

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
ด้วยวิธีการของกิตติ

DESIGN OF DISCRETE PID X (n-2) STAGE PD CASCADE CONTROLLERS
BASED ON KITTI'S METHOD



T144126



วพ.
๘๘๕๒ ๓
๒๕๕๙
เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 144126
วันเดือนปี ๐๓ ๗๐. ๒๕๕๙

b. ๑๒๘๑.๕๖๗๘
.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอัตโนมัติ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. ๒๕๕๙

KMITL-2016-EN-M-257-145

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

DESIGN OF DISCRETE PID \times (n-2) STAGE PD CASCADE CONTROLLERS
BASED ON KITTI'S METHOD



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN AUTOMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2016
KMITL-2016-EN-M-257-145

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2016

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ด้วยวิธีการของกิตติ
Thesis Title Design of Discrete PID x (n-2) Stage PD Cascade Controllers Based on Kitti's Method
นักศึกษา นายสุรลักษณ์ จรุงญโสตร์
รหัสประจำตัว 54613410
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมอัตโนมัติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ประภาช อุดคคกิม่าพันธ์
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2016-EN-M-257-145

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.พิทยา	ปานนิล	
รศ.ดร.อัมพวัน	จุลเสวีวงศ์	
ผศ.ดร.เชิดพงษ์	ดิเลิศไพบุลย์	
รศ.ดร.ไสว	พงศ์สวัสดิ์	
รศ.ประภาช	อุดคคกิม่าพันธ์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันศุกร์ที่ 8 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 เวลา 13.00-15.00 น.
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 3

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วันที่ 8 กรกฎาคม พ.ศ. 2559

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD Cascade
แบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการของกิตติ

นักศึกษา

นายสุรลักษณ์ จรุงโสตร์

รหัสประจำตัว

54613410

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมอัตโนมัติ

พ.ศ.

2559

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

รศ.ประภาช อุคคกิมพันธ์

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้เป็นการนำเสนอการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่เหมาะสมกับระบบอันดับสามหรือมากกว่า โดยเทคนิคที่นำเสนอใช้วิธีการของกิตติในการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเพื่อให้ง่ายต่อการหาค่าตัวแปรที่เหมาะสม ซึ่งมีเพียงแค่สองตัวแปรเท่านั้นที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมด้วยเงื่อนไขค่าขนาดและมุมของทางเดินราก หลังจากที่ได้ตัวแปรที่เหมาะสมสำหรับตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่อง จึงทำการเปลี่ยนเป็นตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการ Tustin เพียงแค่ทำการปรับแต่งค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องจะทำให้ระบบมีผลตอบสนองที่เร็วขึ้นด้วยค่าพ่วงเกินที่ลดลง สมรรถนะการทำงานของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบด้วยเทคนิคที่นำเสนอยืนยันได้จากผลการเลียนแบบการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	Design of Discrete PID $\times(m-2)$ Stage PD Cascade Controllers Based on Kitti's Method
Student	Mr.Suralak Charoonsote
Student ID.	54613410
Degree	Master of Engineering
Program	Automation Engineering
Year	2016
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Prapart Ukakimaparn

ABSTRACT

An objective of this thesis is to present a design of discrete PID $\times(m-2)$ stage PD cascade controllers suitable for third-order or higher-order systems. The proposed technique is based on the Kitti's method to design the controllers in continuous time for providing ease of parameter optimization. Only two unknown parameters are required to be optimized by the root locus magnitude and angle conditions. After the desired specifications of the continuous cascaded controller unit are achieved, they are then converted to discrete-time domain by Tustin's method. In order to obtain faster response with smaller overshoot, only a gain of the discrete cascaded controller unit is adjusted. Performances of the designed controller unit based on the proposed technique are verified through the MATLAB simulation results.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐี ที่นำเสนอตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade controllers ซึ่งมีค่าอย่างยิ่งต่อการออกแบบระบบควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถต่อยอดนำไปสู่งานวิจัยเรื่องอื่นๆต่อไปได้ ดังงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความรู้จาก รศ.ดร.ธนิศย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะและช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ประภาส อุคคกิมพันธ์ และ รศ.ดร.พิทยา ปานนิล ที่ให้ความช่วยเหลือและแนะนำจนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมอัตโนมัติทุกท่าน ที่คอยช่วยให้คำแนะนำและให้คำปรึกษาแก่ข้าพเจ้าตลอดระยะเวลาในการศึกษาปริญญาโท

ขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุมทุกท่าน ที่คอยช่วยให้คำแนะนำและให้ความรู้ทางด้านวิศวกรรมแก่ข้าพเจ้าตลอดระยะเวลาในการศึกษาปริญญาตรี

ขอขอบคุณ บริษัท ดีมายเออร์ จำกัด และ บริษัท ซีเมนต์ จำกัด ที่มอบประสบการณ์ในการทำงานและความรู้ในทางสายอาชีพทางด้านวิศวกรรมให้แก่ข้าพเจ้า

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

สุรลักษณ์ จรุงโสตร์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VI
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในงานวิจัย.....	2
1.4 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.5 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 หลักการควบคุม PID.....	4
2.1 กล่าวนำ.....	4
2.2 การควบคุมแบบป้อนกลับ.....	4
2.2.1 ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง.....	4
2.2.1.1 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณระดับ.....	5
2.2.1.2 ผลการตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณลาด.....	6
2.2.1.3 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณอิมพัลส์.....	7
2.2.2 ระบบควบคุมอันดับสอง.....	8
2.2.3 ข้อกำหนดของระบบ.....	9
2.3 รูปแบบของการควบคุมบนพื้นฐาน PID.....	11
2.3.1 การควบคุมแบบ P (Proportional control).....	12
2.3.2 การควบคุมแบบ I (Integral control).....	13
2.3.3 การควบคุมแบบ D (Derivative Control).....	14
2.3.4 การควบคุมแบบ PI (Proportional-Integral Control).....	15
2.3.5 การควบคุมแบบ PD (Proportional-Derivate Control).....	16
2.3.6 การควบคุมแบบ PID (Proportional-Integral-Derivative Control).....	17
2.4 ข้อจำกัดของตัวควบคุม PID ในอันดับที่สาม.....	19
2.5 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก.....	24
2.5.1 เส้นทางเดินราก.....	24
2.5.2 ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก.....	26
2.6 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ.....	27
2.6.1 แนวคิดวิธีการของกิตติ.....	27

สารบัญ (ต่อ)

2.6.2	วิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ.....	29
2.6.3	ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ.....	31
2.7	วิธีการแปลงระบบควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง.....	34
2.7.1	วิธีการแบบ Zero Order Hold (ZOH).....	35
2.7.1.1	การทำงานของกักตัวอย่าง.....	35
2.7.1.2	รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการคงค่า.....	37
2.7.1.3	Impulse Sampler.....	39
2.7.2	วิธีการแบบ Tustin.....	41
บทที่ 3	การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade.....	43
3.1	กล่าวนำ.....	43
3.2	แนวคิดในการออกแบบ.....	43
3.3	รายละเอียดในการออกแบบ.....	46
3.4	การเปรียบเทียบการจำลองของระบบ.....	49
บทที่ 4	บทสรุป.....	51
4.1	สรุปผลวิจัย.....	51
4.2	ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	51
เอกสารอ้างอิง.....		53
ภาคผนวก.....		54
ภาคผนวก ก.	ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	55
ภาคผนวก ข.	ตารางการแปลง Z.....	62
ประวัติผู้เขียน.....		65

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่ง.....	4
2.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่งที่ยุบแล้ว.....	4
2.3 ลักษณะการตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย.....	6
2.4 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณลาด.....	7
2.5 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณอิมพัลส์.....	8
2.6 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับสอง.....	8
2.7 ผลตอบสนองของระบบควบคุมอันดับสองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย.....	9
2.8 ค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย.....	11
2.9 คุณสมบัติของการควบคุมแบบ Proportional	13
2.10 ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ Integral.....	14
2.11 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Derivative	14
2.12 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PI (Direct Action).....	16
2.13 ผลการตอบสนองของการควบคุมแบบ PD.....	17
2.14 ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID.....	18
2.15 โครงสร้างของระบบควบคุม.....	20
2.16 แสดงตำแหน่งโพลและซีโรของ z_c สองตัวที่ตำแหน่งเดียวกัน.....	21
2.17 แสดงเส้นทางเดินรากของระบบอันดับสาม เมื่อ $K(s) = \frac{K_c(s+z_c)^2}{s}$	22
2.18 ผลการตอบสนองร่วมทางด้านเอาต์พุต.....	23
2.19 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade.....	27
2.20 แสดงเส้นทางเดินรากของระบบอันดับสามของ $K(s) = \frac{K_c(s+z_c)^3}{s}$	29
2.21 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสามนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติ แบบเวลาต่อเนื่อง.....	33
2.22 การตอบสนองของสัญญาณหนึ่งหน่วยนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติแบบเวลาต่อเนื่อง.....	34
2.23 ระบบควบคุมแบบเก็บตัวอย่างข้อมูลแบบง่าย.....	35
2.24 การชักตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ.....	35
2.25 การทำงานของกระบวนการชักตัวอย่าง.....	36
2.26 การทำงานของตัวแปลงดิจิทัลเป็นอนาล็อก.....	36
2.27 การทำงานของตัวแปลงอนาล็อกเป็นดิจิทัล.....	37
2.28 แสดงการคงค่าของสัญญาณ.....	37
2.29 รูปแบบของการชักตัวอย่างและการคงค่า.....	39
2.30 แสดงกระบวนการกล้ำสัญญาณ.....	40

สารบัญรูป (ต่อ)

2.31 แสดงสัญลักษณ์ของการชักตัวอย่างอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วยกับ $G_0(s)$	40
2.32 ปริมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการแบบ Tustin.....	41
3.1 ขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมแบบดิจิทัล.....	43
3.2 แนวทางการออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	44
3.3 แผนผังการ Discretization ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้.....	46
3.4 แสดงเส้นทางเดินของรากของระบบอันดับสามที่ถูกนำเสนอด้วยวิธีการกิตติ แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	48
3.5 แผนภาพบล็อกไดอะแกรม OCF.....	49
3.6 ผลการตอบสนองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยที่ถูกนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติ แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	50



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การเลือกใช้และการออกแบบตัวควบคุมเป็นสิ่งที่มีความสำคัญที่สุดสำหรับการควบคุมกระบวนการในทางอุตสาหกรรม เพราะการที่ออกแบบให้ตัวควบคุมมีความเหมาะสมต่อกระบวนการในการควบคุม จะช่วยให้กระบวนการควบคุมในทางอุตสาหกรรมมีเสถียรภาพมากขึ้น และช่วยเพิ่มประสิทธิภาพต่อกระบวนการผลิตให้ได้ผลการตอบสนองของระบบเป็นไปตามที่ต้องการ โดยอุตสาหกรรมส่วนใหญ่จึงได้เลือกใช้เครื่องควบคุมแบบอัตโนมัติ (Automatic Controller) มาช่วยในการควบคุมกระบวนการในระบบ เพื่อควบคุมการทำงานให้มีประสิทธิภาพและเกิดความแม่นยำต่อกระบวนการผลิตได้มากที่สุด และลดปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดของการควบคุมจากการเลือกใช้การควบคุมโดยมนุษย์ (Manual Control) เครื่องควบคุมอัตโนมัติจะทำหน้าที่ในการคำนวณหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมตามที่ได้กำหนดค่าไว้ล่วงหน้า ตัวควบคุมที่นิยมใช้ในกระบวนการผลิต คือตัวควบคุม Proportional-Integral-Derivative (PID) เนื่องจากรูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID เป็นรูปแบบที่สามารถใช้ในควบคุมกระบวนการต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ไม่ว่าจะเป็นกระบวนการแบบช้าหรือเร็ว ตัวควบคุมดังกล่าวสามารถควบคุมกระบวนการได้เป็นอย่างดี ถ้ามีการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่เหมาะสม โดยตัวควบคุม PID มีโครงสร้างการทำงานที่ไม่ซับซ้อนและเข้าใจได้ง่าย สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานกับกระบวนการต่าง ๆ ได้หลากหลายรูปแบบและให้ผลตอบสนองของกระบวนการได้ดีตามความต้องการในกระบวนการผลิตนั้น ๆ และการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ให้เหมาะสมต่อกระบวนการมีหลากหลายวิธีการเช่นกัน ดังตัวอย่างเช่น วิธีการของ Ziegler-Nichols เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม นอกจากนั้นในการปรับแต่งพารามิเตอร์ของตัวควบคุมยังต้องใช้วิธีการลองผิดลองถูกและต้องอาศัยจากประสบการณ์เพื่อปรับพารามิเตอร์ของระบบให้ดีที่สุดสำหรับกระบวนการผลิต นอกจากนั้นยังมีวิธีอื่น ๆ อีกเช่นกัน ซึ่งอีกวิธีหนึ่งที่มีความนิยมคือการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีทางเดินของราก

อย่างไรก็ตามตัวควบคุมแบบ PID ใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับไม่เกินสอง เนื่องด้วยตามข้อจำกัดของตัวควบคุม PID แต่สำหรับกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองขึ้นไปนั้น เป็นการยากที่จะใช้ตัวควบคุมแบบ PID เพียงอย่างเดียวมาทำการควบคุมระบบให้ได้ผลตามข้อกำหนด (Specification) เนื่องจากจำนวนโพลของกระบวนการนั้นมีค่ามากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุม ด้วยข้อจำกัดของตัวควบคุมนี้ทาง รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จึงได้ทำการนำเสนอแนวความคิดของการใช้งานตัวควบคุมสำหรับกระบวนการในอันดับที่ n ใด ๆ ขึ้นมา เพื่อใช้แทนตัวควบคุมแบบระบบเดิม ที่ติดข้อจำกัดในข้างต้นที่ได้กล่าวมา โดยทำการเพิ่มตัวควบคุมแบบ Proportional-Derivative (PD) จำนวน $(n-2)$ ตัว เข้าไปอนุกรมกับตัวควบคุมแบบ PID ที่มีอยู่เดิมและเรียกตัวควบคุมนี้ว่า ตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade [2] โดยแนวความคิดนี้สามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้กับกระบวนการที่มีอันดับสามขึ้นไปได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้จุดเริ่มต้นนั้น รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้ทำการนำเสนอตัวควบคุมนี้ขึ้นมา โดยเป็นการวิเคราะห์และ

ออกแบบดำเนินการอยู่ในกระบวนการของระบบแบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System) อย่างไรก็ตามปัจจุบันมีการประยุกต์ใช้ระบบคอมพิวเตอร์เข้ามาในการควบคุมกระบวนการทางอุตสาหกรรมมากขึ้น และการส่งสัญญาณด้านขาเข้าต้องผ่านตัวสุ่มสัญญาณ (Sampler) ซึ่งมีหน้าที่ในการแปลงจากสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล ทำให้สัญญาณนั้นอยู่ในรูปแบบของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) นำไปสู่การวิเคราะห์และการออกแบบตัวควบคุมในระบบแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time System) [3],[4] โดยในงานวิจัยที่ [3] เป็นการนำเสนอการออกแบบโดยวิธี Zero Order Hold (ZOH) และ [4] เป็นการนำเสนอการออกแบบโดยวิธี Tustin Method โดยวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยอาศัยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ (Kitti Method) เพื่อเข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุมให้มีความง่ายขึ้น โดยอาศัยการแปลงตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยตรง เพื่อลดความยุ่งยากของการออกแบบโดยวิธีการของกิตติใน z-domain ที่เมื่อมีการเลือกใช้เวลาในการซิกตัวอย่างข้อมูลมีค่า T ที่น้อยมาก ๆ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์เล่มนี้มุ่งหวังเพื่อศึกษาการออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ที่มีกระบวนการของระบบอันดับที่สามขึ้นไป โดยอาศัยหลักการออกแบบด้วยวิธีการของกิตติ และเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้ระหว่างตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องกับแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยผลลัพธ์ที่ได้ออกมาผลตอบสนองมีความใกล้เคียงกันมากที่สุด ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมสามารถทำให้กระบวนการดังกล่าวมีสมรรถนะที่ดีตามที่กำหนดไว้

1.3 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในงานวิจัย

การศึกษาการออกแบบระบบควบคุมด้วยตัวควบคุม PID โดยในวิทยานิพนธ์เล่มนี้มุ่งหวังกระบวนการควบคุมที่มีอันดับมากกว่าอันดับสามขึ้นไป โดยเลือกใช้ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade เพื่อควบคุมกระบวนการให้ได้ผลตอบสนองตามข้อกำหนดตามที่ออกแบบ โดยทำการออกแบบตัวควบคุมในระบบแบบเวลาไม่ต่อเนื่องจะพิจารณาเลือกใช้คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Time) ในการสุ่มสัญญาณของระบบให้เหมาะสม จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ โดยการกำหนดตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุมภายใต้เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) โดยการเลือกวางตำแหน่งของซีโรที่เพิ่มเข้าไปให้มีตำแหน่งที่ใกล้เคียงกับตำแหน่งของโพลของระบบมากที่สุด โดยเหลือตำแหน่งของซีโรไว้หนึ่งตัว เพื่อใช้ในการกำหนดเส้นทางเดินของรากผ่านจุดโพลวงปิดเด่นชัด (Dominant Closed-Loop Pole) จากรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous Signal) การส่งสัญญาณด้านขาเข้าผ่านตัวสุ่มสัญญาณ ซึ่งมีหน้าที่แปลงสัญญาณอนาล็อกให้เป็นสัญญาณดิจิทัล ทำให้สัญญาณจะอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง เพื่อมาวิเคราะห์ให้อยู่ในตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade ด้วยวิธีการของกิตติ โดยอาศัยการแปลงตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยตรง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์เล่มนี้กล่าวถึงตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade เพื่อเป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอ โดยอาศัยวิธีการออกแบบด้วยวิธีการของกิตติ เข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องแล้วทำการแปลงตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยตรง โดยวิทยานิพนธ์เล่มนี้กำหนดให้เวลาในการซึกตัวอย่างมีค่า $T = 1/50$ วินาที ซึ่งเป็นเวลาในมาตรฐานของระบบ Distributed control system (DCS) ที่สามารถทำได้ [6] พร้อมทั้งเลียนแบบการทำงานของตัวควบคุมด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อแสดงผลการตอบสนองของการควบคุมเพื่อทำการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง

1.5 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบไปด้วยเนื้อหา 4 บท ด้วยกันดังนี้คือ

บทที่1 บทนำ เป็นการกล่าวถึงแนวคิด ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ความมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์

บทที่2 กล่าวถึงการควบคุมแบบป้อนกลับอันดับหนึ่งและอันดับสอง และโครงสร้างและข้อจำกัดของตัวควบคุม PID และโครงสร้างของตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade และหลักการออกแบบของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ และวิธีการแปลงระบบควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเป็นแบบไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการ Zero-Order Hold (ZOH) และ Tustin's Method

บทที่3 กล่าวถึงแนวคิดในการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade ในระบบเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง และรายละเอียดในการออกแบบพร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยระบบโปรแกรม MATLAB และเปรียบเทียบผลการจำลองของระบบ

บทที่4 กล่าวถึงการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาการออกแบบระบบควบคุมให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ในส่วนสุดท้ายของวิทยานิพนธ์เป็นส่วนของภาคผนวกที่แสดงถึงบทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์และตารางการแปลงจาก s-domain เป็น z-domain

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

หลักการควบคุม PID

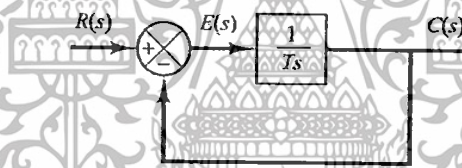
2.1 กล่าวนำ

การนำตัวควบคุมไปใช้ในการควบคุมกระบวนการของระบบ จำเป็นต้องทราบถึงทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ของตัวควบคุม เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างและการทำงาน ตลอดจนการออกแบบตัวควบคุมซึ่งมีความสำคัญในเชิงทฤษฎีด้วยระบบจำลอง โดยตัวควบคุมที่ถูกนำมาศึกษาในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้แก่ ตัวควบคุม PID เพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade โดยใช้หลักการทางเดินรากในการออกแบบ โดยจากหนังสือ Modern Control Engineering [7] ได้กล่าวหลักการและโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุม PID ไว้ดังนี้

2.2 การควบคุมแบบป้อนกลับ

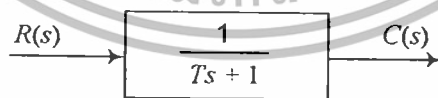
2.2.1 ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง

พิจารณาจากบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่ง ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่ง

เมื่อทำการยุบบล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่งจะได้ (ในหัวข้อที่ 2.2.1 กำหนดให้ตัวแปร T หมายถึงค่าเวลาคงที่ หรือ τ (Tau))



รูปที่ 2.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับหนึ่งที่ยุบแล้ว

ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณด้านอินพุตกับสัญญาณด้านเอาต์พุตของระบบจะได้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (2.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบ จะใช้สัญญาณมาตรฐานมาทดสอบระบบ โดยสามารถวิเคราะห์ผลตอบสนองโดยใช้สัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย (unit-step) สัญญาณลาดขนาดหนึ่งหน่วย (unit-ramp) และสัญญาณอิมพัลส์ (impulse) และกำหนดให้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์

2.2.1.1 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณระดับ

เมื่อทำการแปลงลาปลาซของสัญญาณอันดับหนึ่งแล้วจะได้ $R(s) = \frac{1}{s}$ จากสมการที่ (2.1) สามารถเขียนผลตอบสนองของสัญญาณเอาต์พุตได้เป็น

$$C(s) = \frac{1}{(Ts+1)s} \quad (2.2)$$

ทำการแยกเศษส่วนย่อยจากสมการที่ (2.2) จะได้

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts+1} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{T}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

เมื่อแปลงลาปลาซผกผันที่สมการ (2.3) จะได้

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}, \quad (t \geq 0) \quad (2.4)$$

