

การพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกตามมาตรฐาน IEEE1459-2010

DEVELOPING HARMONIC POWER ANALYZER BASED ON IEEE 1459-2010
STANDARD

ปัญญา วัฒนายิ่งเจริญ
PANYA WATTANAYINGCHAROEN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2556
KMITL-2013-EN-M-060-029

DEVELOPING HARMONIC POWER ANALYZER BASED ON IEEE 1459-2010
STANDARD

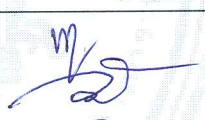



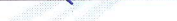
PANYA WATTANAYINGCHAROEN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2013
KMITL-2013-EN-M-060-029

COPYRIGHT 2013
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกตามมาตรฐาน IEEE 1459-2010
Thesis Title Developing Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard
นักศึกษา นายปัญญา วัฒนา ยิ่งเจริญ
รหัสประจำตัว 51060821
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ. สักกริยา ชิตวงศ์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม) รศ. ดร. สาทิต อินทจักร์
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2013-EN-M-060-029

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ. ดร. พุศศักดิ์	ชีวิ สุวิทย์	
รศ. ดร. วิทยา	ทิพย์สุวรรณพร	
รศ. ดร. สุรพันธ์	ยิ้มมัน	
ผศ. ดร. พงษ์ชัย	นิลาศ	
รศ. สักกริยา	ชิตวงศ์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันพฤหัสบดีที่ 2 พฤษภาคม พ.ศ. 2556 เวลา 10.00-12.00 น.
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 4

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(ศาสตราจารย์ ดร.สุซ์ชีวีร์ สุวรรณสวัสดิ์)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 2 พฤษภาคม พ.ศ. 2556

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกตามมาตรฐาน IEEE1459-2010
นักศึกษา นายปัญญา วัฒนายิ่งเจริญ
รหัสประจำตัว 51060821
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ. 2556
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ. สักกริยา ชิตวงศ์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม รศ. ดร. สาธิต อินทจักร์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการการพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกโดยใช้ค่าตามการวัดตามมาตรฐาน IEEE1459-2010 เพื่อให้สามารถแสดงผลของฮาร์มอนิกที่เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้าได้ โดยทำการทดสอบการวัดระหว่างเครื่องวิเคราะห์กำลังทางฮาร์มอนิกที่พัฒนาขึ้นโดยใช้การวิเคราะห์ค่าการวัดด้วยอัลกอริธึมคาลมาน ซึ่งให้ผลการวัดที่ได้มีเสถียรภาพมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องวิเคราะห์กำลังที่มีการใช้งานอยู่ในปัจจุบัน ผลการทดลองเปรียบเทียบค่าการวัดที่เกิดขึ้นพบว่าเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกทั้งสองสามารถแสดงค่าการวัดได้ใกล้เคียงกัน แต่เครื่องวิเคราะห์กำลังทางฮาร์มอนิกที่พัฒนาขึ้นสามารถแสดงค่าผลของการวัดในส่วนของความถี่มูลฐานและส่วนของฮาร์มอนิกแยกจากกันได้

Thesis Title	Developing Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard
Student	Mr. Panya Wattanayingcharoen
Student ID.	51060821
Degree	Master of Engineering
Program	Instrumentation Engineering
Year	2013
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Sakreya Chitwong
Thesis Co Advisor	Assoc. Prof. Dr. Sathit Intajak

ABSTRACT

This paper presents developing harmonic power analyzer based on IEEE 1459-2010 standard to display the result of harmonic in electrical power system. By testing measurement between the developed harmonic power analyzer at which Kalman algorithm is used to analyze a measured values and the commercial harmonic power analyzer, Fluke 41B, results in more stability. The experimental result shows that both the harmonic power analyzer can nearly display a measured value but the developed harmonic power analyzer can separately display a measured value in fundamental frequency and harmonic component.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ดี ด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษาจาก **รศ. สักริยา ชิตวงศ์** ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ และ **รศ. ดร. สาธิต อินทจักร์** อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วมข้าพเจ้าผู้ศึกษาซึ่ง ในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ คณาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดและระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้ที่เอื้อเพื่ออุปกรณ์ในการทดลองต่างๆ และประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกเรื่องๆ ตลอดมา ซึ่งเป็นผลทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ปัญญา วัฒนายิ่งเจริญ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 จุดมุ่งหมายและความสำคัญของการศึกษา	1
1.3 ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย	2
1.4 ขอบเขตการวิจัย	2
1.5 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์	3
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีพื้นฐาน	4
2.1. สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง.....	4
2.2. งานที่มีการประยุกต์ใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล	10
2.3. ข้อดีของการใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล.....	11
2.4. ข้อจำกัดของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล.....	11
2.5. มาตรฐาน IEEE1459-2010	12
2.6. ตัวกรองคาบมาน	17
บทที่ 3 การออกแบบและขั้นตอนการทดลอง	36
3.1. การติดตั้งและเชื่อมต่ออุปกรณ์	36
3.2. วัสดุและอุปกรณ์	37
3.3. ขั้นตอนการออกแบบด้วยโปรแกรม Keil	39
3.4. ขั้นตอนการโปรแกรมไฟล์ .Hex ให้กับโปรเซสเซอร์	40
3.5. ขั้นตอนการทดลอง	41

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการทดลอง	43
4.1. ตัวอย่างผลการทดลอง	43
4.2. ผลการทดลองกรณีที่ไม่มีการปรับแรงดันไฟฟ้า	45
4.3. ผลการทดลองกรณีที่มีการปรับแรงดันไฟฟ้า	46
4.4. สรุปผลการทดลอง	55
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	56
5.1. สรุปผลการวิจัย	56
5.2. ปัญหาที่เกิดขึ้นในงานวิจัย	56
5.3. แนวทางในการพัฒนา	57
บรรณานุกรม	58
ภาคผนวก	59
ภาคผนวก ก	60
ภาคผนวก ข	66
ประวัติผู้เขียน	117

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันระบบไฟฟ้ากำลังคุณภาพของระบบถูกรบกวนจากฮาร์มอนิกที่เกิดจากอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เช่น ระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์ วงจรเรกติไฟเออร์ และคอมพิวเตอรื [1] แรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ถูกรบกวนจะทำให้เกิดการดำเนินงานที่ผิดปกติ และอาจจะทำให้อุปกรณ์ไฟฟ้าในระบบเสียหายได้

คุณภาพของระบบไฟฟ้าเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในอุปกรณ์ไฟฟ้า ดังนั้นระบบตรวจสอบกระแสไฟฟ้า การวิเคราะห์ฮาร์มอนิก และการจำแนกส่วนประกอบที่สำคัญอื่นๆ ของระบบไฟฟ้าจึงเป็นการคงคุณภาพให้กับระบบไฟฟ้า

ในปัจจุบัน กำลังไฟฟ้าจริง (Real power) กำลังไฟฟ้าปรากฏ (Apparent power) และกำลังไฟฟ้าเสมือน (Reactive power) เป็นตัวแปรพื้นฐานของการวัดคุณภาพระบบไฟฟ้า แต่ยังไม่ได้ให้ความสำคัญในการวิเคราะห์ค่าฮาร์มอนิก มาตรฐาน IEEE 1459 เป็นเพียงมาตรฐานเดียวในปัจจุบันที่ให้แนวทางในการออกแบบเครื่องมือวัดและวิเคราะห์ค่ากำลังงานไฟฟ้าเพื่อใช้ในเชิงพาณิชย์ การตัดสินใจทางเศรษฐศาสตร์ ที่ให้ความสำคัญกับการรบกวนทางฮาร์มอนิก

มาตรฐานการวัดปริมาณทางไฟฟ้า IEEE1459-2010 มีการกำหนดให้เป็นนิยามมาตรฐานในการวัดปริมาณทางไฟฟ้า แต่ในปัจจุบันเครื่องมือที่ใช้ในการวัดปริมาณต่าง ๆ ทางไฟฟ้านั้น มีการใช้วิธีการคำนวณค่าจาก Fast Fourier Transform (FFT) เป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากข้อจำกัดของหน่วยความจำหน่วยประมวลผลข้อมูลที่มีอยู่อย่างจำกัด การใช้ FFT แสดงปริมาณข้อมูลได้เร็วกว่า เนื่องจากมีจำนวนของการคำนวณน้อยกว่า อย่างไรก็ตามสัญญาณที่วัดได้ไม่ว่าจะเป็นแรงดันหรือกระแสไฟฟ้าจะต้องผ่านการคำนวณเพื่อแยกสัญญาณฮาร์มอนิกออกจากสัญญาณที่ทำการวัด ขั้นตอนดังกล่าวใช้การคำนวณที่เรียกว่าการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) หลังจากผ่านการแปลงฟูเรียร์แล้ว เครื่องวัดจะนำฮาร์มอนิกที่ได้ไปคำนวณปริมาณในระบบไฟฟ้ากำลังที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ แรงดัน

ประสิทธิผล กระแสประสิทธิผล กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ กำลังไฟฟารีแอกทีฟ กำลังไฟฟ้าปรากฏ และ เพาเวอร์แฟคเตอร์ เป็นต้น

1.2 จุดมุ่งหมายและความสำคัญของการศึกษา

งานวิจัยนี้นำเสนอการพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกตามมาตรฐาน IEEE1459-2010 โดยใช้โปรเซสเซอร์ในตระกูลของ ARM Cortex M3 เป็นหน่วยประมวลผลที่มีวงจรแปลงแอนาล็อกเป็นดิจิทัล จากนั้นทำการกรองสัญญาณที่วัดได้โดยใช้ตัวกรองคาลมาน (Kalman filter) เพื่อปรับปรุงค่าที่ได้จากการวัดให้มีเสถียรภาพมากขึ้น หลังจากนั้นจึงทำการคำนวณค่าตามที่มีการระบุไว้ตามมาตรฐาน IEEE 1459-2010 โดยทำการเปรียบเทียบค่าการวัดที่ได้จากเครื่องมือที่สร้างขึ้นกับอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดทางการค้า เป็นกรณีศึกษา เพื่อเปรียบเทียบค่าความถูกต้องตามมาตรฐาน IEEE 1459-2010 ในการใช้งานจริง โดยมีขั้นตอนต่างดังนี้

1. ศึกษาผลกระทบที่เกี่ยวกับฮาร์มอนิกในระบบไฟฟ้า ที่เกิดจากการใช้งานโหลดชนิดต่างๆ
2. ศึกษาการทำงานและออกแบบตัวกรองคาลมาน สำหรับปรับปรุงเสถียรภาพการวัดของเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นเพื่อให้มีความแม่นยำ และน่าเชื่อถือ
3. ศึกษาเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กำลังฮาร์มอนิกจากเครื่องมือที่สร้างขึ้น
4. ศึกษาข้อดีของการนำมาตราฐาน IEEE 1459-2010 มาใช้งานจริง

1.3 ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

สมมติฐานของงานวิจัยนี้เกิดขึ้นจากแนวคิดสองส่วนคือ หนึ่งในทางปฏิบัติไม่มีอุปกรณ์ใดที่สามารถวัดค่าได้ถูกต้องสมบูรณ์ร้อยเปอร์เซ็นต์ อุปกรณ์ทุกส่วนมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นได้เสมอ ทั้งจากปัจจัยที่ควบคุมได้และปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ การวิเคราะห์ข้อมูลแบบ Stochastic ซึ่งนำค่าความน่าจะเป็นและข้อมูลทางสถิติมาพิจารณาร่วมด้วย ทำให้เกิดแนวคิดในการนำตัวกรองคาลมานมาใช้เพื่อเพิ่มเสถียรภาพในการวิเคราะห์ข้อมูลทางไฟฟ้า

แนวคิดส่วนที่สองคือ ในระบบการวิเคราะห์และวัดผลระบบไฟฟ้าในปัจจุบัน ไม่ได้ให้ความสำคัญในการแสดงส่วนประกอบของฮาร์มอนิกในระบบไฟฟ้าอย่างชัดเจน โดยการแสดงผลของเครื่องมือที่ใช้งานในปัจจุบัน เป็นการแสดงผลรวมของความถี่พื้นฐานในระบบไฟฟ้ากับฮาร์มอนิกที่เกิดขึ้นในระบบ มาตรฐาน IEEE 1459-2010 เป็นเพียงมาตรฐานเดียวที่ให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และ

แสดงผลของความถี่ฮาร์โมนิกแยกจากความถี่ของระบบไฟฟ้าพื้นฐาน เพื่อให้สามารถนำผลของการวิเคราะห์ไปใช้ในการตัดสินใจทางการค้าหรือทางเศรษฐศาสตร์ได้อย่างแม่นยำมากขึ้น

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. นำมาตรฐาน IEEE1459-2010 มาสร้างเป็นเครื่องวัดเพื่อใช้งานจริง
2. ใช้อัลกอริทึมคาลมานในการแยกส่วนประกอบของสัญญาณไฟฟ้าก่อนนำผลที่ได้ไปคำนวณตามแบบมาตรฐาน IEEE1459-2010
3. ใช้โปรเซสเซอร์ ARM ทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์ประมวลผลจากการวัดและแสดงผล
4. ใช้เครื่องวัดยี่ห้อ Fluke 41B Series Power Quality Analyzer เป็นกรณีศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้
5. ทำการเปรียบเทียบผลการวัดจากเครื่องวัดที่สร้างขึ้นกับเครื่องวัด Fluke 41B

1.5 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 ความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในงานวิจัย ขอบเขตของการวิจัยและรายละเอียดของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยทั้งหมดไม่ว่าจะเป็นมาตรฐาน IEEE1459-2010 ทฤษฎีของฟาสต์ฟูเรียร์ และตัวกรองคาลมานที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย และอุปกรณ์ที่ใช้

บทที่ 3 การออกแบบระบบการวัดและขั้นตอนการทดลอง รวมทั้งลักษณะการวัดเทียบกับเครื่องมือมาตรฐาน

บทที่ 4 เป็นผลการทดลองเพื่อทดสอบการทำงาน รวมทั้งวิเคราะห์ผลการทดลอง

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย ข้อเสนอแนะและแนวทางการนำไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่างๆ

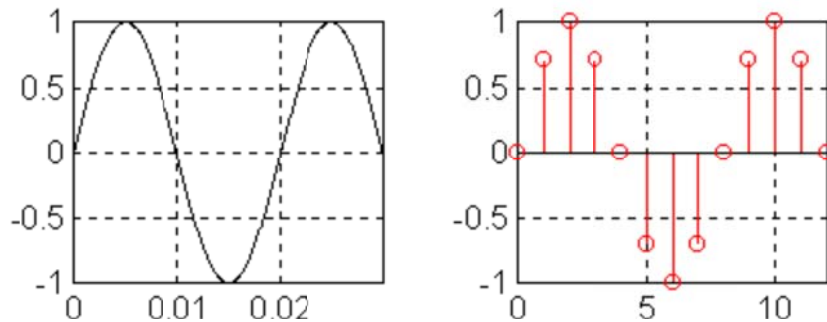
บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

สัญญาณต่อเนื่อง (Continuous-time signal) และสัญญาณไม่ต่อเนื่อง (discrete-time signal) หมายความว่าอย่างไร คำว่าต่อเนื่อง หรือไม่ต่อเนื่องนี้หมายถึงสัญญาณนั้นๆ มีค่าต่อเนื่องในทางเวลาหรือไม่ สัญญาณต่อเนื่องก็คือ สัญญาณที่พบเห็นในชีวิตประจำวันทุกๆ ไป หรือที่เห็นบนหน้าจอออสซิโลสโคป เช่น สัญญาณเสียง, สัญญาณไฟฟ้าบ้าน 50 Hz, และอื่น ๆ ถ้าแทนสัญญาณด้วยสัญลักษณ์ x และแทนเวลาด้วยสัญลักษณ์ t กล่าวได้ว่า x เป็นฟังก์ชันของ t หรือ x มีค่าที่เวลา t ใดๆ เขียนแทนสัญญาณนี้ได้ว่า $x(t)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง สัญญาณต่อเนื่องนี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า สัญญาณแอนะล็อก (Analog signal)

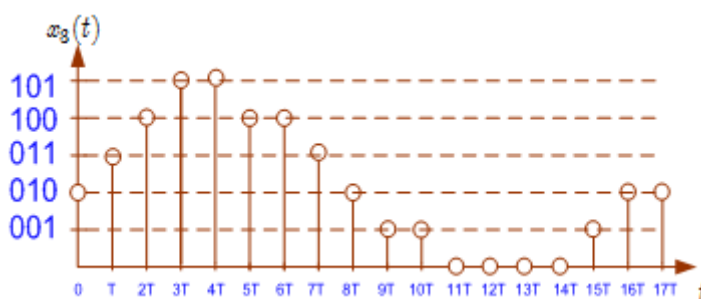
สัญญาณไม่ต่อเนื่องเป็นสัญญาณที่มีค่าในบางจุดของเวลา โดยทั่วไปเกิดจากการสุ่มสัญญาณต่อเนื่องด้วยคาบเวลาของการสุ่มคั้งที่ ในที่นี้จะใช้สัญลักษณ์ n แทน เวลาแบบไม่ต่อเนื่อง โดย n เป็นตัวแปรที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น คือ $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ และสัญญาณไม่ต่อเนื่องจะเป็นฟังก์ชันของ n ดังนั้นจะเขียนแทนสัญญาณนี้ได้ว่า $x(n)$



รูปที่ 2.1 สัญญาณต่อเนื่อง และสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

รูปของสัญญาณไม่ต่อเนื่องที่แสดงเปรียบเทียบกับสัญญาณต่อเนื่องดังในรูปที่ 2.1 เป็นรูปที่นิยมเขียนเพื่อแสดงให้เห็นรูปร่างของสัญญาณ แต่จริงๆ แล้วจะไม่สามารถเห็นสัญญาณนี้ได้โดยตรง เหมือนกับที่เห็นสัญญาณแอนะล็อกในออสซิโลสโคป แต่จะมองสัญญาณไม่ต่อเนื่องในลักษณะของ “ลำดับของค่า” หรือ “ลำดับของข้อมูล” โดยข้อมูลแต่ละตัวก็แทนค่าแต่ละค่าของสัญญาณนั่นเอง ซึ่งลำดับของค่าเหล่านี้เป็นสิ่งที่วิเศษ คือนอกจากมันเป็นตัวแทนที่ถูกต้องของสัญญาณต่อเนื่องที่ถูกสุ่มมาแล้ว มันยังสามารถถูกนำไปประมวลผลได้ด้วยคอมพิวเตอร์ ในอดีตได้เคยมีผู้คิดว่าการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลให้ผลลัพธ์เป็นเพียงการประมาณของการประมวลผลทางแอนะล็อก แต่ด้วยทฤษฎีที่ถูกต้องที่ได้มีการคิดค้นกันมาทำให้การประมวลผลทางดิจิทัลให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง และสามารถพิสูจน์ได้ว่าไม่ใช่ค่าประมาณของทางแอนะล็อกส่วนคำว่าสัญญาณดิจิทัล กับสัญญาณไม่ต่อเนื่องนั้น โดยทั่วไปหมายถึงสัญญาณในลักษณะเดียวกัน แต่มีความหมายต่างกันเล็กน้อยตามความรู้สึกเมื่อพูดถึงคำว่าสัญญาณไม่ต่อเนื่อง หมายถึงลำดับของข้อมูลดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งข้อมูลแต่ละตัวนั้นอาจมี

ขนาดเท่าไรก็ได้โดยไม่จำกัดความละเอียด ซึ่งค่าของสัญญาณนี้ เมื่อนำไปใช้งานจริงก็จะถูกแทนด้วยค่าดิจิทัลที่มีจำนวนบิตจำกัด เช่น ในรูปที่ 2.2 ได้แสดงให้เห็นว่าสัญญาณ $x(n)$ แต่ละค่า เมื่อนำไปใช้สามารถแทนได้ด้วย 8 บิต เป็นต้น เมื่อพูดถึงคำว่าสัญญาณดิจิทัล มักหมายถึง สัญญาณไม่ต่อเนื่องที่แต่ละค่าของสัญญาณถูกแทนค่าด้วยเลขฐานสองที่มีจำนวนบิตจำกัด อยู่ในรูป 0 กับ 1 แล้ว ทฤษฎีของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลที่จะได้ศึกษาต่อไป ถึงแม้ชื่อที่คนนิยมเรียกจะเรียกว่า การประมวลผล “สัญญาณดิจิทัล” (Digital Signal Processing) แต่ถ้าดูความหมายที่แท้จริงของทฤษฎีแล้ว น่าจะเรียกว่า การประมวลผลสัญญาณไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time Signal Processing) มากกว่า หนังสือบางเล่มก็ใช้คำนี้แทนเสียเลย ทั้งนี้เพราะว่าทฤษฎีของการประมวลผลสัญญาณเป็นการกระทำ โดยมองสัญญาณขาเข้าเป็นลักษณะของลำดับของข้อมูล (ซึ่งคือสัญญาณไม่ต่อเนื่อง) โดยนำข้อมูลเหล่านี้มาประมวลผล เช่น บวก ลบ คูณ หาร เพื่อหาสัญญาณขาออกในลักษณะเป็นลำดับข้อมูลเช่นเดียวกัน



รูปที่ 2.2 สัญญาณไม่ต่อเนื่อง คือลำดับของข้อมูล

กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เนื้อหาส่วนนี้จะศึกษา “อัลกอริธึม” ในการประมวลผลข้อมูลที่เป็นสัญญาณนั่นเอง ไม่ใช่เป็นการศึกษาด้วยการใช้ลอจิกเกต หรือฟลิปฟล็อป ที่ใช้ประมวลผลสัญญาณดิจิทัล 0 กับ 1 แต่อย่างไรก็ตาม ทฤษฎีส่วนหลังนี้เป็นเรื่องของการออกแบบวงจรดิจิทัล หรือการออกแบบระบบดิจิทัล (Digital System Design) ซึ่งถือว่าอยู่ในระดับของการนำไปใช้งาน เช่น สมมติมีอัลกอริธึมหนึ่งที่จะใช้ในการประมวลผลสัญญาณ ทฤษฎีที่บอกว่าอัลกอริธึมนี้ กระทำอะไรกับสัญญาณมากน้อยแค่ไหน นี่เป็นเรื่องของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล แต่ถ้าจะนำอัลกอริธึมนี้ไปใช้งานโดยทำเป็นวงจรดิจิทัล เมื่อนั้นจึงเป็นหน้าที่ของวิชาการออกแบบระบบดิจิทัล หรือถ้าจะนำอัลกอริธึมไปใช้งานโดยเขียนเป็นซอฟต์แวร์ก็ได้ ซึ่งจะต้องใช้ความรู้เรื่องการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์

2.1.1 ส่วนประกอบในระบบประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

ระบบประมวลผลสัญญาณที่แสดงในรูปที่ 2.3 ซึ่งประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

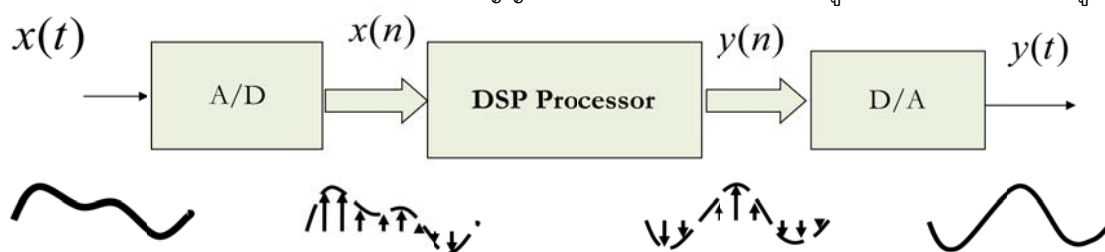
2.1.1.1. วงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กระบวนการย่อย คือ

1. วงจรสุ่มสัญญาณ (Sampler) สัญญาณขาเข้าของวงจรนี้เป็นสัญญาณแบบแอนะล็อก $x(t)$ ส่วนสัญญาณขาออกเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(n)$ พารามิเตอร์วงจรสุ่มสัญญาณนี้ก็คือ ค่า

อัตราการสุ่ม (sampling rate) หรือ ความถี่ในการสุ่ม ใช้สัญลักษณ์ f_s แทนค่านี้ f_s เป็นตัวกำหนดว่า วงจรสุ่มจะสุ่มสัญญาณด้วยอัตราที่ครั้งต่อวินาที หรือเฮิรตซ์ (Hz)

2. วงจรแบ่งชั้นสัญญาณ (Quantizer) สัญญาณ $x(n)$ ที่ได้จากวงจรสุ่มสัญญาณถือว่า มีความละเอียด ในทางปฏิบัติเมื่อนำไปใช้งานจะต้องลดความละเอียดของ $x(n)$ ลง ให้สามารถแทนได้ด้วยค่าดิจิทัลที่มีจำนวนบิตจำกัด กระบวนการลดความละเอียดนี้เรียกว่าการแบ่งชั้นของสัญญาณ (quantization) ความละเอียดที่ได้จากการแบ่งชั้นสัญญาณขึ้นอยู่กับจำนวนบิตที่จะใช้การแบ่งชั้นสัญญาณทำให้ค่าสัญญาณที่ได้คลาดเคลื่อนไปจาก $x(n)$ จริง ซึ่งจะส่งผลเหมือนมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

วงจรสุ่มสัญญาณรวมกับวงจรแบ่งชั้นสัญญาณในทางปฏิบัติก็คือ ตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล (Analog to Digital converter) หรือ A/D นั่นเอง ซึ่งจะรวมสองกระบวนการนี้อยู่ในวงจรเดียวกัน และโดยทั่วไปจะใช้ตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลในรูปของวงจรรวมสำเร็จรูป



รูปที่ 2.3 ส่วนประกอบในระบบประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

2.1.1.2. วงจรประมวลผลสัญญาณ ส่วนนี้เป็นหัวใจหลักซึ่งทำหน้าที่ประมวลผลสัญญาณ $x(n)$ เพื่อกระทำผลบางอย่างกับสัญญาณ เช่น เป็นวงจรกรองความถี่บางย่านออกและให้ผลลัพธ์ของการประมวลผลเป็นสัญญาณขาออก $y(n)$ วงจรประมวลผลสัญญาณนี้ ถ้าจะพิจารณากันอย่างง่าย ๆ แท้ที่จริงก็คือ ตัวคำนวณนั่นเอง กล่าวได้ว่ามันกระทำ การคำนวณหาสัญญาณขาออกจากสัญญาณขาเข้า โดยมองเห็นสัญญาณขาเข้าในลักษณะ “ลำดับของค่า” ตัวอย่างการประมวลผลง่าย ๆ เช่น ถ้ามีสมการสำหรับการประมวลผล คือ

$$y(n) = 0.5(x(n) + (x(n-1))) \quad (2.1)$$

ถ้าพิจารณาในแง่การคำนวณสมการนี้บอกว่าการที่ตำแหน่ง n ใด ๆ สามารถหาได้ด้วยการเอาสัญญาณขาเข้าที่ตำแหน่งเวลาเดียวกัน $x(n)$ บวกเข้ากับสัญญาณขาเข้าที่ตำแหน่งเวลานั้นหนึ่งตำแหน่ง ($x(n-1)$) แล้วเอาผลบวกที่ได้คูณด้วย 0.5 ยกตัวอย่างเช่น

ที่ $n = 3$ ตัวประมวลผลจะคำนวณหา $y(3)$ โดย $y(3) = 0.5(x(3) + x(2))$

ที่ $n = 4$ ตัวประมวลผลจะคำนวณหา $y(4)$ โดย $y(4) = 0.5(x(4) + x(3))$

ที่ $n = 5$ ตัวประมวลผลจะคำนวณหา $y(5)$ โดย $y(5) = 0.5(x(5) + x(4))$

เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ดังนั้นทุก ๆ ตำแหน่งเวลานั้นๆ ของตัวประมวลผลสัญญาณ ก็คือคำนวณหาสัญญาณขาออกตามสมการนี้เท่านั้นเอง คงพอมองเห็นภาพพจน์ของการประมวลผลสัญญาณแล้วว่า จริง ๆ แล้วมันก็คือการคำนวณนั่นเอง แต่สิ่งที่จะศึกษาในส่วนต่อไป คือว่าการคำนวณเหล่านี้ จะ

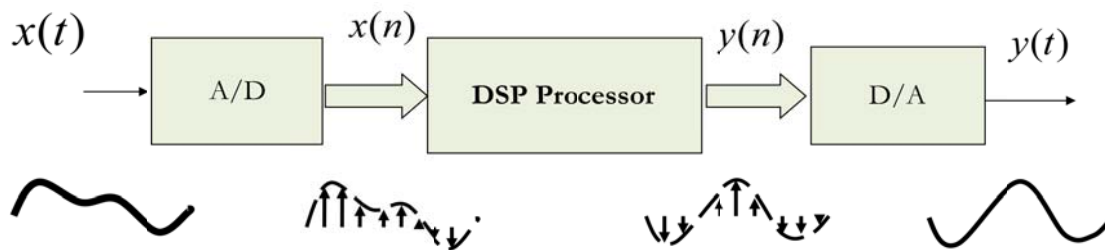
กระทำอะไรให้เกิดขึ้นกับสัญญาณได้บ้าง เช่น ตัวอย่างง่ายๆ ที่ยกมาในสมการที่ 2.1 นี้ เป็นสมการของตัวกรองแบบผ่านความถี่ต่ำ (low pass filter) อันดับหนึ่ง กล่าวคือ มันจะลดองค์ประกอบความถี่สูงของสัญญาณลงบางส่วน ในชีวิตจริง อัลกอริธึมในการประมวลผลสัญญาณมีตั้งแต่ง่าย ๆ ดังที่แสดงในสมการที่ 2.1 จนกระทั่งถึงยากมาก หรือซับซ้อนมากๆ ซึ่งมันก็จะสามารถส่งผลที่ซับซ้อนและขึ้นอยู่กับสัญญาณ การคิดค้นในเรื่องของอัลกอริธึมในการประมวลผลสัญญาณนี้ถือเป็นสาขาที่มีผู้วิจัยกันอย่างกว้างขวางและต่อเนื่องในปัจจุบัน ถึงแม้ความรู้ในด้านนี้จะถูกพัฒนามาหลายสิบปีและเจริญก้าวหน้าไปมากแล้ว แต่ก็ยังเติบโตต่อไปอย่างไม่เห็นแนวโน้มในการอิมิตัวของมันเลย ขออธิบายเพิ่มเติมจากสมการตัวอย่างที่ได้ยกมาแล้วว่า ข้อมูลที่สามารถนำมาใช้ในอัลกอริธึมของการประมวลผลนี้ ได้แก่

- สัญญาณขาเข้าตัวปัจจุบัน คือ $x(n)$
- สัญญาณขาเข้าในอดีต คือ $x(n-1), x(n-2), x(n-3), \dots$
- สัญญาณขาเข้าในอนาคต (รับมาล่วงหน้า) คือ $x(n+1), x(n+2), x(n+3), \dots$
- สัญญาณขาออกในอดีต (ได้คำนวณไปแล้ว) คือ $y(n-1), y(n-2), y(n-3), \dots$ เป็นต้น

2.1.1.3 วงจรสร้างสัญญาณคืน (Signal Reconstruction) ใช้ในระบบที่มีสัญญาณขาออกสุดท้ายเป็นสัญญาณต่อเนื่อง (การประมวลผลสัญญาณบางอย่างต้องการสัญญาณขาออกเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ก็ไม่จำเป็นต้องมีส่วนที่ 3 นี้) โดยส่วนนี้จะทำหน้าที่แปลงสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $y(n)$ ให้กลับเป็นสัญญาณต่อเนื่อง $y(t)$ ซึ่งจะเป็นสัญญาณขาออกสุดท้ายของระบบ วงจรประเภทนี้ก็คือ ตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนาล็อก (D/A converter) นั่นเอง ซึ่งก็มีในรูปแบบวงจรรวมสำเร็จรูปเช่นกัน

2.1.2 การประมวลผลแบบเวลาจริง กับการเลือกใช้ตัวประมวลผลสัญญาณ

การประมวลผลแบบเวลาจริง (Real-Time Signal Processing) หมายถึง การประมวลผลที่กระทำที่อัตราจริงของสัญญาณขาเข้า และให้สัญญาณขาออกทันกับสัญญาณขาเข้าที่เข้ามา เช่น ในระบบที่มีอัตราการสุ่มของสัญญาณขาเข้า และขาออกเท่ากัน เมื่อมีสัญญาณขาเข้าเข้ามา 1 ค่า ระบบจะต้องประมวลผลให้ได้สัญญาณขาออก 1 ค่าก่อนที่สัญญาณขาเข้าตัวถัดไปจะเข้ามา เป็นต้น การประมวลผลแบบเวลาจริงนี้มีการประยุกต์ใช้งานอย่างมาก และเป็นตัวแทนที่แท้จริงของระบบที่เคยใช้เป็นแบบแอนาล็อกดังแสดงในรูปที่ 2.4 อย่างไรก็ตาม ระบบที่มีการประมวลผลแบบเวลาจริงไม่จำเป็นต้องมีสัญญาณขาเข้าและออก เป็นสัญญาณแอนาล็อกทั้งคู่เสมอไปยกตัวอย่างเช่น การถอดรหัสสัญญาณเสียงที่ถูกบีบอัดข้อมูล ในกรณีนี้สัญญาณขาเข้าเป็นดิจิทัล ซึ่งคือข้อมูลเสียงที่บีบอัดมาแล้ว ส่วนสัญญาณขาออก คือ สัญญาณเสียงแบบแอนาล็อกที่ต้องส่งออกที่ลำโพง ดังนั้นการประมวลผลจะต้องเกิดที่อัตราสุ่มจริงของสัญญาณเสียงขาออก อันนี้ก็ถือว่าเป็นการประมวลผลแบบเวลาจริง



รูปที่ 2.4 การประมวลผลแบบเวลาจริงทำให้ DSP ทำหน้าที่เหมือนเป็นวงจรแอนะล็อกได้

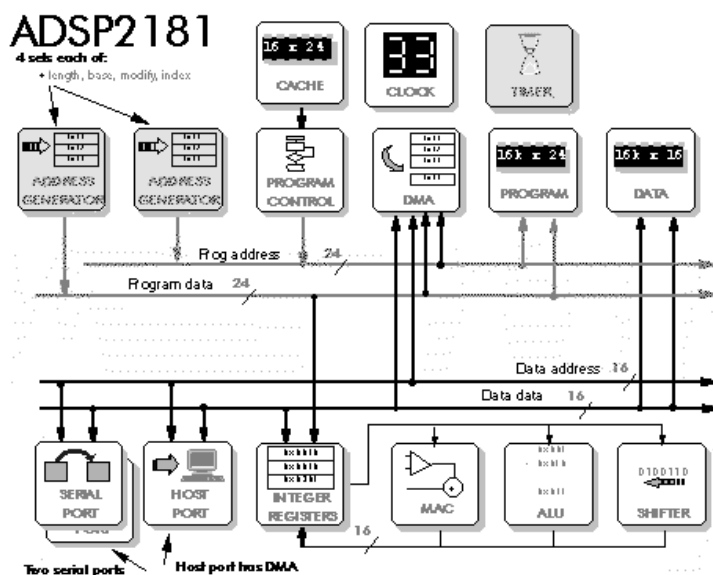
ส่วนการประมวลผลแบบไม่เป็นเวลาจริงนั้นไม่มีข้อบังคับทางด้านเวลาในการประมวลผล ยกตัวอย่างเช่น การจำลองระบบประมวลผลด้วย MATLAB ในคอมพิวเตอร์ ในที่นี้ถือว่าคอมพิวเตอร์เป็นตัวประมวลผล ซึ่งถ้าใช้คอมพิวเตอร์ที่เร็วก็ได้ผลลัพธ์เร็ว แต่ถ้าใช้คอมพิวเตอร์ที่ช้าก็จะได้ผลลัพธ์ช้า แต่ผลลัพธ์ที่ได้ไม่แตกต่างกันเลยไม่ว่าจะเร็วหรือช้า ทั้งนี้เพราะการประมวลผลไม่ได้เกิดขึ้นที่อัตราการสุ่มจริงของสัญญาณขาเข้า หรือขาออก ตัวอย่างอีกอันหนึ่ง เช่น การใช้โปรแกรมแต่งรูปภาพ (ภาพนิ่ง) เช่น PhotoShop ซึ่งภาพนิ่งนี้ถือเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่องสองมิติ และโปรแกรมพวกนี้ก็ถือเป็นโปรแกรมที่มีฟังก์ชันในการประมวลผลภาพ (Image Processing) เนื่องจากภาพนิ่งไม่มีอัตราการสุ่มของข้อมูลที่เทียบต่อเวลา ดังนั้น การประมวลผลภาพนิ่งจึงถือได้ว่า

ไม่มีข้อบังคับทางด้านเวลา (ถ้าไม่เอาอารมณ์ของผู้ใช้มาเป็นเกณฑ์ด้วย) จึงไม่เป็นการประมวลผลแบบเวลาจริงการประมวลผลสัญญาณแบบเวลาจริงทำให้เกิดข้อกำหนดที่สำคัญขึ้นมาต่อการเลือกใช้ตัวประมวลผลสัญญาณ นั่นคือ การที่ต้องมีตัวประมวลผลที่เร็วพอที่จะประมวลผลสัญญาณให้ทันได้โดยเฉพะอย่างยิ่ง ถ้าสัญญาณที่ต้องการประมวลผลมีอัตราการสุ่มที่สูง หรืออัลกอริธึมที่ใช้มีความซับซ้อนในการคำนวณมาก ก็จำเป็นที่จะต้องเลือกใช้ตัวประมวลผลที่มีความเร็วสูงมากยิ่งขึ้นมีทางเลือกใหญ่ ๆ อยู่ 3 ทางในการประมวลผล คือ

