

การศึกษาและประยุกต์ใช้เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล  
สำหรับการสร้างสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดในระบบการสื่อสาร

ON THE STUDY AND APPLICATION OF GENERALIZED BESSEL  
POLYNOMIALS FOR OPTIMAL PULSE SIGNAL GENERATION  
IN COMMUNICATION SYSTEMS



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2564

KMITL-2021-EN-D-018-024

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ON THE STUDY AND APPLICATION OF GENERALIZED BESSEL  
POLYNOMIALS FOR OPTIMAL PULSE SIGNAL GENERATION  
IN COMMUNICATION SYSTEMS



THANAVIT ANUWONGPINIT

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
DOCTORAL OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2021

KMITL-2021-EN-D-018-024

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2021

SCHOOL OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาและประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล สำหรับการสร้างสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดในระบบการสื่อสาร
นักศึกษา	นายธนวิษณุ อุ่นวงศ์พิณิช
รหัสประจำตัว	59601025
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2564
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.ชวลิต เบญจางคประเสริฐ

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่งเป็นออร์ธอร์กอร์นัลโพลีโนเมียลที่นำไปประยุกต์ใช้กับการออกแบบพัลส์ในระบบการสื่อสารได้ จากการศึกษา พบว่าสามารถประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการออกแบบสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเพื่อใช้เป็นสัญญาณทดสอบสำหรับการออกแบบแอมป์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นและนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบเกาส์เซียนพัลส์เสมือนสำหรับการสื่อสารแบบความถี่กว้างยิ่งได้ ส่วนการออกแบบสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีเทอมเศษเป็นคู่ทรานสมิซันซีโรและเทอมส่วนเป็นเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล พบว่าสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ และหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ซึ่งทำให้ได้พัลส์ที่มีค่าใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุดตั้งแต่ไซดโลบที่หนึ่งถึงสี่ โดยได้ผลดีกว่างานวิจัยที่ผ่านมา การประยุกต์ใช้งานอีกอย่างหนึ่งคือการออกแบบสร้างสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือนสำหรับการสื่อสารแบบความถี่กว้างยิ่ง ที่มีข้อจำกัดในการใช้งานตามค่าสเปกตรัมแมสก์ของ FCC พัลส์ที่ออกแบบมาใช้ ต้องมีค่าที่เหมาะสมกับแมสก์ของ FCC มากที่สุด จากการศึกษาคุณลักษณะของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล พบว่าสามารถใช้ออกแบบเกาส์เซียนพัลส์เสมือนได้ และทำการปรับค่าพารามิเตอร์ให้พัลส์มีค่าเหมาะสมที่สุด แล้วใช้เทคนิคการรวมพัลส์ของพัลส์อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ที่ออกแบบด้วยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ได้ผลลัพธ์คือพัลส์ที่ออกแบบนั้นมีค่าเหมาะสมใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติและมีค่าเหมาะสมกับแมสก์ของ FCC ตามจุดที่เหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Title</b>	On The Study and Application of Generalized Bessel Polynomials for Optimal Pulse Signal Generation In Communication Systems
<b>Student</b>	Mr. Thanavit Anuwongpinit
<b>Student ID.</b>	59601025
<b>Degree</b>	Doctoral of Engineering
<b>Program</b>	Electrical Engineering
<b>Year</b>	2021
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr.Chawalit Benjangkprasert

## ABSTRACT

This thesis presents the study of mathematical characteristics of generalized Bessel polynomial that is one of orthogonal polynomial. It can be applied to the design of pulses in communication systems. The study of mathematical characteristic of generalized Bessel polynomial can be applied to design a sine-squared pulse and the gaussian pulse-like signal for ultrawideband communication. For the design of sine-squared pulse signal using the transfer function in which the numerator is the transmissions zero pairs, and the generalized Bessel polynomial be used as denominator. From the simulation results can be found that a parameter can be adjusted and close to an ideal response. The particle swarm optimization is used for optimal pulse generation. This results pulses that are closest to ideal pulses, from one sidelobe to four sidelobe, which outperformed previous research. Another application is to design a Gaussian pulse-like signal for ultrawideband communication. This is limited in use according to the FCC mask spectral value, the pulses that are designed for use must be the values that are most suitable for the FCC's masks. The results were found to be able to design a Gaussian pulse-like signal that can adjust the parameters to make pulses the most appropriate. In addition, the pulse combination technique of various order derivative pulses is used to design an optimal pulse with the particle swarm optimization algorithm. The results are that the designed pulses are close to the ideal pulses, and the corresponding FCC masks

at the optimal point.  
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และส่งอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี โดยความเมตตาและความอนุเคราะห์ของรองศาสตราจารย์ ดร.ชวลิต เบญจางคประเสริฐ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาที่คอยให้คำแนะนำ ความรู้ และให้คำปรึกษา คำแนะนำ และชี้แนะแนวทางแก้ไขปัญหาต่าง ๆ รวมถึงให้กำลังใจที่ดีต่อข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์ ที่คอยให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำ และชี้แนะแนวทางแก้ไขปัญหาต่าง ๆ รวมถึงให้กำลังใจที่ดีเสมอมา

ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์บุญยชนะ ภูระหงษ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดือนใจ อาชีวะพนิช ที่ให้คำแนะนำในการทำวิทยานิพนธ์ รวมถึงคณาจารย์สาขาวิศวกรรมสารสนเทศทุกท่าน ที่ให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษาในทุก ๆ เรื่อง รวมถึงโอกาสในการทำงานต่าง ๆ กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ ดร.ไอศูรย์ กาญจนสุรัตน์ (พี่) เพื่อนที่คอยให้กำลังใจ ความช่วยเหลือ และคำแนะนำดี ๆ เสมอในทุกเรื่อง ขอขอบคุณ สมสิน ทองไกรรัตน์ (ไอ) ที่ช่วยให้คำปรึกษาในเรื่องของการเขียนโปรแกรมและอัลกอริทึมของงานนี้ และธนภูมิ ภูมิ (ปอนด์) ที่ช่วยเหลือในการทำวิจัย และงานต่าง ๆ รวมถึงน้อง ๆ ในห้องวิจัย RAIL LINKs Lab E12-1216 ที่ให้กำลังใจ ความช่วยเหลือ และคำปรึกษาที่ดีเช่นเดียวกัน

ขอขอบพระคุณมารดา อามา น้ำสมชาย ที่ช่วยสนับสนุนค่าเล่าเรียน และเห็นความสำคัญของการเรียนครั้งนี้ รวมถึงครอบครัวของข้าพเจ้าทุกคนที่คอยให้กำลังใจ คำแนะนำ สนับสนุน ทำให้ข้าพเจ้าสามารถจัดทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วง สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับมารดา และครอบครัว ที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า และผู้มีพระคุณต่อข้าพเจ้าทุกท่าน

ธนวิชญ์ อนุวงศ์พิณิจ

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
รายการคำย่อและสัญลักษณ์.....	XII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย.....	3
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.4 วิธีการวิจัย.....	4
1.5 เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้.....	4
1.6 ส่วนประกอบของการวิจัย.....	4
บทที่ 2 เบสเซลโพลีโนเมียล.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 ฟังก์ชันพิเศษและออร์ธอกอรัลโพลีโนเมียล.....	5
2.3 เบสเซลโพลีโนเมียล.....	6
2.3.1 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับเบสเซลโพลีโนเมียล.....	6
2.3.2 ทฤษฎีเบสเซลโพลีโนเมียล.....	7
2.3.3 เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล.....	10
บทที่ 3 การประยุกต์ใช้งานเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองและการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น.....	13
3.1 บทนำ.....	13
3.2 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง.....	13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และห้ามอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3 ช่องสัญญาณของไนควิสต์ในอุดมคติและสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์.....	15
3.3.1 ช่องสัญญาณแบนด์วิดท์จำกัดและการแทรกสอดทางสัญญาณ.....	15
3.3.2 เงื่อนไขไนควิสต์และพัลส์ไนควิสต์.....	17
3.3.3 เรสโคไซน์พัลส์.....	18
3.4 แมตซ์ฟิลเตอร์.....	20
3.5 การประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง.....	25
บทที่ 4 ผลการทดลองการประยุกต์ใช้งานเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองและการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น.....	29
4.1 บทนำ.....	29
4.2 การจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองและแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้น.....	29
4.2.1 การจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ.....	29
4.2.2 การจำลองสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์.....	30
4.3 การจำลองประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียล.....	34
4.3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียล.....	34
4.3.2 ผลการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลปกติ.....	37
4.3.3 การจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลปกติกับคู่ทรานสมิซชันซีโรเพิ่มเติม.....	38
4.3.4 ผลการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลกับคู่ทรานสมิซชันซีโรเพิ่มเติม.....	39
4.4 การจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล.....	42
4.4.1 การจำลองปรับค่าพารามิเตอร์เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล.....	43
4.4.2 เปรียบเทียบผลการจำลองระหว่างเจเนอร์ไลซ์เบสเซล และเบสเซลโพลีโนเมียล.....	46
4.5 การหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด.....	47
4.5.1 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค.....	48
4.5.2 การหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยอัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค.....	51
4.6 การทดสอบเสถียรภาพของระบบ.....	61
4.7 เปรียบเทียบผลการทดลองกับงานวิจัยที่ผ่านมา.....	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 การออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์สำหรับการสื่อสารแถบกว้างยิ่ง .....	66
5.1 บทนำ.....	66
5.2 หลักการของระบบการสื่อสาร UWB .....	66
5.2.1 ความเป็นมาของระบบการสื่อสาร UWB .....	66
5.2.2 หลักการพื้นฐานของการสื่อสาร UWB.....	68
5.2.3 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ .....	68
5.3 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง .....	70
5.4 การสร้างสัญญาณจำลองเกาส์เซียนพัลส์ โดยใช้เจเนอเรเตอร์โลว์เบสเซลโพลีโนเมียล .....	72
บทที่ 6 ผลการจำลองการประยุกต์ใช้เจเนอเรเตอร์โลว์เบสเซลโพลีโนเมียลสำหรับการออกแบบสัญญาณ เกาส์เซียนพัลส์ในระบบ UWB.....	77
6.1 บทนำ.....	77
6.2 ผลการจำลอง .....	77
6.2.1 การจำลองพัลส์ในโดเมนเวลา.....	77
6.2.2 การจำลองพัลส์ในโดเมนความถี่การจำลองหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด.....	80
6.2.3 การจำลองหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด.....	82
6.3 การหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด .....	85
6.3.1 วิธีในการปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดแบบแมนวล .....	85
6.3.2 การปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ร่วมกับอัลกอริทึมแบบ กลุ่มอนุภาค.....	90
บทที่ 7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	99
7.1 สรุปผลการวิจัย .....	99
7.2 ข้อเสนอแนะ .....	102
เอกสารอ้างอิง .....	103
ภาคผนวก.....	109
ภาคผนวก ก. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	110
ประวัติผู้เขียน .....	112

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ/หรืออ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ค่ากำลังของสเปกตรัมตามช่วงความถี่.....	34
4.2 โพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอน .....	36
4.3 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสองคู่.....	52
4.4 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO โดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรสองคู่.....	52
4.5 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสามคู่ หรือสองไซด์โกลบ .....	54
4.6 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสามคู่ หรือสองไซด์โกลบ .....	55
4.7 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ หรือสามไซด์โกลบ .....	56
4.8 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ หรือสามไซด์โกลบ .....	57
4.9 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรห้าคู่ หรือสี่ไซด์โกลบ .....	59
4.10 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรห้าคู่ หรือสี่ไซด์โกลบ .....	59
4.11 ผลการเปรียบเทียบการทดลองกับงานวิจัยที่ผ่านมา.....	65
6.1 สมการของพัลส์ที่อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ.....	79
6.2 จุดที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC .....	82
6.3 ผลของการปรับพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC.....	83
6.4 สมการของพัลส์ที่อนุพันธ์อันดับใด ๆ.....	86
6.5 จุดที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC .....	88
6.6 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่ $P_{even}$ .....	88
6.7 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่ $P_{odd}$ .....	88
6.8 ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัม และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง .....	90
6.9 ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO สำหรับพัลส์คู่.....	92
6.10 ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO สำหรับพัลส์คี่ .....	93
6.11 ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัม และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง .....	97
6.12 เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา .....	98

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และห้ามอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1 ผลรวมช่องสัญญาณในระบบการสื่อสาร .....	16
3.2 (a)ช่องสัญญาณแบนด์วิดท์จำกัด (b)สัญญาณพัลส์ที่ไม่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญลักษณ์..	17
3.3 สัญญาณพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ.....	18
3.4 สัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนเวลา.....	20
3.5 สัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนความถี่ที่ค่าโรลออฟแฟกเตอร์ต่าง ๆ .....	20
3.6 ภาพรวมการทำงานของแมตซ์ฟิลเตอร์.....	20
3.7 โมเดลตัวรับสัญญาณที่ตามด้วยวงจรมอดูเลชัน.....	21
3.8 สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ.....	26
4.1 ผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ.....	30
4.2 ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตร.....	32
4.3 ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตรและเลื่อนทางเวลา.....	32
4.4 ผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ .....	33
4.5 ผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณเรสโคไซน์ในอุดมคติ.....	33
4.6 ขนาดของกำลังของสเปกตรัมตามไซดโลบต่าง ๆ .....	34
4.7 ตัวอย่างค่าโพล และซีวีในระนาบเชิงซ้อนสมการที่ใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 .....	37
4.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 และสัญญาณในอุดมคติ .....	38
4.9 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 และสัญญาณในอุดมคติ .....	37
4.10 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	39
4.11 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	39
4.12 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 5 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	40
4.13 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 5 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ VIII อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.14 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	41
4.15 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ .....	41
4.16 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า $\alpha = 4$ .....	42
4.17 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.001, 0.1, 1, 10, 100$ .....	43
4.18 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของการลดทอนของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\beta = 1$ และ $\alpha = 0.001, 0.1, 1, 10, 100$ .....	44
4.19 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 0.001, 0.1, 1, 10, 100$ .....	44
4.20 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของการลดทอนของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 0.001, 0.1, 1, 10, 100$ .....	44
4.21 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังพัลส์ของไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 0.92, 1, 1.2, 1.3, 1.5$ .....	45
4.22 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของการลดทอนของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 0.92, 1, 1.2, 1.3, 1.5$ .....	46
4.23 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลที่ปรับค่าที่เหมาะสมอันดับ 3.....	47
4.24 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดการลดทอนของสเปกตรัมกำลังของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3 และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลที่ปรับค่าที่เหมาะสมอันดับ 3.....	47
4.25 ฝั่งงานการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO.....	50
4.26 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO.....	50
4.27 ตัวอย่างการลู่เข้าของคำตอบ.....	52

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และขโมยอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.28 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางขนาดที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	53
4.29 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางการลดทอนที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	53
4.30 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	54
4.31 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางขนาดที่สองไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	55
4.32 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางการลดทอนที่สองไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	55
4.33 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่สองไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	56
4.34 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางขนาดที่หนึ่งสามโลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	57
4.35 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางการลดทอนที่สามไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	58
4.36 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่สามไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	58
4.37 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางขนาดที่สี่ไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	60
4.38 เปรียบเทียบขนาดผลตอบสนองทางการลดทอนที่สี่ไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	60
4.39 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่หนึ่งสี่โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค .....	60
4.40 กราฟเสถียรภาพของมิโฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่หนึ่งไซด์โลบ .....	63
4.41 กราฟเสถียรภาพของมิโฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สองไซด์โลบ .....	63
4.42 กราฟเสถียรภาพของมิโฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สามไซด์โลบ .....	64
4.43 กราฟเสถียรภาพของมิโฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สี่ไซด์โลบ .....	64
5.1 สเปกตรัมของ UWB เมื่อเปรียบเทียบกับระบบสื่อสารไร้สายอื่น ๆ .....	67
5.2 แมสก์การแพร่กระจายสัญญาณที่ถูกกำหนดโดย FCC .....	68
5.3 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในโดเมนเวลา .....	69
5.4 PSD ของสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ .....	70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.1 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่า $n$ และ $a$ .....	78
6.2 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่า $a_0$ .....	78
6.3 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่าอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ .....	79
6.4 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่า $n$ และ $a$ .....	80
6.5 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่า $a_0$ .....	81
6.6 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่าอนุพันธ์ลำดับต่าง ๆ .....	81
6.7 จุดที่เหมาะสมสุดของแมสก์ FCC ที่ต้องการ .....	82
6.8 ค่า PSD ของการหาอนุพันธ์ลำดับต่าง ๆ ในแมสก์ของ FCC .....	83
6.9 ค่าพัลส์ในโดเมนเวลาที่เหมาะสมที่สุด .....	84
6.10 PSD ของพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด .....	84
6.11 พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่ .....	89
6.12 PSD ของการรวมพัลส์คู่ เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC .....	89
6.13 พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่ .....	90
6.14 ค่า PSD ของการรวมพัลส์คู่ เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC .....	90
6.15 การปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนเวลาของพัลส์คู่ .....	93
6.16 การปรับค่า PSD ของ พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนความถี่ของพัลส์คู่ .....	94
6.17 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด .....	94
6.18 PSD ของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด .....	95
6.19 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด .....	95
6.20 การปรับค่า PSD ของพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนความถี่ของพัลส์คู่ .....	96
6.21 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด .....	96
6.22 PSD ของพัลส์คู่ที่เหมาะสมที่สุด .....	97
7.1 ค่าผลตอบสนองการลดทอนสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ที่ไซต์โกลบโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบ PSO .....	100
7.2 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือนที่เหมาะสมที่สุดในโดเมนเวลาโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการรวมพัลส์และหาค่าพารามิเตอร์เหมาะสมที่สุดแบบ PSO .....	101
7.3 PSD ของเกาส์เซียนพัลส์เสมือนที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการรวมพัลส์และหาค่าพารามิเตอร์เหมาะสมที่สุดแบบ PSO .....	97

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และห้ามนำไปแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์

กำลังความหนาแน่นของสเปกตรัม	PSD
การสื่อสารแบบความถี่กว้างยิ่ง	UWB
เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล	GBP
ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความผิดพลาด	MSE
Federal Communications Commission	FCC
การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค	PSO
การแทรกสอดทางสัญลักษณ์	ISI



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ XII อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในงานเทคโนโลยีวิศวกรรมสมัยใหม่ และการประยุกต์ใช้งานในระบบการสื่อสารนั้น มีความต้องการในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสำคัญในความเข้าใจในคุณสมบัติพื้นฐานของฟังก์ชันพิเศษ (Special Function) โดยฟังก์ชันพิเศษเหล่านี้ สามารถประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย การศึกษาฟังก์ชันพิเศษ เกิดขึ้นจากการศึกษาคณิตศาสตร์แคลคูลัสซึ่งเป็นศาสตร์ที่เป็นรากฐานของการวิเคราะห์ที่ใช้งานเทคโนโลยีต่าง ๆ ในยุคปัจจุบันนี้ การค้นหาฟังก์ชันพิเศษใหม่ ๆ และการประยุกต์ใช้งาน โดยกรณีของการใช้งานจะนิยามและประยุกต์ใช้กับโพลิโนเมียลที่ตั้งฉากกันหรือเป็นออร์ธอกอรัล [2] เช่น โพลิโนเมียลแบบลาแกร์ (Laguarre Polynomials) โพลิโนเมียลแบบเลอจองด์ (Legendre Polynomials) โพลิโนเมียลแบบเฮอริท (Hermite Polynomials) โพลิโนเมียลเหล่านี้ นำมาซึ่งการพัฒนาเทคโนโลยีทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า และระบบการสื่อสาร เช่น การออกแบบวงจรทางด้านระบบการสื่อสาร วงจรกรองความถี่แบบต่าง ๆ อย่างไรก็ตาม การศึกษาหาฟังก์ชันพิเศษหรือโพลิโนเมียลแบบใหม่ ที่ให้ผลตอบสนองหรือผลลัพธ์ที่ดีกว่าเป็นสิ่งที่จะต้องดำเนินการวิจัยต่อไป จากการศึกษาฟังก์ชันพิเศษชนิดหนึ่ง คือ ฟังก์ชันแบบเบสเซล เมื่อพิจารณาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการของสมการเชิงอนุพันธ์ [3] พบว่ามีคุณลักษณะบางประการที่สามารถพิจารณาให้อยู่ในรูปแบบของออร์ธอกอรัลโพลิโนเมียล คือ เบสเซลโพลิโนเมียล (Bessel Polynomials) ซึ่งเป็นหนึ่งในฟังก์ชันพิเศษที่นิยมใช้งานในทางวิศวกรรมระบบสื่อสาร ความสำคัญของโพลิโนเมียลแบบเบสเซลนี้ เกิดขึ้นในปี.ศ. 1949 นำเสนอโดย H. Krall และ O. Frink [4] ซึ่งเป็นผู้นำเสนอแนวคิดของเบสเซลโพลิโนเมียล และการศึกษาคุณลักษณะต่าง ๆ ของโพลิโนเมียล เช่น ความสัมพันธ์ในลักษณะของการเวียนเกิด การสังเคราะห์ฟังก์ชัน รวมถึงการแสดงให้เห็นอยู่ในรูปแบบของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล (Generalized Bessel Polynomials) [5-6,12] ต่อมา ได้มีการนำเบสเซลโพลิโนเมียลไปประยุกต์ใช้งานด้านระบบการสื่อสาร โดย L. Storch [8], A. Budak [9] และ J. Johnson, et al. [10] ซึ่งได้นำเบสเซลโพลิโนเมียลไปประยุกต์ใช้ในวงจรกรองความถี่ทางด้านระบบการสื่อสาร พบว่าวงจรกรองความถี่ที่วิเคราะห์มาจากเบสเซลโพลิโนเมียลมีเฟสเป็นเชิงเส้น และมีค่าดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด ซึ่งทั้งสองคุณลักษณะนี้ เป็นคุณลักษณะที่สำคัญในการออกแบบวงจรกรองความถี่ รวมถึงค่าโพลอยในครึ่งซ้ายของวงกลมหนึ่งหน่วยในระนาบความถี่เชิงซ้อน (S-plane) เสมอ เมื่อนำไปใช้ในระบบย้อมมีเสถียรภาพ ซึ่งได้นำคุณลักษณะเหล่านี้ไปประยุกต์ใช้กับระบบการสื่อสารอื่น ๆ ต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัจจุบันระบบการสื่อสารดิจิทัล [16] และระบบการสื่อสารไร้สาย จำเป็นต้องมีช่องสัญญาณเพื่อใช้ในการรับส่งข้อมูลเพิ่มขึ้นจำนวนมาก อีกทั้งกระบวนการส่งสัญญาณอยู่ในรูปของสัญญาณพัลส์ประกอบด้วยบิตข้อมูล 1 และ 0 โดยมีการมอดูเลตพัลส์ของสัญญาณหลาย ๆ ช่องสัญญาณเข้าด้วยกัน ข้อมูลถูกส่งผ่านตัวกลางโดยใช้สัญญาณ ซึ่งตัวข้อมูลไม่ได้อาศัยลักษณะของสัญญาณในการส่งผ่าน แต่อาศัยขนาดของสัญญาณในการส่งผ่าน ในทางปฏิบัติ พัลส์จะถูกส่งผ่านช่องสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์จำกัด ดังนั้น ส่วนประกอบของพัลส์ที่มีความถี่สูงจึงไม่สามารถผ่านช่องสัญญาณไปยังเครื่องรับได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเป็นเหตุทำให้เกิดการกระจายความถี่ของพัลส์กล่าวคือสัญญาณจะถูกบีบให้มีฐานกว้างขึ้น และความคมของสัญญาณจะหายไป และเกิดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference : ISI) ซึ่งก่อให้เกิดความผิดพลาดในการแปลข้อมูล หรือเกิดสัญญาณรบกวน อย่างไรก็ตามการเลือกชนิดของสัญญาณที่นำมาใช้ ต้องเป็นไปตามเกณฑ์ของไนควิสต์ (Nyquist Criteria) สัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ [19] อยู่ในเกณฑ์ของไนควิสต์ ทำให้นิยมใช้เป็นสัญญาณทดสอบในระบบการสื่อสารเบสแบนด์ แต่เนื่องจากเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถนำไปใช้งานในการสร้างวงจรทางไฟฟ้าอิเล็กทรอนิกส์ได้ จึงต้องออกแบบสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ให้มีคุณลักษณะใกล้เคียงกับพัลส์แม่แบบหรือพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด เพื่อนำไปใช้งานจริงในระบบการสื่อสารดิจิทัล ซึ่งสัญญาณทดสอบที่ได้นำมาใช้ต้องมีลักษณะใกล้เคียงกับรูปร่างของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ โดยวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้สัญญาณทดสอบ คือ สัญญาณไซน์สแควร์พัลส์ หรือไซน์กำลังสองพัลส์

นอกจากนี้ ในระบบการสื่อสารเทคโนโลยีการสื่อสารแถบกว้างยิ่งหรืออัลตราไวด์แบนด์ (Ultrawideband : UWB) [31] เป็นเทคโนโลยีการสื่อสารที่นิยมใช้งาน และมีแนวโน้มจะมีการใช้งานมากขึ้น เนื่องจากข้อดีที่มีกำลังส่งที่สูง อัตราการส่งข้อมูลสูง แต่มีการใช้พลังงานต่ำ มีสัญญาณรบกวนต่ำเมื่อเทียบกับสัญญาณรูปแบบอื่น ๆ สามารถสื่อสารได้ในระยะใกล้ และต้นทุนต่ำ เนื่องจากสัญญาณพัลส์ของอัลตราไวด์แบนด์มีคาบเวลาที่สั้นมากในระดับนาโนวินาที อย่างไรก็ตามเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์มีแบนด์วิดท์การใช้งานที่กว้างมาก จึงต้องกำหนดค่ากำลังของการแพร่กระจายสัญญาณ (Equivalent Isotropically Radiated Power : EIRP) ให้อยู่ในขอบเขตที่เหมาะสมโดยองค์กร FCC (Federal Communication Commission) ได้กำหนดแบนด์วิดท์สำหรับการส่งสัญญาณอัลตราไวด์แบนด์ ให้ค่าความหนาแน่นกำลังของสเปกตรัมต้องมีขนาดที่ใกล้เคียงกับข้อกำหนดนี้ให้มากที่สุด ซึ่งขึ้นอยู่กับกรอกแบบพัลส์สำหรับการส่งสัญญาณ

อย่างไรก็ตาม ทั้งสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ และสัญญาณพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์นั้น อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ ทำให้การนำไปออกแบบประยุกต์สร้างวงจรทางระบบการสื่อสารนั้นทำได้ยาก จากคุณลักษณะของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลและงานวิจัยที่ผ่านมา แสดงให้เห็นถึงคุณลักษณะบางประการของเบสเซลโพลีโนเมียลที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบสร้างสัญญาณทางด้านการสื่อสารเหล่านี้ได้ ดังนั้น วิทยานิพนธ์นี้จึงมุ่งเน้นศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้งานของฟังก์ชันพิเศษแบบเบสเซลโพลีโนเมียล ให้อยู่ในรูปแบบของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เจเนอรัลโฟร์ม หรือเจเนอรัลเบสเซลโพลิโนเมียล เพื่อให้มีพารามิเตอร์ในการปรับค่าต่าง ๆ ที่เหมาะสม และศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสองด้านหลัก ๆ คือ การใช้ในการออกแบบสร้างสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ ในรูปแบบของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้นในระบบสื่อสาร และใช้ในการออกแบบสร้างสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือน (Gaussian-like pulse) สำหรับการใช้ในระบบ UWB ให้มีความเหมาะสมกับข้อกำหนดของ FCC มากที่สุด รวมถึงการใช้อัลกอริทึมทางเมตาฮิวริสติก โดยวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization : PSO) เพื่อให้พารามิเตอร์มีค่าที่เหมาะสมที่สุด ทั้งการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ให้มีค่าใกล้เคียงกับในอุดมคติ และสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือนให้มีค่าเหมาะสมที่สุดตามข้อกำหนดของ FCC

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษา และวิจัยคุณลักษณะของฟังก์ชันพิเศษโดยมุ่งเน้นไปที่เบสเซลโพลิโนเมียล และประยุกต์ใช้คุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียลไปใช้ในงานออกแบบสัญญาณทางระบบสื่อสาร โดยประยุกต์ใช้กับการออกแบบสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ แบบแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้น และสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เพื่อไปใช้ในการออกแบบพัลส์อัลตราไวด์แบนด์ และหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

## 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

- 1.3.1 ศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอรัลเบสเซลโพลิโนเมียล
- 1.3.2 นำคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอรัลเบสเซลโพลิโนเมียลไปใช้ในการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ ในรูปแบบของสัญญาณทดสอบพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อนำไปออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้น
- 1.3.3 ใช้อัลกอริทึมเมตาฮิวริสติก แบบกลุ่มอนุภาคเพื่อใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดเพื่อให้ได้เรโซแนนซ์พัลส์ที่ใช้ในการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด
- 1.3.4 นำคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอรัลเบสเซลโพลิโนเมียลไปใช้ในการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือน สำหรับประยุกต์ใช้ในการออกแบบพัลส์ในระบบ UWB ให้มีค่าเหมาะสมที่สุด และอยู่ในข้อกำหนดของแมสก์ FCC
- 1.3.5 ใช้อัลกอริทึมเมตาฮิวริสติก แบบกลุ่มอนุภาคเพื่อใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อให้ได้พัลส์ในระบบ UWB ที่ใช้ในการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด และอยู่ในข้อกำหนดของแมสก์ FCC

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.4 วิธีการวิจัย

- 1.4.1 ค้นคว้า วิจัย ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีฟังก์ชันพิเศษ และเบสเซลโพลีโนเมียล
- 1.4.2 ค้นคว้า วิจัย ศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะของเบสเซลโพลีโนเมียล
- 1.4.3 ค้นคว้า วิจัย ศึกษา และทดลองในการออกแบบสัญญาณพัลส์
- 1.4.4 ออกแบบสัญญาณพัลส์ จากคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ที่ได้ทำการศึกษา
- 1.4.5 ทำการจำลอง และวิเคราะห์ผลการจำลอง
- 1.4.6 ทดสอบปรับปรุง และประเมินความสามารถของระบบที่ได้พัฒนาขึ้น
- 1.4.7 วิเคราะห์ผลการทดลอง และสรุปผลการทดลอง

## 1.5 เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้

- 1.5.1 ฮาร์ดแวร์
  - เครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับพัฒนาโปรแกรมและแสดงข้อมูล จำนวน 1 เครื่อง
- 1.5.2 ซอฟต์แวร์
  - MATLAB สำหรับจำลองสัญญาณและระบบ (Student Suite License)

## 1.6 ส่วนประกอบของการวิจัย

- เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ประกอบด้วย 7 บท ได้แก่
- บทที่ 1 บทนำ
  - บทที่ 2 ทฤษฎีเบสเซลโพลีโนเมียล
  - บทที่ 3 การประยุกต์ใช้งานเจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองและการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น
  - บทที่ 4 ผลการทดลอง การประยุกต์ใช้งานเจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองและการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น
  - บทที่ 5 การประยุกต์ใช้งานเจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลสำหรับการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในระบบการสื่อสารแถบกว้างยิ่ง
  - บทที่ 6 ผลการจำลองการประยุกต์ใช้เจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลสำหรับการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในระบบ UWB
  - บทที่ 7 สรุปผลการวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### เบสเซลโพลิโนเมียล

#### 2.1 บทนำ

เบสเซลโพลิโนเมียล เป็นฟังก์ชันพิเศษแบบหนึ่งที่มีคุณลักษณะที่เหมาะสมในการออกแบบวงจรทางการสื่อสารได้ดี เช่น การออกแบบฟิลเตอร์แบบเบสเซล และสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลได้ จากการศึกษาคุณลักษณะบางประการของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล พบว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในการออกแบบ และสร้างสัญญาณในระบบการสื่อสารได้มากมาย โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอการประยุกต์ใช้งานเพื่อออกแบบสร้างสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเพื่อการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ ใช้ในระบบการสื่อสาร และนำไปออกแบบสร้างสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เพื่อประยุกต์ใช้งานกับระบบการสื่อสารแบบแถบกว้างยิ่ง หรืออัลตราไวด์แบนด์

#### 2.2 ฟังก์ชันพิเศษและออร์ธอกอรัลโพลิโนเมียล

การศึกษาด้านฟังก์ชันพิเศษ [1-2] คือการศึกษาฟังก์ชันคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่ง สำหรับการประยุกต์ใช้ทางด้านวิศวกรรมและฟิสิกส์สมัยใหม่ เนื่องจากเทคโนโลยีที่ก้าวหน้ามากขึ้น จึงต้องการศึกษาความรู้ด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่ละเอียดถี่ถ้วนมากขึ้นจึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปฟังก์ชันพิเศษมักปรากฏในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ โดยอยู่ในรูปแบบของสมการที่มีตัวแปรที่ซับซ้อน แล้วทำการวิเคราะห์หาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ เช่น การกระจายในรูปแบบของอนุกรม การหาค่าปริพันธ์ หรือความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันพิเศษด้วยกัน และแสดงให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันรูปทั่วไป เช่น ฟังก์ชันเบตา ฟังก์ชันแกมมา เป็นต้น จากการศึกษาคุณลักษณะของฟังก์ชันพิเศษ ทำให้พบความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพิเศษเหล่านี้ เช่น การสร้างฟังก์ชัน การแสดงให้อยู่ในรูปแบบของไฮเพอร์จีโอเมตริกซีรีส์ คุณสมบัติทางการปริพันธ์ เป็นต้น จากคุณสมบัติต่าง ๆ ของฟังก์ชันพิเศษ ทำให้เป็นที่มาของพหุนามเชิงตั้งฉาก หรือออร์ธอกอรัลโพลิโนเมียล (Orthogonal Polynomials) [2] พหุนามเชิงตั้งฉากที่นิยมใช้ส่วนใหญ่เป็นออร์ธอกอรัลโพลิโนเมียลแบบดั้งเดิมที่ประกอบด้วยเฮอร์มิตโพลิโนเมียล (Hermite Polynomials) ลาแกร์โพลิโนเมียล (Laguerre Polynomials) จาโคบีโพลิโนเมียล (Jacobi Polynomials) อีลิปติกโพลิโนเมียล (Elliptic Polynomials) เป็นต้น คุณสมบัติของออร์ธอกอรัลโพลิโนเมียลที่สำคัญ สามารถแสดงดังสมการที่ (2.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_a^b p_n(x)p_m(x)w(x)dx = \begin{cases} 0, m \neq n \\ a_n > 0, m = n \end{cases} \quad (2.1)$$

โดยที่  $w(x)$  คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักบนช่วง  $[a, b]$

$p_n(x)$  และ  $p_m(x)$  คือ โพลีโนเมียลอันดับที่  $n$

โพลีโนเมียลต่าง ๆ เหล่านี้ โดยส่วนใหญ่จะมีคุณลักษณะที่คล้ายคลึงกัน แต่ก็มีคุณสมบัติบางประการที่แตกต่างกัน สำหรับเบสเซลโพลีโนเมียลนั้น เป็นออร์ธอกอรัลโพลีโนเมียลแบบใหม่ ที่นำเสนอโดย H. Krall [4] คุณสมบัติของโพลีโนเมียลใกล้เคียงกับฟังก์ชันแบบเบสเซล (Bessel Function) เช่น เจเนเรตติงฟังก์ชัน คุณสมบัติการเวียนเกิด และอื่น ๆ คล้ายกับโพลีโนเมียลดั้งเดิมที่กล่าวมา และมีการนำไปประยุกต์ใช้ด้านระบบการสื่อสารเป็นอย่างมาก

## 2.3 เบสเซลโพลีโนเมียล

### 2.3.1 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับเบสเซลโพลีโนเมียล

โพลีโนเมียลต่าง ๆ ของฟังก์ชันพิเศษ เกิดขึ้นในช่วงปี 1929 โดยบทความของ Bochner [1] ได้มีการนำโพลีโนเมียลไปประยุกต์ใช้งาน และพบในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์จากความสัมพันธ์ของฟังก์ชันแบบเบสเซล อีกทั้ง R. P. Millane, et al. [3] ได้นำเสนอรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับการใช้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันแบบเบสเซลนี้ กับเบสเซลโพลีโนเมียล อย่างไรก็ตามเบสเซลโพลีโนเมียลมีการใช้งานที่ประจักษ์ คือ H. Krall และ O. Frink [4] ในปี 1949 โดยนำเสนอเบสเซลโพลีโนเมียล และได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในงานสาขาต่าง ๆ จากผู้เขียนอื่น ๆ มากมาย H. Krall และ O. Frink ได้ทำการศึกษาเบสเซลโพลีโนเมียลในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ ความสัมพันธ์เวียนเกิด เจเนเรตติงฟังก์ชัน และคุณลักษณะของการออร์ธอกอรัล รวมถึงการพบพารามิเตอร์เพิ่มเติมอีกสองพารามิเตอร์ที่ทำให้ฟังก์ชันเบสเซลโพลีโนเมียล เขียนให้อยู่ในเจเนอเรลไลซ์ฟอร์ม หรือเจเนอเรลไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ในการนำมาประยุกต์ใช้ในวงจรการสื่อสาร หรือแอนะล็อกฟิลเตอร์นั้น เริ่มมีการศึกษาโดย W. E. Thomson [6] ได้ศึกษาฟังก์ชันโครงายที่มีคุณลักษณะเฉพาะคือคุณสมบัติดีเลย์มีความราบเรียบมากที่สุด (Maximally Flat Delay) [7] จากงานวิจัยของ Thomson นี้ ทำให้มีบทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเบสเซลโพลีโนเมียลเกิดขึ้นมากมาย ส่วนหนึ่งไม่ได้เกิดจากนักคณิตศาสตร์ แต่เกิดจากวิศวกรไฟฟ้าจากการค้นคว้าวิจัยเอกลักษณ์ของโพลีโนเมียลของ Thomson โดยมีการนำไปประยุกต์ใช้ในระบบต่าง ๆ ในปี ค.ศ. 1954, L. Storch [8] ได้นำงานวิจัยของ Thomson ไปต่อยอด เพื่อสร้างเน็ตเวิร์กฟังก์ชัน ซึ่งได้รับความนิยม และค้นคว้าเพิ่มขึ้นอย่างมาก โดยในวิทยานิพนธ์นี้ก็ใช้คุณสมบัติดั้งเดิมที่ L. Storch ได้ศึกษาไว้ นำมาต่อยอดเพื่อสร้างแมตซ์ฟิลเตอร์เชิงเส้น A. Budak [9] ได้นำไปวิจัยต่อยอดเพื่อแสดงคุณลักษณะราบเรียบทางเฟส การประมาณเชิงขนาดที่ควบคุมได้ และมีการนำไปประยุกต์ใช้ในการประมาณ และออกแบบฟิลเตอร์ในเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบการสื่อสาร [10] และการประมาณกรุปติเลย์ที่มีค่าคงที่ รวมถึงการประยุกต์ใช้ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่งเป็นคุณลักษณะหนึ่งของเบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่ง J. Martinez [5] ได้นำเสนอการประมาณค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของเจเนอร์ไลซ์ นอกจากนี้ M. Abdalla [11] และ Z. S. Polat [12] ได้นำเสนอเจเนอร์ไลซ์เบสเซลที่สามารถเขียนกระจายได้ในรูปแบบต่าง ๆ เบสเซลโพลีโนเมียลจึงได้รับการยอมรับว่าเป็นโพลีโนเมียลออร์ธอกอรัลตั้งเดิมที่อยู่ในขอบข่ายของฟังก์ชันพิเศษ ที่มีความเชื่อมโยงกับฟังก์ชันแบบเบสเซล และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า และทางด้านระบบสื่อสารได้มากมาย [13] เช่น การนำไปประยุกต์ใช้เพื่อสร้างฟิลเตอร์รูปแบบใหม่ ๆ หรือการนำไปสร้างแมตซ์ฟิลเตอร์ในระบบสื่อสาร รวมถึงการนำเบสเซลโพลีโนเมียลไปออกแบบโพลีโนเมียลในรูปแบบใหม่ เช่น คิวเบสเซลโพลีโนเมียล [14,15] และการนำเสนอในรูปแบบของเมทริกซ์ของเบสเซลโพลีโนเมียล เป็นต้น

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการประยุกต์ใช้งานเบสเซลโพลีโนเมียลที่เขียนให้อยู่ในรูปแบบของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล เพื่อศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียล เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น และการออกแบบพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ที่เหมาะสม

### 2.3.2 ทฤษฎีเบสเซลโพลีโนเมียล

เบสเซลโพลีโนเมียลสามารถนิยามโดยใช้ฟังก์ชันแบบเบสเซล (Bessel Function) โดยเบสเซลโพลีโนเมียลจะแสดงในรูปแบบของสมการเบสเซลฟังก์ชัน ได้ดังสมการที่ (2.2)

$$B_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{1/x} K_{n+1/2}(1/x) \quad (2.2)$$

เมื่อ  $n$  คือ อันดับ (order) ของโพลีโนเมียล และ  $K_n$  คือ Modified Bessel Function of the Second Kind เขียนได้ดังสมการที่ (2.3)

$$K_n(x) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-n}(x) - I_n(x)}{\sin n\pi} \quad (2.3)$$