จากสมการที่ (2.4) เห็นได้ว่าค่าเริ่มต้นของสัญญาณเอาต์พุต $c(t)$ มีค่าเป็นศูนย์และค่าสุดท้ายมีค่าเท่ากับหนึ่งและที่ $t = T$ ค่าของ $c(t)$ จะเท่ากับ 0.632 หรือ 63.2% ของการเปลี่ยนแปลงทั้งหมด ซึ่งสามารถแสดงได้โดยการแทนค่าของ $t = T$ ลงในสมการที่ (2.4) จะได้

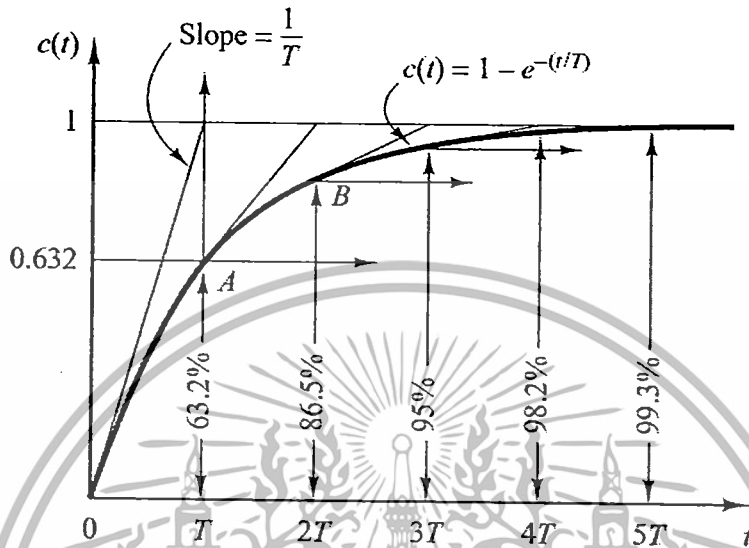
$$c(T) = 1 - e^{-1} = 0.632$$

เมื่อนำผลตอบสนองของระบบเป็นลักษณะของกราฟแบบเอ็กโปเนนเชียลที่มีความชันของกราฟที่ $t = 0$ คือ $1/T$ จะได้

$$\left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{T} e^{-t/T} \Big|_{t=0} = \frac{1}{T} \quad (2.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $t = \infty$ และ $e^{-t/T}$ จะเข้าสู่ศูนย์จะทำให้ค่าคลาดเคลื่อน $c(t)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ โดยผลการตอบสนองของกราฟแบบเอ็กโปเนนเชียล $c(t)$ ที่ได้จากสมการที่ (2.4) สามารถแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ลักษณะการตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

2.2.1.2 ผลการตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณลาด

เมื่อทำการแปลงลาปลาซของสัญญาณลาดจะได้

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

จากสมการที่ (2.1) สามารถเขียนผลตอบสนองต่อสัญญาณเอาต์พุตของระบบได้คือ

$$C(s) = \frac{1}{(Ts+1)} \frac{1}{s^2} \quad (2.6)$$

ทำการแยกเศษส่วนย่อยจากสมการที่ (2.6) จะได้

$$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1} \quad (2.7)$$

ทำการแปลงลาปลาซผกผันจากสมการที่ (2.7) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c(t) = t - T + Te^{-t/T}, \quad (t \geq 0)$$

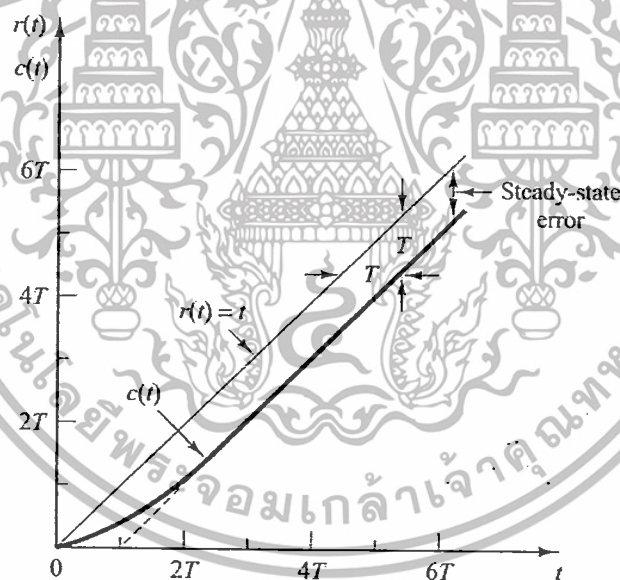
สัญญาณความคลาดเคลื่อน $e(t)$ หาได้จาก

$$\begin{aligned} e(t) &= r(t) - c(t) \\ &= T(1 - e^{-t/T}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

จากสมการที่ (2.8) เมื่อ t เข้าสู่ค่าอนันต์แล้วค่า $e^{-t/T}$ จะเข้าสู่ศูนย์ ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน $e(t)$ มีค่าเท่ากับ T หรือ

$$e(\infty) = T$$

สามารถแสดงผลตอบสนองของระบบต่อสัญญาณลาดได้ดังรูปที่ 2.4 จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนจะมีค่าเท่ากับ T เมื่อ t มีค่าสูงมาก ๆ และจะมีค่าน้อยกว่า T เมื่อ t มีค่าต่ำ ๆ



รูปที่ 2.4 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณลาด

2.2.1.3 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณอิมพัลส์

สำหรับสัญญาณอินพุตอิมพัลส์แล้วมี $R(s) = 1$ ดังนั้นสัญญาณเอาต์พุตของระบบควบคุมอันดับหนึ่งคือ

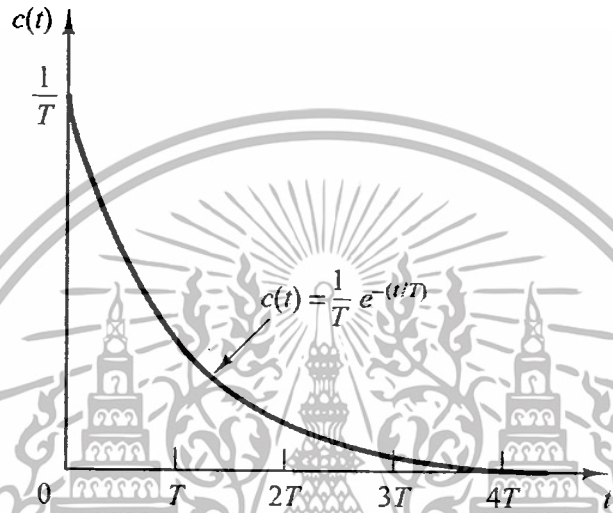
$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} \quad (2.9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แปลงผกผันลาปลาซของสมการที่ (2.9) คือ

$$c(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}, \quad (t \geq 0) \quad (2.10)$$

ลักษณะผลตอบสนองของสมการที่ (2.10) แสดงในรูปที่ 2.5



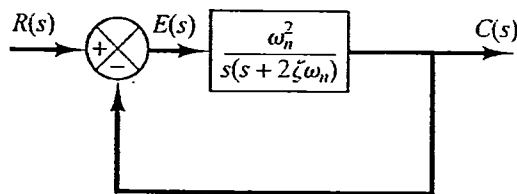
รูปที่ 2.5 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณอิมพัลส์

2.2.2 ระบบควบคุมอันดับสอง

ระบบควบคุมอันดับสองสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนอยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.11)$$

โดยที่ ω_n คือ ความเร็วเชิงมุมในการแกว่งตามถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency)
 ζ คือ อัตราการหน่วงของระบบ (Damping ratio)



รูปที่ 2.6 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

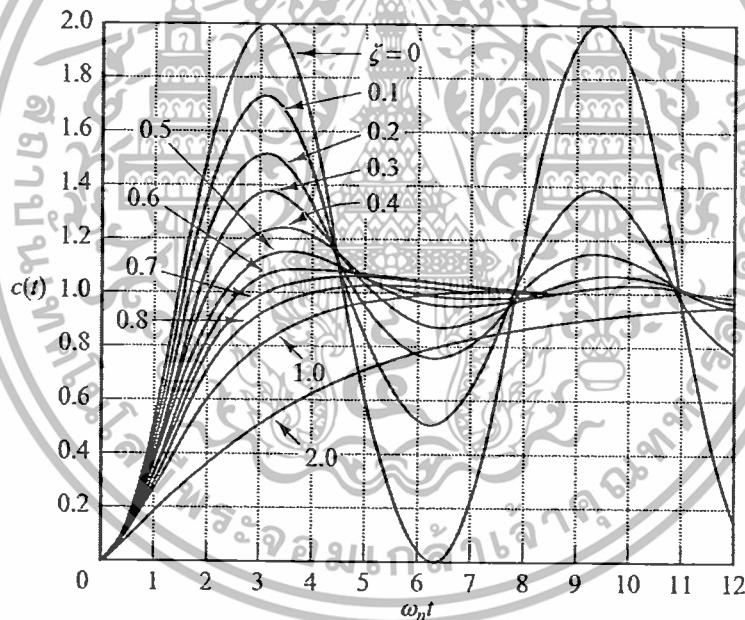
การวิเคราะห์คุณสมบัติของระบบอันดับสอง จะพิจารณาในเทอมของตัวแปรสองตัวคือ ζ และ ω_n ของระบบ

1. กรณี $0 < \zeta < 1$ ตำแหน่งของโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดจะเป็นค่าเชิงซ้อนสังยุคกัน (Complex Conjugate) โดยมีตำแหน่งอยู่ด้านซ้ายบนระนาบ s กรณีนี้ระบบควบคุมจะอยู่ในสภาวะความหน่วงที่น้อย (Under Damped) และผลตอบสนองชั่วขณะจะเกิดการแกว่ง (Oscillatory)

2. กรณี $\zeta = 1$ เป็นระบบควบคุมที่มีความหน่วงมีค่าวิกฤติ (Critical Damped)

3. กรณี $\zeta > 1$ เป็นระบบที่มีความหน่วงมาก (Over Damped) ซึ่งทั้งสองกรณีนี้ผลตอบสนองชั่วขณะจะไม่เกิดการแกว่งขึ้น

ในการพิจารณาผลตอบสนองของระบบในรูปบล็อกไดอะแกรมของระบบอันดับสองจากรูปที่ 2.6 ต่อสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย ผลตอบสนองของระบบอันดับสองแสดงได้ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 ผลตอบสนองของระบบควบคุมอันดับสองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

2.2.3 ข้อกำหนดของระบบ

ข้อกำหนด คือค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบในการออกแบบตัวควบคุม ค่าเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงการตอบสนองในสภาวะชั่วครู่ของระบบควบคุมต่ออินพุตที่เป็นสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย ข้อกำหนดที่สำคัญประกอบด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. ค่าพุ่งเกินสูงสุด (M_p) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุดกับเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัวของระบบ ในบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินสูงสุด ($\%M_p$)

$$M_p = C_{max} - C_{ss} \quad (2.12)$$

โดยที่ C_{max} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุต
 C_{ss} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัว

หรือ

$$\%M_p = \left| \frac{M_p}{C_{ss}} \right| \times 100\% \quad (2.13)$$

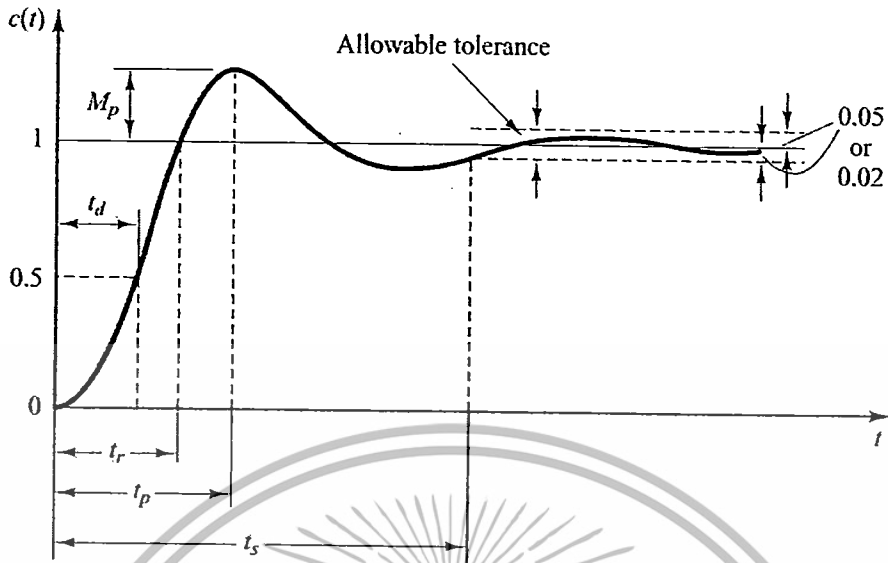
2. ค่าเวลาประวิง (Delay Time : t_d) คือช่วงเวลาที่ผลของการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเข้าสู่ 50% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว

3. ค่าช่วงเวลาขึ้น (Rise Time : t_r) คือช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นจาก 10% ไปเป็น 90% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวหรือหมายถึงช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองมีค่าจาก 5% ไปเป็น 95% หรือ 0% ไปเป็น 100% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวก็ได้ ถ้าค่าช่วงเวลาขาขึ้นมีค่าน้อย หมายถึงระบบนั้นมีการตอบสนองเร็ว

4. ค่าช่วงเวลาเข้าที่ (Setting Time : t_s) คือช่วงเวลาที่ผลตอบสนองของระบบมีค่าเข้าสู่ช่วง $\pm 2\%$ หรือ $\pm 5\%$ ของค่าที่สถานะอยู่ตัวและมีค่าอยู่ในช่วงนี้ตลอดไป หรือหมายถึงค่าของเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวเปลี่ยนไปเป็นการตอบสนองในสถานะอยู่ตัว

5. ค่าเวลายอด (Peak Time : t_d หรือ t_{max}) เป็นค่าเวลาของเวลาที่ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบเกิดค่าพุ่งเกินสูงสุด

6. ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (Steady State Error : e_{ss}) เป็นค่าความแตกต่างของเอาต์พุตของระบบกับค่าปรับตั้งในขณะที่ระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัว ระบบที่ดีจะต้องมีความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวน้อยที่สุด



รูปที่ 2.8 ค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย

2.3 รูปแบบของการควบคุมบนพื้นฐาน PID

ตัวควบคุมแบบ PID ซึ่งประกอบไปด้วยตัวควบคุมแบบ Proportional (P) ตัวควบคุมแบบ Integral (I) และ ตัวควบคุมแบบ Derivative (D) โดยทั่วไปตัวควบคุมแบบ PID มีฟังก์ชันการถ่ายโอนดังต่อไปนี้

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \tag{2.14}$$

- โดยที่ K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ P (Proportional gain)
- K_I คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral gain)
- K_D คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative gain)

นอกจากนี้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID ยังนิยมเขียนอยู่ในอีกรูปแบบคือ

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{2.15}$$

- โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID
- T_i คือ เวลาอินทิกรัลหรือ Reset time
- T_d คือ เวลาอนุพันธ์หรือเวลาอัตรา Rate time

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.14) และสมการ (2.15) จะเห็นว่า $K_D = K_{pid}T_d$ และ $K_I = K_{pid} / T_i$ โดยค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ทั้งสามค่านี้จะใช้สำหรับปรับแต่งค่าให้กับตัวควบคุมเพื่อควบคุมกระบวนการที่ต้องการ

2.3.1 การควบคุมแบบ P (Proportional control)

การควบคุมแบบ P เป็นการควบคุมแบบสัดส่วน คือสัญญาณควบคุม $m(t)$ จากตัวควบคุมส่งไปปรับกระบวนการมีค่าเป็นสัดส่วนกับค่าความคลาดเคลื่อนสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$m_p(t) = \bar{m} + K_p e(t) \quad (2.16)$$

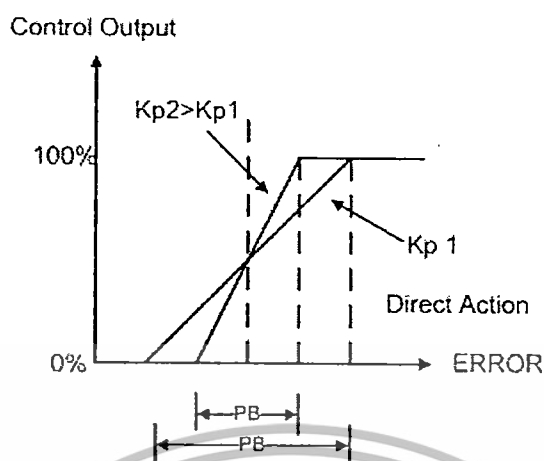
โดย $m_p(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ Proportional
 \bar{m} คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมเมื่อความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์
 $e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน
 K_p คือ ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional

ตัวควบคุมบางตัวสัญญาณที่ด้านขาเข้าและด้านขาออกนั้น อาจจะมีหน่วยที่ต่างกัน เช่นการเปลี่ยนแปลงของอัตราการไหลที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางด้านความอุณหภูมิ เพื่อหลีกเลี่ยงที่จะเกิดการแปลงหน่วย ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณทางด้านขาออกและขาเข้าของตัวควบคุมอาจแสดงออกเป็นแถบของสัดส่วน Proportional Band (%PB) โดยที่แถบสัดส่วนคือพิสัยของสัญญาณเข้าที่ทำให้ตัวควบคุมปฏิบัติงานเต็มพิสัยการทำงาน หรือถ้ามองจากตัวควบคุม แถบสัดส่วนคือช่วงความคลาดเคลื่อนที่ทำให้สัญญาณออกของตัวควบคุมเปลี่ยนแปลงจากค่าสูงสุดไปต่ำสุด โดยแสดงเป็นเปอร์เซ็นต์ของพิสัยสัญญาณเข้าตัวควบคุมความสัมพันธ์ระหว่างอัตราขยายและเปอร์เซ็นต์แถบสัดส่วนคือ

$$K_p = \frac{100}{\%PB} \quad (2.17)$$

คุณสมบัติของชนิดการควบคุมแบบ P แสดงดังรูปที่ 2.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 คุณสมบัติของการควบคุมแบบ Proportional

จากรูปที่ 2.9 แสดงให้เห็นว่าจะเกิดการอิ่มตัวของค่าความคลาดเคลื่อน คือ เมื่อเอาต์พุตสูงถึง 100% ขณะที่ค่าความคลาดเคลื่อนยังคงเพิ่มขึ้นไปอีก ค่าเอาต์พุตจะไม่สามารถเพิ่มขึ้นตามได้ ในทำนองเดียวกันเมื่อค่าเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ 0% ขณะที่ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างที่เอาต์พุตมีค่าจาก 0% ถึง 100% เรียกว่า PB โดยค่า PB จะมีผลต่ออัตราขยายของตัวควบคุม กล่าวคือ เมื่อค่า PB สูงขึ้นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมจะลดลง จากสมการ (2.17) และเมื่ออัตราขยายของตัวควบคุมลดลงจะทำให้เกิดการออฟเซต (Offset) ในระบบมากขึ้น การควบคุมแบบสัดส่วนนี้สามารถควบคุมระบบได้ดีพอสมควรเหมาะสมกับกระบวนการที่ต้องการผลตอบสนองที่รวดเร็วและยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ขณะหนึ่ง

2.3.2 การควบคุมแบบ I (Integral control)

การควบคุมแบบ I มี ชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการควบคุมแบบรีเซต (Reset Control) โดยการควบคุมจะพิจารณาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทั้งหมด ซึ่งการหาค่าความคลาดเคลื่อนในการควบคุมแบบ I นี้จะต้องหาค่าพื้นที่ทั้งหมดภายใต้กราฟของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลาจากนั้น นำไปคูณกับค่าคงที่ซึ่งเรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I เพื่อหาค่าเอาต์พุต ดังสมการ (2.18)

$$m_I(t) = K_I \int_0^t e(t) dt + \overline{m}_I(0) \quad (2.18)$$

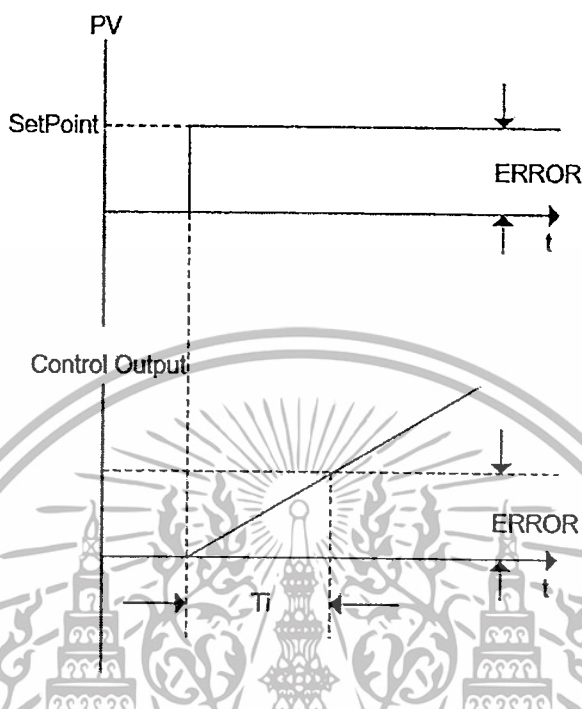
โดย $m_I(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ I

$\int_0^t e(t) dt$ คือ พื้นที่ทั้งหมดของความคลาดเคลื่อน

$\overline{m}_I(0)$ คือ เอาต์พุตของตัวควบคุมที่เวลา t มีค่าเป็นศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

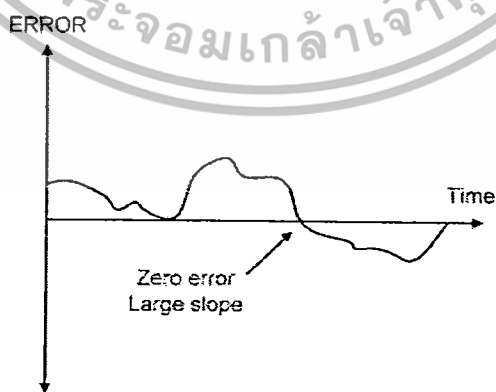
คุณสมบัติของการควบคุมแบบ I แสดงดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ Integral

2.3.3 การควบคุมแบบ D (Derivative Control)