2.1.2.1 การเขียนซอฟต์แวร์เพื่อใช้กับคอมพิวเตอร์ หรือใช้กับชิพไมโครโพรเซสเซอร์ทั่วไป แม้ว่าคอมพิวเตอร์หรือไมโครโพรเซสเซอร์จะไม่ได้ออกแบบมาเฉพาะสำหรับการประมวลผลสัญญาณ แต่ก็สามารถนำมาใช้ได้ในงานที่ต้องการอัตราการประมวลผลไม่สูงมากนัก หรือในการประมวลผลแบบไม่เป็นเวลาจริง อย่างไรก็ตามปัจจุบันคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลมีความเร็วสูงมากจนสามารถนำมาใช้ทำการประมวลผลแบบเวลาจริงหลาย ๆ อย่างได้ตัวอย่างที่เห็นได้ชัด เช่น การถอดรหัสของสัญญาณเสียง หรือวิดีโอที่ถูกบีบอัดข้อมูลมาด้วยมาตรฐาน MPEG ซึ่งแต่ก่อนต้องใช้ฮาร์ดแวร์พิเศษในการถอดรหัส แต่ปัจจุบันใช้เพียงซอฟต์แวร์ก็สามารถทำได้แล้ว โดยอาศัย CPU ที่มีความเร็วสูงขึ้น

2.1.2.2 การใช้ซอฟต์แวร์ร่วมกับชิพ DSP ชิป DSP เป็นชื่อเล่นของชิพประมวลผลสัญญาณ (Digital Signal Processor) ซึ่งคือ ไมโครโพรเซสเซอร์ที่ถูกออกแบบมาสำหรับงานประมวลผลสัญญาณแบบเวลาจริงโดยเฉพาะ ด้วยไมโครโพรเซสเซอร์ประเภทนี้จะมีสถาปัตยกรรมที่เอื้ออำนวยต่อการคำนวณ และการโอนถ่ายข้อมูลที่มีประสิทธิภาพและความเร็วสูง เช่น การมีคำสั่งพิเศษในการคูณ, การบวกสะสม, หรือการอ้างข้อมูลแบบ circular buffer เป็นต้น บางชนิดยังสามารถทำการ

ประมวลผลหลาย ๆ ส่วนได้พร้อมกันในตัวเดียว (multi-processing) อีกด้วย บริษัทที่เป็นผู้นำด้านการผลิตชิพ DSP ได้แก่ Texas Instruments, Motorola, Analog Devices, และ AT&T เป็นต้น ซึ่งชิพ DSP นี้มีทั้งประเภทที่เป็นการประมวลผลข้อมูลแบบจำนวนเต็ม (fixed-point) และประเภทที่ประมวลผลข้อมูลแบบเลขทศนิยม (floating-point) การใช้งานชิพ DSP นั้น ทำได้โดยเขียนเป็นโปรแกรมภาษาแอสเซมบลี หรือภาษาซีแล้วใช้คอมไพเลอร์แปลเป็นแอสเซมบลี ข้อดีของการเขียนเป็นภาษาแอสเซมบลีโดยตรง คือ สามารถควบคุมการทำงานของชิพได้เต็มที่ ทำให้สามารถออกแบบโปรแกรมให้ทำงานได้เร็วกว่า และมีขนาดโปรแกรมเล็กกว่าการใช้ภาษาซี แต่ข้อเสียก็คือ ภาษาแอสเซมบลีเขียนยากกว่า และไม่สามารถโอนย้ายโปรแกรมไปทำงานได้ในชิพต่างตระกูลกัน หรือต่างผู้ผลิตกันได้ การต่อวงจรเพื่อใช้งานชิพ DSP ก็ทำเช่นเดียวกับการต่อวงจรไมโครโปรเซสเซอร์ทั่ว ๆ ไป เพียงแต่มีตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล (ADC) และดิจิทัลเป็นแอนะล็อก (DAC) เพิ่มขึ้นเท่านั้น ในรูปที่ 2.5 เป็นแผนภาพทั่วไปของวงจร ซึ่งใช้ชิพ DSP แบบ fixed-point 16 บิต เช่น TMS320C50 ของ Texas Instruments โดยมันจะมีบัสข้อมูลขนาด 16 บิต และมีตัวคูณ และประมวลผลอื่น ๆ ขนาด 16 บิตอยู่ภายใน รูปนี้ใช้ DAC และ ADC ขนาด 12 บิต ซึ่งมีขาข้อมูล 12 ขาเพื่อส่งข้อมูลแบบขนาน และต่อเข้ากับ 12 บิตล่างของบัสข้อมูล สังเกตว่ามีสัญญาณนาฬิกาที่มีความถี่ f_s ป้อนให้กับ ADC เพื่อเป็นตัวกำหนดอัตราการสุ่มสัญญาณแอนะล็อก ซึ่งก็คือ อัตราของข้อมูลที่จะต้องถูกอ่านเข้าชิพ DSP ไปประมวลผลชิพ DSP หลายยี่ห้อ มีหน่วยความจำ ROM และ RAM บางส่วนอยู่ภายในตัวเอง ทำให้เพิ่มความเร็วในการทำงานและสะดวกในการใช้งานมาก โดยงานที่ไม่ต้องการใช้ปริมาณ ROM และ RAM มากนัก ก็อาจไม่จำเป็นต้องต่อหน่วยความจำภายนอกเลย



รูปที่ 2.5 แผนภาพแสดงตัวอย่างของวงจรที่ใช้ชิพ DSP

2.1.2.3 การใช้ฮาร์ดแวร์ หรือ ไอซีที่ออกแบบเฉพาะงาน ฮาร์ดแวร์ในที่นี้ก็หมายถึงวงจรดิจิทัลซึ่งสามารถออกแบบให้ทำการประมวลผลข้อมูลได้เช่นเดียวกัน อัลกอริธึมที่เป็นที่นิยม เช่น FFT (Fast Fourier Transform) หรือ ตัวกรองดิจิทัลนั้น สามารถหาซื้อได้ทั่วไปเป็นไอซีสำเร็จรูปที่

มีเฉพาะฟังก์ชันนั้น ๆ แต่ถ้าต้องการอัลกอริธึมที่เฉพาะมากขึ้น ก็อาจต้องออกแบบเป็นไอซีเฉพาะงานเอง (Application Specific Integrated Circuits หรือ ASIC) ซึ่งแน่นอนว่าต้นทุนในการออกแบบสำหรับทางเลือกนี้ค่อนข้างสูง อีกทางเลือกหนึ่งคือ การใช้ไอซีดิจิทัลประเภทโปรแกรมได้ หรือ FPGA (Field Programmable Gate Array) ซึ่งปัจจุบันมีขนาดใหญ่มากพอที่จะนำมาใช้ประมวลผลสัญญาณได้ การใช้ FPGA จะมีต้นทุนในการออกแบบที่ต่ำกว่า ASIC การเลือกใช้ตัวประมวลผลแต่ละแบบก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของงาน ความเร็วที่ต้องการ และต้นทุน ถ้าต้องการทำอุปกรณ์ที่มีการประมวลผลแบบเวลาจริง โดยทั่วไปการใช้ชิพ DSP จะดีที่สุด (ซึ่งชิพ DSP ก็มีหลากหลายขนาด และความเร็วให้เลือกใช้อีก) แต่ถ้าหากการประมวลผลไม่ซับซ้อนหรืออัตราข้อมูลไม่สูงมากจนสามารถใช้ไมโครโปรเซสเซอร์ธรรมดาได้ การใช้ไมโครโปรเซสเซอร์ก็จะทำให้ต้นทุนต่ำลงได้ ในกรณีที่ต้องการอัตราการประมวลผลสูงมากๆ ก็อาจต้องใช้ฮาร์ดแวร์ในการประมวลผล ซึ่งโดยทั่วไปก็จะมีต้นทุนที่สูงขึ้น

2.2 งานที่มีการประยุกต์ใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

ปัจจุบันมีงานหลายอย่างที่ได้นำเอาการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลไปใช้งาน มีตัวอย่างบางส่วน ซึ่งได้แก่

1. การประมวลผลเสียง เช่น การบีบอัดเสียง หรือเข้ารหัสเสียง (speech coding), การรู้จำเสียง (speech recognition), การเติมเอฟเฟกต์เสียง (sound effect), การผสมเสียง, การกรองเสียงรบกวน, การสังเคราะห์เสียงดนตรี (music synthesizer) เป็นต้น
2. ในระบบสื่อสาร ได้แก่ modulation/demodulation, การชดเชยผลของช่องสัญญาณ (channel equalizer) ในอุปกรณ์โมเด็ม และโทรศัพท์มือถือ, การกรองเสียงสะท้อนในระบบโทรศัพท์ทางไกล และระบบการประชุมทางไกล (video conferencing), สายอากาศแบบปรับรูปแบบการรับตัวเอง, ระบบเรดาร์ และโซนาร์, ระบบนำทาง (navigation system), GPS เป็นต้น
3. ในระบบควบคุมโดยดิจิทัล (digital control system) ต่าง ๆ
4. ในวงการแพทย์ ได้แก่ การวิเคราะห์สัญญาณคลื่นสมอง (EEG) และสัญญาณคลื่นหัวใจ (ECG), เครื่องช่วยได้ยิน (hearing aid) เป็นต้น
5. ในระบบการจ่ายกำลังไฟฟ้า ซึ่งใช้ในการลดปริมาณของฮาร์มอนิกส์ที่เกิดขึ้น
6. การประมวลผลสัญญาณแบบหลายมิติ ได้แก่ การประมวลผลภาพนิ่ง (2 มิติ), วีดีโอ (3 มิติ), กระบวนการเขียนภาพสามมิติ ตัวอย่างของการประยุกต์ใช้งาน ได้แก่ การบีบอัดสัญญาณวีดีโอ, การทำ ภาพให้ชัดขึ้นเช่นใช้กับภาพถ่ายดาวเทียม, ภาพทางโบราณคดี, และภาพที่ถ่ายแล้วไม่ชัด, ระบบรู้จำภาพ, การมองเห็นของหุ่นยนต์, และการเคลื่อนไหวของภาพสามมิติ เป็นต้น
7. ในอุปกรณ์ และเครื่องมือทางไฟฟ้า เช่น เครื่องวิเคราะห์ความถี่ (spectrum analyzer), เครื่องสร้างสัญญาณ (function generator), และเครื่องตรวจตัวสัญญาณ (pattern matching) เป็นต้น
8. ในการวิเคราะห์ทางสถิติ และการเงินกล่าวได้ว่า การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล ได้ปฏิวัติเทคโนโลยีต่าง ๆ ให้ก้าวหน้า และมีประสิทธิภาพขึ้นอย่างมาก

2.3 ข้อดีของการใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

ข้อดีของการใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัล ที่เหนือกว่าการใช้วงจรในระบบแอนะล็อก มีดังนี้

2.3.1. ความสามารถในการโปรแกรมได้ ทำให้ง่ายต่อการออกแบบ, เปลี่ยนแปลงแก้ไข, และทดสอบ สำหรับวงจรแอนะล็อก ถ้าต้องการเปลี่ยนคุณสมบัติอะไรบางอย่าง อาจหมายถึงการต้องออกแบบวงจรใหม่เลย

2.3.2. ความถูกต้องแม่นยำ ที่ดีกว่าความถูกต้องของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล ขึ้นอยู่กับจำนวนบิตที่ใช้แทนสัญญาณ และพารามิเตอร์ต่าง ๆ ซึ่งมีความยืดหยุ่นและควบคุมได้ง่าย คือ ในงานที่ต้องการความแม่นยำสูง จะใช้จำนวนบิตที่มากขึ้น อีกทั้งในช่วงของการออกแบบ การจำลองระบบที่ออกแบบในคอมพิวเตอร์ จะให้ผลที่ตรงกับความเป็นจริงเมื่อนำไปสร้างเป็นวงจรจริง

2.3.3. สามารถทำฟังก์ชันที่พิสดารที่ไม่สามารถทำได้ด้วยวงจรแอนะล็อกหรือทำได้ยากมาก เช่นตัวกรองแบบปรับตัวได้ (adaptive filter) ตามสภาวะของสัญญาณรบกวน สายอากาศที่ปรับทิศทางการรับเองได้ การเติมเอฟเฟกเสียงให้เป็นเสียง 3 มิติ เป็นต้น

2.3.4. มีเสถียรภาพที่ไม่ขึ้นกับเวลา และอุณหภูมิ

2.3.5. DSP เกี่ยวข้องโดยตรงกับเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ และ VLSI (ชิพ DSP ก็จัดเป็นชิพประเภท VLSI) ซึ่งเทคโนโลยีเหล่านี้กำลังเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว ทั้งในด้านความเร็วที่สูงขึ้น ความจุของชิพที่มากขึ้น การกินกำลังไฟที่ต่ำลง และราคาก็ถูกลง ข้อดีนี้ถึงแม้เป็นผลพลอยได้แต่ก็มีความสำคัญมาก เพราะมันหมายถึงว่าต้นทุนของการใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัลจะต่ำลงๆ ตามความก้าวหน้าของเทคโนโลยี จะเห็นได้ว่างานบางอย่างที่ในอดีตการใช้วงจรแอนะล็อกให้ต้นทุนที่ต่ำกว่า แต่ในปัจจุบันกลับใช้แบบดิจิทัลแล้วคุ้มค่ากว่า หรือ อัลกอริธึมบางอย่างที่มีผู้คิดค้นได้ในอดีต เช่น ตัวกรองคาลมาน แต่ไม่สามารถนำมาใช้ได้ในเวลานั้น เนื่องจากมีความซับซ้อนของการคำนวณมาก ทำให้ไม่คุ้มค่ากับการนำมาใช้ แต่ปรากฏว่า อัลกอริธึมเหล่านั้นกลับนำมาใช้งานได้จริงในปัจจุบัน ทั้งนี้เป็นผลโดยตรงจาก ความก้าวหน้าของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ และ VLSI

2.4 ขีดจำกัดของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

ทุกอย่างที่มีข้อดี ก็มักจะมีขีดจำกัดด้วยเสมอ เทคโนโลยีของดิจิทัลที่มีข้อดีต่าง ๆ มากมาย ตามที่กล่าวมาก็เช่นเดียวกัน ขีดจำกัดของการใช้การประมวลผลสัญญาณดิจิทัลพอจะแจกแจงได้ดังนี้

2.4.1. สัญญาณแอนะล็อกที่มีแถบความถี่ (bandwidth) สูงมาก ๆ ไม่สามารถใช้ในการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลได้ เนื่องจากสัญญาณพวกนี้ต้องการอัตราการสุ่มที่สูงมากเพื่อแปลงเป็นดิจิทัลทำให้ต้องการตัวประมวลผลที่เร็วมากจนไม่คุ้มค่าต่อการใช้งาน นอกจากนี้ ขีดจำกัดที่อาจสำคัญมากกว่าตัวประมวลผล ก็คือ การที่ต้องมีตัวแปลงสัญญาณระหว่างแอนะล็อกกับดิจิทัลที่มีความเร็วสูงมาก

2.4.2. งานที่ต้องการการกินกำลังไฟที่ต่ำมาก ๆ อาจจะต้องทำ ด้วยวงจรแอนะล็อกอยู่ ในปัจจุบันถึงแม้ชิพ VLSI จะกินกำลังไฟต่ำลงมากเมื่อเทียบกับอดีต ประกอบกับเทคโนโลยีของแบตเตอรี่ที่ก้าวหน้าไปมาก ทำให้อุปกรณ์พกพาหลาย ๆ อย่างที่มี DSP เป็นส่วนประกอบ เช่น โทรศัพท์มือถือมีขนาดเล็กกระทัดรัดลงมาก และแถมยังใช้งานได้นานขึ้นอีก แต่อย่างไรก็ตามการ

ประมวลผลก็ยังจัดเป็นกระบวนการที่กินกำลังไฟพอสมควร อุปกรณ์ที่ต้องการให้มีขนาดเล็กมากๆ ที่ไม่ต้องการใส่แบตเตอรี่ขนาดใหญ่ลงไป เช่น อุปกรณ์ช่วยได้ยินก็จะมีข้อได้เปรียบของการออกแบบเป็นชิพแอนะล็อก ในด้านที่จะสามารถกินกำลังไฟได้ต่ำกว่า

2.4.3. อุปกรณ์บางอย่าง ถึงแม้ทำได้ดีกว่าด้วยเทคโนโลยีดิจิทัล แต่ก็ด้วยต้นทุนที่สูงกว่า จึงมีตลาดที่จำกัดอยู่เฉพาะผู้ใช้ที่มีกำลังซื้อ อุปกรณ์เหล่านี้จึงยังคงมีใช้อยู่ทั้งแบบดิจิทัลและแอนะล็อก เช่น โทรศัพท์มือถือ กับโทรศัพท์แอนะล็อก, เครื่องเล่น DVD กับเครื่องเล่นวีดีโอเทป, และ ออสซิลโลสโคปดิจิทัล กับออสซิลโลสโคปแอนะล็อก เป็นต้น

2.4.4. ชิปจำกัดในข้อที่ 1 ถึง 3 จะค่อยๆน้อยลง ๆ ตามความเจริญของเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ และ VLSI ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว อย่างไรก็ตาม มีวงจรบางประเภทที่ต้องสร้างด้วยเทคโนโลยีแอนะล็อกเสมอ (ถึงแม้ในอนาคตก็ตาม) และจริง ๆ แล้วระบบประมวลผลสัญญาณดิจิทัลก็ต้องพึ่งพาวงจรเหล่านี้ด้วย นั่นคือ วงจรขยายสัญญาณต่างๆ ตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล, ตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก, ตัวกรองแอนะล็อกในส่วน front-end (ก่อนตัวแปลงแอนะล็อกเป็นดิจิทัล) ตัวกรองแอนะล็อกในส่วน back-end (หลังตัวแปลงดิจิทัลเป็นแอนะล็อก) เป็นต้น

2.5 มาตรฐาน IEEE1459-2010

นิยามสำหรับกำลังไฟฟ้าจริง (Real power) กำลังไฟฟ้าปรากฏ (apparent power) และ กำลังไฟฟ้าเสมือน (reactive power) ในปัจจุบันมีพื้นฐานความเข้าใจกันมาตั้งแต่ปี คศ.1940 ที่มีการนำไปใช้งานกันอย่างแพร่หลายและยาวนาน ตั้งแต่ช่วงที่แรงดันและกระแสไฟฟ้ายังมีรูปแบบใกล้เคียงกับสัญญาณชายน

การเปลี่ยนแปลงที่สำคัญในช่วง 50 ปีหลังคือระบบไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไปดังนี้

1. อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์กำลัง เช่น ชุดควบคุมความเร็วมอเตอร์ วงจรเรียงกระแสแบบควบคุมได้ เป็นอุปกรณ์หลักที่ทำให้เกิดฮาร์มอนิกของแรงดันและกระแสไฟฟ้า
2. มีความเข้าใจกระบวนการไหลของพลังงานไฟฟ้าในรูปแบบที่ไม่เป็นคลื่นชายนและไม่สมดุลมากขึ้นในปัจจุบัน
3. การออกแบบเครื่องมือวัดสัญญาณชายนที่ความถี่ 50/60 Hz ไม่ได้ให้ความสำคัญกับความผิดพลาดของกระแสและแรงดันไฟฟ้าที่ถูกรบกวน
4. มีความต้องการทราบถึงค่าการบิดเบือนที่เกิดจากโหลดที่ไม่เป็นเชิงเส้น และนำไปคิดเป็นค่าบริการได้ถูกต้องในการจัดการคุณภาพของระบบไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง

มาตรฐานนี้ได้มีการนิยามใหม่ของพลังงานในหัวข้อดังต่อไปนี้

- เมื่อแรงดันและกระแสไฟฟ้าไม่เป็นคลื่นชายน
- เมื่อโหลดมีสภาวะไม่สมดุล หรือมีการจ่ายแรงดันแบบไม่สมมาตร

มาตรฐานที่พัฒนาขึ้นเพื่อให้เป็นแนวทางในการพัฒนา เพื่อให้มีการพิจารณาปริมาณหรือค่าที่สมควรได้รับการวัดหรือตรวจสอบเพื่อประโยชน์ทางภาษี การตัดสินใจทางด้านเศรษฐศาสตร์วิศวกรรม ปริมาณทางไฟฟ้าที่ที่มาตรฐานนี้ได้ให้ความสำคัญมีดังหัวข้อต่อไปนี้

- พลังงานความถี่ (60/50 Hz หรือความถี่มูลฐาน) ของกำลังไฟฟ้าจริง กำลังไฟฟ้าปรากฏ และกำลังไฟฟ้าเสมือน เป็นปริมาณขั้นพื้นฐานที่มีการใช้งานในระบบส่งไฟฟ้า มีการให้ความหมายของระบบกำเนิดไฟฟ้า ระบบส่งไฟฟ้า การแจกจ่ายไฟฟ้า และการจำหน่ายไฟฟ้า เพื่อส่งต่อไปให้ผู้บริโภค พลังงานไฟฟ้านี้ได้มีการส่งผ่านด้วยสนามแม่เหล็ก 60/50 Hz ในระบบหลายเฟส พลังงานความถี่ในช่วงที่มีศักย์ไฟฟ้าบวกเป็นปริมาณที่มีความสำคัญเนื่องจากเป็นส่วนสำคัญในการพิจารณาและปรับปรุงการไหลของพลังงานของกำลังไฟฟ้าเสมือน กำลังไฟฟ้าเสมือนในช่วงที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็นบวกเป็นส่วนที่มีความสำคัญที่สุดของระบบไฟฟ้ากำลัง เนื่องจากกำลังไฟฟ้าในส่วนนี้จะพื้นฐานในส่วนหนึ่งของระบบส่งไฟฟ้า เสถียรภาพของเครื่องกลไฟฟ้า และพลังงานสูญเสีย
- ในส่วนของความถี่ที่ไม่ใช่ความถี่ 60/50 Hz หรือส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐานของกำลังไฟฟ้าปรากฏคือ S_N พลังงานรวมทั้งหมดของฮาร์มอนิกที่มีการส่งไปที่โหลดหรือมีการซึมซับจากโหลด พลังงานส่วนนี้ต้องการตัวเก็บประจุเพื่อชดเชย หรือใช้อุปกรณ์ที่ฟิลเตอร์เมื่อมีการใช้งานกับความถี่ที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐานเพียงอย่างเดียว
- กำลังงานบิดเบือนของกระแสไฟฟ้า D_1 นิยามในส่วนของกำลังไฟฟ้าเสมือนเปรียบเทียบกับกระแสไฟฟ้าบิดเบือน ใช้เป็นตัวประกอบคู่กับ S_N
- กำลังงานบิดเบือนของแรงดันไฟฟ้า D_V เป็นตัวแบ่งแยกส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐานออกจากส่วนของกำลังไฟฟ้าเสมือน
- กำลังงานฮาร์มอนิกปรากฏ S_H เป็นการเปรียบเทียบกันของแรงดันและกระแสฮาร์มอนิก เพื่อป้องกันความเข้าใจสับสนมาตรฐานนี้จึงไม่มีการเพิ่มหน่วยการวัดใหม่ โดยยังคงใช้หน่วยวัตต์ (W) สำหรับกำลังไฟฟ้าจริง โวลต์แอมป์ (VA) สำหรับกำลังไฟฟ้าปรากฏ และวาร์ (VAR) สำหรับกำลังไฟฟ้าเสมือน ซึ่งทั้งสามส่วนนี้เป็นปริมาณหลักทางไฟฟ้าที่มีการใช้งานในปัจจุบัน

มาตรฐานให้คำนิยามเพิ่มจากจากส่วนที่มีการใช้งานอยู่ในปัจจุบัน เพื่อรองรับผู้ใช้งานที่ต้องการวัดค่าและออกแบบเครื่องมือวัดกำลังงานไฟฟ้า ไม่ได้รวมถึงการช่วยในการออกแบบของระบบควบคุมเวลาจริง

โดยนิยามที่ใช้ในมาตรฐานนี้มีเพื่อเป็นแนวทางและใช้เปรียบเทียบเพื่อการใช้งานในอนาคตเท่านั้น

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส สัญญาณไซน์

แหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้ารูปไซน์เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$v = \sqrt{2}V \sin(\omega t) \quad (2.2)$$

เมื่อต่อเข้ากับโหลดแบบเชิงเส้นทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลผ่านดังสมการ

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta) \quad (2.3)$$

เมื่อ

V คือ ค่าแรงดันไฟฟ้า rms. (โวลท์)

I คือ ค่ากระแสไฟฟ้า rms. (แอมป์)

ω คือ ความถี่เชิงมุม $2\pi f$ (เรเดียน/วินาที)

f คือ ความถี่ของระบบ

θ คือ มุมต่างเฟสระหว่างกระแสและแรงดันไฟฟ้า (เรเดียน)

t คือ เวลา (วินาที)

กำลังไฟฟ้าชั่วขณะ (W)

กำลังไฟฟ้าชั่วขณะสามารถหาได้จากสมการ

$$p = vi \quad (2.4)$$

กำลังไฟฟ้าจริง (W)

กำลังไฟฟ้าจริงคือค่าเฉลี่ยของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะในระหว่างช่วงการวัดในช่วง τ ถึง $\tau + kT$ สามารถหาได้จากสมการ

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_o dt \quad (2.5)$$

เมื่อ

$T = \frac{1}{f}$ คือ รอบเวลา (วินาที)

k คือ จำนวนเต็มบวก

τ คือ ช่วงเวลาขณะที่เริ่มต้นทำการวัด

หรือ

$$P = VI \cos \theta \quad (2.6)$$

กำลังไฟฟ้าเสมือน (var)

ขนาดของกำลังไฟฟ้าเสมือน Q มีขนาดเท่ากับควมกว้างของกำลังไฟฟ้าเสมือนชั่วขณะ สามารถหาได้จากสมการ

$$Q = VI \sin \theta \quad (2.7)$$

หรือ

$$Q = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \left[\int v dt \right] dt \quad (2.8)$$

ข้อสังเกต ถ้าโหลดเป็นตัวเหนี่ยวนำค่า $Q > 0$ แต่ถ้าโหลดเป็นตัวเก็บประจุค่า $Q < 0$ หมายความว่า ถ้ากระแสไฟฟ้ามีค่าล้าหลังแรงดันไฟฟ้า $\theta > 0$ ด้วยเช่นกัน

กำลังไฟฟ้าปรากฏ (VA)

ค่ากำลังไฟฟ้าปรากฏ S คือผลของการคูณกระแสและแรงดันไฟฟ้า rms. สามารถหาค่าได้จากสมการ

$$S = VI \quad (2.9)$$

เพาเวอร์แฟคเตอร์ (PF)

$$PF = \frac{P}{S} \quad (2.10)$$

ระบบไฟฟ้า 1 เฟส ที่ไม่เป็นสัญญาณชายน

ในสภาวะเริ่มต้นกระแสและแรงดันไฟฟ้าไฟฟ้าที่ไม่เป็นสัญญาณชายนจะมีส่วนประกอบสองส่วนคือสัญญาณหลักและสัญญาณฮาร์มอนิกดังสมการ

$$v = v_1 + v_H \text{ และ } i = i_1 + i_H \quad (2.11)$$

เมื่อ

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad (2.12)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1) \quad (2.13)$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h) \quad (2.14)$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1} I_h \sin(h\omega t - \beta_h) \quad (2.15)$$

ค่าแรงดันและกระแสไฟฟ้า rms. สามารถหาได้ตามลำดับดังนี้

$$V^2 = V_1^2 + V_H^2 \quad (2.16)$$

$$I^2 = I_1^2 + I_H^2 \quad (2.17)$$

การเบี่ยงเบนรวมทั้งหมดของสัญญาณมูลฐานทั้งแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ถูกรบกวนสามารถหาได้จากค่าความเพี้ยนโดยรวมของสัญญาณฮาร์มอนิก โดยใช้สมการ

$$THD_V = \frac{V_H}{V_1} \quad (2.18)$$

$$THD_I = \frac{I_H}{I_1} \quad (2.19)$$

กำลังไฟฟ้าชั่วขณะ (W)

$$p = vi \quad (2.20)$$

กำลังไฟฟ้าจริง (W)

$$P = P_1 + P_H \quad (2.21)$$

เมื่อ P_1 คือกำลังไฟฟ้าจริงของความถี่มูลฐานและสามารถหาได้จากสมการ

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_{11} i_1 dt = V_{11} I_1 \cos \theta_1 \quad (2.22)$$

และ P_H คือกำลังไฟฟ้าจริงของฮาร์มอนิกและสามารถหาได้จากสมการ

$$P_H = V_0 I_0 + \sum_{h \neq 1} V_H I_H \cos \theta_h = P - P_1 \quad (2.23)$$

กำลังไฟฟ้าเสมือนของความถี่มูลฐาน (var)

$$Q = V_1 I_1 \sin \theta_1 \quad (2.24)$$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ (VA)

$$S = VI \quad (2.25)$$

กำลังงานไฟฟ้าปรากฏของส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐานสามารถหาได้จากสมการ

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + D_H^2 \quad (2.26)$$

กำลังกระแสไฟฟ้าเบี่ยงเบน หาได้จากสมการ

$$D_I = V_1 I_H = S_1 (THD_I) \quad (2.27)$$

กำลังแรงดันไฟฟ้าเบี่ยงเบน หาได้จากสมการ

$$D_V = V_H I_1 = S_1 (THD_V) \quad (2.28)$$

กำลังฮาร์มอนิกปรากฏ

$$S_H = V_H I_H = S_1 (THD_V) \quad (2.29)$$

$$S_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2} \quad (2.30)$$

กำลังฮาร์มอนิกเบี่ยงเบน

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2} \quad (2.31)$$

กำลังไฟฟ้าเสมือน

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (2.32)$$

เพาเวอร์แฟคเตอร์ของความถี่มูลฐาน

$$PF_1 = \cos \theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (2.33)$$

เพาเวอร์แฟคเตอร์

$$PF = \frac{P}{S} \quad (2.34)$$

ปริมาณทางไฟฟ้า	พลังงาน ผลรวม	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	S	S_1	S_N, S_H
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	P	P_1	P_H
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	N	Q_1	D_1, D_V, D_H
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = \frac{P}{S}$	$PF_1 = \frac{P_1}{S_1}$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	$\frac{S_N}{S_1}$

ตารางที่ 1 แสดงสรุปค่าและการจัดกลุ่มของปริมาณต่างๆในระบบไฟฟ้า 1 เฟส

2.6 ตัวกรองคาลมาน

ตัวกรองคาลมานเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งถูกตั้งชื่อตาม รูดอล์ฟ อี คาลมาน (Rudolf E. Kalman) มีจุดประสงค์เพื่อใช้ในการวัดค่าสังเกตในช่วงระยะเวลาที่มีสัญญาณรบกวนในรูปแบบสุ่ม ค่าความไม่แม่นยำต่างๆ และค่าผลิตที่มีแนวโน้มที่จะมีความใกล้เคียงมากกว่าค่าที่แท้จริงของการวัด และค่าคำนวณที่เกี่ยวข้องต่างๆของการวัด ตัวกรองคาลมานมีการนำไปประยุกต์ใช้ได้หลายรูปแบบในด้านเทคโนโลยี และเป็นส่วนสำคัญส่วนหนึ่งของการพัฒนาด้านอวกาศและเทคโนโลยีทางทหาร

ตัวกรองคาลมานให้ค่าประมาณของค่าที่แท้จริงของการวัดและค่าคำนวณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องโดยการคาดการณ์ค่าหนึ่งๆ การประมาณความไม่แน่นอนของค่าที่ถูกคาดการณ์ (Predicted value) และการคำนวณค่าเฉลี่ยที่ถ่วงน้ำหนัก (weighted average) ของค่าที่ถูกคาดการณ์และค่าที่ถูกวัด

(measured value) ค่าน้ำหนักที่มากที่สุดจะนำไปใช้ในค่าที่มีความไม่แน่นอนที่น้อยที่สุด ค่าประมาณที่สร้างโดยวิธีการมีแนวโน้มที่จะใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงมากกว่าการวัดแบบเดิม เพราะค่าเฉลี่ยที่ถ่วงน้ำหนักมีการประมาณความไม่แน่นอนได้ดีกว่าค่าต่างๆที่ใช้ค่าเฉลี่ยที่ถ่วงน้ำหนัก

การคำนวณ

ตัวกรองคาลมานใช้แบบจำลองพลวัตของระบบ (เช่น กฎการเคลื่อนที่ทางกายภาพ) ระบบที่วางไว้ป้อนข้อมูลไปยังระบบและการวัด (เช่น จากตัวเซ็นเซอร์) เพื่อสร้างค่าประมาณของปริมาณที่แตกต่างกันของระบบ (สถานะของมัน) ที่ดีกว่าค่าประมาณที่ได้มาจากการใช้การวัดใดเพียงอย่างเดียว ดังนั้นจึงเป็นขั้นตอนวิธีการรวมกันของเซ็นเซอร์ทั่วไป (common sensor fusion algorithm) การวัดและคำนวณทั้งหมดจากแบบจำลองทำให้เกิดการประมาณการเป็นระดับ ข้อมูลเซ็นเซอร์ที่มีความผิดพลาดมาก การประมาณค่าในสมการที่อธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของระบบ และปัจจัยภายนอกที่ไม่ถูกคำนวณเข้าไปในค่าความไม่แน่นอนบางตัวเกี่ยวกับค่าสุดท้าย สำหรับสถานะของระบบ ตัวกรองคาลมานให้ค่าเฉลี่ยของการคาดการณ์ของสถานะของระบบด้วยการวัดใหม่ ซึ่งใช้ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักจุดประสงค์ของการมีการถ่วงน้ำหนัก คือค่าที่ประมาณความไม่แน่นอนได้ดีกว่า (เช่น น้อยกว่า) จะสามารถ "เชื่อถือ" ได้มากขึ้น น้ำหนักซึ่งถูกคำนวณจากค่าความแปรปรวนร่วม เป็นค่าการวัดของความไม่แน่นอนโดยประมาณของการคาดการณ์สถานะของระบบ ผลของค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักจะเป็นค่าประมาณของสถานะใหม่ อยู่ในระหว่างค่าสถานะที่มาจากการคาดการณ์และค่าสถานะที่มาจากการวัด และจะมีความไม่แน่นอนโดยประมาณที่ดีกว่าอย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว กระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำในทุกขั้นตอน ด้วยค่าค่าประมาณใหม่และค่าความแปรปรวนร่วมเพื่อใช้ในการประมาณการณ์ที่ใช้ในการวนซ้ำดังต่อไปนี้ ซึ่งหมายความว่าตัวกรองคาลมานมีลักษณะการคำนวณที่ให้ผลลัพธ์แบบย้อนกลับหรือทำซ้ำขั้นตอนเดิม และต้องใช้เพียง "การคาดเดาที่ดีที่สุด" เท่านั้นไม่ใช่ค่าทั้งหมดของสถานะของระบบ เพื่อคำนวณสถานะใหม่เมื่อทำการคำนวณสำหรับตัวกรอง (ตามที่กล่าวไว้ข้างล่าง) การประมาณของสถานะและ ค่าความแปรปรวนร่วมถูกใช้ร่วมกันในเมทริกซ์เพื่อคำนวณในหลายมิติที่เกี่ยวข้องในชุดการคำนวณเดียวกัน ซึ่ง ช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปรของสถานะที่แตกต่างกัน (เช่น ตำแหน่ง, ความเร็ว, และ ความเร่ง) ในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงใดๆ หรือ ค่าความแปรปรวนร่วม

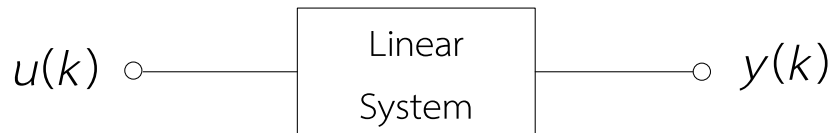
คาลมานฟิลเตอร์แบบช่วง

ตามที่ได้กล่าวไว้ในบทนำว่าจะพิจารณาเฉพาะคาลมานฟิลเตอร์ อัลกอริทึมแบบช่วงเพื่อสะดวกต่อการสร้างบนตัวประมวลผลสัญญาณ และตั้งที่ทราบกันว่าองค์ประกอบของคาลมานฟิลเตอร์ที่สำคัญมีอยู่ 2 ส่วนคือ ส่วนของโครงสร้างระบบพลศาสตร์และส่วนของอัลกอริทึมของคาล

มานฟิลเตอร์ ในส่วนของโครงสร้างระบบพลศาสตร์จะถูกพิจารณาเฉพาะระบบเชิงเส้นเพื่อให้ง่ายต่อการสร้าง

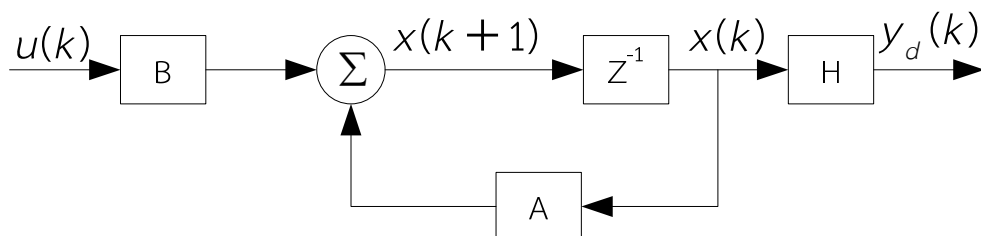
ระบบเชิงเส้น (Linear System)