โดยที่  $I_n(x)$  คือ Modified Bessel Function of the First Kind แสดงดังสมการที่ (2.4)

$$I_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+n+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n} \quad (2.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{และ } I_{-n}(x) = (-1)^n I_n(x)$$

การสร้างฟังก์ชัน (Generating Function) ของเบสเซลโพลิโนเมียล แสดงดังสมการที่ (2.5)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} x^{n+1/2} e^x K_{n-1/2}(x) \frac{t^n}{n!} = 1 + x \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{n-1}(x) \frac{t^n}{n!} \quad (2.5)$$

$$= e^{x(1-\sqrt{1-2t})}$$

หรือแสดงในรูปแบบของอนุกรมได้ดังสมการที่ (2.6)

$$\therefore \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n(x) \frac{t^n}{n!} = \frac{1}{(1-2t)} e^{x(1-\sqrt{1-2t})} \quad (2.6)$$

การศึกษาสมการเชิงอนุพันธ์ของออร์ธอกอนัลโพลิโนเมียล เป็นจุดกำเนิดของการสร้างโพลิโนเมียลของฟังก์ชันพิเศษแบบต่าง ๆ โดยสมการเชิงอนุพันธ์ของเบสเซลโพลิโนเมียลซึ่งมีความเป็นออร์ธอกอนัล แสดงดังสมการที่ (2.7)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x+2) \frac{dy}{dx} = n(n+1)y \quad (2.7)$$

เมื่อ  $n$  มีค่าเป็น 1,2,3.... โดยปกติ โดยการกำหนดให้  $y_{-n}(x)$  เป็น  $y_{-n-1}(x)$  ดังนั้น  $y_{-1}(x) = y_0(x)$  และ  $y_{-2}(x) = y_1(x)$ , ..... ซึ่งเป็นเช่นนี้ไปต่อเนื่อง และในทำนองเดียวกันจากสมการที่ (2.7) ถ้ากำหนดให้สมการเชิงอนุพันธ์นี้ อยู่ในรูปแบบของเจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล  $y_n(x, a, b)$  แสดงดังสมการที่ (2.8)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + (ax+b) \frac{dy}{dx} = n(n+a-1)y \quad (2.8)$$

เมื่อแทนค่า  $a = b = 2$  จะได้เป็นเบสเซลโพลิโนเมียลในรูปแบบทั่วไปดังสมการที่ (2.7) นั่นเอง จากสมการที่ (2.7) เมื่อทำการหาผลเฉลย และจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปของโพลิโนเมียลที่ชัดเจนขึ้น จะกำหนดได้ดังสมการที่ (2.9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_n(x) = \sum_{k=0}^n \left( \frac{(n+k)!}{(n-k)!k!} \right) \left( \frac{x}{2} \right)^k \quad (2.9)$$

จากสมการที่ (2.9) ทำการกระจายค่าโพลีโนเมียล จะแสดงได้ดังสมการที่ (2.10)

$$y_n(x) = 1 + n(n+1) \frac{x}{2} + \dots + \frac{(2n-1)!}{(n-1)!} \left( \frac{x}{2} \right)^{n-1} + \frac{2n!}{n!} \left( \frac{x}{2} \right)^n \quad (2.10)$$

ในการนำไปอ้างอิง เมื่อแทนค่า  $n$  ซึ่งแสดงถึงอันดับของเบสเซลโพลีโนเมียลสามารถแสดงรายการของสมการเบสเซลโพลีโนเมียลได้ดังสมการที่ (2.11)

$$\begin{aligned} y_1(x) &= x+1 \\ y_2(x) &= 3x^2 + 3x+1 \\ y_3(x) &= 15x^3 + 15x^2 + 6x+1 \\ y_4(x) &= 105x^4 + 105x^3 + 45x^2 + 10x+1 \\ y_5(x) &= 945x^5 + 945x^4 + 420x^3 + 105x^2 + 15x+1 \\ y_6(x) &= 10395x^6 + 10395x^5 + 4725x^4 + 1260x^3 + 210x^2 + 21x+1 \\ y_7(x) &= 135135x^7 + 135135x^6 + 62370x^5 + 17325x^4 + 3150x^3 + 378x^2 + 28x+1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

โดยจากความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.10) สมการเบสเซลโพลีโนเมียลสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิด (Recursive Form) ได้ดังสมการที่ (2.12)

$$y_n(x) = (2n-1)x \cdot y_{n-1}(x) + y_{n-2}(x) \quad (2.12)$$

จากสมการเบสเซลโพลีโนเมียลรูปทั่วไปในสมการที่ (2.10) สามารถแสดงให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่ง คือ อินเวอร์สเบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่งจะมีความเหมาะสมในการประยุกต์ใช้งานในทางวิศวกรรมไฟฟ้า หรือการออกแบบระบบวงจรสื่อสาร โดยสมการอินเวอร์สเบสเซลโพลีโนเมียล แสดงดังสมการที่ (2.13)

$$\theta_n(x) = x^n y_n \left( \frac{1}{x} \right) = \sum_{k=0}^n \frac{(2n+k)!}{(n-k)!k!} \frac{x^k}{2^{n-k}} \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยค่าสัมประสิทธิ์ของสมการที่หาได้มีค่าเหมือนกันกับเบสเซลโพลิโนเมียล หากแต่เรียงอยู่หน้าสมการลำดับที่กลับกัน ตัวอย่างสมการอินเวอร์สเบสเซลโพลิโนเมียล  $\theta_n(x)$  จะแสดงดังสมการที่ (2.14)

$$\begin{aligned}\theta_1(x) &= x+1 \\ \theta_2(x) &= x^2+3x+3 \\ \theta_3(x) &= x^3+6x^2+15x+15 \\ \theta_4(x) &= x^4+10x^3+45x^2+105x+105 \\ \theta_5(x) &= x^5+15x^4+105x^3+420x^2+945x+945 \\ \theta_6(x) &= x^6+21x^5+210x^4+1260x^3+4725x^2+10395x+10395 \\ \theta_7(x) &= x^7+28x^6+378x^5+3150x^4+17325x^3+62370x^2+135135x+135135\end{aligned}\quad (2.14)$$

โดยอินเวอร์สเบสเซลโพลิโนเมียลนี้จะนำไปใช้ในการออกแบบฟิลเตอร์ในทางวงจรไฟฟ้า และอิเล็กทรอนิกส์นั่นเอง ซึ่งในการประยุกต์ใช้งานกับวงจรทางด้านการสื่อสารและอิเล็กทรอนิกส์ เบสเซลโพลิโนเมียลได้ถูกนำไปใช้งานในการออกแบบฟิลเตอร์แบบเบสเซล เนื่องจากเบสเซลโพลิโนเมียลมีข้อดีคือค่าโพลที่ได้มานั้น จะอยู่ในครึ่งซ้ายของวงกลมหนึ่งหน่วยเสมอ ซึ่งสามารถบอกได้ว่าเมื่อนำไปใช้ในระบบ ระบบย่อมมีเสถียรภาพ และให้สัญญาณเฟสที่เป็นเส้นตรง ซึ่งมีคุณสมบัติให้ผลตอบแทนของอิมพัลส์ของระบบที่มีความสมมาตร เมื่อนำสมการนี้ไปสร้างสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองได้รูปสัญญาณที่มีความสมมาตรด้วยเช่นกัน เบสเซลฟิลเตอร์เป็นฟิลเตอร์ที่มีคุณลักษณะโพลของระบบอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบความถี่เชิงซ้อน (S-Plane) ที่มีค่าดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด

### 2.3.3 เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล สามารถเขียนในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ได้ดังสมการ

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + (ax+b) \frac{dy}{dx} = n(a+n-1)y \quad (2.15)$$

และฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล คือ  $p(x) = x^{a-2} e^{-b/2}$

จากสมการที่ (2.15) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลได้ ดังสมการที่ (2.16)

$$y_n(s, \alpha, \beta) = \sum_{k=0}^n C_n^k (n+k+a-2)^k \left(\frac{s}{\beta}\right)^k \quad (2.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $C_n^k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ไบนอมิเยล และ  $(a)_n = \prod_{k=0}^{n-1} (a+k)$  โดยที่  $\alpha$  และ  $\beta$  เป็นค่า

จำนวนจริงที่  $\beta \neq 0$

การสร้างฟังก์ชัน (Generating Function) ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล แสดงได้ดังสมการ

$$B(x,t) = (1-2xt)^{-1/2} \left[ \frac{1+\sqrt{(1-2xt)}}{2} \right]^{2-a} \exp \left\{ \frac{b}{2x} (1-\sqrt{1-2xt}) \right\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{b}{2} \right)^n t^n y_n(x,a,b) \frac{1}{n!}$$
(2.17)

เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไป ได้ดังสมการที่ (2.18)

$$Y_n(s, \alpha, \beta) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(n+k+\alpha-2)!}{(n+\alpha-2)! b^k} s^{n-k}$$
(2.18)

ตัวอย่างของสมการเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลจากการกระจายอันดับ แสดงดังสมการ

$$Y_0(x) = x,$$

$$Y_1(x) = 1 + a \left( \frac{x}{b} \right),$$

$$Y_2(x) = 1 + 2(a+1) \left( \frac{x}{b} \right) + (a+1)(a+2) \left( \frac{x}{b} \right)^2,$$

$$Y_3(x) = 1 + 3(a+2) \left( \frac{x}{b} \right) + 3(a+2)(a+3) \left( \frac{x}{b} \right)^2 + (a+2)(a+3)(a+4) \left( \frac{x}{b} \right)^3,$$
(2.19)

และ อินเวอร์สของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล  $\theta_n(s, a, b) = s^n Y_n(1/s, a, b)$  คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
\theta_0(x) &= 1, \\
\theta_1(x) &= x + \left(\frac{a}{b}\right), \\
\theta_2(x) &= x^2 + 2(a+1)\left(\frac{1}{b}\right)x + (a+1)(a+2)\left(\frac{1}{b}\right)^2, \\
\theta_3(x) &= x^3 + 3(a+2)\left(\frac{1}{b}\right)x^2 + 3(a+2)(a+3)\left(\frac{1}{b}\right)^2 x + (a+2)(a+3)(a+4)\left(\frac{1}{b}\right)^3, \\
\theta_4(x) &= x^4 + 4(a+3)\left(\frac{1}{b}\right)x^3 + 6(a+3)(a+4)\left(\frac{1}{b}\right)^2 x^2 + 4(a+3)(a+4)(a+5)\left(\frac{1}{b}\right)^3 x \\
&\quad + (a+3)(a+4)(a+5)(a+6)\left(\frac{1}{b}\right)^4
\end{aligned} \tag{2.20}$$

จากสมการอินเวอร์สเจนเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนี้ นำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบเพื่อสร้างสัญญาณพัลส์ในระบบการสื่อสาร ในวิทยานิพนธ์นี้จะยกตัวอย่างการนำเจนเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ซึ่งจะกล่าวถึงในบทที่ 3 และบทที่ 4 และอีกการประยุกต์ใช้งาน คือ เพื่อออกแบบสร้างสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือนเพื่อใช้ในระบบการสื่อสารแบบ UWB ซึ่งจะกล่าวถึงในบทที่ 5 และบทที่ 6 ของวิทยานิพนธ์นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

# การประยุกต์ใช้งานเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง และการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น

### 3.1 บทนำ

ในบทนี้ นำเสนอทฤษฎีและการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองหรือสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ เพื่อใช้ออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น โดยจะกล่าวถึงหลักการระบบการสื่อสารดิจิทัลแบบเบสแบนด์ ซึ่งต้องใช้พัลส์ที่เหมาะสมในการสื่อสารและเป็นไปตามเกณฑ์ของไนควิสต์ ซึ่งทำให้ไม่เกิดสัญญาณรบกวนในการสื่อสารช่องสัญญาณแบบแบนด์วิดท์จำกัด โดยพัลส์ที่นิยมใช้ในการสื่อสารรูปแบบนี้ คือ เรสโคไซน์พัลส์ ดังนั้นจึงต้องศึกษาหาพัลส์ที่เหมาะสม และอยู่ในรูปแบบของเรสโคไซน์พัลส์ ในวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองให้เป็นสัญญาณทดสอบ จากเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่มีคุณสมบัติเฟสเป็นเชิงเส้น พบว่าสามารถประยุกต์ใช้งานโดยการวิเคราะห์โมเดลทางคณิตศาสตร์ เพื่อประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อใช้ในการออกแบบพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่ใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ในอุดมคติสำหรับประยุกต์ใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น

### 3.2 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการส่งสัญญาณข้อมูลระบบการสื่อสารดิจิทัลที่มีสเปกตรัมกว้าง [16] ส่งผ่านไปบนช่องสัญญาณแบบเบสแบนด์ ซึ่งมีแบนด์วิดท์จำกัด จำเป็นต้องใช้งานช่องสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์กว้างพอที่จะรองรับแถบความถี่ของกระแสข้อมูลที่สำคัญ ผลของการส่งข้อมูลผ่านไปบนช่องสัญญาณดังกล่าว คือ พัลส์ที่ได้รับจะได้รับผลกระทบจากสัญญาณพัลส์ที่อยู่ติดกัน เกิดเป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากการแทรกสอดของสัญญาณที่เรียกว่าการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ (Inter Symbol Inteference : ISI) จึงต้องมีการจัดรูปร่างของสัญญาณ (Pulse Shaping) [17] โดยจากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมา พัลส์ที่เหมาะสมที่นำมาใช้งานระบบการสื่อสารนี้ คือ สัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ [18] ซึ่งเป็นสัญญาณที่มีความสำคัญในการส่งข้อมูล และการสื่อสารไร้สายผ่านช่องสัญญาณแบบแบนด์วิดท์จำกัด มีคุณสมบัติตามเกณฑ์ของไนควิสต์ ทำให้ไม่เกิดการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ อย่างไรก็ตามในระบบการส่งสัญญาณที่สมบูรณ์นั้น สามารถทำให้สมบูรณ์ได้ตั้งแต่ต้นทางที่ส่งและปลายทางที่รับสัญญาณ จึงต้องใช้แมตซ์ฟิลเตอร์ทำหน้าที่ตรวจจับสัญญาณทางด้านรับให้สอดคล้องกับสัญญาณใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้านส่ง [19] ดังนั้นการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ต้องมีลักษณะเป็นเฟสเชิงเส้น เพื่อให้สัญญาณนั้นไม่มีการแทรกสอดทางสัญญาณ โดยในงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการศึกษาฟิลเตอร์ที่มีความเป็นเฟสเชิงเส้นโดยวิธีการต่าง ๆ หนึ่งในวิธีที่นำมาใช้ออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น คือ เบสเซลโพลีโนเมียล [7-10] และยังมีคุณลักษณะอีกประการหนึ่ง คือ มีค่าดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่เหมาะสมสำหรับการออกแบบฟิลเตอร์

สำหรับสัญญาณทดสอบที่นำมาออกแบบใช้ในการทดสอบระบบต้องมีคุณลักษณะที่ใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ จากการศึกษา พบว่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเป็นสัญญาณที่มีคุณลักษณะบางประการที่ใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ แต่เนื่องจากสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถนำไปออกแบบสร้างวงจรไฟฟ้าได้โดยตรง ในทางระบบการสื่อสาร ได้มีการนำสมการทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของโพลีโนเมียลและฟังก์ชันถ่ายโอน เพื่อใช้ออกแบบวงจรทางระบบการสื่อสาร โดยจากการศึกษาของ L. Storch [8] พบว่า ความเป็นเฟสเชิงเส้นของเบสเซลฟิลเตอร์ ที่เขียนให้อยู่ในรูปแบบของเบสเซลโพลีโนเมียลในรูปแบบของสมการ  $e^{-s}$  สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชันได้ แต่การประมาณค่าฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกให้อยู่ในรูปแบบของโพลีโนเมียลทำได้ยาก และทำให้ระบบเกิดความไม่เสถียรภาพได้ อย่างไรก็ตาม จากการศึกษาคุณลักษณะสมการทางคณิตศาสตร์ของไฮเพอร์โบลิกที่สามารถแปลงฟังก์ชันเหล่านี้ให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกับสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองได้ แสดงให้เห็นว่าเบสเซลโพลีโนเมียลนั้นเหมาะสมนำไปสร้างสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เพื่อใช้เป็นสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ในการออกแบบวงจรแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเชิงเส้น เพื่อให้สัญญาณทางด้านส่งนั้นตรงกัน หรือแมตซ์ซิ่งกับฝั่งภาครับหรือมีความถูกต้องและไม่เกิดการเลื่อนของเฟส

ในงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ที่ผ่านมา S. Mneina, et al. [18] ได้มีการประมาณค่าเรสโคไซน์พัลส์เพื่อนำไปใช้สร้างแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น ให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีตัวเศษเป็น 1 และใช้ตัวส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียล พบว่าพัลส์ในอุดมคตินั้นมีค่าใกล้เคียงกับพัลส์ในเมนโลบ แต่อย่างไรก็ตามในการส่งข้อมูลนั้นย่อมมีข้อมูลอยู่ที่ไซด์โลบถัดไปด้วย การส่งข้อมูลโดยให้มีไซด์โลบถัดไปโดยปราศจากการแทรกสอดทางสัญญาณนั้น ใช้ตัวเศษเป็นคู่ทรานสมิชชันซีโร (Transmission Zero-Pairs) และตัวส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียล [25] แต่จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าผลการจำลองนั้น ยังมีค่าที่ต่างจากอุดมคติอยู่มาก และมีค่าอันดับของโพลีโนเมียลที่สูง จะทำให้การนำไปออกแบบสร้างเป็นวงจรไฟฟ้านั้นเป็นไปด้วยความซับซ้อน และยังมีค่าผลตอบแทนทางการลดทอนที่โลบเดียวเท่านั้น สำหรับการประยุกต์ใช้งานเจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล นำเสนอโดย V. Pirajanechai, et al. [26] ซึ่งประยุกต์ใช้เจเนอเรตอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการปรับค่าพารามิเตอร์เพื่อออกแบบฟิลเตอร์ในการส่งข้อมูล อย่างไรก็ตาม ผลลัพธ์ของผลการตอบสนองทางการลดทอนยังมีค่าที่ต่างจากอุดมคติอยู่มาก มีอันดับของโพลีโนเมียลที่สูง มีค่าผลตอบแทนทางการลดทอนที่โลบเดียวเช่นเดียวกัน ในงานวิจัยที่นำเสนอโดย R. Singthongchai, et al. [27] นำเสนอการใช้คิวเบสเซลเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โพลีโนเมียล และใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรทั้งหมดสี่คู่ ซึ่งทำให้สัญญาณนั้นมีสี่ไซด์โลบ และทำการหาค่าผลการตอบสนองทางการลตทอนทั้งสี่ไซด์โลบนั้น ให้มีค่าใกล้เคียงกับอุดมคติมากที่สุด อย่างไรก็ตามผลลัพธ์ของผลการตอบสนองทางการลตทอนของทั้งสี่ไซด์โลบนี้ยังมีค่าที่ต่างจากอุดมคติดูอย่างมากเช่นเดียวกัน

วิทยานิพนธ์นี้ จึงมุ่งเน้นนำเสนอวิธีการ โดยใช้เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการออกแบบสร้างสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง สำหรับใช้เป็นสัญญาณทดสอบสำหรับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ อีกทั้งใช้ในการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น ให้การส่งสัญญาณเบสแบนด์นั้นไม่มีสัญญาณรบกวน และเป็นไปตามหลักเกณฑ์ของไนควิสต์ โดยเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนั้นมีพารามิเตอร์ที่ใช้ในการปรับค่าเพิ่มเติมมากกว่าเบสเซลโพลีโนเมียลในรูปแบบทั่วไป ทำให้มีความยืดหยุ่นในการปรับค่า และให้ผลตอบสนองทางขนาด และการลตทอน ให้มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณในอุดมคติมากที่สุด และลดอันดับของโพลีโนเมียลเพื่อให้น้อยที่สุด และให้มีเสถียรภาพเป็นไปตามหลักการของฟังก์ชันถ่ายโอนที่อยู่ในรูปแบบเศษส่วนโพลีโนเมียล

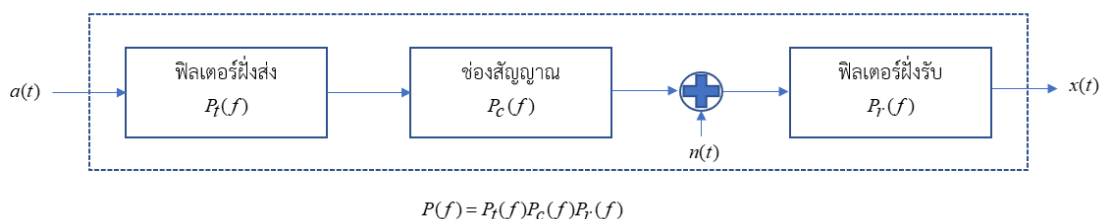
นอกจากนี้ ในการปรับพารามิเตอร์ของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนั้น ในงานวิจัยที่ผ่านมา นั้น โดยปกติแล้วจะทำการปรับค่าด้วยวิธีลองผิดลองถูก (Trial and Error) เท่านั้น ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ได้นั้น อาจเป็นไปได้ว่าเป็นค่าที่ไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ที่ทำให้อัตราการผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด วิธีในการปรับค่าพารามิเตอร์นี้ มีการประยุกต์ใช้งานอยู่มากมาย โดยวิธีหนึ่งที่น่าสนใจ และใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ หรือในทางการออกแบบฟิลเตอร์นั้น คือวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization : PSO) [28-29],[61] โดยในวิทยานิพนธ์นี้ เลือกใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค เพื่อใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล เพื่อให้ค่าผลตอบสนองทางขนาด และการลตทอนของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณในอุดมคติมากที่สุด

### 3.3 ช่องสัญญาณของไนควิสต์และสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์

#### 3.3.1 ช่องสัญญาณแบนด์วิดท์ที่จำกัดและการแทรกสอดทางสัญญาณ

ในระบบการสื่อสารใด ๆ ย่อมมีแบนด์วิดท์ที่จำกัดในการส่งข้อมูล แต่มีช่วงเวลาที่ไม่มีจำกัด กล่าวคือสัญญาณที่ถูกส่งจากต้นทางไปยังปลายทางที่รับ อาจมีความแตกต่างเนื่องจากสัญญาณรบกวนต่าง ๆ ความแตกต่างดังกล่าวขึ้นอยู่กับความกว้างของแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ ซึ่งเปรียบเทียบกับอัตราสัญญาณของสัญญาณ หรือเรียกว่า การแทรกสอดทางสัญญาณ เป็นปรากฏการณ์เมื่อส่งพัลส์ลำดับ  $k$  ที่ส่งออกจากต้นทางมีการแทรกสอดกับสัญญาณพัลส์ที่อยู่ติดกันหรือพัลส์ในลำดับที่  $k-l$  เมื่อ  $l \neq 0$  เมื่อพิจารณาผลรวมของช่องสัญญาณในระบบการสื่อสาร แสดงดังรูปที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 ผลรวมช่องสัญญาณในระบบการสื่อสาร

จากรูปที่ 3.1 สัญญาณที่ได้รับ  $x(t)$  กำหนดได้ดังสมการที่ (3.1)

$$x(t) = a(t) * p(t) + n(t) \quad (3.1)$$

เมื่อ  $a(t)$  คือ สัญญาณข้อมูลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณ  $p(t)$  ซึ่งเป็นผลรวมของฟิลเตอร์ฝั่งส่ง ช่องสัญญาณ และฟิลเตอร์ฝั่งรับ  $n(t)$  คือสัญญาณรบกวน ในโดเมนความถี่นั้น ผลตอบสนองต่อความถี่ของ  $p(t)$  คือ  $P(f)$  โดยกำหนดได้ดังสมการที่ (3.2)

$$P(f) = P_t(f)P_c(f)P_r(f) \quad (3.2)$$

จากสมการที่ (3.2) ทำการสุ่มสัญญาณที่เวลา  $t = kT$  โดย  $T$  คือ คาบเวลาของบิตหรือสัญลักษณ์ กำหนดได้ดังสมการที่ (3.3)

$$x(kT) = a(kT) * p(kT) + n(kT) \quad (3.3)$$

ในรูปแบบของลำดับไม่ต่อเนื่อง ให้ช่องสัญญาณ  $h(t)$  เป็นแบบคอซอล และเมื่อสุ่มสัญญาณที่มีความยาว  $L-1$  แสดงได้ดังสมการที่ (3.4)

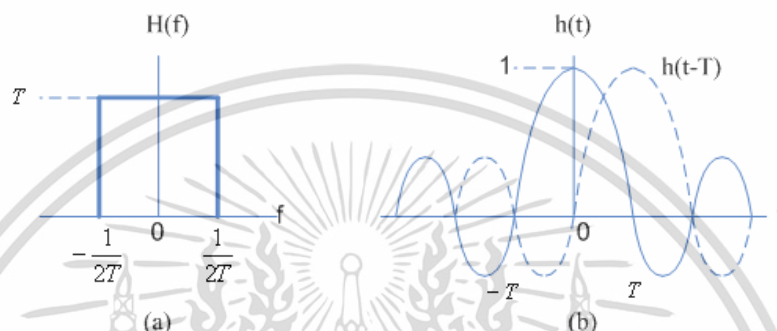
$$\begin{aligned} x_k &= a_k * h_k + n_k \\ x_k &= \sum_{l=0}^{L-1} h_l a_{k-l} + n_k \\ x_k &= h_0 a_k + h_1 a_{k-1} + h_2 a_{k-2} + \dots + h_{L-1} a_{k-L+1} + n_k \end{aligned} \quad (3.4)$$

จากสมการที่ (3.4) สัญญาณที่ระบบต้องการนั้นมีเพียงแค่พจน์แรก คือ  $h_0 a_k$  ส่วนพจน์อื่นเป็นส่วนที่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ และมีความรุนแรงมากขึ้น เมื่ออัตราการส่งข้อมูลเอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญูญาติให้เข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูงขึ้น ดังนั้นการออกแบบพัลส์โดยให้ไม่เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณเป็นสิ่งที่จะต้องพิจารณาในระบบการสื่อสาร เจริญไขในควิสต์และพัลส์ในควิสต์เป็นหลักการที่พิจารณาให้ไม่เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณในระบบการสื่อสาร

### 3.3.2 เจริญไขในควิสต์และพัลส์ในควิสต์

ในระบบการสื่อสารนั้น หากต้องการส่งข้อมูลด้วยอัตราเร็ว  $R_s$  สัญญาณต่อวินาที ช่องสัญญาณต้องมีขนาดต่ำที่สุดที่ไม่ทำให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณ โดยพิจารณาจากรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 (a) ช่องสัญญาณแบนด์วิดท์จำกัด (b) สัญญาณพัลส์ที่ไม่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณ

จากรูปที่ 3.2 ช่องสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์เท่ากับ  $1/2T$  ในโดเมนเวลา เห็นได้ว่าพัลส์  $h(t)$  จะมีความยาวไม่จำกัด แต่ในช่วงเวลาที่ทำการสุ่มสัญญาณทุก ๆ เวลา  $T$  สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องที่ได้ คือ  $h = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$  จะไม่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณ ดังนั้นแบนด์วิดท์ต่ำสุดของระบบ คือ

$$W = \frac{1}{2T} = \frac{R_s}{2} \quad (3.5)$$

เงื่อนไขสำคัญของพัลส์สัญญาณ  $h(t)$  ที่ไม่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณ เรียกว่าเงื่อนไขในควิสต์ (Nyquist's criterion) โดยพัลส์  $h(t)$  ที่ไม่ก่อให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณจะแสดงดังสมการที่ (3.6)

$$h(kT) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

กลุ่มของพัลส์สัญญาณที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของในควิสต์ หรือเรียกว่าพัลส์ในควิสต์นั้น จากสมการที่ (3.6) สามารถทำไปออกแบบวงจรกรองหรือทำการปรับรูปร่างพัลส์ เมื่อไม่ให้เกิดการแทรกสอดทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

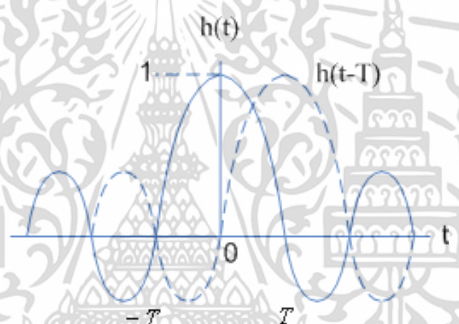
สัญลักษณ์หลังวงจรมุมสัญญาณ พัลส์ในควิสต์ที่สำคัญ มี 3 ชนิด ได้แก่ พัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ พัลส์เรสโคโนพัลส์ และรูปเรสโคโนพัลส์

พัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ เป็นพัลส์ที่สามารถใช้ส่งสัญญาณข้อมูลดิจิทัลที่ปราศจากการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ โดยมีผลตอบสนองดังสมการที่ (3.7)

$$P(f) = \text{Trect}(fT) \quad (3.7)$$

โดย  $\text{rect}(fT)$  คือฟังก์ชันพัลส์รูปสี่เหลี่ยม มีแบนด์วิดท์  $W = 1/2T$  และ ความถี่  $f = 1/2T$  เรียกว่าความถี่ในควิสต์ เมื่อทำการแปลงฟูเรียร์ผกผัน จะได้พัลส์ดังรูปที่ 3.3 และสมการที่ (3.8)

$$P(t) = \text{sinc}(t/T) \quad (3.8)$$



รูปที่ 3.3 สัญญาณพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ

เมื่อ  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$  จากสมการที่ (3.7) แสดงให้เห็นถึงพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ เป็นฟังก์ชันที่มีคาบเวลาที่ไม่จำกัด มีคุณสมบัติคือ  $p(t) = p(-t)$  มีจุดตัดแกนแนวตั้งเป็นศูนย์ที่เวลา  $t = kT$  มีส่วนเมนโลบและส่วนไซด์โลบ เมื่อใช้พัลส์นี้ในการส่งบิตหรือสัญลักษณ์ข้อมูลแรกด้วย  $p(t)$  และข้อมูลถัดไปจะเลื่อนพัลส์เป็นเวลา  $T$  หรือทำการส่ง  $p(t-T)$  แสดงให้เห็นว่า ข้อมูลที่ส่งจะไม่มีการแทรกสอดกัน อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติไม่นิยมใช้พัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ เนื่องจากมีความสูงของไซด์โลบในระดับการเคลื่อนของเวลาในการสุ่มสัญญาณ ทำให้อัตราบิดผิดพลาดเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว การใช้พัลส์ที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติด้วยเรสโคโนพัลส์ เพื่อใช้เป็นพัลส์ที่ส่งข้อมูลโดยปราศจากการแทรกสอดทางสัญลักษณ์ โดยจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3.3 เรสโคไซน์พัลส์

ในระบบการสื่อสารแบบเบสแบนด์นั้น ในทางปฏิบัติไม่นิยมใช้พัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ เนื่องจากมีความสูงของไซด์โลบข้าง ๆ ในระดับการเคลื่อนของคาบเวลาในการสุ่มสัญญาณ ทำให้ อัตราบิดผิดพลาดเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เรสโคไซน์พัลส์จึงเป็นพัลส์ที่เลือกใช้แทนพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ สามารถใช้ส่งข้อมูลโดยปราศจากการแทรกสอดทางสัญญาณ สัญญาณเรสโคไซน์แสดงผลตอบสนองความถี่ดังสมการที่ (3.9)

$$P_{RC} = \begin{cases} T & ; 0 \leq |f| \leq \frac{1-B}{2T} \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{\pi T}{B} \left( |f| - \frac{1-B}{2T} \right) \right] \right\} & ; \frac{1-B}{2T} < |f| < \frac{1+B}{2T} \\ 0 & ; |f| > \frac{1+B}{2T} \end{cases} \quad (3.9)$$

เมื่อ พารามิเตอร์  $B$  นี้คือตัวประกอบโรลออฟแฟกเตอร์ (Roll-off Factor) ของฟังก์ชันถ่ายโอน และ  $0 \leq B \leq 1$  ค่าของ  $B$  บ่งบอกถึงขนาดของแบนด์วิดท์ของพัลส์ที่เกิดจากความถี่ในควิสต์  $f = 1/2T$  เมื่อทำการแปลงฟูเรียร์ผกผัน จะได้พัลส์  $p(t)$  แสดงดังสมการที่ (3.10)

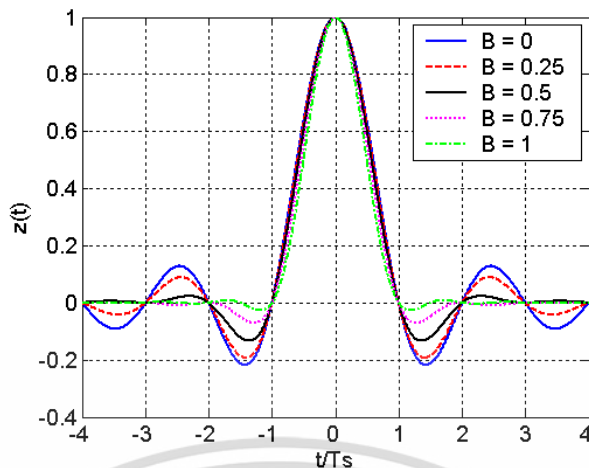
$$p(t) = \text{sinc}(t/T) \frac{\cos(\pi Bt/T)}{1 - 4B^2 t^2 / T^2} \quad (3.10)$$

เมื่อ  $B = 0$  เรสโคไซน์พัลส์จะเป็นพัลส์ในควิสต์ในอุดมคติ หรือดังสมการที่ (3.8) หากปรับค่า  $B$  ให้มีค่าสูงขึ้น เรสโคไซน์พัลส์จะมีแบนด์วิดท์สูงขึ้น ดังสมการที่ (3.11)

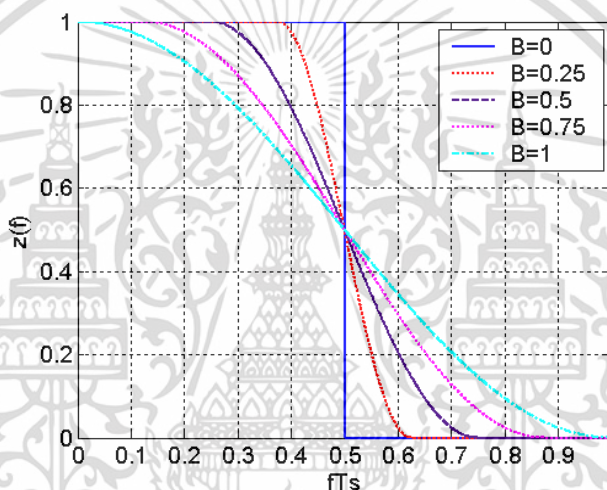
$$W = (1+B) \frac{R_s}{2} = \frac{(1+B)}{2T} \quad (3.11)$$

ด้วยเหตุนี้ พัลส์ไซน์กำลังสอง นิยมใช้เป็นพัลส์ต้นแบบในการออกแบบพัลส์ในระบบการสื่อสารที่ทำให้เกิดการแทรกสอดทางสัญญาณต่ำ สัญญาณเรสโคไซน์ที่มีการเปลี่ยนแปลงของโรลออฟแฟกเตอร์ในโดเมนเวลาแสดงดังรูปที่ 3.4 และในโดเมนความถี่ แสดงดังรูปที่ 3.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



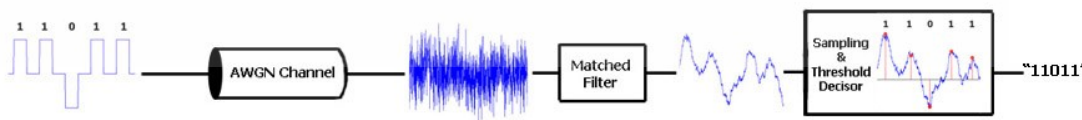
รูปที่ 3.4 สัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนเวลา



รูปที่ 3.5 สัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนความถี่ที่ค่าโรลออฟแฟกเตอร์ต่าง ๆ

### 3.4 แมตซ์ฟิลเตอร์ (Matched Filter)

การออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ [20-21] เพื่อให้สัญญาณในภาครับหรือเอาต์พุตนั้นแมตซ์ซึ่งตรงกันถูกต้องกับสัญญาณในภาคส่งหรืออินพุต โดยภาพรวมการทำงานของระบบดังรูปที่ 3.6



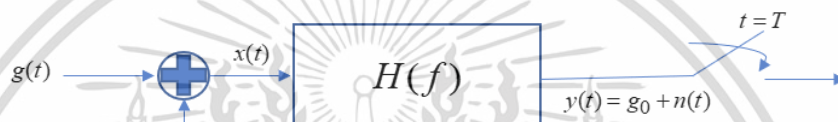
รูปที่ 3.6 ภาพรวมการทำงานของแมตซ์ฟิลเตอร์

แมตซ์ฟิลเตอร์ เป็นวงจรกรองความถี่แบบเชิงเส้นที่ดีและเหมาะสมสำหรับการเพิ่มอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio : SNR) ในกรณีที่เกิดสัญญาณรบกวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภายในช่องสัญญาณ เช่น additive noise ที่เครื่องรับปลายทาง ซึ่งเป็นสัญญาณรบกวนที่มีลักษณะไม่นิ่งทางสถิติ (Stochastic) หรือสัญญาณที่เกิดแบบสุ่ม เป็นสัญญาณที่สามารถทำนายลักษณะการเกิดล่วงหน้าได้ แมตซ์ฟิลเตอร์ทั่วไปมีการใช้งานอย่างกว้างขวางในระบบสื่อสาร เช่น การสื่อสารเรดาร์ และการประมวลผลภาพ เพื่อปรับปรุงค่าของ SNR ของภาพเอ็กซ์เรย์

ในระบบการสื่อสาร แมตซ์ฟิลเตอร์อยู่ในส่วนภาครับของวงจรการสื่อสาร เป็นตัวตรวจวัดให้สัญญาณที่ได้รับมีความถูกต้อง โดยแบบจำลองของเครื่องรับสัญญาณ ประกอบด้วยวงจรกรองความถี่แบบเชิงเส้น ซึ่งมีผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตส์ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยที่  $x(t)$  คือ อินพุตของวงจรกรอง ประกอบด้วยสัญญาณพัลส์  $g(t)$  และสัญญาณรบกวน  $w(t)$  แสดงดังรูปที่ 3.5 และแสดงดังสมการที่ (3.12)



รูปที่ 3.7 โมเดลตัวรับสัญญาณที่ตามด้วยวงจรสุ่มสัญญาณ

$$x(t) = g(t) + w(t), 0 \leq t \leq T \tag{3.12}$$

โดยที่  $T$  คือ ช่วงหรือคาบเวลาที่กำหนด

$g(t)$  คือ สัญญาณสำหรับสัญลักษณ์ไบนารี 1 หรือ 0 ในระบบดิจิทัล

$w(t)$  คือ ฟังก์ชันของกระบวนการสัญญาณรบกวนขาว โดยสเปกตรัมความหนาแน่นกำลังของสัญญาณรบกวนขาว

ในส่วนภาครับสัญญาณมีหน้าที่สำคัญ คือ การตรวจสอบสัญญาณพัลส์  $g(t)$  ที่ส่งจากต้นทาง เพื่อให้ได้สัญญาณทางด้านรับ  $x(t)$  ที่แมตซ์ซิงกันกับด้านส่งโดยไม่ผิดเพี้ยน ปราศจากสัญญาณรบกวน เพื่อตอบสนองความต้องการนี้จึงต้องเพิ่มประสิทธิภาพในการออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน เพื่อลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนของด้านส่ง และเพิ่มการตรวจสอบของสัญญาณพัลส์ เนื่องจากตัวกรองสัญญาณเป็นแบบเชิงเส้น เอาต์พุตที่ส่งออก  $y(t)$  แสดงดังสมการที่ (3.13)

$$y(t) = g_0(t) + n(t) \tag{3.13}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $g_0(t)$  และ  $n(t)$  เป็นสัญญาณและองค์ประกอบของสัญญาณรบกวนที่เกิดจากสัญญาณอินพุต  $x(t)$  ตามลำดับ โดยต้องกำหนดให้ส่วนประกอบของสัญญาณเอาต์พุตที่ต้องการต้องมีค่ามากกว่าส่วนประกอบสัญญาณรบกวน แสดงดังสมการที่ (3.14)

$$g_0(t) > n(t) \quad (3.14)$$

กล่าวคือ สัญญาณเอาต์พุตมีกำลังชั่วขณะในเวลา  $t = T$  มีขนาดมากเท่าที่จะเป็นไปได้ เมื่อเทียบกับพลังงานเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนเอาต์พุต  $n(t)$  จะได้สมการค่าสูงสุดของสัญญาณพัลส์ต่อสัญญาณรบกวน คือ  $(S/N)_T$  ตามสมการที่ (3.15)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{|g_0(T)|^2}{E[n^2(t)]} \quad (3.15)$$

