



## รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

ศึกษาพฤติกรรมการเกิดของวัฏจักรของโรคไทรอยด์

Behavior Education of life cycle of thyroid Disease

นางกาญจนา คำนึ่งกิจ

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2561

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) ศึกษาพฤติกรรมและการเกิดของวัฏจักรของโรคไทรอยด์

แหล่งเงิน.....สนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ สจล.....

ประจำปีงบประมาณ....2561..... จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน... 45,000.00... บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย.....1..... ปี ตั้งแต่.....1 ตุลาคม 2560.....ถึง.....30 กันยายน 2561

ชื่อ-สกุล หัวหน้าโครงการ

หัวหน้าโครงการวิจัย ผศ.ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ สัดส่วน 100 %

หน่วยงานหลัก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

ถนนฉลองกรุง เขตลาดกระบัง

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นงานเกี่ยวกับการศึกษาพฤติกรรมและการเกิดของวัฏจักรของโรคไทรอยด์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นต่อมหนึ่งในระบบต่อมไร้ท่อของมนุษย์ การทำงานของต่อมไทรอยด์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตนี้จะทำหน้าที่ในการผลิตและปล่อยฮอร์โมน โดยฮอร์โมนหลักที่ต่อมไทรอยด์ผลิตมี 2 ชนิด คือ Thyroxine (T4) และ Triiodothyronine (T3) ซึ่งทำหน้าที่ควบคุมการเจริญเติบโต และระบบการเผาผลาญของร่างกาย จากการศึกษาพบว่าการทำงานของต่อมไทรอยด์ปรากฏเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น 2 ระบบสมการ จากนั้นสามารถใช้ทฤษฎีของระบบสมการเชิงอนุพันธ์วิเคราะห์ และแสดงผลแนวทางการรักษาสถานะต่อมไทรอยด์ทำงานเกินได้ด้วยกราฟซึ่งเห็นได้ชัดและง่ายต่อการทำความเข้าใจ

คำสำคัญ : ไทรอยด์ โรคไทรอยด์ภาวะเกิน ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Research Title:** Behavior Education of life cycle of thyroid Disease

**Researcher:**.....Asst.Dr.Kanchana Kumnungkit

**Faculty:** .....Science.....**Department:** .....Mathematics.....

## ABSTRACT

This research is about applied for behavior education of life cycle of thyroid disease from a model of functions of Thyroid which is a part of an endocrine system. These functions which are hormone production and secretion, play a very important role to all human beings. The two primary hormones, Thyroxine (T4) and Triiodothyronine (T3), control the growth and metabolism regulation. Two systems of nonlinear ordinary differential equations are found in this study to represent the Thyroid functions. Then, ordinary differential equation theory is used to analyze and demonstrate the hyperthyroidism treatment plan by graphs which are transparent and easy to understand.

**Keywords :** Thyroid Hyperthyroidism Systems of nonlinear ordinary differential equations mathematical model

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิจัยนี้ต้องขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่ให้ทุนสนับสนุนตลอดการทำวิจัยนี้ นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ เจ้าหน้าที่สาขาคณิตศาสตร์ สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ และคณะวิทยาศาสตร์ที่ให้ความสะดวกในด้านต่างๆ นายอนุสรณ์ หอมสุวรรณ รวมทั้งนักศึกษาทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือต่างๆ เกี่ยวกับงานวิจัยนี้ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้จนกระทั่งงานวิจัยนี้สัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

กาญจนา คำนิงกิจ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย .....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	II
กิตติกรรมประกาศ .....	III
สารบัญ .....	IV
บทที่ 1 .....	1
บทนำ .....	1
ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย .....	1
วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย .....	2
ขอบเขตของโครงการวิจัย .....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	2
บทที่ 2 .....	3
ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของโครงการวิจัย .....	3
บทที่ 3 .....	9
การดำเนินงานการวิจัย .....	9
3.1 ศึกษาเรื่องการทำงานของต่อมไทรอยด์และโรคไทรอยด์ .....	9
3.2 ศึกษาและทบทวนข้อมูลเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของการทำงานของต่อมไทรอยด์ .....	13
บทที่ 4 .....	17
ผลการดำเนินงาน .....	17
ผลลัพธ์การวิเคราะห์ .....	18
บทที่ 5 .....	20
สรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	20
เอกสารอ้างอิง .....	21
ภาคผนวก .....	23

เอกสารนี้เป็น **ประวัตินักวิจัย** ไว้สำหรับกรใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ได้ 24

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึง ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัยนี้ วัตถุประสงค์ของการวิจัย ข้อจำกัดและขอบเขตของการวิจัย ขั้นตอนการดำเนินงานและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับดังแสดงรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 1. ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

ไทรอยด์เป็นต่อมไร้ท่อที่ใหญ่ที่สุดในร่างกายมนุษย์ ส่งผลเสียอย่างร้ายกาจที่เดียวหากมันทำงานผิดปกติ ซึ่งต่อมไทรอยด์นี้มีหน้าที่ผลิตฮอร์โมนไทรอยด์ ซึ่งเป็นฮอร์โมนที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเจริญเติบโตของร่างกายมนุษย์ รวมทั้งเป็นส่วนใช้ควบคุมการทำงานของอวัยวะอื่นๆ ทั้งร่างกาย หัวใจ และสมอง โดยเฉพาะต่อประสาทการทำงานอัตโนมัติ ซึ่งเป็นสิ่งที่เราควบคุมไม่ได้ ขนาดของต่อมไทรอยด์แตกต่างกันไปตามอายุ เพศ และภาวะโภชนาการด้วย ขนาดจะค่อนข้างโตในวัยรุ่น หนุ่มสาว และในคนที่ได้รับอาหารเพียงพอครบถ้วน ในผู้หญิงต่อมนี้จะโตขึ้นเล็กน้อยชั่วคราวขณะตั้งครรภ์และขณะมีประจำเดือน โรคไทรอยด์มากกว่าครึ่งมีสาเหตุมาจากความผิดปกติของภูมิคุ้มกัน (หรือเม็ดเลือดขาวในกระแสเลือด หรืออิมมูนซิสเต็ม) ซึ่งโรคนี้ผู้ป่วยมีความเจ็บป่วยรุนแรงไม่เท่ากัน การรักษาจึงทำได้ในระดับที่ควบคุมให้ภาวะของโรคนั้นเบาลง หรือทำให้โรคสงบ และทำให้คนไข้สามารถใช้ชีวิตได้อย่างเป็นปกติมากที่สุด ซึ่งการรักษาในปัจจุบันมีแนวโน้มที่จะให้กินยาต่อเนื่องในระยะยาว ในขณะที่วงการแพทย์ยังพยายามหาทางแก้ไขปัญหาที่ต้นเหตุต่อไป

เนื่องด้วยปัจจุบันโรคไทรอยด์พบมากขึ้นในสังคม และพบว่าคนในครอบครัวหรือคนรอบด้านที่อยู่ใกล้ชิดเราจะต้องมีอย่างน้อย 1 คนที่เป็นไทรอยด์ ซึ่งการตรวจพบโรคไทรอยด์ จะตรวจสอบอย่างไรก็ไม่พ้นเรื่องของการตรวจเลือดเป็นสำคัญ เพราะค่าต่างๆ ในเลือดสามารถบ่งบอกถึงการมีสุขภาพอย่างไรของเจ้าของเลือดในเบื้องต้นได้เสมอ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาพฤติกรรมการผลิตเลือดในคนเราโดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการเป็นโรคไทรอยด์โดยเฉพาะ ซึ่งจากการค้นคว้าเบื้องต้นพบว่า วัฏจักรการเกิดโรคไทรอยด์สามารถศึกษาในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลทางการแพทย์ทั้งด้านเนื้อหาสาระ และผลเลือดที่ตรวจจริง พร้อมศึกษาวิจัยการเกิดโรคไทรอยด์ให้อยู่ลักษณะของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ทำให้ต้องใช้ศึกษาทฤษฎีบทในทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง แล้วจึงนำมาพิจารณาหาความสัมพันธ์ของโรคไทรอยด์และพิจารณาผล ซึ่งนำไปสู่การดูแลสุขภาพของผู้ป่วยแต่ละกรณีๆ ต่อไปได้ด้วย