ลักษณะการทำงาน of ระบบ เชิงเส้นแสดงดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 การทำงานของระบบเชิงเส้น

ภายในระบบเชิงเส้นที่แสดงดังรูปข้างบนภายในส่วนระบบเชิงเส้น สามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบได้หลายลักษณะ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของสัญญาณทางอินพุต $u(k)$ และสัญญาณทางเอาพุต $y(k)$ เช่นอธิบายในลักษณะฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ดิฟเฟอเรนซ์ (Difference Equation) และสมการสแตตสเปซ (State space) ในการทำงานของคาลมานฟิลเตอร์อัลกอริทึม จะเหมาะกับระบบที่ถูกอธิบาย ในรูปของสแตตสเปซ โดยสามารถอธิบาย ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงลักษณะของระบบเชิงเส้นที่อยู่ในรูปสแตตสเปซ

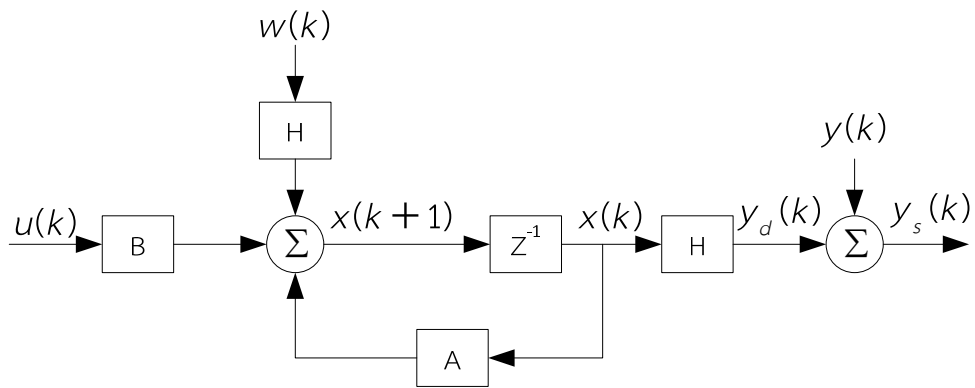
จาก 2.7 รูปสามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบสแตตสเปซได้ดังนี้ สมการสถานะ

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.35)$$

สมการเอาต์พุต

$$y(k) = Hx(k) \quad (2.36)$$

โดยทั่ว ๆ ไปแล้วรูปจำลองพลศาสตร์จะถูกแสดงในรูปจำลองที่ประกอบด้วยสัญญาณรบกวน ดังรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 2.8 แสดง รูปจำลองพลศาสตร์เชิงเส้นที่มีสัญญาณรบกวนมาเกี่ยวข้อง

จากรูปที่ 2.8 สามารถเขียนสมการอธิบายระบบได้ดังนี้

สมการสถานะ

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Gw(k) \quad (2.37)$$

สมการเอาต์พุต

$$y(k) = Hx(k) + v(k) \quad (2.38)$$

A คือ เมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ซึ่งอธิบายพฤติกรรมของ รูปจำลองพลศาสตร์ B คือ เมทริกซ์ขนาด $n \times 1$ ซึ่งอธิบายพฤติกรรมของสัญญาณ หรือข้อมูลทางอินพุตที่มีผลต่อรูปจำลอง พลศาสตร์ H คือ เมทริกซ์ ขนาด $m \times n$ ซึ่งอธิบายพฤติกรรมของสัญญาณ หรือข้อมูลทางเอาพุต ของระบบ $x(k)$ คือ เวกเตอร์ ตัวแปรสถานะ (State Vector) ขนาด $n \times 1$ ส่วน $y(1), y(2), \dots, y(k)$ คือ ลำดับของข้อมูลที่ ถูกวัดเข้ามาที่ถูกรวมด้วยสัญญาณรบกวนและเป็นเวกเตอร์ ขนาด $m \times 1$ ส่วน $w(k)$ คือ ลำดับของ สัญญาณ รบกวนภายใน ของการทางานในระบบพลศาสตร์ และเป็น เวกเตอร์ ขนาด $n \times 1$ โดย $v(k)$ คือลำดับของสัญญาณ รบกวนภายใน ของการทางานในระบบพลศาสตร์ และเป็นเวกเตอร์ ขนาด $n \times 1$ โดย

n แสดงจำนวนตัวแปรสถานะของระบบพลศาสตร์

m แสดงจำนวนของอุปกรณ์การวัด

และ G คือ เมทริกซ์ ขนาด $n \times 1$ ที่อธิบายพฤติกรรมผลกระทบของสัญญาณรบกวน $w(k)$ นิยามของ สัญญาณ รบกวน $w(k)$ และ $v(k)$ จะมีค่าเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนทั้งสองมี ค่าเป็นศูนย์ และมีความสัมพันธ์ ที่อิสระต่อกัน ค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย หรือ โควาเรียน (Covariance) ของสัญญาณ รบกวนเหล่านี้หาได้โดยใช้ หลักการ การคาดคะเน (Expectation) ดังนี้ โควาเรียนของสัญญาณ รบกวนภายในคือ

$$Q = E[w(k)w(k)^T] \quad (2.39)$$

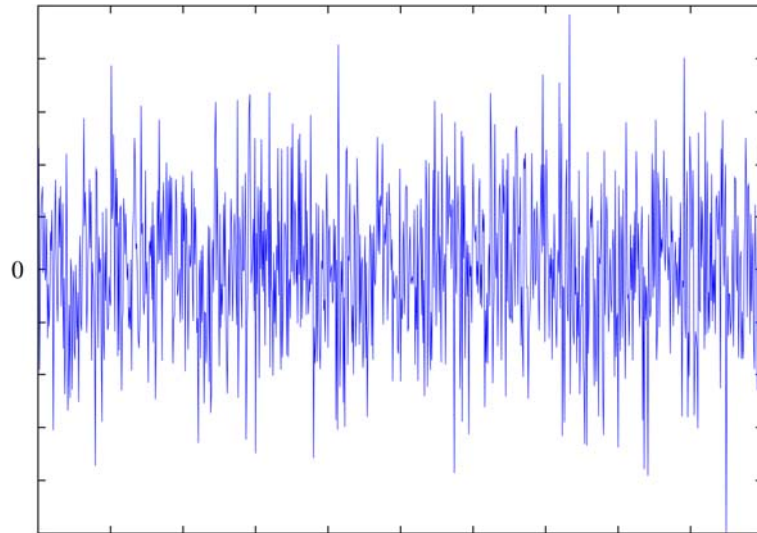
โควาเรียนของสัญญาณรบกวนขณะทำการวัดคือ

$$R = E[v(k)v(k)^T] \quad (2.41)$$

สัญลักษณ์ โดยทั่วไป ของสัญญาณรบกวนภายในระบบพลศาสตร์ และ สัญญาณรบกวน ขณะทำการวัด จะแสดงเป็น $p(w) \sim N(0, Q)$ และ $p(v) \sim N(0, R)$ ตามลำดับ สัญญาณรบกวนทั้งสองจะเป็นคลื่นรบกวนย่าน ความถี่แสงสีขาวและมีการเกิดขึ้นแบบสุ่ม

สัญญาณรบกวนย่านความถี่สุ่มแสงสีขาว (Random White noise)

เป็นขบวนการเกิดสัญญาณรบกวนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีเพาเวอร์สเปกตรัม (Power Spectrum) คงที่ทุกย่านความถี่ หรือส่วนประกอบของสัญญาณจะมีทุกย่านความถี่ และลักษณะการเกิดแบบสุ่ม (Random) หรือ ไม่มีรูปร่างของสัญญาณที่แน่นอน ในการพิจารณาสัญญาณรบกวนประเภทนี้ ไม่สามารถ อธิบายเป็นสูตรทางคณิตศาสตร์เจาะจงลงไป แต่จะอาศัยหลักการทางสถิติเข้ามาช่วยในการพิจารณา โดยจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของสัญญาณ และการแปรปรวน (Variance) ของสัญญาณรอบๆ ค่าเฉลี่ยลักษณะ ของสัญญาณ รบกวนชนิดนี้แสดงไว้ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 แสดงลักษณะสัญญาณแบบคลื่นสุ่มแสงสีขาว

โดยทฤษฎีแล้วค่าเฉลี่ยของสัญญาณจะมีค่าเป็นศูนย์ แต่ในทางปฏิบัติ จะมีค่าไม่เป็นศูนย์ ถ้าหาก ต้องการให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ก็ต้องหาค่าเฉลี่ยในระยะเวลาที่ยาวนาน จากกรณีที่สัญญาณรบกวนนี้เป็นตัว แปรสุ่มชนิดหนึ่ง ในการหาค่าเฉลี่ยจะใช้หลักทางสถิติเข้ามาช่วยดังนิยามต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยโดยที่เป็นการหาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม Z_n เป็นจำนวน N ครั้ง

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Z_n \quad (2.42)$$

โดยที่สัญลักษณ์ $\hat{\mu}$ คือประมาณการเฉลี่ย N ครั้ง

2. ค่าคาดคะเน (Expected Value) คือ ค่าเฉลี่ยเช่นเดียวกับค่าเฉลี่ย แต่แตกต่างกันที่เป็นการหาค่าเฉลี่ยของ ตัวแปรสุ่ม Z_n เป็นจำนวนอนันต์ครั้ง

$$E[Z] = \hat{\mu}_z \quad (2.43)$$

3. ค่าเบี่ยงเบน (Variance and Covariance) ของตัวแปรสุ่ม Z_n เป็นดังสมการ

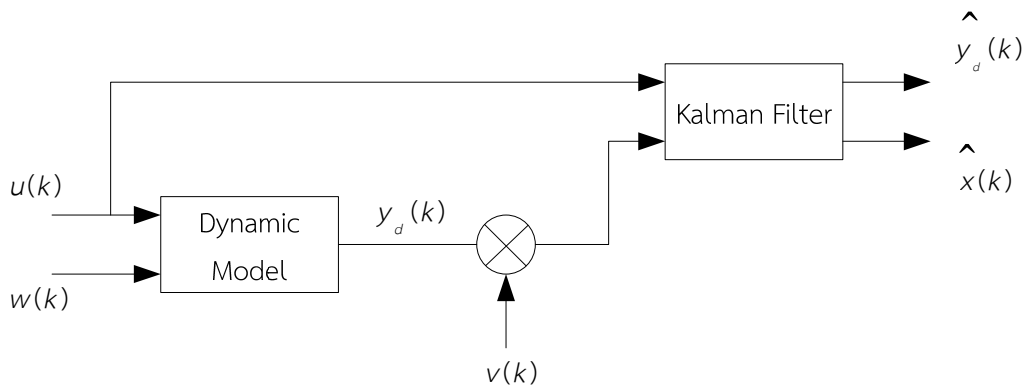
$$E[(y - \mu_y)^2] = \sigma_y^2 \quad (2.44)$$

และ

$$E[(y - \mu_y)(x - \mu_x)] = \sigma_{yx}^2 \quad (2.44)$$

หลักการทางานของคาลมานฟิลเตอร์

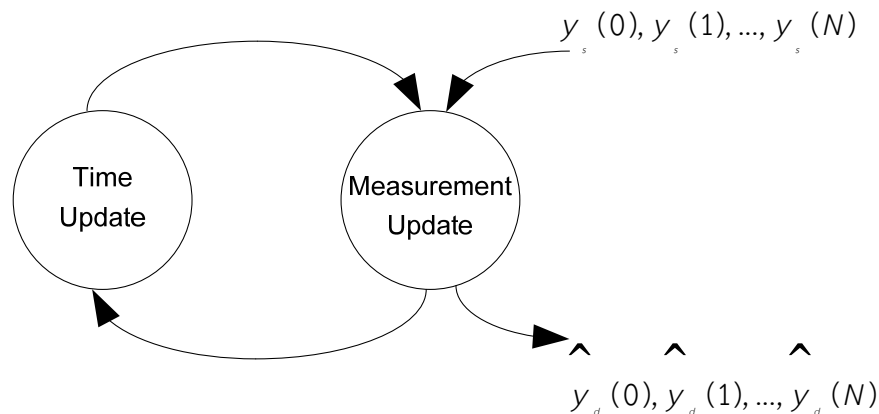
ภายในระบบพลศาสตร์ใด ๆ ก็ตามที่ทางานภายใต้การรบกวนของสัญญาณรบกวนโดยทั่ว ๆ ไป หรือ สัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่มีความถี่ในย่านแสงสีขาว ผลดังกล่าวจะทำให้เกิดผลเสียต่อข้อมูลทางเอาต์พุตของ ระบบ ดังนั้นถ้าต้องการทราบข้อมูลที่แท้จริง จำเป็นต้องใช้ตัวกรองสัญญาณที่สามารถกำจัดสัญญาณ รบกวนได้ โดยเฉพาะตัวกรองสัญญาณแบบให้ผลที่ดีที่สุด (Optimum-Filter) ซึ่งคาลมานฟิลเตอร์มี คุณสมบัติดังกล่าว จากภาพ แสดงการนาเอาคาลมานฟิลเตอร์มาประยุกต์ใช้งาน โดยที่ ในส่วนของรูปจำลอง พลศาสตร์ (Dynamic Model) จะแสดงการทางานของระบบพลศาสตร์ โดยทั่วไปที่ทราบพฤติกรรมทางาน ระบบ ส่วนสัญญาณ $u(k)$ คือข้อมูลทางด้านอินพุตของระบบ พลศาสตร์ $w(k)$ คือ สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น ภายในระบบ $y_d(k)$ คือ สัญญาณทางเอาพุตของ ระบบพลศาสตร์ $v(k)$ คือ สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นขณะการวัด และ $y_s(k)$ คือสัญญาณที่ถูกวัด โดยที่เป็นการรวมกันระหว่างสัญญาณ $v(k)$ กับ $y_d(k)$ สัญญาณดังกล่าวจะ ถูกป้อนให้กับคาลมานฟิลเตอร์เพื่อเป็นข้อมูลการวัดของระบบ



รูปที่ 2.10 จากภาพแสดงการนาเอาคาลฟิลเตอร์มาประยุกต์ใช้

คาลมานฟิลเตอร์ถูกสร้างขึ้นด้วยแนวคิดที่ว่าเมื่อข้อมูลการวัดที่เกิดขึ้นจากระบบพลศาสตร์ใด ๆ มีสัญญาณรบกวนเข้ามาเกี่ยวข้องซึ่งเป็นสัญญาณแบบสุ่ม ที่มีความถี่ในย่านแสงสีขาวแนวทางที่จะทราบข้อมูลที่แท้จริงของระบบพลศาสตร์นั้น สามารถทำได้โดยการจำลองการทางานของระบบ พลศาสตร์นั้น โดยอาศัยข้อมูลจากการวัดขณะเดียวกันภายในระบบของคาลมานฟิลเตอร์จะมีการคำนวณ เพื่อหาตัวแปรสถานะของระบบพลศาสตร์นั้น จากนั้นจะนำเอาข้อมูลที่วัดได้มาคำนวณเปรียบเทียบกับ พร้อมทั้งมีการตรวจสอบผลของการเปรียบเทียบให้มีผลต่างน้อยที่สุดและข้อมูลทางเอาพุตที่ต้องการ จะเกิดจากผลการประมาณค่าของตัวแปรสถานะของคาลฟิลเตอร์นี้ จากภาพจะสังเกตเห็นว่า $u(k)$ จะถูกป้อนให้กับคาลฟิลเตอร์เพื่อเป็นข้อมูลทางอินพุตของระบบคาลมานฟิลเตอร์ ส่วนข้อมูล $y_s(x)$

จะเป็นข้อมูลตัวแปรสถานะของระบบ พลศาสตร์ที่รวมกับสัญญาณรบกวนและจะถูกป้อนให้คาลมานฟิลเตอร์ เพื่อเป็นข้อมูลทางการวัดและคาลมานฟิลเตอร์จะนำไปคำนวณเปรียบเทียบกับตัวแปรสถานะที่เกิดขึ้นจากการคำนวณภายใน โดยมีขั้นตอนในการคำนวณแบบรีเคอร์ซีฟ โดยขั้นแรกของการคำนวณจะเป็นการคำนวณเพื่อหาตัวแปรสถานะของระบบพลศาสตร์ ณ เวลาใดเวลาหนึ่งที่ถูกระบุ และจากนั้นจะคำนวณหาตัวแปรสถานะของระบบพลศาสตร์อีกครั้ง เมื่อมีข้อมูลจากการวัดเข้ามาจะกลับมาคำนวณหาตัวแปรสถานะ ณ เวลาช่วงถัดไป และคำนวณตัวแปรสถานะเมื่อมีข้อมูลจากการวัด ณ เวลาถัดไปนั้นด้วยเช่นกัน ดังนั้น การทำงานของคาลมานฟิลเตอร์สามารถแบ่งออกเป็นสองส่วนใหญ่ ๆ ส่วนแรกคือการคำนวณตัวแปรสถานะเนื่องจากเวลาเปลี่ยนไปหรือการอัปเดตเวลา (Time update) ส่วนที่สองคือการคำนวณตัวแปรสถานะ เมื่อมีการวัดข้อมูลเข้ามาหรือการอัปเดตการวัด (Measurement Update) โดยในแต่ละขั้นตอนการคำนวณหาตัวแปรสถานะของระบบจะมีการคำนวณหาค่าผิดพลาดจากการหาตัวแปรสถานะ คือ การหาค่าโควาเรียนซ์ผิดพลาด (Error Covariance) ในแต่ละส่วนในส่วนของการอัปเดตเวลาจะทำหน้าที่เหมือนตัวคาดเดาล่วงหน้า (Predictor) และส่วนของการอัปเดตการวัด จะทำหน้าที่เหมือนตัวแก้ไข (Corrector) โดยสามารถเขียนแสดงขั้นตอนการทำงานได้ดังรูป 2.11



รูปที่ 2.11 จากภาพแสดงการทำงานของคาลมานฟิลเตอร์

สัญญาณจากภาพ คาลมานฟิลเตอร์ จะรับข้อมูลจากการวัด คือ $y_s(0), y_s(1), \dots, y_s(N)$ และทำการคำนวณจะได้เอาต์พุต $\hat{y}_d(0), \hat{y}_d(1), \dots, \hat{y}_d(N)$ โดยที่ N คือ จำนวนครั้งการสุ่มสัญญาณ

การทำนาย

อัลกอริทึมที่ใช้ในการพยากรณ์ มีเรียกว่า ดิสครีทคาลมานฟิลเตอร์ (Discrete Kalman filter) และคุณสมบัติของแบบจำลองการพยากรณ์ ซึ่งมีรูปแบบการพยากรณ์ในลักษณะคล้ายคลึงตัวเอง

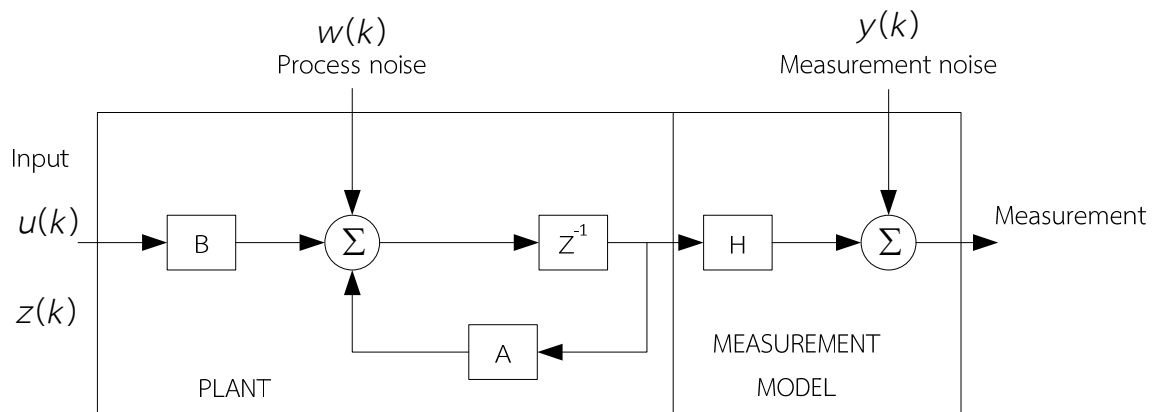
ดิสครีทคาลมานฟิลเตอร์

คาลมานฟิลเตอร์เป็นกลุ่มสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งให้ประสิทธิภาพต่อการแก้ปัญหาการคำนวณแบบวนซ้ำด้วยวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด ตัวฟิลเตอร์นี้จะมีประโยชน์อย่างมากสำหรับการใช้

งาน ในหลายรูปแบบ โดยจะสนับสนุนต่อการประมาณเหตุการณ์สถานะในอดีต ปัจจุบัน และอนาคต และสามารถที่จะทำงานได้ในสถานะที่ไม่ทราบลักษณะที่แน่นอนของระบบแบบจำลอง

การประมาณกระบวนการ

กาลมานฟิลเตอร์จะกล่าวถึงปัญหาโดยทั่วไป ของความพยายามที่จะประมาณสถานะ X_k ของตัวควบคุมกระบวนการเวลาที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time controlled process) ซึ่งกำหนดโดยสมการความแตกต่างสโตแคสติกลักษณะเชิงเส้น (Linear stochastic difference equation)



รูปที่ 2.12 การวัดค่าของสัญญาณระบบเชิงเส้นแบบเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาเกี่ยวข้อง

จากรูปที่ 2.12 สามารถแสดงสมการความแตกต่างสโตแคสติกแบบเชิงเส้นได้ดังนี้

$$X_k = A_k X_{k-1} + B_k u_{k-1} w_{k-1} \quad (2.45)$$

เมื่อ X_k แทนสถานะที่เวลา k

u_k แทนสัญญาณอินพุต

w_{k-1} แทนการรบกวนของกระบวนการที่สถานะ $k-1$

A_k แทนเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสถานะที่ k กับ $k-1$

B_k แทนเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์กันกับตัวควบคุมทางเข้า u_k ที่สถานะ X_k

ตัวแปรสุ่ม w_k แทนการรบกวนของกระบวนการ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ($\bar{w}_k = 0$) และมีค่าโควาเรียนเท่ากับ Q_k ($w_k w_k^T = Q_k$) ในการวัดสัญญาณนั้น กำหนดให้ค่าที่วัดได้เป็น z_k จะได้สมการดังนี้คือ

$$z_k = H_k X_k + v_k \quad (2.46)$$

ค่า z_k ที่วัดได้จะขึ้นอยู่กับค่าปัจจุบันของ X_k เมทริกซ์ H_k จะสัมพันธ์กันกับสถานะของการวัด z_k การวัดนี้ มีค่าการรบกวน แทนการรบกวนของการวัดนี้มีค่าการรบกวน แทนการรบกวนของการวัดมี

ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ($\overline{v}_k = 0$) จะมีค่าโควาเรียนเท่ากับ R_k ($\overline{v_k v_k^T} = R_k$) โดยตัวแปร w_k และ v_k เป็นอิสระซึ่งกันและกัน และนั่นคือ จะไม่เกี่ยวข้องกันเลย และเป็นกระบวนการรบกวนสีขาวแบบคงที่ (Stationary white noise process) ซึ่งมีสัญลักษณ์ คือ

$$w_k = (0, Q) \quad (2.47)$$

$$v_k = (0, R) \quad (2.48)$$

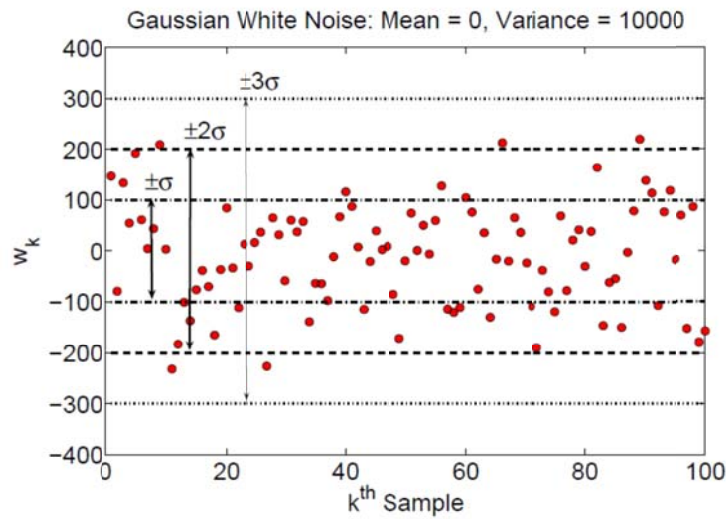
ในการปฏิบัติแล้วเมทริกซ์โควาเรียนการรบกวนของกระบวนการ Q_k และเมทริกซ์โควาเรียนการรบกวนของ การวัด R_k จะแสดงถึงความน่าเชื่อถือของระบบและการวัด ซึ่งอาจจะวัดมีค่าเปลี่ยนแปลงที่แต่ละจังหวะเวลา (Step time) หรือแต่ละการวัด ตามลำดับ

ตัวอย่างการคำนวณ

กำหนดให้ x_k เป็นตัวแปรใดๆ ณ เวลา t_k ที่ไม่รู้ค่าแต่ต้องการประมาณค่า ณ เวลา t_0, t_1, \dots, t_k ไปเรื่อยๆ สมมติว่า x_k เปลี่ยนแปลงตามเวลาตามสมการ

$$x_k = \Phi x_{k-1} + w_k \quad (2.49)$$

สมการที่ (2.49) คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเรียกว่าสมการระบบ หรือแบบจำลองระบบ เพราะแสดงความสัมพันธ์ว่า x เปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างไร ให้ w_k เป็นความถี่แสงสีขาว มีค่าเฉลี่ย (Mean) เท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ Q (ดังนั้น ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของ w_k คือ $\sigma = \sqrt{Q}$) โดยปกติจะไม่สามารถบอกด้วยความมั่นใจ 100% ได้ว่าตัวแปรสุ่มจะมีค่าเป็นเท่าไร แต่เนื่องจาก w_k เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน จึงสามารถใช้ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน อธิบายเกี่ยวกับ w_k ในเชิงความน่าจะเป็นได้อย่างสมบูรณ์ว่าถ้าสุ่มหลายๆ ครั้ง โดยเฉลี่ย w_k จะมีค่าเท่ากับ μ นอกจากนี้ประมาณ 68%, 95% และ 99% ของค่าของ $k w$ จากการสุ่มทั้งหมดจะอยู่ในช่วง $\mu \pm \sigma, \mu \pm 2\sigma, \mu \pm 3\sigma$ ตามลำดับ สมมติให้ $\mu = 0$ และ $Q = 10000$ รูปที่ 2.13 แสดงผลของการสุ่มตัวอย่าง w_k 100 ครั้ง



รูปที่ 2.13 ตัวอย่างการสุ่มตัวแปร w_k จะสังเกตได้ว่าประมาณ 68%, 95% และ 99% ของ w_k จะอยู่ในช่วง $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ และ $\pm 3\sigma$

ภาพที่ 2.13 ตัวอย่างการสุ่มตัวแปร w_k จะสังเกตได้ว่าประมาณ 68%, 95% และ 99% ของ w_k จะอยู่ในช่วง $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ และ $\pm 3\sigma$ ตามลำดับ ($\mu = 0$) ความถี่แสงสีขาวหมายความว่า w_k ไม่เกี่ยวข้องกับตัวแปรอื่นใดหรือตัวมันเองโดยสิ้นเชิง (Uncorrelated) ดังนั้นแม้ว่าจะรู้ค่าของ w ในอดีตหรือค่าของตัวแปรอื่นใด ก็ไม่สามารถใช้ข้อมูลนั้นทำนายค่าของ w_k ในอนาคต (2) ถึง (4) สรุปคุณสมบัติของ w_k ด้วยสูตรทางคณิตศาสตร์ $E[\bullet]$ หมายถึงค่าที่คาดว่าตัวแปรจะเป็น (Expected Value)

ค่าเฉลี่ยของ $w_k = E[w_k] = 0$

$$\text{ค่าความแปรปรวนของ } w_k = E[w_k w_j] = \begin{cases} Q, & \text{for } i = j \\ 0, & \text{for } i \neq j \end{cases}$$

ค่า Covariance ของ w_k และตัวแปรสุ่ม v_k

$$E[w_k v_k] = 0 \text{ for all } i, j \quad (2.50)$$

เนื่องจาก w_k เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน และ (2.49) เป็นสมการเชิงเส้น (Linear) จึงสรุปได้ว่า x_k เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน

ก่อนใช้งานตัวกรองคาลมานจำเป็นต้องให้ค่าประมาณของ x และค่าความคลาดเคลื่อนของการประมาณกับตัวกรองคาลมานเพื่อเริ่มต้นกำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อน $e = x - \hat{x}$ (x และ $\hat{x} = E[x]$ คือค่าที่แท้จริงและค่าประมาณของ x ตามลำดับ) เนื่องจาก x เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน e จึงเป็นตัวแปรสุ่มแบบ เกาส์เซียน (ดังนั้นเพื่ออธิบาย e ในเชิงความน่าจะเป็นอย่างสมบูรณ์ต้องรู้ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวน ของ e)

สำหรับตัวอย่างนี้ สมมุติให้ $\Phi = 0.8$ และสมมุติว่าจากแหล่งข้อมูลที่ดีที่สุดที่มี ทำให้เชื่อได้ว่า ณ เวลาเริ่มต้น x มีค่าเท่ากับ 100 และความคลาดเคลื่อนของการประมาณนี้มีค่าเฉลี่ย $e_0 = 0$ และ Variance (P_0) เท่ากับ 40000 ดังนั้น สามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{x} = E[x_0] = 100 \quad (2.51)$$

$$P_0 = E[(x - \hat{x})^2] = E[(e_0)e_0] = 40000 \quad (2.52)$$

ถ้ารู้ว่า w มีค่าเป็นเท่าไรอย่างแน่นอน ก็จะสามารถคาดการณ์ล่วงหน้า (Predict) จาก (2.49) ได้ว่า x ณ เวลา t_1 จะมีค่าเป็นเท่าไรจาก

$$x_1 = \Phi x_0 + w_1 \quad (2.53)$$

แต่เนื่องจาก w_k เป็นตัวแปรสุ่มจึงไม่มีทางรู้ว่า w_1 จะมีค่าเป็นเท่าไรอย่างแน่นอน คาลมาน อัลกอริธึม บอกว่าสามารถหาค่าประมาณที่ดีที่สุดของ x_1 ได้จาก

$$\hat{x}_1^- = E[x_1] = E[\Phi x_0 + w_1] = \Phi E[x_0] + E[w_1] = \Phi \hat{x}_0 \quad (2.54)$$

เครื่องหมายลบใช้ระบุว่า \hat{x}_1^- เป็นการคาดการณ์ล่วงหน้าถึงค่าของ x_1 โดยไม่มีค่าที่เซนเซอร์วัดได้มา ประกอบการพิจารณา สามารถหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) ในการคาดการณ์นี้ได้จาก

$$\begin{aligned} E[e_1^-] &= E[x_1 - \hat{x}_1^-] = E[\Phi x_0 + w_1 - \Phi \hat{x}_0] \\ &= E[\Phi(x_0 - \hat{x}_0) + w_1] = \Phi E[w_1] = 0 \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} P_1^- &= E[(x_1 - \hat{x}_1^-)^2] = E[(e_1^-)^2] = E[(\Phi e_0 + w_1)^2] \\ &= E[(\Phi e_0)^2 + 2\Phi e_0 w_1 + w_1^2] \\ &= \Phi^2 E[(e_0)^2] + 2\Phi E[e_0 w_1] + E[w_1^2] \\ &= \Phi^2 P_0 + Q \end{aligned} \quad (2.56)$$

ดังนั้น ในตัวอย่างนี้ จะได้

$$\hat{x}_1^- = 0.8 \times 100 = 80 \quad (2.57)$$

$$P_1^- = 0.8^2 \times 40000 + 10000 = 35600 \quad (2.58)$$

สมมุติว่ามีเซนเซอร์ชนิดหนึ่ง เซนเซอร์ของมีข้อจำกัดคือไม่สามารถวัดค่า x_k ได้โดยตรง แต่สามารถวัดค่า z_k ได้ และรู้ล่วงหน้าว่า z_k กับ x_k มีความสัมพันธ์กันตามสมการ

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.59)$$

สมการที่ (2.59) คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเรียกว่า แบบจำลองการวัดเพราะอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าที่เซ็นเซอร์วัดได้ z_k กับสถานะของระบบ x_k สมการที่ (2.49) และ (2.59) รวมกันเรียกว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ (System Model) ที่สมบูรณ์ ให้ v_k เป็นความถี่แสงสีขาวมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ R สมมติว่า ณ เวลา t_1 เซ็นเซอร์วัดค่า z_1 ได้เท่ากับ 30 มีคำถามว่าจะสามารถนำค่า $z_1 = 30$ มาช่วยหาค่าประมาณที่ดีที่สุดของ x_1 ได้หรือไม่อย่างไร คำตอบต่อคำถามนี้คือหัวใจของกาลมานอัลกอริธึม โดยตัวกรองกาลมานบอกว่าค่าประมาณที่ดีที่สุดของ x_1 คือ

$$\hat{x}_1^+ = \hat{x}_1^- + K_1[z_1 + H\hat{x}_1^-] \quad (2.60)$$

K_1 คือ อัตราขยายของกาลมาน ณ เวลา t_1 เครื่องหมายบวกใช้ระบุว่า \hat{x}_1^+ เป็นการประมาณค่าของ x_1 โดยนำค่าที่เซ็นเซอร์วัดได้มาประกอบการพิจารณาด้วย สามารถพิสูจน์ได้ว่า $H\hat{x}_1^-$ คือค่าประมาณ \hat{z}_1 ของค่าที่เซ็นเซอร์ควรจะได้ ณ เวลา t_1 จาก

$$\hat{z}_1 = E[z_1] = E[Hx_1 + v_k] = HE[x_1] + E[v_k] = H\hat{x}_1^- \quad (2.61)$$

เทอม $z_1 - H\hat{x}_1^-$ หรือ $(z_1 - \hat{z}_1)$ เรียกว่าส่วนประกอบจะเห็นได้ว่า (2.60) คือสมการที่ใช้แก้ไข (Update) ค่า \hat{x}_1^- ที่คาดการณ์ไว้ล่วงหน้า (ก่อนที่เซ็นเซอร์จะวัดค่าได้) โดยนำผลต่างระหว่างค่าที่เซ็นเซอร์ควรวัดได้กับค่าที่วัดได้จริง มาให้น้ำหนัก (คูณด้วยอัตราขยายของกาลมาน K_k) แล้วนำผลที่ได้มาใช้แก้ไขค่า \hat{x}_1^-

จะสังเกตได้ว่าขนาดของค่าที่นำมาใช้แก้ไข \hat{x}_1^- ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับขนาดของส่วนประกอบ $z_1 - H\hat{x}_1^-$ ถ้าค่าที่คาดการณ์ไว้กับค่าที่วัดได้จริงต่างกันมาก (Residual มีค่าสูง) ทำให้จะต้องแก้ไข \hat{x}_1^- มาก ในทางกลับกันถ้าค่าที่คาดการณ์ไว้ต่างจากค่าที่วัดได้จริงเพียงเล็กน้อย (Residual มีค่าต่ำ) ก็ไม่จำเป็นต้องแก้ไข \hat{x}_1^- มาก

สมมติว่าหาค่าประมาณ \hat{x}_1^+ โดยใช้ (2.60) (ยังไม่ต้องกังวลว่าอัตราขยายของกาลมาน K_k จะมีค่าเป็นเท่าไร) สามารถหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการประมาณ ได้จาก

$$\begin{aligned} E[e_1^+] &= E[x_1 - \hat{x}_1^+] = E[x_1 - \{\hat{x}_1^- + K_1(z_1 - H\hat{x}_1^-)\}] \\ &= E[e_1^- - K_1(H\hat{x}_1^- + v_1)] \\ &= E[(1 - K_1H)e_1^- + K_1v_1] \\ &= (1 - K_1H)E[e_1^-] + K_1E[v_1] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
P_1^+ &= E[(x_1 - \hat{x}_1^+)^2] = E[(e_1^+)^2] \\
&= E[\{(1 - K_1 H)e_1^- + K_1 v_1\}^2] \\
&= E[\{(1 - K_1 H)e_1^-\}^2 + \{2K_1(1 - K_1 H)e_1^- v_1\} + \{K_1 v_1\}^2] \quad (2.63) \\
&= (1 - K_1 H)^2 E[(e_1^-)^2] + K_1^2 E[v_1^2] \\
&= (1 - K_1 H)^2 P_1^- + K_1^2 R
\end{aligned}$$

