

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับ
ค่าเฉลี่ยประชากรของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน

THE COMPARISON ON POINT AND INTERVAL ESTIMATIONS
FOR NORMAL AND CONTAMINATED
NORMAL POPULATION MEAN



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

THE COMPARISON ON POINT AND INTERVAL ESTIMATIONS
FOR NORMAL AND CONTAMINATED
NORMAL POPULATION MEAN



A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED STATISTICS)
DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The Comparison on Point and Interval Estimations for Normal and Contaminated Normal Population Mean

ชื่อนักศึกษา	กันยารัตน์	มีชัย	รหัสนักศึกษา	57051075
	คุณานนท์	ชีวะธรรมนนท์	รหัสนักศึกษา	57051081
	กุลชญา	दानวนิช	รหัสนักศึกษา	57051087
	ณิกานต์	สุทธีวรรณ	รหัสนักศึกษา	57051105

ปริญญา **วิทยาศาสตร์บัณฑิต (สถิติประยุกต์)**

ภาควิชา สถิติ

มหาวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)

ปีการศึกษา 2560

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.อัมมา อระวีพร

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ประจำปีการศึกษา 2560

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.สมศรี บัณฑิตวีไล	
ประธานกรรมการ	
ดร.พรณทิพา วาณิชยจิรัฐติกาล	นพรัตน์ วาณิชยจิรัฐติกาล
กรรมการ	
ผศ.ดร.อัมมา อระวีพร	
อาจารย์ที่ปรึกษาและกรรมการ	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน		
ชื่อนักศึกษา	กันยารัตน์	มีชัย	รหัสนักศึกษา 57051075
	คุณานนท์	ชีวะธรรมนนท์	รหัสนักศึกษา 57051081
	กุลขญา	ด้านวนิช	รหัสนักศึกษา 57051087
	ณิกานต์	สุทธีวรรณ	รหัสนักศึกษา 57051105
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (สถิติประยุกต์)		
ภาควิชา	สถิติ		
คณะ	วิทยาศาสตร์		
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)		
ปีการศึกษา	2560		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.อรรชมา อระวีพร		

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน ด้วยวิธีทางจะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์วิธีมอนติคาร์โลไฮมาคอฟ และวิธีบูตสเตรป โดยศึกษาจากข้อมูลที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่ค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 3 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 และข้อมูลที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติปลอมปน โดยกำหนดสัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 และ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ 10 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษา คือ 15 30 50 และ 100 และ กำหนดระดับความเชื่อมั่น คือ 90% 95% และ 99% โดยนำค่าเฉลี่ยความแปรปรวนและขนาดตัวอย่างดังกล่าวไปใช้ในการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วง ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมอาร์ในการวิจัย ทำการทดลองซ้ำ 5,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดจะพิจารณาวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และการประมาณค่าแบบช่วงจะพิจารณาวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ผลการวิจัยพบว่า

การประมาณค่าแบบจุด พบว่าวิธีของเบส์และวิธีมอนติคาร์โลไฮมาร์คอฟ เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่า โดยวิธีของเบส์ส่วนใหญ่จะให้ผลที่ดีกว่า ยกเว้นในกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ เมื่อ $n = 50$ ที่ $\sigma^2 = 3$ และเมื่อ $n = 100$ ที่ $\sigma^2 = 3$ 9 และ 27 และวิธีของเบส์ส่วนใหญ่จะให้ผลที่ดีกว่ายกเว้นในกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน ที่ $p = 0.05$ 0.15 และ $c = 5$ 10 เมื่อ $n = 50$ และ 100 ที่ $\sigma^2 = 3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมาณค่าแบบช่วง พบว่าวิธีของเบส์และวิธีบูตสเตรปเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ โดยวิธีของเบส์จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุด เมื่อ $n = 15$ และ 30 และวิธีบูตสเตรปจะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุดเมื่อ $n = 50$ และ 100 และพบว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีบูตสเตรปเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน โดยวิธีบูตสเตรปจะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุดเป็นส่วนใหญ่ เมื่อ $n = 30$ 50 และ 100 ของแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

คำสำคัญ : การแจกแจงปกติ การแจกแจงปกติปลอมปน การประมาณค่าแบบจุด การประมาณค่าแบบช่วง ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เบส์ มอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ บูตสเตรป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	The Comparison on Point and Interval Estimations for Normal and Contaminated Normal Population Mean		
Students	Kanyarat	Meechai	Student ID 57051075
	Kunanon	Cheewathammanon	Student ID 57051081
	Kulchaya	Danvanich	Student ID 57051087
	Nichakan	Sutthiwan	Student ID 57051105
Degree	Bachelor of Science (Applied Statistics)		
Department	Statistics		
Faculty	Science		
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)		
Academic Year	2017		
Advisor	Asst.Prof.Dr.Autcha Araveeporn		

ABSTRACT

The objective of this research is to compare the point and interval estimations of normal distribution and contaminated normal distribution by Maximum Likelihood (ML), Bayes, Markov Chain Monte Carlo (MCMC), and bootstrap. The data sample are generated from normal distribution with the true parameter of mean (μ) 3 and variance (σ^2) 3, 9 and 27. The contaminated normal distribution are generated from proportions of contamination (p) to be 0.05 and 0.15 and scale factor (c) to be 5 and 10. The sample size (n) are set as 15, 30, 50 and 100 at the confidence interval 90%, 95% and 99%. By the parameter values and sample sizes are used in the point and interval estimations. The simulated data is generated by R program and repeated 5,000 times in each situation. The criterion of point estimation is Mean Square Error (MSE). The interval estimation is considered by Confidence Coefficients (CC) and Average Width (AW).

The results of this study are summarized as follow :

for the point estimation, Bayes and MCMC methods are good performance to estimate parameter. Bayes method provides better performance in most case except normal distribution when $n = 50$, $\sigma^2 = 3$ and $n = 100$, $\sigma^2 = 3, 9$ and 27. For contaminated normal distribution, Bayes method provides better performance in most case except $p = 0.05, 0.15$ and $c = 5, 10$ when $n = 50$ and 100, $\sigma^2 = 3$.

For the interval estimation, Bayes and bootstrap methods are good performance while data sample are generated from normal distribution. Bayes method

shows the minimum average interval length when $n = 15$ and 30 and bootstrap method shows the minimum average interval length when $n = 50$ and 100 . ML and bootstrap methods are good performance while data sample are generated from contaminated normal distribution. bootstrap method shows the average interval length minimum in most case when $n = 30, 50$ and 100 in each situation at the confidence interval 95% and 99% .

Keywords : Normal Distribution, Contaminated Normal Distribution, Maximum Likelihood, Bayes, Markov Chain Monte Carlo, Bootstrap



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีและมีความถูกต้องในเนื้อหา เนื่องด้วยได้รับความอนุเคราะห์จาก ผศ.ดร.อชฌา อระวีพร ผู้ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา รวมถึงเป็นผู้ให้คำแนะนำ คำปรึกษา เอื้อเฟื้อเอกสารที่เกี่ยวข้องต่างๆ และหนังสืออ้างอิงที่ใช้ในการจัดทำงานวิจัยนี้ ตลอดจนตรวจทานงานวิจัย และติดตามการทํารววจัยทุกขั้นตอนของการดำเนินงานในการทำปัญหาพิเศษนี้ จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ จึงขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.สมศรี บัณฑิตวิไล และ ดร.พรรณทิพา วาณิชจิรัฐติกาล ผู้ซึ่งเป็นคณะกรรมการที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ชี้ให้เห็นถึงข้อบกพร่อง ตลอดจนแก้ไขข้อผิดพลาดเพิ่มเติม ทำให้ปัญหาพิเศษเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์และบุคลากรภาควิชาสถิติประยุกต์ทุกท่าน ที่ได้มอบความรู้พร้อมทั้งให้คำแนะนำ รวมถึงความช่วยเหลือในเรื่องต่างๆ มาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณบิดามารดา และครอบครัวของผู้จัดทำปัญหาพิเศษ ที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจให้เสมอมา และขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ น้องๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษา ช่วยเหลือในการทำงานมาโดยตลอด จนกระทั่งปัญหาพิเศษเล่มนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

นางสาวกัญยรัตน์

มีชัย

นายคุณานนท์

ชีวะธรรมนนท์

นางสาวกุลชญา

ดำนวนิช

นางสาวณิษกานต์

สุทธิวรรณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ค
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ซ
สารบัญรูป.....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	5
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	5
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	7
1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
2.1 ทฤษฎีและสถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	9
2.1.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด.....	9
2.1.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง.....	9
2.1.3 ทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง.....	9
2.1.4 ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย.....	10
2.1.5 วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด.....	11
2.1.6 วิธีของเบส์.....	18
2.1.7 วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ.....	24
2.1.8 วิธีบูตสเตรป.....	27
2.2 ตัวอย่างในการคำนวณสถิติที่ใช้ในงานวิจัย.....	28
2.2.1 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด.....	28
2.2.2 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีของเบส์.....	28
2.2.3 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ.....	29
2.2.4 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีบูตสเตรป.....	30
2.3 การแจกแจงที่นำมาใช้ในงานวิจัย.....	32
2.3.1 การแจกแจงปกติ.....	32
2.3.2 การแจกแจงปกติปลอมปน.....	32
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	33

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย.....	37
3.1 การวางแผนการวิจัย.....	37
3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	37
3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย.....	42
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	46
4.1 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย.....	46
4.2 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและการเปรียบเทียบความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น.....	61
4.3 ผลการวิจัยวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน.....	83
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	95
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	95
5.1.1 การประมาณค่าแบบจุด.....	95
5.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง.....	96
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	96
5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์.....	96
5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย.....	96
เอกสารอ้างอิง.....	97
ภาคผนวก.....	98

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงของการแจกแจงปกติ.....	5
4.1 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และ ค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	46
4.2 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และ ค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปโลมปน.....	49
4.3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่ มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	61
4.4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่ มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	62
4.5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่ มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	63
4.6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่ มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ สัดส่วนการปโลมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ ระดับ ความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปโลมปน.....	66
4.7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความ เชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่ มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ สัดส่วนการปโลมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ ระดับ ความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปโลมปน.....	67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.8 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	68
4.9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	69
4.10 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	70
4.11 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	71
4.12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	72
4.13 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	73

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.14 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	74
4.15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	75
4.16 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และ ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	76
4.17 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้ จากวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาด ตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และ ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	77
4.18 วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบจุดที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (MSE) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	83
4.19 วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบจุดที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (MSE) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) และสเกลแฟคเตอร์ (c) ในแต่ละ สถานการณ์ต่างๆ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	84
4.20 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของ เกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	85

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.21 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ.....	86
4.22 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	87
4.23 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	88
4.24 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	89
4.25 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	90
4.26 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	91
4.27 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.28 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อ ข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	93
4.29 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อ ข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน.....	94



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 การแจกแจงความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบปรกติ ที่มีค่าพารามิเตอร์ (μ, σ^2) เป็น (3,3) (3,9) และ (3,27).....	6
4.1 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27.....	47
4.2 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100.....	48
4.3 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27.....	52
4.4 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27.....	53
4.5 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27.....	54
4.6 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27.....	55
4.7 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100.....	56
4.8 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100.....	57
4.9 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100.....	58
4.10 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100.....	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์ทางสถิติในการเก็บข้อมูลที่มีขนาดใหญ่เรียกว่า ประชากร (Population) ในการเก็บข้อมูลประชากร เมื่อนำผลของข้อมูลไปคำนวณค่าที่คำนวณได้จะแสดงถึงลักษณะของประชากรซึ่งค่าที่คำนวณได้ เรียกว่า ค่าพารามิเตอร์ (Parameter) เนื่องจากประชากรมีจำนวนมาก ไม่สามารถเก็บได้ทั้งหมดจากข้อจำกัดด้วยงบประมาณ เวลา ทำให้มีการเก็บข้อมูลในบางส่วนที่เรียกว่า ตัวอย่าง (Sample) ส่วนใหญ่จะคำนวณหาค่าโดยตรงไม่ได้ ต้องสรุปอ้างอิงจากค่าที่คำนวณได้จากตัวอย่างเรียกว่า ค่าสถิติ (Statistics) โดยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น ซึ่งเรียกรวธีการนี้ว่า การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference)

การอนุมานเชิงสถิติ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ การประมาณค่า (Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Testing Statistical Hypothesis)

การประมาณค่าเป็นการใช้ค่าสถิติ เพื่ออนุมานค่าพารามิเตอร์ จึงเป็นวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติที่มีความสำคัญมาก โดยแบ่งได้ 2 วิธี คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) สำหรับการประมาณค่าแบบจุดจะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าหนึ่ง หรือจุดๆหนึ่ง ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว การประมาณแบบนี้อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ถ้ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาไม่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงนั้นจะให้ช่วงๆหนึ่งที่มีคุณสมบัติว่าค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงจะอยู่ในช่วงที่ให้ความเชื่อมั่นระดับหนึ่ง (สุชาติ กิระนันท์, 2525)

การประมาณค่าแบบจุดเป็นการหาตัวประมาณที่ดีที่สุดภายใต้ข้อจำกัดบางประการ ดังนั้นจึงมีการกำหนดเกณฑ์เพื่อใช้วัดคุณภาพหรือคุณสมบัติของตัวประมาณ และตัวประมาณไม่เอนเอียงที่มีค่าแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Unbiased Estimator) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดมีหลายวิธี เช่น วิธีโมเมนต์ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีไคกำลังสอง ได้แก่ ความคงเส้นคงวา (Consistency) ความไม่เอนเอียง (Unbiasedness) ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) วิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีของเบส์ (สุชาติ กิระนันท์, 2525)

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สามารถประมาณค่าได้ทั้งการประมาณค่าแบบจุด และการประมาณค่าแบบช่วง วิธีการประมาณค่าแบบจุดมีหลายวิธี เช่น วิธีกำลังสองต่ำสุด วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์ ซึ่งวิธีของเบส์จะแตกต่างจากวิธีอื่น โดยวิธีทั่วไปจะถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า แต่ตามวิธีของเบส์จะถือว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแสดงได้ในรูปการแจกแจงความน่าจะเป็น ซึ่งเรียกว่า การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) เพราะ

เป็นการแจกแจงที่กำหนดขึ้นก่อนที่จะมีการรวบรวมข้อมูล เมื่อมีการรวบรวมข้อมูลจะใช้ความรู้ที่ได้จากข้อมูลมาปรับปรุงการแจกแจงก่อน การแจกแจงที่ได้จากการปรับปรุงนี้ เรียกว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) (วรฤทธิ พานิชกิจโกศลกุล, 2550)

โดยวิธีของเบย์นั้นการแจกแจงภายหลังแสดงให้เห็นถึงข้อมูลทั้งหมดที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์เมื่อกำหนดข้อมูลแล้ว หลังจากนั้นจะได้ตัวประมาณเบย์ภายหลังจากการคำนวณค่าเฉลี่ยของการแจกแจงภายหลัง โดยขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน แต่วิธีการนี้ก็ยังมีปัญหาในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ซึ่งจะประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ยาก จึงได้นำวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo Method) มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟเป็นวิธีที่นิยมใช้เมื่อไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการแจกแจงก่อนของตัวแปรสุ่ม โดยประกอบด้วยการสุ่มตัวอย่างตัวแปรจาก วิธีโซมาร์คอฟ (Markov Chain) จากฟังก์ชันการแจกแจงก่อน และทำการสุ่มตัวอย่างแบบกิบส์ (Gibb Sampling) ซึ่งวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกิบส์เป็นวิธีที่ได้รับความนิยมในการสร้างค่าการแจกแจงภายหลัง ซึ่งประมาณเป็นตัวประมาณค่ามอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Gelman, D., 1997)

ในปี ค.ศ.1979 Bradley Efron ได้เสนอวิธีการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์บูตสเตรป (Bootstrap) โดยวิธีนี้เป็นวิธีการทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric) ซึ่งใช้ลดความเอนเอียงของ ตัวประมาณแบบจุดและสร้างช่วงความเชื่อมั่นของประชากรโดยไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแจกแจงทางสถิติ มีหลักการคือ เป็นการสุ่มตัวอย่างจากกลุ่มตัวอย่างเพียงชุดเดียวและเป็นการสุ่มซ้ำแบบแทนที่ (With Replacement)

การประมาณค่าแบบช่วงใช้ตัวประมาณค่าแบบจุดเป็นค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในช่วงๆหนึ่งที่เชื่อว่าจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ซึ่งจะพบว่าการประมาณค่าแบบช่วงมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการประมาณค่าแบบจุด การประมาณแบบช่วงของค่าพารามิเตอร์ ประกอบด้วยขอบเขต 2 ค่า คือ ขอบเขตล่าง (Lower limit) และขอบเขตบน (Upper limit) ค่าพารามิเตอร์ตกอยู่ในช่วงของการประมาณมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับการกำหนดช่วงของการประมาณว่าเป็นช่วงแคบ หรือกว้างเพียงใดถ้ากำหนดให้ช่วงการประมาณแคบโอกาสที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงนั้นย่อมมีน้อย แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการตกอยู่ในช่วงประมาณที่แคบ แสดงว่าการประมาณนั้นมีความแม่นยำ (Accuracy) สูง การประมาณแบบช่วงสามารถบอกถึงโอกาส หรือความน่าจะเป็นที่พารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงประมาณนั้น ในทางสถิติเรียกค่าความน่าจะเป็นนั้นว่า ระดับความเชื่อมั่น (Coefficient of confidence) แทนด้วย $(1 - \alpha)100\%$ โดยที่ $0 < \alpha < 1$

โดยทั่วไปข้อมูลจะมีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม (Random Variable) สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable) คือตัวแปรสุ่มที่เป็นเลข
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ส่วนบุคคลเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
จำนวนเต็ม มีค่านับได้ มีการแจกแจงที่สำคัญ เช่น การแจกแจงเบอร์นูลลี (Bernoulli Distribution)
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแจกแจงทวินาม (Binomial Distribution) เป็นต้น และตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable) คือ ตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นเลขใดๆในช่วงที่ต่อเนื่องกัน ไม่สามารถนับจำนวนได้ มีการแจกแจงที่สำคัญ เช่น การแจกแจงปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) การแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-square Distribution) เป็นต้น

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ (Normal Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานของทฤษฎีทางสถิติมากมาย มีลักษณะการแจกแจงเป็นเส้นโค้งรูประฆังคว่ำที่มีลักษณะสมมาตรกัน (Symmetry) โดยการแจกแจงนี้มีพารามิเตอร์คือค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากร นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังสนใจศึกษาข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติปลอมปน (Contaminated Normal Distribution) ซึ่งเป็นลักษณะของการแจกแจงของข้อมูลที่มีค่าผิดปกติ ประกอบด้วยข้อมูล 2 ส่วน โดยที่ส่วนแรกเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ มีพารามิเตอร์คือ ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนกลุ่มที่ 1 ส่วนที่สองเป็นตัวแปรสุ่มที่มีพารามิเตอร์คือ ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนกลุ่มที่ 2 โดยข้อมูลส่วนที่สองจะใช้สัดส่วนของการปลอมปนเพื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วง มีดังนี้

นฤพล วงศ์เจริญสันติ และคณะ (2556) ทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีของเบส์เมื่อมีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแกมมา ข้อมูลที่ได้มีการจำลองจากการแจกแจงบิวซิง พบว่า การประมาณแบบจุด วิธีของเบส์ส่วนใหญ่จะให้ผลดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ส่วนการประมาณแบบช่วง วิธีของเบส์ ส่วนใหญ่จะให้ผลดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

กัญญพิชญา พุทธะไชยทัศน์ (2552) ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตรระหว่างวิธีแฉ็คไนฟ์ กับ วิธีบูตสเตรป โดยประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง พบว่าในกรณีการประมาณค่าแบบจุด ประมาณ 71.43% วิธีบูตสเตรป มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแฉ็คไนฟ์ และกรณีการประมาณค่าแบบช่วง ทุกค่าพารามิเตอร์ในทุกๆลักษณะการแจกแจง วิธีบูตสเตรป มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแฉ็คไนฟ์

ฉัตรวดี กิจแก้ว (2560) ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงแกมมา ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแกมมา (2,1) การแจกแจงไคกำลังสอง(4) และการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (0.2) วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีของเบส์จากมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ โดยใช้ตัวอย่างสุ่มจากการ

แจกแจงแกมมา ผลการวิจัยพบว่า สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ส่วนใหญ่วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ไม่ใช่วิธีของเบส์และวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง โดยส่วนใหญ่ วิธีของเบส์เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นได้ดีที่สุด

อัญมณี กุมมาระกะ (2560) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินามเชิงลบแบบจุดและแบบช่วง ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงบีตา และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ โดยทำซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ สำหรับการประมาณค่าแบบจุด พบว่าส่วนใหญ่วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าประมาณไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร ยกเว้นเมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรเท่ากับ 0.8 และขนาดตัวอย่างมีค่า 30 ขึ้นไป สำหรับวิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร เมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรเท่ากับ 0.5 และ 0.8 โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 30 ขึ้นไป สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงในสถานการณ์ส่วนใหญ่ วิธีของเบส์จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด

รุ่งตะวัน วัฒนธรร และ ชินนะพงษ์ บำรุงทรัพย์ (2553) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง ด้วยวิธีวาลด์ วิธีสคอร์ วิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีของเบส์ วิธีบูตสเตรปสคอร์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ พบว่าในกรณีตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 50$) วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา(0.5,3) และวิธีบูตสเตรปเบส์ ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา(0.5,3) และแกมมา(1,2) เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธีของที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา(0.5,3) และวิธีบูตสเตรปเบส์ ยกเว้นกรณีที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา(0.5,2) และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 วิธีของเบส์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา(1,2) เป็นวิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด

ศรสวรรค์ บุญเพ็ญ และคณะ (2558) ทำการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ขนาดของการแจกแจงไวบูลล์แบบสองพารามิเตอร์ เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีแจ๊คไนฟ์ กับ วิธีบูตสเตรป พบว่า วิธีบูตสเตรป เป็นวิธีที่ดีที่สุดสำหรับทุกสถานการณ์ที่กำหนด โดยเฉพาะในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100

Autcha Araveeporn (2016) ทำการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปกติด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ กับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีของเบส์ พบว่าวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ ที่ประยุกต์ใช้กับวิธีของเบส์ มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดในขนาดตัวอย่างเล็ก ($n = 5$) และโดยรวมวิธีของเบส์ มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นและขนาดตัวอย่างอื่นๆ

ดังนั้นในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วง โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) วิธีของเบส์ (Bayes Method) วิธีบูตสเตรป (Bootstrap Method) และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ

มาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo Method) ของข้อมูลที่มีการแจกแจงปรกติและข้อมูลที่มีการแจกแจงปรกติปลอมปน โดยการจำลองข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ

1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ย (μ) ของการแจกแจงปรกติและปรกติปลอมปน ด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และ วิธีบูตสเตรป

