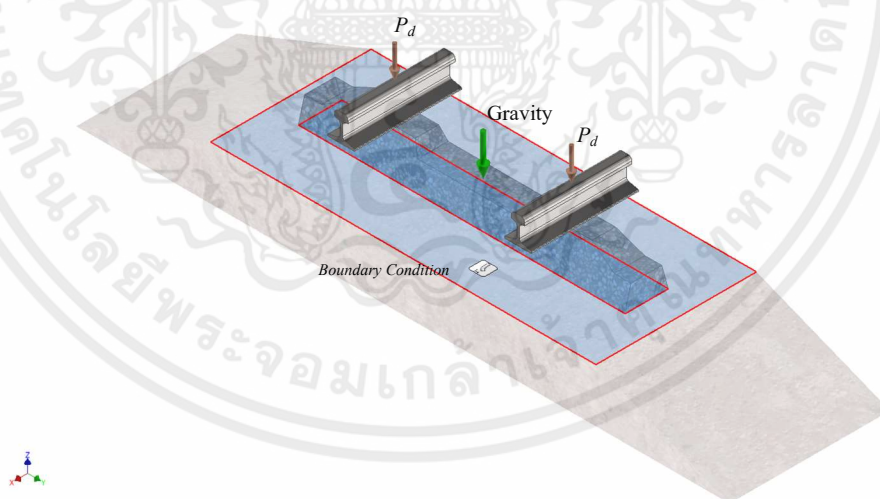
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ขนาดของความเค้นหลักที่เกิดขึ้น ในหมอนรองรางที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา ในการจำลองการทดสอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การทดสอบ	ขนาดของความเค้นหลักมากที่สุดที่เกิดขึ้น (เมกะปาสกาล)		กำลังรับแรงดึงสูงสุด ของคอนกรีต (เมกะปาสกาล)
	โมเมนต์ดัดบวก	โมเมนต์ดัดลบ	
พื้นที่รองรับราง	0.8898	0.7342	0.58
กึ่งกลางหมอน	0.6176	0.6487	

4.7 การวิเคราะห์ความเค้นหลักที่เกิดขึ้นในหมอนรองราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

พิจารณาการวิเคราะห์โครงสร้างทางในรูปแบบสถิตยศาสตร์ (Static Analysis) มีแรงที่กระทำ คือ น้ำหนักลงพื้นที่ออกแบบขนาด 282 นิวตัน ไม่รวมน้ำหนักของราง (สี่ชมพู) และทิศทางของแรงโน้มถ่วง (สีเขียว) สร้างชั้นหินโรยทาง กำหนดหน้าสัมผัส (Contacts) ระหว่างชิ้นส่วนในโครงสร้างเป็น Separation พร้อมกำหนดตำแหน่งของแรงกระทำและจุดอ้างอิง ดังรูป



รูปที่ 4.21 ตำแหน่งที่แรงกระทำและการกำหนดจุดอ้างอิง

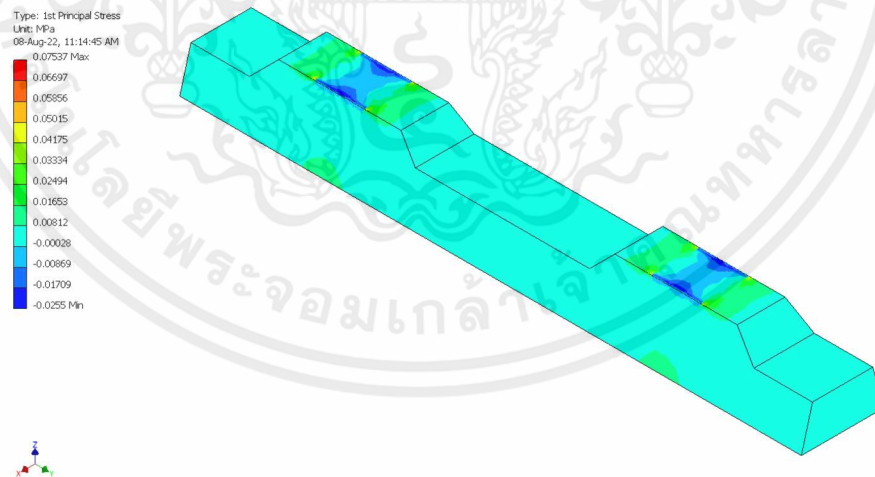
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดคุณสมบัติวัสดุในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนี้

ตารางที่ 4.5 คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในโปรแกรม Autodesk Inventor