## 3. ขอบเขตของโครงการวิจัย

1. พิจารณาศึกษาพฤติกรรมการเกิดของวัฏจักรของโรคไทรอยด์ที่สามารถเกิดขึ้นกับมนุษย์ว่ามีสถานการณ์ใดบ้าง
2. เลือกสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่งมาศึกษาเป็นต้นแบบทางคณิตศาสตร์
3. ศึกษาวิจัยทางการแพทย์ที่ใช้ข้อมูล และสถานการณ์จริงมาพิจารณาประกอบ (งานวิจัยทางการแพทย์ไม่ได้ทำเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์)
4. ศึกษาทำความเข้าใจเกี่ยวกับการตรวจสอบโรคไทรอยด์ด้วยผลเลือดว่าเป็นอย่างไร และมีความหมายเช่นไร
5. บูรณาการข้อ 1-4 และหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นเพื่อนำไปวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์และสรุปผลต่อไป
6. จากการกระทำในข้อ 1. ถึง ข้อ 5 แล้วคาดว่าจะเขียนเป็นผลงานวิจัยที่สามารถตีพิมพ์เผยแพร่เป็นผลงานทางวิชาการได้
7. สรุปผลการวิจัยและทำรูปเล่มของรายงานการวิจัยส่ง

## 4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เมื่อศึกษาพฤติกรรมการเกิดของวัฏจักรของโรคไทรอยด์ในระบบความเป็นจริงแล้ว การนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์กับวัฏจักรของโรคเพื่อพิจารณาในรูปแบบของสมการหรือระบบสมการ และผลการวิเคราะห์

ต่อไปจะกล่าวถึง บทที่ 2 ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของการวิจัย บทที่ 3 อธิบายถึงวิธีดำเนินการวิจัย และการแสดงผลการวิจัยได้แสดงรายละเอียดไว้ใน บทที่ 4 ส่วนสุดท้ายบทที่ 5 คือสรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของโครงการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้อง และกรอบแนวคิดของโครงการวิจัยว่ามีลักษณะอย่างไร ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการดำเนินการวิจัยต่อไปดังนี้

#### ทฤษฎีบทพื้นฐาน

สมการเชิงอนุพันธ์แบ่งเป็นสมการเชิงเส้น หรือไม่เชิงเส้น (Classification as by Linear or Nonlinear)

**บทนิยาม** สมการเชิงอนุพันธ์ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น (Linear Differential Equation) ถ้า

- ทุกๆ ตัวแปรตามและทุกๆ อนุพันธ์ของตัวแปรตามที่ปรากฏในสมการที่มีเลขชี้กำลังเท่ากับ 1 เท่านั้น
- ไม่มีพจน์ (Term) ในรูปผลคูณของตัวแปรตาม และ/หรือ อนุพันธ์ของตัวแปรตามปรากฏในสมการ

- ไม่มีพจน์ในรูปฟังก์ชันอดิศัย (Transcendental function) เช่น ตรีโกณมิติและลอการิทึมของตัวแปรตามหรืออนุพันธ์ของตัวแปรตามปรากฏในสมการและสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$a_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + a_n(x) y = b(x) \quad \text{เมื่อ } a_0 \neq 0$$

**บทนิยาม** สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไม่ใช่สมการเชิงเส้น เรียกว่า สมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear Differential Equation)

ตัวอย่าง 1. สมการเชิงอนุพันธ์ที่เป็นสมการเชิงเส้น (Linear)

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} - 16y = 0$$

$$- y'' - y' + 4y = 0$$

2. สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไม่เป็นสมการเชิงเส้น (Nonlinear)

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \left( \frac{dy}{dx} \right)^3 - 16y = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} + 3s \sin y = 0$$

### สูตรของลิบนิสซ์

ผลเฉลยของสมการ (2.4) หาได้จาก  $x = e^{\int a(t)dt} \left( \int e^{-\int a(t)dt} b(t)dt + c \right)$  โดยที่  $t$  อยู่ใน  $I$  และ  $c$  เป็นค่าคงที่ใดๆ

ตัวอย่าง  $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}x + t^2$  ;  $t > 0$

วิธีทำ  $\frac{dx}{dt} = a(t)x + b(t)$  ;  $t > 0$

โดยที่  $a(t) = \frac{1}{t}$  ,  $b(t) = t^2$

จาก สูตรของลิบนิสซ์จะได้

$$x = e^{\int a(t)dt} \left( \int e^{-\int a(t)dt} b(t)dt + c \right)$$

แทนค่า  $a(t) = \frac{1}{t}$  ,  $b(t) = t^2$  นั่นคือ

$$x = e^{\int \frac{1}{t} dt} \left( \int e^{-\int \frac{1}{t} dt} t^2 dt + c \right)$$

$$= e^{\ln t} \left( \int e^{-\ln t} t^2 dt + c \right)$$

$$= t \left( \int t dt + c \right)$$

$$= t \left( \frac{t^2}{2} + c \right)$$

$$= \frac{t^3}{2} + ct$$

ดังนั้น  $x = \frac{t^3}{2} + ct$

#

### สถานะจุดสมดุล (Stability of Equilibrium)

ให้สมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่เป็น Autonomous อยู่ในรูป

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (1)$$

บทนิยาม ให้  $x = c$  เป็นจุดสมดุลของสมการ (1) เราจะกล่าวว่า  $c$  เป็น Stable ถ้าสำหรับทุกๆ

$\varepsilon > 0$  จะมี  $\delta > 0$  ถ้า  $u$  เป็นผลเฉลยของ  $|u(t_0) - c| < \delta$  สำหรับบาง  $t_0$  แล้ว

$$|u(t) - c| < \varepsilon \text{ สำหรับทุก } t \geq t_0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

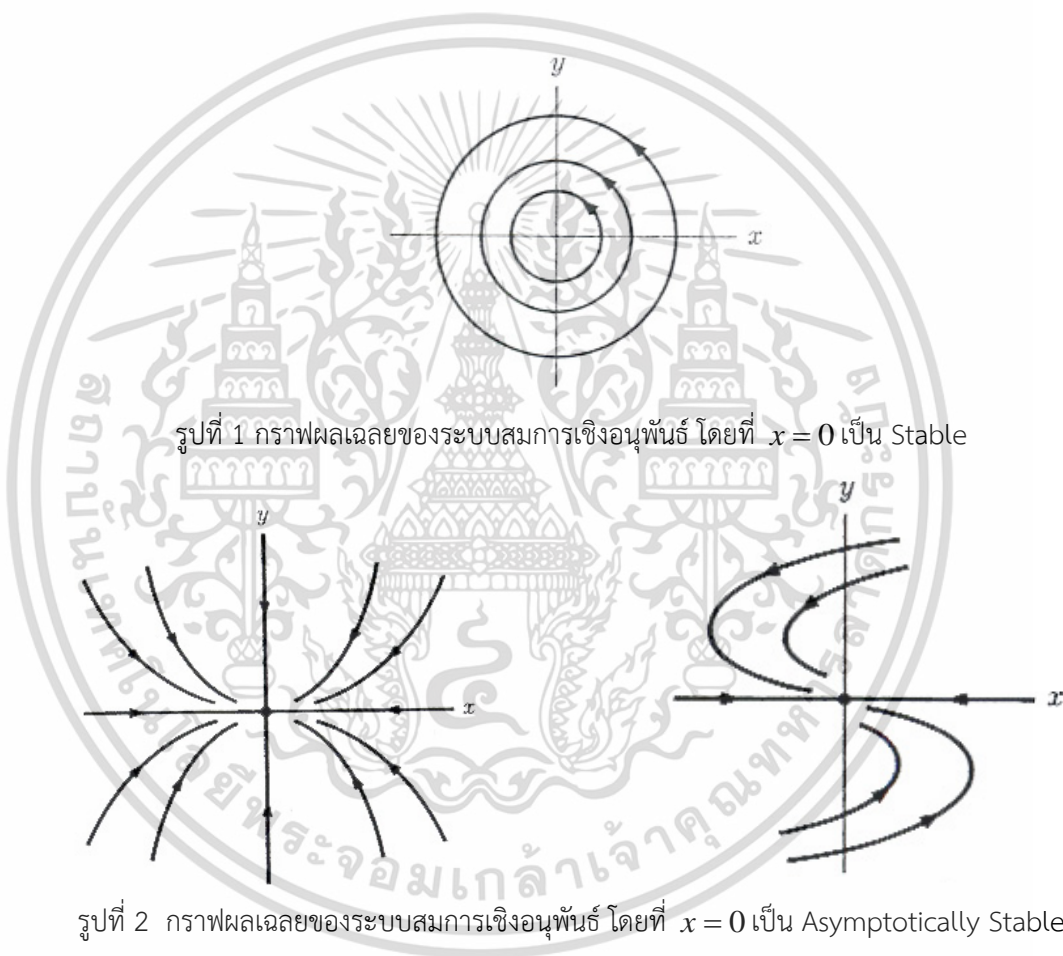
ถ้า  $\delta$  สามารถเลือกได้จาก  $|u(t_0) - c| < \delta$  แล้ว  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = c$  จะได้ว่า  $c$  เป็น