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบการประมาณแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ย (μ) ของการแจกแจงปรกติและปรกติปลอมปน ด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และ วิธีบูตสเตรป

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 ศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีการประมาณค่า 4 วิธี คือ วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และ วิธีบูตสเตรป

1.3.2 กำหนดจำนวนประชากรเท่ากับ 1 ประชากร

1.3.3 กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 30 50 และ 100

1.3.4 ศึกษาจากข้อมูลที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปรกติ และข้อมูลที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปรกติปลอมปน

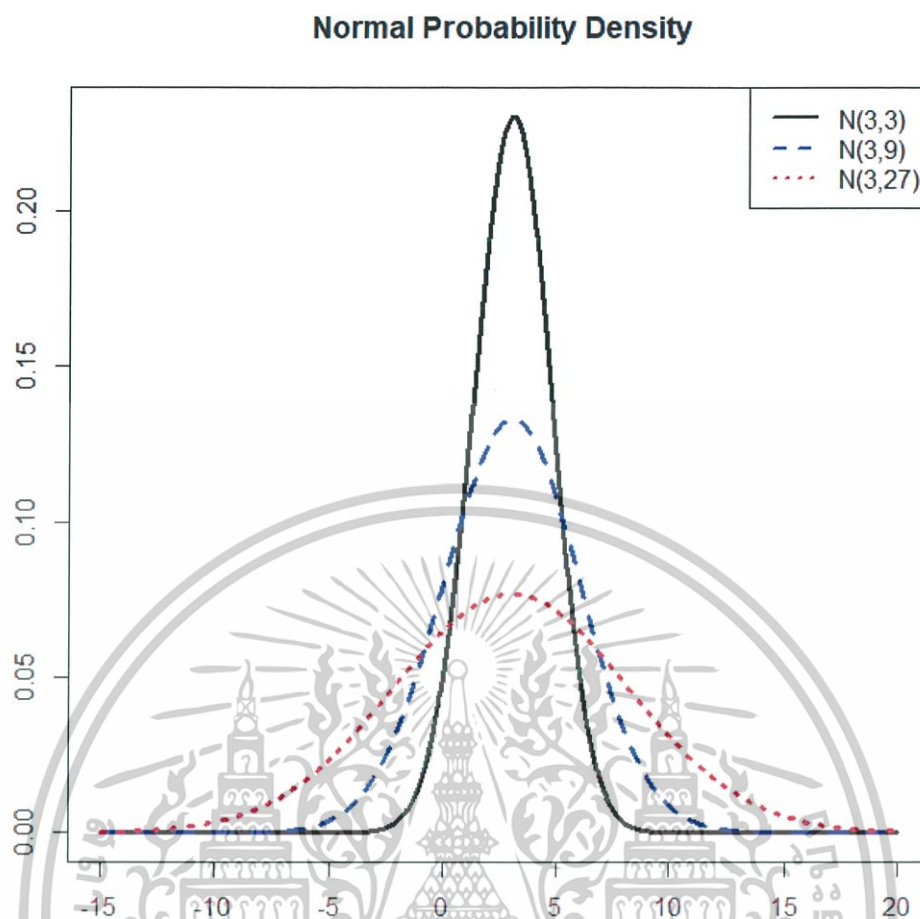
กรณีที่ 1 การแจกแจงปรกติ ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x;\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2};-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

ตารางที่ 1.1 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงของการแจกแจงปรกติ

สถานการณ์	พารามิเตอร์ (μ, σ^2)
1	(3,3)
2	(3,9)
3	(3,27)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1.1 การแจกแจงความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบปรกติ
ที่มีค่าพารามิเตอร์ (μ, σ^2) เป็น $(3,3)$ $(3,9)$ และ $(3,27)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 2 การแจกแจงปรกติปลอมปน ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x;\mu,\sigma^2)=(1-p)N(\mu,\sigma^2)+pN(\mu,c^2\sigma^2);-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0, c > 0, 0 \leq p \leq 1$$

กำหนดสัดส่วนปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 และ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ 10

1.3.5 การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) ของ μ เป็นการแจกแจงปรกติ ด้วยพารามิเตอร์ μ_0 และ σ_0^2 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$g(\mu|\mu_0,\sigma_0^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}}e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}(\mu-\mu_0)^2},-\infty < \mu < \infty$$

กำหนดค่าเฉลี่ยก่อน (μ_0) เท่ากับ 1 และ ความแปรปรวนก่อน (σ_0^2) เท่ากับ 12

1.3.6 สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงในทุกขนาดตัวอย่างและทุกสถานการณ์ กำหนดระดับของช่วงความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% 95% และ 99%

1.3.7 ใช้โปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชัน 3.4.3 ในการจำลองและวิเคราะห์ข้อมูล

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณค่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติและปรกติปลอมปนที่มีค่าพารามิเตอร์ต่างกัน

1.4.2 ทำให้เลือกใช้วิธีการประมาณค่าได้อย่างเหมาะสม เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดต่าง ๆ

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.5.1 พารามิเตอร์ (Parameter) หมายถึง คุณลักษณะของประชากรหรือค่าที่คำนวณได้ด้วยวิธีการทางสถิติจากข้อมูลทั้งหมดของประชากร

1.5.2 ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) หมายถึง ช่วงที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งคำนวณได้จากตัวอย่างชุดหนึ่งใดๆ

1.5.3 สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence Coefficient) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด

1.5.4 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) ของตัวประมาณ หมายถึง ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ แล้ว ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\theta}$

เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ฯ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5.5 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วง (Average Interval Length) หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณค่าตัวอย่างสุ่มในสถานการณ์เดียวกัน

1.5.6 ความเอนเอียง (Bias) ของตัวประมาณ หมายถึง ค่าที่ใช้วัดว่าค่าเฉลี่ยของตัวสถิติที่ได้ห่างจากฟังก์ชันพารามิเตอร์ที่สนใจมากน้อยเพียงใด

1.5.7 สุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ (Sampling with Replacement) หมายถึง เมื่อเลือกตัวอย่างขึ้นมาหนึ่งหน่วยจากประชากรแล้ว หลังจากนั้นจะเอาหน่วยตัวอย่างนั้นใส่คืนลงไปประชากรเช่นเดิม ในการเลือกตัวอย่างหน่วยต่อไปจะทำให้หน่วยตัวอย่างเดิมมีโอกาสได้รับเลือกขึ้นมาเป็นตัวอย่างอีก

1.5.8 ความน่าจะเป็นก่อน (Prior Probability) หมายถึง ความน่าจะเป็นเบื้องต้นของพารามิเตอร์หรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจโดยประยุกต์ทฤษฎีบทของเบส์

1.5.9 ความน่าจะเป็นหลัง (Posterior Probability) หมายถึง ความน่าจะเป็นมีเงื่อนไขของพารามิเตอร์ θ เมื่อนำข้อมูลตัวอย่าง $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ หรือหลักฐานเพิ่มเติมเกี่ยวกับเหตุการณ์นั้นมาเป็นเงื่อนไขตามแนวคิดการอนุมานแบบเบส์ อาจเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ว่า $p(\theta|x_1, x_2, \dots, x_n)$

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วง สำหรับค่าเฉลี่ยประชากรของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน ด้วยวิธีที่น่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และ วิธีบูตสเตรป ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของสถิติที่ใช้ในงานวิจัย คุณสมบัติการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษา ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย ตัวอย่างการคำนวณการประมาณค่าแบบช่วงและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎีและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

2.1.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด (Point Estimation)

การประมาณค่าแบบจุดจะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าๆหนึ่ง หรือจุดๆหนึ่ง ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว การประมาณแบบนี้อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ถ้ากลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาไม่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร

2.1.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง (Interval Estimation)

การประมาณค่าแบบช่วงใช้ตัวประมาณค่าแบบจุดเป็นค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในช่วงๆหนึ่งที่เชื่อว่าจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ ซึ่งจะพบว่าการประมาณค่าแบบช่วงมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการประมาณค่าแบบจุด การประมาณแบบช่วงของค่าพารามิเตอร์ประกอบด้วยขอบเขต 2 ค่า คือ ขอบเขตล่าง (Lower limit) และขอบเขตบน (Upper limit) ค่าพารามิเตอร์ตกอยู่ในช่วงของการประมาณมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับการกำหนดช่วงของการประมาณว่าเป็นช่วงแคบหรือกว้างเพียงใด ถ้ากำหนดให้ช่วงการประมาณแคบโอกาสที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงนั้นย่อมมีน้อย แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการตกอยู่ในช่วงประมาณที่แคบ แสดงว่าการประมาณนั้นมีความแม่นยำ (Accuracy) สูง การประมาณแบบช่วงสามารถบอกถึงโอกาส หรือความน่าจะเป็นที่พารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงประมาณนั้น ในทางสถิติเรียกค่าความน่าจะเป็นนั้นว่า ระดับความเชื่อมั่น (Coefficient of confidence) แทนด้วย $(1 - \alpha)100\%$ โดยที่ $0 < \alpha < 1$

2.1.3 ทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง (Central Limit Theorem : CTL)

ถ้า $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย μ และ

ความแปรปรวน σ^2 แล้ว ตัวแปรสุ่ม $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ และ $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ แต่ในกรณีทั่วไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ ไม่จำเป็นต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติเสมอไป ในกรณีที่ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างสุ่ม $X_1, \dots, X_n$ มาจากการแจกแจงแบบอื่นที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน $\sigma^2 < \infty$ การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม $\bar{X}$ บางครั้งจะหาได้ยาก แต่หากขนาดตัวอย่าง n ใหญ่พอ ตัวแปรสุ่ม $\bar{X}$ จะมีการแจกแจงความน่าจะเป็นเข้าใกล้การแจกแจงปกติซึ่งทำให้การอนุมานทำได้สะดวกยิ่งขึ้น และไม่จำกัดอยู่เฉพาะประชากรที่มีการแจกแจงปกติเท่านั้น (น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์, 2558)

ทฤษฎีบท 2.1 ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นอันดับของตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงความน่าจะเป็นเหมือนกัน โดยมีค่าเฉลี่ย $E(X_i) = \mu$ และความแปรปรวน $Var(X_i) = \sigma^2$ ถ้าขนาดตัวอย่าง

มีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) จะได้ว่าตัวสถิติ $Y_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma}$ หรือ $Y_n = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ จะเข้าสู่ในเชิงการแจกแจงสู่ตัวแปรเชิงสุ่ม Y ที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น $\mu = 0$ และความแปรปรวนเป็น $\sigma^2 = 1$

กล่าวคือ Y_n จะมีลิมิตการแจกแจงปรกติมาตรฐานโดยประมาณ (Asymptotically Standard Normal)

จากทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลาง สรุปได้ว่า ไม่ว่าประชากรจะมีการแจกแจงแบบใดก็ตาม ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n \geq 30$) จะได้ว่า $\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$ และ $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

2.1.4 ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error : MSE)

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยเป็นตัววัดประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งมีความมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ตัวประมาณที่มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า จะหมายถึงตัวประมาณค่านั้นมีประสิทธิภาพในการประมาณค่ามากกว่าอีกตัวประมาณหนึ่ง โดยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) หาได้จากค่าเฉลี่ยของ กำลังสองของผลต่างระหว่างค่าประมาณของพารามิเตอร์กับค่าจริงของพารามิเตอร์

$$MSE = \frac{\sum_{j=1}^M (\mu - \hat{\mu}_j)^2}{M}$$

โดยที่ μ แทน ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด

$\hat{\mu}_j$ แทน ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำครั้งที่ j

M แทน จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 5,000 รอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.5 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method)

การประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีการที่ใช้กันมาก และเป็นวิธีที่ง่ายเพราะวิธีนี้เป็นการหาตัวประมาณค่าที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) มีค่าสูงสุด ตัวประมาณค่าที่ได้จากวิธีการนี้เรียกว่า ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator : MLE) (น้อมจิต กิตติโชติพานิชย์, 2553)

นิยามที่ 2.1 ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นคือ $f(x; \theta), \theta \in \Omega$ โดยที่ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของตัวอย่างสุ่ม คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ $X_1, \dots, X_n$ โดยที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเขียนแทนด้วย L หรือ $L(\theta)$ หรือ $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ นั่นคือ


$$\begin{aligned} L(\theta) &= L(\theta; x_1, \dots, x_n) \\ &= f(x_1, \dots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned}$$

นิยามที่ 2.2 ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ คือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L(\theta)$ มีค่าสูงสุด

นั่นคือ หา $L(x; \hat{\theta}) \geq L(x; \theta)$ ทุกค่า θ

เมื่อ $\hat{\theta}$ หาค่าได้ จะได้ว่า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1.หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$L(\theta) = f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta)$$

2. หา $\ln L(\theta)$

3. หา $\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$

4. แก่สมการในข้อที่ 3 หาค่า θ ที่ทำให้ $L(\theta)$ หรือ $\ln L(\theta)$ มีค่าสูงสุด จะได้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ให้ μ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ และให้ $\hat{\mu}_{ML}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ (น้อมจิต กิตติโชติพานิชย์, 2553)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้มีการนำข้อมูลไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต
$$L(\mu) = \left[\frac{1}{2\pi} \right]^{\frac{n}{2}} \left[\frac{1}{\sigma^2} \right]^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$$
 ไม่ว่าการณ์ใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและข้อมูลของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\ln L(\mu) \qquad = \qquad -\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \ln L(\mu) \qquad = \qquad -\frac{1}{2\sigma^2} \cdot 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)(-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu) \qquad = \qquad 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - n\mu \qquad = \qquad 0$$

$$\therefore \hat{\mu}_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$$

และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าของวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด หาได้จาก

$$\begin{aligned} Var(\hat{\mu}_{ML}) &= Var(\bar{X}) = \frac{1}{n} Var(X) \because Var(X) = \sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned}$$

นั่นคือตัวประมาณของ μ ด้วยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดคือ $\hat{\mu}_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \bar{X}$

จากสถิติเบื้องต้น จะทราบว่าถ้ามีตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงปกติ โดยทราบค่าความแปรปรวน การหาค่าประมาณแบบช่วงที่ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของค่าเฉลี่ย μ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mu &= \hat{\mu}_{ML} \pm t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{Var(\hat{\mu}_{ML})} \\ &= \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \end{aligned}$$

เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) จะใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (s^2) แทนได้ด้วย

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อพิจารณาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ μ คือ $\hat{\mu}_{ML} = \bar{X}$ ในรูปแบบของการแจกแจงปกติ มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. ความไม่เอนเอียง (Unbiasedness)

นิยามที่ 2.3 ตัวประมาณ $\hat{\theta} = t(X_1, \dots, X_n)$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียง (Unbiased estimator) ของพารามิเตอร์ θ ก็ต่อเมื่อ $E(\hat{\theta}) = \theta$

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่มีพารามิเตอร์เป็น μ จาก $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ $i = 1, \dots, n$ และ $\sigma^2 > 0$

$$\begin{aligned} E(\bar{X}) &= E\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) \quad \because E(X_i) = \mu \\ &= \frac{1}{n} (n\mu) \\ &= \mu \end{aligned}$$

ดังนั้น $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ μ

2. ความคงเส้นคงวา (Consistency)

นิยามที่ 2.4 ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x; \theta)$ และ $\hat{\theta} = t(X_1, \dots, X_n)$ เป็นตัวประมาณค่าของ θ แล้วจะเป็นตัวประมาณคงเส้นคงวา (Consistent estimator) ของ θ ก็ต่อเมื่อ $\lim_{n \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}) = \theta$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} Var(\hat{\theta}) = 0$ แล้ว $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณคงเส้นคงวาของ θ

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่มีพารามิเตอร์เป็น μ จาก $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ $i = 1, \dots, n$ และ $\sigma^2 > 0$

$$E(\bar{X}) = E(X) \quad \because E(X_i) = \mu$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\text{และ } Var(\bar{X}) &= \frac{Var(X)}{n} \\ &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

$$\text{จะได้ว่า } \lim_{n \rightarrow \infty} E(\bar{X}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu = \mu$$

$$\text{และ } \lim_{n \rightarrow \infty} Var(\bar{X}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sigma^2}{n} \right) = 0$$

ดังนั้น $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณค่าเส้นตรงของ μ

3. ความพอเพียง (Sufficiency)

นิยามที่ 2.5 ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x; \theta)$ ถ้า $\hat{\theta} = t(X_1, \dots, X_n)$ เป็นสถิติค่าหนึ่ง $\hat{\mu}$ จะเป็นตัวสถิติที่พอเพียงของ μ ถ้า h, k เป็นฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชัน ซึ่งทำให้

$$f(x_1, \dots, x_n; \theta) = h(\hat{\theta}; \theta) k(x_1, \dots, x_n)$$

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่มีพารามิเตอร์เป็น μ จาก $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ $i = 1, \dots, n$ และ $\sigma^2 > 0$

ฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, \dots, X_n$ คือ

$$\begin{aligned}f(x_1, \dots, x_n; \mu) &= f(x_1; \mu) \dots f(x_n; \mu) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_1 - \mu)^2} \dots \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_n - \mu)^2} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) - (\mu - \bar{x})]^2}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})^2 - 2(x_i - \bar{x})(\mu - \bar{x}) + (\mu - \bar{x})^2]} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 - 2(\mu - \bar{x}) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) + n(\mu - \bar{x})^2 \right]} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 - 2(\mu - \bar{x}) \left(\sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} \right) + n(\bar{x} - \mu)^2 \right]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2 \right]} \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{n}{2\sigma^2} (\bar{x} - \mu)^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ &= h(\bar{x}; \mu) \cdot k(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

ดังนั้น $\bar{X}$ เป็นตัวสถิติที่พอเพียงของ μ

4. ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency)

นิยามที่ 2.6 ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ θ และ $e(\hat{\theta})=1$ แล้ว $\hat{\theta}$ จะเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ (Efficiency estimator) หรือตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพสูงสุด (Most efficiency estimator) ของ θ

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่มีพารามิเตอร์เป็น μ จาก $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ $i = 1, \dots, n$ และ $\sigma^2 > 0$

ในที่นี้
$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}; -\infty < x < \infty$$

เราทราบว่า $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ μ ที่มีความแปรปรวน $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \mu} \ln f(x; \mu) &= \frac{1}{\sigma^2}(x - \mu) \\ \left(\frac{\partial}{\partial \mu} \ln f(x; \mu)\right)^2 &= \frac{1}{\sigma^4}(x - \mu)^2 \\ \therefore E\left(\frac{\partial}{\partial \mu} \ln f(x; \mu)\right)^2 &= \frac{1}{\sigma^4} E(x - \mu)^2 \\ &= \frac{1}{\sigma^4} \text{Var}(X) \\ &= \frac{1}{\sigma^2}\end{aligned}$$

หาขีดจำกัดล่างของพารามิเตอร์ μ จะได้

จะได้

$$\frac{1}{nE\left(\frac{\partial}{\partial \mu} \ln f(x; \mu)\right)^2} = \frac{1}{n\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)} = \frac{\sigma^2}{n}$$

ดังนั้น $\bar{X}$ มีความแปรปรวนเท่ากับขีดจำกัดล่างของ μ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{\sigma^2}{n}$

นั่นคือ $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพสูงสุดของ μ

5. ตัวประมาณไม่เอนเอียงที่มีความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Unbiased Estimator)

นิยามที่ 2.7 $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่มีความแปรปรวนต่ำสุดของ θ ก็ต่อเมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ θ ที่มีความแปรปรวนต่ำสุด ในบรรดาตัวประมาณไม่เอนเอียงของ θ ด้วยกัน

ให้ $X_1, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่มีพารามิเตอร์เป็น μ จาก $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ เมื่อ $i = 1, \dots, n$ และ $\sigma^2 > 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องแจ้งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2-2\mu x+\mu^2)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}x^2+\frac{\mu x}{\sigma^2}-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}x^2+\frac{\mu x}{\sigma^2}} \\ &= s(x)g(\mu,\sigma)e^{[p_1(\mu,\sigma)t_1(x)+p_2(\mu,\sigma)t_2(x)]} \end{aligned}$$

โดยที่ $s(x)=1$, $g(\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}}$, $p_1(\mu,\sigma)=-\frac{1}{2\sigma^2}$, $t_1(x)=x^2$, $p_2(\mu,\sigma)=\frac{\mu}{\sigma^2}$
 $t_2(x)=x$

1. $\{x:-\infty < x < \infty\}$ ซึ่งไม่เกิดขึ้นกับ μ และ σ^2

2. $p_1(\mu,\sigma)=\begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} & \sigma^2 > 0 \\ 0 & \text{ค่าอื่นๆ} \end{cases}$

และ $p_2(\mu,\sigma)=\begin{cases} \frac{\mu}{\sigma^2} & -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0 \\ 0 & \text{ค่าอื่นๆ} \end{cases}$

เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่มีความหมายของ μ และ σ^2

3. $t_1(x)=x^2$ และ $t_2(x)=x$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของ x

และ $t_1'(x)=2x \neq 0$ และ $t_2'(x)=1 \neq 0$

ดังนั้น $f(x;\mu,\sigma^2)$ อยู่ในวงศ์เลขชี้กำลัง (Exponential family)

$\therefore \sum_{i=1}^n X_i$ เป็นสถิติที่สมบูรณ์และพอเพียงของ μ

เนื่องจาก $E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = n\mu$

$\therefore E\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}\right) = \mu$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E(\bar{X}) = \mu$$

ดังนั้น $\bar{X}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงที่มีความแปรปรวนต่ำสุดของ μ

2.1.6 วิธีของเบส์ (Bayes Method)

ในการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ ซึ่งถือว่าทราบรูปแบบการแจกแจงของประชากร หรือก็คือทราบฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x_i; \theta)$ ของประชากร โดยมี θ เป็นพารามิเตอร์ อย่างไรก็ตามบางครั้งเราอาจจะทราบอะไรที่มีความเกี่ยวข้องกับ θ อยู่บ้างหากจะให้ข้อเท็จจริงนี้ให้เกิดประโยชน์จะช่วยให้การประมาณค่า θ ได้ผลดียิ่งขึ้น (อัชฌา อระวีพร, 2560)

นิยามที่ 2.8 ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มจากประชากรที่ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นคือ $f(x_i; \theta) = f(x_i | \theta)$ โดยที่ θ คือพารามิเตอร์ของการแจกแจงและมีฟังก์ชันก่อน (Prior Distribution Function) คือ $g(\theta)$ ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังหรือฟังก์ชันการแจกแจงที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior Probability Distribution) (อัชฌา อระวีพร, 2558) คือ

$$h(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta) d\theta}$$

หรือพิจารณาในรูปแบบของวงศ์คู่สังยุค (Conjugate Function)

$$h(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) \propto \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta)$$

ทฤษฎีบท 2.2 ให้ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากร $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้าทราบว่ามี μ มีการแจกแจงปกติที่มี $\mu \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$ การแจกแจงที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior Probability Distribution) ของ μ จะมีการแจกแจงปกติที่มี $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ โดยที่

$$\mu_1 = \frac{\sigma_0^2 \bar{x} + \mu_0 \frac{\sigma^2}{n}}{\sigma_0^2 + \frac{\sigma^2}{n}} \quad \text{และ} \quad \sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2 \frac{\sigma^2}{n}}{\sigma_0^2 + \frac{\sigma^2}{n}}$$