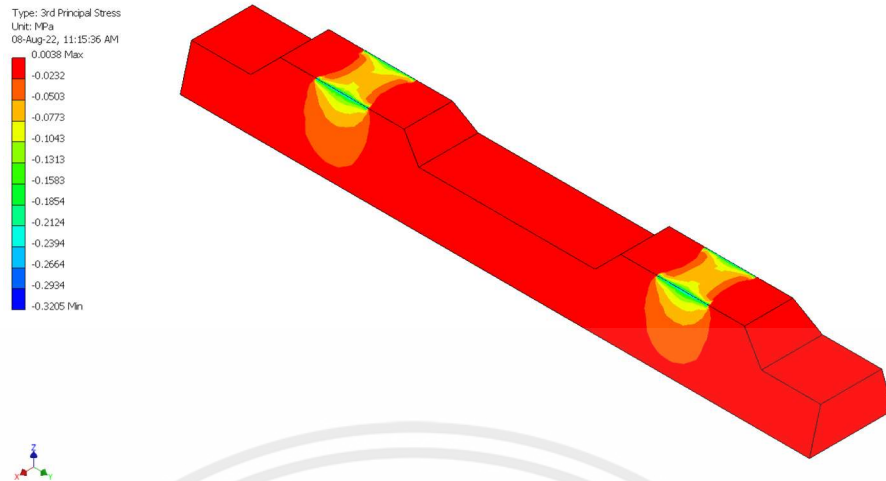
คุณสมบัติ	Mild Steel [29] (ราง)	Concrete [30], [32] (หมอนรองราง)
Compressive Strength (MPa)	-	5.88
Tensile Strength (MPa)	400	0.588
Yield Strength (MPa)	250	0.5
Young's Modulus (GPa)	200	11.5
Shear Modulus (GPa)	79.3	5.575
Poisson's Ratio	0.26	0.1
Density (kg/m^3)	7850	2400

ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการวิเคราะห์หาค่าความเค้นหลักที่เกิดขึ้นในหมอนรองราง ที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา ได้ผลลัพธ์ ดังนี้



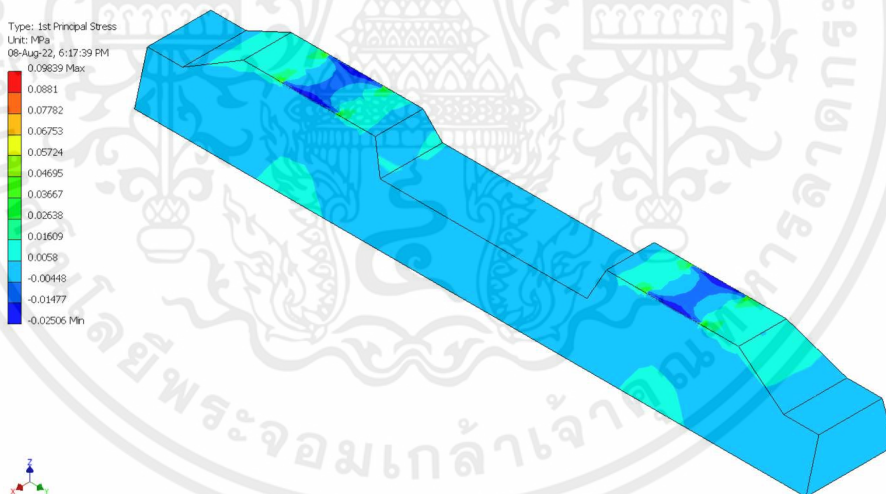
รูปที่ 4.22 ความเค้นหลักที่ 1 ในหมอนรองรางที่ลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



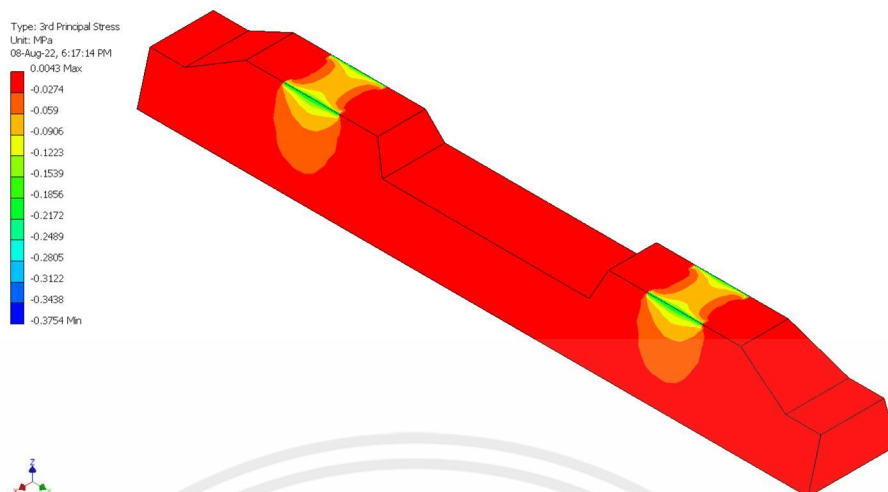
รูปที่ 4.23 ความเค้นหลักที่ 3 ในหมอนรองรางที่ลดปริมาตรและอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่รองรับราง 45 องศา

และการวิเคราะห์หาค่าความเค้นหลักที่เกิดขึ้นในหมอนรองราง ที่พิจารณาออกแบบใหม่ตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ กำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 ได้ผลลัพธ์ ดังนี้



รูปที่ 4.24 ความเค้นหลักที่ 1 ในหมอนรองรางที่ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.25 ความเค้นหลักที่ 3 ในหมอนรองรางที่ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

ตารางที่ 4.6 ความเค้นหลักที่เกิดขึ้นสูงสุดในหน่วยเมกะปาสกาล

หมอนรองราง	ความเค้นหลักจากการคำนวณ		ความเค้นหลัก จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	
	ความเค้นหลัก ที่ 1 (มากที่สุด)	ความเค้นหลัก ที่ 3 (น้อยสุด)	ความเค้นหลัก ที่ 1 (มากที่สุด)	ความเค้นหลัก ที่ 3 (น้อยสุด)
หมอนรองรางที่ลดปริมาตร และอ้างอิงมุมที่ปลายพื้นที่ รองรับราง 45 องศา	0.219	-0.123	0.07537	-0.3205
หมอนรองรางตามทฤษฎี ความเสียหายของ คูลอมบ์ - มอร์	0.1828	-0.135	0.09839	-0.3754