ตัวควบคุมแบบ D สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมจะขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา (Time Rate of Change of Error) จะเห็นค่าความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนแปลง ซึ่งเรียกการกระทำดังกล่าวนี้ว่า อัตราการกระทำ (Rate Action) ตามตัวอย่าง ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของกริยาการควบคุมแบบ Derivative

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.11 จะเห็นว่าที่ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันที่สูง ผลของการเปลี่ยนแปลงนี้มีผลทำให้ค่าเอาต์พุตที่ได้เกิดการเปลี่ยนแปลงสูงตามไปด้วย ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อน สามารถประมาณได้โดยการหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าความคลาดเคลื่อน 2 ค่า และหารด้วยเวลาระหว่าง 2 ค่านี้นี้ แล้วนำไปคูณกับค่าคงที่ เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D เพื่อหาค่าสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุม ดังสมการ 2.19

$$m_D(t) = K_D \frac{e(t) - e(t_0)}{(t - t_0)} \quad (2.19)$$

หรือ

$$m_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.20)$$

โดยที่ $m_D(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ D ที่เวลา t

$e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t

$e(t_0)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t_0

การควบคุมแบบนี้เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีเวลาหน่วง (Time Lag) มาก ๆ เพราะสามารถแก้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ตัวควบคุมแบบสัดส่วนและแบบอินทิกรัล ต่างก็มีข้อจำกัดอยู่ที่ความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่ ซึ่งเป็นปัญหาต่อการควบคุมกระบวนการแต่ความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่นี้สามารถรู้ได้ล่วงหน้าโดยพิจารณาจากแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนหรืออัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณนั่นเอง ตัวอนุพันธ์มีหลักการทำงาน คือ ตัวควบคุมตอบสนองต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อนถึงแม้ว่าความคลาดเคลื่อนยังมีค่าน้อยอยู่ สัญญาณที่ออกจากตัวอนุพันธ์ไม่ได้สัมพันธ์กับขนาดของความคลาดเคลื่อน แต่ขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อน ถ้าความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ ตัวอนุพันธ์จะให้สัญญาณออกเป็นศูนย์ คุณสมบัติข้อนี้มีผลดีคือ ตัวควบคุมจะมีผลตอบสนองที่เร็วก่อนที่ความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มมากขึ้น และทำให้ระบบมีผลตอบสนองที่เร็วขึ้น

2.3.4 การควบคุมแบบ PI (Proportional-Integral Control)

เนื่องจากในปัญหาข้างต้นของการควบคุมแบบ P นั้น จะทำให้เกิดค่าออฟเซตเกิดขึ้นได้ขนาดหนึ่ง ซึ่งการกำจัดค่าออฟเซตนี้ ทำได้โดยการเพิ่มการควบคุมแบบ I เข้าไปช่วยในการควบคุม ดังนั้นสมการสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบนี้จะเป็นไปตามสมการ (2.21)

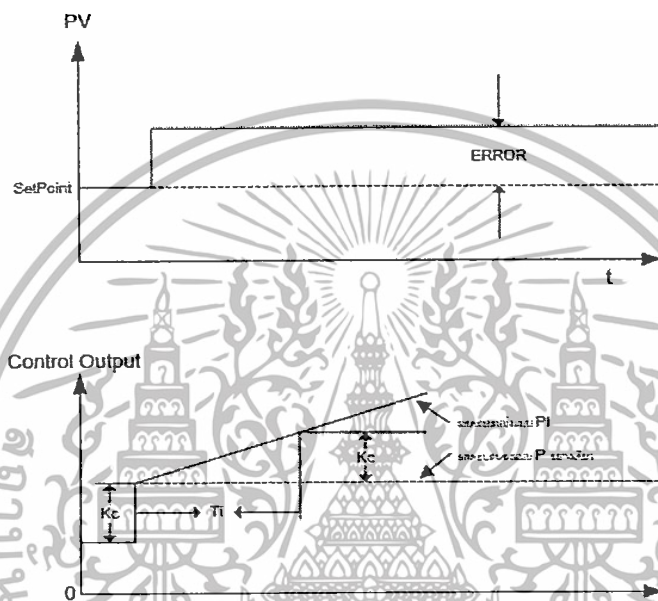
$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_P e(t) + K_P K_I \int_0^t e(t) dt \quad (2.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \tag{2.22}$$

เมื่อ $K_i = \frac{1}{T_i}$



รูปที่ 2.12 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PI (Direct Action)

นอกจากการควบคุมแบบ PI จะทำให้ค่าออฟเซตที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์แล้ว ยังช่วยลดค่าพุ่งเกินและการแกว่ง (Oscillation) ของระบบลงได้ แต่จะทำให้ค่าช่วงเวลาเข้าสู่จุดเป้าหมาย (Set point) มีค่ามากขึ้น

2.3.5 การควบคุมแบบ PD (Proportional-Derivate Control)

การประยุกต์ใช้การควบคุมแบบ P ร่วมกับการควบคุม D ก็เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบรวดเร็วขึ้น แต่จะไม่มีผลโดยตรงต่อผลตอบสนองที่สภาวะคงที่ ซึ่งสมการเอาต์พุตของการควบคุมแบบ PD แสดงดังสมการ (2.23)

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{2.23}$$

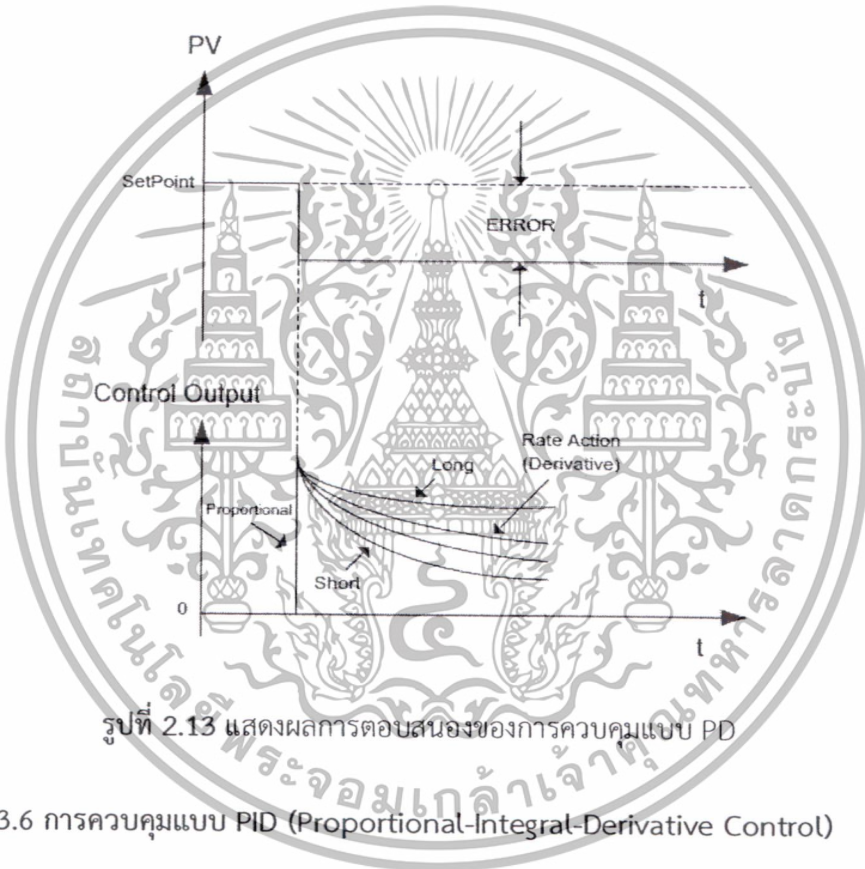
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.24)$$

เมื่อ $K_D = T_d$

ข้อจำกัดของการควบคุมแบบนี้ก็คือ ไม่สามารถทำให้ออฟเซตของระบบลดลงหรือหมดไปได้ และอาจทำให้ค่าพุ่งเกินของระบบนั้นมีค่าที่สูงขึ้น ผลตอบสนองของควบคุมแบบ PD แสดงดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 แสดงผลการตอบสนองของการควบคุมแบบ PD

2.3.6 การควบคุมแบบ PID (Proportional-Integral-Derivative Control)

จากที่ได้กล่าวไว้ตอนต้น การควบคุมแบบ PD ทำให้ระบบมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ดีขึ้น มีผลตอบสนองเร็วขึ้น แต่ไม่สามารถทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนหรือออฟเซตที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์ได้ ส่วนการควบคุมแบบ PI นั้นจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่สภาวะที่ลดลงหรือหมดไป แต่ทำให้เสถียรภาพสัมพัทธ์ลดลง ดังนั้น เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมมีสมรรถนะเป็นไปตามต้องการจึงต้องให้การควบคุมทั้งสองแบบทำงานร่วมกัน ซึ่งจะทำให้ได้การควบคุมแบบ PID ที่มีสมการสัญญาณเอาต์พุต ดังสมการ (2.25)

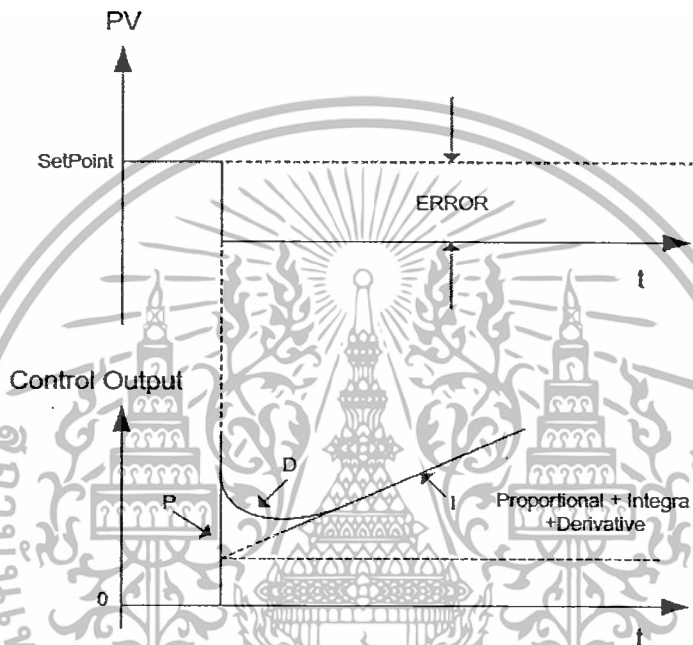
$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_I \int_0^t e(t) dt + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \tag{2.26}$$

ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID แสดงดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID

เราสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID ได้ดังนี้

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{2.27}$$

หรือ

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i + 1}{T_d s} \right) \tag{2.28}$$

จากสมการที่ (2.28) แสดงให้เห็นว่าตำแหน่งของซีโรบนระนาบ s (s -plane) จะขึ้นอยู่กับค่า T_i และ T_d ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0$$

$$S_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{(T_i^2) - 4T_i T_d}}{2T_i T_d} \quad (2.29)$$

เมื่อพิจารณาคำรากของสมการ

ถ้า $T_i \geq 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจริงบนระนาบ s ซึ่งเป็นค่าเหมาะสมที่สุด (Optimum)

ถ้า $T_i < 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะเป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุค (Complex quantity) ซึ่งไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้

$T_i < 4T_d$

ถ้าให้ z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2T_d}$$

ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จัดรูปแบบใหม่เป็น

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \frac{(s+z_1)(s+z_2)}{s} \quad (2.30)$$

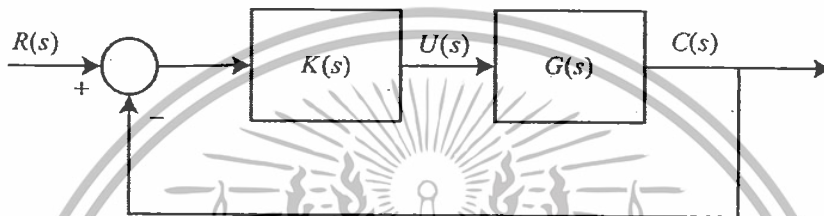
จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในสมการ (2.30) พบว่าตัวควบคุม PID จะประกอบไปด้วยจำนวนซีโรสองตัวและโพลหนึ่งตัว ซึ่งอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบ s ดังนั้นทำให้ตัวควบคุมดังกล่าวมีความเหมาะสมสำหรับกระบวนการแคในอันดับที่สองเท่านั้น แต่เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่อันดับมากกว่าสองขึ้นไป จะเริ่มมีความยุ่งยากและระบบจะไม่มีเสถียรภาพ เนื่องจากจำนวนซีโรของตัวควบคุมแบบ PID มีจำนวนน้อยกว่าโพลของกระบวนการที่ทำการควบคุม

2.4 ข้อจำกัดของตัวควบคุม PID ในอันดับที่สาม

ตามที่ได้อธิบายมาในข้างต้นถึงประเภทและอันดับของกระบวนการควบคุมในระบบควบคุม ซึ่งส่วนมากกระบวนการในทางอุตสาหกรรมจะเป็นแพลนท์ชนิดที่ศูนย์ และจะประกอบไปด้วยสามถึงห้าของ First order lag หรือ dead time บวกด้วย 1 ของ first order lag จึงทำให้จำนวน n^{th} ของอันดับการควบคุมจะเริ่มการควบคุมที่จุดนี้ เราจึงสันนิษฐานได้ว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการควบคุม คือ

$$G(s) = \frac{K_n}{s^N (T_1s+1)(T_2s+1)\dots(T_p s+1)} \quad (2.31)$$

โดยอันดับของกระบวนการควบคุมคือ $n = N + p$ อย่างไรก็ตามตัวควบคุม PID ที่ถูกนำมาใช้ในการควบคุม จะใช้ได้อย่างเหมาะสมต่อกระบวนการควบคุมที่อยู่ในอันดับที่สองเท่านั้น ซึ่งจะมีความยากลำบากเป็นอย่างมากเมื่อนำตัวควบคุม PID ไปใช้ควบคุมในกระบวนการอันดับที่สามหรือที่สูงกว่านั้น เพียงตัวเดียว สามารถที่จะแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและตัวควบคุมได้ตามตัวอย่างดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.15 โครงสร้างของระบบควบคุม

จากโครงสร้างของระบบควบคุมในรูปที่ 2.15 ทำการกำหนดให้ฟังก์ชันของการถ่ายโอนของตัวควบคุม PID และฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการควบคุมได้คือ

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID

$$K(s) = \frac{K_c (s + z_c)^2}{s} \quad (2.32)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการควบคุมอันดับสาม คือ

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+6)} \quad (2.33)$$

เมื่อได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมและกระบวนการควบคุม จากนั้นทำการหาตำแหน่งของโพลวงปิดเด่นชัด (Dominant Closed-loop pole : s_d) ได้จากอัตราการหน่วง ζ และความถี่ธรรมชาติ ω_n ได้ดังนี้คือ

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.34)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ตำแหน่งของโพลวงปิดเด่นชัด คือ

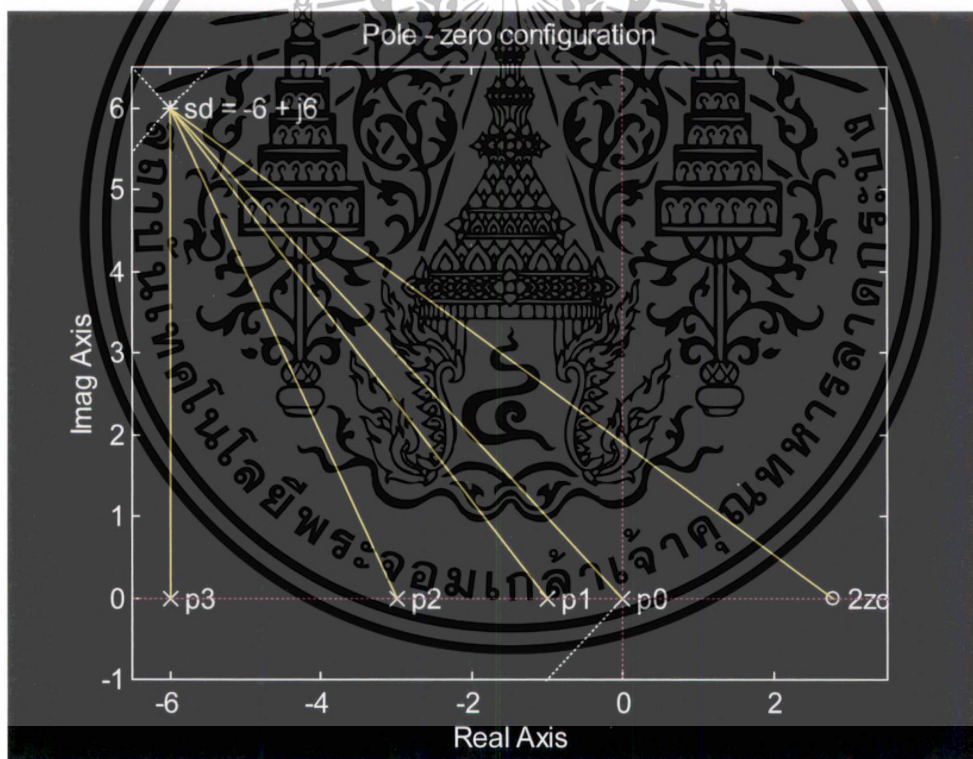
$$s_d = -6 + j6$$

ทำการคำนวณหามุมตามเงื่อนไขของขนาด (Magnitude Condition) และของมุม (Angle Condition) คือ

$$\angle K(s)G(s) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

$$|K(s)G(s)|=1$$

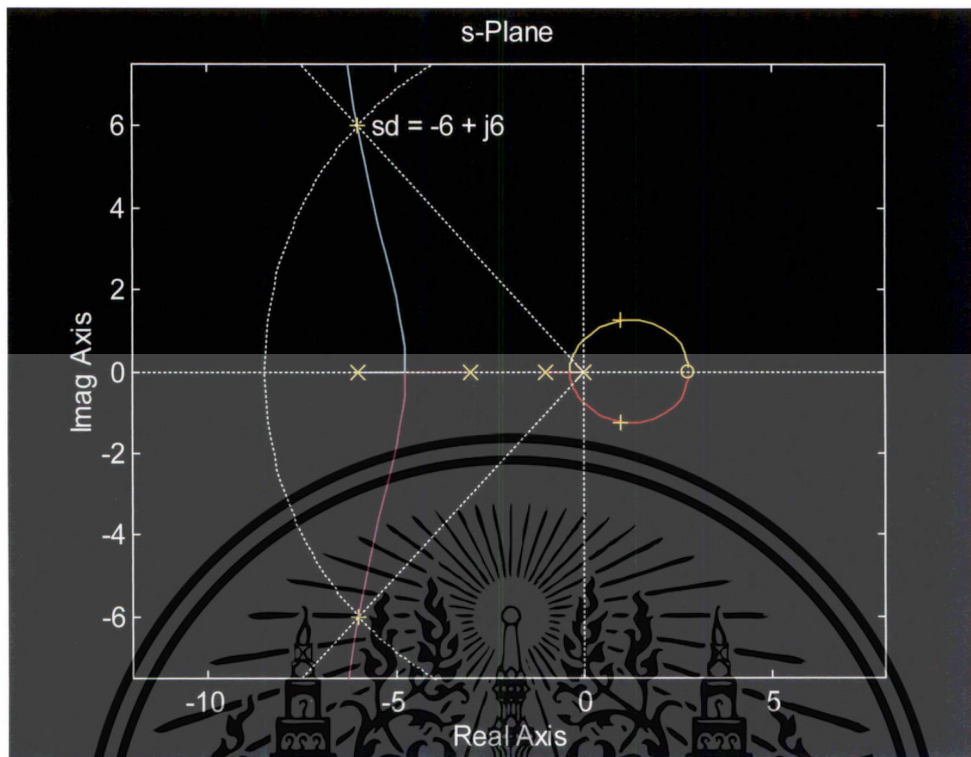
สามารถแสดงตำแหน่งโพลและซีโรของ z_c สองตัวที่ตำแหน่งเดียวกันและจุดโพลวงปิดเด่นชัด ได้ดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 แสดงตำแหน่งโพลและซีโรของ z_c สองตัวที่ตำแหน่งเดียวกัน

ดังนั้นเมื่อทำการคำนวณหาของ z_c สองตัวที่ตำแหน่งเดียวกัน จะทำให้สามารถเขียนเส้นทางเดินของรากของตัวควบคุม PID ในระบวนการอันดับที่สาม ได้ดังในรูปที่ 2.17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.17 แสดงเส้นทางเดินรากของระบบอันดับสาม เมื่อ $K(s) = \frac{K_c (s+z_c)^2}{s}$

เมื่อทำการหาซีโรของ $(s+z_c)^2$ และอัตราขยาย K_c ของตัวควบคุม PID จากฟังก์ชันถ่ายโอน $K(s)$ ในสมการที่ (2.32) จะได้

$$K(s) = \frac{K_c (s+z_c)^2}{s} = \frac{23.547(s-2.791)^2}{s} \quad (2.35)$$

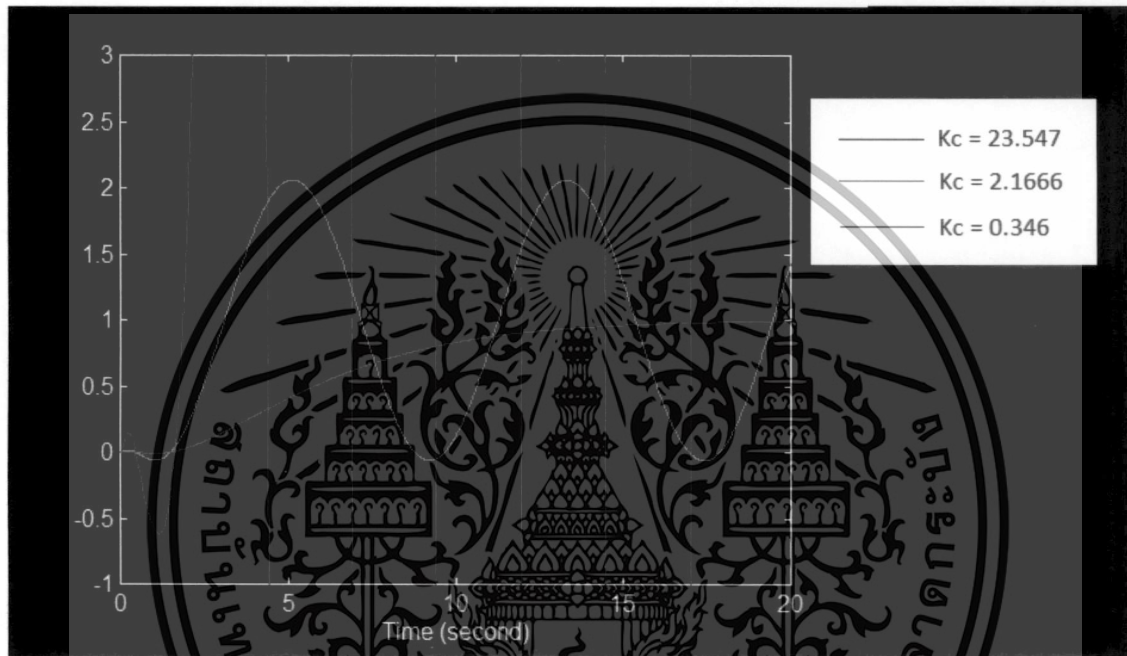
จากแผนภาพแสดงเส้นทางเดินรากในรูปที่ 2.17 ทำให้เราพบและเกิดความสนใจขึ้นอยู่สามจุด เมื่อทำการกำหนดค่าของอัตราขยายในค่าต่าง ๆ จะพบว่า