พิสูจน์

ตัวแปร X มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ θ ที่ต้องการประมาณสามารถเขียนได้ในรูปแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นคือ

$$f(x_i | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), -\infty < x < \infty$$

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแบบปกติที่ค่าเฉลี่ย μ_0 และค่าความแปรปรวน σ_0^2 ($\mu \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$) คือ

$$g(\mu | \sigma^2) = (\sqrt{2\pi\sigma_0^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right), -\infty < \mu < \infty$$

โดยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \right\} \\ &= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \end{aligned}$$

พิจารณาเทอมของ exp จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 &= \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) + (\bar{x} - \mu)]^2 \\ \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) + (\bar{x} - \mu)]^2 &= \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})^2 + 2(x_i - \bar{x})(\bar{x} - \mu) + (\bar{x} - \mu)^2] \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 2\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\bar{x} - \mu) + n(\bar{x} - \mu)^2 \end{aligned}$$

เมื่อ
$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\bar{x} - \mu) = \left(\sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x}\right)(\bar{x} - \mu) = 0$$

ดังนั้น
$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 &= \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) + (\bar{x} - \mu)]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Likelihood Function) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) &= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \\ &= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2\right]\right)\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}\prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) g(\mu | \sigma^2) &= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2\right]\right) \\ &\quad \left(\sqrt{2\pi\sigma_0^2}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) g(\mu | \sigma^2) d\mu &= \int_{-\infty}^{\infty} (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2\right]\right) \\ &\quad \left(\sqrt{2\pi\sigma_0^2}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right) d\mu\end{aligned}$$

ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังหรือฟังก์ชันการแจกแจงที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior Probability Distribution) คือ

$$\begin{aligned}h(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) &= \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta) d\theta} \\ h(\mu, \sigma^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) &= \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) g(\mu | \sigma^2)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \mu, \sigma^2) g(\mu | \sigma) d\mu}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2 \right]\right) (\sqrt{2\pi\sigma_0^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \mu)^2 \right]\right) (\sqrt{2\pi\sigma_0^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right) d\mu} \\
&= \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} [n(\bar{x} - \mu)^2]\right) (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} [n(\bar{x} - \mu)^2]\right) (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right) d\mu} \\
&= \frac{\exp\left(-\frac{1}{2 \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n}} \left[\sigma_0^2 (\bar{x} - \mu)^2 + \frac{\sigma^2}{n} (\mu - \mu_0)^2 \right]\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2 \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n}} \left[\sigma_0^2 (\bar{x} - \mu)^2 + \frac{\sigma^2}{n} (\mu - \mu_0)^2 \right]\right) d\mu} \\
&\text{พิจารณาเทอม} \\
&\exp\left(-\frac{1}{2 \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n}} \left[\sigma_0^2 (\bar{x} - \mu)^2 + \frac{\sigma^2}{n} (\mu - \mu_0)^2 \right]\right) \\
&= \exp\left(-\frac{1}{2 \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n}} \left[\sigma_0^2 (\bar{x}^2 - 2\bar{x}\mu + \mu^2) + \frac{\sigma^2}{n} (\mu^2 - 2\mu\mu_0 + \mu_0^2) \right]\right) \\
&= \exp\left(-\frac{1}{2 \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n}} \left[\left(\sigma_0^2 + \frac{\sigma^2}{n} \right) \mu^2 - 2\mu \left(\sigma_0^2 \bar{x} + \frac{\sigma^2}{n} \mu_0 \right) + \left(\sigma_0^2 \bar{x}^2 + \frac{\sigma^2}{n} \mu_0^2 \right) \right]\right)
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาเฉพาะเทอมที่มี μ จะเหลือแค่

$$\begin{aligned} &= \exp\left(-\frac{1}{2\frac{\sigma^2\sigma_0^2}{n}}\left[\left(\frac{n\sigma_0^2+\sigma^2}{n}\right)\mu^2-2\mu\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{n}\right)\right]\right) \\ &= \exp\left(-\frac{n\sigma_0^2+\sigma^2}{2\sigma^2\sigma_0^2}\left[\mu^2-2\mu\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}\right)+\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}\right)^2\right]\right)\exp\left(\frac{n\sigma_0^2+\sigma^2}{2\sigma^2\sigma_0^2}\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}\right)^2\right) \\ &= \exp\left(-\frac{n\sigma_0^2+\sigma^2}{2\sigma^2\sigma_0^2}\left[\mu-\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}\right)\right]^2\right)\exp\left(\frac{n\sigma_0^2+\sigma^2}{2\sigma^2\sigma_0^2}\left(\frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}\right)^2\right) \end{aligned}$$

ให้ $\mu_1 = \frac{n\sigma_0^2\bar{x}+\sigma^2\mu_0}{\sigma^2+n\sigma_0^2}$ และ $\sigma_1^2 = \frac{\sigma^2\sigma_0^2}{n\sigma_0^2+\sigma^2}$ จะได้

$$\begin{aligned} h(\mu,\sigma^2 | x_1,x_2,...,x_n) &= \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}[\mu-\mu_1]^2\right)}{\int_{-\infty}^{\infty}\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}[\mu-\mu_1]\right)d\mu} \\ &= \frac{(\sqrt{2\pi\sigma_1^2})^{-1}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}[\mu-\mu_1]^2\right)}{\int_{-\infty}^{\infty}(\sqrt{2\pi\sigma_1^2})^{-1}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}[\mu-\mu_1]^2\right)d\mu} \\ h(\mu,\sigma^2 | x_1,x_2,...,x_n) &= (\sqrt{2\pi\sigma_1^2})^{-1}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}[\mu-\mu_1]^2\right) \sim N(\mu_1,\sigma_1^2) \end{aligned}$$

เมื่อฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นเป็นการแจกแจงปกติ และฟังก์ชันการแจกแจงก่อน (Prior Distribution) เป็นการแจกแจงปกติ ซึ่งอยู่ในรูปแบบของวงศ์คู่สังยุค (Conjugate function) จะสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) คือ

$$f(\mu | \sigma^2, x) = f(x | \mu, \sigma^2)g(\mu | \sigma^2)$$

โดยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) สามารถเขียนได้เป็น

$$f(x | \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) \\
&= (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\sum_{i=1}^n x_i^2 + n\mu^2 - 2n\mu\bar{x})\right)
\end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันการแจกแจงโดยหลักเกณฑ์เป็นการแจกแจงปกติที่ค่าเฉลี่ย μ_0 และค่าความแปรปรวน σ_0^2 ($\mu \sim Normal(\mu_0, \sigma_0^2)$) เมื่อฟังก์ชันภูวณะน่าจะเป็นเป็นการแจกแจงปกติ และฟังก์ชันการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงปกติ ซึ่งอยู่ในรูปแบบของวงศ์คู่สังยุค (Conjugate function) จะสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง คือ

$$\begin{aligned}
f(\mu | \sigma^2, x) &= f(x | \mu, \sigma^2) g(\mu | \sigma^2) \\
&\propto (\sqrt{2\pi\sigma^2})^{-n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\sum_{i=1}^n x_i^2 + n\mu^2 - 2n\mu\bar{x})\right) \\
&\quad \times (\sqrt{2\pi\sigma_0^2})^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu - \mu_0)^2\right) \\
&\propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (n\mu^2 - 2n\mu\bar{x}) - \frac{1}{2\sigma_0^2} (\mu^2 - 2\mu\mu_0)\right) \\
&\propto \exp\left(-\frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right] \mu^2 - 2\mu \left[\frac{n\bar{x}}{\sigma^2} + \frac{\mu_0}{\sigma_0^2} \right] \right\}\right) \\
&\propto \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{n\sigma_0^2 + \sigma^2}{\sigma^2 \sigma_0^2} \right] \left\{ \mu^2 - 2\mu \left[\frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0\sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2} \right] \right\}\right)
\end{aligned}$$

หรือค่าพารามิเตอร์ μ สามารถเขียนในรูปการแจกแจงปกติได้

$$\mu | \sigma^2, x \sim Normal\left(\frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0\sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}, \frac{\sigma^2\sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}\right)$$

ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงก่อน (Prior Distribution) เป็นการแจกแจงปกติ ซึ่งอยู่ในรูปแบบของวงศ์คู่สังยุค (Conjugate function) ค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังหรือฟังก์ชันการแจกแจงที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior Distribution) หรือเรียกว่าตัวประมาณของเบส์ (Bayes estimator) คือ

$$E(\mu | x) = \frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0\sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับสารใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในขณะที่ความแปรปรวนของฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังหรือฟังก์ชันการแจกแจงที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior Probability Distribution) คือ

$$Var(\mu | x) = \frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}$$

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ สามารถเขียนได้เป็น

$$\mu = \frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0\sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2} \pm t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{\sigma^2 \sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}}$$

เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) จะใช้ค่าความแปรปรวนของตัวอย่าง (s^2) แทนได้ด้วย

$$\mu = \frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0s^2}{n\sigma_0^2 + s^2} \pm t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2 \sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + s^2}}$$

2.1.7 วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo Method)

วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ เป็นวิธีที่นิยมใช้ เมื่อไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการแจกแจงก่อนของตัวแปรสุ่ม โดยประกอบด้วยการสุ่มตัวอย่างตัวแปรจากวิธีโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain) จากฟังก์ชันการแจกแจงก่อน และทำการสุ่มตัวอย่างแบบกิบส์ (Gibbs Sampling) จากนั้นทำการประมาณค่าด้วยมอนติคาร์โล (Monte Carlo) จากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง (อัชฌา อระวีพร, 2555)

ขั้นตอนการสร้างสุ่มตัวอย่างจากวิธีโซ่มาร์คอฟ ประกอบด้วย

1. กำหนดค่าเริ่มต้น $\theta^{(0)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงก่อน
2. สร้างค่าจากข้อ 1. มา T ค่า จนกระทั่งได้ลักษณะการแจกแจงที่ต้องการ
3. ตรวจสอบการแจกแจงในข้อ 2. ถ้าไม่เป็นไปตามลักษณะที่ต้องการให้สร้างค่ามากขึ้น
4. เมื่อค่าที่ได้เป็นไปตามที่ต้องการเลือกค่าสังเกตที่ค่า B เป็นต้นไป
5. พิจารณาค่า $\{\theta^{(B+1)}, \theta^{(B+2)}, ..., \theta^{(T)}\}$ ในรูปของตัวอย่างสำหรับการวิเคราะห์ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง
6. สร้างกราฟเพื่อดูลักษณะการแจกแจงของฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง
7. คำนวณค่าเฉลี่ย ค่ากลาง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการสุ่มตัวอย่างอีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กรณีที่เราทราบการแจกแจงก่อน เมื่อกำหนดค่าของตัวแปรสุ่ม คือ วิธีกิบส์ ศึกษาโดย(Geman and Geman, 1984) มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้น $\theta^{(0)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงก่อน
2. เมื่อ $t = 1, 2, \dots, T$ ทำซ้ำตามขั้นตอน
 - 2.1 กำหนด $\theta = \theta^{(t-1)}$
 - 2.2 สร้างค่า θ_j จาก $\theta_j \sim f(\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_d, x)$ เมื่อ $j = 1, \dots, d$
 - 2.3 กำหนดค่าให้ $\theta^{(t)} = \theta$ โดยเก็บค่านี้ไว้สร้างพารามิเตอร์ที่รอบ $t+1$ ตามกระบวนการนี้

$$\theta_1^{(t)} \text{ จาก } f(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, x)$$

$$\theta_2^{(t)} \text{ จาก } f(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, x)$$

$$\theta_3^{(t)} \text{ จาก } f(\theta_3 | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \theta_4^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, x)$$

$$\theta_j^{(t)} \text{ จาก } f(\theta_j | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{j-1}^{(t)}, \theta_{j+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, x)$$

$$\theta_p^{(t)} \text{ จาก } f(\theta_p | \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t)}, \dots, \theta_{p-1}^{(t)}, x)$$

ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกิบส์สามารถสรุปได้ว่า

$$f(\theta_j | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{j-1}^{(t)}, \theta_{j+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_p^{(t-1)}, x) \propto f(\theta | x)$$

เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ที่สร้างจากวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และทำการสุ่มตัวอย่างแบบกิบส์เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ในสถิติแบบเบย์ โดยใช้วิธีการประมาณค่าด้วยมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟเพื่อประมาณค่าจากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังจาก

$$E(g(\theta) | x_1, \dots, x_n) = \int f(\theta | x_1, \dots, x_n) g(\theta) d\theta$$

ซึ่งสามารถประมาณค่า θ ได้โดย

$$\bar{\theta} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \theta^{(t)}$$

กำหนดตัวแปร X มีการแจกแจงปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 โดยที่ μ มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณมี 2 ตัว คือ μ และ σ^2

ขั้นตอนการสร้างสุ่มตัวอย่างจากวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ ประกอบด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

1. กำหนดค่าเริ่มต้น $\mu^{(0)}$ และ $\sigma^{2(0)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงปกติ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สร้างค่าจากข้อ 1. มา T ค่า เมื่อ $t = 1, 2, \dots, T$
3. สร้างค่า $\mu^{(t)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังของการแจกแจงปกติ และ $\sigma^{2(t)}$ จาก
การแจกแจงแกมมา
4. สร้างกราฟเพื่อดูลักษณะการแจกแจงของฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง
5. คำนวณค่าเฉลี่ย ค่ากลาง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง

$$\text{สามารถประมาณค่า } \mu \text{ ได้โดย } \hat{\mu}_{MCMC} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} \text{ และ } \hat{\sigma}_{MCMC}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}$$

จากทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลาง (Central Limit Theorem) เมื่อ $n \rightarrow \infty$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}} \sim N(0,1) \\
 P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) &= 1-\alpha \\
 P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}} < Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) &= 1-\alpha \\
 P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}} < \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} - \mu < Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}\right) &= 1-\alpha \\
 P\left(-\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}} < -\mu < -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}\right) &= 1-\alpha \\
 P\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}} < \mu < \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}\right) &= 1-\alpha
 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ
คือ

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu^{(t)} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sigma^{2(t)}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.8 วิธีบูตสเตรป (Bootstrap Method)

ในปี ค.ศ.1979 Bradley Efron ได้เสนอวิธีการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์บูตสเตรป (Bootstrap) โดยเป็นวิธีการทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์(Nonparametric) ซึ่งใช้ลดความเอนเอียงของตัวประมาณแบบจุดและสร้างช่วงความเชื่อมั่นของประชากรโดยไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแจกแจงทางสถิติ มีหลักการคือ เป็นการสุ่มตัวอย่างจากกลุ่มตัวอย่างเพียงชุดเดียวและเป็นการสุ่มซ้ำแบบแทนที่ (With Replacement)

บูตสเตรปเป็นการสุ่มตัวอย่างโดยคำนวณจากการสุ่มตัวอย่างแบบแทนที่จำนวน n ตัว จากตัวอย่างสุ่ม $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ที่มีการแจกแจงปกติและการแจกแจงปกติปลอมปน จะได้ตัวอย่างสุ่มชุดใหม่ คือ $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ ซึ่งเรียกว่า ตัวอย่างบูตสเตรป โดยการหาค่าประมาณด้วยวิธีบูตสเตรป จะเริ่มจาก

ครั้งที่ 1 ทำการสุ่มตัวอย่างที่ละ 1 ค่า แบบแทนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่างจะได้ $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ μ จะได้ค่าประมาณคือ $\bar{X}_1^*$

ครั้งที่ 2 ทำการสุ่มตัวอย่างที่ละ 1 ค่า แบบแทนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่างจะได้ $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ μ จะได้ค่าประมาณคือ $\bar{X}_2^*$

สำหรับครั้งที่ $3, 4, 5, \dots, B$ ทำในทำนองเดียวกับครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 จะได้ $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ μ จะได้ค่าประมาณคือ $\bar{X}_1^*, \bar{X}_2^*, \bar{X}_3^*, \dots, \bar{X}_B^*$

ด้วยการทำซ้ำดังที่กล่าวมาข้างต้นจำนวน B ครั้ง จะได้ค่าประมาณของ μ จำนวน B ตัว คือ $\bar{X}_1^*, \bar{X}_2^*, \bar{X}_3^*, \dots, \bar{X}_B^*$ โดยกำหนดให้แต่ละตัวมีความน่าจะเป็นเท่ากัน คือ $\frac{1}{B}$ จะได้การแจกแจงของตัวสถิติตัวอย่างบูตสเตรป

เมื่อให้ $\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีบูตสเตรป การหาค่าประมาณแบบจุดและค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานทำได้โดย

$$\hat{\theta}_B = \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B}$$

$$SE_B = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\bar{X}_{(i)}^* - \hat{\theta}_B)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจะได้ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีบูตสเตรป คือ

$$\mu = \hat{\theta}_B \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} SE_B$$

2.2 ตัวอย่างในการคำนวณสถิติที่ใช้ในงานวิจัย

2.2.1 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method)

จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 95% จากการสุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติจากโปรแกรม R มา 15 ค่า ได้ดังนี้

-3.238	3.312	4.507	-1.373	5.248
5.800	-0.635	2.884	0.991	2.172
2.651	7.812	0.617	6.790	4.515

วิธีทำ จากโจทย์ข้อมูลนี้ไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) ของประชากร ทำการประมาณค่าโดยใช้ค่าจากตัวอย่าง (s)

$n=15, \bar{x}=2.804, s=3.120, \alpha=0.05, df=15-1=14, t_{0.025,14}=2.145$

ขีดจำกัดของการประมาณสำหรับค่า $\mu = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$
 $= 2.804 \pm 2.145 \sqrt{\frac{3.120^2}{15}}$
 $= (1.076, 4.532)$

∴ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของการประมาณค่าสำหรับค่า μ คือ

$1.076 < \mu < 4.532$

2.2.2 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีของเบส์ (Bayes Method)

จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 95% จากการสุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติจากโปรแกรม R มา 15 ค่า ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-3.238	3.312	4.507	-1.373	5.248
5.800	-0.635	2.884	0.991	2.172
2.651	7.812	0.617	6.790	4.515

กำหนดค่าเฉลี่ยก่อน(μ_0) เท่ากับ 1 และ ความแปรปรวนก่อน(σ_0^2) เท่ากับ 12

วิธีทำ จากโจทย์ข้อมูลนี้ไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) ทำการประมาณค่าโดยใช้ค่าจากตัวอย่าง (s)

$n = 15, \bar{x} = 2.804, s = 3.120, \mu_0 = 1, \sigma_0^2 = 12, \alpha = 0.05, df = 15 - 1 = 14, t_{0.025, 14} = 2.145$

ขีดจำกัดของการประมาณสำหรับค่า $\mu = \frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0 s^2}{n\sigma_0^2 + s^2} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \sqrt{\frac{s^2 \sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + s^2}}$

$= \frac{(15)(2.804)(12) + (1)(3.120^2)}{(15)(12) + 3.120^2} \pm 2.145 \sqrt{\frac{(3.120^2)(12)}{(15)(12) + 3.120^2}}$

$= (1.028, 4.395)$

∴ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของการประมาณค่าสำหรับค่า μ คือ

$1.028 < \mu < 4.395$

2.2.3 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo Method)

จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 95% จากการสุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติจากโปรแกรม R มา 15 ค่าได้ดังนี้

-3.238	3.312	4.507	-1.373	5.248
5.800	-0.635	2.884	0.991	2.172
2.651	7.812	0.617	6.790	4.515

- วิธีทำ
1. กำหนดค่าเริ่มต้น $\mu^{(r)}, \sigma^{2(r)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงปกติ
 2. สร้างค่าจากข้อ 1. มา 10000 ค่า เมื่อ $t = 1, 2, \dots, 10000$
 3. สร้างค่า $\mu^{(r)}$ จากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังของการแจกแจงปกติและ $\sigma^{2(r)}$ จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่เผยแพร่เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. คำนวณค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวนจากฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง สามารถประมาณค่า μ ได้โดย

$$\hat{\mu}_{MCMC} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mu^{(i)} = \frac{1}{10000} (2.957 + 3.686 + \dots + 3.697) = 2.802$$

$$\hat{\sigma}_{MCMC} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sigma^{2(i)} = \frac{1}{10000} (2.726 + 3.075 + \dots + 2.556) = 3.307$$

$$\begin{aligned} \text{ขีดจำกัดของการประมาณสำหรับค่า } \mu &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mu^{(i)} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sigma^{2(i)}} \\ &= 2.802 \pm Z_{\frac{0.05}{2}} \sqrt{3.307} \\ &= 2.802 \pm (1.96) \sqrt{3.307} \\ &= (-3.680, 9.284) \end{aligned}$$

∴ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของการประมาณค่าสำหรับค่า μ คือ
 $-3.680 < \mu < 9.284$

2.2.4 ตัวอย่างในการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีบูตสเตรป (Bootstrap Method)

จงประมาณช่วงความเชื่อมั่น 95% จากการสุ่มข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติจากโปรแกรม R มา 15 ค่าได้ดังนี้

-3.238	3.312	4.507	-1.373	5.248
5.800	-0.635	2.884	0.991	2.172
2.651	7.812	0.617	6.790	4.515

วิธีทำ ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า แบบแทนที่จำนวน 10000 ครั้ง จากชุดข้อมูลตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าประมาณของ μ จะได้ค่าประมาณ $\bar{X}_i^*$ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ครั้งที่	ค่าประมาณ $\bar{X}_i^*$
1	3.426
2	2.230
3	2.646
4	3.135
5	3.080
$\vdots$	$\vdots$
10000	4.402

หาค่าประมาณแบบจุด และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ทำได้โดย

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_B &= \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B} = \frac{3.426 + 2.230 + 2.646 + \dots + 4.402}{10000} = 2.821 \\ SE_B &= \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\bar{X}_{(i)}^* - \hat{\theta}_B)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{10000-1} [(3.426 - 2.821)^2 + (2.230 - 2.821)^2 + \dots + (4.402 - 2.821)^2]} \\ &= \sqrt{0.599} \\ &= 0.774\end{aligned}$$

ขีดจำกัดของการประมาณสำหรับค่า $\mu = \hat{\theta}_B \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} SE_B$

$$\begin{aligned}&= 2.821 \pm Z_{0.025} (0.774) \\ &= 2.821 \pm (1.96)(0.774) \\ &= (1.304, 4.338)\end{aligned}$$

∴ ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของการประมาณค่าสำหรับค่า μ คือ

$$1.304 < \mu < 4.338$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การแจกแจงที่นำมาใช้ในงานวิจัย

2.3.1 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

เป็นการแจกแจงที่นิยมใช้อย่างกว้างขวางและเป็นรูปแบบความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่สำคัญมากในวิชาสถิติ เนื่องจากข้อมูลต่างๆส่วนใหญ่มีการแจกแจงปกติ เช่น คะแนนสอบ รายได้ โดยกราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมีลักษณะเป็นเส้นโค้งรูประฆังคว่ำ (Bell-shape) หรือเรียกว่าเส้นโค้งปกติ (Normal Curve) กล่าวคือเป็นเส้นโค้งสมมาตรพื้นที่ใต้โค้งรวมกันเป็น 1