Asymptotically Stable และถ้า  $c$  ไม่เป็น Stable จะเรียกว่า Unstable

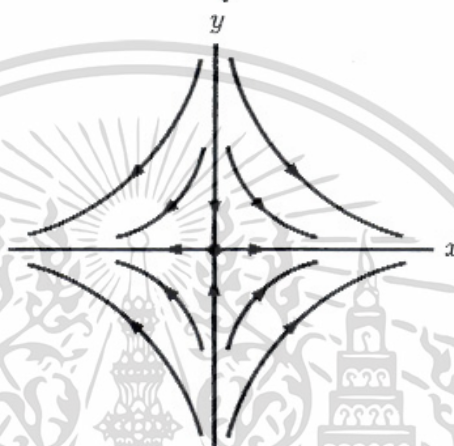
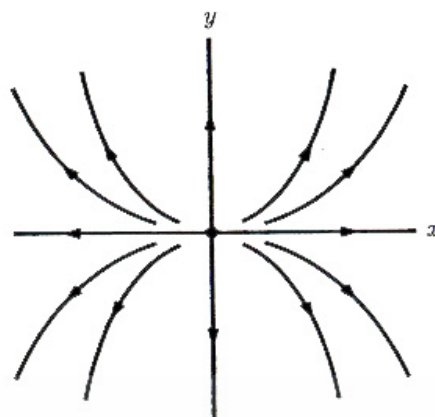
**ทฤษฎีบท**

ให้  $f(c) = 0$  ถ้า  $f'(c) < 0$  แล้ว  $c$  เป็น Asymptotically Stable ถ้า  $f'(c) > 0$  แล้ว  $c$  เป็น Unstable

ถ้า  $f'(c) = 0$  แล้ว  $x = c$  สถานะภาพเป็น (Asymptotically) Stable ,  
Unstable



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3 กราฟผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ โดยที่  $x = 0$  เป็น Unstable

### วิธีรุงเงคุดตา (Runge Kutta Methods)

#### วิธีรุงเงคุดตาอันดับสี่ (Forth Order Runge Kutta Method)

วิธีรุงเงคุดตา เป็นวิธีที่ได้รับความนิยม และนำไปใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะในการคำนวณที่ต้องการค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง แนวความคิดที่ใช้ในการคิดค้นวิธีรุงเงคุดตา คือ การหาค่าความชันที่มีความเที่ยงตรงสูง เพื่อให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงตามมา สมการหลักที่ใช้ในการคำนวณค่าผลลัพธ์ในวิธีรุงเงคุดตามีรูปแบบในทำนองเดียวกับวิธีต่าง ๆ ที่ได้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้ คือ

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (2)$$

โดย  $\phi(x_i, y_i, h)$  เรียกว่า ฟังก์ชันส่วนเพิ่ม (Increment Function) หมายความว่าความชันเฉลี่ยตลอดขนาดช่วงกว้าง  $h$  ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าที่เหมาะสม และฟังก์ชันส่วนเพิ่มนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปโดยทั่วไปได้ ดังนี้

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (3)$$

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $a_i$  เป็นค่าคงที่ ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) และ

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (4ก)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \quad (4ข)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \quad (4ค)$$

⋮

⋮

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \quad (4ด)$$

วิธีรุงเงคุดตาอันดับสี่ จัดว่าเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมใช้กันโดยแพร่หลาย สามารถทำได้โดยการตัดแปลงสมการ (2) - (4) ที่อยู่ในรูปทั่วไปโดยใช้ค่า  $n=4$  ทำให้ได้สมการรุงเงคุดตาอันดับสี่ ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนในรูปของช่วงกว้าง อันดับสี่  $O(h^4)$  ลักษณะของค่าผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าความเที่ยงตรงสูง ทำให้วิธีรุงเงคุดตาอันดับสี่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานการคำนวณหลายๆ ด้าน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในงานวิจัยค้นคว้าที่ต้องการความเที่ยงตรงสูง รูปของสมการรุงเงคุดตาอันดับสี่ที่ใช้กันโดยทั่วไป สามารถนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยตรง และมีลักษณะ ดังนี้

$$y_{i+1} = y_i + \left[ \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] h \quad (5)$$

โดยที่  $k_1 = f(x_i, y_i) \quad (6ก)$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \quad (6ข)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) \quad (6ค)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3) \quad (6ง)$$

ตัวอย่าง

จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ โดยวิธีรุงเงคุดตาอันดับสี่

$$f(x, y) = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

เมื่อกำหนดช่วงกว้างเท่ากับ 0.5 และมีเงื่อนไขเริ่มต้นคือ

$$x = 0, y = 1, 0 \leq x \leq 4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีทำ

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$$

เมื่อ  $k_1 = f(x_i, y_i)$

จะได้  $k_1 = f(0, 1) = -2(0)^3 + 12(0)^2 - 20(0) + 8.5 = 8.5$

$$\begin{aligned} k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \\ &= f\left(0 + \frac{1}{2}(0.5), 1 + \frac{1}{2}(0.5)(8.5)\right) \\ &= f(0.25, 3.125) \\ &= -2(0.25)^3 + 12(0.25)^2 - 20(0.25) + 8.5 = 4.21875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) = f(0.25, 1 + \frac{1}{2}(0.5)(4.21875)) \\ &= f(0.25, 2.05469) = 4.21875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_4 &= f(x_i + h, y_i + hk_3) \\ &= -2(0.5)^3 + 12(0.5)^2 - 20(0.5) + 8.5 = 1.25 \end{aligned}$$

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\right]h$$

$$\begin{aligned} y(0.5) &= 1 + \left[\frac{1}{6}(8.5 + 2(4.21875) + 2(4.21875) + 1.25)\right]0.5 \\ &= 3.21875 = y(0.5) \end{aligned}$$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้  $y(4)$

ในบทถัดไปจะอธิบายถึงการดำเนินการงานการวิจัยที่ใช้แสดงรายละเอียดของการศึกษาเรื่องไทรอยด์ วิธีดำเนินการวิจัยหาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของการทำงานของต่อมไทรอยด์

## บทที่ 3

### การดำเนินงานการวิจัย

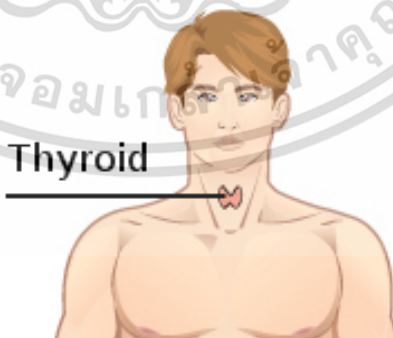
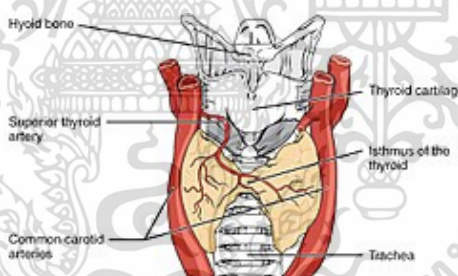
กล่าวถึงการดำเนินงานการวิจัยว่ามีรายละเอียดอย่างไร ดังต่อไปนี้

