

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบไหลราบเรียบในท่อกลมที่ติดตั้งแผ่นออริฟिसวาง
เอียง

NUMERICAL STUDY OF LAMINAR HEAT TRANSFER IN A TUBE WITH
INCLINED ORIFICE



T119495



b. 119495/66
i.

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน **119495**
วัน,เดือน,ปี... - **8 S.A. 2554**

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2553

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2553

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบไหลราบเรียบในท่อกลมที่ติดตั้งแผ่นออริฟิซวางเอียง

Numerical Study of Laminar Heat Transfer in a Tube with Inclined orifice


ผู้จัดทำ

นาย ภาณุรุจ ปวีตาภา รหัสนักศึกษา 50011179

นาย ภูธร นันทิยะกุล รหัสนักศึกษา 50011186

นาย รัตน์ศักดิ์ พุ่มสลด รหัสนักศึกษา 50011296




(รศ.ดร. พงษ์เจต พรหมวงศ์) อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบไหลราบเรียบในท่อกลมที่ติดตั้งแผ่นออริฟิสวางเอียง

นาย ภาณุรุจ ปวีตภา 50011179

นาย ภูธร นันทิยะกุล 50011186

นาย รัตน์ศักดิ์ พุ่มสลด 50011296

รศ.ดร. พงษ์เจต พรหมวงส์ อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2553

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนในช่วงการไหลแบบราบเรียบภายในท่อกลมที่ติดตั้งแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ผนังด้านในท่อ ภายใต้เงื่อนไขอุณหภูมิผิวท่อคงที่ ทำการจัดวางแผ่นออริฟิสโดยใช้สัดส่วนระหว่างระยะห่างของแผ่นออริฟิสต่อความสูงของท่อ (Pitch ratio (P/D), PR) เท่ากับ 1 และ 1.5 โดยแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ติดตั้งนั้นมีลักษณะการจัดวางเอียงทำมุมปะทะที่ 30° , 45° และ 60° และมีค่าอัตราส่วนการบดบังการไหล (Blockage ratio (b/D), BR) เท่ากับ 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ในการคำนวณใช้วิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมและเลือกลำดับวิธีหาผลเฉลยแบบ SIMPLE algorithm ซึ่งการจำลองนี้ได้นำเสนอคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลของของไหลสำหรับเลขเรย์โนลด์บนพื้นฐานเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกส์ของท่อ ช่วงจาก $Re = 100 - 1200$ และได้ศึกษาผลของแผ่นออริฟิสวางเอียงต่อการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อ ผลจากการศึกษาที่ได้จากท่อที่มีการติดตั้งแผ่นออริฟิสวางเอียงถูกนำไปเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ โดยได้ทำการพิจารณาค่าการถ่ายเทความร้อนโดยแสดงในเทอมของเลขนัสเซลท์ (Nusselt number) และการสูญเสียความดันโดยแสดงในเทอมของตัวประกอบเสียดทาน (friction factor) จากการศึกษาพบว่า การเพิ่มแผ่นออริฟิสวางเอียงจะให้ค่าการถ่ายเทความร้อนและค่าตัวประกอบเสียดทานเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อที่มีผนังเรียบ และพบว่าเมื่อเพิ่มความสูงของแผ่นออริฟิสจะทำให้ค่าการถ่ายเทความร้อนเพิ่มมากขึ้น โดยท่อที่มีการติดตั้งแผ่นออริฟิสเอียงที่มีความสูง 25% ให้ค่าการถ่ายเทความร้อนมากที่สุด เนื่องจากแผ่นออริฟิสวางเอียงจะทำให้เกิดการไหลแบบหมุนวนและการกระแทกของการไหลที่บริเวณผิวของท่อ ในขณะที่เดียวกันเมื่อเพิ่มความสูงของแผ่นออริฟิสก็จะทำให้เกิดความดันสูญเสียเพิ่มมากขึ้นด้วย

คำหลัก: ท่อกลม, แผ่นออริฟิสวางเอียง, การถ่ายเทความร้อน, ความเสียดทาน

Numerical Study of Laminar Heat Transfer in a Tube with Inclined orifice

Panuruj Pavidapha

Phuthon Nanthiyakul

Ratsak Poomsalood

Assoc.Prof. Dr.Pongjet Promvonge Advisor

Abstract

Laminar periodic flow and heat transfer in a three dimensional tube with isothermal walls and with inclined orifice is investigated numerically. The computations based on the finite volume method, and the SIMPLE algorithm has been implemented. The fluid flow and heat transfer characteristics are presented for Reynolds numbers based on the hydraulic diameter of the tube ranging from 100 to 1200. Effects of inclined on heat transfer and pressure loss in the tube are studied and their results of the inclined orifice of 30° , 45° and 60° attack angle are also compared with smooth tube. It is found that the inclined orifice better than smooth tube for all Reynolds number values. The increase of the blockage ratio, BR leads to an increase in the Nusselt number and friction factor. The computational results reveal that the BR = 0.25 provide the highest on both Nusselt number and friction factor.

Keywords: tube, inclined orifice, heat exchanger, friction factor

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเรื่องการศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบไหลราบเรียบในท่อกลมที่ติดตั้งแผ่นออริฟิซวางเอียงสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีโดยการให้คำปรึกษาและความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์ ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง อีกทั้งขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.จารุวัตร เจริญสุข อาจารย์สยาม สงวนรัมย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ มณฑล ใจกุศล สำหรับคำแนะนำเพิ่มเติมทำให้วิทยานิพนธ์นี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ คุณวิชาดา เกษภูรัตนชัย (พีแอม) ที่ให้ความกรุณาในการสอนโปรแกรมและให้คำแนะนำที่ดีแก่ผู้วิจัย

ขอขอบคุณสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่ให้ทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ ให้ความช่วยเหลือทางด้านอุปกรณ์และสถานที่สำหรับการวิจัย

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกๆ เรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

นาย ภาณุรุจ ปวีดาภา
นาย ภูธร นันทิยะกุล
นาย รัตน์ศักดิ์ พุ่มสลด

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง	VIII
สารบัญรูป	IX
รายการคำย่อและสัญลักษณ์	XV
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย	3
บทที่ 2 วรรณกรรมปริทรรศน์	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
บทที่ 3 กฎการอนุรักษ์สำหรับของไหลเคลื่อนที่.....	7
3.1 บทนำ.....	7
3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน	7
3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ	8
3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล ในเทอมของชิ้นส่วนย่อยของไหล.....	10
3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ.....	12
3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ.....	15
3.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์ สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน	21
3.4 รูปแบบอนุรักษ์สำหรับสมการควบคุมของการไหล	24
3.5 รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ.....	25

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ.....	28
4.1 บทนำ.....	28
4.2 การไหลของของไหล.....	28
4.2.1 สภาวะการไหล.....	28
4.2.2 ความเร็วเฉลี่ย.....	29
4.2.3 รูปร่างความเร็วของการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	30
4.2.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบเสียดทาน ในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	32
4.3 การถ่ายเทความร้อน.....	33
4.3.1 อุณหภูมิเฉลี่ย.....	34
4.3.2 สภาวะการปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	35
4.4 การสมดุลของพลังงาน.....	38
4.4.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่.....	39
4.4.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่.....	40
4.5 สมรรถนะเชิงความร้อน.....	41
บทที่ 5 การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	42
5.1 บทนำ.....	42
5.2 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข.....	42
5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	42
5.3.1 ขึ้นก่อนประมวลผล.....	43
5.3.2 ขึ้นประมวลผล.....	43
5.3.3 ขึ้นแสดงผล.....	43
5.4 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	44
5.4.1 ความเข้ากันได้.....	44
5.4.2 เสถียรภาพการคำนวณ.....	44
5.4.3 การลู่เข้าของผลเฉลย.....	44
5.4.4 การอนุรักษ์.....	44

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.4.5 ความจำกัดขอบ.....	45
5.4.6 ความเสมือนจริง.....	45
5.4.7 ความแน่นอน.....	45
5.5 รูปแบบการจัดวางกริด.....	46
5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข.....	47
5.6.1 แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง.....	47
5.6.2 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง.....	47
5.6.3 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง.....	48
5.6.4 แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก.....	49
5.7 การดิสเครทไทซ์สมการควบคุม.....	50
5.8 การดิสเครทไทซ์สมการอนุกรมมวล.....	51
5.9 การดิสเครทไทซ์สมการอนุกรมพลังงาน.....	51
5.9.1 การดิสเครทไทซ์เทอมไม่คงตัว.....	51
5.9.2 การดิสเครทไทซ์เทอมการพา.....	52
5.9.3 การดิสเครทไทซ์เทอมการแพร่.....	53
5.10 การดิสเครทไทซ์สมการนาเวียร์-สโตกส์.....	55
5.11 ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมในการไหลคงตัว.....	62
บทที่ 6 การกำหนดปัญหาและตรวจสอบผลการคำนวณ.....	66
6.1 บทนำ.....	66
6.2 สมการควบคุมและสมมติฐาน.....	66
6.3 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย.....	67
6.4 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ.....	74
6.5 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำ.....	74
บทที่ 7 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการอภิปราย.....	76
7.1 บทนำ.....	76
7.2 แผ่นออริฟิซวางเฉียงแผ่นเต็ม.....	76
7.2.1 อธิปไตยของแล่งเรย์โนลด์ส์.....	76

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
7.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก.....	80
7.2.3 อิทธิพลของมุมปะทะ.....	86
7.2.4 อิทธิพลของระยะพิชช.....	92
7.2.5 การเปรียบเทียบระหว่างแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มกับแผ่นออริฟิสตัดครึ่ง วางตัวแบบ Staggered.....	97
7.2.6 เส้นกระแสการไหล.....	101
บทที่ 8 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....	103
8.1 สรุปผลการจำลอง.....	103
8.2 ข้อเสนอแนะ.....	104
บรรณานุกรม.....	105
ภาคผนวก.....	108
ภาคผนวก ก. คุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ของอากาศที่ความดันบรรยากาศ.....	109
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	111

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้	24
6.1 แสดงลักษณะแผ่นกั้นแต่ละกรณีศึกษา	70



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	ชิ้นส่วนของของไหลสำหรับกฎการอนุรักษ์..... 8
3.2	การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของไหล..... 9
3.3	องค์ประกอบของความเค้นบนผิวหน้าทั้งสามทิศทาง ของชิ้นส่วนของไหล 13
3.4	องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง x 14
3.5	องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน 17
4.1	การก่อตัวของบาวน์คาลิเลเยอร์ของการไหลแบบลามินาร์ในท่อกลม..... 28
4.2	สมมูลแรงบนอีลิเมนต์ dx สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ก่อตัวเต็มที่ในท่อกลม..... 30
4.3	ตัวประกอบเสียดทานสำหรับการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อกลม..... 33
4.4	การก่อตัวของบาวน์คาลิเลเยอร์ทางความร้อนในท่อกลม..... 33
4.5	การเปลี่ยนแปลงตามแกน h สำหรับการไหลภายในท่อ..... 37
4.6	ปริมาตรควบคุมสำหรับการไหลภายในท่อ..... 38
5.1	แสดงความเชื่อมโยงของกระบวนการดิฟฟิวชันไทดัลและผลเฉลยประมาณค่า 43
5.2	แสดงแนวคิดของความแน่นอนและความแม่นยำ..... 45
5.3	แสดงรูปแบบการจذبวงกริดในแกน 2 มิติ และ 3 มิติ..... 46
5.4	ส่วนแรเงาแสดงตำแหน่งของปริมาตรควบคุมแบบ 2 มิติ..... 46
5.5	รูปแบบแนวคิดของแบบแผนวิธีผลต่างควอดราติกในปริมาตรควบคุมแบบ 1 มิติ 49
5.6	การกระจายตัวของความดันกระเพื่อม หรือปัญหากระดานหมากรุก..... 57
5.7	แสดงการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนใน 2 มิติ..... 57
5.8	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเยลเซต..... 59
5.9	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาวีเซต..... 60
5.10	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาสเตลาร์เซต..... 64
5.11	ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยด้วยวิธี SIMPLE..... 65
6.1	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิซวางเอียงแผ่นเต็ม..... 67
6.2	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิซวางเอียงแผ่นเต็มแบบ 1 โมดูล..... 67
6.3	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิซวางเอียงตัดครึ่ง วางตัวแบบ Staggered..... 68
6.4	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิซวางเอียงตัดครึ่ง วางตัวแบบ Staggered แบบ 1 โมดูล..... 68

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และ X ของอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.5 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็ม.....	69
6.6 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered.....	69
6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อกลมผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง	75
6.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับค่าที่ได้จากการจำลอง.....	75
7.1 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$	77
7.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิจากการตัดขวางการไหลในท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$	78
7.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิจากการตัดตามการไหลในท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$	79
7.4 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $Re = 1000$	81
7.5 การกระจายตัวของอุณหภูมิจากการตัดขวางการไหลในท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $Re = 1000$	82
7.6 การกระจายตัวของอุณหภูมิจากการตัดตามการไหลในท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $Re = 1000$	83
7.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกริดท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ.....	84
7.8 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกริดท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ	85
7.9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกริดท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ.....	85
7.10 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกริดติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.2$, $Re = 600$	86

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และ XI อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.11 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิส วางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.2, Re = 600$	88
7.12 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิส วางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.2, Re = 600$	89
7.13 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.2, Re = 600$	90
7.14 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 600$	91
7.15 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ $BR = 0.2, Re = 600$	91
7.16 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียง ที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	92
7.17 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิส วางเอียงที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	93
7.18 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิส วางเอียงที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	94
7.19 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	95
7.20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	96
7.21 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิศต่างๆ ที่ $BR = 0.20, Re = 800$	96
7.22 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงเต็มแผ่นและ แผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25, Re = 1200$	97
7.23 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียง เต็มแผ่นและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25, Re = 1200$...	98
7.24 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียง เต็มแผ่นและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25, Re = 1200$...	99

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.25 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัยเชิงทศนิยมกับเลขเรย์โนลด์สของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$	100
7.26 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์สของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$	100
7.27 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์สของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$	101
7.28 ค่าการกระจายตัวพลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกลมที่เลขเรย์โนลด์สต่างๆ ที่ $BR = 0.2$	102



รายการคำย่อและสัญลักษณ์

A_c	พื้นที่หน้าตัดของท่อ, m^2
A_s	พื้นที่ผิวท่อทั้งหมด, m^2
BR	อัตราส่วนการบดเคี้ยวไหล
b	ความสูงแผ่นกั้น, m
C	ค่าความจุความร้อนจำเพาะ, $J/kg \cdot K$
C_f	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน
C_p	ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่, $J/kg \cdot K$
C_v	ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความปริมาตรคงที่, $J/kg \cdot K$
D_h	เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก, m
E	พลังงาน, W
f	ตัวประกอบเสียดทาน
f_o	ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง, m/s^2
H	ความสูงของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส, m
h	เอนทาลปี, J/kg ; สัมประสิทธิ์การพาความร้อน, $W/m^2 \cdot K$
i	พลังงานความร้อนภายใน, J/kg
k	ค่าการนำความร้อน, $W/m \cdot K$
L	ความยาวของท่อ, m
\dot{m}	อัตราการไหลเชิงมวล, kg/s
Nu	เลขนัสเซลท์
Nu_o	เลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ
P	เส้นรอบรูป, m
Pr	เลขพรานด์เทิล
p	ความดัน, N/m^2
q	อัตราการถ่ายเทความร้อน, W
q''_s	ฟลักซ์ความร้อนระหว่างของไหลกับผิวท่อที่จุดใดๆ, W/m^2
R	ค่าคงที่ของแก๊ส, $J/kg \cdot K$
Re	เลขเรย์โนลด์ส์
r	รัศมีท่อ, m