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มปกติโดยมีค่าอยู่ในช่วงที่ไม่สิ้นสุด และมีค่าพารามิเตอร์คือ μ เรียกว่าค่าเฉลี่ย และค่า σ^2 เรียกว่าค่าความแปรปรวน

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของ X คือ

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

ซึ่งมีค่าเฉลี่ย $E(X) = \mu$ และค่าความแปรปรวน $Var(X) = \sigma^2$

2.3.2 การแจกแจงปกติปลอมปน (Contaminated Normal Distribution)

ลักษณะการแจกแจงปกติปลอมปนเป็นการแจกแจงที่แปลงมาจากการแจกแจงปกติมีฟังก์ชันความหนาแน่นของ X ดังนี้

$$f(x; \mu, \sigma^2) = (1-p)N(\mu, \sigma^2) + pN(\mu, c^2 \sigma^2)$$

โดยที่ $c > 0, 0 \leq p \leq 1$ เป็นค่าคงที่

เมื่อ c คือ สเกลแฟคเตอร์ (Scale Factor)

p คือ สัดส่วนการปลอมปน (Proportion of contamination)

หมายความว่า ตัวแปรสุ่ม x จะมาจากการแจกแจง $N(\mu, \sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น $(1 - p)$ และมาจากการแจกแจง $N(\mu, c^2 \sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น p

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์ (2552) ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณการแจกแจงระหว่างวิธีแจ๊คไนฟ์ กับ วิธีบูตสเตรป โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง ทั้งการประมาณแบบจุดและการประมาณแบบช่วง ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองโดยเทคนิคมอนติคาร์โล สำหรับการแจกแจงปกติปลอมปน มีพารามิเตอร์กำหนดความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 25 สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.1 และ 0.3 และสเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และ 10 สำหรับการแจกแจงซีกาลัง มีค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 1.5 สำหรับการแจกแจงแกมมา มีค่าพารามิเตอร์ α เท่ากับ 3 4 6 และ 8 ค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 0.1 โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 200 300 400 500 600 700 800 900 และ 1,000 การจำลองข้อมูลกระทำซ้ำ 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และความเอนเอียง เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบจุดและสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

กรณีการประมาณค่าแบบจุด : พบว่า โดยส่วนใหญ่ประมาณ 71.43% วิธีบูตสเตรป จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแจ๊คไนฟ์

กรณีการประมาณค่าแบบช่วง : พบว่า ทุกค่าพารามิเตอร์ ในทุกลักษณะการแจกแจงวิธีบูตสเตรป จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแจ๊คไนฟ์

ฉัตรวิที กิจแก้ว (2560) ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงแกมมา ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงแกมมา(2,1) การแจกแจงโคกกำลังสอง (4) และการแจกแจงแบบเลขซีกาลัง (0.2) วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีของเบส์จากมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ โดยใช้ตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงแกมมา ซึ่งกำหนดค่าพารามิเตอร์สเกล (λ) เท่ากับ 2 และค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (α) เท่ากับ 2 3 4 5 6 7 และ 8 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษาเท่ากับ 30 50 และ 70 และกำหนดระดับความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99% โดยค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่างดังกล่าวนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วง ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรมอาร์ในการวิจัย ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ สำหรับการประมาณค่าแบบจุดจะพิจารณาวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพจากการทดสอบสมมติฐานการเท่ากันระหว่างค่าเฉลี่ยของตัวประมาณกับค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด โดยใช้การทดสอบที และการประมาณค่าแบบช่วงจะพิจารณาวิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ผลการวิจัยพบว่า สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ส่วนใหญ่วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เอกสารวิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ค่าไม่ ซึ่งให้ค่าเฉลี่ยของตัวประมาณไม่แตกต่างไปจากค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด (λ) ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่าง

ตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 30 50 และ 70 และค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (α) มีค่าเท่ากับ 2 3 และ 4 แต่ถ้าขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (α) มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีของเบส์จากมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง โดยส่วนใหญ่วิธีของเบส์เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นได้ดีที่สุด

นฤพล วงศ์เจริญสันติ และคณะ (2556) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ λ ของการแจกแจงปัวซองแบบจุดและช่วง 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์เมื่อมีการแจกแจงก่อน เป็นการแจกแจงแกมมา ข้อมูลที่ได้มีการจำลองจากการแจกแจงปัวซองที่มีค่าพารามิเตอร์ (λ) มีค่าเท่ากับ 0.5 1 5 10 และ 20 กำหนดขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 30 50 70 และ 100 กำหนดระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ ได้แก่ 90% 95% และ 99% โดยใช้โปรแกรมอาร์ และทำซ้ำ 10,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา การตัดสินใจการประมาณแบบจุด พิจารณาจากค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และการประมาณค่าแบบช่วง พิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่าการประมาณค่าแบบจุด วิธีของเบส์ ส่วนใหญ่จะให้ผลดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ยกเว้นที่พารามิเตอร์เท่ากับ 20 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 70 ส่วนการประมาณค่าแบบช่วง วิธีของเบส์ ส่วนใหญ่จะให้ผลดีกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ยกเว้นที่ระดับความเชื่อมั่น 90% พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 70 และ 100 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% พารามิเตอร์เท่ากับ 20 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และพารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% พารามิเตอร์เท่ากับ 0.5 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และพารามิเตอร์เท่ากับ 20 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50

รุ่งตะวัน วัฒนธรร และ ชินนะพงษ์ บำรุงทรัพย์ (2553) ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ด้วยวิธี 6 วิธี คือ วิธีวาลด์ วิธีสคอร์ วิธีปรับค่าของวาลด์ วิธีของเบส์ วิธีบูตสเตรปสคอร์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 5 10 25 50 และ 100 ค่าเฉลี่ยประชากรมีค่าเท่ากับ 1 5 10 20 และ 30 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับวิธีของเบส์และวิธีบูตสเตรปเบส์ มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมาพารามิเตอร์ α_0, β_0 โดยที่ $(\alpha_0, \beta_0) = (0.5, 2) (0.5, 3) (1, 1)$ และ $(1, 2)$ ข้อมูลที่ใช้ศึกษาได้จากการสร้างแบบจำลองโดยใช้วิธีการมอนติคาร์โล เพื่อจำลองการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการศึกษา ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

กรณีตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 50$) วิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด สามารถ

พิจารณาได้ดังนี้ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 วิธีที่ได้ คือ วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า เสนอแนะให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า (0.5, 3) และวิธีบูตสเตรปเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา (0.5, 3) และแกมมา (1, 2) เมื่อขนาดไม่จำกัดใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธีที่ได้ คือ วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา (0.5, 3) และวิธีบูตสเตรปเบส์ ยกเว้นกรณีที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา (0.5, 2) เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 วิธีที่ได้ คือ วิธีของเบส์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมา (1, 2)

กรณีตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n > 50$) วิธีการประมาณค่าทุกวิธี ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่วิธีวาลด์เป็นวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด ในทุกค่าเฉลี่ยประชากรที่ทำการศึกษา

ศรสวรรค์ บุญเพ็ญ และคณะ (2558) เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ขนาด (η) ของการแจกแจงไวบูลล์แบบสองพารามิเตอร์ เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ (β) ด้วยวิธีการประมาณ 2 วิธี คือ วิธีบูตสเตรปทีและวิธีแจ๊คไนฟ์ โดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ วิธีที่ดีกว่าเป็นวิธีที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด กำหนดให้ข้อมูลมีขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 20 30 50 และ 100 ค่าพารามิเตอร์ (β) มีค่า 1 2 3 4 5 และ 6 และพารามิเตอร์ (η) มีค่า 1 1.5 2 2.5 และ 3 โดยจำนวนครั้งที่สุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรปที เท่ากับ 1,000 ครั้ง กำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 95% ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ด้วยโปรแกรม SAS ทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา จากการศึกษาพบว่าวิธีบูตสเตรปทีเป็นวิธีที่ดีที่สุดสำหรับทุกสถานการณ์ที่กำหนด โดยเฉพาะในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 และค่าพารามิเตอร์ η ที่มีขนาดเล็ก ($\eta = 1$) กับค่าพารามิเตอร์ β ที่มีขนาดใหญ่ ($\beta = 6$)

อัญมณี กุมมาระกะ (2560) เปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร (p) หรือค่าความน่าจะเป็นที่จะได้รับความสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้งของการแจกแจงทวินามเชิงลบแบบจุดและแบบช่วง ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงบีตา และวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ โดยใช้ตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงทวินามเชิงลบที่มีค่าพารามิเตอร์ของประชากร (p) เท่ากับ 0.2 0.5 และ 0.8 และค่าพารามิเตอร์ r หรือจำนวนครั้งของความสำเร็จ สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ขนาดตัวอย่าง 10 ($r = 3$ 5 และ 7) ขนาดตัวอย่าง 30 ($r = 10$ 15 และ 20) และขนาดตัวอย่าง 50 ($r = 10$ 20 และ 30) สำหรับการประมาณค่าแบบช่วง ขนาดตัวอย่าง 30 ($r = 10$ 15 และ 20) ขนาดตัวอย่าง 50 ($r = 10$ 20 และ 30) และขนาดตัวอย่าง 70 ($r = 15$ 30 และ 45) และกำหนดระดับความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99% โดยใช้โปรแกรมอาร์ และทำซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ โดยการประมาณค่าแบบจุดจะพิจารณาจากการทดสอบสมมติฐานการเท่ากันระหว่างค่าเฉลี่ยความน่าจะเป็นของความสำเร็จในแต่ละครั้งของการทดลองของตัวอย่างกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร โดยใช้การทดสอบที สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงจะพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

สำหรับการประมาณค่าแบบจุด พบว่าส่วนใหญ่วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดให้ค่าประมาณไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร ยกเว้นเมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรเท่ากับ 0.8 และขนาดตัวอย่างมีค่า 30 ขึ้นไป สำหรับวิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณไม่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์ของประชากร เมื่อค่าพารามิเตอร์ของประชากรเท่ากับ 0.5 และ 0.8 โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 30 ขึ้นไป สำหรับการประมาณค่าแบบช่วงในสถานการณ์ส่วนใหญ่ วิธีของเบส์จะให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด

Autcha Araveeporn (2016) ศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปกติด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo) กับวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และวิธีของเบส์-มอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Bayes- Markov Chain Monte Carlo) เหนือในการตรวจสอบประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านี้ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด กำหนดระดับความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99% ในกรณีที่ข้อมูลถูกจำลองด้วยวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo) ที่มีการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 และความแปรปรวน 2 4 9 และ 16 และขนาดตัวอย่างคือ 5 10 25 และ 30 ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีของ Bayes'-MCMC มีประสิทธิภาพที่ดีในขนาดตัวอย่างเล็ก ($n = 5$) วิธีการประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์ (Bayesian) มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆในทุกสถานการณ์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo) แสดงค่าความกว้างของค่าเฉลี่ยสูงเพราะว่าในการประมาณมีค่าความแปรปรวนมาก ดังนั้นจึงทำให้ความกว้างของค่าเฉลี่ยกว้างกว่าวิธีอื่นๆ อย่างไรก็ตามวิธีการของวิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo) เป็นประโยชน์สำหรับการประมาณตัวประมาณก่อนมากกว่าที่ใช้วิธีการประมาณค่าด้วยวิธีของเบส์-มอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ (Bayes- Markov Chain Monte Carlo)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

3.1 การวางแผนการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ในการศึกษาเปรียบเทียบดังนี้

- 3.1.1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าเท่ากับ 15 30 50 และ 100
- 3.1.2 กำหนดพารามิเตอร์ (μ, σ^2) ของการแจกแจงปกติ μ, σ^2 เท่ากับ (3,3) (3,9) และ (3,27)
- 3.1.3 กำหนดสัดส่วนการปลอมปน (p) และสเกลแฟคเตอร์ (c) ของการแจกแจงปกติปลอมปน p เท่ากับ 0.05 0.15 และ c เท่ากับ 5 10
- 3.1.4 กำหนดพารามิเตอร์ (μ_0, σ_0^2) ของการแจกแจงก่อนของ μ เป็นการแจกแจงปกติ μ_0 เท่ากับ 1 และ σ_0^2 เท่ากับ 12
- 3.1.5 กำหนดระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% 95% และ 99%
- 3.1.6 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุด เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์
- 3.1.7 ตรวจสอบความสัมพันธ์ความเชื่อมั่นและเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์

3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัยดังนี้

3.2.1 การจำลองข้อมูลและสุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยด้วยโปรแกรม R ให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงปกติปลอมปน ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และขนาดตัวอย่าง เป็นไปตามขอบเขตของการวิจัย

3.2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ μ ด้วยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 4 วิธี

3.2.2.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood method : ML)

ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ μ คือ $\hat{\mu}_{ML} = \bar{X}$

3.2.2.2 วิธีของเบส์ (Bayes method)

ตัวประมาณเบส์ภายหลังของ μ คือ $\hat{\mu}_{Bayes} = \frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0 s^2}{n\sigma_0^2 + s^2}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2.3 วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo method : MCMC)

ตัวประมาณมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟของ μ คือ $\hat{\mu}_{MCMC} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mu^{(i)}$

3.2.2.4 วิธีบูตสเตรป (Bootstrap method)

ตัวประมาณบูตสเตรปของ μ คือ $\hat{\mu}_{Bootstrap} = \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B}$

3.2.3 คำนวนช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ด้วยวิธีประมาณ 4 วิธี

3.2.3.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood method : ML)

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ โดยมี

ขอบเขตล่างของช่วง คือ $\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$
ขอบเขตบนของช่วง คือ $\bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}}$

3.2.3.2 วิธีของเบส (Bayes method)

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ โดยมี

ขอบเขตล่างของช่วง คือ $\frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0 s^2}{n\sigma_0^2 + s^2} - t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2\sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + s^2}}$
ขอบเขตบนของช่วง คือ $\frac{n\bar{x}\sigma_0^2 + \mu_0 s^2}{n\sigma_0^2 + s^2} + t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \sqrt{\frac{s^2\sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + s^2}}$

3.2.3.3 วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Monte Carlo method)

ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ โดยมี

ขอบเขตล่างของช่วง คือ $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mu^{(i)} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sigma^{2(i)}}$
ขอบเขตบนของช่วง คือ $\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mu^{(i)} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sigma^{2(i)}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3.4 วิธีบูตสเตรป (Bootstrap method)

ช่วงความเชื่อมั่น $(1 - \alpha)100\%$ ของ μ โดยมี

$$\text{ขอบเขตล่างของช่วง คือ } \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B \left(\bar{X}_{(i)}^* - \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B} \right)^2}$$

$$\text{ขอบเขตบนของช่วง คือ } \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B \left(\bar{X}_{(i)}^* - \frac{\sum_{i=1}^B \bar{X}_{(i)}^*}{B} \right)^2}$$

3.2.4 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error : MSE) ของตัวประมาณค่าซึ่งคำนวณจาก

$$MSE = \frac{\sum_{j=1}^M (\mu - \hat{\mu}_j)^2}{M}$$

เมื่อ μ แทน ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด
 $\hat{\mu}_j$ แทน ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ในการทำซ้ำครั้งที่ j
 M แทน จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 5,000 รอบ

3.2.5 คำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าเฉลี่ยของความกว้างช่วง

นำช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มาพิจารณาว่าครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ μ หรือไม่ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นใดครอบคลุม ค่าพารามิเตอร์ μ จะทำการนับจำนวนครั้ง และบวกสะสมค่าไว้ เมื่อทำครบทุกช่วงแล้ว ก็จะนำค่าสะสมที่ได้ของช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ μ มาหารด้วยจำนวนรอบ ซึ่งจะเรียกค่าที่ได้ว่า ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1 - \hat{\alpha})$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$1 - \hat{\alpha} = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ } \mu}{M}$$

การประมาณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วง หาได้โดยการหาผลต่างระหว่างขอบเขตบน และขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น แล้วทำการบวกสะสมค่าไว้ ซึ่งในแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน 5,000 ครั้ง หลังจากนั้นนำผลบวกสะสมที่ได้หารด้วย 5,000 ค่าที่ได้ คือ ค่าประมาณของความกว้างเฉลี่ยของช่วง ที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าประมาณของความกว้างเฉลี่ยของช่วง เท่ากับ

$$\frac{\sum_{j=1}^M (U_j - L_j)}{M}$$

เมื่อ U_j, L_j แทน ขอบเขตบน และล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j
 M แทน จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 5,000 รอบ

3.2.6 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ ว่ามีค่าอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(1-\alpha_0)$ อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ สามารถเขียนสมมติฐานในการทดสอบได้ดังนี้

$H_0 : P = P_0$
 $H_1 : P \neq P_0$

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ

$$\frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}} > Z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

นั่นคือ $\hat{P} > P_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}$ หรือ $\hat{P} < P_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}$

ดังนั้น วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการประมาณที่ให้ค่า

$$P_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}} \leq \hat{P} < P_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}$$

- เมื่อ P แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น หรือ $P=1-\alpha$
- P_0 แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด หรือเท่ากับ $1-\alpha_0$
- $\hat{P}$ แทน ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองหรือเท่ากับ $1-\hat{\alpha}$
- M แทน จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 5,000 รอบ
- α^* แทน ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ในที่นี้กำหนดเท่ากับ 0.05

1. ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ($P_0 = 0.90$)

$$H_0 : P = 0.90$$

$$H_1 : P \neq 0.90$$

วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการประมาณที่ให้ค่า

$$0.90 - 1.96 \sqrt{\frac{0.90(1-0.90)}{5000}} \leq \hat{P} < 0.90 + 1.96 \sqrt{\frac{0.90(1-0.90)}{5000}}$$

$$0.8917 \leq \hat{P} < 0.9083$$

2. ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ($P_0 = 0.95$)

$$H_0 : P = 0.95$$

$$H_1 : P \neq 0.95$$

วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการประมาณที่ให้ค่า

$$0.95 - 1.96 \sqrt{\frac{0.95(1-0.95)}{5000}} \leq \hat{P} < 0.95 + 1.96 \sqrt{\frac{0.95(1-0.95)}{5000}}$$

$$0.9440 \leq \hat{P} < 0.9560$$

3. ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ($P_0 = 0.99$)

$$H_0 : P = 0.99$$

$$H_1 : P \neq 0.99$$

วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการประมาณที่ให้ค่า

$$0.99 - 1.96 \sqrt{\frac{0.99(1-0.99)}{5000}} \leq \hat{P} < 0.99 + 1.96 \sqrt{\frac{0.99(1-0.99)}{5000}}$$

$$0.9872 \leq \hat{P} < 0.9928$$

ดังนั้น เกณฑ์การตัดสินใจ คือ

เมื่อ $P_0 = 0.90$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $0.8917 \leq \hat{P} < 0.9083$

เมื่อ $P_0 = 0.95$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $0.9440 \leq \hat{P} < 0.9560$

เมื่อ $P_0 = 0.99$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $0.9872 \leq \hat{P} < 0.9928$

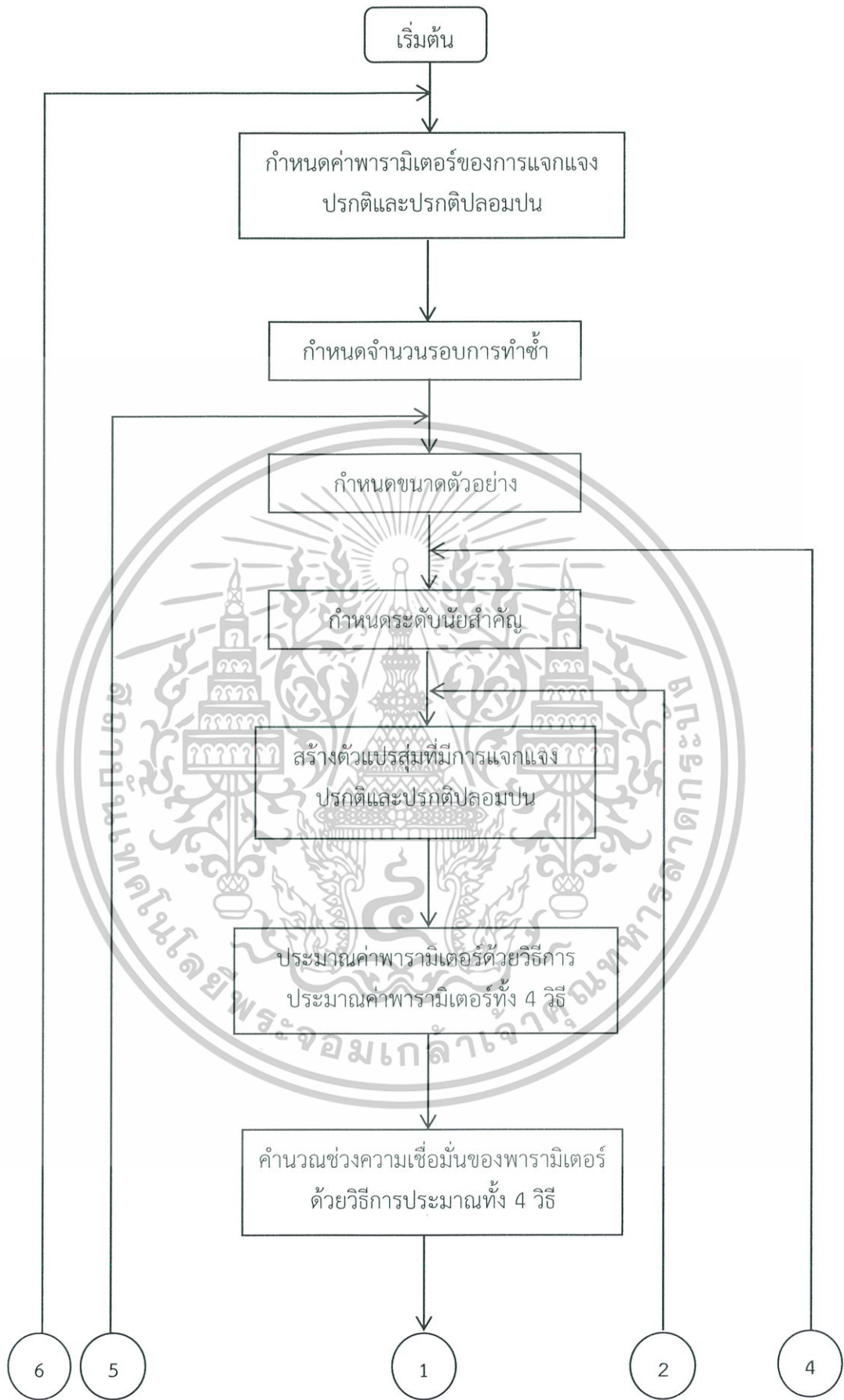
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูในโรงเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าในแต่ละสถานการณ์มีวิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหลายวิธี จะนำค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมาพิจารณาด้วย โดยวิธีการประมาณใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงน้อยที่สุดจะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้น