การดำเนินงานวิจัย ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ

1. ศึกษาเรื่องการทำงานของต่อมไทรอยด์และโรคไทรอยด์
2. ศึกษาและทบทวนข้อมูลเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทำงานของต่อมไทรอยด์

#### 3.1 ศึกษาเรื่องการทำงานของต่อมไทรอยด์และโรคไทรอยด์

##### ต่อมไทรอยด์

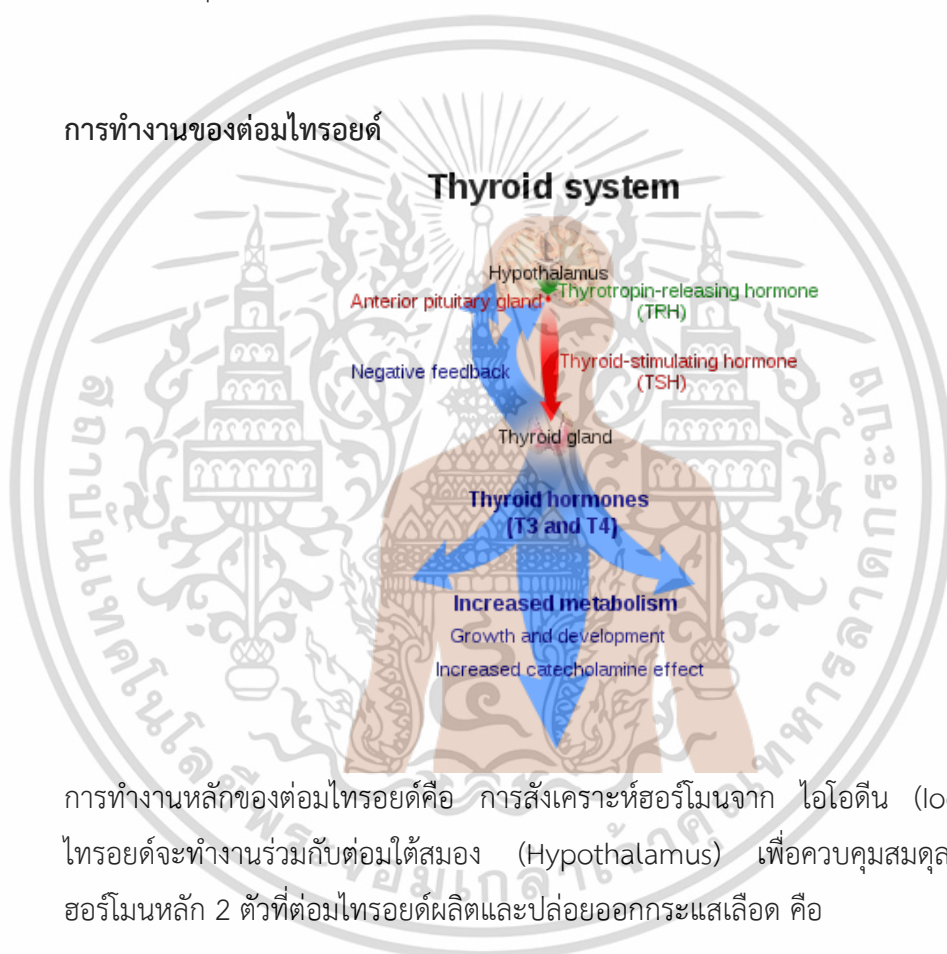


ต่อมไทรอยด์ (Thyroid gland) เป็นหนึ่งในระบบต่อมไร้ท่อของร่างกาย โดยจะตั้งอยู่ที่ด้านหน้าของลำคอ ต่อมไทรอยด์มีความยาวประมาณ 2 นิ้ว ลักษณะคล้ายผีเสื้อเป็นก้อนเนื้อ 2 พูแผ่ออกทางด้านข้างและด้านหน้า คลุมหลอดลม ทำหน้าที่ผลิตและปล่อยฮอร์โมน และควบคุมอัตราการเผาผลาญของร่างกาย โดยฮอร์โมนที่ต่อมไทรอยด์ปล่อยทำหน้าที่เกี่ยวกับ

● การหายใจ  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- อัตราการเต้นของหัวใจ
- ระบบประสาทส่วนกลาง
- น้ำหนัก
- ความแข็งแรงของกล้ามเนื้อ
- อุณหภูมิร่างกาย
- คอเลสเทอรอล
- อื่นๆ

### การทำงานของต่อมไทรอยด์



การทำงานของต่อมไทรอยด์คือ การสังเคราะห์ฮอร์โมนจาก ไอโอดีน (Iodine) ต่อมไทรอยด์จะทำงานร่วมกับต่อมใต้สมอง (Hypothalamus) เพื่อควบคุมสมดุลฮอร์โมนโดยฮอร์โมนหลัก 2 ตัวที่ต่อมไทรอยด์ผลิตและปล่อยออกกระแสเลือด คือ

- Triiodothyronine (T3)
- Thyroxine (T4)

ซึ่งฮอร์โมน 2 ชนิดนี้ เมื่อถูกปล่อยเข้ากระแสเลือดและจะส่งผลต่ออวัยวะและกลไกหลายอย่าง ดังนี้

- การเผาผลาญอาหาร (Metabolic)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฮอร์โมนจะช่วยเพิ่มอัตราการเผาผลาญอาหารให้ร่างกาย โดยจะมีผลต่อทุกกล้ามเนื้อในร่างกาย รวมทั้งช่วยให้ร่างกายอยากอาหาร และ เพิ่มความคล่องตัวให้กล้ามเนื้อ ส่งผลให้ระดับคอเลสเตอรอล ลดลง

- หัวใจและหลอดเลือด (Cardiovascular)

ฮอร์โมนจะช่วยเสริมสมรรถภาพให้หัวใจ ทำให้หัวใจเต้นถี่ขึ้น การสูบฉีดเลือดดีขึ้น หายใจถี่ขึ้น การทำงานของระบบไหลเวียนโลหิตดีขึ้น ส่งผลให้อุณหภูมิร่างกายสูงขึ้น

- พัฒนาการ (Developmental)

ฮอร์โมน 2 ชนิดข้างต้นมีความสำคัญกับพัฒนาการของร่างกายอย่างมาก เพราะจะช่วยเพิ่มอัตราการเจริญเติบโตทั้งของร่างกาย และ เซลล์สมอง และที่สำคัญยังมีความสำคัญอย่างมากต่อพัฒนาการของทารกในครรภ์

### โรคไทรอยด์



โรคที่เกี่ยวข้องกับต่อมไทรอยด์สามารถแบ่งได้ออกเป็น 2 สภาวะ คือ

1. สภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานมากผิดปกติ (Hyperthyroidism)

สภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานมากผิดปกติ หรือ ไทรอยด์เป็นพิษ เกิดจาก ต่อมไทรอยด์ผลิตฮอร์โมนมากเกินไป เนื่องจากหลายๆสาเหตุ โดยสาเหตุหลักมากจากปริมาณไอโอดีนที่ได้รับเปลี่ยนแปลงไป และ อีกสาเหตุหนึ่งก็คือลักษณะเฉพาะตัวของกลไกการทำงานของร่างกายในแต่ละคนเปลี่ยนแปลงไป โดยอาการของผู้ป่วยจะมีดังนี้

- หัวใจเต้นเร็ว (Fast heartbeat)
- แพ้อาหาร (Heat intolerance)
- ท้องร่วง (Diarrhea)
- ต่อมไทรอยด์โต (Enlargement of the thyroid)
- มือสั่น (Hand tremor)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- น้ำหนักลด (Weight loss)
- อารมณ์แปรปรวน (Irritability)
- กล้ามเนื้ออ่อนเพลีย (Muscle weakness)
- มีปัญหาเกี่ยวกับการนอน (Sleeping problem)

โดยโรคเกิดขึ้นกับผู้ป่วยที่อยู่ในสภาวะนี้ คือ โรคคอพอก โรคคอพอกหลายปุ่ม โรคเกรวฟส์