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

S	เทอมของการสร้างหรือสูญหาย
s	อัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นของชิ้นส่วนของไหล
T	อุณหภูมิ, K
T_m	อุณหภูมิเฉลี่ย, K
T_s	อุณหภูมิผิว, K
t	เวลา, s
\mathbf{u}	เวกเตอร์ความเร็ว, m/s
u	ความเร็วในแนวแกน x , m/s
u_m	ความเร็วเฉลี่ย, m/s
v	ความเร็วในแนวแกน y , m/s ; ปริมาตรจำเพาะ, m^3/kg
w	ความเร็วในแนวแกน z , m/s
$X_{fd,h}$	ความยาวช่วงบริเวณทางเข้าสำหรับการปรับตัวของการไหล, m
$X_{fd,t}$	ความยาวช่วงบริเวณทางเข้าสำหรับการปรับตัวของความร้อน, m
Φ	ฟังก์ชันการสลายตัว
α	ค่าการฟุ้งกระจายของความร้อน, m^2/s ; มุมปะทะของแผ่นกั้นกับกระแสการไหล, degree
ϕ	ค่าคุณสมบัติใดๆ ต่อ หน่วยมวล
η	สมรรถนะเชิงความร้อน
λ	ความหนืดที่สอง
μ	ความหนืดสัมบูรณ์, $N \cdot s/m^2$
Γ	การแพร่ทางความร้อน
ρ	ความหนาแน่น, kg/m^3
τ	ความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืด, N/m^2

บทที่ 1

บทนำ

ในปัจจุบันความต้องการด้านพลังงานของประเทศมีแนวโน้มสูงมากขึ้น เพราะการใช้พลังงานมีมากขึ้นตามความเจริญของประเทศ เพื่อใช้ในการผลิตและสร้างอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน การพัฒนาเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนนับเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่ง สำหรับใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมทั่วไป ทั้งกิจการขนาดย่อมจนกระทั่งถึงอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ ในโรงงานอุตสาหกรรมที่มีอุปกรณ์การใช้งานประเภทแลกเปลี่ยนความร้อน หากสามารถใช้อุปกรณ์ดังกล่าวได้อย่างเต็มความสามารถของอุปกรณ์ก็จะสามารถช่วยลดต้นทุนการผลิตทางด้านพลังงานได้ เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนดังกล่าวที่ใช้กันมีอยู่หลายประเภท ซึ่งพบได้โดยทั่วไปในงานเชิงวิศวกรรม เช่น หม้อน้ำรถยนต์ คอนเดนเซอร์เครื่องปรับอากาศ หม้อไอน้ำ ฯลฯ และเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้ในอุตสาหกรรมทั่วไป ทั้งหมดเป็นตัวอย่างของการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างของไหลร้อนและของไหลเย็น และหน้าที่สำคัญของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนก็คือการนำเอาพลังงานความร้อนมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพและให้เกิดประโยชน์สูงสุด

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่าเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนมีการใช้งานหลายรูปแบบและมีการใช้งานอย่างกว้างขวางทั้งในงานอุตสาหกรรมและงานพาณิชย์ โดยมีตั้งแต่ขนาดเล็กที่สุด ได้แก่ ตัวระบายความร้อนในอุปกรณ์สร้างภาพอินฟราเรด ระบบจรวดนำวิถี จนถึงขนาดใหญ่ ได้แก่ หม้อไอน้ำ คอนเดนเซอร์ และชุดระบายความร้อนจากน้ำหล่อเย็น ความหลากหลายของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนครอบคลุมทุกชนิด รูปทรง และการจัดวางทางรูปทรงเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนโดยส่วนใหญ่จะทำหน้าที่ให้ความสะดวกแก่การถ่ายเทความร้อนระหว่างของไหลสองชนิดที่มีอุณหภูมิที่แตกต่างกัน โดยกระบวนการถ่ายเทความร้อนจากของไหลตัวหนึ่งไปสู่ของไหลอีกตัวหนึ่งจะต้องมีผลต่างสุทธิของอุณหภูมิ ในขณะที่เกิดการถ่ายเทความร้อนนั้นของไหลที่ร้อนจะมีอุณหภูมิตกลง ส่วนของไหลเย็นจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น แต่อย่างไรก็ตามอุณหภูมิสูงสุดของของไหลเย็นสามารถจะขึ้นไปถึงได้นั้นจะต้องต่ำกว่าอุณหภูมิสูงสุดของของไหลร้อนเสมอ กล่าวคือจะต้องมีความแตกต่างของอุณหภูมิของของไหลทั้งสองเพื่อเป็นตัวขับเคลื่อนการถ่ายเทความร้อนไปสู่ของไหลเย็น ซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ ในทำนองเดียวกันจะต้องมีการใช้พลังงานส่วนหนึ่งในการทำให้ของไหลไหลผ่านเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน ซึ่งจะแสดงโดยผลต่างความดันระหว่างทางเข้าและทางออกของอุปกรณ์

โดยทั่วไปสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนจะสัมพันธ์กับการสูญเสียความดันเนื่องจากแรงเสียดทาน การปรับปรุงสมรรถนะเชิงความร้อนมักจะทำให้เกิดการสูญเสียความดันที่เพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการสูญเสียความดันที่เกิดขึ้นบางครั้งก็จะไม่คุ้มค่าเนื่องจากพลังงานกลที่ต้องจ่ายไปจะมีมูลค่ามากกว่าการถ่ายเทพลังงานความร้อน

งานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาการแลกเปลี่ยนความร้อนภายในท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มทำมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° และติดแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° โดยมีระยะพิชต์ PR = 1 และ 1.5 ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องได้แก่ การไหลของอากาศ ความเร็วของอากาศ ความสูงของแผ่นออริฟิสซึ่งแสดงในเทอมของอัตราส่วนการบล็อก มุมปะทะ เพื่อช่วยให้อากาศทำการถ่ายเทความร้อนได้ดีขึ้น วิธีที่สามารถใช้ศึกษาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ได้ เช่น วิวิวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) การสร้างชุดทดลองเพื่อทดลองการไหลและการถ่ายเทความร้อน และระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขนี้ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นตัวช่วยในการหาผลเฉลยปัญหาของการไหลและการถ่ายเทความร้อนหรือที่เรียกว่า ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics; CFD) จะมีความสะดวกกว่า 2 วิธีแรก เนื่องจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่ครอบคลุมปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบไม่เชิงเส้น (Non linear) จึงทำให้มีความยุ่งยากสำหรับการวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำตรง ส่วนการสร้างชุดทดลองเพื่อทดลองต้องใช้เวลามาก มีค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูง และการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขทำได้ในขอบเขตจำกัด

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีการคำนวณทางด้านพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นเครื่องมือสำหรับศึกษาค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส (Reynolds number; Re) ค่าอัตราส่วนความสูงของแผ่นออริฟิสต่อความสูงของแบบจำลองการไหล (Blockage ratio; BR=b/D) และมุมปะทะ (α) ของแผ่นออริฟิส เพื่อค้นหาผลของพารามิเตอร์เหล่านี้ที่สามารถช่วยส่งเสริมให้อากาศถ่ายเทความร้อนจากผิวท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสได้ดีขึ้น สำหรับผลการวิจัยที่ได้สามารถใช้เป็นแนวทางหนึ่งในการออกแบบการจัดวางแผ่นออริฟิสให้มีความสามารถในการถ่ายเทความร้อนที่ดี และเกิดความเสียดทานน้อยๆ อันนำไปสู่สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนที่สูงสุด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 ศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนและการไหลของอากาศภายในท่อกลม ในกรณีที่จัดวางแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็ม และแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered

1.2.2 วิเคราะห์อิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส (Re) มุมปะทะ (α) ของแผ่นออริฟิส ค่าอัตราส่วนการบล็อกการไหล (BR) ที่มีผลต่อสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

- 1.3.1 ใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขทางพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนบนพื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite volume method)
- 1.3.2 ทำการคำนวณในแบบจำลองการไหลสามมิติที่มีการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 - 1200
- 1.3.3 พิจารณาเฉพาะการพาความร้อนแบบบังคับ (Forced convection)
- 1.3.4 ทำการวิจัยเฉพาะที่สภาวะอุณหภูมิผิววงที่เท่ากับ 310 K

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

- 1.4.1 รวบรวมข้อมูล ทำการศึกษาทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเพิ่มสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนของการไหลภายในท่อกลม
- 1.4.2 กำหนดลักษณะของปัญหา และกำหนดลักษณะรูปร่างของแผ่นออริฟิสและสร้างแบบจำลองบนโปรแกรมออกแบบทางพลศาสตร์ของไหลพร้อมกับเลือกขนาดและจำนวนกริดที่เหมาะสม
- 1.4.3 ตรวจสอบโปรแกรมกับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution) ทำการคำนวณเชิงตัวเลขในปัญหาที่ต้องการศึกษา
- 1.4.4 ทำการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองการไหลสามมิติ ที่ต้องการศึกษาโดยการเปลี่ยนแปลง ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ตามที่ระบุในวัตถุประสงค์ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส์ รูปแบบของแผ่นออริฟิส มุมปะทะ และค่าอัตราส่วนการบล็อกของแบบจำลองการไหล
- 1.4.5 วิเคราะห์ผลที่ได้จากการคำนวณ นำข้อมูลจากการคำนวณมาทำการวิเคราะห์ผลและแสดงค่าในรูปพารามิเตอร์ไว้หน่วย
- 1.4.6 สรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์และข้อเสนอแนะที่ควรทำการวิจัยต่อไป

1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

- 1.5.1 ทำให้ทราบถึงอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อสมรรถนะในการถ่ายเทความร้อนของท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิส
- 1.5.2 เพื่อการพัฒนาและออกแบบแผ่นออริฟิสภายในท่อกลม ในกรณีจัดวางแผ่นออริฟิสแบบต่างๆ ให้มีความเหมาะสม
- 1.5.3 เป็นองค์ความรู้เพื่อการวิจัยด้านการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมต่อไป
- 1.5.4 เพื่อนำไปพัฒนาใช้กับชิ้นงานจริง

บทที่ 2

วรรณกรรมปริทรรศน์

2.1 บทนำ

ในปัจจุบันได้มีการศึกษาในเรื่องของการปรับปรุงสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนของท่อแลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ เพื่อที่จะหาวิธีในการลดต้นทุนในด้านพลังงาน และได้มีการค้นคว้ารูปแบบของการปรับปรุงการถ่ายเทความร้อนภายในท่อกลมให้มีความเหมาะสมและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องได้เสนอในหัวข้อ 2.2 มีดังนี้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Patankar, S.V., C.H. Liu, and E.M. Sparrow (1977) [18] ทำการคำนวณคุณลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อ โดยอาศัยหลักการคิดลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่

Berner, C., F. Durst, and D.M. McEligot (1984) [5] แนะนำพฤติกรรมการไหลแบบลามินาร์ในช่องขนานที่ติดแผ่นกั้น พบว่าที่เลขเรย์โนลด์ต่ำกว่า 600 และจะไม่เกิด vortex shedding

Webb, B.W., and S. Ramadhyani (1985) [25] คำนวณเชิงตัวเลขของลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานผิวเรียบที่ติดแผ่นกั้นแนวเอียงกัน โดยใช้เงื่อนไขพื้นฐานลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่ของ Patankar และคณะ

Metzger, D.E., C.S. Fan, and Y. Yu (1990) [15] ทำการศึกษาผลของมุมครีบบนตำแหน่งครีบบนมีผลต่อการถ่ายเทความร้อนเฉพาะที่ ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปแบบการไหลขึ้นอยู่กับตำแหน่งของครีบบนแบบแรกติดครีบบนแนวขนานบนผิวท่อที่อยู่ตรงกันข้าม และอีกแบบติดครีบบนแนวตัดกันบนผิวท่อที่อยู่ตรงกันข้าม พบว่าครีบบนมุม 60° ให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนดีที่สุด

Han, J.C., Y.M. Zhang, and C.P. Lee (1991) [10] ศึกษาเชิงทดลองการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบนผนังสองด้าน โดยใช้ครีบบนที่มีรูปทรงแตกต่างกัน 9 แบบ และแต่ละรูปทรงจะพิจารณาที่ค่า ระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบนเท่ากับ 10 และความสูงครีบบนต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 ผลลัพธ์ของการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยและตัวประกอบเสียดทานพบว่าครีบบนทำมุม และครีบบนรูปตัววีให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นสูงกว่าครีบบนยาวต่อเนื่อง และยังพบว่าครีบบนทำมุมที่ 60° ให้การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในครีบบนเอียงที่พิจารณา

Han, J.C., and Y.M. Zhang (1992) [11] นำเสนอการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยครีบบนทั้งหมด 7 รูปทรงของครีบบนที่วางแบบเว้นช่วง พบว่าครีบบนรูปตัววีทำมุม 60° แบบวางเว้นช่วงให้การถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ 4.5 เท่า และดีกว่าครีบบนยาวต่อเนื่อง

แบบวางต่อเนื่อง ในการทดลองทั้งหมดได้ติดครีบบนผนังสองด้านและค่าความสูงครีบบต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 และระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10

Taslim, M.E., T. Li, and D.M. Kercher (1996) [22] ทำการวัดค่าการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อทั้งหมด 3 ค่า ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.083, 0.125 และ 0.167 ตามลำดับ และที่ระยะพิตซ์คงที่โดยมีค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10 โดยใช้เทคนิค liquid crystal ในการศึกษานั้นได้เปลี่ยนค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อหลายๆ ค่า และใช้ครีบบที่มุม 45° แบบวางเอียง ผลจากการทดลองแสดงให้เห็นว่า เลขนัสเซิลท์เฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อที่ดีที่สุดที่สุพบว่ายู่ระหว่าง 0.083 และ 0.125

Rau, G., M. Cakan, D. Moeller, and T. Arts (1998) [20] นำเสนอการกระจายการถ่ายเทความร้อนที่จุดใดๆ ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบนผนังหนึ่งด้าน โดยเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบ และใช้เทคนิค Liquid crystal thermography ในการหาค่าสนามอุณหภูมิที่จุดใดๆ ซึ่งค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบที่ใช้ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 6, 8, 9, 10, 12, 14 และ 16 ส่วนค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อใช้ที่ค่าเดียวซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.1 เขาพบว่าค่าการถ่ายเทความร้อนสูงที่สุดที่ค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 9 และ 12

Murata, A., and S. Mochizuki (2001) [16] ศึกษาเชิงตัวเลขการกระจายการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบ โดยใช้วิธีการจำลอง large eddy โดยครีบบวางทำมุม 60° ที่ค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อเท่ากับ 0.1 และอัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10 จากการคำนวณเชิงตัวเลขชี้ให้เห็นว่าการไหลมีจุดกระทบที่ผนังจะอยู่กึ่งกลางระหว่างครีบบซึ่งส่งผลให้เพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่จุดใดๆ

Chandra, P.R., C.R. Alexander, and J.C. Han (2003) [8] วัดค่าการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบวางแบบต่อเนื่อง ที่ผนัง 1, 2, 3 และ 4 ด้าน ความยาวท่อทดสอบต่อเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกเท่ากับ 20 ครีบบที่ใช้ติดบนผนังมีค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อเท่ากับ 0.0625 และ อัตราส่วนระยะพิตซ์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 8 เขาพบว่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนของผนังที่ติดครีบบ เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์ เพิ่มขึ้นสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนลดลง ขณะเดียวกันค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น

Tanda, G (2004) [23] ตรวจสอบการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนสำหรับติดครีบบที่ผนังหนึ่งด้านในช่องสี่เหลี่ยมที่ค่า $AR = 5$ ซึ่งครีบบที่ใช้เป็นครีบบวางแบบต่อเนื่อง 90° วางแบบเว้นช่วง 90° และครีบบตัววีวางแบบเว้นช่วง โดยการ ใช้ liquid crystal thermography ผลการทดลองพบว่า ครีบบ 90° วางแบบต่อเนื่องเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ 1.8 เท่าของครีบบ 90° วางแบบเว้นช่วง