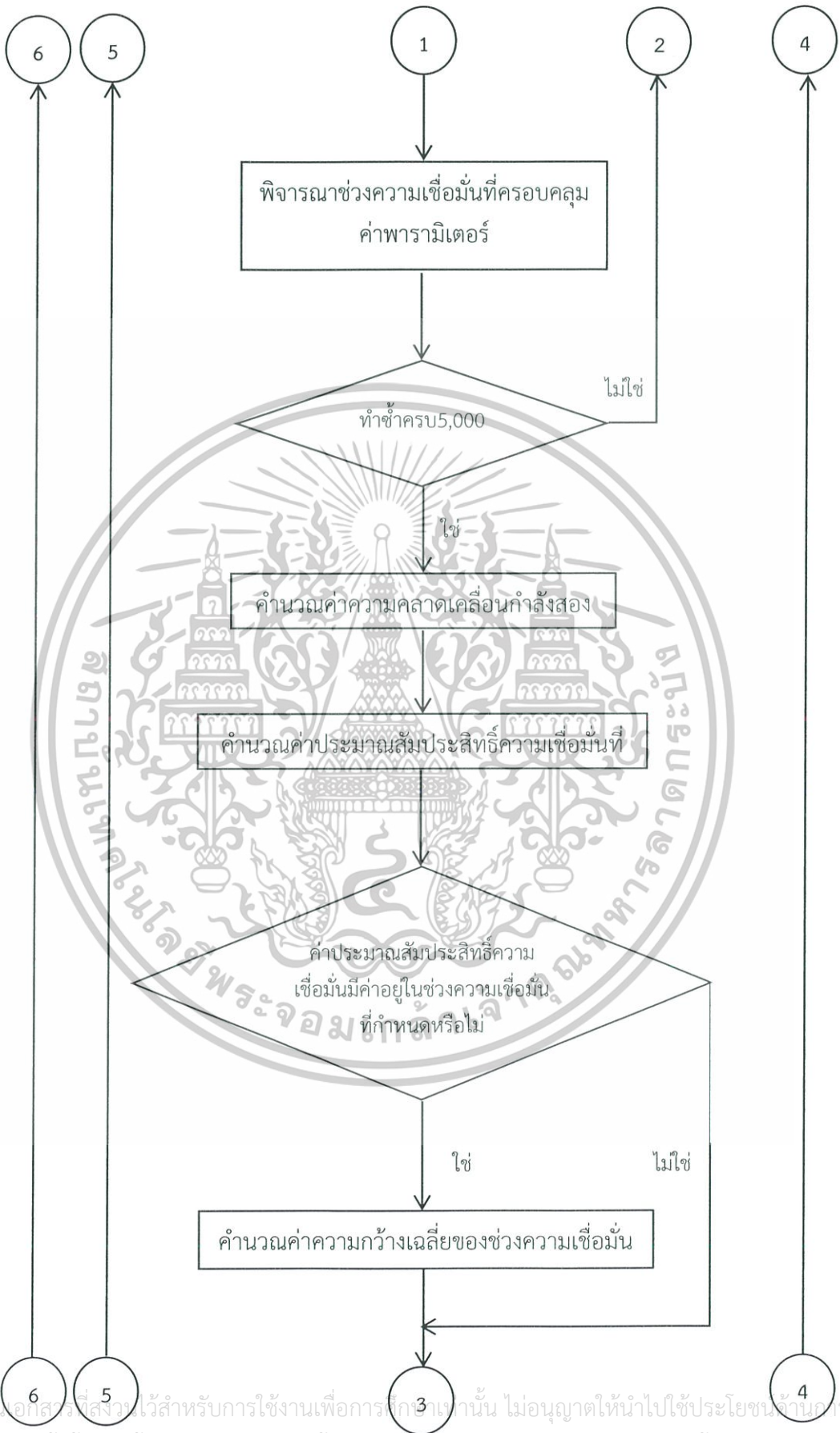
3.3 ขั้นตอนของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย



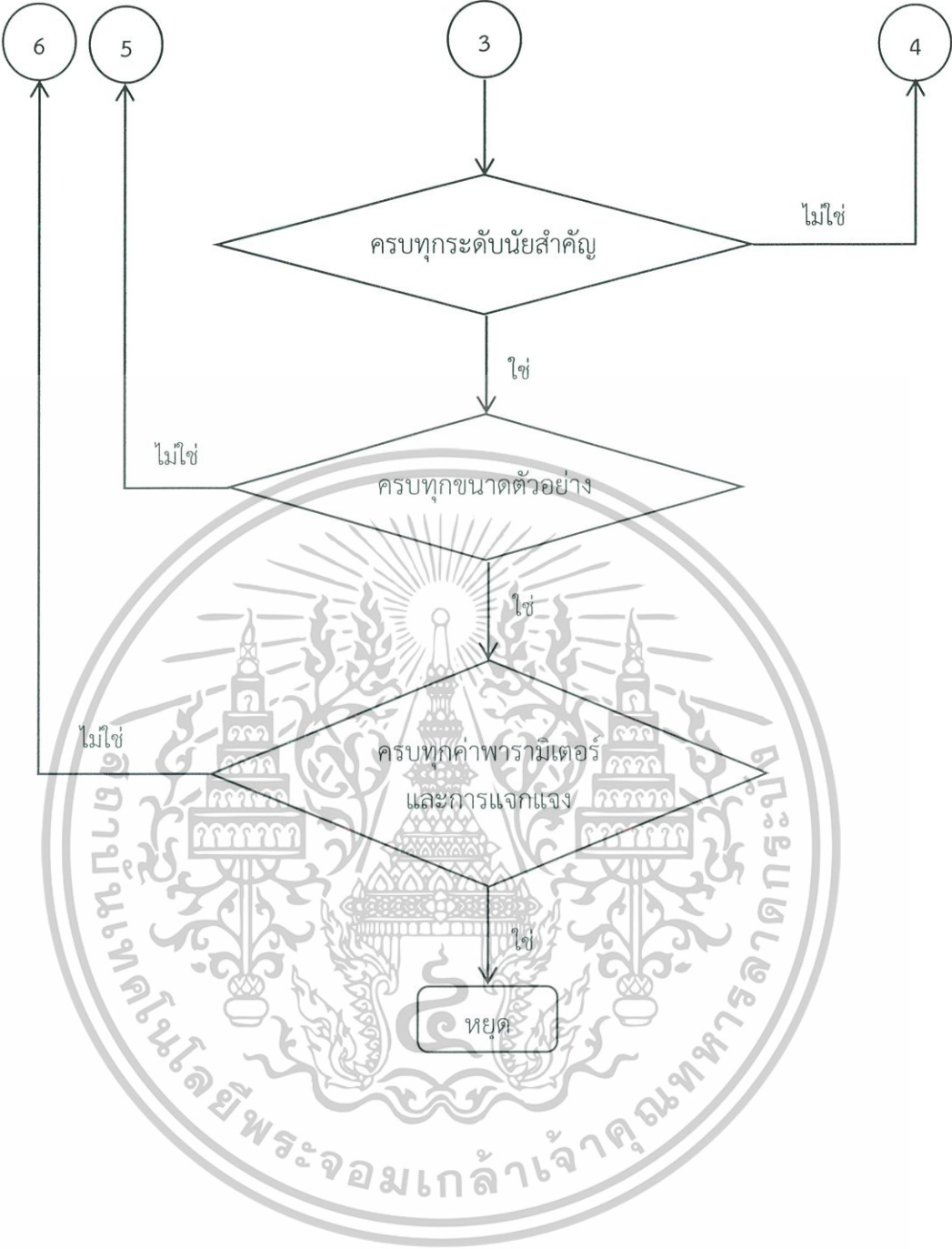
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป โดยจะทำเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วง เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ จะนำเสนอในรูปแบบของตารางและรูปภาพ โดยสัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n	แทน	ขนาดตัวอย่าง
μ	แทน	ค่าเฉลี่ย
σ^2	แทน	ค่าความแปรปรวน
p	แทน	สัดส่วนการปลอมปนของการแจกแจงปกติปลอมปน
c	แทน	สเกลแฟคเตอร์ของการแจกแจงปกติปลอมปน

4.1 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

กำหนดให้	ML	แทน	วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
	Bayes	แทน	วิธีของเบส์ เมื่อมีการแจกแจงก่อนของ μ เป็นการแจกแจงปกติ μ_0 เท่ากับ 1 และ σ_0^2 เท่ากับ 12
	MCMC	แทน	วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ
	Bootstrap	แทน	วิธีบูตสเตรป

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)			
		ML	Bayes	MCMC	Bootstrap
15	$\sigma^2 = 3$	0.2018	0.1963	0.2089	0.2018
	$\sigma^2 = 9$	0.6032	0.5593	0.6258	0.6033
	$\sigma^2 = 27$	1.8123	1.4438	1.8796	1.8122

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

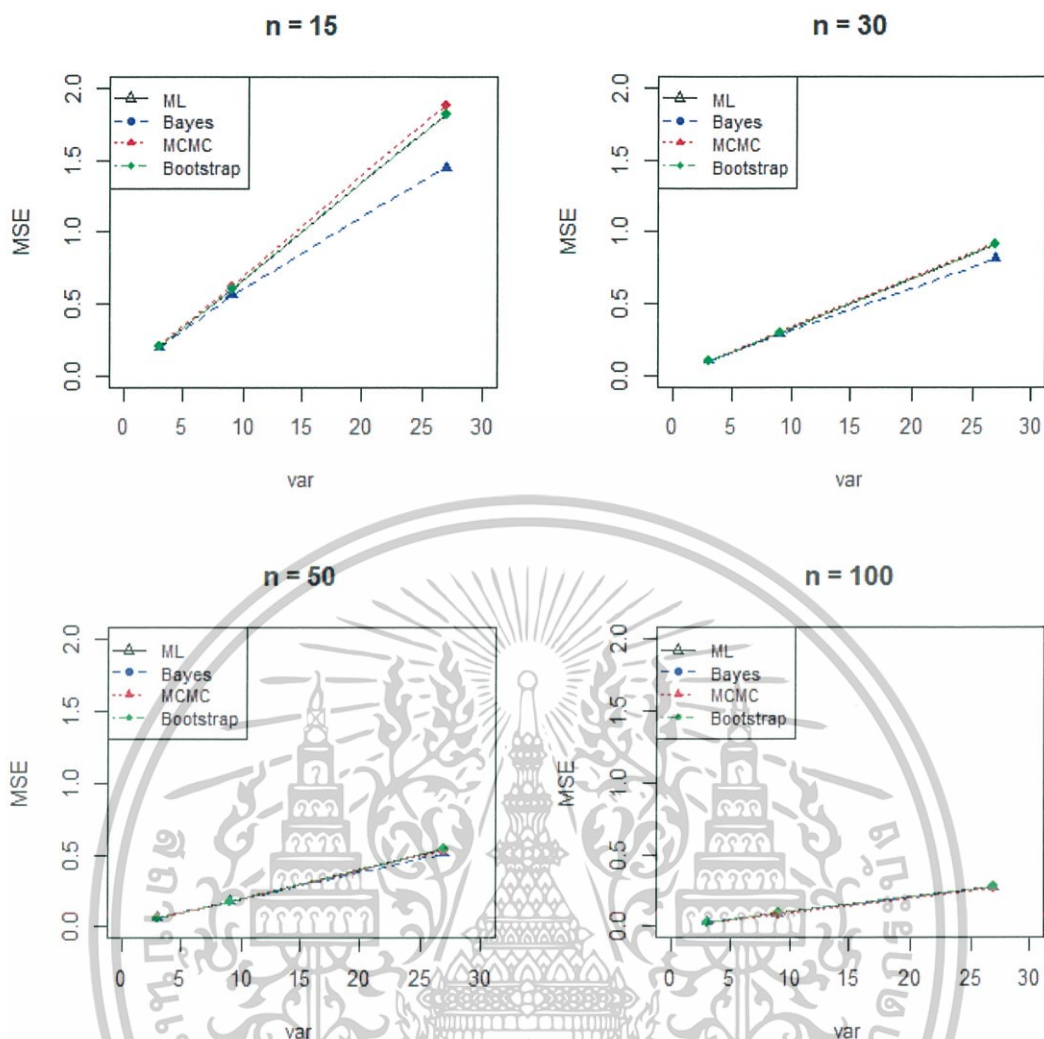
ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)			
		ML	Bayes	MCMC	Bootstrap
30	$\sigma^2 = 3$	0.0996	0.0981	0.1023	0.0996
	$\sigma^2 = 9$	0.2928	0.2816	0.3067	0.2929
	$\sigma^2 = 27$	0.9102	0.8093	0.9211	0.9103
50	$\sigma^2 = 3$	0.0592	0.0586	0.0580	0.0591
	$\sigma^2 = 9$	0.1773	0.1732	0.1742	0.1773
	$\sigma^2 = 27$	0.5417	0.5038	0.5232	0.5418
100	$\sigma^2 = 3$	0.0300	0.0299	0.0291	0.0300
	$\sigma^2 = 9$	0.0919	0.0908	0.0871	0.0918
	$\sigma^2 = 27$	0.2771	0.2673	0.2616	0.2772

หมายเหตุ : ตัวหนา หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

จากตารางที่ 4.1 พบว่าวิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟจะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุดเมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 15 30 50 และ 100 และค่าความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 3 9 และ 27 ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

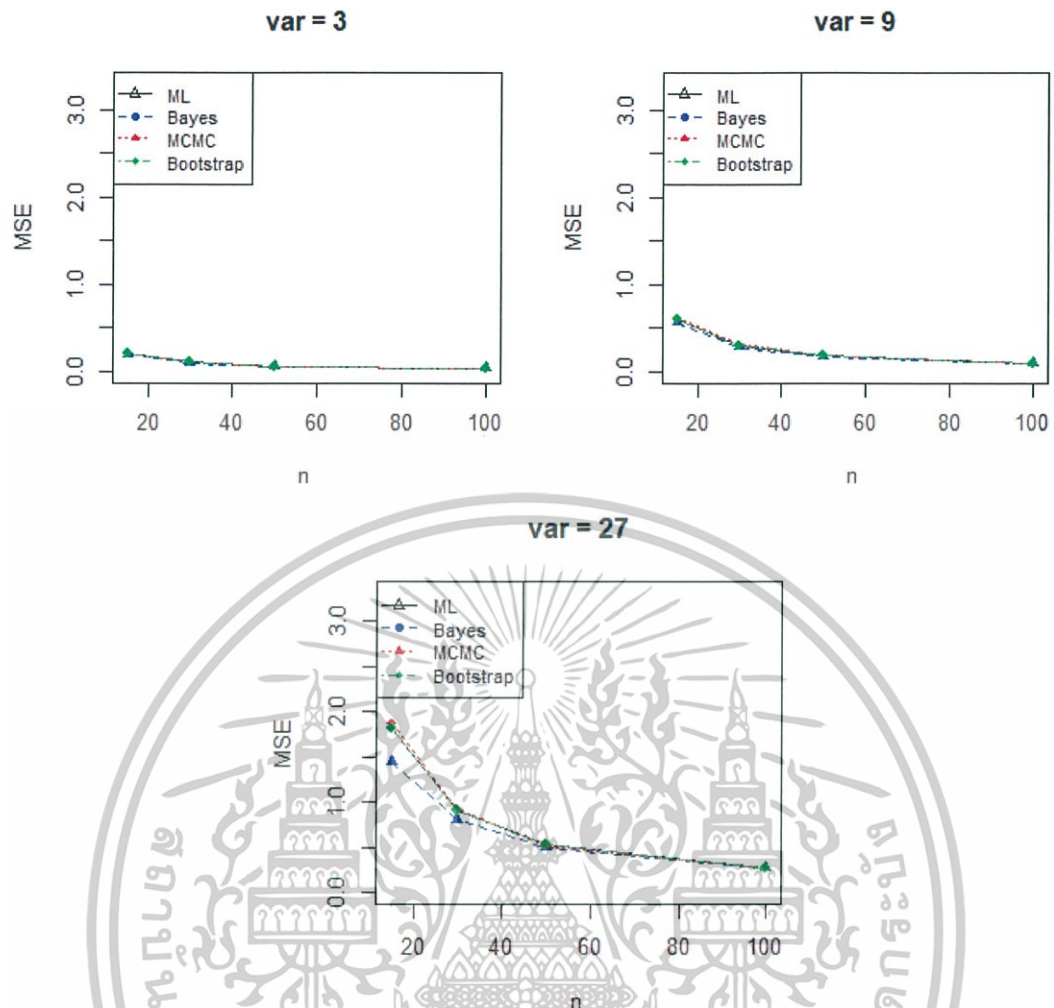
วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27



รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นว่า ขนาดตัวอย่างเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณของทั้ง 4 วิธี มีแนวโน้มลดลง นั่นคือ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100

จากรูปที่ 4.2 จะเห็นว่า ค่าความแปรปรวนเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะค่าความแปรปรวน เมื่อระดับของค่าความแปรปรวนเพิ่มขึ้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณของทั้ง 4 วิธี มีแนวโน้มสูงขึ้น นั่นคือ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะแปรผันตรงกับค่าความแปรปรวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (<i>n</i>)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	<i>p</i>	<i>c</i>	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)			
				ML	Bayes	MCMC	Bootstrap
15	$\sigma^2 = 3$	0.05	5	0.4565	0.0798	0.1909	0.4564
		0.15	5	0.9301	0.0537	0.1915	0.9300
		0.05	10	1.1470	0.0858	0.1914	1.1460
		0.15	10	3.1927	0.1198	0.1908	3.1948
	$\sigma^2 = 9$	0.05	5	1.3595	0.0544	0.5729	1.3593
		0.15	5	2.6616	0.0758	0.5744	2.6627
		0.05	10	3.5855	0.1791	0.5734	3.5837
		0.15	10	9.3024	0.4925	0.5741	9.3025
	$\sigma^2 = 27$	0.05	5	4.0170	0.1346	1.7205	4.0164
		0.15	5	8.1279	0.3847	1.7232	8.1238
		0.05	10	10.8476	0.4679	1.7227	10.8524
		0.15	10	27.4705	1.2443	1.7190	27.4826
30	$\sigma^2 = 3$	0.05	5	0.2186	0.0967	0.0975	0.2187
		0.15	5	0.4468	0.0737	0.0975	0.4468
		0.05	10	0.5847	0.0736	0.0974	0.5849
		0.15	10	1.5286	0.0369	0.0975	1.5284
	$\sigma^2 = 9$	0.05	5	0.6557	0.0614	0.2926	0.6554
		0.15	5	1.3813	0.0309	0.2922	1.3816
		0.05	10	1.7712	0.0682	0.2922	1.7711
		0.15	10	4.7044	0.1662	0.2917	4.7064
	$\sigma^2 = 27$	0.05	5	2.0015	0.0393	0.8757	2.0020
		0.15	5	4.1155	0.1124	0.8774	4.1149
		0.05	10	5.5389	0.2440	0.8782	5.5388
		0.15	10	14.5637	0.7700	0.8764	14.5684

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง (<i>n</i>)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	<i>p</i>	<i>c</i>	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)			
				ML	Bayes	MCMC	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	0.05	5	0.1364	0.1064	0.0578	0.1365
		0.15	5	0.2817	0.0897	0.0579	0.2817
		0.05	10	0.3631	0.0843	0.0579	0.3632
		0.15	10	0.9655	0.0406	0.0578	0.9653
	$\sigma^2 = 9$	0.05	5	0.3900	0.0787	0.1735	0.3900
		0.15	5	0.8009	0.0455	0.1734	0.8011
		0.05	10	1.0821	0.0496	0.1735	1.0824
		0.15	10	2.7906	0.0446	0.1735	2.7907
	$\sigma^2 = 27$	0.05	5	1.1426	0.0339	0.5204	1.1427
		0.15	5	2.4228	0.0270	0.5200	2.4238
		0.05	10	3.2539	0.0980	0.5198	3.2524
		0.15	10	8.5507	0.4098	0.5204	8.5510
100	$\sigma^2 = 3$	0.05	5	0.0665	0.1146	0.0290	0.0665
		0.15	5	0.1387	0.1053	0.0291	0.1387
		0.05	10	0.1705	0.1012	0.0290	0.1705
		0.15	10	0.4624	0.0698	0.0290	0.4622
	$\sigma^2 = 9$	0.05	5	0.1973	0.0982	0.0871	0.1973
		0.15	5	0.4032	0.0754	0.0871	0.4033
		0.05	10	0.5344	0.0676	0.0871	0.5342
		0.15	10	1.4077	0.0192	0.0870	1.4078
	$\sigma^2 = 27$	0.05	5	0.6044	0.0596	0.2612	0.6043
		0.15	5	1.2236	0.0225	0.2610	1.2234
		0.05	10	1.6316	0.0286	0.2610	1.6316
		0.15	10	4.2855	0.0928	0.2615	4.2869

หมายเหตุ : ตัวหนา หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์

จากตารางที่ 4.2 พบว่าวิธีของเบส์ และวิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟจะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุดเมื่อมีขนาดตัวอย่งมีค่าเท่ากับ 15 30 50 และ 100 และค่าความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 3 9 และ 27 ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยนาให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27

วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

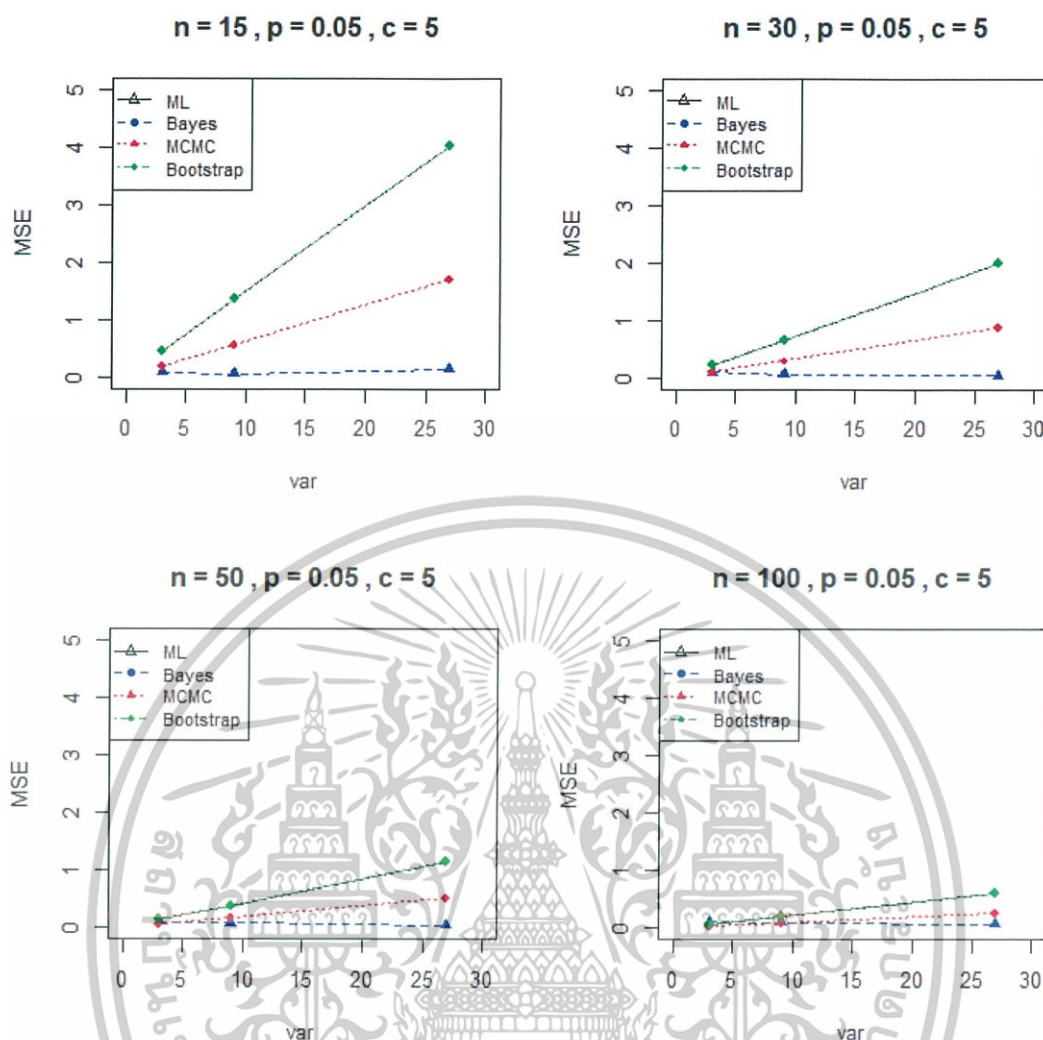
วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