1. ที่ $K_c = 23.547$ ถึงแม้ว่าทางเดินรากจะพาดผ่านไปตามจำนวนเชิงซ้อนสังยุคที่โพลวงปิดเด่นชัด แต่ในโพลวงปิดทั้งสองนั้นอยู่ใน Right Half-Plane (RHP) จึงแสดงให้เห็นว่าเป็นระบบควบคุมที่ไม่มีความเสถียรภาพ ซึ่งสามารถจะแสดงผลการตอบสนองทางด้านเอาต์พุตให้เห็นได้ในเส้นสีแดงดังในรูปที่ 2.18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ที่ $K_c = 2.1666$ ทางเดินรากจะตัดกับแกน $j\omega$ ซึ่งผลที่ได้จะทำให้เกิดการแกว่งของระบบเกิดขึ้น ซึ่งสามารถแสดงผลตอบสนองทางด้านเอาต์พุตให้เห็นในเส้นสีเขียวดังในรูปที่ 2.18

3. ที่ $K_c = 0.346$ ที่จุดนี้เรียกกันว่า Breakaway point ซึ่งรากของทั้งสองจะเป็นจำนวนจริงที่ตำแหน่งเดียวกัน และอยู่ในด้านของ Left Half-Plane (LHP) ส่งผลทำให้เกิดผลการตอบสนองที่หน่วงอย่างยิ่ง ซึ่งสามารถแสดงผลตอบสนองทางด้านเอาต์พุตให้เห็นในเส้นสีน้ำเงินดังในรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.18 ผลการตอบสนองร่วมทางด้านเอาต์พุต

ในตัวอย่างที่กล่าวมานั้น แสดงให้เห็นได้ว่า แพลนท์ชนิดที่ศูนย์และมีกระบวนการของระบบอันดับที่สาม โดยถ้าผลลัพธ์ของการควบคุมคือจำนวนอันดับของกระบวนการลบออกด้วยจำนวนซีโรของตัวควบคุมระบบ คือ $3-2=1$ ซึ่งจะแสดงให้เห็นได้ว่ามีจำนวนซีโรยังไม่มากพอที่ใช้ได้ จึงทำให้ได้ผลรวมของมุมสำหรับซีโรต่าง ๆ จะสามารถแบ่งออกมาได้เป็นมุมที่องศาเล็ก ๆ บนระนาบด้าน LHP ซึ่งผลตอบสนองที่ออกมานั้นเป็นไปตามคุณสมบัติที่ได้กำหนด

จากผลสรุปข้างต้นตามที่กล่าวมานั้น ตามคุณสมบัติของตัวควบคุม PID ที่มีจำนวนซีโรแค่สองตัว เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่อันดับมากกว่าสองขึ้นไป จะมีความยุ่งยากและระบบจะไม่เสถียรภาพเนื่องจากจำนวนซีโรของตัวควบคุมมีจำนวนน้อยกว่าโพลของกระบวนการที่เราจะควบคุม ด้วยเหตุนี้จากงานวิจัยที่ [2] ทาง รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จึงได้นำเสนอตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade ขึ้นมาเพื่อใช้กับกระบวนการควบคุมอันดับสามขึ้นไปเพื่อช่วยให้การควบคุมนั้นมีความเสถียรภาพขึ้นตามจำนวนอันดับของระบบนั้น ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินรากล

2.5.1 เส้นทางเดินของรากล

การสร้างเส้นทางเดินของรากลปกติของระบบควบคุมชนิดสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องโดยเปลี่ยนแปลงค่ากระบวนการ K จาก 0 ถึง ∞ และจากเส้นทางรากลเสริม โดยเปลี่ยนแปลงค่ากระบวนการ จาก 0 ถึง $-\infty$ เส้นทางรากลปกติและเส้นทางเดินของรากลเสริมของระบบควบคุมชนิดสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องสามารถสร้างโดยวิธีเดียวกับการสร้างเส้นทางของรากลของระบบควบคุมชนิดสัญญาณต่อเนื่อง

1. เส้นทางเดินของรากลปกติเริ่มต้นจากโพลจำนวน n เส้นทางเท่ากับจำนวนโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนเมื่อ $K = 0$ และเส้นทางรากลจะสิ้นสุดเมื่อ $K = +\infty$ ที่ซีโรจำนวน m ฟังก์ชันถ่ายโอน ถ้าจำนวนโพลที่หาค่าได้จริงมากกว่าจำนวนของซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอน แสดงฟังก์ชันถ่ายโอนมีซีโรจำนวนเท่ากับ $n-m$ ที่ตำแหน่ง ∞ ทำให้เส้นทางของรากลที่เหลือจากจำนวนซีโรที่หาค่าได้จริงจำนวน $n-m$ สิ้นสุดที่ตำแหน่งห่างจากจุดกำเนิดมาก

ในทำนองเดียวกันนี้ถ้าเส้นทางเดินของรากลเสริมที่เริ่มต้นจากโพลจำนวน n เส้นทางเท่ากับจำนวนโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนเมื่อ $K = 0$ และเส้นทางเดินของรากลจะสิ้นสุดเมื่อ $K = -\infty$ ที่ซีโรจำนวน m ของฟังก์ชันถ่ายโอนถ้าจำนวนโพลที่หาค่าได้จริงมากกว่าจำนวนของซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงว่าฟังก์ชันถ่ายโอน มีซีโร จำนวน $n-m$ ที่ตำแหน่ง $-\infty$ ทำให้เส้นทางของรากลที่เหลือจากจำนวนซีโรที่หาค่าได้จริงจำนวน $n-m$ สิ้นสุดที่ตำแหน่งห่างจากจุดกำเนิดมากเช่นเดียวกัน

2. เส้นทางเดินของรากลของระบบควบคุมมีจำนวนเท่ากับจำนวนโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมวงเปิดเสมอ

3. เส้นทางเดินของรากลของระบบควบคุมจะต้องอยู่บนแกนจริงหรือสมมาตรกับแกนจริงเสมอ

4. เส้นทางเดินของรากลปกติบนแกนจริงจะอยู่ในตำแหน่งที่ด้านขวา โดยมีจำนวนโพลและจำนวนซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนบนแกนจริงรวมกันเป็นจำนวนคี่เสมอ และเส้นทางรากลเสริมบนแกนจริงจะอยู่ในตำแหน่งที่ด้านขวามีจำนวนโพลและจำนวนซีโรฟังก์ชันถ่ายโอนบนแกนจริงรวมกันเป็นจำนวนคู่เสมอ

5. มุมของเส้นกำกับ (Asymptote) เส้นทางรากลปกติเมื่อ K มีค่ามากเข้าใกล้ ∞ มีค่ามุมของเส้นกำกับ

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, \quad (n > m) \quad (2.36)$$

โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เส้นทางเดินรากเสริม เมื่อ K มีค่ามากเข้าใกล้ $-\infty$ มีค่ามุมของเส้นกำกับ

$$\theta_k = \frac{(2k)\pi}{n-m}, \quad (n > m) \quad (2.37)$$

โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots, n-m-1$

6. จุดตัดของเส้นกำกับ (Centroid) จุดตัดของเส้นกำกับจำนวน $n - m$ ของเส้นทางเดินรากต้องอยู่บนแกนของเลขจำนวนจริงในระนาบ s ที่ตำแหน่ง σ หาได้จากสมการที่ (3.38)

$$\sigma = \frac{\sum_{j=1}^n (-p_j) - \sum_{i=1}^m (-z_i)}{n-m}, \quad (n > m) \quad (3.38)$$

7. มุมเริ่มต้นของเส้นทางเดินรากจากตำแหน่งของโพลและมุมสิ้นสุดของเส้นทางเดินรากจากตำแหน่งซีโร
เส้นทางรากปกติ

$$\angle G_c(z)G_p(z) = (2k+1)\pi \quad \text{เมื่อ } k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.39)$$

เส้นทางเดินของรากเสริม

$$\angle G_c(z)G_p(z) = (2k)\pi \quad \text{เมื่อ } k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.40)$$

8. จุดตัดของทางเดินของรากกับเส้นรอบวงของวงกลมรัศมีขนาด 1 หน่วยรอบจุดกำเนิดการหาค่า K ของฟังก์ชันถ่ายโอนที่ทำให้เส้นทางรากของระบบควบคุมตัดเส้นรอบวงของวงกลม สามารถคำนวณโดยใช้หลักการของ Routh-Hurwitz Criterion และวิธีการแทนค่าโดยตรง

การวิเคราะห์เส้นทางรากของระบบควบคุมชนิดสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องต่างจากการวิเคราะห์เส้นทางรากของระบบสัญญาณแบบต่อเนื่องคือ

- ระบบควบคุมชนิดสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องจะมีเสถียรภาพ เมื่อเส้นทางเดินของรากของระบบควบคุมอยู่ในรัศมีหนึ่งหน่วยรอบจุดกำเนิดของระนาบเชิงซ้อน z

- ระบบควบคุมชนิดสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องมีคุณสมบัติและการตอบสนองเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่งรากของระบบควบคุมภายในวงกลมรัศมี 1 หน่วยรอบจุดกำเนิดของระนาบเชิงซ้อน z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2 ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก

การออกแบบตัวควบคุมในระบบแบบเวลาต่อเนื่อง เป็นการออกแบบให้เส้นทางเดินของรากผ่านตรงจุด s_d ซึ่งอยู่ในตำแหน่ง $s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ จะเป็นการกำหนดตัวแปรต่าง ๆ คือ ค่าอัตรา การหน่วงและความถี่ธรรมชาติ แต่ในการควบคุมแบบระบบเวลาเต็มหน่วยนั้นจะออกแบบให้เส้นทางเดิน ของรากผ่านตรงจุด z_d คือ

$$z_d = e^{T_s} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \quad (3.41)$$

จะเห็นว่าจุด z_d นั้นจะเปลี่ยนแปลงตามค่าของคาบเวลาการสุ่มสัญญาณดังนั้นการเลือก คาบเวลาการสุ่มสัญญาณ จึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก จำเป็นที่จะต้องเลือกคาบเวลาการสุ่มให้ เหมาะสม การสุ่มสัญญาณในระบบควบคุมแบบสัญญาณไม่ต่อเนื่องตามทฤษฎีการสุ่มสัญญาณสามารถใช้ ความถี่ในการสุ่มสัญญาณ มีค่า 2 เท่าของความถี่สูงสุดของสัญญาณต่อเนื่องในระบบควบคุมได้แต่ เนื่องจากการออกแบบระบบควบคุมส่วนใหญ่ต้องพิจารณาเสถียรภาพและคุณสมบัติของอื่น ๆ ของระบบ ควบคุม ความถี่ในการสุ่มสัญญาณที่มีค่าเพียง 2 เท่าของความถี่สูงสุดของสัญญาณต่อเนื่องจึงไม่เพียงพอ สำหรับระบบทั่วไปจึงเลือกใช้ความถี่ในการสุ่มสัญญาณประมาณ 10-20 เท่าของความถี่สูงสุดของ สัญญาณต่อเนื่องในระบบควบคุม

การออกแบบเพื่อหาตำแหน่งของซีโรเพื่อให้ได้การตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัว ตามที่ต้องการในการควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นหนึ่งหน่วยโดยต้องกำหนด P.O. , t_s ($\pm 2\%$) และ T จากนั้นทำตามขั้นตอนเพื่อหาค่าดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่า ζ , ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ

ขั้นตอนที่ 2 หาค่าตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1 จากสมการ z_d

$$z_d = e^{T_s} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})}$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและตำแหน่งของซีโรจาก $G_c(z)G_p(z)$ บนระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหาค่าผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายวงเปิดของ ระบบ $G_c(z)G_p(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตาม เงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, k = 0, 1, 2, \dots$$

ขั้นตอนที่ 5 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 4 จะได้ตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

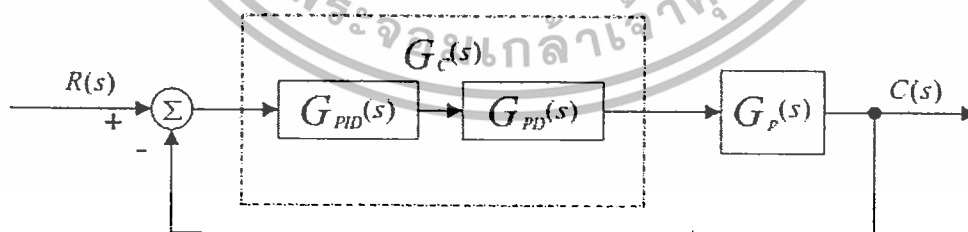
$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|}$$

ขั้นตอนที่ 7 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบสามารถปรับแต่งอัตราการขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

2.6 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ

2.6.1 แนวคิดของวิธีการของกิตติ

ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade จะประกอบไปด้วยตัวควบคุม PID และตัวควบคุมแบบ PD จำนวน (n-2) ตัว โดยทำการเพิ่มตัวควบคุม PD หรือซีโรที่เหมาะสมเข้าไปในกระบวนการของระบบ โดยจำนวน n ก็คือจำนวนอันดับของกระบวนการที่ทำการควบคุม เมื่อทำการเพิ่มจำนวนซีโรเข้าไปในระบบจะทำให้กระบวนการของการควบคุมนั้นมีความเสถียรภาพขึ้น เนื่องจากถ้าที่จำนวนซีโรของตัวควบคุมเพิ่มตามจำนวนอันดับของกระบวนการที่ทำการควบคุม ส่งผลให้จำนวนโพลของระบบนั้นเหมาะสมกับจำนวนซีโรของตัวควบคุม ซึ่งตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade ได้ถูกนำเสนอออกมาเพื่อแก้ข้อจำกัดในการนำตัวควบคุม PID มาใช้เพียงตัวเดียวในการควบคุมระบบเมื่อกระบวนการนั้นมีอันดับที่สามขึ้นไป ซึ่งจะไม่ค่อยเหมาะสมและไม่มีความเสถียรภาพ โดยเมื่อทำการเพิ่มตัวควบคุม PD จำนวน (n-2) ตัวเข้าไปในระบบ จะช่วยทำให้เกิดความเสถียรภาพขึ้นกับกระบวนการที่มีอันดับสามขึ้นไป โดยโครงสร้างของระบบควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade จะสามารถแสดงให้เห็นได้ดังรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade

จากรูปโครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade สามารถที่เขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD ได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} G_{PD}(s) &= K_p(1 + T_d s) \\ G_{PD}(s) &= K_{pid}(s + z_{pid}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จากสมการ (2.30) และฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD จะได้รูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade คือ

$$K_{(n-2)}(s) = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_1)(s+z_2)}^{PID_Controller}}{s} \times \overbrace{K_{pd}(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2)PD}} \quad (2.43)$$

โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID

K_{pd} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PD

z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม PID

z_{pd} คือ ซีโรของตัวควบคุม PD

สามารถที่จะเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ คือ

$$K_{(n-2)}(s)G_p(s) = K_{pid} K_{pd} \cdots K_n \frac{(s+z_1)(s+z_2) \cdots (s+z_{pd}) \cdots}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)} \quad (2.44)$$

เมื่อให้อัตราการขยายรวม $K = K_{pid} K_{pd} \cdots K_n$ ดังนั้นจะได้

$$K(s)G(s) = K \frac{\overbrace{(s+z_1)(s+z_2) \cdots}^{PID} \times \overbrace{(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2)PD}}{s \cdot \underbrace{s^N (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)}_{n^{th} \text{ order plant}}} \quad (2.45)$$

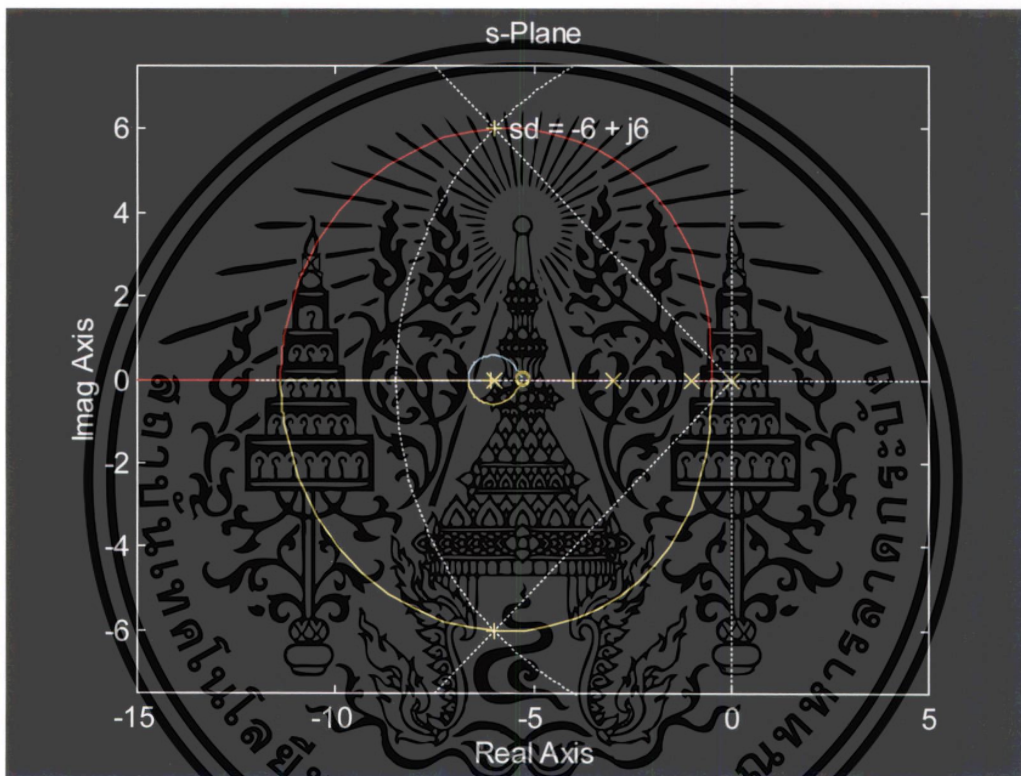
ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade เมื่อทำการเพิ่มตัวควบคุม PD จำนวน (n-2) ตัวเข้าไปในระบบ จะสามารถควบคุมกระบวนการที่มีอันดับตั้งแต่สามขึ้นไปได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังสามารถทำให้ระบบควบคุมมีความเสถียรภาพที่มากขึ้นโดยการเพิ่มค่าของอัตราขยายของตัวควบคุม ทำให้ระบบมีผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวและในสถานะอยู่ตัวตามข้อกำหนดได้

จากฟังก์ชันการถ่ายโอนของ $K(s)G(s)$ ในสมการที่ (2.45) เราสามารถที่จะกำหนดให้ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD Cascade ที่ถูกออกแบบโดยใช้เทคนิคของเส้นทางเดินรากสำหรับในกระบวนการอันดับที่สาม ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังสมการที่ (2.46)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 K(s) &= \frac{K(s+z_1)(s+z_2)(s+z_{pd})}{s} \\
 &= \frac{K_c(s+z_c)^3}{s} \\
 &= \frac{12.065(s+5.25)^3}{s}
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

โดยสามารถแสดงเส้นทางเดินของรากที่ได้ดังรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 แสดงเส้นทางเดินรากของระบบอันดับสามของ $K(s) = \frac{K_c(s+z_c)^3}{s}$

2.6.2 วิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ

ตามที่ได้กล่าวมาข้างต้นตามข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ PID ที่ติดปัญหาในการออกแบบตัวควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองขึ้นไป ดังนั้นทาง รศ.ดร. กิตติ ตรีเศรษฐ ได้นำเสนอตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade มาเพื่อช่วยแก้ข้อจำกัดตรงจุดนี้ของตัวควบคุม PID และนำเสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมเรียกว่า Kitti's Method (KM) มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุม โดยเมื่อพิจารณาจากโครงสร้างตามสมการที่ (2.45) ด้วยวิธีการของกิตติ พิเคราะห์จากตำแหน่งโพลของกระบวนการที่มากกว่าอันดับสองที่ต้องการควบคุมโดยทำการเพิ่มตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปที่ระบบ โดยเท่ากับจำนวน (n-2) ตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และทำการเลือกวางตำแหน่งของซีโรให้อยู่ด้านซ้ายมือและให้ใกล้กับโพลของกระบวนการให้มากที่สุด แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำได้ เนื่องจากไม่รู้ตำแหน่งโพลของกระบวนการได้อย่างแน่นอน เช่น ในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องใช้การประมาณค่าให้เป็นอันดับที่ n ใด ๆ

จากสมการคุณลักษณะของระบบในรูปที่ 2.15 เมื่อ $G(s)H(s)$ เป็นปริมาณเชิงซ้อนสามารถแยกการพิจารณาออกเป็นสองเงื่อนไขคือ เงื่อนไขของขนาดและเงื่อนไขของมุม โดยวัตถุประสงค์ของการออกแบบระบบควบคุม คือ การให้ตัวแปรที่ต้องการควบคุมสามารถที่เข้าไปสู่ค่าเป้าหมายที่กำหนดไว้ได้ และทำให้ระบบมีผลการตอบสนองที่ได้ตรงตามที่ต้องการแบบไว้หรือที่เรียกว่าข้อกำหนดของระบบ อันได้แก่ เวลาเข้าที่และค่าพุ่งเกิน ดังสมการ (2.47)