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าความเค้นหลักที่เกิดขึ้น ในตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูปที่ 3.27 ของหมอนรองรางที่ ออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์ จากการคำนวณ เปรียบเทียบกับระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์

ตารางที่ 4.7 เปรียบเทียบความเค้นหลักที่เกิดขึ้น จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการคำนวณ ในหมอนรองรางออกแบบตามทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ – มอร์

จุดที่พิจารณา	ค่าความเค้นหลักที่เกิดขึ้น (เมกะปาสกาล)			
	จากการคำนวณ		จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	
	ที่ 1	ที่ 3	ที่ 1	ที่ 3
(1)	0	-0.219	7E - 5	-3E - 4
(2)	0.196	0	1.2E - 4	-2E - 4
(3)	0	-0.224	-5.89E - 3	-7E - 2
(4)	0.183	-0.133	9.31E - 3	-2.75E - 2
(5)	0.196	0	2.5E - 4	-1E - 4
(6)	0	-0.174	6E - 5	-8E - 4
(7)	0	-0.145	3.19E - 3	-1E - 4
(8)	0	-0.0024	5.58E - 3	1E - 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการดำเนินงานและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

ออกแบบหมอนรองรางสำหรับขนาดความกว้างทาง 12 นิ้ว โดยทำการลดขนาดจากหมอนรองรางสำหรับขนาดความกว้างทาง 1 เมตรที่ใช้สำหรับรถไฟในประเทศไทย พิจารณาเป็นรูปร่างปริซึมที่มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมคางหมูอย่างง่าย คำนวณออกแบบเพื่อตรวจสอบค่าที่ยอมให้ในรูปของคานาคอนกรีตเสริมเหล็ก หาความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนในหมอนรองราง

พิจารณาการลดปริมาตรของหมอนรองราง โดยหาความสูงของหมอนรองรางที่เหมาะสมจากค่าความเค้นดัดที่เกิดขึ้นจากโมเมนต์ดัดตลอดความยาวของหมอนรองราง เปรียบเทียบจากกำลังรับแรงดึงของคอนกรีต อ้างอิงมุมจากปลายพื้นที่รองรับรางเป็น 45 องศาตามงานวิจัย ที่กล่าวถึงบริเวณความเค้นสูงในพื้นที่รองรับราง พิจารณาค่าตัวประกอบความปลอดภัยจากทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์

ออกแบบหมอนรองรางใหม่ โดยกำหนดค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่ 3 คำนึงถึงค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่นและสถานะความเค้นในหมอนรองราง อ้างอิงหน้าตัดของหมอนรองรางตามรูปร่างเดิม ใช้ทฤษฎีความเสียหายของคูลอมบ์ - มอร์ ได้พื้นที่เอียงจากปลายพื้นที่รองรับราง สิ้นสุดที่ตำแหน่งที่ค่าโมเมนต์ดัดต่ำสุด ซึ่งส่งผลให้ค่าตัวประกอบความปลอดภัยมีค่ามากที่สุด ซึ่งสามารถลดปริมาตรจากหมอนรองรางอย่างง่ายได้ร้อยละ 7.99 และมีค่าตัวประกอบความปลอดภัยที่มากขึ้น

ทำการหล่อหมอนรองรางคอนกรีตที่พิจารณาลดปริมาตรและอ้างอิงมุมจากพื้นที่รองรับรางเป็น 45 องศา เพื่อทดสอบโมเมนต์ดัดบวกและลบ ในพื้นที่รองรับรางและกึ่งกลางหมอนรองราง หาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดต่อระยะการเสียรูปในแนวตั้ง เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในรูปของการเสียรูปในแนวตั้ง ได้ค่าร้อยละของผลต่างในการทดสอบโมเมนต์ดัดบวกและลบในพื้นที่รองรับรางเป็นร้อยละ 92.4 และ 22.9 ตามลำดับ และค่าร้อยละของผลต่างในการทดสอบโมเมนต์ดัดบวกและลบที่กึ่งกลางของหมอนรองรางเป็นร้อยละ 88.4 และ 70.7 ตามลำดับ

5.2 ปัญหา

จากค่าร้อยละของผลต่างในการทดสอบ เมื่อเปรียบเทียบผลจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถแจกแจงสาเหตุที่อาจส่งผลได้ ดังนี้

- 5.2.1 ภาพรวมในการหล่อ เช่น การเทคอนกรีต สภาพการทำงาน ระยะเวลาการบ่ม รวมไปถึงคุณภาพของวัสดุดิบ อาจส่งผลให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ
- 5.2.2 เครื่องทดสอบที่ใช้ในการพิจารณาโมเมนต์แตกร้าว ไม่สามารถคงขนาดของน้ำหนักได้ตามมาตรฐานการทดสอบ รวมถึงมีช่วงของภาระในแนวตั้งที่มาก จึงไม่เหมาะสมสำหรับการทดสอบคานขนาดเล็ก