ต่อไปก็คือจะใช้ค่าอัตราขยายของคาลมาน K_1 เป็นเท่าไรจึงจะดีที่สุดสำหรับคาลมาน อัลกอริธึม ค่า K_1 ที่ดีที่สุดในเชิงของความน่าจะเป็น คือค่าที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณ \hat{x}_1^+ มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งก็คือค่า K_1 ที่ทำให้ (2.64) เป็นจริง

$$\frac{dP_1^+}{dK_1} = 0 \quad (2.64)$$

เมื่อเทียบอนุพันธ์สมการที่ (2.63) เทียบกับ K_1 และให้มีค่าเป็นศูนย์ จะได้

$$\frac{dP_1^+}{dK_1} = -2(1 - K_1 H)P_1^- H + 2K_1 R = 0 \quad (2.65)$$

จาก (2.65) สามารถหาค่า K_1 ที่ดีที่สุดคือ

$$K_1 = P_1^- H (H^2 P_1^- + R)^{-1} \quad (2.66)$$

ในตัวอย่างข้างต้นถ้าให้ $H = 3, R = 30000$ และ $z_1 = 30$ สามารถคำนวณ K_k, \hat{x}_1^+ และ P_1^+ จาก (2.66), (2.60) และ (2.63) ได้คือ $K_k = 0.3048, \hat{x}_1^+ = 15.99$ และ $P_1^+ = 3048$ สิ่งที่ได้สังเกตเห็นคือความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนลดลงจาก 35600 เป็น 3048 ซึ่งหมายความว่า การนำค่าที่เซ็นเซอร์วัดได้มาประกอบการพิจารณาช่วยลดความคลาดเคลื่อนในการหาค่าประมาณได้กว่า 10 เท่า หรืออีกนัยหนึ่ง ค่าประมาณ \hat{x}_1^+ มีความแม่นยำมากกว่า \hat{x}_1^-

จนถึงตอนนี้รู้วิธีหาค่าประมาณของ x จากค่าประมาณก่อนหน้า (\hat{x}_0) และค่าที่เซ็นเซอร์วัดได้ (z_1) ถ้าต้องการประมาณค่าของ x_2 สามารถทำซ้ำขั้นตอนเดิมคือ ใช้ (2.49) เพื่อคาดการณ์ล่วงหน้าว่า \hat{x}_2^- น่าจะมีค่าเป็นเท่าไร และคำนวณค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้ความน่าเชื่อถือของการประมาณ เมื่อเซ็นเซอร์วัดค่า z_2 ได้ จึงใช้ (2.66) คำนวณค่าอัตราขยายของคาลมาน K_2 เพื่อนำไปหาค่าประมาณ (Estimate) \hat{x}_2^+ และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน P_2^+ ด้วย (2.60) และ (2.63) ตามลำดับ

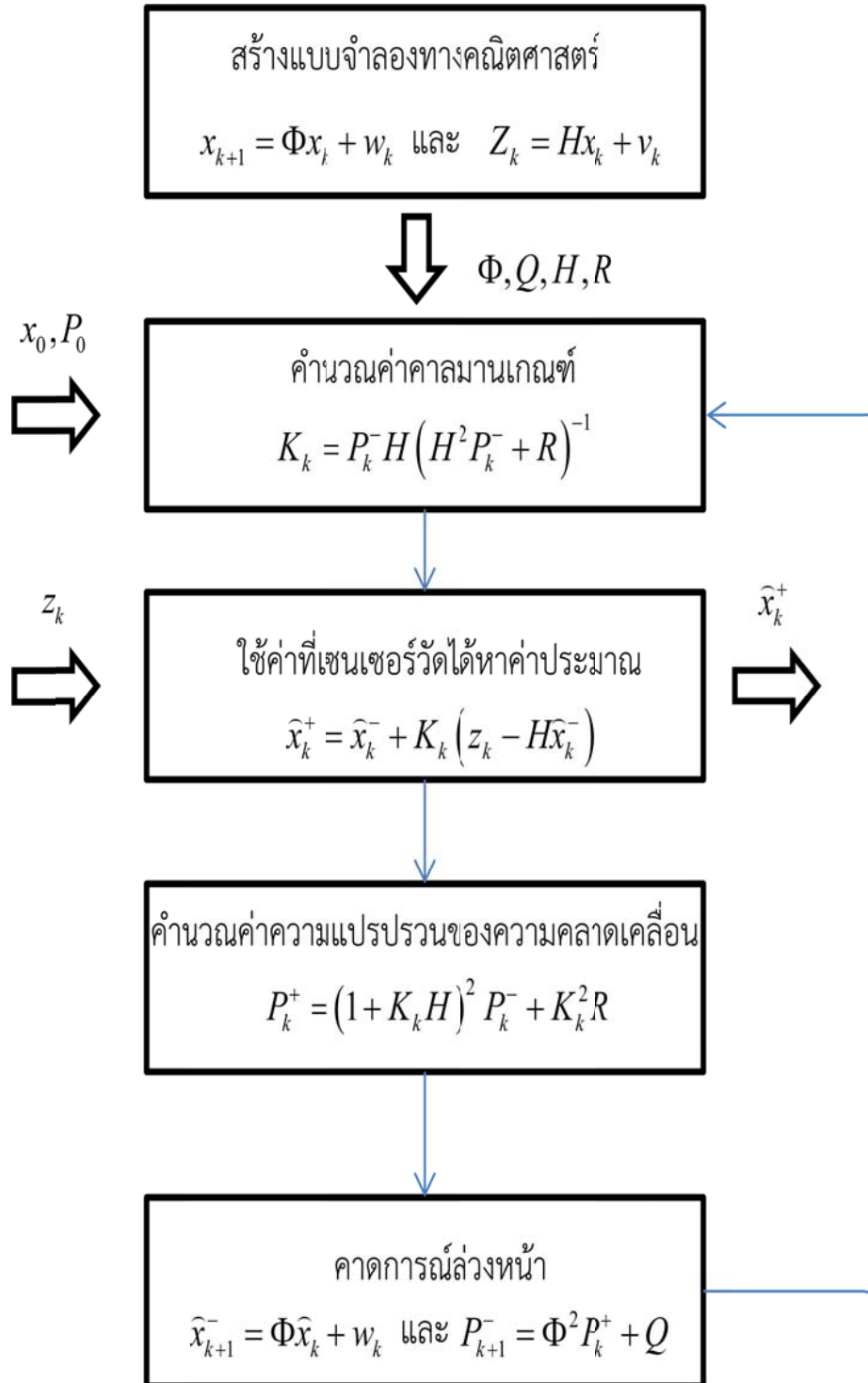
จะสังเกตเห็นว่าตัวกรองคาลมาน ทำงานในลักษณะเป็นวงจร (Recursive) ของการคาดการณ์-ประมาณ (Predict-Estimate) ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับหาค่าประมาณด้วยวิธีอื่นๆ ที่ต้องเก็บค่าไว้ส่วนหนึ่งในหน่วยความจำเพื่อประมวลผลพร้อมกันอย่างเช่นวิธี Simple Moving Average แล้ว ตัวกรองคาลมานมีข้อได้เปรียบในแง่ที่ไม่ต้องใช้หน่วยความจำมาก

สามารถสรุปในภาพรวมเกี่ยวกับการประมาณค่า x_k ที่เวลา t_k ใดๆ โดยใช้ Kalman Filter Algorithm ได้ว่ามีขั้นตอนตามแสดงในรูปที่ 2.14 ดังนี้

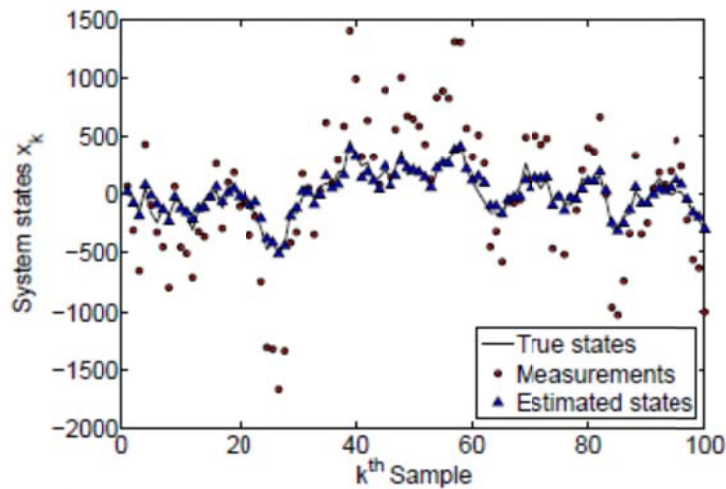
1. เขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในรูปของแบบจำลองระบบ

$$x_{k+1} = \Phi x_k + w_k$$
 และ Measurement Model $z_k = Hx_k + v_k$ บันทึกค่า Φ, Q, H และ R
2. หาค่าประมาณเริ่มต้นที่ดีที่สุดที่สุดของสถานะของระบบ \hat{x}_0 และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน P_0
3. คาดการณ์สถานะของระบบ \hat{x}_k^- ที่เวลา t_k ล่วงหน้าจาก $\hat{x}_{k-1}^- = \Phi \hat{x}_{k-1}^+$ และคำนวณความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการคาดการณ์จาก $P_k^- = \Phi^2 P_{k-1}^- + Q$
4. ณ เวลา t_k ที่เซ็นเซอร์วัดค่า z_k ได้ คำนวณค่าอัตราขยายของคาลมาน K_k จาก $K_k = P_k^- H (H^2 P_k^- + R)^{-1}$ ใช้ค่าอัตราขยายของคาลมาน K_k เพื่อแก้ไขค่าที่คาดการณ์ไว้ ล่วงหน้าจาก $\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [z_k - H \hat{x}_k^-]$ และคำนวณความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการประมาณจาก $P_k^+ = (1 - K_k H)^2 P_k^- + K_k^2 R$
5. คาดการณ์สถานะของระบบ \hat{x}_{k+1}^- ณ เวลา t_{k+1} ล่วงหน้าจาก $\hat{x}_{k+1}^- = \Phi \hat{x}_k^+$ และคำนวณความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการคาดการณ์จาก $P_{k+1}^- = \Phi^2 P_k^+ + Q$
6. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 4 และ 5 ที่เวลา t_{k+1}, t_{k+2}, \dots ไปเรื่อยๆ

รูปที่ 2.2 แสดงผลการจำลองการทำงานของตัวกรองคาลมานจะเห็นได้ว่า ตัวกรองคาลมานสามารถประมาณสถานะของระบบได้เป็นอย่างดี สังเกตจากค่าประมาณ (Estimated states) \hat{x}_k มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง (True states) x_k แม้ว่าค่าที่วัดได้ด้วยเซ็นเซอร์ (Measurements) z_k จะถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน (Noise) ที่เป็นเช่นนี้เพราะตัวกรองคาลมานใช้ความรู้เกี่ยวกับพลวัตของระบบ (Process Model) และอุปกรณ์การวัด (Measurement Model) ประกอบกับคุณลักษณะทางสถิติของระบบและเซ็นเซอร์ (Q, R) ประมวลผลประกอบกันบนหลักการของความน่าจะเป็นเพื่อหาค่าประมาณที่ดีที่สุดที่สุดของสถานะของระบบ



รูปที่ 2.14 ขั้นตอนของการประมวลผลด้วยตัวกรองคาลมานที่เวลา t_k ใดๆ



รูปที่ 2.15 แสดงผลการจำลองการทำงานของตัวกรองคาลมาน

ผลการจำลองการทำงานของตัวกรองคาลมานสำหรับตัวอย่างเมื่อ $\Phi = 0.8, Q = 10000, H = 3, R = 30000, \hat{x}_0 = 0, P_0 = 100000, x_0 = 0$

การจำลองผลการทดสอบ

กำหนดให้ใช้ความถี่ในการสุ่มสัญญาณ f_s เท่ากับ 12 kHz หมายความว่าจำนวนของการสุ่มสัญญาณต่อหนึ่งช่วงเวลา N จะแปรผันตามความถี่มูลฐาน f_1 ($N=200$ สำหรับความถี่ $f_1 = 60 \text{ Hz}$) ในกรณีที่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วในการตอบสนองประสิทธิภาพของตัวกรอง จะนำเมทริกซ์ $GG^T(k)$ และ $HH^T(k)$ มาใช้ในการทดสอบ จะได้ค่าที่เหมาะสมสำหรับกำหนดให้เป็นตัวแปรสำหรับระบบสัญญาณ 1 เฟสคือ

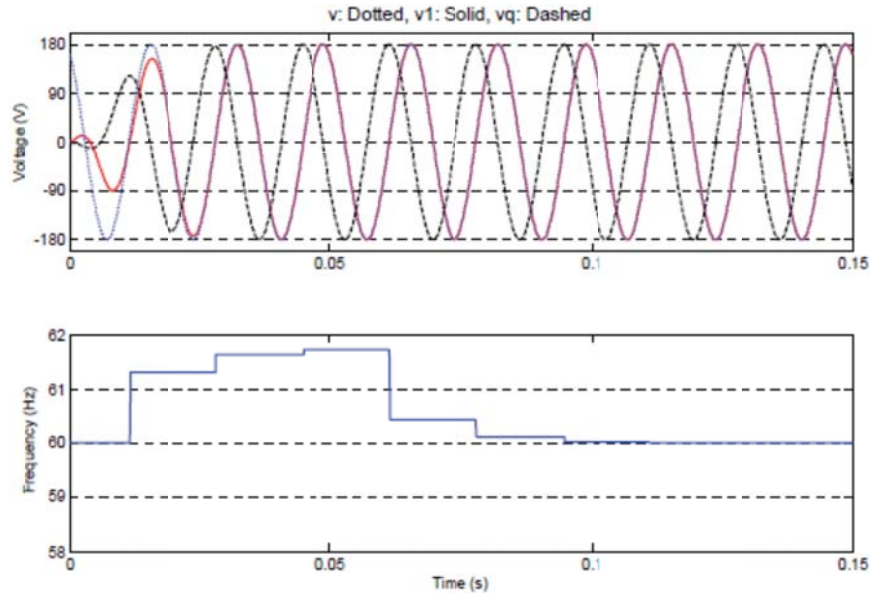
$$GG^T = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \text{ และ } HH^T = [25] \quad (2.67)$$

กรณีสัญญาณไฟฟ้าหนึ่งเฟส

เพื่อเป็นการประเมินประสิทธิภาพของคาลมานฟิลเตอร์สำหรับระบบไฟฟ้ากระแสสลับหนึ่งเฟสในการระบุความถี่มูลฐานโดยการจำลองแรงดันอินพุตที่แตกต่างกัน 4 รูปแบบดังนี้
 กรณีที่ 1 แรงดันรูปขายน้ความถี่ 60 เฮิรท์ซ์ และมีแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ $127 V_{rms}$ โดยมีมุมต่างเฟส 90°
 กรณีที่ 2 รูปแบบเหมือนกับกรณีที่ 1 แต่เพิ่มการรบกวนฮาร์มอนิก 5% ที่ฮาร์มอนิกลำดับที่ 5 และ 7
 กรณีที่ 3 รูปแบบเหมือนกับกรณีที่ 2 แต่ลดระดับแรงดันลง 50%
 กรณีที่ 4 รูปแบบเหมือนกับกรณีที่ 2 แต่มีการเปลี่ยนความถี่จาก 60 เฮิรท์ซ์เป็น 59 เฮิรท์ซ์

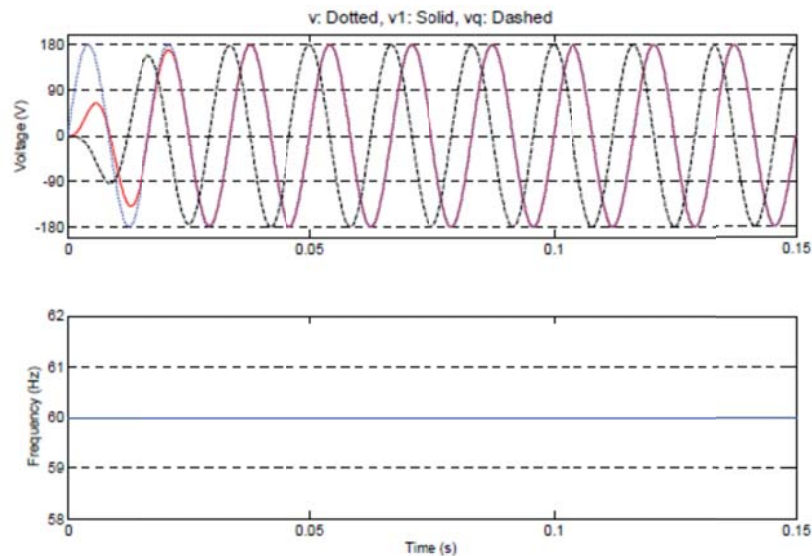
กรณีที่ 1 รูปที่ 2.16 และรูปที่ 2.17 แสดงผลกระทบของสภาวะเริ่มต้นของตัวกรอง ซึ่งจะต้องมีการกำหนดค่าโดยผู้ใช้งาน รูปที่ 2.17 ในกรณีนี้ค่าที่ถูกเลือกใช้ในสภาวะของเฟสเริ่มต้นของสัญญาณ

มีค่าเป็น 0° ในรูปด้านบน แรงดันขาอินพุต v (เอาต์พุตของตัวกรองคาถมาน) มีมูมเดียวกันกับ v_q และเป็นทำมูม 90° กับ v_1 สังเกตว่าความถี่มูมฐาน f_1 จะเข้าสู่สภาวะเสถียรที่สัญญาณลูกที่หกในรูปด้านล่าง



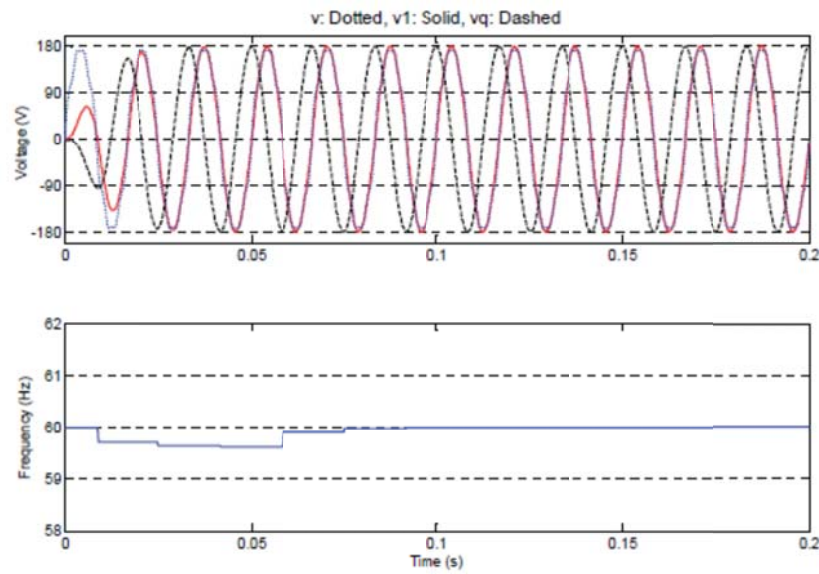
รูปที่ 2.16 กรณีที่ 1 แรงดันอินพุต $127V_{RMS}$ ความถี่ 60 เฮิร์ตซ์มูมต่างเฟส 90°

กรณีที่ 1 รูปที่ 2.16 เฟสเริ่มต้นถูกกำหนดให้อยู่ที่ $\theta = 0^\circ$ ให้เหมือนกับสภาวะเริ่มต้นของตัวกรองคาถมาน จะเห็นอย่างชัดเจนว่าค่าเริ่มความถี่ในกรณีนี้มีค่าใกล้เคียงกับค่าเฟสจริง



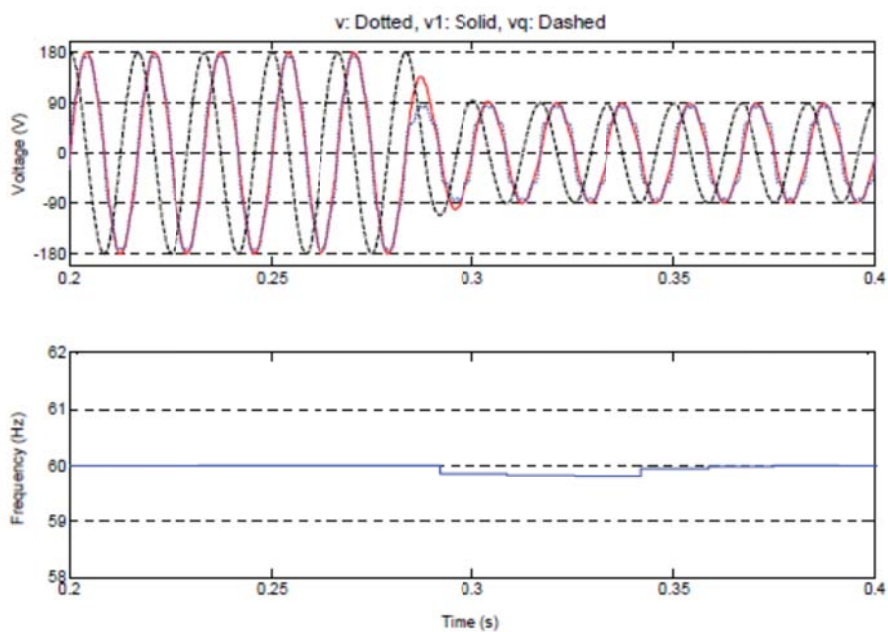
รูปที่ 2.17 กรณีที่ 1 แรงดันอินพุต $127V_{RMS}$ ความถี่ 60 เฮิร์ตซ์มูมต่างเฟส 0°

กรณีที่ 2 รูปที่ 2.17 ในกรณีนี้จะเห็นว่าเอาต์พุตของตัวกรองคาถมานสามารถเข้าสู่สภาวะเสถียรได้ตั้งแต่รูปคลื่นลูกที่สามแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของของตัวกรอง

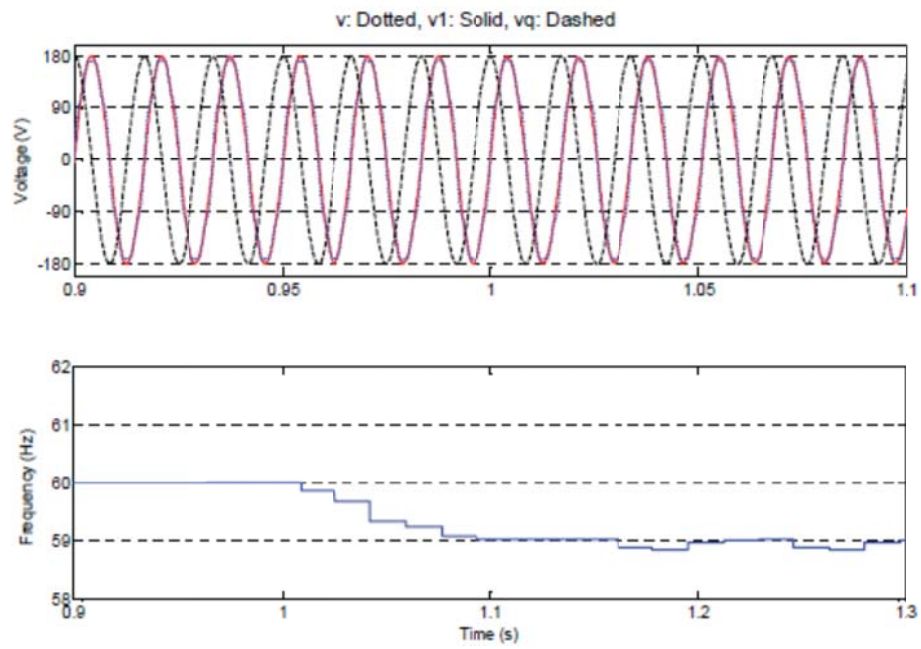


รูปที่ 2.18 กรณีที่ 2 แรงดันอินพุต $127V_{RMS}$ ความถี่ 60 และเพิ่มการรบกวนฮาร์มอนิก 5% ที่ฮาร์โมนิกลำดับที่ 5 และ 7

กรณีที่ 3 รูปที่ 2.18 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของตัวกรองคาบมานได้เป็นอย่างดีเมื่อมีการเปลี่ยนขนาดและแรงดันไฟฟ้าอย่างทันทีทันใดตัวกรองคาบมานสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 2.19 กรณีที่ 3 แสดงอินพุตที่มีการลดระดับแรงดัน และเอาต์พุตของคาบมานฟิลเตอร์



รูปที่ 2.20 กรณีที่ 4 เมื่อมีการเปลี่ยนความถี่จาก 60 เฮิรตซ์เป็น 59 เฮิรตซ์

ในบทนี้ได้นำเสนอทฤษฎีที่ใช้ประกอบในการทำวิจัย เช่น การแปลงแอนาลอกเป็นดิจิตอล มาตรฐาน IEEE1459-2010 และตัวกรองคาลมาน เพื่อนำเอาความรู้ที่ได้กล่าวถึงนำมาสร้างเป็น เครื่องวัดที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ต่อไป

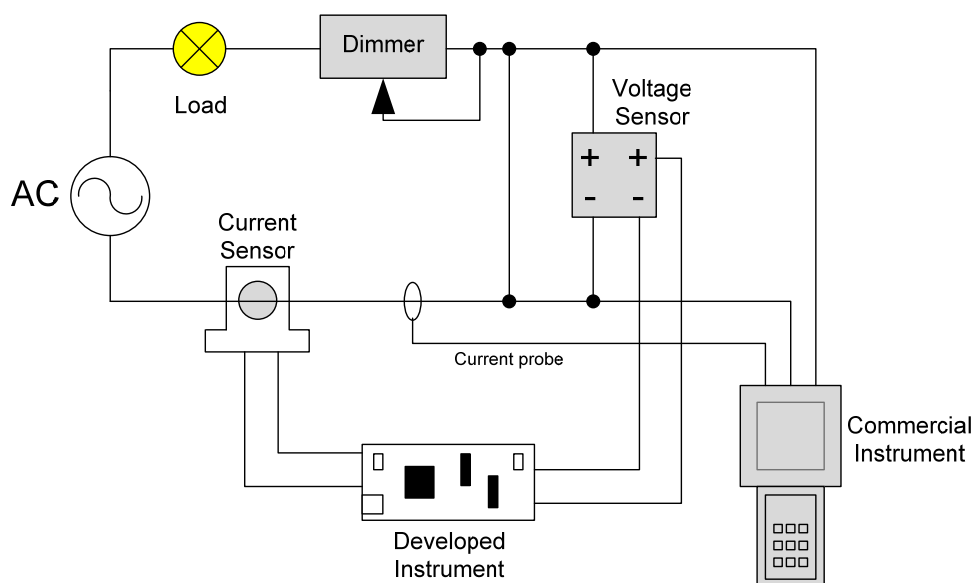
บทที่ 3

การออกแบบและขั้นตอนการทดลอง

ในบทนี้กล่าวถึงการออกแบบและขั้นตอนการทดลอง ในการออกแบบจะเป็นการออกแบบโดยใช้โปรเซสเซอร์ ARM เป็นส่วนประมวลผลจากค่าที่ได้รับจากทรานส์ดิวเซอร์แรงดันและกระแส จากนั้นนำค่าที่ได้มาเข้าสู่กระบวนการของตัวกรองคาลมานเพื่อให้ค่าที่ทำการวัดได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการคำนวณปริมาณค่าทางไฟฟ้าต่างๆตามที่กำหนดไว้ในมาตรฐาน IEEE 1459-2010 ต่อไป และในขั้นตอนนี้สุดท้ายเป็นการนำผลที่ได้จากเครื่องมือวัดที่พัฒนาขึ้นมาทำการเปรียบเทียบกับเครื่องมือวัดทางการค้าภายในขอบเขตที่ศึกษา โดยอ้างอิงทฤษฎีจากบทที่ 2 มาเป็นข้อมูลประกอบ

3.1 การติดตั้งและเชื่อมต่ออุปกรณ์

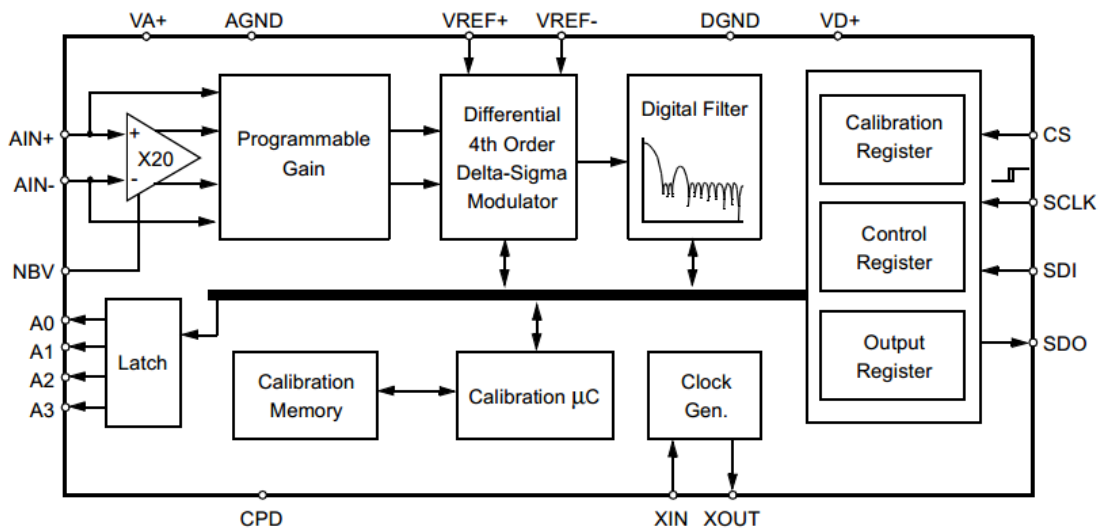
จากทฤษฎีในบทที่ 2 ได้ทำการต่อจรตามรูปที่ 3.1 เพื่อทำการวัดและแสดงผลโดยโปรเซสเซอร์ ARM



รูปที่ 3.1 การต่อวงจรเพื่อการวัดแรงดันและกระแสไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.1 จะใช้วงจรหรี่ไฟ (Dimmer) เป็นอุปกรณ์ในการสร้างแรงดันไฟฟ้าให้เกิดความไม่สมดุล เครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นทำการรับแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ผ่านโหลดโดยใช้ ตัวตรวจจับแรงดัน และตัวตรวจจับกระแสตามลำดับแต่เนื่องจากเอาท์พุทที่ได้จากอุปกรณ์ทรานส์ดิวเซอร์ ทั้งสองตัวมีเอาท์พุทที่โปรเซสเซอร์ ไม่สามารถนำไปใช้ได้โดยตรงจึงต้องผ่านวงจรอีกส่วนหนึ่งคือ โดยการทำงานวิจัยนี้เลือกใช้ A/D ขนาด 16บิต และวงจรขยายสัญญาณเบอร์ CS5525 เพื่อทำแปลง

แรงดันและกระแสไฟฟ้าแบบอนาล็อกให้เป็นดิจิทัลและการขยายสัญญาณที่ได้จากทรานส์ดิวเซอร์ ก่อนที่จะนำไปประมวลผลโดยโปรเซสเซอร์ โดยบล็อกไดอะแกรมของวงจรรวมที่ทำหน้าที่ในส่วนของ A/D ขนาด 16บิตและวงจรขยายสัญญาณมีดังรูปที่ 3.2 สำหรับความถี่ที่ใช้ในการแซมปลิงเพื่อวัดสัญญาณในการวัดคือ 16.384 kHz. ซึ่งสามารถหาได้จากคู่มือของของชิป A/D คือ $f_s = X_{in} / 2$ ซึ่งวงจรที่ใช้ในการทดลองใช้ความถี่คริสตอล 32.768 KHz. ดังนั้นความถี่ที่ใช้ในการแซมปลิงคือ 16.384 KHz



รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมของวงจรในส่วนของวงจรขยายสัญญาณ

เมื่อผ่านกระบวนการปรับสัญญาณให้มีความเหมาะสมสำหรับการประมวลผลแล้ว วงจรขยายสัญญาณจะส่งสัญญาณต่อไปให้กับโปรเซสเซอร์เพื่อทำการประมวลผลและแสดงผลต่อไป

3.2 วัสดุและอุปกรณ์

1. โหลดไฟฟ้าชนิดต่างๆ ได้แก่ หลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์และหัวแร้งปรับกำลังวัตต์ได้ขนาด 30/70 วัตต์



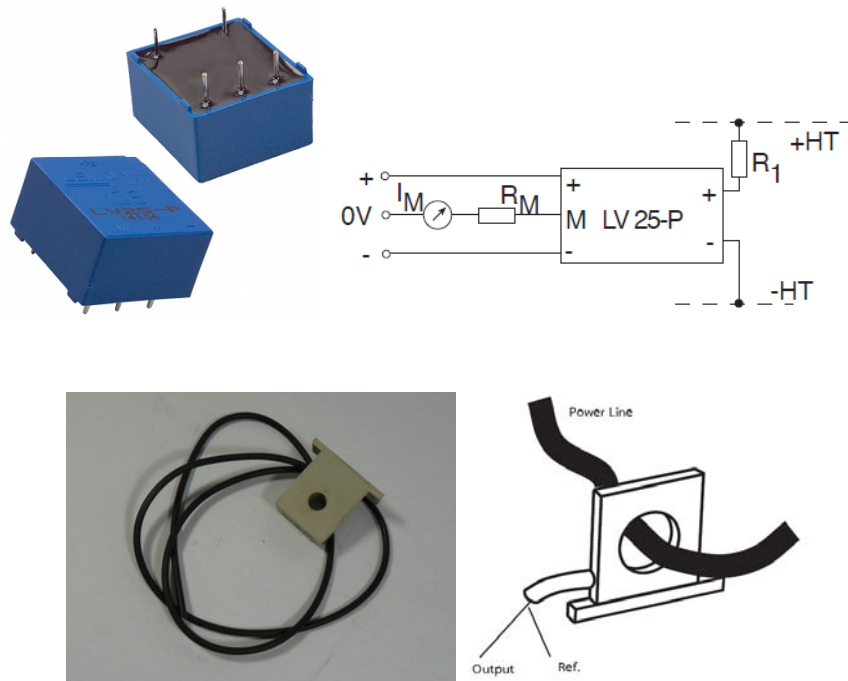
รูปที่ 3.3 โหลดที่ใช้ในการทดสอบ

2. วงจรรีไฟขนาด 350 วัตต์เพื่อใช้ในการปรับแรงดันไฟฟ้าให้ลักษณะไม่สมดุล



รูปที่ 3.4 วงจรรีไฟขนาด 350 วัตต์

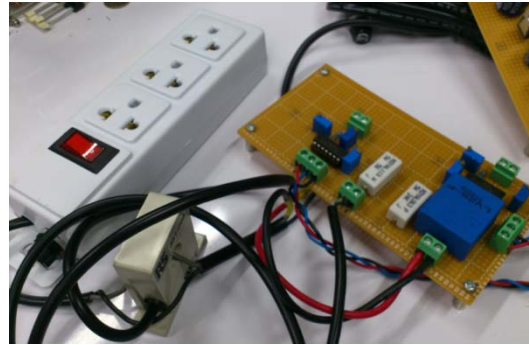
3. ตัวตรวจจับแรงดันและตัวตรวจจับกระแส ทำการแปลงปริมาณแรงดันและกระแสไฟฟ้าที่ได้จากโหนดที่ใช้ในการทดลองและแปลงเป็นสัญญาณที่โปรเซสเซอร์สามารถนำไปประมวลผลได้



รูปที่ 3.5 ทรานส์ดิวเซอร์แรงดันและกระแส

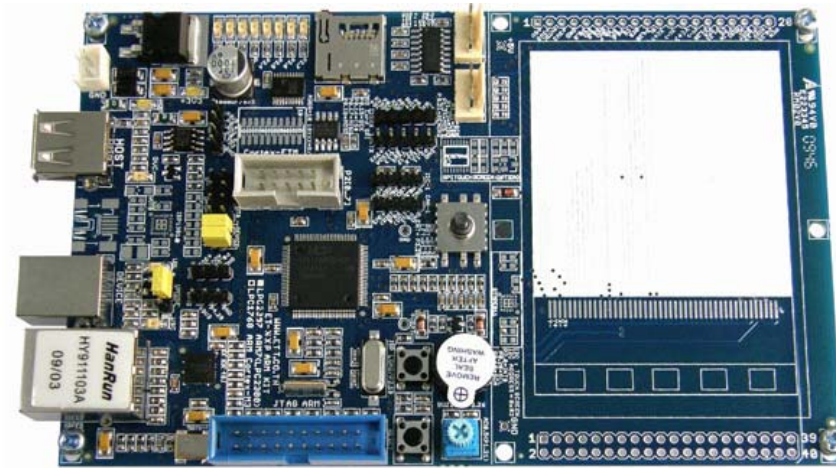


รูปที่ 3.6 การเชื่อมต่อทรานส์ดิวเซอร์กระแสเข้ากับสายไฟเพื่อทำการวัดกระแสไฟฟ้า



รูปที่ 3.7 การเชื่อมต่อทรานส์ดิวเซอร์แรงดันและกระแส

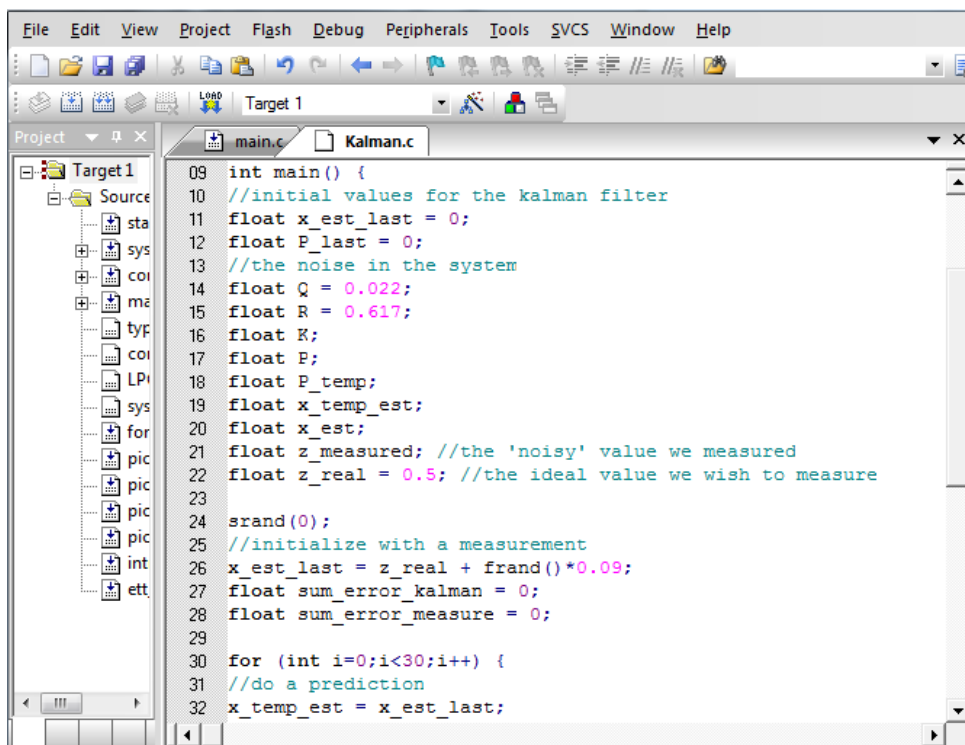
บอร์ดโปรเซสเซอร์ ARM NXP-1768 ใช้ในการประมวลผลทั้งในส่วนของตัวกรองคาลมานและปริมาณทางไฟฟ้าตามมาตรฐาน IEEE-1459-2010