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot (P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\% \\ \text{Setting Time } (t_s) &= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%) \\ t_s &= \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ (กำหนดในช่วง 2\% ของค่าสุดท้าย)} \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการจะใช้วิธีการทางเดินของรากวิเคราะหและการออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราการหน่วง (ζ) จากการกำหนดค่า P.O. ตามสมการที่ (2.47)

ขั้นตอนที่ 2 หาความถี่ธรรมชาติ (ω_n) เมื่อกำหนดค่า t_s ตามสมการที่ (2.47)

ขั้นตอนที่ 3 หาตำแหน่งของโพลวงปิดเด่นชัด s_d

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.48)$$

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ s_d จากสมการคุณลักษณะ $K_{(n-2)}(s)G_p(s)$ ลงบนระนาบ s

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมที่จุด s_d ของระบบแบบวงเปิด $K_{(n-2)}(s)G_p(s)$ ด้วยวิธีทางกราฟหรือการคำนวณพิจารณาหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pd})$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไขสมการที่ (2.49)

$$\sum \theta_z - \sum \theta_p = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots,n \quad (2.49)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแห่งของซีโร $(s_d + z_{pd})$ โดยไข่มุมของ $\angle(s_d + z_{pd})$ ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยายของ $K_{(n-2)}(s)$ ของระบบโดยตามเงื่อนไขของทางเดินรากจากสมการที่ (2.30)

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ ไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบ สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

2.6.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติ

เมื่อวิธีการสำหรับในกรณีเดียวกันนี้ ได้นำมาประยุกต์ใช้กับวิธีการออกแบบที่ถูกนำเสนอโดย รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ ด้วยตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade ทำให้สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังนี้คือ

$$K(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)(s+z_{pd})}{s} \quad (2.50)$$

ออกแบบโดยกำหนดให้ซีโรของตัวควบคุมอยู่ที่ตำแหน่ง $z_1 = 3.1$ และ $z_2 = 6.1$ แล้วทำการหาค่า z_d สมการคุณลักษณะของตัวควบคุมนี้คือ

$$K(s)G(s) = K \frac{(s+3.1)(s+6.1)(s+z_{pd})}{s(s+1)(s+3)(s+6)}$$

คำนวณหามุมของ $\theta_{z_{pd}}$ จากเงื่อนไขไข่มุม

- มุมของโพลที่ตำแหน่งต่าง ๆ

$$\begin{aligned} \sum \theta_p &= \theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} \\ &= \angle(s_d) + \angle(s_d + 1) + \angle(s_d + 3) + \angle(s_d + 6) \end{aligned}$$

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่าง ๆ

$$\begin{aligned} \sum \theta_z &= \theta_{z_1} + \theta_{z_2} + \theta_{z_d} \\ &= \angle(s_d + 3.1) + \angle(s_d + 6.1) + \angle(s_d + z_d) \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หามุมที่เหลือจากเงื่อนไขของมุมจากทฤษฎีทางเดินของรากจะได้

$$\begin{aligned}\sum \theta_z - \sum \theta_p &= (\dots + \theta_{z_{pd}}) - (\dots) \\ \dots + \theta_{z_{pd}} &= \pm 180^\circ (2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ $\theta_{z_{pd}}$

คำนวณหาค่าแห่ง z_{pd} เมื่อทราบมุม $\theta_{z_{pd}}$

$$z_{pd} = |\text{Re}(s_d)| + \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})}$$

หาค่าแห่งของ z_{pd} จาก $\theta_{z_{pd}}$ จะได้ค่าแห่งของ $z_{pd} = 6.364$

หาอัตราขยาย K ที่จุด s_d

$$\left| K \frac{(s_d + 3.1)(s_d + 6.1)(s_d + 6.364)}{s_d(s_d + 1)(s_d + 3)(s_d + 6)} \right| = 1$$

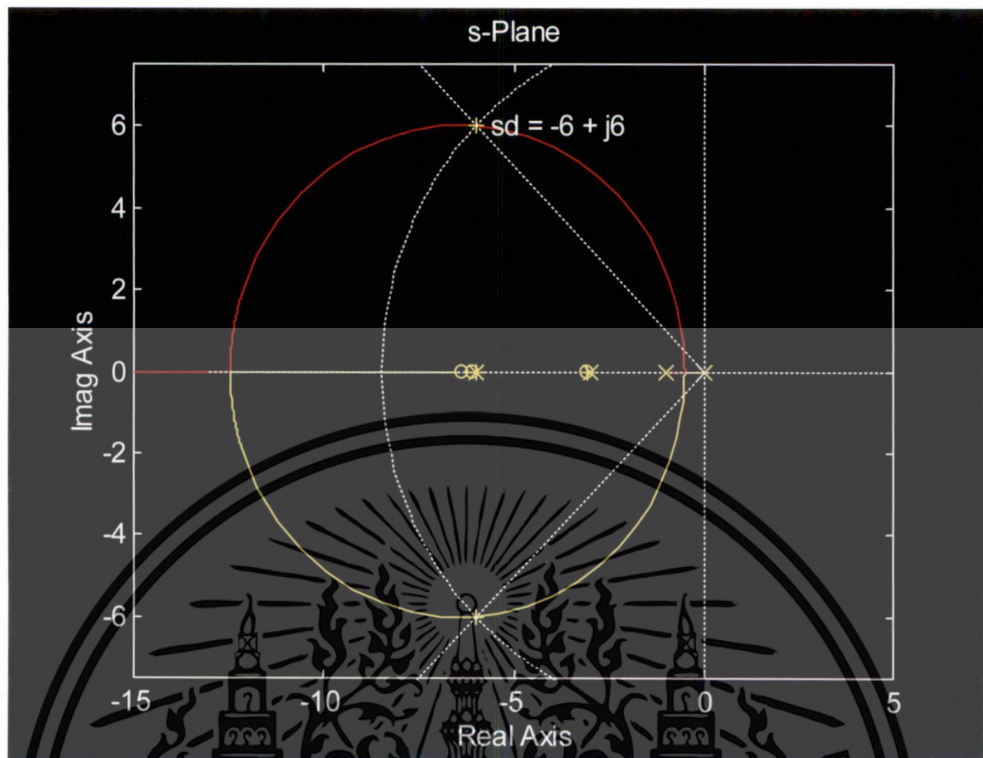
ดังนั้นจะได้ $K = 11.097$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบคือ

$$K(s)G(s) = \frac{11.097(s + 3.1)(s + 6.1)(s + 6.364)}{s_d(s_d + 1)(s_d + 3)(s_d + 6)}$$

สามารถแสดงเส้นทางเดินของรากได้ดังรูปที่ 2.21

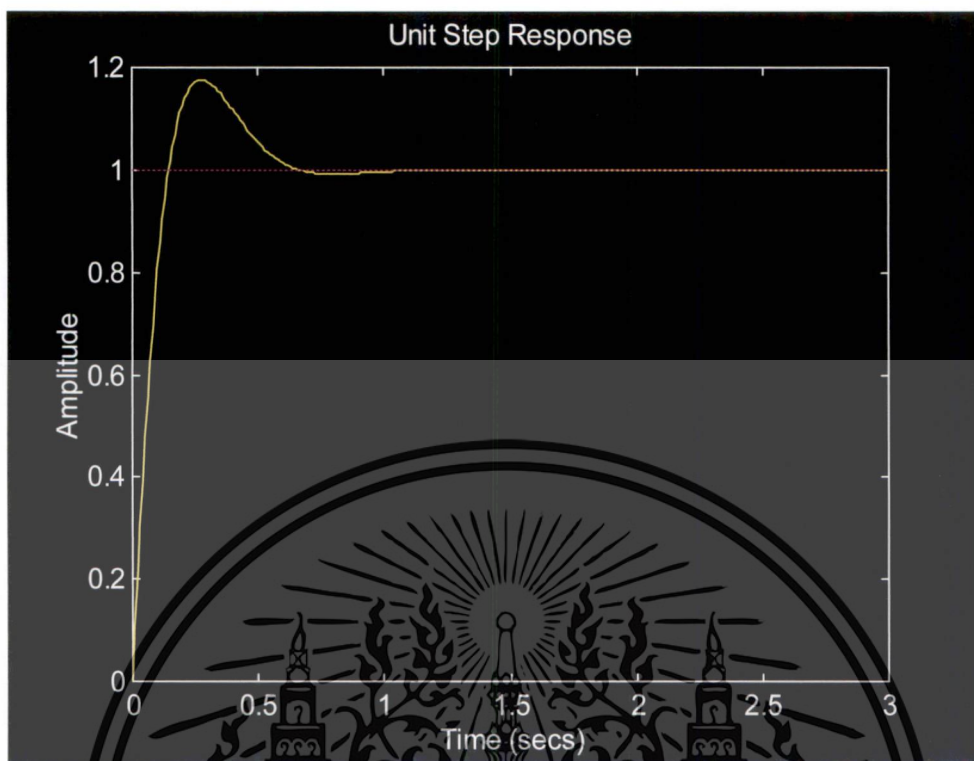
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.21 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสามนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติ
แบบเวลาต่อเนื่อง

โดยทำให้เกิดผลการตอบสนองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยในระบบกระบวนการ
อันดับสาม ดังรูปที่ 2.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



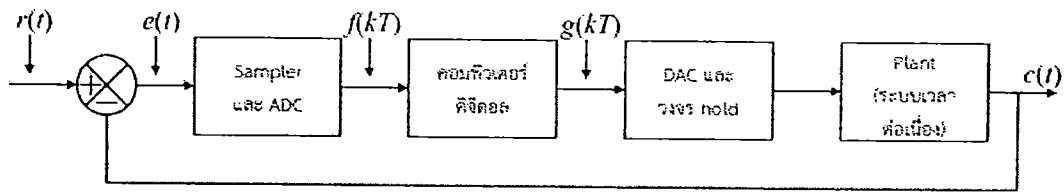
รูปที่ 2.22 ผลการตอบสนองของสัญญาณหนึ่งหน่วยนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติแบบเวลาต่อเนื่อง

จากที่ได้แสดงมาในข้างต้นเราสามารถสรุปได้ว่าวิธีการที่ใช้แบบเส้นทางเดินของรากจะต้องทำการหาค่าของ z_1, z_2, z_{pd} และ K มาทั้งหมด แต่สำหรับวิธีการที่ถูกนำเสนอโดย รศ.ดร. กิตติ ตรีเศรษฐ จะทำการหาแค่ในส่วนของ z_{pd} และ K เท่านั้น

2.7 วิธีการแปลงระบบควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง

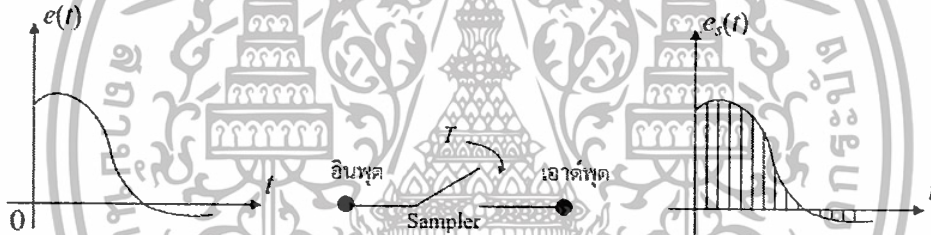
ในระบบควบคุมที่มีสัญญาณเป็นฟังก์ชันแบบเวลาต่อเนื่อง จะมีตัวรับสัญญาณเข้าและส่งออก เป็นสัญญาณแบบเวลาต่อเนื่องด้วยเช่นกัน เรียกว่า ตัวควบคุมแบบอนาล็อก โดยตัวควบคุมแบบอนาล็อก จะมีขีดจำกัดในการใช้งาน โดยเฉพาะเมื่อนำไปใช้ในระบบควบคุมที่มีความสลับซับซ้อนขึ้นจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์เข้าเป็นส่วนหนึ่งของวงจรควบคุมหรืออุปกรณ์ควบคุมที่มีลักษณะการใช้งานที่จำเป็นต้องใช้เวลาร่วมกัน (Time-sharing) หรือมีการส่งสัญญาณควบคุมเป็นระยะทางไกลหรือสัญญาณเอาต์พุตของ อุปกรณ์ควบคุมเป็นสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง กรณีเหล่านี้ต้องใช้ตัวควบคุมแบบดิจิทัล ซึ่งมีคุณลักษณะเป็นการรับข้อมูลในรูปสัญญาณแบบอิมพัลส์ช่วงสั้น ๆ เพื่อทำหน้าที่ในการเก็บตัวอย่างข้อมูลให้อยู่ใน รูปแบบสัญญาณไม่ต่อเนื่องและส่งสัญญาณเอาต์พุตออกในรูปเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.23 ระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบอย่างง่าย

จากรูปที่ 2.23 แสดงระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบอย่างง่าย จะเห็นว่าจำเป็นต้องใช้ตัวซิกตัวอย่างข้อมูลและตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิตอล (ADC) ตรงด้านอินพุตเข้าสู่คอมพิวเตอร์ โดยข้อมูลเป็นแบบเวลาต่อเนื่องเป็นลำดับอิมพัลส์ ซึ่งอยู่ในรูปของรหัสฐานสอง (Binary code) ส่วนตรงเอาต์พุตของคอมพิวเตอร์สัญญาณดิจิตอลจะมีการแปลงค่ากลับจากรหัสตัวเลขเป็นสัญญาณต่อเนื่องด้วยตัวแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นอนาล็อก (DAC) กับวงจรคงค่าสัญญาณเพื่อเข้าสู่ระบบที่ต้องการควบคุมซึ่งเป็นระบบแบบเวลาต่อเนื่อง โดยสัญญาณที่เอาต์พุตของตัวควบคุมเป็นรูปสัญญาณอิมพัลส์ช่วงสั้นตามด้วยช่วงเวลาที่ไม่มีสัญญาณอะไรเลย เท่ากับว่าระบบควบคุมนี้ทำงานแบบควบคุมเปิดในช่วงนี้



รูปที่ 2.24 การซิกตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ

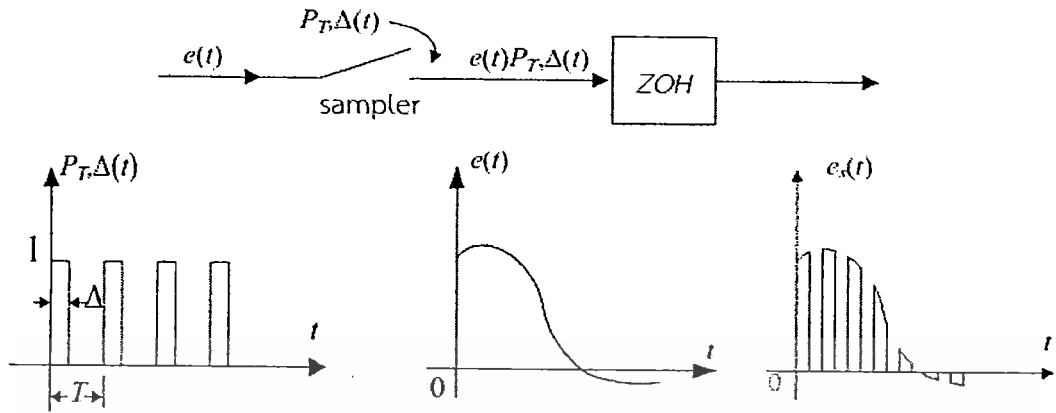
จากรูปที่ 2.24 แสดงการซิกตัวอย่างแบบเป็นคาบสม่ำเสมอ (Uniform periodic sampling) จะเห็นได้ว่าหากอัตราหรือความถี่ในการซิกตัวอย่างต่ำไปนั้น เนื้อหาที่สำคัญในสัญญาณอินพุตจะหายไปไม่ปรากฏในเอาต์พุต ตามทฤษฎีการซิกตัวอย่างของ Shannon ความถี่ของการซิกตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ band-limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตเหมือนสัญญาณอินพุต

2.7.1 วิธีการแบบ Zero Order Hold (ZOH)

2.7.1.1 การทำงานของการซิกตัวอย่าง

ตัวซิกตัวอย่างข้อมูลเป็นอุปกรณ์สำหรับเปลี่ยนสัญญาณอนาล็อกเป็นขบวน Amplitude Modulated Pulses ส่วนอุปกรณ์คงค่าสัญญาณทำหน้าที่คงค่าไว้ในช่วงเวลาที่กำหนด ในทางปฏิบัติส่วนใหญ่วงจรซิกตัวอย่างและการคงค่าจะรวมกันอยู่ในอุปกรณ์ตัวเดียวกัน เรียกววงจรซิกตัวอย่างและการคงค่า (Sample and hold : S/H) แต่ในการวิเคราะห์เราจะกระทำแยกกัน ดังรูปที่ 2.25

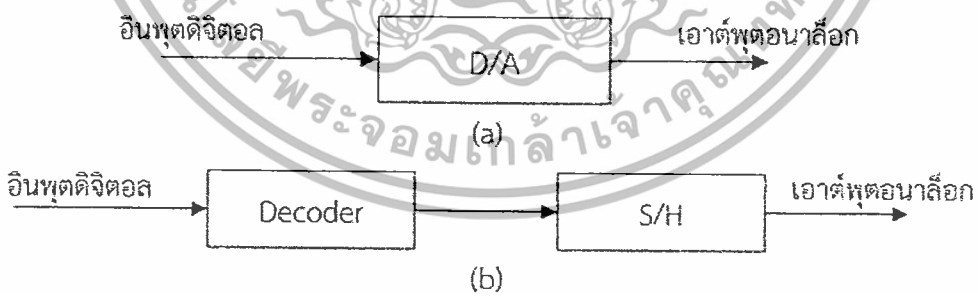
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.25 การทำงานของกระบวนการซักรว้อย่าง

กระบวนการซักรว้อย่าง คือ การคูณกันของสัญญาณอินพุต $e(t)$ ด้วยขบวนอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย $P_T, \Delta(t)$ ทำให้ได้สัญญาณซักรว้อย่าง $e(t) P_T, \Delta(t)$ โดยที่ $\Delta(t)$ คือ ช่วงของอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วยหรือช่วงตัวอย่าง และ T คือ คาบของการซักรว้อย่าง ตามทฤษฎีของการซักรว้อย่างของควมถี่การซักรว้อย่างน้อยจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ Band-Limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตที่เหมือนกับสัญญาณอินพุต

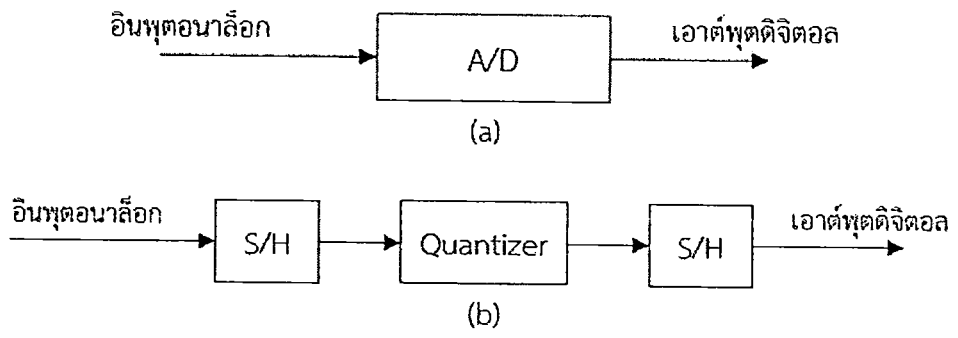
ตัวแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นอนาล็อกถือได้ว่าเป็นอุปกรณ์ที่ประกอบด้วยตัวถอดรหัส (Decoder) กับตัวซักรว้อย่างและการคงค่าดังรูปที่ 2.26 ตัวถอดรหัสจะทำหน้าที่เปลี่ยนรหัสดิจิตอลเป็นจำนวนเลข ดังนั้นตัวซักรว้อย่างในรูปที่ 2.26(b) ไม่จำเป็นต้องใช้ในตัวแปลงดิจิตอลเป็นอนาล็อกแต่ใช้แต่การคงค่าสัญญาณ แต่เนื่องจากตัวซักรว้อย่างและการคงค่าพิจารณาเป็นหน่วยเดียวกันจึงรวมไว้เช่นนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวถอดรหัสเป็นค่าอัตราคงที่และจะมีค่าเท่ากับหนึ่งในกรณีอุดมคติ



รูปที่ 2.26 การทำงานของตัวแปลงดิจิตอลเป็นอนาล็อก

ตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิตอลทำหน้าที่ซักรว้อย่างข้อมูลและคงค่า ควอนไทซ์และเข้ารหัส (Encode) ดังรูปที่ 2.27 เวลาแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิตอล สัญญาณต่อเนื่องถูกซักรว้อย่างตามช่วงเวลาของการซักรว้อย่าง สัญญาณของการซักรว้อย่างจะคงค่าไว้ด้วยการคงค่าสัญญาณ จนกระทั่งการแปลงเป็นดิจิตอลเสร็จสมบูรณ์ การคงค่าจึงลดผลอันอาจเกิดจากการแปรเปลี่ยนของสัญญาณในระหว่างการแปลง ซึ่งกินเวลาในช่วงหนึ่ง