5.3 ข้อเสนอแนะ

- 5.3.1 ออกแบบเครื่องยึดเหนี่ยวรางที่มีประสิทธิภาพ คำนึงถึงการติดตั้งจริง
- 5.3.2 ในขั้นตอนของการทดสอบ เลือกใช้เครื่องมือในการทดสอบที่เหมาะสมกับงาน โครงสร้างขนาดเล็ก รวมถึงเลือกใช้วัสดุดิบในการหล่อที่เป็นไปตามมาตรฐาน
- 5.3.3 พิจารณาถึงแผ่นยางรองราง เพื่อดูดซับแรงและการสั่นสะเทือนที่ส่งผ่านจากรางสู่หมอนรองราง ลดโอกาสเกิดความเสียหายของหมอนรองราง

เอกสารอ้างอิง

- [1] Mahmood M. Shokrieh และ Meysam Rahmat (2007), “Effect of Young’s modulus on response of railway sleeper” [Online] Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X05002647#fd31>
- [2] Wahid Ferdous, Allan Manalo และคณะ (2017), “Evaluation of an Innovative Composite Railway Sleeper for a Narrow-Gauge Track under Static Load” [Online] Available at: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CC.1943-5614.0000833>
- [3] Ramon Silva, Welington V. Silva และคณะ (2020), Department of Civil and Environmental Engineering “Experimental and Numerical Analyses of the Failure of Prestressed Concrete Railway Sleepers” [Online] Available at: <https://www.mdpi.com/1996-1944/13/7/1704/htm#B16-materials-13-01704>
- [4] พิษณุ พงษ์ไทย, วิศวกรงานตรวจสอบด้านเทคนิคทางถาวร ศูนย์ทางถาวร ฝ่ายการช่างโยธา รพท., เอกสารประกอบการเรียน “มาตรฐานและการทดสอบวัสดุทาง”
- [5] เจน บุญเชื้อ, วิศวกรใหญ่ ฝ่ายการช่างโยธา รพท., “ความรู้เบื้องต้นวิศวกรรมรถไฟ” [Online] Available at: <http://srtcivilnorth.com/test/ความรู้เบื้องต้นวิศวกรรมรถไฟ.pdf>, พิมพ์ครั้งที่ 1 (2554)
- [6] สำนักงานนโยบายและแผนการขนส่งจราจร, “มาตรฐานโครงสร้างทางรถไฟ” [Online] Available at: https://www.otp.go.th/uploads/tiny_uploads/ProjectOTP/2560/Project06/ManualStandard.pdf
- [7] สำนักงานนโยบายและแผนการขนส่งจราจร, “คู่มือการออกแบบและก่อสร้างโครงสร้างทางรถไฟ” [Online] Available at: https://www.otp.go.th/uploads/tiny_uploads/ProjectOTP/2560/Project06/ManualDesign.pdf

- [8] สำนักงานมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม, “หมอนคอนกรีตอัดแรงสำหรับรถไฟ เล่ม3: การทดสอบหมอนคอนกรีตอัดแรงสำหรับรางรถไฟ” [Online] Available at: http://www.fio.co.th/web/tisi_fio/fulltext/TIS2528_3-2553.pdf
- [9] ผศ. สาโรจน์ ดำรงศิลป์, สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา, มทร. รัตนโกสินทร์, “การออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีความเค้นใช้งาน” [Online] Available at: https://engfanatic.tumcivil.com/tumcivil_1/media/RC-SR/RC-WSD.pdf
- [10] ผศ. ดร. ปรียาพร โภษา, สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, “บทที่ 4 การวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง” [Online] Available at: http://eng.sut.ac.th/ce/download/homework/HydraulicHandout_AllCh_Book02withLOGO_Ch4.pdf
- [11] สวัสดิ์ ภูมิสวัสดิ์, มก.กพส., “เอกสารประกอบการสอน 01208242 กลศาสตร์ของไหล” [Online] Available at: <http://www.me.eng.kps.ku.ac.th/mekups/Images/Academic/Course-Material/flu/flu-2017-05-21-1.pdf>
- [12] Monica P. Nicoreac, Mircea Petrina และคณะ (2010), “Similitude Theory and Applications” [Online] Available at: https://www.researchgate.net/publication/273643267_similitude_theory_and_applications
- [13] ญัฐ ดวงรัตน์ประทีป, พิมพ์เดือน รังสิยากุล และคณะ, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, “ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการประยุกต์ใช้ในทางทันตกรรมรากเทียม” [Online] Available at: http://web1.dent.cmu.ac.th/cmdj/fulltext/fulltext_2561_39_3_493.pdf
- [14] ผศ. ดร. มนต์ศักดิ์ พิมสาร, ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล., “ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [Finite Element Method, FEM]” [Online] Available at: http://eng.sut.ac.th/me/box/2_54/435301/IntroductionFEM.pdf
- [15] หจก. มงคลพาณิชย์, “เหล็กวางรถไฟ” [Online] Available at: <https://www.mongkolpanich.com/เหล็กวางรถไฟ/5884b1084d633500011482cd>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [16] รศ. ดร. เบญจมาศ พนมรัตน์รักษ์, ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมและเครื่องมือวัด มจธ. “เอกสารประกอบการเรียน รายวิชา EEE603 Advanced Mathematics for Electrical Engineering” [Online] Available at: <https://inc.kmutt.ac.th/~yoodyui/courses/EEE603/>
- [17] ผศ. ดร. มนต์ศักดิ์ พิมสาร, ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล., เอกสารประกอบการเรียน “Optimum Design in Mechanical Engineering”
- [18] **Railway Challenge**, Rail Transportation Engineering, King Monkut’s Institute of Technology Ladkrabang
- [19] The Engineering Toolbox, “**Factors of Safety**”, [Online] Available at: https://www.engineeringtoolbox.com/factors-safety-fos-d_1624.html
- [20] พิเชษฐ์ พิณีจ, คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, "ทิศทางการค้นหาค้นหา: การวิเคราะห์เชิงจุดและเชิงสนามผ่านปัญหาในทฤษฎีสถิตภาพยืดหยุ่น" [Online] Available at: <http://pichet-pinit.in.th/wp-content/uploads/2013/10/NJ-EJTH-2010-21-1-20.pdf>
- [21] Hmong, “วงกลมของ Mohr” [Online] Available at: https://hmong.in.th/wiki/Mohr_diagram
- [22] นางวาสนิชาพัฒน์ วราเสฏฐ์รัตน, วิศวกรรมโยธา มศว “การวิเคราะห์เปรียบเทียบความต้านทานต่อการแตกหักของพื้รักษารากที่มีขนาดคลองรากพื้กว้าง เมื่อใช้เดือยไฟเบอร์จำนวนต่าง ๆ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM)” [Online] Available at: <http://ir.swu.ac.th/xmlui/bitstream/handle/123456789/5052/PRO2364.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- [23] StructX, Structural Engineering Resouces, “**Isosceles Trapezoid – Geometric Properties**” [Online] Available at: https://structx.com/Shape_Formulas_015.html
- [24] Confast, Concrete Fastening Systems, Cleveland, USA, “**Rules of Fastening to Concrete**” [Online] Available at: <https://www.confast.com/articles-rules-for-fastening-to-concrete/>