Mousavi, S.S., and K. Hooman (2006) [17] ศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ภายในช่องทางที่มีครีบบแบบแผ่นเรียบวางเอียงก้นภายในช่องขนาน ซึ่งได้กำหนดให้ค่า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระยะห่างของครีบคองที่ และปรับเปลี่ยนอัตราส่วนความสูงของครีบต่อความสูงของแบบจำลอง การไหล การศึกษาใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ภายในแบบจำลอง การไหลสองมิติ การไหลเป็นแบบราบเรียบและอยู่ในสภาวะคงตัว (Steady flow) โดยค่าเลขเรย์โนลด์ส์อยู่ในช่วง 50-500 โดยใช้ความยาวจำเพาะของสมการเป็นความสูงของแบบจำลองการไหลหรือความสูงของช่องอากาศ ผลการศึกษาพบว่า การเพิ่มอัตราส่วนความสูงของครีบต่อความสูงของแบบจำลองการไหล เป็นการเพิ่มขนาดของกระแสหมุนวน ทำให้ความร้อนของแบบจำลองดีขึ้น

Sripattanapipat, S., and P. Promvong (2009) [21] วิเคราะห์เชิงตัวเลขการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ 2 มิติในในช่องขนานที่ติดแผ่นกั้นรูปเพชรที่ผนังบนและล่างแนวเอียง โดยคิดลักษณะการไหลเป็นคาบ โดยใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผนังคงที่ เลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ช่วง 100-600 พบว่า เมื่อลดมุมที่ยอดรูปเพชรจะทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น และยังพบว่า ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้มุมยอดเพชรที่ 5° และ 10° ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ามุมยอดเพชรที่ 0° (แผ่นกั้นแบน)



บทที่ 3

กฎการอนุรักษ์สำหรับของไหลเคลื่อนที่

3.1 บทนำ

ในบทนี้กล่าวถึงสมการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สำหรับการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ประกอบด้วย กฎการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน [1] ซึ่งได้นำไปสู่สมการควบคุมของการไหล เนื้อหาหลักที่ครอบคลุมในบทนี้ประกอบด้วย

- ระบบสมการ PDEs (Partial Differential Equations) ซึ่งควบคุมการไหลในพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y, z)
- แนวคิดเกี่ยวกับความหนืดในรูปของ Newtonian ซึ่งนำไปสู่สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier – Stokes equations)
- รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ

3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน

สมการควบคุมของการไหลแทนถึงสมการทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายกฎการอนุรักษ์ทางฟิสิกส์ ดังนี้

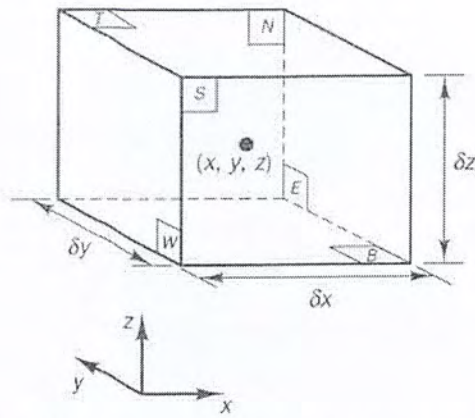
- มวลของไหลไม่สูญหายไปไหน
- อัตราการเปลี่ยนแปลง โมเมนตัม เท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหล (กฎข้อที่สองของนิวตัน)
- อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงาน เท่ากับผลรวมของอัตราการเพิ่มขึ้นของความร้อนกับอัตราของงานที่กระทำในอนุภาคของไหล (กฎข้อหนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์)

ของไหลจะถูกพิจารณาว่ามีความต่อเนื่องสำหรับการวิเคราะห์การไหลของของไหลที่ระดับมหภาค คือพิจารณาที่ขนาดระดับ $1 \mu\text{m}$ ขึ้นไป โครงสร้างและการเคลื่อนที่ระดับโมเลกุลสามารถไม่นำมาพิจารณาได้ เราสนใจที่จะอธิบายพฤติกรรมของไหลในเทอมของคุณสมบัติในระดับมหภาค เช่น ความเร็ว ความดัน ความหนาแน่น อุณหภูมิ รวมทั้งอัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติเหล่านี้ เป็นต้น สิ่งนี้อาจจะคิดเป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มโมเลกุลจำนวนมาก ดังนั้นจุดใดๆในของไหลนั้นจะมีคุณสมบัติของของไหลในระดับมหภาค ไม่ขึ้นกับอิทธิพลจากอนุภาคในระดับโมเลกุล

เราพิจารณาชิ้นส่วนของไหลขนาดเล็กที่มีความยาวด้านเท่ากับ $\delta x, \delta y$ และ δz ดังรูปที่

3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 ชิ้นส่วนของของไหลสำหรับกฎการอนุรักษ์

ผิวหน้าทั้งหกด้านจะถูกแทนด้วย N, S, E, W, T, B ซึ่งแทนถึงทิศทางในแนวเหนือ ใต้ ตะวันออก ตะวันตก บน และล่าง ตามลำดับ ศูนย์กลางของชิ้นส่วนอยู่ที่ตำแหน่ง (x, y, z) เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบของ มวล โมเมนตัม และพลังงานของชิ้นส่วนของไหล จะสามารถสร้างสมการการไหลของของไหลได้

คุณสมบัติของของไหลทั้งหมดจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา ดังนั้นเราจำเป็นต้องเขียน $\rho(x, y, z, t), p(x, y, z, t), T(x, y, z, t)$ และ $u(x, y, z, t)$ สำหรับความหนาแน่น, ความดัน, อุณหภูมิและเวกเตอร์ความเร็ว ตามลำดับ เพื่อหลีกเลี่ยงความซับซ้อนในการเขียนค่าสัญลักษณ์ แสดงคุณสมบัติดังกล่าว เราจะไม่ระบุตำแหน่งและเวลา เช่น ความดันที่ศูนย์กลาง (x, y, z) ของชิ้นส่วนของไหลที่เวลา t จะถูกแทนโดย p หรือการเปลี่ยนแปลงในทิศทาง x ของความดันที่ศูนย์กลาง (x, y, z) ที่เวลา t หนึ่งๆ จะถูกแทนโดย $\partial p / \partial x$ หลักการนี้จะถูกนำไปใช้สำหรับคุณสมบัติของไหลทั้งหมด

ชิ้นส่วนของไหลที่พิจารณานั้นมีขนาดเล็กมาก จนกระทั่งคุณสมบัติของไหลที่ผิวหน้าสามารถอธิบายได้อย่างแม่นยำด้วยสองพจน์แรกของสมการ Taylor ดังนั้น สำหรับตัวอย่างความดันที่ผิวหน้า W และ E ซึ่งทั้งคู่มีระยะห่างจากศูนย์กลางของชิ้นส่วนของไหลเท่ากับ $\frac{1}{2} \cdot \Delta x$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x \quad \text{และ} \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x$$

3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ

ขั้นตอนแรกของการหาสมการอนุรักษ์มวลคือการพิจารณาถึงสมมูลมวลของชิ้นส่วนของไหลดังนี้

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลใน	=	อัตราการไหลสุทธิของมวล
ชิ้นส่วนของไหล		ที่เข้าไปในชิ้นส่วนของไหล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของงานเพื่อการศึกษาที่เข้าไปในชิ้นส่วนของไหล ใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

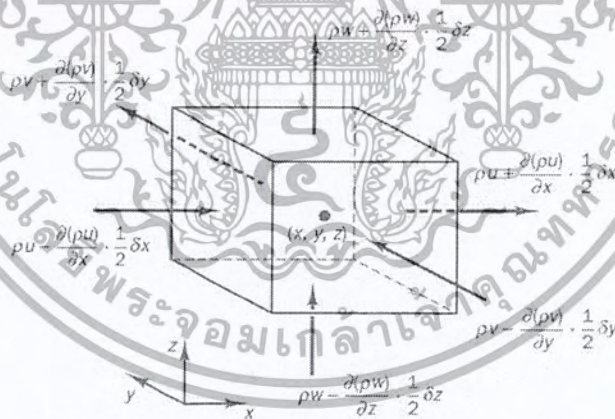
อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลในชิ้นส่วนย่อยของไหลคือ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (3.1)$$

อัตราการไหลเชิงมวลผ่านพื้นผิวและชิ้นส่วนย่อย ซึ่งนิยามโดยผลคูณของความหนาแน่นพื้นที่ผิว และความเร็วในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวนั้น จากรูปที่ 3.2 จะพบว่าการไหลสุทธิของมวลเข้าสู่ชิ้นส่วนย่อยผ่านพื้นผิวสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} & \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\ & + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (3.2)$$

โดยการไหลเข้าสู่ชิ้นส่วนที่ทำให้มวลของชิ้นส่วนย่อยเพิ่มขึ้นถูกกำหนดให้เป็นบวก และมีค่าเป็นลบเมื่อมีการไหลออกจากชิ้นส่วนย่อย



รูปที่ 3.2 การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของไหล

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลภายในชิ้นส่วนย่อยนั้น เท่ากับอัตราของมวลสุทธิจากการไหลออกผ่านพื้นผิวของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเมื่อย้ายข้างให้อยู่ในฝั่งเดียวกันเมื่อรวมกันแล้วจะหักล้างกันหมด เทอมทั้งหมดได้ถูกเรียบเรียงทางซ้ายของสมการและถูกหารด้วยปริมาตรของชิ้นส่วนย่อย $\delta x \delta y \delta z$ ซึ่งจะได้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูอาจารย์เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือในรูปแบบของเวกเตอร์

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0} \quad (3.4)$$

สมการ (3.4) นี้ คือสมการอนุรักษ์มวล หรือสมการความต่อเนื่อง 3 มิติ แบบการไหลไม่คงตัวและอัดตัวได้ เทอมแรกทางซ้ายมือคืออัตราการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่น (มวลต่อปริมาตร) ต่อเวลา เทอมที่สองอธิบายถึงการไหลสุทธิของมวลข้ามผ่านขอบเขตของปริมาตรเล็กๆ นั้น เรียกว่า เทอมของการพา

สำหรับของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (เช่น ของเหลว) ความหนาแน่นมีค่าคงที่และสมการ (3.4) จะกลายเป็น

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (3.5)$$

หรือในรูปแบบเต็ม

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.6)$$

3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติอนุภาคของไหล ในเทอมชิ้นส่วนย่อยของไหล

ในกฎของการอนุรักษ์ โมเมนตัมและพลังงานนั้น จะมีการกล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล คุณสมบัติแต่ละอย่างของอนุภาคจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (x, y, z) ของอนุภาคและเวลา (t) ในการศึกษาี้เรากำหนดให้ค่าคุณสมบัติใดๆ ต่อหน่วยมวล ด้วยสัญลักษณ์ ϕ โดยการเปลี่ยนแปลงของ ϕ เทียบกับเวลาของอนุภาคของไหล $D\phi/Dt$ คือ

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

และโดยที่ $dx/dt = u$, $dy/dt = v$ และ $dz/dt = w$ หากแทนค่าดังกล่าวไปในสมการข้างบน จะได้ว่า

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$D\phi/Dt$ เป็นนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ ϕ ต่อหน่วยมวล ในกรณีของสมการอนุกรมมวล เราสนใจที่จะพัฒนาสมการสำหรับอัตราการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยปริมาตร อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ ϕ สามารถถูกแปลงให้เป็นคุณสมบัติเชิงปริมาตรได้โดยการคูณความหนาแน่น ρ เข้าไปกับเทอม $D\phi/Dt$ ดังนั้น

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \right) \quad (3.8)$$

รูปแบบนี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการอธิบายความเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติของของไหล ในปริมาตรเล็กๆ ที่หยุดนิ่งหนึ่งๆ เป็นกรณีนิยามความสัมพันธ์ระหว่าง: 1) อนุพันธ์ของคุณสมบัติ ϕ ของอนุภาคของไหล กับ 2) อัตราเปลี่ยนแปลงของ ϕ ในชิ้นส่วน หรือปริมาตรย่อยๆ ของของไหลนั้น

ต่อไปนีหากเราหันมาพิจารณากฎการอนุรักษ์ของมวล ค่าของมวลต่อหน่วยปริมาตร (ในที่นี้คือ ความหนาแน่น ρ) คือพารามิเตอร์ที่เรากำลังศึกษา เมื่อพิจารณาผลรวมของ: 1) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นในปริมาตรเล็กๆ และ 2) ผลของการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากการพาในสมการอนุกรมมวล (3.4) ก็คือ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u})$$

ดังนั้นรูปทั่วไปของเทอมทั้งสองเทอมนี้ สำหรับคุณสมบัติใดๆ ของของไหล ϕ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) \quad (3.9)$$

สมการที่ (3.9) เทอมแรก คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติ ϕ ต่อหน่วยปริมาตรบวกกับเทอมที่สอง คือการไหลสุทธิของ ϕ ต่อปริมาตรที่ออกจากชิ้นส่วนย่อยของไหล ซึ่งเราสามารถนำมาเขียนใหม่เพื่อให้ได้ภาพความสัมพันธ์ ระหว่างผลรวมของทั้งสองเทอมนี้กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของ ϕ ในอนุภาคของไหล ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \right] + \phi \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) \right] = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (3.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอม $\phi[(\partial\rho/\partial t) + \text{div}(\rho\mathbf{u})]$ เท่ากับศูนย์เนื่องจากสมการอนุรักษ์มวล (3.4) จากความสัมพันธ์ดังแสดงใน (3.10) จะได้ว่า

อัตราการผลิตของ ϕ สำหรับชิ้นส่วนย่อยของไหล	+	อัตราการผลิตสุทธิของ ϕ ที่ ออกจากชิ้นส่วนย่อยของไหล	=	อัตราการผลิตของ ϕ สำหรับอนุภาคของไหล
--	---	---	---	--

การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมของอนุภาคของไหลทั้ง 3 ทิศทาง อ้างอิงแกนในพิกัดฉาก รวมถึงการเปลี่ยนแปลงของพลังงานซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์นั้น สามารถแทนพารามิเตอร์ ϕ และอัตราการผลิตเปลี่ยนแปลงของ ϕ ต่อหน่วยปริมาตร ตามที่นิยามไว้ใน (3.8) และ (3.10) สามารถแสดงได้ดังในตารางข้างล่างนี้

x-momentum	u	$\rho \frac{Du}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u})$
y-momentum	v	$\rho \frac{Dv}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u})$
z-momentum	w	$\rho \frac{Dw}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u})$
Energy	E	$\rho \frac{DE}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho E)}{\partial t} + \text{div}(\rho E \mathbf{u})$

รูปแบบที่ให้ไว้ในตารางข้างบนนี้จะถูกนำไปใช้ในการสร้างสมการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานดังที่จะแสดงรายละเอียดในหัวข้อถัดจากนี้

3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ

กฎข้อที่สองของนิวตันกล่าวไว้ว่า “อัตราการผลิตเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของอนุภาคของไหล เท่ากับผลรวมของแรง ที่กระทำต่ออนุภาค”

อัตราการผลิตโมเมนตัม ของอนุภาคของไหล	=	ผลรวมแรงที่กระทำ ต่ออนุภาคของไหล
---	---	-------------------------------------

อัตราการผลิตโมเมนตัมต่อหน่วยปริมาตรของอนุภาคของไหลในทิศ x, y และ z กำหนดได้โดย

$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad \rho \frac{Dv}{Dt} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราแบ่งประเภทของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหลเป็นสองแบบ คือ

- แรงกระทำที่ผิว (Surface forces) ได้แก่ แรงเนื่องจากความดัน แรงเนื่องจากความหนืด แรงโน้มถ่วง
- แรงกระทำในปริมาตร (Body forces) ของชิ้นส่วนย่อยของของไหล ได้แก่ แรงหมุนหนีศูนย์กลาง แรงแม่เหล็กไฟฟ้า Coriolis force