โดยที่  $|g_0(T)|^2$  คือ พลังงานชั่วขณะในสัญญาณเอาต์พุต  
 $E[n^2(t)]$  คือ ค่าความแปรปรวนหรือกำลังเฉลี่ยสัญญาณรบกวนที่ด้านเอาต์พุต  
 ข้อกำหนดที่ต้องการคือผลตอบสนองของสัญญาณอิมพัลส์  $h(t)$  ของตัวกรองดังกล่าว คือ เอาต์พุตของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนในสมการที่ (3.15) มีค่าสูงสุด  
 ให้  $G(f)$  แทนการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณ  $g(t)$  และ  $H(f)$  แทนผลตอบสนองเชิงความถี่ของตัวกรอง ดังนั้นการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณเอาต์พุต  $g_0(t)$  แสดงดังสมการที่ (3.16)

$$g_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)e^{j2\pi ft} df \quad (3.16)$$

ดังนั้น เมื่อตัวกรองเอาต์พุต ถูกกำหนดเป็นเวลา  $t = T$  จะได้ค่าพลังงานชั่วขณะในสัญญาณเอาต์พุต  $|g_0(T)|^2$  ในกรณีช่องสัญญาณปราศจากสัญญาณรบกวน แสดงดังสมการที่ (3.17)

$$|g_0(T)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)e^{j2\pi fT} df \right|^2 \quad (3.17)$$

ความหนาแน่นของสเปกตรัมกำลังสองฝั่งของสัญญาณ  $PSD(f)$  ของสัญญาณรบกวนอินพุตมีค่าเท่ากับ  $N_0/2$  วัตต์ต่อเฮิรตซ์ แสดงดังสมการที่ (3.18)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$PSD(f) = \frac{N_0}{2} |H(f)|^2 \quad (3.18)$$

ดังนั้นความแปรปรวน หรือค่ากำลังเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนเอาต์พุต  $n(t)$  สามารถแสดงดังสมการที่ (3.19)

$$E[n^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} PSD(f) df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (3.19)$$

ดังนั้น เมื่อรวมสมการที่ (3.16) และสมการที่ (3.18) เข้าด้วยกัน สามารถจัดรูปสมการเพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงของค่าสูงสุดของสัญญาณพัลส์ต่อสัญญาณรบกวน ได้ดังสมการที่ (3.20)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)e^{j2\pi ft} df \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (3.20)$$

จากสมการที่ (3.20) พบว่า การกำหนด  $G(f)$  จากผลตอบสนองเชิงความถี่  $H(f)$  ของตัวกรองความถี่ ที่ทำให้ค่า SNR มีค่าสูงสุด เพื่อหาวิธีการแก้ไขปัญหาการเพิ่มประสิทธิภาพนี้ หลักความไม่เท่ากันของชวอर्थ (Schwartz's inequality) แสดงดังสมการที่ (3.21)

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x)\varphi_2(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_2(x)|^2 dx \quad (3.21)$$

จากสมการที่ (3.19) ถ้าทางด้านซ้ายของสมการมีค่าเท่ากับทางด้านขวา ทำให้มีค่าดังสมการที่ (3.22)

$$\varphi_1(x) = k\varphi_2^*(x) \quad (3.22)$$

เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่ และ  $\varphi_2^*(x)$  คือ คู่สังยุคเชิงซ้อนของ  $\varphi_2(x)$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3.19) โดยใช้ความไม่เท่ากันชวอर्थ และกำหนด  $\varphi_1(x) = H(f)$  และ

$\varphi_2(x) = G(f)e^{j\pi ft}$  ในเทอมเศษของสมการที่ (3.20) สามารถจัดรูปได้ดังสมการที่ (3.23)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f)e^{j2\pi ft} df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (3.23)$$

ดังนั้น อัตราส่วนค่าสูงสุดของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน แสดงได้ดังสมการที่ (3.24)

$$\left( \frac{S}{N} \right)_T = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (3.24)$$

จากสมการที่ (3.24) นั้น ทางด้านขวามือของสมการของความสัมพันธ์นี้ไม่ได้ขึ้นอยู่กับผลตอบสนองเชิงความถี่  $H(f)$  ของตัวกรองความถี่ แต่ขึ้นอยู่กับสัญญาณพลังงาน และความหนาแน่นของสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน ดังนั้นค่าสูงสุดของสัญญาณพัลส์ต่อสัญญาณรบกวน มีค่าสูงสุดเมื่อ  $H(f)$  ถูกเลือกให้มีค่าเท่ากับ ดังสมการที่ (3.25)

$$\left( \frac{S}{N} \right)_{T,\max} = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df \quad (3.25)$$

ในทำนองเดียวกัน  $H(f)$  กำหนดค่าที่เหมาะสมโดย  $H_{opt}(f)$  หาค่าที่เหมาะสมนี้โดยใช้สมการที่ (3.23) หาค่าได้ ดังสมการที่ (3.26)

$$H_{opt}(f) = kG^*(f)e^{-j2\pi ft} \quad (3.26)$$

โดยที่  $G^*(f)$  คือ คู่สังยุคเชิงซ้อนของการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณอินพุต  $g(t)$  และ  $k$  คือ ค่าสเกลลิงแฟกเตอร์ของมิติที่เหมาะสม ความสัมพันธ์นี้ระบุข้อยกเว้นสำหรับตัวคูณ  $ke^{-j2\pi ft}$  ผลตอบสนองเชิงความถี่ของตัวกรองที่เหมาะสมนี้ เหมือนกับคู่สังยุคเชิงซ้อนของการแปลงฟูเรียร์สัญญาณอินพุต จากสมการที่ (3.26) ระบุตัวกรองที่เหมาะสมในเชิงความถี่ ในเชิงเวลาทำได้โดยใช้การแปลงฟูเรียร์ผกผันของ  $H_{opt}(f)$  ในสมการที่ (3.26) ให้ผลตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองที่เหมาะสมดังสมการที่ (3.27)

$$H_{opt}(f) = k \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f)e^{-j2\pi(T-t)} df \quad (3.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากสัญญาณที่แท้จริง  $g(t)$  มี  $G^*(f) = G(-f)$  สามารถแสดงสมการที่ (3.27) ได้ตั้งสมการที่ (3.28) และสมการที่ (3.29) ตามลำดับ

$$H_{opt}(f) = k \int_{-\infty}^{\infty} G^*(-f) e^{-j2\pi(T-t)} df \quad (3.28)$$

$$H_{opt}(f) = k \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) e^{-j2\pi(T-t)} df = kg(T-t) \quad (3.29)$$

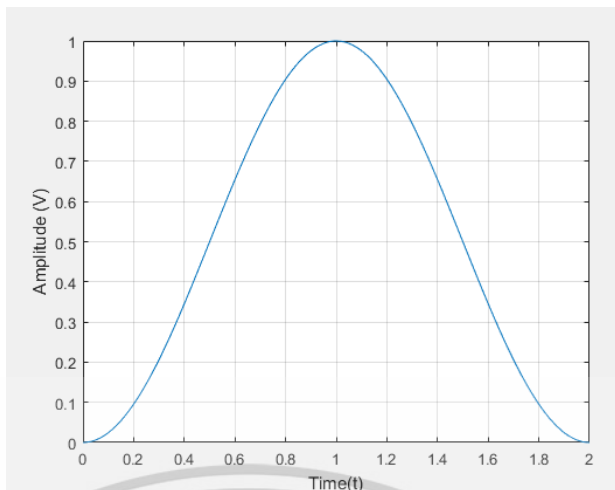
โดยสมการที่ (3.29) แสดงถึงผลตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองที่เหมาะสม ปรากฏค่า Scaling Factor,  $k$  เป็นค่าส่วนกลับของเวลาและส่วนดีเลย์ของสัญญาณอินพุต  $g(t)$  แสดงให้เห็นว่าสัญญาณจะตรงกันหรือแมตช์กับสัญญาณอินพุต แต่เลื่อนเวลาไป  $T$

### 3.5 การประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง

สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง เป็นสัญญาณที่นิยมใช้เป็นสัญญาณทดสอบ หรือตรวจสอบข้อบกพร่องของระบบการสื่อสาร โดยในงานวิจัยที่ผ่านมา [23-24] สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองใช้ในระบบโทรทัศน์แบบมอดูเลต 20T ใช้ในการตรวจสอบโทรทัศน์สี ซึ่งวิธีการตรวจสอบระบบใด ๆ ทำได้โดยการป้อนสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ให้กับระบบนั้น ๆ แล้วสังเกตการตอบสนองต่าง ๆ ของระบบดังกล่าว คือ การตอบสนองทางขนาด (Amplitude Response) และการตอบสนองทางความถี่ (Frequency Response) รูปของคลื่นพัลส์ไซน์กำลังสอง ช่วงความกว้างของพัลส์ที่ใช้ทดสอบมีการกำหนดขนาดของพัลส์ในช่วงตรงกลาง เช่น ขนาดความกว้างของพัลส์ช่วงตรงกลาง HAD (Half Amplitude Duration) และเมื่อกำหนดให้ HAD เป็นสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองของ  $T$  ช่วงความถี่ของพัลส์นี้คือ  $f = 1/T$  โดยพัลส์ไซน์กำลังสอง แสดงดังสมการที่ (3.30) และดังรูปที่ 3.8

$$h(t) = \sin^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right) ; 0 \leq t \leq 2\tau \quad (3.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ

แต่เนื่องจากสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในสมการที่ (3.30) นั้นเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติทั่วไป จึงไม่สามารถนำไปใช้งานในการออกแบบเพื่อสังเคราะห์วงจรได้โดยตรง อาจต้องทำการประมาณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติเพื่อให้สามารถนำไปใช้ออกแบบสร้างวงจรจริงหรือวงจรอื่น ๆ ในระบบการสื่อสารได้ สมการพัลส์ไซน์กำลังสอง สามารถจัดรูปให้เป็นไปตามสมการที่ (3.31)

$$h(t) = \sin^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi t}{2}\right); \quad 0 \leq t \leq 2\tau \quad (3.31)$$

จากสมการที่ (3.31) ทำการแปลงลาปลาซ ผลที่ได้แสดงดังสมการที่ (3.32) และสมการที่ (3.33) ตามลำดับ

$$h(s) = L\{h(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}h(t)dt \quad ; \quad s > 0 \quad (3.32)$$

$$h(s) = \left(\frac{4}{s^2 + 4}\right) \left(\frac{1}{1 + \coth\left(\frac{s\tau}{2}\right)}\right) \quad (3.33)$$

จากสมการที่ (3.33) แสดงให้เห็นว่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองจะอยู่ในรูปแบบของไฮเพอร์โบลิกฟังก์ชัน ไม่สามารถนำไปออกแบบสร้างวงจรได้โดยตรง หากนำไปใช้งานอาจทำให้เกิดความผิดพลาดได้ จึงต้องหาสมการทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของพหุนามและสามารถนำไปสังเคราะห์เป็นวงจรทางไฟฟ้าได้ รวมถึงมีคุณลักษณะเช่นเดียวกับกับสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคตินี้ ซึ่งเบสเซล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โพลีโนเมียล มีคุณลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยจากทฤษฎีเบสเซลทอมสันฟิลเตอร์ กระบวนการของ L. Storch [8] แสดงฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ (3.34)

$$h(s) = e^{-st} \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.34) นำมาแยกเป็นเทอมเศษและเทอมส่วน จะได้ดังสมการที่ (3.35)

$$h(s) = \frac{e^{-\frac{st}{2}}}{e^{\frac{st}{2}}} \quad (3.35)$$

จากสมการที่ (3.35) แสดงในรูปของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก ได้ดังสมการที่ (3.36)

$$h(s) = \frac{1}{\sinh\left(\frac{st}{2}\right) + \cosh\left(\frac{st}{2}\right)} \quad (3.36)$$

จากสมการที่ (3.36) นำเทอมส่วนมาดึงตัวประกอบร่วมไซน์ไฮเพอร์โบลิก จะได้ดังสมการที่ (3.37)

$$h(s) = \frac{1}{\sinh\left(\frac{st}{2}\right) \left(1 + \frac{\cosh\left(\frac{st}{2}\right)}{\sinh\left(\frac{st}{2}\right)}\right)} \quad (3.37)$$

จากเอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ จะได้ดังสมการที่ (3.38)

$$h(s) = \frac{1}{\sinh\left(\frac{st}{2}\right) \left(1 + \coth\left(\frac{st}{2}\right)\right)} \quad (3.38)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.38) มีคุณสมบัติรูปแบบของสมการที่คล้ายคลึงกันกับสมการที่ (3.33) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเบสเซลโพลิโนเมียลมีคุณลักษณะที่เหมาะสมสำหรับนำไปประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ใช้เบสเซลโพลิโนเมียลที่มีคุณสมบัติเป็นเฟสเชิงเส้น มาใช้ในการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นตามคุณลักษณะของเบสเซลโพลิโนเมียลได้ได้ โดยการประมาณค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของสัญญาณพัลส์พัลส์ไซน์กำลังสองด้วยทรานสมิชชันซีโร่ และเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองที่ใช้เป็นสัญญาณอินพุตหรือสัญญาณทดสอบของระบบ โดยมีคุณสมบัติของสัญญาณเรสโคไซน์ที่เป็นสัญญาณที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามสัญญาณอินพุต และมีรูปแบบที่สมมาตร สามารถทำการตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองที่เป็นเฟสเชิงเส้นได้ โดยเน็ตเวิร์กฟังก์ชันที่นำไปสร้างวงจร ส่วนใหญ่เขียนในรูปแบบของโพลิโนเมียลของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองสัญญาณที่มีทั้งทอมเศษและทอมส่วน โดยในทอมเศษนั้น เป็นคู่ทรานสมิชชันซีโร่ (Transmission Zero) ที่  $\pm jk\pi, k = 2, 3, 4, \dots, m$  ซึ่งระบบโดยรวม มีย่านแถบหยุด (Stop Band) ของการลดทอน ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.39)

$$H(s) = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)} = K \prod_{k=1}^{m/2} (s^2 + \omega_k^2) / \left( \prod_{k=1}^n (s - p_k) \right) \quad (3.39)$$

โดยที่  $K$  คือค่าอัตราขยายคงที่  $\omega_k$  คือคู่ทรานสมิชชันซีโร่  $p_k$  คือค่าโพลของสมการ โดยที่  $n$  และ  $m$  เป็นอันดับของโพลิโนเมียล และ  $n \geq m$  จากสมการที่ (3.39) จะเห็นได้ว่าในทอมเศษคือคู่ทรานสมิชชันซีโร่ และในทอมส่วนคือเบสเซลโพลิโนเมียล หรือเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล กำหนดได้ดังสมการที่ (3.40)

$$H(s) = \frac{\text{Transmission Zeros}}{\text{Generalized Bessel Polynomials}} = \frac{\prod_{k=1}^{m/2} (s^2 + \omega_k^2)}{\prod_{k=1}^m (s - p_k)} \quad (3.40)$$

จากสมการเหล่านี้ จะนำไปออกแบบสร้างสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเพื่อใช้เป็นสัญญาณทดสอบของการใช้เรสโคไซน์พัลส์เพื่อใช้ออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นให้มีค่าใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด ซึ่งจะแสดงผลการจำลองในบทถัดไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

# ผลการทดลอง การประยุกต์ใช้งานเจเนอร์ไลซ์เบสเซล โพลีโนเมียลในการประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง และการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเชิงเส้น

### 4.1 บทนำ

ในการออกแบบวงจรกรองความถี่แอนะล็อกต่าง ๆ ความเป็นเฟสเชิงเส้นและดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด เป็นคุณสมบัติสำคัญในการออกแบบ พารามิเตอร์ที่ใช้ในการปรับค่าที่มีความยืดหยุ่นเพื่อให้มีผลตอบสนองทางความถี่ที่ดี สามารถลดทอนการแทรกสอดของสัญญาณรบกวนต่อการลดทอนที่ดีที่สุดในบทนี้เป็นการทดลองในส่วนของ การจำลองประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองจากการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล เพื่อใช้ในการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ที่เป็นเฟสเชิงเส้น จากบทที่ผ่านมาได้แสดงให้เห็นว่าเบสเซลโพลีโนเมียลนั้นมีคุณสมบัติเฟสเชิงเส้นที่เหมาะสมแก่การนำไปออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ โดยต้องทำการกรองสัญญาณด้านรับให้สอดคล้องกับด้านส่ง แต่จะกลับกันทางเวลา โดยพัลส์ยังมีความสมมาตร รูปร่างคงเดิม โดยเรสโคไซน์จะเป็นชื่อพัลส์ที่ใช้ในการอ้างอิงถึงสเปกตรัมที่มีรูปร่างการม้วนลง และใช้สัญญาณทดสอบเป็นสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองที่มีความสมมาตร มีคุณสมบัติคอซอล เมื่อเทียบกับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ที่มีดีเลย์  $t_d = 1$  ดังนั้นการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองหรือเรสโคไซน์พัลส์จะนำเสนอในบทนี้ โดยในการจำลองจะใช้ซอฟต์แวร์ MATLAB เพื่อจำลองผลตอบสนองทางการลดทอน และทำการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ให้ใกล้เคียงกับเรสโคไซน์พัลส์ในอุดมคติมากที่สุด และประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคให้ได้พัลส์ที่เหมาะสมที่สุด

### 4.2 การจำลองพัลส์ไซน์กำลังสองและแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้น

#### 4.2.1 การจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ

สัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองสำหรับใช้เป็นสัญญาณทดสอบในการออกแบบเรสโคไซน์พัลส์เพื่อใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น สามารถแสดงสมการในโดเมนเวลาได้ดังสมการที่ (4.1)

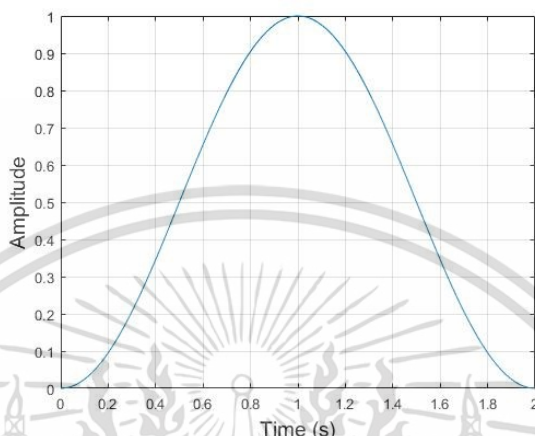
$$h(t) = \sin^2\left(\frac{\pi t}{2\tau}\right) \quad (4.1)$$

จากสมการที่ 4.1 เอกลักษณะตรีโกณมิติสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (4.2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sin^2(u) = \frac{1}{2}(1 - \cos(u)) \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.1) เมื่อแทนค่า  $\tau = 1$  จะได้กราฟแสดงผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองแสดงดังรูปที่ (4.1)



รูปที่ 4.1 ผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองในอุดมคติ

#### 4.2.2 การจำลองสัญญาณเรสโโคไซน์พัลส์

วงจรกรองความถี่สำหรับจัดรูปร่างพัลส์ที่เป็นลักษณะรูปร่างเป็นแบบเรสโโคไซน์พัลส์ วงจรกรองความถี่ทั้งในภาครับ และภาคส่งมีผลตอบสนองทางขนาดที่เท่ากัน แต่ผลตอบสนองอิมพัลส์จะกลับกันในทางเวลา ซึ่งจะต้องแมตช์กันระหว่างทั้งในภาครับ และภาคส่งที่มีเฟสเป็นเชิงเส้น ในงานวิจัยนี้จะใช้คุณสมบัติเฟสเชิงเส้นของเบสเซลโพลีโนเมียล เพื่อออกแบบไนควิสต์พัลส์ในรูปแบบของเรสโโคไซน์พัลส์ ผลลัพธ์หรือเอาต์พุตของวงจรกรองความถี่  $H(j\omega)$  ซึ่งตัวส่งสัญญาณอินพุต  $h(t)$  ไปยังช่องสัญญาณ สมมติว่าเป็นช่องสัญญาณเชิงเส้นที่มีแบนด์วิดท์เพียงพอ ดังนั้นสัญญาณอินพุต  $h(t)$  รูปร่างจะไม่เปลี่ยนแปลงรูปร่างยกเว้นสัญญาณรบกวนจะยังคงปรากฏที่อินพุตของวงจรกรองที่ตัวรับสัญญาณ วงจรกรองที่ตัวรับจะทำการจับคู่สัญญาณ ซึ่งตัวสัญญาณจะมีรูปร่างเดียวกันคือ  $h(t)$  แต่จะกลับกันในทางเวลา และเลื่อนทางเวลาไปยัง  $2t_d$  ซึ่ง  $t_d$  คือ เวลาประวิงหรือดีเลย์ระหว่างจุดเริ่มต้นพัลส์และที่จุดยอดของพัลส์ ดังนั้นผลตอบสนองอิมพัลส์ที่ฝั่งด้านรับของวงจรกรองความถี่กำหนดได้ดังสมการที่ (4.3)

$$h(t) = h(-t + 2t_d) \quad (4.3)$$

จากสมการที่ (4.3) ทำการแปลงฟูเรียร์จะได้ดังสมการที่ (4.4) และสมการที่ (4.5)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(-t + 2t_d) e^{-j\omega t} dt \quad (4.4)$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega(2t_d - \tau)} dt = e^{-j\omega 2t_d} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{j\omega \tau} dt \quad (4.5)$$

โดยที่  $\tau = 2t_d - t$

ดังนั้น การแปลงฟูเรียร์จะเขียนได้ดังสมการที่ (4.6)

$$H(j\omega) = e^{-j\omega t_d} H(-j\omega) = e^{-j\omega t_d} H^*(j\omega) \quad (4.6)$$

โดยจากคุณลักษณะของการสังวัตนาการ จะได้ว่า  $H^*(j\omega) = H(-j\omega)$  สำหรับผลตอบสนองในแกนจำนวนจริง  $h(t)$  ซึ่งแสดงในสมการที่ (4.6) ผลตอบสนองทางความถี่ของแมตซ์ฟิลเตอร์เป็นค่าสังยุคเชิงซ้อน (Complex Conjugate) ของสเปกตรัมที่ส่งผ่านคูณกับตัวประกอบทางเฟสโดยจะแสดงค่าการสุมตัวอย่างของดีเลย์  $2t_d$  จากสมการที่ (4.6) สามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบของสมการที่ (4.7)

$$H(j\omega) e^{j\omega t_d} = H^*(j\omega) e^{-j\omega t_d} = (H(j\omega) e^{j\omega t_d})^* \quad (4.7)$$

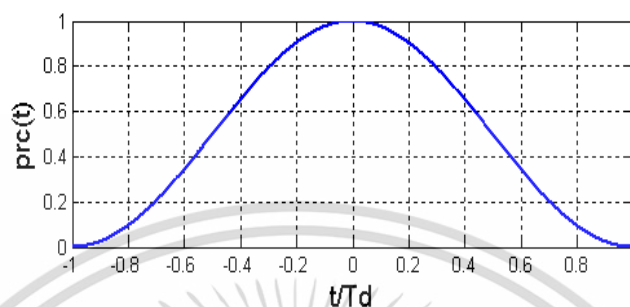
ดังนั้น  $H(j\omega) e^{j\omega t_d}$  มีค่าตามแกนจำนวนจริง และ  $H(j\omega) e^{j\omega t_d} = |H(j\omega)| e^{-j\omega t_d}$  สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(j\omega)$  ที่มีค่าผลตอบสนองอิมพัลส์  $h(t)$  ที่มีความสมมาตรที่เวลา  $t_d$  สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (4.8)

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{(j\phi(j\omega))} \quad (4.8)$$

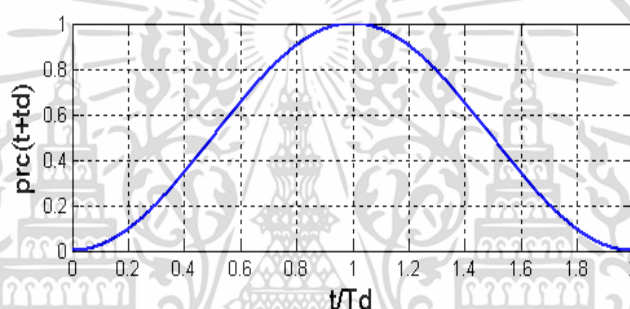
โดยที่  $|H(j\omega)|$  มีค่าเป็นจำนวนจริงที่มีคู่สมมาตร และ  $\phi(j\omega)$  มีค่าเป็นจำนวนจริงที่มีความสมมาตรเป็นจำนวนคี่ สามารถแสดงได้ดัง  $\phi(j\omega) = -\omega t_d$  กำหนดให้  $h(t)$  คือมีความสมมาตรที่เวลา  $t_d$  และมีคุณสมบัติคอคอล ดังนั้น  $h(t)$  จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ  $t < 0$  และ  $t \geq 2t_d$  และจากสมการ  $h(t) = h(-t + 2t_d)$  คือ เงื่อนไขสำหรับแมตซ์ฟิลเตอร์ ดังนั้น  $H(j\omega)$  จะแมตซ์กัน และใช้ตัวกรองจัดรูปร่างพัลส์  $H_{tx}(j\omega) = H(j\omega)$  ที่ตัวส่งสัญญาณ และส่วนตัวรับสัญญาณที่มีวงจรกรองคือ  $H_{rx}(j\omega) = H(j\omega)$  จะเห็นว่า  $h(t)$  คือ พัลส์อินพุตของวงจรกรองในส่วนรับ ซึ่งมี

เอกลักษณ์กันกับวงจรกรองภาคส่ง โดยที่ดีเลย์ตัวกรองในภาคส่งและภาครับจะรวมกันเป็นค่า  $2t_d$  เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตรในแกนจำนวนจริงนี้จะเป็นวิธีสำหรับการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ที่มีเฟสเป็นเชิงเส้น คือ ผลตอบสนองอิมพัลส์  $h(t)$  ที่มีความสมมาตร และเฟส  $\angle H(j\omega)$  เป็นเชิงเส้น รูปที่ 4.2 เป็นสัญญาณผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตร และรูปที่ 4.3 เป็นสัญญาณผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีค่าดีเลย์



รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตร



รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความสมมาตรและเลื่อนทางเวลา

สัญญาณพัลส์สมมาตรที่มีคุณสมบัติคอสโกลในรูปที่ 4.2 จะนำไปสู่การออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์เฟสเชิงเส้นที่เหมาะสม และเป็นการเท่ากันของผลตอบสนองทางเฟสแบบเชิงเส้น  $h(t+t_d) = h(-t+t_d)$  ซึ่งพิสูจน์ได้จากการแปลงฟูเรียร์ของทั้งสองสมการ โดยผลตอบสนองอิมพัลส์

จะเห็นได้ว่า สัญญาณคอสโกลพัลส์สมมาตรที่เป็นสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ มีรูปร่างแบบเดียวกับสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ดังนั้นสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองจะใช้เป็นสัญญาณทดสอบที่จะนำไปสร้างแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น เพื่อให้พัลส์สมมาตรเป็นสัญญาณที่มีลักษณะเดียวกันทั้งในภาคส่ง และภาครับ ดังนั้น สมการเรสโคไซน์พัลส์ในโดเมนเวลาแสดงดังสมการที่ (4.9)

$$\text{prc}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi t}{t_d} \right) \right) & , |t| \leq t_d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.9)$$

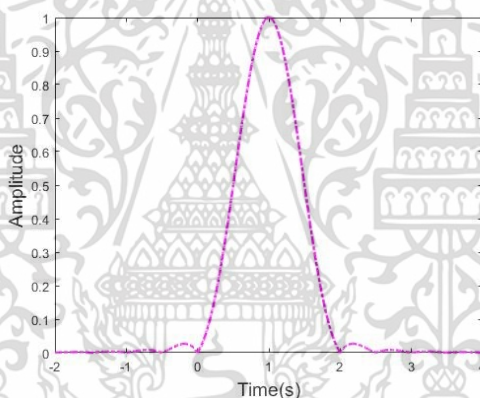
สัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ใช้ในการอ้างอิงถึงพัลส์เรสโคไซน์สเปกตรัมซึ่งเป็นสัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนความถี่ โดยเมื่อเกิดดีเลย์  $t_d$  เรสโคไซน์พัลส์จะมีคุณสมบัติเป็นคอสโกลซึ่งจะมีความสมมาตรคู่ที่เวลาเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$t_d$  และอยู่ในช่วงเมนโลบตั้งแต่  $[0, 2t_d]$  สำหรับใช้ในการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น โดยรูปที่ 4.4 แสดงสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ในขอบข่ายเวลา ดังนั้นความถี่  $P(f)$  ที่สอดคล้องกับสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์มีแอมพลิจูดสูงสุดเพียงค่าเดียว กำหนดได้ดังสมการที่ (4.10)

$$P(f) = t_d S_a(2\pi f t_d) + \frac{t_d}{2} S_a(2\pi f t_d + \pi) + \frac{t_d}{2} S_a(2\pi f t_d - \pi) \quad (4.10)$$

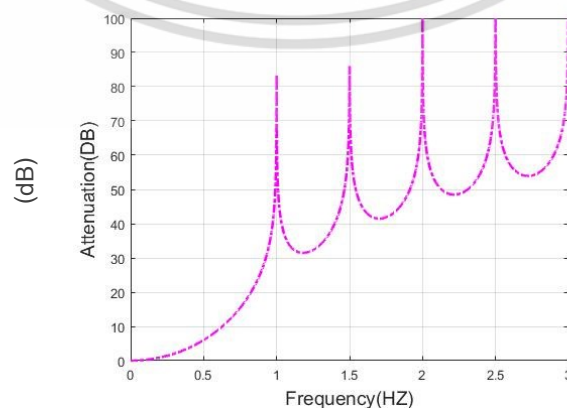
โดยที่  $S_a = \sin(x)/x$  สำหรับ  $t_d = 1$  โดยสเปกตรัมนี้เป็นจริงและมีค่าเฟสเป็นศูนย์

การนำเสนอสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ในขอบข่ายความถี่ ที่กำหนดจากสมการ (4.9) ที่  $t_d = 1$  แสดงให้เห็นว่า มีคู่ซีโรที่คูณด้วยจำนวนเต็มของ  $\pi$  โดยเริ่มที่  $2\pi$  ดังแสดงในรูปที่ 4.4 และรูปที่ 4.5 ซึ่งแสดงผลตอบสนองของสเปกตรัม เป็นสัญญาณเรสโคไซน์ที่มีคู่ทรานสมิชชันซีโร โดยที่สัญลักษณ์ความถี่เชิงซ้อน  $s = j\omega = \pm jk\pi t_d, k = 2, 3, 4, \dots, m$



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์

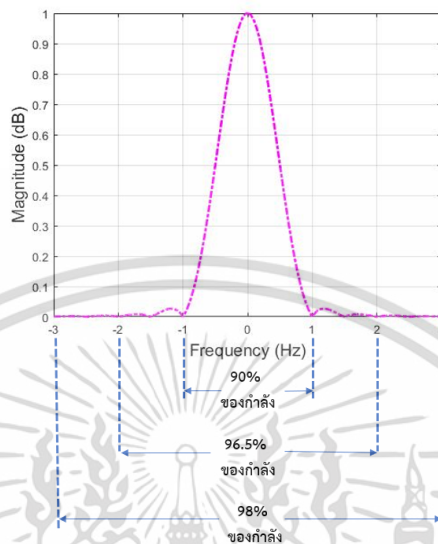
และผลตอบสนองการลดทอนของสัญญาณเรสโคไซน์ในอุดมคติแสดงดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับค่ากำลังเฉลี่ยของพัลส์ สัญญาณสเปกตรัมที่ออกมานั้นมีความสัมพันธ์ดังรูปที่ 4.6 และตารางที่ 4.1 [16]



รูปที่ 4.6 ขนาดของกำลังของสเปกตรัมตามไซดิลอบต่าง ๆ

ตารางที่ 4.1 ค่ากำลังของสเปกตรัมตามช่วงความถี่

ช่วงความถี่	$F_c = 1/t$	$F_c = 1.5/t$	$F_c = 2/t$	$F_c = 3/t$	$F_c = 4/t$	$F_c = 5/t$
% ของกำลัง	90	93	95	96.5	97.5	98

### 4.3 การจำลองประมาณสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลิโนเมียล

#### 4.3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลิโนเมียล

สัญญาณเรสโคไซน์พัลส์เป็นสัญญาณที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามสัญญาณอินพุต และมีรูปแบบที่สมมาตร สามารถทำการตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองที่เป็นเฟสเชิงเส้นได้ การสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเป็นสัญญาณทดสอบดังที่กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมา โดยเน็ตเวิร์กฟังก์ชันที่จะนำไปสร้างวงจรสามารถเขียนในรูปแบบของโพลิโนเมียลของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองสัญญาณที่มีทั้งเทอมเศษและเทอมส่วนในรูปแบบของสมการที่ (4.11)

$$H(s) = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $n$  และ  $m$  เป็นอันดับของโพลีโนเมียล โดยที่  $n \geq m$  ตัวแปร  $a$  และ  $b$  เป็นสัมประสิทธิ์ที่เป็นจำนวนจริงของโพลีโนเมียลในแต่ละอันดับ และ  $s$  เป็นตัวแปรความถี่เชิงซ้อน โดยสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังสมการที่ (4.12)

$$H(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)} = \frac{\prod_{i=1}^m (s-z_i)}{\prod_{j=1}^n (s-p_j)} \quad (4.12)$$

โดยที่  $K$  คือ ค่าอัตราขยายคงที่  $z_i$  คือซีโรอันดับที่  $i$  และ  $p_j$  คือ โพลอันดับที่  $j$

โดยในการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์เชิงเส้นโดยใช้เบสเซลโพลีโนเมียลนั้น ในเทอมเศษเป็นค่าทรานสมิซชันซีโรคู่คอนจูเกตเชิงซ้อนที่  $\pm jk\pi, k = 2, 3, 4, \dots, m$  ซึ่งระบบโดยรวม จะมีย่านแถบหยุด (Stop Band) ทางการลดทอน ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอน จะกำหนดได้ดังสมการที่ (4.13)

$$H(s) = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)} = \frac{\text{Transmission Zeros}}{\text{Bessel Polynomials}} = \frac{\prod_{k=1}^{m/2} (s^2 + \omega_k^2)}{\prod_{k=1}^m (s-p_k)} \quad (4.13)$$

จากสมการที่ (4.13) ในการทดลองแรกนี้ใช้ค่าทรานสมิซชันซีโรสองคู่ นั่นคือ  $\pm jk\pi, k = 2, 3$  เนื่องจากในระบบการสื่อสารนั้น ข้อมูลส่วนใหญ่จะอยู่ที่เมนโลบหลัก และไซด์โลบต่อไป โดยจากสมการที่ (4.13) จะแสดงสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่ใช้ตัวส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 ดังสมการที่ (4.14–4.18) และแสดงค่าโพลและซีโรของอันดับที่ 3 ถึง 7 ดังตารางที่ 4.2

$$H_3(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15} \quad (4.14)$$

$$H_4(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105} \quad (4.15)$$

$$H_5(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^5 + 15s^4 + 105s^3 + 420s^2 + 945s + 945} \quad (4.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

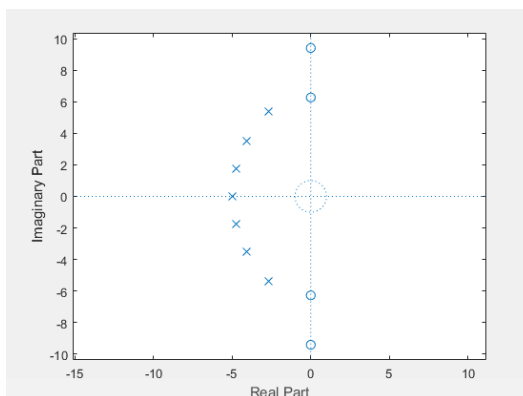
$$H_6(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^6 + 21s^5 + 210s^4 + 1260s^3 + 4725s^2 + 10395s + 10395} \quad (4.17)$$

$$H_7(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^7 + 28s^6 + 378s^5 + 3150s^4 + 17325s^3 + 62370s^2 + 135135s + 135135} \quad (4.18)$$

ตารางที่ 4.2 โพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอน

อันดับ	ค่าโพลของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับต่าง ๆ
3	-1.8389 + 1.7543i -1.8389 - 1.7543i -2.3221 + 0.0000i
4	-2.1037 + 2.6574i -2.1037 - 2.6574i -2.8962 + 0.8672i -2.8962 - 0.8672i
5	-2.3246 + 3.5710i -2.3246 - 3.5710i -3.6467 + 0.0000i -3.3519 + 1.7426i -3.3519 - 1.7426i
6	-2.5159 + 4.4926i -2.5159 - 4.4926i -3.7357 + 2.6262i -3.7357 - 2.6262i -4.2483 + 0.8675i -4.2483 - 0.8675i
7	-2.6856 + 5.4206i -2.6856 - 5.4206i -4.0701 + 3.5171i -4.0701 - 3.5171i -4.9717 + 0.0000i -4.7582 + 1.7392i -4.7582 - 1.739i

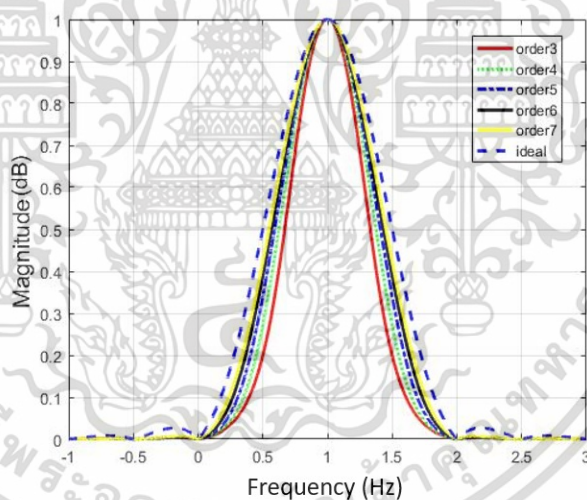
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 ตัวอย่างค่าโพลและซีโรในระนาบเชิงซ้อน สมการใช้เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 7

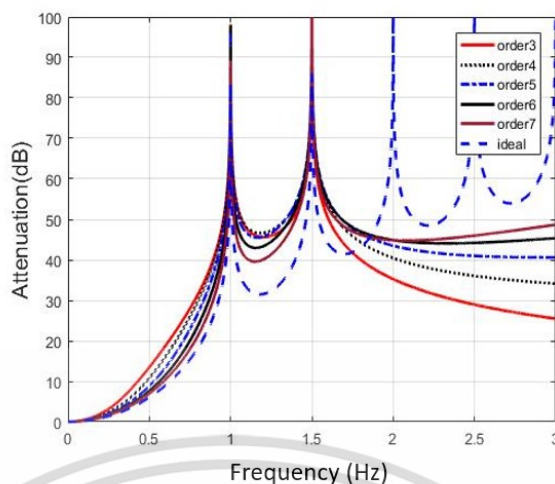
#### 4.3.2 ผลการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลิโนเมียลปกติ

สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่ (4.12) ในเทอมส่วนคือค่าโพลในครึ่งซ้ายของระนาบเชิงซ้อน (S-Plane) ซึ่งจะเป็นเบสเซลโพลิโนเมียล โดยจะได้ผลตอบสนองทางขนาดและผลตอบสนองทางการลทอน เมื่อใช้เทอมส่วนเป็นเบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 3 ถึง 7 โดยแสดงดังรูปที่ 4.8 และรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 กับสัญญาณพัลส์ในอุดมคติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 กับสัญญาณพัลส์ในอุดมคติ

จากรูปที่ 4.8 และ 4.9 จะเห็นได้ว่า ที่อันดับ 7 นั้น ยังมีค่าการลดทอนที่แตกต่างจากค่าในอุดมคติอยู่พอสมควร ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอวิธีการเพิ่มคู่ทรานสมิซชันซีโร่ เพื่อให้ค่าพัลส์ที่ได้หรือค่าผลตอบสนองการลดทอนนั้นมีค่าใกล้เคียงกับค่าในอุดมคติมากที่สุด

#### 4.3.3 การจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลปกติกับคู่ทรานสมิซชันซีโร่เพิ่มเติม

วิธีในการทำให้พัลส์ที่ได้จากการจำลองนั้น มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด จะใช้วิธีเพิ่มคู่ทรานสมิซชันซีโร่ในเทอมเศษของฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งจะเป็นคู่ทรานสมิซชันซีโร่ที่จะควบคุมค่าการลดทอน เมื่อแทนค่า  $k = 1$  หรือหมายถึงพิจารณาที่ทรานสมิซชันซีโร่สองคู่ และให้เทอมส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 จะได้ดังสมการที่ (4.19)

$$H(s) = \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_2^2)[(s - \alpha)^2 + \omega_3^2]}{s^7 + 28s^6 + 378s^5 + 3150s^4 + 17325s^3 + 62370s^2 + 135135s + 135135} \quad (4.19)$$

โดยที่  $\omega_1 \leq \omega_3 \leq \omega_2$  และพารามิเตอร์  $\alpha$  สามารถปรับค่าได้ โดยทรานสมิซชันซีโร่  $(s - \alpha)^2 + \omega_3^2$  จะทำหน้าที่ควบคุมการลดทอนของไฮโดร โดยจำลองการทำงานโดยพิจารณาที่เมนโลบและไฮโดรโลบแรกของสัญญาณ