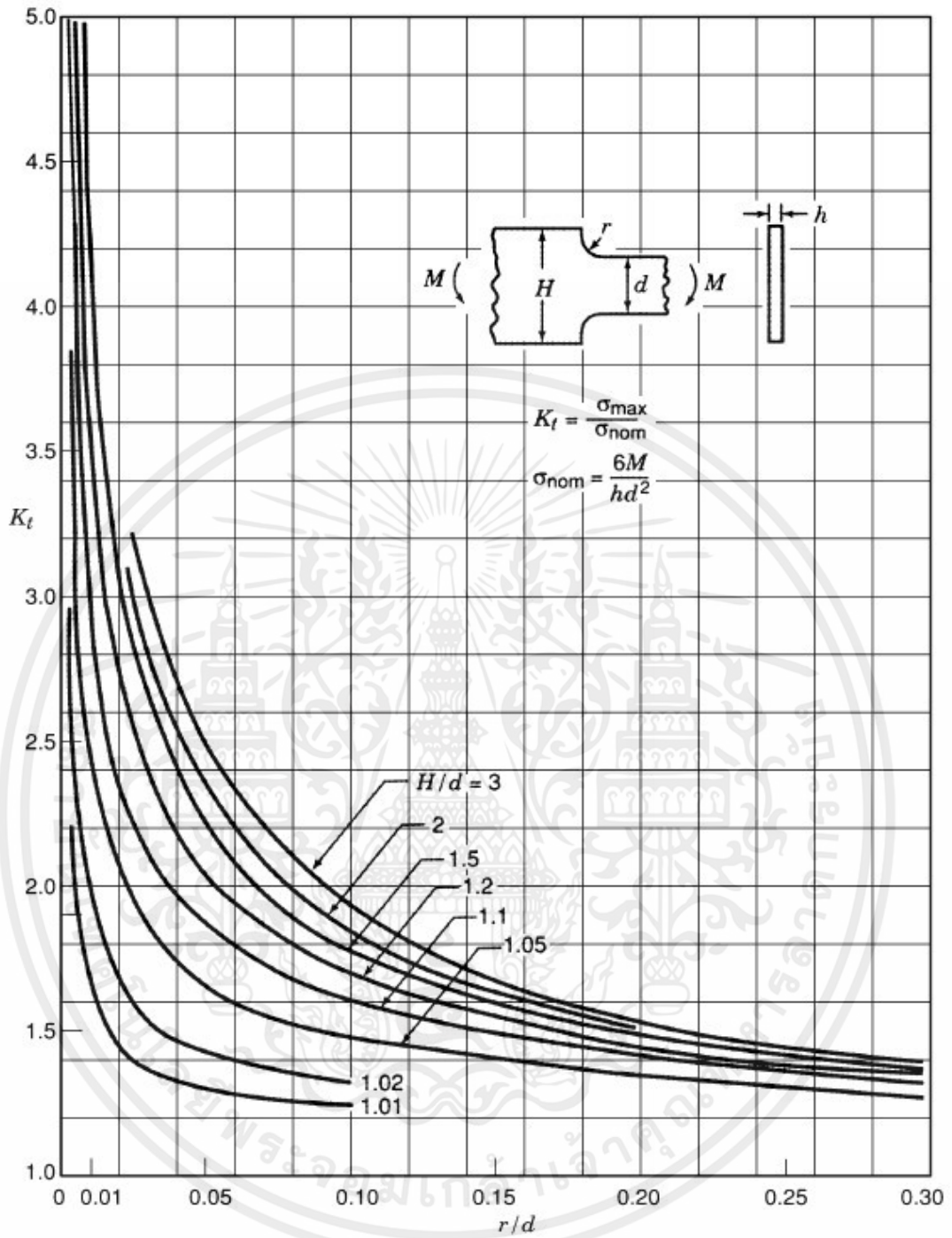
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [25] College of Engineering and Applied Science, University of Cincinnati, "AEEM6001 Advanced Strength of Materials: Chapter 5 Beams on Elastic Foundation" [Online] Available at: <http://www.ase.uc.edu/~pnagy/ClassNotes/AEEM6001%20Advanced%20Strength%20of%20Materials/Chapter%205%2C%20Beams%20on%20Elastic%20foundation.pdf>
- [26] สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยนเรศวร, “สติฟเนสเมตริกซ์ของคานบนฐานรากยึดหยุ่นอีลาสติค บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี” [Online] Available at: <http://dcms.lib.nu.ac.th/dcms/01342/chapter2.pdf>
- [27] Matmatch GmbH, "JIS G3101 Grade SS400", [Online] Available at: <https://matmatch.com/materials/minfm36577-jis-g3101-grade-ss400>
- [28] Walter D. Pilkey, John Wiley & Sons INC., United States of America, **Peterson's Stress Concentration Factors**
- [29] Redstone Manufacturing, "Q235 Steel Equivalent", [Online] Available at: <https://redstonemanufacturing.com/q235-steel/>
- [30] EuroCode Applied, "Table of Concrete Design Properties" [Online] Available at: <https://eurocodeapplied.com/design/en1992/concrete-design-properties>
- [31] สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยนเรศวร, “การศึกษาวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงความเค้นและความเครียดบนชิ้นงานเหล็กเหนียวที่มีรอยบาก” [Online] Available at: <http://dcms.lib.nu.ac.th/dcms/01308/chapter2.pdf>
- [32] BYJU'S, "Poisson's Ratio - Longitudinal Strain and Lateral Strain" [Online] Available at: <https://byjus.com/physics/poissons-ratio/#:~:text=The%20Poisson's%20ratio%20of%20concrete%20is%200.1%20to%200.2.>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