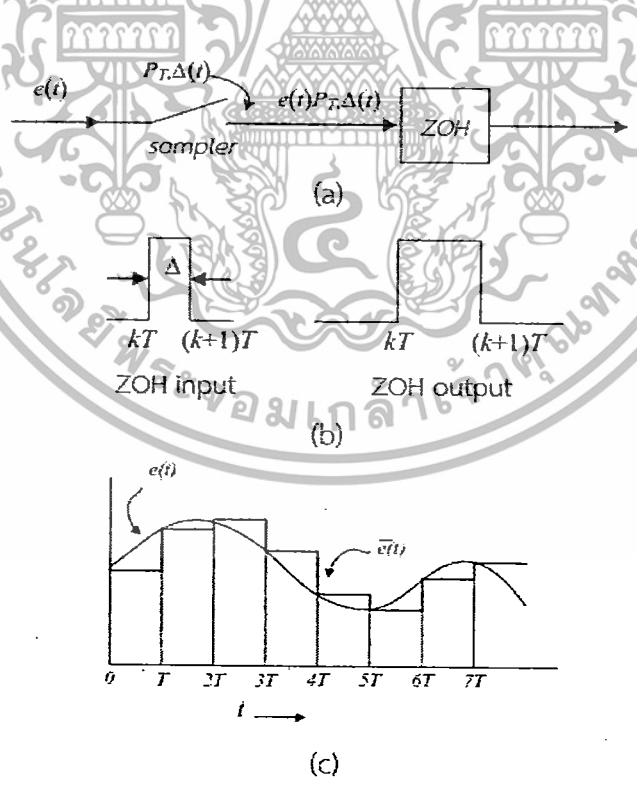
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.27 การทำงานของตัวแปลงอนาล็อกเป็นดิจิทัล

หากความละเอียดของตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัลสูงมาก จนสามารถละเลยผลไม่ใช่เชิงเส้นของควอนไทเซอร์ได้ ประกอบกับฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวถอดรหัสและตัวเข้ารหัสเป็นอัตราค่าคงที่ ทั้งด้านตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาล็อกและตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล ในแง่การวิเคราะห์แล้วเป็นเพียงหน่วยของตัวชักตัวอย่างและการคงค่าเท่านั้น ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์ระบบควบคุมดิจิทัลตามรูปที่ 2.23

2.7.1.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการคงค่า



รูปที่ 2.28 แสดงการคงค่าของสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคงค่า คือการคงค่าของสัญญาณเอาต์พุตเอาไว้ตรงค่าสัญญาณอินพุตขณะเริ่มคาบเวลาของการซีกตัวอย่าง ในการวิเคราะห์หากช่วงของตัวอย่าง Δ น้อยมากเมื่อเทียบกับคาบการซีกตัวอย่าง T และเมื่อเทียบกับค่าคงตัวเวลาค่าน้อยที่สุดของสัญญาณอินพุต $e(t)$ เราสามารถประมาณเอาต์พุตของการซีกตัวอย่างด้วยอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย ดังรูปที่ 2.28(b) สำหรับอิมพัลส์ลูกที่ k ส่วนขบวนอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย (Unit impulse train) ของเอาต์พุตทั้งขบวนสามารถแทนด้วยสมการ

$$e(t)P_{T,\Delta}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)P_{T,\Delta}(t-kT) \quad (2.51)$$

เมื่อ $P_{T,\Delta}(t)$ เป็นขบวนอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วยตามรูปที่ 2.25 ซึ่งอิมพัลส์ของเอาต์พุตจากการคงค่าตรงเวลาซีกตัวอย่างที่ k สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$e(kT)[u(t-kT) - u(t-(k+1)T)] \quad (2.52)$$

เมื่อ $u(t)$ เป็นฟังก์ชันขนาดหนึ่งหน่วย

จึงได้เอาต์พุตทั้งหมดของการคงค่าดังสมการที่ (2.53)

$$\bar{e}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)[u(t-kT) - u(t-(k+1)T)] \quad (2.53)$$

จากรูปที่ 2.28(c) แสดงสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตจากการซีกตัวอย่างเมื่อผ่านวิธีการคงค่าสัญญาณ ทำการแปลงลาปลาซที่สมการ (2.53) จะได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{E}(s) &= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \left[\frac{e^{-skT} - e^{-s(k+1)T}}{s} \right] \\ &= \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right] \left[\sum_{k=0}^{\infty} e(kT)e^{-skT} \right] \end{aligned} \quad (2.54)$$

จากสมการที่ (2.54) สามารถเขียนในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนและแสดงรูปแบบดังรูปที่ 2.29 โดยมีสมการดังนี้

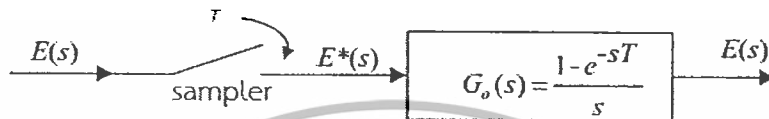
$$E^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)e^{-skT} \quad (2.55)$$

ซึ่งเรียกว่า Starred Laplace transform เป็นอินพุตเข้าสู่ฟังก์ชันถ่ายโอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_o(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (2.56)$$

รูปแบบของการซิกตัวอย่างและการคงค่า ดังรูปที่ 2.29 ไม่ได้เป็นรูปแบบของการซิกตัวอย่างทางกายภาพจริง ๆ และ $G_o(s)$ ก็ไม่ใช่เป็นรูปแบบการคงค่าสัญญาณทางกายภาพจริง ๆ แต่รวมกันแล้วสามารถแทนรูปแบบการซิกตัวอย่างและการคงค่าได้



รูปที่ 2.29 รูปแบบของการซิกตัวอย่างและการคงค่า

2.7.1.3 Impulse Sampler

ค่า $E^*(s)$ อาจมองได้อีกแบบหนึ่งว่าเป็นตัวแปลงลาปลาซของเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างอิมพัลส์ (Ideal sampler) โดยการแปลงลาปลาซกับ $E^*(s)$ ได้ว่า

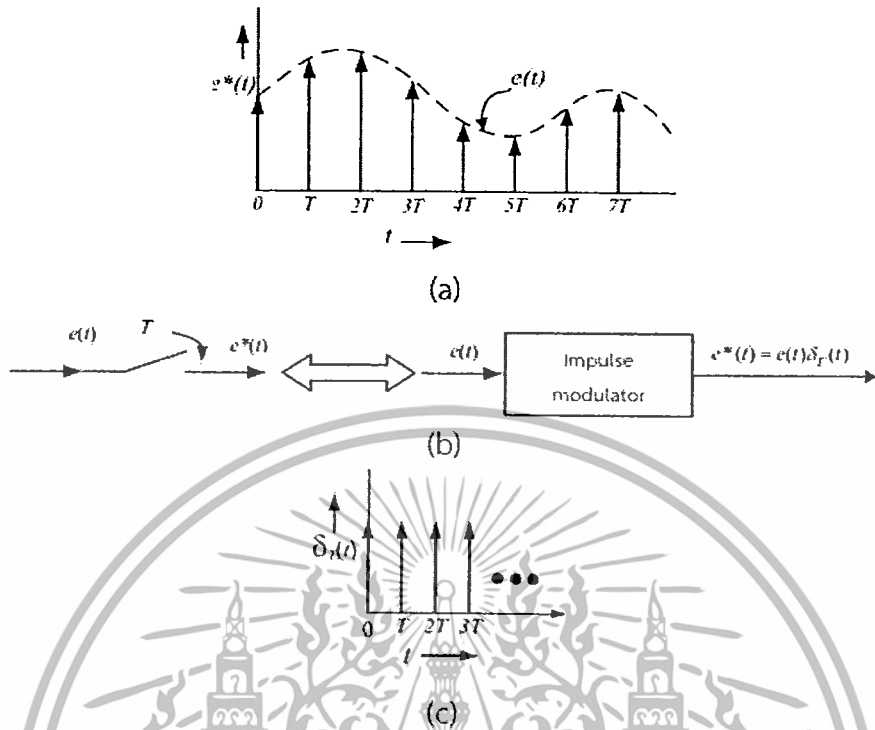
$$\begin{aligned} e^*(t) &= L^{-1}[E^*(s)] = e(0)\delta(t) + e(T)\delta(t-T) + e(2T)\delta(t-2T) + \dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)\delta(t-kT) \end{aligned} \quad (2.57)$$

เมื่อ $\delta(t)$ เป็นฟังก์ชันอิมพัลส์แบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วย ซึ่งมีหน่วยแปลงลาปลาซเท่ากับ 1 และเมื่อใช้คุณสมบัติ Real translation ของการแปลงลาปลาซ จะได้ $L[\delta(t-kT)] = e^{-sT}$

จากสมการที่ (2.57) จะเห็นได้ว่า $e^*(t)$ เป็นขบวนฟังก์ชันอิมพัลส์ที่มีขนาดเท่ากับค่าของสัญญาณ $e(t)$ ตรงขณะที่ซิกตัวอย่าง ดังรูปที่ 2.30(a) หมายความว่า การซิกตัวอย่างในรูปที่ 2.29 เป็น Impulse modulator มีคลื่นพาหะเป็นขบวนอิมพัลส์แบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยเป็นคาบด้วยคาบ T

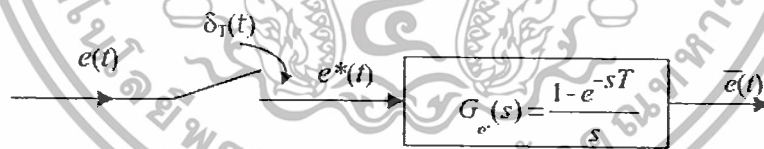
$$\delta_T(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-kT) \quad (2.58)$$

สัญญาณของการกล้ำสัญญาณ $e(t)$ เราจึงเรียกรูปการซิกตัวอย่างอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย หรือ การซิกตัวอย่างในอุดมคติ ดังรูปที่ 2.30 แสดงกระบวนการกล้ำสัญญาณดังกล่าว และรูปที่ 2.31 แสดงแผนผังบล็อกในโดเมนเวลาของรูปที่ 2.30 ด้วยสัญลักษณ์ของการซิกตัวอย่างอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วย



รูปที่ 2.30 แสดงกระบวนการกล้ำสัญญาณ

- (a) รูปคลื่นของ $e^*(t)$
- (b) การชักตัวอย่างอิมพัลส์หรือการกล้ำสัญญาณอิมพัลส์
- (c) ขบวนอิมพัลส์หนึ่งหน่วย



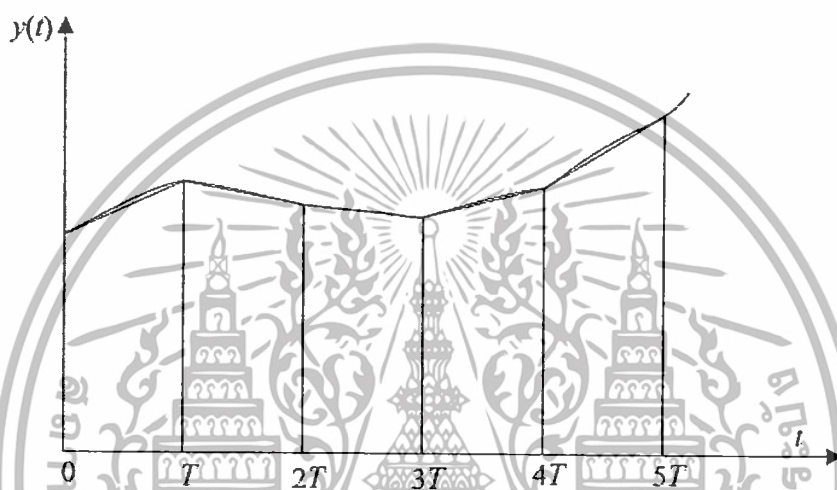
รูปที่ 2.31 แสดงสัญลักษณ์ของการชักตัวอย่างอิมพัลส์ขนาดหนึ่งหน่วยกับ $G_o(s)$

สรุปหากว่าจะแทนการคงค่าด้วยฟังก์ชันถ่ายโอน $G_o(s)$ สัญญาณชักตัวอย่างที่เป็นอินพุตเข้าสู่ $G_o(s)$ ต้องมาจากการชักตัวอย่างแบบอิมพัลส์ คือการชักตัวอย่างอิมพัลส์ตามรูปที่ 2.28 กลายเป็นการชักตัวอย่างอิมพัลส์ ตามรูปที่ 2.31 และหากวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ $j\omega$ ซึ่งจะไม่แสดงรายละเอียดในที่นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.2 วิธีการแบบ Tustin

วิธีการแปลงแบบ Tustin วิธีนี้มีชื่อเรียกว่า วิธีการ Trapezoidal integration หรือวิธีเชิงเส้นคู่ (Bilinear transformation) ใช้การประมาณค่าพื้นที่ที่ $\int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt$ และ $\int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$ ด้วย $\frac{1}{2}[y(kT) + y((k-1)T)]T$ และ $\frac{1}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]T$ ตามลำดับ



รูปที่ 2.32 ประมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการ Tustin

ถ้าใช้การพิจารณาจากรูปที่ 2.32 จะเห็นว่าเมื่อ $x(t)$ คือ สัญญาณอินพุตของตัวควบคุม และ $y(t)$ คือ สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุม ดังนั้นเราสามารถทำการหาพื้นที่โดยใช้วิธี Tustin ได้ดังนี้

โดยกำหนดให้

$$y(kT) - y((k-1)T) = -a \int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt + a \int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$$

สามารถเขียนได้เป็น

$$y(kT) = y((k-1)T) - \frac{aT}{2}[y(kT) + y((k-1)T)] + \frac{aT}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการแปลง z ได้

$$y(z) = z^{-1}y(z) - \frac{aT}{2}[y(z) + z^{-1}y(z)] + \frac{aT}{2}[x(z) + z^{-1}x(z)]$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = H_D(z) = \frac{a}{(2/T)(1-z^{-1})/(1+z^{-1}) + a}$$

เมื่อทำการเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนจะได้

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (2.59)$$

ส่วนระนาบ s ซ้ายมือ จะกำหนดเข้าไปสู่อณาเขต

$$\operatorname{Re}\left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right) < 0$$

ซึ่งเป็นวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบ z ดังนั้นการแปลงแบบเชิงเส้นคู่จะกำหนดเข้าไปอยู่บนระนาบ s ซ้ายมือทั้งหมดลงอยู่ในวงกลมหนึ่งหน่วยและมีศูนย์กลางที่จุดเริ่มต้น นั่นหมายถึงว่าวงจรรองความถี่แบบเวลาต่อเนื่องที่เสถียรจะแปลงเป็นวงจรรองความถี่แบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่เสถียร

จากสมการที่ (2.59) เราสามารถนำไปใช้เพื่อการประมาณค่าหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งของสัญญาณอินพุตที่เข้ามาเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยการแปลงจากตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

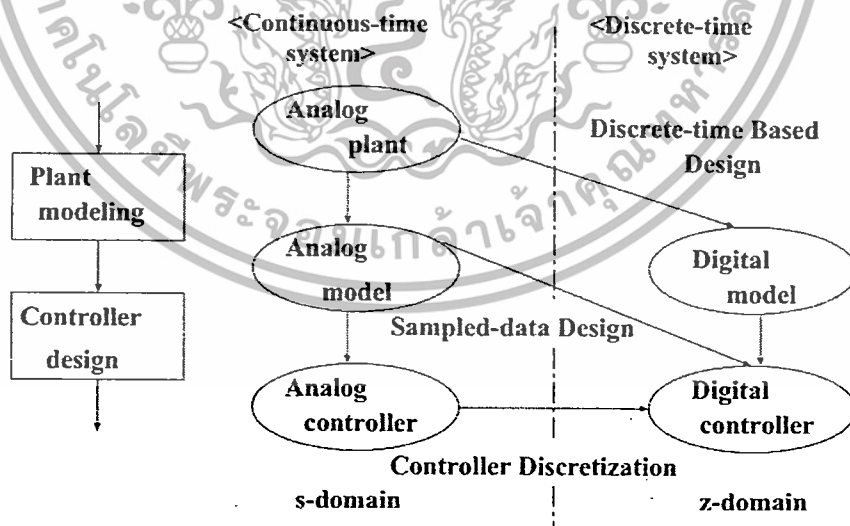
การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade

3.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade สำหรับใช้ในระบบการอันดับสาม ในระบบแบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการของกิตติมาช่วยในการออกแบบตัวควบคุมให้มีความง่ายขึ้น โดยอาศัยการแปลงตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยตรง เพื่อลดความยุ่งยากของการออกแบบโดยวิธีการของกิตติมาใน z-domain ที่เมื่อมีการเลือกใช้เวลาในการสุ่มตัวอย่างข้อมูลมีค่า T ที่น้อยมาก ๆ พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB

3.2 แนวคิดในการออกแบบ

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ได้ทำการออกแบบโดยทำการเริ่มต้นจากระบบการแบบอนาล็อกเพื่อนำไปสู่แบบจำลองของระบบการอนาล็อก เพื่อให้สามารถทำการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องได้แล้วจึงทำการแปลงไปสู่ตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องอย่างโดยตรง ดังตามรูปที่ 3.1 ของขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมแบบดิจิทัล



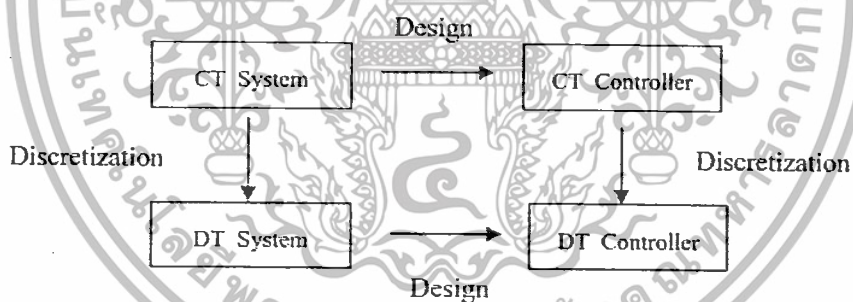
รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมแบบดิจิทัล

ขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมประกอบไปด้วย 2 ขั้นตอนหลัก ๆ ดังต่อไปนี้คือ

1. แบบจำลองของกระบวนการ (Plant modeling) คือ ขั้นตอนการหาฟังก์ชันถ่ายโอนหรือแบบจำลองของกระบวนการอนาล็อกที่ทำการออกแบบให้อยู่ในรูปของสมการ
2. ออกแบบตัวควบคุม (Controller design) คือ การออกแบบและเลือกใช้ตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการที่ได้มาจากแบบจำลองของกระบวนการอนาล็อกที่เราทำการออกแบบโดยเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน $K(s) G(s)$

การออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้ตัวควบคุมกระบวนการแบบเวลาต่อเนื่องสามารถทำได้สองวิธี คือ การออกแบบระบบควบคุมโดยการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องขึ้นมาก่อน เพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่อยู่ใน s -domain จากนั้นจึงทำการแปลงตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่อยู่ใน z -domain ภายหลังหรือการออกแบบระบบควบคุมชนิดสัญญาณไม่ต่อเนื่องโดยตรงด้วยการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเดิม ให้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องก่อน และออกแบบระบบควบคุมหรือชดเชยระบบควบคุมโดยใช้ทฤษฎีการแปลง z โดยวิธีทางเดินของราก

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องสำหรับระบบควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องมีด้วยกันสองวิธีการ ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แนวทางการออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

เมื่อไม่นานมานี้ได้มีวิธีการที่ถูกนำเสนอมาแล้วอย่างต่อเนื่องอยู่สองวิธีสำหรับในการแปลงจากตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องไปยังตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยซึ่งแบบแรกจะทำการใช้ Zero Order Hold (ZOH) [3] และ แบบที่สองใช้วิธีการ Tustin Method [4]

โดยในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมโดยการแปลงตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องไปสู่ตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีการของ Tustin Method เพื่อทำการแปลงตัวควบคุมจาก s -domain ไปสู่ z -domain ในระบบเวลาแบบไม่ต่อเนื่องโดยตรง โดยอาศัยหลักวิธีการออกของกิตติเข้ามาช่วยในการออกแบบให้มีความง่ายและสะดวกยิ่งขึ้น เพื่อให้ได้ระบบควบคุมที่มีเสถียรภาพตามข้อกำหนดที่ได้ทำการออกแบบไว้

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จากสมการแบบจำลองของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade ใน s-domain เราสามารถทำการแปลงไปเป็นแบบจำลองของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade ให้อยู่ในรูปแบบของ z-domain ได้โดยอาศัยวิธีของ Tustin Method จากฟังก์ชันถ่ายของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade แบบเวลาต่อเนื่องคือ

$$K_{(n-2)}(s) = G_n(s) = [k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s][k_p + k_d s] \quad (3.1)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนในวิธีการของ Tustin Method ในสมการที่ (2.60) สามารถที่จะกำหนดให้ $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} \right]$ จากนั้นทำการแทนเข้าไปในสมการที่ (3.1) จะได้ว่า

$$K_{PID}(z)K_{PD}(z) = K_p + K_i \left(\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \right) + K_d \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right) \cdot \left[K_p + K_d \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right) \right] \quad (3.2)$$

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่องบน z-domain โดยอาศัยหลักการของ Tustin Method เข้ามาช่วยในการแปลง ดังนั้นจะได้

$$K_{(n-2)}(z) = \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z+1)(z-1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)} \quad (3.3)$$

โดยที่ $K_{(n-2)}$ คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade เวลาไม่ต่อเนื่อง $Z_{1,2,pd}$ คือ ซีโรของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD cascade เวลาไม่ต่อเนื่อง

ดังนั้นจากสมการที่ (2.33) ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับที่สามคือ

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

ทำการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับที่สามจากสมการที่ (2.33) ในรูปของ s-domain ไปสู่ z-domain [ภาคผนวก ข.] โดยกำหนดเงื่อนไขให้ $T = 1/50$ วินาที จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(z) = \frac{[10^{-5}](z+0.9991)(z+1.0005 \pm j0.0008)}{\underbrace{(z-0.9802)}_{\equiv (s+1)} \underbrace{(z-0.9417)}_{\equiv (s+3)} \underbrace{(z-0.8868)}_{\equiv (s+6)}} \quad (3.4)$$

การหาตำแหน่งของ z_d เมื่อกำหนด $T = 1/50$ วินาที จะได้

$$z_d = e^{Ts_d} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.8805 + j0.1062$$