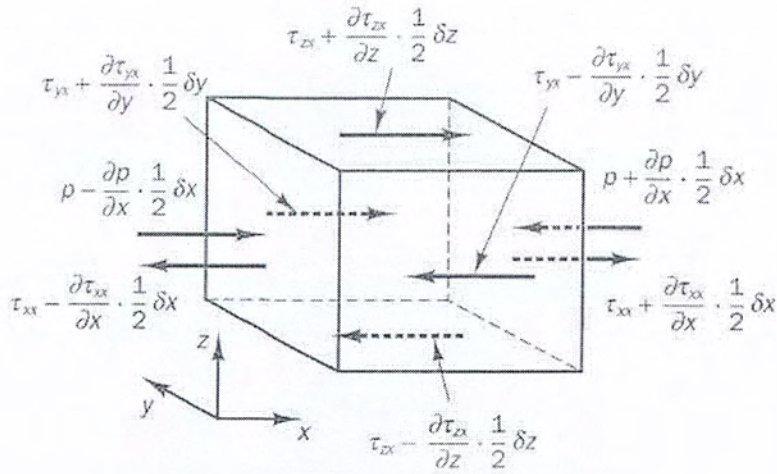
โดยทั่วไปเทอมของแรงกระทำที่ผิวจะถูกจัดกลุ่มแยกออกต่างหาก และเทอมของแรงกระทำภายในปริมาตรจะถูกพิจารณาเป็นเทอมของการเพิ่มและลด โมเมนตัมแยกออกมาอีกเทอมหนึ่ง

ความเค้นที่กระทำต่อชิ้นส่วนย่อยของของไหล สามารถนิยามได้ด้วยเทอมของความดันและเทอมความเค้นย่อยเนื่องจากความหนืด μ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ความดันซึ่งมองว่าเป็นความเค้นตั้งฉาก ถูกแทนด้วย p ส่วนความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืดแทนโดย τ สัญลักษณ์ τ_{ij} ถูกประยุกต์ใช้เพื่อชี้ให้เห็นถึงทิศทางของความเค้นเนื่องจากความหนืด ตัวห้อย i และ j ใน τ_{ij} ชี้ให้เห็นถึงความเค้นย่อย ที่กระทำในทิศทาง j บนพื้นที่ที่มีเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง i นั่นเอง



รูปที่ 3.3 องค์ประกอบของความเค้นบนผิวหน้าทั้งสามทิศทาง ของชิ้นส่วนของไหล

เริ่มแรกเราพิจารณาแรงกระทำในทิศทาง x เนื่องจากความดันและความเค้นย่อย τ_{xy} , τ_{yz} และ τ_{xx} ดังในรูปที่ 3.4 ขนาดของแรงที่กระทำบนพื้นผิวเกิดจากผลคูณของความเค้นและพื้นที่ และที่มีทิศทางเดียวกับแกนอ้างอิง โดยมีเครื่องหมายบวก และมีค่าเป็นเครื่องหมายลบเมื่อทิศทางตรงข้าม แรงสุทธิในทิศทาง x คือผลรวมของแรงย่อยที่กระทำบนชิ้นส่วนย่อยของไหลในทิศทางดังกล่าว

รูปที่ 3.4 องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง x

เมื่อพิจารณาผิวหน้าที่ E, W เราได้ว่า

$$\left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left(- \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (3.12a)$$

แรงสุทธิในทิศทาง x บนผิวหน้า N, S ได้ว่า

$$- \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12b)$$

แรงสุทธิในทิศทาง x บนผิวหน้า T, B ได้ว่า

$$- \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12c)$$

ผลรวมแรงต่อหน่วยปริมาตรทั้งหมดเนื่องจากความเค้นที่ผิวหน้าจะเท่ากับผลรวมของ (3.12a), (3.12b) และ (3.12c) ที่หารด้วยปริมาตรสุทธิ

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอมที่ปรากฏ ใน (3.13) นี้ ยังไม่รวมการพิจารณาแรงกระทำภายในชิ้นส่วนของของไหล ซึ่งสามารถถูกรวมได้โดยการพิจารณาเป็นแหล่งสร้างหรือทำลายโมเมนตัม เป็นหน่วยของโมเมนตัมต่อปริมาตรต่อเวลาในทิศทาง x

ในขั้นตอนนี้สมการโมเมนตัมในทิศทาง x หาได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมในทิศทาง x และ อนุภาคการไหล (3.11) เท่ากับผลรวมของแรงในทิศทาง x ที่กระทำต่อชิ้นส่วนของไหล โดยความเค้นที่ผิว บวกกับอัตราการสร้างหรือสูญสลายของ โมเมนตัมในทิศทาง x เนื่องจากแรงภายในชิ้นส่วนของของไหลนั้นตามแนวแกน x

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3.14a)$$

ในทำนองเดียวกัน โมเมนตัมในทิศทาง y จะเขียนได้ว่า

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3.14b)$$

และ โมเมนตัมในทิศทาง z คือ

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3.14c)$$

ความดันมีลักษณะเป็นความเค้นอัดตั้งฉาก (Compressive normal stress) ซึ่งโดยทั่วไปมีเครื่องหมายเป็นลบ ในกรณีที่ความเค้นตั้งฉากเนื่องจากความหนืดมีลักษณะเป็นความเค้นดึง (Tensile normal stress) จะมีเครื่องหมายบวก

เทอมของการสร้างหรือสูญสลายของโมเมนตัม $S_{Mx} = 0$, $S_{My} = 0$ และ S_{Mz} (3.14 a-c) คือแรงกระทำภายในของแต่ละทิศทาง ตัวอย่างเช่นแรงกระทำภายในเนื่องจากแรงโน้มถ่วงจะถูกกำหนดให้มีค่า

$$S_{Mx} = 0 , S_{My} = 0 \text{ และ } S_{Mz} = -\rho g$$

3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ

สมการพลังงานถูกหาได้จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์ ที่กล่าวไว้ว่าอัตราการ

เปลี่ยนแปลงของพลังงานของอนุภาคของไหล เท่ากับอัตราการเพิ่มความดันแก่นอนุภาคบวกกับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 อัตรการทำงานของอนุภาคการไหล
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเพิ่มขึ้นของพลังงานของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (3.15)$$

งานที่กระทำโดยแรงบนพื้นผิว

อัตราการเกิดงานบนพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลคูณของแรงและความเร็วในทิศทางของแรง สำหรับแรงตามที่แสดงใน (3.12a – 3.12c) เฉพาะที่กระทำในทิศทาง x จะเกิดงานเท่ากับ

$$\begin{aligned} & \left[\left(pu - \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx}u - \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right. \\ & \quad \left. - \left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx}u + \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & \quad + \left[\left(\tau_{yx}u - \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left(\tau_{yx}u + \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & \quad + \left[\left(\tau_{zx}u - \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left(\tau_{zx}u + \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อลดรูปแล้ว อัตราการเกิดงานสุทธิบนพื้นผิวเหล่านี้ ในทิศทาง x คือ

$$\left[\frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16a)$$

ส่วนประกอบย่อยของแรงเนื่องจากความเค้นพื้นผิวในทิศทาง y และ z ก็จะทำงานบนอนุภาคดังกล่าวเช่นกัน ในกระบวนการคิดแบบข้างต้นอัตราการเกิดงานบนอนุภาคของไหลเนื่องจากการทำงานโดยแรงเหล่านี้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16b)$$

และ

$$\left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

อัตราการเกิดงานทั้งหมดต่อหน่วยปริมาตรของของไหล โดยแรงบนพื้นผิวทั้งหมด คือ ผลรวมของ (3.16 a – c) ทารด้วยปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$ เทอมของ p สามารถถูกจัดรวบรวมและเขียนในรูปแบบของไดเวอร์เจนต์ ดังนี้

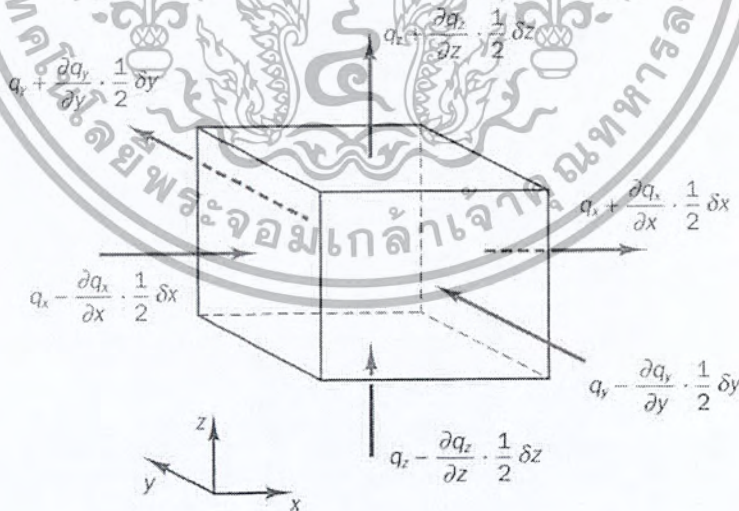
$$-\frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = -\text{div}(pu)$$

ดังนั้นอัตราการเกิดงานรวมทั้งหมดบนชิ้นส่วนของของไหลโดยความเค้นบนพื้นผิว มีหน่วยเป็น ปริมาณของพลังงานต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยปริมาตร

$$\begin{aligned} [-\text{div}(pu)] + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} \right. \\ \left. + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

ฟลักซ์เนื่องจากการนำความร้อน

เวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อนต่อหน่วยพื้นที่ q ประกอบด้วยองค์ประกอบย่อย 3 ส่วนคือ q_x, q_y, q_z (รูปที่ 3.5)



รูปที่ 3.5 องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิที่ชิ้นส่วนของไหล เนื่องจากฟลักซ์ของความร้อนทิศทาง x

ถูกกำหนดโดยผลต่างระหว่างอัตราการความร้อนที่เข้าผ่านผิวหน้า W กับอัตราการความร้อนที่ออกจากผิวหน้า E

$$\left[\left(q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (3.18a)$$

ในทำนองเดียวกันอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิของไหลเนื่องจากพลั๊กซ์ของความร้อนในทิศทาง y และ z คือ

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad \text{and} \quad -\frac{\partial q_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3.18b-c)$$

อัตราการความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตรครอบคลุมขอบเขตของชิ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลรวมของ(3.18a - 3.18c) หากด้วยปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \text{div } q \quad (3.19)$$

กฎของ Fourier ของการนำความร้อนอธิบายความสัมพันธ์ของอัตราการถ่ายเทปริมาณความร้อนต่อพื้นที่ (Heat flux) กับ ความแตกต่างอุณหภูมิ ต่อหน่วยความยาว

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

สิ่งนี้สามารถเขียนในรูปแบบของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$q = -k \text{ grad } T \quad (3.20)$$

รวมสมการ (3.19) และ (3.20) ซึ่งจะได้ว่า อัตราการเพิ่มของความร้อนที่อนุภาคของไหลเนื่องจากการนำความร้อนผ่านพื้นผิวของชิ้นส่วนของของไหล

$$-\text{div } q = \text{div}(k \text{ grad } T) \quad (3.21)$$

สมการพลังงาน

ในหัวข้อนี้เราจะมากล่าวถึงพลังงานจำเพาะของของไหล ซึ่งแทนด้วย E พลังงานของของไหลถูกนิยามเป็นผลรวมของพลังงานความร้อนภายใน i , พลังงานจลน์ $\frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$ และ

พลังงานศักย์โน้มถ่วง โดยมองว่าชิ้นส่วนของไหลมีการสะสมพลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานภายในอาจไม่มีการรวมเอาพลังงานศักย์เข้าไว้ในนิยามก็ได้ หากมองว่าวัตถุกำลังทำงานในขณะที่ไม่มีการณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกหนึ่งทางเลือกที่เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และห้องเรียนของของไหลที่มุ่งหน้าไปใช้

เคลื่อนที่ในสนามความโน้มถ่วงของโลกโดยงานในส่วนนี้เรียกว่า งานเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุ ซึ่งเป็นเทอมการก่อกำเนิด ในสมการพลังงาน มีหน่วยเป็นพลังงานต่อหน่วยปริมาตรต่อหน่วยเวลา

การอนุรักษ์พลังงานของชิ้นส่วนของไหล ทำให้ได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของชิ้นส่วนของไหล (3.15) มีค่าเท่ากับ ผลรวมของการเกิดงานสุทธิบนชิ้นส่วนของไหล (3.17) และอัตราความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของของไหลเนื่องจากฟลักซ์ความร้อน (3.21) และอัตราการเพิ่มของพลังงานเนื่องจากเทอมของการก่อกำเนิด ดังนั้นสมการพลังงาน คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(p\mathbf{u}) + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \text{div}(k \text{ grad } T) + S_E \quad (3.22)$$

ในสมการ (3.22) เรามี $E = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$

แม้ว่า (3.22) คือสมการพลังงานที่สมบูรณ์ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ พลังงานภายในที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิของของไหล และพลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหล เรามักจะพิจารณาพลังงานในแต่ละส่วนแยกจากกัน พลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหลนั้นสามารถเขียนได้โดยการแปลงรูปของสมการโมเมนตัม กล่าวคือ ทำการคูณสมการโมเมนตัมในทิศทาง x (2.14 a) ด้วยความเร็ว u สมการโมเมนตัมในทิศทาง y ด้วยความเร็ว v และสมการโมเมนตัมในทิศทาง z (2.14c) ด้วยความเร็ว w และรวมผลลัพธ์เข้าด้วยกัน ก่อนทำการหารด้วย 2 สิ่งนี้ทำให้ได้สมการอนุรักษ์สำหรับพลังงานจลน์ดังข้างล่างนี้

$$\rho \frac{D\left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\right]}{Dt} = -\mathbf{u} \cdot \text{grad } p + u \left(\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} \right) + \mathbf{u} \cdot \mathbf{S}_M \quad (3.23)$$

ทำการลบ (3.23) จาก (3.22) และนิยาม source term ขึ้นใหม่เป็น $S_i = S_E - \mathbf{u} \cdot \mathbf{S}_M$ จึงทำให้ได้สมการพลังงานภายในดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \rho \frac{Di}{Dt} = & -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \\ & + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \\ & + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (3.24)$$

ในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ เรามี $i = cT$, ซึ่ง c คือค่าความร้อนจำเพาะและ $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ ซึ่งทำให้เราจัดเรียงสมการ(3.24) ไปในรูปของอนุกรมมิได้คือ

$$\begin{aligned} \rho c \frac{DT}{Dt} = & \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} \\ & + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (3.25)$$

สำหรับสมการไหลที่อัดตัวได้ (3.22) ถูกจัดรูปเป็นสมการสำหรับค่า enthalpy และเนื่องจากค่า enthalpy จำเพาะ h และค่า enthalpy จำเพาะสัมบูรณ์ h_0 ของของไหลกำหนดได้โดย

$$h = i + p/\rho \quad \text{and} \quad h_0 = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

รวมสองนิยามนี้กับนิยามของพลังงานจำเพาะ E เข้าด้วยกัน เราจะได้

$$h_0 = i + p/\rho + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = E + p/\rho \quad (3.26)$$

แทนค่า (3.26) ไปในสมการ (3.22) และจัดเรียงเรียงบางอย่างทำให้ได้สมการพลังงานรวม

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho h_0 \mathbf{u}) = & \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \frac{\partial p}{\partial t} \\ & + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right. \\ & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ & \left. + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + S_h \end{aligned} \quad (3.27)$$