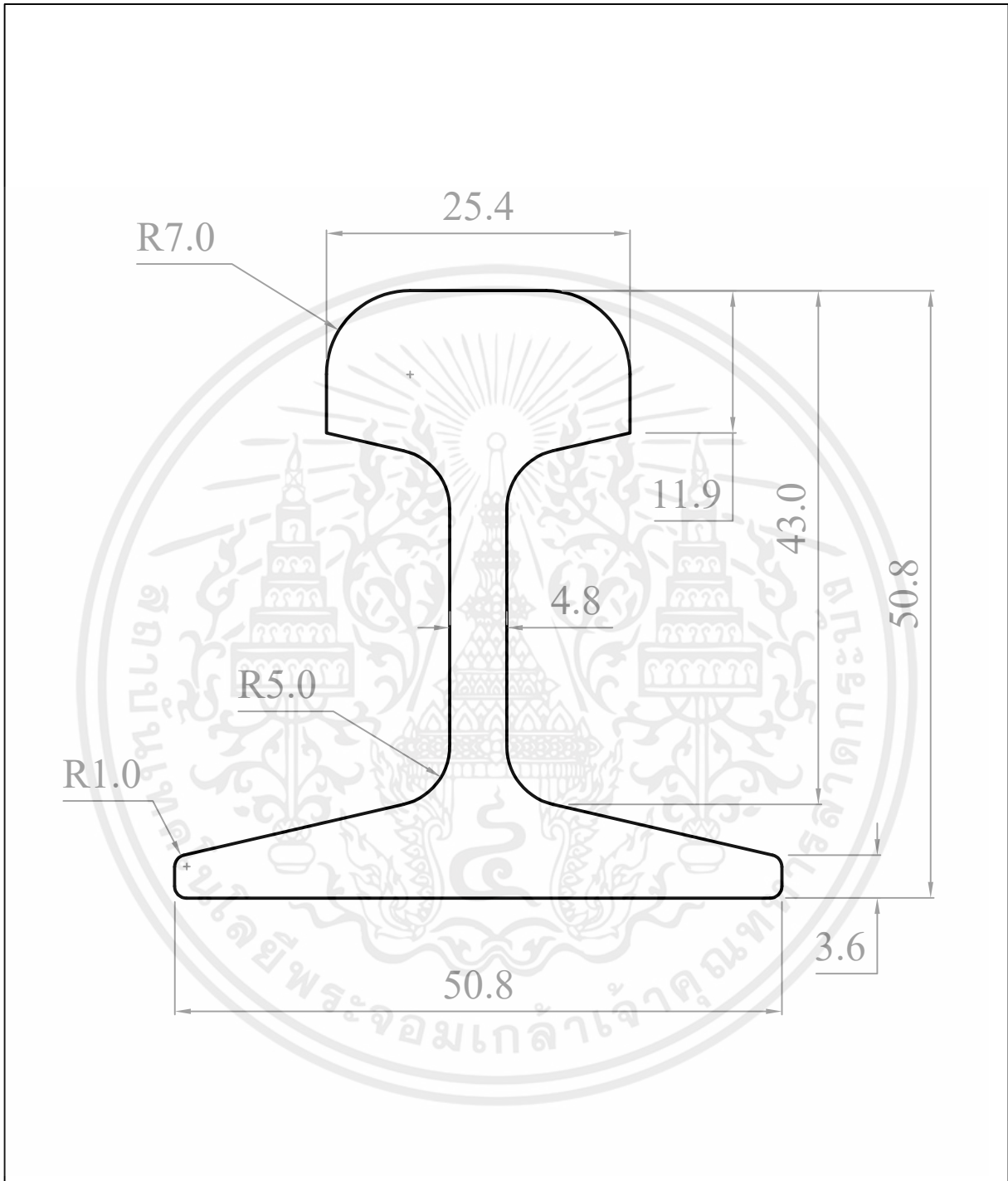


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



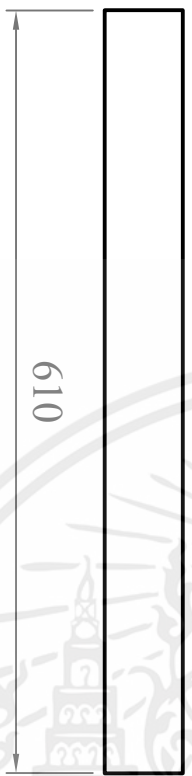
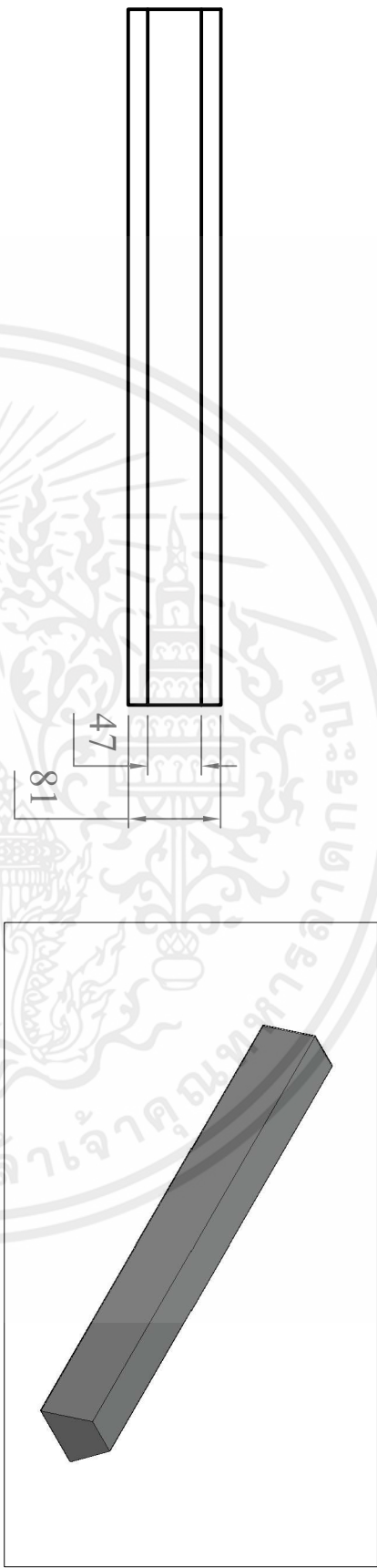
Opposite Shoulder Fillet in a Flat