## 2. สภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานน้อยผิดปกติ (Hypothyroidism)

โดยลักษณะของอาการของผู้ป่วยที่อยู่ในสภาวะนี้จะตรงกันข้ามกับสภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานมาก ผิดปกติ (Hyperthyroidism) และมีสาเหตุมาจากการขาดธาตุไอโอดีน ส่งผลให้การทำงานไม่เป็นระบบของต่อมไทรอยด์ ทำให้ต่อมไทรอยด์ผลิตฮอร์โมนออกมาไม่เพียงพอต่อความต้องการของร่างกาย บางผู้ป่วยมีอาการเกิดคอพอกที่บริเวณด้านหน้าของลำคอ

### แนวทางการวินิจฉัยโรค

แนวทางการวินิจฉัยผู้ป่วยโรคไทรอยด์นี้ สามารถทำได้หลายวิธีดังนี้

1. ตรวจสอบจากระดับ Thyroid stimulating hormone (TSH) ที่ผลิตจากต่อมใต้สมอง ที่อยู่ในกระแสเลือด เนื่องจาก ต่อมไทรอยด์ กับ ต่อมใต้สมองมีการทำงานร่วมกัน ดังนั้น ระดับ TSH สามารถบอกได้ถึงระดับ ฮอร์โมนที่ต่อมไทรอยด์ปล่อยออกมาได้ โดย TSH จะแปรผกผันกับระดับ T3และT4
2. ตรวจสอบจากระดับคอเลสเตอรอล ในเลือด
3. ตรวจสอบประวัติคนไข้ และการตรวจสอบทางกายภาพ
4. อัลตราซาวด์ เพื่อวัดขนาดต่อมไทรอยด์

### แนวทางการรักษา

**รักษาโดยใช้ยา** Thyrostatics (antithyroid drugs) เป็นยาที่ใช้ในการยับยั้งการผลิตฮอร์โมนของไทรอยด์ โดยชื่อของตัวยาก็จะเปลี่ยนแปลงไปตามประเทศที่ผลิต เช่น carbimazole (UK) Methimazole (US, Germany and Russia) เป็นต้น

**Beta-blockers** เป็นตัวยาที่ใช้ในการรักษาผู้ป่วยโรคไทรอยด์ที่มีความดันโลหิตสูง มีฤทธิ์ชั่งกล่อมประสาท ช่วยให้อาการวิตกกังวล อาการมือสั่น

**Diet** เป็นการลดอาหารจำพวกที่มี ไอโอดีนสูง เช่น สาหร่ายต่างๆ

**Surgery** เป็นการผ่าตัดบางส่วน หรือ ไทรอยด์ทั้งชิ้น ออกเพื่อลดทอนชิ้นเนื้อของต่อมไทรอยด์ ส่งผลให้การผลิตฮอร์โมนลดลง โดยวิธีการนี้จะใช้การยาในการควบคุมระดับฮอร์โมนควบคู่ไปด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Radioiodine** เป็นการรักษาโดยใช้กัมมันตภาพรังสีไอโอดีน 131 (iodine-131 (radioiodine) radioisotope therapy) ซึ่งคิดค้นขึ้นครั้งแรกโดย Dr.Saul Hertz โดยผลของไอโอดีนจะทำลายเซลล์ที่ผลิตฮอร์โมนในต่อมไทรอยด์ เพื่อลดอัตราการผลิตฮอร์โมนลง

### การตรวจเลือด

การตรวจเลือดเป็นวิธีการที่ง่ายที่สุดที่ใช้ในการทดสอบการเป็นโรคไทรอยด์หรือไม่ ซึ่งสามารถสรุปเป็นตารางการตรวจวัดของค่าต่างๆ ดังนี้

การทดสอบ	ชื่อย่อ	ค่าปกติ
Serum thyroxine	T4	4.6-12 ug/dl
Free thyroxine fraction	FT4F	0.03-0.005%
Free Thyroxine	FT4	0.7-1.9 ng/dl
Thyroid hormone binding ratio	THBR	0.9-1.1
Free Thyroxine index	FT4I	4-11
Serum Triiodothyronine	T3	80-180 ng/dl
Free Triiodothyronine I	FT3	230-619 pg/d
Free T3 Index	FT3I	80-180
Radioactive iodine uptake	RAIU	10-30%
Serum thyrotropin	TSH	0.5-6 uU/ml
Thyroxine-binding globulin	TBG	12-20 ug/dl T4 +1.8 ugm
TRH stimulation test Peak	TSH	9-30 uIU/ml at 20-30 min
Serum thyroglobulin I	Tg	0-30 ng/m
Thyroid microsomal antibody titer	TMAb	Varies with method
Thyroglobulin antibody titer	TgAb	Varies with method

### 3.2 ศึกษาและทบทวนข้อมูลเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทำงานของต่อมไทรอยด์

#### แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ก่อนจะเข้าสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีดังนี้

- $u_I^0$  ความเข้มข้นของไอโอดีนในกระแสเลือด ที่กำลังเข้าห้องที่ 1 ด้วยความเร็ว  $v$
- $u_{Tg}$  ความเข้มข้นของ Thyroglobulin ในห้องที่ 1
- $u_{Tg}^c$  ความเข้มข้นของ Thyroglobulin ในห้องที่ 2
- $u_{T4}^c$  ความเข้มข้นของ T4 ในห้องที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$P_{Tg}$  ความสามารถในการแทรกตัวผ่านเนื้อเยื่อของ

Thyroglobulin

$P_{T4}$  ความสามารถในการแทรกตัวผ่านเนื้อเยื่อของ

T4

โดยระบบสมการภายในห้องที่ 1 จะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{du_1}{dt} &= v(u_1^0 - u_1) - a_1 u_1 \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} \\ \frac{du_{Tg}}{dt} &= \alpha a_1 u_1 \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} - P_{Tg} u_{Tg}\end{aligned}\quad (1)$$

โดยพจน์  $v(u_1^0 - u_1)$  ในสมการแรก คือ ความเข้มข้นของไอโอดีนที่อยู่ภายในห้องที่ 1 และ

พจน์  $a_1 u_1 \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}}$  ในสมการแรกคือ ความเร็วที่ไอโอดีนถูก Thyroglobulin กลืน

พจน์  $\alpha a_1 u_1 \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}}$  ในสมการที่สองคือ ความเร็วที่ Thyroglobulin แปลงตัวเอง และ

พจน์  $P_{Tg} u_{Tg}$  คือ ความเร็วที่ Thyroglobulin แทรกตัวผ่านเนื้อเยื่อเข้าไปสู่ห้องที่ 2 ด้วยความสามารถในการแทรกตัว  $P_{Tg}$  และ โดยระบบสมการภายในห้องที่ 2 จะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{du_{Tg}^c}{dt} &= -a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} + P_{Tg} u_{Tg} \frac{du_{T4}^c}{dt} = \beta a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} + P_{T4} u_{T4}^c \\ \text{โดยพจน์ } &-a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} \text{ และ } \beta a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c}\end{aligned}\quad (2)$$

ความเร็วที่ Thyroglobulin แปลงตัวเองให้กลายเป็นฮอร์โมน T4 ในห้องที่ 2 และ

พจน์  $P_{T4} u_{T4}^c$  คือ ความเร็วที่ T4 แทรกตัวผ่านเนื้อเยื่อออกไปสู่กระแสเลือด ด้วยความสามารถในการแทรกตัว  $P_{T4}$  ซึ่ง  $a_1, a_2, b_2, b_3, \alpha, \beta$  จะเป็นค่าคงที่บวก

### การวิเคราะห์

จากระบบสมการ (1) และ (2) ที่ได้อธิบายจากการทำงานของต่อมไทรอยด์แล้ว การวิเคราะห์ระบบสมการเริ่มด้วยการหาจุดสมดุลของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของระบบ (1)–(2) ทำให้ได้จุดสมดุล 2 จุด โดยจุดแรกคือ

$$(u_1, u_{Tg}, u_{Tg}^c, u_{T4}^c) = (u_1^0, 0, 0, 0)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งทำให้ค่าลักษณะเฉพาะออกมามี 2 ค่า คือ

$$\lambda_1 = -v \text{ และ } \lambda_2 = u_I^0 \frac{\alpha a_1}{b_2} - P_{Tg}$$

