สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

SIMULATION OF DERAILMENT DUE TO WHEEL CLIMB USING FINITE ELEMENT METHOD

T141260

สุรทัศน์ กองสุข
SURATHAD GONGSUK

วพ.
ส 8491
เลขหมู่ 2068
เลขทะเบียน 141260
วัน.เดือน.ปี - 8 มี.ค. 2559
b. 1275299X
i.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2558

KMITL-2015-EN-M-030-187

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SIMULATION OF DERAILMENT DUE TO WHEEL CLIMB USING FINITE ELEMENT METHOD

SURATHAD GONGSUK

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2015

KMITL-2015-EN-M-030-187

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2015

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Thesis Title Simulation of Derailment Due to Wheel Climb Using Finite Element Method

นักศึกษา นายสุรทัศน์ กองสุข

รหัสประจำตัว 55610903

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2015-EN-M-030-187

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.จารุวัตร	เจริญสุข	
ผศ.ดร.อุนนัต	พิณโสภณ	
ผศ.ดร.ฐิตะพล	หุยะนันท์	
ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์	พิมสาร	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 6 ตุลาคม พ.ศ. 2558 เวลา 15.00-17.00 น.
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 3

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร.คมสัน มาลีสี)
คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์
วันที่ 6 ตุลาคม พ.ศ. 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
นักศึกษา	นายสุรทัศน์ กองสุข
รหัสประจำตัว	55610903
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2558
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร

บทคัดย่อ

ความปลอดภัยขั้นพื้นฐานของการขนส่งทางรถไฟ คือการตกรางไม่ควรจะเกิดขึ้นในระหว่างการวิ่งของขบวนรถไฟ การทดลองเพื่อศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและรางจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อความปลอดภัยจากการตกราง แต่ต้องใช้งบประมาณการลงทุนสูง การศึกษาปฏิสัมพันธ์โดยพื้นฐานทั่วไปตามพิกัดความปลอดภัยของนาดาล (Nadal's safety limit) จะมาจากหลักสมดุลอย่างง่ายในสองมิติที่มีความสัมพันธ์เฉพาะมุมบังใบล้อและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่านั้น แต่ไม่นำผลของมุมปะทะของชุดล้อมาพิจารณา งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง และการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนราง (Wheel flange climb derailment) ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ LS–Dyna 971 ถูกนำมาช่วยในการจำลองการปีนรางของชุดล้อภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือน (Quasi-static) ซึ่งตัวแปรสำคัญที่ใช้การศึกษาการปีนรางประกอบด้วยมุมปะทะของล้อ มุมของบังใบล้อสัมผัส และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง ค่ามุมปะทะของล้อที่ใช้ในการศึกษามีค่า 0° 0.25° 0.50° 0.75° 1.0° 1.25° และ 1.50° มุมบังใบล้อสัมผัสที่ใช้มีค่า 60° 65° และ 70° ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและรางที่ใช้ในการศึกษามีค่า 0.15 0.25 และ 0.35 ตามลำดับ ผลของการจำลองจากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางมีมากกว่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาลในกรณีมุมปะทะของล้อมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ และจะมีค่าสอดคล้องกันเมื่อมุมปะทะของล้อมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนมุมของบังใบล้อสัมผัสที่มากขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและรางที่ลดลงจะช่วยลดความเสี่ยงการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับงานวิจัยปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง ที่ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบกับการใช้สูตรของนาดาล

คำสำคัญ : การตกราง ล้อปีนราง ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Simulation of Derailment Due to Wheel Climb Using Finite Element Method
Student	Mr. Surathad Gongsuk
Student ID	55610903
Degree	Master of Engineering
Program	Mechanical Engineering
Year	2015
Thesis Advisor	Asst.Prof.Dr. Monsak Pimsarn

ABSTRACT

The basic requirement for the safety of railway transportation is that derailment during the running of train should be never permitted. An experiment to study on the wheel/rail interaction is important to the derailment safety, but it requires a large investment budget. Normally, the Nadal's safety limit, based on two dimension equilibrium equations of simple wheel/rail contact and only related to the wheel flange contact angle and friction coefficient. It was found that the Nadal's formula is quite conservative and not related to a wheel attack angle. This research is aimed to investigate on the wheel/rail interaction and wheel flange climb derailment using finite element method. The Altair HyperWorks 11.0 and LS-Dyna 971 software were employed in wheel flange climb derailment simulation of a single wheelset based on the quasi-static process. The important parameters of derailment simulation study are wheel attack angle, flange contact angle and wheel/rail friction coefficient. The wheelset attack angles used in this study are 0°, 0.25°, 0.50°, 0.75°, 1.0°, 1.25° and 1.50°. A flange contact angles used are 60°, 65° and 70° and wheel/rail friction coefficients are 0.15, 0.25, and 0.35, respectively. The simulation results show that the derailment criteria lead to less conservative values than Nadal's safety limit for zero or close to zero wheelset attack angles. If the wheelset attack angle increases, the results are converged to those predicted by Nadal's safety limit. The flange contact angle increase and the reduction of wheel/rail friction coefficient is of advantage to prevent wheel climb derailment. This is consistent with research of the wheel/rail interaction by the experiment compare with Nadal's formula.

Keywords : Derailment, Wheel climb, Finite element method

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยคำแนะนำ คำปรึกษา และความกรุณาเป็นอย่างยิ่งจากท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้ในเชิงวิชาการ อันเป็นแนวทางในการทำวิจัย ชี้จุดข้อบกพร่องและแนวทางในการแก้ไข ปลูกฝังให้ผู้วิจัยมีความมานะ พยายาม และเป็นแบบอย่างที่ดีแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด รวมถึงการให้ความเอาใจใส่ดูแล ติดตามการดำเนินงานการทำวิทยานิพนธ์อย่างสม่ำเสมอ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ผู้ที่มีพระคุณอันหาที่สุดไม่ได้ ที่ได้เลี้ยงดู อบรมสั่งสอน ขอขอบคุณทุกๆ คนในครอบครัวที่คอยให้กำลังใจเสมอมา ขอบคุณพี่ๆ นักศึกษาปริญญาโท เอก ทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำ ความรู้ และการช่วยเหลือทุกอย่าง ที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ความสำเร็จใดๆ ที่เกิดขึ้นขอมอบให้แก่ผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้กล่าวมาข้างต้น

สุรทัศน์ กองสุข

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II
กิตติกรรมประกาศ III
สารบัญ IV
สารบัญตาราง VII
สารบัญรูป VIII
รายการสัญลักษณ์ XI
บทที่ 1 บทนำ 1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา 3
1.3 ขอบเขตการวิจัย 3
1.4 ระเบียบวิธีการวิจัย 3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

บทที่ 2 ทบทวนวรรณกรรม 5
2.1 บทนำ 5
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 5

บทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง 11
3.1 บทนำ 11
3.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง 11
3.2.1 รางรถไฟ 13
3.2.2 ชุดล้อ 14
3.2.3 การเคลื่อนที่ของรถไฟและองศาอิสระของชุดล้อ 15
3.2.4 กลไกการสัมผัสและแรงที่กระทำระหว่างล้อและราง 16
3.2.5 การเคลื่อนที่ของรถไฟและองศาอิสระของชุดล้อ 20
3.2.6 พิกัดความปลอดภัยของการตกรางของรถไฟเนื่องจากล้อปีนราง 20
3.2.6.1 พิกัดความปลอดภัยของนาดาล (Nadal's safety limit) 21
3.2.6.2 พิกัดความปลอดภัยของไวน์สต็อค (Weinstock's safety limit) 23
3.2.6.3 พิกัดความปลอดภัยจากการประมาณจากสูตร 24
3.3 ทฤษฎีพื้นฐานกลศาสตร์ของแข็ง 26
3.3.1 สมการเงื่อนไขขอบเขต 27
3.3.2 สมการสมดุลเชิงอนุพันธ์ 28
3.4 หลักพื้นฐานของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า
3.4.1 การวิเคราะห์กลศาสตร์ของแข็งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 30
3.4.2 การวิเคราะห์แบบวิธีปริยายสถิตย์ (Static implicit method) ด้วยโปรแกรม LS-Dyna 971 39

บทที่ 4 วิธีการดำเนินงานวิจัย 42
4.1 บทนำ 42
4.2 แบบจำลองของล้อและราง 43
4.3 วิธีการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 43
4.3.1 กระบวนการจำลองด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป 44
4.3.2 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและราง 45
4.3.3 การนำแบบจำลองล้อและรางเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 45
4.3.4 การสร้างเอลิเมนต์ให้แบบจำลอง 46
4.3.5 การกำหนดวัสดุให้แบบจำลอง 48
4.3.6 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้แบบจำลอง 49
4.3.7 การนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 .. 52
4.3.8 การประมวลผลแบบจำลองด้วยโปรแกรม LS-Dyna 971 52
4.3.9 การแสดงผลการจำลองด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 53
4.4 การพิสูจน์ความถูกต้อง 55

บทที่ 5 ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล 58
5.1 การศึกษาผลการพิสูจน์ความถูกต้องของแบบจำลองล้อเดี่ยวสัมผัส 58
5.2 การศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากอิทธิพลของมุมบังใบล้อสัมผัสค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง 59
5.2.1 ผลการวิเคราะห์แรงสัมผัสระหว่างล้อและรางจากการจำลอง 59
5.2.2 ผลการวิเคราะห์พิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากการจำลอง 62
5.3 การศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากอิทธิพลของมุมปะทะของล้อ 63

บทที่ 6 สรุปผลและข้อเสนอแนะ 68
6.1 บทสรุป 68
6.2 ข้อเสนอแนะ 68

เอกสารอ้างอิง 70

ภาคผนวก 72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก ก. การสร้างแบบจำลองสามมิติ ด้วยโปรแกรม UniGraphics NX7.5	73
ภาคผนวก ข. การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของล้อและรางด้วยโปรแกรม Altair HyperWork 11.0	75
ภาคผนวก ค. ตัวอย่างการคำนวณ	78
ภาคผนวก ง. การตรวจสอบกระบวนการสถิตย์เสมือนของแบบจำลอง	82
ภาคผนวก จ. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่	85
ประวัติผู้เขียน	95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า
1.1 แสดงสถิติขบวนรถตกรางระหว่างปีงบประมาณ พ.ศ. 2551 – 2555 2
3.1 แสดงรายละเอียดของส่วนประกอบของแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา 12
3.2 แสดงเส้นผ่านศูนย์กลางตามมาตรฐานของ รฟท 15
4.1 แสดงจำนวนเอลิเมนต์ในแต่ละรายการ 48
4.2 แสดงค่าสมบัติเชิงกลของวัสดุจำลองยืดหยุ่นของล้อและราง 48
4.3 แสดงผลการคำนวณแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับการยุบตัวระหว่างล้อและราง 55

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

1.1 แสดงการวิ่งของการรถไฟแห่งประเทศไทย 2
2.1 แสดงชุดล้อและแรงในการปีนรางที่บังใบล้อ 5
2.2 ค่าสัมประสิทธิ์การตกรางทั้งสองล้อกับมุมปะทะของล้อ 6
2.3 ค่าสัมประสิทธิ์การตกรางแบบสองมิติ และสามมิติ 6
2.4 ค่าสัมประสิทธิ์การตกราง L_V ที่มุมสัมผัสบังใบล้อต่างๆ 7
2.5 แสดงที่มาของเกณฑ์การตกรางจากการวิเคราะห์แบบสองมิติของนาดาล 7
2.6 แสดงที่มาของเกณฑ์การตกรางจากสูตรการวิเคราะห์แบบสามมิติ 8
2.7 แสดงผลเปรียบเทียบของเกณฑ์การตกรางจากสูตรวิเคราะห์กับการทดลอง 8
2.8 แสดงผลจากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของล้อสัมผัส 9
2.9 แสดงผลของแรงในแนวด้านข้างกับระยะการปีนรางที่สภาพทางต่างๆ 10
2.10 แสดงผลของแรงสัมผัสตั้งฉากกับระยะการยุบตัวของวัตถุทรงกลมยืดหยุ่น 10
3.1 แสดงรูปแคร่ด้านหน้าและด้านข้างของรถไฟแบบ 2 เพลา 11
3.2 แสดงส่วนประกอบและการรับน้ำหนักของแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา 12
3.3 แสดงขนาดและมิติของราง UIC 50 และ UIC 60 13
3.4 แสดงความกว้างของทางรถไฟ 14
3.5 แสดงการรับน้ำหนักบังใบล้อและรางบังคับให้ขบวนรถไฟวิ่งไปตามราง 14
3.6 แสดงรูปร่างของล้อตามมาตรฐานของ รฟท 15
3.7 แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ต่างๆ ของตัวรถไฟ 16
3.8 แสดงการเคลื่อนที่แบบส่ายตัวของชุดล้อ และมุมปะทะของล้อ 16
3.9 แสดงรูปทั่วไปของกลไกการสัมผัสของเฮิรตซ์ 17
3.10 แสดงกลไกการสัมผัสระหว่างล้อและราง 18
3.11 แสดงรูปแบบการสัมผัสเสียดทานของคูลอมบ์ กับการสัมผัสเสียดทานกลิ้ง 19
3.12 แสดงรูปแบบต่างๆ ของการสัมผัสเสียดทานกลิ้ง 19
3.13 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง แรงกระทำบนชุดล้อ 20
3.14 แสดงแรงกระทำที่บังใบล้อของพิกัดความปลอดภัยของนาดาล 21
3.15 แสดงพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่มุมบังใบและค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ 22
3.16 แสดงผลของมุมปะทะของล้อต่อพิกัดอัตราส่วนของ L/V 22
3.17 แสดงผลของระยะการปีนรางที่พื้นล้อกับอัตราส่วนของ L/V ที่มุมบังใบล้อ 75° 23
3.18 แสดงผลเปรียบเทียบพิกัดของนาดาลกับไวน์สต็อค 23
3.19 แสดงความสมดุลตำแหน่งใดๆ ในของแข็งและเงื่อนไขขอบเขต 26
3.20 แสดงส่วนประกอบความเค้นในสามมิติ 28
3.21 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกเป็นส่วนย่อยด้วยเอลิเมนต์สามมิติทรงสี่หน้า 30
3.22 แสดงจุดต่อของเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าในพิกัดรวม (Global coordinate system) 31
3.23 แสดงการคำนวณเพื่อหาเมทริกซ์ความแข็ง (K_i) 41

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.1 แสดงแผนภูมิของงานวิจัย 42
4.2 แสดงรูปร่างหน้าตัดของล้อตามมาตรฐาน รฟท. และรางตามมาตรฐาน UIC 60 43
4.3 แสดงกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป 44
4.4 แสดงแบบจำลองของชุดล้อและรางจากโปรแกรม UniGraphics NX7.5 45
4.5 แสดงการนำแบบสามมิติเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 45
4.6 แสดงการเตรียมผิวตรงบริเวณจุดสัมผัสของล้อเพื่อการสร้างเม็ช (Meshing) 46
4.7 แสดงการสร้างเอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า 46
4.8 แสดงการสร้างเม็ช (Meshing) ของล้อด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 47
4.9 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยการแบ่งออกเป็นส่วนย่อยๆ (Discretization) 47
4.10 แสดงการกำหนดวัสดุให้แบบจำลองของล้อและราง 48
4.11 แสดงขอบเขตเงื่อนไขของแบบจำลองการปีนราง 49
4.12 แสดงการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้รางถูกยึดอยู่กับที่ 49
4.13 แสดงเงื่อนไขขอบเขตการกำหนดน้ำหนักกดเพลาทั้งสองด้านให้แบบจำลอง 50
4.14 แสดงการสร้างเส้นโหลดเพื่อกำหนดการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างของโหนดนำ 50
4.15 แสดงเส้นโหลด (Load curve) ของการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างกับช่วงเวลา (Step time) 51
4.16 แสดงการกำหนดให้โหนดนำ (Pivot node) เคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง 30 มิลลิเมตร 51
4.17 แสดงการนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 52
4.18 แสดงการนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เข้าสู่การประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls Manager 52
4.19 แสดงการประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971 53
4.20 แสดงชนิดของไฟล์ที่ได้จากการประมวลผล 53
4.21 แสดงการแสดงผลจากภาพเคลื่อนไหวด้วยโปรแกรม HyperView 54
4.22 แสดงการแสดงผลกราฟของแรงสัมผัสด้วยโปรแกรม HyperGrap 54
4.23 แสดงแบบจำลองการตรวจสอบของล้อเดี่ยวสัมผัส 55
4.24 กราฟแสดงแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับระยะยุบตัวระหว่างล้อและราง 56
4.25 แสดงการจำลองแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับระยะยุบตัวระหว่างล้อและราง 56
4.26 แสดงแบบจำลองการตรวจสอบของล้อเดี่ยวสัมผัส 56
4.27 แสดงแผนภูมิการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 57
5.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบแรงสัมผัสกับระยะยุบตัวของล้อเดี่ยว 58
5.2 แสดงผลการจำลองที่สภาวะเริ่มต้นการปีนรางของชุดล้อ 59
5.3 แสดงผลการจำลองที่สภาวะสุดท้ายการปีนรางของชุดล้อ 59
5.4 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 60° 60
5.5 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 65° 60
5.6 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 70° 61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.7 กราฟเปรียบเทียบผลการจำลองของแรง L และ V กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 61
5.8 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 60° 62
5.9 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 65° 62
5.10 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 70° 63
5.11 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 0.25° 64
5.12 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 0.50° 64
5.13 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 0.75° 64
5.14 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 1.00° 65
5.15 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 1.25° 65
5.16 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 1.50° 65
5.17 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง L/V ที่มุมปะทะของล้อต่างๆ 66
5.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดการตกราง L/V กับมุมปะทะของล้อ 66

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ / คำย่อ	ชื่อ / ความหมาย
A	ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันรูปร่างตามแนวยาวที่ตัดผ่านจุดสัมผัส
$[A]$	เมทริกซ์การแปลงรูปจากระบบพิกัดรวม ไปยังพิกัดจุดสัมผัส
B	ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันรูปร่างตามด้านข้างที่ตัดผ่านจุดสัมผัส
$[D]$	เมทริกซ์ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด
E	ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุ (MPa)
F	แรงลัพธ์สัมผัสระหว่างล้อและราง (N)
F_n	แรงตั้งฉากที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง (N)
F_{cx}	แรงสัมผัสในแนวยาวระหว่างล้อและราง (N)
F_{cy}	แรงสัมผัสในแนวด้านข้างระหว่างล้อและราง (N)
$\{f\}$	เมทริกซ์แรงภายนอกทั้งหมด (N)
f_y	ค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้ (Corresponding coefficient)
G	ค่ามอดูลัสความเค้นเฉือน (Shear modulus) (MPa)
g_N	ช่องว่างการสัมผัสตั้งฉาก (mm)
H	แรงในแนวยาวที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง (N)
$\hbar$	ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮิรตซ์ (Hertz's coefficient)
$[J]$	เมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix)
$[K]$	เมทริกซ์เอกฐาน (Singular matrix)
$[K_t]$	เมทริกซ์ความแข็ง (Stiffness matrix)
L	แรงในแนวด้านข้างที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง (N)
L/V	พิกัดความปลอดภัยของการตกราง
N_m	ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function)
P_L	แรงจากน้ำหนักในแนวตั้งกระทำบนชุดล้อด้านซ้าย (N)
P_R	แรงจากน้ำหนักในแนวตั้งกระทำบนชุดล้อด้านขวา (N)
$P(x^n)^{n+1}$	เวกเตอร์ของภาระภายนอกที่ $n+1$
p_N	ความเค้นสัมผัสตั้งฉาก (N/mm^2)
R_w	รัศมีความโค้งหลักตามแนวขวางของล้อ (mm)
R_T	รัศมีเส้นขอบของรางตามแนวขวาง (mm)
r_0	รัศมีล้อที่จุดสัมผัส (mm)
r_L	รัศมีการกลิ้งที่จุดสัมผัสล้อซ้าย (N)
r_R	รัศมีการกลิ้งที่จุดสัมผัสล้อขวา (N)
r_e'	แรงปฏิกิริยาที่จุดสัมผัส (N)
S_y	ระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างของชุดล้อ (mm)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์ / คำย่อ	ชื่อ / ความหมาย
$\vec{T}_S$	แรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่พื้นผิว (N)
t_x	ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงคืบในแกน x
t_y	ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงคืบในแกน y
Δt	ช่างเวลา (Step time)
U	พลังงานศักย์ความเครียดภายในเนื้อวัสดุ (J)
u	การกระจัดตามแนว x (mm)
V	แรงในแนวตั้งที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง (N)
V_e	ปริมาตรของเอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า
v	การกระจัดตามแนว y (mm)
w	การกระจัดตามแนว z (mm)
z_1	ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ของวัตถุ 1
z_2	ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ของวัตถุ 2
ψ	มุมปะทะของล้อ (°)
δ_L	มุมสัมผัสของจุดสัมผัสที่ล้อซ้าย (°)
δ_R	มุมสัมผัสของจุดสัมผัสที่ล้อขวา (°)
δ_n	ระยะยุบตัวของล้อในแนวตั้งฉาก (mm)
υ	ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)
θ	มุมการกลิ้งของล้อ (°)
$\{\sigma\}$	เมทริกซ์ความเค้น (N/mm^2)
$\{\varepsilon\}$	เมทริกซ์ความเครียด
ϕ	ฟังก์ชันพารามิเตอร์
α_i	ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันรูปร่าง α_i
β_i	ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันรูปร่าง β_i
δ_i	ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันรูปร่าง δ_i
$\{\varphi\}$	ฟังก์ชันการกระจัด
$\{\rho\}$	เมทริกซ์ความหนาแน่นจำเพาะของวัตถุ
Ω_p	พลังงานศักย์ของแรงกระทำเป็นจุด (Concentrated force) (J)
Ω_s	พลังงานศักย์ของแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่พื้นผิว (J)
Π	พลังงานศักย์รวม (J)
Δu_0	ช่วงการเพิ่มของการกระจัด (Increment in displacement)
μ	ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ตามที่ประเทศไทยประกาศตัวเข้าร่วม ASEAN Economics Community; AEC หรือประชาคมเศรษฐกิจอาเซียน และจะเป็นศูนย์กลางการเชื่อมโยงการขนส่งสินค้าของประชาคมอาเซียน ทั้งรัฐบาลและเอกชนก็ได้ดำเนินการไปแล้วหลายฝ่าย คณะรัฐมนตรีมีคำแถลงนโยบาย เมื่อวันที่ 23 สิงหาคม 2554 ให้พัฒนาระบบคมนาคมขนส่งทางรางของประเทศ ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าการขนส่งทางรางประหยัดพลังงานได้มากกว่าระบบการขนส่งทางบกรูปแบบอื่นเมื่อขนส่งในปริมาณที่เท่ากัน คือ รถไฟขนสินค้าประหยัดพลังงานกว่าการขนส่งด้วยรถบรรทุก 3.5 ถึง 4.5 เท่า รถไฟขนผู้โดยสารประหยัดพลังงานมากกว่ารถโดยสารสาธารณะ 1.7 ถึง 2.0 เท่า และประหยัดพลังงานกว่ารถโดยสารส่วนบุคคล ถึง 5.0 เท่า ดังนั้นตามนโยบายดังกล่าวการพัฒนาระบบคมนาคมขนส่งทางรางเพื่อการบริหารจัดการขนส่งผู้โดยสาร สินค้าและบริการที่สะดวกและปลอดภัยทั้งในพื้นที่ชนบท พื้นที่เมือง และระหว่างประเทศ ซึ่งความปลอดภัยขั้นพื้นฐานของการขนส่งทางรถไฟ คือไม่ควรมีการตกรางเกิดขึ้นในระหว่างการวิ่งของขบวนรถไฟ จากข้อมูลของการรถไฟแห่งประเทศไทย พบว่าสถิติของรถไฟตกราง มีความถี่เกิดขึ้นสูง ดังแสดงในตารางที่ 1.1 พบว่าการตกรางระหว่างปีงบประมาณ พ.ศ. 2551 – 2555 มีค่าเฉลี่ยประมาณ 100 ครั้งต่อปี อุบัติเหตุจากการตกรางของรถไฟหลายครั้งทำให้สูญเสียชิวิตและทรัพย์สิน ขาดความเชื่อมั่นจากผู้ใช้บริการ โดยสาเหตุของการตกรางของรถไฟนั้นมีปัจจัยหลักที่เกี่ยวข้องดังนี้ สภาพของทางรถไฟชำรุดส่งผลต่อการสั่นสะเทือนของตัวรถไฟ ความเสถียรภาพในแนวขวางของตัวรถไฟและจากการควบคุมการเดินรถ ซึ่งปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง (Wheel/rail interaction) เป็นผลต่อสาเหตุดังที่กล่าวข้างต้น โดยเกิดจากการใช้งานจริงของการสัมผัสระหว่างล้อและราง เช่น ความเสียดทานระหว่างล้อและราง รูปร่างล้อ (Wheel profile) และมุมบังใบล้อ (Flange angle) จะส่งผลโดยตรงต่อแรงการปีนรางของล้อ จนเป็นเหตุให้รถไฟตกรางในที่สุด การทดลองเพื่อศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและรางจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อความปลอดภัยจากการตกราง แต่อย่างไรก็ตามการทดลองเพื่อศึกษาดังกล่าวในประเทศไทยยังไม่ได้ให้ความสำคัญเท่าที่ควรโดยส่วนใหญ่จะเป็นการบำรุงรักษาตามระยะการใช้งานที่ถูกออกแบบและกำหนดจากต่างประเทศ และยังไม่มีการศึกษาในเชิงวิจัยมากนัก

จากการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าการวิเคราะห์การตกรางจะแบ่งเป็นสองกรณีตามหลักของกลศาสตร์วิศวกรรม คือ กรณีที่หนึ่งการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนราง เป็นการประเมินโดยวิธีสูตรคลาสสิคอล (Classical formula) และวิธีการประมาณจากสูตรเชิงวิเคราะห์ (Approximate analytical formula) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์แบบกระบวนการสถิตเสมือน (Quasi-static) กรณีที่สองการตกรางเนื่องจากล้อกระแทกราง เป็นการวิเคราะห์การตกรางแบบพลศาสตร์ (Dynamic derailment) การศึกษาการปีนของบังใบล้อเป็นการศึกษาขั้นพื้นฐานของการตกรางของรถไฟ ซึ่งสาเหตุอาจเกิดจากแรงด้านข้างของล้อและรางมีค่ามาก และภาระน้ำหนักกดล้อมีค่าน้อย กระบวนการปีนรางของบังใบล้อจะถูกพิจารณาเป็นสภาวะคงตัว (Steady state) โดยไม่นำผลความเฉื่อยของชุดล้อมาพิจารณา พิกัดความปลอดภัยของนาดาล (Nadal's safety limit) จะเป็นพิกัดการประเมินการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางซึ่งจะพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของมุมบังใบล้อสัมผัสและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่านั้น

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศไทย การประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ในการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางพบว่ายังไม่มีงานวิจัยที่เคยทำมาก่อน ดังนั้นงานวิจัยนี้ เป็นงานวิจัยแรกของประเทศไทยที่นำผลของกลไกการสัมผัสระหว่างล้อและรางมาประยุกต์ใช้กับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตามทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ (Hertz's contact theory) ระหว่างล้อและราง ซึ่งตัวแปรที่สำคัญต่อพิกัดการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง และนำมาใช้ในการวิเคราะห์ประกอบไปด้วย มุมของบังใบล้อสัมผัส ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง และมุมปะทะของล้อ (Wheel attack angle) เพื่อเปรียบเทียบกับพิกัดการตกรางที่ได้จากการวิเคราะห์สมดุลสองมิติ และวิธีการประมาณจากสูตรเชิงวิเคราะห์ (Approximate analytical formula) ในสามมิติ มาประยุกต์ใช้ร่วมกับโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ LS-Dyna 971 เพื่อช่วยจำลองการปีนราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของชุดล้อ เพื่อเป็นพื้นฐานการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง รวมถึงการปรับปรุงรูปร่างของล้อและรางให้เหมาะสม และหลีกเลี่ยงการตกรางของระบบการขนส่งทางรางในอนาคตต่อไป

รูปที่ 1.1 แสดงการวิ่งของการรถไฟแห่งประเทศไทย

ตารางที่ 1.1 แสดงสถิติขบวนรถตกรางระหว่างปีงบประมาณ พ.ศ. 2551 – 2555***

ปีงบประมาณ	จำนวนที่ตกราง (ครั้ง)
2551	131
2552	94
2553	96
2554	113
2555 (ต.ค. – มิ.ย.)	60

<u>หมายเหตุ</u> *** ข้อมูลจากการรถไฟแห่งประเทศไทย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและรางรถไฟ

2. เพื่อศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

3. เพื่อศึกษาการจำลองการตกราง เนื่องจากล้อปีนรางด้วยกระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4. เพื่อศึกษาผลการจำลองการตกราง เนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เปรียบเทียบกับ พิกัดความปลอดภัยของนาดาล (Nadal's safety derailment)

5. เพื่อศึกษาผลของค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน มุมบังใบล้อ และมุมปะทะของล้อต่อพิกัดความปลอดภัยของการตกราง เนื่องจากล้อปีนราง

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้ เป็นการศึกษาการประเมินการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ของชุดล้อที่ใช้ในการรถไฟแห่งประเทศไทย (รฟท.) ภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือน ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบกับพิกัดการปีนรางของนาดาลที่ได้จากการวิเคราะห์จากสูตรสมดุลสองมิติ จากนั้นนำทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ ที่พิจารณาให้ความสำคัญต่อกลไกการสัมผัส ในสามมิติมาประยุกต์ใช้ร่วมกับโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ LS-Dyna 971 เพื่อช่วยจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังนั้นจึงกำหนดขอบเขตของงานวิจัยไว้ดังนี้

1. การศึกษาเฉพาะรูปร่างล้อของรถไฟโดยสาร ตามมาตรฐานของ รฟท.

2. การศึกษาการประเมินการตกรางของล้อ ภายใต้ข้อสมมุติว่าล้อและรางอยู่ในสภาวะสมบูรณ์ไม่มีการสึกหรอและบิดตัวเนื่องจากการใช้งาน

3. การศึกษาการประเมินการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางภายใต้กระบวนการสถิตย์เท่านั้น ล้อไม่มีการหมุนกลิ้งระหว่างการจำลอง

4. ประยุกต์ใช้โปรแกรม UG NX7.5 ออกแบบสามมิติของชุดล้อ

5. ประยุกต์ใช้โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ LS-Dyna 971 เพื่อการจำลองการปีนรางภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือน ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

6. ค่ามุมบังใบล้อสัมผัสมีค่า 60° 65° และ 70° ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและรางมีค่า 0.15 0.25 และ 0.35 มุมปะทะของล้อมีค่า 0° 0.25° 0.50° 0.75° 1.0° 1.25° และ 1.50° ตามลำดับ

1.4 ระเบียบวิธีการวิจัย

1. ศึกษาและรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจากหนังสือ วารสาร และหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง โดยจัดเป็นหมวดหมู่ ดังต่อไปนี้

1.1 ความรู้พื้นฐานของงานวิศวกรรมรถไฟ

1.2 ทฤษฎีกลศาสตร์การสัมผัสระหว่างวัตถุและปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง

1.3 สูตรพิกัดความปลอดภัยของตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

1.4 ความรู้พื้นฐานของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จากโปรแกรม Altair HyperWork 11.0 และ Ls–Dyna 971

2. ศึกษาทฤษฎีการสัมผัสในแนวตั้งฉาก และแนวสัมผัสที่มีผลต่อแรงในการปีนรางซึ่งเกิดขึ้นจากการสัมผัสระหว่างล้อและราง

3. ศึกษาการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับแบบจำลองการสัมผัสอย่างง่ายของล้อเดียวและทำการเปรียบเทียบผลของแรงสัมผัสในแนวตั้งฉาก ระหว่างการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์

4. ศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ตามหลักสมดุลอย่างง่ายในสองมิติ และจากสูตรประมาณการของระบบพิกัดสามมิติ

5. ศึกษาพิกัดการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางสามมิติ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

การวิจัยนี้มุ่งเป้าตอบสนองความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ด้วยการนำเทคโนโลยีด้าน CAE (Computer Aided Engineering) ซึ่งเป็นที่นิยมใช้อย่างกว้างขวางในอุตสาหกรรม งานวิศวกรรมต่างๆ มาประยุกต์ใช้กับปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง เพื่อหาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง และเป็นข้อมูลการพัฒนาระบบขนส่งทางรางของประเทศต่อไป โดยถือเป็นงานวิจัยแรกในประเทศไทย

1. สามารถถ่ายทอดเทคโนโลยีการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จากผลงานวิจัย

2. ได้แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อเป็นต้นแบบ และสามารถวิเคราะห์หาสาเหตุการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

3. ได้พิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และแนวทางการหลีกเลี่ยงการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาระบบการขนส่งทางรางในอนาคต

มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทบทวนวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

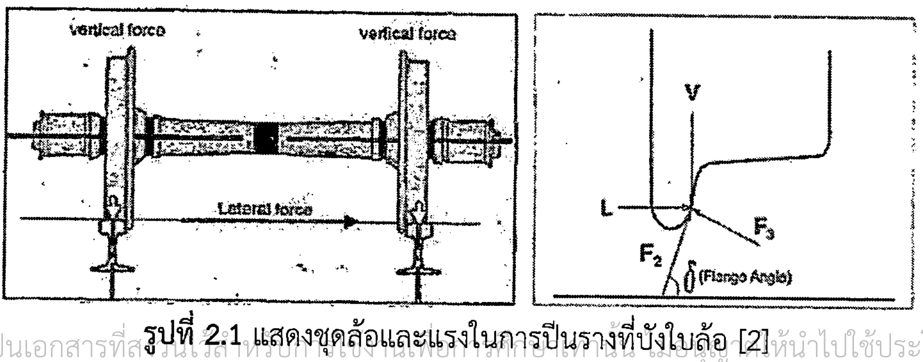
2.1 บทนำ

การศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง และการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางที่นักวิจัยท่านอื่นได้ศึกษาหรือทำการวิจัยมาก่อนถือเป็นองค์ความรู้ที่สำคัญก่อนเริ่มดำเนินการวิจัย ซึ่งวิธีการศึกษาวิเคราะห์นั้นมีการปรับปรุงอย่างต่อเนื่อง โดยเริ่มจากการวิเคราะห์จากสูตรอย่างง่ายในสองและสามมิติ การนำเทคโนโลยีด้านคอมพิวเตอร์มาช่วยจำลอง และเปรียบเทียบผลกับการทดลองจริง เพื่อความความถูกต้องต่อการวิจัย และหลีกเลี่ยงการตกรางของรถไฟ ดังนั้นบทนี้จะเป็นการทบทวนวรรณกรรม และการวิจัยที่เกี่ยวข้องของการศึกษาการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

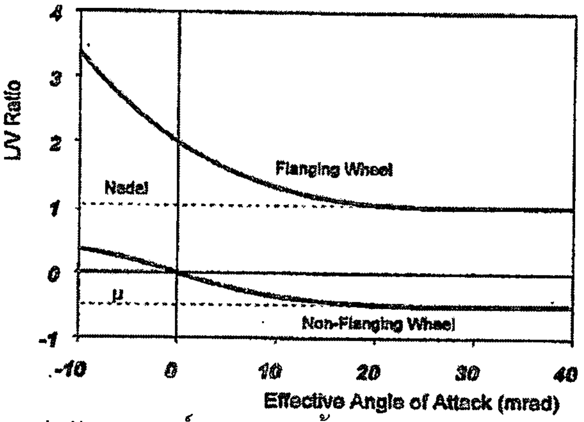
ในปี ค.ศ. 2005 Aleksander Sladkowski และ Marek Sitarz [1] ได้ศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและรางจากการกระจายของความเค้นบริเวณจุดสัมผัสของแบบจำลองสามมิติ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการปรับเปลี่ยนรูปร่างของล้อเพื่อวิเคราะห์การสัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟ การกระจายตัวของแรงตั้งฉากของเฮิรตซ์สำหรับสองจุดจะเกิดขึ้นบริเวณพื้นล้อและบังใบล้อเมื่อล้อเคลื่อนที่ไปในตำแหน่งแนวด้านข้างก่อให้เกิดแรงในแนวด้านข้างเกิดขึ้นที่บังใบล้อสัมผัส ผลจากการจำลองจากการกระจายของความเค้นสัมผัสของเฮิรตซ์เหล่านี้ถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการพัฒนาปรับปรุงรูปร่างของล้อและรางรถไฟ

ในปี ค.ศ. 2005 Xinggao Shu และคณะ [2] ได้มีการพัฒนาเกณฑ์การตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางต่อเพิ่มจากเกณฑ์ของนาดาล ซึ่งได้พิจารณาเป็นสองตัวแปร คือระยะการปีนของบังใบล้อในแนวด้านข้าง ตัวแปรที่สอง และมุมปะทะของล้อ เพื่อดูผลของอัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง (L/V) จากการจำลองของโปรแกรม NUCARS™ และทำการเปรียบกับผลการทดลองจริง ผลจากการศึกษาพบว่าอัตราส่วนแรงที่ได้มีความใกล้เคียงกับการทดลองจริงและมีผลสอดคล้องกับพิกัดความปลอดภัยของนาดาลเมื่อมุมปะทะของล้อเพิ่มขึ้น เนื่องจากนาดาลพิจารณาเฉพาะการปีนรางของบังใบล้อเดียวซึ่งไม่นำผลจากการลื่นไถลที่พื้นล้ออีกด้าน (Non-flanging wheel) มาพิจารณาร่วมด้วย



รูปที่ 2.1 แสดงชุดล้อและแรงในการปีนรางที่บังใบล้อ [2]

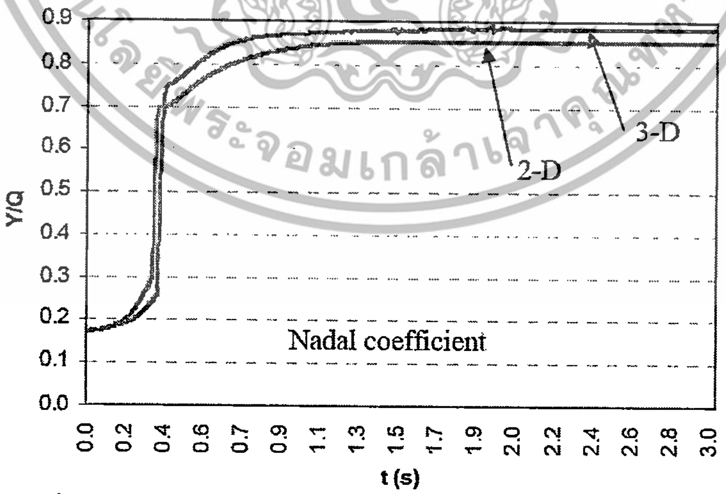
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ค่าสัมประสิทธิ์การตกรางทั้งสองล้อกับมุมปะทะของล้อ [2]

อัตราส่วนของแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง (L/V) ของเกณฑ์ปกติจะมีค่ามากกว่า อัตราส่วนที่ได้จากการพิจารณามุมปะทะของล้อร่วมด้วย โดยมีค่าสอดคล้องกับค่าของนาดาลเมื่อมุมปะทะของล้อมากกว่า 10 มิลลิเรเดียน (mrad) ซึ่งการตกรางจะเกิดขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนของแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง (L/V) ดังกล่าวมีค่ามากการพิกัดที่กำหนด

ในปี ค.ศ. 2006 J Santamaria, E.G. Vadillo และ J Gomez [3] ได้ศึกษาถึงวิธีการแก้ปัญหาการสัมผัสของล้อและรางแบบสองและสามมิติของแบบจำลองยืดหยุ่น รวมทั้งศึกษาอิทธิพลของมุมปะทะของล้อด้วยการจำลองพลศาตร์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สมมติฐานการสัมผัสยืดหยุ่นจะคำนึงถึงพื้นที่ของการสัมผัสระหว่างล้อและรางเนื่องจากการยุบตัว องศาอิสระตามสมมติฐานจะเป็นเงื่อนไขการวิคราะห์การสัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟ และอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีแรงตั้งฉากของเฮิรตซ์ จากการคำนวณระหว่างล้อและรางเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบสองมิติจะเร็วกว่าการวิเคราะห์แบบสามมิติ และผลที่ได้จากการจำลองแบบสองมิติจะมีค่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาลน้อยกว่าแบบสามมิติ ดังรูปที่ 2.3

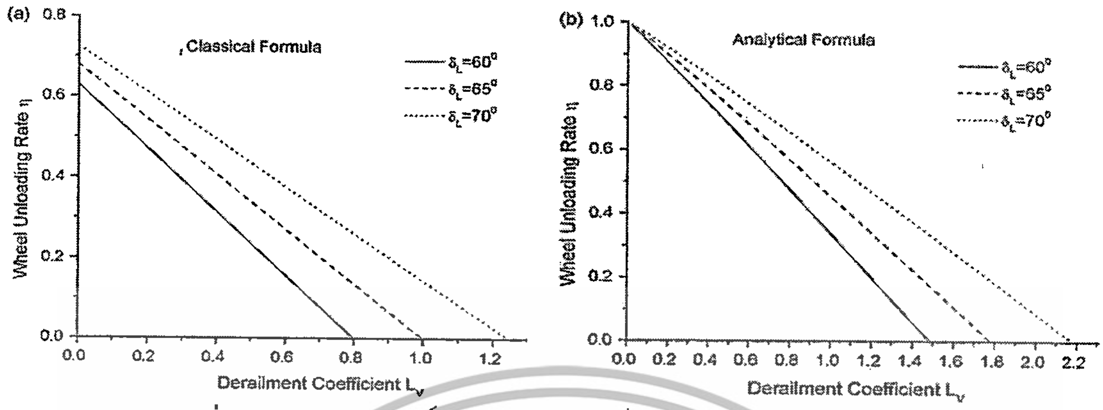


รูปที่ 2.3 ค่าสัมประสิทธิ์การตกรางแบบสองมิติ และสามมิติ [3]

ในปี ค.ศ. 2008 Jing Zeng และ Pingbo Wu [4] ได้ศึกษาการตกรางโดยสามารถแบ่งเป็นสองชนิด คือการศึกษาการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนราง และการตกรางเนื่องจากล้อกระแทกราง โดยชนิดแรกยังแบ่งการพิจารณาเป็นสองวิธี ดังนี้ วิธีที่หนึ่งสูตรการตกรางแบบคลาสสิค ซึ่งจะสมมุติให้มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ... เพื่อการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

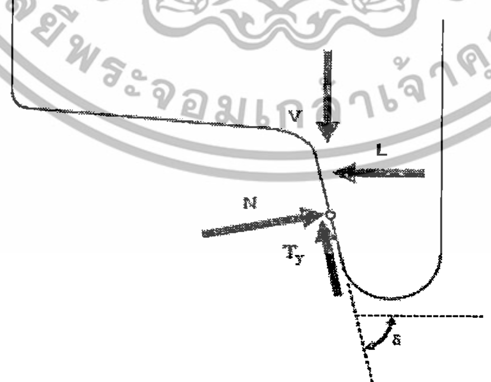
แรงเสียดทานของการลื่นไถลเกิดขึ้นระหว่างล้อและราง ส่วนวิธีที่สองการประมาณจากสูตร ซึ่งจะพิจารณาถึงผลจากแรงคืบระหว่างล้อและราง



รูปที่ 2.4 ค่าสัมประสิทธิ์การตกราง L_V ที่มุมสัมผัสบังใบล้อต่างๆ [4]