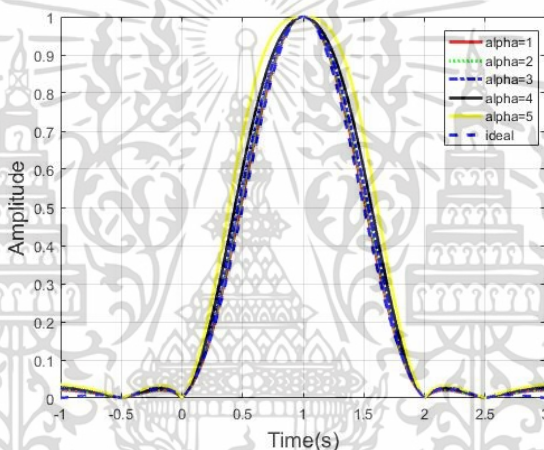
ในการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองนั้น จะทำการปรับค่าพารามิเตอร์ทั้งในเทอมเศษที่เป็นทรานสมิซชันซีโร่โดยจะมีพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\omega$  ส่วนในเทอมส่วนที่เป็นเบสเซลโพลีโนเมียลสามารถทำการปรับค่าอันดับของเบสเซลโพลีโนเมียล ตั้งแต่อันดับที่ 3 ถึงอันดับที่ 7 เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดและผลตอบสนองทางการลดทอนกับพัลส์ในอุดมคติ และเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ค่า  $\omega_3$  นั้นเป็นความถี่ตรงกึ่งกลาง คือ  $\omega_1 \leq \omega_3 \leq \omega_2$  สำหรับการจำลองเมื่อพิจารณาที่ไซด์โลบแรกนั้น จะกำหนดให้ค่า  $\omega_3 = 2.5\pi$  ทำการจำลองเพื่อเปรียบเทียบผลการตอบสนองทางขนาดและผลการตอบสนองทางการลดทอน โดยการใช้ตัวส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3, 5 และ 7 และในเทอมเศษจะทำการปรับค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5 โดยแสดงผลการจำลองในหัวข้อถัดไป

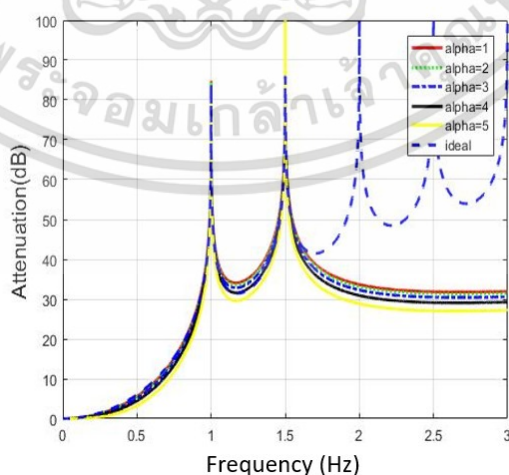
#### 4.3.4 ผลการจำลองสัญญาณด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลกับคู่ทรานสมิซชันซีโรเพิ่มเติม

##### 4.3.4.1 เทอมส่วนเมื่อใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 7

รูปที่ 4.10 และ 4.11 แสดงผลการตอบสนองทางขนาด และทางการลดทอน เมื่อใช้เทอมส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 7 และแทนค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5



รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$

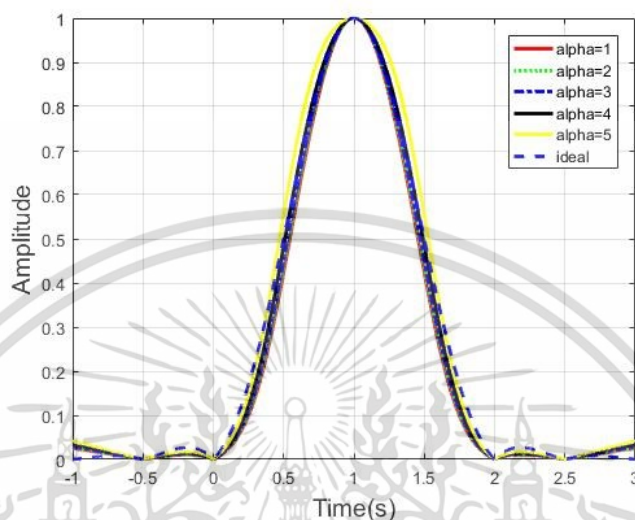


รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 7 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$

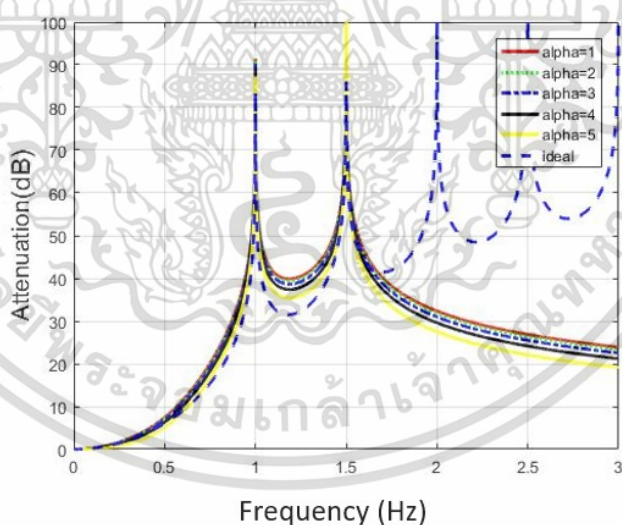
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.3.4.2 เทอมส่วนเมื่อใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 5

รูปที่ 4.12 และ 4.13 แสดงผลการตอบสนองทางขนาด และทางการลดทอน เมื่อใช้เทอมส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 5 และแทนค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5 และ  $\omega_3 = 2.5\pi$



รูปที่ 4.12 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 5 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5

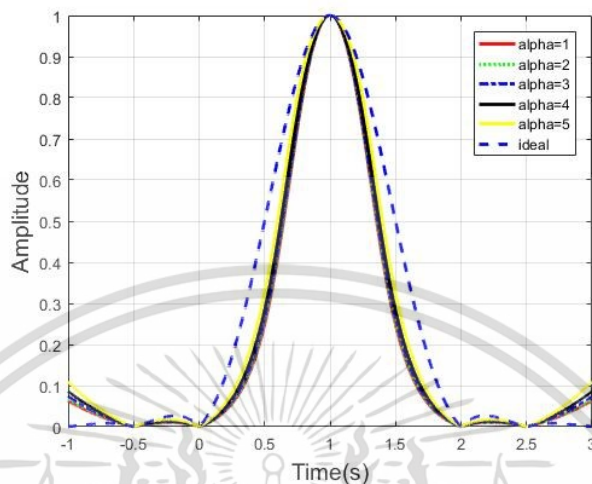


รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 5 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5

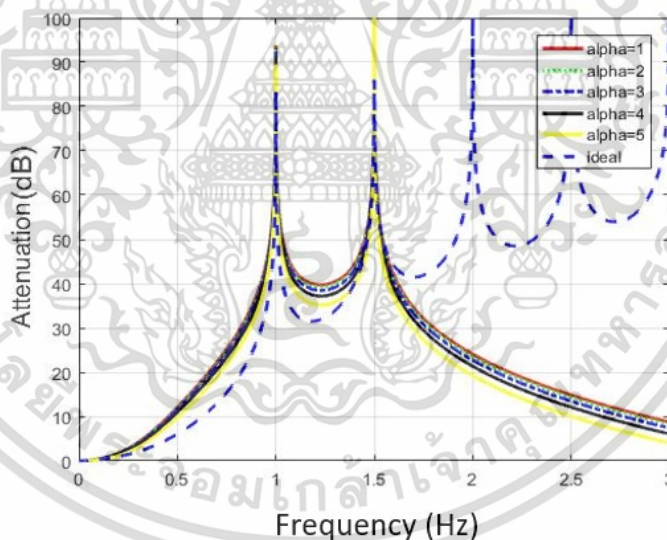
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.3.4.3 เทอมส่วนเมื่อใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3

รูปที่ 4.14 และ 4.15 แสดงผลการตอบสนองทางขนาด และทางการลดทอน เมื่อใช้เทอมส่วนเป็นเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3 และแทนค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4$  และ 5  $\omega_3 = 2.5\pi$



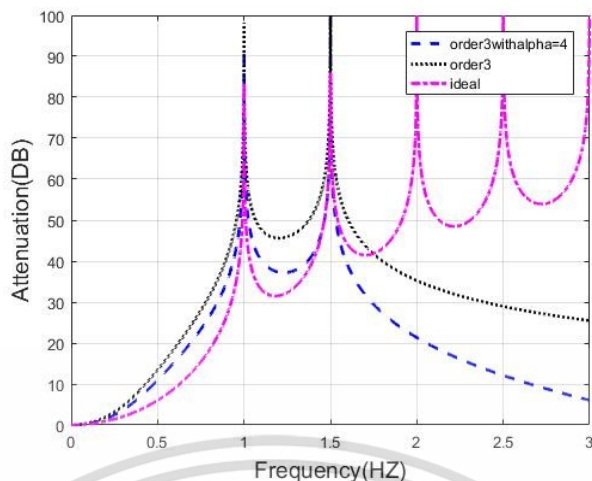
รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$



รูปที่ 4.15 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า  $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$

จากผลการจำลองปรับค่าอันดับของเบสเซลโพลีโนเมียลและค่าพารามิเตอร์  $\alpha$  แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการลดค่าพีคของผลตอบสนองการลดทอน โดยที่เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า  $\alpha = 4$  จะทำให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงกับในอุดมคติมากที่สุด และใช้อันดับของเบสเซลโพลีโนเมียลน้อยที่สุด เพื่อให้ง่ายต่อการสังเคราะห์วงจรทางไฟฟ้า โดยแสดงดังรูปที่ 4.16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง ด้วยเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่ 3 และค่า  $\alpha = 4$

อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ทำให้ค่าอันดับของโพลีโนเมียลในส่วนของตัวเศษนั้นมีมากขึ้นกว่าปกติสองอันดับ หากทำการคำนวณในโลบต่อ ๆ ไป จะทำให้โพลีโนเมียลมีอันดับที่ทวีคูณมากยิ่งขึ้น และหากคำนึงถึงเสถียรภาพนั้นคืออันดับสูงสุดของโพลีโนเมียลในตัวเศษต้องมีย่านน้อยกว่าหรือเท่ากับอันดับโพลีโนเมียลตัวส่วน ดังนั้นจึงต้องศึกษาการปรับพารามิเตอร์อื่น ๆ เพื่อให้อันดับของโพลีโนเมียลนั้นมีค่าน้อยที่สุด และมีเสถียรภาพมากที่สุดโดยในหัวข้อต่อไปจะนำเสนอการจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเจเนอเรเตอร์โพลีโนเมียล

#### 4.4 การจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเจเนอเรเตอร์โพลีโนเมียล

ในการจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองด้วยเจเนอเรเตอร์โพลีโนเมียลนั้น จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอน ในการทดลองนี้จะใช้ตัวส่วนเป็นเจเนอเรเตอร์โพลีโนเมียล ดังสมการที่ (4.20)

$$y_n(s, \alpha, \beta) = \sum_{k=0}^n \left( \frac{(-n)_k (\alpha + n - 1)}{k!} \right) * \left( -\frac{s}{\beta} \right)^k \quad (4.20)$$

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ใช้ตัวส่วนเป็นเจเนอเรเตอร์โพลีโนเมียล ดังสมการที่ 4.21

$$H(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)(s^2 + (4\pi)^2)(s^2 + (5\pi)^2)(s^2 + (6\pi)^2)}{\left( y_n(s, \alpha, \beta) = \sum_{k=0}^n \left( \frac{(-n)_k (\alpha + n - 1)}{k!} \right) * \left( -\frac{s}{\beta} \right)^k \right)} \quad (4.21)$$

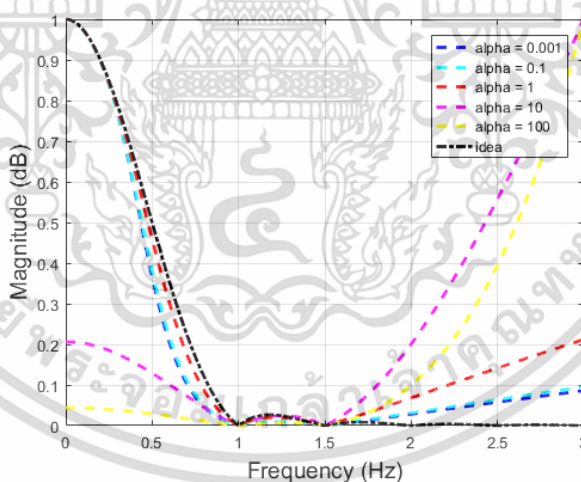
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $y_n$  คือ เจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่  $n$  และ  $\alpha$  และ  $\beta$  เป็นจำนวนเต็มซึ่ง  $\beta$  มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จากสมการที่ (4.21) เห็นได้ว่ามีพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\beta$  เพื่อช่วยในการปรับค่าให้เหมาะสมกับสัญญาณในอุดมคติ โดยเมื่อกำหนดให้  $\alpha = 2$  และ  $\beta = 2$  จะได้เป็นเบสเซลโพลิโนเมียลรูปทั่วไป

#### 4.4.1 การจำลองปรับค่าพารามิเตอร์เจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

จากผลการทดลองในหัวข้อที่ 4.3 โดยใช้เบสเซลโพลิโนเมียลนั้น จะเห็นได้ว่าที่อันดับ 7 จะมีค่าการลดทอนที่ใกล้เคียงกับในอุดมคติมากที่สุด การเพิ่มทรานสมิซชันซีโรสำหรับควบคุมไซด์โลบช่วยให้อันดับลดลง แต่จะเพิ่มอันดับของตัวเศษให้มากขึ้นกว่าเดิมอีกสองอันดับ อันดับที่มากขึ้นทำให้การสังเคราะห์ออกแบบวงจรมีความซับซ้อนมากขึ้นตามไปด้วยเช่นเดียวกัน

ขั้นตอนต่อไปจะทำการประมาณค่าสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองโดยให้เจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลที่อันดับต่าง ๆ และปรับค่าพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\beta$  เพื่อสังเกตทดลองแนวโน้มของสัญญาณทั้งในส่วนของผลตอบสนองทางขนาด และผลตอบสนองทางขนาดของการลดทอน โดยเริ่มต้นทดลองตั้งค่าอันดับ 3 และปรับค่า  $\beta$  และปรับค่า  $\alpha$  โดยใช้ค่า  $\alpha = 0.001, 0.1, 1, 10$  และ  $100$  ตามลำดับจากการทดลองจะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.17 และ 4.18

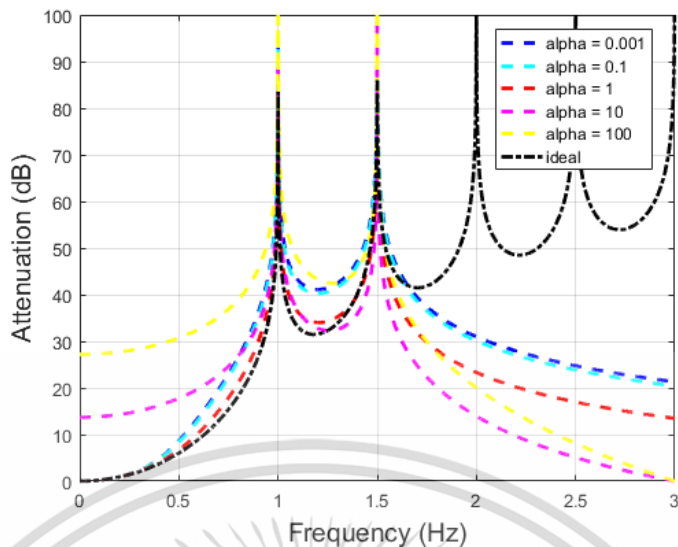


รูปที่ 4.17 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสอง

โดยใช้เจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับ 3

โดยมีพารามิเตอร์  $\beta = 1$  และ  $\alpha$  (alpha) = 0.001, 0.1, 1, 10, 100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

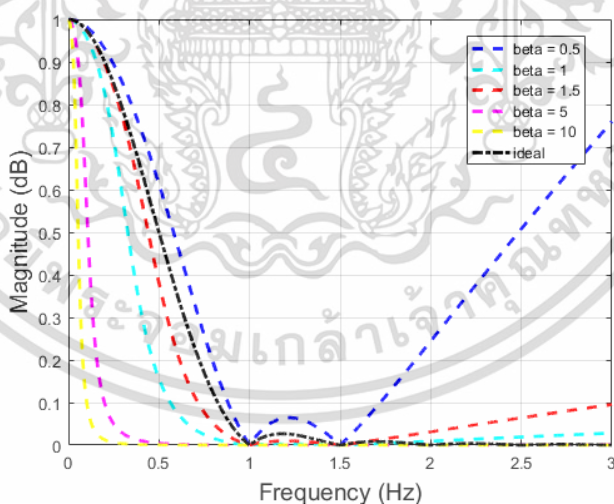


รูปที่ 4.18 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการทอดทอนของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสอง

โดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3

โดยมีพารามิเตอร์  $\beta = 1$  และ  $\alpha$  (alpha) = 0.001, 0.1, 1, 10, 100

จากผลการทดลอง จะเห็นได้ว่าโลบนั้นมีค่าเข้าใกล้กับค่าสัญญาณในอุดมคติเมื่อ  $\alpha$  มีค่าน้อยกว่า 10  
 ขั้นตอนต่อไป จะทำการตั้งค่า  $\alpha = 1$  และปรับค่า  $\beta = 0.5, 1, 5, 10$  และทำการจำลอง จะ  
 ได้ผลดังรูปที่ 4.19 และ 4.20

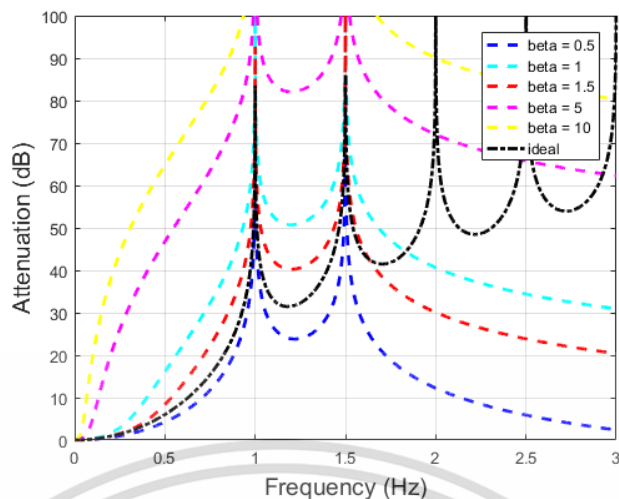


รูปที่ 4.19 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสอง

โดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3

โดยมีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\beta$  (beta) = 0.5, 1, 1.5, 5, 10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

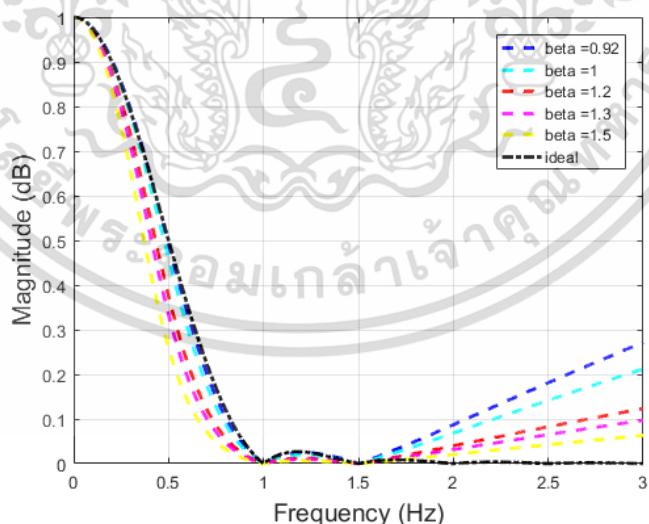


รูปที่ 4.20 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสเปกตรัมกำลังพัลส์ไซน์กำลังสอง

โดยใช้เจเนอเรเตอร์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3

โดยมีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\beta$  (beta) = 0.5, 1, 1.5, 5, 10

จากการทดลองในการปรับค่าพารามิเตอร์  $\beta$  แบบหยาบ เห็นได้ว่าพารามิเตอร์  $\beta$  ที่มีโลบของสัญญาณเข้าใกล้สัญญาณในอุดมคติมากที่สุดคือ  $\beta$  ที่มีค่าน้อยกว่าและเข้าใกล้ 1 ขึ้นตอนต่อไปทดลองปรับค่า  $\beta$  อีกครั้งแบบปรับละเอียด โดยให้  $\alpha = 1$  และปรับค่า  $\beta = 0.92, 1, 1.2, 1.3$  และ 1.5 ทำการจำลองสัญญาณได้ดังรูปที่ 4.21 และรูปที่ 4.22

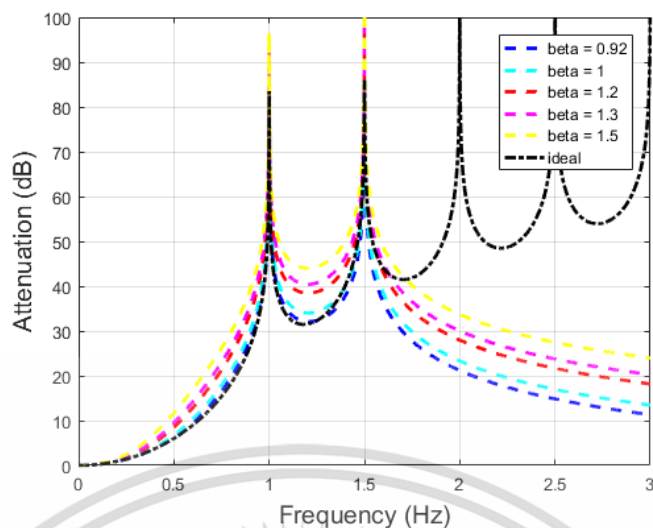


รูปที่ 4.21 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังพัลส์ไซน์กำลังสอง

โดยใช้เจเนอเรเตอร์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3

โดยมีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\beta$  (beta) = 0.92, 1, 1.2, 1.3, 1.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.22 เปรียบเทียบผลตอบสนองของทางลวดของสเปกตรัมกำลังของพัลส์ไซน์กำลังสอง โดยใช้เจเนอเรเตอร์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3 โดยมีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\beta$  (beta) = 0.92, 1, 1.2, 1.3, 1.5

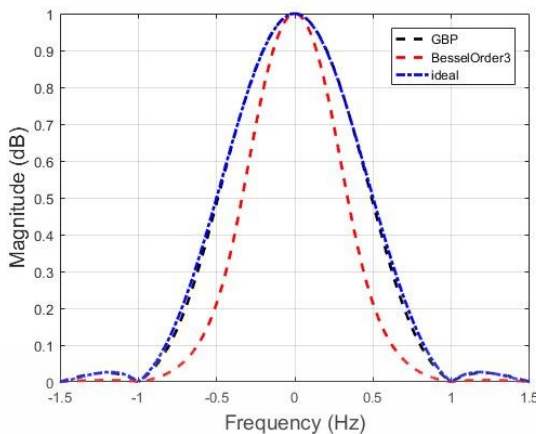
จากผลการทดลอง ในการปรับละเอียดของค่าพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\beta$  ของเจเนอเรเตอร์เบสเซลโพลีโนเมียลจะเห็นได้ว่าการปรับค่าพารามิเตอร์นั้นสามารถทำให้ค่าพัลส์ที่ทำการจำลองนั้นมีค่าใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด ในขั้นตอนถัดไป ทำการเปรียบเทียบกับเบสเซลโพลีโนเมียลรูปทั่วไป

#### 4.4.2 เปรียบเทียบผลการจำลองระหว่างเจเนอเรเตอร์เบสเซลและเบสเซลโพลีโนเมียล

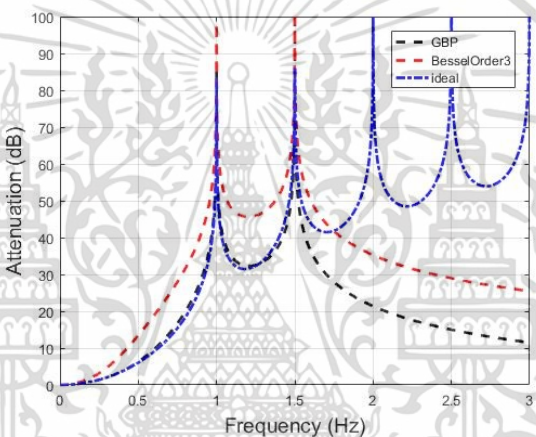
จากผลการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ทำการปรับแบบแมนวล นั้น จะได้ค่าพารามิเตอร์ของพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด คือ  $\alpha = 1$  และ  $\beta = 0.92$  โดยได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ (4.22) และทำการเปรียบเทียบกับพัลส์ที่ทำการจำลองโดยใช้เบสเซลโพลีโนเมียลในรูปทั่วไปที่อันดับ 3 โดยเมื่อทำการเปรียบเทียบจะได้ผลตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 4.23 และผลตอบสนองของทางลวดดังรูปที่ 4.24

$$H(s) = \frac{(s^2 + (2\pi)^2)(s^2 + (3\pi)^2)}{s^3 + 9.7826s^2 + 42.5330s + 77.0527} \quad (4.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.23 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของสเปกตรัมกำลังของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสอง โดยใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3 และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่ปรับค่าที่เหมาะสมอันดับ 3



รูปที่ 4.24 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนของสเปกตรัมกำลังของสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองโดยใช้เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3 และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่ปรับค่าที่เหมาะสมอันดับ 3

จากรูปที่ 4.23 และรูปที่ 4.24 จะเห็นได้ว่า เมื่อใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลเป็นเทอมส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนที่อันดับสามหรืออันดับเดียวกันนี้ พัลส์ที่จำลองด้วยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนั้น จะมีค่าที่เข้าใกล้กับพัลส์ในอุดมคติมากกว่า แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่มีพารามิเตอร์ในการปรับค่าที่ยืดหยุ่นมากกว่าเบสเซลโพลีโนเมียลรูปทั่วไป

#### 4.5 การหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด

จากการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่าการใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ที่มีพารามิเตอร์ปรับค่าให้ได้ผลตอบสนองทางความถี่ใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด อย่างไรก็ตามในการทดลองปรับค่ายังเป็นการปรับพารามิเตอร์ของพัลส์แบบทดลองผิดลองถูก (Trial-and-Error) และจะเห็นว่าไซตโลบในโลบที่สอง โลบที่สาม และโลบที่สี่ ยังมีค่าที่ต่างจากค่าในอุดมคติ หากต้องใช้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีลองผิดลองถูกนี้กับการปรับให้มีค่าใกล้เคียงกับในอุดมคติมากที่สุดจะทำให้สิ้นเปลืองเวลาเป็นอย่างมาก จึงต้องมีวิธีในการปรับพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด โดยมีค่าความผิดพลาดน้อยที่สุด ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization : PSO) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการจำลองสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองที่มีค่าใกล้เคียงในอุดมคติมากที่สุด

#### 4.5.1 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค [61] นำเสนอโดย Kennedy และ Eberhart ซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่จำลองพฤติกรรมเคลื่อนที่ หรือการอพยพเพื่อหาอาหารของฝูงนกจากแหล่งหนึ่งไปสู่แหล่งอื่น ๆ เพื่อหาแหล่งอาหารใหม่ที่ไม่สามารถระบุได้แน่นอน โดยการเคลื่อนที่แบ่งออกเป็นสองแบบ คือ การเคลื่อนที่ขององค์ประกอบย่อยๆ ที่เคลื่อนที่ไปด้วยกันอย่างประสานเวลา (Synchronous) เช่น ปลาหรือนกสามารถเคลื่อนที่ไปเป็นฝูง และการเคลื่อนที่ที่สามารถแยกตัวออกจากฝูงแล้วรวมตัวกลับเข้ามาในฝูงอีกครั้ง การเคลื่อนที่ของกลุ่มอนุภาคนี้สามารถพิจารณาเป็นพฤติกรรมทางสังคมได้โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของผลตอบสนองด้วยจำนวนของนก หรือกลุ่มอนุภาค (Particle) กลุ่มอนุภาคในแต่ละอนุภาค จะต้องหาจุดหมายในทิศทางต่าง ๆ หลังจากสื่อสารกันในฝูงแล้วจะสามารถระบุตำแหน่งของนกที่ดีที่สุดได้ หลังจากได้รับทราบข้อมูลนี้แล้วตัวอื่น ๆ จะบินไปหานกตัวที่ดีที่สุด ขึ้นอยู่กับตำแหน่งและความเร็วของนกแต่ละตัว กระบวนการนี้ถูกทำซ้ำจนกระทั่งถึงจุดหมายและสามารถแสดงรายละเอียด ได้ดังต่อไปนี้ โดยอัลกอริทึมนี้เริ่มต้นด้วยการสุ่มตำแหน่งอนุภาคทุกตัวใน Swarm ภายในพื้นที่ค้นหา จากนั้นอัลกอริทึมจะคำนวณค่าความเหมาะสม (Fitness) จากอนุภาคและหาค่า  $G_{Best}$  โดยจะมีค่าเท่ากับค่าที่ดีที่สุดของอนุภาค ( $P_{Best}$ ) ที่ดีที่สุดในฝูง ใน 1 กระบวนการทำงาน (Iteration) ตำแหน่งและความเร็วของอนุภาคจะถูกปรับปรุงโดยขึ้นอยู่กับตำแหน่ง  $P_{Best}$  และ  $G_{Best}$  อัลกอริทึมจะทำงานจนกว่าจะถึงเงื่อนไขจบการทำงาน (Stop Criteria) การทำงานของอนุภาคจะสามารถอธิบายได้ดังนี้

กำหนดให้อนุภาค  $P$  ตัวที่  $t$  ในฝูง สามารถแทนได้ดังสมการที่ (4.23)

$$X_{p,t} = (X_{p1}, X_{p2}, \dots, X_{pt}) \quad (4.23)$$

ความเร็วของอนุภาค แทนด้วย

$$V_{p,t} = (V_{p1}, V_{p2}, \dots, V_{pt}) \quad (4.24)$$

กำหนดให้  $P_{best,p}$  คือ ค่าตอบที่ดีที่สุดของอนุภาค  $p$  และ  $G_{best}$  เป็นคำตอบที่ดีที่สุดของกลุ่มอนุภาคในรอบการค้นหาปัจจุบัน และ  $t$  คือวงรอบในการค้นหาเป็นจำนวนเต็มบวก เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้  $Obj_{p,t}$  แทนฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective Function) ของอนุภาค  $P$  ที่ตำแหน่ง  $X_p$

$$Obj_{p,t} = f(X_{p,t}) \quad (4.25)$$

สำหรับปัญหาในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจะได้

$$P_{best,p} = \text{minimize} (Obj_{p,t}) \text{ สำหรับค่าที่น้อยที่สุด}$$

และ  $P_{best,p} = \text{maximize}(Obj_{p,t})$  สำหรับโจทย์หาค่าที่มากที่สุด

ดังนั้น การเคลื่อนที่ และตำแหน่งของแต่ละอนุภาคจะได้ดังสมการที่ (4.26)

$$X_{p,t+1} = X_{p,t} + V_{p,t+1} \quad (4.26)$$

และความเร็วของแต่ละอนุภาค จะได้ดังสมการที่ (4.27)

$$V_{p,t} = wV_{p,t-1} + n_1r_1(P_{best,p} - X_{p,t}) + n_2r_2(G_{best} - X_{p,t}) \quad (4.27)$$

โดยที่  $w$  คือ ฟังก์ชันน้ำหนักถ่วง  $n_1, n_2$  คือ ค่าประกอบความเร็ว (Acceleration Factor) และ  $r_1, r_2$  คือ ค่าสุ่มที่มีการกระจายแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) โดยโค้ดเทียม (Pseudocode) ของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค และผังงานดังรูปที่ 4.25

**อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค**

**Generate Initial Solution**

**Do**

Find Pbest

Find Gbest

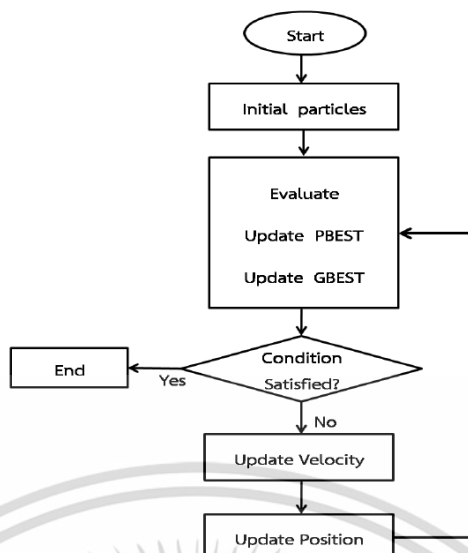
Calculate Velocity

Update position by using velocity

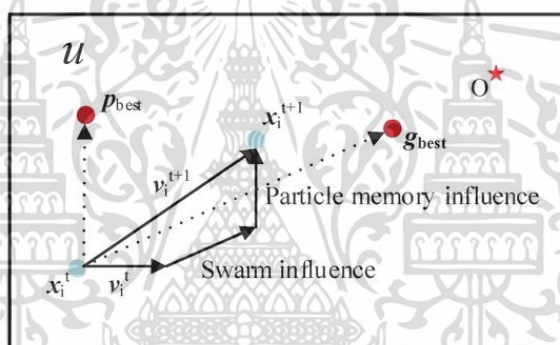
**Repeat Until** Limitation of time or not update quality

**Show Gbest**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.25 ผังงานการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO



รูปที่ 4.26 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO

ในการปรับพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดนั้น ในการทดลองจะใช้ 4 โลบ ซึ่งมีค่าพลังงานสเปกตรัมที่ค่า 98% ของทั้งหมด โดยใช้ค่าทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ นั่นคือ  $\pm jk\pi, k = 2, 3, \dots, 6$  โดยทดลองที่เมนโบลและโบลถัดไปตั้งแต่หนึ่งโบล สองโบล สามโบล และสี่โบลเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสมในแต่ละรูปแบบ โดยจำนวนคู่ทรานสมิซชันซีโรจะหาได้จากสมการที่ (4.28)

$$v = \begin{cases} \frac{n-3}{2}, & n : \text{odd} \\ \frac{n-2}{2}, & n : \text{even} \end{cases} \quad (4.28)$$

เมื่อ  $v$  คือ จำนวนคู่ของทรานสมิซชันซีโรบนแกน  $j\omega$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.5.2 การหาค่าฟัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยอัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

ในการทดลองหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยในที่นี้จะทำการหาค่าพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\beta$  ของเจเนอริไลซ์เบสเซลที่เหมาะสมที่สุด เพื่อให้ได้ค่าผลตอบสนองทางการลดทอนที่ใกล้เคียงกับในอุดมคติมากที่สุด เพื่อใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์เชิงเส้นในระบบการสื่อสาร โดยโค้ดเทียมของวิธีการนี้ แสดงโดยโค้ดเทียมดังนี้

##### อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

###### Generate Initial Solution

Setting  $\alpha = \beta = 2$  As initial velocity

Setting order n

Setting Iteration = 30

Particle = 50

Objective Function = min(Error)

Do

Find Pbest of  $\alpha$  and  $\beta$

Find Gbest of  $\alpha$  and  $\beta$

Calculate Velocity

Update position of  $\alpha$  and  $\beta$  by using velocity

If error < maximum possible value

Update Pbest of  $\alpha$  and  $\beta$

Maximum possible value = error

End

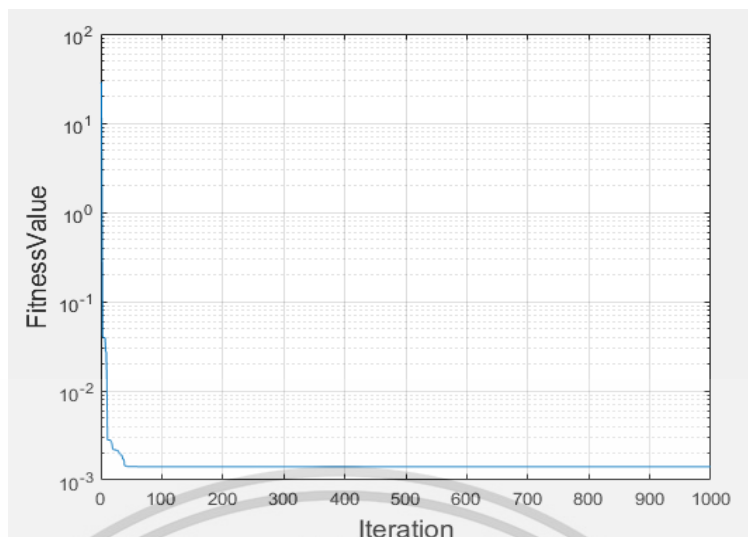
Gbest = min(Maximum Possible Value)

Updating Velocity for all particles

Repeat Until completed of all iteration and particles

Show Gbest of  $\alpha$  and  $\beta$

เมื่อดำเนินการอัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค โปรแกรมจะทำการสุ่มค่าพารามิเตอร์  $\alpha$  และ  $\beta$  เพื่อหาค่า Fitness Value โดยจะหาค่าตอบที่ดีที่สุด (Pbest) ของแต่ละกลุ่มอนุภาค และค่าตอบที่ดีที่สุดของแต่ละฝูง (Gbest) ดำเนินการจนครบรอบการทำงาน โดยผลของการลู่เข้าของคำตอบ แสดงดังรูปที่ 4.27



รูปที่ 4.27 ตัวอย่างการลู่เข้าของค่าตอบ

จากรูปที่ 4.27 เห็นได้ว่าการลู่เข้าของค่าตอบนั้นเป็นไปด้วยความรวดเร็ว คือเมื่อวนรอบในการค้นหาค่าประมาณ 30 จะทำให้ค้นพบคำตอบที่ดีที่สุดของระบบแล้ว ดังนั้นในการทดลองการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคโดยใช้ทรานสมิซชันซีโรจำนวนสองคู่ถึงห้าคู่ จะใช้วนรอบในการค้นหาที่ 30 รอบ และใช้ฝูงอนุภาคจำนวน 50 ในการทดลอง

#### 4.5.2.1 การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้ทรานสมิซชันซีโรสองคู่หรือหนึ่งไซตโลบ

ในการจำลองการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีแบบกลุ่มอนุภาค กำหนดให้ใช้วนรอบในการค้นหา (Iteration) คือ 30 และจำนวนฝูงอนุภาค คือ 50 ทำการจำลองโดยเปรียบเทียบระหว่างเมนโลบกับไซตโลบที่หนึ่ง ที่เจเนอรัลไซเบสเซลโพลีโนเมียลอันดับ 3 ถึง อันดับที่ 8 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ และที่เหมาะสมที่สุด และทำการหาค่าความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ทั้งหมดรวมถึงค่า MSE ของเมนโลบ (MSE 1) คือระหว่าง  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$  และค่า MSE ของโลบแรก (MSE 2) คือ  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$  โดยได้ผลการจำลองแสดงดังตารางที่ 4.3 และสามารถนำมาเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสองคู่

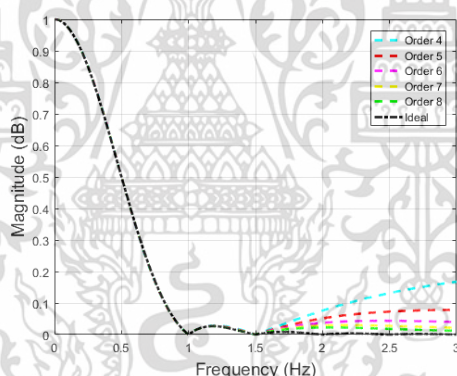
อันดับ	$\alpha$	$\beta$	MSE	MSE	
				$\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$	$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$
4	2.9736	1.3359	0.0126	0.0054	0.0072
5	3.6490	1.5636	0.0041	0.0021	0.0020
6	4.2283	1.7549	0.0014	7.6939e-04	6.4112e-04
7	4.6624	1.9158	5.0907e-04	2.6397e-04	2.4510e-04
8	4.9040	2.0496	1.8345e-04	8.4009e-05	9.9438e-05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

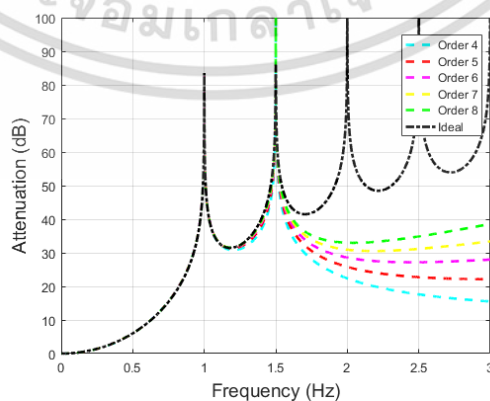
ตารางที่ 4.4 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่อพารามิเตอร์สมิซชันซีโอสองคู่