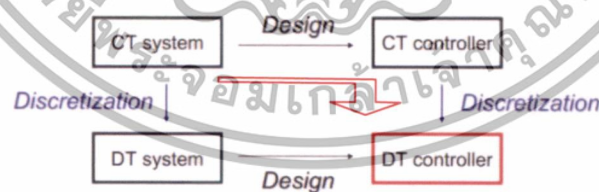
เมื่อ $D(z) = K_{(n-2)}(z) = K(z)$ จากสมการที่ (3.3) ของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD cascade จะสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมได้ คือ

$$K(z) = \frac{K(z-z_1)(z-z_2)(z-z_{pd})}{(z+1)(z+1)(z-1)} \quad (3.5)$$

โดยท้ายที่สุดแล้ววิธีการออกแบบที่นำเสนอโดย รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้ถูกประยุกต์และนำมาใช้หาฟังก์ชันถ่ายโอน $K(z)$ ในสมการที่ (3.5) บนระนาบ z โดยตรง จะทำให้มีความยากลำบากเป็นอย่างมากในการกำหนด z_1, z_2 ตามหลักการออกแบบโดยวิธีการกิตติ เมื่อมีค่าเวลาของการชักตัวอย่าง T ที่มีค่าน้อยมาก ๆ

3.3 รายละเอียดในการออกแบบ

ในตอนนี้ตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่อง $K(s)$ ใน s -domain จะทำการเปลี่ยนแปลงไปเป็นตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องใน z -domain ซึ่งสามารถเข้าใจได้ง่ายตามแผนผังที่แสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนผังแสดงการ Discretization ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้

จากสมการที่ (2.50) สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD cascade ที่กระบวนการอันดับสาม คือ

$$K(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)(s+z_{pd})}{s}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการเขียนสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของโพลีโนเมียลจะได้

$$K(s) = \frac{c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s} \quad (3.6)$$

โดย $c_1 = K(z_1 z_2 + z_{pd} z_1 + z_{pd} z_2)$

$$c_2 = K(z_1 + z_2 + z_{pd})$$

$$c_3 = K$$

$$c_0 = K z_1 z_2 z_{pd}$$

ทำการแปลงรูปของค่าสัมประสิทธิ์ไปเป็น $K(z)$

$$K(z) = \frac{d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0}{(z+1)(z+1)(z-1)} \quad (3.7)$$

ที่

$$\begin{bmatrix} d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2T^2} \begin{bmatrix} 2T^2 & T^3 & 4T & 8 \\ 2T^2 & 3T^3 & -4T & -24 \\ -2T^2 & 3T^3 & -4T & 24 \\ -2T^2 & T^3 & 4T & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_0 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

โดยท้ายสุดแล้วจะได้วิธีการแก้ปัญหาของการแปลงไปสู่ $K(z)$ โดยใช้การแปลง Matrix ในสมการที่ (3.8) จะได้

$$K(z) = \frac{K \equiv (s+3.1) \equiv (s+6.1) \equiv z_{pd}}{[10^5](z-0.9399)(z-0.8850)(z-0.8803)} \frac{z_{pd}}{(z+1)(z+1)(z-1)} \quad (3.9)$$

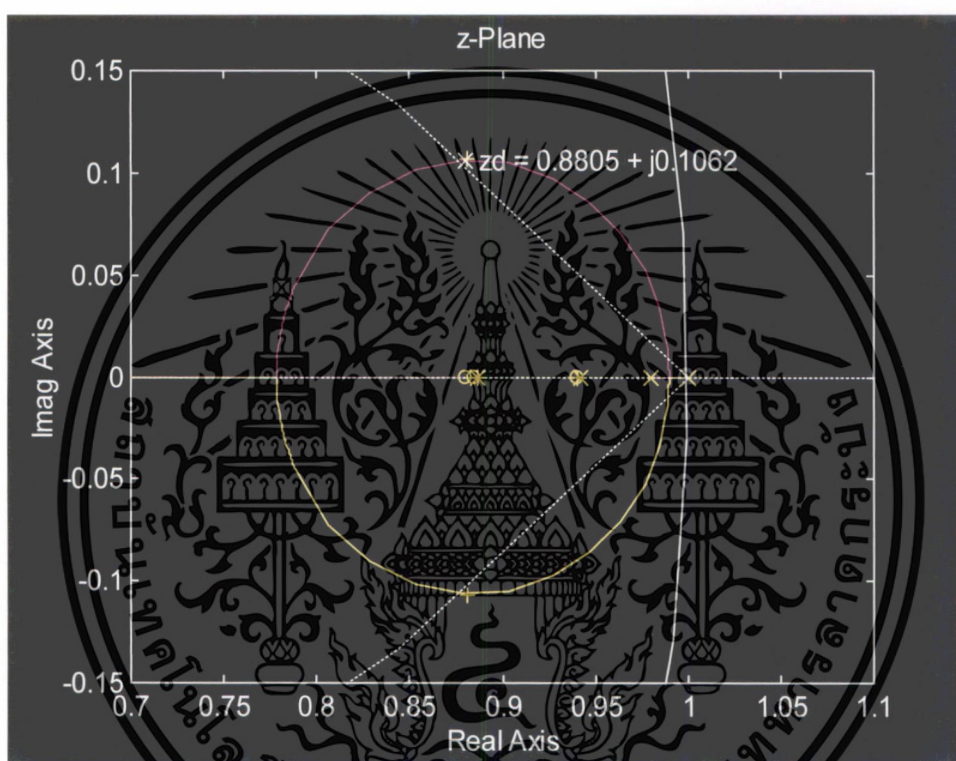
แสดงให้เห็นว่าจากวิธีการแก้ปัญหาสำหรับการหา $K(z)$ ในสมการที่ (3.9) จะเห็นได้ชัดว่าที่ตัวควบคุมซีโร z_1, z_2 จะถูกวางลงบนตำแหน่งใด ๆ บนระนาบ z ได้โดยอัตโนมัติ ดังนั้นจากสมการที่ (3.9) และ (3.4) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_{(n-2)}(z)G_3(z) = \frac{[10^5](z-0.9399)(z-0.8850)(z-0.8803)\dots}{(z+1)(z+1)(z-1)} \dots \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

$$\frac{[10^{-5}](z+0.9991)(z+1.0005 \pm j0.0008)}{(z-0.9802)(z-0.9417)(z-0.8868)}$$

จากสมการที่ 3.10 สามารถแสดงเส้นทางเดินของรากของระบบอันดับสาม โดยใช้ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการของกิตติ ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงเส้นทางเดินของรากของระบบอันดับสามที่ถูกนำเสนอด้วยวิธีการกิตติแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

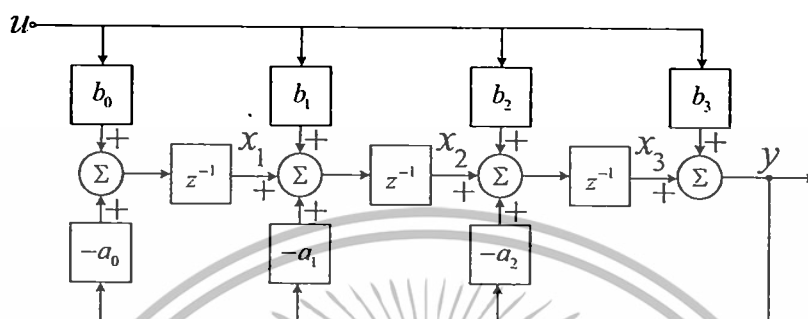
จากรูปที่ 3.4 แสดงให้เห็นเส้นทางเดินของรากของระบบควบคุมอันดับสามที่จะพลาดผ่านไปยังตำแหน่งของโพลวงปิดเด่นชัด z_d โดยที่รูปร่างวงกลมของเส้นทางเดินของรากจะมีลักษณะเป็นเช่นเดียวกับในระนาบ s ดังรูปที่ 2.21 จึงทำให้เส้นทางเดินของรากของระบบในเวลาแบบไม่ต่อเนื่องมีความสอดคล้องกันในระหว่างระนาบ s กับระนาบ z ดังนั้นระบบควบคุมนี้จึงมีความเสถียรภาพในการควบคุม เพราะ เส้นทางเดินรากอยู่ด้าน LHP

จากสมการ $K(z)$ ที่ (3.7) ทำการเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของ Observer Canonical Form (OCF) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (3.11)$$

ทำการเขียนแผนภาพบล็อกไดอะแกรม OCF จะได้



รูปที่ 3.5 แผนภาพบล็อกไดอะแกรม OCF

จากแผนภาพบล็อกไดอะแกรม OCF ในรูปที่ 3.5 จะทำให้ได้รูปแบบของปริภูมิสถานะ (State space) สำหรับตัวควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่องได้คือ

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_3 \\ b_1 - a_1 b_3 \\ b_2 - a_2 b_3 \end{bmatrix} e(k), \quad (3.12)$$

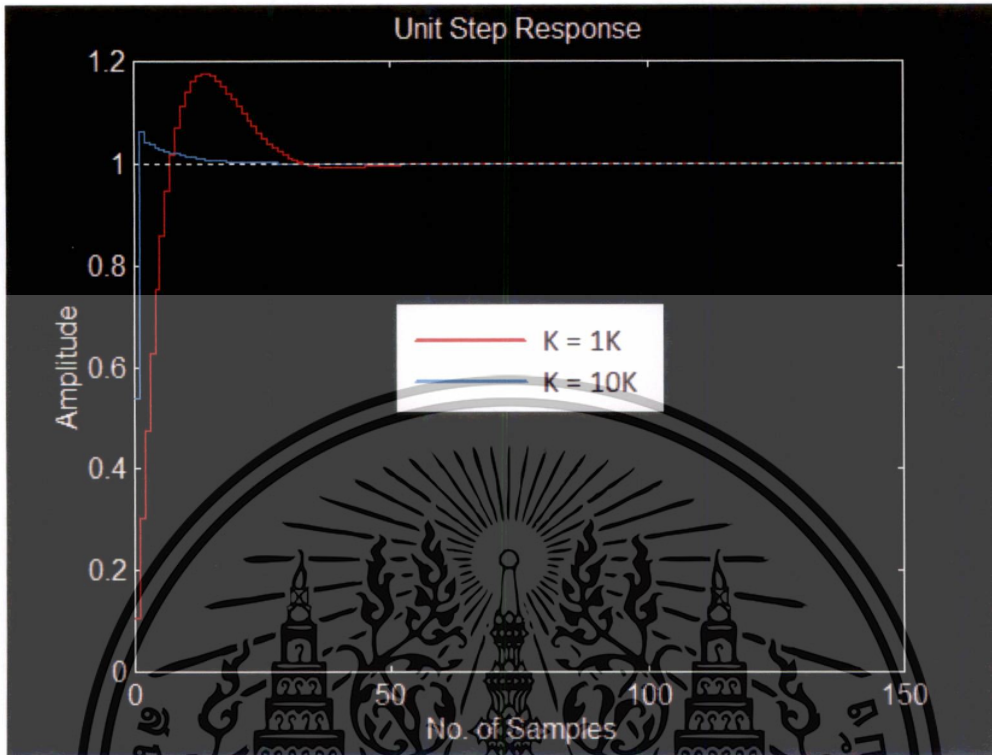
$$\frac{m(k)}{y(k)} = \frac{x_3(k) + b_3 e(k)}{u(k)}$$

จึงสรุปได้ว่าจากสมการที่ 3.12 และแผนภาพบล็อกไดอะแกรม OCF รูปที่ 3.5 สามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการดำเนินงานของสมการเชิงอนุพันธ์ตามของการออกแบบตัวควบคุมในเวลาไม่ต่อเนื่องที่ได้ยกตัวอย่างดังในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

3.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองของระบบ

จากตัวอย่างที่ได้กล่าวมาในข้างต้นนั้น ผลการตอบสนองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยต่อระบบควบคุมที่ได้ทำการออกแบบตัวควบคุม โดยทำการกำหนดค่าให้อัตราขยายของตัวควบคุมมีค่าเท่ากับ K และ 10K ซึ่งสามารถแสดงผลตอบสนองของระบบได้ดังรูปที่ 3.6 จะเห็นได้ชัดว่าเมื่ออัตราขยายมีค่าเท่ากับ 10K จะทำให้ผลการตอบสนองของระบบจะมีความไวขึ้นและมีเปอร์เซ็นต์ในการพุ่งเกินที่ลดลง ดังนั้นผู้ออกแบบตัวควบคุมควรที่จะเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของการควบคุมที่อัตราขยายเท่ากับ 10K จึงทำให้กระบวนการควบคุมที่ได้ออกแบบมีความเสถียรภาพและมีประสิทธิภาพที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 ผลการตอบสนองของสัญญาณแบบขั้นขนาดหนึ่งหน่วยที่ถูกนำเสนอด้วยวิธีการของกิตติ
แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

บทสรุป

4.1 สรุปผลวิจัย

วิทยานิพนธ์เล่มนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง เพื่อใช้ในการควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสามขึ้นไป ด้วยข้อจำกัดของตัวควบคุม PID ได้ถูกออกแบบมาให้มีความเหมาะสมสำหรับกระบวนการที่อยู่แค่อันดับที่สองเท่านั้น แต่สำหรับกระบวนการตั้งแต่อันดับสามขึ้นไป ตัวซีโรที่มีอยู่ในตัวควบคุม PID จะไม่เพียงพอต่อความต้องการของระบบควบคุมเมื่อใช้ตัวควบคุม PID เพียงตัวเดียว รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จึงได้นำเสนอตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD cascade ขึ้นมาเพื่อช่วยแก้ไขข้อจำกัดตรงจุดนี้ และอาศัยหลักการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการของกิตติเพื่อเข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุมให้มีความง่ายขึ้น โดยวิธีการของกิตติมีจุดเริ่มต้นมาจากตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องและได้มีการนำเสนอตามมามากกว่า 2 งานวิจัยด้วยตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

วิทยานิพนธ์เล่มนี้เป็นการนำเสนองานวิจัยที่เป็นวิธีการแบบที่ 3 ด้วยตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการของกิตติ โดยอาศัยการแปลงตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยตรง เพื่อลดความยุ่งยากของการออกแบบโดยวิธีการของกิตติใน z -domain ที่เมื่อมีการเลือกใช้เวลาในการซีกตัวอย่างข้อมูลมีค่า T ที่น้อยมาก ๆ โดยผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังคงเหลืออยู่ของคุณสมบัติทั้งหมด และพร้อมที่จะดำเนินการในเวลาจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากผลการเลียนแบบการทำงานของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade นำมาเปรียบเทียบกับ การควบคุมระหว่างระบบเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องด้วยโปรแกรม MATLAB โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ แสดงให้เห็นว่าเส้นทางเดินของรากในกระบวนการอันดับสามระหว่างระบบแบบเวลาต่อเนื่องและแบบเวลาไม่ต่อเนื่องลักษณะของวงกลมจะมีความคล้ายคลึงกัน และเมื่อนำไปทำการควบคุมระบบสามารถจะควบคุมกระบวนการได้อย่างมีประสิทธิภาพเป็นอย่างดี และเมื่อทำการเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมทำให้มีผลตอบสนองที่ดีขึ้นเช่นกัน

4.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

การออกแบบตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการของกิตติ จะต้องรู้ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการเสียก่อนจึงจะสามารถควบคุมระบบได้ การออกแบบตัวควบคุมใช้วิธีทางเดินของราก ซึ่งจะต้องกำหนดเลือกวางตำแหน่งซีโรของตัวควบคุมที่เหมาะสมจึงสามารถลดผลกระทบของโพลที่มีต่อระบบ และการเลือกคาบการสุ่มสัญญาณเพื่อที่มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณชนิดต่อเนื่องเดิมอยู่มาก แต่จะถ้าสัญญาณที่สุ่มมาเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าหากค่าคาบเวลาการซีกตัวอย่างข้อมูลมีค่ามากเกินไปจะเป็นการลดสัญญาณการซีกตัวอย่างของสัญญาณต่อเนื่องเดิมมาก

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นเพียงการทดลองการจำลองระบบผ่านคอมพิวเตอร์เท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมกับกระบวนการในระบบจริง หรือทดลองกับกระบวนการจำลองในห้องปฏิบัติการโดยอาศัยผลงานวิจัยนี้เป็นต้นแบบ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] D.W. Pessen, "A New Look at PID Controller Tuning," Transactions of the ASME, Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, Vol. 116, pp. 553-557, Sept. 1996
- [2] Thanit Trisuwannawat, Kitti Tirasesth, Jongkol Ngamwiwit, and Michihiko Iida, "PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," SICE'98 Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers, pp. 965-968, 1998
- [3] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimaparn, Thanit-Trisuwannawat, and Kitti Tirasesth, "Discrete PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," SICE Annual Conference 2008, The University Electro Communications, Japan, pp. 1784-1787, 2008
- [4] Krit Smerpitak, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat, and Prera Lavanprakai, "Bilinear Discrete PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," 2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems, Jeju Island, Korea, Oct. 17-21, pp.1591-1596, 2012
- [5] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์, หนังสือ "การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น", เล่มที่ 2, หน้า 279-284
- [6] Harold L. Wade, Basic and Advanced Regulatory Control System design and Application, 2nd Edition, ISA-The instrumentation, Systems and Automation Society, Inc. 2004
- [7] Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Fourth Edition, Prentice Hall, Inc. 2002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

บทความวิจัยที่ได้รับการนำเสนอในการประชุมวิชาการ

บทความวิจัยที่ได้รับการนำเสนอในการประชุมทางวิชาการระดับนานาชาติในวิทยานิพนธ์นี้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Suralak Charoonsote, Prapart Ukakimaparn, Pittaya Pannil, Thanit Trisuwannawat

“Discrete PID \times (n-2) Stage PD Cascade Controllers Proposed by Kitti”

the 4th IIAE International Conference on Industrial Application Engineering 2016



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Proceedings of The 4th IIAE International Conference on Industrial Application Engineering 2016



B-Con Plaza, Beppu, Japan
March 26-30, 2016
ISBN:987-4-907220-09-9

- Committee
- Keynote Speech
- Time Table
- Program



ICIAE2016

Beppu, Japan March 26-30, 2016

Proceedings of ICIAE2016 Publisher

Published by



Supported by



Copyright(c) ICIAE2016 All Rights Reserved.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Discrete PID × (n-2) Stage PD Cascade Controllers

Proposed by Kitti

Suralak Charoonsote, Prapart Ukakimaparn*, Pittaya Pannil*, Thanit Trisuwannawat*

Department of Instrumentation and Control Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok 10520, Thailand

*Corresponding Author: { kuprapar ; kppittay ; ktthanit }@kmitl.ac.th

Abstract

A Proportional-Integral-Derivative (PID) Controller has only two zeros and not enough for most industrial plants that are third or higher order plant. To achieve the desired specifications by PID controls, Associate Professor Dr. Kitti Pirasesth proposed the way to add more zeros to the PID controller according to the order of the plant. By this technique, the designer find only two unknown parameters based on the root locus magnitude and angle conditions. By increasing only the controller gain, the faster response with smaller overshoot can be obtained. Now the discrete-time proposed controllers are ready for real time implementation.

Keywords: PID Controller, PD Controller, Root Locus.

1. Introduction

According to the type and plant's order, most industrial plants are type 0 and consist of three to five first order lags or dead time plus one first order lag⁽¹⁾. Then, the nth order plant to be controlled here, its transfer function is assumed to be given as

$$G(s) = \frac{K_n}{s^N (T_1s + 1)(T_2s + 1) \cdots (T_p s + 1)}, \quad (1)$$

where, the order of the plant is $n = N + p$. However, the Proportional-Integral-Derivative (PID) controller is properly applied to the typical second order plant only. The difficulty of satisfying the desired specifications with PID controller for a third order plant can easily show by the following example.

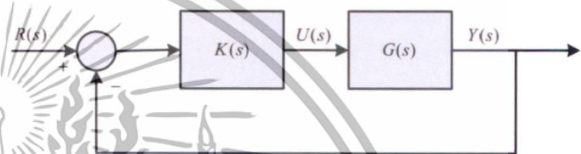


Fig. 1. Control system structure.

Let the transfer function of the PID controller, the third order plant, and one of the dominant closed-loop pole are

$$K(s) = \frac{K_c(s+z_c)^2}{s}, \quad (2)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+6)},$$

$$s_d = -6 + j6.$$

$$\angle K(s)G(s) = \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$|K(s)G(s)| = 1 \quad (3)$$

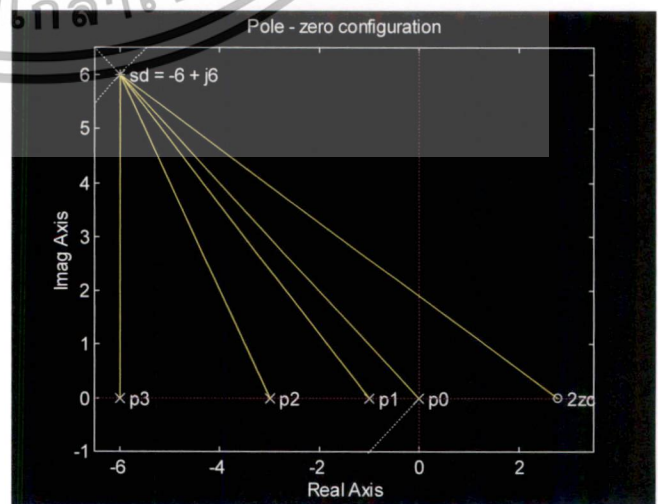


Fig. 2. Find the angle and location for double zc

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

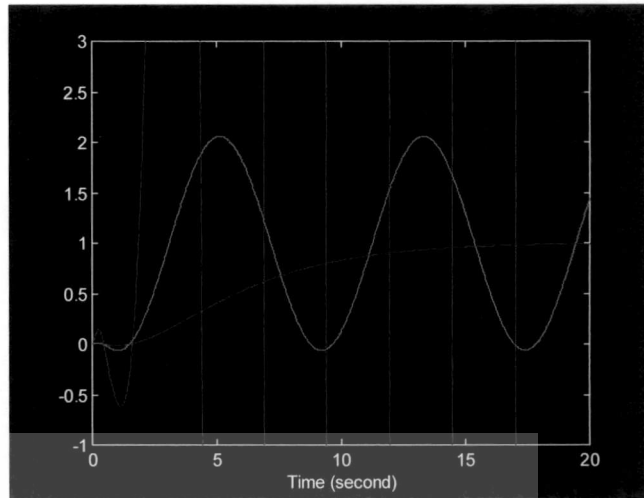
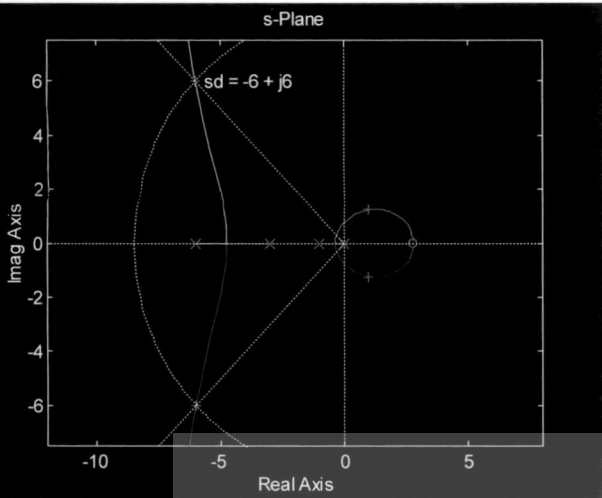


Fig. 3. Root Locus Plot for $K(s) = \frac{K_c(s + z_c)^2}{s}$

Fig. 4. Corresponding output responses.