จากเงื่อนไขการตกรางของชุดล้อแบบวิธีคลาสสิคนั้นจะเป็นความพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกับมุมสัมผัสของล้อและราง ผลจากการคำนวณเชิงตัวเลขแสดงในรูปที่ 2.4 – 2.5 โอกาสของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางจะเพิ่มขึ้นเมื่อความเสียดทานเพิ่มขึ้น การเพิ่มมุมสัมผัสของบังใบล้อจะช่วยหลีกเลี่ยงการตกรางได้ และผลจากสูตรคลาสสิคอลจะให้ค่าพิกัดความปลอดภัยน้อยกว่าผลจากสูตรวิเคราะห์ประมาณการ

ในปี ค.ศ. 2009 J Santamaria, E.G. Vadillo และ J Gomez [5] ได้ศึกษากลไกอุบัติเหตุรถไฟตกรางบนพื้นฐานของทฤษฎีสามมิติ โดยพิจารณาผลของแรงคืบที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสระหว่างล้อและรางด้วยสูตรวิเคราะห์ ผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะให้ค่าของเกณฑ์การตกรางมีค่ามากกว่าสูตรของนาดาล และได้เสนอเกณฑ์การตกรางใหม่ที่มีค่ามากกว่าเกณฑ์ของนาดาล เนื่องจากพิจารณามุมปะทะของล้อชุดร่วมด้วย



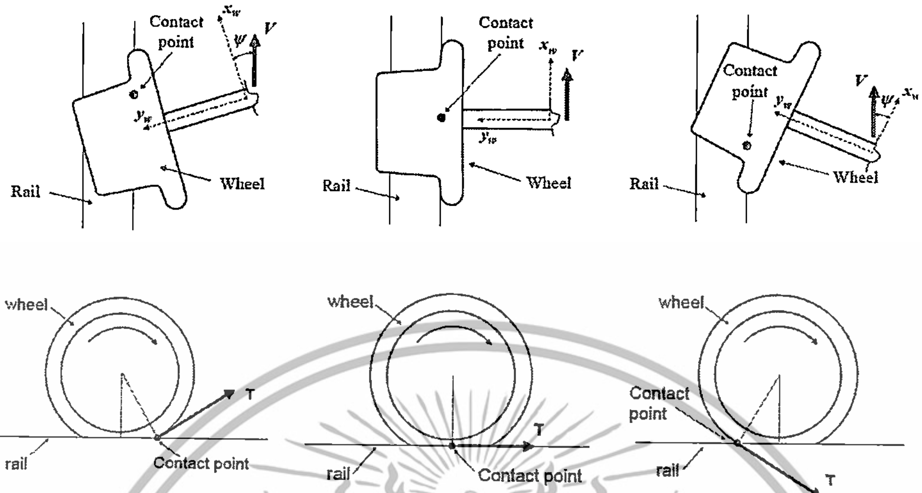
รูปที่ 2.5 แสดงที่มาของเกณฑ์การตกรางจากการวิเคราะห์แบบสองมิติของนาดาล [5]

จากรูปสูตรของของนาดาลสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{L}{V}=\frac{\tan\delta-\mu}{1+\mu\tan\delta} \quad (2.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เขาได้อธิบายสูตรของนาดาลเป็นการพิจารณาการตกรางจากสภาวะที่แรงแรงเสียดทานมีค่าอิ่มตัวสูงสุด ตามหลักทฤษฎีของคูลอมบ์ (Coulomb' s theory) ซึ่งไม่ได้นำผลของแรงคืบมาพิจารณาร่วมด้วยตามหลักของความเป็นจริง ดังนั้นเขาจึงได้เสนอที่มาของสูตรทางเลือกอื่น ดังรูปที่ 2.6

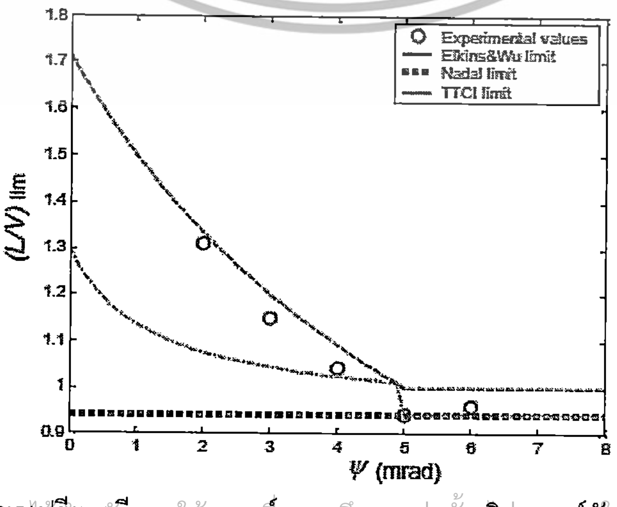


รูปที่ 2.6 แสดงที่มาของเกณฑ์การตกรางจากสูตรการวิเคราะห์แบบสามมิติ [5]

จากการวิเคราะห์เขาได้สรุปสูตรการประมาณการจากการวิเคราะห์ จากการปรับปรุงสูตรของนาดาล โดยค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้ (Corresponding coefficient; f_y) จากสมการที่ (2.1) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{L}{V}=\frac{\tan\delta - f_y\mu}{1+f_y\mu\tan\delta} \tag{2.2}$$

โดยค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้ (f_y) มีค่าอยู่ในช่วง $-1 \le f_y \le 1$ ผลที่ได้จากการวิเคราะห์การตกรางแบบสามมิติ จะมีใกล้เคียงกับการทดลองมากกว่าสูตรของนาดาล และมีค่าสอดคล้องกันเมื่อมุมปะทะของล้อมีค่าเพิ่มมากขึ้น



รูปที่ 2.7 แสดงผลเปรียบเทียบของเกณฑ์การตกรางจากสูตรวิเคราะห์กับการทดลอง [5]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนสิทธิ์ ... เพื่อประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในปี ค.ศ. 2010 Mehmet Ali Arslan และ Oguz Kayabasi [6] ได้ประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จากโปรแกรม ANSYS กับกลศาสตร์การสัมผัสระหว่างล้อและรางเพื่อวิเคราะห์ผลของแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นเพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาการสัมผัสระหว่างล้อและรางในสามมิติที่มีความใกล้เคียงกับปัญหาจริงมากขึ้น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางล้อที่ใช้คือ 1,000 มิลลิเมตร การกำหนดคุณสมบัติของวัสดุและเงื่อนไขขอบเขตแบบสมมาตร ดังนี้ เอลิเมนต์ที่ใช้จะเป็นแบบ SOLID 45 ชนิดของการ์ดการสัมผัส (Contact card) คือ Contact 173 จำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมดของแบบจำลอง 116,871 เอลิเมนต์ และ 126,393 โหนด ภายใต้ภาระน้ำหนักรวมในแนวตั้ง 80 ตัน ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อและรางที่ใช้คือ 0.3 จากนั้นศึกษาผลแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นระหว่างล้อและราง

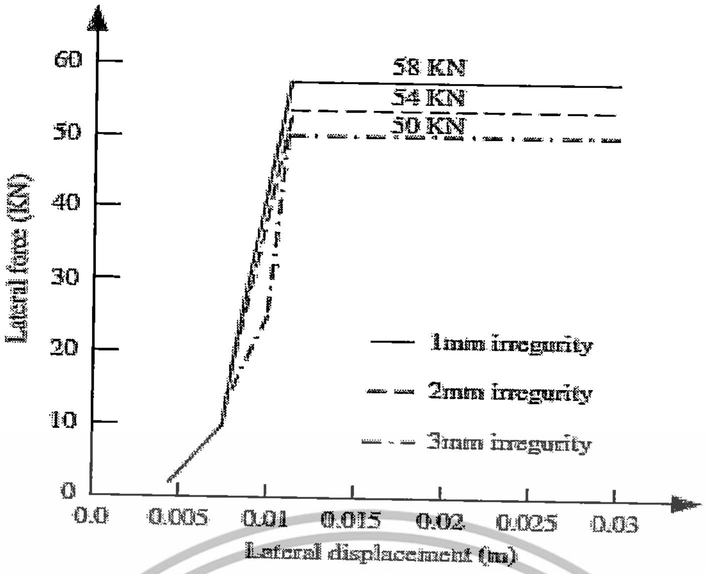
รูปที่ 2.8 แสดงผลจากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของล้อสัมผัส [6]

ผลจากการจำลองเมื่อเพิ่มภาระน้ำหนักมากขึ้น ความเค้นสัมผัสก็จะมีค่ามากขึ้นด้วย โดยมีค่าสูงสุดที่ 1360 MPa ตรงบริเวณจุดศูนย์กลางของวงรีสัมผัส และบริเวณดังกล่าวจะมีโอกาสเกิดการสึกหรอมากที่สุด

ในปี ค.ศ. 2011 Brian Marquis และ Robert Greif [7] ได้นำพิกัดความปลอดภัยของนาดาลมาประยุกต์ใช้เพื่อหาค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องล้อปีนราง โดยให้ความสำคัญกับรูปร่างและค่าวัสดุของล้อและราง มุมปะทะของล้อ การปีนรางของบังใบล้อจะมีแรงในแนวสัมผัสของการเสียดทาน และแรงตั้งฉากเกิดขึ้น ซึ่งแรงทั้งสองจะส่งผลโดยตรงต่ออัตราส่วนของแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง (L/V) ผลจากการศึกษาพบว่าแรงสัมผัสจากล้อปีนรางจะไม่เป็นการลื่นไถล (Sliding) เพียงอย่างเดียวแต่จะเกิดแรงเสียดทานหมุนกลิ้ง (Rolling friction) เกิดขึ้นด้วย ซึ่งส่งผลให้พิกัดความปลอดภัยของการตกรางมีค่ามากกว่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาล

ในปี ค.ศ. 2012 Wei Wang และ Gui-xian [8] ได้ศึกษาการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางโดยใช้โปรแกรม MATLAB โดยพิจารณาให้ถึงความสำคัญของแรงในแนวด้านข้างมีผลต่อพิกัดความปลอดภัยของการตกราง จากผลการศึกษาพบว่าแรงในแนวด้านข้างของการปีนรางจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นเมื่อล้อเคลื่อนที่ไปแนวด้านข้างจนกระทั่งบังใบล้อเริ่มปีนราง

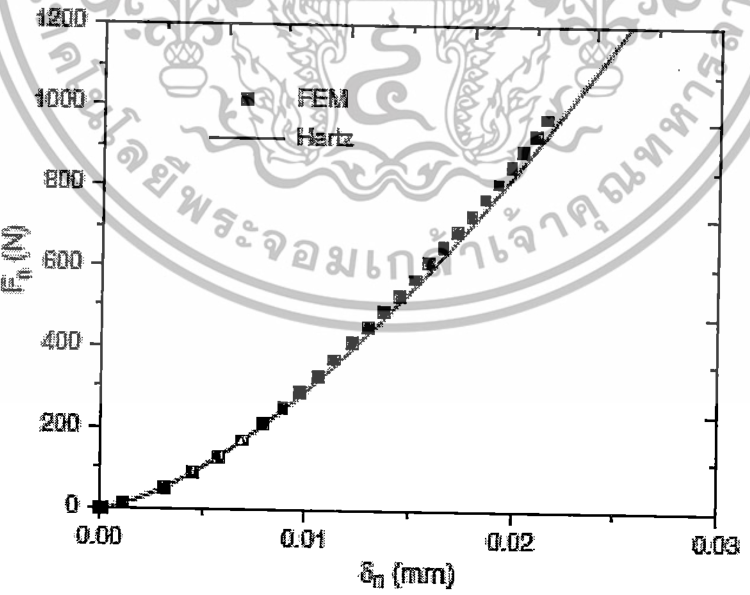
เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ที่อนุญาตให้ใช้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 แสดงผลของแรงในแนวด้านข้างกับระยะการปีนรางที่สภาพทางต่างๆ [8]

จากรูปที่ 2.9 แรงในแนวด้านข้างการปีนรางเพิ่มขึ้นเมื่อขบวนรถไฟวิ่งผ่านบริเวณทางโค้ง และส่งผลให้แรงการปีนรางในแนวด้านข้างเพิ่มขึ้นจนเป็นสาเหตุให้รถไฟตกราง

ในปี ค.ศ. 2012 Q.J. Zheng และคณะ [9] ได้ศึกษาผลของแรงสัมผัสตามหลักกลศาสตร์สัมผัสที่เกิดขึ้นระหว่างวัตถุทรงกลมยืดหยุ่นกับแผ่นบางแข็งแกรง (Rigid plane) ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลจากการศึกษาเมื่อภาระในการกดเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้วัสดุเกิดการยุบตัวมากขึ้นและแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นก็จะมีค่ามากขึ้นด้วยตามทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์



รูปที่ 2.10 แสดงผลของแรงสัมผัสตั้งฉากกับระยะการยุบตัวของวัตถุทรงกลมยืดหยุ่น [9]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

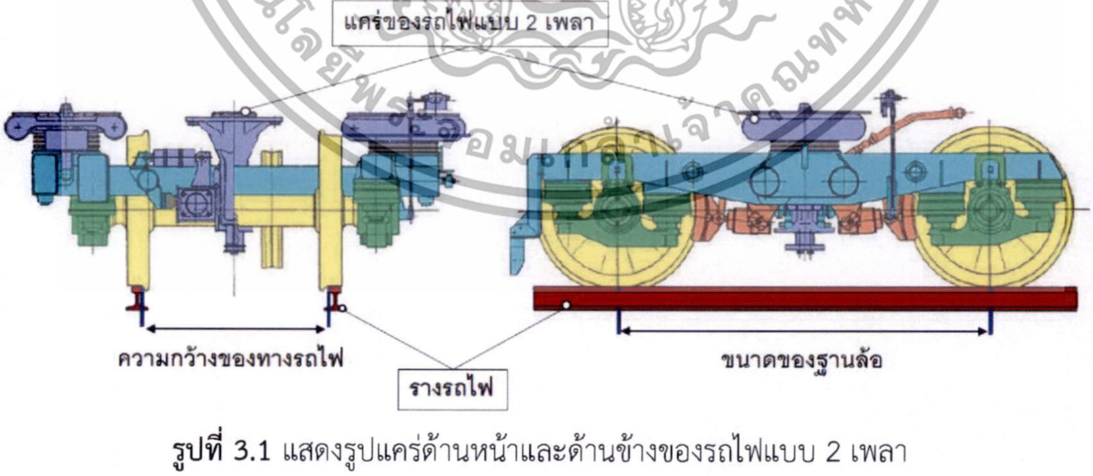
บทที่ 3
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 บทนำ

การศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวกับการตกรางของรถไฟและการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ถือเป็นองค์ความรู้ที่สำคัญก่อนเริ่มดำเนินงานวิจัย สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีด้านปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง และเกณฑ์การตกรางของรถไฟ ทฤษฎีกลศาสตร์ของแข็ง (Solid mechanics) กลศาสตร์สัมผัส ระหว่างวัตถุสองก้อนซึ่งก่อให้เกิดความเค้น และแรงสัมผัสเกิดขึ้น รวมถึงหลักการพื้นฐานของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการประยุกต์ใช้กับโปรแกรมสำเร็จรูป Altair HyperWorks 11.0 และ LS-dyna 971

3.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง

การศึกษาด้านปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง เป็นส่วนหนึ่งในการปรับปรุงสมรรถนะให้ตู้รถไฟสามารถวิ่งด้วยความเร็วสูงมีความสบายต่อผู้โดยสาร และปลอดภัยจากการตกราง หัวข้อนี้จะแยกเป็นสองส่วนหลัก นั่นคือ ส่วนของล้อซึ่งเป็นส่วนประกอบของตัวรถไฟ และส่วนรางซึ่งเป็นส่วนประกอบทางรถไฟโดยส่วนแรกคือทางรถไฟประกอบด้วย รางรถไฟ ที่วางบนหมอนรองราง อาศัยตัวยึดเหนี่ยวราง ทำหน้าที่ยึดรางเหล็กเข้ากับหมอนรองรางซึ่งวางอยู่บนหินโรยทางทำหน้าที่ยึดหมอนรางไว้กับที่ และถ่ายน้ำหนักรถไฟลงบนคันทางซึ่งอยู่ด้านล่างสุดก่อนถึงพื้นดินเดิม ส่วนที่สอง คือส่วนของตัวรถไฟประกอบด้วยตัวรถซึ่งวางอยู่บนแคร่ หรือโบกี้ (Bogie)



รูปที่ 3.1 แสดงรูปแคร่ด้านหน้าและด้านข้างของรถไฟแบบ 2 เพลา

แคร่มีหลายแบบตั้งแต่แคร่แบบ 1 เพลา มี 2 ล้อ แคร่แบบ 2 เพลามี 4 ล้อซึ่งเป็นที่มาของคำว่า "แคร่หรือโบกี้" ซึ่งนิยมใช้มากที่สุด มีหน้าที่รับน้ำหนักของตัวรถไฟ ตู้รถไฟที่สร้างใช้งานในระยะแรกยังไม่มีแคร่ ตัวรถจะวางอยู่บนล้อ 4 ล้อ โดยมีสปริงรับน้ำหนักวางคั่นอยู่ตรงกลาง ซึ่งโดยทั่วไปไม่สามารถวิ่งได้เร็วยกเว้นตู้รถไฟ 4 ล้อ ที่พัฒนาขึ้นในสมัยใหม่ที่สามารถวิ่งได้เร็วกว่าเดิมแต่ก็ไม่เป็นที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยมใช้มากนัก การมีแคร่จะช่วยให้ตู้รถไฟมั่นคงนุ่มนวลทั้งในทางตรงและทางโค้งโดยแคร่จะรับการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการวิ่งของรถไฟทำให้ผู้โดยสารรู้สึกสบาย ในการออกแบบแคร่นั้นวิศวกรจะพยายามลดการสั่นสะเทือนจากล้อให้ขึ้นมาถึงตัวรถน้อยลงโดยจัดให้มีอุปกรณ์รับน้ำหนักกดเพลาชุดแรก (Primary Suspension) อยู่ระหว่างเพลาล้อกับแคร่และอุปกรณ์รับน้ำหนักตัวรถไฟชุดที่สอง (Secondary Suspension) อยู่ระหว่างแคร่กับตัวรถไฟ นอกจากออกแบบการรับน้ำหนักเป็นสองชั้นแล้วยังต้องติดตั้งโช้คอัพ (Shock Absorber) เพื่อระงับการสั่นสะเทือนที่ผิดปกติให้หายไปโดยเร็วที่สุด ส่วนการออกแบบแคร่สำหรับรถไฟที่วิ่งด้วยความเร็วต่ำก็อาจจะเป็นโช้คอัพแบบง่ายๆ เช่น รถสินค้า 4 ล้อ หรือรถแคร่โดยสารในสมัยเริ่มต้นซึ่งใช้สปริงแบบเหล็กแผ่น (Leaf Spring) ไม่ติดตั้งโช้คอัพอาศัยแรงเสียดสีระหว่างแผ่นเหล็กสปริงเมื่อเกิดการกันในแนวดิ่งเพื่อช่วยระงับการสั่นสะเทือนไปพร้อมกับการทำหน้าที่เป็นระบบรับน้ำหนักชั้นแรก รถเหล่านี้สามารถวิ่งได้ด้วยความเร็ว 50-70 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเท่านั้นเพราะแรงเสียดสีระหว่างแผ่นแหนบมีค่าไม่แน่นอนจึงไม่สามารถควบคุมการสั่นได้ตามความต้องการ

รูปที่ 3.2 แสดงส่วนประกอบและการรับน้ำหนักของแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา

การสั่นสะเทือนที่ไม่พึงประสงค์จะลดลงโดยใส่แคร่เข้าไป เพื่อให้การสั่นสะเทือนพื้นฐานของรถ 4 ล้อให้ไปปรากฏอยู่ที่ตัวแคร่ แต่การสั่นสะเทือนที่ไม่ตรงกัน (Out of phase) ระหว่างแคร่หน้าและหลังก็ยังเป็นเหตุให้ตัวรถเกิดการหมุนรอบจุดศูนย์ถ่วง (Center of Gravity; CG) เพียงแต่มีระดับความรุนแรงลดลง ในทำนองเดียวกันการสั่นสะเทือนในแนวแกนอื่นของตัวรถก็ยังคงอยู่ จากรูปแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา มีส่วนประกอบหลักๆด้วยกัน 7 ส่วน ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

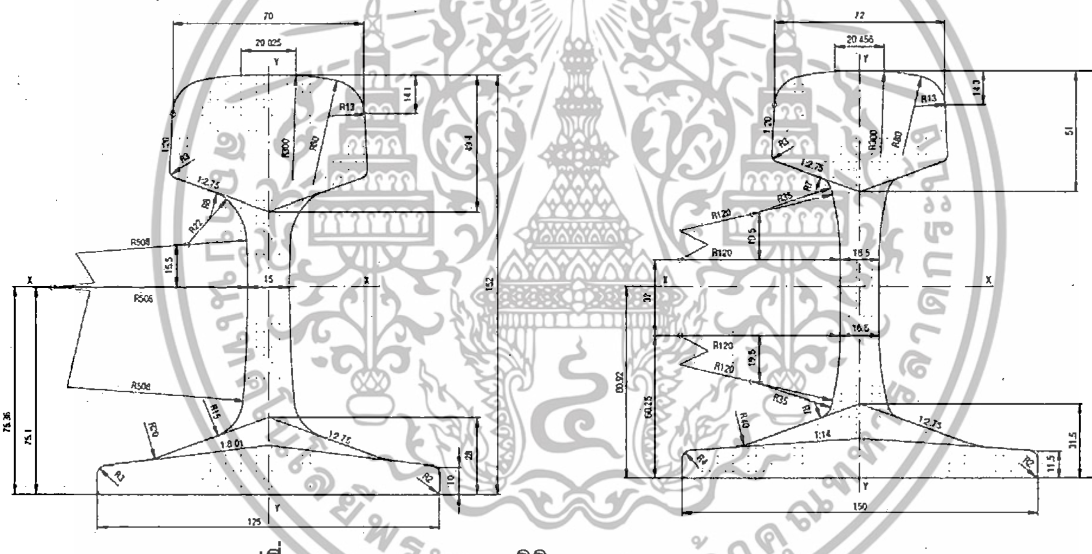
ตารางที่ 3.1 แสดงรายละเอียดของส่วนประกอบของแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา

รายการ	ส่วนประกอบของแคร่รถไฟแบบ 2 เพลา
①	โครงแคร่ (Bogie frame)
②	ชุดรองรับน้ำหนักตัวรถ (Car body suspension)
③	ชุดขับเคลื่อน (Driving device)
④	ชุดล้อ (Wheelset)
⑤	ชุดรองรับน้ำหนักกดเพลา (Axle box suspension)
⑥	ชุดเบรค (Brake equipment)
⑦	ชุดของมอเตอร์ (Traction motor)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 รางรถไฟ

รางรถไฟในปัจจุบันทำจากเหล็กรีดร้อนประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วนคือ หัวราง เอวราง และฐานราง ในอดีตจะมีการยึดรางเข้ากับไม้หมอนแล้วใช้ตะปูรางตอกยึดฐานรางไว้กับไม้หมอน ปัจจุบันมีการพัฒนาเทคโนโลยีการยึดรางอย่างหลากหลาย และพบว่ามีการใช้หมอนคอนกรีตมากขึ้นเนื่องจากหมอนไม้ต้องใช้ไม้เนื้อแข็งซึ่งหายากและมีราคาแพง ในขณะที่หมอนคอนกรีตอัดแรงจะมีอายุการใช้งานนานถึง 60 ปี แต่ข้อเสียคือเมื่อเกิดอุบัติเหตุรถตกรางทางรถไฟที่ใช้หมอนคอนกรีตก็จะซ่อมยากกว่าหมอนไม้ ขนาดของรางจะมีผลกับความเร็วของขบวนรถและน้ำหนักกดเพลาเนื่องจากรางรถไฟจะรับแรงกดที่ส่งผ่านจากเพลาล้อลงไปที่โครงสร้างทางรถไฟ การกำหนดขนาดของรางจึงเป็นสิ่งสำคัญซึ่งปัจจุบันการรถไฟแห่งประเทศไทยกำหนดมาตรฐานรางสำหรับทางสร้างใหม่เท่ากับ 100 ปอนด์ต่อหลา ตามมาตรฐานอังกฤษ หรือประมาณ 50 กิโลกรัมต่อเมตรในมาตรฐาน UIC (International Union of Railways) ขนาดของรางรถไฟกำหนดเป็นน้ำหนักต่อหน่วยความยาวระบบเมตริกเช่น ที่ใช้ในมาตรฐาน UIC กำหนดเป็นกิโลกรัมต่อเมตร ระบบมาตรฐานอังกฤษ กำหนดเป็นปอนด์ต่อหลา มาตรฐานของขนาดใหญ่ที่สุดของการรถไฟไทยในปัจจุบันคือ 100 ปอนด์ต่อหลา



รูปที่ 3.3 แสดงขนาดและมิติของราง UIC 50 และ UIC 60

รางรถไฟมีหน้าที่หลักสำคัญอยู่ 2 ประการ คือรับน้ำหนักขบวนรถไฟ และประคองรถไฟให้วิ่งไปตามทาง โดยหน้าที่ในการรับน้ำหนักขบวนรถไฟนั้นจะเป็นตัวกำหนดความสามารถของการรับน้ำหนักของทางรถไฟให้เป็นไปตามมาตรฐานที่กำหนดเรียกว่าน้ำหนักกดเพลา (Axle load) และการกระจายของน้ำหนักบนทาง (Load concentration) โดยมีตัวเลขเป็นข้อกำหนดในการออกแบบทางรถไฟและขบวนรถไฟ

ความกว้างของทางรถไฟ (Track Gauge) คือ ระยะห่างระหว่างหัวรางด้านในทั้งสองด้าน มีหลายแบบขึ้นอยู่กับขนาด ดังนี้

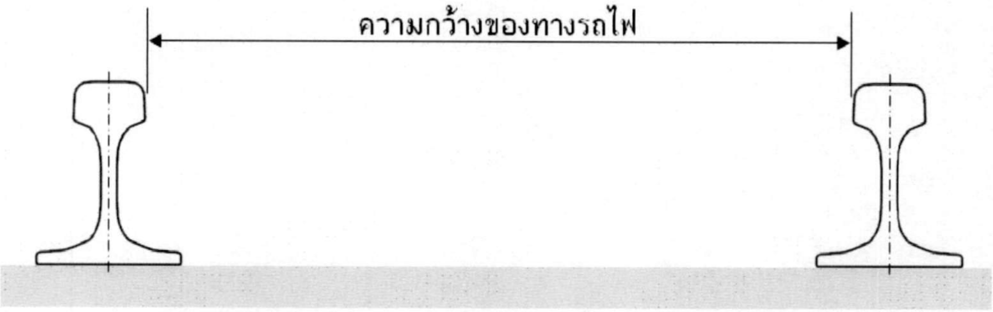
ขนาดความกว้างกว่า 1,600 มิลลิเมตร เรียกว่า บอร์ดเกจ (Broad Gauge)

ขนาดความกว้าง 1,435 มิลลิเมตร เรียกว่า สแตนดาร์ดเกจ (Standard Gauge)

ขนาดความกว้าง 1,067 มิลลิเมตร เรียกว่า แค็ปเกจ (Cape Gauge)

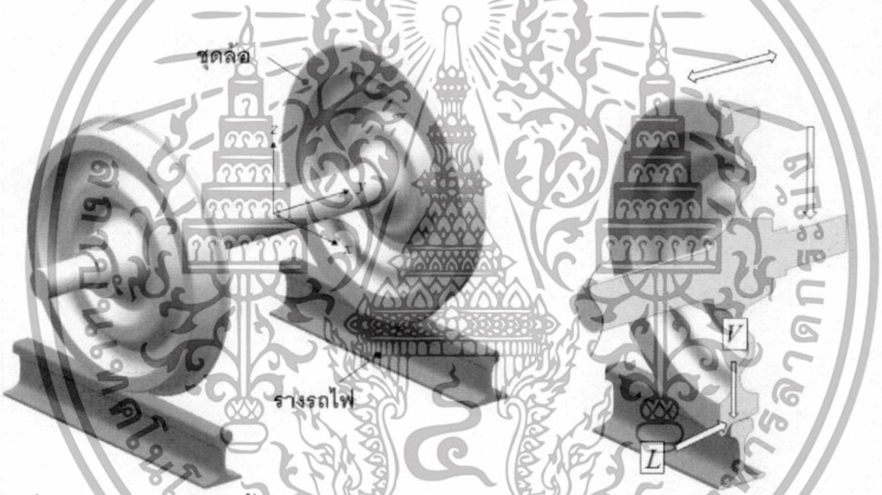
ขนาดความกว้าง 1,000 มิลลิเมตร เรียกว่า มิเตอร์เกจ (Meter Gauge)

เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ให้ใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 แสดงความกว้างของทางรถไฟ

การสร้างทางรถไฟสำหรับรถความเร็วสูงโดยทั่วไปจะกำหนดน้ำหนักกดเพลาไว้ที่ 17-19 ตัน แต่หากมีการปรับปรุงขนานใหญ่ (Rehabilitation) จะสามารถกำหนดออกแบบให้สามารถรับน้ำหนักกดเพลาได้สูงสุดถึง 20 ตัน และสามารถทำความเร็วได้สูงถึง 130 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ส่วนหน้าที่ในการกำหนดทิศทางในการวิ่งของรางรถไฟจะมีล้อและรางทำงานสัมพันธ์กันเพื่อกำหนดให้ขบวนรถไฟวิ่งไปตามรางดังรูปที่ 3.5



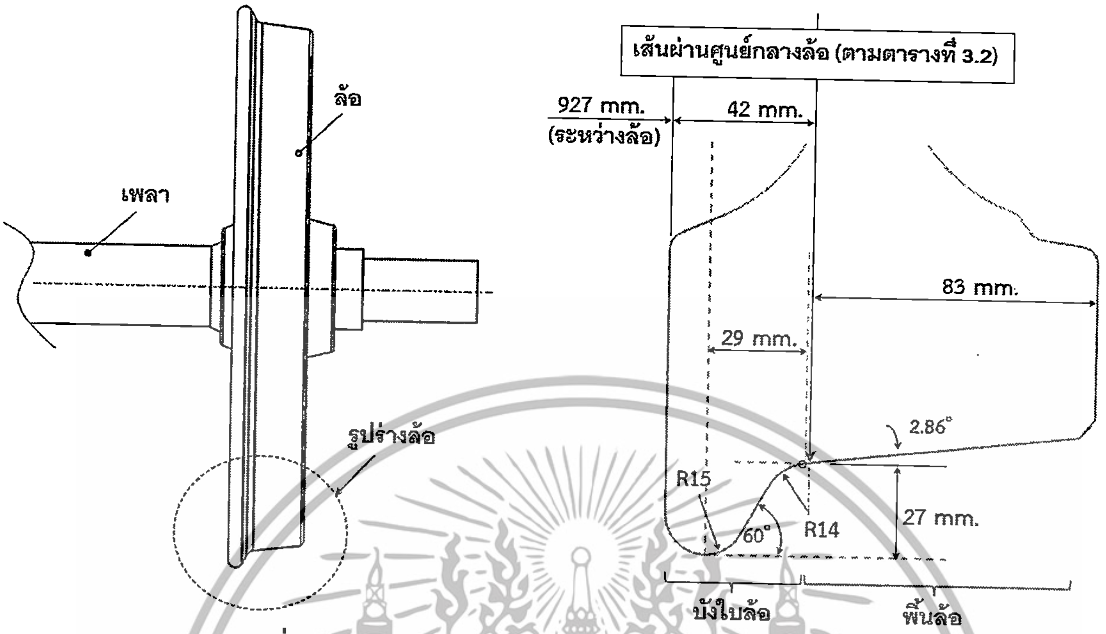
รูปที่ 3.5 แสดงการรับน้ำหนักบังใบล้อและรางบังคับให้ขบวนรถไฟวิ่งไปตามราง

3.2.2 ชุดล้อ

ส่วนประกอบหลักของชุดล้อซึ่งทำหน้าที่ประคองตัวรถให้วิ่งไปตามรางและบังคับไม่ให้ตกรางคือ บังใบ (Flange) ซึ่งอยู่ด้านในล้อ พื้นล้อตรงส่วนที่สัมผัสหัวรางเรียกว่าเทรด (Thread) และเส้นผ่านศูนย์กลางล้อที่วัดตรงจุดสัมผัสเรียกว่าเส้นผ่านศูนย์กลาง ณ จุดสัมผัส (Diameter on thread) ระยะห่างจากจุดที่พื้นล้อด้านบนสัมผัสหัวรางถึงจุดที่บังใบล้อสัมผัสหัวรางด้านข้างเรียกว่า ระยะส่ายตัว (Wheel Flange Play) ซึ่งการรถไฟแห่งประเทศไทยกำหนดระยะส่ายตัวออกด้านข้างล้อไว้ข้างละ 6.75 มิลลิเมตร การศึกษาและปรับปรุงล้อรถไฟได้กระทำมาอย่างต่อเนื่อง ล้อรถไฟในปัจจุบันมีรูปร่างเป็นรูปทรงกรวย (Truncated-cone Shape) พื้นล้อเป็นระนาบเอียงเนื่องจากต้องการให้ชุดล้อมีคุณสมบัติคัดท้ายตัวเอง (Self Steering) กล่าวคือเมื่อผลักให้ชุดล้อเคลื่อนที่ไปบนราง ล้อด้านที่วิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางโตกว่าจะวิ่งนำหน้าล้อที่วิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางเล็กกว่าเพลาล้อก็จะเอียงไปในทางที่จะคัดท้ายให้ชุดล้อเคลื่อนกลับไปในทางตรงกันข้ามซึ่งล้อด้านที่เคยวิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์เล็กกว่าจะเปลี่ยนเป็นวิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางโตกว่าและวิ่งออกหน้าล้อด้านตรงข้ามเป็นการคัดท้ายให้เกิด

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การส่ายตัวกลับสลับกันไปมา ดังนั้นหากเป็นการเคลื่อนที่ในสภาพปกติแล้วแรงกระแทกระหว่างบังใบล้อกับหัวรางก็จะมีความรุนแรงน้อยกว่าล้อรถไฟที่พื้นล้อเป็นรูปทรงกระบอก



รูปที่ 3.6 แสดงรูปร่างของชุดล้อตามมาตรฐานของ รฟท.

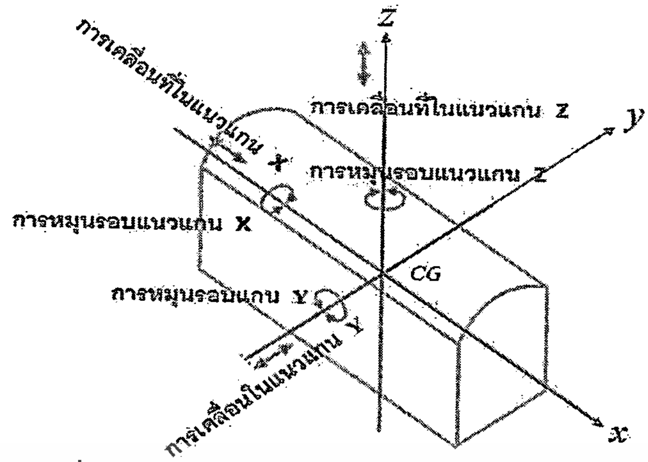
ตารางที่ 3.2 แสดงเส้นผ่านศูนย์กลางตามมาตรฐานของ รฟท. [15]

ประเภทของรถไฟ	เส้นผ่านศูนย์กลางล้อใหม่ (mm.)	พิกัดการกลึงสุดท้าย (mm.)	พิกัดการสึกหรอสุดท้าย (mm.)
รถจักรดีเซล	914	914	914
รถโดยสาร	851	805	799
รถดีเซลราง DMU			

3.2.3 การเคลื่อนที่ของรถไฟและองศาอิสระของชุดล้อ

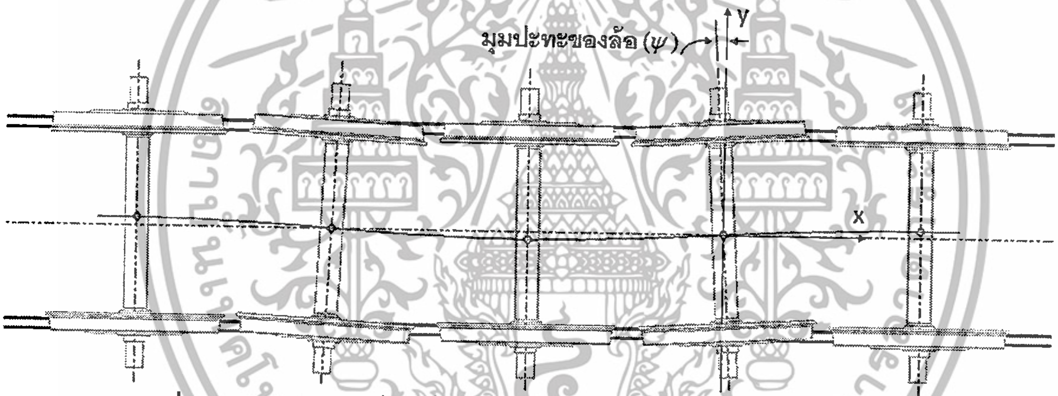
การศึกษากลไกปฏิสัมพันธ์ของล้อและราง และความปลอดภัยจากการตกรางจากการวิ่งของขบวนรถไฟจำเป็นต้องทราบการทิศทางการเคลื่อนและประเภทของการตกรางของรถไฟ โดยส่วนใหญ่จะแบ่งประเภทการตกรางเป็นสองกรณีตามหลักของกลศาสตร์วิศวกรรม คือการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนราง ซึ่งพิจารณาเป็นกระบวนการสถิตย์เสมือน (Quasi-static process) และการตกรางเนื่องจากล้อกระแทกราง โดยงานวิจัยจะกล่าวถึงเฉพาะประเภทแรก ส่วนประเภทหลังจะไม่กล่าวถึงรายละเอียดแต่เพียงนำมาเป็นพื้นฐานเพื่อใช้อ้างอิงทิศทางการเคลื่อนที่ของชุดล้อตามหลักของพลศาสตร์เท่านั้น พิจารณาในขณะที่ล้อวิ่งไปบนรางก็จะรับเอาการเคลื่อนที่ของเพลาล้อโดยตรง ทำให้เกิดการเคลื่อนที่รอบจุดศูนย์ถ่วง (Center of gravity; CG) ของตัวรถขึ้นรอบสามแนวแกน คือแกนนอนตามความยาวของรถ (x) แกนแนวด้านข้างของตัวรถ (y) และแกนตามความสูงของตัวรถ (z) ซึ่งมีแต่ละแกนจะมีการเคลื่อนที่ในแกน และหมุนรอบแกน ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ต่างๆ ของตัวรถไฟ

การเคลื่อนที่ในแนวแกน x (Jerking) และ การหมุนรอบแกน x (Rolling) การเคลื่อนที่ในแนวแกน y (Swaying) และการหมุนรอบแกน y (Pitching) การเคลื่อนที่ในแนว z (Bouncing) และการหมุนรอบแกน z (Yawing)



รูปที่ 3.8 แสดงการเคลื่อนที่แบบส่ายตัวของชุดล้อ และมุมปะทะของล้อ

การเคลื่อนที่ของรถไฟดังกล่าว ประกอบกับรูปร่างของล้อที่ลาดเอียงเป็นรูปทรงกรวยตัดจะทำให้เพลาล้อส่ายตัวไปมารอบศูนย์กลาง ในขณะเดียวกันศูนย์กลางของเพลาล้อจะเคลื่อนที่ออกทางด้านข้างซ้ายขวาสลับกันศูนย์กลางของเพลาล้อในขณะที่ล้อเคลื่อนที่จึงส่ายสลับไปมา (Sinusoidal movement) และเป็นที่มาของมุมการปีนราง หรือมุมปะทะของล้อ (Wheel attack angle) ดังนั้นชุดล้อของรถไฟมีองศาอิสระ 2 องศาด้วยกัน คือ การหันเหตามมุมปะทะของล้อหรือการเคลื่อนที่รอบแกน z และการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง y ซึ่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวจะต้องอยู่ในพิกัด เพื่อหลีกเลี่ยงการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

3.2.4 กลไกการสัมผัสและแรงที่กระทำระหว่างล้อและราง

กลศาสตร์สัมผัส คือ การศึกษาผลของการเสียรูปของของแข็งที่สัมผัสกัน สูตรทางกายภาพและทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างจากหลักของกลศาสตร์ของวัตถุและกลศาสตร์ต่อเนื่องจากการคำนวณความยืดหยุ่นของวัสดุทั้งในสภาวะกรณีคงที่และเคลื่อนที่ โดยมีแรงสัมผัสเกิดขึ้นทั้งในทิศตั้งฉากของผิวสัมผัส และแรงเสียดทานในทิศแนวสัมผัส การสัมผัสกันระหว่างล้อและรางจะมีพื้นที่สัมผัสวงรี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ... ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ขนาดเล็กเกิดขึ้นซึ่งเป็นจุดรวมของความเค้นสัมผัส (Contact stress) ผิวสัมผัสจะมีแรงกระทำในแนวสัมผัสเกิดขึ้นจากการขับเคลื่อน หรือเบรค โดยสามารถแยกออกเป็น 2 ปัญหา คือ ปัญหาในแนวตั้งฉาก (Normal problem) พิจารณาตามหลักทฤษฎีของเฮิรตซ์ (Hertz's theory) และปัญหาในแนวสัมผัส (Tangential problem) พิจารณาตามหลักทฤษฎีของคาลเคอร์ (Kalker's theory)

3.2.4.1 ปัญหาในแนวตั้งฉาก

กลศาสตร์สัมผัสเป็นพื้นฐานของวิศวกรรมเครื่องกลซึ่งมีความสำคัญต่อการออกแบบ การศึกษากลศาสตร์สัมผัสเกิดขึ้นครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ. 1882 โดยเฮิรตซ์ (Hertz) ได้ศึกษาการสัมผัสของของแข็งยืดหยุ่น ซึ่งได้อธิบายคุณสมบัติการสัมผัสกันของเลนส์ โดยความเค้นสัมผัสของเฮิรตซ์ (Hertzian Stress contact) คือความเค้นที่เกิดจากการสัมผัสกันระหว่างพื้นผิวโค้งของเลนส์ภายใต้แรงกระทำตั้งฉาก การยุบตัวระหว่างเลนส์จะขึ้นอยู่กับโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัตถุทั้งสอง ความเค้นสัมผัสของเฮิรตซ์เป็นพื้นฐานในการประยุกต์ใช้กับงานวิศวกรรมต่างๆที่มีการสัมผัสกัน เช่นการสัมผัสกันในระบบเบรค ระบบแบริ่ง การสัมผัสกันระหว่างยางกับพื้นถนน การสัมผัสกันระหว่างแม่พิมพ์กับแผ่นโลหะของการขึ้นรูป รวมถึงการสัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟ ของงานวิจัยนี้

รูปที่ 3.9 แสดงรูปทั่วไปของกลไกการสัมผัสของเฮิรตซ์ [10]

การสัมผัสกันของวัตถุทรงกลมทั้งสองที่มีความยืดหยุ่น ดังรูปที่ 3.9 รูปร่างความโค้งหลักของวัตถุทรงกลมทั้งสองมีความสำคัญต่อการคำนวณขนาดของพื้นผิวและแรงสัมผัส ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function ; z_1, z_2) ของวัตถุทั้งสอง สามารถเขียนได้ดังนี้ ตามลำดับ