สมการ (3.24), (3.25) และ (3.27) ไม่ใช่สมการการอนุรักษ์พลังงานที่เพิ่มเติมเข้ามาใหม่ หากแต่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า เป็นอีกรูปแบบหนึ่งของสมการพลังงาน (3.22) ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดที่หนึ่ง (Dynamic viscosity), μ ซึ่งจะเชื่อมโยงกับการเสีรูปร่างเชิงเส้นของของไหล และ 2) ความหนืดที่สอง, λ ที่จะเชื่อมโยงกับการเสีรูปร่างปริมาตร ดังนั้นเราจะมีองค์ประกอบย่อยของความเค้นอยู่ทั้งหมด 9 ตัว โดยมี 6 ตัวในนั้น ไม่ขึ้นแก่กันหรือเรียกว่ามีระดับอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 6

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

ภาพของความหนืดในส่วนที่สองนั้นไม่ชัดเจนนัก เนื่องจากผลของมันในทางปฏิบัติมีไม่มากนักสำหรับก๊าซ การประมาณค่าที่ดีคือ $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ (Schlichting, 1979) และเนื่องจากเราสมมุติว่าของเหลวเป็นแบบที่อัดตัวไม่ได้ ซึ่งจากสมการอนุกรมมวลคือ $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ ดังนั้นความเค้นหนืดจะเป็น 2 เท่าของอัตราการเสีรูปร่างเชิงเส้น

แทนค่าความเค้นเฉือนข้างบน (3.29) ไปใน (3.14a - c) ทำให้ได้สมการซึ่งเรียกตามชื่อ Navier-Stokes ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 ที่ได้เขียนดังนี้

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx}\end{aligned}\quad (3.30a)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My}\end{aligned}\quad (3.30b)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + S_{Mz}\end{aligned}\quad (3.30c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถจัดเรียงเทอมของความเค้นหนีคใหม่ ดังข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \operatorname{div} \mathbf{u}) \right] \\ &= \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \end{aligned}$$

ความเค้นหนีคในสมการที่เป็นองค์ประกอบในทิศทาง y และ z สามารถจัดใหม่ในลักษณะเดียวกัน เราจะสร้างสมการโมเมนตัมอย่างง่าย โดยการช้อนเทอมของความเค้นหนีคในเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัม (Source term) ดังนั้นจึงนิยามเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัมใหม่โดย

$$S_M \equiv S_M + [s_M] \quad (3.31)$$

สมการนาเวียร์-สโตกส์ สามารถถูกเขียนในรูปแบบที่ใช้สำหรับการพัฒนาวิธีปริมาตรสี่บเนื่อง ดังนี้

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \quad (3.32a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{My} \quad (3.32b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{Mz} \quad (3.32c)$$

ถ้าเราใช้แบบจำลอง Newtonian สำหรับความเค้นหนีคในสมการพลังงานภายใน (3.24) เราจะได้

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \Phi + S_i \quad (3.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลกระทบทั้งหมดเนื่องจากความเค้นหนืดในสมการพลังงานภายในนี้ สามารถเขียนได้ในเทอมของฟังก์ชันการสลายตัว (Dissipation function) Φ ซึ่งหลังจากการปรับรูปแบบสมการ สามารถแสดงได้ ดังนี้

$$\Phi = \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} + \lambda (\text{div } \mathbf{u})^2 \quad (3.34)$$

การสลายตัวนี้เป็นค่าบวกเสมอเนื่องจากประกอบด้วยเทอมยกกำลังสอง และแทนถึงการก่อกำเนิดของพลังงานภายในอันเป็นผลมาจากการเสียดสีรูปทรงของชิ้นส่วนของไหล อีกนัยหนึ่งคือเป็นตัวลดทอนพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล และเปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายในหรือความร้อน นั่นเอง

3.4 รูปแบบอนุรักษ์สำหรับสมการควบคุมของการไหล

ตารางที่ 3.1 แสดงสมการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน ในรูปแบบของไดเวอร์เจนซ์ เป็นสมการแบบ 3 มิติ ที่ขึ้นกับเวลาของของไหล Newtonian ที่อัดตัวได้

ตารางที่ 3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้

มวล	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0$	(3.4)
โมเมนตัม x	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx}$	(3.35a)
โมเมนตัม y	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My}$	(3.35b)
โมเมนตัม z	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{Mz}$	(3.35c)
พลังงาน	$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \mathbf{u}) = -p \text{div } \mathbf{u} + \text{div}(k \text{grad } T) + \Phi + S_i$	(3.36)
สมการสถานะ	$p = p(\rho, T) \text{ and } i = i(\rho, T)$	(3.28)
	$p = \rho RT \text{ and } i = C_v T$	(3.29)

เทอมการก่อกำเนิดของโมเมนตัม S_M และฟังก์ชันการสลายตัว Φ แสดงใน (3.31) และ (3.34)

ตามลำดับ เป็นที่น่าสนใจที่ว่าสมมุติฐานสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ ทำให้ได้สมการการไหล (PDEs) 5 สมการ และสมการพีชคณิต 2 สมการรวมเป็น 7 สมการ ต่อมาเราใช้แนวคิดของของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานั้นไปเองขออภัยในกรณีที่ผู้ใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไหล Newtonian ซึ่งอธิบายความเค้นหนืดในเทอมของความแตกต่างขององค์ประกอบความเร็วต่อหน่วยความยาว เป็นผลให้เกิดตัวไม่รู้ค่า 7 ตัว จำนวนที่เท่ากันของสมการและตัวที่ไม่รู้ค่าของระบบนี้ สามารถถูกแก้ปัญหาได้ ด้วยเงื่อนไขที่ขอบและค่าเริ่มต้น (Boundary and Initial condition)

3.5 รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ

จากตารางที่ 3.1 จะพบว่า มีโครงสร้างสมการหลายสมการที่มีความคล้ายคลึงกัน ถ้าเราพิจารณา ϕ เป็นตัวแปรแสดงคุณสมบัติใดๆ ของของไหลแล้ว รูปแบบของสมการอนุรักษ์ที่ถูกสร้างขึ้นนั้นก็จะมีโครงสร้างคล้ายกับสมการข้างต้นเช่นกัน ทั้งนี้รวมทั้งสมการสำหรับปริมาณสเกลาร์ เช่น อุณหภูมิและความเข้มข้นของสสาร สามารถเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (3.37)$$

หรืออธิบายได้ คือ

อัตราการเพิ่มขึ้น ส่วนของไหล	การไหลสุทธิของ ϕ ที่ออกจากชิ้นส่วนของไหล	=	อัตราการเพิ่มขึ้นของ ϕ เนื่องจากการแพร่	+	อัตราการเพิ่มขึ้นของ ϕ เนื่องจากการก่อกำเนิด
------------------------------	---	---	--	---	---

สมการ (3.37) ถูกเรียกว่าสมการการเคลื่อนย้ายของคุณสมบัติ ϕ ซึ่งพบว่ามันสามารถอธิบายการเคลื่อนย้ายของปริมาณทางฟิสิกส์ที่แตกต่างกันได้ คือเทอมที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงและเทอมของการพาอยู่ด้านซ้ายมือของสมการ ส่วนเทอมของการแพร่ (Γ คือ การแพร่ทางความร้อน) และเทอมของการก่อกำเนิด อยู่ขวามือตามลำดับ โดยได้ซ่อนเทอมซึ่งไม่เหมือนกันไว้ในเทอมของการก่อกำเนิด นั่นเอง

สมการ (3.37) ถูกใช้เป็นจุดเริ่มต้นสำหรับขั้นตอนการคำนวณในวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยกำหนด ϕ เท่ากับ 1, u , v , w และ i (หรือ T หรือ h_0) และเลือกค่าที่เหมาะสมสำหรับสัมประสิทธิ์การแพร่ Γ และเทอมการก่อกำเนิด เราได้รูปแบบพิเศษของตารางที่ 3.1 ในสมการ Partial differential equations ทั้ง 5 ชุด ซึ่งประกอบด้วยสมการอนุรักษ์มวล โมเมนตัมและพลังงาน ทั้งนี้ขั้นตอนหลักของวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม คือการอินทิเกรตสมการ (3.37) เหนือปริมาตรควบคุม (CV) 3 มิติซึ่งทำได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{cv} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{cv} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) dV = \int_{cv} \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) dV + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.38)$$

การอินทิเกรตเชิงปริมาตรในเทอมที่สองด้านซ้ายมือ คือ เทอมการพา และในเทอมแรกทางขวามือคือเทอมของการแพร่ ถูกเขียนใหม่เป็นการอินทิเกรตเชิงพื้นผิวของปริมาตรควบคุม โดยใช้ทฤษฎี Gauss' divergence สำหรับเวกเตอร์ \mathbf{a} ใดๆ ทฤษฎีนี้กล่าวว่า

$$\int_{cv} \text{div}(\mathbf{a}) dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} dA \quad (3.39)$$

ความหมายทางคณิตศาสตร์ของ $\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}$ คือ องค์ประกอบย่อยของเวกเตอร์ \mathbf{a} ในทิศทางของเวกเตอร์ \mathbf{n} ตั้งฉากต่อพื้นผิวของชิ้นส่วน dA ฉะนั้นการอินทิเกรตของ divergence ของเวกเตอร์ \mathbf{a} เหนือปริมาตร จะเท่ากับ องค์ประกอบย่อยของเวกเตอร์ \mathbf{a} ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวตลอดทั้งขอบเขตของปริมาตรรวม (Integrated) ซึ่งก็คืออาณาบริเวณของพื้นผิว A ทั้งหมด การประยุกต์ทฤษฎี Gauss' divergence (สมการที่ 3.38) จะทำให้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{cv} \rho\phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.40)$$

ลำดับขั้นของการอินทิเกรตและการอนุพันธ์ ได้ถูกเปลี่ยนแปลงในเทอมแรกของการพาซ้ายมือของสมการ (3.40) เพื่อแสดงให้เห็นความหมายทางคณิตศาสตร์ เทอมนี้มีนัยถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของคุณสมบัติ ϕ ในปริมาตรควบคุม ผลคูณ $\mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u})$ หมายถึงฟลักซ์ขององค์ประกอบของคุณสมบัติ ϕ เนื่องจากการไหลของของไหลในทิศทางของเวกเตอร์ตั้งฉาก \mathbf{n} ซึ่งก็คือออกจากพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล ดังนั้น เทอมที่สองด้านซ้ายมือของสมการ (3.40) หรือ เทอมการพา เป็นอัตราการลดลงสุทธิของคุณสมบัติของไหล ϕ ของชิ้นส่วนของไหลเนื่องจากการพา

ฟลักซ์การแพร่เป็นบวกในทิศทางของการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยความยาวของคุณสมบัติของไหล ϕ ที่มีค่าลบ เช่น ตลอดแนวทิศทาง $-\text{grad } \phi$ สำหรับตัวอย่างนี้ ความร้อนถูกนำหรือแพร่ไปในทิศทางของการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่อหน่วยความยาว(หรือเรียกว่า เกรเดียน) ที่เป็นลบ ดังนั้นผลคูณของ $\mathbf{n} \cdot (-\Gamma \text{grad } \phi)$ คือองค์ประกอบของฟลักซ์การแพร่ในทิศทางของเวกเตอร์ตั้งฉากที่ทิศพุ่งออกไปจากพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล ในทำนองเดียวกันกับผลคูณ $\mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi)$ ซึ่งเท่ากับ $-\mathbf{n} \cdot (-\Gamma \text{grad } \phi)$ ซึ่งก็คือ ฟลักซ์การแพร่ที่มีค่าบวก มีทิศตรงกันข้ามกับ

เวกเตอร์ตั้งฉากหรือเข้าไปในชิ้นส่วนย่อยนั่นเอง เทอมแรกทางขวามือของ (3.40) คือเทอมการ

แพร่ ดังนั้นจะสอดคล้องกับฟลักซ์ที่ไหลเข้าไปในชิ้นส่วนและแทนอัตราการเพิ่มสุทธิของ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คุณสมบัติ ϕ ของชิ้นส่วนของไหลเนื่องจากการแพร่ เทอมสุดท้ายทางขวามือของสมการนี้ได้ให้อัตราการเพิ่มของคุณสมบัติ ϕ ที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากผลของการก่อกำเนิด ภายในชิ้นส่วนไหล

ในการทำงานเดียวกัน ความสัมพันธ์ (3.40) ของของไหลในปริมาตรควบคุมสามารถอธิบายได้ดังนี้

อัตราการเพิ่ม ϕ	+	อัตราลดลงสุทธิ ของ ϕ เนื่องจากการ พาที่คร่อมผ่าน ขอบเขต	=	อัตราการเพิ่มขึ้น ของ ϕ เนื่องจากการ แพร่	+	อัตราการสร้างสุทธิ ของ ϕ
----------------------	---	---	---	--	---	----------------------------------

การอธิบายนี้ยืนยันได้ว่าการอินทิเกรตของสมการ Partial differential ยังคงสภาพของการอนุรักษ์ปริมาณทางฟิสิกส์ของของไหล ถึงแม้ว่าในระดับปริมาตรควบคุมที่มีขนาดจำกัด (Macroscopic)

ในปัญหาสถานะคงตัว (Steady state) อัตราของเทอมที่การเปลี่ยนแปลงของ (3.40) เท่ากับศูนย์ สิ่งนี้นำไปสู่รูปแบบอินทิเกรตของสมการการเคลื่อนที่แบบสถานะคงตัว

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.41)$$

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเวลา จำเป็นต้องอินทิเกรตเทียบกับเวลา t ในช่วงเวลาน้อยๆ Δt จาก t จนกระทั่งถึง $t + \Delta t$ ทำให้ได้รูปแบบอินทิเกรตทั่วไปของสมการการเคลื่อนที่ คือ

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{cv} (\rho \phi) dV \right) dt + \int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA dt = \int_{\Delta t} \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA dt + \int_{\Delta t} \int_{cv} S_\phi dV dt \quad (3.42)$$

บทที่ 4

การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ

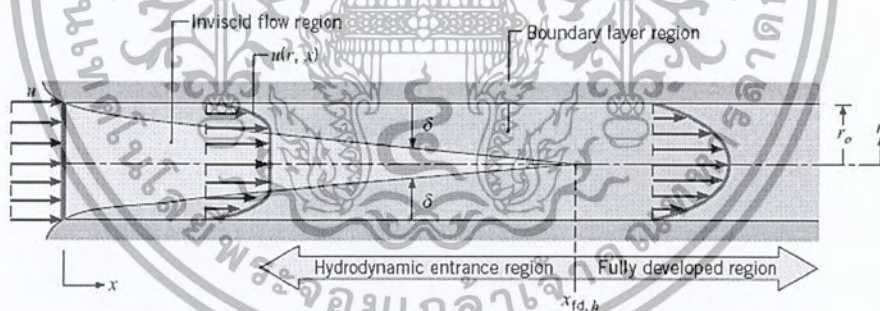
4.1 บทนำ

การไหลภายในท่อ [2] นี้มีข้อแตกต่างจากการไหลผ่านภายนอก คือการไหลภายในท่อมีขอบเขตจำกัด โดยที่ความหนาของบาวนด์รีเลเยอร์ ไม่สามารถเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ได้ เพราะว่าเมื่อไหลไปได้ระยะหนึ่งบาวนด์รีเลเยอร์ก็ก่อตัวเต็มพื้นที่หน้าตัดของท่อจึงไม่สามารถขยายออกไปได้อีก รูปร่างของความเร็วจะมีลักษณะชัดเจนแน่นอนและไม่เปลี่ยนแปลงต่อไปอีก ซึ่งการไหลลักษณะเช่นนี้เรียกว่า การไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed flow) ส่วนการไหลก่อนหน้านี้เรียกว่า การไหลที่กำลังปรับตัว (Developing flow) และเรียกช่วงระยะของการไหลแบบนี้ว่า Hydrodynamic entrance region

4.2 การไหลของของไหล

4.2.1 สถานะการไหล

พิจารณาการไหลแบบลามินาร์ ในท่อกลมที่มีรัศมี r_0 ตามรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การก่อตัวของบาวนด์รีเลเยอร์ของการไหลแบบลามินาร์ในท่อกลม