อันดับ	ฟังก์ชันถ่ายโอน
4	$H_4(s) = \frac{s^4 - (1.332e-15)s^3 + 128.3s^2 + (7.889e-14)s + 3507}{s^4 + 17.89s^3 + 140.1s^2 + 557.3s + 935.9}$
5	$H_5(s) = \frac{s^4 - (1.332e-15)s^3 + 128.3s^2 + (7.889e-14)s + 3507}{s^5 + 24.46s^4 + 270.6s^3 + 1670s^2 + 5686s + 8473}$
6	$H_6(s) = \frac{s^4 - (1.332e-15)s^3 + 128.3s^2 + 7.889e-14s + 3507}{s^6 + 31.55s^5 + 459.7s^4 + 3922s^3 + 2.05e04s^2 + 6.18e04s + 8.351e04}$
7	$H_7(s) = \frac{s^4 - (1.332e-15)s^3 + 128.3s^2 + (7.889e-14)s + 3507}{s^7 + 38.96s^6 + 711.5s^5 + 7837s^4 + 5.589e04s^3 + 2.567e05s^2 + 6.994e05s + 8.69e05}$
8	$H_8(s) = \frac{s^4 - (1.332e-15)s^3 + 128.3s^2 + (7.889e-14)s + 3507}{s^8 + 46.46s^7 + 1024s^6 + 1.89e04s^5 + 1.263e05s^4 + 7.838e05s^3 + 3.232e06s^2 + 8.067e06s + 9.301e06}$

จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนในตารางที่ 4.4 สามารถนำมาแสดงผลเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดระหว่างพัลส์ในอุดมคติกับพัลส์ที่ทำการจำลองที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาคได้ดังรูปที่ 4.28 และผลตอบสนองทางการลดทอนแสดงดังรูปที่ 4.29 และเปรียบเทียบค่า MSE ได้ดังรูปที่ 4.30

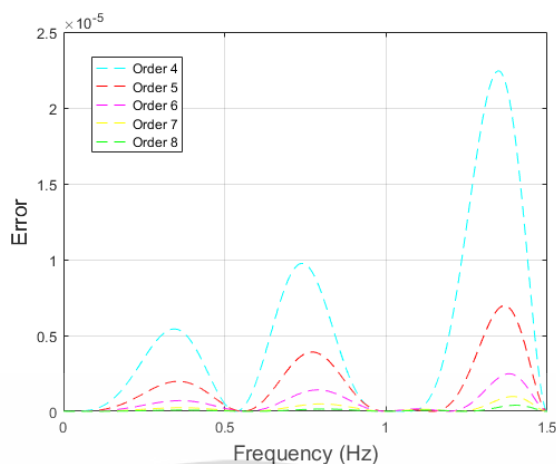


รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค



รูปที่ 4.29 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.30 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่หนึ่งไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

#### 4.5.2.2 การหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรสามคู่หรือสองไซด์โลบ

ในการจำลองการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีแบบกลุ่มอนุภาค กำหนดให้ใช้วนรอบในการค้นหา (Iteration) คือ 30 และจำนวนฝูงอนุภาค คือ 50 โดยทำการจำลองเปรียบเทียบระหว่างเมนโลบกับไซด์โลบที่หนึ่ง และไซด์โลบที่สอง ที่เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับต่าง ๆ ตั้งแต่อันดับ 6 ถึง อันดับที่ 10 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ และ ที่เหมาะสมที่สุด และทำการหาค่าความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ทั้งหมด รวมถึง ค่า MSE ของเมนโลบ (MSE 1) คือระหว่าง  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$  และค่า MSE ของโลบแรก (MSE 2) คือ  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$  และค่า MSE ของโลบที่สอง (MSE 3) คือ  $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$  โดยได้ผลการจำลองแสดงดังตารางที่ 4.5 และสามารถนำมาเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.5 ผลการจำลองโดยใช้ PSO โดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรสามคู่ หรือสองไซด์โลบ

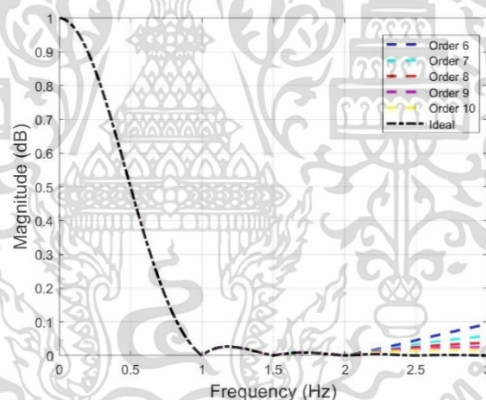
อันดับ	$\alpha$	$\beta$	MSE	MSE 1 $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$	MSE 2 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$	MSE 3 $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$
6	3.7888	1.5149	0.0032	7.2815e-04	8.4808e-04	0.0016
7	4.3707	1.6692	0.0015	2.8726e-04	4.9295e-04	6.9903e-04
8	4.8320	1.8027	6.9507e-04	1.2102e-04	2.6399e-04	3.1007e-04
9	5.1603	1.9188	3.2701e-04	5.1735e-05	1.3254e-04	1.4274e-04
10	5.3450	2.0199	1.5045e-04	2.1276e-05	6.1932e-05	6.7245e-05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

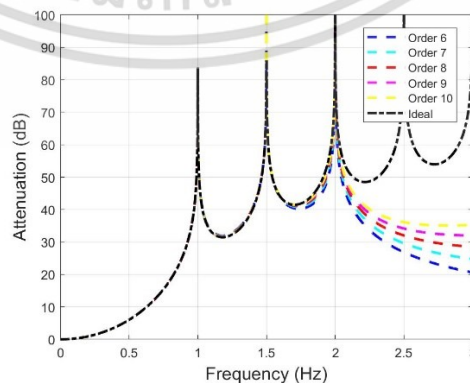
ตารางที่ 4.6 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรสามคู่ หรือสองไฮโดลอป

อันดับ	ฟังก์ชันถ่ายโอน
6	$H_6(s) = \frac{s^6 + (1.776e-15)s^5 + 286.2s^4 + (3.704e-13)s^3 + 2.377e04s^2 + (1.506e-11)s + 5.538e05}{s^6 + 34.81s^5 + 562.3s^4 + 5340s^3 + 3.116e04s^2 + 1.052e05s + 1.596e05}$
7	$H_7(s) = \frac{s^6 + (1.776e-15)s^5 + 286.2s^4 + (3.704e-13)s^3 + 2.377e04s^2 + (1.506e-11)s + 5.538e05}{s^7 + 43.49s^6 + 888.8s^5 + 1.098e04s^4 + 8.794e04s^3 + 4.543e05s^2 + 1.394e06s + 1.954e06}$
8	$H_8(s) = \frac{s^6 + (1.776e-15)s^5 + 286.2s^4 + (3.704e-13)s^3 + 2.377e04s^2 + (1.506e-11)s + 5.538e05}{s^8 + 52.51s^7 + 1308s^6 + 2.007e04s^5 + 2.065e05s^4 + 1.451e06s^3 + 6.772e06s^2 + 1.914e07s + 2.499e07}$
9	$H_9(s) = \frac{s^6 + (1.776e-15)s^5 + 286.2s^4 + (3.704e-13)s^3 + 2.377e04s^2 + (1.506e-11)s + 5.538e05}{s^9 + 61.73s^8 + 1822s^7 + 3.359e04s^6 + 4.244e05s^5 + 3.795e06s^4 + 2.395e07s^3 + 1.025e08s^2 + 2.692e08s + 3.298e08}$
10	$H_{10}(s) = \frac{s^6 + (1.776e-15)s^5 + 286.2s^4 + (3.704e-13)s^3 + 2.377e04s^2 + (1.506e-11)s + 5.538e05}{s^{10} + 71.02s^9 + 2428s^8 + 5.239e04s^7 + 7.873e05s^6 + 8.58e06s^5 + 6.848e07s^4 + 3.941e08s^3 + 1.562e09s^2 + 3.84e09s + 4.438e09}$

จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนในตารางที่ 4.6 สามารถนำมาแสดงผลเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดระหว่างพัลส์ในอุดมคติกับพัลส์ที่ทำการจำลองที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาคได้ดังรูปที่ 4.31 และผลตอบสนองทางการลดทอนแสดงดังรูปที่ 4.32 และเปรียบเทียบค่า MSE ได้ดังรูปที่ 4.33

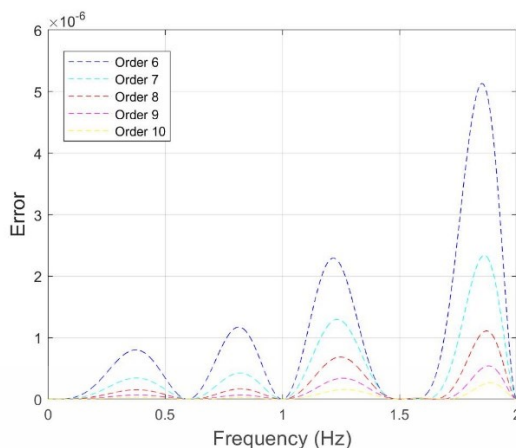


รูปที่ 4.31 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดที่สองไฮโดลอปของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค



รูปที่ 4.32 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนที่สองไฮโดลอปของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.33 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่สองไซด์โบลของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

#### 4.5.2.3 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ หรือสามไซด์โบล

ในการจำลองการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีแบบกลุ่มอนุภาค กำหนดให้ใช้วนรอบในการค้นหา (Iteration) คือ 30 และจำนวนฝูงอนุภาค คือ 50 ทำการจำลองโดยเปรียบเทียบระหว่างเมนโบลกับไซด์โบลที่หนึ่ง และไซด์โบลที่สอง ที่เจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับต่าง ๆ ตั้งแต่อันดับ 7 ถึง อันดับที่ 12 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ และ ที่เหมาะสมที่สุด และทำการหาค่าความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ทั้งหมด รวมถึง ค่า MSE ของเมนโบล (MSE 1) คือระหว่าง  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$  และค่า MSE ของโบลแรก (MSE 2) คือ  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$  และค่า MSE ของโบลที่สอง (MSE 3) คือ  $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$  และค่า MSE ของโบลที่สาม (MSE 4) คือ หรือ  $\omega_3 \leq \omega \leq \omega_4$  โดยได้ผลการจำลองแสดงดังตารางที่ 4.5 และสามารถนำมาเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.7 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ หรือสามไซด์โบล

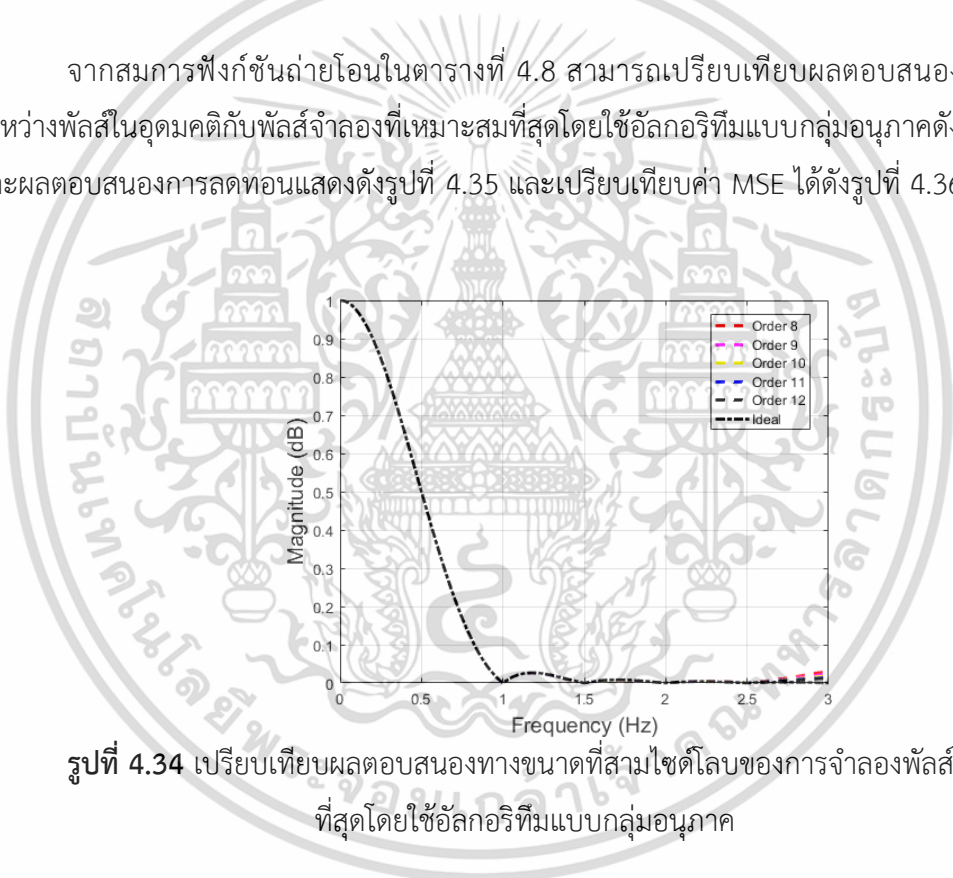
อันดับ	$\alpha$	$\beta$	MSE	MSE 1 $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$	MSE 2 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$	MSE 3 $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$	MSE 4 $\omega_3 \leq \omega \leq \omega_4$
8	4.3936	1.6050	0.0014	1.2551e-04	3.4399e-04	2.4472e-04	6.6226e-04
9	4.9033	1.7213	7.4767e-04	6.2595e-05	1.6557e-04	1.7308e-04	3.4542e-04
10	5.3079	1.8248	4.1223e-04	3.2066e-04	8.1882e-05	1.1443e-04	1.8385e-04
11	5.5963	1.9171	2.2696e-04	1.6447e-05	4.0265e-05	7.1645e-05	9.8604e-05
12	5.7627	1.9993	1.2273e-04	8.2059e-06	1.9336e-05	4.2440e-05	5.2749e-05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.8 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรสี่คู่ หรือสามไฮด์โลบ

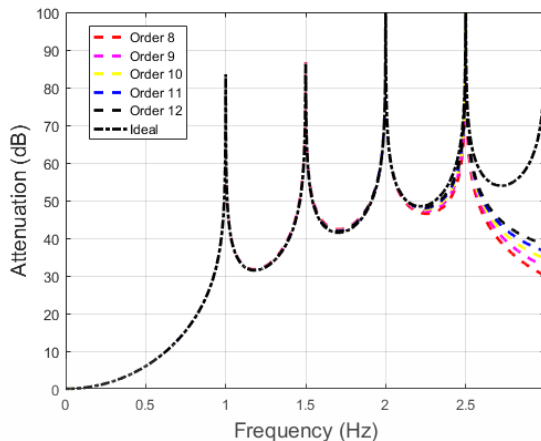
อันดับ	ฟังก์ชันถ่ายโอน
8	$H_8(s) = \frac{s^8 + (8.882e-16)s^7 + 533s^6 - (4.383e-13)s^5 + (9.439e04)s^4 + (6.653e-11)s^3 + (6.418e06)s^2 - (3.074e-09)s + 1.366e08}{s^8 + 56.79s^7 + 1535s^6 + 2.562e04s^5 + 2.872e05s^4 + 2.203e06s^3 + 1.125e07s^2 + 3.484e07s + 4.991e07}$
9	$H_9(s) = \frac{s^8 + (8.882e-16)s^7 + 533s^6 - (4.383e-13)s^5 + (9.439e04)s^4 + (6.653e-11)s^3 + (6.418e06)s^2 - (3.074e-09)s + 1.366e08}{s^9 + 67.47s^8 + 2180s^7 + 4.404e04s^6 + 6.103e05s^5 + 5.993e06s^4 + 4.156e07s^3 + 1.956e08s^2 + 5.654e08s + 7.629e08}$
10	$H_{10}(s) = \frac{s^8 + (8.882e-16)s^7 + 533s^6 - (4.383e-13)s^5 + (9.439e04)s^4 + (6.653e-11)s^3 + (6.418e06)s^2 - (3.074e-09)s + 1.366e08}{s^{10} + 78.41s^9 + 2960s^8 + 7.054e04s^7 + 1.171e06s^6 + 1.41e07s^5 + 1.243e08s^4 + 7.904e08s^3 + 3.461e09s^2 + 9.402e09s + 1.201e10}$
11	$H_{11}(s) = \frac{s^8 + (8.882e-16)s^7 + 533s^6 - (4.383e-13)s^5 + (9.439e04)s^4 + (6.653e-11)s^3 + (6.418e06)s^2 - (3.074e-09)s + 1.366e08}{s^{11} + 89.49s^{10} + 3874s^9 + 1.067e05s^8 + 2.069e06s^7 + 2.961e07s^6 + 3.181e08s^5 + 2.56e09s^4 + 1.509e10s^3 + 6.19e10s^2 + 1.588e11s + 1.928e11}$
12	$H_{12}(s) = \frac{s^8 + (8.882e-16)s^7 + 533s^6 - (4.383e-13)s^5 + (9.439e04)s^4 + (6.653e-11)s^3 + (6.418e06)s^2 - (3.074e-09)s + 1.366e08}{s^{12} + 100.6s^{11} + 4916s^{10} + 1.538e05s^9 + 3.42e06s^8 + 5.683e07s^7 + 7.218e08s^6 + 7.044e09s^5 + 5.232e10s^4 + 2.88e11s^3 + 1.113e12s^2 + 2.71e12s + 3.136e12}$

จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนในตารางที่ 4.8 สามารถเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดระหว่างพัลส์ในอุดมคติกับพัลส์จำลองที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาคดังรูปที่ 4.34 และผลตอบสนองการลดทอนแสดงดังรูปที่ 4.35 และเปรียบเทียบค่า MSE ได้ดังรูปที่ 4.36

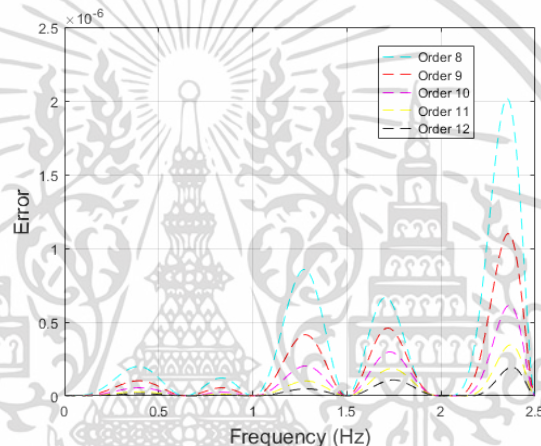


รูปที่ 4.34 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดที่สามไฮด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.35 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนที่หนึ่งสามไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค



รูปที่ 4.36 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่สามไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

#### 4.5.2.4 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้คู่ทรานสมิซชันซีโรหาคู่หรือสี่ไซด์โลบ

ในการจำลองการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีแบบกลุ่มอนุภาค กำหนดให้ใช้วนรอบในการค้นหา (iteration) คือ 30 และจำนวนฝูงอนุภาค คือ 50 โดยทำการจำลองเปรียบเทียบระหว่างเมนโลบกับไซด์โลบที่หนึ่ง และไซด์โลบที่สอง ที่เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับต่าง ๆ ตั้งแต่อันดับ 7 ถึง อันดับที่ 14 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ และ ที่เหมาะสมที่สุด และทำการหาค่าความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ทั้งหมด รวมถึง ค่า MSE ของเมนโลบ (MSE 1) คือระหว่าง  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$  และค่า MSE ของโลบแรก (MSE 2) คือ  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$  และค่า MSE ของโลบที่สอง (MSE 3) คือ  $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$  และค่า MSE ของโลบที่สาม (MSE 4) คือ หรือ  $\omega_3 \leq \omega \leq \omega_4$  และในโลบที่ 4 (MSE 5) คือระหว่าง  $\omega_4 \leq \omega \leq \omega_5$  โดยได้ผลการจำลองแสดงดังตารางที่ 4.5 และสามารถนำมาเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังตารางที่ 4.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.9 ผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับคู่ทรานสมิซชันซีโรห้าคู่ หรือสี่ไซด์โบล

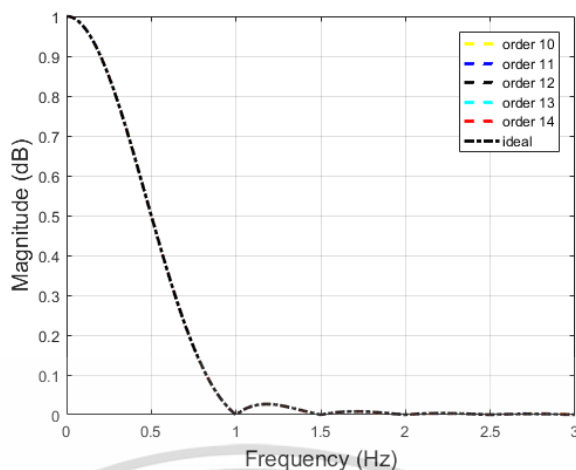
อันดับ	$\alpha$	$\beta$	MSE	MSE 1 $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$	MSE 2 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$	MSE 3 $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_3$	MSE 4 $\omega_3 \leq \omega \leq \omega_4$	MSE 5 $\omega_4 \leq \omega \leq \omega_5$
10	4.8544	1.6570	7.3865e-04	3.880e-05	7.9080e-05	2.0012e-04	8.5789e-05	3.3486e-04
11	5.3242	1.7510	4.4538e-04	2.2311e-05	4.1561e-05	1.148e-04	6.8170e-05	1.9848e-04
12	5.6999	1.8361	2.7104e-04	1.2938e-05	2.2264e-05	6.5534e-05	5.1440e-05	1.1887e-04
13	5.9743	1.9133	1.6484e-04	7.4657e-06	1.1941e-05	3.7013e-05	3.7126e-05	7.1292e-05
14	6.1424	1.9833	9.9105e-05	4.2207e-06	6.2857e-06	2.0484e-05	2.5661e-05	4.2453e-05

ตารางที่ 4.10 ฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้ PSO ร่วมกับทรานสมิซชันซีโรห้าคู่ หรือสี่ไซด์โบล

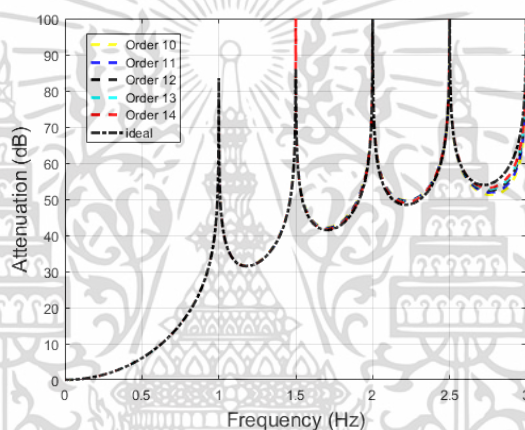
อันดับ	ฟังก์ชันถ่ายโอน
10	$H_{10}(s) = \frac{s^{10} + (4.219e-15)s^9 + 888.3s^8 + (2.007e-12)s^7 + (2.838e05)s^6 + (2.576e-10)s^5 + (3.996e07)s^4 + (8.284e-09)s^3 + (2.417e09)s^2 + (3.883e-08)s + 4.855e10}{s^{10} + 83.61s^9 + 3373s^8 + 8.606e04s^7 + 1.532e06s^6 + 1.981e07s^5 + 1.878e08s^4 + 1.286e09s^3 + 6.069e09s^2 + 1.779e10s + 2.454e10}$
11	$H_{11}(s) = \frac{s^{10} + (4.219e-15)s^9 + 888.3s^8 + (2.007e-12)s^7 + (2.838e05)s^6 + (2.576e-10)s^5 + (3.996e07)s^4 + (8.284e-09)s^3 + (2.417e09)s^2 + (3.883e-08)s + 4.855e10}{s^{11} + 96.27s^{10} + 4487s^9 + 1.332e05s^8 + 2.788e06s^7 + 4.307e07s^6 + 5e08s^5 + 4.349e09s^4 + 2.772e10s^3 + 1.231e11s^2 + 3.42e11s + 4.497e11}$
12	$H_{12}(s) = \frac{s^{10} + (4.219e-15)s^9 + 888.3s^8 + (2.007e-12)s^7 + (2.838e05)s^6 + (2.576e-10)s^5 + (3.996e07)s^4 + (8.284e-09)s^3 + (2.417e09)s^2 + (3.883e-08)s + 4.855e10}{s^{12} + 109.1s^{11} + 5787s^{10} + 1.965e05s^9 + 4.743e06s^8 + 8.555e07s^7 + 1.18e09s^6 + 1.25e10s^5 + 1.008e11s^4 + 6.029e11s^3 + 2.532e12s^2 + 6.693e12s + 8.415e12}$
13	$H_{13}(s) = \frac{s^{10} + (4.219e-15)s^9 + 888.3s^8 + (2.007e-12)s^7 + (2.838e05)s^6 + (2.576e-10)s^5 + (3.996e07)s^4 + (8.284e-09)s^3 + (2.417e09)s^2 + (3.883e-08)s + 4.855e10}{s^{13} + 122.1s^{12} + 7267s^{11} + 2.782e05s^{10} + 7.623e06s^9 + 1.576e08s^8 + 2.523e09s^7 + 3.162e10s^6 + 3.095e11s^5 + 2.334e12s^4 + 1.316e13s^3 + 5.249e13s^2 + 1.325e14s + 1.597e14}$
14	$H_{14}(s) = \frac{s^{10} + (4.219e-15)s^9 + 888.3s^8 + (2.007e-12)s^7 + (2.838e05)s^6 + (2.576e-10)s^5 + (3.996e07)s^4 + (8.284e-09)s^3 + (2.417e09)s^2 + (3.883e-08)s + 4.855e10}{s^{14} + 135.1s^{13} + 8920s^{12} + 3.804e05s^{11} + 1.168e07s^{10} + 2.725e08s^9 + 4.976e09s^8 + 7.21e10s^7 + 8.315e11s^6 + 7.587e12s^5 + 5.383e13s^4 + 2.876e14s^3 + 1.093e15s^2 + 2.64e15s + 3.056e15}$

จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนในตารางที่ สามารถนำมาแสดงผลเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดระหว่างพัลส์ในอุดมคติกับพัลส์ที่ทำการจำลองที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาคได้ดังรูปที่ 4.37 และผลตอบสนองทางการลดทอนแสดงดังรูปที่ 4.38 และเปรียบเทียบค่า MSE ได้ดังรูปที่ 4.39

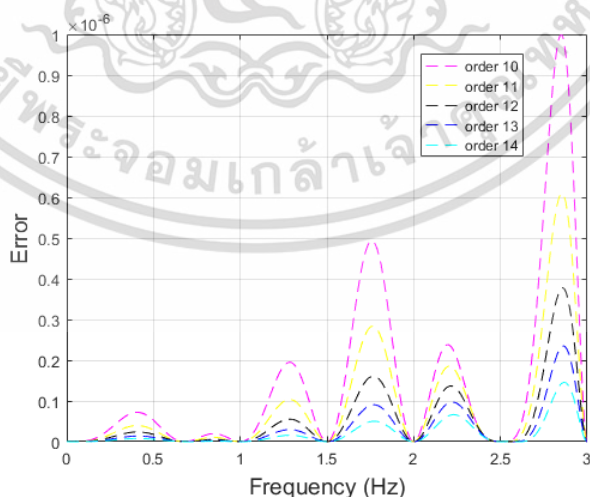
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.37 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดที่สี่ไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค



รูปที่ 4.38 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางการลดทอนที่สี่ไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค



รูปที่ 4.39 เปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างพัลส์ในอุดมคติและพัลส์ที่ทำการจำลองที่สี่ไซด์โลบของการจำลองพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการทดลองทั้งหมดนี้ สรุปได้ว่าเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล สามารถใช้ออกแบบสัญญาณทดสอบพัลส์ไซน์กำลังสอง และสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์สำหรับใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น พารามิเตอร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลมีค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค จากผลการทดลองแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของอัลกอริทึม ทำให้ได้พารามิเตอร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่ทำให้ค่าพัลส์ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับพัลส์ในอุดมคติมากที่สุด ตั้งแต่เมนโลบ ไซตโลบที่หนึ่งจนถึงไซตโลบที่สี่ ค่าอันดับของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่มากขึ้น จะทำให้ค่าของพัลส์ใกล้เคียงกับในอุดมคติมากขึ้นเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตาม เสถียรภาพของฟังก์ชันถ่ายโอนนั้น เป็นสิ่งที่ต้องพิจารณาเป็นอย่างยิ่งในการออกแบบวงจรระบบการสื่อสาร โดยจะกล่าวถึงเสถียรภาพของระบบในหัวข้อถัดไป

#### 4.6 การทดสอบเสถียรภาพของระบบ

เสถียรภาพนั้นได้มาจากฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งสามารถอธิบายได้โดยหลักการของมิไฮลอฟ (Mihailov's Criterion) [63] หลักการของมิไฮลอฟจะระบุอันดับของโพลีโนเมียลดังสมการที่ (4.29)

$$D(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega) \quad (4.29)$$

โดย  $u(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + \dots a_{2n}\omega^{2n}$   
 และ  $v(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots a_{2n-1}\omega^{2n-1}$

เส้นโค้งที่ได้จะมีรูปแบบ พิกัดจุด และ ระยะจากแกน x ที่วัดขนานกับแกน y แตกต่างกัน โดยทิศทางจากจุดกำเนิดของเส้นจะมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งมีการพิสูจน์แล้วว่าเสถียรภาพ วิธีการนี้ได้ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบการควบคุมแบบแอนะล็อก

ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้ เลือกใช้หลักการของมิไฮลอฟ เพื่อทดสอบเสถียรภาพเพิ่มเติมของระบบ โดยเงื่อนไขของเสถียรภาพในข้อแรก คือ อันดับของโพลีโนเมียลในเทอมเศษของฟังก์ชันถ่ายโอนจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับอันดับสูงสุดของโพลีโนเมียลในเทอมส่วน และอีกเงื่อนไขหนึ่ง คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนต้องเป็นไปตามเงื่อนไขหลักการของมิไฮลอฟ จากการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมา ใช้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของผลการจำลองโดยใช้การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ใช้อันดับของโพลีโนเมียลในเทอมเศษที่มีค่าอันดับสูงสุดที่เท่ากับอันดับสูงสุดของโพลีโนเมียลในเทอมเศษ ฟังก์ชันถ่ายโอนเมื่อใช้ร่วมกับทรานสมิซชันซีโรสองคู่หรือหนึ่งไซตโลบ แสดงดังสมการที่ (4.30) เมื่อใช้ร่วมกับทรานสมิซชันซีโรสามคู่หรือสองไซตโลบ แสดงดังสมการที่ (4.31) เมื่อใช้ร่วมกับทรานสมิซชันซีโรสี่คู่หรือสามไซตโลบ แสดงดังสมการที่ (4.32) และเมื่อใช้ร่วมกับทรานสมิซชันซีโรห้าคู่หรือสี่ไซตโลบ แสดงดังสมการที่ (4.33)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_4(s) = s^4 - 17.89s^3 + 140.1s^2 - 557.3s + 935.9 \quad (4.30)$$

$$H_6(s) = s^6 + 34.81s^5 + 562.3s^4 + 5340s^3 + 3.116e04s^2 + 1.052e05s + 1.596e05 \quad (4.31)$$

$$H_8(s) = s^8 + 56.79s^7 + 1535s^6 + 2.562e04s^5 + 2.872e05s^4 + 2.203e06s^3 + 1.125e07s^2 + 3.484e07s + 4.991e07 \quad (4.32)$$

$$H_{10}(s) = s^{10} + 83.61s^9 + 3373s^8 + 8.606e04s^7 + 1.532e06s^6 + 1.981e07s^5 + 1.878e08s^4 + 1.286e09s^3 + 6.069e09s^2 + 1.779e10s + 2.454e10 \quad (4.33)$$

แทนค่า  $s = j\omega$  ลงในสมการที่ (4.30–4.33) จากนั้นทำการแยกเทอมจำนวนจริง และเทอมของจำนวนจินตภาพ จะได้ตั้งสมการที่ (4.34–4.37)

$$(\omega^4 - 140.1\omega^2 + 935.9) + j(-557.3\omega + 17.89\omega^3) \quad (4.34)$$

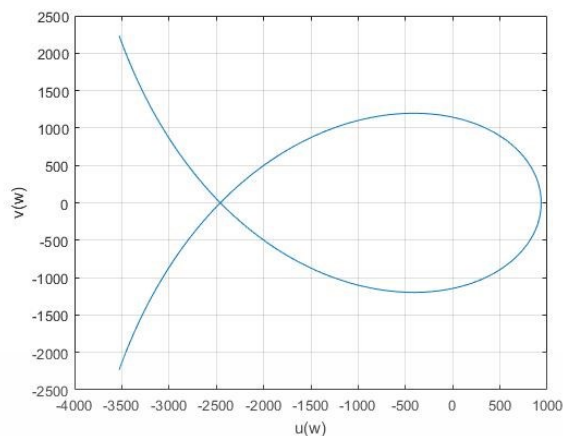
$$(-\omega^6 + 562.3\omega^4 - 3.116e04\omega^2 + 1.596e05) + j(1.052e05\omega - 5340\omega^3 + 34.81\omega^5) \quad (4.35)$$

$$(\omega^8 - 1535\omega^6 + 2.872e05\omega^4 - 1.125e07\omega^2 + 4.991e07) + j(3.484e07\omega - 2.203e06\omega^3 + 2.562e04\omega^5 - 56.79\omega^7) \quad (4.36)$$

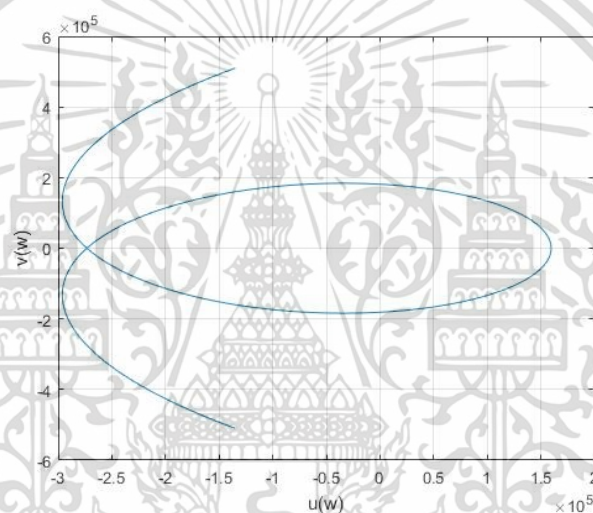
$$(-\omega^{10} + 3373\omega^8 - 1.532e06\omega^6 + 1.878e08\omega^4 - 6.069e09\omega^2 + 2.454e10) + j(1.779e10\omega - 1.286e09\omega^3 + 1.981e07\omega^5 - 8.606e04\omega^7 + 83.61\omega^9) \quad (4.37)$$

จากสมการที่ (4.34-4.37) เมื่อนำไปพล็อตกราฟของมิโฮลอฟ โดยเลือกโพลไว้ทางฝั่งซ้ายมือของระนาบเชิงซ้อน จะได้กราฟของมิโฮลอฟของพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนเมื่อใช้อัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคร่วมกับทราจิกทอรีเริ่มต้นหนึ่งไซตโลบถึงสี่ไซตโลบ แสดงดังรูปที่ (4.40–4.43) ตามลำดับ

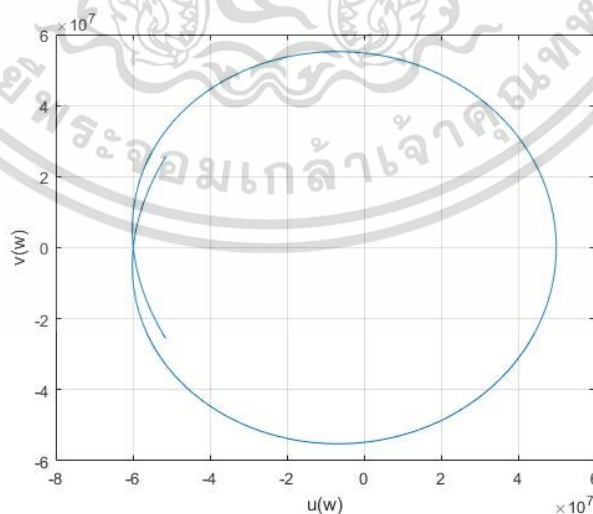
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.40 กราฟเสถียรภาพของมิไฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่หนึ่งไซด์โลบ

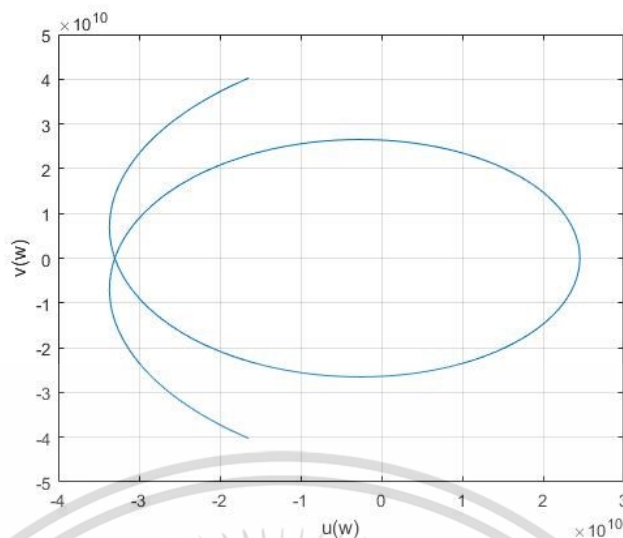


รูปที่ 4.41 กราฟเสถียรภาพของมิไฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สองไซด์โลบ



รูปที่ 4.42 กราฟเสถียรภาพของมิไฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สามไซด์โลบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.43 กราฟเสถียรภาพของมิไฮลอฟของสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่สี่ไซต์โลบ

จากกราฟในรูปที่ 4.40 – 4.43 จะเห็นได้ว่าการเดินทางจากจุดเริ่มต้นเป็นวงกลมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาการรอบจุดกำเนิด หรือจุด  $(0,0)$  ของแกนระนาบ แสดงถึงเสถียรภาพของวงจรในการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ด้วยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

#### 4.7 เปรียบเทียบผลการทดลองกับงานวิจัยที่ผ่านมา

จากผลการจำลองโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค เมื่อเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมาที่ทำการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์ เพื่อใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นจะได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.11 ผลการเปรียบเทียบการทดลองกับงานวิจัยที่ผ่านมา

ผู้แต่ง	ปี	วิธีการ	MSE	จำนวนไซต์โลบ	เสถียรภาพ
S. Mneina, et al. [25]	2007	Bessel Polynomials	51.92	1	/
V. Pirajanchai, et al. [26]	2013	Generalized Bessel Transformation	2.1146	1	/
R. Singthongchai, et al. [27]	2017	q-Bessel Polynomials Order 5 to 7 (Not Stable for 4 lobes)	1.5132	4	-
This research	2020	Generalized Bessel Polynomials Order 4 with PSO	0.0126	1	/

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้กับภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This research	2020	Generalized Bessel Polynomials Order 10 with PSO	7.3865e-04	4	/
---------------	------	--	------------	---	---

ดังนั้น จากตารางที่ 4.11 จะเห็นได้ว่า การจำลองสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์โดยใช้เจเนอรัไลซ์เบสเซลนั้น สามารถให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยที่ผ่านมา คือสามารถใช้อันดับที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพคืออันดับในตัวเองต้องมากกว่าหรือเท่ากับตัวเศษ และสามารถหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดได้ตั้งแต่หนึ่งไซเคิลจนถึงสี่ไซเคิลด้วยค่าอัตราการผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่น้อยที่สุด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# การประยุกต์ใช้งานเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล สำหรับการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ ในระบบการสื่อสารแถบกว้างยิ่ง

### 5.1 บทนำ

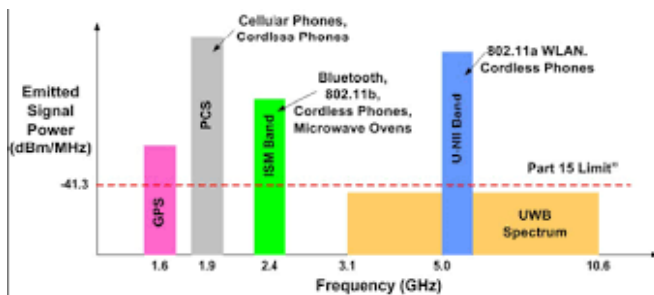
ในบทนี้ นำเสนอการประยุกต์ใช้งานเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในการออกแบบสัญญาณพัลส์อีกแบบหนึ่งที่มีรูปร่างลักษณะใกล้เคียงกันกับสัญญาณไซน์สแควร์พัลส์ คือ สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ ซึ่งเทคโนโลยีที่นำเกาส์เซียนพัลส์ไปใช้งานในระบบการสื่อสาร คือ เทคโนโลยีการสื่อสารแบบแถบกว้างยิ่ง หรืออัลตราไวด์แบนด์ (Ultra-wideband : UWB) ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานกับระบบต่าง ๆ ได้เป็นอย่างมาก ในบทนี้จะนำเสนอการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลเพื่อไปประยุกต์ใช้งานกับการออกแบบสร้างเกาส์เซียนพัลส์เสมือน (Gaussian-Like Pulse) ในระบบ UWB ดังนั้น โดยจากการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลพบว่าสามารถนำมาใช้ในการออกแบบสัญญาณที่คล้ายคลึงกับสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์และทำการปรับค่าพารามิเตอร์ให้มีค่าเหมาะสมที่สุดในช่วงความถี่ระหว่าง 3.1 GHz ถึง 10.6 GHz ที่เป็นไปตามแมสก์ของ FCC โดยให้พัลส์ที่ทำการออกแบบนั้นมีค่าที่เหมาะสมที่สุดหรือใกล้เคียงกับแมสก์ของ FCC มากที่สุด