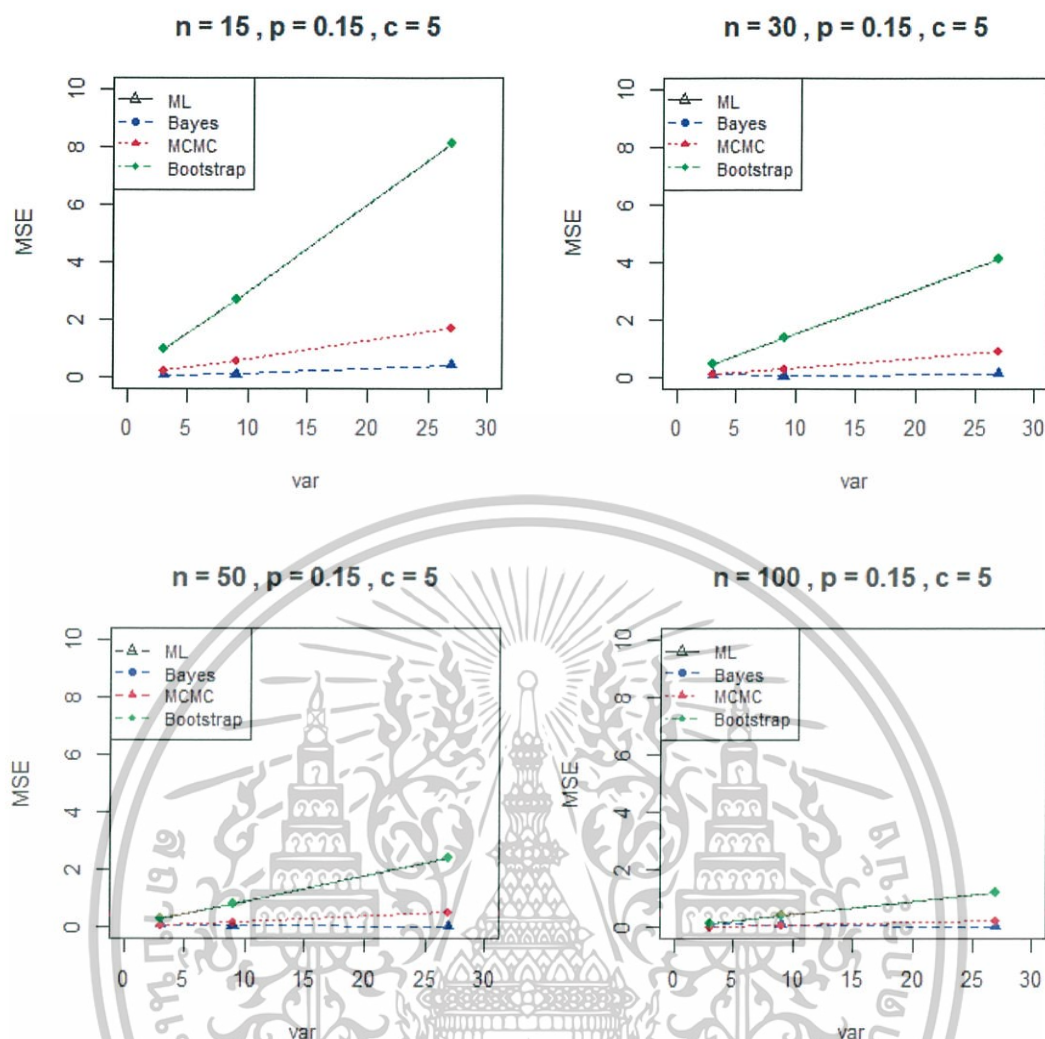
วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



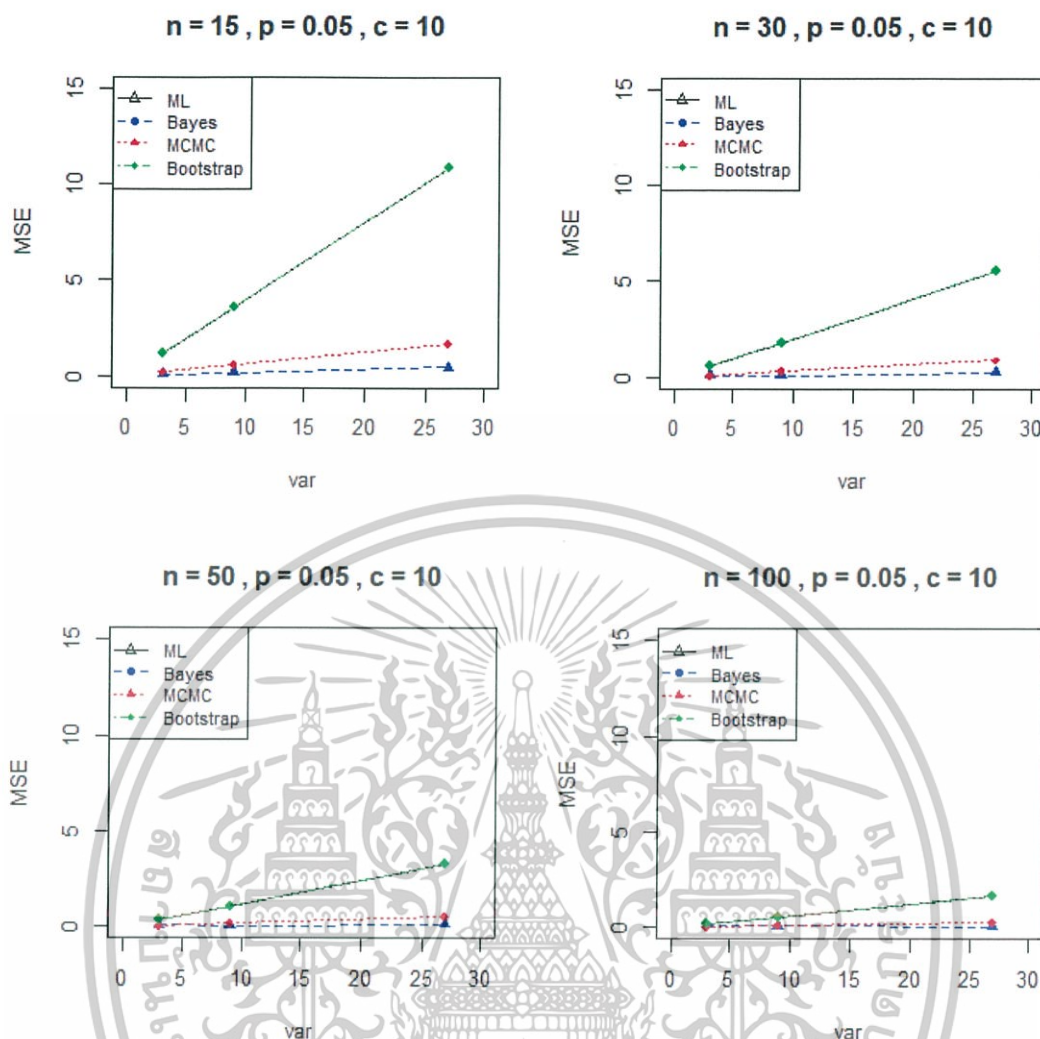
รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3.9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



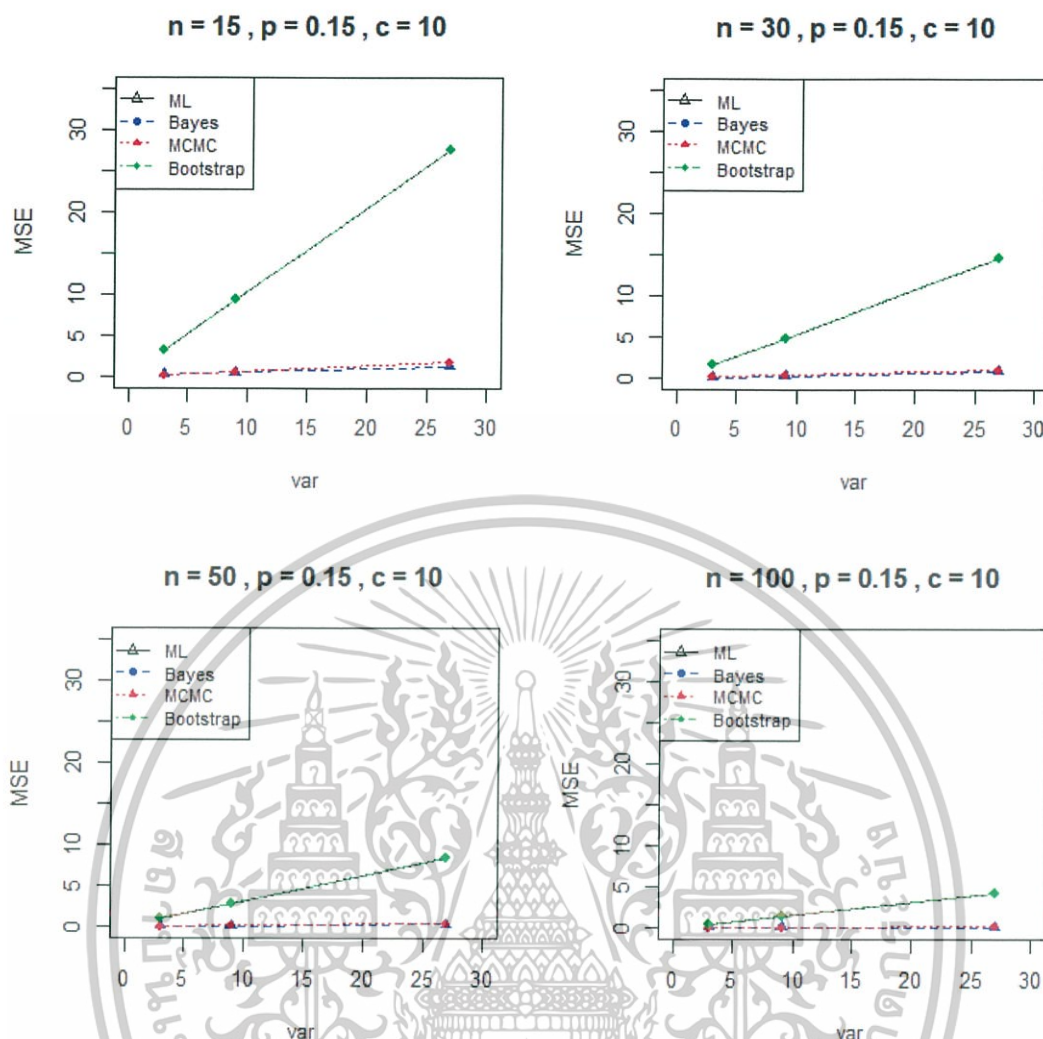
รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100
ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 5
ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100
ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10
ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3.9 และ 27

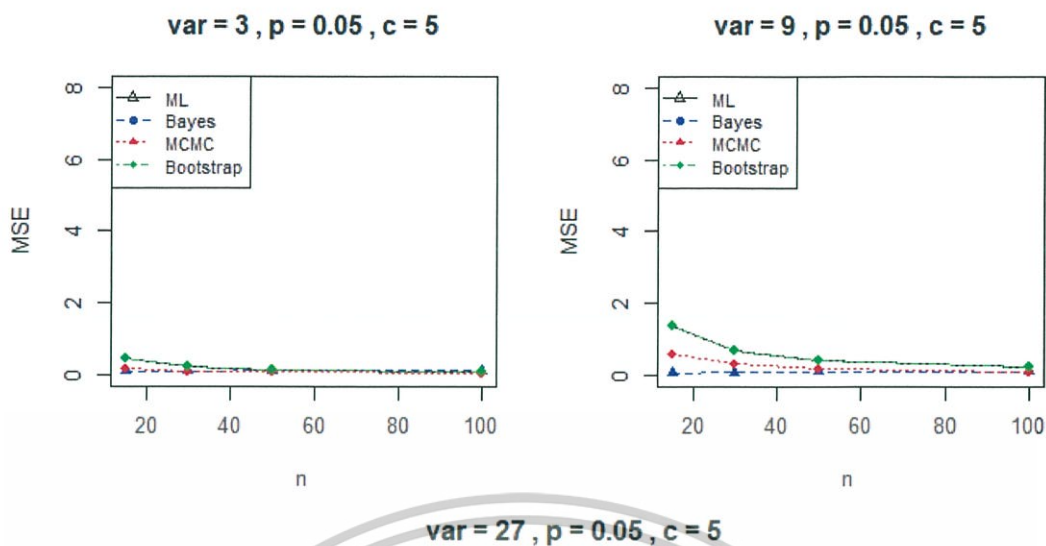
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
เมื่อขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100
ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10
ที่ค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27

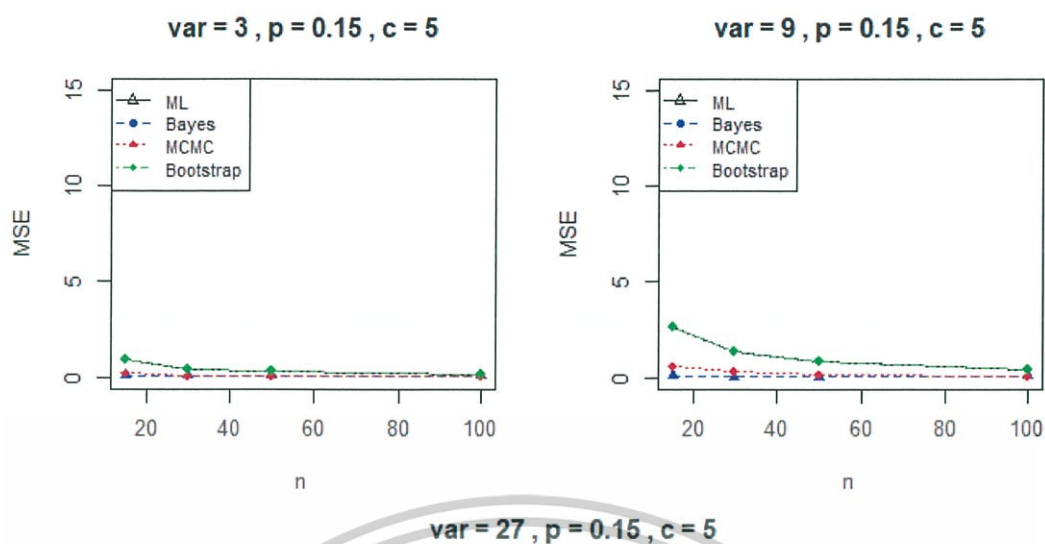
จากรูปที่ 4.3 – 4.6 จะเห็นว่าที่สถานการณ์เดียวกัน ขนาดตัวอย่างเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะขนาดตัวอย่าง เมื่อระดับของขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณของทั้ง 4 วิธี มีแนวโน้มลดลง นั่นคือ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

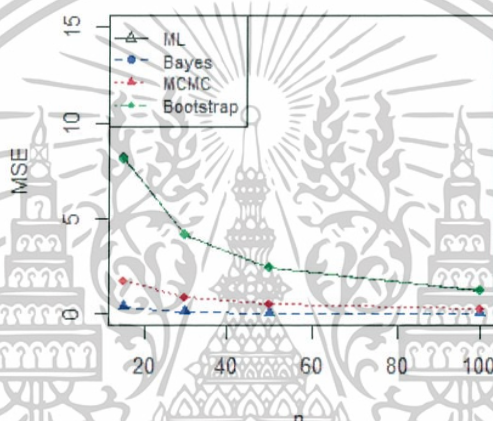


รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟกเตอร์(c) เท่ากับ 5 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

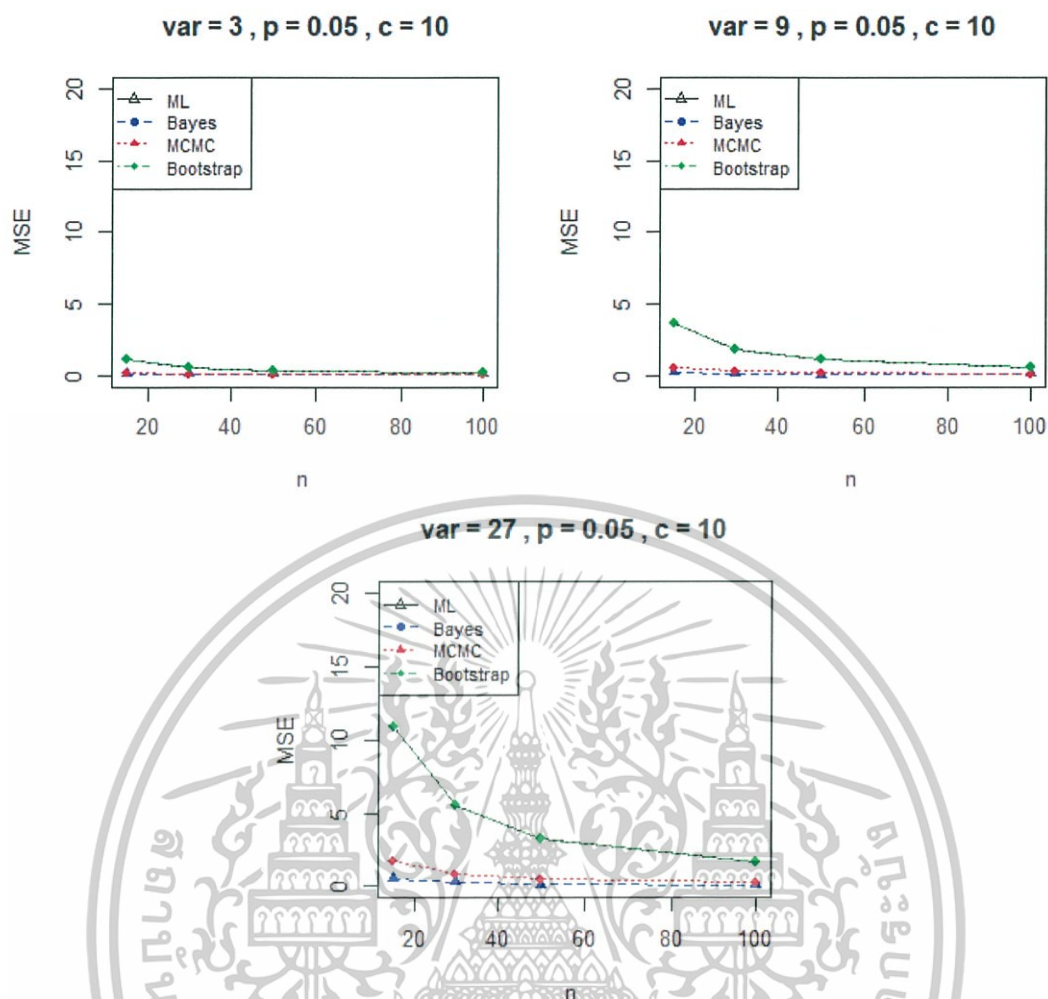


var = 27, p = 0.15, c = 5



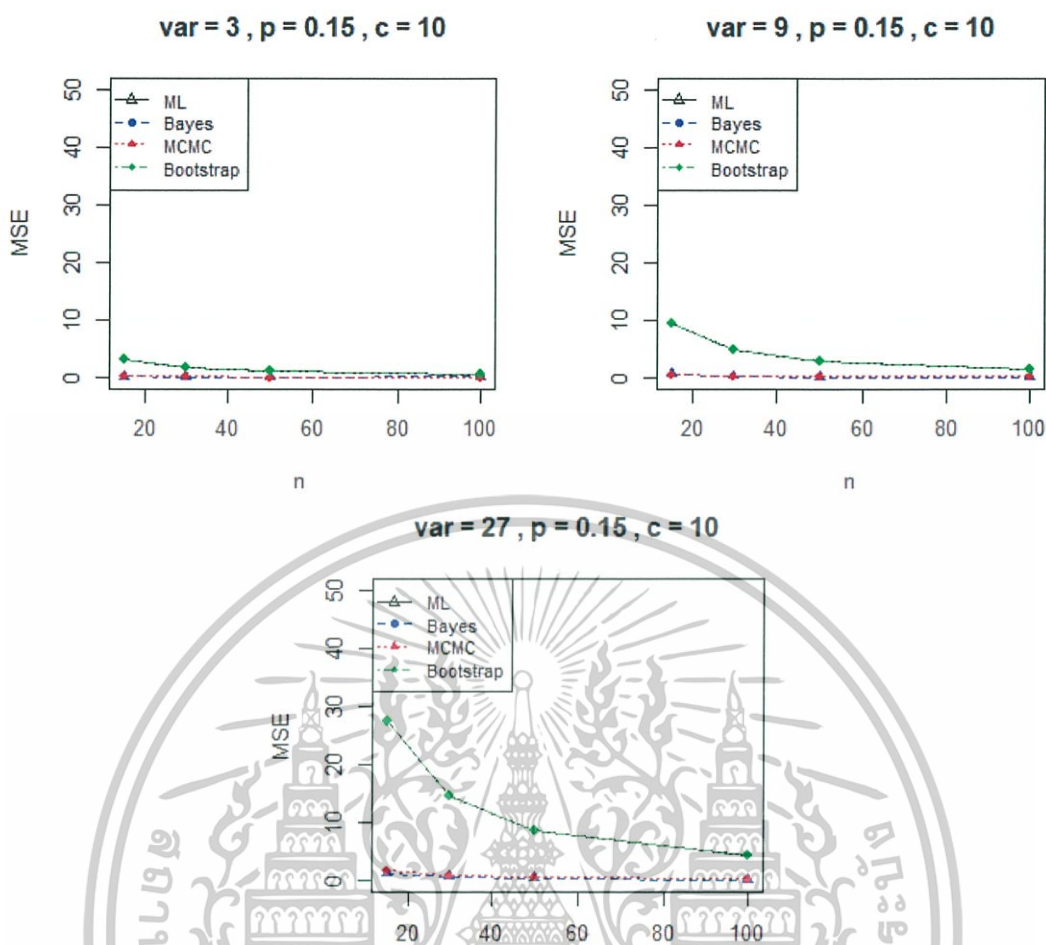
รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
 เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27
 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟกเตอร์(c) เท่ากับ 5
 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)
 เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27
 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.05 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10
 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) เมื่อค่าความแปรปรวน(σ^2) เท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปน(p) เท่ากับ 0.15 และ สเกลแฟคเตอร์(c) เท่ากับ 10 ที่ขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100