รูปที่ 3.8 วงจรโปรเซสเซอร์ ARM ที่ใช้ในการประมวลผล

3.3 ขั้นตอนการออกแบบด้วยโปรแกรม Keil

Keil เป็นโปรแกรมอิดิตเตอร์ภาษาซีที่มีประสิทธิภาพตัวหนึ่งของโปรเซสเซอร์ ARM โดยมีลักษณะเป็น IDE คือมีความสามารถในการเขียนโปรแกรมและทำการคอมไพล์โปรแกรมที่ได้เขียนขึ้นแปลงให้เป็นภาษาเครื่อง (ไฟล์ .HEX) ซึ่งสามารถนำไปทำการโปรแกรมลงไปที่โปรเซสเซอร์ได้ทันที



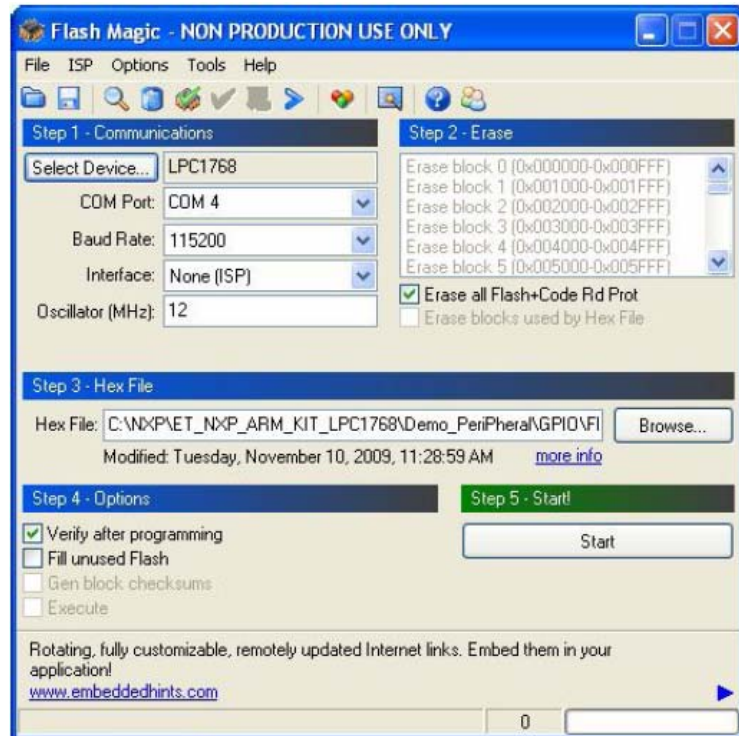
รูปที่ 3.8 การใช้งานโปรแกรม Keil

3.4 ขั้นตอนการโปรแกรมไฟล์ .Hex ให้กับโปรเซสเซอร์

การโปรแกรมไฟล์ .Hex ให้กับหน่วยความจำแฟลชของโปรเซสเซอร์นั้น จะใช้โปรแกรมชื่อ Flash Magic ซึ่งจะติดต่อกับโปรเซสเซอร์ผ่านพอร์ตอนุกรมของ คอมพิวเตอร์

ขั้นตอนการโปรแกรมไฟล์ .HEX ให้กับโปรเซสเซอร์

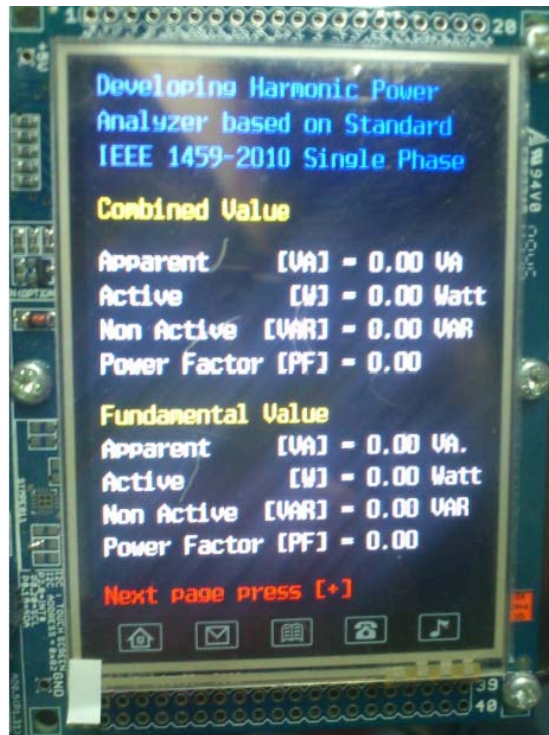
1. ต่อสายสัญญาณ RS232 ระหว่างพอร์ตอนุกรมของคอมพิวเตอร์และบอร์ด UART0
2. จ่ายไฟเลี้ยงวงจรให้กับบอร์ด ซึ่งจะสังเกตเห็น LED PWR ติดสว่างให้เห็น
3. สั่ง Run โปรแกรม Flash Magic จะได้ผลดังรูป
4. ทำการตั้งค่าโปรแกรมตามภาพ และโหลดไฟล์ .HEX ที่ต้องการโปรแกรมไปที่โปรเซสเซอร์
5. ให้ทำการคลิกที่ “Start” โปรแกรม Flash Magic จะเริ่มต้นทำการโปรแกรมข้อมูลให้กับโปรเซสเซอร์ทันที โดยสังเกตการทำงานที่ด้านมุมขวาล่างของโปรแกรมโดยในขั้นตอนนี้ให้รอจนกว่าการทำงานของโปรแกรมจะเสร็จสมบูรณ์
6. เมื่อทำงานของโปรแกรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้กดสวิตซ์ Reset ที่บอร์ดโปรเซสเซอร์จะเริ่มต้นทำงานตามโปรแกรมที่โปรแกรมให้ทันที



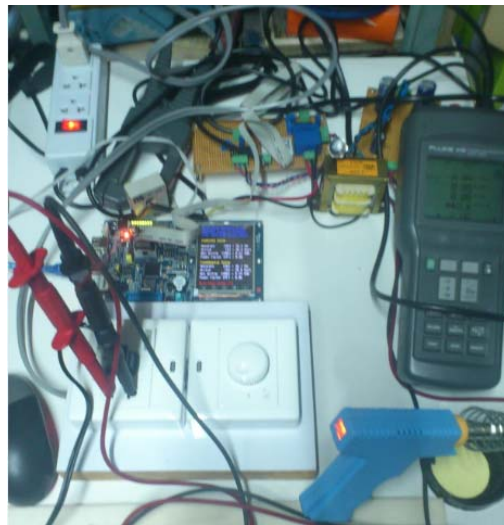
รูปที่ 3.9 โปรแกรม Flash Magic

3.5 ขั้นตอนการลอง

เมื่อทำการออกแบบทั้งหมดเสร็จสิ้นและทดสอบการทำงานได้ผลตามที่ต้องการ จึงเริ่มต้นทำการทดลองตามที่ได้ออกแบบไว้ตามรูปที่ 3.1 โดยการแสดงผลหน้าจอของโปรแกรมที่ได้ทำการเขียนโปรแกรมบนโปรเซสเซอร์มีดังรูปที่ 3.10 และการเชื่อมต่อเพื่อทำการวัดผลการทดลองมีดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.10 หน้าจอการแสดงผลการวัดของเครื่องวัดที่สร้างขึ้น



รูปที่ 3.11 แสดงการเชื่อมต่อเพื่อทำการวัดผลการทดลอง

ขั้นตอนการทดลองแบ่งได้เป็นสองส่วนหลักคือ การวัดผลการทดลองโดยไม่มีการปรับแรงดันไฟฟ้า และสองคือการวัดผลการทดลองโดยมีการปรับแรงดันไฟฟ้า โดยจุดประสงค์ของการปรับแรงดันไฟฟ้าคือ ทำให้แรงดันไฟฟ้าที่ส่งให้กับโหลดที่ทำการทดลองมีรูปแบบสัญญาณที่ไม่เป็นรูปคลื่นแบบไซน์

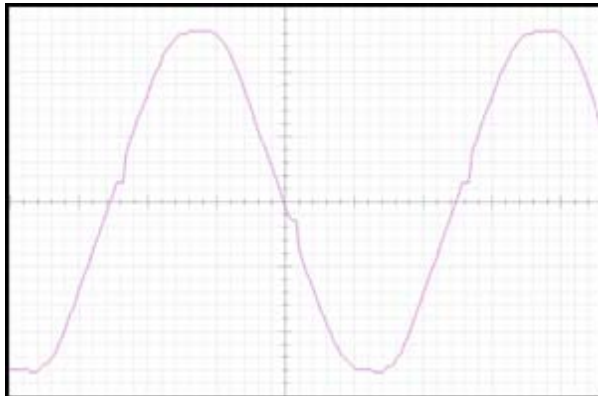
บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการทดลองโดยทำการวัดค่าของแรงดัน และกระแสไฟฟ้าที่โหลดชนิดต่างๆ คือ หลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ และหัวแร้งแบบปรับกำลังวัตต์ได้ขนาด 35 และ 70 วัตต์ ได้ผลการทดลองดังนี้

4.1 ตัวอย่างผลการทดลอง

การต่อวงจรเพื่อทำการทดลองในรูปที่ 3.11 ในหัวข้อนี้จะนำเสนอตัวอย่างผลการทดลองในรูปแบบของ กราฟแรงดันไฟฟ้า การตอบสนองของโพลดิในส่วนของเป็นแสดงสว่างและตัวอย่างของส่วนแสดงผลการวัดของเครื่องมือวัดเชิงพาณิชย์เปรียบเทียบกับส่วนแสดงผลวัดของเครื่องมือที่สร้างขึ้น จากนั้นในหัวข้อที่ 4.2 จะเป็นการนำเสนอผลที่ได้จากการทดลองทั้งหมดในรูปแบบตารางผลของการวัดต่อไป



รูปที่ 4.1 แรงดันไฟฟ้าขณะที่ไม่มีการปรับกำลังไฟฟ้า



รูปที่ 4.2 แรงดันไฟฟ้าขณะที่มีการปรับกำลังไฟฟ้า

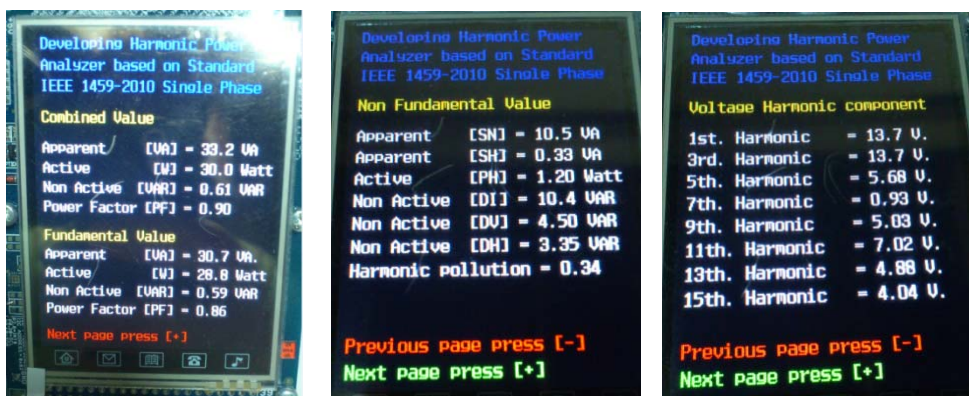


รูปที่ 4.3 แสดงแสงสว่างของหลอดไส้ที่ใช้เป็นโหลดในการทดลอง

เมื่อทำการเตรียมความพร้อมในการทดลองเรียบร้อยแล้วและทำการเริ่มการทดลอง จะทำการนำผลที่ได้จากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นมาเปรียบเทียบกับเครื่องมือวัดที่มีการใช้งานในเชิงพาณิชย์ โดยรูปที่ 4.4 เป็นตัวอย่างผลการวัดที่ได้จากเครื่องมือวัดทางพาณิชย์ และรูปที่ 4.5 เป็นตัวอย่างผลการวัดที่ได้จากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น



รูปที่ 4.4 ตัวอย่างผลการวัดที่ได้จากเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.5 ตัวอย่างผลการวัดที่ได้จากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

4.2 ผลการทดลองกรณีที่ไม่มีการปรับแรงดันไฟฟ้า

ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องมือวัดทางการค้า	ผลจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น	% ความผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 38$	$S = 38$	0	$S_1 = 36.9$	$S_n = 10.5$ $S_H = 0.52$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 35$	$P = 35$	0	$P_1 = 34.2$	$P_H = 0.8$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 0$	$N = 0$	0	$Q_1 = 0$	$D_I = 10.4$ $D_V = 1.11$ $D_H = 0.61$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.93$	$PF = 0.92$	1.07	$PF = 0.92$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 0.28$

ตารางที่ 2 เปรียบผลการวัดค่าของหลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

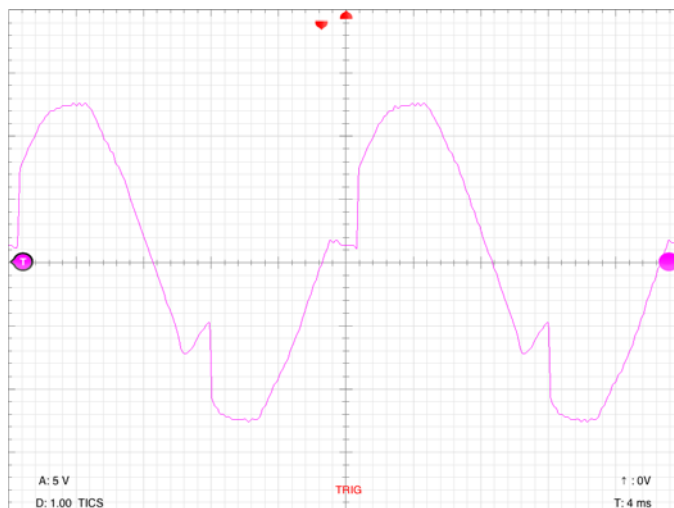
ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหัวแร้งขนาด 70 วัตต์ (ปรับให้เป็นค่ากำลังวัตต์สูงสุดของหัวแร้ง) เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องมือวัดทางการค้า	ผลจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น	% ความผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 58$	$S = 58$	0	$S_1 = 58.3$	$S_n = 11.9$ $S_H = 0.55$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 56$	$P = 56.3$	0.53	$P_1 = 55.7$	$P_H = 0.6$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 7$	$N = 6.80$	2.85	$Q_1 = 6.60$	$D_I = 11.2$ $D_V = 4.12$ $D_H = 0.23$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.97$	$PF = 0.97$	0	$PF = 0.95$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 0.20$

ตารางที่ 3 เปรียบผลการวัดค่าของหัวแร้งขนาด 70 วัตต์ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

4.3 ผลการทดลองกรณีที่มีการปรับแรงดันไฟฟ้า

ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหัวแรงขนาด 30 วัตต์ และมีการปรับแรงดันไฟฟ้าที่มุม 30 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.6 แรงดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 30 องศาของโหลดหัวแรง 30 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องมือวัดทางการค้า	ผลจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น	% ความผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 38$	$S = 37.6$	1.05	$S_1 = 36.5$	$S_n = 54.5$ $S_H = 37.6$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 33$	$P = 36.2$	9.69	$P_1 = 24.6$	$P_H = 11.6$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 0$	$N = 0$	0	$Q_1 = 6.60$	$D_I = 9.88$ $D_V = 39.9$ $D_H = 35.8$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.89$	$PF = 0.90$	1.12	$PF = 0.95$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 1.49$

ตารางที่ 4 เปรียบผลการวัดค่าของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

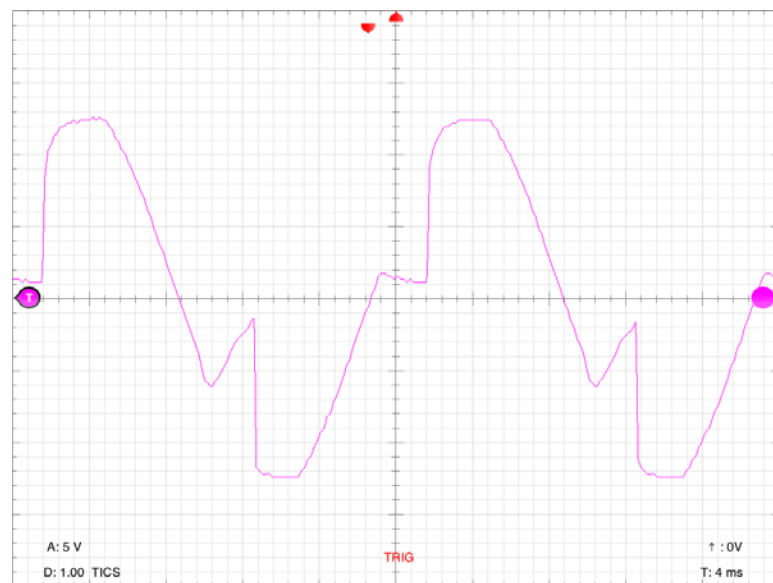
ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	14	8	14	13	5	14	1	11	5	7	7	3	5	0	4
เครื่องวัดที่สร้าง ขึ้น	13.7	N/A	13.7	N/A	5.68	N/A	0.93	N/A	5.03	N/A	7.02	N/A	4.88	N/A	4.04
% ความ ผิดพลาด	2.14	100	2.14	100	13.6	100	3	100	0.6	100	0.28	100	2.4	100	1

ตารางที่ 5 แรงดันฮาร์โมนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วย
เครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัดทางการ ค้า	0.15	0.08	0.01	0.03	0.02	0	0.01	0.01	0	0.01	0.01	0	0.01	0.01	0
เครื่องวัดที่สร้าง ขึ้น	0.16	N/A	0	N/A	0.02	N/A	0	N/A	0	N/A	0.01	N/A	0	N/A	0
% ความ ผิดพลาด	6.67	100	100	100	0	100	100	100	0	100	0	100	100	100	0

ตารางที่ 6 กระแสฮาร์โมนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วย
เครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

ต่อมาเป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหัวแรงขนาด 30 วัตต์ และมีการปรับ
แรงดันไฟฟ้าที่มุม 60 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.7 แรงดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 60 องศาของโหลดหัวแรง 30 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องวัด ทางการค้า	ผลจาก เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	% ความ ผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่ มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 35$	$S = 36.1$	3.14	$S_1 = 38.2$	$S_n = 75.7$ $S_H = 37.6$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 31$	$P = 44.6$	43.8	$P_1 = 36.0$	$P_H = 8.58$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 0$	$N = 0$	0	$Q_1 = 31.1$	$D_I = 41.8$ $D_V = 42.5$ $D_H = 36.5$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.88$	$PF = 0.90$	2.27	$PF = 0.94$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 1.98$

ตารางที่ 7 เทียบผลการวัดค่าของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วย
เครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

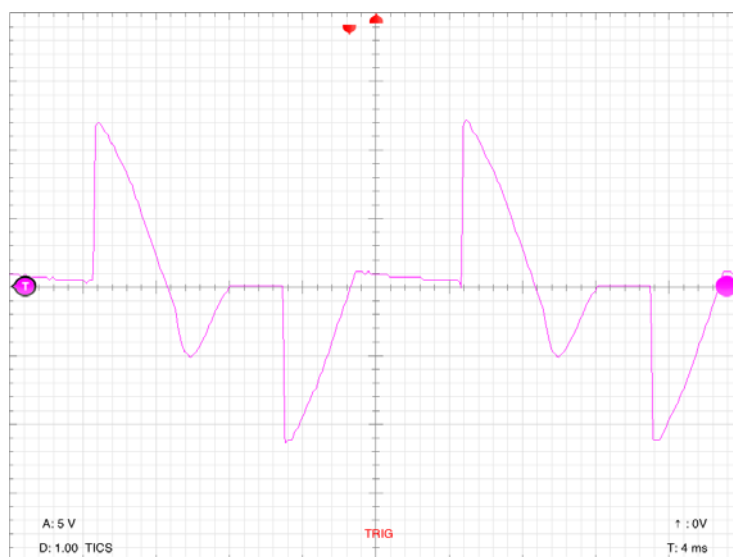
ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	197	10	22	16	10	17	5	14	3	9	3	6	3	3	5
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	196	N/A	22.2	N/A	9.56	N/A	5.02	N/A	2.86	N/A	2.87	N/A	2.86	N/A	5.02
% ความ ผิดพลาด	0.50	100	0.90	100	4.40	100	0.40	100	4.66	100	4.33	100	4.67	100	0.40

ตารางที่ 8 แรงดันฮาร์มอนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 60 องศา ด้วย
เครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	0.15	0.08	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0.01	0.01
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	0.15	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0	N/A	0	N/A	0
% ความ ผิดพลาด	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	100	100	100	100	100

ตารางที่ 9 กระแสฮาร์มอนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 60 องศา ด้วย
เครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

ต่อมาเป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหัวแรงขนาด 30 วัตต์ และมีการปรับแรงดันไฟฟ้าที่มุม 90 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.8 แรงดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 90 องศาของโหลดหัวแรง 30 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องมือวัดทางการค้า	ผลจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น	% ความผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 17$	$S = 16.8$	1.17	$S_1 = 6.97$	$S_n = 18.18$ $S_H = 0.07$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 13$	$P = 12$	7.69	$P_1 = 5$	$P_H = 7.00$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 0$	$N = 0$	0	$Q_1 = 6.96$	$D_i = 9.6$ $D_V = 12.2$ $D_H = 6.99$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.76$	$PF = 0.71$	6.57	$PF = 0.71$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 2.63$

ตารางที่ 10 เทียบผลการวัดค่าของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

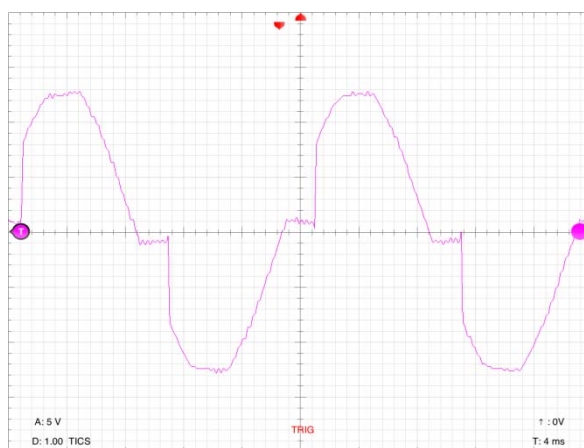
ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัดทางการค้า	86	20	73	5	19	12	19	6	12	9	10	6	7	8	6
เครื่องวัดที่สร้างขึ้น	87.1	N/A	72.6	N/A	19	N/A	18.7	N/A	11.7	N/A	10.3	N/A	6.84	N/A	6.22
% ความผิดพลาด	1.27	100	0.54	100	0	100	1.57	100	2.5	100	3	100	2.28	100	3.66

ตารางที่ 11 แร้งดันฮาร์โมนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัดทางการค้า	0.08	0.06	0.06	0.03	0.02	0	0.02	0.01	0.02	0.01	0.02	0	0.01	0.01	0.02
เครื่องวัดที่สร้างขึ้น	0.08	N/A	0.06	N/A	0.01	N/A	0.02	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0.0	N/A	0.0
% ความผิดพลาด	0	100	0	100	50	100	0	100	50	100	50	100	100	100	100

ตารางที่ 12 กระแสฮาร์โมนิกของหัวแรงขนาด 30 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโพลต์ที่เป็นหลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ และมีการปรับแรงดันไฟฟ้าที่มุม 30 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.9 แร้งดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 30 องศาของโพลต์หลอดฮาโลเจน 60 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องวัด ทางการค้า	ผลจาก เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	% ความ ผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช้ความถี่ มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 60$	$S = 59.3$	1.16	$S_1 = 58.8$	$S_n = 18.1$ $S_H = 7.68$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 58$	$P = 51.4$	2.34	$P_1 = 51.2$	$P_H = 0.21$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 8$	$N = 7.8$	2.5	$Q_1 = 29.6$	$D_I = 2.12$ $D_V = 5.88$ $D_H = 0$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.97$	$PF = 0.99$	2.06	$PF = 0.86$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 0.30$

ตารางที่ 13 เทียบผลการวัดค่าของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

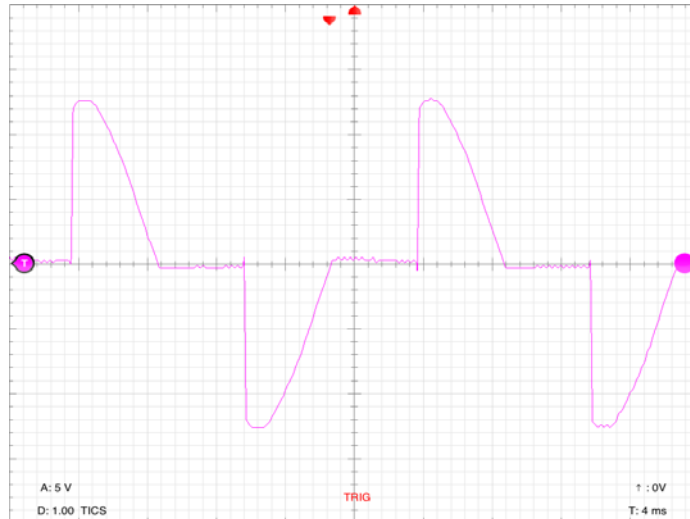
ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	209	0	21	0	20	0	15	0	8	0	7	0	5	0	5
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	210	N/A	20.6	N/A	20.2	N/A	14.6	N/A	8.02	N/A	7.12	N/A	5.03	N/A	5.01
% ความ ผิดพลาด	0.47	100	1.90	100	1	100	2.66	100	0.25	100	1.71	100	0.60	100	0.20

ตารางที่ 14 แรงดันฮาร์มอนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	0.28	0.01	0	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0.01	0.01
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	0.28	N/A	0	N/A	0.02	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0	N/A	0
% ความ ผิดพลาด	0	100	0	100	0	100	50	100	0	100	0	100	0	100	100

ตารางที่ 15 กระแสฮาร์มอนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 30 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นหลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ และมีการปรับแรงดันไฟฟ้าที่มุม 60 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.10 แรงดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 60 องศาของโหลดหลอดฮาโลเจน 60 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องมือวัดทางการค้า	ผลจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น	% ความผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 38$	$S = 39.2$	3.15	$S_1 = 53.6$	$S_n = 66.4$ $S_H = 27$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 36$	$P = 33.1$	8.05	$P_1 = 19.6$	$P_H = 13.5$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 6$	$N = 21$	250	$Q_1 = 7.45$	$D_I = 31.4$ $D_V = 33.7$ $D_H = 23.3$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.94$	$PF = 0.84$	10.6	$PF = 0.36$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 1.23$

ตารางที่ 16 เที่ยบผลการวัดค่าของหลอดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 60 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

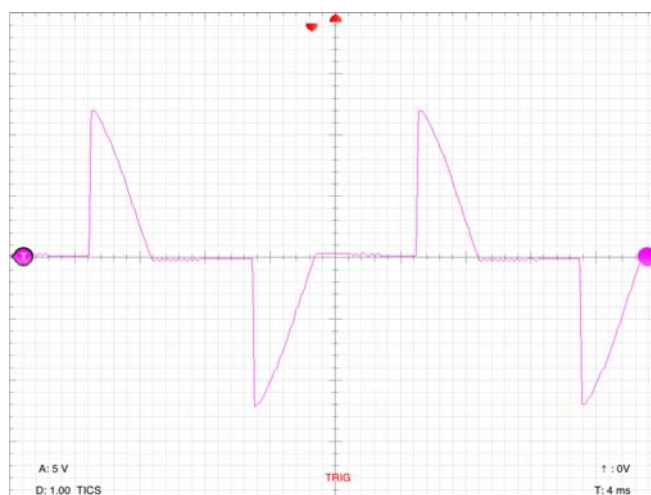
ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัดทางการค้า	133	0	71	0	23	0	22	0	13	0	12	0	9	0	9
เครื่องวัดที่สร้างขึ้น	135	N/A	69.7	N/A	22.8	N/A	22.7	N/A	13.2	N/A	11.8	N/A	9	N/A	8.80
% ความผิดพลาด	1.50	100	1.83	100	0.86	100	3.18	100	1.53	100	1.67	100	0	100	2.22

ตารางที่ 17 แรงดันฮาร์โมนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 60 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์โมนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัดทางการค้า	0.21	0.02	0.1	0.01	0.03	0	0.04	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01	0	0.02
เครื่องวัดที่สร้างขึ้น	0.20	N/A	0.08	N/A	0.02	N/A	0.04	N/A	0.02	N/A	0.02	N/A	0.01	N/A	0
% ความผิดพลาด	4.76	100	20	100	33.3	100	0	100	0	100	0	100	0	100	100

ตารางที่ 18 กระแสฮาร์โมนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 60 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

ในส่วนนี้เป็นตารางแสดงผลของการวัดค่าของโหลดที่เป็นโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ และมีการปรับแรงดันไฟฟ้าที่มุม 90 องศา เปรียบเทียบระหว่างเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นและเครื่องมือวัดทางพาณิชย์



รูปที่ 4.11 แรงดันไฟฟ้าที่ถูกตัดที่มุม 90 องศาของโหลดหลอดฮาโลเจน 60 วัตต์

ปริมาณทางไฟฟ้า	ผลจากเครื่องวัด ทางการค้า	ผลจาก เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	% ความ ผิดพลาด	ความถี่มูลฐาน	ส่วนที่ไม่ใช่ความถี่ มูลฐาน
กำลังไฟฟ้าปรากฏ [VA]	$S = 24$	$S = 24.4$	1.66	$S_1 = 39.2$	$S_n = 46.2$ $S_H = 13.2$
กำลังไฟฟ้าแอกทีฟ [W]	$P = 22$	$P = 22.3$	1.36	$P_1 = 9.1$	$P_H = 13.2$
กำลังไฟฟ้าเสมือน [VAR]	$N = 3$	$N = 9.90$	230	$Q_1 = 3.32$	$D_I = 17.4$ $D_V = 18.4$ $D_H = 0$
พาวเวอร์แฟคเตอร์	$PF = 0.93$	$PF = 0.91$	2.15	$PF = 0.23$	-
มลภาวะฮาร์มอนิก	-	-	-	-	$S_N / S_1 = 1.17$

ตารางที่ 19 เทียบผลการวัดค่าของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น

ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	86	1	62	1	30	1	17	0	16	1	12	1	11	1	9
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	87.8	N/A	6.23	N/A	29.5	N/A	17.2	N/A	15.7	N/A	11.9	N/A	10.9	N/A	8.72
% ความ ผิดพลาด	0.93	100	0.48	100	1.67	100	1.17	100	1.87	100	0.83	100	0.90	100	3.11

ตารางที่ 20 แรงดันฮาร์มอนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยโวลท์

ลำดับฮาร์มอนิก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เครื่องวัด ทางการค้า	0.15	0.02	0.1	0.01	0.03	0	0.03	0.01	0.03	0.01	0.01	0	0.02	0.1	0.02
เครื่องวัดที่ สร้างขึ้น	0.15	N/A	0.09	N/A	0.03	N/A	0.03	N/A	0.02	N/A	0.01	N/A	0.01	N/A	0
% ความ ผิดพลาด	0	100	10	100	0	100	0	100	33.3	100	0	100	50	100	100

ตารางที่ 21 กระแสฮาร์มอนิกของโหลดฮาโลเจนขนาด 60 วัตต์ เมื่อมีการปรับแรงดันที่มุม 90 องศา ด้วยเครื่องมือวัดทางพาณิชย์และเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น หน่วยแอมแปร์

4.4 สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองที่ได้แสดงให้เห็นว่าเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นสามารถแสดงผลการวัดซึ่งให้รายละเอียดเกี่ยวกับฮาร์มอนิกได้ละเอียดว่าเครื่องมือวัดที่ใช้ในเชิงพาณิชย์ เนื่องจากมาตรฐาน IEEE 1459-2010 ให้ความสำคัญกับการแสดงรายละเอียดแยกเป็นสองส่วนคือ ความถี่มูลฐานและความถี่ฮาร์มอนิก ดังนั้นกรณีที่น่าเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นไปใช้งานที่ต้องการทราบรายละเอียดของฮาร์มอนิก จะทำให้ทราบรายละเอียดของค่าการวัดที่ต้องการได้ดีกว่า

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

มาตรฐานการวัดปริมาณทางไฟฟ้า IEEE1459-2010 ได้มีการกำหนดให้เป็นนิยามมาตรฐานในการวัดปริมาณทางไฟฟ้า ภายใต้สถานะสัญญาณชานันต์ สัญญาณที่ไม่เป็นสัญญาณชานันต์ สัญญาณที่มีลักษณะสมดุล และไม่สมดุลในปัจจุบันระบบไฟฟ้ามีการใช้งานอุปกรณ์เพาเวอร์อิเล็กทรอนิกส์เพิ่มขึ้นทำให้เกิดสัญญาณรบกวนขึ้นในระบบไฟฟ้ามากขึ้น โดยมีเตอร์และอุปกรณ์มอร์นิเตอร์ที่มีการใช้งานทั่วไปจะมีความสามารถในการวัดและแสดงผลการวัดได้ในรูปแบบของผลรวมของความถี่มูลฐานและสัญญาณฮาร์โมนิกเท่านั้น

งานวิจัยนี้จึงนำเสนอการพัฒนาเครื่องวิเคราะห์กำลังฮาร์โมนิกโดยอ้างอิงการคำนวณปริมาณทางไฟฟ้ามาตรฐาน IEEE1459-2010 กระแสสลับแบบหนึ่งเฟสเท่านั้น โดยใช้ค่านิยามที่กำหนดไว้ในมาตรฐานที่สำคัญสองส่วนคือสัญญาณมูลฐานและสัญญาณฮาร์โมนิก โดยใช้อัลกอริธึมคาลมานในการแยกความถี่มูลฐานกับความถี่ฮาร์โมนิก มาทำการคำนวณและแสดงผลเพื่อให้ได้ผลการวัดที่มีความเที่ยงตรงและสมบูรณ์

จากผลการทดลองสามารถเห็นได้ว่าผลที่ได้จากเครื่องวัดที่สร้างขึ้นให้ผลการทดสอบการวัดปริมาณทางไฟฟ้าถูกต้องใกล้เคียงกับเครื่องวัดที่มีการใช้งานในโรงงานอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ ส่วนที่ทำให้เครื่องวัดที่สร้างขึ้นมีข้อดีกว่าเครื่องวัดที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลการทดสอบคือ เครื่องวัดที่สร้างขึ้นสามารถที่จะแสดงผลในส่วนของความถี่มูลฐานและสัญญาณฮาร์โมนิกแยกออกจากกันได้ตามที่กำหนดไว้ในมาตรฐาน IEEE1459-2010 เป็นการแสดงให้เห็นถึงคุณภาพของระบบไฟฟ้าที่มีการใช้งานอยู่ได้อย่างชัดเจนมากขึ้น

5.2 ปัญหาที่เกิดขึ้นในงานวิจัย

1. การวัดค่ากระแสไฟฟ้าจากเครื่องวัดที่สร้างขึ้นใช้อุปกรณ์เซนเซอร์แบบติดตั้งประจำที่ ทำให้การวัดค่ากระแสไฟฟ้าไม่ได้รับความสะดวกมากนัก
2. การวัดปริมาณทางไฟฟ้าที่ใช้ในการทดลองไม่ได้ทำการทดลองวัดค่าจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการสอบเทียบโดยตรง แต่ใช้วิธีการสอบเทียบจากอุปกรณ์เครื่องวัดที่ผ่านการสอบเทียบมาทำการเปรียบเทียบผลการทดลองอีกครั้งหนึ่ง ดังนั้นผลที่ได้จากการทดลองอาจจะมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่
3. ผลการวัดค่ากระแสไฟฟ้าเมื่อเทียบกับเครื่องมือวัดทางการค้ามีข้อผิดพลาดสูงเนื่องจากการปิดเศษในการคิดจุดทศนิยมที่จำกัดการแสดงผลอยู่ที่ 3 ดิจิต

5.3 แนวทางในการพัฒนา

1. เครื่องวัดที่สร้างขึ้นเน้นการวัดปริมาณแรงดันและกระแสไฟฟ้ากระแสสลับ 1 เฟสเท่านั้น กรณีที่ต้องการวัดปริมาณทางไฟฟ้า 3 เฟสสามารถนำความรู้ที่ได้นำไปประยุกต์ใช้ได้
2. เปลี่ยนเซนเซอร์ที่ใช้วัดปริมาณกระแสไฟฟ้าให้มีลักษณะคลิปแอมป์หรือแคลลมมิเตอร์ เพื่อความสะดวกในการวัดปริมาณกระแสไฟฟ้า
3. ปรับการแสดงผลให้มารถแสดงผลการวัดให้ละเอียดขึ้น เนื่องจากเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้น มีการแสดงผลเพียง 3 ดิจิต
4. เพิ่มรายละเอียดการแสดงผลให้มีรูปแบบมากขึ้น เช่น การแสดงค่า THD หรือนำค่าฮาร์มอนิกที่วัดได้มาแสดงผลเป็นกราฟ เพื่อให้สามารถเข้าใจผลของการวัดได้ดีมากขึ้น

บรรณานุกรม

- [1] Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2010 “IEEE Std 1459-2010: IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions”, Piscataway, USA.
- [2] C. N. Orfanos, F. V. Topalis, 2005 “Single-phase virtual power and energy analyzer in compliance with IEEE Std 1459–2000 for harmonic measurements on discharge lamps”, IEEE Russia Power Tech, pp. 1-6.
- [3] A. Cataliotti, V. Consentino, S. Nuccio, 2005 “A virtual instrument for the measurement of IEEE Std 1459-2000 power quantities”, Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 2, pp. 1513-1518.
- [4] A. C. Moreira, S. M. Deckmann, F. P. Lima, E. G. D., M. A. Bini, 2005 “Virtual Instrumentation Applied to the Implementation of IEEE 1459-2000 Power Definitions”, 36th Annual Power Electronics Specialists Conference, 2005, Recife. Records. Recife: IEEE, 2005. pp. 1712- 1718.
- [5] C. Gherasim, J. V. Keybus, J. Driesen, R. Belmans, 2004 “DSP Implementation of Power Measurements According to the IEEE Trial-Use Standard 1459”, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 53, no. 4, pp. 1086-1092.
- [6] Newton C. Will; Lucas Santolin; Rafael Cardoso, 2011 “CROSSPLATFORM VIRTUAL POWER ANALYZER BASED ON IEEE STANDARD 1459-2010”, Power Electronics Conference (COBEP), pp. 312 – 319.
- [7] M.A. Mostafa, 2003 “Kalman filtering algorithm for electric power quality analysis: harmonics and voltage sags problems”, Power Engineering, 2003 Large Engineering Systems Conference, pp. 110-119.
- [8] พรชัย ภววงษ์ศักดิ์, 2542, “การประมวลผลสัญญาณดิจิทัลเบื้องต้น” , กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร.
- [9] กฤษณา แสงเพชรส่อง, 2555, "แนะนำ Kalman Filter Algorithm" เซมiconดักเตอร์อิเล็กทรอนิกส์ ฉบับที่ 371 : 126-137.