Find the zeros of $(s + z_c)^2$ and the gain K_c of the PD controller $K(s)$ in Eqn. 2 from the Angle and Magnitude conditions of the Root Loci in Eqn. 3, yield

$$K(s) = \frac{K_c(s + z_c)^2}{s} \tag{4}$$

$$= \frac{23.547(s - 2.791)^2}{s}$$

From the root locus plot in Fig. 3, there are three interesting points. First, at $K_c = 23.547$, although the root loci pass through complex conjugate dominant closed-loop poles, but there are two closed-loop poles in the RHP (Right Half-Plane), the closed-loop system is unstable; the corresponding response is shown by red solid line. Second, at $K_c = 2.1666$, the root locus cross $j\omega$ axis, a sustained oscillation occurs as shown in green solid line. Third, at $K_c = 0.346$, this point is called “breakaway point”, the roots are both negative real and repeated in the LHP (Left Half-Plane), results in a critically damped response as shown in blue solid line in Fig. 4, respectively.

In this example, the plant is type 0, 3rd order. Note that if one $(3-2=1)$ more zero is available, the total angle for the zeros can be shared to each by smaller degrees such that they are able to arbitrarily place in LHP with the desired specifications. By this reason, the “PID \times (n-2) stage PD cascade controller for SISO systems”⁽²⁾ had been proposed by Kitti ; Associate Professor Dr. at KMITL.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

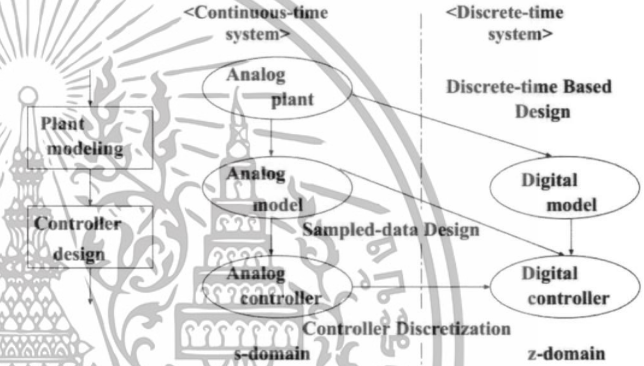


Fig. 5. Digital Control system design steps.

2. Methodology

There are 2 steps as shown in Fig. 5, for the design procedure of control system as follows:

- 1) Plant modeling,
- 2) Controller design.

2.1 Continuous-Time System

The open loop transfer function $K(s)G(s)$ in Fig. 1, between the PID by $(n-2)$ PD Controller and the n th order plant can be written as follows:

$$K(s)G(s) = K \frac{\overbrace{(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_{pd})}^{\text{PID}} \cdot \overbrace{(s + z_{pd}) \cdots}^{(n-2) \text{ PD}}}{\underbrace{s \cdot s^N (s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_p)}_{n^{\text{th}} \text{ order plant}}} \tag{5}$$

The PID by $(n-2)$ PD Controller designed by using Root Locus Technique for the 3rd order plant has the transfer function as written in Eqn. 6, and the corresponding Root Locus Plot is shown in Fig. 6.

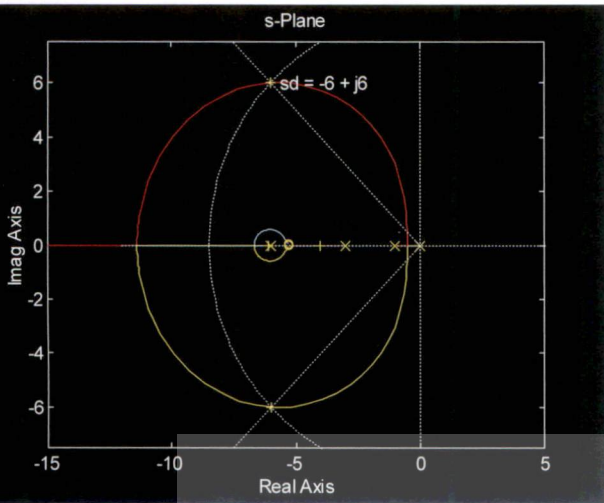


Fig. 6. Root Locus Plot for $K(s) = \frac{K_c(s + z_c)^3}{s}$

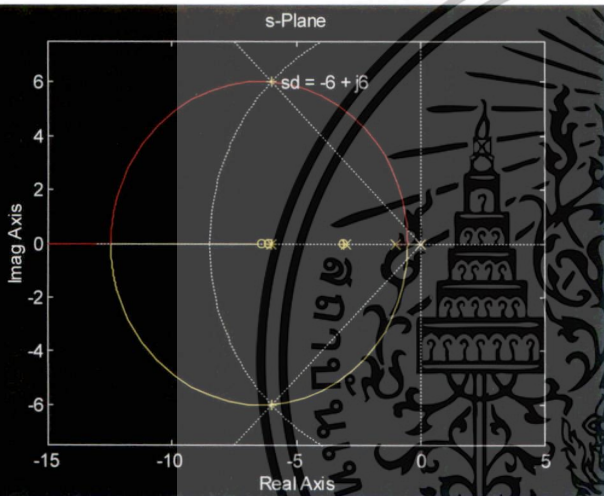


Fig. 7. CT - Root Locus Plot for the Proposed by Kitti.

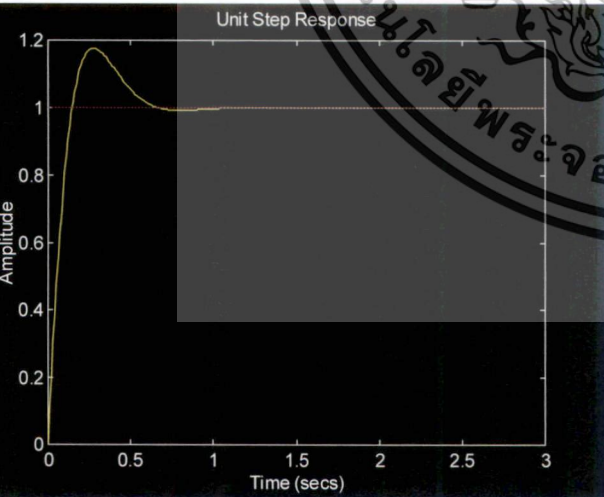


Fig. 8. CT - Unit step response for the Proposed by Kitti.

$$K(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2)(s + z_{pd})}{s} = \frac{K_c(s + z_c)^3}{s} \quad (6)$$

$$= \frac{12.065(s + 5.25)^3}{s}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

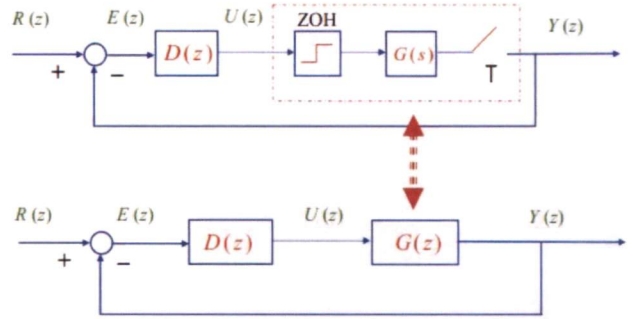


Fig. 9. Digital control system design techniques.

The solutions for the case of using the method as proposed by Kitti, the PID by $(n-2)$ PD controller's transfer function is given in Eqn. 7, the corresponding Root Locus Plot in Fig. 7, and a unit step response, in Fig. 8.

$$K(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2)(s + z_{pd})}{s} \quad (7)$$

$$= \frac{11.097(s + 3.1)(s + 6.1)(s + 6.364)}{s}$$

Note that, the Root Locus Technique find z_1, z_2, z_{pd} and K , but the Proposed by Kitti find only z_{pd} and K .

2.2 Discrete-Time System

Recently there were two discretization method have been proposed for designing the Discrete-Time PID by $(n-2)$ PD Controllers. The first is use 'zoh'⁽³⁾; Zero Order Hold discretization method as shown in Fig. 9. While, the second use 'tustin'⁽⁴⁾; the "Tustin's Method", discretize the plant first to obtain a sampled-data system or discrete-time system.

The Discrete-Time PID by $(n-2)$ PD Controllers transfer functions by the 'zoh' and 'tustin' methods can be written by Eqn. 8 and Eqn. 9, respectively.

$$\left\{ \begin{aligned} K_{PID}(z) &= K_p + K_I \left(\frac{Tz}{z-1} \right) + K_D \left(\frac{z-1}{Tz} \right), \quad \text{'zoh'} \\ &= \frac{K_{pid}(z - z_1)(z - z_2)}{z(z-1)} \equiv \frac{K_{pid}(z - z_{pid})^2}{z(z-1)}, \\ K_{PD}(z) &= \frac{(K_p + K_D)z - K_D}{z} \equiv \frac{K_{pd}(z - z_{pd})}{z}, \\ \frac{D(z)}{K_{(n-2)}(z)} &= \frac{K_{pid}(z - z_1)(z - z_2)}{z(z-1)} \times \frac{K_{pd}(z - z_{pd})}{z}. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$K_{PID}(z) = K_P + K_I \left\{ \frac{T}{2} \left(\frac{z+1}{z-1} \right) \right\} + K_D \left\{ \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \right\},$$

$$\equiv \frac{\alpha_2 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0}{(z+1)(z-1)}, \quad \text{'tustin'}$$

$$\equiv \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z+1)(z-1)} \equiv \frac{K_{pid}(z-z_{pid})^2}{(z+1)(z-1)}, \quad (9)$$

$$K_{PD}(z) = K_P + K_D \left\{ \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \right\} \equiv \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)},$$

$$\frac{D(z)}{K_{(n-2)}(z)} = \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z+1)(z-1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)}.$$

In case of using Tustin's Method, the corresponding discretized plant $G(z)$ with the sampling time $T=1/50$ samples, the Discrete-Time PID by $(n-2)$ PD Controllers, $D(z)=K_{(n-2)}(z)=K(z)$ and the dominant closed-loop poles z_d are

$$G(z) = \frac{[10^{-5}](z+0.9991)(z+1.0005 \pm j0.0008)}{(z-0.9802)(z-0.9417)(z-0.8868)}$$

$$\equiv \frac{K}{(z+1)(z+1)(z-1)}$$

$$K(z) = \frac{K(z-z_1)(z-z_2)}{(z+1)(z+1)(z-1)}$$

$$z_d = e^{T s_d} = 0.8805 + j0.1062.$$

Last time, the Proposed by Kitti has been applied to find $K(z)$ in Eqn. 10 in z -plane directly with the difficulty so much when the sampling time T is very small.

2.3 The Proposed by Kitti

This time, the Continuous-Time controller $K(s)$ in s -domain will be discretized to Discrete-Time controller $K(z)$ in z -domain as shown in Fig. 10.

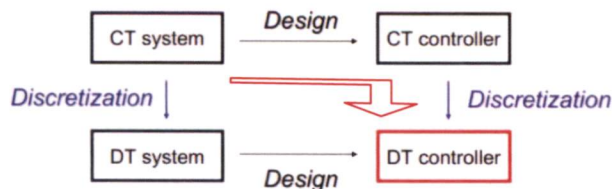


Fig. 10. Discretization for the Proposed by Kitti.

Rewrite Eqn. 7 in polynomial form, yield

$$K(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)(s+z_{pd})}{s},$$

$$K(s) = \frac{c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s}, \quad \Leftarrow \quad (11)$$

$$c_1 = K(z_1 z_2 + z_{pd} z_1 + z_{pd} z_2), \quad c_3 = K,$$

$$c_2 = K(z_1 + z_2 + z_{pd}), \quad c_0 = K z_1 z_2 z_{pd}.$$

Transforms the coefficients to obtain $K(z)$,

$$K(z) = \frac{d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0}{(z+1)(z+1)(z-1)}, \quad \Leftarrow \quad (12)$$

where

$$\begin{bmatrix} d_3 \\ d_2 \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2T^2 & T^3 & 4T & 8 \\ 1 & 2T^2 & 3T^3 & -4T \\ 2T^2 & -2T^2 & 3T^3 & -4T \\ -2T^2 & T^3 & 4T & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_0 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Finally, the solutions to $K(z)$ in Eqn. 10 be

$$K(z) = \frac{K}{[10^5] (z-0.9399)(z-0.8850)(z-0.8803)}$$

$$\equiv \frac{(s+3.1)(s+6.1)z_{pd}}{[10^5](z-1)(z+1)(z+1)}$$

From the solutions for $K(z)$ in Eqn. 14, it is evidently seen that the controller's zeros z_1, z_2 are automatically placed in z -plane, and the root loci also pass through the dominant closed loop pole z_d with circular shape as same as in s -plane. The corresponding root locus in z -plane is shown in Fig. 11.

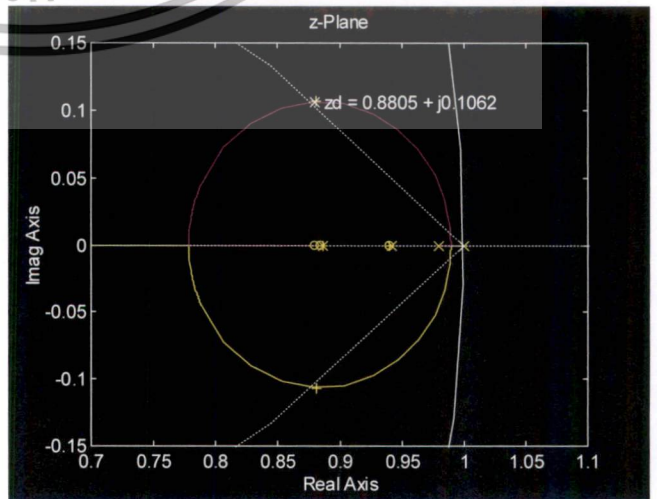


Fig. 11. DT-Root Locus Plot for the Proposed by Kitti.

เอกสารฉบับนี้ถูกเผยแพร่เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. Conclusions

Since, the PID controller is suitable for a second order plant. But, for a third or higher order plant, the zeros provided by the PID controller is not enough. In order to give more zeros, the $PID \times (n-2)$ stage PD cascade controller is then proposed by Associate Professor Dr. Kittitirasesth. Starting from the continuous-time controller, follow by two more of the discrete-time controllers. This paper is the third version of the discrete-time controller that directly transformed from the continuous-time controller with all features is maintained and ready for real time implementation.

Acknowledgment

The authors thank Associate Professor Dr. Kittitirasesth very much for his kindly valued suggestions.

References

- (1) D.W. Pessen, "A New Look at PID Controller Tuning," Transactions of the ASME, Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, Vol. 116, pp. 553-557, Sept. 1996
- (2) Thanit Trisuwanawat, Kittitirasesth, Jongkol Ngamwivit, and Michihiko Iida, "PID $\times (n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," SICE'98 Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers, pp. 965-968, 1998
- (3) Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwanawat, and Kittitirasesth, "Discrete PID $\times (n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," SICE Annual Conference 2008, The University Electro Communications, Japan, pp. 1784-1787, 2008
- (4) Krit Smerpitak, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwanawat, and Prera Lavanprakai, "Bilinear Discrete PID $\times (n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," 2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems, Jeju Island, Korea, Oct. 17-21, pp.1591-1596, 2012

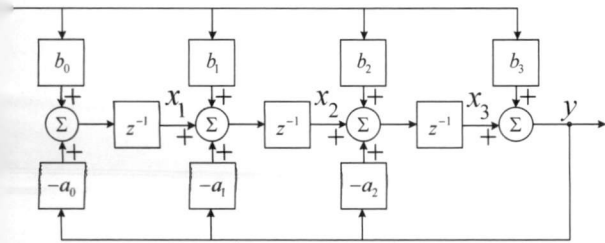


Fig. 12. OCF block diagram realization.

Rewrite Eqn. 12 to obtain the Observer Canonical Form (OCF) block diagram.

$$K(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (15)$$

The state space model for the discrete-time controller block diagram in Fig. 12 is given by

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_3 \\ b_1 - a_1 b_3 \\ b_2 - a_2 b_3 \end{bmatrix} e(k) \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3(k) + b_3 \\ x_3(k) \end{bmatrix} e(k) \quad u(k)$$

Eqn. 16 and block diagram in Fig. 12 may be used as a guideline for implementation of difference equations in real time.

The unit step responses shown in Fig. 13 are for the designed controller gain K and for $10K$ with faster response and smaller in percentage of the overshoot. So, the designer should use the controller's coefficients that corresponding to this value of the controller gain K .

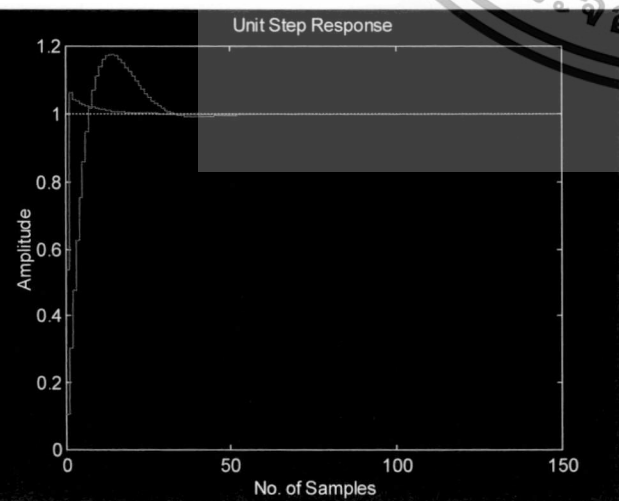


Fig. 13. DT - Unit step responses for the Proposed by

เอกสารนี้เป็นเอกสาร Kittitirasesth ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD Cascade แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ด้วยวิธีการของกิตติ

Thesis Title Design of Discrete PID x (n-2) Stage PD Cascade Controllers Based on Kitti's Method

นักศึกษา นายสุรลักษณ์ จรุงโสตร์

รหัสประจำตัว 54613410

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมอัตโนมัติ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ประภาช อุดคคกัมาพันธ์

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2016-EN-M-257-145

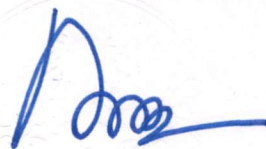
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.พิทยา	ปานนิล	
รศ.ดร.อัมพวัน	จุลเสวีวงศ์	
ผศ.ดร.เชิดพงษ์	ดีเลิศไพบุลย์	
รศ.ดร.ไสว	พงศ์สวัสดิ์	
รศ.ประภาช	อุดคคกัมาพันธ์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันศุกร์ที่ 8 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 เวลา 13.00-15.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 3

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วันที่ 8 กรกฎาคม พ.ศ. 2559

ภาคผนวก ข.
ตารางการแปลง Z



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข1 : คู่ one-sided z-transform

$f(t)$ $t \geq 0$	$f(t), f(kT)$ $k \geq 0$	$F(z)$
	$\delta(k)$	1
	$u(t)$ หรือ 1	$\frac{z}{z-1}$
	a^k	$\frac{z}{z-a}$
	ka^k	$\frac{az}{(z-a)^2}$
	$k^2 a^k$	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$
	$(k+1)a^k$	$\frac{z^2}{(z-a)^2}$
	$\frac{(k+1)(k+2)a^k}{2!}$	$\frac{z^3}{(z-a)^3}$
	$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)a^k}{3!}$	$\frac{z^4}{(z-a)^4}$
	$\frac{a^k}{k!}$	$e^{a^{-1}}$
t	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$(kT)^2$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{2Te^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\sin \omega t$	$\sin \omega kT$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\cos \omega t$	$\cos \omega kT$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข2 : คู่ตัวแปลงลาปลาซและตัวแปลง z

$F(s)$	$F(z)$
$1/s$	$\frac{z}{z-1}$
$1/s^2$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$1/s^3$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2-2z \cos \omega T+1}$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z(z-\cos \omega T)}{z^2-2z \cos \omega T+1}$
$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega T}{z^2+2ze^{-aT} \cos \omega T+e^{-2aT}}$
$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{z^2-ze^{-aT} \cos \omega T}{z^2-2ze^{-aT} \cos \omega T+e^{-2aT}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นาย สุรลักษณ์ จรุงโสตร์
วัน เดือน ปีเกิด	28 พฤษภาคม 2528 ที่กรุงเทพมหานคร
ที่อยู่	7 ซอยจรัญสนิทวงศ์93 ถนนจรัญสนิทวงศ์ แขวงบางอ้อ เขตบางพลัด กรุงเทพมหานคร 10700 โทร. 08-1817-4121
ประวัติการศึกษา	2550 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ความชำนาญเฉพาะด้าน	1.) ระบบควบคุมแบบกระจายส่วน (DCS System) 2.) ระบบควบคุมความปลอดภัย (ESD System) 3.) ระบบควบคุมกระบวนการผลิตแบบ Batch และ Continuous
ประสบการณ์การทำงานและผลงานวิจัย	
พ.ศ.2549	ผลงานวิจัยปริญญาตรี เรื่อง “Design and Development of Robotic Arm for Industrial”
พ.ศ.2550-2555	ตำแหน่ง Automation Engineer บริษัท ดีมายเออร์ จำกัด
พ.ศ.2555-ปัจจุบัน	ตำแหน่ง System Engineer บริษัท ซีเมนส์ จำกัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้