จากรูปที่ 4.7 – 4.10 จะเห็นว่าที่สถานการณ์เดียวกัน ค่าความแปรปรวนเป็นปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะ ค่าความแปรปรวน เมื่อระดับของค่าความแปรปรวนเพิ่มขึ้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณของทั้ง 4 วิธี มีแนวโน้มสูงขึ้น นั่นคือ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะแปรผันตรงกับค่าความแปรปรวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและการเปรียบเทียบความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น

การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จะทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในแต่ละสถานการณ์ และการคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะคำนวณจากช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง โดยหาผลต่างระหว่างค่าขอบเขตบน และค่าขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น แล้วบวกสะสมไว้เพื่อหาค่าเฉลี่ยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นครบ 5,000 ครั้ง

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรปจำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาด ตัวอย่าง (<i>n</i>)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.8948	1.5506	0.8966	1.5369	1.0000	-	0.8644	-
	$\sigma^2 = 9$	0.8964	2.6754	0.9024	2.6071	1.0000	-	0.8614	-
	$\sigma^2 = 27$	0.8906	-	0.9050	4.3008	1.0000	-	0.8614	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9026	1.0679	0.9036	1.0633	1.0000	-	0.8852	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9038	1.8463	0.9074	1.8229	1.0000	-	0.8884	-
	$\sigma^2 = 27$	0.8932	3.1907	0.9028	3.0745	1.0000	-	0.8806	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9052	0.8176	0.9068	0.8156	1.0000	-	0.8968	0.7941
	$\sigma^2 = 9$	0.9006	1.4155	0.9042	1.4048	1.0000	-	0.8930	1.3748
	$\sigma^2 = 27$	0.8966	2.4526	0.9044	2.3982	1.0000	-	0.8876	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.8982	0.5741	0.8988	0.5734	1.0000	-	0.8926	0.5658
	$\sigma^2 = 9$	0.8910	-	0.8928	0.9914	1.0000	-	0.8854	-
	$\sigma^2 = 27$	0.8950	1.7190	0.8944	1.6998	1.0000	-	0.8900	-

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาด ตัวอย่าง (<i>n</i>)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9576	-	0.9584	-	1.0000	-	0.9286	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9512	3.2709	0.9544	3.1866	1.0000	-	0.9242	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9442	5.6499	0.9508	5.2500	1.0000	-	0.9158	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9492	1.2840	0.9506	1.2785	1.0000	-	0.9362	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9492	2.2221	0.9504	2.1940	1.0000	-	0.9372	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9566	-	0.9610	-	1.0000	-	0.9414	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9538	0.9818	0.9536	0.9793	1.0000	-	0.9464	0.9480
	$\sigma^2 = 9$	0.9560	1.6930	0.9538	1.6802	1.0000	-	0.9470	1.6346
	$\sigma^2 = 27$	0.9502	2.9369	0.9534	2.8719	1.0000	-	0.9416	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.9482	0.6852	0.9488	0.6843	1.0000	-	0.9446	0.6734
	$\sigma^2 = 9$	0.9566	-	0.9574	-	1.0000	-	0.9514	1.1660
	$\sigma^2 = 27$	0.9548	2.0614	0.9558	2.0383	1.0000	-	0.9506	2.0262

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“ - ” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาด ตัวอย่าง (<i>n</i>)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9886	2.6221	0.9892	2.5990	1.0000	-	0.9702	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9878	4.5111	0.9882	4.3963	1.0000	-	0.9728	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9886	7.8199	0.9902	7.2687	1.0000	-	0.9710	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9898	1.7281	0.9904	1.7207	1.0000	-	0.9822	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9916	2.9934	0.9912	2.9555	1.0000	-	0.9848	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9890	5.1890	0.9908	4.9993	1.0000	-	0.9810	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9896	1.3059	0.9900	1.3026	1.0000	-	0.9856	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9884	2.2611	0.9892	2.2440	1.0000	-	0.9838	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9906	3.9250	0.9910	3.8377	1.0000	-	0.9872	3.7342
100	$\sigma^2 = 3$	0.9904	0.9100	0.9904	0.9088	1.0000	-	0.9878	0.8880
	$\sigma^2 = 9$	0.9912	1.5683	0.9914	1.5624	1.0000	-	0.9894	1.5302
	$\sigma^2 = 27$	0.9904	2.7234	0.9916	2.6930	1.0000	-	0.9892	2.6575

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

จากตารางที่ 4.3 – 4.5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99% ตามลำดับ เมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 15 30 50 และ 100 และค่าความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 3 9 และ 27 ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.8917 \leq \hat{P} < 0.9083$)

วิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.9440 \leq \hat{P} < 0.9560$)

วิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และวิธีของเบส์ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.9872 \leq \hat{P} < 0.9928$)

วิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด และวิธีของเบส์ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

วิธีของเบส์ จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

วิธีของบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

วิธีของเบส์ จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27

วิธีของบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

วิธีของเบส์ จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9

วิธีของบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9138	-	0.9994	-	1.0000	-	0.8792	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9148	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8788	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9146	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8780	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9050	1.5051	0.9998	-	1.0000	-	0.8880	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9080	2.5937	1.0000	-	1.0000	-	0.8892	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9014	4.4949	1.0000	-	1.0000	-	0.8862	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.8952	1.1715	0.9914	-	1.0000	-	0.8834	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9072	2.0256	1.0000	-	1.0000	-	0.8964	1.9673
	$\sigma^2 = 27$	0.9134	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9024	3.3989
100	$\sigma^2 = 3$	0.8970	0.8355	0.7794	-	1.0000	-	0.8908	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9032	1.4513	1.0000	-	1.0000	-	0.8972	1.4303
	$\sigma^2 = 27$	0.8954	2.5208	1.0000	-	1.0000	-	0.8912	-

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวนาจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9142	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8734	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9218	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8820	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9164	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8790	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9110	-	0.9998	-	1.0000	-	0.8938	2.0803
	$\sigma^2 = 9$	0.9100	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8910	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9134	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8922	6.2896
50	$\sigma^2 = 3$	0.8992	1.7143	1.0000	-	1.0000	-	0.8898	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9042	2.9558	1.0000	-	1.0000	-	0.8932	2.8706
	$\sigma^2 = 27$	0.9036	5.1203	1.0000	-	1.0000	-	0.8912	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.9020	1.2209	0.9984	-	1.0000	-	0.8950	1.2033
	$\sigma^2 = 9$	0.8998	2.1012	1.0000	-	1.0000	-	0.8948	2.0709
	$\sigma^2 = 27$	0.9002	3.6400	1.0000	-	1.0000	-	0.8960	3.5874

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“ - ” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9238	-	0.9998	-	1.0000	-	0.8884	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9242	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8874	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9238	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8898	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9252	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9038	2.1524
	$\sigma^2 = 9$	0.9264	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9078	3.7486
	$\sigma^2 = 27$	0.9228	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9026	6.5169
50	$\sigma^2 = 3$	0.9132	-	0.9940	-	1.0000	-	0.9002	1.7762
	$\sigma^2 = 9$	0.9140	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9006	3.0833
	$\sigma^2 = 27$	0.9140	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9036	5.3248
100	$\sigma^2 = 3$	0.9124	-	0.9466	-	1.0000	-	0.9076	1.3075
	$\sigma^2 = 9$	0.8970	2.3029	1.0000	-	1.0000	-	0.8898	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9058	4.0140	1.0000	-	1.0000	-	0.8988	3.9558

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.9 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9350	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8956	4.9318
	$\sigma^2 = 9$	0.9414	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9018	8.5233
	$\sigma^2 = 27$	0.9416	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8980	14.6794
30	$\sigma^2 = 3$	0.9176	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8950	3.7498
	$\sigma^2 = 9$	0.9114	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8880	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9102	-	1.0000	-	1.0000	-	0.8884	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9046	3.1521	1.0000	-	1.0000	-	0.8898	-
	$\sigma^2 = 9$	0.8992	5.4402	1.0000	-	1.0000	-	0.8866	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9062	9.3954	1.0000	-	1.0000	-	0.8932	9.1245
100	$\sigma^2 = 3$	0.9030	2.2455	1.0000	-	1.0000	-	0.8962	2.2128
	$\sigma^2 = 9$	0.9044	3.8763	1.0000	-	1.0000	-	0.8996	3.8204
	$\sigma^2 = 27$	0.8980	6.7156	1.0000	-	1.0000	-	0.8938	6.6181

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9614	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9306	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9570	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9314	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9566	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9242	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9614	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9466	1.7003
	$\sigma^2 = 9$	0.9588	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9498	2.9517
	$\sigma^2 = 27$	0.9600	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9458	5.0591
50	$\sigma^2 = 3$	0.9606	-	0.9996	-	1.0000	-	0.9524	1.3545
	$\sigma^2 = 9$	0.9582	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9488	2.3381
	$\sigma^2 = 27$	0.9628	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9546	4.0636
100	$\sigma^2 = 3$	0.9552	0.9939	0.9630	-	1.0000	-	0.9508	0.9769
	$\sigma^2 = 9$	0.9490	1.7295	1.0000	-	1.0000	-	0.9446	1.6999
	$\sigma^2 = 27$	0.9526	3.0095	1.0000	-	1.0000	-	0.9484	2.9581

หมายเหตุ :ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“ - ” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9640	-	0.9998	-	1.0000	-	0.9376	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9670	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9344	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9650	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9328	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9524	2.6515	1.0000	-	1.0000	-	0.9390	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9648	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9462	4.2696
	$\sigma^2 = 27$	0.9602	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9432	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9540	2.0430	1.0000	-	1.0000	-	0.9444	1.9722
	$\sigma^2 = 9$	0.9544	3.5510	1.0000	-	1.0000	-	0.9450	3.4279
	$\sigma^2 = 27$	0.9546	6.1437	1.0000	-	1.0000	-	0.9460	5.9318
100	$\sigma^2 = 3$	0.9482	1.4444	0.9996	-	1.0000	-	0.9440	1.4193
	$\sigma^2 = 9$	0.9540	2.5126	1.0000	-	1.0000	-	0.9472	2.4694
	$\sigma^2 = 27$	0.9568	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9536	4.2690

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด
“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด
ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9656	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9394	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9704	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9470	5.8325
	$\sigma^2 = 27$	0.9658	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9428	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9768	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9672	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9698	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9580	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9714	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9612	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9694	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9614	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9698	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9624	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9686	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9600	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.9590	-	0.9868	-	1.0000	-	0.9564	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9560	2.7376	1.0000	-	1.0000	-	0.9508	2.6902
	$\sigma^2 = 27$	0.9610	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9562	-

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.13 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9842	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9576	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9838	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9608	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9798	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9566	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9734	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9580	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9728	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9588	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9718	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9568	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9600	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9488	3.6189
	$\sigma^2 = 9$	0.9622	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9544	6.3059
	$\sigma^2 = 27$	0.9602	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9484	10.7738
100	$\sigma^2 = 3$	0.9578	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9530	2.6347
	$\sigma^2 = 9$	0.9572	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9538	4.5642
	$\sigma^2 = 27$	0.9530	8.0664	1.0000	-	1.0000	-	0.9498	7.9288

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.14 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9924	3.5873	1.0000	-	1.0000	-	0.9804	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9934	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9792	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9942	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9802	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9930	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9880	2.2267
	$\sigma^2 = 9$	0.9936	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9876	3.9102
	$\sigma^2 = 27$	0.9942	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9876	6.7037
50	$\sigma^2 = 3$	0.9962	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9920	1.7912
	$\sigma^2 = 9$	0.9920	3.2296	1.0000	-	1.0000	-	0.9882	3.0725
	$\sigma^2 = 27$	0.9934	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9902	5.3523
100	$\sigma^2 = 3$	0.9900	1.3231	1.0000	-	1.0000	-	0.9882	1.2910
	$\sigma^2 = 9$	0.9930	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9904	2.2385
	$\sigma^2 = 27$	0.9936	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9924	3.8467

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9958	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9858	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9952	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9862	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9968	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9860	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9946	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9882	3.2677
	$\sigma^2 = 9$	0.9958	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9914	5.6405
	$\sigma^2 = 27$	0.9944	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9898	9.7692
50	$\sigma^2 = 3$	0.9936	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9894	2.5662
	$\sigma^2 = 9$	0.9932	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9898	4.5164
	$\sigma^2 = 27$	0.9940	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9908	7.8107
100	$\sigma^2 = 3$	0.9948	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9936	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9930	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9912	3.2518
	$\sigma^2 = 27$	0.9930	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9912	5.6084

หมายเหตุ : ชัดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด
“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด
ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9936	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9856	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9926	8.8210	1.0000	-	1.0000	-	0.9810	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9970	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9838	-
30	$\sigma^2 = 3$	0.9968	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9930	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9956	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9922	5.9332
	$\sigma^2 = 27$	0.9956	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9914	10.2074
50	$\sigma^2 = 3$	0.9954	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9942	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9978	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9958	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9964	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9956	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.9956	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9946	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9954	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9934	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9958	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9956	-

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“ - ” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 4.17 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติปลอมปน

ขนาด ตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	วิธีการ							
		ML		Bayes		MCMC		Bootstrap	
		CC	AW	CC	AW	CC	AW	CC	AW
15	$\sigma^2 = 3$	0.9980	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9930	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9996	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9944	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9978	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9926	23.0849
30	$\sigma^2 = 3$	0.9986	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9974	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9980	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9954	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9980	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9954	-
50	$\sigma^2 = 3$	0.9988	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9960	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9970	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9944	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9968	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9938	-
100	$\sigma^2 = 3$	0.9950	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9932	-
	$\sigma^2 = 9$	0.9952	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9946	-
	$\sigma^2 = 27$	0.9940	-	1.0000	-	1.0000	-	0.9930	-

หมายเหตุ : ขีดเส้นใต้ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

“-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

ตัวหนา หมายถึง ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบสุด ในแต่ละสถานการณ์

จากตารางที่ 4.6 – 4.17 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ได้จากการประมาณวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% 95% และ 99% ตามลำดับ เมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 15 30 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 3 9 และ 27 ค่าสัดส่วนการปลอมปนมีค่าเท่ากับ 0.05 และ 0.15 และค่าสเกลแฟคเตอร์มีค่าเท่ากับ 5 และ 10 ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.8917 \leq \hat{P} < 0.9083$)

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธิน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธิน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธิน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธิน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธิน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธิน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธิน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธิน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นฉบับร่าง ยังอยู่ระหว่างการพิจารณาและปรับปรุงแก้ไข หากมีข้อผิดพลาดประการใด ขออภัยเป็นอย่างสูง และขอแจ้งให้ทราบล่วงหน้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกหรือเผยแพร่ข้อมูลใดๆ ที่ปรากฏในเอกสารนี้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางผู้จัดทำ

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.9440 \leq \hat{P} < 0.9560$)

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% (เกณฑ์ที่กำหนด $0.9872 \leq \hat{P} < 0.9928$)

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณส่วนใหญ่ไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณวิธีบูตสเตรป เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27

กรณีค่าสัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10

วิธีบูตสเตรป จะมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ใช้เรียนการสอน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 ผลการวิจัยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและแบบช่วงของการแจกแจง
ปกติและปกติปลอมปน

ตารางที่ 4.18 วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบจุดที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด
(MSE) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$		
	$\sigma^2 = 3$	$\sigma^2 = 9$	$\sigma^2 = 27$
15	Bayes	Bayes	Bayes
30	Bayes	Bayes	Bayes
50	MCMC	Bayes	Bayes
100	MCMC	MCMC	MCMC

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี
จะได้วิธีการประมาณที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด ดังตารางที่ 4.18 ซึ่งสามารถ
สรุปได้ดังนี้

- วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ
15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50
ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27
- วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาด
ตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100
ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27

ตารางที่ 4.19 วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบจุดที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (MSE) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) และสเกลแฟคเตอร์ (c) ในแต่ละสถานการณ์ต่างๆ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	สัดส่วนการ ปลอมปน (p)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$					
		$\sigma^2 = 3$		$\sigma^2 = 9$		$\sigma^2 = 27$	
		$c = 5$	$c = 10$	$c = 5$	$c = 10$	$c = 5$	$c = 10$
15	0.05	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
	0.15	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
30	0.05	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
	0.15	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
50	0.05	MCMC	MCMC	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
	0.15	MCMC	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes
100	0.05	MCMC	MCMC	MCMC	Bayes	Bayes	Bayes
	0.15	MCMC	MCMC	Bayes	Bayes	Bayes	Bayes

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้ว่าวิธีการประมาณที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด ดังตารางที่ 4.19 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- วิธีของเบส์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 สัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10 และที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ยกเว้น กรณีที่สัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5
- วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ยกเว้น กรณีที่สัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.15 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 10 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่สัดส่วนการปลอมปนเท่ากับ 0.05 และสเกลแฟคเตอร์เท่ากับ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.20 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	ML, Bayes	-	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bayes	ML, Bayes	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 27$	Bayes	ML, Bayes	ML, Bayes
30	$\sigma^2 = 3$	ML, Bayes	ML, Bayes	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bayes	ML, Bayes	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bayes		ML, Bayes
50	$\sigma^2 = 3$	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bayes	ML, Bayes	ML, Bayes, Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	Bayes	Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bayes	ML, Bayes, Bootstrap	ML, Bayes, Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

เมื่อทำการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ดังตารางที่ 4.20 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนดในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

- วิธีของเบส์ มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

- วิธีบูตสเตรป มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95% และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

ตารางที่ 4.21 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$ $\sigma^2 = 3$ $\sigma^2 = 9$ $\sigma^2 = 27$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	Bayes		Bayes
	$\sigma^2 = 9$	Bayes	Bayes	Bayes
	$\sigma^2 = 27$	Bayes	Bayes	Bayes
30	$\sigma^2 = 3$	Bayes	Bayes	Bayes
	$\sigma^2 = 9$	Bayes	Bayes	Bayes
	$\sigma^2 = 27$	Bayes	-	Bayes
50	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	Bootstrap	Bayes
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	Bayes
	$\sigma^2 = 27$	Bayes	Bayes	Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	Bayes	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bayes	Bootstrap	Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้
เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

- วิธีของเบส์ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30 ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา ยกเว้น ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

- วิธีบูตสเตรป ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95% และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

ตารางที่ 4.22 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$			ML
	$\sigma^2 = 9$			-
	$\sigma^2 = 27$			-
30	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	Bootstrap	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bootstrap	Bootstrap	ML, Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	ML	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	ML, Bootstrap	Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

เมื่อทำการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ดังตารางที่ 4.22 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3, 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

- วิธีบูตสเตรป มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

ตารางที่ 4.23 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	-	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	-	-
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	ML	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	-	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	ML	ML, Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	ML, Bootstrap	Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

เมื่อทำการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้ว่าวิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ดังตารางที่ 4.23 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ไม่ว่าการณ์ใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

90% และ 95% ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

- วิธีบูตสเตรป มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

ตารางที่ 4.24 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	-	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	Bootstrap	ML
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	-
100	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	ML	ML, Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bootstrap	-	-

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

เมื่อทำการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ดังตารางที่ 4.24 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเอกสาค่าเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ค่าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 % และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

- วิธีบูตสเตรป มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99% ยกเว้น ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ตารางที่ 4.25 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (CC) อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	Bootstrap
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	-	-
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
50	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	ML	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bootstrap	Bootstrap	-
100	$\sigma^2 = 3$	ML, Bootstrap	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	ML, Bootstrap	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	ML, Bootstrap	ML, Bootstrap	-

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่มีวิธีการประมาณค่าที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

เมื่อทำการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี จะได้วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด ดังตารางที่ 4.25 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการศึกษาวิจัยเท่านั้น ไม่สามารถนำข้อมูลไปใช้ในการอื่นได้โดยไม่ได้รับอนุญาต
วิธีภาวนาจะเป็นสิ่งสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของค่า
ไม่ว่าเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ใช้

ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

- วิธีบูตสแตรป มีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณอยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95%

ตารางที่ 4.26 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$			ML
	$\sigma^2 = 9$			-
	$\sigma^2 = 27$			-
30	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	Bootstrap	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	Bootstrap	Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

- วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินทางปัญญาของสถาบันวิจัยและพัฒนาพื้นที่สูง (องค์การมหาชน) ห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

- วิธีบูตสเตรป ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และ 27 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับ ความเชื่อมั่น 95% และ 99%

ตารางที่ 4.27 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 5 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	-	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	-	-
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	ML	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$		Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap		Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	ML	Bootstrap	Bootstrap
100	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	Bootstrap	Bootstrap

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

- วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

- วิธีบูตสเตรป ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ในทุกระดับความเชื่อมั่นที่ทำการศึกษา ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.28 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.05 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	-	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	Bootstrap	ML
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	Bootstrap
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	Bootstrap
50	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	-
100	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	ML	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	-

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

- วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%
- วิธีบูตสเตรป ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99% ยกเว้น ที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.29 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (AW) แคบที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ ที่สัดส่วนการปลอมปน (p) เท่ากับ 0.15 สเกลแฟคเตอร์ (c) เท่ากับ 10 และระดับความเชื่อมั่น เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

ขนาดตัวอย่าง (n)	ความแปรปรวน เมื่อค่าเฉลี่ย $\mu = 3$	ระดับความเชื่อมั่น		
		90%	95%	99%
15	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	-	Bootstrap
30	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	-	-
	$\sigma^2 = 9$	-	-	-
	$\sigma^2 = 27$	-	-	-
50	$\sigma^2 = 3$	ML	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	ML	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	Bootstrap	-
100	$\sigma^2 = 3$	Bootstrap	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 9$	Bootstrap	Bootstrap	-
	$\sigma^2 = 27$	Bootstrap	Bootstrap	-

หมายเหตุ : “-” หมายถึง ไม่สามารถคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ เนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนด

- วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 และ 9 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%
- วิธีบูตสเตรป ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 3 9 และ 27 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 95%

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ย (μ) ของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป โดยการศึกษาและเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ ดังนี้

1. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 30 50 และ 100
2. กำหนดพารามิเตอร์ (μ, σ^2) ของการแจกแจงปกติ เท่ากับ (3,3) (3,9) และ (3,27)
3. กำหนดสัดส่วนการปลอมปน (p) และสเกลแฟคเตอร์ (c) ของการแจกแจงปกติปลอมปน p เท่ากับ 0.05 0.15 และ c เท่ากับ 5 10
4. กำหนดระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% 95% และ 99%