สำหรับการไหลภายในท่อนั้น ต้องคำนึงถึงการขยายตัวของช่วงบริเวณทางเข้า (Entry region) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับว่าการไหลนั้นเป็นอย่างไร แบบลามินาร์ หรือเทอร์บูเลนต์ เลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับการไหลภายในท่อกลมกำหนดเป็น

$$Re_D \equiv \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \quad (4.1)$$

ซึ่ง u_m เป็นความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามแก้ไขเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลขเรย์โนลด์ส์วิกฤติ สำหรับช่วงการเปลี่ยนแปลงของการไหล จากลามินาร์เป็นเทอร์บูเลนซ์เริ่มต้นจาก

$$\text{Re}_{D,C} \approx 2300$$

และการไหลเป็นแบบเทอร์บูเลนซ์เต็มที่ที่ $\text{Re}_D \geq 4000$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ (คือ $\text{Re}_D \leq 2300$) ความยาวของช่วงบริเวณทางเข้า สำหรับการปรับตัวหาได้จากสมการ

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D_h} \right)_{\text{lam}} \approx 0.05 \text{Re}_D \quad (4.2)$$

4.2.2 ความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity)

ข้อแตกต่างของการไหลภายในและการไหลภายนอกก็คือ เราไม่สามารถใช้ความเร็วของกระแสวิกฤต u_∞ ของของไหลได้ เนื่องจากความเร็วภายในท่อจะแปรเปลี่ยนทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัดของท่อ ดังนั้นจึงใช้ความเร็วเฉลี่ย u_m (Mean velocity) แทน โดยนิยามว่าความเร็วเฉลี่ยนี้คือความเร็วที่เมื่อคูณด้วยพื้นที่หน้าตัดของท่อและความหนาแน่นของของไหลแล้วจะเท่ากับอัตราการไหลของมวล ซึ่งได้

$$\dot{m} = \rho u_m A_c \quad (4.3)$$

ถ้าเป็นการไหลสภาวะคงที่ ที่อัดตัวไม่ได้แล้ว ภายในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ ค่า \dot{m} และ u_m ย่อมมีค่าคงที่ตลอดความยาวท่อ

สำหรับท่อกลม ($A_c = \pi D^2 / 4$) ค่าของเลขเรย์โนลด์ส์ลดลงเป็น

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad (4.4)$$

เพราะว่าค่า \dot{m} อาจหาได้จากการอินทิเกรตของฟลักซ์มวล (ρu) ทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัด

$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c \quad (4.5)$$

ดังนั้นสำหรับท่อกลม กรณีของไหลอัดตัวไม่ได้แล้วจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ลงชื่อสำหรับโครงการวิจัยในชื่อโครงการศึกษาเพื่อสนับสนุนญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_m = \frac{\int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{2\pi\rho}{\rho\pi r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr \quad (4.6)$$

ซึ่งจะหาค่า u_m ได้ทันที เมื่อรู้ Velocity profile, $u(r)$ ที่ตำแหน่งนั้น

4.2.3 รูปร่างของความเร็วของของไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว

รูปทรงของความเร็วสามารถหาได้ สำหรับการไหลแบบลามินาร์ของของไหลที่คุณสมบัติคงที่ อัดตัวไม่ได้ ในช่วงที่ปรับตัวเต็มที่แล้วของท่อกลม (สำหรับเทอร์บูเลนซ์ ส่วนใหญ่ต้องอาศัยผลจากการทดลองเป็นหลัก) โดยทั่วไปจะเป็นฟังก์ชันของรัศมี

สิ่งสำคัญสำหรับเงื่อนไขข้างต้นก็คือ ค่าความเร็วในแนวรัศมีและการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนทุกๆแห่งมีค่าเป็นศูนย์

$$v = 0 \text{ และ } \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0$$

ดังนั้น ความเร็วตามแนวแกนจะมีค่าขึ้นอยู่กับ r เท่านั้น [$u(x, r) = u(r)$]

ความเร็วตามแนวแกนหาได้ จากการแก้สมการที่เหมาะสมของสมการโมเมนตัม ตามแนว x หรืออาจจะหาโดยคิดสมดุลของการอนุรักษ์โมเมนตัมก็ได้ตามรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 สมดุลแรงบนอิลิเมนต์ dx สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ก่อตัวเต็มที่ในท่อกลม

สำหรับอิลิเมนต์ดิฟเฟอเรนเชียลรูปวงแหวนของรูปที่ 4.2 สามารถเขียนสมดุลของแรงได้

ดังนี้

$$\tau_r(2\pi r dx) - \left\{ \tau_r(2\pi r dx) + \frac{d}{dr} [\tau_r(2\pi r dx)] dr \right\} + p(2\pi r dr) - \left\{ p(2\pi r dr) + \frac{d}{dx} [p(2\pi r dr)] dx \right\} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งลดรูปเป็น $-\frac{d}{dr}(r\tau_r) = r \frac{dp}{dx}$ (4.7)

จากกฎความหนืดของนิวตัน เราทราบว่า $\tau_r = \mu \frac{du}{dr}$

ดังนั้น (4.7) จะเป็น $\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx}$ (4.8)

เพราะว่า $\frac{dp}{dx}$ นั้นไม่ขึ้นกับ r ดังนั้นเราสามารถอินทิเกรต (4.8) ได้

$$r \frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{2} + C_1$$

และ $u(r) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$

จากเงื่อนไขที่ขอบได้ว่า $u(r_0) = 0$ และ $\partial u / \partial r|_{r=r_0} = 0$ จะได้

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (4.9)$$

ดังนั้น รูปทรงของความเร็วสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะเป็น “พาราโบลา และจะสังเกตว่าการเปลี่ยนแปลงความดัน $\left(\frac{dp}{dx} \right)$ ต้องเป็นลบเสมอ

ผลลัพธ์ที่กล่าวมานี้อาจใช้หาความเร็วเฉลี่ยได้ (u_m) โดยแทนสมการ (4.9) ใน (4.6) แล้วทำการอินทิเกรตจะได้

$$u_m = -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (4.10)$$

แทนสมการ (4.10) ใน (4.9) จะได้รูปร่างของความเร็วเป็น

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพราะว่า u_m สามารถหาได้จากการรู้อัตราการไหลของมวล ดังนั้นสมการ (4.10) สามารถหาเกรเดียนต์ของความดันได้ ($\frac{dp}{dx}$)

4.2.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบเสียดทานในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว

วิศวกรส่วนใหญ่ให้ความสนใจเกี่ยวกับความดันตกคร่อมในการไหลของของไหลภายในท่อ เนื่องจากตัวพารามิเตอร์นี้เกี่ยวข้องกับการหาขนาดกำลังงานของปั๊มหรือพัดลมโดยตรง ในการหาความดันตกคร่อม เราจะใช้ ตัวประกอบเสียดทานของ Moody (หรือ Darcy) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ไร้มิติ โดยนิยามว่า

$$f \equiv \frac{-(dp/dx)D}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.12)$$

ค่านี้ต่างกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน C_f ซึ่งบางครั้งเรียกว่า “ตัวประกอบเสียดทานเฟอนิ่ง” ซึ่งนิยามว่า

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.13)$$

เพราะว่าแรงเฉือนบนผิวของของไหลเท่ากับ (ทิศทางตรงกันข้าม) แรงบนผิวของของไหล ดังนั้นความเค้นเฉือนบนผิวกำหนดเป็น $\tau_s = -\mu(du/dr)_{r=r_0}$ จากสมการ (4.9) ได้

$$C_f = \frac{f}{4} \quad (4.14)$$

แทนสมการ (4.1) และ (4.10) ลงใน (4.12) สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว ได้

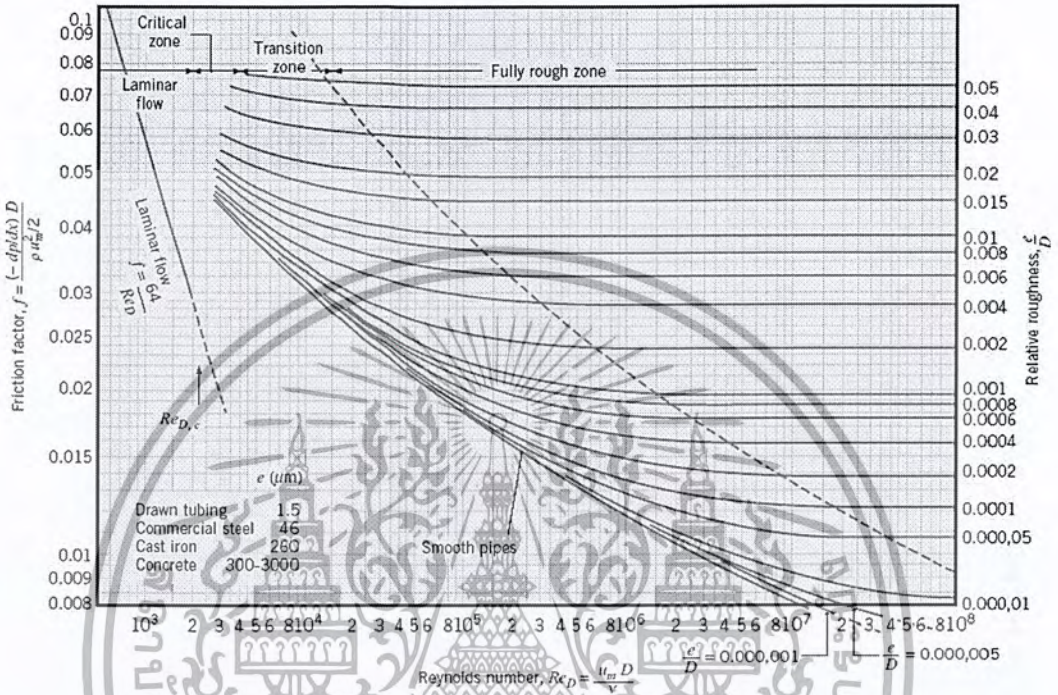
$$f = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (4.15)$$

นอกจากนี้ เรารู้ว่า ความดันตกคร่อม (Δp) ระหว่างระยะ x_1 ถึง x_2 เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

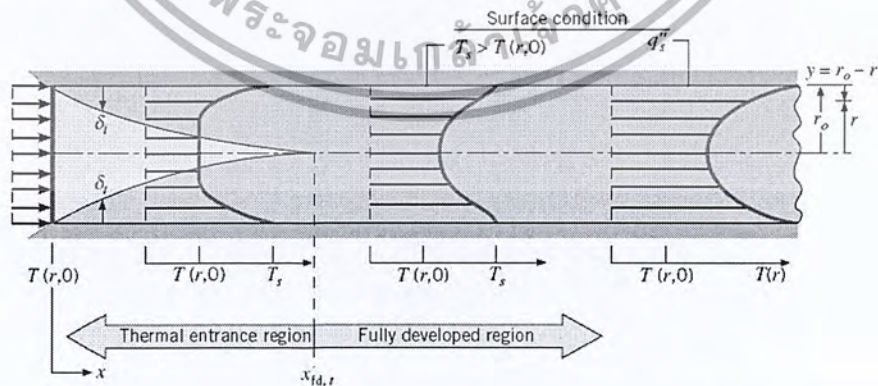
$$\Delta p = - \int_{p_1}^{p_2} dp = f \frac{\rho u_m^2}{2D} \int_{x_1}^{x_2} dx = f \frac{\rho u_m^2}{2D} (x_2 - x_1) \quad (4.16)$$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ซึ่งค่า f หาได้จากรูปที่ 4.3 หรือจากสมการ (4.15)



รูปที่ 4.3 ตัวประกอบเสียดทานสำหรับการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อกลม

4.3 การถ่ายเทความร้อน



รูปที่ 4.4 การก่อตัวของบาวนด์รีเลเยอร์ทางความร้อนในท่อกลม

เรามาพิจารณาอิทธิพลของความร้อนบ้างถ้าของไหลเข้าไปในท่อตามรูปที่ 4.4 ที่อุณหภูมิสม่ำเสมอ $T(r,0)$ ซึ่งมีค่าแตกต่างจากอุณหภูมิที่ผิวแล้ว การพาความร้อนจะเกิดขึ้นและบาวนด์รีเลเยอร์ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รีเลเยอร์ของความร้อนจะเริ่มก่อตัวขึ้น อย่างไรก็ตามถ้าสภาวะที่ผิวของท่อคงที่โดยอาจเป็น อุณหภูมิผิวสม่ำเสมอคงที่ ($T_s = \text{คงที่}$) หรือฟลักซ์ความร้อนที่ผิวสม่ำเสมอ ($q_s'' = \text{คงที่}$) สภาวะที่ปรับตัวคงที่แล้วของความร้อน (thermally fully developed condition) ก็จะเกิดขึ้น ในที่สุด รูปร่างของอุณหภูมิที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะแตกต่างกันตามเงื่อนไข ไม่ว่าจะกรณีอุณหภูมิผิวคงที่ หรือฟลักซ์ความร้อนคงที่ [2]

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ระยะความยาวของทางเข้าสำหรับปรับตัว จะเป็น

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 \text{ Re}_D \text{ Pr} \quad (4.17)$$

โดยการเปรียบเทียบบริเวณทางเข้า(Entrance region) ของอุณหภูมิตามสมการ (4.17) กับ สมการของความเร็ว (4.2) จะพบว่าต่างกันที่ค่า Pr เท่านั้น จึงพอสรุปได้ว่า ถ้า $\text{Pr} > 1$ แล้ว ไฮโดรไดนามิคบาวนด์รีเลเยอร์ ขยายเร็วกว่า บาวนด์รีเลเยอร์ของความร้อนมาก ($x_{fd} > x_{fd,t}$) และจะกลับกันถ้า $\text{Pr} < 1$ สำหรับค่า Pr สูงๆเช่น น้ำมัน ($\text{Pr} \geq 100$) x_{fd} จะน้อยกว่า $x_{fd,t}$ มากมายและอาจสมมุติได้ว่ารูปร่างของความเร็วยุติปรับตัวเต็มที่แล้วมีตลอดช่วงบริเวณทางเข้าของความร้อน ในทางกลับกันของไหลที่มีค่า Pr ต่ำมากเช่น โลหะเหลว ($\text{Pr} \leq 0.05$) รูปร่างอุณหภูมิจึงเป็นแบบอัดตัวเต็มที่แล้วได้เร็วมากในขณะที่รูปร่างของความเร็วยังอยู่ในช่วงกำลังก่อตัวอยู่ ส่วนในการไหลแบบเทอร์บูเลนต์ที่เงื่อนไขทั้งสองเกือบจะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับ Pr และโดยการประมาณครั้งก่อนได้ว่า $x_{fd,t}/D = 10$

4.3.1 อุณหภูมิเฉลี่ย

ในเรื่องอุณหภูมินี้ จำเป็นต้องใช้อุณหภูมิเฉลี่ย (T_m) ในลักษณะที่เหมือนกัน u_m โดยให้ความหมาย

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_p T dA_c}{m c_p} \quad (4.18)$$

สำหรับท่อกลม และเป็นการไหลที่อัดตัวไม่ได้ จะได้ว่า

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u T r dr \quad (4.19)$$

ค่าของ T_m จะเปลี่ยนตามแนว x ถ้ามีความร้อนเข้าหรือออกจากของไหล ซึ่งต่างจาก u_m ที่มีค่าคงที่สำหรับท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ฟลักซ์ความร้อน (q_s'') ระหว่างของไหลกับผิวท่อที่จุดใดๆ หาได้จากกฎเย็นตัวของนิวตัน

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \quad (4.20)$$

ซึ่ง h เป็นสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ตำแหน่งใดๆ อย่างไรก็ตามมีความแตกต่างกันระหว่าง T_m และ T_∞ เนื่องจาก T_∞ คงที่ในทิศทางของการไหล ส่วน T_m ต้องเปลี่ยนแปลงตามทิศทางนั้นคือ dT_m/dx จะไม่เป็นศูนย์ถ้ามีการถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้น ค่าของ T_m เพิ่มขึ้นตามระยะ x ถ้าการถ่ายเทความร้อนเป็นไปจากผิวสู่ของไหล ($T_s > T_m$) และ T_m จะลดลงกับระยะ x ถ้า $T_s < T_m$