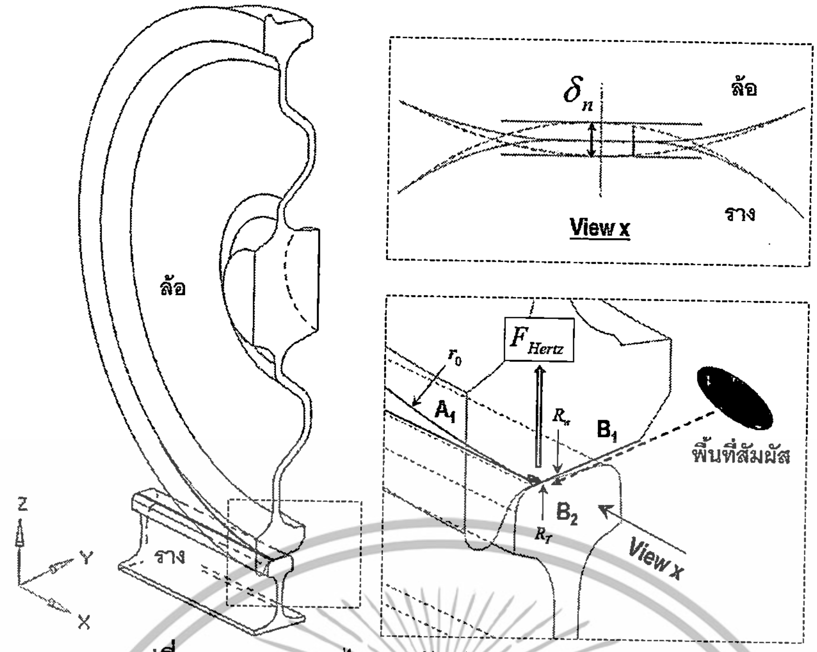
$$z_1 = A_1x^2 + B_1y^2 \tag{3.1}$$

$$z_2 = A_2x^2 + B_2y^2 \tag{3.2}$$

กำหนดให้ A และ B คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันรูปร่างตามแนวยาว และแนวด้านข้างที่ตัดผ่านจุดสัมผัส ตามลำดับ

กรณีที่เป็นการสัมผัสระหว่างล้อและรางรูปร่างความโค้งนั้นสามารถพิจารณาในระนาบตั้งฉากของผิวสัมผัสได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
141260



รูปที่ 3.10 แสดงกลไกการสัมผัสระหว่างล้อและราง

แรงตั้งฉากสัมผัสของเฮิรตซ์ระหว่างล้อและราง สามารถเขียนได้ดังนี้

$$F_{Hertz} = \frac{2}{3}E^{*}\sqrt{\frac{(\delta_n/\hbar)^3}{A+B}} \tag{3.3}$$

กำหนดให้ $E^{*} = E/(1-\upsilon^2)$, $\hbar$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮิรตซ์ (Hertz coefficient) [10]

$$A = A_1 = \frac{1}{2r_0},\ B = B_1 + B_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_T}\right) \tag{3.4}$$

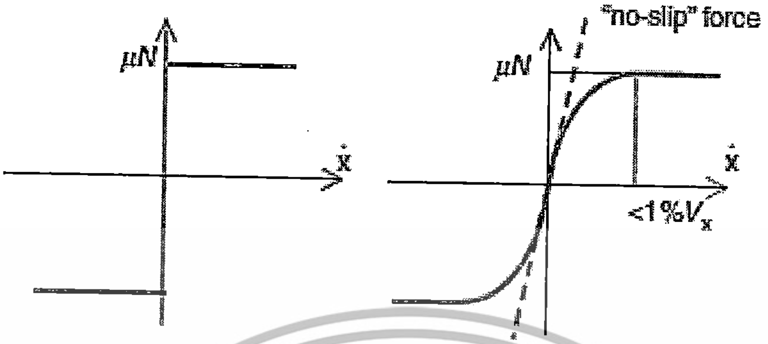
เมื่อ E คือ ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุ (MPa)
$\hbar$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮิรตซ์ (Hertz coefficient) [10]
υ คือ ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)
δ_n คือ ระยะยุบตัวของการสัมผัสในแนวตั้งฉาก (mm)
r_0 คือ รัศมีล้อที่จุดสัมผัส (mm)
R_w คือ รัศมีความโค้งหลักตามแนวขวางของล้อ (mm)
R_T คือ รัศมีเส้นขอบของรางตามแนวขวาง (mm)

3.2.4.2 ปัญหาในแนวสัมผัส

จากหลักจลนศาสตร์ของชุดล้อถูกนำมาใช้เป็นพื้นฐานในการอธิบายพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ในสามมิติ ซึ่งหลักความเป็นจริงชุดล้อมีส่วนประกอบการเชื่อมโยงต่างๆ ของแคร่ เพื่อลดการส่ายตัวในขณะที่รถไฟเข้าโครง แรงจากระบบรองรับน้ำหนักจะส่งผลต่อแรงสัมผัสระหว่างล้อและรางตรง

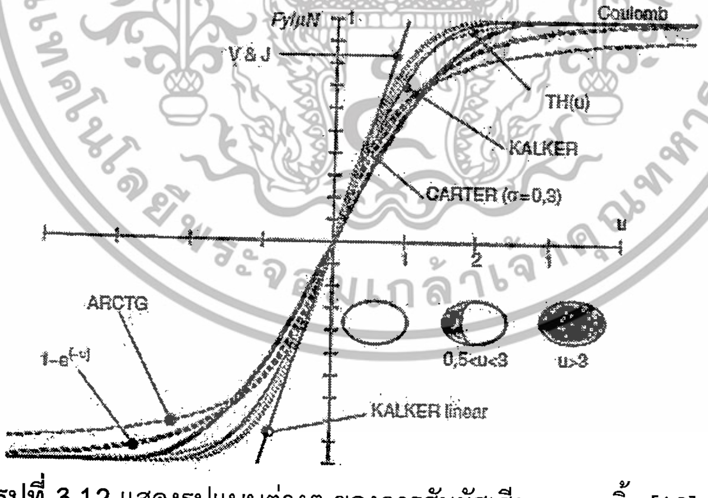
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บริเวณพื้นที่สัมผัส ประกอบไปด้วยแรงตั้งฉากสัมผัส และแรงคืบ (Creep force) ซึ่งเป็นแรงในแนวสัมผัสตามยาว และแรงในแนวสัมผัสด้านข้าง โดยแรงนี้จะส่งผลให้เกิดความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างล้อและราง ซึ่งเรียกว่า การคืบ (Creepages)



รูปที่ 3.11 แสดงรูปแบบการสัมผัสเสียดทานของคูลอมบ์กับการสัมผัสเสียดทานกลิ้ง [10]

การสัมผัสกันระหว่างล้อและรางเป็นการสัมผัสเสียดทานกลิ้ง (Rolling friction contact) ซึ่งจะมีความแตกต่างจากการสัมผัสเสียดทานของคูลอมบ์ที่สามารถพบได้ทั่วไป เช่น การสัมผัสของพื้นรองเท้ากับถนน แต่การสัมผัสเสียดทานกลิ้งจะพิจารณาผลจากพื้นที่ของการสัมผัสด้วย ซึ่งหากเกิดการเลื่อนไถลที่มีการกลิ้งด้วย แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะไม่ได้เกิดสูงสุดตลอดการสัมผัสตามแบบสัมผัสเสียดทานของคูลอมบ์ แต่จะค่อยๆเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ความเสียดทานลักษณะเป็นโค้งก่อนเข้าสู่การสัมผัสเสียดทานของคูลอมบ์



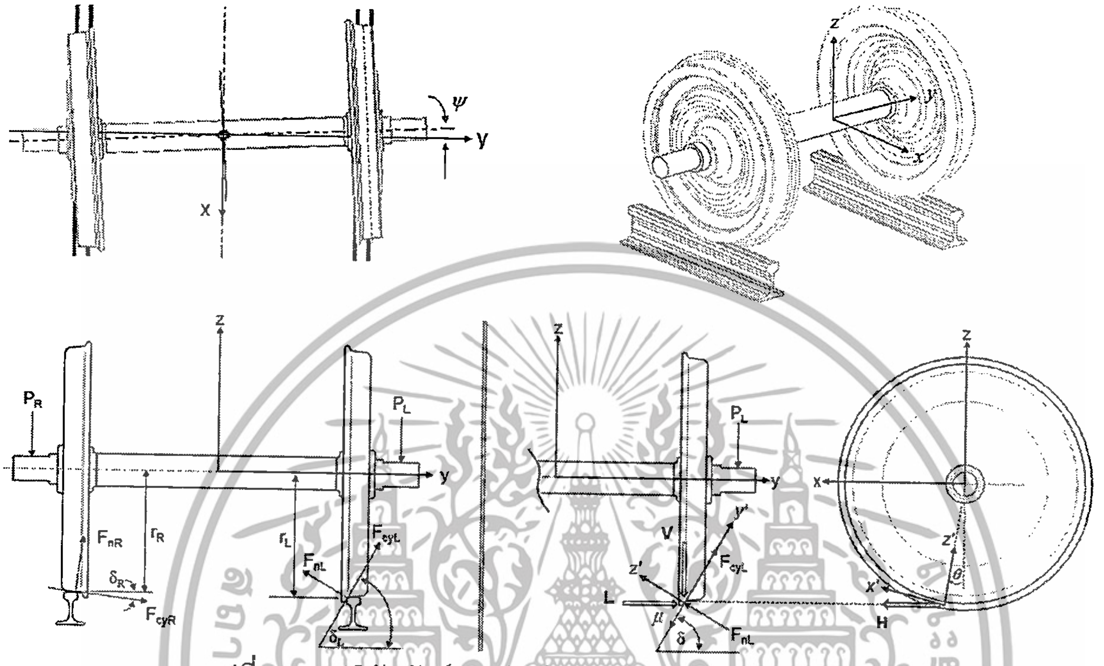
รูปที่ 3.12 แสดงรูปแบบต่างๆ ของการสัมผัสเสียดทานกลิ้ง [10]

หลังจากเฮิรตซ์ได้เสนอการสัมผัสในแนวตั้งฉากขึ้นจึงได้มีการศึกษาการสัมผัสระหว่างล้อและราง ซึ่งนอกจากจะพิจารณาผลในแนวตั้งฉากของการสัมผัสแล้ว เขายังได้ศึกษาผลจากแรงในแนวสัมผัสของพื้นที่สัมผัสระหว่างล้อและรางด้วย คาร์เตอร์ได้อธิบายผิวสัมผัสโดยเริ่มจากสองมิติอย่างง่าย และเขาเป็นคนแรกที่แสดงถึงผลของแรงคืบในทิศทางตามยาว ซึ่งวิธีการของเขาจะอธิบายผลของแรงจากความเครียดในพื้นที่สัมผัส และถูกนำมาประยุกต์ใช้ และเป็นที่นิยมใช้อธิบายการสัมผัสระหว่างล้อและรางจนถึงปัจจุบัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.5 การปีนรางของบังใบล้อภายใต้สภาวะคงที่ของชุดล้อ

กระบวนการปีนรางเกิดขึ้นจากบังใบล้อสัมผัสเลื่อนขึ้นบนหัวรางซึ่งอาจเกิดจากการเพิ่มขึ้นของแรงด้านข้าง สามารถพิจารณาให้อยู่ในสภาวะคงที่ ซึ่งไม่นำผลจากความเฉื่อยของชุดล้อมาพิจารณา สมมุติให้มีการปีนรางที่ล้อซ้ายและเกิดการลื่นไถลเกิดขึ้นระหว่างบังใบล้อและราง



รูปที่ 3.13 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง แรงกระทำบนชุดล้อ

จากรูปที่ 3.13 เป็นการแสดงแรงที่กระทำกับชุดล้อที่ใช้ในการจำลองและแสดงการปีนรางของบังใบที่ล้อซ้าย ตัวแปรต่างๆจะแสดงด้านซ้ายและขวา ตามอักษร L และ R ตามลำดับ

H, L, V คือ แรงในแนวยาว ด้านข้าง และแนวตั้งที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง

P_L, P_R คือ แรงจากน้ำหนักในแนวตั้งกระทำบนชุดล้อ

F_n, F_{cy} คือ แรงตั้งฉากและแรงสัมผัสในแนวด้านข้างระหว่างล้อและราง

r_L, r_R คือ รัศมีการกลิ้งที่จุดสัมผัสล้อซ้ายและขวา

δ_L, δ_R คือ มุมสัมผัสที่จุดสัมผัสที่ล้อซ้ายและขวา

ψ, θ คือ มุมปะทะและมุมการกลิ้งของล้อ

3.2.6 พิกัดความปลอดภัยของการตกรางของรถไฟเนื่องจากล้อปีนราง

ประเภทของการตกรางจะแบ่งเป็นสองประเภท คือการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง และการตกรางเนื่องจากล้อกระแทกราง ดังที่ได้กล่าวมานั้น ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือน พิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางได้จากการวิเคราะห์แรงที่กระทำต่อบังใบล้อ โดยพิกัดแรกสามารถวิเคราะห์อย่างง่ายตามหลักสมดุลในสองมิติ ซึ่งจะสมมุติให้มีแรงเสียดทานเกิดขึ้นระหว่างล้อและราง ส่วนพิกัดที่สองคือวิธีการประมาณจากสูตร ซึ่งจะพิจารณาถึงผลจากแรงคืบ ระหว่างล้อและรางในสามมิติ เพื่อหาอัตราส่วนสูงสุดของแรงด้านข้างต่อแนวตั้ง ปรากฏการณ์จากอุบัติเหตุรถไฟตกรางเนื่องจากล้อปีน

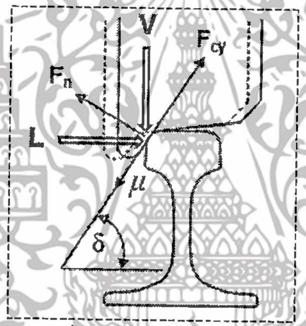
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รางได้รับการศึกษามากกว่า 100 ปี และเกณฑ์ในการพิจารณาต่างๆจะถูกเสนอและนำมาใช้โดยวิศวกรรถไฟในแต่ละประเทศเพื่อเป็นแนวทางในการทดสอบรองรับความปลอดภัยของรถไฟ โดยเกณฑ์ตัวอย่างที่ได้รับความนิยมในการประเมินหาค่าพิกัดแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง มีดังต่อไปนี้

3.2.6.1 พิกัดความปลอดภัยของนาดาล

พิกัดความปลอดภัยของการตกรางล้อเดี่ยวของนาดาลได้ถูกเสนอตามหลักพื้นฐานสมดุลอย่างง่ายของแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง ซึ่งต่อไปจะเรียกว่าอัตราส่วนของ L/V โดยการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางจะเกิดขึ้นเมื่ออัตราส่วนแรงดังกล่าวเกินกว่าพิกัดที่กำหนด กำหนดให้ L คือแรงในแนวด้านข้าง และ V คือแรงในแนวตั้ง พิจารณาตามกฎแรงเสียดทานของคูลอมบ์ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงคืบด้านข้างและแรงตั้งฉาก โดยกำหนดให้ μ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของบังใบล้อและหัวราง จากความสัมพันธ์ของคูลอมบ์ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$F_{cy} = \mu F_n \tag{3.5}$$



รูปที่ 3.14 แสดงแรงกระทำที่บังใบล้อของพิกัดความปลอดภัยของนาดาล

จากความสมดุลแรงในทางด้านข้าง และแนวตั้งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$L = -F_n \sin\delta + F_{cy} \cos\delta \tag{3.6}$$

$$V = -F_n \cos\delta - F_{cy} \sin\delta \tag{3.7}$$

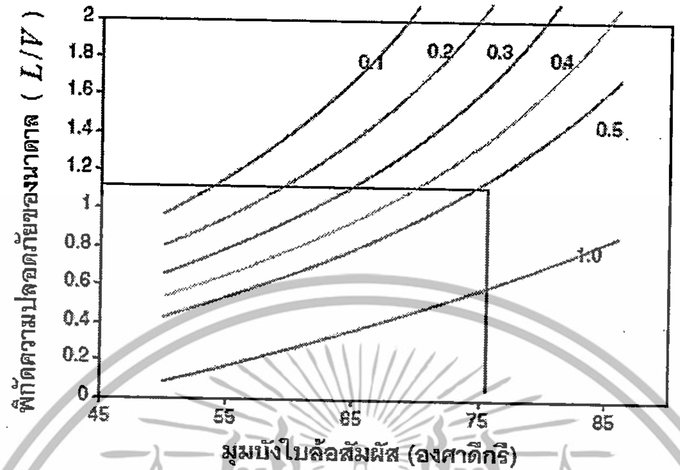
จากสมการ (3.6) หารด้วยสมการ (3.7) จะได้สูตรของการกำหนดพิกัดความปลอดภัยของนาดาลสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan\delta - \mu}{1 + \mu \tan\delta} \tag{3.8}$$

จากสมการถ้ามุมสัมผัสมากสุดจะส่งผลให้พิกัดอัตราส่วนของ L/V น้อยสุด ดังนั้นที่มุมสัมผัสและแรงเสียดทานใดๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างล้อและราง และส่งผลให้อัตราส่วน L/V เกินค่าพิกัดดังกล่าว การตก

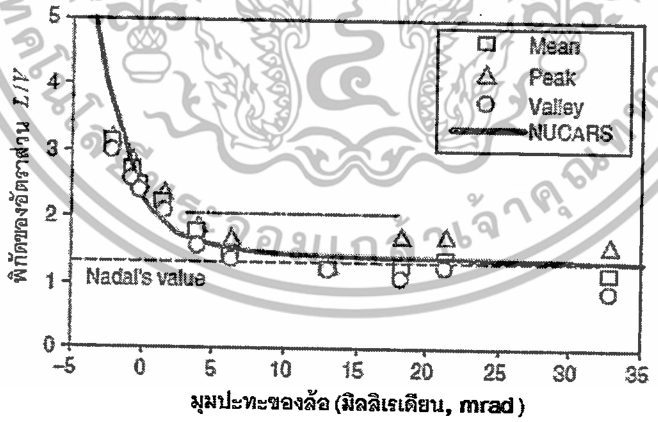
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รางเนื่องจากล้อปีนรางก็จะเกิดขึ้นซึ่งจากสมการสามารถเขียนกราฟได้ดังรูปที่ 3.15 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าที่มุมบังใบล้อสัมผัสที่มากขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ลดลงจะส่งผลให้พิกัดอัตราส่วนของ L/V มากขึ้นจะเห็นว่าเป็นความสัมพันธ์เฉพาะมุมสัมผัสบังใบล้อและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในสองมิติเท่านั้น ส่วนแรงเฉือนตามยาว และมุมปะทะของล้อของชุดล้อจะไม่ถูกนำมาพิจารณา



รูปที่ 3.15 แสดงพิกัดความปลอดภัยของนาดาลที่มุมบังใบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ [11]

จากที่กล่าวมาข้างต้นเพื่ออธิบายผลของมุมปะทะของล้อจากรูปที่ 3.8 ที่ส่งผลต่อพิกัดอัตราส่วนของ L/V จากการปีนรางของชุดล้อ โดยผลที่ได้เป็นการจำลองจากโปรแกรม NUCARS™ ของ ที่มุมบังใบล้อสัมผัส 75° ในการทดสอบนี้การตกรางจะไม่เกิดขึ้นในกรณีอัตราส่วนของ L/V น้อยกว่าเส้นทึบ ดังรูปต่อไปนี้



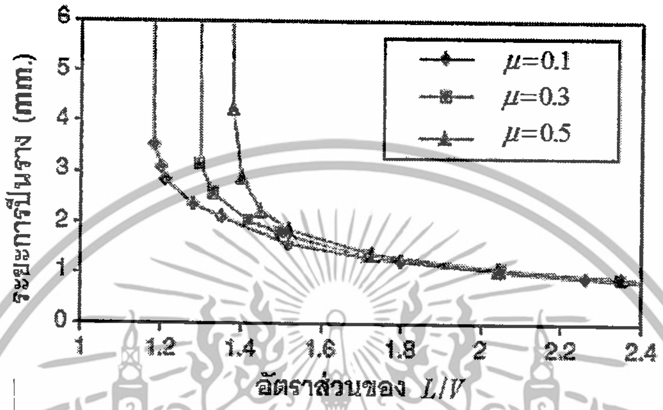
รูปที่ 3.16 แสดงผลของมุมปะทะของล้อต่อพิกัดอัตราส่วนของ L/V [2]

จากรูปที่ 3.16 แสดงให้เห็นว่าถ้ามุมปะทะของล้อเพิ่มขึ้นถึงประมาณ 10 มิลลิเรเดียน (mrad) ค่าพิกัดอัตราส่วนของ L/V จะสอดคล้องกับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล แต่สำหรับมุมปะทะของล้อที่มีขนาดเล็กและน้อยกว่าศูนย์ พิกัดอัตราส่วนของ L/V จะมีค่ามากกว่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาลโดยสรุปพิกัดความปลอดภัยของนาดาลจะให้ค่าน้อยกว่าการจำลองในกรณีที่มุมปะทะของล้อมีค่าน้อย และจะมีความสอดคล้องเมื่อมุมปะทะของล้อมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางจะเกิดขึ้นเมื่ออัตราส่วนของ L/V เกินค่าพิกัดที่กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

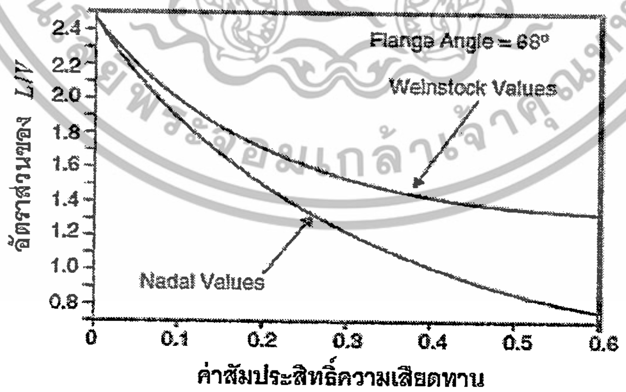
3.2.6.2 พิกัดความปลอดภัยของไวน์สต็อค (Weinstock's safety limit)

ในปี ค.ศ. 1984 ไวน์สต็อค (Weinstock) ได้เสนอพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางที่มีค่าพิกัดเพิ่มขึ้น [11] โดยพิจารณาจากการตกรางของชุดล้อ หรือที่ทราบกันในชื่อ "ผลรวมของอัตราส่วน L/V ของชุดล้อ (Axle sum L/V ratio)" เป็นการพิจารณาจากพื้นฐานของสมการนาดาล ซึ่งอัตราส่วนของ L/V จะมีผลจากความเสียดทานการสัมผัสที่พื้นล้ออีกด้านของมุมสัมผัสจากความกรวยของพื้นล้อโดยทั่วไปจะมีค่า 0 ถึง 3°



รูปที่ 3.17 แสดงผลของระยะการปีนรางที่พื้นล้อกับอัตราส่วนของ L/V ที่มุมบังใบล้อ 75° [11]

การศึกษาการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางแสดงให้เห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่พื้นล้ออีกข้าง (Nonflanging) เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้พิกัดอัตราส่วนของ L/V เพิ่มขึ้นตามไปด้วย การตกรางเนื่องจากล้อปีนรางจะไม่เกิดขึ้นเมื่อระดับพิกัดอัตราส่วนของ L/V มีค่าน้อยกว่าเส้นกราฟในแต่ละค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานพื้นล้อ



รูปที่ 3.18 แสดงผลเปรียบเทียบพิกัดของนาดาลกับไวน์สต็อค [11]

จากรูปที่ 3.18 เป็นการเปรียบเทียบพิกัดความปลอดภัยของนาดาลและไวน์สต็อค ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ จากการสัมผัสกันระหว่างล้อและราง ซึ่งหากค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานพื้นล้อเป็นศูนย์ พิกัดของไวน์สต็อค จะลู่เข้าพิกัดของนาดาลเนื่องจากไม่มีการปีนรางที่พื้นล้อซึ่งเป็นการปีนรางที่บังใบล้อเดียวนั่นเอง ข้อดีของเกณฑ์ ไวน์สต็อค คือสามารถวัดค่าอัตราส่วนของ L/V ได้ง่ายบนชุดล้อ และส่งผลให้มีความแม่นยำมากกว่าเกณฑ์ของนาดาลที่วัดเพียงล้อเดียวมีโอกาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ ... ไม่ได้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผิดพลาดสูง เช่น ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดจากการไม่สามารถควบคุมการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน

3.2.6.3 พิกัดความปลอดภัยจากการประมาณจากสูตร

พิจารณาระบบพิกัดรวม (Global coordinate system) โดยมีแกน x, y, z เป็นแกนตามแนวยาว แนวด้านข้าง และแนวตั้ง ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.13 ระบบพิกัดที่ตำแหน่งสัมผัส (Contact coordinate system) ระหว่างล้อและรางรถ x', y', z' โดยระบบนี้แกน z' ตั้งฉากกับระนาบสัมผัส x' เป็นแกนสัมผัสกับวงการกลิ้ง และแกน y' จะขนานกับแกนอีกสองตามเข็มนาฬิกา การศึกษาการสัมผัสระหว่างล้อและรางในสามมิติจะกล่าวถึงแรงปฏิกิริยาของสัมผัสโดยกำหนดให้ H, L และ V เป็นส่วนประกอบของแรงแนวยาว ด้านข้างและแนวตั้งตามลำดับ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับแรงคืบ ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} H \\ L \\ V \end{Bmatrix} = [A]^T \begin{Bmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \\ F_n \end{Bmatrix} \tag{3.9}$$

เมื่อ $[A] = [A_Z][A_X][A_Y]$ คือ เมทริกซ์การแปลงรูปจากระบบพิกัดรวมไปยังพิกัดจุดสัมผัส

$$[A_Z] = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [A_X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta & -\sin\delta \\ 0 & \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix}, [A_Y] = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

กำหนดให้ v และ v' คือเวกเตอร์ของระบบพิกัดรวม และระบบพิกัดที่จุดสัมผัส ตามลำดับ สามารถเขียนความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ทั้งสองระบบได้ดังนี้

$$\{v\} = [A]^T \{v'\} \tag{3.11}$$

แรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง ประกอบด้วยสองส่วนประกอบด้วยกัน คือแรงในแนวตั้งฉาก (F_n) โดยมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบ z' และแรงในแนวสัมผัส (F_{cx}, F_{cy}) โดยมีทิศทางตามแนว x' และ y' ตามลำดับ ดังนั้นแรงปฏิกิริยาที่จุดสัมผัส (r_e') สามารถเขียนได้ดังนี้

$$r_e' = F_{cx}x' + F_{cy}y' + F_n z' \tag{3.12}$$

จากความสัมพันธ์ของระบบพิกัดรวม และระบบพิกัดที่จุดสัมผัส สามารถเขียนแรงปฏิกิริยาที่จุดสัมผัสได้ดังนี้

$$r_e = [A]^T r_e' \tag{3.13}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาความสมดุลของล้อแรงปฏิกิริยา (r_e) สามารถเขียนอยู่ในพิกัดรวมของส่วนประกอบตามแนวยาว (H) แนวด้านข้าง (L) และแนวตั้ง (V) ดังนี้

$$r_e = Hx + Ly + Vz \tag{3.14}$$

ดังนั้น สามารถเขียนแสดงส่วนประกอบของแรงตามพิกัดรวมได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
H &= -F_{cx}(\sin\psi\cos\theta) + F_{cy}(\cos\psi\sin\theta\sin\delta + \sin\psi\cos\delta) + F_n(\cos\psi\sin\theta\cos\delta - \sin\psi\sin\delta) \\
L &= -F_{cx}(\sin\psi\cos\theta) - F_{cy}(\cos\psi\cos\delta - \sin\psi\sin\theta\sin\delta) + F_n(\cos\psi\sin\delta + \sin\psi\sin\theta\cos\delta) \\
V &= F_{cx}(\sin\theta) + F_{cy}(\cos\theta\sin\delta) + F_n(\cos\theta\cos\delta)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

จากส่วนประกอบของแรงของสมการข้างต้นเพื่อหาพิกัดการตกรางที่ได้จะไม่ขึ้นเพียงเฉพาะมุมบังใบล้อสัมผัส (δ) เท่านั้น แต่ยังขึ้นกับมุมปะทะของล้อของชุดล้อตามตำแหน่งของจุดสัมผัสด้วย พิจารณามุมการกลิ้ง (θ) มีค่าน้อย ดังนั้นเพื่อแสดงให้เห็นถึงผลการเปลี่ยนแปลงของค่าพิกัดความปลอดภัยการตกรางของอัตราส่วน L/V อย่างชัดเจน จากสมการที่ (3.15) ส่วนประกอบของแรงในแนวด้านข้าง และแนวตั้ง สามารถเขียนได้ดังนี้

$$L = -F_{cx}\sin\psi - F_{cy}\cos\psi\cos\delta + F_n\cos\psi\sin\delta \tag{3.16}$$

$$V = -F_{cy}\sin\delta + F_n\cos\delta \tag{3.17}$$

จากสมการที่ (3.16) และ (3.17) ดังนั้น อัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแนวตั้ง (L/V) สามารถเขียนความสัมพันธ์ ได้ดังนี้

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan\delta\cos\psi - t_y\mu\cos\psi - \dfrac{t_x\mu\sin\psi}{\cos\delta}}{1 + t_y\mu\tan\delta} \tag{3.18}$$

จากสมการที่ (3.18) แสดงให้เห็นว่า มุมปะทะของล้อและแรงคืบมีผลต่อแรงลัพธ์สัมผัสระหว่างล้อและราง กำหนดให้ F คือมอดูลัสของแรงสัมผัสทั้งหมด [5] และ t_x, t_y คือค่าสัมประสิทธิ์ของแรงคืบต่อหนึ่งหน่วยในทิศทาง x', y' ตามลำดับซึ่งกำหนดได้ดังนี้

$$t_x = \frac{F_{cx}}{F}, \quad t_y = \frac{F_{cy}}{F}, \quad \sqrt{t_x^2 + t_y^2} = 1 \tag{3.19}$$

จากสมการที่ (3.18) อัตราส่วนของแนวแรงด้านข้างต่อแนวตั้ง สามารถเขียนโดยอาศัยค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้ (f_y) [5] ได้ดังนี้

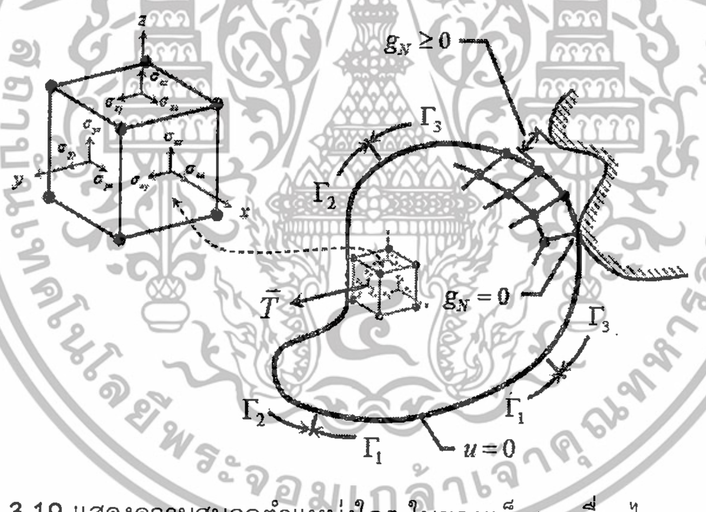
$$\frac{L}{V} = \frac{\tan\delta - f_y\mu}{1 + f_y\mu\tan\delta} \tag{3.20}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแนวตั้งดังกล่าวจะเป็นพิกัดความปลอดภัยของนาดาลเมื่อเกิดการลื่นไถลสมบูรณ์เกิดขึ้น นั่นคือ มุมปะทะของล้อเป็นศูนย์ ส่งผลให้แรงเสียดทานในแนวด้านข้างจะอิ่มตัว (Saturated) ตามกฎแรงเสียดทานของคูลอมบ์ $(t_y = 1)$ แต่ในทางตรงกันข้ามตามหลักทฤษฎีการคืบเชิงเส้นของคาลเคอร์ (Kalker's linear creep theory) แรงคืบในแนวยาวและแนวด้านข้างจะไม่อิ่มตัวซึ่งจะเป็นรูปแบบของแรงเสียดทานการหมุนกลิ้ง โดยค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้ (f_y) มีค่าอยู่ในช่วง $-1 \le f_y \le 1$ ดังที่ได้กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมา

3.3 ทฤษฎีพื้นฐานกลศาสตร์ของแข็ง

การวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมส่วนใหญ่ สามารถอธิบายได้ด้วยรูปแบบสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) หรือรูปแบบของสมการเชิงปริพันธ์ (Integral equation) ในรูปแบบต่างๆ การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายปัญหาหรือกระบวนการทางกายภาพดังกล่าวจำเป็นต้องมีความรู้ในทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องตามสมการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกสร้างขึ้นตามแบบจำลองของปัญหา โดยแบบจำลองจะถูกสร้างภายใต้ข้อสมมุติซึ่งพิจารณาเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวิเคราะห์เพื่อลดความซับซ้อนของปัญหา



รูปที่ 3.19 แสดงความสมดุลตำแหน่งใดๆ ในของแข็งและเงื่อนไขขอบเขต

การวิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง ที่มีการยืดหยุ่น ซึ่งพิจารณาวัตถุสามมิติสองก้อนวางสัมผัสกันในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinate system) ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) ดังแสดงในรูปที่ 3.19 สมการควบคุมระบบ (Governing equation) ที่เกี่ยวข้องตามหลักสมดุลประกอบด้วยดังนี้

3.3.1 สมการเงื่อนไขขอบเขต

เงื่อนไขขอบเขตของการวิเคราะห์ปัญหากลศาสตร์ของแข็งที่มีลักษณะที่ไม่เชิงเส้น (Nonlinearity) เนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ระหว่างการสัมผัสกัน เช่น การสัมผัสกันของฟันเฟือง การสัมผัสกันระหว่างแผ่นวัสดุกับแม่พิมพ์ และการสัมผัสระหว่างล้อและราง เป็นต้น สามารถกำหนดเงื่อนไขดังกล่าวเป็น 3 ขอบเขต [12] ดังแสดงในรูปที่ 3.19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.1.1. เงื่อนไขขอบเขตการเคลื่อนที่ (displacement boundary conditions) หรือเงื่อนไขของ DIRICHLET ซึ่งแสดงถึงการกำหนดค่าตำแหน่งของการเคลื่อนที่ของขอบเขต Γ_1 ดังนี้

$$u = 0 \tag{3.21}$$

3.3.1.2. เงื่อนไขขอบเขตแรงกระทำที่ผิว $\bar{T}_S$ (Surface traction) หรือเงื่อนไขของ NEUMANN แสดงตามขอบเขต Γ_2 ซึ่งมีสภาวะความเค้น (Stress state) เกิดขึ้น สามารถเขียนในรูปแบบทั่วไป ดังนี้

$$\bar{T}_S = \{\sigma\}\ \hat{n} \tag{3.22}$$

เมื่อ $\bar{T}_S = T_x\hat{i} + T_y\hat{j} + T_z\hat{k}$ โดย T_x, T_y, T_z แรงที่ผิวในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของส่วนประกอบความเค้นต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \tag{3.23}$$

เมื่อ n_x, n_y, n_z เป็นทิศทางโคไซน์ (Direction cosines) ของเวกเตอร์ และ $\hat{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} + n_z\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับขอบเขต Γ_2 ณ จุดที่กำลังพิจารณา

3.3.1.3. เงื่อนไขขอบเขตการสัมผัส หรือเงื่อนไขของ KUHN – TUCKER เมื่อวัตถุมีการสัมผัสกัน ช่องว่างสัมผัส (Gap contact) จะเป็นศูนย์ และเกิดความเค้นสัมผัส (Contact stress) ตามขอบเขต Γ_3 สามารถเขียนเงื่อนไขการสัมผัสได้ดังนี้

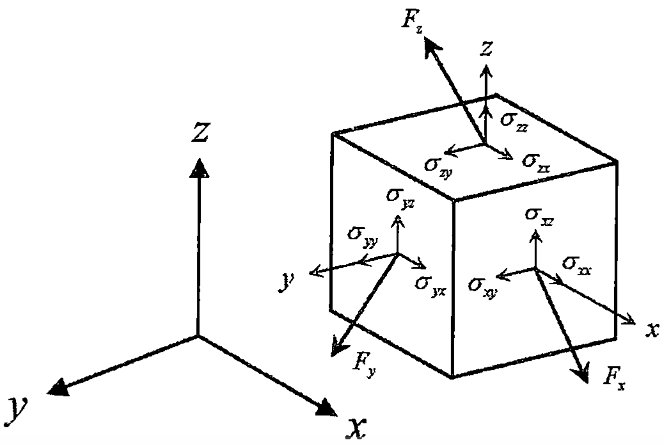
$$g_N \geq 0, \quad p_N \leq 0, \quad g_N\ p_N = 0 \tag{3.24}$$

โดย g_N คือ ช่องว่างการสัมผัสตั้งฉาก (Normal gap contact) p_N คือ ความเค้นสัมผัสตั้งฉากซึ่งเกิดจากส่วนประกอบของแรงตั้งฉากกระทำที่ผิว $p_N = \bar{T}_S \cdot \hat{n}$ ที่ขอบเขต Γ_3 และที่จุดสัมผัสเดียวกันจะมีค่าเท่ากัน

3.3.2 สมการสมดุลเชิงอนุพันธ์

การแก้ปัญหาเชิงอนุพันธ์ของสมการสมดุลของแข็งในสามมิติจะเริ่มต้นจากการพิจารณาความสมดุลของเอลิเมนต์ที่มีปริมาตร dV_e ดังรูปที่ 3.20 ที่มีแรงกระทำบนเอลิเมนต์แสดงดังต่อไปนี้ สามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของความสมดุลในแนวแกน x, y และ z ของเอลิเมนต์ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.20 แสดงส่วนประกอบความเค้นในสามมิติ

โดย $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ แทนส่วนประกอบความเค้นในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ แทนความเค้นเฉือน และ F_x, F_y, F_z แทนแรงกระทำวัตถุ (Body force) ในแกน x, y, z ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} + F_x = 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} + F_y = 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0
\end{aligned} \qquad (3.25)$$

ดังนั้นสถานะความเค้น ณ จุดใดๆ เขียนได้ดังนี้

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (3.26)$$

เมื่อ $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด เขียนได้ดังนี้

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \qquad (3.27)$$

เมื่อ $[D]$ คือ เมทริกซ์ความสัมพันธ์ของความเค้นกับความเครียด (Stress strain relationship) สามารถหาได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[D]=\frac{E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}\begin{bmatrix} 1-\upsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\upsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\upsilon & 0 & 0 & 0 \\ & & & \left(\frac{1-2\upsilon}{2}\right) & 0 & 0 \\ & & & & \left(\frac{1-2\upsilon}{2}\right) & 0 \\ Symmetry & & & & & \left(\frac{1-2\upsilon}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

โดยค่าคงที่ทั้งสองของวัสดุ E และ υ มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$G=\frac{E}{2(1+\upsilon)} \quad (3.29)$$

โดย G คือค่ามอดูลัสความเค้นเฉือน และ E คือ มอดูลัสความยืดหยุ่น และ υ คือ อัตราส่วนปัวซองของวัสดุ

3.4 หลักการพื้นฐานของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

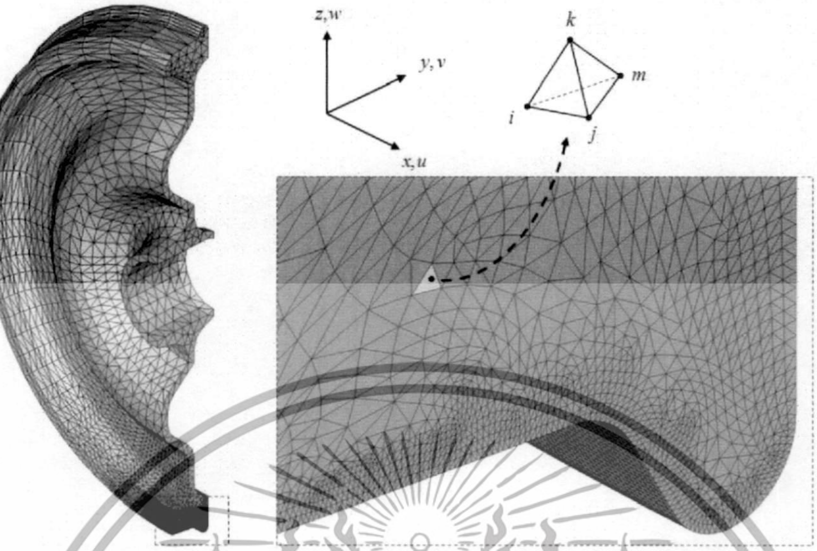
โดยทั่วไปการประดิษฐ์สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหา สามารถสร้างได้จากความรู้พื้นฐานของทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง แต่ผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution) ที่ต้องการจำเป็นต้องประดิษฐ์ขึ้นด้วยระเบียบวิเคราะห์ (Analytical method) ของการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวจะทำได้โดยลำบากหรือไม่สามารถทำได้เลย ดังนั้นวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate solution) ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงเป็นที่นิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตจนกระทั่งปัจจุบัน ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขชนิดหนึ่งสำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ของสมการควบคุมระบบ และใช้เงื่อนไขขอบเขต แก้สมการหาผลเฉลยโดยประมาณ และสามารถใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้อย่างดี ดังนั้นผู้ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จำเป็นต้องมีความรู้ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับซอฟแวร์นั้นจึงจะสามารถใช้ได้ถูกต้องอย่างมั่นใจ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกประดิษฐ์จากสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation) ที่สอดคล้องกับสภาวะความจริงของปัญหา โดยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเหล่านี้เป็นหัวใจหลักของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.4.1 การวิเคราะห์กลศาสตร์ของแข็งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิเคราะห์กลศาสตร์ของแข็งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะแบ่งโครงสร้างออกเป็นส่วนย่อยๆ ให้มีความเหมาะสมกับลักษณะของรูปร่างของโครงสร้าง ดังรูปที่ 3.21 ฟังก์ชันการกระจัด (Displacement function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง จะสามารถหาค่าการกระจัด ความเครียด ความเค้น แรงกระทำที่จุดต่อต่างๆของแต่ละเอลิเมนต์ และแรงสัมผัส (Contact forces) ระหว่างโครงสร้างของปัญหาการสัมผัสกัน ที่มีลักษณะเงื่อนไขขอบเขตเปลี่ยนแปลง (Changing boundary

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

condition) การแก้ปัญหากลศาสตร์ต่อเนื่องด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณมีหลักการทั่วไปตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.21 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกเป็นส่วนย่อยด้วยเอลิเมนต์สามมิติทรงสี่หน้า

ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งโครงสร้างเป็นเอลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของเอลิเมนต์ การแบ่งโครงสร้างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยหลายๆชิ้นเรียกว่าเอลิเมนต์ (Element) ซึ่งเชื่อมกันด้วยจุดต่อ (Node) จะต้องคำนึงถึงรูปร่างของชิ้นส่วนให้มีลักษณะสอดคล้องกับรูปร่างเดิมให้มากที่สุด เพื่อผลของคำตอบที่มีค่าความผิดพลาดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ โดยแบ่งเอลิเมนต์ออกเป็นส่วนใหญ่ๆ ก่อนแล้วค่อยแบ่งย่อยเพื่อความเป็นระเบียบของเอลิเมนต์ ควรคำนึงถึงบริเวณที่สนใจ เช่น เงื่อนไขขอบเขตของการสัมผัสกันควรแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็ก ส่วนบริเวณถัดออกไปควรมีขนาดใหญ่ขึ้นเพื่อลดเวลาการคำนวณ งานวิจัยในครั้งนี้กำหนดเป็นปัญหาระบบสามมิติ และเลือกใช้เอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า (Four-node tetrahedral element) โดยแต่ละจุดต่อมีองศาความอิสระ (Degree of freedom) เป็น 3 ดังนั้นในหนึ่งเอลิเมนต์จะมีค่าองศาความอิสระทั้งหมดเท่ากับ 12 องศาความอิสระ การวิเคราะห์ปัญหาด้านกลศาสตร์ของแข็งด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ตัวแปรพื้นฐานของการประเมินค่าความแข็ง (Stiffness approach) คือ การกระจัดของจุดต่อ กำหนดให้ $\{d\}$ แทนค่าการกระจัดจุดต่อไม่ทราบค่า (Nodal unknowns) โดยที่ u,v และ w คือการกระจัดตามแนว x,y และ z ตามลำดับ ที่จุดต่อใดๆดังนี้