เกณฑ์ในการพิจารณาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ สำหรับการประมาณค่าแบบจุด ผู้วิจัยจะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และสำหรับการประมาณค่าแบบช่วง ผู้วิจัยจะพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่ได้จากการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วง สำหรับพารามิเตอร์ μ ของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ และวิธีบูตสเตรป สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1.1 การประมาณค่าแบบจุด

พิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

- เมื่อขนาดตัวอย่าง $n \leq 30$ และเมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 50$ ที่ความแปรปรวน $\sigma^2 \geq 9$ วิธีของเบส์จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์
- เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 100$ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

- ทุกขนาดตัวอย่าง ที่ความแปรปรวน $\sigma^2 \geq 9$ วิธีของเบส์จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารเมื่อขนาดตัวอย่าง $n \geq 50$ ที่ความแปรปรวน $\sigma^2 \geq 9$ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งนั้นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.2 การประมาณค่าแบบช่วง

พิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่อยู่ในช่วงของเกณฑ์ที่กำหนดและทำการเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่แคบที่สุด

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

- เมื่อขนาดตัวอย่าง $n \leq 30$ วิธีของเบส์จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์
- เมื่อขนาดตัวอย่าง $n > 30$ วิธีบูตสเตรปจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

กรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติปลอมปน

- ในสถานการณ์ต่างๆที่ทำการศึกษา เมื่อระดับความเชื่อมั่น 90% วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีบูตสเตรปจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าใกล้เคียงกัน
- ในสถานการณ์ต่างๆที่ทำการศึกษา เมื่อระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% วิธีบูตสเตรปจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

- เมื่อต้องการทำการประมาณค่าแบบจุด ควรใช้วิธีของเบส์ในการประมาณค่า แต่หากขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน อาจเลือกใช้วิธีมอนติคาร์โลโซมาร์คอฟแทนได้
- เมื่อต้องการทำการประมาณค่าแบบช่วง สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ควรใช้วิธีของเบส์ในการประมาณค่า ซึ่งสอดคล้องกับ Autcha Araveeporn (2016) และหากตัวอย่างมีขนาดใหญ่หรือมีการแจกแจงปกติปลอมปน ควรเลือกใช้วิธีบูตสเตรป ในการประมาณค่า เนื่องจากให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแคบที่สุดเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับ กัญญ์ พิษญา พุทธะไชยทัศน์ (2552)

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

- ในการวิจัยนี้ ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์สำหรับค่าเฉลี่ยเท่านั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการศึกษากการประมาณพารามิเตอร์อื่น เช่น ค่าความแปรปรวน เป็นต้น
- เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้สนใจศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปกติและปกติปลอมปน โดยใช้วิธีอื่นๆ เช่น วิธีสคอร์ วิธีวิลค์ เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- กัญญ์พิษฐา พุทธะไชยทัศน์. 2552. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูล
สมมาตร และไม่สมมาตรด้วยวิธีแจ๊คไนฟ์กับวิธีบูตสเตรป. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตร์
มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ฉัตรวดี กิจแก้ว. 2560. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง
แกมมา ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และ วิธีมอนติคาร์โลโซ่มาร์คอฟ.
วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบัน
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- นฤพล วงศ์เจริญสันติ และคณะ. 2556. การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความ
ควรจะเป็นสูงสุดและวิธีของเบส์ของการแจกแจงปัวซอง. ปัญหาพิเศษ สถิติประยุกต์
สาขาวิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์. 2553. เอกสารประกอบการสอนวิชาสถิติคณิตศาสตร์ 1. คณะ
วิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- รุ่งตะวัน วัฒนธรร และ ชินนะพงษ์ บำรุงทรัพย์. 2553. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วง
สำหรับค่าเฉลี่ยประชากร ของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง. วารสารวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต.
- วรารุณี พานิชกิจโกศลกุล. 2550. ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของการแจกแจงก่อนในตัวประมาณ
ค่าเฉลี่ยแบบเบส์ของปัวซอง. บทความวิจัย คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ภาควิชา
คณิตศาสตร์และสถิติ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ศรสวรรค์ บุญเพ็ญ และคณะ. 2558. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการประมาณค่าแบบช่วง
สำหรับพารามิเตอร์ขนาดของการแจกแจงไวบูลล์แบบสองพารามิเตอร์. บทความวิจัย
ภาควิชาสถิติ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุจิตรา สุนทรมัต. 2556. เอกสารประกอบการสอนวิชาสถิติเบื้องต้น. คณะวิทยาศาสตร์ สถาบัน
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- อัชมา อระวีพร. 2560. การวิเคราะห์การตัดสินใจเชิงสถิติ. พิมพ์ครั้งที่1. คณะวิทยาศาสตร์ สถาบัน
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- อัญมณี กุมมาระกะ. 2560. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ
การแจกแจงทวินามเชิงลบ ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีของเบส์ และ วิธี
มาร์คอฟ เชน มอนติคาร์โล. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ
ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- Autcha Araveeporn. 2016. The Interval Estimation for the mean of Normal
Distribution by Markov Chain Monte Carlo method. International Conference
on Applied Statistics. 2016. Phuket, Thailand.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำสั่งโปรแกรม R ที่ใช้ในงานวิจัย

วิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรของการแจกแจงปกติ

เขียนโปรแกรม R ได้ดังนี้

```
set.seed(25)
```

```
mu=3
```

```
mu0 = 1
```

```
var0 = 12
```

```
m = 5000
```

```
n <-c(15,30,50,100)
```

```
var1 <-c(3,9,27)
```

```
alpha <-c (0.1,0.05,0.01)
```

```
conf.cv1<-c(0.8917,0.9440,0.9872)
```

```
conf.cv<-c(0.9083,0.9560,0.9928)
```

```
for( k in 1 : length(var1) )
```

```
{ for ( i in 1 : length(n) )
```

```
{ for( l in 1 : length(alpha) )
```

```
{ mean.mle = c()
```

```
var.mle = c()
```

```
lcl.mle = rep(0,m)
```

```
ucl.mle = rep(0,m)
```

```
mean.bayes = c()
```

```
var.bayes = c()
```

```
lcl.bayes = rep(0,m)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ucl.bayes = rep(0,m) ที่ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

mean.mcmc = c()
sigma.mcmc = c()
lcl.mcmc = rep(0,m)
ucl.mcmc = rep(0,m)
mean.boot = c()
sd.boot = c()
var.boot = c()
lcl.boot = rep(0,m)
ucl.boot = rep(0,m)
temp.mle = rep(0,m)
temp.bayes = rep(0,m)
temp.mcmc = rep(0,m)
temp.boot = rep(0,m)
length.mle = rep(0,m)
length.bayes = rep(0,m)
length.mcmc = rep(0,m)
length.boot = rep(0,m)
sse.mle = c()
sse.mle = rep(0,m)
sse.bayes = c()
sse.bayes = rep(0,m)
sse.mcmc = c()
sse.mcmc = rep(0,m)
sse.boot = c()
sse.boot = rep(0,m)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


```

for(j in 1 : m)

  { x = rnorm (n[i],mu,sqrt(var1[k]))

  z=qnorm(1-(alpha[l]/2))

  t.1 = qt(1-(alpha[l]/2),n[i]-1)

  # Maximum Likelihood method

  mean.mle[j] = mean(x)

  var.mle[j] = var(x)/n[i]

  # Bayes method

  mean.bayes[j] = ((n[i]*mean(x)*var0)+(mu0*var(x)))/((n[i]*var0)+var(x))

  var.bayes[j] = (var(x)*var0)/((n[i]*var0)+var(x))

  # Markov Chain Monte Carlo method

  library(rjags)

  dataset = list( x=x, n=n[i] )

  inits = list(mu = 0.01 , tau = 0.01)

  jagmod <- jags.model('model_normal.txt', data = dataset, inits = inits,

  n.chains = 1 , n.adapt = 1000)

  update(jagmod, n.iter = 10000, progress.bar = "text")

  posterior = coda.samples(jagmod, c("mu", "sigma"),

  n.iter = 10000 , progress.bar = "text", thin = 10)

  post = as.data.frame(as.matrix(posterior))

  mean.mcmc[j]= mean(post$mu)

  sigma.mcmc[j] = mean(post$sigma)

  # Bootstrap method

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
theta <- function(x) {mean(x)}
```

```
results <- bootstrap(x,10000,theta)
```

```
output = results$thetastar
```

```
mean.boot[j] = mean(output)
```

```
sd.boot[j] = sd(output)
```

```
# Point estimation
```

```
sse.mle[j] = (mu-mean.mle[j])^2
```

```
sse.bayes[j] = (mu-mean.bayes[j])^2
```

```
sse.mcmc[j] = (mu-mean.mcmc[j])^2
```

```
sse.boot[j] = (mu-mean.boot[j])^2
```

```
# Interval estimation
```

```
lcl.mle[j] = mean.mle[j]-(t.1*sqrt(var.mle[j]))
```

```
ucl.mle[j] = mean.mle[j]+(t.1*sqrt(var.mle[j]))
```

```
lcl.bayes[j] = mean.bayes[j]-(t.1*sqrt(var.bayes[j]))
```

```
ucl.bayes[j] = mean.bayes[j]+(t.1*sqrt(var.bayes[j]))
```

```
lcl.mcmc[j] = mean.mcmc[j]-(z*sigma.mcmc[j])
```

```
ucl.mcmc[j] = mean.mcmc[j]+(z*sigma.mcmc[j])
```

```
lcl.boot[j] = mean.boot[j]-(z*sd.boot[j])
```

```
ucl.boot[j] = mean.boot[j]+(z*sd.boot[j])
```

```
if ((mu >= lcl.mle[j])&(mu<=ucl.mle[j])) {temp.mle[j]<-1}
```

```
if((mu >= lcl.bayes[j])&(mu<=ucl.bayes[j])) {temp.bayes[j]<-1}
```

```
if ((mu >= lcl.mcmc[j])&(mu<=ucl.mcmc[j])) {temp.mcmc[j]<-1}
```

```
if ((mu >= lcl.boot[j])&(mu<=ucl.boot[j])) {temp.boot[j]<-1}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ หากมีข้อผิดพลาดประการใด ขออภัยและสงวนสิทธิ์ไว้

```
length.mle[j] <- ucl.mle[j]-lcl.mle[j]

length.bayes[j] <- ucl.bayes[j]-lcl.bayes[j]

length.mcmc[j] <- ucl.mcmc[j]-lcl.mcmc[j]

length.boot[j] <- ucl.boot[j]-lcl.boot[j]
```

```
} #next j
```

```
# Mean square error
```

```
mse.mle = mean(sse.mle)
```

```
mse.bayes = mean(sse.bayes)
```

```
mse.mcmc = mean(sse.mcmc)
```

```
mse.boot = mean(sse.boot)
```

```
# The approximate confidence coefficients
```

```
conf.mle = mean(temp.mle)
```

```
conf.bayes = mean(temp.bayes)
```

```
conf.mcmc = mean(temp.mcmc)
```

```
conf.boot = mean(temp.boot)
```

```
# The average width of the confidence intervals
```

```
if ( (conf.mle >= conf.cv1[l]) & (conf.mle <= conf.cv[l]) )
```

```
{ width.mle = mean(length.mle)}
```

```
else
```

```
{ width.mle <-c ("-") }
```

```
if ( (conf.bayes >= conf.cv1[l]) & (conf.bayes <= conf.cv[l]) )
```

```
{ width.bayes = mean(length.bayes)}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


```
else
```

```
{ width.bayes <-c ("-") }
```

```
if ( (conf.mcmc >= conf.cv1[l]) & (conf.mcmc <= conf.cv[l]) )
```

```
{ width.mcmc = mean(length.mcmc) }
```

```
else
```

```
{ width.mcmc <-c ("-") }
```

```
if ( (conf.boot >= conf.cv1[l]) & (conf.boot <= conf.cv[l]) )
```

```
{ width.boot = mean(length.boot) }
```

```
else
```

```
{ width.boot <-c ("-") }
```

```
cat ( mu , "\t" , var1[k] , "\t" , n[i] , "\t" , alpha[t] , "\t" , mse.mle , "\t" , mse.bayes ,
"\t" , mse.mcmc , "\t" , mse.boot , "\t" , conf.mle , "\t" , conf.bayes , "\t" , conf.mcmc ,
"\t" , conf.boot , "\t" , width.mle , "\t" , width.bayes , "\t" , width.mcmc , "\t" ,
width.boot , "\t" , conf.cv1[l] , "\t" , conf.cv[l] , "\n" )
```

```
} #next k
```

```
} #next i
```

```
} #next l
```

```
cat ( "mu\t" , "var1\t" , "n\t" , "alpha\t" , "mse.mle\t" , "mse.bayes\t" , "mse.mcmc\t" ,
"mse.boot\t" , " conf.mle\t" , "conf.bayes\t" , "conf.mcmc \t" , "conf.boot\t" ,
"width.mle\t" , "width.bayes\t" , "width.mcmc \t" , "width.boot\t" , "conf.cv1\t" ,
"conf.cv\t" )
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการประมาณค่าแบบจุดและแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรของการแจกแจงปรกติป lom pan

เขียนโปรแกรม R ได้ดังนี้

```
set.seed(25)

mu = 3

mu0 = 1

var0 = 12

m = 5000

n <-c(15,30,50,100)

var1 <-c(3,9,27)

alpha <-c(0.1,0.05,0.01)

conf.cv1<-c(0.8917,0.9440,0.9872)

conf.cv<-c(0.9083,0.9560,0.9928)

c <-c(5,10)

cpct<-c(0.05,0.15)

for( k in 1 : length(var1) )
{ for ( i in 1 : length(n) )
  { for( a in 1 : length(c) )
    { for( b in 1 : length(cpct) )
      { for( l in 1 : length(alpha) )

        { mean.mle = c()

          var.mle = c()

          lcl.mle = rep(0,m)

          ucl.mle = rep(0,m)

          mean.bayes = c()

          var.bayes = c()

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

lcl.bayes = rep(0,m)

ucl.bayes = rep(0,m)

mean.mcmc = c()

sigma.mcmc = c()

lcl.mcmc = rep(0,m)

ucl.mcmc = rep(0,m)

mean.boot = c()

sd.boot = c()

var.boot = c()

lcl.boot = rep(0,m)

ucl.boot = rep(0,m)

temp.mle = rep(0,m)

temp.bayes = rep(0,m)

temp.mcmc = rep(0,m)

temp.boot = rep(0,m)

length.mle = rep(0,m)

length.bayes = rep(0,m)

length.mcmc = rep(0,m)

length.boot = rep(0,m)

sse.mle = c()

sse.mle = rep(0,m)

sse.bayes = c()

sse.bayes = rep(0,m)

sse.mcmc= c()

sse.mcmc = rep(0,m)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


```

sse.boot = c()

sse.boot = rep(0,m)

for(j in 1 : m)

{ y0 = rnorm(n[i],mean=mu,sd=sqrt(var1[k]))

var2 =(c[a]^2*var1[k])

y1 = rnorm(n[i],mean=mu,sd=sqrt(var2))

flag = rbinom(n[i],size=1,prob=cpct[b])

y = (y0*(1-flag))+(y1*flag)

z=qnorm(1-(alpha[l]/2))

t.1 = qt(1-(alpha[l]/2),n[i]-1)

# Maximum Likelihood method
mean.mle[j] = mean(y)
var.mle[j] = var(y)/n[i]

# Bayes method
mean.bayes[j] = ((n[i]*mean(x)*var0)+(mu0*var(y)))/((n[i]*var0)+var(y))
var.bayes[j] = (var(y)*var0)/((n[i]*var0)+var(y))

# Bootstrap method

library(bootstrap)

theta <- function(y) {mean(y)}

results <- bootstrap(y,10000,theta)

output = results$thetastar

mean.boot[j] = mean(output)

sd.boot[j] = sd(output)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

# Markov Chain Monte Carlo method

library(rjags)

dataset = list( x=y0, n=n[i] )

inits = list(mu = 0.01 , tau = 0.01)

jagmod <- jags.model('model_normal.txt', data = dataset, inits = inits,

n.chains = 1 , n.adapt = 1000)

update(jagmod, n.iter = 10000, progress.bar = "text")

posterior = coda.samples(jagmod, c("mu", "sigma"),

n.iter = 10000 , progress.bar = "text", thin = 10)

post = as.data.frame(as.matrix(posterior))

mean.mcmc[j] = mean(post$mu)

sigma.mcmc[j] = mean(post$sigma)

# Point estimation

sse.mle[j] = (mu-mean.mle[j])^2

sse.bayes[j] = (mu-mean.bayes[j])^2

sse.mcmc[j] = (mu-mean.mcmc[j])^2

sse.boot[j] = (mu-mean.boot[j])^2

# Interval estimation

lcl.mle[j] = mean.mle[j]-(t.1*sqrt(var.mle[j]))

ucl.mle[j] = mean.mle[j]+(t.1*sqrt(var.mle[j]))

lcl.bayes[j] = mean.bayes[j]-(t.1*sqrt(var.bayes[j]))

ucl.bayes[j] = mean.bayes[j]+(t.1*sqrt(var.bayes[j]))

lcl.mcmc[j] = mean.mcmc[j]-(z*sigma.mcmc[j])

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ผู้ใช้ต้องรับผิดชอบต่อการนำเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

lcl.boot[j] = mean.boot[j]-(z*sd.boot[j])

ucl.boot[j] = mean.boot[j]+(z*sd.boot[j])

if ((mu >= lcl.mle[j])&(mu<=ucl.mle[j])) {temp.mle[j]<-1}

if((mu >= lcl.bayes[j])&(mu<=ucl.bayes[j])) {temp.bayes[j]<-1}

if ((mu >= lcl.mcmc[j])&(mu<=ucl.mcmc[j])) {temp.mcmc[j]<-1}

if ((mu >= lcl.boot[j])&(mu<=ucl.boot[j])) {temp.boot[j]<-1}

length.mle[j] <-ucl.mle[j]-lcl.mle[j]
length.bayes[j] <-ucl.bayes[j]-lcl.bayes[j]
length.mcmc[j] <-ucl.mcmc[j]-lcl.mcmc[j]
length.boot[j] <-ucl.boot[j]-lcl.boot[j]
} #next j

# Mean square error
mse.mle = mean(sse.mle)
mse.bayes = mean(sse.bayes)
mse.mcmc = mean(sse.mcmc)
mse.boot = mean(sse.boot)

# The approximate confidence coefficients
conf.mle = mean(temp.mle)
conf.bayes = mean(temp.bayes)
conf.mcmc = mean(temp.mcmc)
conf.boot = mean(temp.boot)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


```

# The average width of the confidence intervals

if ( (conf.mle >= conf.cv1[l]) & (conf.mle <= conf.cv[l]) )

{ width.mle = mean(length.mle)}

else

{ width.mle <-c ("-") }

if ( (conf.bayes >= conf.cv1[l]) & (conf.bayes <= conf.cv[l]) )

{ width.bayes = mean(length.bayes)}

else

{ width.bayes <-c ("-") }

if ( (conf.mcmc >= conf.cv1[l]) & (conf.mcmc <= conf.cv[l]) )

{ width.mcmc = mean(length.mcmc)}

else

{ width.mcmc <-c ("-") }

if ( (conf.boot >= conf.cv1[l]) & (conf.boot <= conf.cv[l]) )

{ width.boot = mean(length.boot) }

else

{ width.boot <-c ("-") }

```

```

cat ( mu , "\t" , var1[k] , "\t" , c[a] , "\t" , cpct[b] , "\t" , n[i] , "\t" , alpha[l] , "\t" ,
mse.mle , "\t" , mse.bayes , "\t" , mse.mcmc , "\t" , mse.boot , "\t" , conf.mle , "\t" ,
conf.bayes , "\t" , conf.mcmc , "\t" , conf.boot , "\t" , width.mle , "\t" , width.bayes ,
"\t" , width.mcmc , "\t" , width.boot , "\t" , conf.cv1[l] , "\t" , conf.cv[l] , "\n" )

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 } #next k
 ไม่ว่าจะเป็นกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
} #next i
```

```
} #next a
```

```
} #next b
```

```
} #next l
```

```
cat ( "mu\t", "var1\t", "c\t", "cpct\t", "n\t", "alpha\t", "mse.mle\t", "mse.bayes\t",  
      "mse.mcmc\t", "mse.boot\t", "conf.mle\t", "conf.bayes\t", "conf.mcmc\t",  
      "conf.boot\t", "width.mle\t", "width.bayes\t", "width.mcmc\t", "width.boot\t",  
      "conf.cv1\t", "conf.cv\n")
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สร้างกราฟสำหรับการเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อ n คงที่

```
n <-c(15,30,50,100)

ml3 <-c(0.2018,0.0996,0.0592,0.03)

bayes3 <-c(0.1963,0.0981,0.0586,0.0299)

mcmc3 <-c(0.2089,0.1023,0.0580,0.0291)

boot3 <-c(0.2018,0.0996,0.0591,0.03)

x3 <-c(ml3,bayes3,mcmc3,boot3)

plot(n,ml3,ylab='MSE',main='var = 3', type='o', xlim=c(min(n),max(n)), ylim=c(0,3.3),
pch=16, lty=1 , col="black")

lines(n,bayes3,type='o',pch=17,lty=2,col="blue")

lines(n,mcmc3,type='o',pch=18,lty=3,col="red")

lines(n,boot3,type='o',pch=19,lty=4,col="green")

legend("topleft", c("ML","Bayes","MCMC","Bootstrap"), cex=0.85, pch=c(2,16:19), lty=1:4,
col=c("black","blue","red","green"))
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สร้างกราฟสำหรับการเปรียบเทียบค่า MSE เมื่อ σ^2 คงที่

```
var <-c(3,9,27)

ml15 <-c(0.2018,0.6032,1.8123)

bayes15 <-c(0.1963,0.5593,1.4438)

mcmc15 <-c(0.2089,0.6258,1.8796)

boot15 <-c(0.2018,0.6033,1.8122)

x15 <-c(ml15,bayes15,mcmc15,boot15)

plot(var,ml15,ylab='MSE',main='n = 15', type='o', xlim=c(0,30), ylim=c(0,2), pch=16,
lty=1, col="black")

lines(var,bayes15,type='o',pch=17,lty=2,col="blue")

lines(var,mcmc15,type='o',pch=18,lty=3,col="red")

lines(var,boot15,type='o',pch=19,lty=4,col="green")

legend("topleft",c("ML","Bayes","MCMC","Bootstrap"),cex=0.85, pch=c(2,16:19), lty=1:4,
col=c("black","blue","red","green"))
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สร้างกราฟของการแจกแจงปกติ

```
x=seq(-15,20,length=1000)

x1=dnorm(x,3,sqrt(3))

x2=dnorm(x,3,sqrt(9))

x3=dnorm(x,3,sqrt(27))

plot(x,x1,main='Normal Probability Density',type='l',lwd='3',pch=16,lty=1,col="black")

lines(x,x2,type='l',pch=17,lty=2,lwd='3',col="blue")

lines(x,x3,type='l',pch=18,lty=3,lwd='3',col="red")

legend("topright",c("N(3,3)","N(3,9)","N(3,27)"),cex=1,twd='2',lty=1:3,col=c("black","blue","red"))
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้