Bar, Stress Concentration Factors [28]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

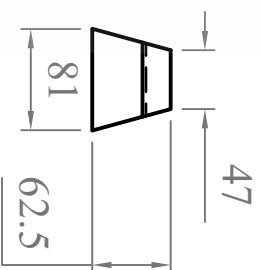
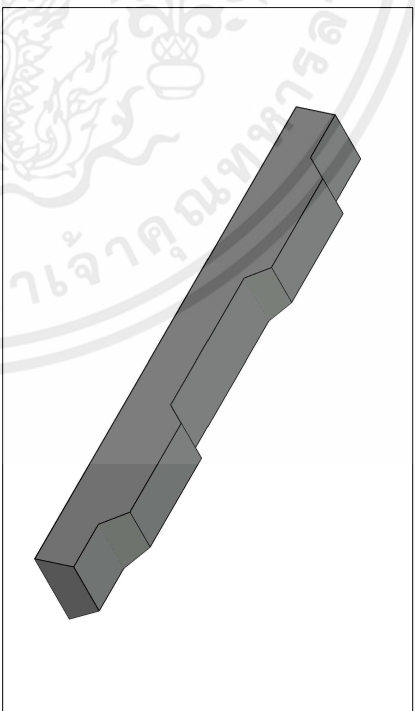
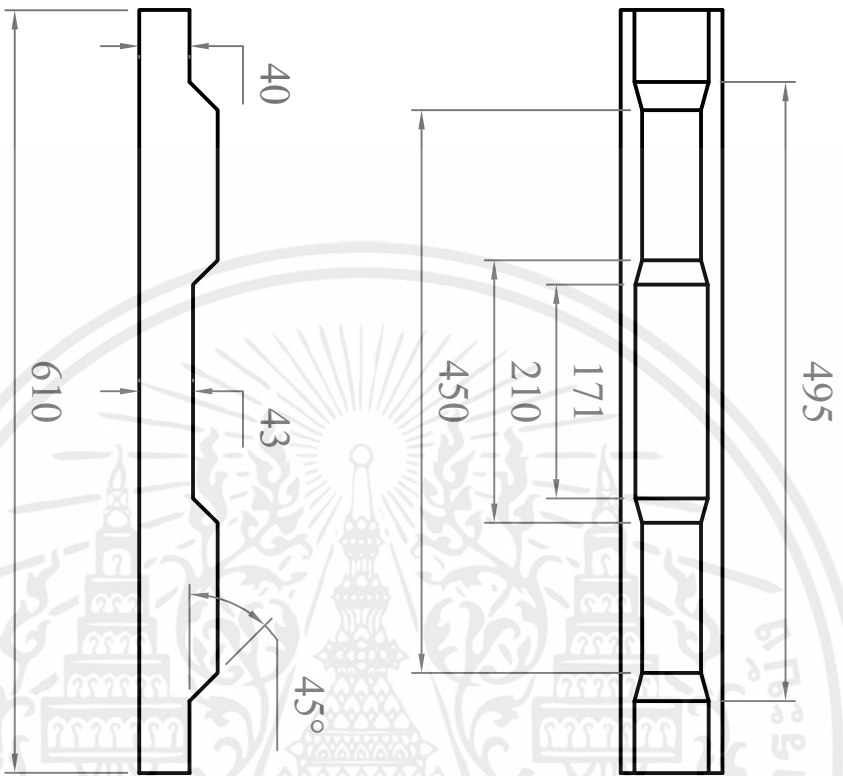