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_k \\ d_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \vdots \\ u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix} \tag{3.30}$$

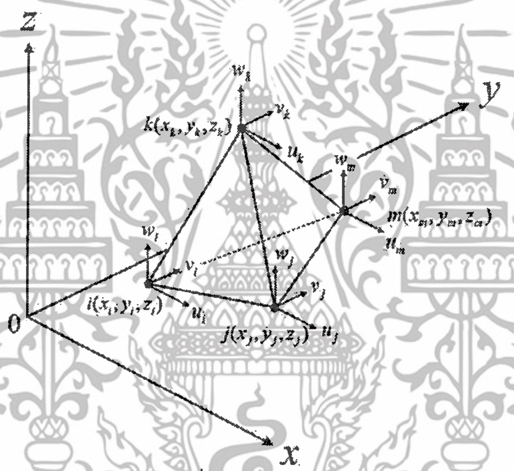
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์ (Element Interpolation Functions) เป็นขั้นตอนการกำหนดเลือกฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาอธิบายการเสียรูปของเอลิเมนต์ นั่นคือการกระจัดจุดต่อของเอลิเมนต์ที่กล่าวในขั้นตอนที่ 1 โดยส่วนใหญ่เป็นฟังก์ชั่นโพลิโนเมียล (Polynomials function) ดังนั้นรูปแบบทั่วไปของส่วนประกอบการกระจัด u ในแนวแกน x เขียนได้ดังนี้

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z \tag{3.31}$$

พิจารณาเอลิเมนต์สามมิติทรงสี่หน้าดังรูปที่ 3.22 ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับแนวแกน x สามารถเขียนได้ดังนี้

$$u(x,y,z) = N_i(x,y,z)u_i + N_j(x,y,z)u_j + N_k(x,y,z)u_k + N_m(x,y,z)u_m \tag{3.32}$$



รูปที่ 3.22 แสดงจุดต่อของเอลิเมนต์ทรงสี่หน้าในพิกัดรวม (Global coordinate system)

เมื่อ $u_i, u_j, u_k,$ และ u_m เป็นส่วนประกอบการกระจัดจุดต่อในแนวแกน x และ N_i, N_j, N_k และ N_m คือ สี่ฟังก์ชั่นรูปร่าง (Four Shape Function) โดยการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไอโซพาราเมทริกซ์ (Isoparametric) [13] ที่จุดต่อใดๆฟังก์ชั่นรูปร่างมีค่าเท่ากับหนึ่ง และที่จุดต่ออื่นๆมีค่าเท่ากับศูนย์ สามารถเขียนความสัมพันธ์ดังกล่าว ได้ดังนี้

$$\begin{array}{llll} N_i(x_i,y_i,z_i) = 1 & N_j(x_i,y_i,z_i) = 0 & N_k(x_i,y_i,z_i) = 0 & N_m(x_i,y_i,z_i) = 0 \\ N_i(x_j,y_j,z_j) = 0 & N_j(x_j,y_j,z_j) = 1 & N_k(x_j,y_j,z_j) = 0 & N_m(x_j,y_j,z_j) = 0 \\ N_i(x_k,y_k,z_k) = 0 & N_j(x_k,y_k,z_k) = 0 & N_k(x_k,y_k,z_k) = 1 & N_m(x_k,y_k,z_k) = 0 \\ N_i(x_m,y_m,z_m) = 0 & N_j(x_m,y_m,z_m) = 0 & N_k(x_m,y_m,z_m) = 0 & N_m(x_m,y_m,z_m) = 1 \end{array} \tag{3.33}$$

ในทำนองเดียวกันฟังก์ชันการกระจัดสำหรับแนวแกน y และ z สามารถเขียนได้ดังนี้

$$v = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 z \tag{3.34}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z \tag{3.35}$$

ดังนั้น

$$v(x,y,z) = N_i(x,y,z)u_i + N_j(x,y,z)u_j + N_k(x,y,z)u_k + N_m(x,y,z)u_m \tag{3.36}$$

และ

$$w(x,y,z) = N_i(x,y,z)u_i + N_j(x,y,z)u_j + N_k(x,y,z)u_k + N_m(x,y,z)u_m \tag{3.37}$$

เมื่อ $v_i, v_j, v_k,$ และ v_m เป็นส่วนประกอบการกระจัดจุดต่อในแนวแกน y และ $w_i, w_j, w_k,$ และ w_m เป็นส่วนประกอบการกระจัดจุดต่อในแนวแกน z จากฟังก์ชันการกระจัดของสมการที่ (3.32) (3.36) และ (3.37) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ฟังก์ชันรูปร่าง และการกระจัดจุดต่อไม่ทราบค่า (Unknown nodal displacements) ของสมการที่ (3.30) ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 & N_m & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 & N_m & 0 \\ 0 & 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \vdots \\ u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix} \tag{3.38}$$

เมื่อ N_i, N_j, N_k และ N_m คือฟังก์ชันรูปร่าง โดยสามารถหาตามความสัมพันธ์ตามระบบพิกัดรวม เขียนฟังก์ชันพาราามิเตอร์ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\phi = c_1 + c_2x + c_3y + c_4z \tag{3.39}$$

เมื่อ $x = x_i, y = y_i$ และ $z = z_i$ ดังนั้น ฟังก์ชันพารามิเตอร์ $\phi = \phi_i$

$$\phi_i = c_1 + c_2x_i + c_3y_i + c_4z_i \tag{3.40}$$

$$\phi_j = c_1 + c_2x_j + c_3y_j + c_4z_j \tag{3.41}$$

$$\phi_k = c_1 + c_2x_k + c_3y_k + c_4z_k \tag{3.42}$$

$$\phi_m = c_1 + c_2x_m + c_3y_m + c_4z_m \tag{3.43}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.40) – (3.43) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \\ \phi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

หาเวกเตอร์ค่าคงที่ และแทนค่ากลับในสมการที่ (3.24) จะได้

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \\ \phi_m \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

สามารถจัดฟอร์ม ได้ดังนี้

$$\phi = N_i(x,y,z)\phi_i + N_j(x,y,z)\phi_j + N_k(x,y,z)\phi_k + N_m(x,y,z)\phi_m \tag{3.46}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันรูปร่าง คือ

$$N_i(x,y,z) = \frac{1}{6V_e}(\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y + \delta_i z) \tag{3.47}$$

$$N_j(x,y,z) = \frac{1}{6V_e}(\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y + \delta_j z) \tag{3.48}$$

$$N_k(x,y,z) = \frac{1}{6V_e}(\alpha_k + \beta_k x + \gamma_k y + \delta_k z) \tag{3.49}$$

$$N_m(x,y,z) = \frac{1}{6V_e}(\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m y + \delta_m z) \tag{3.50}$$

เมื่อ V_e คือปริมาตรของเอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า และหาจากค่าดีเทอร์มิแนนต์ดังนี้

$$V_e = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_m & y_m & z_m \end{vmatrix} \tag{3.51}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันรูปร่าง α_i, β_i, γ_i และ δ_i ของสมการ (3.47) – (3.50) เขียนโดยวิธีการวนสลับเปลี่ยนตัวเลข (Cyclic permutation) ได้ดังนี้

$$\alpha_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \beta_i = -\begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix}$$
$$\gamma_i = \begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \delta_i = -\begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} \tag{3.52}$$

และ

$$\alpha_j = \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_k & y_k & z_k \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \beta_j = -\begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix}$$
$$\gamma_j = \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \delta_j = -\begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} \tag{3.53}$$

และ

$$\alpha_k = \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \beta_k = -\begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \end{vmatrix}$$
$$\gamma_k = \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix}, \quad \delta_k = -\begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} \tag{3.54}$$

และ

$$\alpha_m = \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \end{vmatrix}, \quad \beta_m = -\begin{vmatrix} 1 & y_i & z_i \\ 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \end{vmatrix}$$
$$\gamma_m = \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix}, \quad \delta_m = -\begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \end{vmatrix} \tag{3.55}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 การกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด และความเค้นกับความเครียด การพิจารณาความเครียดของเอลิเมนต์สามมิติของระบบพิกัดคาร์ทีเชียน กำหนดได้ดังนี้

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial w}{\partial w} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y} \\ \dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{\partial w}{\partial z} \end{Bmatrix} \tag{3.56}$$

จากสมการที่ (3.56) สามารถเขียนให้อยู่ในความสัมพันธ์ของฟังก์ชันรูปร่าง ได้ดังนี้

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\} \tag{3.57}$$

เมื่อ

$$[B] = [\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4] \tag{3.58}$$

และ เมทริกซ์ย่อย (Submatrix) $\underline{B}$ ในความสัมพันธ์ของฟังก์ชันรูปร่าง กำหนดได้ดังนี้

$$\underline{B}_i = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,z} \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} & N_{i,y} \\ N_{i,z} & 0 & N_{i,x} \end{bmatrix}, \quad \underline{B}_j = \begin{bmatrix} N_{j,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{j,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{j,z} \\ N_{j,y} & N_{j,x} & 0 \\ 0 & N_{j,y} & N_{j,y} \\ N_{j,z} & 0 & N_{j,x} \end{bmatrix} \tag{3.59}$$

$$\underline{B}_k = \begin{bmatrix} N_{k,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{k,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{k,z} \\ N_{k,y} & N_{k,x} & 0 \\ 0 & N_{k,y} & N_{k,y} \\ N_{k,z} & 0 & N_{k,x} \end{bmatrix}, \quad \underline{B}_m = \begin{bmatrix} N_{m,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{m,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{m,z} \\ N_{m,y} & N_{m,x} & 0 \\ 0 & N_{m,y} & N_{m,y} \\ N_{m,z} & 0 & N_{m,x} \end{bmatrix} \tag{3.60}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าฟังก์ชันรูปร่างจากสมการที่ (3.47) – (3.50) ในสมการที่ (3.59) – (3.60) ดังนั้น เมทริกซ์ย่อย $\underline{B}$ เขียนได้ ดังนี้

$$\underline{B}_i = \frac{1}{6V_e}\begin{bmatrix} \beta_i & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & \delta_i \\ \gamma_i & \beta_i & 0 \\ 0 & \delta_i & \gamma_i \\ \delta_i & 0 & \beta_i \end{bmatrix}, \quad \underline{B}_j = \frac{1}{6V_e}\begin{bmatrix} \beta_j & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_j & 0 \\ 0 & 0 & \delta_j \\ \gamma_j & \beta_j & 0 \\ 0 & \delta_j & \gamma_j \\ \delta_j & 0 & \beta_j \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

$$\underline{B}_k = \frac{1}{6V_e}\begin{bmatrix} \beta_k & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_k & 0 \\ 0 & 0 & \delta_k \\ \gamma_k & \beta_k & 0 \\ 0 & \delta_k & \gamma_k \\ \delta_k & 0 & \beta_k \end{bmatrix}, \quad \underline{B}_m = \frac{1}{6V_e}\begin{bmatrix} \beta_m & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_m & 0 \\ 0 & 0 & \delta_m \\ \gamma_m & \beta_m & 0 \\ 0 & \delta_4 & \gamma_m \\ \delta_m & 0 & \beta_m \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

เมื่อ α, β, γ และ δ หาจากสมการที่ (3.52) – (3.55) จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของสมการที่ (3.27) แทนค่าความเครียดจากสมการที่ (3.57) ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเอลิเมนต์ดังนี้

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{d\} \tag{3.63}$$

ขั้นตอนที่ 4 การหาสทิฟเนสเมทริกซ์ เวคเตอร์แรง และสมการของเอลิเมนต์ เพื่อสร้างสมการควบคุมในแต่ละเอลิเมนต์ โดยอาศัยหลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด กล่าวว่า “ถ้าการกระจัดของระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขการต่อเนื่อง (Continuity) เงื่อนไขขอบเขต ของระบบ และระบบอยู่ในสภาวะสมดุล (Stable equilibrium) พลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยที่สุด” จากหลักการดังกล่าว พิจารณาความสมดุลของเอลิเมนต์ที่มีปริมาตร dV_e ค่าพลังงานศักย์รวมสำหรับวัตถุยืดหยุ่นประกอบด้วย พลังงานศักย์ความเครียดภายในเนื้อวัสดุ (Internal strain energy) และพลังงานศักย์จากแรงภายนอกที่มากระทำกับวัตถุ (External potential energy of loading) สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \Pi &= \textit{Internal strain energy} + \textit{External potential energy of loading} \\ &= \quad (U) \quad + \quad (\Omega_b + \Omega_p + \Omega_s) \end{aligned} \tag{3.64}$$

เมื่อ U คือ พลังงานศักย์ความเครียดภายในเนื้อวัสดุ กำหนดได้ดังนี้

$$U = -\frac{1}{2}\iiint_{V_e} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\}\, dV_e \tag{3.65}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $\{\varepsilon\}$ คือ เมทริกซ์ความเครียด และ $\{\sigma\}$ คือ เมทริกซ์ความเค้น

Ω_b คือ พลังงานศักย์ของแรงต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรที่กระทำวัตถุ (Body force)

$$\Omega_b = -\iiint_{V_e} \{\varphi\}^T [\rho]\, dV_e \tag{3.66}$$

โดยที่ $\{\varphi\}$ คือ ฟังก์ชันการกระจัด และ $\{\rho\}$ คือ เมทริกซ์ความหนาแน่นจำเพาะของวัตถุ

Ω_p คือ พลังงานศักย์ของแรงกระทำเป็นจุด (Concentrated force)

$$\Omega_p = -\{d\}^T \{P\} \tag{3.67}$$

โดยที่ $\{d\}$ คือ การกระจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ และ $\{P\}$ แรงภายนอกที่กระทำที่จุดต่อ

Ω_s คือ พลังงานศักย์ของแรงกระทำที่พื้นผิว (Surface tractions)

$$\Omega_s = -\iint_S \{\varphi\}^T [T_S]\, ds \tag{3.68}$$

โดยที่ $\{\varphi\}$ คือ ฟังก์ชันการกระจัด และ $\{T_S\}$ คือ แรงกระทำที่ผิว จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.63) และหลักการของพลังงานศักย์รวมต่ำสุด ดังนั้นสมการที่ (3.64) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\Pi = \frac{1}{2}\{d\}^T \iiint_{V_e} [B]^T [D][B] dV_e \{d\} - \{d\}^T \iiint_{V_e} [N]^T [\rho]\, dV_e \\ -\{d\}^T\{P\} - \{d\}^T \iint_S [N]^T \{T\} dS\end{aligned} \tag{3.69}$$

เมื่อสามพจน์สุดท้ายคือพลังที่เกิดจากแรงภายนอกคูณด้วยการกระจัด ดังนั้นพลังงานศักย์รวม เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\Pi = \frac{1}{2}\{d\}^T \iiint_{V_e} [B]^T [D][B] dV_e \{d\} - \{d\}^T \{f\} \tag{3.70}$$

เมื่อ $\{f\}$ คือแรงภายนอกทั้งหมด

$$\{f\} = \iiint_{V_e} [N]^T [\rho]\, dV_e - \{P\} - \iint_S [N]^T \{T\}\, dS \tag{3.71}$$

การหาพลังงานศักย์ต่ำสุด สามารถกำหนดได้โดย $\partial\Pi / \partial\{d\} = 0$ นั่นคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{d\}} = \left[\iiint_{V_e} [B]^T \, [D] \, [B] dV_e \right] \{d\} - \{f\} = 0 \tag{3.72}$$

จัดความสัมพันธ์ใหม่ ดังนี้

$$\left[\iiint_{V_e} [B]^T \, [D] \, [B] dV_e \right] \{d\} = \{f\} \tag{3.73}$$

ขั้นตอนที่ 5 การนำสมการที่เขียนขึ้นได้จากทุกๆ เอลิเมนต์จากขั้นตอนดังกล่าวมาประกอบรวมกันด้วยวิธีซ้อนทับ (Superposition method) หรือเรียกว่าวิธีสทิฟเนสโดยตรง (Direct stiffness method) โดยอาศัยหลักของการสมดุลแรงที่จุดต่อเอลิเมนต์ และการต่อเนื่อง (Continuity) ของโครงสร้างก่อให้เกิดระบบสมการขนาดใหญ่ ดังนั้นสมการที่ (3.73) สามารถเขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$[K]\{d\} = \{f\} \tag{3.74}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ $[K]$ เป็นเมทริกซ์เอกฐาน (Singular matrix) ทั้งนี้เพราะตัวกำหนด (Determinant) เท่ากับศูนย์ จึงไม่สามารถหาค่าการกระจัดของระบบ $\{d\}$ โดยตรงจากสมการที่ (3.74) ได้ จึงจำเป็นต้องประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต หรือเงื่อนไขบังคับ (Constraints) หรือจุดรองรับ (Support) เพื่อช่วยทำให้ เมทริกซ์ $[K]$ ไม่เป็นเมทริกซ์เอกฐาน และสามารถหาการกระจัดที่จุดต่อ

ขั้นตอนที่ 6 การคำนวณค่าที่ต่อเนื่องอื่นๆ หลังจากคำนวณค่าการเคลื่อนตัวของการเสียรูปในของแข็งที่จุดต่อจากขั้นตอนที่ผ่านมาออกมาได้ก็สามารถคำนวณหาค่าความเครียด ความเค้น รวมถึงแรงที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งค่าต่างๆเหล่านี้สามารถคำนวณหาได้โดยอาศัยทฤษฎีพื้นฐานความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง ดังที่ได้กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมา

3.4.2 การวิเคราะห์แบบวิธีปริยายสถิตย์ (Static implicit method) ด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971

สำหรับปัญหาโดยทั่วไปของวัตถุภายใต้สภาวะสถิตย์เสมือนจะส่งผลก่อให้เกิดแรงและความเค้นภายในวัตถุเปลี่ยนแปลงไปตามตามช่วงเวลา (Time step) การเคลื่อนที่หรือเปลี่ยนแปลงของวัตถุตามสภาวะดังกล่าวจะอธิบายด้วยวิธีการปรับเวลา (Time integration) จากโปรแกรม Ls-Dyna 971 ซึ่งมีหลายวิธีที่นำมาใช้ในการคำนวณ เช่น วิธีแบบชัดแจ้ง (Explicit method) วิธีแบบปริยาย (Implicit method) วิธีแบบโหมดซ้อนทับ (Mode superposition method) และวิธีขั้นตอนเดี่ยว (One step method) ซึ่งไม่มีวิธีไหนที่สมบูรณ์แบบ ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา สำหรับงานวิจัยนี้จะนำวิธีแบบปริยายมาใช้ในการคำนวณซึ่งเป็นระเบียบวิธีการหาผลตอบสนองแบบชั่วครู่ของการเคลื่อนที่วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากเป็นระเบียบวิธีที่ไม่ก่อให้เกิดผลลัพธ์แบบลู่ออก (Diverged solution) ระเบียบวิธีนี้พิจารณาค่าต่างๆที่ช่วงเวลาปัจจุบัน t และช่างเวลาถัดไป $t+\Delta t$ เท่านั้น การตัดสินใจเลือกใช้ช่วงเวลานั้นมีความสำคัญมาก การใช้ช่วงเวลาที่สูงมากเกินไปจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เที่ยงตรง เนื่องจากกระบวนการนี้เป็นกระบวนการทำซ้ำซึ่งผลลัพธ์ที่เวลาใหม่ถูก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณจากผลลัพธ์ที่เวลาก่อนหน้านั้น ดังนั้นข้อควรระวังของวิธีนี้คือการใช้ช่วงเวลาที่ต่ำมากเกินไปจะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมาก สำหรับปัญหาในทางปฏิบัติทั่วไปมักเริ่มจากการลองใช้ช่วงเวลาที่ต่างๆกันแต่คำนวณในระยะที่สั้นๆก่อนแล้วจึงพิจารณาผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นค่อยตัดสินใจเลือกใช้ช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุดในการคำนวณตลอดระยะเวลาทั้งหมดเพื่อผลลัพธ์ที่สมบูรณ์ของปัญหานั้น

การจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ Ls-Dyna 971 แบบวิธีปริยายสถิตย์ เป็นวิธีการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ไม่สามารถแก้สมการด้วยผลเฉลยแม่นตรง ซึ่งถูกนำมาแก้ปัญหาทั้งแบบคงที่และแบบพลศาสตร์ความถี่ต่ำ เช่น ปัญหาสถิตย์เสมือนของการออกแบบโครงสร้าง การวิเคราะห์การขึ้นรูปโลหะ การวิเคราะห์โหลดแรงโน้มถ่วงของโครงสร้างยานยนต์ การวิเคราะห์การโก่งเชิงเส้น และการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน เป็นต้น ข้อดีจากการแก้ปัญหาของวิธีการดังกล่าว คือสามาถปรับช่วงเวลาได้และลดเวลาในการคำนวณลง ส่วนข้อเสียที่สำคัญคือใช้ทรัพยากรในการคำนวณเยอะซึ่งขึ้นอยู่กับแบบจำลองในแต่ละปัญหา อัลกอริทึม (Algorithm) การวิเคราะห์แบบวิธีปริยายสถิตย์ของโปรแกรม Ls-Dyna 971 คือ การทำซ้ำเชิงตัวเลข (Incremental-iterative numerical) โดยพยามยามรักษาสภาพความสมดุลจากการเพิ่มระยะการเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องของปัญหาไม่เชิงเส้น ซึ่งไม่สามารถคำนวณหาระยะการเคลื่อนที่ได้เพียงครั้งเดียว ค่าพิกัดของความแม่นยำมักจะพิจารณาจากการช่วงค่าภาระ (Load increment) หรือขนาดของช่วงเวลาการคำนวณหากกำหนดไม่เหมาะสมอาจทำให้ผลคำตอบเป็นแบบลู่ออกตามที่กล่าวข้างต้น การศึกษาการวิเคราะห์ปัญหาที่ขึ้นกับช่วงเวลาด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาดังกล่าวจะเริ่มจากพื้นฐานของปัญหาที่วัตถุอยู่ภายใต้สภาวะคงตัว ดังนั้นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่กล่าวในหัวข้อที่ผ่านมาสามารถประยุกต์ใช้ได้โดยตรง จากสมการ (3.74) เราสามารถสร้างสมการทั่วไปเพื่อจะคำนวณหาการเคลื่อนตัวที่จุดต่อที่เวลา $t+\Delta t$ ได้ดังนี้

$$[K]\{d\}_{t+\Delta t} = \{f\} \tag{3.75}$$

สำหรับการแก้ปัญหาแบบปริยาย กำหนดให้เวกเตอร์ของฟังก์ชัน x^{n+1} สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Q(x^{n+1}) = 0 \tag{3.76}$$

สมมุติให้การประมาณค่าจาก x_k^{n+1} ถึง x^{n+1} เมื่อ $k = 1, 2, 3...$ สามารถประมาณการเชิงเส้นของ $Q(x^{n+1}) = 0$ ได้ดังนี้

$$Q(x^{n+1}) = Q(x_{k-1}^{n+1}) + J(x_{k-1}^{n+1})\Delta x_k \tag{3.77}$$

และ การทำซ้ำเพื่อแก้ปัญหา ดังนี้

$$x^{n+1} = x_{k-1}^{n+1} + \Delta x_k \tag{3.78}$$

$$J(x_{k-1}^{n+1}) = \left.\frac{\partial Q}{\partial x}\right|_{x_{k-1}^{n+1}} \tag{3.79}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ J คือ เมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix) ในกรณีการเพิ่มช่วงค่าภาระ (Load increment) $n+1$ รูปแบบสมการเชิงเส้น สามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_t(x^n)\Delta u_0 = P(x^n)^{n+1} - F(x^n) \tag{3.80}$$

เมื่อ K_t คือ เมทริกซ์ความแข็ง (Stiffness matrix)

Δu_0 คือ ช่วงการเพิ่มของการกระจัด (Increment in displacement)

$P(x^n)^{n+1}$ คือ เวกเตอร์ของภาระภายนอกที่ $n+1$

$F(x^n)$ คือ เวกเตอร์ความเค้นที่ n

เวกเตอร์การกระจัด สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$x_1^{n+1} = x^n + s_0\Delta u_0 \tag{3.81}$$

และ สมดุลของการทำซ้ำที่จุดเริ่มต้น ดังนี้

$$K_{t_j}\Delta u_i = P(x_i^{n+1})^{n+1} - F(x_i^{n+1}) = Q_i^{n+1} \tag{3.82}$$

เมื่อตัวห้อย i คือจำนวนครั้งของการทำซ้ำ s_0 ตัวแปรมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ของเส้นตรง โดยในแต่ละครั้งของการทำซ้ำ จะสามารถตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ ตามเงื่อนไขนี้

$$\frac{|\Delta u_i|}{u_{max}} < \varepsilon_d \tag{3.83}$$

และ

$$\frac{|\Delta u_i^t Q_i|}{|\Delta u_0^t Q_0|} < \varepsilon_e \tag{3.84}$$

ถ้าผลการตรวจสอบไม่ลู่เข้า เวกเตอร์การกระจัดจากสมการที่ (3.81) จะถูกปรับปรุงเป็น ดังนี้

$$x_{i+1}^{n+1} = x_i^{n+1} + s_i\Delta u_i \tag{3.85}$$

โดยมีเงื่อนไขการเช็คผลลู่เข้าของคำตอบ จากการทำซ้ำครั้งถัดไป ดังนี้

$$|Q_0^{n+1}| < |Q_{i+1}^{n+1}| \tag{3.86}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

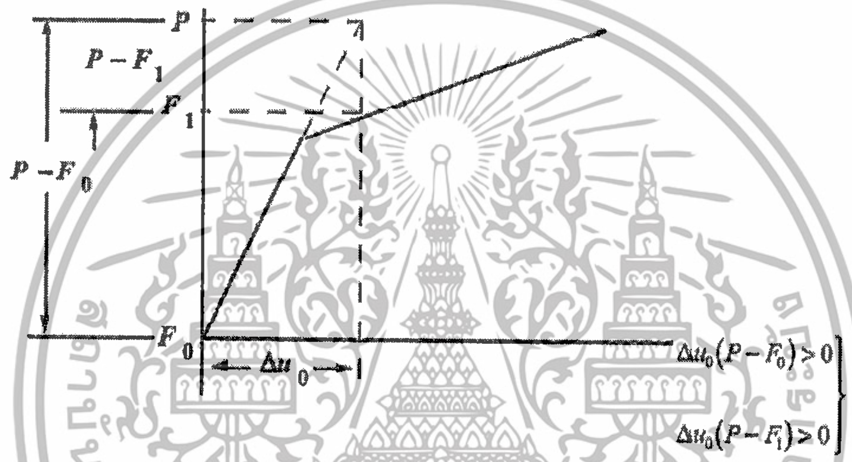
ดังนั้น เมทริกซ์ความแข็ง (K_t) จะถูกปรับเปลี่ยนรูป (Reformation) ของแต่ละครั้งการทำซ้ำเพื่อสร้างสมดุลการคำนวณตามสมการที่ (3.82) โดยอาศัยวิธีการของการปรับแก้นิวตัน (Modifed–Newton method) ซึ่งอธิบายได้จากสมการเสมือนของนิวตัน (Quasi–Newton equations) ดังนี้

$$K_i \Delta u_{i-1} = \Delta Q_i \quad (3.87)$$

เมื่อ

$$\Delta Q_i = Q_{i-1} - Q_i = (P_{i-1} - F_{i-1}) - (P_i - F_i) \quad (3.88)$$

โดยสามารถดูการคำนวณ ได้ดังนี้



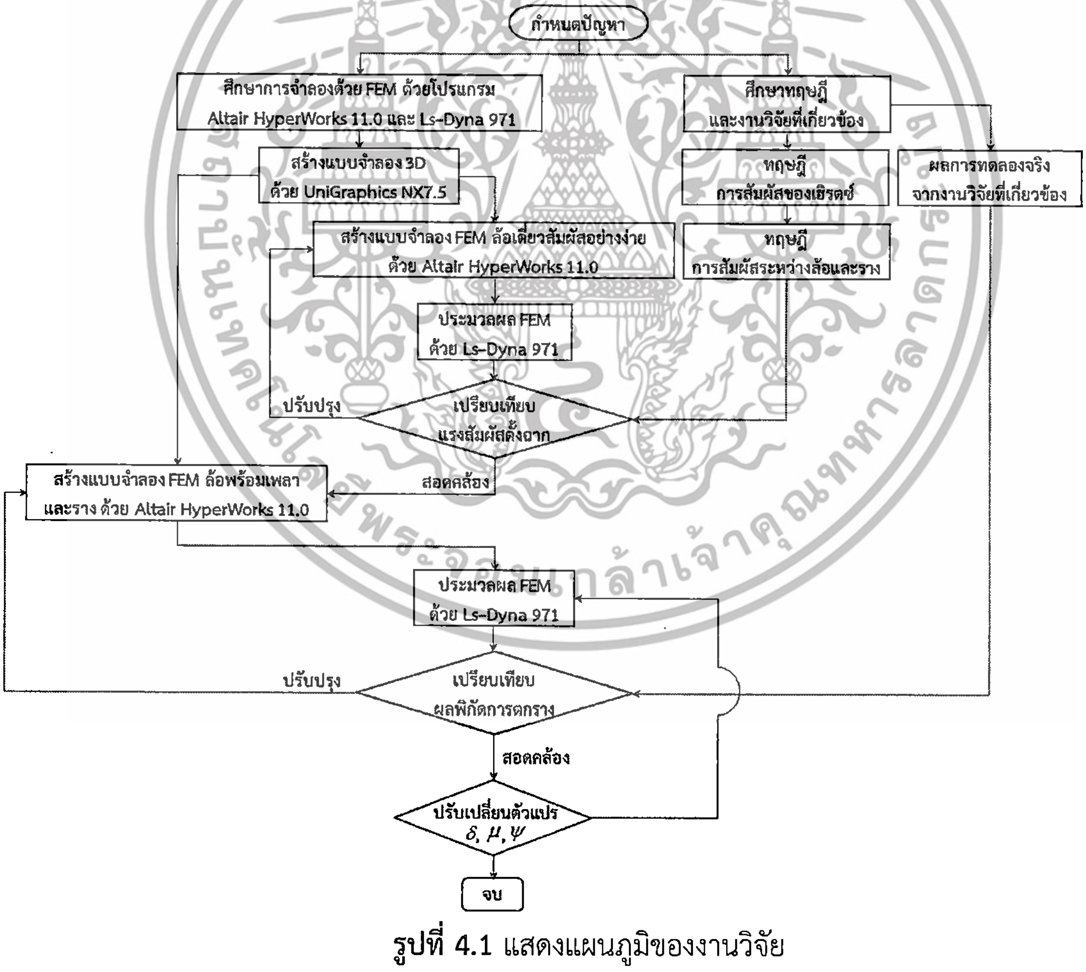
รูปที่ 3.23 แสดงการคำนวณเพื่อหาเมทริกซ์ความแข็ง (K_t)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
วิธีการดำเนินงานวิจัย

4.1 บทนำ

บทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับวิธีการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จาก โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ Ls–Dyna 971 ซึ่งจะเริ่มจากการสร้างแบบจำลองสามมิติ จากโปรแกรม UniGraphics NX7.5 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและภาระโหลดที่กระทำ การเลือก แบบจำลองวัสดุ การเลือกชนิดเอลิเมนต์และปริมาณจำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสม เพื่อหาค่าแรงที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสระหว่างล้อและราง โดยก่อนที่จะทำการประเมินการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางของชุดล้อจะทำการตรวจสอบแบบจำลองของการสัมผัสระหว่างล้อและรางล้อเดี่ยวเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง จากทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ เพื่อประเมินความถูกต้องและแม่นยำของผลคำตอบ ก่อนการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางของแบบจำลองชุดล้อ



รูปที่ 4.1 แสดงแผนภูมิของงานวิจัย

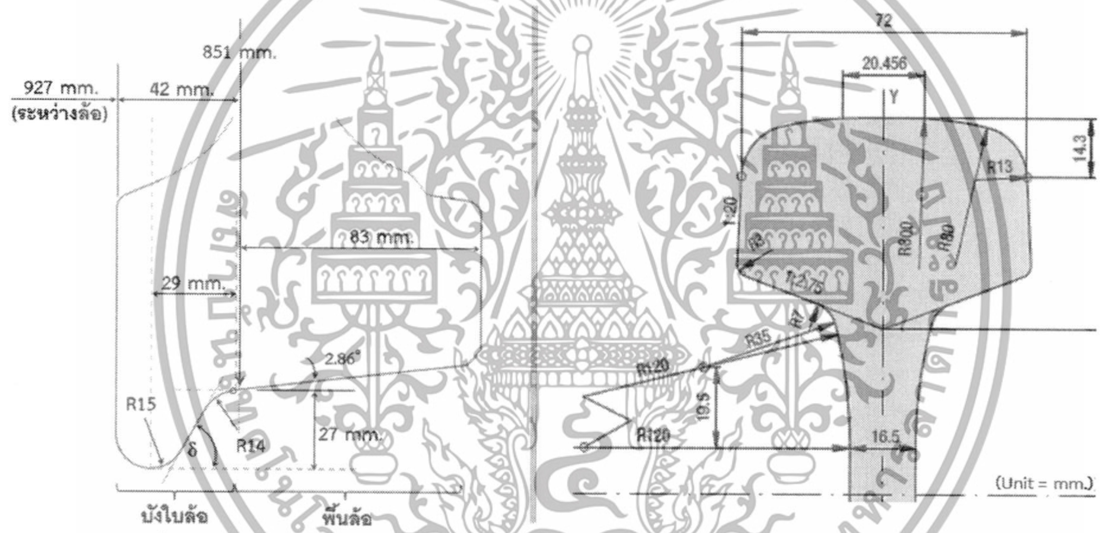
จากนั้นนำผลของแรงสัมผัสที่ได้มาหาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางตามอัตราส่วนของแรงในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้ง หรืออัตราส่วน L/V เพื่อหาพิกัดความปลอดภัยของของการตกราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากล้อปีนรางที่มุมบังใบล้อสัมผัส (δ) 60° 65° และ 70° ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (μ) 0.15 0.25 และ 0.35 มุมปะทะของล้อ (ψ) 0° 0.25° 0.50° 0.75° 1.0° 1.25° และ 1.50° พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับผลการทดลองของงานวิจัยปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและรางที่เกี่ยวข้อง ดังรูปที่ 4.1 แสดงแผนภูมิของงานวิจัย

4.2 แบบจำลองของล้อและราง

สำหรับแบบจำลองของล้อที่นำมาศึกษาการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางจะถูกสร้างด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยมีขนาดและรูปรางที่ใช้ในรถโดยสารตามมาตรฐานของ รฟท. ส่วนขนาดและรูปร่างของรางจะอ้างอิงตามมาตรฐาน UIC 60 จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่ารูปร่างของล้อและรางที่แตกต่างกันจะทำให้แรงสัมผัสระหว่างล้อและรางแตกต่างกันด้วย ซึ่งส่งผลให้ค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางแตกต่างกัน



รูปที่ 4.2 แสดงรูปร่างหน้าตัดของล้อตามมาตรฐาน รฟท. และรางตามมาตรฐาน UIC 60

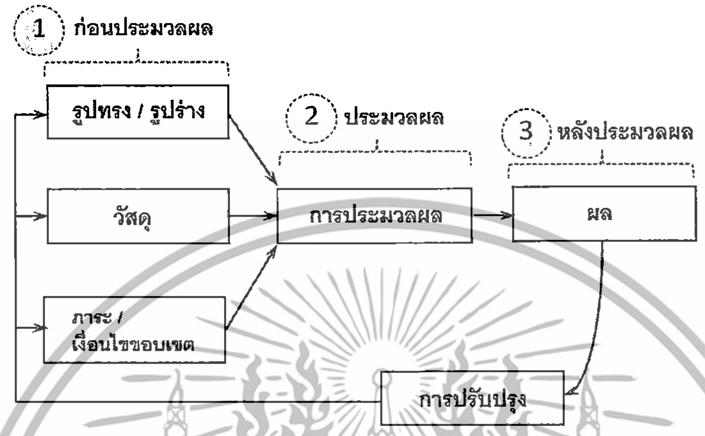
4.3 วิธีการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

งานวิจัยนี้จะนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาการสัมผัสกันระหว่างล้อและราง ด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ Ls–Dyna 971 กระบวนการแรกก่อนประมวลผลจะเริ่มต้นด้วยโปรแกรม UniGraphics NX7.5 เพื่อสร้างแบบจำลองของล้อและรางสามมิติ จากนั้นนำแบบจำลองเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 เพื่อสร้างเอลิเมนต์ให้แบบจำลอง กำหนดวัสดุจำลอง ภาระโหลด และเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งกระบวนการนี้มีความสำคัญอย่างมากในงานวิจัยนี้ เนื่องจากเป็นการสร้างแบบจำลองที่มีความซับซ้อน การกำหนดการ์ดสัมผัส ระหว่างล้อและราง การเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ ซึ่งประสบการณ์ในการใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ของผู้ใช้นั้นจะมีความสำคัญมากต่อการจำลองแบบจำลองที่มีความซับซ้อนดังกล่าว จากนั้นนำแบบจำลองออกจากโปรแกรมเป็นชนิดไฟล์ *.k เพื่อนำไปทำการประมวลผลซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม Ls–Dyna 971 และวิเคราะห์ผลลัพธ์ต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.1 กระบวนการจำลองด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

การแก้ปัญหาของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อความแม่นยำของผลคำตอบ ผู้ใช้จะต้องมีความรู้พื้นฐานในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กระบวนการจำลอง ประสบการณ์การใช้โปรแกรมเพื่อวิเคราะห์ปัญหา โดยการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และ Ls–Dyna 971 สามารถแบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ ดังนี้



รูปที่ 4.3 แสดงกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

4.3.1.1 กระบวนการก่อนการประมวลผล (Pre Processing)

ขั้นตอนการเตรียมการประมวลผลเป็นขั้นตอนการจำลองปัญหาทางกายภาพ (Modeling) โดยเริ่มจากหาเอกลักษณ์ของปัญหาทางกายภาพที่จะวิเคราะห์ (Identify Problem) คำตอบที่ได้เหล่านี้จะนำไปสู่การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาอันประกอบไปด้วย ลักษณะรูปร่างของแบบจำลอง การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและโหลดที่กระทำ (Boundary Condition) การเลือกแบบจำลองของวัสดุ (Constitutive Equation) การเลือกสมการเชิงอนุพันธ์ที่อธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นให้สอดคล้องกับปัญหาที่วิเคราะห์ การเลือกชนิดของเอลิเมนต์ และกระบวนการเม็ช (Meshing) ที่จะแบ่งรูปร่างของแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์เล็กๆ (Discretization) โดยการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ต้องสอดคล้องกับเอกลักษณ์ของปัญหาทางกายภาพที่วิเคราะห์ด้วย

4.3.1.2 กระบวนการประมวลผล (Processing)

กระบวนนี้จะเป็นการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาดังที่กล่าวมาในบทที่ 3 โดยอาศัยข้อมูลและข้อกำหนดจากขั้นตอนก่อนการประมวลผลจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 และทำการแก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจากโปรแกรม Ls–Dyna 971 เพื่อหาคำตอบที่ต้องการ

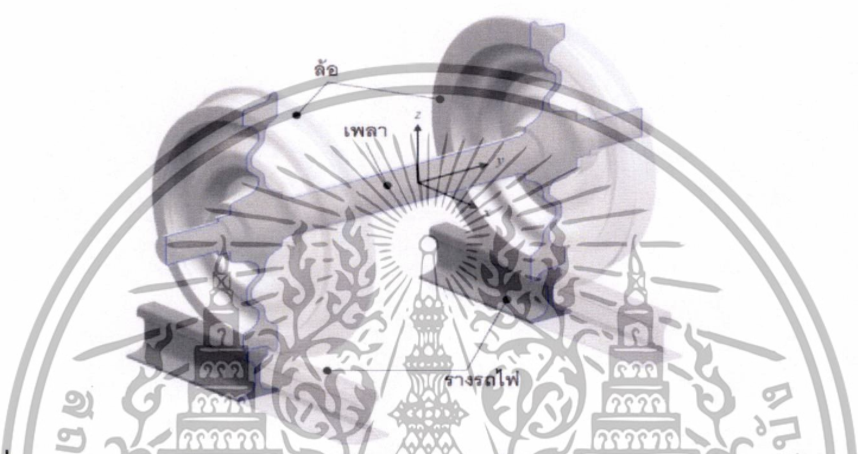
4.3.1.3 กระบวนการหลังการประมวลผล (Post Processing)

กระบวนการหลังการประมวลผลเป็นการแสดงผลที่ได้จากการคำนวณ จากเทคนิคของโปรแกรม Ls–Dyna 971 จะสามารถกำหนดให้แสดงในรูปแบบของกราฟฟิกหรือเป็นข้อมูลที่เป็นตัวเลขก็ได้ โดยในการวิจัยนี้จะกำหนดให้ผลลัพธ์ (Output) เป็นทั้งสองแบบเพื่อความสะดวกในการแสดงผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

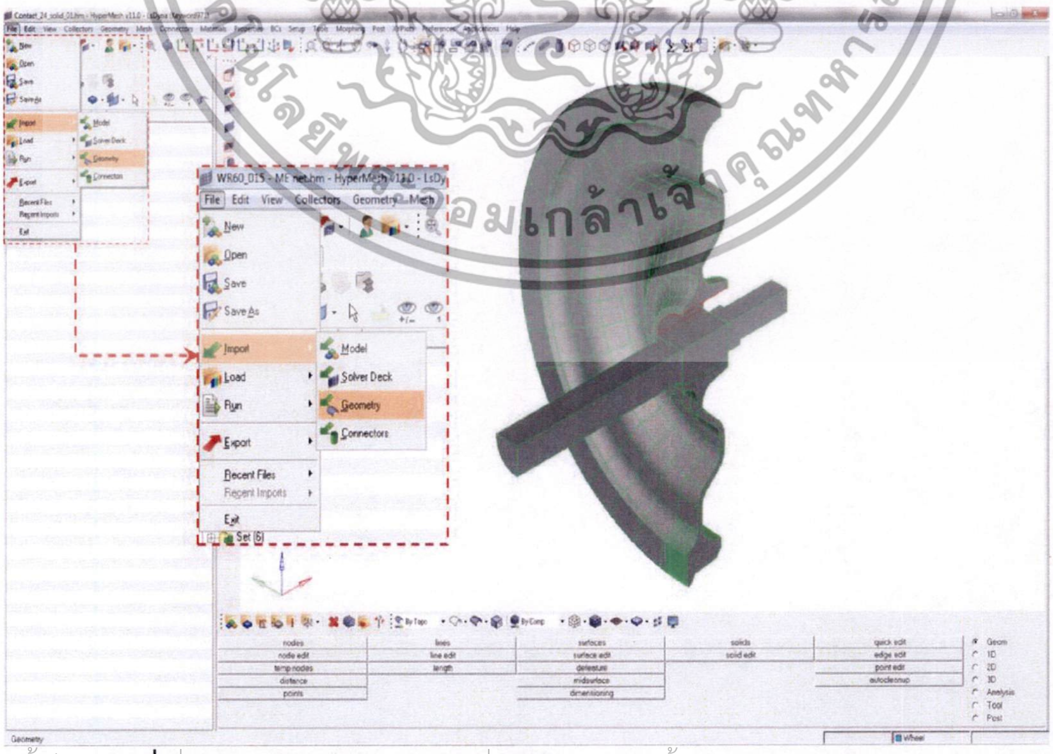
4.3.2 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและราง

การจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะสร้างแบบจำลองของล้อและรางเป็นสามมิติด้วยโปรแกรม UniGraphics NX7.5 โดยมีแกน x เป็นแนวตามหน้าของรถไฟที่เพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่งแกนซึ่งจากเดิมที่พิจารณาสภาวะคงตัวสองมิติที่มีเพียงแกน y และ z เป็นแนวด้านข้างและแนวความสูงของรถไฟ ตามลำดับ การสร้างแบบจำลองของล้อและราง เนื่องจากแบบจำลองทั้งสามรายการมีความสมมาตรกันในแนวแกน x โดยเริ่มทำการสร้างรูปร่างหน้าตัดสองมิติของแบบจำลองก่อน จากนั้นใช้คำสั่ง Revolve หน้าตัด 360° รอบแกน y ส่วนรางจะใช้คำ Extrude หน้าตัดในแนว x ยาว 295 มิลลิเมตร



รูปที่ 4.4 แสดงแบบจำลองของชุดล้อและรางจากโปรแกรม UniGraphics NX7.5

4.3.3 การนำแบบจำลองล้อและรางเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0



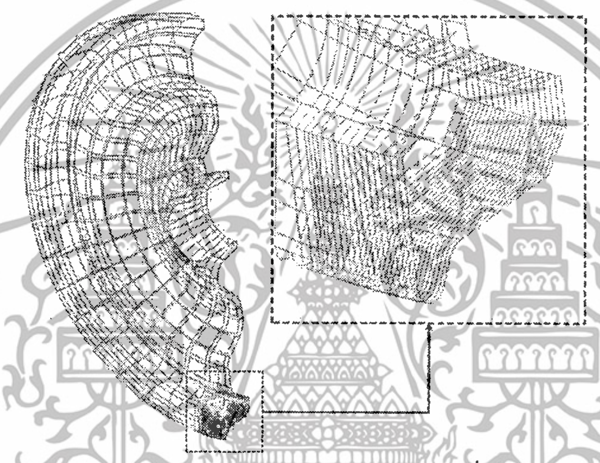
รูปที่ 4.5 แสดงการนำแบบสามมิติเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ห้ามนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองจากโปรแกรม UniGraphics NX7.5 สามารถนำเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 ด้วยนามสกุลกลาง *.igs จำนวนสามรายการประกอบด้วย ล้อ เพลา และราง เนื่องจากรูปร่างทั้งสามรายการมีความสมมาตรกันในแนวแกน x ดังรูปที่ 4.4 ซึ่งสามารถสร้างแบบจำลอง ให้มีความสมมาตร ดังแสดงในรูปที่ 4.5 ซึ่งจะทำให้สะดวกในการสร้างเอลิเมนต์ จากนั้นค่อยทำการคัดลอกแบบจำลองในส่วนที่เหลือเพื่อลดเวลาในการสร้างแบบจำลอง

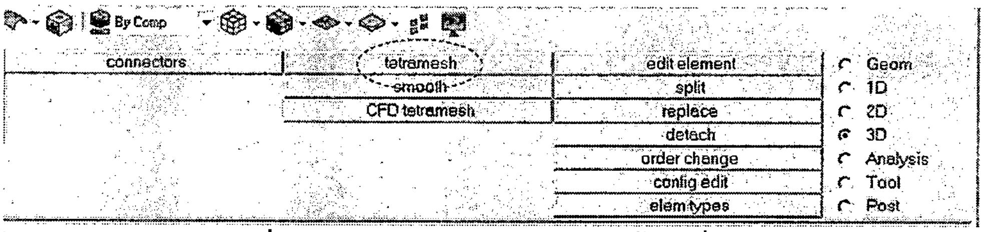
4.3.4 การสร้างเอลิเมนต์ให้แบบจำลอง

การสร้างเอลิเมนต์จะทำการเริ่มจากการเตรียมผิวของล้อและรางเพื่อทำการสร้างเม็ช (Meshing) ครอบแบบจำก่อนก่อนปิดด้วยเอลิเมนต์ทรงตัน (Solid element) อีกครั้ง เนื่องจากการเตรียมเอลิเมนต์ที่มีขนาด จำนวนที่เหมาะสมจะช่วยลดเวลาในการคำนวณ และมีความแม่นยำของผลคำตอบ ซึ่งจะเริ่มการสร้างเม็ชจากจุดสำคัญของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ก่อนเสมอ



รูปที่ 4.6 แสดงการเตรียมผิวตรงบริเวณจุดสัมผัสของล้อเพื่อการสร้างเม็ช (Meshing)

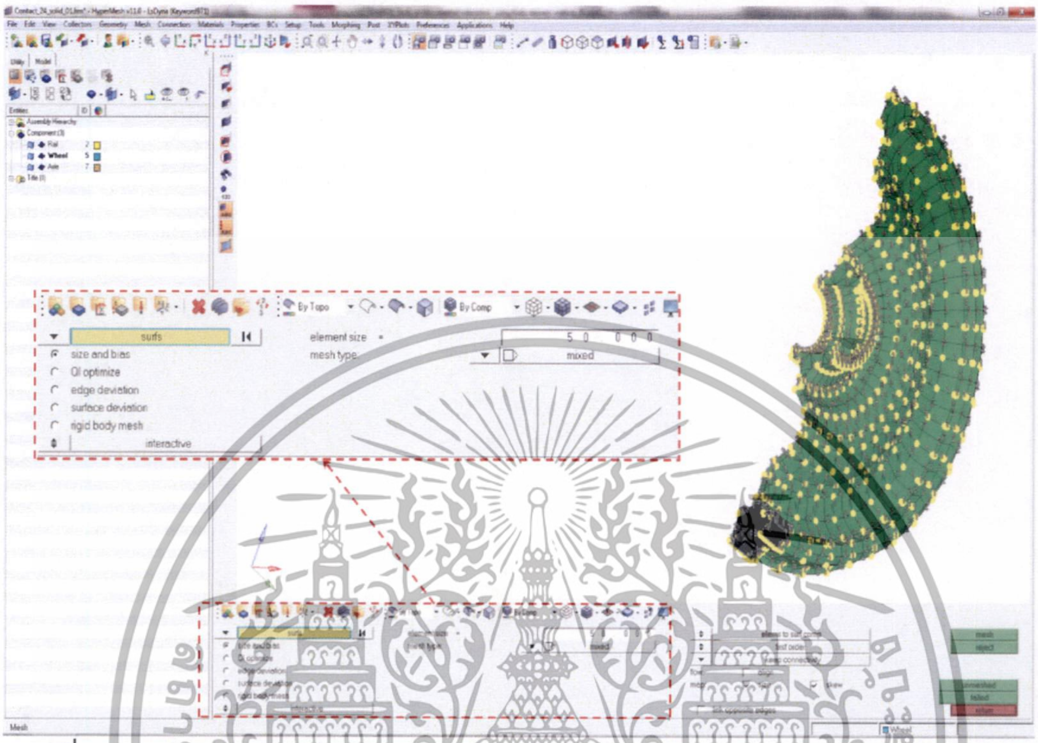
งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง ดังนั้นบริเวณที่มีความสำคัญของปัญหาก็คือบริเวณล้อและรางสัมผัสกันซึ่งจะเตรียมผิวให้บริเวณดังกล่าวมีเส้นขอบผิวละเอียดกว่าบริเวณอื่นเพื่อความเรียบของผิวสัมผัส การสร้างเม็ช (Meshing) ให้กับแบบจำลอง ซึ่งผิวไหนที่ไม่สามารถสร้างเป็นเม็ชสี่เหลี่ยมได้จะกำหนดให้สร้างเป็นเม็ชสามเหลี่ยมแทน โดยวิธีการสร้างแบบอัตโนมัติกับแบบจำลองเพื่อดูความเป็นไปได้ในการสร้างเม็ชจากแบบจำลองที่ซับซ้อนของโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 บริเวณที่ห่างจากจุดสัมผัสของแบบจำลองจะกำหนดให้มีขนาดเม็ชเท่ากับ 50 เนื่องจากมีผลกระทบต่อแรงระหว่างจุดสัมผัสน้อย และจะช่วยลดเวลาในกระบวนการจำลอง ส่วนบริเวณที่ใกล้จุดสัมผัสก็จะมีขนาดเล็กลงจนกระทั่งมีขนาดเล็กสุดเท่ากับ 1 ที่จุดกลางสัมผัสตามเส้นขอบที่ได้แบ่งไว้



รูปที่ 4.7 แสดงการสร้างเอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า

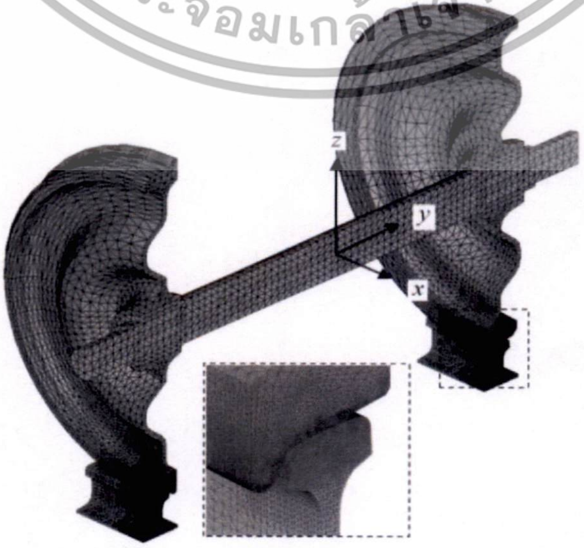
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้... ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

งานวิจัยนี้จะเลือกใช้เอลิเมนต์แบบทรงสี่หน้า (Four-node tetrahedral element) เนื่องจากแบบจำลองเป็นแบบทรงตันสามมิติ ซึ่งจำเป็นต้องสร้างเอลิเมนต์ให้สอดคล้องกับแบบจำลอง เพื่อตอบสนองต่อผลการยุบตัวจากกลไกการสัมผัสระหว่างล้อและราง



รูปที่ 4.8 แสดงการสร้างเม็ช (Meshing) ของล้อด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0

สำหรับส่วนประกอบของเพลาและรางสามารถสร้างเม็ชได้ในลักษณะเดียวกันกับล้อ โดยแต่ละรายการจะต้องแยกเป็นคนละส่วนประกอบ (Component) ดังแสดงในรูปที่ 4.9 เพื่อความสะดวกในการกำหนดคุณสมบัติของวัสดุ และการสัมผัสระหว่างล้อและราง การสร้างเอลิเมนต์เข้าไปปิดภายในทรงตันของแบบจำลองในแต่ละรายการ



รูปที่ 4.9 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยการแบ่งออกเป็นส่วนย่อยๆ (Discretization)

เอกสาร ... ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 แสดงจำนวนเอลิเมนต์ในแต่ละรายการ

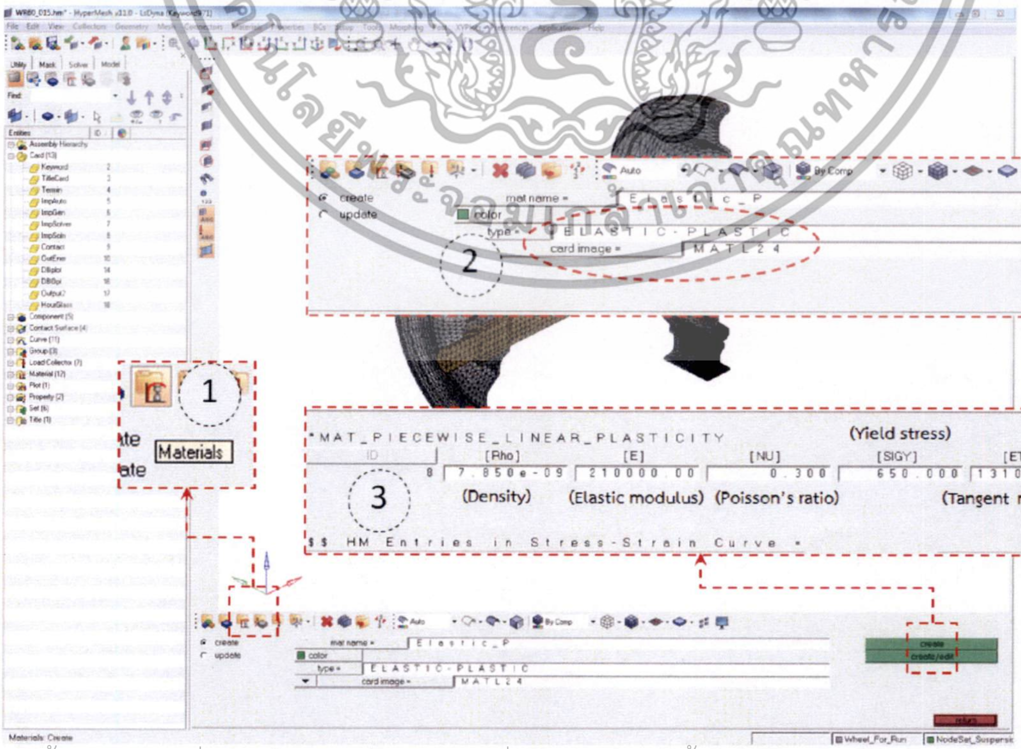
รายการแบบจำลอง	เอลิเมนต์เชิงเส้นสามมิติแบบทรงสี่หน้า	
	จำนวนโหนด	จำนวนเอลิเมนต์
เพลา	2,332	8,343
ล้อ	62,635	269,933
ราง	48,096	215,402
รวมทั้งหมด	113,063	493,678

4.3.5 การกำหนดวัสดุให้แบบจำลอง

การกำหนดวัสดุจำลองจะพิจารณาให้เพลาเป็นวัสดุแข็งเกร็ง ส่วนล้อและรางเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นเพื่อศึกษากลไกการสัมผัสระหว่างล้อและราง ซึ่งวัสดุจากโปรแกรม Ls–Dyna 971 ที่มีสมบัติดังกล่าวคือ *MAT_RIGID (*MAT20) และ *MAT_ELASTIC-PLASTIC (*MAT24) ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าสมบัติเชิงกลของวัสดุจำลองของล้อและราง

รายการสมบัติของวัสดุ	ค่าสมบัติของวัสดุ
Elastic modulus; E	210×10^3 MPa
Tangent modulus; E_t	131×10^3 Mpa
Yield stress; σ_y	650 Mpa
Density; ρ	7850 kg/m^3
Poisson's ratio; ν	0.3

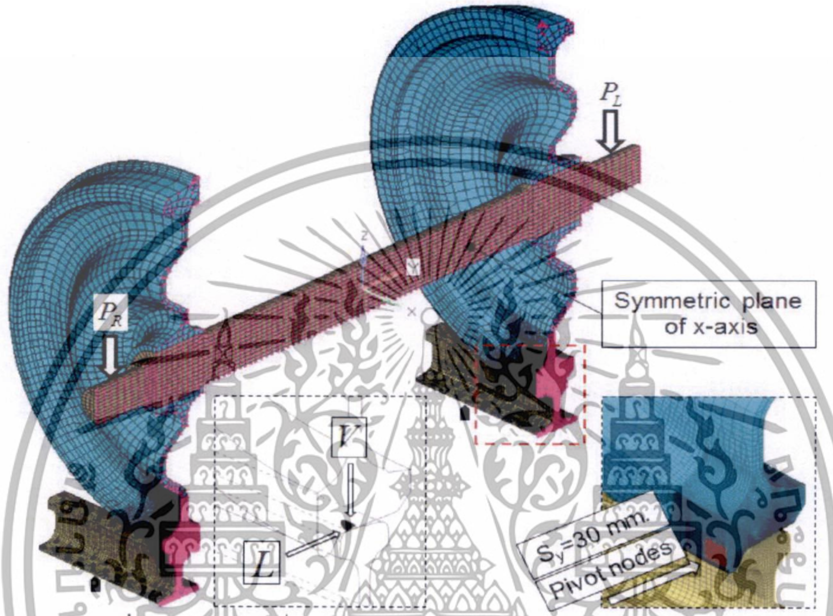


รูปที่ 4.10 แสดงการกำหนดวัสดุให้แบบจำลองล้อและราง

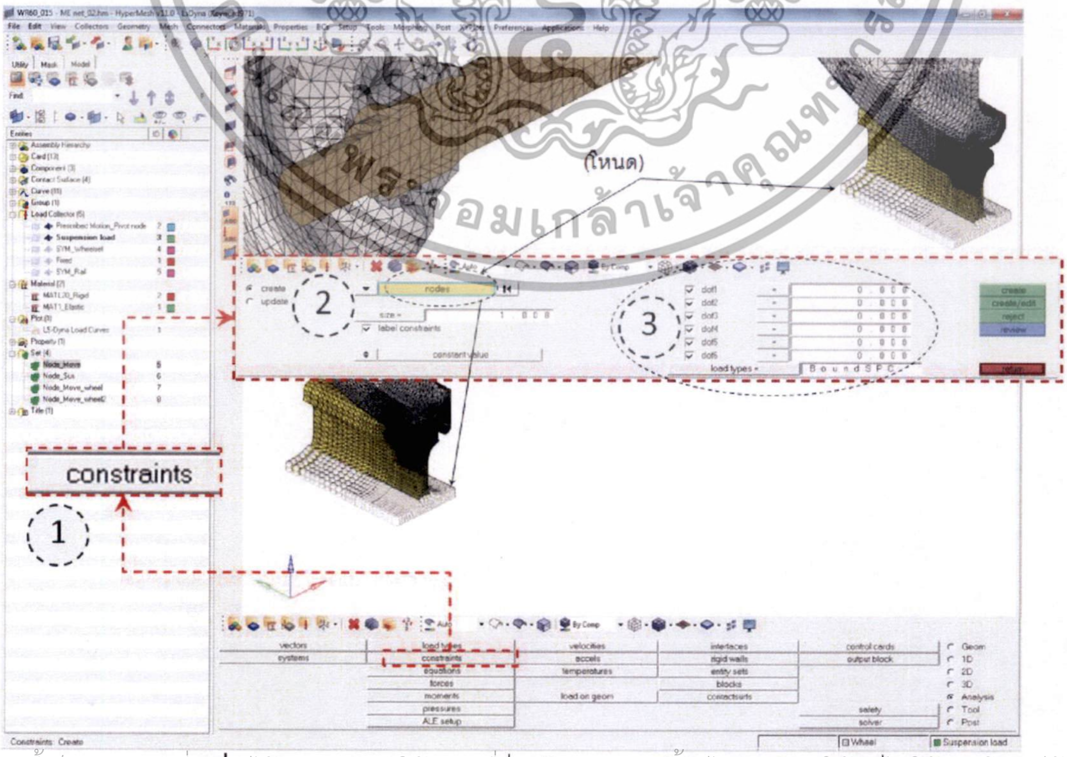
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับเผยแพร่เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.6 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้แบบจำลอง

การวิเคราะห์ปัญหาของเงื่อนไขขอบเขตชิ้นส่วนที่มีการสัมผัสกันระหว่างล้อและรางจะเป็นลักษณะที่ไม่เชิงเส้นของเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Nonlinearities) โดยจะกำหนดให้ชุดล้อเริ่มเคลื่อนที่และปีนรางในด้านซ้ายจากสภาวะปกติจนกระทั่งบังใบล้อปีนขึ้นไปบนหัวรางด้วยระยะทางในแนวด้านข้าง (S_y) 30 มิลลิเมตร (mm) ด้วยโหนดนำ (Pivot node) จากการ์ด *BOUNDARY PRESCRIBED MOTION รางทั้งสองข้างกำหนดให้ถูกยึดอยู่กับที่



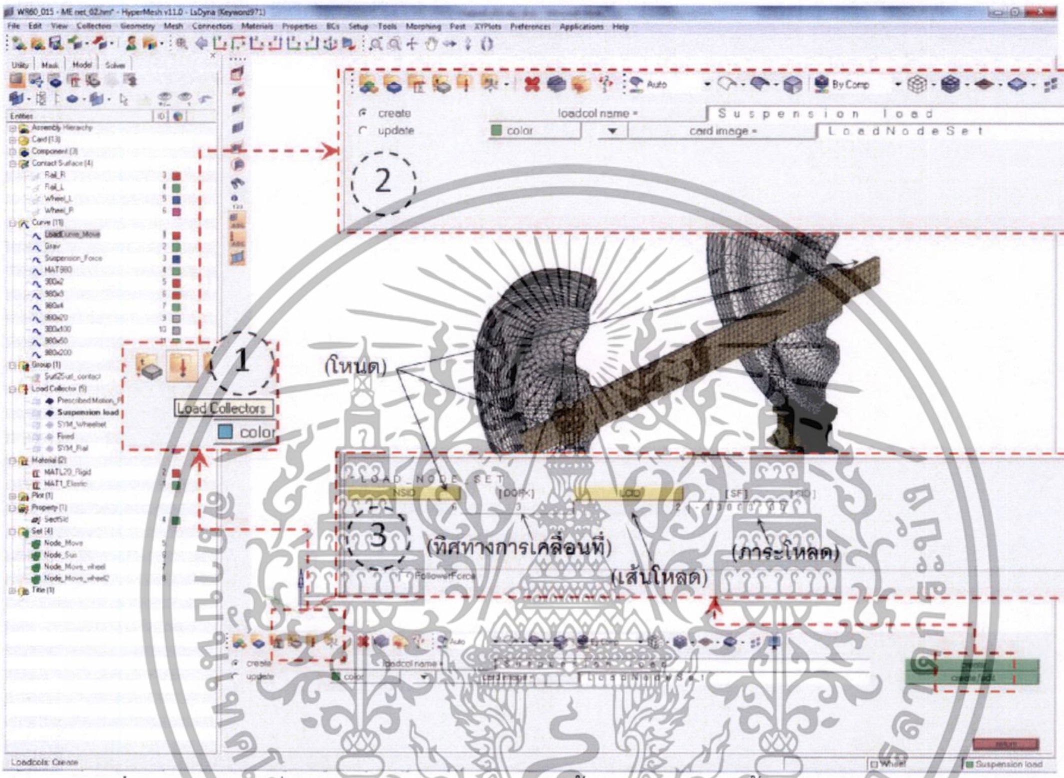
รูปที่ 4.11 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองการปีนราง



รูปที่ 4.12 แสดงการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้รางถูกยึดอยู่กับที่

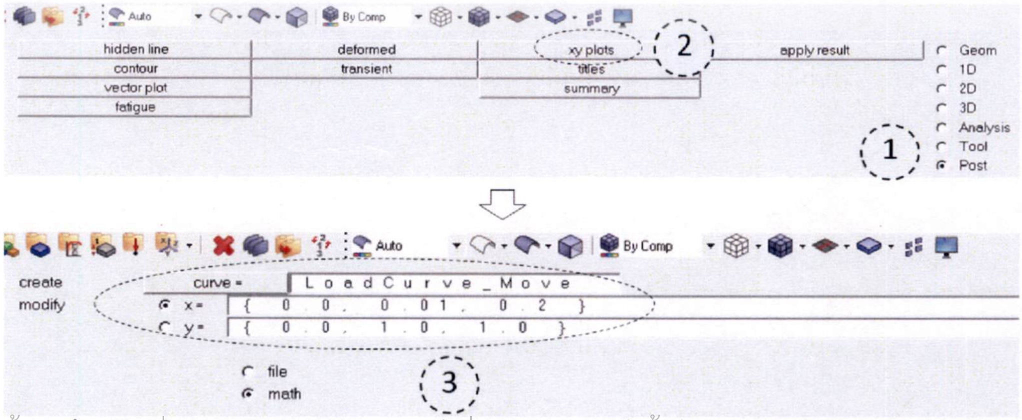
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ ... ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาระโหลดที่กระทำจากน้ำหนักกดเพลา (P_R, P_L) ทั้งสองข้างๆละ 10 กิโลนิวตัน (kN) การสัมผัสระหว่างล้อและรางจะกำหนดด้วยการ์ดสัมผัสชนิด *CONTACT_SURFACE_TO_SURFACE โดยวิธีการ Penalty method [14] เพื่อคำนวณระหว่างการสัมผัส ซึ่งจะเป็นการ์ดสำคัญในการเก็บข้อมูลของแรงสัมผัสระหว่างล้อและราง เพื่อนำไปวิเคราะห์หาอัตราส่วนของ L/V ที่เกิดขึ้น และเงื่อนไขขอบเขตสุดท้าย คือ การกำหนดความสมมาตร (Symmetry) ตามแกน x ของแบบจำลองดังแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งสามารถดูรายละเอียดแต่ละเงื่อนไขได้ดังรูปต่อไปนี้



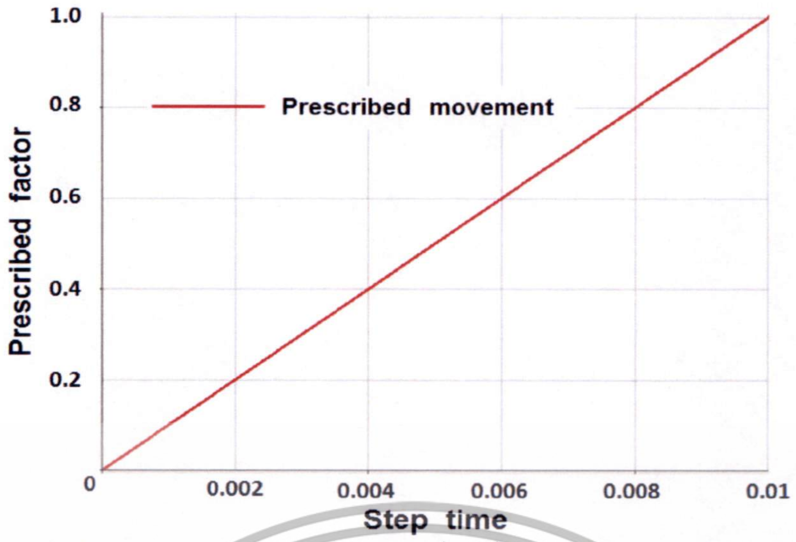
รูปที่ 4.13 แสดงเงื่อนไขขอบเขตการกำหนดน้ำหนักกดเพลาทั้งสองด้านให้แบบจำลอง

เนื่องจากการจำลองเป็นการคำนวณแบบปริยายของกระบวนการสถิตย์เสมือน (Quasi-static) จึงต้องมีการกำหนดให้การเคลื่อนที่ของโหนดนำ (Pivot node) ตามช่วงเวลา (Step time) ที่เหมาะสม ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.0001 ดังภาคผนวก ข. และสามารถกำหนดได้ดังนี้



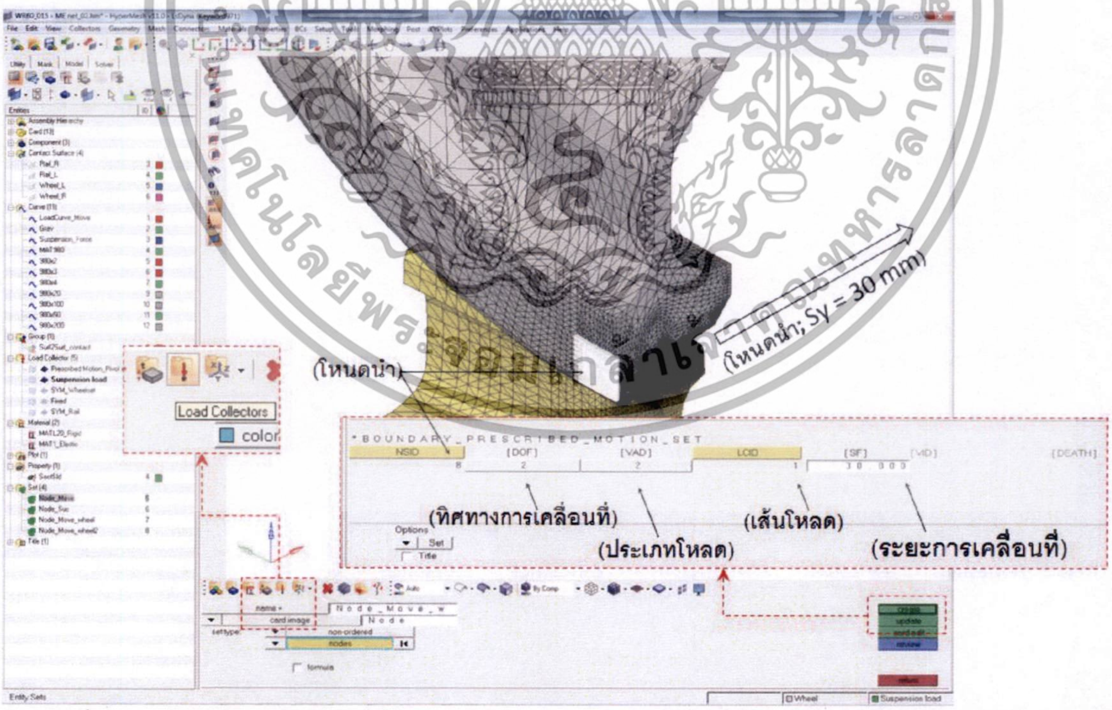
รูปที่ 4.14 แสดงการสร้างเส้นโหลดเพื่อกำหนดการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างของโหนดนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ห้ามนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 แสดงเส้นโหลด (Load curve) ของการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างกับช่วงเวลา (Step time)

การกำหนดเส้นโหลด (Load curve) จากโปรแกรม Ls-dyna 971 จะมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาสถิตย์เสมือน (Quasi-static) เนื่องจากมีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการรวมเวลา (Time integration) ของช่วงเวลาซึ่งต้องการทราบผลการคำนวณอย่างต่อเนื่องของแรงสัมผัสจากเริ่มปีนรางที่พื้นล้อไปจนสิ้นสุดของบังใบล้อที่หัวรางด้วยการเคลื่อนที่จาก 0 ถึง 30 มิลลิเมตรด้วยตัวคูณการนำ (Prescribed factor) สูงสุดเท่ากับ 1 ดังแสดงในรูปที่ 4.14 และ รูปที่ 4.15



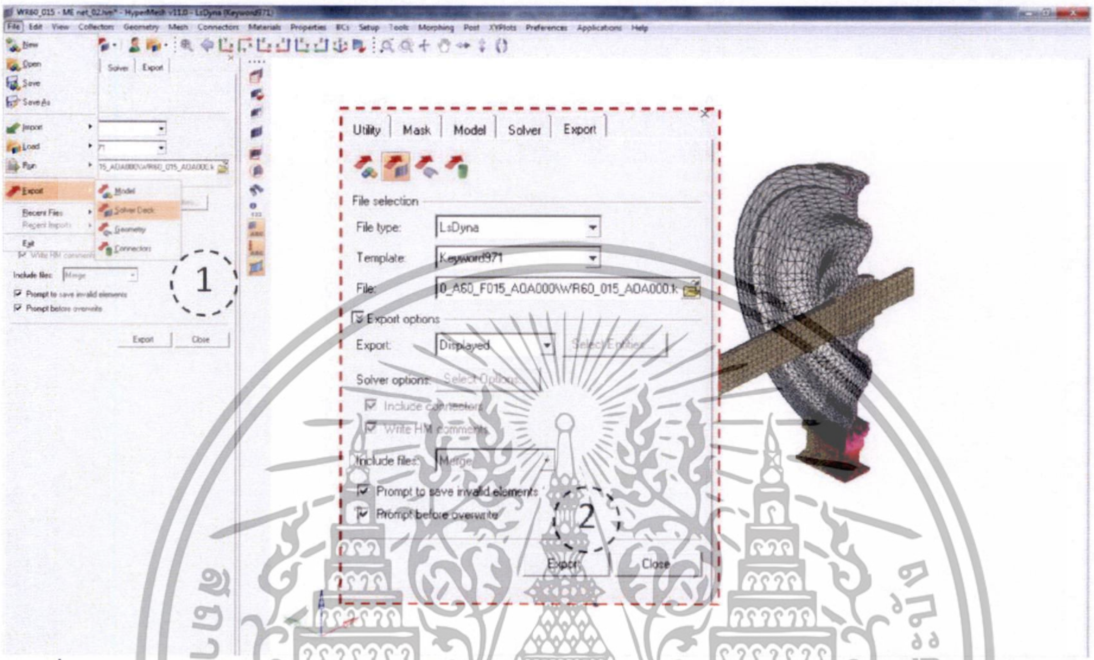
รูปที่ 4.16 แสดงการกำหนดให้โหนดนำ (Pivot node) เคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง 30 มิลลิเมตร

การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตการสัมผัสกันระหว่างล้อและรางจะถูกกำหนดด้วยการ์ดสัมผัสของ *CONTACT_SURFACE_TO_SURFACE ซึ่งจะต้องกำหนดสองส่วนประกอบหลัก คือผิวหลัก (Master surface) และผิวรอง (Slave surface) เป็นรางและล้อ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.7 การนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0

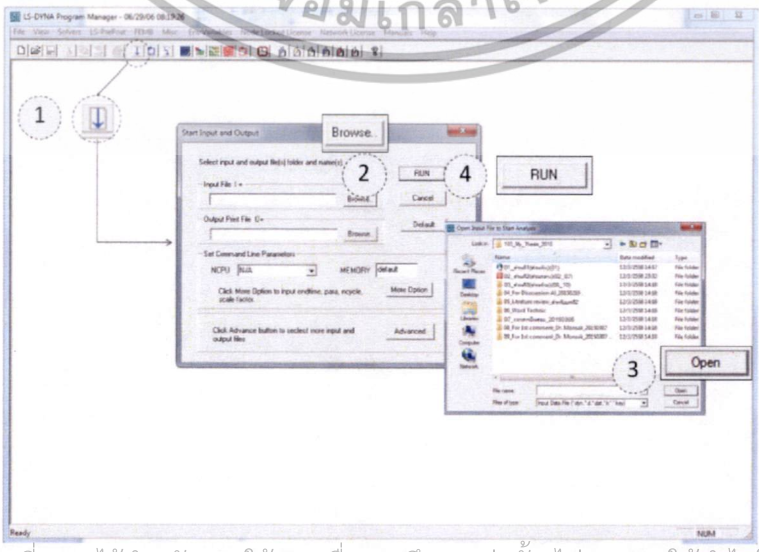
หลังจากสร้างแบบจำลอง และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเสร็จแล้วขั้นตอนต่อไปคือการนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 ไปสู่กระบวนการประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971 ด้วยไฟล์ *.k ซึ่งจะแสดงได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 4.17 แสดงการนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ออกจากโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0

4.3.8 การประมวลผลแบบจำลองด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971

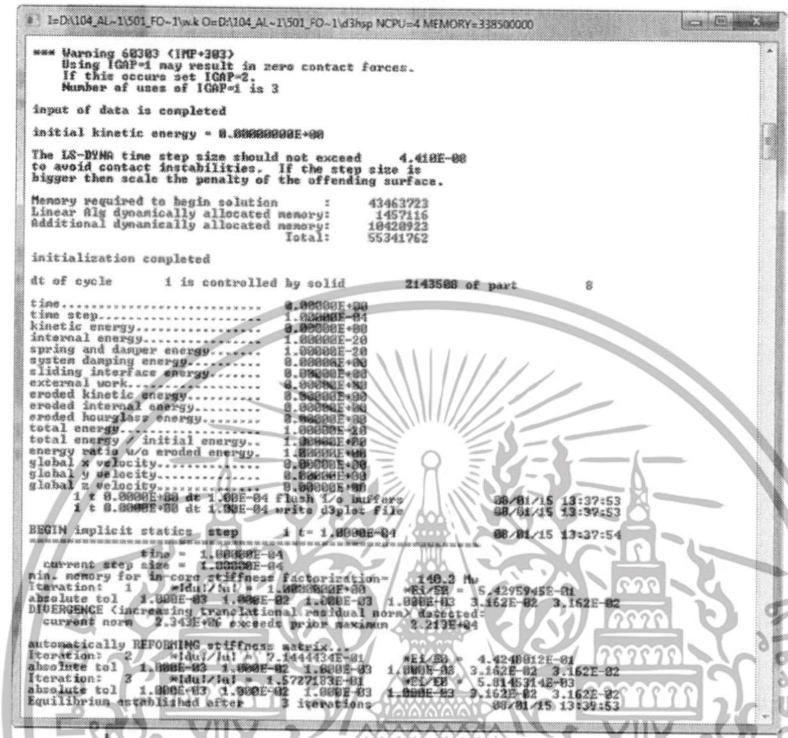
กระบวนการประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971 จากตัวจัดการโปรแกรม เพื่อเรียกไฟล์ของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ *.k จากนั้นก็เริ่มการประมวลผลด้วยการกดคำสั่ง RUN ดังแสดงในรูปที่ 4.18 เพื่อเริ่มประมวลผลแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.18 แสดงการนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เข้าสู่การประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls Manager

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

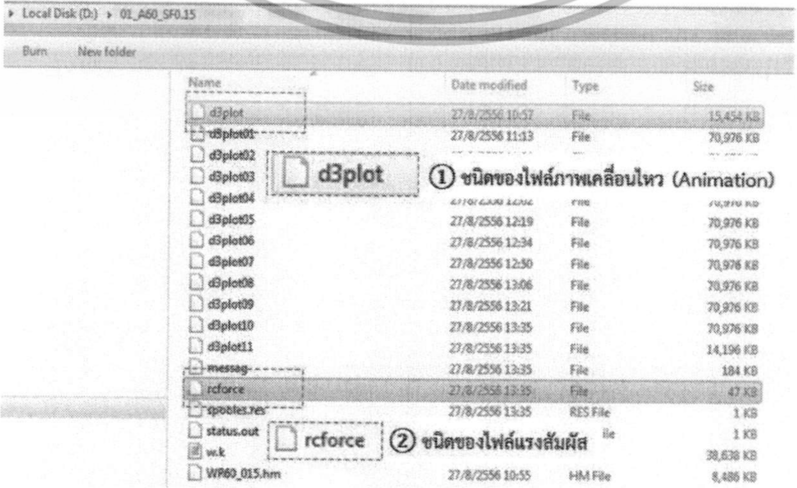
การประมวลผลของโปรแกรม Ls-Dyna 971 ใช้เวลาคำนวณ (CPU time) ประมาณ 2 ชั่วโมงต่อการจำลอง เนื่องจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนของปัญหาตามเงื่อนไขขอบเขตที่ได้กล่าวข้างต้น



รูปที่ 4.19 แสดงการประมวลผลด้วยโปรแกรม Ls-Dyna 971

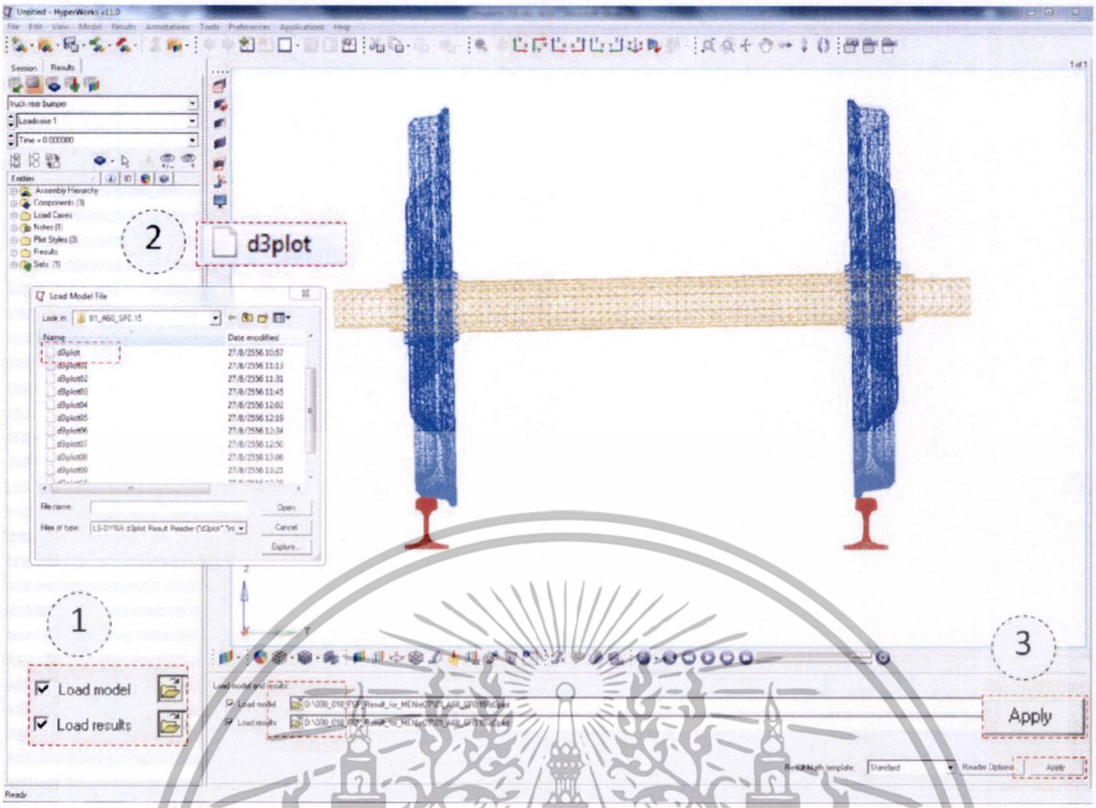
4.3.9 การแสดงผลการจำลองด้วยโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0

การแสดงผลการจำลองเป็นขั้นตอนสุดท้ายหลังจากการประมวลผลจาก Ls-Dyna 971 ผลที่ได้สามารถแสดงเป็นภาพเคลื่อนไหว (Animation) การปีนรางของชุดล้อโดยเลือกไฟล์ชื่อ d3plot จากโปรแกรม HyperView ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



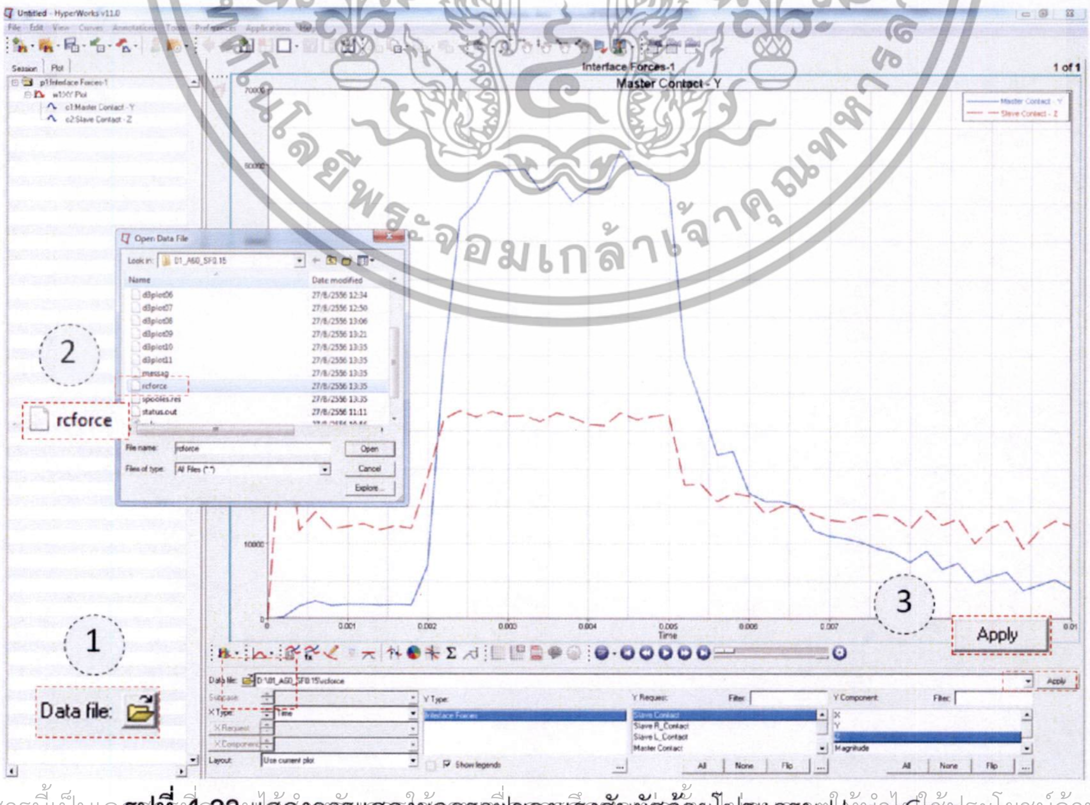
รูปที่ 4.20 แสดงชนิดของไฟล์ที่ได้จากการประมวลผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 แสดงการแสดงผลจากภาพเคลื่อนไหวด้วยโปรแกรม HyperView

ส่วนข้อมูลกราฟของแรงสัมผัสจะถูกเก็บไว้ที่ชื่อไฟล์ rcforce ที่ตำแหน่งเดียวกัน และสามารถเปิดด้วยโปรมแกรม HyperGraph ดังแสดงในรูปต่อไปนี้

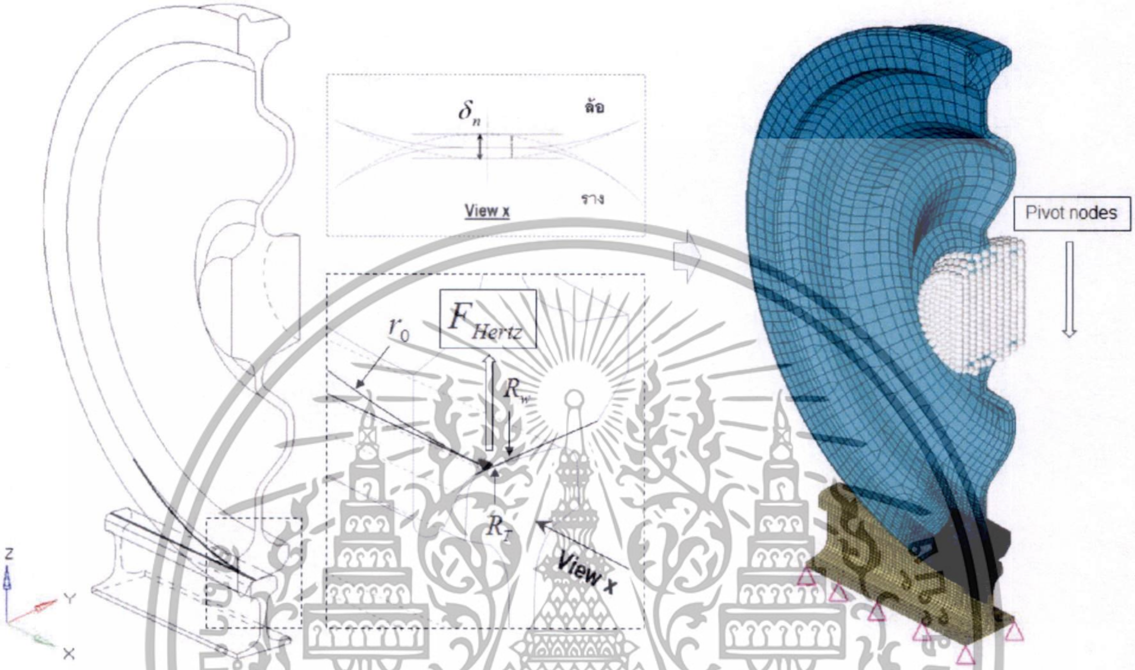


รูปที่ 4.22 แสดงการแสดงผลกราฟของแรงสัมผัสด้วยโปรแกรม HyperGrap

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ห้ามใช้ประโยชน์ห้ามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 การพิสูจน์ความถูกต้อง

การพิสูจน์ความถูกต้องของแบบจำลองเป็นสิ่งสำคัญในการวิจัยนี้เพื่อประเมินแบบจำลองเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงตามทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ โดยสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ล้อเดี่ยวสัมผัสเพื่อจำลองหาแรงสัมผัสตั้งฉากระหว่างล้อและรางที่เกิดขึ้น



รูปที่ 4.23 แสดงแบบจำลองการตรวจสอบของล้อเดี่ยวสัมผัส

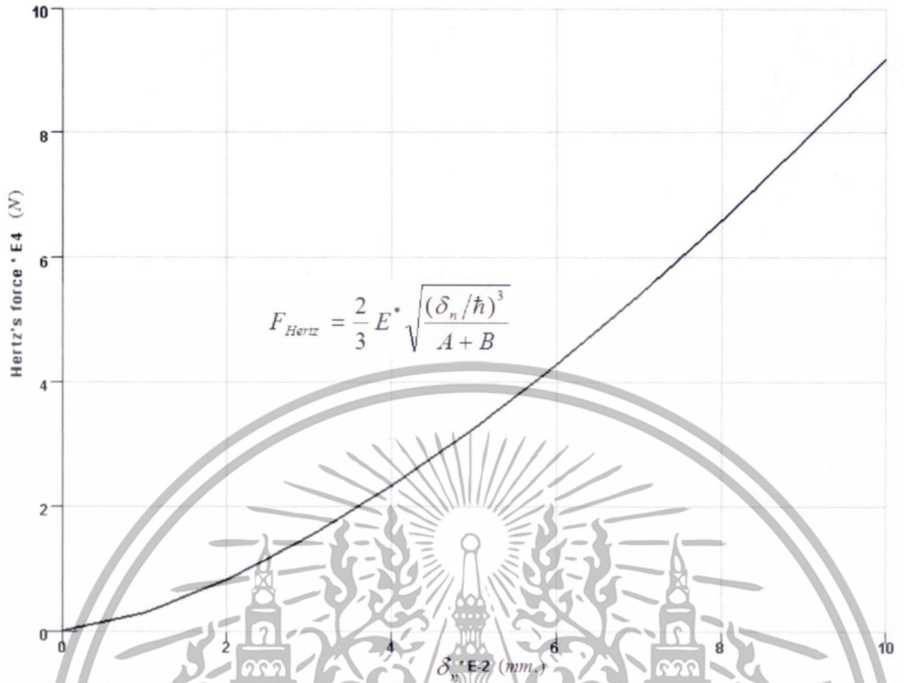
การคำนวณหารผลเฉลยแม่นตรงตามทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ เพื่อหาแรงสัมผัสของเฮิรตซ์ ดังสมการที่ (3.3) สามารถคำนวณ ซึ่งวิธีการคำนวณดูได้จากภาคผนวก ค.