ภาคผนวก

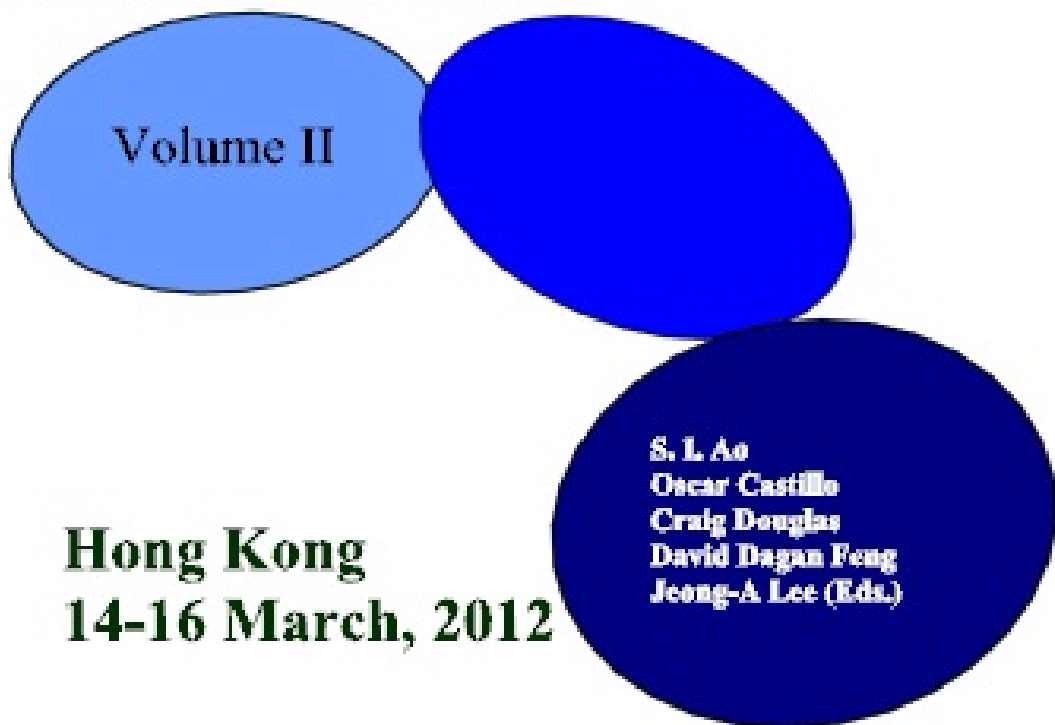
ภาคผนวก ก

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

Lecture Notes in Engineering and Computer Science

IMECS 2012

International MultiConference of
**Engineers and Computer
Scientists 2012**



**Hong Kong
14-16 March, 2012**

IA ENG

International Association of Engineers

ISBN: 978-988-19251-9-0
ISSN: 2078-0958

Developing Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard

P. Wattanayingcharoen, A. Detchrat, S. Chitwong

Abstract—This paper describes the developing harmonic power analyzer based on IEEE 1459-2010. This instrument use the power definitions present in IEEE standard, the instrument use ARM Cortex-M3 high performance 32bits microcontroller to calculate electric power from isolated current and voltage transducers, and compare the experimental results with commercial instrument.

Index Terms—Harmonic analyzer, IEEE 1459-2010, power measurement

I. INTRODUCTION

In present, power system and power quality have been concerned about harmonic pollution generated by modern electronic devices such as adjustable speed drivers, controlled rectifier and clusters of personal computer[1]. The voltage and current distortion of waveform can cause malfunctions or damage on load.

The quality in power system is the most important for all equipment. Therefore, power quality monitoring system and/or harmonics analysis and identification are among the important factors to improve quality of power system. Presently, however, the definitions for active, reactive, and apparent power currently used are based on the knowledge that ignores harmonics component, as long as the current and voltage waveforms are nearly sinusoidal. At present, IEEE standard 1459 is the only available standard that gives some guidelines for designing instrument for measuring power and energy, suggesting quantities that should be measured for revenue purpose, engineering, economic decisions and major harmonic polluters individuation.

Nowadays, harmonic analyzers are manufactured based on the principle of Fast Fourier Transform (FFT) technique, which is capable to extract both magnitude and frequency of electrical signals. This technique is used in high performance instrument thus cost of the instrument is very high.

This paper proposes the Developing single phase Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard. Instead of using FFT technique which are used in high performance instruments, we will using Kalman

technique which will present more accurated and detailed results. The comparasion of both techniques are shown later in this document

II. THEORETICAL OVERVIEW

A. IEEE standard 1459-2010

As present in first section, tradition instruments used knowledge in 1940s. The waveform is prone to significant errors when the current and voltage are distorted. User must be careful when using this instrument since the accuracy and information obtained from instrument does not include harmonic component, until in January 2000 IEEE announce first Trial used standard IEEE 1459-2000 define the power measurement under sinusoidal, nonsinusoidal, balance and unbalance conditions. 10 years after publication, in March 2010, the review was introduced and published in standard IEEE 1459-2010, with some important changes and corrections.

The standard defines the power measurement when the voltage and current are not sinusoidal, when the load is unbalanced or voltage is asymmetric and when the energy dissipated. The key concept of standard for power resolution is the separation fundamental component of voltage and current from all of harmonics component. This improves the quality of measurement of instrument and traditional power monitor system. The standard definitions for single phase and three phase system are present in Table I and II.

TABLE I
IEEE 1459-2010 QUANTITIES WITH NONSINUSOIDAL SINGLE PHASE SYSTEM

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	S	S_1	S_n, S_H
Active [W]	P	P_1	P_n
Nonactive [VAR]	N	Q_1	D_v, D_v, D_n
Line utilization	$PF = P / S$	$PF_1 = P_1 / S_1$	-
Harmonic pollution	-	-	S_n / S_1

TABLE II
IEEE 1459-2010 QUANTITIES WITH NONSINUSOIDAL THREE PHASE SYSTEM

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	S_v	S_{v1}, S_{v1}^*	S_{vn}, S_{nH}
Active [W]	P	P_1^*	P_n
Nonactive [VAR]	N	Q_1^*	D_{v1}, D_{v1}, D_{nH}
Line utilization	$PF = P / S_v$	$PF_1^* = P_1^* / S_{v1}^*$	-
Harmonic pollution	-	-	S_{vn} / S_{v1}
Load unbalance	-	S_{v1} / S_{v1}^*	-

Manuscript received Jan 07, 2012;

P.Wattanayingcharoen is Master degree student in Instrumentation Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang E-mail address : pwatta@gmail.com

A. Detchrat is Master degree student in Instrumentation Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang E-mail address : aeketrangna@gmail.com

S. Chitwong is Asst. Prof. in Engineering Faculty of Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang E-mail address : kcsakrey@kmitl.ac.th

In this paper, we focus on single phase non sinusoidal system. And basic power component definitions for single phase system, the representation can be used.

$$v = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h) \quad (1)$$

$$i = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1) + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} I_h \sin(h\omega t - \beta_h) \quad (2)$$

Where h is the harmonics order and 1 is fundamental component. Through this the RMS values of voltage and current are.

$$V_{RMS} = \sqrt{V_1^2 + \sum_{h=1}^{\infty} V_h^2} = \sqrt{V_1^2 + V_h^2} \quad (3)$$

$$I_{RMS} = \sqrt{I_1^2 + \sum_{h=1}^{\infty} I_h^2} = \sqrt{I_1^2 + I_h^2} \quad (4)$$

The active power is defined as

$$P = P_1 + P_H \quad (5)$$

The fundamental active power P_1 is defined as

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \theta_1 \quad (6)$$

And P_H is the harmonics active power

$$P_H = \sum_{h=1}^{\infty} V_H I_H \cos \theta_h \quad (7)$$

The fundamental reactive power is defined as

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \theta_1 \quad (8)$$

The apparent power is defined as

$$S = V_{RMS} I_{RMS} \quad (9)$$

The fundamental apparent power is defined as

$$S_1 = V_1 I_1 \quad (10)$$

From the energy flow point of view, the fundamental apparent, active and reactive power components are the highest interest point. The nonfundamental power determined by the distortion of voltages and currents which is defined as

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2} \quad (11)$$

The nonactive power N can now be defined as

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (12)$$

The current distortion power D_I , voltage distortion power D_V , and the harmonic apparent power S_H are defined as

$$D_I = V_1 I_H, \quad D_V = V_H I_1, \quad S_H = V_H I_H \quad (13)$$

Displacement power factor is defined as

$$PF_1 = P_1 / S_1 \quad (14)$$

And power factor is defined as

$$PF = P / S \quad (15)$$

The harmonic pollution HP is defined as the ratio of the nonfundamental apparent power S_N to the fundamental apparent power

$$HP = S_N / S_1 \quad (16)$$

The last value, Total Harmonic Distortion (THD) based on fundamental and harmonic RMS value, the voltage total harmonic distortion (THD_V) and current total harmonic distortion (THD_I) are defined as

$$THD_V = V_H / V_1, \quad THD_I = I_H / I_1 \quad (17)$$

IEEE Standard 1459-2010 computations were implemented by software using a discrete form, and using the Kalman filter to obtain the harmonic components of the signal.

The Kalman filter can be implemented by [6] are define as follow

$$\hat{x}_{k+1|k} = \Phi_k \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - F_k \hat{x}_{k|k-1}) \quad (18)$$

where $\hat{x}_{k+1|k}$ denotes the estimate of the state vector x_{k+1} , evaluated at the time t_k . The Kalman gain K_k is

$$K_k = \Phi_k P_{k|k-1} F_k^T (F_k P_{k|k-1} F_k^T + R_k)^{-1} \quad (19)$$

where

$$P_{k+1|k} = \Phi_k P_{k|k-1} \Phi_k^T - K_k F_k P_{k|k-1} \Phi_k^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T \quad (20)$$

represents the covariance of the estimation error.

Other variables in the filtering equations are related to a dynamic system that represents the signals to be filtered, that is,

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + v_k \quad (21)$$

$$y_k = F_k x_k + v_k \quad (22)$$

$$\dim x_k = n \times 1, \dim y_k = r \times 1, \dim v_k = p \times 1 \quad (23)$$

where v_k and v_k are uncorrelated Gaussian white-noise sequences with means and covariances as follow

$$E\{\gamma_i\} = 0, E\{\gamma_i \gamma_i^T\} = Q_i \delta_{ij} \quad (24)$$

$$E\{v_i\} = 0, E\{v_i v_j^T\} = R_i \delta_{ij} \quad (25)$$

$$E\{\gamma_i v_j^T\} = 0, E\{\gamma_i x_j^T\} = 0, E\{v_i x_j^T\} = 0 \forall i, j \quad (26)$$

where $E\{\cdot\}$ denotes the expectation operator and δ_{ij} denotes the Kronecker delta function.

The model that describes a signal S_k with n harmonic is described in what follows. Consider a signal S_k with n harmonic components, i.e.,

$$S_k = \sum_{i=1}^n A_i \sin(i\omega_k t_k + \theta_i) \quad (27)$$

where A_i , $i\omega_k$ and θ_i are the amplitude, angular frequency and phase of each harmonic component i at the time instant t_k . This signal can be modeled in state-space as follows:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} M_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & M_n \end{pmatrix}_k \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{2n-1} \\ \gamma_{2n} \end{bmatrix}_k \quad (28)$$

$$y_k = [1 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_k + v_k \quad (29)$$

where

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_k T_s) & \sin(i\omega_k T_s) \\ -\sin(i\omega_k T_s) & \cos(i\omega_k T_s) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$x_{(2i-1)_k} = A_i \sin(i\omega_k t_k + \theta_i) \quad (31)$$

and

$$x_{2i_k} = A_i \cos(i\omega_k t_k + \theta_i) \quad (32)$$

T_s is a constant sampling frequency.

Components of positive sequence are obtained by

$$v_{a_i}^* = \frac{1}{3}v_{a_i}^f - \frac{1}{6}(v_{b_i}^f + v_{c_i}^f) + \frac{\sqrt{3}}{6}S_{90}(v_{b_i}^f - v_{c_i}^f) \quad (33)$$

$$v_{b_i}^* = v_{a_i}^* - v_{c_i}^* \quad (34)$$

$$v_{c_i}^* = \frac{1}{3}v_{c_i}^f - \frac{1}{6}(v_{a_i}^f + v_{b_i}^f) + \frac{\sqrt{3}}{6}S_{90}(v_{a_i}^f - v_{b_i}^f) \quad (35)$$

where $S_{90} = e^{j90^\circ}$ defines the 90° phase-shift operator. These 90° shifted values are obtained by the Kalman filter, without the use of additional filters to shift the fundamental signal.

III. INSTRUMENT DESIGN

Conceptually, a microcontroller (uC) is like a personal computer (PC) that most of us use every day. However, a uC is different from a PC in the sense that in uC everything is built in a single chip, while a PC may consist of many components. uCs are generally used to control stand-alone automatic systems such as digital cameras, and smart phones.

ARM Cortex-M3 is based on ARMv7-M architecture which is not the same as ARM7. ARM7 uCs are based on ARMv4 architecture. Basically, ARM Cortex-M3 has been designed to improve and overcome several limitations of ARM7. Thus the core processor in this work is used ARM Cortex-M3 high performance 32-bit microprocessor, the main reasons for choosing this processor described below.

- ARM Cortex-M3 offers the best compromise. It is comparable to 16-bit uCs in terms of price and feature in a single chip, and it offers superior performance to 8/16-bit systems.
- Low power consumption.
- High speed and high performance processor for implementation of algorithm.
- Support high level language such as C, thus software development can be implemented faster than low level language and can implement complex algorithms.

The input of A/D are the isolated voltage and current transducers (LV-25P and MI5) since using input voltage and current are better than using step-down transformers. Moreover, we also measure the input by using high sampling rate which is generated from the microcontroller since it will give us the accuracy of the instrument is more acceptable.

Software modules in ARM Cortex-M3 include Signal component extractor, Prediction estimation and IEEE 1459-2010 modules implemented by C language. Kalman Filter is used in Signal component extraction and prediction, estimation modules. Signal component extraction is used for extracting fundamental and harmonic components that prepare for calculating power component. Prediction and estimation module is used for predicting and estimating input power component to ensure that input is more accurate than before calculating the power component in IEEE 1459-2010 in last block diagram in ARM Cortex-M3 chip.

In Fig. 1 the diagram shows software and hardware diagram that is implemented in the developed instrument.

IV. EXPERIMENT RESULTS

Testing environment for the developed instrument is shown in Fig. 2. The testing equipment includes commercial instrument and developed instrument to measure power component obtained from load, diode D1 is used for clipping input signal to unbalanced condition.

Voltage, current and all of power definition in standard have been implemented in the instrument and compared with commercial instrument in unbalanced condition that obtained from testing environment are shown in TABLE III - V. Fig. 3, Shows a photograph of the developed instrument.

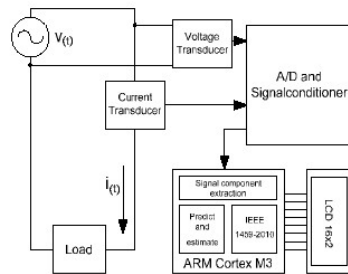


Fig. 1. Shown block diagram of developed instrument.

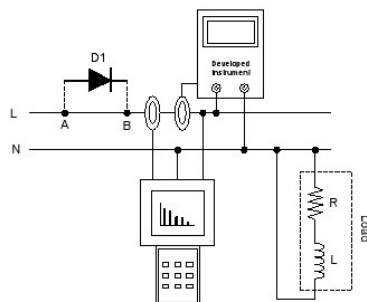


Fig. 2. Shown the experimental circuit diagram.

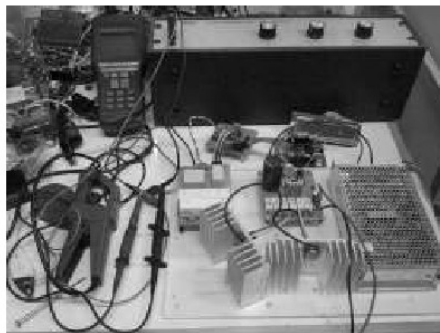


Fig. 3. Shown a photograph of the developed instrument and used in this paper.

TABLE III
HARMONICS COMPONENT FROM EXPERIMENT RESULT COMPARE WITH TRADITIONAL INSTRUMENT

Harmonic	Current (Ampere)		
	Instrument	Fluke 41B	%error
1	0.58	0.56	3.57
3	0.52	0.52	0
5	0.44	0.44	0
7	0.34	0.34	0
9	0.23	0.23	0
11	0.13	0.13	0
13	0.50	0.51	1.96

TABLE IV
EXPERIMENT RESULT IN NONSINUSOIDAL CONDITION FROM DEVELOPED INSTRUMENT

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	$S=295.32$	$S_f=187.64$	$S_{nf}=228.06$ $S_{nf}/S=1.79$
Active [W]	$P=173.21$	$P_f=173.17$	$P_{nf}=0.12$
Nonactive [VAR]	$N=239.36$	$Q_f=72.30$	$D_f=226.41$ $D_{nf}=1.44$ $D_{nf}/D_f=1.92$
Line utilization	$PF=0.58$	$PF_f=0.92$	-
Harmonic pollution	-	-	$S_{nf}/S=1.21$

TABLE V
EXPERIMENT RESULT IN NONSINUSOIDAL CONDITION FROM COMMERCIAL INSTRUMENT

Quantity	Combined	Fundamental	Nonfundamental
Apparent [VA]	$S=294.11$	-	-
Active [W]	$P=172.92$	-	-
Nonactive [VAR]	$N=243.67$	-	-
Line utilization	$PF=0.58$	-	-
Harmonic pollution	-	-	-

V. CONCLUSION

In this paper it has been shown the Developing Harmonic Power Analyzer based on IEEE 1459-2010 Standard for single phase power system from experimental results in section IV. Notices IEEE standard provides more details than traditional instrument in term of harmonics component.

REFERENCES

- [1] Institute of Electrical and Electronics Engineers, *IEEE Std 1459-2010: IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions*, Piscataway, USA, March 2010.
- [2] C. N. Orfanos, F. V. Topalis, "Single-phase virtual power and energy analyzer in compliance with IEEE Std 1459-2000 for harmonic measurements on discharge lamps", *IEEE Russia Power Tech*, pp. 1-6, 2005.
- [3] A. Catelotti, V. Consentino, S. Nuccio, "A virtual instrument for the measurement of IEEE Std 1459-2000 power quantities", *Instrumentation and Measurement Technology Conference*, vol. 2, pp. 1513-1518, 2005.
- [4] A. C. Moreira, S. M. Deckmann, F. P. Lima, E. G. D., M. A. Bini, "Virtual Instrumentation Applied to the Implementation of IEEE 1459-2000 Power Definitions", *36th Annual Power Electronics Specialists Conference*, 2005, Recife. Records. Recife: IEEE, 2005. pp. 1712-1718.
- [5] C. Gherasim, J. V. Keybus, J. Driesen, R. Belmans, "DSP Implementation of Power Measurements According to the IEEE Trial-Use Standard 1459", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 53, no. 4, pp. 1086-1092, August 2004.
- [6] Newton C. Will; Lucas Santolin; Rafael Cardoso, "CROSS-PLATFORM VIRTUAL POWER ANALYZER BASED ON IEEE STANDARD 1459-2010", *Power Electronics Conference (COBEP)*, Page(s): 312 - 319, 2011

ภาคผนวก ข
มาตรฐาน IEEE 1459 - 2010



IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

IEEE Power & Energy Society

Sponsored by the
Power System Instrumentation and Measurements Committee

1459TM

IEEE
3 Park Avenue
New York, NY 10016-5997, USA

19 March 2010

IEEE Std 1459TM-2010
(Revision of
IEEE Std 1459-2000)

IEEE Std 1459™-2010
(Revision of
IEEE Std 1459-2000)

IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

Sponsor

Power System Instrumentation and Measurements Committee

of the

IEEE Power & Energy Society

Approved 2 February 2010

IEEE-SA Standards Board

Figure 1 © 1983 IEEE. Reprinted, with permission, from the IEEE and R. H. Stevens.

Abstract: Definitions used for measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions are provided in this standard. Mathematical expressions that were used in the past, as well as new expressions, are listed, as well as explanations of the features of the new definitions.

Keywords: active power, apparent power, nonactive power, power factor, reactive power, total harmonic distortion

The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.
3 Park Avenue, New York, NY 10016-5997, USA

Copyright © 2010 by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.
All rights reserved. Published 19 March 2010. Printed in the United States of America.

IEEE is a registered trademark in the U.S. Patent & Trademark Office, owned by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Incorporated.

PDF: ISBN 978-0-7381-6058-0 STD95967
Print: ISBN 978-0-7381-6059-7 STDP95967

*IEEE prohibits discrimination, harassment and bullying. For more information, visit <http://www.ieee.org/web/aboutus/whatis/policies/p9-26.htm>.
No part of this publication may be reproduced in any form, in an electronic retrieval system or otherwise, without the prior written permission of the publisher.*

IEEE Standards documents are developed within the IEEE Societies and the Standards Coordinating Committees of the IEEE Standards Association (IEEE-SA) Standards Board. The IEEE develops its standards through a consensus development process, approved by the American National Standards Institute, which brings together volunteers representing varied viewpoints and interests to achieve the final product. Volunteers are not necessarily members of the Institute and serve without compensation. While the IEEE administers the process and establishes rules to promote fairness in the consensus development process, the IEEE does not independently evaluate, test, or verify the accuracy of any of the information or the soundness of any judgments contained in its standards.

Use of an IEEE Standard is wholly voluntary. The IEEE disclaims liability for any personal injury, property or other damage, of any nature whatsoever, whether special, indirect, consequential, or compensatory, directly or indirectly resulting from the publication, use of, or reliance upon this, or any other IEEE Standard document.

The IEEE does not warrant or represent the accuracy or content of the material contained herein, and expressly disclaims any express or implied warranty, including any implied warranty of merchantability or fitness for a specific purpose, or that the use of the material contained herein is free from patent infringement. IEEE Standards documents are supplied "AS IS."

The existence of an IEEE Standard does not imply that there are no other ways to produce, test, measure, purchase, market, or provide other goods and services related to the scope of the IEEE Standard. Furthermore, the viewpoint expressed at the time a standard is approved and issued is subject to change brought about through developments in the state of the art and comments received from users of the standard. Every IEEE Standard is subjected to review at least every five years for revision or reaffirmation, or every ten years for stabilization. When a document is more than five years old and has not been reaffirmed, or more than ten years old and has not been stabilized, it is reasonable to conclude that its contents, although still of some value, do not wholly reflect the present state of the art. Users are cautioned to check to determine that they have the latest edition of any IEEE Standard.

In publishing and making this document available, the IEEE is not suggesting or rendering professional or other services for, or on behalf of, any person or entity. Nor is the IEEE undertaking to perform any duty owed by any other person or entity to another. Any person utilizing this, and any other IEEE Standards document, should rely upon his or her independent judgment in the exercise of reasonable care in any given circumstances or, as appropriate, seek the advice of a competent professional in determining the appropriateness of a given IEEE standard.

Interpretations: Occasionally questions may arise regarding the meaning of portions of standards as they relate to specific applications. When the need for interpretations is brought to the attention of IEEE, the Institute will initiate action to prepare appropriate responses. Since IEEE Standards represent a consensus of concerned interests, it is important to ensure that any interpretation has also received the concurrence of a balance of interests. For this reason, IEEE and the members of its societies and Standards Coordinating Committees are not able to provide an instant response to interpretation requests except in those cases where the matter has previously received formal consideration. A statement, written or oral, that is not processed in accordance with the IEEE-SA Standards Board Operations Manual shall not be considered the official position of IEEE or any of its committees and shall not be considered to be, nor be relied upon as, a formal interpretation of the IEEE. At lectures, symposia, seminars, or educational courses, an individual presenting information on IEEE standards shall make it clear that his or her views should be considered the personal views of that individual rather than the formal position, explanation, or interpretation of the IEEE.

Comments for revision of IEEE Standards are welcome from any interested party, regardless of membership affiliation with IEEE. Suggestions for changes in documents should be in the form of a proposed change of text, together with appropriate supporting comments. Recommendations to change the status of a stabilized standard should include a rationale as to why a revision or withdrawal is required. Comments and recommendations on standards, and requests for interpretations should be addressed to:

Secretary, IEEE-SA Standards Board
445 Hoes Lane
Piscataway, NJ 08854
USA

Authorization to photocopy portions of any individual standard for internal or personal use is granted by The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., provided that the appropriate fee is paid to Copyright Clearance Center. To arrange for payment of licensing fee, please contact Copyright Clearance Center, Customer Service, 222 Rosewood Drive, Danvers, MA 01923 USA; +1 978 750 8400. Permission to photocopy portions of any individual standard for educational classroom use can also be obtained through the Copyright Clearance Center.

Introduction

This introduction is not part of IEEE Std 1459-2010, IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions.

The definitions for active, reactive, and apparent powers that are currently used are based on the knowledge developed and agreed on during the 1940s. Such definitions served the industry well, as long as the current and voltage waveforms remained nearly sinusoidal.

Important changes have occurred in the last 50 years. The new environment is conditioned by the following facts:

- a) Power electronics equipment, such as Adjustable Speed Drives, Controlled Rectifiers, Cycloconverters, Electronically Ballasted Lamps, Arc and Induction Furnaces, and clusters of Personal Computers, represent major nonlinear and parametric loads proliferating among industrial and commercial customers. Such loads have the potential to create a host of disturbances for the utility and the end-user's equipment. The main problems stem from the flow of nonactive energy caused by harmonic currents and voltages.
- b) New definitions of powers have been discussed in the last 30 years in the engineering literature (Filipski and Labaj [B9]^{*}). The mechanism of electric energy flow for nonsinusoidal and/or unbalanced conditions is well understood today.
- c) The traditional instrumentation designed for the sinusoidal 60/50 Hz waveform is prone to significant errors when the current and the voltage waveforms are distorted (Filipski and Labaj [B9]).
- d) Microprocessors and minicomputers enable today's manufacturers of electrical instruments to construct new, accurate, and versatile metering equipment that is capable of measuring electrical quantities defined by means of advanced mathematical models.
- e) There is a need to quantify correctly the distortions caused by the nonlinear and parametric loads, and to apply a fair distribution of the financial burden required to maintain the quality of electric service.

This standard lists new definitions of powers needed for the following particular situations:

- When the voltage and current waveforms are nonsinusoidal
- When the load is unbalanced or the supplying voltages are asymmetrical
- When the energy dissipated in the neutral path due to zero-sequence current components has economical significance

The new definitions were developed to give guidance with respect to the quantities that should be measured or monitored for revenue purposes, engineering economic decisions, and determination of major harmonic polluters. The following important electrical quantities are recognized by this standard:

- The power frequency (60/50 Hz or fundamental) of apparent, active, and reactive powers. These three basic quantities are the quintessence of the power flow in electric networks. They define what is generated, transmitted, distributed, and sold by the electric utilities and bought by the end users. This is the electric energy transmitted by the 60/50 Hz electromagnetic field. In poly-phase systems, the power frequency positive-sequence powers are the important dominant quantities. The power frequency positive-sequence power factor is a key value that helps determine and adjust the flow of power frequency positive-sequence reactive power. The

^{*}The numbers in brackets correspond to those of the bibliography in Annex C.

fundamental positive-sequence reactive power is of utmost importance in power systems; it governs the fundamental voltage magnitude and its distribution along the feeders and affects electromechanical stability as well as the energy loss.

- The effective apparent power in three-phase systems is $S_e = 3V_e I_e$, where V_e and I_e are the equivalent voltage and current. In sinusoidal and balanced situations, S_e is equal to the conventional apparent power $S = 3V_{ln} I = \sqrt{3}V_{ll} I$, where V_{ln} and V_{ll} are the line-to-neutral and the line-to-line voltage, respectively. For sinusoidal unbalanced or for nonsinusoidal balanced or unbalanced situations, S_e allows rational and correct computation of the power factor. This quantity was proposed in 1922 by the German engineer Buchholz [B1] and in 1933 was explained by the American engineer Goodhue [B11].
- The non-60 Hz or nonfundamental apparent power is S_N (for brevity, 50 Hz power is not always mentioned). This power quantifies the overall amount of harmonic pollution delivered or absorbed by a load. It also quantifies the required capacity of dynamic compensators or active filters when used for nonfundamental compensation alone.
- Current distortion power D_I identifies the segment of nonfundamental nonactive power due to current distortion. This is usually the dominant component of S_N .
- Voltage distortion power D_V separates the nonfundamental nonactive power component due to voltage distortion.
- Apparent harmonic power S_H indicates the level of apparent power due to harmonic voltages and currents alone. This is the smallest component of S_N and includes the harmonic active power P_H .

To avoid confusion, it was decided not to add new units. The use of the watts (W) for instantaneous and active powers, volt-amperes (VA) for apparent powers, and (var) for all the nonactive powers maintains the distinct separation among these three major types of powers.

There is not yet available a generalized power theory that can provide a simultaneous common base for

- Energy billing
- Evaluation of electric energy quality
- Detection of the major sources of waveform distortion
- Theoretical calculations for the design of mitigation equipment such as active filters or dynamic compensators

This standard is meant to provide definitions extended from the well-established concepts. It is meant to serve the user who wants to measure and design instrumentation for energy and power quantification. It is not meant to help in the design of real-time control of dynamic compensators or for diagnosis instrumentation used to pinpoint to a specific type of annoying event or harmonic.

These definitions are meant to serve as a guideline and as a useful benchmark for future developments.

Notice to users

Laws and regulations

Users of these documents should consult all applicable laws and regulations. Compliance with the provisions of this standard does not imply compliance to any applicable regulatory requirements. Implementers of the standard are responsible for observing or referring to the applicable regulatory

requirements. IEEE does not, by the publication of its standards, intend to urge action that is not in compliance with applicable laws, and these documents may not be construed as doing so.

Copyrights

This document is copyrighted by the IEEE. It is made available for a wide variety of both public and private uses. These include both use, by reference, in laws and regulations, and use in private self-regulation, standardization, and the promotion of engineering practices and methods. By making this document available for use and adoption by public authorities and private users, the IEEE does not waive any rights in copyright to this document.

Updating of IEEE documents

Users of IEEE standards should be aware that these documents may be superseded at any time by the issuance of new editions or may be amended from time to time through the issuance of amendments, corrigenda, or errata. An official IEEE document at any point in time consists of the current edition of the document together with any amendments, corrigenda, or errata then in effect. In order to determine whether a given document is the current edition and whether it has been amended through the issuance of amendments, corrigenda, or errata, visit the IEEE Standards Association web site at <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/standards.jsp>, or contact the IEEE at the address listed previously.

For more information about the IEEE Standards Association or the IEEE standards development process, visit the IEEE-SA web site at <http://standards.ieee.org>.

Errata

Errata, if any, for this and all other standards can be accessed at the following URL: <http://standards.ieee.org/reading/ieee/updates/errata/index.html>. Users are encouraged to check this URL for errata periodically.

Interpretations

Current interpretations can be accessed at the following URL: <http://standards.ieee.org/reading/ieee/interp/index.html>.

Patents

Attention is called to the possibility that implementation of this standard may require use of subject matter covered by patent rights. By publication of this standard, no position is taken with respect to the existence or validity of any patent rights in connection therewith. The IEEE is not responsible for identifying Essential Patent Claims for which a license may be required, for conducting inquiries into the legal validity or scope of Patent Claims or determining whether any licensing terms or conditions provided in connection with submission of a Letter of Assurance, if any, or in any licensing agreements are reasonable or non-discriminatory. Users of this standard are expressly advised that determination of the validity of any patent rights, and the risk of infringement of such rights, is entirely their own responsibility. Further information may be obtained from the IEEE Standards Association.

Participants

At the time this standard was submitted to the IEEE-SA Standards Board for approval, the Non-Sinusoidal Situations Working Group had the following membership:

Alexander E. Emanuel, *Chair*
Eddy So, *Sponsor*

Jose Policarpo Abreu
Rejean Arseneau
Santiago Barcon
Andrew Bernisford
Yahia Baghzouz
Keneth B. Bowes
James A. Braun
Antonio Cataliotti
David Cooper
Valentina Cosentino
Mikey D. Cox
Roger H. Daugherty
Soni Devendra
Dario Di Cara
William Dickerson
Alexander Domijan

David Elmore
Gaetan Ethier
Erich Gunther
Dennis Hansen
Ernst Hanique
Gilbert C. Hensley
John Houdek
Roberto Langella
Michael Lowenstein
William Moncrief
Alexander McEachern
Dalgerti Milanez
Thomas L. Nelson
Vuong Nguyen
Daniel Nordell
Salvatore Nuccio

Slobodan Pajic
Lorenzo Peretto
Jan H. C. Pretorius
Paulo Ribeiro
Daniel Sabin
Kalyan Sen
Piet H. Swart
Donald Tandon
Alfredo Testa
Grazia Todeschini
Daniel Ward
Scott Weikel
Stephan Weiss
Douglas Williams
Jacques L. Willems
Daan van Wyk

The following members of the individual balloting committee voted on this standard. Balloters may have voted for approval, disapproval, or abstention.

William J. Ackerman
Ali Al Awazi
David Baron
Steven Brockschink
William Brumsickle
Gustavo Brunello
Yunxiang Chen
John Cooper
Tommy Cooper
John Crouse
Roger H. Daugherty
Gary L. Donner
Neal Dowling
Dana Dufield
Gearold O. H. Eidhin
Alexander E. Emanuel
Gary Engmann
Paul Forquer
Marcel Fortin
Randall Groves
Gary Heuston

Werner Hoelzl
Randy Horton
Innocent Kamwa
Piotr Karocki
Jon Kay
Tanuj Khandelwal
Yuri Khersonsky
Harold Kirkham
Joseph L. Koepfinger
Jim Kulchisky
Federico Lopez
Michael Lowenstein
Keith Malmedal
Jose Marrero
Kenneth Martin
William McBride
Kenneth McClenahan
Gary Michel
Charles Morse
Jerry Murphy
Bruce Muschlitz

Michael S. Newman
David Nichols
Ulrich Pohl
Julian Profir
Michael Roberts
Charles Rogers
Bob Saint
Steven Sano
Bartien Sayogo
Thomas Schossig
Kenneth Sedziol
Ahmed El Serafi
James E. Smith
Aaron Snyder
Eddy So
Michael Swearingen
David Tepen
John Vergis
Scott Weikel
James Wilson
Ahmed Zobaa

When the IEEE-SA Standards Board approved this standard on 2 February 2010, it had the following membership:

Robert M. Grow, *Chair*
Tom A. Prevost, *Vice Chair*
Steve M. Mills, *Past Chair*
Judith Gorman, *Secretary*

John Barr
 Karen Bartelson
 Victor Berman
 Ted Burse
 Richard DeBlasio
 Andrew Drozd
 Mark Epstein

Alexander Gelman
 James Hughes
 Richard H. Hulet
 Young Kyun Kim
 Joseph L. Koepfinger*
 John Kulick

David J. Law
 Ted Olsen
 Glenn Parsons
 Ronald C. Petersen
 Narayanan Ramachandran
 Jon Walter Rosdahl
 Sam Sciacca

*Member Emeritus

Also included are the following nonvoting IEEE-SA Standards Board liaisons:

Howard L. Wolfman, *TAB Representative*
 Michael Janezic, *NIST Representative*
 Satish K. Aggarwal, *NRC Representative*

Lorraine Patsco
IEEE Standards Program Manager, Document Development

Matthew J. Ceglia
IEEE Standards Program Manager, Technical Program Development

Contents

1. Overview	1
1.1 Scope	1
1.2 Purpose	2
2. Normative references	2
3. Definitions	2
3.1 Single phase	2
3.2 Three-phase systems	13
Annex A (informative) Theoretical examples	30
Annex B (informative) Practical studies and measurements: A detailed explanation of apparent power components	34
Annex C (informative) Bibliography	39

IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

IMPORTANT NOTICE: This standard is not intended to ensure safety, security, health, or environmental protection in all circumstances. Implementers of the standard are responsible for determining appropriate safety, security, environmental, and health practices or regulatory requirements.