4.3.2 สถานะการปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed conditions)

เนื่องจากมีการพาความร้อนเกิดขึ้นจริงระหว่างผิวและของไหลคืออุณหภูมิของไหลต้องยังคงเปลี่ยนแปลงตามระยะ x สิ่งที่ยากูรู้คือเกิดภาวะ thermal fully developed หรือยัง สถานการณ์นี้จะแตกต่างไปจากกรณีการไหลของของไหลที่ซึ่ง $(\partial u/\partial x) = 0$ ในช่วงบริเวณปรับตัวเต็มที่แล้ว ในทางกลับกันถ้ามีการพาความร้อนแล้ว (dT_m/dx) เช่นเดียวกับ $(\partial T/\partial x)$ ที่รัศมี r ใดๆจะไม่เป็นศูนย์ ผลที่ตามมารูปร่างของอุณหภูมิ $T(r)$ จะเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ x ซึ่งเปรียบเสมือนว่า สถานะการปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิไม่เคยเกิดขึ้นเลย ปรากฏการณ์นี้จะต้องจัดใหม่ให้อยู่ในรูปไร้มิติของอุณหภูมิเพื่อให้ได้เงื่อนไข

จากสำหรับการนำแบบทรานเซียนท์และสมการอนุพันธ์พลังงาน ได้ความแตกต่างอุณหภูมิไร้มิติในรูป $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่มีอยู่จริงซึ่งอัตราส่วนนี้จะเป็นอิสระกับ x นั่นคือถึงแม้ว่า $T(r)$ ยังคงเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ x แต่รูปร่างสัมพัทธ์ของ Profile นี้จะไม่เปลี่ยนแปลงเลย และการไหลแบบนี้เรียกว่า “การไหลปรับตัวเต็มที่แล้วทางความร้อน” (thermally fully developed) และจะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right]_{fd,1} = 0 \quad (4.21)$$

โดยที่ T_s เป็นอุณหภูมิผิวท่อ T เป็นอุณหภูมิของไหลที่ตำแหน่งใดๆ

T_m เป็นอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลทั่วพื้นที่หน้าตัดของท่อ

เงื่อนไขที่กำหนดให้สำหรับสมการ (4.21) ซึ่งจะเกิดขึ้นในท่ออาจจะเป็นกรณี q_s'' คงที่ หรือ T_s คงที่ก็ได้ เงื่อนไขที่ผิวแบบนี้เกิดขึ้นมากในทางวิศวกรรม เช่น ผนังท่อที่ซึ่งได้รับความร้อนจากไฟฟ้าหรือ ผิวภายนอกที่ได้รับจากการแผ่รังสีอย่างสม่ำเสมอจะเป็นกรณีของ q_s'' คงที่ ส่วนกรณี T_s คงที่ จะเกิดขึ้นถ้ามีการเปลี่ยนสภาวะ (เนื่องจากการเดือดหรือการควบแน่น) เกิดขึ้นที่ผิวภายนอก

สังเกตว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดเงื่อนไขทั้งสองอย่างนี้พร้อมกัน (เกิดกรณี T_s และ q_s'' คงที่พร้อมกัน) ถ้า q_s'' คงที่ T_s ต้องแปรเปลี่ยนกับระยะ x

รูปแบบที่สำคัญจำนวนมากของการไหลที่ปรับตัวแล้วทางความร้อน (Thermally developed flow) มักอ้างถึงสมการ (4.21) เพราะว่าอัตราส่วนอุณหภูมินี้เป็นอิสระกับ x ค่าอนุพันธ์ของอัตราส่วนนี้เทียบกับ r ต้องไม่ขึ้นกับ x การหาค่าอนุพันธ์นี้ที่ผิวท่อ (สังเกตว่า T_s และ T_m คงที่) เราจะได้

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \Big|_{r=r_o} = \frac{-\partial T / \partial r \Big|_{r=r_o}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

แทน $\partial T / \partial r$ จากกฎของฟูเรียร์ ซึ่ง จากรูป 4.3 อยู่ในรูป

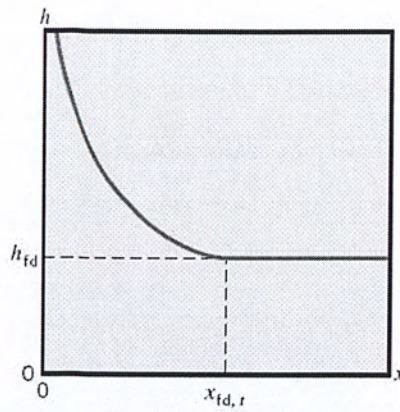
$$q_s'' = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o}$$

และสำหรับ q_s'' จากกฎการเย็นตัวของนิวตัน จะได้

$$\frac{h}{k} \neq f(x) \quad (4.22)$$

ดังนั้นการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิของของไหล โดยมีคุณสมบัติต่างๆคงที่ ค่า h ที่ตำแหน่งใดๆจะคงที่ไม่ขึ้นกับระยะ x

สมการ(4.21) ใช้ไม่ได้กับช่วงระยะทางเข้า (entrance region) ที่ซึ่ง h แปรตาม x ตามที่แสดงในรูปที่ 4.5 เพราะว่า $\delta_t = 0$ ที่ทางเข้าของท่อดังนั้น h จะมีค่าสูงมากที่ $x = 0$ อย่างไรก็ตามค่า h จะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเกิดบาวนด์คาร์เลเยอร์ของอุณหภูมิขึ้น จนกระทั่งเข้าสู่ค่าคงที่ ซึ่งก็คือเข้าสู่ช่วงปรับตัวเต็มที่แล้วนั่นเอง



รูปที่ 4.5 การเปลี่ยนแปลงตามแกน h สำหรับการไหลภายในท่อ

กรณีพิเศษ สำหรับฟลักซ์ความร้อน (q_s'') คงที่ เพราะว่าทั้งค่า h และ q_s'' คงที่ ในช่วงปรับตัวเต็มที่แล้ว จากสมการ (4.20) ได้ว่า

$$\left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.23)$$

ถ้ากระจาย (4.21) และหาคำตอบสำหรับ $\partial T / \partial x$ จะได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} \frac{(T_s - T)dT_s}{(T_s - T_m)dx} \Big|_{fd,t} + \left. \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \right|_{fd,t} \quad (4.24)$$

แทนค่าจากสมการ (4.23) ได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.25)$$

ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามแนวแกนจะเป็นอิสระกับตำแหน่งในแนวรัศมี สำหรับกรณีของ T_s คงที่ ($dT_s / dx = 0$) จากสมการ (4.24) ได้ว่า

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \right|_{fd,t} \quad T_s = \text{constant} \quad (4.26)$$

โดยที่ค่า $\partial T / \partial x$ จะขึ้นอยู่กับแนวรัศมี

จากที่กล่าวมาพอเชื่อถือได้ว่าอุณหภูมิเฉลี่ยเป็นตัวแปรที่สำคัญมากสำหรับการไหลภายในท่อเพื่อที่จะอธิบายการไหลนั้นๆ จำเป็นต้องรู้การแปรเปลี่ยนของมันกับค่า x ซึ่งการแปรเปลี่ยนหาได้โดยการประยุกต์การสมดุลพลังงานทั้งหมดกับการไหล

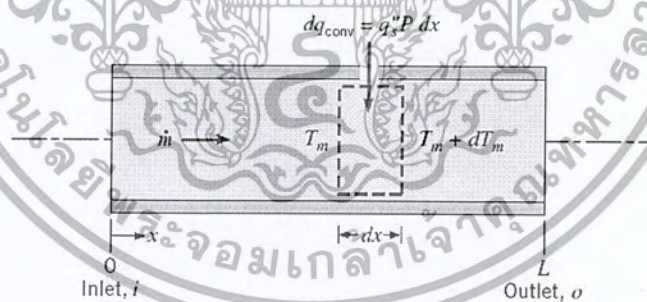
4.4 การสมดุลของพลังงาน (Energy Balance)

พิจารณาการไหลในท่อตามรูปที่ 4.6 ของไหลด้วยอัตรามวลคงที่ \dot{m} และมีการพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวภายใน โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของของไหลรวมทั้งการนำความร้อนในทิศทางแนวแกนจะไม่นำมาคิด ดังนั้นถ้าไม่มีงานเพล่าซึ่งกระทำโดยของไหลขณะไหลผ่านท่อแล้ว จะมีเพียงอิทธิพลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อน และกับงานจากการไหลเท่านั้น

งานของการไหลเป็นงานที่ใช้เคลื่อนของไหลผ่านปริมาตรควบคุม คิดต่อหน่วยมวลของไหล และจะอยู่ในรูปของผลคูณของความดัน p และปริมาตรจำเพาะ v (ซึ่ง $v = 1/\rho$)

โดยการประยุกต์การอนุรักษ์พลังงานต่อปริมาตรควบคุมตามรูปที่ 4.6 และจากนิยามของ T_m จะได้

$$dq_{conv} + \dot{m}(c_v T_m + pv) - \left\{ \dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m} \frac{d(c_v T_m + pv)}{dx} dx \right\} = 0$$



รูปที่ 4.6 ปริมาตรควบคุมสำหรับการไหลภายในท่อ

หรือ
$$dq_{conv} = \dot{m} d(c_v T_m + pv) \quad (4.27)$$

ถ้าของไหลเป็นแก๊สสมบูรณ์ ($pv = RT_m$, และ $c_p = c_v + R$) จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m} dc_p T_m \quad (4.28)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการนี้ใช้ได้สำหรับของเหลวที่อัดตัวไม่ได้เช่นกัน ในกรณีนี้ $c_p = c_v$ และเพราะว่า v น้อยมากๆ $d(pv)$ โดยทั่วไปจะน้อยกว่า $d(c_v T_m)$ มากจนตัดทิ้งได้

รูปพิเศษของสมการ (4.28) เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขสำหรับท่อทั้งหมด โดยการอินทิเกรทจากทางเข้าถึงทางออกของท่อ จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,o} + T_{m,i}) \quad (4.29)$$

โดยที่ q_{conv} เป็นอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อทั้งหมด

สมการ (4.28) อาจเปลี่ยนไปอยู่ในรูปที่สะดวกได้โดยใช้สมการอัตราการพาความร้อนต่อปริมาตรควบคุมคือ $dq_{conv} = q_s'' P dx$ ซึ่ง P เป็นเส้นรอบรูป ($P = \pi D$) สำหรับท่อกลม โดยการแทนค่าจากสมการ (4.20) ได้ว่า

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h(T_s - T_m) \quad (4.30)$$

คำตอบของ (4.30) สำหรับค่า $T_m(x)$ ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขความร้อนที่ผิว คืออาจจะเป็นกรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ หรืออุณหภูมิที่ผิวคงที่ก็ได้

4.4.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ (Constant Surface Heat Flux)

กรณีนี้จะพบว่าจะง่ายที่จะหาค่า q_{conv} ทั้งหมด เพราะว่า q_s'' ไม่ขึ้นกับ x ดังนั้น

$$dq_{conv} = q_s''(PL) \quad (4.31)$$

สมการนี้อาจจะใช้กับสมการ (4.29) เพื่อหาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ ($T_{m,o} + T_{m,i}$)

สำหรับ q_s'' คงที่ จากสมการ (4.30) จะได้

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = f(x) \quad (4.32)$$

อินทิเกรทจาก $x = 0$ ถึง x ใดๆ ได้

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} x \quad q_s'' = \text{Constant} \quad (4.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
จาก (4.33) ได้ว่า T_m แปรเปลี่ยนเชิงเส้นกับระยะ x ตามท่อ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant Surface Temperature)

ผลลัพธ์สำหรับค่า q_{conv} และการกระจายของ T_m แตกต่างกัน โดยสิ้นเชิงจากกรณีก่อน สำหรับกรณีนี้โดยนิยาม โดย ΔT เป็น $T_s - T_m$ สมการ (4.30) เขียนใหม่เป็น

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h\Delta T$$

แยกตัวแปรและอินทิเกรตจากทางเข้าถึงทางออกของท่อได้

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h dx$$

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{PL}{\dot{m}c_p} \left(\frac{1}{L} \int_0^L h dx \right)$$

จากนิยามของ \bar{h} จะได้

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.34a)$$

ซึ่ง \bar{h}_L หรือ \bar{h} เป็นค่าเฉลี่ยของ h สำหรับท่อทั่วทั้งหมด โดยจัดใหม่

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L\right) \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.34b)$$

ถ้าเรอินทิเกรตจากทางเข้าถึงตำแหน่ง x ใด จะได้

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad (4.35)$$

โดยที่ค่า \bar{h} ในสมการนี้เป็นค่าเฉลี่ยของ h จากทางเข้าของท่อถึง x สมการนี้ชี้ให้เห็นว่าความแตกต่างของอุณหภูมิ ($T_s - T_m$) ลดลงเป็นเอกซ์โพเนนเชียลกับระยะทางตามแนวแกนของท่อ การหาสมการสำหรับ q_{conv} ทั้งหมดนั้นยุ่งยากมาก กับธรรมชาติของเอกซ์โพเนนเชียล

โดยใช้สมการ(4.29)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_{conv} = \dot{m}c_p [(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,o})] = \dot{m}c_p (T_i + T_o)$$

และแทนค่า $\dot{m}c_p$ จากสมการ (4.34a) จะได้

$$q_{conv} = \bar{h}A_s \Delta T_{l,m} \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.36)$$

ซึ่งค่า A_s เป็นพื้นที่ผิวท่อทั้งหมด ($A_s = PL$) และ $\Delta T_{l,m}$ เป็นค่าความแตกต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยแบบลอการิทึม (LTDM)

$$\Delta T_{l,m} \equiv \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \quad (4.37)$$

สมการ (4.36) เป็นรูปหนึ่งของกฎการเย็นตัวของนิวตันสำหรับท่อทั้งหมดและ $\Delta T_{l,m}$ เป็นค่าเฉลี่ยของความแตกต่างอุณหภูมิที่เหมาะสมทั่วทั้งความยาวท่อ ธรรมชาติลอการิทึมของความแตกต่างอุณหภูมิเฉลี่ยนี้เนื่องจากธรรมชาติของการลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล [แตกต่างจากความแตกต่างเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean Temperature Difference, AMTD) ซึ่งมีรูป $\Delta T_{am} = (\Delta T_i + \Delta T_o) / 2$]

4.5 สมรรถนะเชิงความร้อน (Thermal Performance)

สมรรถนะเชิงความร้อน [21] หาได้จาก

$$\eta = \frac{(Nu / Nu_o)}{(f / f_o)^{1/3}} \quad (4.39)$$

เมื่อ η คือ สมรรถนะเชิงความร้อน

Nu คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิส

Nu_o คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อกลมผิวเรียบ

f คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิส

f_o คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบ

การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

5.1 บทนำ

การจำลองการถ่ายเทความร้อนและสภาวะการไหลของอากาศที่ไหลผ่านแผ่นกั้นแบบต่างๆ นอกจากความเข้าใจทางทฤษฎีพื้นฐาน [3] ยังต้องมีความเข้าใจทางการคำนวณเชิงตัวเลขเนื่องจากเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการหาผลเฉลย เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ หัวข้อ 5.2 กล่าวถึงประวัติ และพัฒนาการโดยย่อของวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข หัวข้อ 5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นแนวทางสากลที่ใช้โดยทั่วไป หัวข้อ 5.4 อธิบายคุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดของสมการดิสครีทไทต์ หัวข้อที่ 5.5 กล่าวถึงรูปแบบการจัดวางกริด และสอดแทรกความหมายของตัวแปร และสัญลักษณ์ที่ใช้ในบทนี้ หัวข้อที่ 5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข เพื่อเข้าใจถึงแบบแผนวิธี (Scheme) ที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบของการดิสครีทไทต์ และในหัวข้อที่ 5.7 ถึง 5.10 แสดงวิธีการดิสครีทไทต์สมการควบคุมไว้เฉพาะบางแบบแผนวิธี ซึ่ง Versteeg [24] มีรายละเอียดเพิ่มเติมไว้ครบถ้วน