### 5.2 หลักการระบบการสื่อสาร UWB

#### 5.2.1 ความเป็นมาของระบบการสื่อสาร UWB

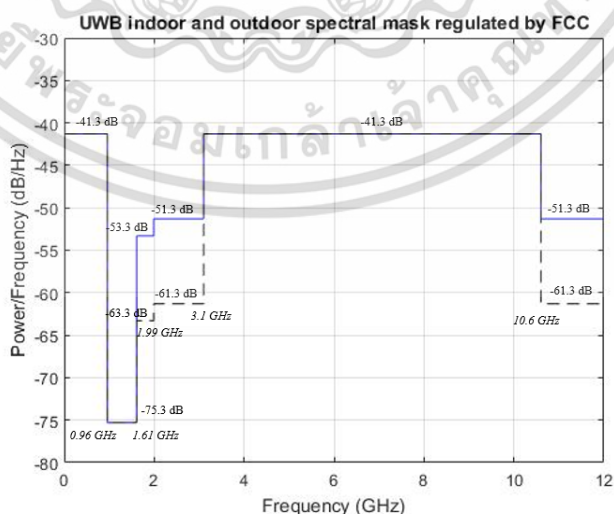
ระบบการสื่อสารแบบ UWB [31] เป็นระบบการสื่อสารไร้สายที่นิยมใช้งานในปัจจุบันรูปแบบหนึ่ง โดยในการส่งสัญญาณนั้นจะมีคาบเวลาของพัลส์ที่สั้นมาก ในระดับนาโนวินาที เพื่อส่งข้อมูลในระยะใกล้ หรือระยะปานกลางโดยมีขนาดของแบนด์วิดท์ที่มีขนาดกว้างอย่างมากในระดับกิกะเฮิรตซ์ การสื่อสารแบบ UWB มีข้อดีอีกหลายประการ ได้แก่ ประหยัดพลังงาน ค่าใช้จ่ายต่ำ มีอัตราการส่งข้อมูลสูง มีการตอบสนองต่อการจางหายหลายวิธีดี และมีสัญญาณรบกวนที่ต่ำเมื่อมีสัญญาณอื่น ๆ รบกวนอยู่ในบริเวณ เทคโนโลยีหลายประการที่นำเทคโนโลยีการสื่อสารแบบ UWB ไปประยุกต์ใช้งาน เช่น เทคโนโลยีเรดาร์ การหาตำแหน่งภายในอาคาร ระบบทางการแพทย์ เครื่องช่วยเซ็นเซอร์ไร้สาย หรืออินเทอร์เน็ทในทุกสรรพสิ่ง [32] เป็นต้น สำหรับย่านความถี่ของพัลส์ที่ใช้งาน และข้อจำกัดของการแพร่กระจายสัญญาณนั้น เมื่อเปรียบเทียบกับระบบสื่อสารไร้สายแบบอื่น ๆ จะแสดงดังรูปที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.1 สเปกตรัมของ UWB เมื่อเปรียบเทียบกับระบบสื่อสารไร้สายอื่น ๆ

หนึ่งในวิธีที่สำคัญในการประยุกต์ใช้งาน UWB นั้นคือในเรื่องของการออกแบบพัลส์ในการส่งสัญญาณ เนื่องจากสัญญาณของการสื่อสารแบบ UWB มีการสื่อสารด้วยแบนด์วิดท์ที่กว้างยิ่ง และต้องทำงานส่งสัญญาณร่วมกับระบบสื่อสารอื่น ๆ จะต้องคำนึงถึงค่ากำลังส่งสัญญาณ (Equivalent Isotropically Radiated Power : EIRP) ต้องมีค่าที่เหมาะสมที่สุด และไม่เกินไปตามเกณฑ์มาตรฐาน สำหรับเกณฑ์มาตรฐานหรือกฎข้อบังคับของแมสก์การแพร่กระจายของสัญญาณ (Emission Mask) เพื่อให้จะมีประสิทธิภาพในการส่งสัญญาณมากที่สุดในการส่งสัญญาณบนช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวน โดยในปี 2002 กฎข้อบังคับแมสก์การแพร่กระจายของสัญญาณได้ถูกกำหนดโดยองค์กร United States Federal Communication Commission [33] หรือ FCC ได้ก่อตั้งขึ้นเพื่อกำหนดข้อบังคับการใช้งานระบบ UWB โดยกำหนดให้ค่า EIRP ในการส่งสัญญาณและแบนด์วิดท์ที่ใช้ในการส่งเพื่อเป็นมาตรฐานในการใช้งาน โดยกำหนดให้ระบบ UWB นั้นมีความหนาแน่นกำลังของสเปกตรัม (Power Spectrum Density : PSD) มีค่าไม่เกิน -41.3 dBm/MHz ในช่วงความถี่ระหว่าง 3.1 GHz ถึง 10.6 GHz โดยแบ่งเป็นการสื่อสารภายนอก (Outdoor) และการสื่อสารภายในอาคาร (Indoor) โดยแสดงภาพแมสก์การแพร่กระจายสัญญาณนี้ ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แมสก์การแพร่กระจายสัญญาณที่ถูกกำหนดโดย FCC

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้ รูปร่างของพัลส์ยังเป็นสิ่งจำเป็นในการออกแบบระบบการสื่อสารแบบ UWB ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการส่งสัญญาณให้ได้อัตราการส่งข้อมูลมากที่สุด และเป็นไปตามกฎของ FCC อย่างไรก็ตามแมสก์สเปกตรัมของ FCC นี้ มีด้วยกันหลายรูปแบบ ในแต่ละประเทศอาจจะมีแมสก์ที่แตกต่างกันออกไป ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้แมสก์สเปกตรัมที่กำหนดโดย FCC ของประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นแมสก์สเปกตรัมสำหรับใช้อ้างอิงในการทำวิทยานิพนธ์นี้

### 5.2.2 หลักการพื้นฐานของการสื่อสาร UWB

ระบบการสื่อสารความถี่กว้างยิ่งหรือ UWB นั้น มีการส่งสัญญาณพัลส์ที่คาบเวลาดำมาเพื่อส่งข้อมูล แต่ก็มีแบนด์วิดท์ที่มากเช่นเดียวกัน โดย FCC ได้กำหนดแบนด์วิดท์ของของการสื่อสารแบบ UWB โดยให้ค่าอัตราส่วนของแบนด์วิดท์นั้นต้องมากกว่า หรือเท่ากับ 20% ของความถี่กลาง โดยแบนด์วิดท์ของสัญญาณ UWB สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (5.1)

$$B_f = \frac{BW}{f_c} = \frac{2(f_H - f_L)}{f_H + f_L} \geq 20\%, \quad (5.1)$$

โดย  $f_H$  คือ ความถี่ที่มากที่สุดของกำลังของความหนาแน่นสเปกตรัม  $f_L$  คือ ความถี่ต่ำสุดของกำลังของความหนาแน่นสเปกตรัม และแบนด์วิดท์ต้องมากกว่าหรือเท่ากับ 500 MHz ดังสมการที่ (5.2)

$$f_H - f_L \geq 500\text{MHz} \quad (5.2)$$

ความจุของช่องสัญญาณของแชนนอนและฮาร์ทเลย์ (Shannon-Hartlet Capacity Theorem) สามารถแสดงดังสมการที่ (5.3)

$$C_c = BW \log_2(1 + SNR) = BW \log_2(1 + Eb / N_o) \quad (5.3)$$

เมื่อ  $C$  คือ ค่าความจุของช่องสัญญาณสูงสุด  $BW$  คือ แบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ  $SNR$  คือ อัตราส่วนสัญญาณกำลังงานต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio)

### 5.2.3 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์

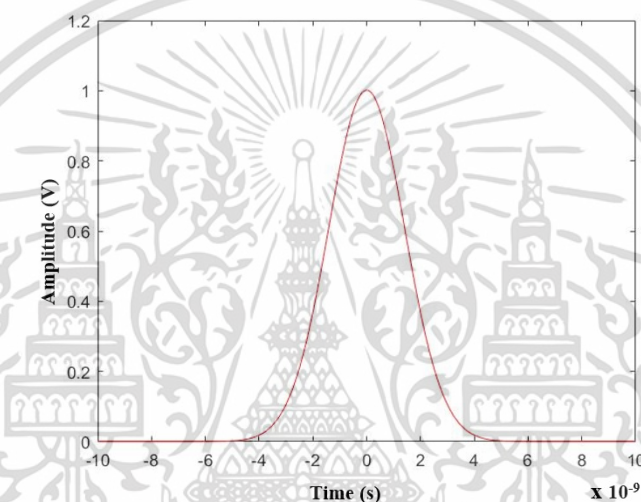
ในระบบการสื่อสาร UWB นั้น มีการสื่อสารเกิดขึ้นได้โดยการส่งข้อมูลระบบการสื่อสารแบบเบสแบนด์โดยส่งออกไปในรูปแบบของพัลส์ โดยส่วนใหญ่แล้ว การสร้างสัญญาณพัลส์ UWB ตามที่ได้กล่าวไว้นั้น มักจะถูกสร้างด้วยการประมาณของเกาส์เซียนฟังก์ชัน โดยอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเกาส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เขียนพัลส์ และการหาอนุพันธ์ของสัญญาณ [34] โดยสมการทั่วไปของสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์นั้น สามารถแสดงดังสมการที่ (5.4)

$$X(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (5.4)$$

โดย  $A$  คือ ขนาดที่นอร์มอลไลซ์  $t$  คือ เวลา และ  $\sigma$  คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของพัลส์ โดยจากสมการนี้ สามารถแสดงกราฟทั่วไปของเกาส์เซียนพัลส์ดังรูปที่ 4.2 โดยให้พารามิเตอร์  $A = 1$  และ  $\sigma = 1$ .



รูปที่ 5.3 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในโดเมนเวลา

จากสมการที่ (5.4) ทำการแปลงฟูเรียร์ จะได้เกาส์เซียนพัลส์ที่แสดงในโดเมนทางความถี่ ดังสมการ

$$X(f) = \sqrt{2\pi\sigma^2} e^{-2\pi^2\sigma^2 f^2} \quad (5.5)$$

ในการหาอนุพันธ์ของสัญญาณเกาส์เซียนเพื่อใช้ในการสร้างสัญญาณพัลส์แบบต่าง ๆ โดยจากสมการที่ (5.4) เมื่อทำการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลา  $t$  จะได้ว่าอนุพันธ์สามารถแสดงในรูปของฟังก์ชันเวียนเกิดได้ดังสมการที่ (5.6)

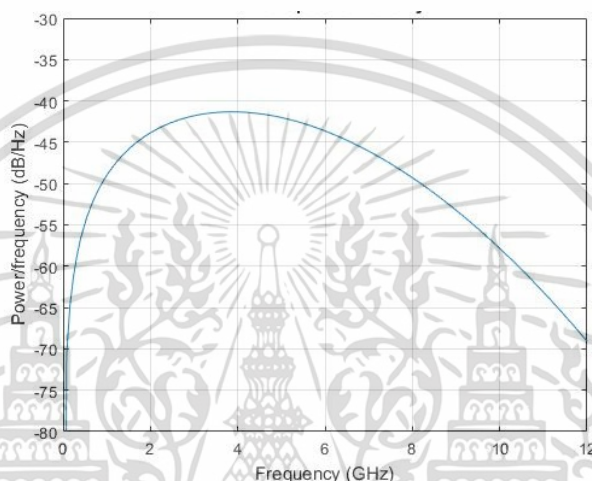
$$X^n(t) = -\frac{n-1}{\sigma^2} X^{(n-2)}(t) - \frac{t}{\sigma^2} X^{(n-2)}(t) \quad (5.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $n$  คือ อันดับของอนุพันธ์ จากสมการที่ (5.6) สามารถหาค่าขนาดกำลังสองของเกาส์เซียนพัลส์ ในโดเมนความถี่ จะได้เป็นค่ากำลังของความหนาแน่นสเปกตรัม (PSD) ดังสมการ

$$PSD = |X^n(f)|^2 = A \cdot \frac{(2\pi f\sigma)^{2n}}{n^n} \cdot \frac{e^{-(2\pi f\sigma)^2}}{e^{-n}} \quad (5.7)$$

จากสมการที่ (5.7) สามารถแสดงตัวอย่าง PSD ของเกาส์เซียนพัลส์ได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 PSD ของสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์

อย่างไรก็ตาม เกาส์เซียนพัลส์เป็นสมการคณิตศาสตร์ทั่วไป จึงเป็นที่น่าสนใจในการออกแบบและสังเคราะห์วงจรสร้างสัญญาณพัลส์ UWB ที่สามารถทำให้เหมาะสม พอดีกับแมสก์การแพร่กระจายสัญญาณของ FCC โดยการจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประมาณค่าสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ โดยใช้เจเนอเรชันเบสเซลโพลีโนเมียล จะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

### 5.3 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยที่ผ่านมา ได้มีวิธีการในการออกแบบพัลส์อย่างมากมาย โดยมีทั้งการออกแบบในการแปลงของโดเมนเวลา และโดเมนความถี่ ดังนั้นการออกแบบพัลส์จึงมีความสำคัญเป็นอันดับแรกในการออกแบบระบบการสื่อสาร ที่จะต้องออกแบบให้ครอบคลุม และตรงกันกับการใช้งานตามกฎหมายของ FCC โดยในการออกแบบพัลส์ของ UWB ที่ผ่านมานั้นเทคนิคของสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ (Gaussian Pulse) [34] ทั่วไปจะได้รับความนิยมในการใช้ในการออกแบบพัลส์ UWB อย่างไรก็ตามการออกแบบนั้นยังไม่พอดีกับการแมสก์การแพร่กระจายของ FCC นอกจากนี้ ยังมีวิธีที่ได้มีการศึกษาในการนำเกาส์เซียนพัลส์ไปทำการหาอนุพันธ์อันดับสูง เพื่อให้ได้พัลส์ในรูปแบบต่าง ๆ ที่เกิดจากการหาอนุพันธ์ของเกาส์เซียนพัลส์ โดย S.Pohata, et al. [35] ได้นำเสนอการประมาณของสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์นี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เขียนพัลส์ที่ทำการหาอนุพันธ์อันดับสาม โดยวงจรการออกแบบพัลส์ด้วยวิธีพัลส์สี่เหลี่ยมที่ไม่ขึ้นต่อกันสี่แบบ สัญญาณเกาส์เขียนที่ทำการหาค่าอนุพันธ์อันดับที่หกได้อธิบายใน [36] และการหาอนุพันธ์อันดับ 7 ในบทความ [37] และการประมาณค่าของอันดับ 15 ในบทความ [38] และในบทความ [39] ยังได้นำเสนอวิธีการปรับรูปร่างของพัลส์โดยใช้การรวมกันเชิงเส้นของพัลส์แบนด์ย่อยที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเพิ่มประสิทธิภาพของการหาอนุพันธ์ของพัลส์ การใช้เวฟเล็ตสำหรับการสร้างสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์ ได้รับการนำเสนอในบทความ [40] นอกจากนี้ยังมีบทความอื่น ๆ ที่ได้นำเสนอวิธีที่ใช้การหาค่าอนุพันธ์สำหรับสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์ [41-42] อย่างไรก็ตาม ในงานวิจัยที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนี้ ยังมีค่าความหนาแน่นของสเปกตรัมกำลังที่ยังไม่พอดี หรือเข้าไปใกล้กับแมสก์การแพร่กระจายสัญญาณของ FCC นอกจากนี้การประมาณค่าเพื่อการใช้งานจริงในการออกแบบเป็นวงจรการสื่อสารก็ทำได้ยากเช่นเดียวกัน การออกแบบพัลส์วิธีอื่นนอกจากนี้ ใช้วงจรในการสร้างสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์ เช่น วงจรในการสร้างสัญญาณด้วยอนุพันธ์อันดับสอง [43] อนุพันธ์อันดับที่ 5 [44] และวงจรการสร้างสัญญาณอันดับที่ 5 [45] อย่างไรก็ตาม บทความวิจัยเหล่านี้ ได้แสดงถึงการสร้างสัญญาณในโดเมนเวลาเท่านั้น ทำให้สเปกตรัมของพัลส์ในโดเมนความถี่นั้นยังไม่ปรากฏ และยากที่จะประยุกต์ใช้กับรูปคลื่นที่ใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่นำเสนอการใช้วิธีการรวมกันของอนุพันธ์อันดับสูงของสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์หลาย ๆ สัญญาณรวมกันได้มีการนำเสนอในงานวิจัย [46-50] ซึ่งวิธีในการรวมกันของสัญญาณเหล่านี้ ทำให้แมสก์ของสเปกตรัม FCC นั้นมีคุณภาพดีขึ้น แต่ก็ยากในการจัดทำ มีกระบวนการทำงานที่ซับซ้อน และบางส่วนก็ยังไม่พอดีกับแมสก์ของ FCC นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยที่กระทำในโดเมนความถี่ [51-52] โดยใช้เทคนิคการปรับสเปกตรัมของลูกคลื่นเกาส์เขียนพัลส์และการรวมกันของพัลส์ไซน์ และเกาส์เขียนพัลส์ ซึ่งสามารถสร้างสเปกตรัมใน FCC ได้ และวิธีอื่น ๆ ที่ใช้ในการสร้างสัญญาณ โดยไม่ได้ใช้งานการหาอนุพันธ์ของสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์ จากงานวิจัยทั้งหมดที่กล่าวมานี้ จะเห็นได้ว่าส่วนใหญ่แล้วมีข้อจำกัดบางประการคล้ายกัน เช่น การประมาณค่าสัญญาณเพื่อออกแบบเป็นวงจรไฟฟ้าสำหรับการสร้างสัญญาณพัลส์ เนื่องจากเกาส์เขียนพัลส์และการหาอนุพันธ์นั้นเป็นเพียงทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ทั่วไป ทำให้ยากต่อการนำไปสร้างวงจรจริงหรือการใช้งานจริง ดังนั้นการออกแบบพัลส์ที่หน้าตาคล้ายกับเกาส์เขียนพัลส์เหล่านี้ จึงต้องใช้ทฤษฎีในการประมาณค่า และให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอน เพื่อให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้สร้างเป็นวงจรการสื่อสารได้ [53-54]

ในงานทางด้านวงจรองความถี่แบบแอนะล็อกนั้น [55] คุณลักษณะของวงจรองความถี่นั้นประกอบด้วยผลตอบสนองทางขนาด และทางความถี่ที่สามารถทำการประมาณค่าได้ โดยใช้วิธีทางคณิตศาสตร์โดยให้อยู่ในรูปแบบของโพลีโนเมียล [56] ซึ่งวิธีนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบและสังเคราะห์วงจรทางด้านสื่อสาร และการประมาณค่าฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนั้นสัญญาณเกาส์เขียนพัลส์สามารถทำการประมาณค่าโดยใช้คุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลได้เช่นเดียวกัน ตัวอย่างในงานวิจัยที่ผ่านมา นั้น ได้มีการใช้งานฟังก์ชันพิเศษนั้นคือ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฮอริมิทโพลิโนเมียล (Hermite Polynomials) [57-58] นอกจากนี้ ยังมีการประยุกต์ใช้งานโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials) [59] ในการประมาณสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ด้วยฟังก์ชัน เนื่องจากฟังก์ชันการสรา้งนั้นมีคุณลักษณะที่คล้ายคลึงกับฟังก์ชันเกาส์เซียนซึ่งนำไปใช้ในการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ จากการศึกษาทางด้านคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันพิเศษอีกแบบหนึ่ง นั่นคือเบสเซลโพลิโนเมียล ซึ่งในทางทฤษฎีแล้วเบสเซลโพลิโนเมียลสามารถนำไปออกแบบวงจรกรองความถี่แบบเบสเซล ซึ่งมีคุณลักษณะที่มีเฟสเป็นเชิงเส้น และมีค่าดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด และเบสเซลโพลิโนเมียลนี้ สามารถเขียนประยุกต์ให้อยู่ในรูปแบบของเจเนอรัไลซ์พอร์ม (Generalized Bessel Polynomials) ซึ่งมีพารามิเตอร์ที่สามารถใช้ในการปรับค่าต่าง ๆ ที่มากขึ้นกว่าเบสเซลโพลิโนเมียลธรรมดา ทำให้การประยุกต์ใช้สามารถปรับค่าต่าง ๆ ได้มากขึ้น และจากการศึกษาพบว่าเบสเซลโพลิโนเมียลนี้ สามารถประยุกต์ใช้คุณลักษณะทางคณิตศาสตร์บางประการที่สามารถประมาณค่าให้ใกล้เคียงกับฟังก์ชันแบบเกาส์เซียนได้ [60] เพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานกับการออกแบบพัลส์ในระบบ UWB ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบสัญญาณที่คล้ายคลึงกับสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ โดยใช้การจำลองด้วยซอฟต์แวร์ MATLAB ปรับค่าพารามิเตอร์ และหาอนุพันธ์เพื่อให้ได้ค่ากำลังของความหนาแน่นสเปกตรัมที่ใกล้กับแมสก์ของ FCC ที่จุดที่เหมาะสมที่สุด

#### 5.4 การสร้างสัญญาณจำลองเกาส์เซียนพัลส์ โดยใช้เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

ในหัวข้อนี้นำเสนอการศึกษาการประยุกต์ใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล เพื่อประมาณค่าสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์สำหรับการสื่อสาร UWB โดยในขั้นแรกจากสมการของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลนั้นสามารถแสดงผลรูปแบบผลตอบสนองทางขนาด โดย E. Grosswald [13] ได้นำเสนอผลคูณของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล สามารถกำหนดได้ดังสมการที่ (5.8)

$$B_n^a(x) \cdot B_n^a(y) = \sum_{k=0}^n \frac{(-n)_k (a+n-1)_k}{k!} \left(\frac{-x+y}{2}\right)^k y_k \left(\frac{xy}{x+y}\right) \quad (5.8)$$

เมื่อ  $B_n^a(x)$  และ  $B_n^a(y)$  คือ เจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลอันดับที่  $n$

เทคนิคหนึ่งที่น่าสนใจในการสร้างวงจร หรือประมาณค่าสัญญาณ นั่นคือการหาส่วนกลับของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล (Inverse GBP) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้เช่นเดียวกัน โดยส่วนกลับของเจเนอรัไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล แสดงดังสมการที่ (5.9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R_n^a(x) = x^n y_n^a \left( \frac{1}{x} \right) \text{ และ } R_n^a(y) = y^n B_n^a \left( \frac{1}{y} \right) \quad (5.9)$$

โดยที่  $R_n^a(x)$  คืออินเวอร์สของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลอันดับที่  $n$  ดังนั้น จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (5.9) สามารถจัดรูปสมการที่ (5.8) ให้อยู่ในรูปแบบส่วนกลับของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลได้ดังสมการที่ (5.10)

$$R_n^a(x) \cdot R_n^a(y) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \frac{(-n)_k (a+n-1)_k (xy)^{n-k}}{k! 2^k} R_k^a(x+y) \quad (5.10)$$

โดยที่  $a$  คือพารามิเตอร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล จากสมการที่ (5.10) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของอนุกรมกำลังได้ดังสมการที่ (5.11)

$$R_n(s) = \sum_{k=0}^n C_k^n \cdot \frac{(a+n-1)_k (s)^{n-k}}{2^k} \quad (5.11)$$

โดยที่  $C_k^n$  คือสัมประสิทธิ์ไบนอมียาล สัญลักษณ์การคูณ (Pochhammer Symbol)  $a_k$  ในสมการที่ (5.11) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (5.12)

$$a_k = \prod_{i=0}^k (a+i-1) \quad (5.12)$$

จากสมการที่ (5.10) กำหนดให้  $x = -y = s$  จะได้ดังสมการที่ (5.13)

$$R_n^a(x+y) = R_n^a(0) = \frac{1}{2^k} (a+k-1)_k \quad (5.13)$$

แทนค่าสมการที่ (5.13) ในสมการที่ (5.11) จะสามารถเขียนสมการเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลได้ดังสมการที่ (5.14)

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \frac{(-n)_k (a+n-1)_k (a+k-1)_k (-s^2)^{n-k}}{k! 2^{2k}} \quad (5.14)$$

แทนค่า  $a_k$  จากสมการที่ (5.12) ลงในสมการที่ (5.14) จะได้ดังสมการ  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^n C_{n-k}^k \cdot \frac{(a+2n-k-2)!(a+2n-2k-2)!}{(a+n-2)!(a+n-k-2)!2^{2(n-k)}} (-s^2)^k \quad (5.15)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สามารถเขียนผลตอบสนองของขนาดกำลังสองของสมการ  $A_n(s)$  ได้ดังสมการที่ (5.16)

$$A_n(s) = R_n(s) \cdot R_n(-s) = |R_n(s)|^2 \quad (5.16)$$

จากสมการที่ (5.16) ทำการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ และทำการแปลง  $s = j\omega$  จะได้สมการที่ (5.17)

$$A_n(s) |_{s=j\omega} = a_0^2 \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{(4n)(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)} \\ &+ \frac{1}{n} \frac{n(n-1)(a+n-3)}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)^2} \\ &\times \frac{(a+n-2)(2\omega)^4}{(a+2n-4)(a+2n-5)} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

โดยที่สัมประสิทธิ์  $a_0 = \frac{(a+2n-2)!}{(a+n-2)!}$

เปรียบเทียบกับสมการเกาส์เซียนพัลส์ในสมการที่ (5.4) จะเห็นได้ว่าสมการที่ (5.17) สามารถกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังสมการที่ (5.18)

$$a_0^2 e^{\frac{4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} = a_0^2 \left\{ \begin{aligned} &1 + \dots \\ &\frac{(4n)(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)} + \\ &\frac{1}{2} \frac{4n(a+n-2)^2 \omega^4}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

จากคุณลักษณะของสมการที่ (5.17) และสมการที่ (5.18) เมื่อนำสมการที่ (5.18) ลบด้วยสมการที่ (5.17) จะได้ ดังสมการที่ (5.19)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_0^2 e^{\frac{4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} - A_n(j\omega) = a_0^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \frac{16n(a+n-2)\omega^4}{2(a+2n-2)^2(a+2n-3)^2} \\ \frac{n(a+n-2)}{(a+2n-2)^2} - \\ \frac{(n-1)(a+n-3)^2}{(a+2n-4)(a+2n-5)} + \dots \end{array} \right\} \quad (5.19)$$

เมื่อพิจารณาทางด้านขวาของสมการที่ (5.19) เมื่อกำหนดให้  $a \geq 2$  และ  $n \geq 3$  จะสามารถประมาณค่าได้ดังสมการที่ (5.20)

$$A_n(\omega) \cong a_0^2 e^{\frac{4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} \quad (5.20)$$

ดังนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนของขนาดกำลังสองของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลในรูปแบบของวงจรรองความถี่ สามารถแสดงดังสมการที่ (5.21)

$$H_n(\omega) = \frac{A(0)}{A_n(\omega)}, \quad (5.21)$$

โดยที่  $H_n(\omega)$  คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ดังนั้นเมื่อแทนค่าสมการ (5.22) จึงประมาณค่าฟังก์ชันถ่ายโอน ได้ดังสมการที่ (5.22)

$$H_n(\omega) \cong a_0^2 e^{\frac{-4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} \quad (5.22)$$

สมการฟังก์ชันถ่ายโอนนี้ มีรูปแบบใกล้เคียงกับรูปแบบเกาส์เซียนฟังก์ชัน โดยสมการฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถเขียนรูปแบบของสมการได้ดังสมการที่ (5.23)

$$H(t) = a_0^2 e^{-\alpha t^2} \quad (5.23)$$

$$\text{โดยที่ } \alpha = \frac{4n(a+n-2)}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)},$$

โดย  $a_0$  และ  $\alpha$  เป็นเหมือนแฟกเตอร์ในการปรับรูปร่างพัลส์ และเมื่อแปลงฟูเรียร์จะได้สมการในโดเมนความถี่ดังสมการที่ (5.24)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H^n(\omega) = \frac{a_0^2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{\alpha}} \omega^n \cdot e^{\frac{-\omega^2}{4\alpha}} \quad (5.24)$$

โดยที่  $n$  คือ อันดับของอนุพันธ์ของพัลส์ และ PSD จะแสดงดังสมการที่ (5.25)

$$PSD = |H^n(\omega)|^2 = \frac{\pi |a_0^2|^2 |\omega|^{2n} \cdot e^{\frac{-\omega^2}{2\alpha}}}{|\alpha|} \quad (5.25)$$

สมการที่ (5.25) แสดงโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอคุณลักษณะของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล ซึ่งสามารถประมาณให้อยู่ในรูปแบบของเกาส์เซียนฟังก์ชัน โดยทำการจำลองเพื่อหาผลตอบสนองของพัลส์ ซึ่งจะนำเสนอในการทดลองของการประยุกต์ใช้หัวข้อนี้ โดยจะนำเสนอในบทถัดไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

# ผลการจำลองการประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล สำหรับการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในระบบ UWB

### 6.1 บทนำ

ในบทนี้นำเสนอผลการจำลองการประยุกต์ใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล เพื่อจำลองสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในสำหรับประยุกต์ใช้งานการสื่อสารแบบ UWB โดยทำการทดลองจำลองพัลส์ด้วยซอฟต์แวร์ MATLAB เพื่อจำลองพัลส์ในโดเมนเวลาของฟังก์ชันถ่ายโอนเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลดังแสดงในบทที่ผ่านมา และทำการปรับค่าพารามิเตอร์เพื่อสังเกตพฤติกรรมของพัลส์ที่ได้ และปรับค่าให้มีค่าใกล้เคียงกับแมสก์ของ FCC มากที่สุด โดยใช้ค่าประสิทธิภาพของพัลส์ และจุดที่เหมาะสมที่สุดภายในแมสก์ของ FCC เป็นตัวบ่งบอกประสิทธิภาพของพัลส์ และทำให้ค่าประสิทธิภาพของพัลส์มีค่าที่มากที่สุด รวมทั้งสัมพัทธ์จุดที่เหมาะสมที่สุดภายในแมสก์ของ FCC โดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ของอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของเกาส์เซียนพัลส์เสมือนของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล และทำการปรับค่าล่วงหน้าโดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคเพื่อให้ได้ค่าประสิทธิภาพของพัลส์ที่ดีที่สุด และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับงานวิจัยที่ผ่านมา

### 6.2 ผลการจำลองสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในระบบ UWB

ในการดำเนินงานจะทำการจำลองเกาส์เซียนพัลส์เสมือนในระบบ UWB ทั้งในโดเมนเวลาและในโดเมนความถี่ เพื่อหาค่าความหนาแน่นกำลังของสเปกตรัม หรือ PSD โดยใช้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่พิจารณาจากเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล

#### 6.2.1 การจำลองพัลส์ในโดเมนเวลา

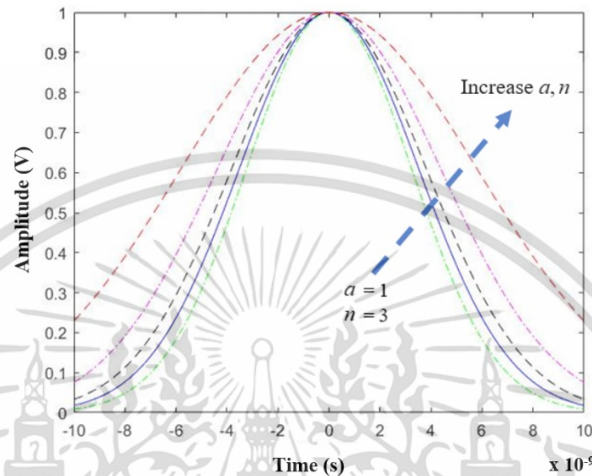
สำหรับการจำลองสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์ในโดเมนเวลานั้น ค่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่ออกแบบจากเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล กำหนดได้ดังสมการที่ (6.1)

$$H_n(\omega) \cong a_0^2 e^{\frac{-4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} \quad (6.1)$$

โดยที่  $H_n(\omega)$  คือฟังก์ชันถ่ายโอนของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล และ  $n, a, a_0$  คือพารามิเตอร์ของฟังก์ชันถ่ายโอนของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล

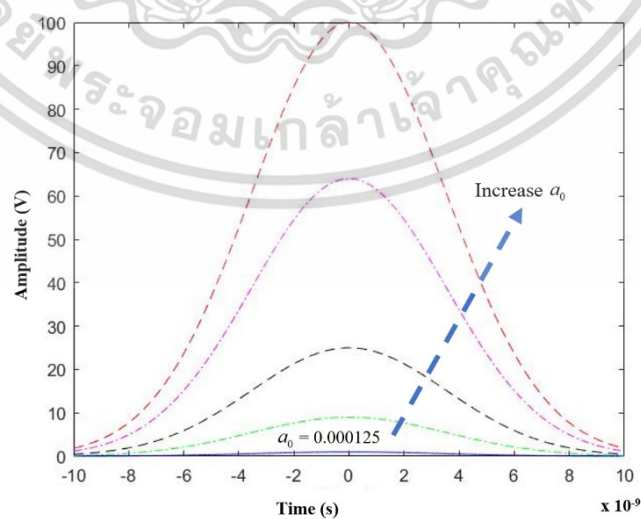
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการจำลองหาผลตอบสนองทางขนาดในโดเมนเวลา และทดลองปรับค่าพารามิเตอร์  $n$ ,  $a$ ,  $a_0$  จากนั้นสังเกตพฤติกรรมของพัลส์เมื่อปรับพารามิเตอร์ต่าง ๆ นี้ โดยอันดับแรกกำหนดให้ค่า  $a = 1$  และ  $n = 3$  และทำการปรับค่า  $a$  และ  $n$  ให้เพิ่มขึ้น และน้อยลงตามลำดับ โดยจากผลการปรับค่าพารามิเตอร์นั้น พบว่าจะได้ผลลัพธ์แนวโน้มนของพัลส์แสดงดังรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่า  $n$  และ  $a$

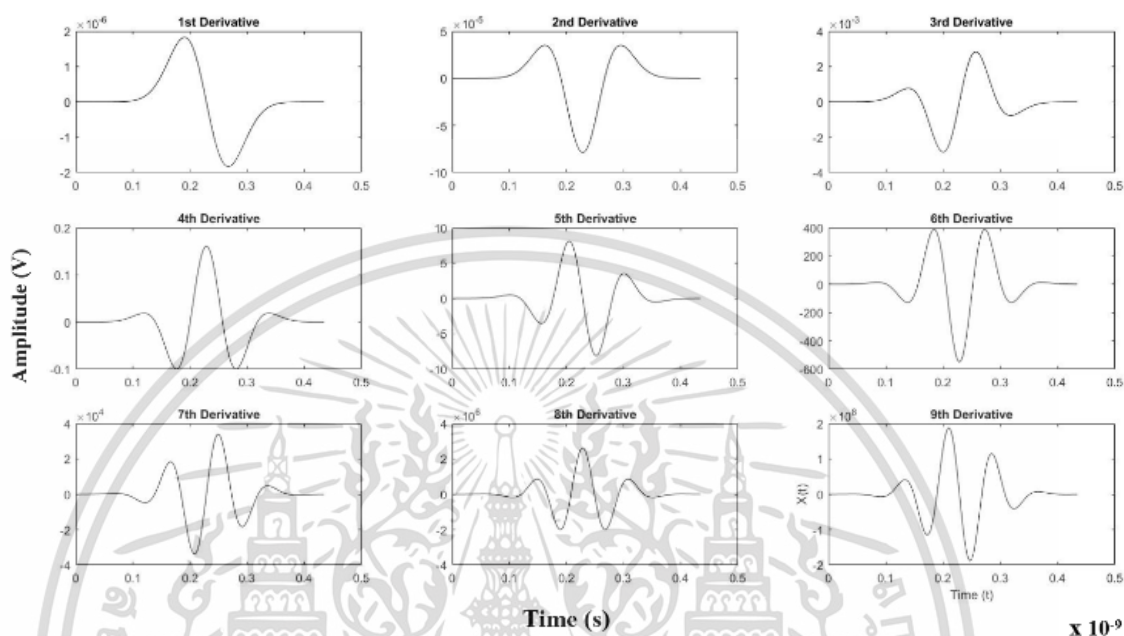
จากรูปที่ 6.1 จะเห็นได้ว่า เมื่อปรับค่าให้  $n$  และ  $a$  มีค่ามากขึ้น พบว่าแนวโน้มนของพัลส์นั้น มีค่าความกว้างของพัลส์มากขึ้น จากนั้นกำหนดให้  $n$  และ  $a$  คงที่ และทำการปรับค่าพารามิเตอร์  $a_0$  ให้เพิ่มขึ้น และน้อยลงตามลำดับ โดยจากผลการปรับค่าพารามิเตอร์นั้น พบว่าจะได้ผลลัพธ์แนวโน้มนของพัลส์แสดงดังรูปที่ 6.2



รูปที่ 6.2 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่า  $a_0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 6.2 ผลลัพธ์ที่ได้นั้น จะเห็นได้ว่าเมื่อ  $a_0$  มีค่ามากขึ้น ขนาดหรือแอมพลิจูดของพัลส์ นั้น จะมามีค่ามากขึ้นตามลำดับ จากนั้นนำสมการที่ (6.1) ไปทำการหาค่าอนุพันธ์อันดับ 1 ถึงอันดับ 9 จะได้ผลลัพธ์เป็นพัลส์รูปแบบต่าง ๆ ดังรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.3 ผลตอบสนองทางขนาดของพัลส์เมื่อปรับค่าอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ

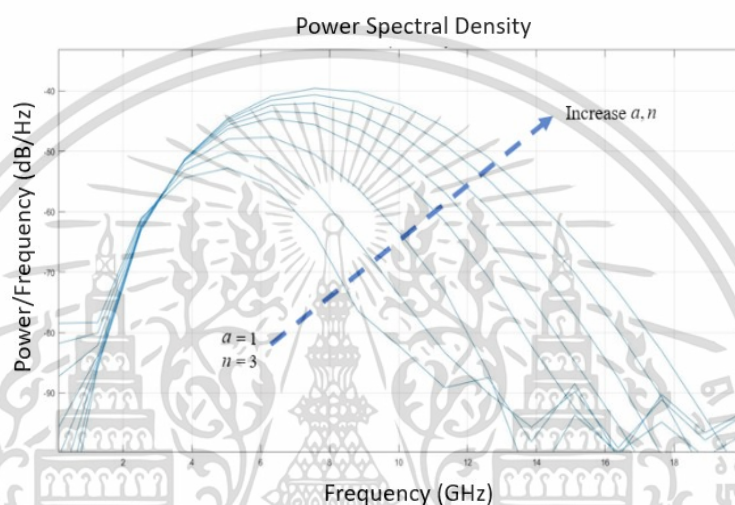
ตารางที่ 6.1 สมการของพัลส์ที่อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ

อันดับ	รูปแบบสมการของอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของพัลส์
1	$H_1(t) = -2\alpha a_0^2 t e^{-\alpha t^2}$
2	$H_2(t) = 4\alpha^2 a_0^2 t^2 e^{-\alpha t^2} - 2\alpha a_0^2 t^2 e^{-\alpha t^2}$
3	$H_3(t) = 12\alpha^2 a_0^2 t e^{-\alpha t^2} - 8\alpha^3 a_0^2 t^3 e^{-\alpha t^2}$
4	$H_4(t) = 12\alpha^2 a_0^2 e^{-\alpha t^2} - 48\alpha^3 a_0^2 t^2 e^{-\alpha t^2} + 16\alpha^4 a_0^2 t^4 e^{-\alpha t^2}$
5	$H_5(t) = 160\alpha^4 a_0^2 t^3 e^{-\alpha t^2} - 120\alpha^3 a_0^2 t e^{-\alpha t^2} - 32\alpha^5 a_0^2 t^5 e^{-\alpha t^2}$
6	$H_6(t) = 720\alpha^4 a_0^2 t^2 e^{-\alpha t^2} - 120\alpha^3 a_0^2 e^{-\alpha t^2} - 480\alpha^5 a_0^2 t^4 e^{-\alpha t^2} + 64\alpha^6 a_0^2 t^6 e^{-\alpha t^2}$
7	$H_7(t) = 1680\alpha^4 a_0^2 e^{-\alpha t^2} - 3360\alpha^5 a_0^2 t^3 e^{-\alpha t^2} - 1344\alpha^6 a_0^2 t^5 e^{-\alpha t^2} - 128\alpha^7 a_0^2 t^7 e^{-\alpha t^2}$
8	$H_8(t) = 1680\alpha^4 a_0^2 e^{-\alpha t^2} - 13440\alpha^5 a_0^2 t^2 e^{-\alpha t^2} - 13440\alpha^6 a_0^2 t^4 e^{-\alpha t^2} - 3584\alpha^7 a_0^2 t^6 e^{-\alpha t^2} - 256\alpha^8 a_0^2 t^8 e^{-\alpha t^2}$
9	$H_9(t) = 80640\alpha^6 a_0^2 t^3 e^{-\alpha t^2} - 30240\alpha^5 a_0^2 t e^{-\alpha t^2} - 48384\alpha^7 a_0^2 t^5 e^{-\alpha t^2} + 9216\alpha^8 a_0^2 t^7 e^{-\alpha t^2} - 512\alpha^9 a_0^2 t^9 e^{-\alpha t^2}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