โดยจุดสมดุลนี้จะเสถียรเมื่อสมการต่อไปนี้เป็นจริง

$$u_I^0 < b_2 \frac{P_{Tg}}{\alpha a_1}$$

เมื่อสมการข้างต้นเป็นจริงจะทำให้ค่าลักษณะเฉพาะมีค่าติดลบ หรือ มีส่วนจริงติดลบ [2]

จุดที่ 2 คือ จุดที่สอดคล้องกับระบบสมการต่อไปนี้

$$u_{Tg} = \frac{v \left( u_I^0 - b \frac{P_{Tg}}{\alpha a_1} \right)}{\frac{P_{Tg}}{\alpha a_1} (a_1 + v)} \quad u_I = \frac{P_{Tg}}{\alpha a_1} (b_2 + u_{Tg})$$

$$u_{T4}^c = \beta \frac{P_{Tg}}{P_{T4}} u_{Tg} \quad u_{Tg}^c = \frac{b_3 + u_{T4}^c}{a_2 u_{T4}^c} P_{Tg} u_{Tg} \quad (3)$$

โดยค่าลักษณะเฉพาะทั้ง 4 ค่า สามารถหาได้จากค่ารากของสมการพหุนามกำลังสองต่อไปนี้

$$\lambda^2 + \lambda \left( v \frac{u_I^0}{u_I} + P_{Tg} \left( 1 - \frac{b_2}{b_2 + u_{Tg}} \right) \right) + a_1 \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} P_{Tg} = 0 \quad (4), (5)$$

$$\lambda^2 + \lambda \left( P_{T4} \left( 1 - \frac{b_3}{b_3 + u_{T4}^c} \right) + a_2 \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} \right) + a_2 \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} P_{T4} = 0$$

ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าลักษณะเฉพาะของ (4)–(5) จุดสมดุลจุดที่สองจะสมดุลเมื่อมีค่าติดลบ หรือ มีส่วนจริงติดลบ [3]

เมื่อพิจารณาการทำงานปกติของต่อมไทรอยด์แล้ว ต่อไปพิจารณาการทำงานที่ผิดปกติของต่อมไทรอยด์ ดังนี้

### การทำงานผิดปกติของต่อมไทรอยด์

การทำงานผิดปกติของต่อมไทรอยด์สามารถเกิดได้จากทั้งปัจจัยภายนอกและปัจจัยภายใน ซึ่งปัจจัยภายในที่สำคัญคือ อัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมีในร่างกายเปลี่ยนแปลง และ ระบบภายในร่างกายเฉพาะตัวบุคคล ปัจจัยภายนอกคือ ปริมาณไอโอดีนที่เข้าไปในต่อมไทรอยด์ และ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลข้างเคียงของสารเคมีที่มีอันตรายต่อการทำงานของอวัยวะภายใน ซึ่งโดยปกติแล้วร่างกายสามารถฟื้นฟูตัวเองให้กลับมาสุขภาพดีได้ ซึ่งอาจจะใช้เวลานานกว่าการรักษาโดยใช้ยา แต่การรักษาโดยใช้ยาจะมีผู้ป่วยส่วนหนึ่งซึ่งได้รับยาแล้วต่อมไทรอยด์ไม่กลับมาทำงานปกติ หรือกลับมาทำงานปกติช้ากว่าผู้ป่วยอื่น โดยสาเหตุมาจากการไม่มีวินัยในการใช้ยา คือยา หรืออื่นๆ โดยการทดลองจะทดลอง 2 แบบ นั่นคือ

- 1.) ทดลองกับผู้ที่อยู่ในกลุ่มเสี่ยงที่จะเป็นโรคไทรอยด์
- 2.) ผู้ที่เป็นโรคไทรอยด์อยู่แล้ว

จะเริ่มจากการให้ ไอโอดีนในปริมาณ  $u_I^p$  เพื่อให้การทำงานของต่อมไทรอยด์ออกจากสภาวะสมดุล โดยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น ของการทำงานผิดปกติของต่อมไทรอยด์จะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{du_I}{dt} &= v(u_I^0 + u_I^p - u_I) - a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} \\ \frac{du_{Tg}}{dt} &= \alpha a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} - a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} \\ \frac{du_{T4}^c}{dt} &= \beta a_2 u_{Tg} \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} + P_{T4} u_{T4} \\ \frac{du_I^p}{dt} &= -u_I^p f(t, Drug) \end{aligned} \tag{6}$$

โดยที่พจน์  $f(t, Drug)$  แทนการให้ยาซึ่งมี 2 แบบ คือ

- 1.) ให้ยาในปริมาณที่คงที่ แทนด้วยสูตร

$$f(t, Drug) = Drug$$

- 2.) ให้ยาโดยการเปลี่ยนปริมาณยาตามเวลา

$$f(t, Drug) = Drug \frac{1 + \sin \omega t}{2}$$

ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์และกรณีสำหรับการแก้ปัญหาเพื่อระบบสมการเชิงอนุพันธ์ และการให้ยารักษาจะแสดงไว้ในบทถัดไป

## บทที่ 4

### ผลการดำเนินงาน

ในบทนี้จะอธิบายถึงผลลัพธ์ในกรณีที่ เป็นโรคไทรอยด์ และวิเคราะห์ผลกรณิ การรักษาในแบบต่างๆ ดังนี้

จากในส่วนท้ายของบทที่แล้วกรณีผู้ที่เป็นโรคไทรอยด์อยู่แล้ว จะเริ่มจากการให้ ไอโอดีนในปริมาณ  $u_I^p$  เพื่อให้การทำงานของต่อมไทรอยด์ออกจากสภาวะ สมดุล โดยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น ของการทำงานผิดปกติของต่อมไทรอยด์จะเป็น ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{du_I}{dt} &= v(u_I^0 + u_I^p - u_I) - a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} \\ \frac{du_{Tg}}{dt} &= \alpha a_1 u_I \frac{u_{Tg}}{b_2 + u_{Tg}} - a_2 u_{Tg}^c \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} \\ \frac{du_{T4}^c}{dt} &= \beta a_2 u_{Tg} \frac{u_{T4}^c}{b_3 + u_{T4}^c} + P_{T4} u_{T4} \\ \frac{du_I^p}{dt} &= -u_I^p f(t, Drug) \end{aligned} \quad (6)$$

โดยที่พจน์  $f(t, Drug)$  แทนการให้ยาซึ่งมี 2 แบบ คือ

1. ให้ยาในปริมาณที่คงที่ แทนด้วยสูตร

$$f(t, Drug) = Drug$$

2. ให้ยาโดยการเปลี่ยนปริมาณยาตามเวลา

$$f(t, Drug) = Drug \frac{1 + \sin \omega t}{2}$$

โดยตัวยาที่ใช้รักษาสภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานเกิน คือตัวยา **Methimazole** โดยฤทธิ์ของยาจะลดอัตราการผลิตฮอร์โมนลงซึ่งสามารถวิธีใช้ยาจะแบ่งดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

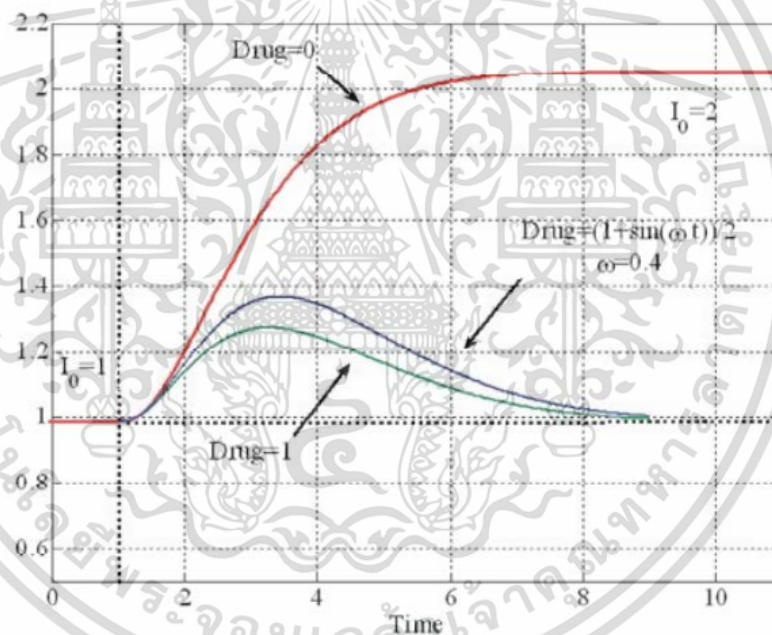
1.) สำหรับผู้ใหญ่ ขนาดเริ่มต้นของการรับประทาน 15 - 60 มิลลิกรัม/วัน จากนั้นปรับขนาดการรับประทานเป็น 5 - 15 มิลลิกรัม/วัน