This IEEE document is made available for use subject to important notices and legal disclaimers. These notices and disclaimers appear in all publications containing this document and may be found under the heading "Important Notice" or "Important Notices and Disclaimers Concerning IEEE Documents." They can also be obtained on request from IEEE or viewed at <http://standards.ieee.org/IPR/disclaimers.html>

1. Overview

This standard is divided into three clauses. Clause 1 lists the scope of this document. Clause 2 lists references to other standards that are useful in applying this standard. Clause 3 provides the definitions, among which there are several new expressions.

The preferred mathematical expressions recommended for the instrumentation design are marked with a || sign. The additional expressions are meant to reinforce the theoretical approach and to facilitate a better understanding of the explained concepts.

1.1 Scope

This document provides definitions of electric power to quantify the flow of electrical energy in single-phase and three-phase circuits under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, and unbalanced conditions.

1.2 Purpose

This document provides organizations with criteria for designing and using metering instrumentation.

2. Normative references

The following referenced documents are indispensable for the application of this document (i.e., they must be understood and used, so each referenced document is cited in text and its relationship to this document is explained). For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments or corrigenda) applies.

DIN 40110-1997, Quantities Used in Alternating Current Theory.¹

IEC 80000-6:2008, Quantities and Units—Part 6: Electromagnetism.²

3. Definitions

For the purposes of this document, the following terms and definitions apply. *The IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions* should be referenced for terms not defined in this clause.³

NOTE—Mathematical expressions that are considered appropriate for instrumentation design are marked with the sign ||. When the sign || appears on the right side, it means that the last expression that is listed is favored. Each descriptor of a power type is followed by its measurement unit in parentheses.⁴

3.1 Single phase

3.1.1 Single-phase sinusoidal

A sinusoidal voltage source

$$v = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$$

supplying a linear load will produce a sinusoidal current (assumed lagging the voltage) of

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta)$$

where

V is the rms value of the voltage (V)
 I is the rms value of the current (A)

¹DIN publications are available from DIN Deutsches Institut für Normung, e.V., Bismarckstrasse 6, 10787 Berlin, Germany (<http://www.din.de>).

²IEC publications are available from the Sales Department of the International Electrotechnical Commission, Case Postale 131, 3 rue de Varembé, CH-1211, Genève 20, Switzerland/Suisse (<http://www.iec.ch>). IEC publications are also available in the United States from the Sales Department, American National Standards Institute, 11 West 42nd Street, 13th Floor, New York, NY 10036, USA.

³The *IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions* is available at <http://shop.ieee.org/>.

⁴Notes in text, tables, and figures of a standard are given for information only and do not contain requirements needed to implement this standard.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

ω	is the angular frequency $2\pi f$ (rad/s)
f	is the power system frequency (Hz)
θ	is the phase angle between the current and the voltage (rad)
t	is the time (s)

For more information on symbols and units, see IEEE Std 280™-1985 [B13] and IEC 80000-6:2008.

3.1.1.1 Instantaneous power (W)

The instantaneous power p is given by

$$\| p = vi$$

$$p = p_a + p_q$$

where

$$p_a = VI \cos \theta [1 - \cos(2\omega t)] = P [1 - \cos(2\omega t)]; \quad P = VI \cos \theta$$

$$p_q = -VI \sin \theta \sin(2\omega t) = -Q \sin(2\omega t); \quad Q = VI \sin \theta$$

NOTE 1—The component p_a is the instantaneous active power. It is produced by the active component of the current (i.e., by the component that is in phase with the voltage). The instantaneous active power p_a is the rate of flow of the energy

$$w_a = \int_{t_0}^t p_a dt = P(t - t_0) - \frac{P}{2\omega} [\sin(2\omega t) - \sin(2\omega t_0)]$$

This energy flows unidirectional from the source to the load. Its steady-state rate of flow is not negative, $p_a \geq 0$.

NOTE 2—The instantaneous active power has two terms: the active or real power P and the intrinsic power $-P \cos(2\omega t)$. The intrinsic power is always present when net energy is transferred to the load, however, this oscillating component does not cause power loss in the supplying lines.

NOTE 3—The component p_q is the instantaneous reactive power. It is produced by the reactive component of the current (i.e., the component that is in quadrature with the voltage). The instantaneous reactive power p_q is the rate of flow of the energy

$$w_q = \int_{t_0}^t p_q dt = \frac{Q}{2\omega} [\cos(2\omega t) - \cos(2\omega t_0)]$$

This energy component oscillates between the sources and the electromagnetic energy stored within the magnetic field of the inductors and electric field of the capacitors of electrical equipment, as well as the mechanical energy stored in moving masses pertaining to electromechanical systems (motor and generator rotors, plungers, and armatures). The average value of this rate of flow is zero, and the net transfer of energy to the load is nil, nevertheless, these power oscillations do cause power loss (Joule and eddy-current) in the conductors.

3.1.1.2 Active power (W)

The active power P , which is also called real power, is the average value of the instantaneous power during the measurement time interval τ to $\tau + kT$

Copyright © 2010 IEEE. All rights reserved.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

$$\|P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_a dt$$

where

$T = 1/f$	is the cycle time (s)
k	is a positive integer number
τ	is the moment when the measurement starts

$$P = VI \cos \theta$$

NOTE— P is also equal to the average of p_a over a period, or an integer number of periods, because the average of p_a is zero.

3.1.1.3 Reactive power (var)

The magnitude of the reactive power Q equals the amplitude of the oscillating instantaneous reactive power p_q

$$Q = VI \sin \theta$$

$$Q = \frac{1}{2\pi} \oint v di = \frac{-1}{2\pi} \oint i dv = \frac{1}{kT\omega} \int_{\tau}^{\tau+kT} v \frac{di}{dt} dt = \frac{-1}{kT\omega} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \frac{dv}{dt} dt = \frac{-\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v \left[\int i dt \right] dt$$

$$\|Q = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \left[\int v dt \right] dt$$

NOTE 1— If the load is inductive, then $Q > 0$. If the load is capacitive, then $Q < 0$. This means that when the current lags the voltage $\theta > 0$ and vice versa.

NOTE 2—The application of the previous definitions to nonsinusoidal conditions is presented in A.2.

3.1.1.4 Apparent power (VA)

The apparent power S is the product of the root-mean-square (rms) voltage and the rms current (see *The IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions*¹).

$$\|S = VI$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

NOTE 1—The apparent power of a single-phase load can be interpreted as the maximum active power that can be transmitted through the same line while keeping the load rms voltage V constant and the supplying line power loss constant (i.e., the rms current I constant). This is an ideal condition, for which the process of energy conversion at the load remains unchanged, but the utilization of the supplying line is improved (i.e., the thermal stress of the line or cable remains the same while the amount of energy transmitted through the supplying line is increased). This concept implies that an additional load with unity power factor can be connected in parallel with the original load compensated by means of a shunt capacitance or an active compensator.

NOTE 2—The instantaneous power p follows a sinusoidal oscillation with a frequency $2f = 2\omega / 2\pi$ biased by the active power P . The amplitude of the sinusoidal oscillation is the apparent power S .

¹ *The IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions* is available at <http://shop.ieee.org/>.

3.1.1.5 Power factor

$$\text{PF} = \frac{P}{S}$$

NOTE 1—The power factor can be interpreted as the ratio between the energy transmitted to the load over the maximum energy that could be transmitted provided the line losses are kept the same.

NOTE 2—For a given S and V , maximum utilization of the line is obtained when $P = S$, hence, the ratio P/S is a utilization factor indicator.

NOTE 3—When a load, or a cluster of loads, is to be compensated to a higher power factor, the load voltage will increase by a certain increment. If the new voltage is larger than the recommended value, the load voltage can be reduced and brought within recommended range by means of voltage regulators, transformer tap-changers, or other methods of voltage control.

3.1.1.6 Complex power (VA)

The complex power is a complex quantity in which the active power is the real part and the reactive power is the imaginary part

$$S = P + jQ = \mathbf{V}\mathbf{I}^*$$

where according to 3.1.1

$$\mathbf{V} = V \angle 0^\circ \quad \text{is the voltage phasor}$$

$$\mathbf{I} = I \angle -\theta \quad \text{is the current phasor}$$

$$\mathbf{I}^* = I \angle \theta \quad \text{is the complex conjugate of the current phasor}$$

This expression stems from the power triangle, S , P , and Q , and is useful in power flow studies. Figure 1 summarizes the conventional power flow directions as interpreted in literature (see Stevens [B19]). The angle θ is the phase angle of the equivalent complex impedance $Z \angle \theta = \mathbf{V} / \mathbf{I}$.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

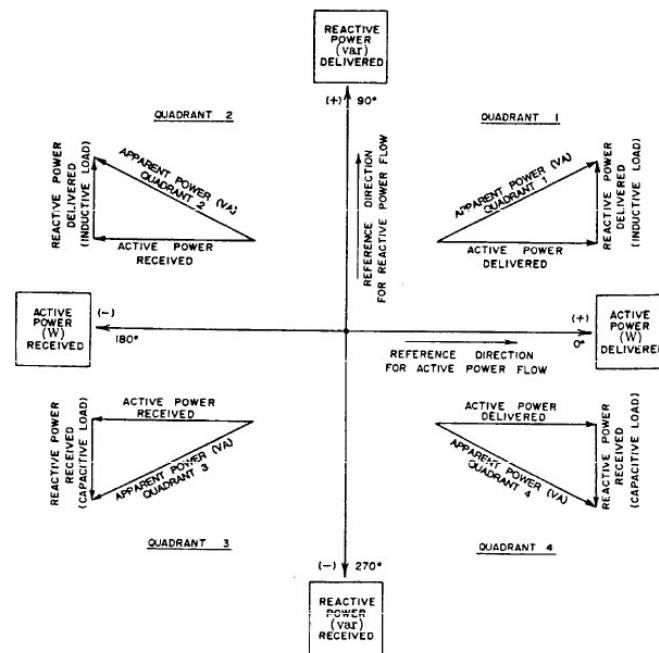


Figure 1—Four-quadrant power flow directions
(© 1983 IEEE. Reprinted, with permission, from the IEEE and R. H. Stevens [B19])

3.1.2 Single-phase nonsinusoidal

For steady-state conditions, a nonsinusoidal periodical instantaneous voltage or current has two distinct components: the power system frequency components v_1 and i_1 and the remaining term v_H and i_H , respectively.

$$v = v_1 + v_H \text{ and } i = i_1 + i_H$$

where

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \sin(\omega t - \alpha_1)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \beta_1)$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h)$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} I_h \sin(h\omega t - \beta_h)$$

6

Copyright © 2010 IEEE. All rights reserved.

The corresponding rms values squared are as follows:

$$V^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v^2 dt = V_1^2 + V_H^2$$

$$I^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i^2 dt = I_1^2 + I_H^2$$

where

$$V_H^2 = V_0^2 + \sum_{h \neq 1} V_h^2 = V^2 - V_1^2 \quad ||$$

and

$$I_H^2 = I_0^2 + \sum_{h \neq 1} I_h^2 = I^2 - I_1^2 \quad ||$$

are the squares of the rms values of v_H and i_H , respectively.

NOTE 1—The direct voltage and the direct current terms V_0 and I_0 must be included in V_H and I_H . Significant direct current (dc) components are rarely present in alternating current (ac) power systems, however, traces of dc are common.

NOTE 2—Distorted waveforms often contain frequency components called interharmonics (see IEC 61000-4-7:2002 [B12]). A special group of interharmonics is characterized by $h < 1$. The components belonging to this group have periods larger than the period T of the fundamental frequency. They are called subsynchronous frequency components or subsynchronous interharmonics (in the earlier documents, they are called subharmonics).

NOTE 3—If the distorted voltage and current waveforms consist of harmonics only, then a measurement time interval kT (see 3.1.1.2) enables the correct measurement of rms and power values. If the monitored waveform contains an interharmonic, the measurement time interval kT , which is needed to correctly measure rms values and powers, is the least common multiple of the periods of the fundamental component and the interharmonic component (i.e., $kT = mT_i$, $T_i = 1/f_i$, where f_i is the interharmonic frequency and $k, m =$ integer numbers). When the measurement time interval kT does not include an integer number of periods T_i (i.e., $kT \neq mT_i$), the rms value of the interharmonic as well as the powers associated with it are incorrectly measured (see Peretto et al. [B17]). This error is also reflected in the measurement accuracy of the total rms and powers values. The error is also compounded by the fact that cross-products between the interharmonic current and harmonic voltages (and vice versa) do not yield instantaneous powers with zero mean value.

If at least one of the interharmonics of order h is an irrational number, then the observed waveform is not periodic (it is called nearly periodic.) In such a case, the measurement time interval kT should be infinitely large to have a correct measurement of the rms value or power. For practical situations when the bulk power is carried by the fundamental components, such errors are small (see A.1). The larger the measurement time kT , the less significant become the errors caused by interharmonics (see Peretto et al. [B16]). The theoretical measurement error created when the active power of an interharmonic is measured is strongly affected by the phase angle between the voltage and the current. The closer the phase angle is to $\pm 90^\circ$, the larger becomes the error (see Peretto et al. [B16]).

Figure 2 presents the envelopes of the maximum errors made when the rms value of an interharmonic is measured in function of the number of cycles m .

For example, if $m = 20$, the rms value of the interharmonic will be measured with a maximum error of $\pm 0.2\%$.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

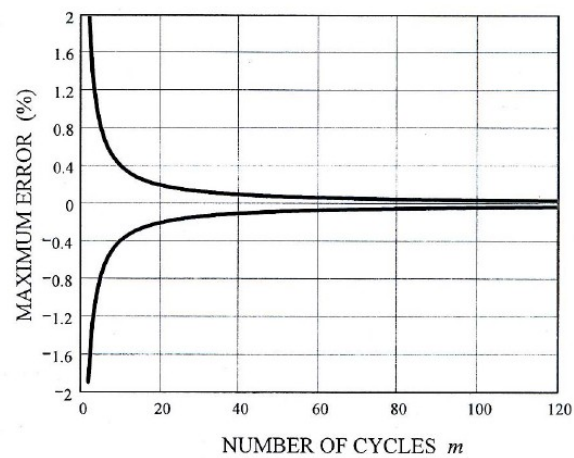


Figure 2—Percent maximum error of rms measurement versus number of cycles

3.1.2.1 Total harmonic distortion (THD)

The overall deviation of a distorted wave from its fundamental can be estimated with the help of the total harmonic distortion. The total harmonic distortion of the voltage is as follows:

$$\| \text{THD}_v = \frac{V_H}{V_1} = \sqrt{\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 1}$$

The total harmonic distortion of the current is as follows:

$$\| \text{THD}_I = \frac{I_H}{I_1} = \sqrt{\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 - 1}$$

3.1.2.2 Instantaneous power (W)

$$p = vi$$

$$p = p_a + p_q$$

where the first term

$$p_a = V_0 I_0 + \sum_h V_h I_h \cos \theta_h [1 - \cos(2h\omega t - 2\alpha_h)]$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

is the part of the instantaneous power that is equal to the sum of harmonic active powers. The harmonic active power of order h is caused by the harmonic voltage of order h and the component of the harmonic current of order h in-phase with the harmonic voltage of order h . Each instantaneous active power of order h has two terms: an active, or real, harmonic power $P_h = V_h I_h \cos \theta_h$, and the intrinsic harmonic power $-P_h \cos(2h\omega t - 2\alpha_h)$, which does not contribute to net transfer of energy or to additional power loss in conductors.

The second term p_q is a term that does not represent a net transfer of energy (i.e., its average value is nil); nevertheless, the current related to these nonactive components causes additional power loss in conductors.

$$p_q = -\sum_h V_h I_h \sin \theta_h \sin(2h\omega t - 2\alpha_h) + 2 \sum_n \sum_{\substack{m \\ m \neq n}} V_m I_n \sin(m\omega t - \alpha_m) \sin(n\omega t - \beta_n) \\ + \sqrt{2} V_0 \sum_h I_h \sin(h\omega t - \beta_h) + \sqrt{2} I_0 \sum_h V_h \sin(h\omega t - \alpha_h)$$

The angle $\theta_h = \beta_h - \alpha_h$ is the phase angle between the phasors V_h and I_h .

3.1.2.3 Active power (W)

$$\|P\| = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_a dt$$

$$P = P_1 + P_H$$

The components P_1 and P_H are defined in 3.1.2.4 and 3.1.2.5.

3.1.2.4 Fundamental active power (W)

$$\|P_1\| = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_1 i_1 dt = V_1 I_1 \cos \theta_1$$

NOTE—The fundamental active power is often referred to by the fundamental frequency. For example, for a 60 Hz power system P_1 can be referred to as “60 Hz active power.”

3.1.2.5 Harmonic active power (nonfundamental active power) (W)

$$P_H = V_0 I_0 + \sum_{h \neq 1} V_h I_h \cos \theta_h = P - P_1$$

NOTE 1— P_H as defined contains also components for which h is not an integer (i.e., interharmonics and subharmonics).

NOTE 2—For ac motors, which make up most loads, the harmonic active power is not a useful power (does not contribute to the positive sequence torque). Consequently, it is meaningful to separate the fundamental active power P_1 from the harmonic active power P_H .

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

NOTE 3—When it is necessary to compute separately the powers of a component with a noninteger value of h , caution must be used. A measurement error will be caused if the measurement time interval kT is not an integer number of periods T/h (T/h being the period of the observed component).

NOTE 4—The harmonic active power is often referred to by the fundamental frequency. For example, for a 60 Hz power system, P_H can be referred to as “non-60 Hz active power.”

3.1.2.6 Fundamental reactive power (var)

$$\begin{aligned} \|Q_1 &= \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_1 \left[\int v_1 dt \right] dt \\ &= V_1 I_1 \sin \theta_1 \end{aligned}$$

3.1.2.7 Apparent power (VA)

$$\|S = VI$$

NOTE 1—Apparent power is the amount of active power that can be supplied to a load, or a cluster of loads, under ideal conditions. The ideal conditions may assume the load supplied with sinusoidal voltage and current. The loads are compensated by means of active or passive devices such that the line current is sinusoidal and in phase with the voltage that, ideally, is also adjusted to be sinusoidal. The rms value of the current I is kept equal with the line rms value of the actual current. The load voltage is adjusted to a value that yields unchanged load performance (i.e., the same amount of useful energy is converted and delivered by the load). If the performance criterion is the electrothermal conversion of the electric energy, then the rms value of the voltage at the terminals where the measurement is implemented must be kept constant.

NOTE 2—An important practical property of S is that the power loss ΔP , in the feeder that supplies the apparent power S , is a nearly linear function of S^2 (see Emanuel [B7]).

$$\Delta P = \frac{r_e}{V^2} S^2 + \frac{V^2}{R}$$

where

R is an equivalent shunt resistance, representing transformer core losses and cable dielectric losses
 r_e is the effective Thevenin resistance. Theoretically r_e can be obtained from the equivalence of losses as follows:

$$r_e I^2 = r_{dc} \sum_h K_{sh} I_h^2$$

where

$$I = S / V$$

$K_{sh} > 1$ is a coefficient that accounts for the skin effect and proximity effect, as well as the losses caused in cable sheath. This coefficient is a function of harmonic frequency and the geometry and conductors' material. The value of r_e is affected by the current harmonic spectrum.

r_{dc} is the Thevenin dc resistance (Ω).

3.1.2.8 Fundamental apparent power (VA)

Fundamental apparent power S_1 and its components P_1 and Q_1 are the actual quantities that help define the rate of flow of the electromagnetic field energy associated with the fundamental voltage and current

$$\| S_1 = V_1 I_1$$

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2$$

NOTE—The fundamental apparent power is often referred to by the fundamental frequency. For example, for a 60 Hz power system, S_1 can be referred to as “60 Hz apparent power.”

3.1.2.9 Nonfundamental apparent power (VA)

The separation of the rms current and voltage into fundamental and harmonic terms (see 3.1.2) resolves the apparent power in the following manner (see Emanuel [B8]):

$$S^2 = (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 = S_1^2 + S_N^2$$

$$\| S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2}$$

is the nonfundamental apparent power and is resolved in the following three distinctive terms:

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2$$

3.1.2.10 Current distortion power (var)

$$D_I = V_1 I_H = S_1 (\text{THD}_I) \parallel$$

3.1.2.11 Voltage distortion power (var)

$$D_V = V_H I_1 = S_1 (\text{THD}_V) \parallel$$

3.1.2.12 Harmonic apparent power (VA)

$$S_H = V_H I_H = S_1 (\text{THD}_I)(\text{THD}_V) \parallel$$

$$S_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2}$$

3.1.2.13 Harmonic distortion power (var)

$$\| D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2}$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

In practical power systems, $\text{THD}_V < \text{THD}_I$, and S_N can be computed using the following expression (see Emanuel [B8]):

$$S_N \approx S_1 \sqrt{(\text{THD}_I)^2 + (\text{THD}_V)^2}$$

When $\text{THD}_V \leq 5\%$, this expression yields an error less than 0.15% for any value of THD_I .

For $\text{THD}_V < 5\%$ and $\text{THD}_I > 40\%$, an error less than 1.00% is obtained using the following expression (see Emanuel [B8]):

$$S_N \approx S_1 (\text{THD}_I)$$

3.1.2.14 Nonactive power (var)

$$\|N\| = \sqrt{S^2 - P^2}$$

This power lumps together both fundamental and nonfundamental nonactive components. In the past, this power was called "fictitious power." The nonactive power N shall not be confused with a reactive power. Only when the waveforms are perfectly sinusoidal, $N = Q_1 = Q$.

3.1.2.15 Fundamental power factor

$$\text{PF}_1 = \cos \theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \|$$

This ratio helps evaluate separately the fundamental power flow conditions. It can be called the fundamental power factor. The fundamental power factor is often referred to by the fundamental frequency. For example, for a 60 Hz power system PF_1 can be referred to as 60 Hz power factor. PF_1 is also often referred to as the displacement power factor.

3.1.2.16 Power factor

$$\| \text{PF} = \frac{P}{S}$$

$$\text{PF} = \frac{P}{S} = \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}} = \frac{(P_1 / S_1)[1 + (P_H / P_1)]}{\sqrt{1 + (S_N / S_1)^2}} = \frac{[1 + (P_H / P_1)]\text{PF}_1}{\sqrt{1 + \text{THD}_I^2 + \text{THD}_V^2 + (\text{THD}_I \text{THD}_V)^2}}$$

NOTE 1—For a given S and V , maximum utilization of the line is obtained when $P = S$, hence, the ratio P/S is a utilization factor indicator.

NOTE 2—The overall degree of harmonic injection produced by a large nonlinear load, or by a group of loads or consumers, can be estimated from the ratio S_N/S_1 . The effectiveness of harmonic filters also can be evaluated from such a measurement. The measurements of S_1 , P_1 , PF_1 , or Q_1 help establish the characteristics of the fundamental power flow.

NOTE 3—In most common practical situations, it is difficult to measure correctly the higher order components of P_H using simple instrumentation. The main reason for this difficulty stems from the fact that the phase angle between the voltage phasor V_h and the current phasor I_h may be near $\pm\pi/2$, so even small errors in phase angle measurement can cause large errors in P_H even to the extent of changing the sign of P_H . Thus, one should use instrumentation optimized specifically for measurements of P_H components when making technical decisions regarding harmonics compensation, energy tariffs, or the quantification of the detrimental effects made by a nonlinear or parametric load to a particular power system (see Emanuel [B3], IEEE Working Group on Non-sinusoidal Situations [B14], and Swart et al. [B20]).

NOTE 4—When $\text{THD}_V < 5\%$ and $\text{THD}_I > 40\%$, it is convenient to use the following expression:

$$\text{PF} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \text{THD}_I^2}} \text{PF}_1$$

NOTE 5—In typical nonsinusoidal situations, $D_I > D_V > S_H > P_H$.

The definitions presented in 3.1.2.8 through 3.1.2.16 are summarized in Table 1.

Table 1—Summary and grouping of the quantities in single-phase systems with nonsinusoidal waveforms

Quantity or indicator	Combined	Fundamental powers	Nonfundamental powers
Apparent	S (VA)	S_1 (VA)	S_N S_H (VA)
Active	P (W)	P_1 (W)	P_H (W)
Nonactive	N (var)	Q_1 (var)	D_I D_V D_H (var)
Line utilization	$\text{PF} = P/S$	$\text{PF}_1 = P_1/S_1$	—
Harmonic pollution	—	—	S_N/S_1

NOTE—A more detailed explanation of the power components followed by a numerical example is presented in Annex B.

3.2 Three-phase systems

3.2.1 Three-phase sinusoidal balanced

In this case assuming a counterclockwise rotating positive-sequence system, a , b , c , the line-to-neutral voltages are as follows:

$$v_a = \sqrt{2} V \sin(\omega t)$$

$$v_b = \sqrt{2} V \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_c = \sqrt{2} V \sin(\omega t + 120^\circ)$$

The line currents have similar expressions, and they are as follows:

$$i_a = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta)$$

$$i_b = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta - 120^\circ)$$

$$i_c = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta + 120^\circ)$$

NOTE 1—Perfectly sinusoidal and balanced three-phase, low-voltage systems are uncommon. Only under laboratory conditions, using low-distortion power amplifiers, is it possible to work with ac power sources with $\text{THD}_V < 0.1\%$ and voltage unbalance $V^-/V^+ < 0.1\%$. Practical low-voltage systems will rarely operate with $\text{THD}_V < 1\%$ and $V^-/V^+ < 0.4\%$, where V^+ and V^- are the positive- and negative-sequence voltages.

NOTE 2—In the case of three-wire systems, the line-to-neutral voltages are defined assuming an artificial neutral node, which can be obtained with the help of three identical resistances connected in Y.

3.2.1.1 Instantaneous power (W)

For three-wire systems $i_a + i_b + i_c = 0$, and the instantaneous power has the following expressions:

$$\| p = v_{ab}i_a + v_{cb}i_c = v_{ac}i_a + v_{bc}i_b = v_{ba}i_b + v_{ca}i_c = P$$

where v_{ab} , v_{bc} , and v_{ca} are instantaneous line-to-line voltages. Because the voltages and the currents are balanced, the instantaneous power p is constant and equal to the active power P .

For four-wire systems

$$\| p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = P$$

If the voltages are referred to an arbitrary reference point r , then the expression of the instantaneous power is as follows:

$$\| p = v_{ar}i_a + v_{br}i_b + v_{cr}i_c = P$$

where v_{ar} , v_{br} , and v_{cr} are instantaneous line-to-reference point voltages.

3.2.1.2 Active power (W)

$$\| P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt$$

$$P = 3VI \cos \theta = \sqrt{3} V_{\ell\ell} I \cos \theta$$

where

V is line-to-neutral rms voltage

$V_{\ell\ell}$ is line-to-line rms voltage

3.2.1.3 Reactive power (var)

$$Q = 3VI \sin \theta = \sqrt{3} V_{\ell\ell} I \sin \theta$$

$$\| |Q| = \sqrt{S^2 - P^2}$$

where S is defined in 3.2.1.4.

3.2.1.4 Apparent power (VA)

$$\| S = 3VI = \sqrt{3} V_{\ell\ell} I$$

3.2.1.5 Power factor

$$\| \text{PF} = \frac{P}{S}$$

3.2.2 Three-phase sinusoidal unbalanced

In this case, the three current phasors I_a , I_b , and I_c do not have equal magnitudes, and they are not shifted exactly 120° with respect to each other. Load imbalance leads to asymmetrical currents that in turn cause voltage asymmetry. There are situations when the three voltage phasors are not symmetrical. This leads to asymmetrical currents even when the load is perfectly balanced.

The line-to-neutral voltages are as follows:

$$v_a = \sqrt{2} V_a \sin(\omega t + \alpha_a)$$

$$v_b = \sqrt{2} V_b \sin(\omega t + \alpha_b - 120^\circ)$$

$$v_c = \sqrt{2} V_c \sin(\omega t + \alpha_c + 120^\circ)$$

where at least one of the three line-to-neutral amplitudes $\sqrt{2}V_a$, $\sqrt{2}V_b$, or $\sqrt{2}V_c$ has a value different than the value of the other two amplitudes. The same may apply to the phase angles α_a , α_b , and α_c . If one phase angle has a value different than the value of the other two, the system is losing its symmetry and is unbalanced.

The line currents have similar expressions. They are as follows:

$$i_a = \sqrt{2} I_a \sin(\omega t + \beta_a)$$

$$i_b = \sqrt{2} I_b \sin(\omega t + \beta_b - 120^\circ)$$

$$i_c = \sqrt{2} I_c \sin(\omega t + \beta_c + 120^\circ)$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

NOTE—In the case of three-wire systems, the line-to-neutral voltages are defined assuming an artificial neutral node, which can be obtained with the help of three identical resistances connected in Y.

3.2.2.1 Instantaneous power (W)

For three-wire systems, $i_a + i_b + i_c = 0$, and the instantaneous power has the following expressions:

$$\| p = v_{ab}i_a + v_{cb}i_c = v_{ba}i_b + v_{ca}i_c = v_{ac}i_a + v_{bc}i_b$$

where v_{ab} , v_{bc} , and v_{ca} are instantaneous line-to-line voltages.

For four-wire systems,

$$\| p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$

If the voltages are referred to an arbitrary reference point r , then the expression of the instantaneous power is as follows:

$$\| p = v_{ar}i_a + v_{br}i_b + v_{cr}i_c$$

where v_{ar} , v_{br} , and v_{cr} are instantaneous line-to-reference point voltages.

3.2.2.2 Active power (W)

$$\| P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt$$

$$\| P = P_a + P_b + P_c$$

where P_a , P_b , and P_c are phase active powers:

$$\| P_a = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_a i_a dt = V_a I_a \cos \theta_a; \quad \theta_a = \alpha_a - \beta_a$$

$$\| P_b = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_b i_b dt = V_b I_b \cos \theta_b; \quad \theta_b = \alpha_b - \beta_b$$

$$\| P_c = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_c i_c dt = V_c I_c \cos \theta_c; \quad \theta_c = \alpha_c - \beta_c$$

3.2.2.2.1 Positive-, negative-, and zero-sequence active powers (W)

In systems with four-wires there are situations when the use of symmetrical components may be helpful. The symmetrical voltage components V^+ , V^- , and V^0 and current components I^+ , I^- , and I^0 with the respective phase angles θ^+ , θ^- , and θ^0 yield the following three active power components:

The positive-sequence active power

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

$$P^+ = 3V^+ I^+ \cos \theta^+$$

The negative-sequence active power

$$P^- = 3V^- I^- \cos \theta^-$$

The zero-sequence active power

$$P^0 = 3V^0 I^0 \cos \theta^0$$

The total active power is

$$P = P^+ + P^- + P^0$$

3.2.2.3 Reactive power (var)

Per-phase reactive powers are defined with the help of the following expressions:

$$Q_a = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{+\infty} i_a \left[\int v_a dt \right] dt = V_a I_a \sin \theta_a$$

$$Q_b = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{+\infty} i_b \left[\int v_b dt \right] dt = V_b I_b \sin \theta_b$$

$$Q_c = \frac{\omega}{kT} \int_{\tau}^{+\infty} i_c \left[\int v_c dt \right] dt = V_c I_c \sin \theta_c$$

For the imaginary component of the vector apparent power S_V (see 3.2.2.6), the total reactive power Q is as follows:

$$\|Q\| = Q_a + Q_b + Q_c$$

NOTE—The previous expression of Q cannot be used in conjunction with the arithmetic apparent power S_A which is defined in 3.2.2.5.

3.2.2.3.1 Positive-, negative-, and zero-sequence reactive powers (var)

The three reactive powers are as follows:

The positive-sequence reactive power

$$Q^+ = 3V^+I^+ \sin \theta^+$$

The negative-sequence reactive power

$$Q^- = 3V^-I^- \sin \theta^-$$

The zero-sequence reactive power

$$Q^0 = 3V_{in}^0I^0 \sin \theta^0$$

The total reactive power is

$$Q = Q^+ + Q^- + Q^0$$

3.2.2.4 Phase apparent powers (VA)

$$S_a = V_a I_a ; \quad S_b = V_b I_b ; \quad S_c = V_c I_c$$

$$S_a^2 = P_a^2 + Q_a^2 ; \quad S_b^2 = P_b^2 + Q_b^2 ; \quad S_c^2 = P_c^2 + Q_c^2$$

3.2.2.5 Arithmetic apparent power (VA)

$$S_A = S_a + S_b + S_c$$

NOTE 1—The arithmetic apparent power cannot be resolved according to 3.1.1.4,

$$S_A \neq \sqrt{P^2 + Q^2}$$

where

$$P = P_a + P_b + P_c$$

and

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

NOTE 2—It is recommended to renounce the arithmetic apparent power definition and replace it with the effective apparent power, see 3.2.2.8.

3.2.2.6 Vector apparent power (VA)

$$S_Y = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S_Y = |P_a + P_b + P_c + j(Q_a + Q_b + Q_c)| = |P + jQ|$$

$$S_Y = |P^+ + P^- + P^0 + j(Q^+ + Q^- + Q^0)|$$

NOTE—It is recommended to renounce the vector apparent power definition and replace it with the effective apparent power, see 3.2.2.8.

A geometrical interpretation of S_Y and S_A is presented in Figure 3.

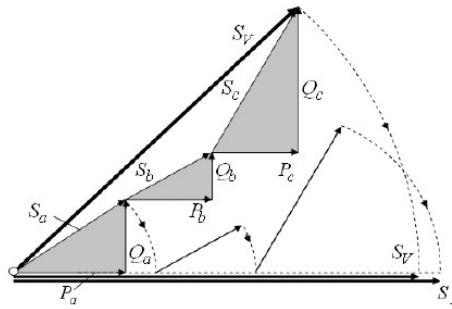


Figure 3—Arithmetic and vector apparent powers (VA)

3.2.2.6.1 Positive-, negative-, and zero-sequence apparent powers (VA)

$$S^+ = |S^+| = |P^+ + jQ^+|$$

$$S^- = |S^-| = |P^- + jQ^-|$$

$$S^0 = |S^0| = |P^0 + jQ^0|$$

$$S_Y = |S^+ + S^- + S^0|$$

$$S_A \neq S^+ + S^- + S^0$$

3.2.2.7 Vector power factor and arithmetic power factor

$$\text{PF}_Y = \frac{P}{S_Y}$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced,
or Unbalanced Conditions

$$\text{PF}_A = \frac{P}{S_A}$$

NOTE—A three-phase line supplying one or more customers should be viewed as one single path, one entity that transmits the electric energy to locations where it is converted into other forms of energy. It is wrong to view each phase as an independent energy route. In poly-phase systems, the meaning of power factor as a utilization indicator is retained (see 3.1.2.16). Unity power factor means minimum possible line losses for a given total active power transmitted. The following example helps clarify certain limitations pertinent to the outdated, old apparent power definitions S_A and S_T .

EXAMPLE:

A four-wire, three-phase system, Figure 4(a), supplies a resistance R connected between phases a and b. The active power dissipated by R is as follows:

$$P_R = \frac{3V^2}{R}$$

and the line current $I_a = \sqrt{3}V_{ln} / R$. Assuming each line has the resistance r , the total power loss is

$$\Delta P = 6r \left(\frac{V}{R} \right)^2$$

Now, let us assume a second system with a perfectly balanced three-phase load, Figure 4(b), consisting of three resistances R_B connected in Y. This system dissipates the same active power as the unbalanced one; hence,

$$P_{RB} = 3 \frac{V^2}{R_B}$$

thus, $R_B = R$ and the line currents flowing within the three lines, Figure 4(b), is

$$I = \frac{V}{R}$$

The line power loss for this balanced system is as follows:

$$\Delta P_B = 3r \left(\frac{V}{R} \right)^2 = 0.5 \Delta P$$

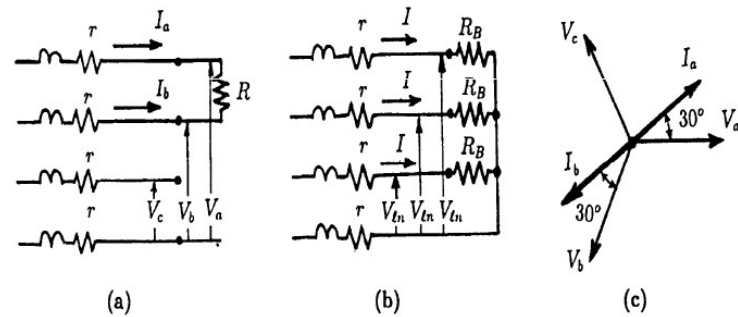


Figure 4—Unbalanced system: (a) actual circuit, (b) balanced equivalent circuit, and (c) phasor diagram

The power loss dissipated in the unbalanced system is twice the power loss in the balanced one. This observation leads to the conclusion that the unbalanced system has $PF < 1$. The balanced system operates with minimum possible losses for a given load voltage and active power; hence, its power factor is unity.