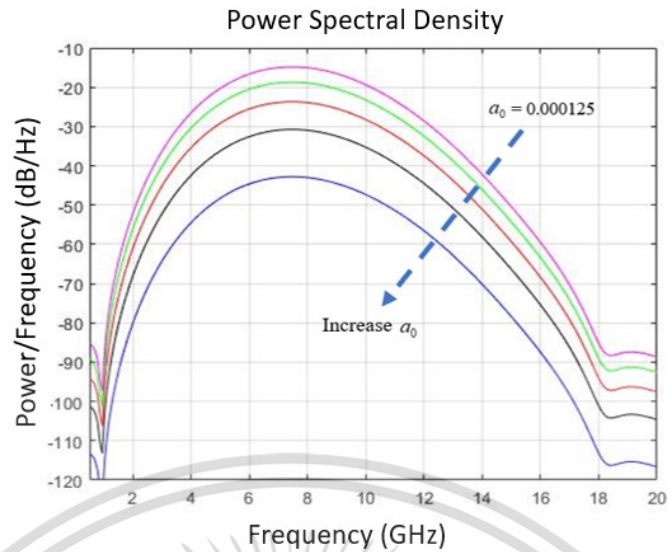
## 6.2.2 การจำลองพัลส์ในโดเมนความถี่

ในหัวข้อนี้จะนำเสนอสมการที่ (6.1) มาทำการแปลงฟูรีเยร์ จากนั้นจะได้รูปร่างกราฟซึ่งแสดงค่า PSD ของพัลส์ในโดเมนความถี่ ซึ่งการจำลองพัลส์ในโดเมนความถี่นี้มีความสำคัญเนื่องจากต้องทำการจำลองให้กราฟอยู่ในเกณฑ์ของแมสก์ของ FCC โดยเริ่มต้นจะทำการปรับค่าพารามิเตอร์  $n$  และ  $a$  ให้เพิ่มขึ้น และน้อยเพื่อสังเกตพฤติกรรมแนวโน้มของรูปร่างของพัลส์ โดยจากผลการปรับค่าพารามิเตอร์นั้น พบว่าจะได้ผลลัพธ์แนวโน้มรูปร่างของของพัลส์แสดงดังรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่า  $n$  และ  $a$

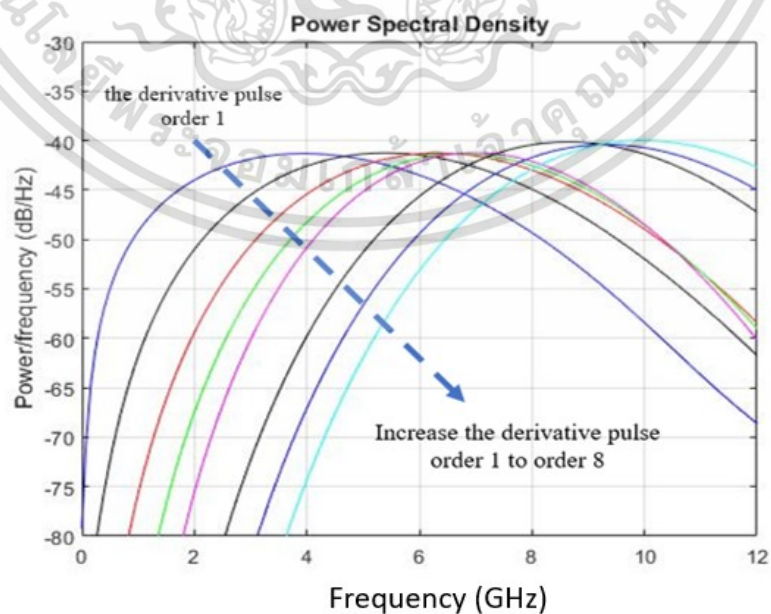
จากรูปที่ 6.4 จะเห็นได้ว่า เมื่อปรับค่า  $n$  และ  $a$  ให้มีค่าเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ ผลที่ได้คือรูปร่างของพัลส์นั้นจะมีแบนด์วิดท์ที่มีรูปร่างขยายออกไปด้านข้างมากขึ้น หรือแบนด์วิดท์มีค่ามากขึ้น จากนั้นทำการทดลองปรับค่า  $a_0$  ให้เพิ่มขึ้นและน้อยลงตามลำดับ โดยจากผลการปรับค่าพารามิเตอร์นั้น พบว่าจะได้ผลลัพธ์แนวโน้มรูปร่างของพัลส์แสดงดังรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.5 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่า  $\alpha_0$

จากรูปที่ 6.5 จะได้ว่า เมื่อทำการปรับค่าพารามิเตอร์  $\alpha_0$  รูปร่างของพัลส์หรือค่า PSD จะมีขนาดที่น้อยลง พารามิเตอร์นี้จึงใช้ในการปรับขนาดของสเปกตรัม หรือการเลื่อนขึ้น เลื่อนลงของพัลส์

ขั้นตอนต่อไป จากสมการที่ (6.1) ที่ได้มาทำการหาอนุพันธ์อันดับ 1 ถึงอันดับ 9 ดังรูปที่ 6.3 จากอนุพันธ์ต่าง ๆ นี้ทำการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ และนำพัลส์ที่ได้ทำการหาอนุพันธ์แต่ละอันดับมาทำการแปลงฟูเรียร์ให้อยู่ในโดเมนความถี่ เพื่อหาค่า PSD และทำการปรับค่าพารามิเตอร์เพื่ออนุกรมลอไรซ์ค่าพัลส์ให้ค่า PSD นั้นมีค่ามากที่สุดของแมสก์สเปกตรัมของ FCC หรือมีค่าเท่ากับค่า -41.3 dB โดยจะได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.6 ค่า PSD ของพัลส์เมื่อปรับค่าอนุพันธ์ลำดับต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

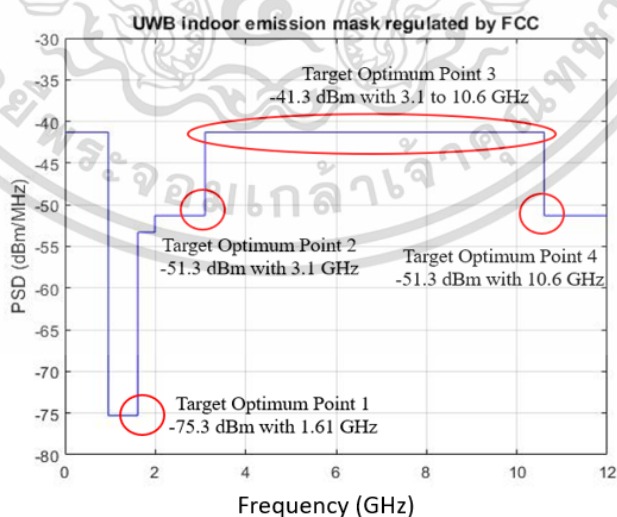
จากรูปที่ 6.6 จะแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของรูปร่างของพัลส์หรือค่า PSD ของอนุพันธ์อันดับที่ต่างกัน โดยจะเห็นได้ว่าพัลส์จะมีแบนด์วิดท์มากขึ้นตามอันดับของอนุพันธ์ที่เพิ่มมากขึ้น ในขั้นตอนต่อไปนั้น จะเป็นการหาค่าพารามิเตอร์เพื่อให้พัลส์ที่ทำการจำลองนั้นมีค่าเหมาะสมกับแมสก์ของ FCC มากที่สุด

### 6.2.3 การจำลองหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด

ในขั้นตอนต่อไป ทำการหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการประมาณค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่จะมีค่าเหมาะสมกับสเปกตรัมแมสก์ของ FCC มากที่สุด โดยในการทดลองจะกำหนดให้ค่า  $n = 3$  เนื่องจากพารามิเตอร์  $n$  คืออันดับของ GBP ซึ่งในที่นี้จะสามารถปรับค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $a_0$  เพื่อหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด โดยบริเวณจุดที่เหมาะสมที่สุดที่เป็นเป้าหมายในการหาค่าพัลส์จะแสดงดังตารางที่ 6.2 และ รูปที่ 6.7

ตารางที่ 6.2 จุดที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC

จุดที่เหมาะสมที่สุด	PSD (dB/Hz)	Frequency (GHz)
1	-75.3	1.61
2	-51.3	3.1
3	-41.3	3.1 to 10.6
4	-51.3	10.6



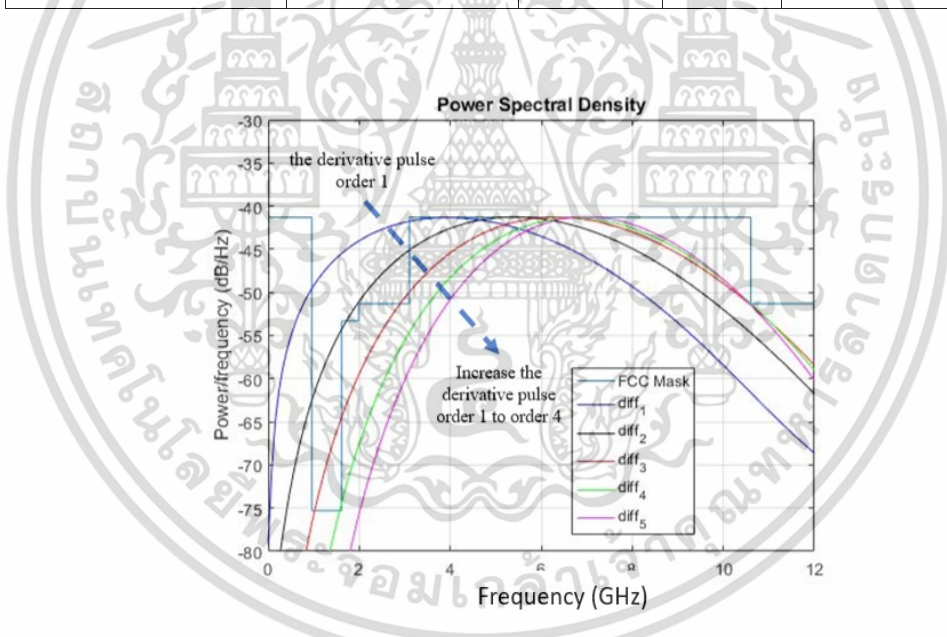
รูปที่ 6.7 จุดที่เหมาะสมที่สุดของแมสก์ FCC ที่ต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้น ทำการทดลองปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ พัลส์ที่ทำการจำลอง โดยใช้ PSD ที่ทำการนอร์มัลไลซ์แล้วของพัลส์อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ หรือจากรูปที่ 6.6 เปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC ในรูปที่ 6.7 เพื่อสังเกตว่าพัลส์มีความเหมาะสมกับจุดที่เหมาะสมที่สุดจุดต่าง ๆ หรือไม่ โดยแสดงผลพัลส์ดังตารางที่ 6.3 และรูปร่างของพัลส์หรือค่า PSD ดังรูปที่ 6.8

ตารางที่ 6.3 ผลของการปรับพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC

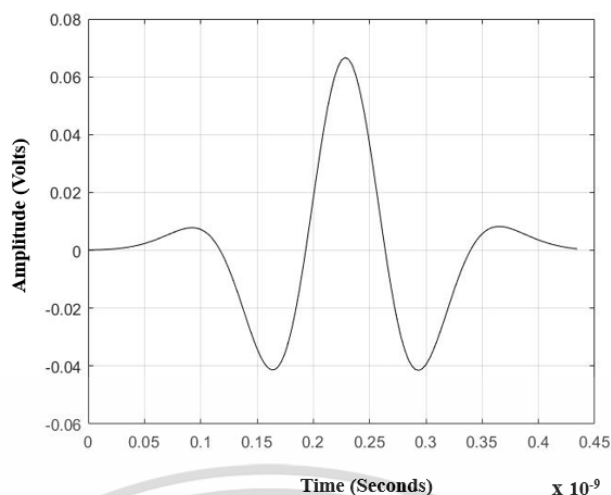
อันดับอนุพันธ์ของพัลส์	ความถี่ที่สูงที่สุด (GHz)	ค่าพารามิเตอร์		จุดที่เหมาะสมที่สุด
		$a_0$	$a$	
1	3.986	0.1315	1.00	3
2	5.519	0.0245	1.20	3
3	6.331	0.00416	1.65	3,4
4	7.011	0.000713	2.45	1,3,4
5	7.035	0.000125	3.20	3,4



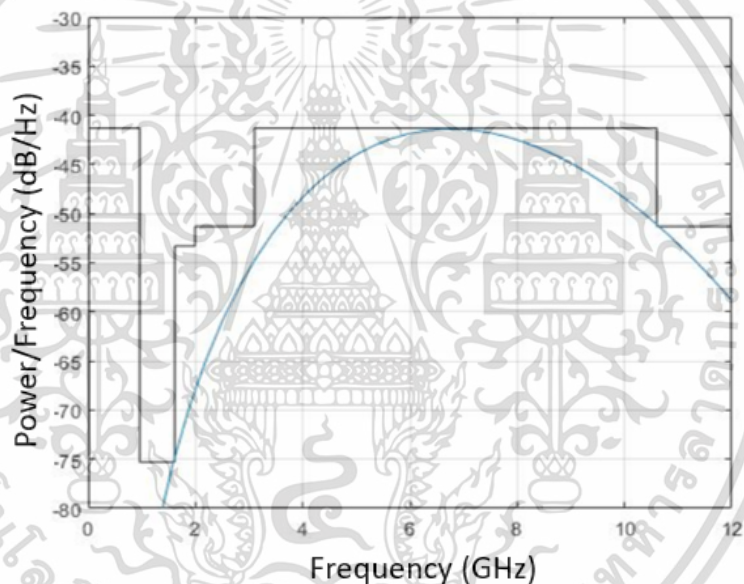
รูปที่ 6.8 ค่า PSD ของการหาอนุพันธ์ลำดับต่าง ๆ ในแมสก์ของ FCC

จากตารางที่ 6.3 และรูปที่ 6.8 จะเห็นได้ว่า ค่าอนุพันธ์ของพัลส์ที่ทำการออกแบบด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลและทำการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ จะมีค่าเหมาะสมที่สัมพันธ์กับจุดที่เหมาะสมที่สุดที่อนุพันธ์อันดับ 4 โดยสัมพันธ์ที่จุด -75.3 ที่ความถี่ 1.61 GHz และที่ -41.3 dB ที่ความถี่ 3.1 ถึง 10.6 GHz และที่ -51.3 dB ที่ความถี่ 10.6 GHz. โดยพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดที่อนุพันธ์อันดับ 4 รูปร่างพัลส์ในโดเมนเวลา จะแสดงดังรูปที่ 6.9 และสเปกตรัมกำลังเมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC แสดงดังรูปที่ 6.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.9 ค่าพัลส์ในโดเมนเวลาที่เหมาะสมที่สุด



รูปที่ 6.10 ค่า PSD ของพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด

อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของสเปกตรัมหาได้จากค่าประสิทธิภาพกำลังสัญญาณที่ถูกลดอัตรา  $\varphi$  (Normalized effective signal power : NESP) ซึ่งหาได้จากสมการ

$$\varphi = \frac{\int_{F_p} |P(f)|^2 df}{\int_{F_p} S(f) df} \times 100\% \quad (6.2)$$

$S(f)$  คือ แมสก์สเปกตรัมของ FCC และ  $F_p$  คือ ย่านความถี่ที่พิจารณาคือ 3.1 – 10.1 GHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$P(f)$  คือ สเปกตรัมกำลังของของพัลส์ที่ออกแบบ

และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดยกกำลังสอง (Mean Squared Error :MSE) หาได้ดังสมการ

$$MSE = (S(f) - |P(f)|)^2 \quad (6.3)$$

พารามิเตอร์เหล่านี้ จะใช้สำหรับตรวจสอบว่าพัลส์นั้นมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด เพื่อพิจารณา ร่วมกับจุดที่เหมาะสมที่สุดของแมสก์ FCC อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่าจุดที่เหมาะสมที่สุดในจุดที่สอง นั้น ค่าพัลส์ที่ทำการจำลองยังไม่ใกล้เคียงกับแมสก์ของ FCC จึงต้องมีวิธีการในการปรับค่าพัลส์เพื่อให้ได้ค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดต่อไป ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้เทคนิคการรวมพัลส์และหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยอัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

### 6.3 การหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด

จากหัวข้อที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่าพัลส์นั้นไม่มีค่าที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากในจุดที่เหมาะสมที่สุดจุดที่สอง หรือที่ความถี่ 3.1 GHz ที่ค่า PSD 51.3 dB/Hz จึงต้องมีวิธีการที่ทำให้พัลส์นั้นมีความเหมาะสมที่สุดจากการศึกษาใน [47-48],[60] พบว่าการรวมพัลส์เข้าด้วยกันจากพัลส์อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ จะทำให้รูปร่างของพัลส์เปลี่ยนแปลงไปได้ อย่างไรก็ตาม การรวมพัลส์นั้นเป็นการรวมในโดเมนความถี่ ทำให้ไม่ทราบรูปร่างที่แท้จริงของพัลส์ในโดเมนเวลา อีกทั้งการแปลงพัลส์จากโดเมนความถี่ไปยังโดเมนเวลาจากการรวมกันนั้น ก็สามารถทำได้ยากอย่างยิ่ง โดยในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธีการรวมพัลส์อนุพันธ์ในโดเมนเวลาที่ออกแบบสร้างพัลส์ที่รวมกันจากอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ โดยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล และหาค่าที่เหมาะสมที่สุดภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ และการปรับค่าถ่วงน้ำหนักโดยใช้ อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

#### 6.3.1 วิธีในการปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดแบบแมนวล

ในหัวข้อนี้ กล่าวถึงการปรับค่าพารามิเตอร์ของพัลส์แบบแมนวล (Manual) หรืออาจเรียกว่าการปรับค่าแบบลองผิดลองถูก (Trial and Error) ซึ่งการปรับค่าแบบแมนวลนี้ ต้องทำเป็นอันดับแรกเพื่อให้ได้ค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดในเบื้องต้น วิธีที่น่าเสนอคือการใช้เทคนิคการรวมพัลส์ การประมาณค่าสมการฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับจำลองในโดเมนเวลา ค่าฟังก์ชันถ่ายโอนจากเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนั้นแสดงดังสมการที่ (6.4)

$$H_n(\omega) \cong a_0^2 e^{\frac{-4n(a+n-2)\omega^2}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}} \quad (6.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้  $\alpha = \frac{4n(a+n-2)}{(a+2n-2)^2(a+2n-3)}$  จะสามารถจัดรูปแบบสมการได้ดังสมการที่ (6.5)

$$H(t) = a_0^2 e^{-at^2}, \quad (6.5)$$

จากสมการที่ (6.5) หาค่าอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของฟังก์ชัน แสดงดังสมการที่ (6.6) และตารางที่ 6.4

$$H_n(t) = \frac{d^n H(t)}{dt^n} = \frac{d^n (a_0^2 e^{-at^2})}{dt^n}, \quad (6.6)$$

ตารางที่ 6.4 สมการของฟังก์ชันที่อนุพันธ์อันดับใด ๆ

อันดับอนุพันธ์	รูปสมการของฟังก์ชัน UWB ที่ออกแบบโดยเจเนอรัลไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลที่อนุพันธ์อันดับใด ๆ
1	$H_1(t) = -2\alpha a_0^2 t e^{-at^2}$
2	$H_2(t) = 4\alpha^2 a_0^2 t^2 e^{-at^2} - 2\alpha a_0^2 t^2 e^{-at^2}$
3	$H_3(t) = 12\alpha^2 a_0^2 t e^{-at^2} - 8\alpha^3 a_0^2 t^3 e^{-at^2}$
4	$H_4(t) = 12\alpha^2 a_0^2 e^{-at^2} - 48\alpha^3 a_0^2 t^2 e^{-at^2} + 16\alpha^4 a_0^2 t^4 e^{-at^2}$
5	$H_5(t) = 160\alpha^4 a_0^2 t^3 e^{-at^2} - 120\alpha^3 a_0^2 t e^{-at^2} - 32\alpha^5 a_0^2 t^5 e^{-at^2}$
6	$H_6(t) = 720\alpha^4 a_0^2 t^2 e^{-at^2} - 120\alpha^3 a_0^2 e^{-at^2} - 480\alpha^5 a_0^2 t^4 e^{-at^2} + 64\alpha^6 a_0^2 t^6 e^{-at^2}$
7	$H_7(t) = 1680\alpha^4 a_0^2 e^{-at^2} - 3360\alpha^5 a_0^2 t^3 e^{-at^2} - 1344\alpha^6 a_0^2 t^5 e^{-at^2} - 128\alpha^7 a_0^2 t^7 e^{-at^2}$
8	$H_8(t) = 1680\alpha^4 a_0^2 e^{-at^2} - 13440\alpha^5 a_0^2 t^2 e^{-at^2} - 13440\alpha^6 a_0^2 t^4 e^{-at^2} - 3584\alpha^7 a_0^2 t^6 e^{-at^2} - 256\alpha^8 a_0^2 t^8 e^{-at^2}$
9	$H_9(t) = 80640\alpha^6 a_0^2 t^3 e^{-at^2} - 30240\alpha^5 a_0^2 t e^{-at^2} - 48384\alpha^7 a_0^2 t^5 e^{-at^2} + 9216\alpha^8 a_0^2 t^7 e^{-at^2} - 512\alpha^9 a_0^2 t^9 e^{-at^2}$
10	$H_{10}(t) = 302400\alpha^6 a_0^2 t^2 e^{-at^2} - 30240\alpha^5 a_0^2 e^{-at^2} - 403200\alpha^7 a_0^2 t^4 e^{-at^2} + 161280\alpha^8 a_0^2 t^6 e^{-at^2} - 23040\alpha^9 a_0^2 t^8 e^{-at^2} + 1024\alpha^{10} a_0^2 t^{10} e^{-at^2}$
11	$H_{11}(t) = 665280\alpha^6 a_0^2 t e^{-at^2} - 2217600\alpha^7 a_0^2 t^3 e^{-at^2} - 1774080\alpha^8 a_0^2 t^5 e^{-at^2} + 506880\alpha^9 a_0^2 t^7 e^{-at^2} - 56320\alpha^{10} a_0^2 t^9 e^{-at^2} + 2048\alpha^{10} a_0^2 t^{11} e^{-at^2}$
12	$H_{12}(t) = 665280\alpha^6 a_0^2 e^{-at^2} - 7983360\alpha^7 a_0^2 t^2 e^{-at^2} - 13305600\alpha^8 a_0^2 t^4 e^{-at^2} + 7096320\alpha^9 a_0^2 t^6 e^{-at^2} - 1520640\alpha^{10} a_0^2 t^8 e^{-at^2} - 135168\alpha^{11} a_0^2 t^{10} e^{-at^2} + 4096\alpha^{12} a_0^2 t^{12} e^{-at^2}$

จากสมการที่ (6.6) ทำการแปลงฟูเรียร์ จะได้สมการของฟังก์ชันในโดเมนความถี่ดังสมการที่ (6.7)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H^n(\omega) = \frac{a_0^2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{\alpha}} \omega^n \cdot e^{\frac{-\omega^2}{4\alpha}} \quad (6.7)$$

และค่ากำลังของสเปกตรัมหรือค่า PSD แสดงดังสมการที่ (6.8)

$$PSD = U_n = |H^n(\omega)|^2 = \frac{\pi |a_0^2|^2 |\omega|^{2n} \cdot e^{\frac{-\omega^2}{2\alpha}}}{|\alpha|} \quad (6.8)$$

ขั้นตอนต่อมาทำการจัดค่าพารามิเตอร์โดยเลือกพัลส์ที่มีอันดับของอนุพันธ์เป็นคู่และพัลส์ที่มีอันดับอนุพันธ์เป็นเลขคี่ โดยจัดกลุ่มให้เป็นเวกเตอร์ของฟังก์ชันถ่ายโอนของพัลส์โดยจะได้สมการที่ (6.9) และสมการที่ (6.10) ตามลำดับ

$$H_{even} = [H_2(t), H_4(t), H_6(t), H_8(t), H_{10}(t), H_{12}(t)] \quad (6.9)$$

$$H_{odd} = [H_1(t), H_3(t), H_5(t), H_7(t), H_9(t), H_{11}(t)] \quad (6.10)$$

และค่าเวกเตอร์ถ่วงน้ำหนักของพัลส์อันดับของอนุพันธ์เป็นเลขคู่ และเป็นเลขคี่ ดังสมการที่ (6.11) และสมการที่ (6.12) ตามลำดับ

$$w_{even} = [w_2, w_4, w_6, w_8, w_{10}, w_{12}]^T \quad (6.11)$$

$$w_{odd} = [w_1, w_3, w_5, w_7, w_9, w_{11}]^T \quad (6.12)$$

ดังนั้น เมื่อนำเวกเตอร์ค่าพัลส์มาคูณกับเวกเตอร์ถ่วงน้ำหนัก ทั้งอันดับอนุพันธ์เลขคู่ และเลขคี่จะได้พัลส์ที่รวมแบบคู่  $P_{even}$  ดังสมการสมการที่ (6.13) และ (6.14) และได้พัลส์ที่รวมแบบคี่  $P_{odd}$  ดังสมการที่ (6.15) และ (6.16) ตามลำดับ

$$P_{even} = [H_{even} w_{even}^T]^* w_a \quad (6.13)$$

$$P_{even} = (w_2 H_2(t) + w_4 H_4(t) + w_6 H_6(t) + w_8 H_8(t) + w_{10} H_{10}(t) + w_{12} H_{12}(t))^* w_a \quad (6.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{odd} = [H_{odd} w_{odd}^T] * w_a \quad (6.15)$$

$$P_{odd} = (w_1 H_1(t) + w_3 H_3(t) + w_5 H_5(t) + w_7 H_7(t) + w_9 H_9(t) + w_{11} H_{11}(t)) * w_a \quad (6.16)$$

โดยที่  $w_a$  คือ พารามิเตอร์เสริม สำหรับการปรับค่าแอมพลิจูดหรือขนาดของพัลส์ ต่อไปจะทำการหาพารามิเตอร์  $w_{even}$  สำหรับพัลส์คู่ และ  $w_{odd}$  สำหรับพัลส์คี่ที่เหมาะสมในการประมาณค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่จะมีค่าเข้าใกล้สเปกตรัมแมสก์ FCC มากที่สุด โดยในการทดลองจะกำหนดให้ค่า  $n = 3$  เนื่องจากพารามิเตอร์  $n$  คืออันดับของ GBP ซึ่งในที่นี้จะสามารถปรับค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $a_0$  เพื่อหาพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด โดยบริเวณจุดที่เหมาะสมที่สุดที่เป็นเป้าหมายในการหาค่าพัลส์แสดงดังตารางที่ 6.5 ซึ่งการสัมพันธ์เข้าใกล้จุดที่เหมาะสมที่สุดนั้น เป็นเงื่อนไขของการวิธีการปรับพัลส์นี้

ตารางที่ 6.5 จุดที่เหมาะสมที่สุดของสเปกตรัมแมสก์ FCC

จุดที่เหมาะสมที่สุด	PSD (dBm/Hz)	Frequency (GHz)
1	-75.3	1.61
2	-51.3	3.1
3	-41.3	3.1 to 10.6
4	-51.3	10.6

จากการปรับค่าพารามิเตอร์ให้ได้ค่าการรวมพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด และสัมพันธ์เข้าใกล้จุดที่เหมาะสมที่สุดตามค่าในตารางที่ 6.5 ได้ผลลัพธ์ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ สำหรับการรวมพัลส์คู่ดังตารางที่ 6.6 และการรวมพัลส์คี่ดังตารางที่ 6.7

ตารางที่ 6.6 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่  $P_{even}$

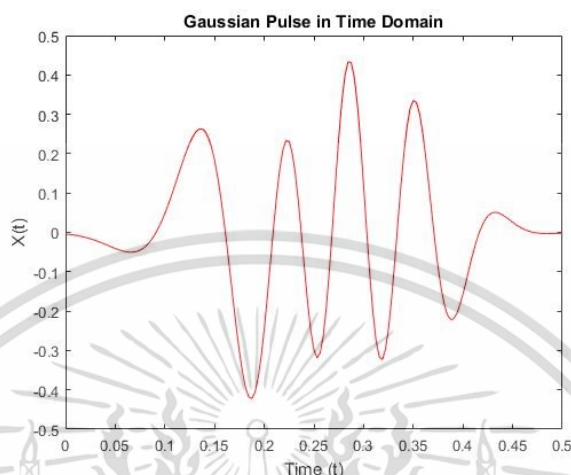
	$w_2$	$w_4$	$w_6$	$w_8$	$w_{10}$	$w_{12}$	$w_a$
$H_{even}$	-17	-290	85	-275.2	-3.5	3.5	0.00034

ตารางที่ 6.7 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คี่  $P_{odd}$

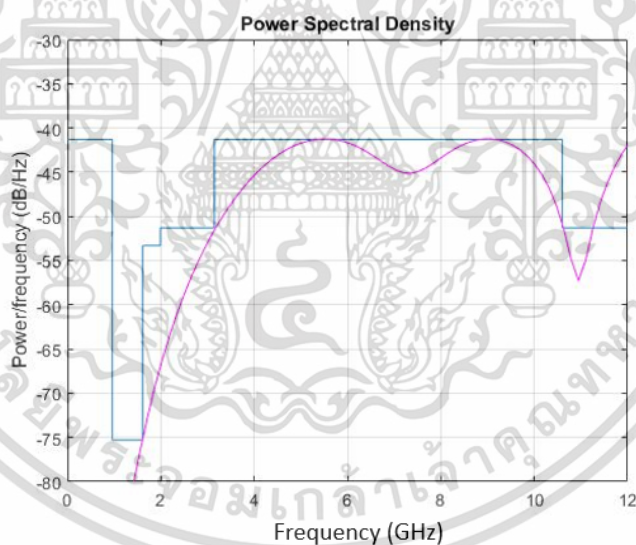
	$w_1$	$w_3$	$w_5$	$w_7$	$w_9$	$w_{11}$	$w_a$
$H_{odd}$	-39.5008	-400.2390	1250.5455	-185.8138	-30.5268	3.1245	0.00083

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการรวมพัลส์คู่นั้น จะได้ผลลัพธ์ของพัลส์ในโดเมนเวลาดังรูปที่ 6.11 และค่า PSD เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC ดังรูปที่ 6.12 และการรวมพัลส์คู่ จะได้ผลลัพธ์ในโดเมนเวลาดังรูปที่ 6.13 และค่า PSD เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC ดังรูปที่ 6.13

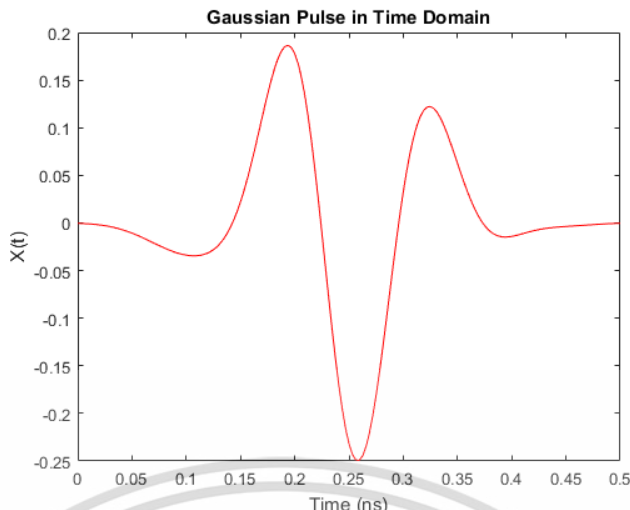


รูปที่ 6.11 พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คู่

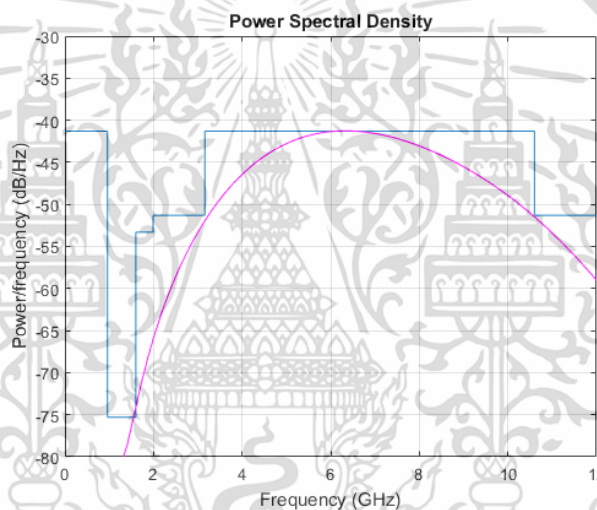


รูปที่ 6.12 PSD ของการรวมพัลส์คู่ เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.13 พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดของการรวมพัลส์คือ



รูปที่ 6.14 PSD ของการรวมพัลส์คือ เมื่อเปรียบเทียบกับแมสก์ของ FCC

ตารางที่ 6.8 ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัม และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE)

พัลส์	ประสิทธิภาพสเปกตรัม (%)	ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE)
$H_{odd}$	85.35	1.7562e-04
$H_{even}$	81.25	1.2654e-04

จากผลการจำลองโดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ ทั้งแบบพัลส์คู่และพัลส์คี่นั้น จะเห็นได้ว่าพัลส์นั้นมีค่าที่ใกล้เคียงกับจุดที่เหมาะสมที่สุดของแมสก์ของ FCC อย่างไรก็ตาม ประสิทธิภาพของสเปกตรัมและอัตราการผิดพลาดนั้น อาจยังมีค่าที่สูงอยู่ ดังนั้นการใช้เทคนิคการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อให้ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัมและค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยที่สุด จะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 6.3.2 การปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ร่วมกับอัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค

จากหัวข้อ 6.3.1 เป็นการปรับค่าพัลส์ในเบื้องต้น ให้พัลส์นั้นสามารถสัมผัสผัดสุดที่เหมาะสมที่สุดได้ อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่าค่าประสิทธิภาพสเปกตรัมของพัลส์นั้นยังมีค่าที่ไม่เหมาะสมที่สุด ซึ่งการปรับพารามิเตอร์อาจทำให้ค่าพัลส์นั้นครอบคลุมกับแมสก์ของ FCC มากที่สุดได้ หรือมีค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัมที่มากขึ้นกว่าเดิม ดังนั้นต้องใช้วิธีการที่ทำให้ประสิทธิภาพของสเปกตรัมนั้นมีค่ามากขึ้น โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้อัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาค ซึ่งเป็นการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดประยุกต์ใช้กับการออกแบบพัลส์เช่นเดียวกับการออกแบบสัญญาณเรโซโคไซน์พัลส์ในบทที่ 4 เพื่อปรับค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก เพื่อให้พัลส์นั้นมีค่าเหมาะสมที่สุดและมีค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัม  $\varphi$  ที่มากที่สุด มีฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังนี้

$$\text{Maximize } \varphi = \int_{F_p} P(f) df \quad (6.17)$$

$$P(f) = |H_{\text{even}} W_{\text{even}} T|^2 \quad (6.18)$$

$$\varphi = \int_{F_p} P(f) df \quad (6.19)$$

โดยที่  $P(f) \leq S(f)$  สำหรับทุกค่า  $f$  ที่อยู่ในช่วง 3.1 GHz - 10.1 GHz

$$\text{Max } \varphi ; \varphi = \int_{F_p} P(f) df \quad (6.20)$$

$$\text{Subject to } P(f) \leq S(f) \quad (6.21)$$

ในการทดลองการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วยอัลกอริทึมแบบกลุ่มอนุภาคนั้น การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในที่นี้จะทำการหาค่าพารามิเตอร์  $w$  ทั้งในส่วนของพัลส์คู่ และพัลส์คี่ เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์สำหรับพัลส์ที่ใกล้เคียงกับแมสก์ของ FCC มากที่สุด คือ ให้มีประสิทธิภาพของพัลส์มากที่สุด และมีค่าเฉลี่ยการผิดพลาดน้อยที่สุดจากแมสก์ของ FCC โดยมีได้เทียบการทำงานดังนี้

#### อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

##### Generate Initial Solution

Setting  $w$  As initial velocity

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Settign Iteration and Particle

Objective Function = min(Error) and max(Effective Spectrum)

**Do**

Find Pbest of  $w$

Find Gbest of  $w$

Calculate Velocity

Update position of  $w$  by using velocity

**If** error and effective spectrum < maximum possible value

Update Pbest of  $w$

Maximum possible value = effective spectrum

**End**

Gbest = min(Maximum Possible Value) and max(Effective Spectrum)

Updating Velocity for all particles

**Repeat Until** completed of all iteration and particles

**Show Gbest of  $w$**

จากนั้น ทำการจำลองปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ร่วมกับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคทั้งแบบการรวมพัลส์คู่และพัลส์เดี่ยว โดยทำการทดลองโดยให้มีค่าวนรอบ (Iteration) ที่แตกต่างกัน และจำนวนอนุภาคที่ใช้ในการทดลองแตกต่างกันโดย ผลการจำลองจะแสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ได้ดังตารางที่ 6.9 สำหรับพัลส์คู่ และตารางที่ 6.10 สำหรับพัลส์เดี่ยว

**ตารางที่ 6.9** ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO สำหรับพัลส์คู่

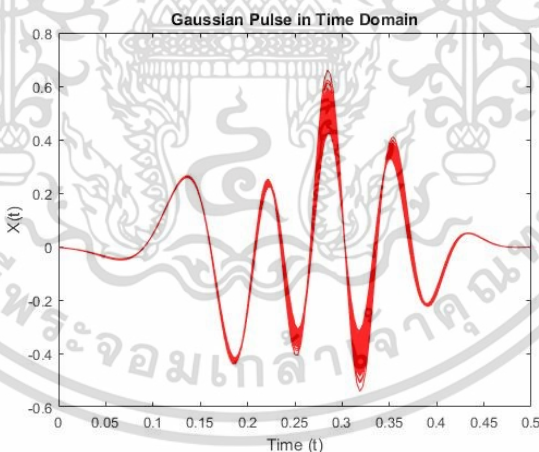
Iteration	Swarm	$\varphi$ (%)	$w_2$	$w_4$	$w_6$	$w_8$	$w_{10}$	$w_{12}$	$w_a$
20	10	86.6595	-17.2141	-290.4214	85.0154	-275.2012	-3.5120	3.5015	0.0036
50	50	89.1987	-8.7291	-286.8842	29.1781	-273.7383	-6.880	3.5310	0.0039
50	30	88.8152	-0.5714	9084.3	-279.6420	-528.2987	4.4028	-130.6577	-0.00014
100	50	87.5007	-12.3921	-254.6948	35.6058	-227.1254	-3.2174	2.7069	0.0038
200	50	89.3011	-7.5905	-188.1532	24.1219	-134.0510	0.3010	3.227	0.0057

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.10 ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO สำหรับพัลส์คู่

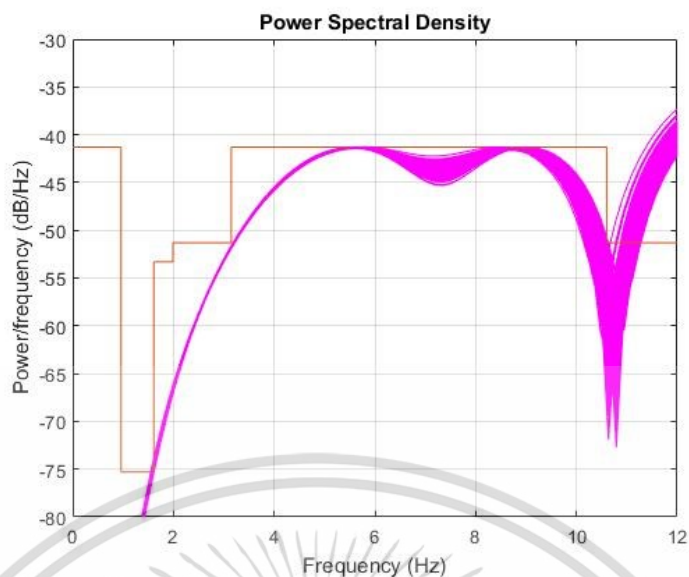
Iteration	Swarm	$\varphi$	$w_1$	$w_3$	$w_5$	$w_7$	$w_9$	$w_{11}$	$w_a$
30	30	82.8565	7412.50	-400.2390	1250.5455	-185.8138	-30.5268	3.1245	0.00083
50	30	87.9341	-43.3949	-408.7014	14365.01	-145.1426	-24.8146	7.8872	0.00070
100	30	84.2120	-39.5008	-400.2390	1250.5455	-185.8138	-30.5268	3.1245	0.00083
100	50	88.8152	-76.3949	-768.7014	3026.0001	-3185.1426	-420.5146	600.8872	0.00039
200	50	89.1537	-106.9409	-916.5382	3187.4011	-3851.0000	-710.3535	-801.168	0.00033

จากผลการทดลองในตารางที่ 6.9 และตารางที่ 6.10 จะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับค่าโดยใช้อนุภาคมากขึ้นและเพิ่มรอบของการทำงานขึ้น จะทำให้การสุ่มปรับค่าพารามิเตอร์ของอัลกอริทึมที่มีการสุ่มมากขึ้น และทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดมากขึ้น คือมีค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัมที่มากขึ้น ทำให้ค่า PSD ที่ได้มีค่าเข้าใกล้จุดที่เหมาะสมที่สุดและแมสก์ของ FCC มากที่สุด โดยจากผลการทดลอง จะแสดงผลค่ารูปร่างพัลส์ในโดเมนเวลา และสเปกตรัมกำลังเมื่อเทียบกับแมสก์ FCC ของพัลส์คู่ดังรูปที่ 6.15 และรูปที่ 6.16 โดยรูปที่ 6.15 จะแสดงการปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคเมื่อปรับค่าพัลส์ให้มีขนาดต่าง ๆ ตามค่าพารามิเตอร์ที่ทำการปรับค่า รวมถึงรูปร่างของพัลส์ในสเปกตรัมแมสก์ของ FCC ซึ่งแสดงค่า PSD ของพัลส์โดยแสดงการปรับค่าดังรูปที่ 6.16