2.) สำหรับเด็ก ขนาดเริ่มต้นของการรับประทาน 0.4 มิลลิกรัม/น้ำหนักตัว 1 กิโลกรัม/วัน จากนั้นปรับขนาดการรับประทานเป็น 0.2 มิลลิกรัม/น้ำหนักตัว 1 กิโลกรัม/วัน [5]

### ผลลัพธ์การวิเคราะห์

จากการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

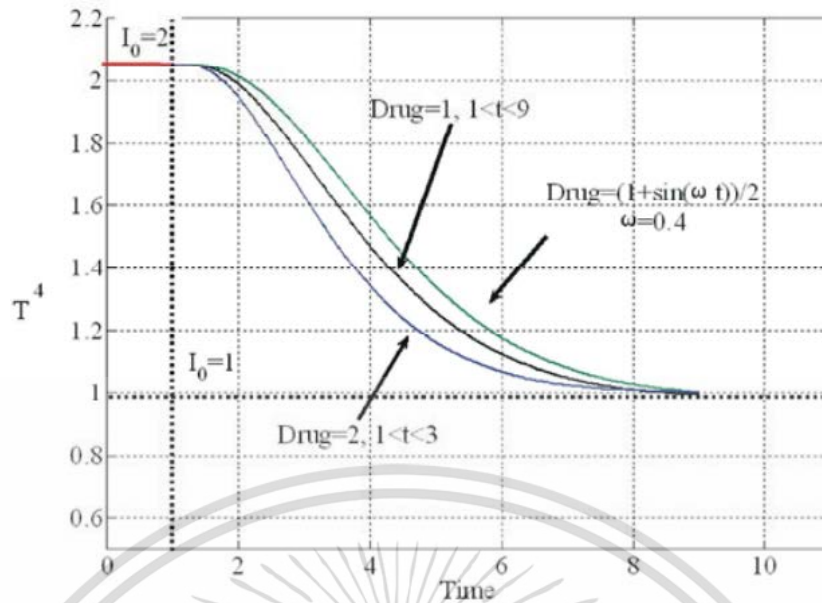
$u_1^0 = 1, a_1 = 50, a_2 = 1, b_2 = 1.1, b_3 = 0.3, \alpha = 0.2, \beta = 5.5, P_{T_4} = 1$  และแสดงผลลัพธ์ดังรูปภาพต่อไปนี้



รูปที่ 1. ผลการทดลองกับผู้ป่วยที่มีสุขภาพปกติ

จากรูปที่ 1 Drug = 0 คือผลการทดลองแบบไม่ให้ยาจึงส่งผลให้ปริมาณฮอร์โมน  $T_4$  สูง Drug = 1 คือให้ยาในปริมาณคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับปริมาณยาที่กล่าวก่อนหน้า และ Drug =  $(1 + \sin \omega t) / 2, \omega = 0.4$  เป็นการให้ยาแบบเปลี่ยนแปลงปริมาณยาที่ได้รับโดยจะกำหนดฟังก์ชันตรีโกณมิติขึ้นมาช่วยในการกำหนดปริมาณยาที่รับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2. ผลการทดลองกับผู้ป่วยที่อยู่ในสภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานเกิน

จากรูปที่ 2 Drug = 1 คือผลการทดลองโดยการให้ยาในปริมาณคงที่ ทำให้ปริมาณฮอร์โมน  $T_4$  ลดลงในช่วงเวลา  $1 < t < 9$  Drug =  $(1 + \sin(\omega t))/2$ ,  $\omega = 0.4$  เป็นการให้ยาแบบเปลี่ยนแปลงปริมาณยา และ Drug = 2 คือผลการทดลองโดยการให้ยาในปริมาณมากกว่าแบบที่ Drug = 1 สองเท่า

จากรูปที่ 1 แนวทางการรักษาผู้ที่มีสุขภาพปกติทำให้เราทราบว่า การรับยาในปริมาณที่เท่ากันตลอดเวลา รักษาส่งผลให้อัตราการผลิตฮอร์โมน  $T_4$  ลดลงเร็วกว่าผู้ที่รับยาแบบเปลี่ยนแปลงปริมาณยา และ จากรูปที่ 2 และ แนวทางการรักษาผู้ที่อยู่ในสภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานเกินทำให้เราทราบว่า การรับยาในปริมาณคงที่ตลอดการรักษา ส่งผลให้อัตราการผลิตฮอร์โมน  $T_4$  ลดลงเร็วกว่าการเปลี่ยนแปลงปริมาณยา ยิ่งไปกว่านั้น ถ้ารับยาในปริมาณที่มากกว่าเดิม 2 เท่า จะช่วยลดอัตราการผลิตฮอร์โมนได้เร็วกว่าปกติ

ในบทถัดไปคือบทที่ 5 จะเป็นการอธิบายถึงสรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ

## บทที่ 5

### สรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ

การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการศึกษาระบบการทำงานของต่อมไทรอยด์ โรคของไทรอยด์และการรักษาทางการแพทย์ ทำให้สามารถได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตั้งสมการ (1) ถึง สมการ (6) และด้วยการใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ และการวิเคราะห์เชิงตัวเลขทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นกรณีต่างๆ ที่แสดงในบทที่ 4 และผลลัพธ์เพื่อยืนยันข้อสรุปในบทที่ 4 พบว่า

จากการศึกษาทำให้เราทราบแนวทางการรักษาผู้ที่อยู่ในกลุ่มเสี่ยงที่จะเป็นโรคไทรอยด์ และ ผู้ที่เป็นโรคไทรอยด์อยู่แล้ว โดยการวิเคราะห์กราฟจาก[1] ซึ่งในการรักษาผู้ที่อยู่ในกลุ่มเสี่ยงที่จะเป็นโรคไทรอยด์ ควรรักษาโดยการให้ยาในปริมาณคงที่ และ ผู้ป่วยที่อยู่ในสถานะต่อมไทรอยด์ทำงานมากเกินไป การให้ยาด้วยปริมาณคงที่ เป็นแนวทางการรักษาที่ดีที่สุด ซึ่งให้ผลแตกต่างจากการวิเคราะห์กราฟจาก[2] ซึ่งเป็นกราฟที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงไอโอดีน

**หมายเหตุ** แต่สำหรับการรับยาที่มีปริมาณมากกว่าปกติ 2 เท่า นั้นอาจส่งผลให้อวัยวะอื่นในร่างกายทำงานหนักควรได้รับคำแนะนำจากแพทย์ที่มีความเชี่ยวชาญ

#### ข้อเสนอแนะ

พิจารณากรณีที่แตกต่างเพื่อการวิเคราะห์การเป็นโรคไทรอยด์นอกจากจะใช้ผลของค่าตรวจของผลเลือดที่ได้จาก T4 แล้วปัจจุบันพบว่าทางการแพทย์จะตรวจด้วยค่าของ TSH เป็นข้อกำหนดก่อนเบื้องต้นเพราะการตรวจเลือดต้องมีค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น ดังนั้นสามารถเป็นแนวทางการวิจัยสำหรับผู้สนใจการวิจัยต่อไปได้ในกรณีศึกษาที่มุ่งเน้นการตรวจค่าของ TSH ในลำดับแรกๆ