ตารางที่ 4.3 แสดงผลการคำนวณแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับการยุบตัวระหว่างล้อและราง

ระยะยุบตัวระหว่างล้อและราง δ_n (mm)	แรงสัมผัสของเฮิรตซ์ (N)
0	0
0.01	2,910.55
0.02	8,232.29
0.03	15,123.68
0.04	23,284.42
0.05	32,540.97
0.06	42,776.22
0.07	53,904.19
0.08	65,858.29
0.09	78,584.93
0.10	92,039.76

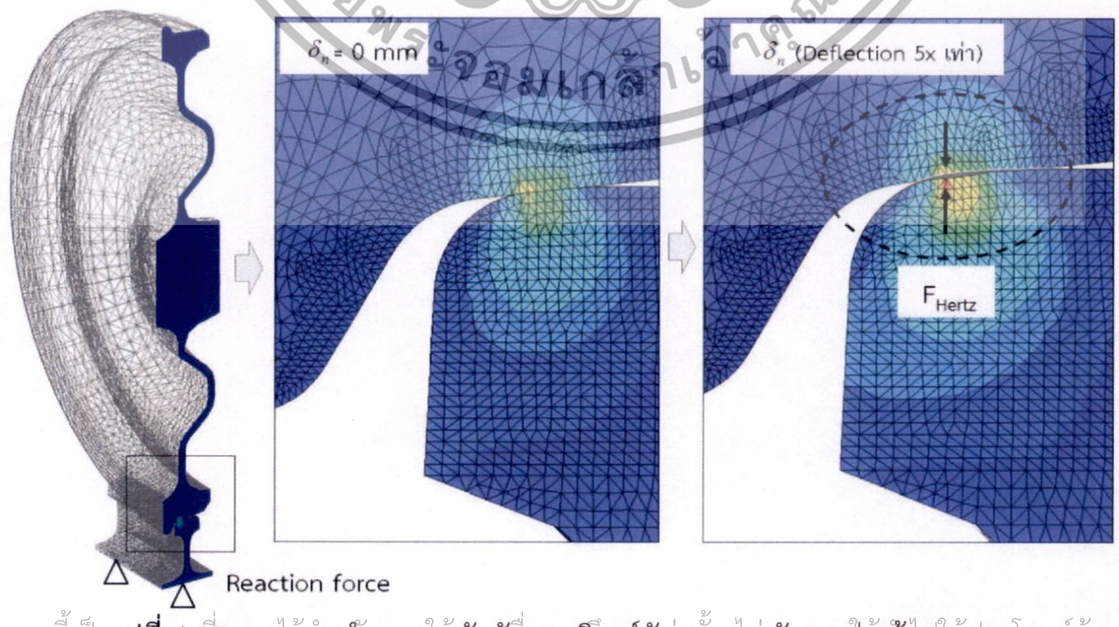
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตารางที่ 4.3 สามารถนำมาเขียนกราฟโดยมีแกนตั้งเป็นแรงสัมผัสของเฮิรตซ์ มีหน่วยเป็นนิวตัน (N) แกนนอนเป็นระยะการยุบตัวของราง (δ_n) มีหน่วยเป็นมิลลิเมตร (mm) ได้ดังนี้



รูปที่ 4.24 กราฟแสดงแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับระยะยุบตัวระหว่างล้อและราง

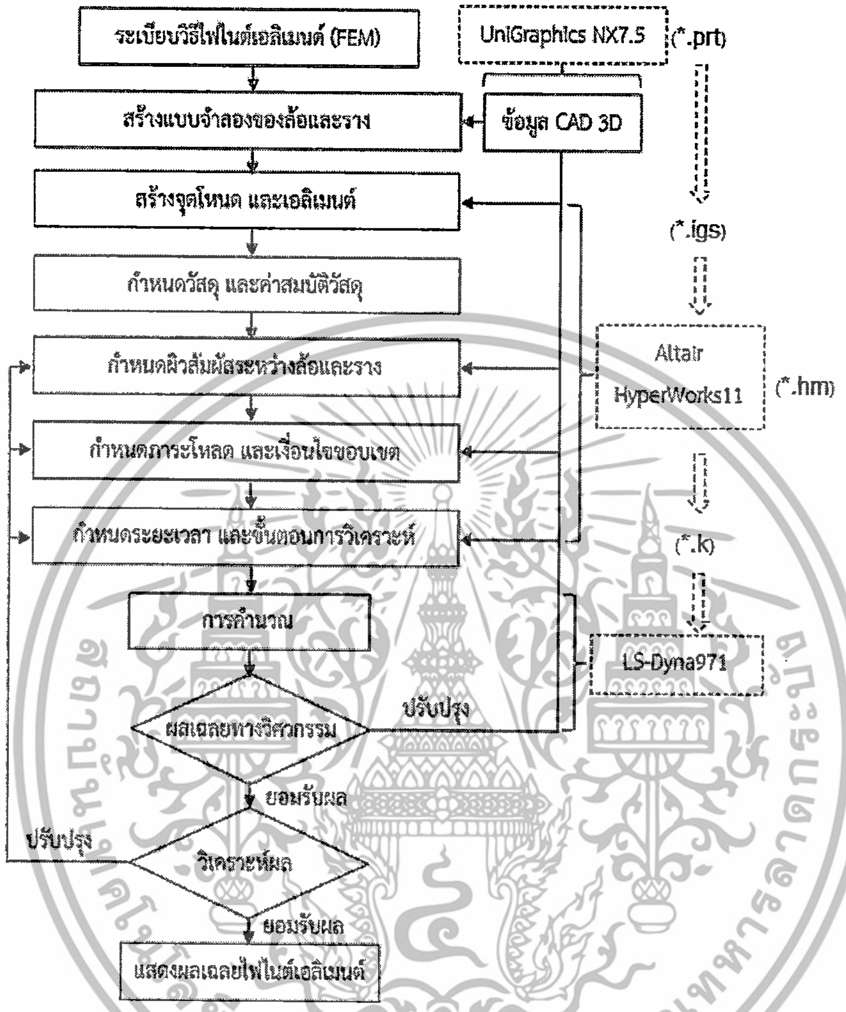
การสร้างแบบจำลองล้อเดี่ยวอย่างง่ายจะเป็นการเลือกเฉพาะล้อและรางเพียงด้านเดียวจากหัวข้อที่ผ่านมาทำการจำลอง เนื่องจากการตรวจสอบแบบจำลองจะเป็นการจำลองหาแรงตั้งฉากที่เกิดขึ้นระหว่างล้อและราง ดังนั้นขั้นตอนการจำลองต่างๆสามารถอ้างอิงจากหัวข้อที่ผ่านมาดังข้างต้นได้ การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต โดยจะกำหนดให้ล้อเดี่ยวเคลื่อนที่ลงในแนวดิ่งด้วยโหนดนำ จากสภาวะสัมผัสปกติจนเกิดการยุบตัวจากกลไกการสัมผัส เพื่อหาแรงตั้งฉากที่จุดสัมผัสที่เกิดขึ้น



รูปที่ 4.25 แสดงการจำลองแรงสัมผัสของเฮิรตซ์กับระยะยุบตัวระหว่างล้อและราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการจำลองด้วยระเบียบวิธีเอลิเมนต์ดังที่กล่าวมาในงานวิจัยนี้ สามารถเขียนเป็นแผนภูมิตั้งแต่เริ่มสร้างแบบจำลองจนกระทั่งแสดงผลเฉลยไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ UniGraphics NX7.5, Altair HyperWorks 11.0 และ Ls-Dyna 971 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.26 แสดงแผนภูมิการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

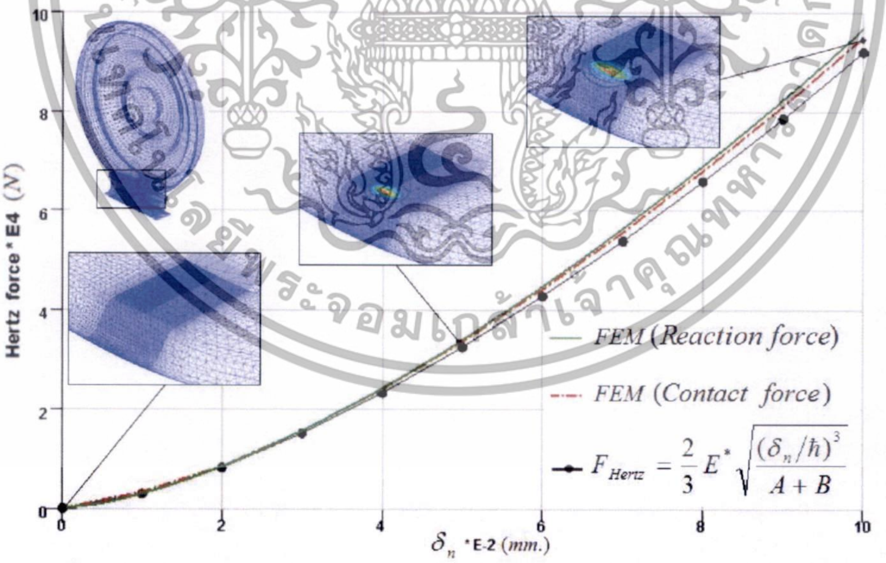
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล

บทนี้จะกล่าวถึงผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองการตกรางจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยแบ่งออกเป็น สองส่วนหลักๆ คือ ผลการพิสูจน์ความถูกต้องของแบบจำลองล้อเดี่ยวสัมผัสของแรงตั้งฉากของเฮิรตซ์ และผลพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากผลการจำลองของอัตราส่วนแรงสัมผัสในแนวด้านข้างต่อแรงในแนวตั้งหรืออัตราส่วน L/V ส่วนการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรของมุมบังใบล้อสัมผัส ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง และมุมปะทะของล้อจะส่งผลต่อพิกัดความปลอดภัยของการตกรางซึ่งจะกล่าวรายละเอียดไว้ในบทนี้

5.1 การศึกษาผลการพิสูจน์ความถูกต้องของแบบจำลองล้อเดี่ยวสัมผัส

ผลการพิสูจน์ความถูกต้องของแบบจำลองจากแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นระหว่างล้อและรางจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นข้อมูลสำคัญ เนื่องจากได้ผ่านการลองผิดลองถูกกับแบบจำลองอย่างง่ายหลายๆครั้ง ทั้งวิธีการคำนวณ การสร้างแบบจำลอง การเลือกใช้วัสดุจำลองการเลือกจำนวนและชนิดของเอลิเมนต์ เพื่อให้ได้ผลที่สอดคล้องกับผลทางทฤษฎีก่อนนำไปประยุกต์ใช้กับแบบจำลองที่ซับซ้อน จากผลของแบบจำลองดังกล่าวสามารถเปรียบเทียบกับการคำนวณด้วยสูตรจากสมการที่ (3.3) และนำมาเขียนกราฟ ได้ดังนี้



รูปที่ 5.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบแรงสัมผัสกับระยะยุบตัวของล้อเดี่ยว

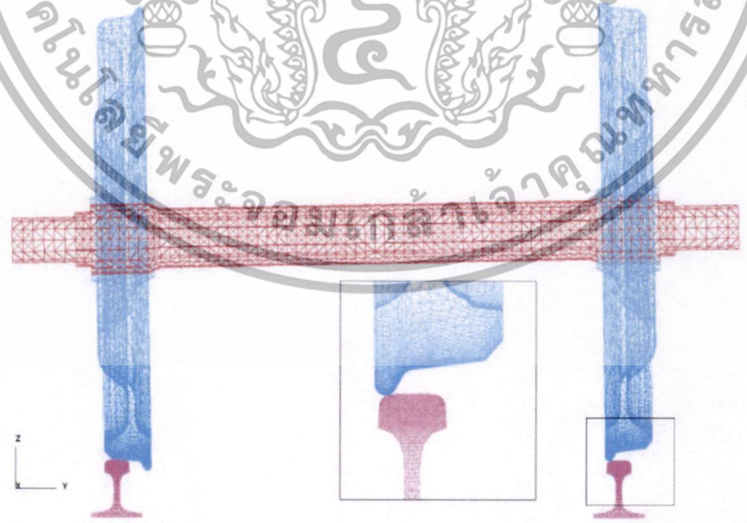
จากกราฟจะเห็นว่าผลการจำลองมีค่าสอดคล้องและยอมรับได้เมื่อเทียบกับผลจากการคำนวณจากทฤษฎีดังแสดงในรูปที่ 5.1 และแบบจำลองการสัมผัสล้อเดี่ยวดังกล่าวจะมีความซับซ้อนน้อยกว่าแบบจำลองล้อการปีนรางของล้อพร้อมเพลา แต่ขั้นตอนจำลอง ชนิดเอลิเมนต์ เงื่อนไขขอบเขต วัสดุจำลองจะคล้ายกันซึ่งสามารถนำแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าวมาประยุกต์ใช้ในการจำลองการปีนรางของชุดล้อซึ่งความซับซ้อนมากกว่า

เอก... ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2 การศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากอิทธิพลของมุมบังใบล้อสัมผัสค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง

ผลจากการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของชุดล้อภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือนซึ่งสามารถตรวจสอบสภาวะดังกล่าวได้ที่ภาคผนวก ง. ค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากอิทธิพลของมุมบังใบล้อสัมผัสที่ 60° 65° และ 70° โดยแต่ละแบบจำลองจะมีการปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและรางเป็น 0.15 0.25 และ 0.35 ซึ่งทุกแบบจำลองจะกำหนดชนิดเอลิเมนต์ วัสดุ เงื่อนไขขอบเขต น้ำหนักกดเพลาเป็นแบบเดียวกัน

รูปที่ 5.2 แสดงผลการจำลองที่สภาวะเริ่มต้นการปีนรางของชุดล้อ



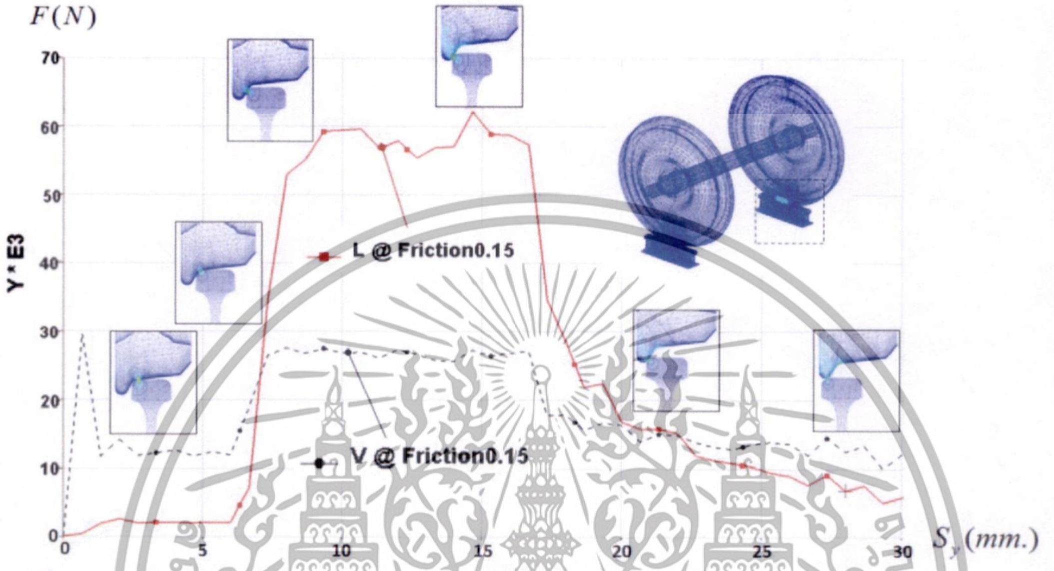
รูปที่ 5.3 แสดงผลการจำลองที่สภาวะสุดท้ายการปีนรางของชุดล้อ

5.2.1 ผลการวิเคราะห์แรงสัมผัสระหว่างล้อและรางจากการจำลอง

ผลจากการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของชุดล้อพร้อมเพลาดังรูปที่ 5.4 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสในแนวตั้ง V และแนวด้านข้าง L กับระยะการ

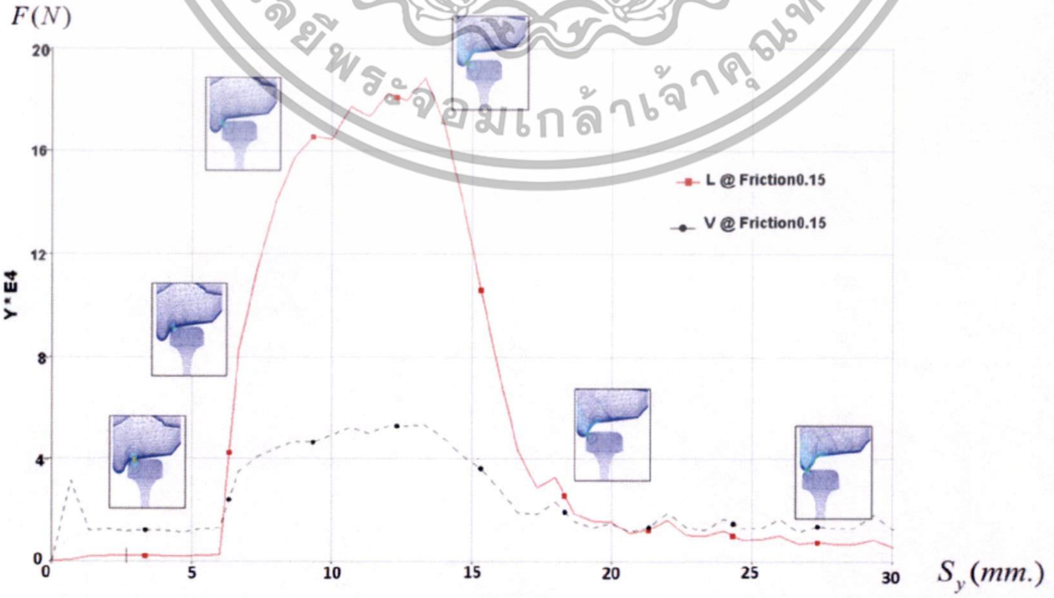
เอก... การค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง S_y โดยมีแกนแนวตั้งกับแนวนอนเป็นแกนของแรง F มีหน่วยเป็นนิวตัน และระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร ตามลำดับ แรงที่ได้จากการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของบังใบล้อจะแสดงผลตั้งแต่เริ่มการปีนที่พื้นล้อจนกระทั่งสิ้นสุดที่หัวราง ซึ่งจะเห็นแรงที่กระทำระหว่างล้อและรางเป็นสภาวะต่อเนื่องจากเริ่มต้นจนสิ้นสุดของการปีนตามระยะการเคลื่อนที่ของล้อในแนวด้านข้าง S_y



รูปที่ 5.4 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 60°

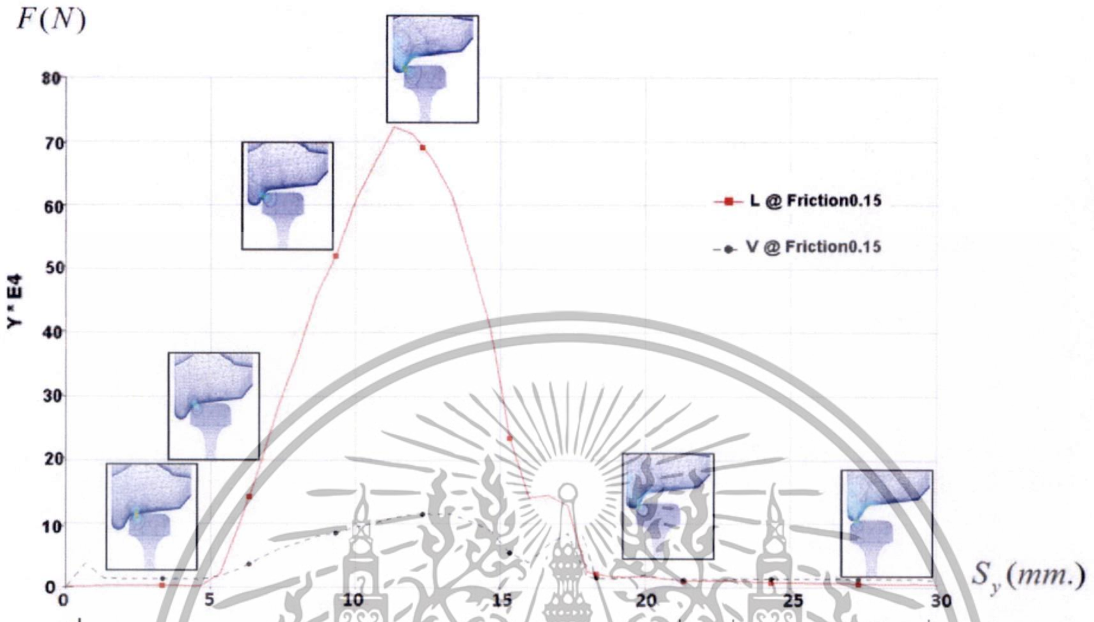
กราฟของแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นแนวตั้ง V และแนวด้านข้าง L ในช่วงแรกที่ระยะ 0 ถึง 6 มิลลิเมตร ของการปีนเป็นแรงจากการสัมผัสที่บริเวณพื้นล้อ โดยแรงทั้งสองแนวจะมีค่าคงที่ และแรงแนวตั้ง V จะมีค่ามากกว่าแรงแนวด้านข้าง L อันเนื่องมาจากผลของน้ำหนักกดเพลาทั้งสองข้าง



รูปที่ 5.5 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 65°

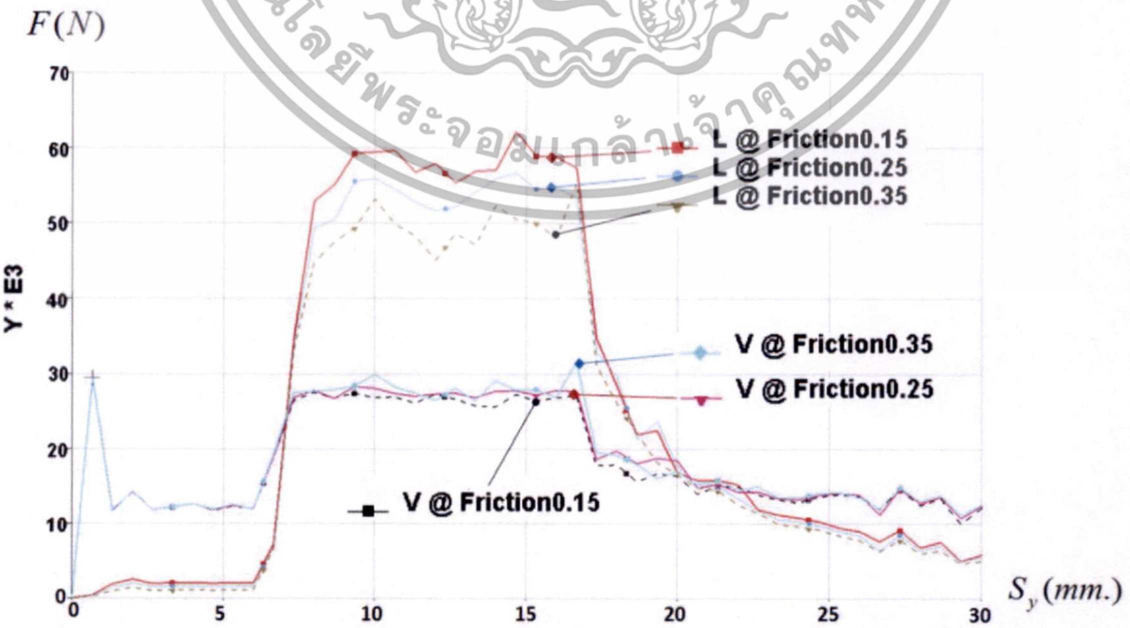
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงแนวด้านข้าง L ในช่วงแรกจะมีค่าน้อย เนื่องจากเป็นการลื่นไถล ระหว่างพื้นล้อและราง และจะเริ่มมีค่ามากขึ้นจนกระทั่งสูงสุด เมื่อรัศมีส่วนปลายของบังใบล้อถึงหัวราง จากนั้นจะมีค่าลดลงเมื่อส่วนปลายของบังใบล้อเคลื่อนที่เริ่มเข้าใกล้บริเวณรัศมีความโค้งหัวราง



รูปที่ 5.6 กราฟแสดงผลการจำลองของแรงกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม δ = 70°

ค่าของมุมบังใบล้อสัมผัสที่เพิ่มขึ้นจากมุม 60° 65° และ 70° แรงที่ต้องใช้ในการปีนรางในแต่ละแนวก็จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด ดังแสดงในรูปที่ 5.4 - 5.6 ตามลำดับ สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่เพิ่มขึ้น แรงแนวตั้ง V จะมีค่าลดลง ส่วนแรงในแนวด้านข้าง L จะมีค่าใกล้เคียงกันดังแสดงในรูปที่ 5.7

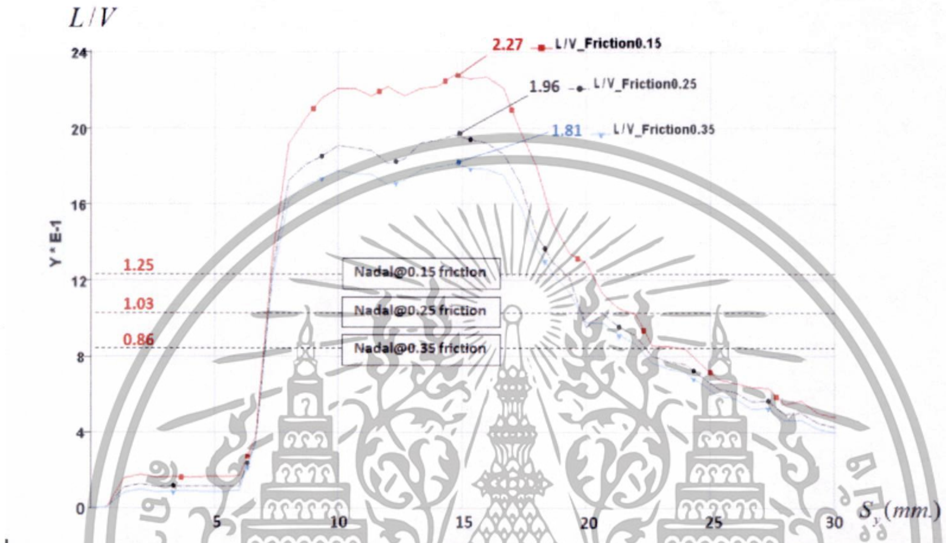


รูปที่ 5.7 กราฟเปรียบเทียบผลการจำลองของแรง L และ V กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35

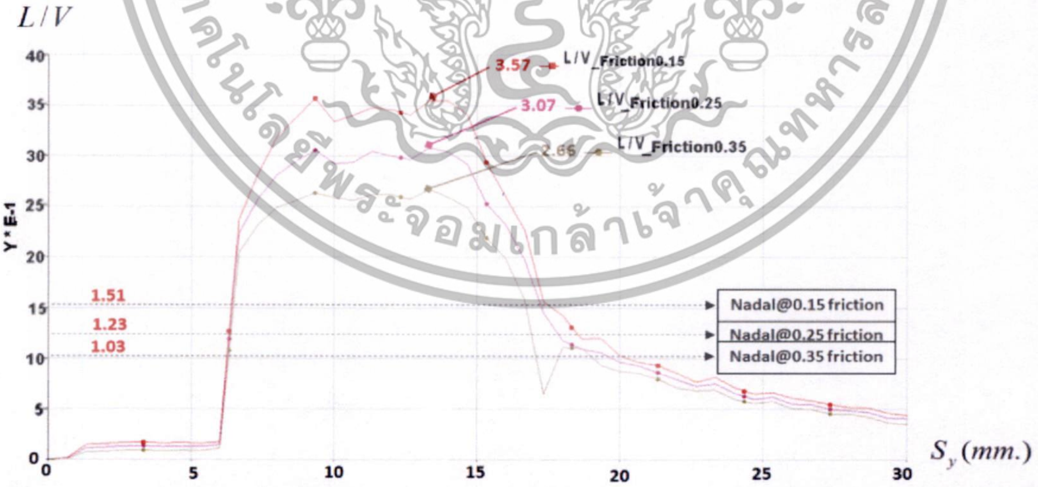
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.2 ผลการวิเคราะห์พิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากการจำลอง

อัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแนวตั้ง L/V ที่เกิดขึ้นสูงสุด คือค่าพิกัดความปลอดภัยของของการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ค่าพิกัดที่มุมบังใบล้อสัมผัส 60° 65° และ 70° สามารถหาได้ โดยการนำข้อมูลกราฟในแนวด้านข้างและแนวตั้งทั้งสองเส้น ดังแสดงในรูปที่ 5.4 - 5.6 ตามลำดับ ไปหารกันด้วยคำสั่งของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จากนั้นนำผลที่ได้มาเขียนกราฟใหม่โดยแกนตั้งคือพิกัดความปลอดภัยของการตกราง ส่วนแกนนอนคือระยะการปีนราง S_y ที่มุมบังใบล้อสัมผัสต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 5.8 กราฟเปรียบเทียบพิกัดความปลอดภัยของการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 60°

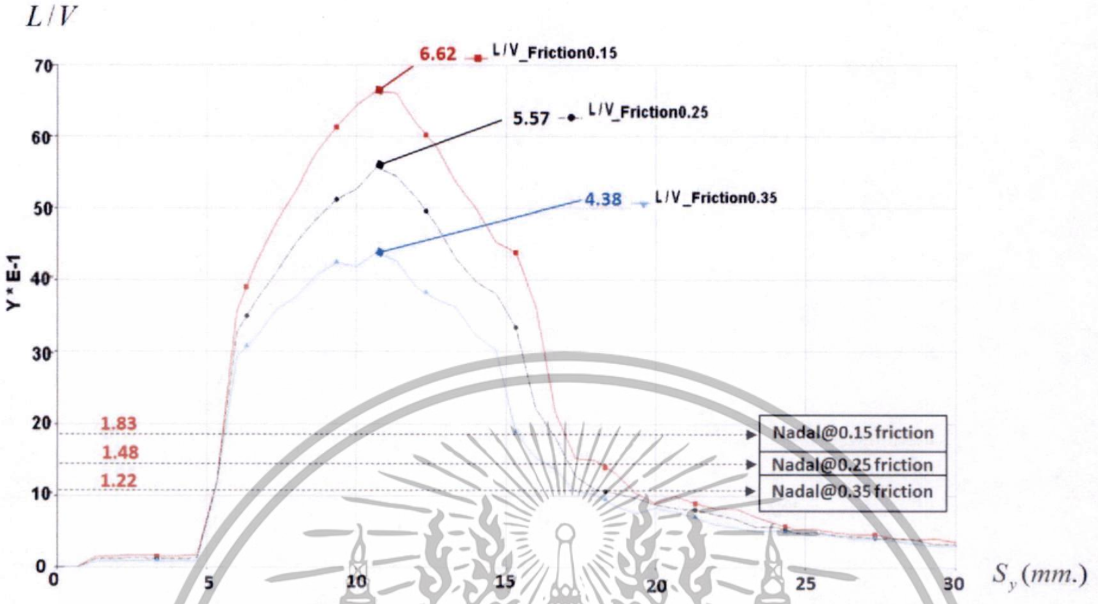


รูปที่ 5.9 กราฟเปรียบเทียบพิกัดความปลอดภัยของการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 65°

เส้นโค้งด้านบนทั้งสามเส้น คือเส้นของพิกัดการตกรางจากการจำลองที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ ซึ่งมีค่าสูงสุดตรงบริเวณ 15 13 11 มิลลิเมตร ตามระยะการปีนรางของมุมบังใบล้อสัมผัส 60° 65° และ 70 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่ายิ่งมุมบังใบล้อมีความชันมากขึ้นค่าพิกัดความปลอดภัยของการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตกรางก็จะสูงขึ้น ที่ระยะการปีนลดลง นั่นแสดงว่าความชันของมุมบังใบล้อสัมผัสที่มากขึ้นจะทำให้การตกรางเนื่องจากล้อปีนรางยากขึ้น



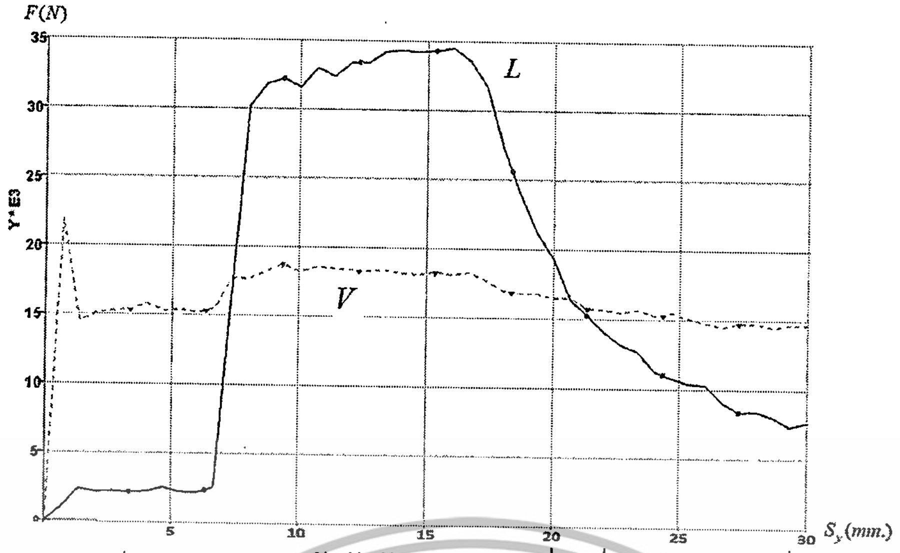
รูปที่ 5.10 กราฟเปรียบเทียบพิกัดความปลอดภัยของการตกราง L/V กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.15 0.25 และ 0.35 ของมุม δ = 70°

เส้นตรงด้านล่างทั้งสามเส้นในรูปที่ 5.8 – 5.10 คือค่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาล ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ จากรูปแสดงให้เห็นว่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางที่ได้จากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความสอดคล้องกับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล คือค่าสัมประสิทธ์ความเสียดทานที่ลดลง มุมบังใบล้อที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางสูงขึ้น ซึ่งเป็นการช่วยหลีกเลี่ยงการตกรางได้มากขึ้น แต่พิกัดความปลอดภัยของการตกรางที่ได้จากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีค่ามากกว่าพิกัดความปลอดภัยของนาดาล เนื่องจากพิกัดความปลอดภัยของนาดาลจะเป็นการพิจารณาการปีนรางของบังใบล้อสัมผัสด้านเดียวที่พิจารณาความสัมพันธ์เฉพาะมุมบังใบล้อสัมผัส และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ดังนั้นพิกัดความปลอดภัยของนาดาลจึงให้ค่าน้อยกว่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

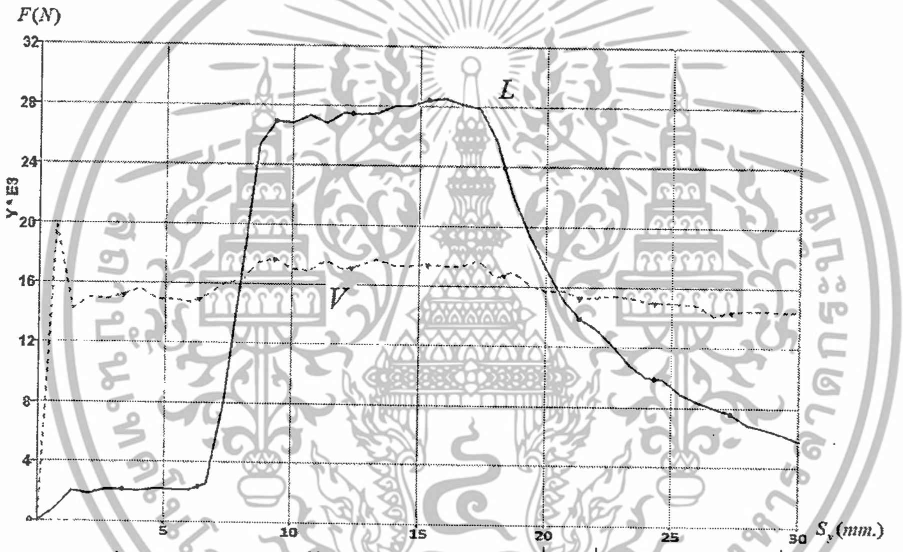
5.3 การศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางจากอิทธิพลของมุมปะทะของล้อ

จากหัวข้อที่ผ่านมาเป็นการพิจารณาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางที่มุมปะทะของล้อเป็นศูนย์ (ψ = 0) หัวข้อนี้จะศึกษาของมุมปะทะของล้อที่ส่งผลต่อพิกัดการปีนราง ซึ่งเป็นตัวแปรที่สำคัญของการปีนรางเนื่องจากสอดคล้องกับการวิ่งของขบวนรถไฟ มุมปะทะของล้อ(ψ) ที่ใช้ในการศึกษา คือ 0° 0.25° 0.50° 0.75° 1.0° 1.25° และ 1.50° ส่วนมุมบังใบล้อสัมผัส ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ใช้ คือ 60° และ 0.15 ตามลำดับ สำหรับกราฟของแรงที่มุมปะทะของล้อ ψ = 0° สามารถดูได้จาก รูปที่ 5.4 และมุมที่เหลือแสดงได้ ดังต่อไปนี้