For the unbalanced system, the arithmetic and vector apparent powers have the following components [see phasor diagram in Figure 4(c)]:

$$P_a = V_a I_a \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} VI, \quad Q_a = V_a I_a \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} VI, \quad S_a = V_a I_a = VI$$

$$P_b = V_b I_b \cos(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} VI, \quad Q_b = V_b I_b \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2} VI, \quad S_b = V_b I_b = VI$$

$$P_c = Q_c = S_c = 0$$

The total active power is

$$P = P_a + P_b = \sqrt{3} VI = \frac{3V^2}{R}$$

The total reactive power is

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = 0$$

The vector apparent power is

$$S_V = P$$

The arithmetic apparent power is

$$S_A = S_a + S_b + S_c = 2VI = 2\sqrt{3} \frac{V^2}{R}$$

The power factor computed for the unbalanced system using S_V gives $\text{PF}_V = P / S_V = 1.0$. The power factor computed with S_A gives $\text{PF}_A = P / S_A = \sqrt{3} / 2 = 0.866$.

If the unbalanced load consists of a resistance connected between line and neutral, then $S_a = S_b = P$ and $\text{PF}_A = \text{PF}_B = 1.0$.

These results indicate that both the arithmetic and the vector apparent powers do not measure or compute power factor correctly for unbalanced loads. As a rule, $\text{PF}_A \leq \text{PF}_B$.

3.2.2.8 Effective apparent power (VA)

This concept assumes a virtual balanced circuit that has exactly the same line power losses as the actual unbalanced circuit. This equivalence leads to the definition of an effective line current I_e (see Depenbrock and Staudt [B4] and Emanuel [B8]).

For a four-wire system, the balance of power loss is expressed in the following way:

$$r(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2) = 3rI_e^2$$

where

r is the line resistance
 I_n is the neutral current (rms value)

$$\rho = \frac{r_n}{r}$$

r_n is the neutral wire (or the equivalent neutral current return path) resistance

From the previous equations, the equivalent current for a four-wire system is obtained.

$$\|I_e\| = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + (1+3\rho)(I^0)^2}$$

In case that the value of the ratio ρ is not known, it is recommended to use $\rho = 1.0$.

For a three-wire system, $I^0 = 0$ and

$$\|I_e\| = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2}$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

NOTE—In practical systems, ρ is time dependent. The complicated topology of the power network as well as the unknown neutral path resistance, that is function of soil moisture and temperature, make the correct estimation of ρ nearly impossible. Since the zero-sequence resistance of three-phase lines is larger than the positive sequence resistance, it can be concluded that $\rho > 1.0$, and taking $\rho = 1.0$ will not put the customer at disadvantage when computing I_e (see Pajic and Emanuel [B16] and DIN 40110-1997).

The equivalent voltage is obtained assuming that the active components of the load consist of a set of three equivalent resistances R_Y connected in Y , supplied by a four-wire line and dissipating the active power P_Y . The remaining active load consists of three Δ -connected equivalent resistances, R_Δ , that dissipate the power P_Δ . The power equivalence between the actual and the equivalent system is expressed as follows:

$$\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{R_Y} + \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{R_\Delta} = 3 \frac{V_e^2}{R_Y} + \frac{9V_e^2}{R_\Delta}$$

where

V_e is the effective line-to-neutral voltage.

With the notation

$$\xi = \frac{P_\Delta}{P_Y} = \frac{9V_e^2}{R_\Delta} \frac{R_Y}{3V_e^2} = \frac{3R_Y}{R_\Delta}$$

results

$$\|V_e\| = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + \xi(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{9(1 + \xi)}} = \sqrt{\frac{(V^+)^2 + (V^-)^2 + \frac{(V^0)^2}{1 + \xi}}{1 + \xi}}$$

In case that the value of the ratio ξ is not known, it is recommended to use $\xi = 1.0$, thus leading to the following expression:

$$\|V_e\| = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{18}} = \sqrt{\frac{(V^+)^2 + (V^-)^2 + \frac{(V^0)^2}{2}}{2}}$$

NOTE—In most practical systems, $V^0 / V^+ < 0.04$ and the ratio ξ does not affect the value of V_e .

For practical situations where the differences between α_a , α_b , and α_c do not exceed $\pm 10^\circ$ and the differences among the line-to-neutral voltages remain within the range of $\pm 10\%$, the following simplified expression can be used:

$$\|V_e\| = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} = \sqrt{(V^+)^2 + (V^-)^2}$$

The error caused by this simplified expression is less than 0.2% for the above conditions. This equation gives accurate results for three-wire systems.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced,
or Unbalanced Conditions

The effective apparent power (see Buchholtz [B1] and Goodhue [B7]) is as follows:

$$\|S_e = 3V_e I_e$$

NOTE 1—Applying the concept of S_e to the unbalanced circuit described in the example given in 3.2.2.7 results in the following:

$$V_e = V; \quad I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2}{3}} = \frac{\sqrt{2}V}{R}$$

$$S_e = 3\sqrt{2}\frac{V^2}{R}; \quad P = \frac{3V^2}{R}$$

Hence the power factor is as follows:

$$\text{PF}_e = \frac{P}{S_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 < \text{PF}_A < \text{PF}_Y$$

NOTE 2—When the system is balanced, then

$$V_a = V_b = V_c = V = V_e$$

$$I_a = I_b = I_c = I$$

$$I_n = 0$$

and

$$S_Y = S_A = S_e$$

NOTE 3—When the system is unbalanced, then

$$S_Y \leq S_A \leq S_e$$

and

$$\text{PF}_e < \text{PF}_A < \text{PF}_Y$$

NOTE 4—Both the vector and the arithmetic apparent powers do not satisfy the linearity requirement of system power loss versus the apparent power squared (see Emanuel [B8]).

3.2.2.9 Effective power factor

$$\|\text{PF}_e = P / S_e$$

3.2.2.10 Positive-sequence power factor

$$\text{PF}^+ = P^+ / S^+$$

This index has the same significance as the fundamental power factor PF_1 (see 3.1.2.15). It helps evaluate the positive-sequence power flow conditions.

3.2.2.11 Unbalanced power (VA)

$$S_U = \sqrt{S_e^2 - (S^+)^2}$$

This evaluates the amount of VA caused by the system unbalance. It should not be confused with the voltage unbalance. It reflects on both the load unbalance and the voltage asymmetry.

where

$$S^+ = 3V^+ I^+ \quad \text{is the positive-sequence apparent power}$$

$$(S^+)^2 = (P^+)^2 + (Q^+)^2$$

3.2.3 Three-phase nonsinusoidal and unbalanced systems

This subclause covers the most general case. It deals with all the situations presented in the 3.2.1 through 3.2.2.

3.2.3.1 The effective apparent power and its resolution

In the past, S_e was divided into active power P and nonactive power N as follows:

$$S_e^2 = P^2 + N^2$$

This approach, however, does not separate out the positive-sequence fundamental powers. The approach used in 3.1.2.8 to 3.1.2.14 and 3.2.2.8 can be expanded for this situation.

For a four-wire system, the balance of losses in the actual line and the fictitious one is

$$3r_e I_e^2 = r_{dc} \sum_h K_{sh} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + r_{ndc} \sum_h K_{snh} I_{nh}^2$$

The equivalent resistance $r_e = K_{s1} r_{dc}$ (i.e., the line resistance measured at fundamental frequency), where r_{dc} is the dc resistance and K_{s1} is the skin and proximity effect coefficient at fundamental frequency (most common being 60 or 50 Hz). Thus, the equivalent current will have the following expression:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{3} \left[\sum_h \left[\frac{K_{sh}}{K_{s1}} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + \frac{K_{snh} r_{ndc}}{K_{s1} r_{dc}} I_{nh}^2 \right] \right]}$$

where

K_{sh}, K_{snh} are the skin and proximity effect coefficients of the supplying line conductor and the neutral current path, respectively, computed for the h harmonic order, or any frequency component present in the currents spectra
 r_{ndc} is the dc resistance of the neutral current path

The rms effective current can be separated into two components—the fundamental I_{e1} and the nonfundamental I_{eH} , (see Emanuel [B8] and IEEE Working Group [B14]).

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{eH}^2}$$

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{1}{3}[(I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2) + \rho_1 I_{n1}^2]}; \quad \rho_1 = \frac{K_{sn1} r_{ndc}}{K_{s1} r_{dc}}$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ \sum_{h \neq 1} \left[\kappa_h (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + \rho_h I_{nh}^2 \right] \right\}}; \quad \kappa_h = \frac{K_{sh}}{K_{s1}} \quad \rho_h = \frac{K_{snh} r_{ndc}}{K_{s1} r_{dc}}$$

In most practical applications, the ratios ρ_1, ρ_h , and κ_h are not known. Moreover, these ratios are function of temperature, network topology, and loading. Until tools that allow the correct determination of such values will be available, it is recommended to use the values $\rho_1 = \rho_h = \kappa_h = 1.0$. This approach leads to simpler expressions that do not disadvantage the user (i.e., yield for the effective current a value smaller than the value obtained from the exact expression). The practical expressions are as follows:

$$\|I_e\| = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}}$$

$$\|I_{e1}\| = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 + I_{n1}^2}{3}}$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad \parallel$$

For three-wire systems, $I_{n1} = I_{nH} = 0$ and the expressions become simpler.

$$\|I_e\| = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}}$$

$$\|I_{e1}\| = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}}$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad \parallel$$

The practical expressions for the effective voltage are obtained in a similar manner

$$V_e = \sqrt{V_{e1}^2 + V_{eH}^2}$$

$$\|V_e\| = \sqrt{\frac{1}{18} \left[3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2 \right]}$$

$$\|V_{e1}\| = \sqrt{\frac{1}{18} \left[3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2 \right]}$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{1}{18} \left[3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2 \right]} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad \parallel$$

For three-wire systems

$$\|V_e\| = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}}$$

$$\|V_{e1}\| = \sqrt{\frac{V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{9}}$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{9}} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad \parallel$$

The resolution of $S_e = 3V_e I_e$ is implemented in the manner shown in 3.1.2.9 to 3.1.2.14.

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2$$

where

$$\|S_{e1}\| = 3V_{e1} I_{e1}$$

is the fundamental effective apparent power and S_{eN} is the nonfundamental effective apparent power. The resolution of S_{eN} is identical to the resolution of S_N given in 3.1.2.9.

$$\|S_{eN}^2\| = S_e^2 - S_{e1}^2 = D_{e1}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2$$

The current distortion power, voltage distortion power, and harmonic apparent power are as follows:

$$\|D_{e1}\| = 3V_{e1} I_{eH}$$

$$\|D_{eV}\| = 3V_{eH} I_{e1}$$

$$\|S_{eH}\| = 3V_{eH} I_{eH}$$

and

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

$$\|D_{eH} = \sqrt{S_{eH}^2 - P_{eH}^2}$$

By defining the equivalent total harmonic distortions as follows:

$$\|\text{THD}_{eV} = \frac{V_{eH}}{V_{e1}}$$

$$\|\text{THD}_{eI} = \frac{I_{eH}}{I_{e1}}$$

practical expressions, identical to those found in 3.1.2.10 through 3.1.2.14, for the nonfundamental apparent power S_{eN} and its components D_{eI} , D_{eV} , and S_{eH} are obtained.

$$S_{eN} = \sqrt{\text{THD}_{eI}^2 + \text{THD}_{eV}^2 + (\text{THD}_{eI} \text{THD}_{eV})^2}$$

$$\|D_{eI} = S_{e1} (\text{THD}_{eI})$$

$$\|D_{eV} = S_{e1} (\text{THD}_{eV})$$

$$\|S_{eH} = S_{e1} (\text{THD}_{eV})(\text{THD}_{eI})$$

For systems with $\text{THD}_{eV} \leq 5\%$ and $\text{THD}_{eI} \geq 40\%$, the following approximation is recommended (see IEEE Working Group [B14]):

$$\|S_{eN} = S_{e1} (\text{THD}_{eI})$$

The load unbalance can be evaluated using the following fundamental unbalanced power:

$$\|S_{U1} = \sqrt{S_{e1}^2 - (S_1^+)^2}$$

where

S_1^+ is the fundamental positive-sequence apparent power (VA). This important apparent power contains the following components:

$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos \theta_1^+$ is the fundamental active power (W).

$Q_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \sin \theta_1^+$ is the fundamental reactive power (var).

Together they result in

$$S_1^+ = \sqrt{(P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2}$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

and the fundamental positive-sequence power factor

$$\|PF_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+}$$

that plays the same significant role that the fundamental power factor has in nonsinusoidal single-phase systems.

The power factor is

$$\|PF = \frac{P}{S_e}$$

The most important definitions are summarized in Table 2.

Table 2—Summary and grouping of quantities for three-phase systems with nonsinusoidal waveforms

Quantity or indicator	Combined	Fundamental powers	Nonfundamental powers
Apparent	S_e (VA)	S_{e1} S_1^+ S_{1U} (VA)	S_{eN} (VA) S_{eH}
Active	P (W)	P_1^+ (W)	P_H (W)
Non-active	N (var)	Q_1^+ (var)	D_{eN} D_{eV} (var) D_{eH}
Line utilization	$PF = P / S_e$	$PF_1^+ = P_1^+ / S_1^+$	—
Harmonic pollution	—	—	S_{eN} / S_{e1}
Load unbalance	—	S_{1U} / S_1^+	—

Table 2 lists the three basic powers: apparent, active, and nonactive. The columns are partitioned into three groups—the combined powers, the fundamental powers, and the nonfundamental powers. The last three rows give the following indices: power factors (i.e., line utilization factor), harmonic pollution factor, and load unbalance factor.

Annex A

(informative)

Theoretical examples

A.1 The effect of the integration interval

Table A.1 summarizes voltage and current phasor values at the input terminals of a nonlinear load taking a total active power $P = 4072.716$ W. The oscillograms are presented in Figure A.1.

Table A.1—Phasors and the active powers of the studied load

h	f (Hz)	V_h/α_h (V)	I_h/β_h (A)	$P_h = V_h I_h \cos(\beta_h - \alpha_h)$ (W)
0.0217	1.302	$3.5 \cdot 10^{-4} / -90.0$	$1.48 / 80.2$	$-5.1734 \cdot 10^{-4}$
0.0433	2.598	$1.4 \cdot 10^{-3} / -107.3$	$2.26 / -8.4$	$-4.9507 \cdot 10^{-4}$
0.957	57.42	$0.16 / -75.5$	$0.92 / -173.5$	-0.0208
0.978	58.68	$0.56 / -97.2$	$2.24 / -193.2$	-0.1329
1.0	60	$70.71 / -7.2$	$70.71 / -42.4$	4085.72
1.022	61.32	$0.46 / -82.9$	$1.75 / -178.9$	-0.08425
1.043	62.58	$0.35 / -104.3$	$0.91 / -202.3$	-0.04488
3.0	180	$5.02 / -76.0$	$19.09 / 18.3$	-7.18671
4.268	256.1	$0.95 / 176.4$	$5.43 / -87.0$	-0.59219
5.0	300	$3.18 / -114.0$	$7.64 / -15.8$	-3.46588
7.0	420	$2.33 / -142.0$	$3.68 / -43.2$	-1.31261
9.0	540	$1.13 / -165.0$	$1.41 / -69.0$	-0.16724

The voltage and current waves contain harmonics (fundamental, 3rd, 5th, 7th, and 9th) as well as three interharmonics ($h = 1.022$, 1.043, and 4.268) and four subsynchronous interharmonics ($h = 0.0217$, 0.0433, 0.957, and 0.978).

Figure A.2 graphs the theoretical error

$$\%e_P = \left[\frac{\frac{1}{t} \int_0^t v i dt}{4072.716} - 1 \right] 100$$

versus time for $200 \text{ ms} < t < 3000 \text{ ms}$. At $t = 200 \text{ ms}$, the error is approximately -4%, and as the measurement time reaches $3000 \text{ ms} = 180$ cycles, the error is significantly reduced.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

Figure A.3 presents the error obtained when only the power of the interharmonic of order $h = 4.268$ is measured. In this case, the error can be significant, reaching approximately 112% at $t = 300$ ms and converging toward $\pm 8\%$ around $t = 3000$ ms.

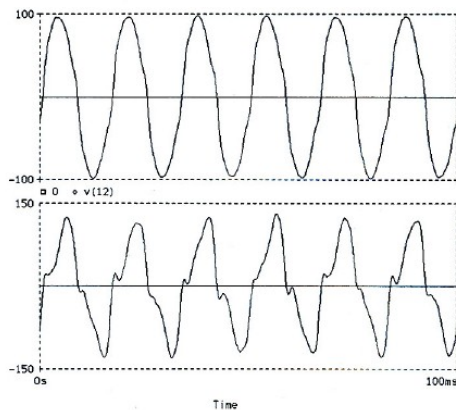


Figure A.1— Studied voltage (upper trace) and current (lower trace) oscillograms

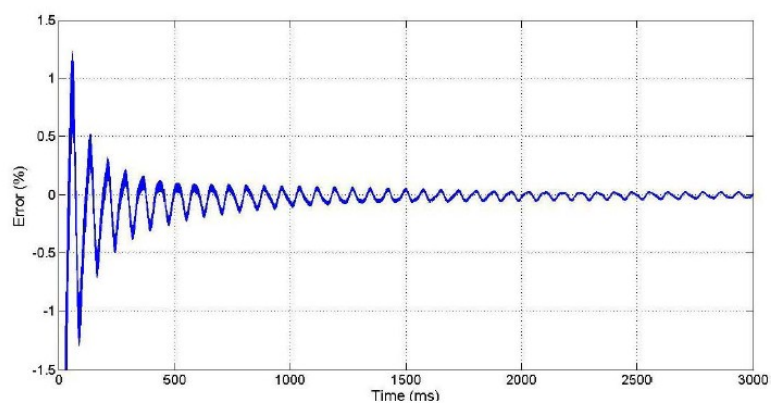


Figure A.2—Total active power measurement percent error versus measurement time

31
Copyright © 2010 IEEE. All rights reserved.

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

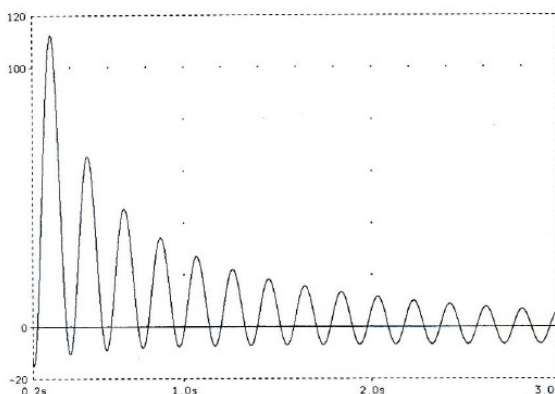


Figure A.3—Interharmonic of order $h = 4.268$: active power measurement percent error versus measurement time

A.2 The use of varmeters in the presence of distorted waveforms

Varmeters that use 90° phase shift in time of fundamental may measure correctly the reactive power under sinusoidal conditions. When the voltage and current waveforms are highly distorted, such meters yield a reading that has questionable significance (see Filipski, and Labaj [B9], Filipski et al. [B10], Cataliotti et al. [B2], and *The IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions*⁴). The theoretical expressions of the measured results depend on the definition on which the meter design is based

Case A:

$$Q = \frac{1}{kT} \int_r^{r+kT} v(t)i(t-T/4)dt = Q_1 + P_0 - P_2 + Q_3 - P_4 + Q_5 \dots$$

where

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin(\theta_1) ; P_0 = V_0 I_0 ; P_2 = V_2 I_2 \cos(\theta_2) ; Q_3 = V_3 I_3 \sin(\theta_3)$$

Case B:

$$Q = \frac{\omega}{kT} \int_r^{r+kT} \left[\int v dt \right] i(t) dt = Q_1 + k\pi P_0 + \frac{Q_2}{2} + \frac{Q_3}{3} + \dots \frac{Q_h}{h}$$

⁴ *The IEEE Standards Dictionary: Glossary of Terms & Definitions* is available at <http://shop.ieee.org/>.

Case C:

$$Q = \frac{-1}{kT\omega} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \frac{dv}{dt} dt = Q_1 + 2Q_2 + 3Q_3 + \dots + hQ_h$$

Varmeters that operate according to Budeanu's definition (see Czarnecki [B3] and Lyon [B15]) will measure

$$Q_B = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_h$$

Because $Q_h = V_h I_h \sin(\theta_h)$ can be positive or negative, it results that $Q \leq \sum_{h=1} |Q_h|$; hence, Q_B^2 is not a reliable indicator of the thermal stress caused in the conductors by the reactive power (see Pretorius et al. [B18]).

In conclusion, when the voltage or the current waveforms are highly distorted, none of the previous methods yield a correct value for the fundamental reactive power or for the nonactive powers defined in this standard (see 3.1.1.3 and 3.1.2.9).

This standard emphasizes Q_1 , the fundamental reactive power, and Q_1^+ , the fundamental positive-sequence reactive power, as separate quantities.

The effective apparent power is separated in five basic components (see 3.2.3.1 and Annex B):

$$S_e^2 = P_1^2 + Q_1^2 + D_{eI}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2$$

The terms D_{eI} , D_{eV} and a large part of S_{eH} are nonactive powers that correctly correlate with the line power losses caused by instantaneous power components that oscillate between the measured load and the voltage source.

These components (except the harmonic active power $P_{eH} = \sqrt{S_{eH}^2 - D_{eH}^2}$) do not transfer net energy to the load.

Annex B

(informative)

Practical studies and measurements: A detailed explanation of apparent power components

A load is supplied with a nonsinusoidal voltage

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_7 = \sqrt{2} \sum_{h=1,3,5,7} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h)$$

has a nonsinusoidal current

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_7 = \sqrt{2} \sum_{h=1,3,5,7} I_h \sin(h\omega t - \beta_h)$$

(To simplify the explanations, the eventual presence of dc components was ignored.)

In this case, the instantaneous power has 16 terms that can be separated in two groups

$$p = vi = p_{hh} + p_{mn}$$

where

$$p_{hh} = v_1i_1 + v_3i_3 + v_5i_5 + v_7i_7 = \sum_{h=1,3,5,7} v_h i_h$$

is the instantaneous power that contains only direct products (i.e., each component is the result of interaction of voltage and current harmonics of the same order).

$$p_{mn} = v_1(i_3 + i_5 + i_7) + v_3(i_1 + i_5 + i_7) + v_5(i_1 + i_3 + i_7) + v_7(i_1 + i_3 + i_7) = \sum_{m=1,3,5,7} v_m \sum_{\substack{n=1,3,5,7 \\ n \neq m}} i_n$$

is the instantaneous power that contains only cross products (i.e., each component is the result of interaction of voltage and current harmonics of different orders).

The direct products yield

$$v_h i_h = \sqrt{2} V_h \sin(h\omega t - \alpha_h) \sqrt{2} I_h \sin(h\omega t - \beta_h) = P_h [1 - \cos(2h\omega t - 2\alpha_h)] - Q_h \sin(2h\omega t - 2\alpha_h)$$

where

$$P_h = V_h I_h \cos(\theta_h) \quad \text{and} \quad Q_h = V_h I_h \sin(\theta_h)$$

are the harmonic active and reactive powers of order h , respectively, and $\theta_h = \beta_h - \alpha_h$ is the phase angle between the phasors V_h and I_h .

The total active power is

$$P = \sum_{h=1,3,5,7} P_h = P_1 + P_H$$

where

$$P_1 = V_1 I_1 \cos(\theta_1) \quad \text{is the fundamental (power-frequency) active power}$$

$$P_H = P_3 + P_5 + P_7 = \sum_{h=1} P_h \quad \text{is the total harmonic active power}$$

For each harmonic order, there is an apparent power of order h

$$S_h = \sqrt{P_h^2 + Q_h^2}$$

The cross-products of the instantaneous powers have expressions as follows:

$$v_m i_n = \sqrt{2} V_m \sin(m\omega t - \alpha_m) \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t - \beta_n) = D_{mn} \{ \cos[(m-n)\omega t - \alpha_m + \beta_n] + \cos[(m+n)\omega t - \alpha_m - \beta_n] \}$$

where

$$D_{mn} = V_m I_n$$

The total apparent power squared

$$S^2 = V^2 I^2 = (V_1^2 + V_3^2 + V_5^2 + V_7^2)(I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2)$$

may be separated in the same manner as the instantaneous power, in direct and the cross-products:

$$S^2 = V_1^2 I_1^2 + V_3^2 I_3^2 + V_5^2 I_5^2 + V_7^2 I_7^2 + V_1^2 (I_3^2 + I_5^2 + I_7^2) + I_1^2 (V_3^2 + V_5^2 + V_7^2) \\ + V_3^2 I_5^2 + V_3^2 I_7^2 + V_5^2 I_3^2 + V_5^2 I_7^2 + V_7^2 I_3^2 + V_7^2 I_5^2$$

or

$$S^2 = S_1^2 + S_3^2 + S_5^2 + S_7^2 + D_1^2 + D_3^2 + D_{35}^2 + D_{37}^2 + D_{53}^2 + D_{57}^2 + D_{73}^2 + D_{75}^2 = S_1^2 + S_N^2$$

where

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2$$

with S_1 , P_1 , and Q_1 are the apparent, active, and reactive fundamental powers, and

$$S_N^2 = D_1^2 + D_N^2 + S_H^2$$

where

$$\begin{aligned}
 D_I^2 &= V_1^2 (I_3^2 + I_5^2 + I_7^2) && \text{is the current distortion power} \\
 D_V^2 &= I_1^2 (V_3^2 + V_5^2 + V_7^2) && \text{is the voltage distortion power} \\
 S_H^2 &= S_3^2 + S_5^2 + S_7^2 + D_{3S}^2 + D_{37}^2 + D_{53}^2 + D_{57}^2 + D_{73}^2 + D_{75}^2 \\
 &= P_3^2 + P_5^2 + P_7^2 + Q_3^2 + Q_5^2 + Q_7^2 + D_{3S}^2 + D_{37}^2 + D_{53}^2 + D_{57}^2 + D_{73}^2 + D_{75}^2
 \end{aligned} \tag{B1}$$

is the harmonic apparent power

If the load is supplied by a line with a resistance r the power loss in the line is

$$\Delta P = rI^2 = \frac{r}{V^2} S^2 = \frac{r}{V^2} (S_1^2 + S_N^2) = \frac{r}{V^2} (P_1^2 + Q_1^2 + D_I^2 + D_V^2 + S_H^2) \tag{B2}$$

It is learned from this expression that every component of S contributes to the total power loss in the supplying system. This means that not only fundamental active and reactive powers cause losses but also the current and voltage distortion powers as well as the harmonic apparent power cause losses.

The following numerical example is meant to facilitate the understanding of the previous explanations:

The instantaneous voltages and currents are

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \sqrt{2} 100 \sin(\omega t - 0^\circ) & i_1 &= \sqrt{2} 100 \sin(\omega t - 30^\circ) \\
 v_3 &= \sqrt{2} 8 \sin(3\omega t - 70^\circ) & i_3 &= \sqrt{2} 20 \sin(3\omega t - 165^\circ) \\
 v_5 &= \sqrt{2} 15 \sin(5\omega t + 140^\circ) & i_5 &= \sqrt{2} 15 \sin(5\omega t + 234^\circ) \\
 v_7 &= \sqrt{2} 5 \sin(7\omega t + 20^\circ) & i_7 &= \sqrt{2} 10 \sin(7\omega t + 234^\circ)
 \end{aligned}$$

The calculated active powers are summarized in Table B.1.

Table B.1—Active powers

P_1 (W)	P_3 (W)	P_5 (W)	P_7 (W)	P (W)	P_H (W)
8660.00	-13.94	-11.78	-1.74	8632.54	-27.46

The total harmonic active power $P_H = -27.46 \text{ W} < 0$ is supplied by the load and injected into the power system. This condition is typical for dominant nonlinear loads. The bulk of the active power is supplied to the load by the fundamental component $P_1 = 8660.0 \text{ W}$.

The four reactive powers are given in Table B.2.

Table B.2—Reactive powers

Q_1 (var)	Q_3 (var)	Q_5 (var)	Q_7 (var)
5000.00	159.39	-224.69	49.97

Of interest is the fact that $Q_5 < 0$, whereas other reactive powers are positive. If one incorrectly defines a total reactive power as the sum of the four reactive powers (in accordance with C. Budeanu's definition):

$$Q_B = Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 = 4984.67 \text{ var}$$

and assumes that the supplying line has a resistance $r = 1.0 \Omega$ and the load is supplied with an rms voltage $V = 240 \text{ V}$, the power loss due to Q_B in line is

$$\Delta P_B = \frac{r}{V^2} Q_B^2 = \frac{1}{240^2} 4984.67^2 = 431.37 \text{ W}$$

According to the previous analysis, [see Equation (B1) and Equation (B2)], the correct way to find the corresponding power loss due to Q_1 , Q_3 , Q_5 , and Q_7 is

$$\Delta P = \frac{r}{V^2} (Q_1^2 + Q_3^2 + Q_5^2 + Q_7^2) = 435.39 \text{ W} > \Delta P_B$$

The reactive power Q_5 , despite its negative value, contributes to the line losses in the same way as the positive reactive powers. The fact that harmonic reactive powers of different orders oscillate with different frequencies reinforces the conclusion that the reactive powers should not be added arithmetically (as recommended by Budeanu).

The cross-products that produce the distortion powers D_I and D_P are given in Table B.3.

Table B.3—Distortion powers and their components

D_{13} (var)	D_{15} (var)	D_{17} (var)	D_I (var)
2000.00	1500.00	1000.00	2692.58
D_{31} (var)	D_{51} (var)	D_{71} (var)	D_P (var)
800.00	1500.00	500.00	1772.00

Finally the remaining cross-products that belong to the harmonic apparent power are presented in Table B.4.

Table B.4—Distortion harmonic powers

D_{35} (var)	D_{37} (var)	D_{53} (var)	D_{57} (var)	D_{73} (var)	D_{75} (var)
120.00	80.00	300.00	150.00	100.00	75.00

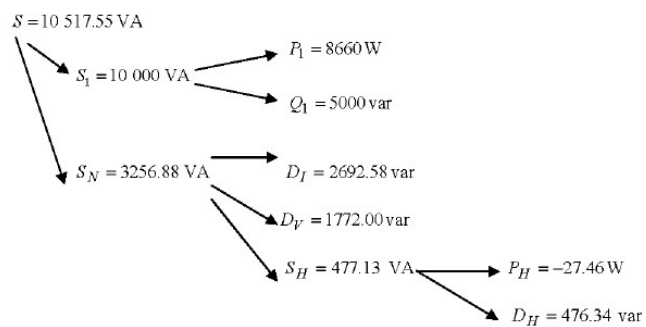
The studied system has the rms voltage and current:

$$V = 101.56 \text{ V and } I = 103.56 \text{ A with the total harmonic distortions}$$

$$\text{THD}_V = 0.177 \text{ and } \text{THD}_I = 0.269$$

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions

The apparent power and its components are represented in the following tree:



The fundamental power factor (displacement power factor) is $\text{PF}_1 = P_1 / S_1 = 0.866$, and the power factor is $\text{PF} = P / S = 0.821$. The dominant power components are P_1 and Q_1 . Due to relatively large distortion, S_N is found to be a significant portion of S , and the current distortion power D_J is the dominant component of S_N .

Annex C

(informative)

Bibliography

- [B1] Buchholz, F., "Die drehstrom-scheinleistung bei ungleichmassiger belastung der drei zweige," *Licht und Kraft*, no. 2, pp. 9–11, Jan. 1922.
- [B2] Cataliotti, A., Cosentino, V., and Nuccio, S., "The measurement of reactive energy in polluted distribution power systems: an analysis of the performance of commercial static meters," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, no. 3, pp. 1296–1301, July 2008.
- [B3] Czarnecki, L. S., "What is wrong with Budeanu's concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-36, no. 3, Sept. 1987.
- [B4] Depenbrock, M., and Staudt, V., Discussion to "Practical definitions for powers in systems with non-sinusoidal waveforms and unbalanced loads," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, no. 1, pp. 89–90, Jan. 1996.
- [B5] DIN 40110-1:1994, Quantities Used in Alternating Current Theory: Two-Line Circuits.⁷
- [B6] DIN 40110-2:2002, Quantities Used in Alternating Current Theory—Part 2: Multi-Line Circuits.
- [B7] Emanuel, A. E., "Apparent power definitions for three-phase systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 767–772, July 1999.
- [B8] Emanuel, A. E., "On the assessment of harmonic pollution," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, no. 3, pp. 1693–1698, July 1995.
- [B9] Filipski, P. S., and Labaj, P. W., "Evaluation of reactive power meters in the presence of high harmonic distortion," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 7, no. 4, pp. 1793–1799, Oct. 1992.
- [B10] Filipski, P. S., Baghzouz, Y., and Cox, M. D., "Discussion of Power Definitions Contained in the IEEE Dictionary," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 3, July 1994, pp. 1237–44.
- [B11] Goodhue, W. M., Discussion to "Reactive power concepts in need of clarification," *AIEE Transactions*, vol. 52, p. 787, Sept. 1933.
- [B12] IEC 61000-4-7, 2002. Electromagnetic Compatibility (EMC)—Part 4-7: Testing and Measurement Techniques—General Guide on Harmonics and Interharmonics Measurements and Instrumentation, for Power Supply Systems and Equipment Connected Thereto.⁸
- [B13] IEEE Std 280™-1985 (Withdrawn), IEEE Standard Letter Symbols for Quantities Used in Electrical Science and Electrical Engineering.^{9,10,11}
- [B14] IEEE Working Group on Non-Sinusoidal Situations, "Practical definitions for powers in systems with non-sinusoidal waveforms and unbalanced loads," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, no. 1, pp. 79–101, Jan. 1996.

⁷ DIN publications are available from DIN Deutsches Institut für Normung, e.V., Burggrafenstrabe 6, 10787 Berlin, Germany (<http://www.din.de>).

⁸ IEC publications are available from the Sales Department of the International Electrotechnical Commission, Case Postale 131, 3 rue de Varembé, CH-1211, Genève 20, Switzerland/Suisse (<http://www.iec.ch>). IEC publications are also available in the United States from the Sales Department, American National Standards Institute, 11 West 42nd Street, 13th Floor, New York, NY 10036, USA.

⁹ IEEE publications are available from the Institute of Electrical and Electronics Engineers, 445 Hoes Lane, Piscataway, NJ 08854, USA (<http://standards.ieee.org>).

¹⁰ The IEEE standards or products referred to in this clause are trademarks owned by the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Incorporated.

¹¹ IEEE Std 280-1985 has been withdrawn; however, copies can be obtained from Global Engineering, 15 Inverness Way East, Englewood, CO 80112-5704, USA, tel. (303) 792-2181 (<http://global.ih.com/>).

IEEE Std 1459-2010
IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced,
or Unbalanced Conditions

- [B15] Lyon, V., [Discussion to H. L. Curtis and F. B. Silsbee paper "Definitions of power and related quantities," *AIEE Transactions*, vol. 54, no. 4, pp. 394–404, Apr. 1935], *Electrical Engineering*, p. 1121, Oct. 1935.
- [B16] Pajic, S., and Emanuel, A. E., "Effect of neutral path power losses on the apparent power definition: A preliminary study," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 24, no. 2, pp. 517–523, Apr. 2009.
- [B17] Peretto, L., Willems, J. L., and Emanuel, A. E., "The effect of the integration interval on the measurement accuracy of rms values and powers in systems with non-sinusoidal waveforms," *Electrical Power Quality and Utilization Journal*, vol. 13, no. 1, pp. 111–117, 2007.
- [B18] Pretorius, J. H. C., van Wyk, J. D., and Swart, P. H., "An evaluation of some alternative methods of power resolutions in a large industrial plant," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, no. 3, pp. 1052–1059, July 2000.
- [B19] Stevens, R. H., "Power flow direction definitions for metering of bidirectional power," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 102, no. 9, pp. 3018–3021, Sept. 1983.
- [B20] Swart, P. H., van Wyk, J. D., and Case, M. J., "On the technique for localization of sources producing distortion in transmission networks," *European Transactions on Electrical Powers (ETEP)*, vol. 6, no. 5, Sept/Oct. 1996.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ - นามสกุล	ปัญญา วัฒนายิ่งเจริญ
วัน เดือน ปี เกิด	1 เมษายน 2525
ที่อยู่	10/2 หมู่ 1 ถ.บางนา-ตราด ต.ราชาเทวะ อ.บางพลี จ.สมุทรปราการ โทร. 089121.135
ประวัติการศึกษา	2548 วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชา Technology Electronics มหาวิทยาลัยรามคำแหง
ประสบการณ์การทำงาน	
2548 - 2553	System administration officer บริษัท หลักทรัพย์ ยูไนเต็ด จำกัด (มหาชน)
2553	Security specialist บริษัท สยามซีเคียว จำกัด
2553 - 2555	Product specialist บริษัท เอทีเอ็มฟาร์ซิส กรุ๊ป จำกัด
2555 - ปัจจุบัน	Infrastructure analyst บริษัท เซริซิส โซลูชั่นส์ (ประเทศไทย) จำกัด