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Yulia E. Balykina, Eugeny P. Kolpak, and Elena D. Kotina .Mathematical model of thyroid function .*Middle-East Journal of Scientific Research*.2014;vol.19, no .3, pp .429-433.
- [2] Mike Degon, Stuart R. Chipkin, C.V. Hollot, R. Thomas Zoeller and Yossi Chait.A computational model of the human thyroid.*Mathematical Bioscience*.2008;vol.212, no .1, pp .22-53.
- [3] Balykina, Yu.E .and E.P .Kolpak, Mathematical 15 .Hood, A., Y.P .Liu, V.H . Gattone and C.D .Klassen, Mathematical models of thyroid follicle functioning. *Vestnik S.-Petersburg Univ*.2010; Ser. 10. 20-31.
- [4] David S. Cooper and M.D., Drug Therapy Antithyroid Drugs .*The New England Journal of Medicine*.2005; vol.352, no .9, pp .905-917.
- [5] King, A.C., J. Billingham and S.R. Otto, Differential equation. Linear. Nonlinear. Ordinary. Partial. Cambridge. University Press, pp: 541, May. 2003.
- [6] Drescher K., Cornelius G., Rensing L., *Phase response curves obtained by perturbing different variables of a 24 hr model oscillator based on translational control*, *J. Theor. Biol.* 94 (1982) 345–353.
- [7] Dunlap J.C., *Genetic and molecular analysis of circadian rhythms*, *Annu. Rev. Genet.* 30 (1996) 579–601.
- [8] Goldbeter A., *Biochemical Oscillations and Cellular Rhythms: The Molecular Bases of Periodic and Chaotic Behaviour*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996 .
- [9] Goodwin B.C., Oscillatory behavior in enzymatic control processes, *Adv. Enzyme Regul.* 3 (1965) 425–438.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[10] Otto P, “*Ordinary Differential Equations*”, Holden-Day, San Francisco, California, 1971.

[11] กาญจนา คำนึ่งกิจ, “การวิเคราะห์เชิงตัวเลข พิมพ์ครั้งที่ 2”, แผนกตำราและสื่อการสอน คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2554 ISBN978-974-8308-88-3



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### การเผยแพร่ได้กระทำดังนี้

- การนำเสนอผลงานในรูปแบบ oral ที่การประชุม “ The 23<sup>rd</sup> Annual Meeting in Mathematics (AMM 2018, May 3-5, 2018, Bangkok, Thailand) ” ที่ประเทศไทย โรงแรมเนดาร์ริน ระหว่างวันที่ 3-5 พฤษภาคม 2561
- การตีพิมพ์ผลงานใน Proceedings  
<http://amm2018.kmutt.ac.th/uploads/Download/AMM2018-proceedings.pdf> (p.227-231)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## - ประวัติผู้วิจัย

### หัวหน้าโครงการวิจัย

1. ชื่อ (ภาษาไทย) ผศ.ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ  
(ภาษาอังกฤษ) Asst.Prof. Kanchana Kumnungkit
2. ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์

### 3. หน่วยงานที่สังกัดและที่ติดต่อได้

สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
E-mail: kanchana.ku@kmitl.ac.th

### 4. ประวัติการศึกษา

ระดับการศึกษา	วุฒิการศึกษาที่ได้รับ	สาขาวิชา	ปีที่สำเร็จการศึกษา	สถานศึกษา
ปริญญาเอก (international program)	ปร.ด.	คณิตศาสตร์	2547	ม.มหิดล
ปริญญาโท (international program)	วท.ม.	คณิตศาสตร์ ประยุกต์	2537	ม.มหิดล
ปริญญาตรี	วท.บ. (เกียรตินิยม อันดับ 2)	คณิตศาสตร์ ประยุกต์	2531	สถาบันเทคโนโลยีพระ จอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

### 5. ประสบการณ์ที่เกี่ยวกับงานวิจัยและงานวิจัยทั้งภายในและภายนอกประเทศ

1. Detection of slow-fast limit cycles in a model for electrical activity in the pancreatic  $\beta$ -cell, IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine & Biology(1996) 13, 1-21 โดยเป็นผู้ร่วมวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. The dynamic behaviors of RBC, EPO and Oxygen with time delay, proceedings of The 1st IMT-GT Reginal Conference on Mathematics, Statistics and Their Application, 2005,183-190
3. A Mathematical Model for Erythroid Regulation - WSEAS Transactions on Mathematics, 2006, 6, 5:701-705
4. Effect of Time Delay in a Phsiological Process Containing Both a Positive and Negative Feedback Response, WSEAS Transactions on Mathematics, 2006, 9, 5: 1045 – 1052
5. Modeling of Platelet Production With Delay and Simulations of the Behaviours, RCMSA 06, proceedings of The 2nd IMT-GT Reginal Conference on Mathematics, Statistics and Their Application, Volume II- Applied Mathematics ,2006, 213-218
6. A Closed Loop Replicated Virus Model With Effective Delay, KMITL SCIENCE Journal, Vol. 6 No.2a, May-Dec, 2006
7. Platelet Regulation Modeling with Delay And Its Simulations, Proceedings of the 16<sup>th</sup> IASTED International Conference APPLIED SIMULATION AND MODELLING, Aug 29-31, 2007, 414-418
8. Warunee Sarika, Yongwimon Lenbury, Kanchana Kumnungkit and Wannapa Kuphasuang, Modelling Glucose-Insulin Feedback Signal Interchanges Involving  $\beta$ -Cells with Delays, Science Asia Vol 4 No.1, March 2008, 077-086
9. K. Kumnungkit and S . Suwannaut, Effective Neurospora Process Model on Light and FRQ Protein, Proceedings of the 6<sup>th</sup> IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010), ISBN 978-983-41743-3-0, 3-4 Nov.2010,796-808
- 10.Kanchana Kumnungkit and Nipon Wongvisetsirikul, Neurospora Biorhythm Mathematical Model with Light-Dark Cycle, Proceedings of the 6<sup>th</sup> IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010), ISBN 978-983-41743-3-0, 3-4 Nov.2010,809-821

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

11. Sarawut Suwannaut and Kanchana Kuimnungkit, Analysis of Effective Neurospora Process Model, International Conference in Mathematics and Applications MAHIDOL University 2011,367-373
12. Tatiporn Pattranurakyothin and Kanchana Kumnungkit, Forecasting Model for Para Rubber's Export Sales, Proceeding of the Third KMITL-TKU Joint International Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2012), 120-125
13. Kanchana Kumnungkit, Application of Flat Rate or Compound Rate Using, Proceedings of the International Journal of Arts and Sciences 7 (3), 2014
14. Kanchana Kumnungkit, Mathematical Model for Neurospora with Time delays, Proceedings of The 5<sup>th</sup> KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016), 2016, p106 (poster)
15. Kanchana Kumnungkit, Dynamical Chaos of differential equation mathematical model, Proceedings of The 5<sup>th</sup> KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016), 2016, p107 (poster)
16. Kanchana Kumnungkit, Wariya Chatsut, Wittaya Krabuanri, Sawitree Hongsa and Tatiporn Pattranurakyothi, New Computer Program to Simulate a Neurospora Biorhythm, 3rd International conference of supply chain & Technology Innovation proceeding, Sep 5-9 , 2016, p 16-23
17. K. Kumnungkit, S. Suwannaut, COMPARATIVE NEUROSPORA BIORHYTHM ON LIGHT VS LIGHT WITH FRQ PROTEIN, [www.diogenes.bg/ijam/contents/2017-30-1/5/index.html](http://www.diogenes.bg/ijam/contents/2017-30-1/5/index.html), International Journal of Applied Mathematics, 2017, 59-71. ISSN: 1311-1728 (printed version); ISSN: 1314-8060 (on-line version)
18. A. Homsuwan, K. Kumnungkit, A Study of Mathematical Model of Thyroid Function, The 23rd Annual Meeting in Mathematics AMM2018, May 3-5, 2018, 227-231.
19. K.Kumnungkit, T. Pattranulukyothin and S. Hanahh Winter, To

Area, proceeding the sixth TKU-KMITL. Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2018), 23-24 June 2018, 22-25.

---



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้