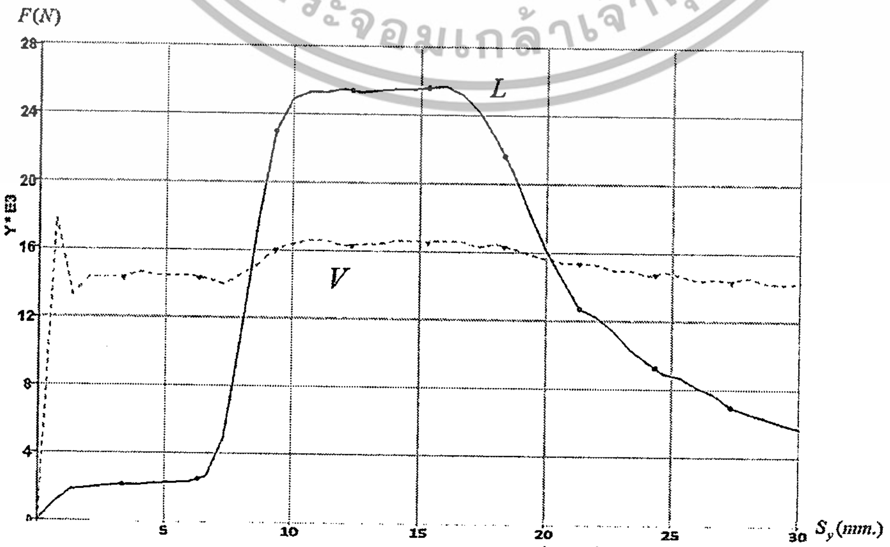
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม $\psi = 0.25°$

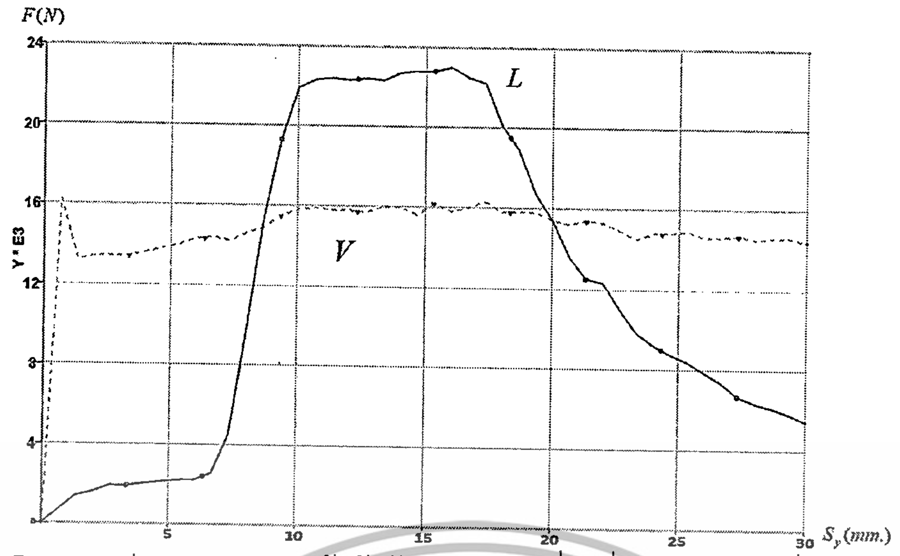


รูปที่ 5.12 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม $\psi = 0.50°$

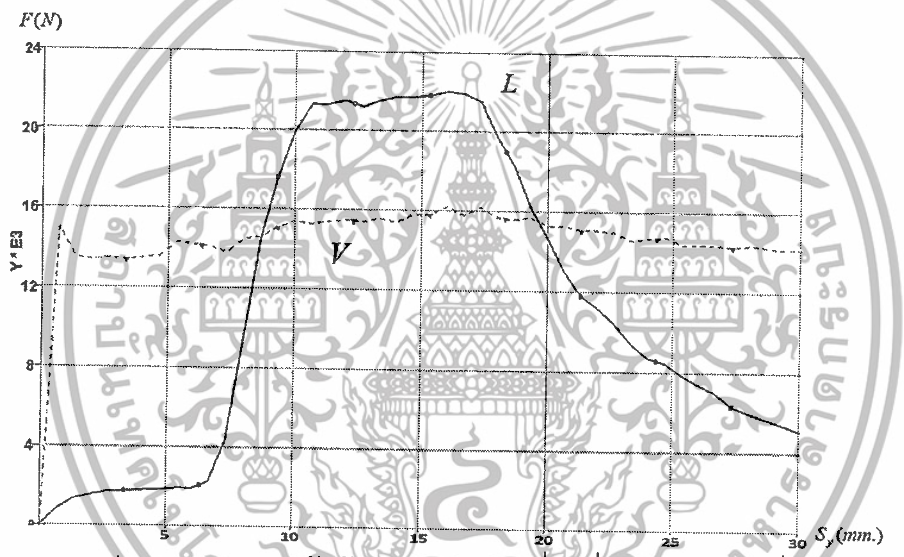


รูปที่ 5.13 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม $\psi = 0.75°$

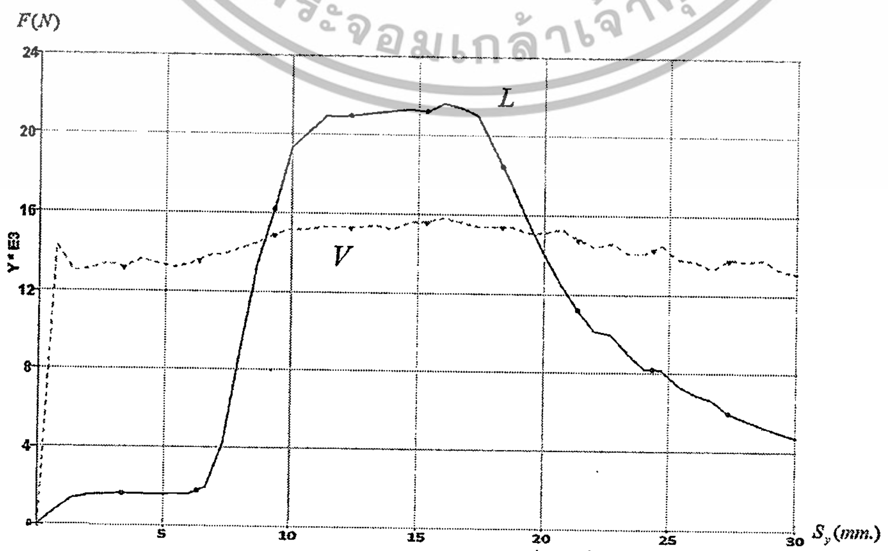
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.14 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 1.0°



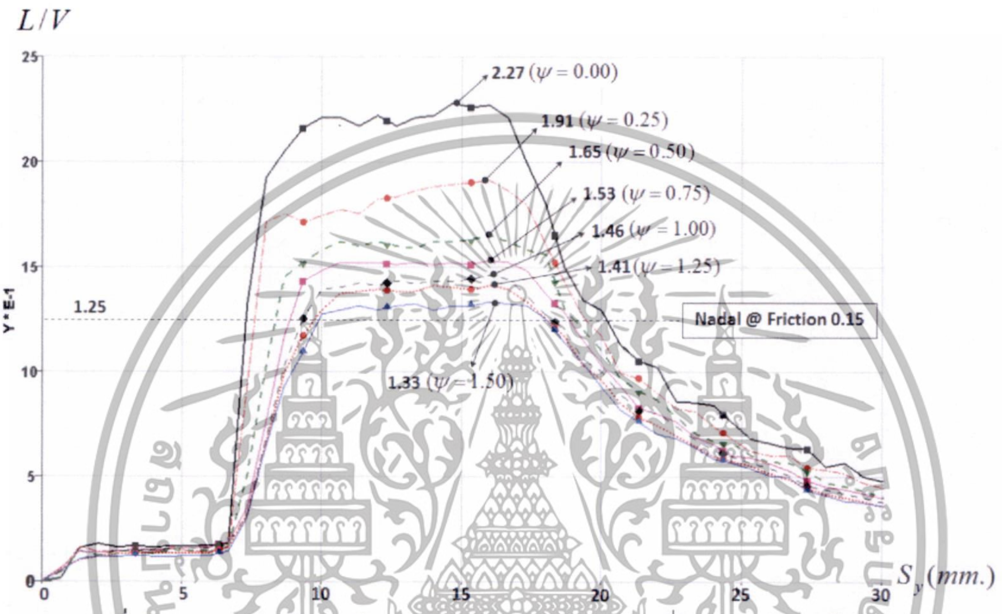
รูปที่ 5.15 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างที่มุม ψ = 1.25°



รูปที่ 5.16 กราฟแสดงผลของแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุม ψ = 1.50°

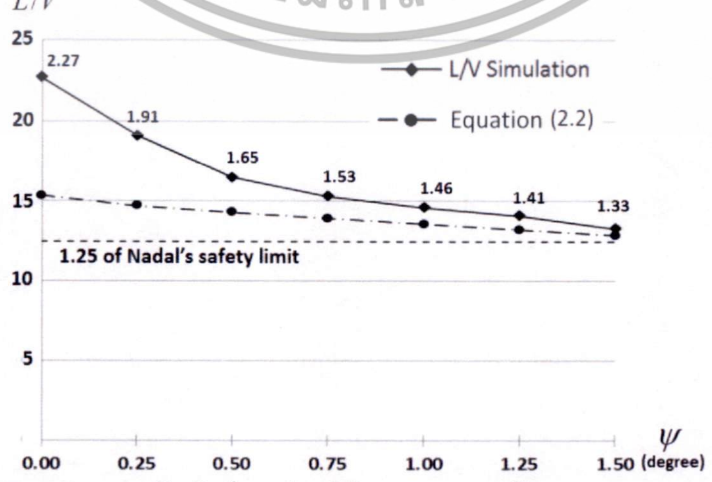
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.11 – 5.16 แสดงผลของแรงสัมผัสในแนวด้านข้าง L และแรงในแนวตั้ง V ของการจำลองที่มุมปะทะของล้อต่างๆ กราฟแรงสัมผัสสูงสุดจะมีค่าลดลงเรื่อยๆเมื่อมุมปะทะของล้อเพิ่มขึ้น นั่นคือมุมปะทะของล้อที่เพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ใช้แรงในการปีนรางน้อยลง การหาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางจากการจำลองที่มุมปะทะของล้อต่างๆ สามารถหาได้จากการหารกันของแรงสัมผัสในแนวด้านข้าง L และแรงในแนวตั้ง V โดยใช้คำสั่งจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จากนั้นนำมาเขียนกราฟ โดยกำหนดให้แนวตั้งเป็นพิกัดความปลอดภัยของการตกราง L/V แนวนอนเป็นระยะการปีนรางในแนวด้านข้าง S_y ซึ่งแสดงผลได้ ดังรูปที่ 5.17



รูปที่ 5.17 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง L/V ที่มุมปะทะของล้อต่างๆ

จากรูปที่ 5.17 เพื่อแสดงถึงอิทธิพลของมุมปะทะของล้อสามารถนำมาเขียนกราฟใหม่ โดยกำหนดให้แกนตั้งเป็นพิกัดความปลอดภัยของการตกรางและแกนนอนเป็นมุมปะทะของล้อซึ่งแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



รูปที่ 5.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดความปลอดภัยของการตกราง L/V กับมุมปะทะของล้อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลพิกัดความปลอดภัยของการตกรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เปรียบเทียบกับพิกัดความปลอดภัยของนาดาล และวิธีการประมาณการจากสูตรในสมการที่ (2.2) ผลของค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีค่าสอดคล้องกัน ดังแสดงในรูปที่ 5.18 ซึ่งมุมปะทะของล้อเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางลดลง นั่นคือโอกาสเสี่ยงการตกรางจะมากขึ้น และจะมีค่าเข้าใกล้กับพิกัดความปลอดภัยของนาดาลเมื่อมุมปะทะของล้อเพิ่มขึ้น

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6
สรุปผลและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ ได้ทำศึกษาและจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และเปรียบเทียบผลที่ได้กับทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง แรงสัมผัสระหว่างล้อและรางที่ได้จากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะแสดงผลเป็นสภาวะต่อเนื่อง ตั้งแต่เริ่มการปีนที่พื้นล้อจนกระทั่งสิ้นสุดที่หัวราง ตามระยะการเคลื่อนที่ของล้อพร้อมเพลาในแนวด้านข้าง และผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำมาประเมินหาค่าพิกัดความปลอดภัยของการตกราง การปรับเปลี่ยนของมุมบังใบล้อสัมผัส ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานและมุมปะทะของล้อระหว่างล้อและรางจะช่วยลดเวลาในการลองผิดลองถูกก่อนการทดลองจริงเพื่อเป็นแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ต้นแบบต่อการศึกษา ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อศึกษาพิกัดความปลอดภัยของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางโดยสรุปผลได้ดังนี้

6.1 บทสรุป

1. การศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง เป็นการศึกษากลไกการสัมผัสระหว่างล้อและราง โดยพิจารณาแรงคืบในแนวสัมผัสที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและราง
2. พิกัดความปลอดของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางเป็นการประเมินจากอัตราส่วนระหว่างแรงในแนวด้านข้างเทียบกับแนวตั้ง และนิยมนำพิกัดความปลอดภัยของนาดาลมาเป็นพื้นฐานในการประเมินการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง
3. การจำลองการตกรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นการจำลองในกรณีของการลื่นไถล โดยพิจารณาผลจากกลไกการสัมผัสระหว่างล้อและรางร่วมด้วย
4. พิกัดความปลอดภัยของการตกรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่ามากกว่า พิกัดความปลอดภัยของนาดาลที่มุมปะทะของล้อเข้าใกล้ศูนย์ เพราะพิกัดความปลอดภัยของนาดาลพิจารณาเฉพาะสมดุลสองมิติของมุมบังใบล้อและแรงเสียดทานเท่านั้น แต่ไม่พิจารณาของกลไกการสัมผัสในสามมิติ และพิกัดทั้งสองจะมีค่าสอดคล้องกันเมื่อมุมปะทะของล้อมีค่าเพิ่มขึ้น
5. การเพิ่มมุมของบังใบล้อสัมผัส การลดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน และมุมปะทะของล้อจะช่วยลดความเสี่ยงต่อการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

6.2 ข้อเสนอแนะ

จากงานวิจัยนี้ มีปัจจัยหลายอย่างที่ทำให้ผลการจำลองนั้นมีความคลาดเคลื่อน เนื่องจากการกำหนดสภาวะเงื่อนไขขอบเขต ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและรางนั้นไม่สามารถกำหนดให้เหมือนสภาวะจริงได้ทุกเงื่อนไข การนำเอาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ได้อย่างมีประสิทธิภาพและถูกต้องแม่นยำนั้น จำเป็นต้องเข้าใจถึงหลักการพื้นฐานและเทคนิคต่างๆ การสร้างแบบจำลอง การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต สมบัติเชิงกลของวัสดุ ชนิดและ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขนาดของเอลิเมนต์ จะต้องระบุให้ชัดเจน ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงเป็นการเสนอแนวทางการแก้ไขปัญหาเพื่อให้มีการพัฒนา หรือเสนอแนะปัญหาที่พบเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. จากแบบจำลองที่มีขนาดใหญ่ ปัญหาของคอมพิวเตอร์เป็นปัญหาหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการจำลองที่มีเงื่อนไขขอบเขตที่ซับซ้อน ซึ่งต้องการเอลิเมนต์ที่มีความละเอียดสูงในบริเวณการสัมผัสกันระหว่างล้อและราง โดยคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีค่าหน่วยความจำสูง แต่ยังใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างนาน ซึ่งเป็นข้อจำกัดของการกำหนดโดเมนที่ใหญ่ขึ้น ดังนั้นในการแก้ปัญหาควรใช้คอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยความจำที่สูงขึ้นด้วยจะสามารถลดเวลาในการคำนวณของปัญหาดังกล่าว

2. การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ให้มีสภาวะให้เสมือนจริงครบ 100 % นั้นเป็นสิ่งที่เป็นไปได้ยาก โดยเฉพาะสภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาของการสัมผัส ดังนั้นจำเป็นต้องมีการกำหนดเงื่อนไขเพื่อใช้ในการจำลองหลายกรณีที่สภาวะต่างกันซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์มีความถูกต้องมากขึ้น

3. ความละเอียดของรูปร่างแบบจำลองเป็นสิ่งที่ต้องคำนึง เนื่องจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการจำลองนั้นมีรูปร่างขนาดใหญ่ และซับซ้อนย่อมไม่มีความเสมือนจริงได้ทุกประการ ซึ่งจะทำให้ผลที่ได้มีความคลาดเคลื่อน

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] Aleksander Sladkowski และ Marek Sitarz, 2005, **"Analysis of wheel-rail interaction using FE software"** Wear 258 (2005) 1217–1223 Department of Railway Transport, Silesian Technical University, Krasinski Street 8, Katowice 40-019 Poland.

[2] Xinggao Shu และคณะ, 2005, **"A bi-parameter distance criterion for flange climb derailment"** Transportation Technology Center, Inc.55500 DOT Road, Pueblo, Colorado USA 81001.

[3] J Santamaria, E.G. Vadillo และ J Gomez, 2006, **"A comprehensive method for the elastic calculation of the two-point wheel-rail contact"** Department of Mechanical Engineering. University of the Basque Country, Alameda Urquijo s.n., 48013 Bilbao, Spain.

[4] Jing Zeng และ Pingbo Wu, 2008, **"Study on the wheel/rail interaction and derailment safety"** Wear 265 (2008) 1452–1459, State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China.

[5] J Santamaria, E.G. Vadillo และ J Gomez, 2009, **"Influence of creep forces on the risk of derailment of railway vehicles"** Department of Mechanical Engineering, University of the Basque Country, Alameda Urquijo s.n., 48013 Bilbao, Spain.

[6] Mehmet Ali Arslan และ Oguz Kayabasi, 2010, **"3-D Rail-Wheel contact analysis using FEA"** Advances in Engineering Software 45 (2012) 325–331, Gebze Institute of Technology, Mechanical Engineering Department, P.K. 141, 41400 Gebze, Kocaeli, Turkey.

[7] Brian Marquis และ Robert Greif, 2011, **"Application of Nadal's limit in the prediction of wheel climb derailment"** U.S. Department of Transportation Research and Innovative Technology Administration Volpe National Transportation Systems Center Cambridge, Massachusetts, United States.

[8] Wei Wang และ Gui-xian, 2012, **"Development of high-speed railway vehicle derailment simulation – Part II: Exploring the derailment mechanism"** Engineering Failure Analysis 24 (2012) 93–111, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China.

[9] Q.J. Zheng และคณะ, 2012, **"Finite element analysis of the contact forces between a viscoelastic sphere and rigid plane"** Powder Technology 226 (2012) 130–142, Laboratory for Simulation and Modelling of Particulate Systems, School of Materials Science and Engineering, The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

[10] Jean-Bernard Ayasse and Hugues Chollet, 2006, **"Wheel-Rail Contact"** Chapter 4, Handbook of Railway Vehicle Dynamics (2006) 85–120, Taylor & Francis Group.

[11] Jean-Bernard Ayasse and Hugues Chollet, 2006, **"Railway Vehicle Derailment and prevention"** Chapter 8, Handbook of Railway Vehicle Dynamics (2006) 209–230, Taylor & Francis Group.

[12] Peter Wriggers, 2006 **"Computational Contact Mechanics"**, 10 Solution Algorithms (2006) 309-360.

[13] Singiresu S.Rao, 1985, **"The finite element method in engineering"**, Taylor & Francis Group.

[14] Livemore Sofware Technology Corp. (LSTC), 2007, **"LS-DYNA Keyword User's Manual Version971"**.

[15] นคร จันทศร, 2555, **"ช่างรถไฟ ความรู้ทั่วไปด้านวิศวกรรมรถไฟ"**, โครงการพัฒนาระบบขนส่งทางรางและอุตสาหกรรมที่เกี่ยวเนื่องของประเทศไทย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

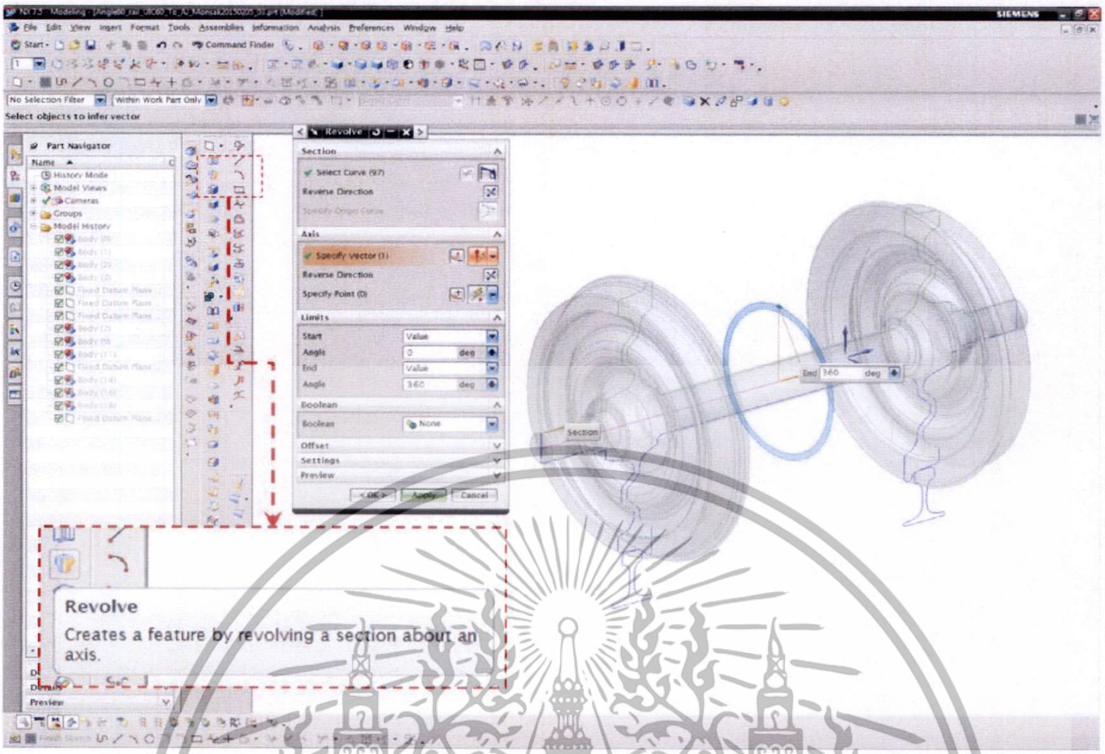
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

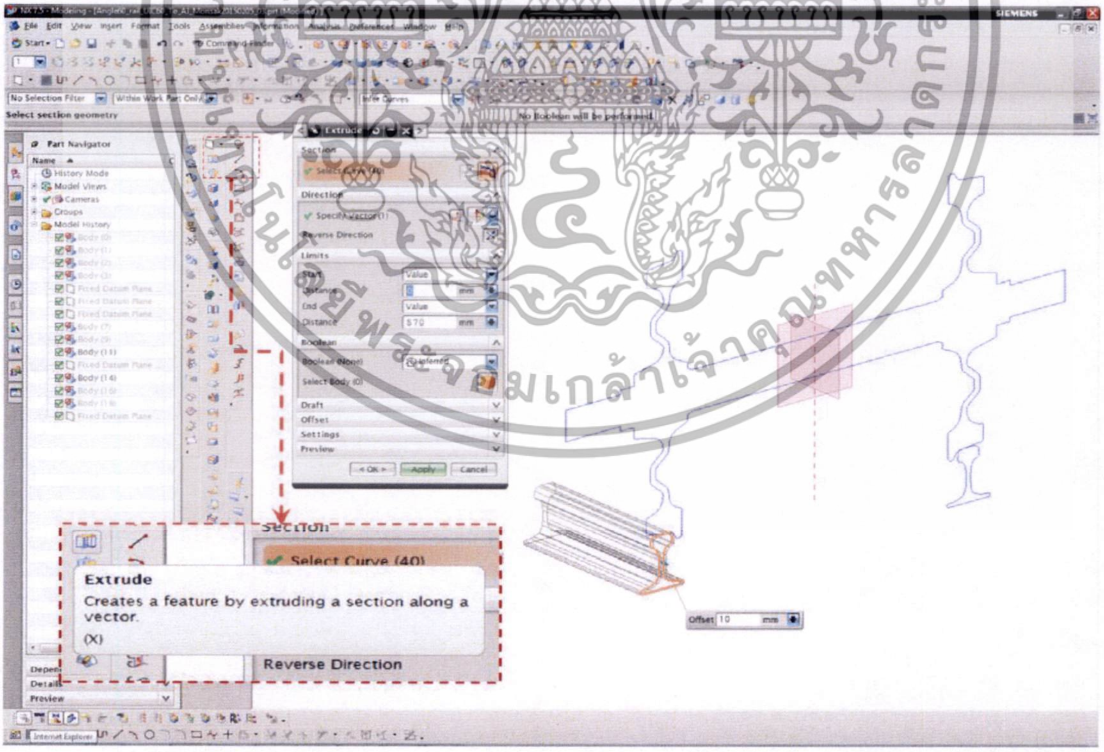
การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและราง ด้วยโปรแกรม UniGraphics NX7.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อพร้อมเพลา ด้วยคำสั่ง Revolve



การสร้างแบบจำลองสามมิติของราง ด้วยด้วยคำสั่ง Extrude



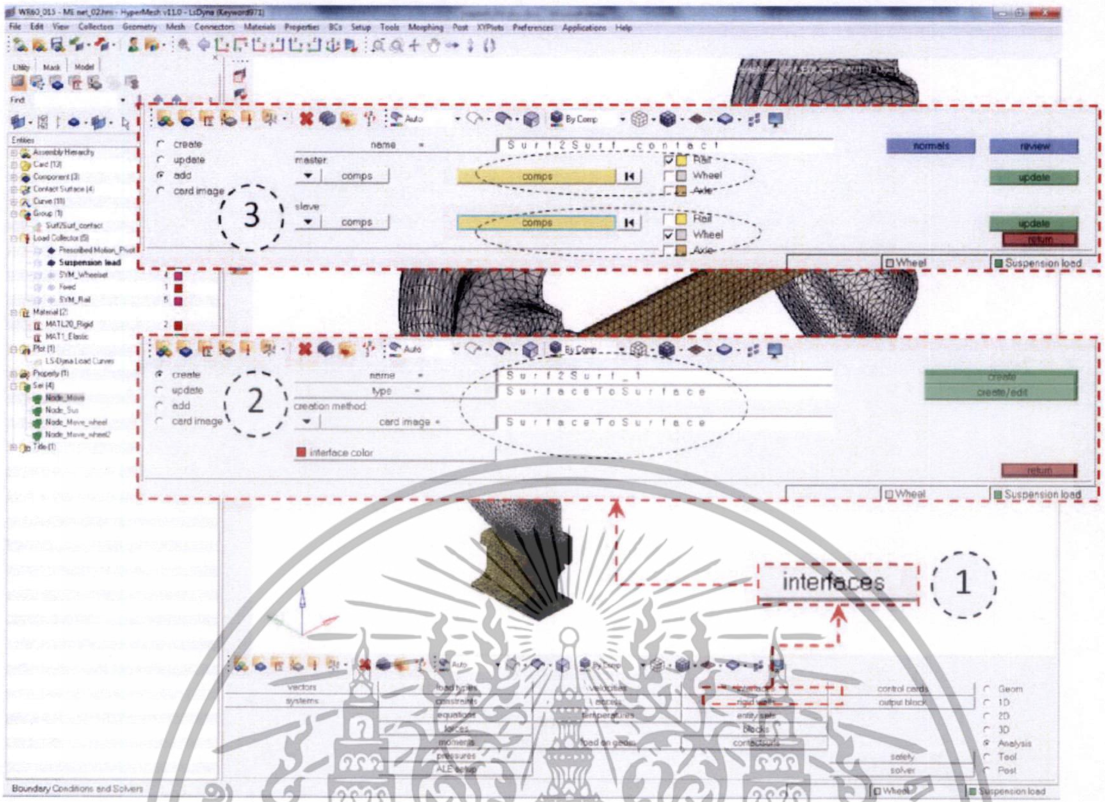
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

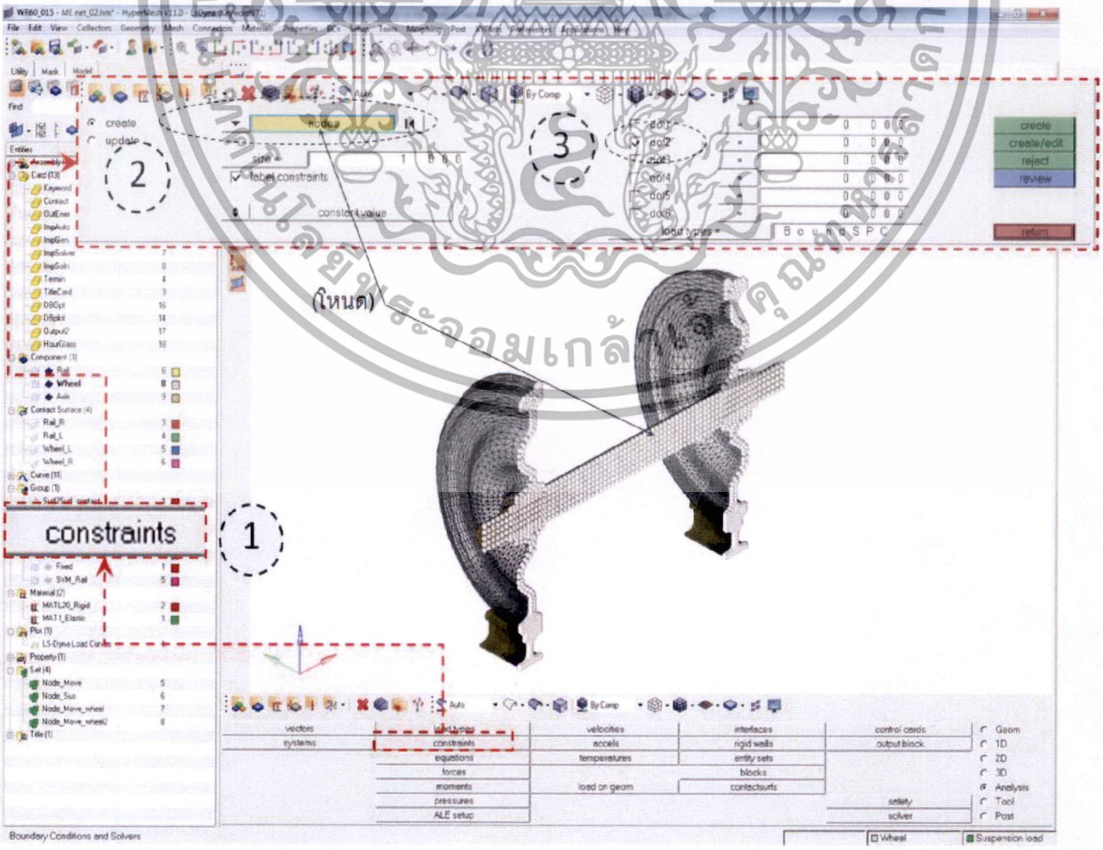
การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของล้อและราง ด้วยโปรแกรม Altair HyperWork 11.0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของการสัมผัสกันระหว่างล้อและราง

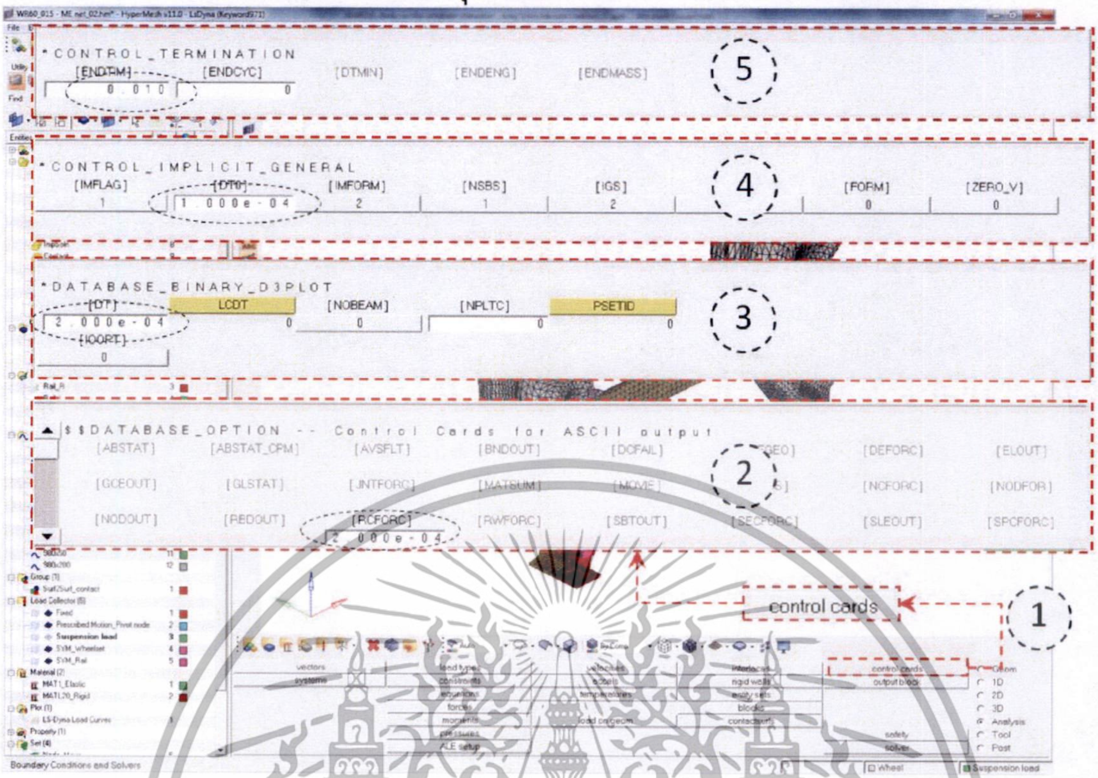


การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของการสมมาตรของแบบจำลองตามแกน x



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกำหนดการ์ดควบคุม (Control card) ของการจำลอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค.

ตัวอย่างการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณหาแรงสัมผัสของเฮิรตซ์

แรงตั้งฉากสัมผัสของเฮิรตซ์ระหว่างล้อและราง หน่วยเป็นนิวตัน (N)

$$F_{Hertz} = \frac{2}{3}E^{*}\sqrt{\frac{(\delta_n/\hbar)^3}{A+B}} \tag{3.3}$$

$$A = A_1 = \frac{1}{2r_0},\ B = B_1 + B_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_w}+\frac{1}{R_T}\right) \tag{3.4}$$

เมื่อ E คือ ค่าความยืดหยุ่นของวัสดุ = 210 x 10^3 MPa

$\hbar$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮิรตซ์ = 0.9932

ν คือ ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio) = 0.3

δ_n คือ ระยะยุบตัวของการสัมผัสในแนวตั้งฉาก (mm)

r_0 คือ รัศมีล้อที่จุดสัมผัส = 425.5 mm

R_w คือ รัศมีความโค้งหลักตามแนวขวางของล้อ (mm) กำหนดให้เป็นค่าอนันต์ (Infinity)

R_T คือ รัศมีเส้นขอบของรางตามแนวขวาง = 300 mm

กำหนดให้ $E^{*} = E/(1-\upsilon^2) = (210x10^3)/(1-0.3^2) = 230.77x10^3$

จากสมการที่ (3.4) สามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} B+A &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_w}+\frac{1}{R_T}\right)+\frac{1}{2r_0} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{300}\right)+\frac{1}{2(425.5)} \\ &= 0.0017+0.0012 \\ &= 0.0029 \end{aligned}$$

และในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned} B-A &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_w}+\frac{1}{R_T}\right)-\frac{1}{2r_0} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{300}\right)-\frac{1}{2(425.5)} \\ &= 0.0017-0.0012 \\ &= 0.0005 \end{aligned}$$

เมื่อ $$\cos\Delta^{\circ} = \frac{|B-A|}{B+A} = \frac{0.0005}{0.0029} = 0.17$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น $\Delta^{\circ} = 80^{\circ}$

จากตารางด้านล่างที่มุม $\Delta^{\circ} = 80^{\circ}$ ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮิรตซ์ ($\hbar$) = 0.9932

Hertz Coefficients (A/B < 1)

Δ°	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
$g = n/m$	1	0.7916	0.6225	0.4828	0.3652	0.2656	0.1806	0.1080	0.0470	0
m	1	1.128	1.285	1.486	1.754	2.136	2.731	3.816	6.612	∞
n	1	0.8927	0.8000	0.7171	0.6407	0.5673	0.4931	0.4122	0.3110	0
$\hbar$	1	0.9932	0.9726	0.9376	0.8867	0.8177	0.7263	0.6038	0.4280	0

กำหนดให้ δ_n มีค่าตั้งแต่ 0, 0.01, 0.02, 0.03, ..., 0.10 ดังนั้นจากสมการที่ (3.4) จะได้แรงตั้งฉากสัมผัสของเฮิรตซ์ระหว่างล้อและราง ดังนี้

ที่ δ_n = 0, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0/0.9932)^3}{0.0029}} = 0 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.01, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 2910.55 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.02, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 8232.29 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.03, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 15123.68 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.04, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 23284.42 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.05, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 32540.97 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.06, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 42776.22 \text{ (N)}$$

ที่ δ_n = 0.07, $$F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 53904.19 \text{ (N)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ δ_n = 0.08, $F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 65858.29$ (N)

ที่ δ_n = 0.09, $F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 78584.93$ (N)

ที่ δ_n = 0.10, $F_{Hertz} = \frac{2}{3}(230.77x10^3)\sqrt{\frac{(0.01/0.9932)^3}{0.0029}} = 92039.76$ (N)

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

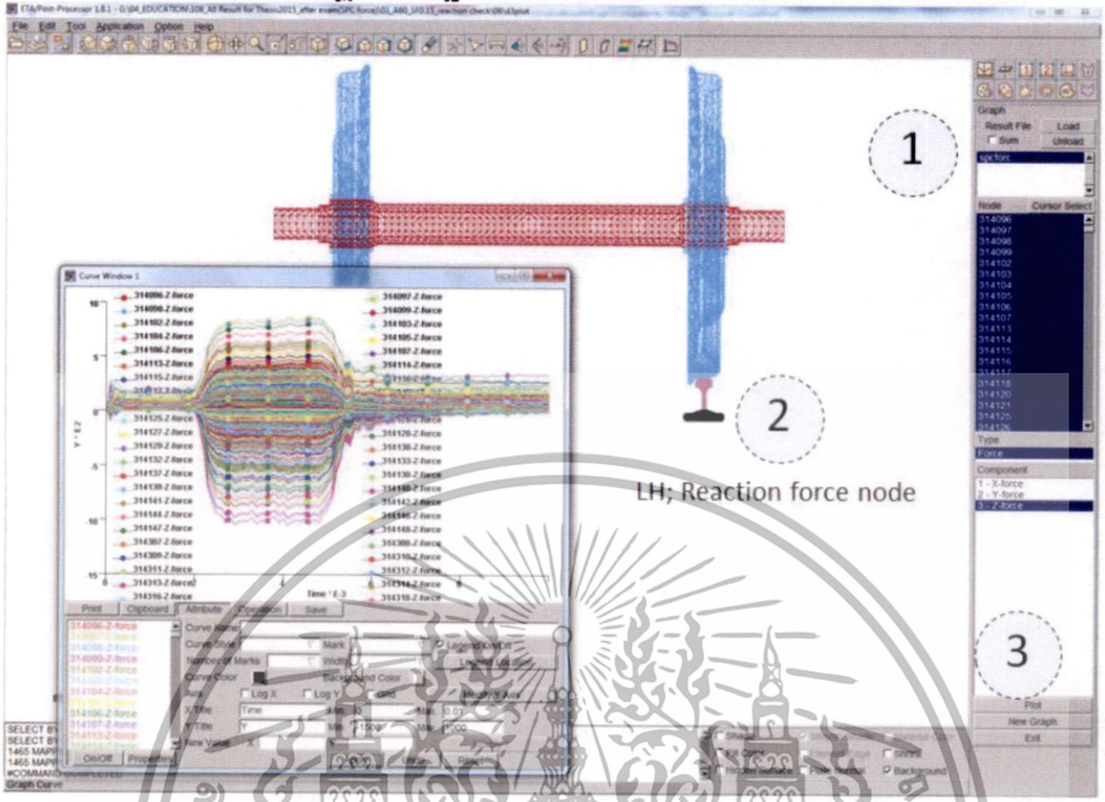
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ง.