Title :		GB6KG	
Mass :	5.98 kg / m	Drawing NO. :	1
Unit :	millimeters	Page :	1 of 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Title: Primary Sleeper	Drawing NO.: 2
Units: millimeters	Page: 1 of 1

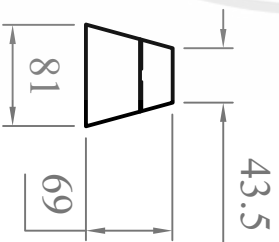
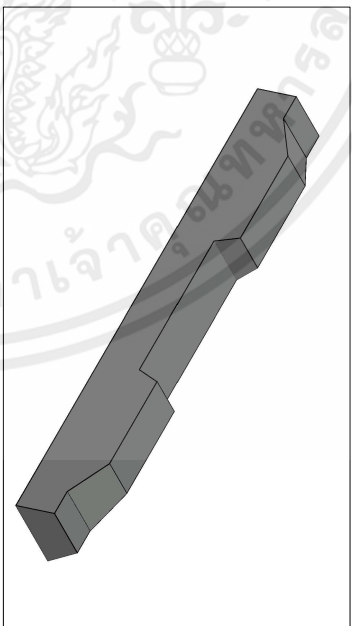
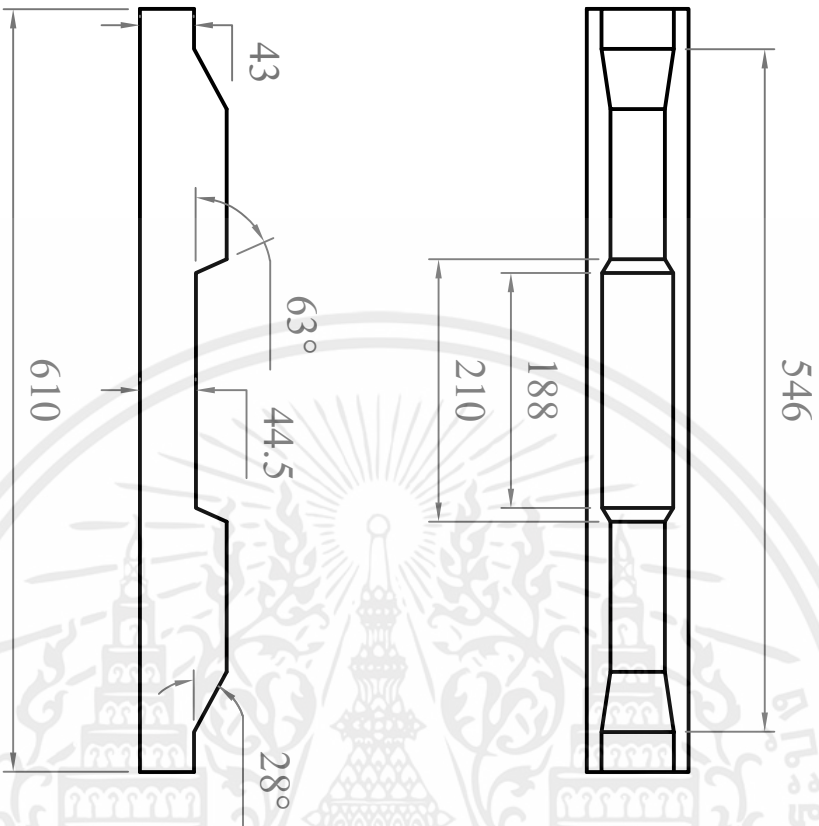


Title :
Reduced Volume Sleeper
with 45 Degree

Drawing NO :
3

Units :
millimeters

Page :
1 of 1



Title : Sleeper Calculating by Coulomb - Mohr Failure Theory	Drawing NO : 4
Units : millimeters	Page : 1 of 1