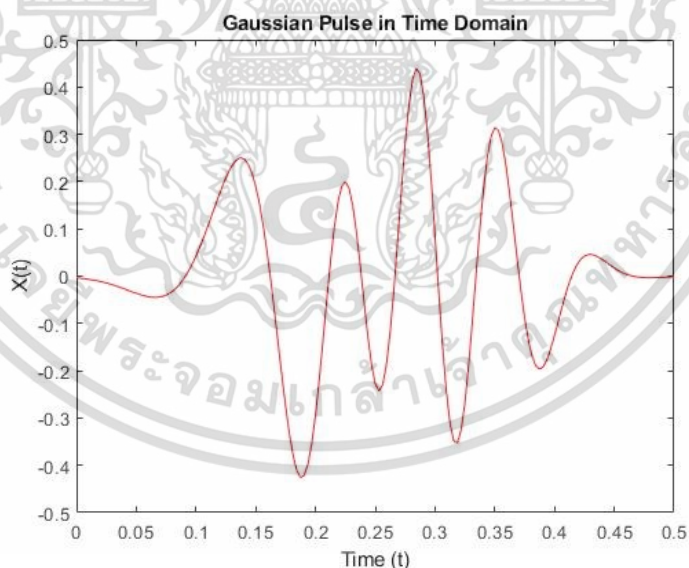
รูปที่ 6.15 การปรับค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนเวลาของพัลส์คู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



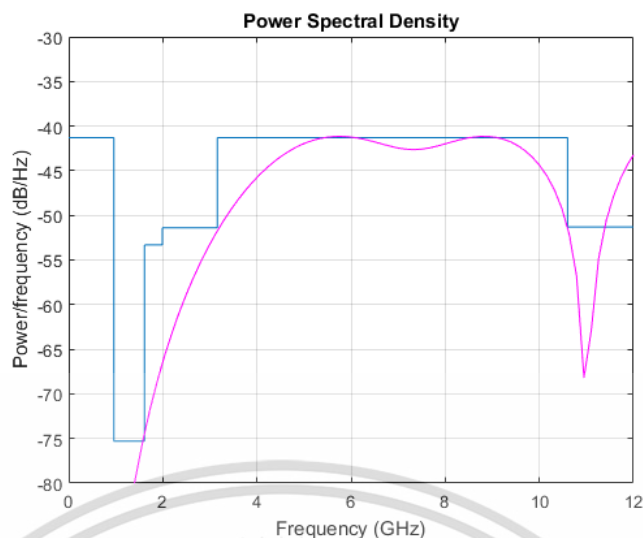
รูปที่ 6.16 การปรับค่า PSD ของ พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนความถี่ของพัลส์คู่

จากผลการปรับค่าพารามิเตอร์ของพัลส์คู่ตามตารางที่ 6.9 จะเห็นได้ว่าที่วนรอบ 200 และอนุภาคจำนวน 50 อนุภาค จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพของสเปกตรัมมากที่สุด โดยรูปร่างของพัลส์จะแสดงดังรูปที่ 6.17 และรูปร่างของ PSD ที่เหมาะสมที่สุดเมื่อเทียบกับแมสก์ของ FCC แสดงดังรูปที่ 6.18



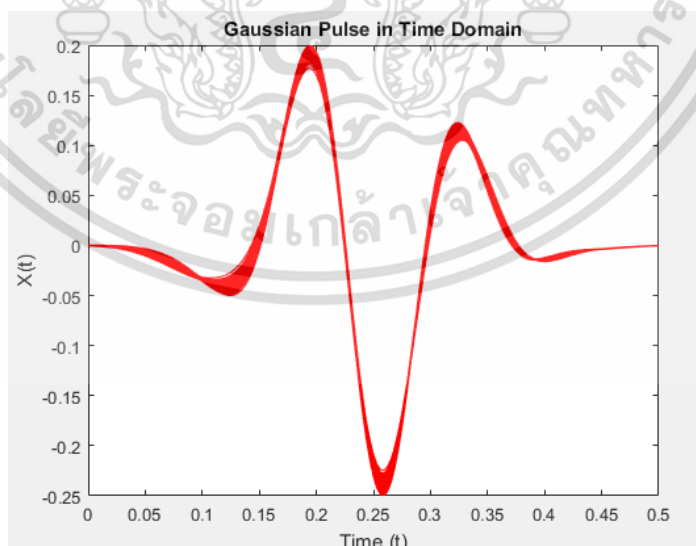
รูปที่ 6.17 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.18 PSD ของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด

เช่นเดียวกันกับในพัลส์คู่ในตารางที่ 6.10 เมื่อทำการปรับค่าพารามิเตอร์ตามวนรอบการค้นหา และจำนวนอนุภาคที่ใช้ในการค้นหา จะมีผลต่อประสิทธิภาพของสเปกตรัม โดยรูปร่างพัลส์ในโดเมนเวลา และสเปกตรัมกำลังเมื่อเทียบกับแมสก์ FCC ของพัลส์คู่เมื่อทำการปรับค่าเพื่อค้นหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดจะแสดงดังรูปที่ 6.19 และรูปที่ 6.20 โดยรูปที่ 6.19 จะแสดงการปรับค่าพัลส์คู่ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคเมื่อปรับค่าพัลส์ให้มีขนาดต่าง ๆ ตามค่าพารามิเตอร์ที่ทำการปรับค่า รวมถึงรูปร่างของพัลส์ในสเปกตรัมแมสก์ของ FCC ซึ่งแสดงค่า PSD ของพัลส์โดยแสดงการปรับค่าดังรูปที่ 6.20



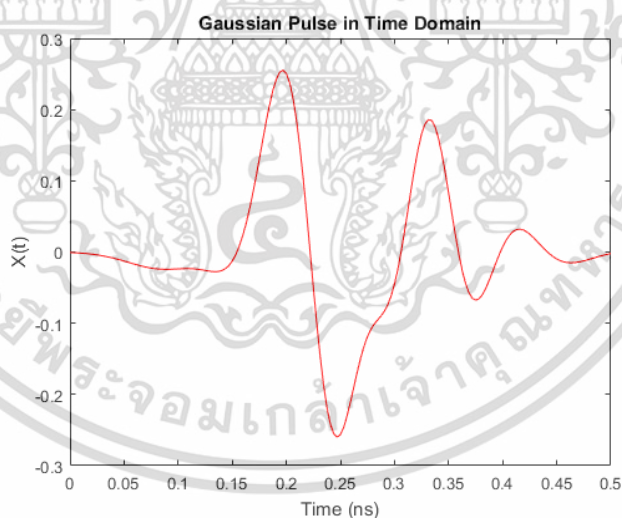
รูปที่ 6.19 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



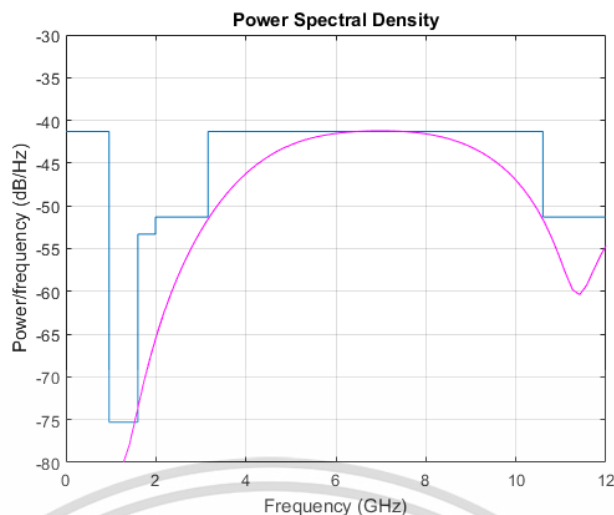
รูปที่ 6.20 การปรับค่า PSD ของ พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดด้วย PSO ในโดเมนความถี่ของพัลส์คือ

จากผลการปรับค่าพารามิเตอร์ของพัลส์คู่ตามตารางที่ 6.10 จะเห็นได้ว่าที่วนรอบ 200 และอนุภาคจำนวน 50 อนุภาค จะให้ค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพของสเปกตรัมมากที่สุดในการปรับค่าพารามิเตอร์ของพัลส์คือ โดยรูปร่างของพัลส์จะแสดงดังรูปที่ 6.21 และรูปร่างของ PSD ที่เหมาะสมที่สุดเมื่อเทียบกับแมสก์ของ FCC แสดงดังรูปที่ 6.22



รูปที่ 6.21 รูปร่างของพัลส์คู่ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.22 PSD ของพัลส์คือที่เหมาะสมที่สุด

จากรูปที่ 6.18 และรูปที่ 6.22 ซึ่งมีรูปร่างของพัลส์หรือค่า PSD ที่เหมาะสมที่สุดกับแมสก์ของ FCC โดยค่าประสิทธิภาพสเปกตรัม และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ของพัลส์คู่และพัลส์คี่จะแสดงค่าดังตารางที่ 6.11

ตารางที่ 6.11 ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัม และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE)

พัลส์	ประสิทธิภาพสเปกตรัม (%)	ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสอง (MSE)
$H_{odd}$	89.1537	1.0713e-07
$H_{even}$	89.3011	1.4986e-07

จากผลลัพธ์ที่ดีที่สุดที่ได้มานั้น จะเห็นได้ว่าการทดลองปรับค่าพัลส์คู่นั้นจะได้ค่าประสิทธิภาพของสเปกตรัมที่ดีกว่า ขั้นตอนต่อมาทำการเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา โดยเปรียบเทียบวิธีการต่าง ๆ กับวิธีหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีการรวมพัลส์กับการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคดังในวิทยานิพนธ์นี้ โดยทำการทบทวนวรรณกรรมว่าในงานวิจัยที่ผ่านมาอันมีค่าประสิทธิภาพของพัลส์และจุดที่เหมาะสมที่สุดของแมสก์ FCC ว่ามีจุดสัมผัสครบทั้งสี่จุดหรือไม่โดย P1 คือจุดที่ 1.61 GHz กับ -75.3 dB/Hz P2 คือ จุดที่ 3.1 GHz กับ 51.3 dB/Hz จุดที่สาม หรือ P3 คือ จุดที่มีความถี่ระหว่าง 3.1 GHz ถึง 10.6 GHz โดยมีค่า -41.3 dB/Hz และจุดที่ 4 หรือ P4 คือ จุดที่มีความถี่ 10.6 GHz และมีค่า -51.3 dB/Hz โดยได้เปรียบเทียบผลการดำเนินงานกับงานวิจัยที่ผ่านมาดังตารางที่ 6.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.12 เปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่ผ่านมา

ผู้แต่ง	ปี	วิธีการ	ประสิทธิภาพของพัลส์	P1	P2	P3	P4
Y. Guo [60]	2008	Optimal Waveform Design	74.57 %	-	/	/	/
A. Popa [62]	2010	Trial and Error	-	/	-	/	/
B. S. Dhaliwal [42]	2014	Optimal pulse generation	-	-	-	/	-
V. V. Kumar, et al. [41]	2015	Wavelet-Based	-	-	-	/	-
A. Milos, et al. [58]	2017	Modified Hermitian	88.2 %	/		/	/
V. Goyal, et al. [48]	2018	Modified Random Combination Pulse	85 %	/	-	/	/
X. An, et al. [37]	2018	A 7th Derivative Gaussian Pulse Generator	-	-	/	-	-
L. Peilin, et al. [48]	2018	Combination of Gaussian Derivative	-	/	-	-	-
Z. Bat, et al. [52]	2018	Spectrum Shifted	-	/	-	/	/
P. Gunturi, et al. [54]	2018	Two up-converted signal combining	77%	-	-	-	-
This research	2020	GBP with PSO optimization	89.301%	/	/	/	/

จากผลการเปรียบเทียบจากงานวิจัยที่ผ่านมาดังตารางที่ 6.12 นั้น สรุปได้ว่าการจำลองสัญญาณพัลส์โดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ที่ใช้การรวมพัลส์ที่ออกแบบมาจากเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลนั้น สามารถให้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด คือมีค่าประสิทธิภาพของพัลส์มากที่สุด และมีจุดที่เหมาะสมที่สุดทั้งคู่จุดเมื่อเทียบกับแมสก์ของ FCC เมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยที่ผ่านมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 7

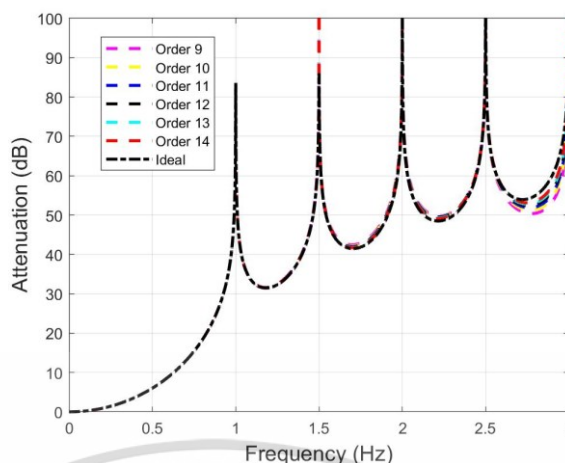
# สรุปผลการวิจัย

### 7.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอการออกแบบพัลส์ในระบบการสื่อสาร โดยทำการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเบสเซลโพลิโนเมียล และเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล ซึ่งเป็นออร์ธอกอร์นัลโพลิโนเมียลแบบหนึ่ง ที่มีคุณสมบัติเฟสเชิงเส้น และมีค่าดีเลย์ที่ราบเรียบมากที่สุด โดยพัลส์ที่ได้ศึกษาการนำเจเนอร์ไลซ์เบสเซลไปประยุกต์ใช้งาน คือการประยุกต์ใช้งานออกแบบสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ โดยใช้สัญญาณทดสอบเป็นสัญญาณพัลส์ไซน์กำลังสองเพื่อออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นให้สัญญาณในภาคส่งนั้น มีความสอดคล้องหรือแมตซ์กับทางภาครับ นอกจากนี้การประยุกต์ใช้งานออกแบบพัลส์อีกแบบหนึ่ง คือพัลส์ในระบบ UWB ซึ่งเป็นเทคโนโลยีการสื่อสารระยะใกล้ มีแถบความถี่กว้าง ซึ่งต้องทำการออกแบบพัลส์ให้มีความหนาแน่นกำลังของสเปกตรัมที่พอดีกับแมสก์ของ FCC เพื่อให้มีค่ากำลังการส่งมีความเหมาะสมมากที่สุด

จากผลการทดลองในการออกแบบสัญญาณเรสโคไซน์ เพื่อการออกแบบแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้นนั้น พบว่าเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลนั้นสามารถออกแบบสร้างสัญญาณไซน์สแควร์พัลส์ได้จากการเปรียบเทียบคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของ L. Storch คือฟังก์ชัน  $e^{-x}$  ให้มีรูปแบบฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกที่เปรียบเสมือนการออกแบบสัญญาณไซน์สแควร์พัลส์ได้ และใช้เป็นสัญญาณทดสอบในการออกแบบเรสโคไซน์พัลส์ โดยจากผลการทดลองพบว่าการประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลเป็นตัวส่วน หรือโพลของฟังก์ชันถ่ายโอน และใช้ซีโร หรือตัวเศษเป็นคู่ทรานสมิชชันซีโร โดยเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ให้ได้ผลลัพธ์ คือค่าผลตอบสนองความถี่ทางขนาด และทางการลดทอนนั้น มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณในอุดมคติได้มากที่สุด และมีอันดับของโพลิโนเมียลที่เหมาะสม และสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ให้มีค่าเหมาะสมที่สุด โดยใช้การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค หรือ PSO โดยจากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าผลตอบสนองทางการลดทอนนั้นมีค่าใกล้เคียงกับในอุดมคติ โดยเปรียบเทียบจากค่าความผิดพลาดกำลังสอง และมีค่าใกล้เคียงมากที่สุดเมื่อเพิ่มอันดับของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียล และเมื่อเพิ่มคู่ทรานสมิชชันซีโรในเทอมเศษนั้น จะทำให้ผลไซด์โลบผลตอบสนองทางความถี่ของการลดทอนนั้นมีจำนวนโลบเพิ่มมากขึ้น โดยในวิธีนี้สามารถทำให้มีค่าที่เหมาะสมที่สุดได้มากถึงสี่โลบ ซึ่งมีค่า MSE ที่  $7.3865e-04$  ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลิโนเมียลที่มีการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้ PSO นั้นสามารถทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ

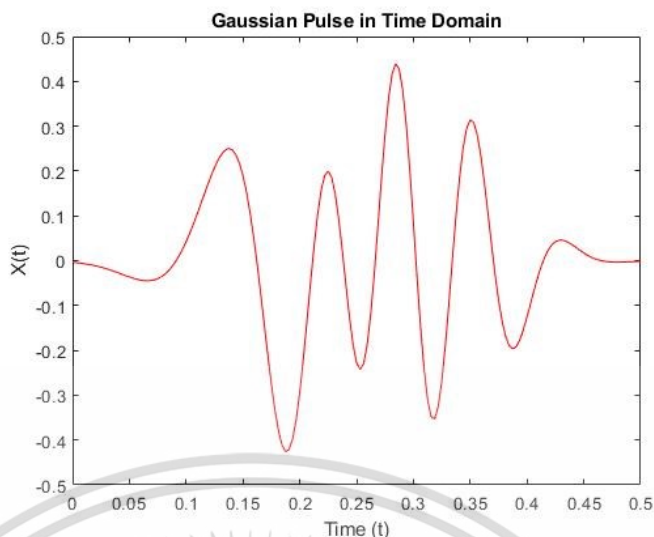
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



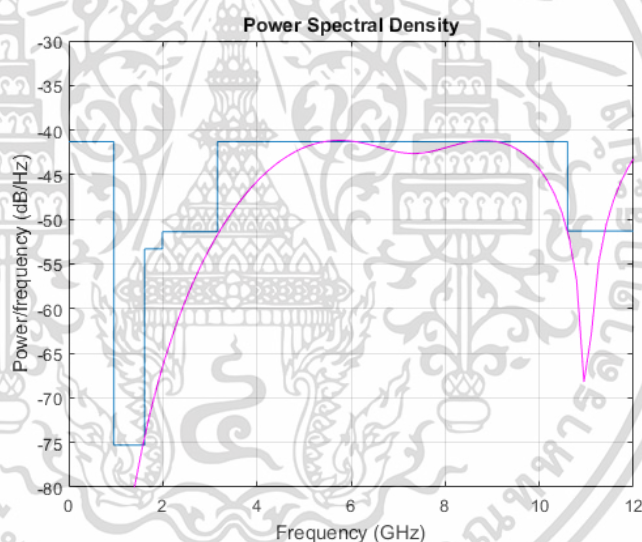
รูปที่ 7.1 ค่าผลตอบสนองการลดทอนสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ที่สี่เซตโพลโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบ PSO

และในอีกการทดลองหนึ่ง คือการประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ในการออกแบบสัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือน เพื่อประยุกต์ใช้งานเป็นพัลส์ในระบบการสื่อสาร UWB โดยศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่งพบว่าสามารถจัดรูปแบบของสมการให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเกาส์เซียนได้ ในการทดลองนั้นจะต้องทำการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ให้ค่าพัลส์ที่ออกแบบนั้น มีค่าความหนาแน่นกำลังของสเปกตรัมนั้น มีค่าเหมาะสมที่สุด และพอดีกันกับสเปกตรัมแมสก์ FCC โดยกำหนดจุดที่พัลส์มีความเหมาะสมที่สุดที่จุดต่าง ๆ โดยจากการทดลองปรับค่าพารามิเตอร์ และทดลองทำการหาอนุพันธ์ของสัญญาณเกาส์เซียนเสมือนนี้ พบว่าที่อนุพันธ์อันดับสี่ และค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมนั้น สามารถให้พัลส์มีค่าความหนาแน่นกำลังสเปกตรัมนั้นมีค่าพอดีกับ FCC ที่จุดที่หนึ่ง สาม และสี่ แต่อย่างไรก็ตาม ค่ากำลังเฉลี่ยของสเปกตรัมนั้นยังมีค่าที่ต่ำอยู่ และยังไม่พอดีกับจุดที่เหมาะสมที่สุด จุดที่สอง ดังนั้นจึงใช้วิธีการหาค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เทคนิคการรวมพัลส์ที่อนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ประยุกต์ใช้ร่วมกับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค เช่นเดียวกันกับการออกแบบเรสโคไซน์พัลส์ จากผลการทดลองพบว่าเทคนิคการรวมพัลส์ และหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ทำให้พัลส์ที่ได้ทำการออกแบบนั้น มีค่ากำลังเฉลี่ยของสเปกตรัมที่สูงมากขึ้นถึง 89.5095 % และมีค่าพอดีกับจุดที่เหมาะสมที่สุดของแมสก์ของ FCC ทั้งสี่จุด และทำการทดลองปรับค่า Iteration และ Particle ของอัลกอริทึม เพื่อให้ได้ผลการทดลองที่เหมาะสมที่สุด โดยจากการทดลองแสดงให้เห็นถึงการประยุกต์ใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ร่วมกับเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ให้สามารถออกแบบพัลส์ในระบบ UWB ที่มีความเหมาะสมกับสเปกตรัมแมสก์ของ FCC มากที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.2 สัญญาณเกาส์เซียนพัลส์เสมือนที่เหมาะสมที่สุดในโดเมนเวลาโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการรวมพัลส์และหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO



รูปที่ 7.3 PSD ของเกาส์เซียนพัลส์เสมือนที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียลร่วมกับอัลกอริทึมการรวมพัลส์และหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ PSO

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าจากวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสเซลโพลีโนเมียล ซึ่งเป็นออร์ธอร์กอร์นัลโพลีโนเมียลแบบหนึ่งที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบวงจรและพัลส์ในระบบการสื่อสารได้ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้งานการออกแบบพัลส์สองแบบ คือ พัลส์ไซน์กำลังสองสำหรับเป็นสัญญาณทดสอบในการออกแบบเรโซแนนซ์พัลส์เพื่อใช้เป็นแมตซ์ฟิลเตอร์แบบเฟสเชิงเส้น และพัลส์ในระบบการสื่อสาร UWB ซึ่งสามารถออกแบบเกาส์เซียนพัลส์เสมือน และทำการปรับค่าพารามิเตอร์ของเจเนอร์ไลซ์เบสพัลส์ให้มีความเหมาะสมที่สุดโดยใช้อัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค หรือ PSO ซึ่งให้ผลลัพธ์เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คือพัลส์นั้นมีค่าเข้าใกล้ค่าในอุดมคติมากที่สุด มีค่าอัตราการผิดพลาดที่ลดลง และพัลส์ของ UWB ได้ผลลัพธ์คือพัลส์มีค่าที่เหมาะสมที่สุดในแมสก์ของ FCC มากที่สุด จึงเห็นได้ว่าเจเนอเรชันของพัลส์โพลีโนเมียลนั้นมีคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปประยุกต์ออกแบบพัลส์ทางการสื่อสาร หรือวงจรในการสื่อสารได้

## 7.2 ข้อเสนอแนะ และแนวทางในการพัฒนาต่อ

จากการศึกษาคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของเจเนอเรชันของพัลส์โพลีโนเมียล พบว่าค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการปรับค่านั้นอาจยังมีจำนวนน้อย หากมีพารามิเตอร์อื่น ๆ เพิ่มเติมจะสามารถทำให้การปรับค่าพารามิเตอร์ทำได้ละเอียดมากขึ้น เช่น การใช้ควอนตัมแคลคูลัสเพื่อประยุกต์ใช้เจเนอเรชันของพัลส์โพลีโนเมียลให้อยู่ในรูปของคิฟฟังก์ชัน หรือคิฟเบสเซลโพลีโนเมียล หรือพี-คิฟเจเนอเรชันของพัลส์โพลีโนเมียล ซึ่งจะช่วยให้ปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ละเอียดมากขึ้น สำหรับในการประยุกต์ใช้ในการออกแบบพัลส์โดยใช้เจเนอเรชันของพัลส์โพลีโนเมียลนั้น สำหรับการออกแบบสัญญาณเรโซแนนซ์พัลส์จากผลการทดลองนั้นจะเห็นได้ว่าพัลส์มีค่าใกล้เคียงกับในอุดมคติ แต่ก็ยังมีข้อผิดพลาดอยู่ในไซด์โลบที่ไกลออกไปจากเมนโลบ หากต้องการให้ค่าความผิดพลาดน้อยลง จะต้องเพิ่มอันดับของโพลีโนเมียล ทำให้การออกแบบวงจรนั้นอาจมีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น ดังนั้น หากมีการใช้คิฟเบสเซลโพลีโนเมียล หรือวิธีการที่ทำให้พารามิเตอร์ในการปรับค่านั้นมีจำนวนมากขึ้น จะทำให้พารามิเตอร์ในการปรับค่าทำได้ยืดหยุ่นมากขึ้น อาจทำให้ความผิดพลาดนั้นน้อยลงจนใกล้เคียงกับในอุดมคติมากที่สุด นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์เพื่อสังเคราะห์วงจรแมตซ์ฟิลเตอร์ทั้งแบบแพสซีฟและแอกทีฟฟิลเตอร์ เพื่อให้เห็นการทำงานของวงจรจริง เช่นเดียวกันกับการประยุกต์ใช้ในการออกแบบเกาส์เซียนพัลส์เสมือนในระบบการสื่อสารแบบ UWB นั้น การใช้คิฟเบสเซลโพลีโนเมียล หรือวิธีอื่น ๆ อาจจะทำให้พัลส์ที่เหมาะสมที่สุดนั้นมีค่าประสิทธิภาพมากที่สุด และมีความซับซ้อนของสมการในการออกแบบวงจรน้อยลง และอาจนำไปออกแบบวงจรในการจำลองพัลส์ในการสื่อสารด้วยวิธีต่าง ๆ เช่น การออกแบบโดยใช้วงจรซิมูเลชัน การออกแบบโดยใช้บอร์ดการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล และทำการวัดค่าออกมาว่าได้ค่าพัลส์ที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ สำหรับวิธีในการปรับค่าพารามิเตอร์ในการทำให้พัลส์มีค่าที่เหมาะสมที่สุด การประยุกต์ใช้งานอัลกอริทึม PSO นั้น สามารถนำไปต่อยอดพัฒนาให้อัลกอริทึมมีประสิทธิภาพมากขึ้น รวมถึงอัลกอริทึมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบอื่น ๆ หรือนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับ PSO เพื่อให้การปรับค่าพารามิเตอร์นั้นสามารถทำได้เร็วที่สุด หรือใช้เวลาในการวนรอบค้นหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดให้มีค่าเวลาน้อยที่สุดเช่นกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] S. Bochner, "Über sturm-liouvillesche polynomsysteme," Math. Zeit, vol. 29, 1929, pp. 730-736.
- [2] E. D. Rainville, "Special functions," The macmiallan company, Newyork, 1960.
- [3] R. P. Millane and J. L. Eads, "Polynomial approximations to bessel functions," In IEEE Trans. on antennas and propagation, vol. 51, no. 6, June 2003, pp. 1398-1400.
- [4] H. L. Krall and O. Frink, "A new class of orthogonal polynomials: the bessel polynomials", Trans. Amer. Math. Soc., vol. 65, 1949, pp. 100-115.
- [5] J. Martinez, "Transfer functions of generalized bessel polynomials," IEEE trans. on circuits and systems, vol. 24, no. 6, June 1977, pp. 325-328.
- [6] W. E. Thomson, "Delay networks having maximally flat frequency characteristics," Proceedings IEEE, part 3, 1949, pp. 487-490.
- [7] I. M. Filanovsky, "Generalization of bessel (thomson), stokes and quasi-butterworth filters," 2020 IEEE 63rd international midwest symposium on circuits and systems (MWSCAS), Springfield, MA, USA, 2020, pp. 742-745.
- [8] L. Storch, "Synthesis of constant-time-delay ladder networks sing bessel Polynomials," In proceedings of the IRE, vol. 42, no. 11, November, pp. 1666-1675.
- [9] A. Budak, "A maximally flat phase and controllable magnitude approximation," IEEE trans. on circuit theory, vol. 12, no. 2, June 1965, pp. 279-279.
- [10] J. Johnson, D. Johnson, P. Boudra and V. Stokes, "Filters using bessel-type polynomials," In IEEE trans. on circuits and systems, vol. 23, no. 2, pp. 96-99.
- [11] M. Abdalla "Fractional orders of the generalized bessel matrix polynomials," European journal of pure and applied mathematics, 2017, 10.5: 995-1004.
- [12] Z. S. Polat, "Studies on the generalized and reverse generalized Bessel polynomials," Master's thesis, The graduate school of natural and applied sciences of the middle east technical university, 2004.
- [13] E. Grosswald, "Bessel polynomials," vol. 698, Springer, 2006.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [14] M. Riyasat, S. Khan, "A determinant approach to q-bessel polynomials and applications," RACSAM 113, 2019, pp. 1571–1583.
- [15] V. Chutchavong, K. Janchitrapongvej, "Gain equalizer approximation by using q-bessel polynomials," In proceedings of the asia-pacific conference on communications 2014, pp. 356-359.
- [16] พรชัย ทรัพย์นิธิ, การสื่อสารดิจิทัล, กรุงเทพฯ, แผนกตำรา คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2551.
- [17] A. V. Kisel, "An extension of pulse shaping filter theory," In IEEE trans. on communications, vol. 47, no. 5, pp. 645-647, May 1999.
- [18] S. Mneina, and G. O. Martens, "Maximally flat delay pulse shaping network," In proceedings of the 2002 canadian conference on electrical and computer engineering, vol 2, May 2002, pp. 1026- 1030.
- [19] N. D. Alexandru and A. L. Balan, "A generalization of raised cosine pulses," In proceedings of the 13th international conference on development and application systems, May 2016, pp. 139-142.
- [20] G. L. Turin "An introduction to matched filters," IEEE trans. on information theory, vol. 6, 1960, pp. 311-329.
- [21] L. Xu, D. Feng, X. Wang, "Matched-filter properties of linear-frequency-modulation radar signal reflected from a phase-switched screen," IET radar, sonar & navigation, vol. 10, Issue 2, February 2016, pp. 318-324.
- [22] D. B. d. Souza and S. N. Filho, "On generating a finite pulse or a symmetric impulse response by a generalized approximation function," 2014 IEEE 5th latin american symposium on circuits and systems (LASCAS), February 2014.
- [23] R. Singthongchai, V. Chutchavong, O. Sangaroon and K. Janchitrapongvej, "On the approximation of sine-squared pulse for audio test signal," In proceedings of 2012 international conference on engineering, applied sciences, and technology, Bangkok, Thailand, 2012.
- [24] K. Janchitrapongvej and T. Ikeda "The use of the sine-squared pulse for testing luminance-chrominance waveform distortions," Proceedings of the faculty of engineering of tokai university, vol. 8, 1982, pp. 13-29.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [25] S. Mneina and G. Martens, "Linear phase matched filter design with causal real symmetric impulse response," *International journal of electronics and communications*, vol. 63, Issue 2, February 2009, pp. 83-91.
- [26] V. Pirajanchai, V. Chutchavong and K. Janchitrapongvej, "Modification of data transmission filter with generalized bessel transformation" 2010 International conference on control automation and systems (ICCAS), October 2010, pp.2202-2205.
- [27] R. Singthongchai, O. Sangaroon and K. Janchitrapongvej, "q-bessel polynomials for linear phase matched filter," *IEEE Region 10 conference 2014 (TENCON 2014)*, October 2014.
- [28] Ke-Lin Du and M.N.S. Swamy, "Search and optimization by metaheuristics techniques and algorithms inspired by nature," Springer international publishing, Switzerland, 2016.
- [29] J. Liu, P. Yang, X. Yang, J. Ye and Z. Yang, "Low pass filters design using hybrid taguchi and PSO optimization method," 2019 IEEE 4th advanced information technology, electronic and automation control conference (IAEAC), Chengdu, China, 2019.
- [30] F. Shaikh, I. H. Kalwar, T. D. Memon and S. Sheikh, "Design and analysis of linear phase FIR filter in FPGA using PSO algorithm," 2017 6th mediterranean conference on embedded computing (MECO), 2017, pp. 1-4.
- [31] M. Ghavami, L.B. Michael and R. Kohno, "Ultrawideband signals and systems in communication engineering," Wiley, 2004.
- [32] S. Promwong and J. Thongkam, "Evaluation of weighted impulse radio for ultrawideband localization," *Wireless personal communications*, June 2020, doi:10.1007/s11277-020-07555-0.
- [33] V. Niemelä, J. Haapola, M. Hämäläinen and J. Linatti, "An ultra wideband survey: global regulations and impulse radio research based on standards," *IEEE communications surveys & tutorials*, vol. 19, no. 2, 2017, pp. 874-890, doi: 10.1109/COMST.2016.2634593.
- [34] H. R. Jani, K. P. Vachhani "Approximation of gaussian derivatives for UWB communication," *International journal for scientific research and development*, vol. 1, 2013, pp. 265-268.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [35] S. Pohoată, A. Popa and N. D. Alexandru, "Approximation of the third derivative of the gaussian pulse," International symposium on signals, circuits and systems, lasi, 2011, pp. 1-4, doi: 10.1109/ISSCS.2011.5978710.
- [36] N. Abdelaziz, "Performance of the 6th derivative gaussian UWB pulse shape in IEEE802.15.3a multipath fading channel," IOSR journal of engineering, vol. 4, Dec. 2014, pp. 1-12, doi: 10.9790/3021-041220112.
- [37] X. An, J. Wagner and F. Ellinger, "A 7th derivative gaussian pulse generator for IR-UWB radar applications in pedestrian detection," The 25th IEEE international conference on electronics, circuits and systems, Bordeaux, 2018, pp. 317-320.
- [38] B. Wei, T. Chen, L. Chao, X. Weilin, Z. Yuanzhi, W. Xueming, Y Hongwei and D. Jihai, "An all-digital frequency tunable transmitter with an approximate 15th derivative gaussian pulse generator," Integration the VLSI journal, vol. 69, 2018, pp. 301-308, doi:10.1016/j.vlsi.2019.07.002.
- [39] L. Li, P. Wang, X. Wu and J. Zhang, "Improved UWB pulse shaping method based on gaussian derivatives," IET international communication conference on wireless mobile and computing, Shanghai, 2011, pp. 438-442.
- [40] V. V. Kumar, V. Ajith and M. Meenakshi, "Wavelet-based gaussian impulse generation and optimization for uwb communication," The fifth international conference on advances in computing and communications, Kochi, 2015, pp. 214-218.
- [41] H. Taki, A. Mansour, A. Nasser and K. Yao, "On optimizing the performance of impulse radio pulse position modulation based on UWB gaussian pulse derivatives," The fourth international conference on advances in computational tools for engineering applications, Beirut, Lebanon, 2019, pp. 1-5.
- [42] B. S. Dhaliwal, "Optimal pulse generation for the improvement of ultra wideband system performance," Recent advances in engineering and computational sciences, Chandigarh, 2014, pp. 1-6, doi: 10.1109/RAECS.2014.6799618.
- [43] Y. Xiao, Z. Wang, J. Li and Z. Yuan, "Design of a second-derivative gaussian pulse generator," IEEE international conference on signal processing, communication and computing, Kunming, 2013, pp. 1-4.

- [44] P. A. Patil, S. R. Chiraniya and A. B. Patki, "Fifth derivative gaussian pulse generator for UWB application," International conference on computing communication control and automation, June 2016, pp. 1-4.
- [45] S. H. Ignácio Barboza, J. A. Amaya Palacio, E. Pontes and S. T. Kofuji, "Fifth derivative gaussian pulse generator for uwb breast cancer detection system," IEEE international conference on ultra-wideband, Paris, 2014, pp. 269-273.
- [46] S. Cui, F. Xiong, "UWB system based on energy detection of derivatives of the gaussian pulse," Journals of wireless communications and networking, 2011, <https://doi.org/10.1186/1687-1499-2011-206>.
- [47] V. Goyal and B.S. Dhaliwal, "Improving ultra wideband (UWB) system by modified random combination of pulses," Engineering review, vol. 38, 2018, pp. 189-203, doi:10.30765/er.38.2.7.
- [48] L. Peilin, Z. Qingsong, Z. Jianyun and L. Lei, "Pulse design for UWB based on the combination of gaussian derivatives," The 10th international conference on communication software and networks, Chengdu, 2018, pp. 438-441.
- [49] X. Jia and B. Zhao, "Algorithm design of combined gaussian pulse," Communications, signal processing, and system, CSPA lecture notes in electrical engineering singapore, vol 571, 2018, pp. 1262-1266, doi: 10.1007/978-981-13-9409-6\_150.
- [50] V. Goyal and B. S. Dhaliwal, "Performance improvement of ultra wideband multiple access modulation system using a new optimal pulse shape," Advanced electromagnetics, vol. 6, no. 1 Feb. 2017, pp. 20-28 ,doi: 10.7716/aem.v6i1.424.
- [51] L. Danli, Z. Liang, L. Ma and H. Song "Improved ultra-wideband pulse shaping technique based on spectrum shifted gaussian waveforms," Communications and networking, March 2018, pp.135-145, doi: 10.1007/978-3-319-78130-3\_15.
- [52] Z. Bai, J. Liu and H. Chen, "Design of ultra-wideband pulses based on spectrum shifted gaussian waveforms," In IET communications, vol. 7, no. 6, Apr. 2013 pp. 512-520, doi: 10.1049/iet-com.2012.0184.
- [53] R. Dong, H. Kanaya and R. K. Pokharel, "A CMOS ultrawideband pulse generator for 3–5 GHz applications," In IEEE microwave and wireless components letters, vol. 27, no. 6, pp. 584-586, June 2017, doi: 10.1109/LMWC.2017.2701306.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [54] P. Gunturi, D.E. Kotecki, "Analysis and implementation of a gaussian addition IR-UWB transmitter for increased spectral efficiency," *Wireless personal communications*, vol. 102, 2018, pp. 437–448, doi:10.1007/s11277-018-5851-x.
- [55] N. Rajesh and S. Pavan, "Programmable analog pulse shaping for ultra-wideband applications," *IEEE International symposium on circuits and systems*, Lisbon, 2015, pp. 461-464.
- [56] I. E. Khuda and K. Raza, "Design of adaptive infinite impulse response digital filter for ultra-wide band optimum pulse shaping," *The 19th international multi-topic conference*, Islamabad, 2016, pp. 1-5.
- [57] A. Zaki, M. Ommar and I. Yousry, "A novel doublet hermite pulse for performance enhancement and interference mitigation in uwb stc systems," *Progress in electromagnetics research symposium - fall*, Singapore, 2017, pp. 2715-2721, doi: 10.1109/PIERS-FALL.2017.8293598.
- [58] A. Milos, G. Molnar and M. Vucic, "Spectral-efficient UWB pulse shapers generating gaussian and modified hermitian monocycles," *The 40th international convention on information and communication technology, electronics and microelectronics*, Opatija, 2017, pp. 113-118.
- [59] I. D. Zolotarev and E. M. Lobov, "The research of gaussian pulse and sine-squared pulse in the implementation of radio-electronic system," *The 9th international workshop and tutorials on electron devices and materials*, pp.140-142, 2008.
- [60] Y. Guo, "Optimal waveform design for ultra-wideband communication based on gaussian derivatives," *Journal of communications and networks*, vol. 10, No. 4, 2008, pp. 451-454.
- [61] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," *Proceedings of ICNN'95 - international conference on neural networks*, Perth, WA, Australia, vol.4, 1995, pp. 1942-1948.
- [62] A. Popa, "An optimization of gaussian UWB pulses," *The 10th international conference on development and application systems*, Suceava, Romania, May 27-29, 2010, pp. 156-160.
- [63] L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, "A generalization of mikhailov's criterion with applications," *Proceedings of the american control conference (ACC)*, 2000, pp. 4311-4315.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] T. Anuwongpinit, V. Chutchavong, C. Benjangkprasert, K. Janchitrapongvej, "Mathematical Model for Gaussian-like pulse design for a uwb system based on the Generalized Bessel polynomials," International Journal of Simulation Systems, Science & Technology, vol. 21, No. 4, 2020.
- [2] V. Chutchavong · T. Anuwongpinit · C. Benjangkprasert · K. Janchitrapongvej "Approximation of sine-squared pulse with additional transmission zero using bessel polynomials" 2017 the 3th International Conference on Communication and Information Processing, November 2017, Tokyo, Japan.
- [3] T. Anuwongpinit, V. Chutchavong, K. Janchitrapongvej and C. Benjangkprasert "Sine-Squared pulse approximation using generalized bessel polynomials" Journal of Physics Conference Series, April, 2019.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายธนวิชญ์ อนุวงศ์พินิจ
วัน เดือน ปีเกิด	26 เมษายน 2535
ที่อยู่	88/82 หมู่ 4 ถนนหนามแดง ตำบลบางพลีใหญ่ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ 10540
ประวัติการศึกษา	2547 – 2553 โรงเรียนปทุมคงคา 2556 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมสารสนเทศ (เกียรตินิยมอันดับ 2) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2558 วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ความชำนาญเฉพาะด้าน	1.) ระบบสารสนเทศและสื่อสาร 2.) ระบบอัตโนมัติสัญญาณรถไฟและการสื่อสาร 3.) ระบบสมองกลฝังตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้