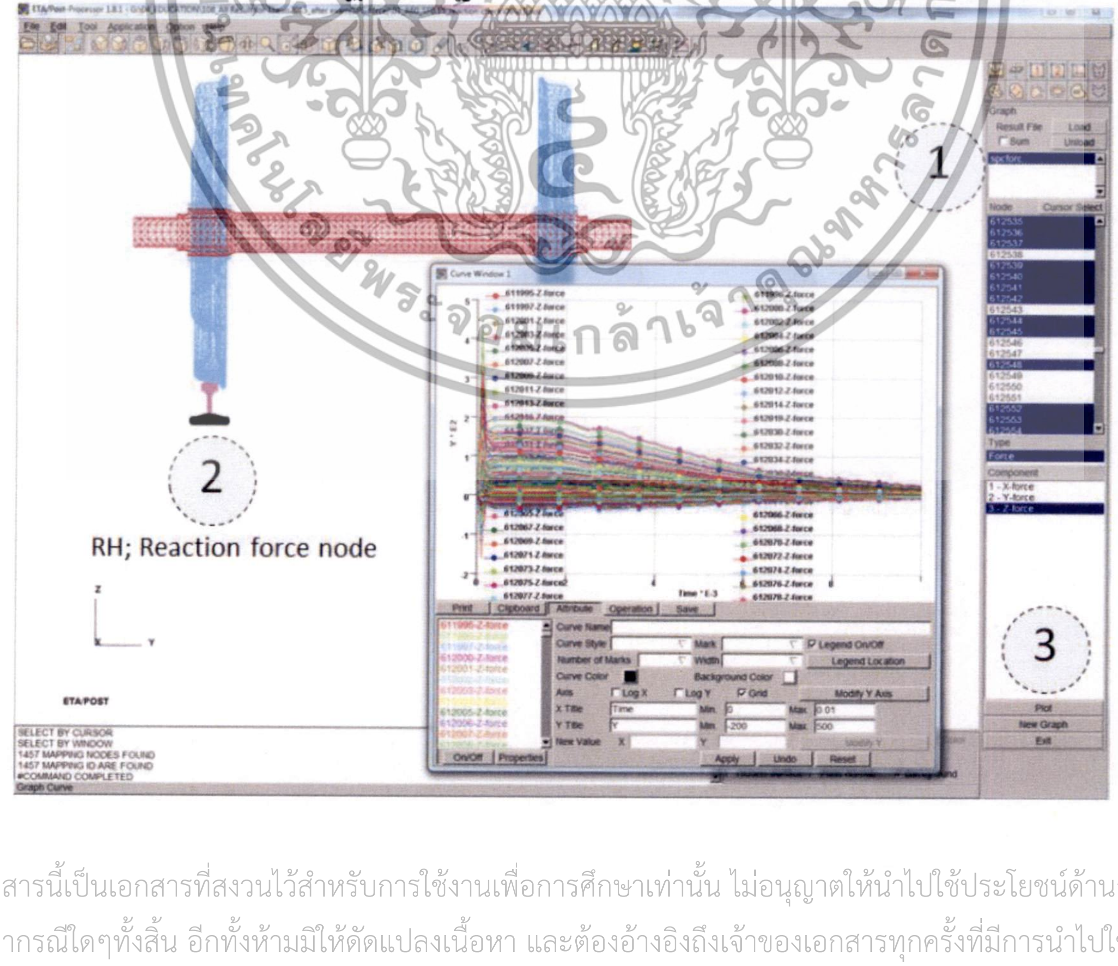
การตรวจสอบกระบวนการสถิตย์เสมือนของแบบจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

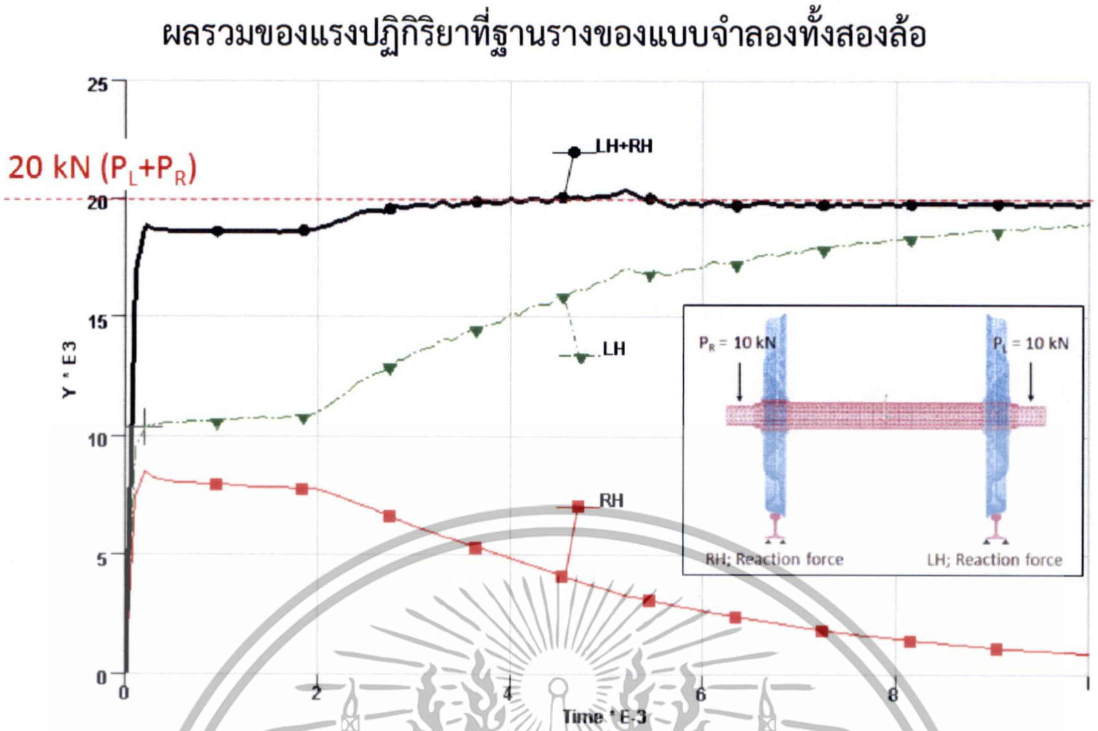
การตรวจสอบแรงปฏิกิริยาที่ฐานรางของแบบจำลองล้อซ้ายในแต่ละโหนด



การตรวจสอบแรงปฏิกิริยาที่ฐานรางของแบบจำลองล้อขวาในแต่ละโหนด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก จ.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี

sea of innovation

ME-NETT 2013

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Simulation of derailment due to wheel climb using finite element method

มนต์ศักดิ์ พิมสาร[1], และ สุรทัศน์ กองสุข[2]*

[1,2] สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520
*ติดต่อ: E-mail: surathad@hotmail.com, Tel. 083-1345991

บทคัดย่อ

ความปลอดภัยขั้นพื้นฐานของการขนส่งทางรถไฟ คือการตกรางไม่ควรจะเกิดขึ้นในระหว่างการวิ่งของขบวนรถไฟ การทดลองเพื่อศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/รางจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อความปลอดภัยจากการตก-ราง แต่ต้องใช้งบประมาณการลงทุนสูง บทความนี้เป็นการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/ราง และการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนราง(wheel flange climb derailment) ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โปรแกรม Altair HyperWorks11.0 & LS-Dyna971 ถูกนำมาช่วยในการจำลองการปีนรางของชุดล้อพร้อมเพลาเดี่ยวภายใต้กระบวนการสถิตย์เสมือน(quasi-static) ซึ่งตัวแปรสำคัญที่ใช้การศึกษาการปีนรางประกอบด้วยมุมของบังใบล้อ-สัมผัส และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อ/ราง ค่ามุมบังใบล้อสัมผัสที่ใช้ในการศึกษามีค่า 60°, 65° และ 70° ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อ/รางที่ใช้ในการศึกษามีค่า 0.15, 0.25 และ 0.35 ตามลำดับ ผลของการจำลองจากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์คือ มุมของบังใบล้อสัมผัสที่มากขึ้น และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียด-ทานระหว่างล้อ/รางที่ลดลงจะช่วยหลีกเลี่ยงการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ซึ่งสอดคล้องกับการวิเคราะห์ด้วยสูตรของนาดาล[1] แต่ผลการจำลองจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่าพิกัดของการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางมีค่าสูงกว่า ซึ่งได้ผลสอดคล้องกับงานวิจัยปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/ราง[2] ที่ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบกับการใช้สูตรของนาดาล

คำหลัก: การตกราง, ล้อปีนราง, ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Abstract

The basic requirement for the safety of railway transportation is that derailment during the running of train should be never permitted. An experiment to study on the wheel/rail interaction is important to the derailment safety, but it requires a large investment budget.This article is aimed to investigate on the wheel/rail interaction and wheel flange climb derailment using finite element method. The Altair HyperWorks11 & LS-Dyna971 software were employed in wheel flange climb derailment simulation of a single wheelset based on the quasi-static process. The important parameters of derailment simulation study are flange contact angle and wheel/rail friction coefficient. A flange contact angles used are 60°, 65° and 70° and wheel/rail friction coefficients are 0.15, 0.25, and 0.35, respectively. The simulation results show that the increase of flange contact angle and the reduction of wheel/rail friction coefficient is of advantage to prevent wheel climb derailment. This is consistent with the analysis of Nadal's formula[1]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

but the simulation results by FEM show that of higher the derailment limit as same in research of the wheel/rail interaction[2] by the experiment compare with Nadal's formula.

***Keywords**:* Derailment, Wheel climb, Finite element method.

1. บทนำ

การศึกษาค้นคว้าทางด้านรางรถไฟได้ให้ความสำคัญกับปัญหาของตกรางตั้งแต่เริ่มดำเนินการทางรางรถไฟครั้งแรกในโลก นักวิทยาศาสตร์จากหลายประเทศได้พยายามศึกษากลไกการตกรางและความปลอดภัยจากการใช้รถไฟ[1-2] แต่อุบัติเหตุของการตกรางของรถไฟยังมีรายงานการเกิดขึ้นอยู่เสมอ ดังนั้นกลไกการเกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/รางและการตกรางเป็นสิ่งที่ต้องศึกษาค้นคว้าหาความเหมาะสมเพื่อรองรับความปลอดภัยจากการวิ่งของขบวนรถไฟ

การปีนของบังใบล้อมีความสำคัญต่อรูปแบบของการตกราง ซึ่งสาเหตุอาจเกิดจากแรงด้านข้างของล้อ/รางมีค่ามาก และภาระน้ำหนักของล้อมีค่าลดลง กระบวนการปีนรางของบังใบล้อจะถูกพิจารณาเป็นสภาวะคงตัว(steady state)โดยไม่นำผลความเฉื่อยของล้อพร้อมเพลามาพิจารณา สูตรของนาดาล (Nadal's formula)[3], จะใช้เป็นพิกัดการประเมินการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางซึ่งจะพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของมุมบังใบล้อสัมผัสและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่านั้น ส่วนแรงคืบตามยาว (longitudinal creep force) และมุมกระแทกของล้อพร้อมเพลา(wheel angle of attack) จะไม่ถูกนำมาพิจารณา ดังนั้นเพื่อความถูกต้องและแม่นยำจะต้องผ่านการพิจารณาจากหลายๆเกณฑ์ ทั้งทางทฤษฎีและการศึกษาการทดลอง เช่น พิกัดของอัตราส่วนแรงด้านข้างกับแนวดิ่ง(L/V) และพิกัดการกระจัด L/V[4], เกณฑ์ความปลอดภัยของแรงสัมผัสใน 3D[5], วิธีประเมินผลสุ่มพลังงาน(random energy evaluation method)[6] และอื่นๆ

วัตถุประสงค์ของบทความนี้ คือการศึกษาการประเมินการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบกับพิกัดการปีนรางของนาดาล และนำทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์ (Hertz's contact theory) ที่พิจารณาให้ความสำคัญต่อกลไกการสัมผัสมาประยุกต์ใช้ร่วมกับโปรแกรม Altair HyperWorks 11.0 & LS-Dyna 971 เพื่อช่วยจำลองการปีนราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของชุดล้อพร้อมเพลาเดี่ยว

2. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/ราง และแรงที่กระทำ

จากรูปที่ 1 เป็นภาพแสดงแรงที่กระทำกับชุดล้อพร้อมเพลาที่ใช้ในการจำลองและแสดงการปีนรางของบังใบที่ล้อซ้าย ตัวแปรต่างๆจะแสดงด้านซ้ายและขวาตามอักษร $j = L, R$ ตามลำดับ ดังนี้

P_L, P_R, F_S: แรงจากน้ำหนักในแนวดิ่งและแนวนอนที่กระทำบนล้อพร้อมเพลา(vertical and lateral suspension forces on wheelset)

P_1, P_2: แรงในแนวดิ่งที่กระทำระหว่างล้อ/รางที่ด้านซ้ายและขวา(left and right wheel/rail vertical forces)

Q_1, Q_2: แรงในแนวนอนที่กระทำระหว่างล้อ/รางที่ด้านซ้ายและขวา(left and right wheel/rail lateral forces)

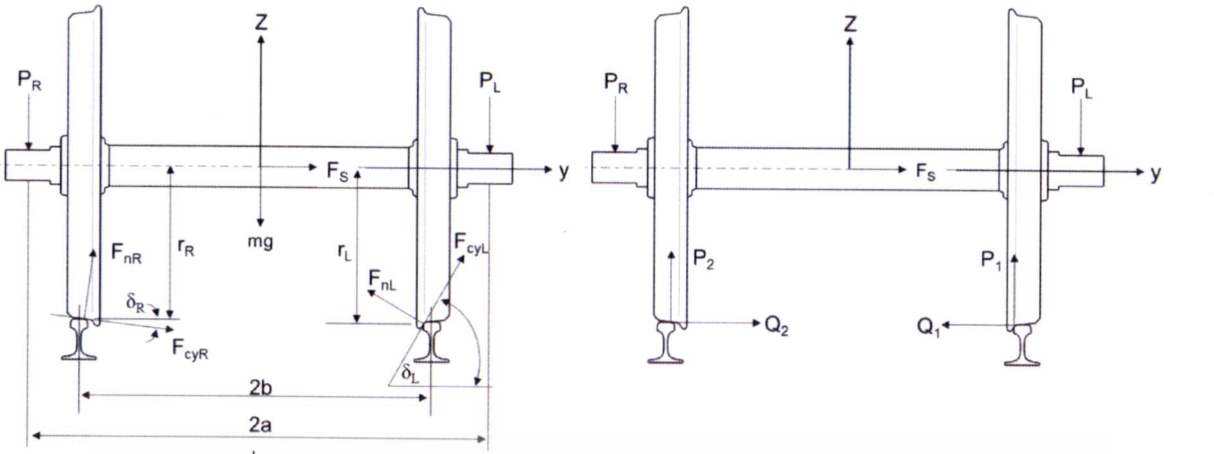
F_n, F_{cy}: แรงตั้งฉากและแรงคืบในแนวด้านข้างระหว่างล้อ/ราง(normal force and lateral creep force on the wheel/rail contact point)

δ_L, δ_R: มุมสัมผัสของจุดสัมผัสที่ล้อซ้ายและขวา (contact angles of left and right wheel contact point)

r_0, r_L, r_R: รัศมีการกลิ้งปกติที่จุดสัมผัสล้อซ้ายและขวา(wheel nominal rolling radius, left and right wheel contact radii)

$2a, 2b$: ระยะห่างในแนวนอนของชุดน้ำหนักกดเพลาและระยะปกติของจุดสัมผัสระหว่างล้อ/ราง (lateral distances of axle box suspension and wheel/rail nominal contact points)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

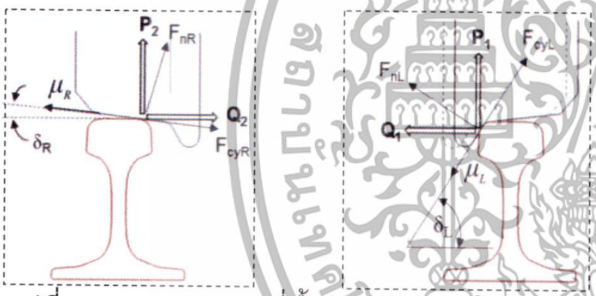


รูปที่ 1 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อ/ราง และแรงกระทำบนล้อพร้อมเพลา

2.1 การปีนรางของบังใบล้อภายใต้สภาวะคงตัว

สมมุติให้มีการปีนรางที่ล้อซ้ายและเกิดการลื่นไถลเกิดขึ้นระหว่างปีกสัมผัสของล้อ/ราง กำหนดให้ μ_L และ μ_R คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของบังใบล้อและหัวรางตามลำดับ จากความสัมพันธ์ของคูลอมบ์

$$F_{cyR} = \mu_R F_{nR},\ \ F_{cyL} = \mu_L F_{nL} \qquad (1)$$



รูปที่ 2.แสดงแรงกระทำที่พื้นล้อขวาและบังใบล้อซ้าย

พิจารณาสมดุลที่ล้อซ้าย เป็นการปีนรางของบังใบล้อเดี่ยว ซึ่งเป็นที่มาของสูตรตกรางของนาดาล และเป็นสูตรการตกรางแบบดั้งเดิม (Classical formulation) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{Q_1}{P_1} = \frac{\tan\delta_L - \mu_L}{1+\mu_L\tan\delta_L},\ Q_1 = \frac{\tan\delta_L - \mu_L}{1+\mu_L\tan\delta_L}P_1 \qquad (2)$$

พิจารณาสมดุลที่ล้อขวา จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{Q_2}{P_2} = \frac{\delta_R + \mu_R}{1-\mu_R\delta_R},\ Q_2 = \frac{\delta_R + \mu_R}{1-\mu_R\delta_R}P_2 \qquad (3)$$

พิจารณาสมดุลแรงในแนวด้านข้างของชุดล้อพร้อมเพลาจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$F_S - Q_1 + Q_2 = 0 \qquad (4)$$

แทนค่าจากสมการที่ (2) และ(3) ในสมการที่ (4) จะได้

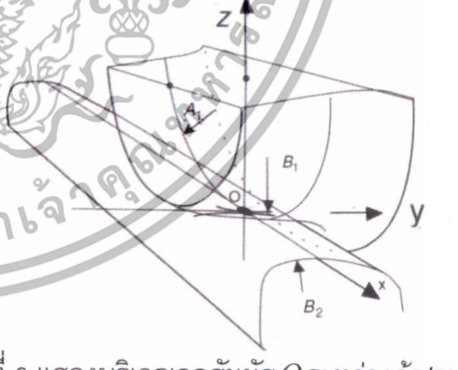
$$F_S - \frac{\tan\delta_L - \mu_L}{1+\mu_L\tan\delta_L}P_1 + \frac{\delta_R + \mu_R}{1-\mu_R\delta_R}P_2 = 0 \qquad (5)$$

จากสมการสภาวะสมดุลของล้อพร้อมเพลาที่ (5) เงื่อนไขการตกรางของล้อพร้อมเพลาเนื่องจากบังใบล้อปีนรางจะเป็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานกับมุมสัมผัสระหว่างล้อ/รางเท่านั้น

2.2. กลไกการสัมผัสกันระหว่างล้อ/ราง

กลไกลการสัมผัสระหว่างล้อ/รางของวัสดุ ถูกนำมาพิจารณาในกระบวนการปีนราง จากทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์(Hertz's contact theory)[7] รูปร่างผิว(Surface shape) z บริเวณจุดสัมผัส O กำหนดให้ดังนี้

$$z_{1j} = A_{1j}x^2 + B_{1j}y^2,\ z_{2j} = A_{2j}x^2 + B_{2j}y^2 \qquad (6)$$



รูปที่ 3.แสดงบริเวณจุดสัมผัส O ระหว่างล้อ/ราง

เมื่อ

$$\frac{d^2 z_{1j}}{dx^2} = 2A_{1j} = \frac{1}{r_j} \qquad (7)$$

$$\frac{d^2 z_{1j}}{dy^2} = 2B_{1j} = \frac{1}{R_{wj}} \qquad (8)$$

$$\frac{d^2 z_{1j}}{dy^2} = 2B_{2j} = \frac{1}{R_{Tj}} \qquad (9)$$

ความดันสูงสุด $p_{\max}$ และระยะยุบตัว δ ของการสัมผัสระหว่างล้อ/ราง[8] สามารถคำนวณได้ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_{\max} = \frac{3P}{2\pi a_j b_j} \quad (10)$$

$$\delta = r_j \left(\left(\frac{3}{2} P \frac{1-\upsilon^2}{E} \right)^2 \left(A_j + B_j \right) \right)^{1/3} \quad (11)$$

a_j และ b_j คือ ระยะครึ่งแกนของวงรีสัมผัสในแนวตามยาว และแนวด้านข้าง ตามลำดับ ดังนี้

$$a_j = m_j \left[\frac{3(1-\upsilon^2)}{2E(A_j + B_j)} F_{nj} \right]^{1/3} \quad (12)$$

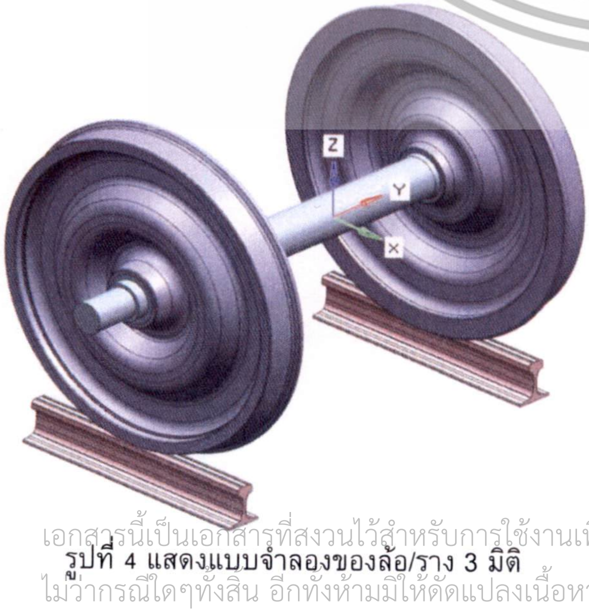
$$b_j = n_j \left[\frac{3(1-\upsilon^2)}{2E(A_j + B_j)} F_{nj} \right]^{1/3} \quad (13)$$

เมื่อ $A_j = \frac{1}{2r_j}$, $B_j = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{wj}} + \frac{1}{R_{Tj}} \right)$ (14)

E คือค่ายังมอดูลัสวัสดุของล้อและราง, υ คืออัตราส่วนปัวซอง(Poisson's ratio), A_j คือสัมประสิทธิ์ของรูปร่างผิวสัมผัสตามแนวยาว, B_j คือสัมประสิทธิ์รูปร่างผิวสัมผัสตามแนวขวาง, R_{wj} คือรัศมีความโค้งตามแนวขวางของล้อ, R_{Tj} คือรัศมีเส้นขอบของรางตามแนวขวาง

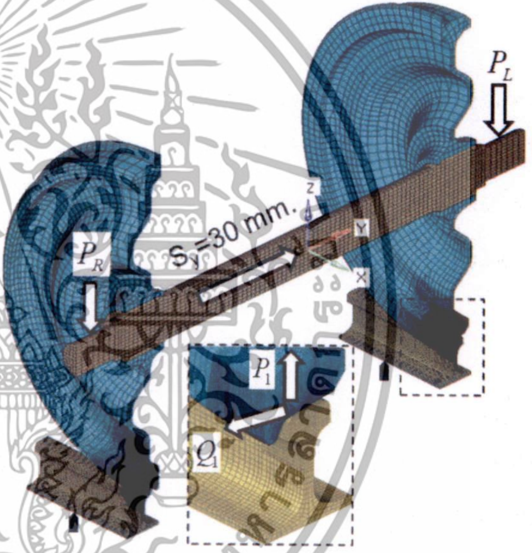
3.การจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขชนิดหนึ่งสำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ที่ต้องมีสมการควบคุมระบบและใช้เงื่อนไขขอบเขตเพื่อแก้สมการ สามารถแก้ปัญหาแบบสัมผัสกัน(Contact Nonlinearities)ระหว่างล้อ/ราง



รูปที่ 4 แสดงแบบจำลองของล้อ/ราง 3 มิติ

การจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะสร้างแบบจำลองของล้อ/รางเป็น 3 มิติ มีแกน x เป็นแนวตามหน้าของรถไฟที่เพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่งแกนซึ่งจากเดิมที่พิจารณาสภาวะคงตัวจะมีเพียงแกน y และ z เป็นแนวด้านข้างและแนวความสูงของรถไฟ ตามลำดับ การสร้างแบบจำลองของล้อ/ราง เริ่มจากโปรแกรม UniGraphicsNX7.5 จากนั้นนำรูปแบบจำลองของล้อ/รางเข้าสู่โปรแกรม Altair HyperWorks11.0 ด้วยไฟล์ Iges(*.Igs) เพื่อเตรียมแบบจำลองของล้อ/รางก่อนการประมวลผล(Pre Processing) และเข้าสู่การประมวลผลด้วยโปรแกรม LS-Dyna971 ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 5 แสดงแบบจำลอง และเงื่อนไขขอบเขต

ตารางที่ 1 ค่าตัวแปรของล้อและรางที่นำมาสร้างแบบจำลองการวิเคราะห์การปีนราง

r_0	457.5 mm.
r_L	473 mm.
r_R	465.5 mm.
r_{WL}	18 mm.
r_{WR}	22 mm.
r_{TR}	0.8 mm.
r_{TL}	13 mm.
μ_L	0.15
δ_L	60°
δ_R	1.5°

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

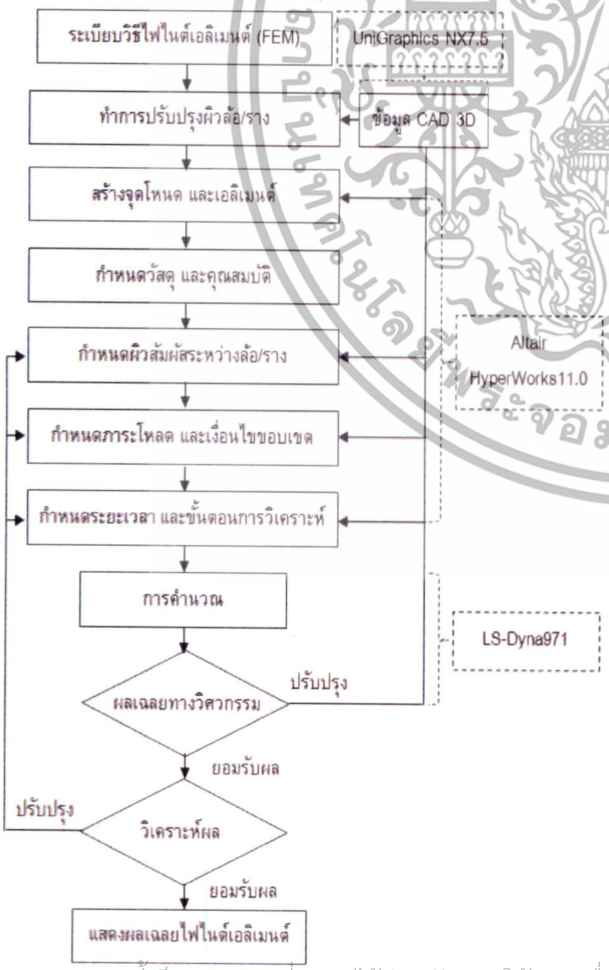
3.1 การสร้างเอลิเมนต์ให้แบบจำลอง

กำหนดชนิดเอลิเมนต์ให้เป็นเอลิเมนต์ชนิดเชิงเส้นสามมิติลักษณะสี่เหลี่ยมก้อนตัน(Solid element) ซึ่งส่วนที่ไม่สามารถสร้างเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมได้จะกำหนดให้เป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ตารางที่ 2 จำนวนเอลิเมนต์ในแต่ละรายการ

รายการ	เอลิเมนต์สามมิติก้อนตัน	
	จำนวนโหนด	จำนวนเอลิเมนต์
เพลา	1483	4742
ล้อ	50894	232180
ราง	28704	126290
รวมทั้งหมด	81081	363212

เนื่องจากรูปร่างของล้อพร้อมเพลาและราง มีความสมมาตรกันในแนวแกน x ดังแสดงในรูปที่ 4 สามารถสร้างแบบจำลองและกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้มีความสมมาตร ดังแสดงในรูปที่ 5 ซึ่งจะให้ผลเฉลยที่แม่นยำ และช่วยลดเวลาในการคำนวณ



รูปที่ 6 การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.2 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตการจำลอง

การวิเคราะห์ปัญหาของเงื่อนไขขอบเขตชิ้นส่วนที่มีการการสัมผัสกันระหว่างล้อ/รางจะเป็นลักษณะที่ไม่เชิงเส้นของเงื่อนไขขอบเขต[9] โดยจะกำหนดให้ล้อซ้ายเริ่มปีนรางจากสภาวะปกติจนกระทั่งบังใบล้อปีนขึ้นไปบนหัวรางด้วยระยะทางในแนวด้านข้าง (S_y) 30 มิลลิเมตร $(mm.)$ ดังแสดงในรูปที่ 5 เพื่อหาอัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแนวดิ่ง (Q/P) ที่เกิดขึ้น

3.3 การกำหนดคุณสมบัติวัสดุของการจำลอง

การกำหนดวัสดุจำลอง(Material Model)[10] จะพิจารณาให้เพลาเป็นวัสดุแข็งเกร็ง ส่วนล้อ/รางเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นเพื่อกลไกการสัมผัส ซึ่งวัสดุของ Ls-Dyna971 ที่มีคุณสมบัติดังกล่าวคือ*MAT_RIGID (*MAT20) และ*MAT_ELASTIC(*MAT1) ตามลำดับ

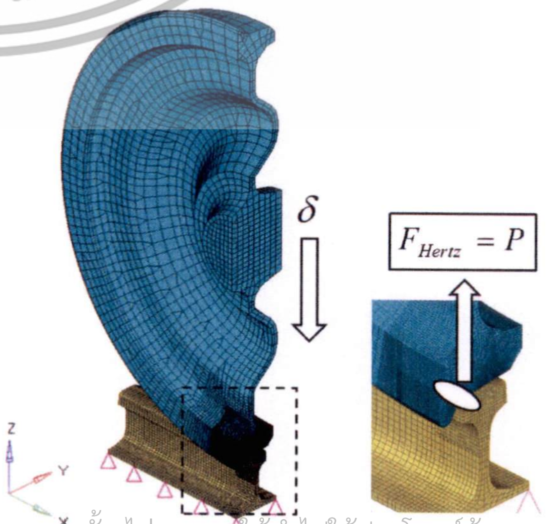
ตารางที่ 3 แสดงค่าคุณสมบัติเชิงกลวัสดุ(*MAT1)

Young modulus (E)	210 GPa
Density (ρ)	7850 kg/m^3
Poisson's ratio (ν)	0.3

3.4 การตรวจสอบรูปแบบการจำลอง

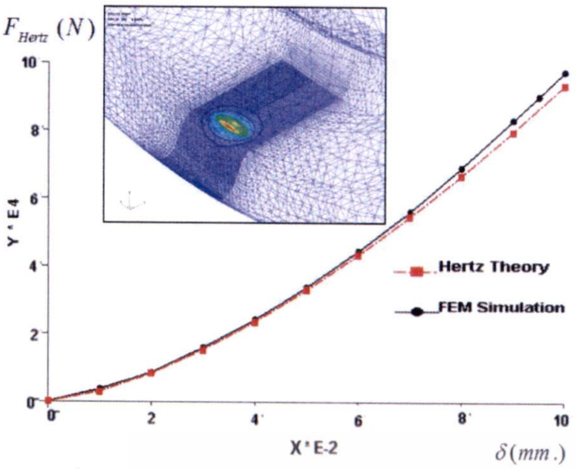
การตรวจสอบรูปแบบการจำลอง เพื่อหาแรงสัมผัสตั้งฉากระหว่างล้อ/ราง และเปรียบเทียบผลกับทฤษฎีการสัมผัสของเฮิรตซ์[11] จากสมการ (11) กำหนดให้ $E^* = E/(1-\upsilon^2)$ และจัดรูปใหม่จะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$F_{Hertz} = P = \frac{2}{3}E^*\sqrt{\frac{(\delta/r)^3}{A+B}} \qquad (15)$$



รูปที่ 7 แสดงแบบจำลองการตรวจสอบระหว่างล้อ/ราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

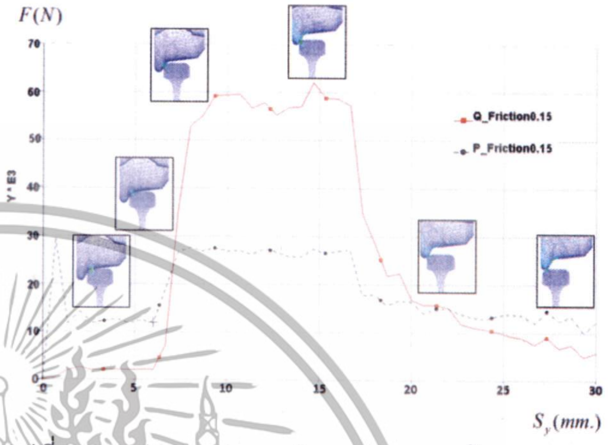


รูปที่ 8 กราฟแสดงผลการตรวจสอบของแรงในแนวตั้งฉากกับระยะยุบตัวของแบบจำลอง

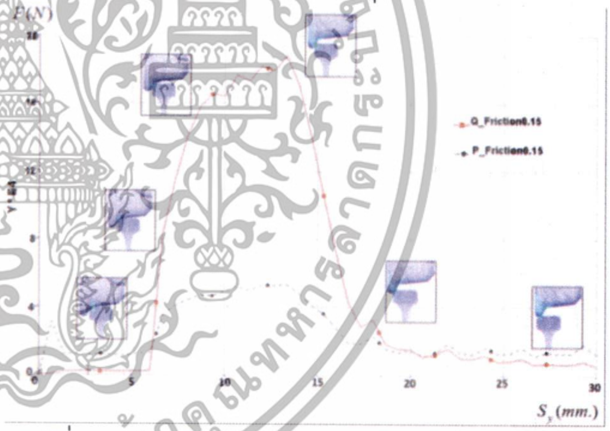
4.การวิเคราะห์การตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

การวิเคราะห์ผลจากการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของชุดล้อพร้อมเพลาดังรูปที่ 9 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงสัมผัสกับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง S_y โดยมีแกนแนวตั้งกับแนวนอนเป็นแกนของแรง F มีหน่วยเป็นนิวตัน (N) และระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างมีหน่วยเป็นมิลลิเมตร $(mm.)$ ตามลำดับ กราฟของแรงสัมผัสที่เกิดขึ้นแนวดิ่ง (P) และด้านข้าง (Q) ในช่วงแรกที่ระยะ 0 ถึง 6 มิลลิเมตร $(mm.)$ ของการปีนเป็นแรงจากการสัมผัสที่บริเวณพื้นล้อ โดยแรงทั้งสองจะมีค่าคงที่ และแรงแนวดิ่ง (P) จะมีค่ามากกว่าแรงด้านข้าง (Q) อันเนื่องมาจากผลของน้ำหนักกดเพลาทั้งสองข้าง แรงด้านข้าง (Q) ในช่วงแรกจะมีค่าน้อยเนื่องจากเป็นการลื่นไถล(friction sliding) ระหว่างพื้นล้อ/ราง และจะเริ่มมีค่ามากขึ้น ของการปีนที่บังใบล้อจนกระทั่งสูงสุดเมื่อรัศมีส่วนปลายของบังใบล้อถึงหัวราง จากนั้นแรงด้านข้าง (Q) จะมีค่าลดลงเมื่อส่วนปลายของบังใบล้อเคลื่อนที่เข้าใกล้และผ่านบริเวณรัศมีความโค้งหัวราง

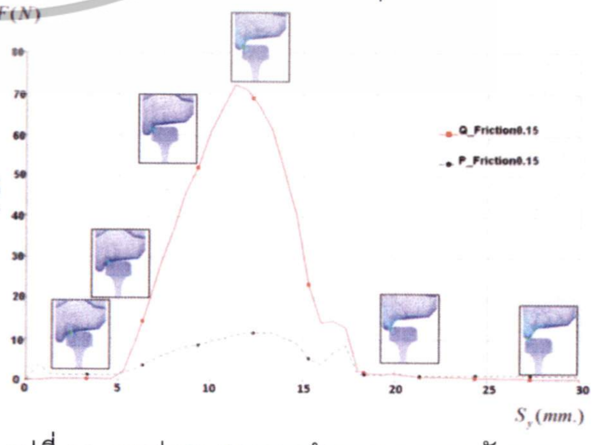
แรงที่ได้จากการจำลองการปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของบังใบล้อจะแสดงผลตั้งแต่เริ่มการปีนที่พื้นล้อจนกระทั่งสิ้นสุดที่หัวราง ซึ่งจะเห็นแรงที่กระทำระหว่างล้อ/รางเป็นสภาวะต่อเนื่องจากเริ่มต้นจนสิ้นสุดของการปีนตามระยะการเคลื่อนที่ของล้อในแนวด้านข้าง ค่าของมุมบังใบล้อที่เพิ่มขึ้นจากมุม 60°,65° และ70° แรงที่ต้องใช้ในการปีนรางในแต่ละแนวก็จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด ดังแสดงในรูปที่ 9,10, และ 11 ตามลำดับ ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่เพิ่มขึ้น แรงที่เกิดขึ้นในแต่ละแนวจะมีค่าใกล้เคียงกันดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 9 กราฟแสดงผลการจำลองของแรง กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุมบังใบล้อ 60°



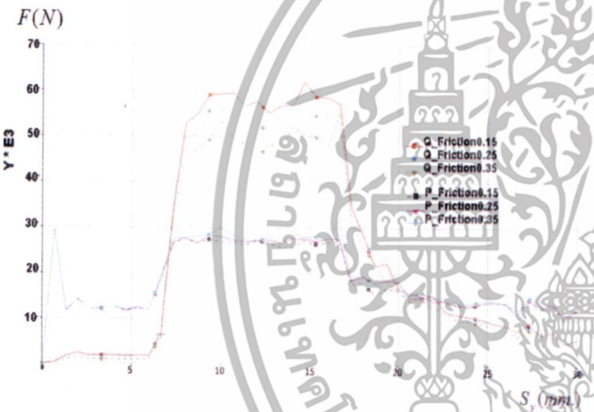
รูปที่ 10 กราฟแสดงผลการจำลองของแรง กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุมบังใบล้อ 65°



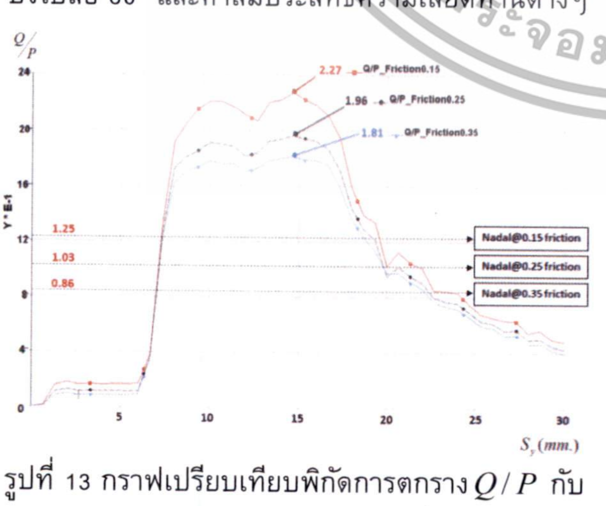
รูปที่ 11 กราฟแสดงผลการจำลองของแรง กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง ที่มุมบังใบล้อ 70°

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

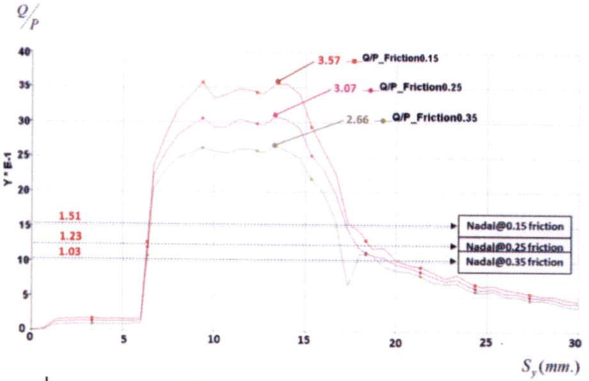
จากรูปที่ 11 เป็นกราฟแสดงแรงที่ใช้ในการปีนรางของมุมบังใบล้อ 70° จะเห็นว่าค่ามุมบังใบล้อที่ชันมากขึ้นจะส่งผลให้แรงของการปีนสูงขึ้นเมื่อเทียบกับแรงที่ใช้ในการปีนที่มุมบังใบล้อที่ความชันน้อยกว่า อัตราส่วนแรงในแนวด้านข้างต่อแนวดิ่ง (Q/P) ที่เกิดขึ้นสูงสุด คือค่าพิกัดของการตกรางของล้อพร้อมเพลา ดังแสดงในรูปที่ 13 จะเห็นว่าพิกัดที่ได้จากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีค่ามากกว่าพิกัดของนาดาล เพราะว่าพิกัดของนาดาลจะพิจารณาการปีนรางของบังใบล้อเพียงด้านเดียวซึ่งเป็นกรณีการลื่นไถลระหว่างล้อ/รางที่พิจารณาความสัมพันธ์เฉพาะมุมบังใบล้อสัมผัสและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่านั้น แต่ไม่นำผลจากกลไกการสัมผัสระหว่างล้อ/รางมาพิจารณา



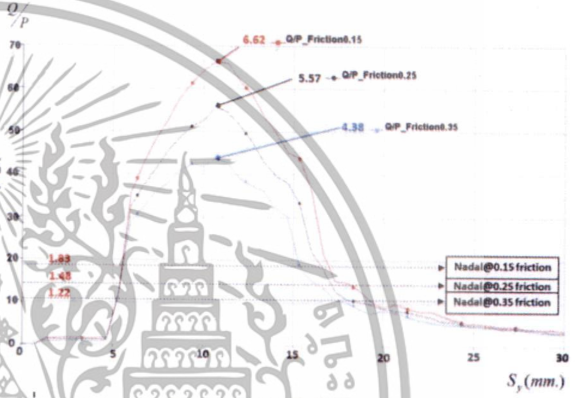
รูปที่ 12 กราฟเปรียบเทียบผลการจำลองของแรง Q และ P กับระยะการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง S_y ที่มุมบังใบล้อ 60° และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ



รูปที่ 13 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง Q/P กับพิกัดของนาดาล ของมุมบังใบล้อ 60° ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ



รูปที่ 14 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง Q/P กับพิกัดของนาดาล ของมุมบังใบล้อ 65° ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ



รูปที่ 15 กราฟเปรียบเทียบพิกัดการตกราง Q/P กับพิกัดของนาดาล ของมุมบังใบล้อ 70° ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่างๆ

5. สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาที่ผ่านมาสามารถสรุปผลได้ดังนี้

5.1 ผลของการศึกษาการจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นกรณีของการลื่นไถล ที่พิจารณากลไกการสัมผัสระหว่างล้อ/ราง

5.2 ค่าพิกัดการตกรางของนาดาล จะให้ค่าอนุรักษ์นิยม(Conservative) มากกว่าพิกัดการตกรางของล้อพร้อมเพลาจากการจำลองด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพราะพิกัดของนาดาลเป็นสูตรดั้งเดิม (Classical formula) ที่พิจารณาจากสมดุล 2 มิติของล้อเดียว แต่ไม่นำผลของกลไกการสัมผัสของวัสดุระหว่างล้อ/รางใน 3 มิติมาพิจารณา

5.3 ผลการจำลองการตกรางเนื่องจากบังใบล้อปีนรางด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ค่ามุมบังใบของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการ...ค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ล้อที่เพิ่มมากขึ้นจะทำให้ค่าพิกัดของการตกรางเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อ/รางเท่ากัน

5.4 การลดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อ/ราง และการเพิ่มมุมของบังใบล้อจะช่วยหลีกเลี่ยงการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง

6. กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ฝ่ายวิจัยและพัฒนา บริษัท ไทยซัมมิท โอโตพาร์ท อินดัสตรี จำกัด ที่สนับสนุนโปรแกรมสำหรับการทำวิจัยในครั้งนี้ ซึ่งทำให้การวิจัยผ่านพ้นไปได้ด้วยดี

7. เอกสารอ้างอิง

[1] R. Jalil, Another look at the single wheel derailment criteria, in: Proceedings of the IEEE/ASME Joint Railroad Conference, (1996), pp. 17–22.

[2] Study on the wheel/rail interaction and derailment Safety, Wear 265 (2008) 1452–1459

[3] H. Ishida, M. Matsuo, Safety criteria for evaluation of railway vehicle derailment, Quarterly Report of RTRI 40 (1) (1999) 18–25.

[4] J. Elkins, H. Wu, Angle of attack and distance-based criteria for flange climb derailment, in: Proceedings of the IAVSD Symposium, Swets and Zeitlinger, (2000), pp. 293–305.

[5] R.S. Barbosa, A 3D contact force safety criterion for flange climb derailment of a railway wheel, Vehicle System Dynamics 42 (5) (2004) 289–300.

[6] J. Xiang, Q.Y. Zeng, A study on mechanical mechanism of train derailment and preventive measures for derailment, Vehicle System Dynamics 43 (2) (2005) 121–147.

[7] K.L.Johnson, Contact Mechanics Book; 4 Normal contact of elastic solids: Hertz theory (1985) 84-105

[8] Jean-Bernard Ayasse and Hugues Chollet, 4 Wheel-Rail Contact; Handbook of Railway Vehicle Dynamics (2006) 85–120.

[9] Peter Wriggers, Computational Contact Mechanicals Book; 10 Solution Algorithms (2006) 309-360

[10] LS-DYNA Keyword User's Manual Version971; Volume II (Material Model) May 2007

[11] Finite element analysis of the contact forces between a viscoelastic sphere and rigid plane, Powder Technology 226 (2012) 130-142

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน	นายสุรทัศน์ กองสุข
วัน เดือน ปีเกิด	16 สิงหาคม พ.ศ. 2526 ที่อุบลราชธานี
ที่อยู่	29/921 หมู่บ้าน เคซี รามอินทรา 1 ถ.หทัยราษฎร์ แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กรุงเทพฯ 10510
ประวัติการศึกษา	2548 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
ประสบการณ์ทำงาน	
พ.ศ.2548 - 2558	บริษัท ไทยซัมมิท โอโตพาร์ท อินดัสตรี จำกัด ตำแหน่งวิศวกร ฝ่ายวิจัยและพัฒนา
ผลงานที่เคยได้รับการตีพิมพ์	
พ.ศ.2556	"การจำลองการตกรางเนื่องจากล้อปีนราง ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์"การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27
พ.ศ.2557	"Effect of Wheel Attack Angle on Flange Climb Derailment Criteria using Finite Element Method" The 5th TSME International Conference on Mechanical Engineering.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้