5.2 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

วิวัฒนาการของการคำนวณเชิงตัวเลขเริ่มมาาก่อนปี ค.ศ. 1950 (Anderson [4]) เกิดขึ้นพร้อมกับยุคที่ระบบคอมพิวเตอร์เริ่มมีการพัฒนา ช่วงเวลานั้นระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference methods, FDM) และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐาน (Finite element methods, FEM) เป็นวิธีพื้นฐานในการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equations, PDE) ซึ่งนิยมใช้มากในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational fluid dynamics, CFD) ต่อมาได้รวบรวมเอาองค์ความรู้ทางระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐานเข้าไว้ด้วยกัน (Chung [7]) เรียกว่า ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite volume methods, FVM) ทำให้มีโครงสร้างที่เข้าใจได้ง่ายขึ้น ขณะที่ยังมีความแม่นยำสูง จนเป็นที่นิยมในปัจจุบัน

5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

หากพิจารณาการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในมุมมองการโปรแกรม จะกล่าวได้ว่าเป็นโครงสร้างของอัลกอริทึมที่สามารถนำไปสู่การจำลองสภาวะการไหลได้ โปรแกรมคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในเชิงพาณิชย์ ส่วนมากมีระบบที่ให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าต่างๆที่ต้องการ แล้วจึงนำไปคำนวณ โดยแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนหลักดังนี้ (Versteeg [24])

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ผู้ใดให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3.1 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Pre-processing) คือขั้นตอนเตรียมการ โดยระบุรายละเอียดของการกำหนดปัญหา และพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. กำหนดรูปร่าง และระบุนขนาดของระบบที่สนใจ เรียกว่า การกำหนดสนามการคำนวณ (Computation domain)
2. กำหนดจำนวน และรูปแบบการจัดวางกริด (Grid or Mesh) ซึ่งคือการแบ่งสนามการคำนวณออกเป็นปริมาตรเล็กๆ รูปแบบการจัดแบ่ง และจัดวางกริด ขึ้นอยู่กับปัญหาที่พิจารณาการจัดที่เหมาะสมทำให้การหาผลเฉลยประมาณค่า (Approximation solution) แม่นยำขึ้น
3. เลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับธรรมชาติของปัญหา เลือกโดยใช้อองค์ความรู้ทางทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง
4. กำหนดคุณสมบัติของไหล เช่นพิจารณาของไหลเป็นอากาศที่อุณหภูมิปกติ เป็นต้น
5. กำหนดเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) และค่าเริ่มต้น (Initial condition)



รูปที่ 5.1 แสดงความเชื่อมโยงของกระบวนการดิสcretize ไรต์และผลเฉลยประมาณค่า

5.3.2 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Solving) เป็นขั้นที่ต้องใช้ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งการคำนวณในงานวิจัยนี้ทั้งหมดใช้วิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยขั้นตอนนี้ (จากรูปที่ 5.1)

5.3.2.1 ประมาณตัวแปรไม่ทราบค่าโดยหาค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน (มักใช้ในปัญหาแบบปั่นป่วน) สร้างเป็นสมการอนุพันธ์ย่อย โดยรวมกับสมการควบคุมการไหล

5.3.2.2 หาผลเฉลยวีค (Weak solution) ของสมการควบคุม ด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง (Weight residual) จากนั้นดิสcretize ไรต์ โดยประมาณแต่ละเทอมความสัมพันธ์ด้วยแบบแผนวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์เป็นสมการพีชคณิต

5.3.2.3 แก้สมการพีชคณิต ผลเฉลยที่ได้เรียกว่า ผลเฉลยประมาณค่า

5.3.3 ขั้นตอนแสดงผล

ขั้นตอนแสดงผล (Post-processing) คือการแสดงผลเฉลยประมาณค่าของตัวแปรที่สนใจ และ

เอกสารนี้เป็นใช้ เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เช่น รูปแบบความเร็ว รูปแบบวอลเตจชุด เป็นต้น ใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไทย

การคำนวณทางพลศาสตร์ของไทยเพื่อจำลองพฤติกรรมตามธรรมชาติ ควรตระหนักว่าธรรมชาติมักมีพฤติกรรมซับซ้อน ดังนั้นสิ่งที่พึงระวังอย่างยิ่งคือ ความถูกต้องของผลเฉลย ผลการคำนวณที่ดีเลิศ เป็นเพียงค่าประมาณที่ดีที่สุดเท่าที่มนุษย์สามารถหาคำตอบได้เท่านั้น ไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรง

คุณสมบัติของวิธีการคำนวณ คือป้องกันบอกความเที่ยงตรงของผลเฉลยประมาณค่า เมื่อเทียบกับพฤติกรรมจริงที่ควรเกิดขึ้น แบ่งได้หลายประการดังนี้ (Ferziger [9])

5.4.1 ความเข้ากันได้

ความเข้ากันได้ (Consistency) หมายถึงความเหมือน (Equivalent) ระหว่างสมการควบคุม (สมการอนุพันธ์ย่อย) และสมการพีชคณิตที่ผ่านกระบวนการดิสครีทไทด์ เมื่อระยะกริด (Grid spacing) และ หรือค่าขั้นเวลา (Time step) ลดลงใกล้ศูนย์ โดยปกติเรียกความแตกต่างหลังจากกระบวนการดิสครีทไทด์ว่า ความผิดพลาดแบบทรานเคชัน (Truncation error) ซึ่งลดลงเมื่อมีความเข้ากันได้มากขึ้น

5.4.2 เสถียรภาพการคำนวณ

เสถียรภาพการคำนวณ (Stability) เป็นลักษณะการคำนวณที่มีค่าผิดพลาดน้อยลงเมื่อคำนวณซ้ำ (Damping of error) เรียกความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณซ้ำว่าความผิดพลาดแบบเร้าออฟ (Round-off error) เช่นความผิดพลาดในการคำนวณทศนิยมตำแหน่งที่ 12 ของคอมพิวเตอร์ เป็นต้น อย่างไรก็ตามหากวิธีการคำนวณไม่มีเสถียรภาพ ผลการคำนวณอาจมีลักษณะลู่ออก (Divergence) โดยมักเกิดจากการเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลขไม่เหมาะสมกับปัญหาที่พิจารณา ซึ่งการตรวจสอบเสถียรภาพการคำนวณต้องใช้ความรู้ของทฤษฎีการรบกวน (Perturbation theory) เป็นแนวทาง

5.4.3 การลู่เข้าของผลเฉลย

ผลการคำนวณที่มีการลู่เข้าของผลเฉลย (Convergence) หมายถึงผลเฉลยประมาณค่ามีแนวโน้มเข้าใกล้ผลเฉลยแม่นยำ สำหรับปัญหาไม่เชิงเส้น (Nonlinear problem) ยากที่จะตรวจสอบการลู่เข้าของผลเฉลย เนื่องจากไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำได้ อย่างไรก็ตามการตรวจสอบทำได้ด้วยวิธีเปรียบเทียบผลการคำนวณที่มีระยะกริดลดลง กระทั่งผลเฉลยไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามระยะกริด (Grid independent) เรียกได้ว่ามีคุณสมบัติการลู่เข้าของผลเฉลยที่ดี

5.4.4 การอนุรักษ์

คุณสมบัติการอนุรักษ์ (Conservation) เป็นคุณสมบัติที่มีอยู่ในกฎการอนุรักษ์ดังบทที่ 3

เนื่องจากผลการคำนวณมีที่มาจากสมการควบคุม ดังนั้นวิธีการคำนวณจึงควรมีคุณสมบัตินี้ด้วย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปเผยแพร่โดยไม่ผ่านการพิจารณา โดยคุณสมบัติการอนุรักษ์เป็นจุดเด่นที่สำคัญของระเบียบวิธีปริมาตรสลับเนื่อง กล่าวคือคำนึงถึงไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเบื้องหลัง และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสมดุลของการส่งถ่ายปริมาณข้ามขอบเขตที่พิจารณา เช่นรอบผิวปิดของปริมาตรเล็กๆที่แบ่งตามระยะกริดเป็นต้น

5.4.5 ความจำกัดขอบ

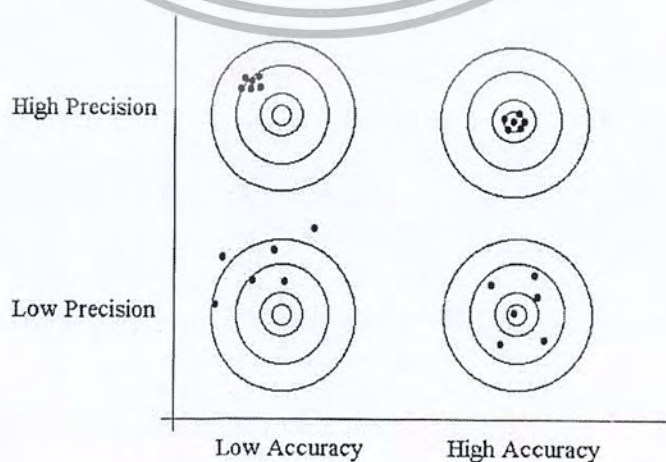
ความจำกัดขอบ (Bounded ness) หมายถึงผลเฉลยควรมีค่าอยู่ในขอบเขตจำกัด เช่นความหนาแน่น ความเข้มข้น ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ หรือระบบการถ่ายเทความร้อนที่ทราบอุณหภูมิค่าสุด-สูงสุด ผลเฉลยที่ควรได้ต้องมีค่าอยู่ในช่วงนั้นด้วยเช่นกัน โดยวิธีการคำนวณที่มีอันดับสูง (Higher order) มีแนวโน้มความจำกัดขอบต่ำลง ดังนั้นจึงไม่ควรเลือกใช้วิธีการคำนวณที่มีอันดับสูงมากเกินไปจนความจำเป็น

5.4.6 ความเสมือนจริง

ความเสมือนจริง (Realizability) หมายถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่จำลองพฤติกรรมธรรมชาติที่ซับซ้อน เช่นแบบจำลองการไหลปั่นป่วน แบบจำลองการเผาไหม้ เป็นต้น ควรเลือกแบบจำลองที่มีความเสมือนจริงเมื่อเทียบกับความหมายทางกายภาพ หากเลือกใช้ หรือนำมาใช้ไม่สอดคล้องกับปัญหา ผลเฉลยที่ได้อาจไม่สื่อความหมายทางกายภาพที่ถูกต้อง

5.4.7 ความแน่นอน

บ่อยครั้งในงานทางวิศวกรรมกล่าวถึงความแน่นอน (Accuracy) ซึ่งมักใช้สับสนกับความแม่นยำ (Precision) พิจารณารูปที่ 5.2 (Chapra [6]) แสดงความแตกต่างระหว่างแนวคิดทั้งสองอย่างชัดเจน ตรงกลางเป้าเป็นเสมือนค่าแม่นยำ โดยเห็นได้ว่าคุณค่าความแม่นยำสูง หมายถึงค่าโดยเฉลี่ยไม่ต่างจากค่าแม่นยำ และความแม่นยำสูง หมายถึงค่าส่วนใหญ่กระจายตัวน้อย ดังนั้นงานวิเคราะห์ทางด้านวิศวกรรมจึงควรให้ความสำคัญของความแน่นอน มากกว่าความแม่นยำ ซึ่งช่วยในการวิเคราะห์ได้ถูกต้อง มีแนวโน้มเดียวกับสภาพความจริงมากขึ้น แต่ในงานออกแบบต้องการความผิดพลาดลดน้อยที่สุด จึงควรใช้ทั้ง 2 แนวคิดประกอบรวมกัน



รูปที่ 5.2 แสดงแนวคิดของความแน่นอนและความแม่นยำ

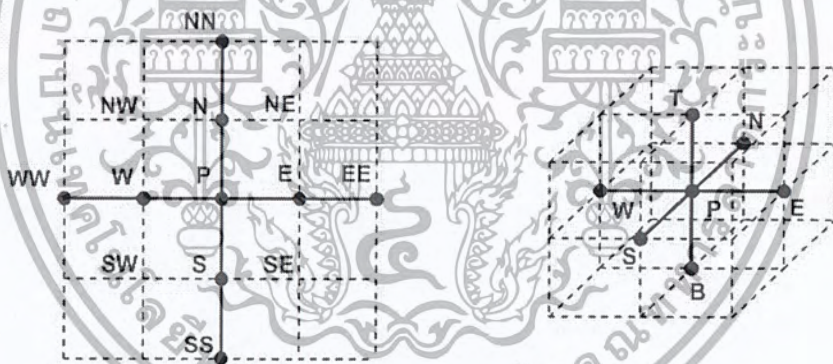
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในวงการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล แบ่งปัจจัยของความแน่นอนได้เป็น 3 ปัจจัยดังนี้

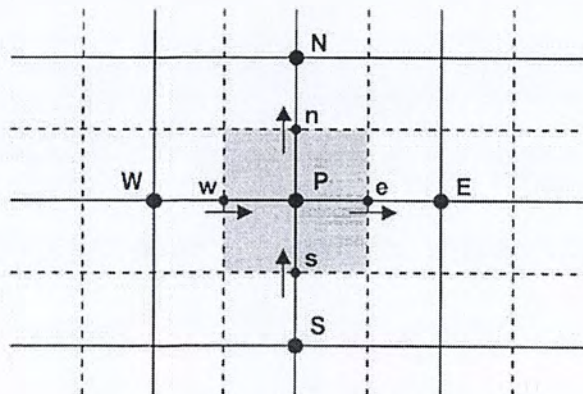
1. ความแน่นอนจากแบบจำลอง (Modeling accuracy) เกิดจากความเสมือนจริงของแบบจำลอง เทียบกับพฤติกรรมจริงธรรมชาติ
2. ความแน่นอนจากการดิสครีทไทซ์ (Discretization accuracy) เกิดจากความเข้ากันได้ของสมการพีชคณิต เทียบกับสมการควบคุม (สมการอนุพันธ์ย่อย)
3. ความแน่นอนจากการแก้สมการพีชคณิต (Iteration accuracy) เกิดจากการลู่เข้าของ ผลเฉลยประมาณค่า เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของสมการพีชคณิต

5.5 รูปแบบการจัดวางกริด

รูปแบบการจัดวางกริด โดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 3 แบบคือ แบบโครงสร้างปกติ (Structured grids) แบบกลุ่มโครงสร้าง (Block-structured grid) และแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจระบบกริดดิสครีทไทซ์ในหัวข้อถัดไป จึงได้ใช้รูปแบบการจัดวางกริดดังรูปที่ 5.3 (แบบโครงสร้างปกติ) และเพื่อความกระชับได้ดิสครีทไทซ์กริด 2 มิติเท่านั้น ซึ่งสามารถขยายไปสู่กริดแบบ 3 มิติได้โดยตรง



รูปที่ 5.3 แสดงรูปแบบการจัดวางกริดในแกน 2 มิติ และ 3 มิติ



รูปที่ 5.4 ส่วนแรกแสดงตำแหน่งของปริมาตรควบคุมแบบ 2 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.4 ตำแหน่ง P คือตำแหน่งโนด (Node) ที่สนใจ ตัวอักษรพิมพ์เล็ก เช่น w, e แสดงถึงตำแหน่งของปริมาณที่เข้า-ออกจากปริมาตรควบคุมที่เรเงา (Cell volume) เช่น ความเร็ว เป็นต้น เรียกว่า ตำแหน่งผิวเซลล์ (Cell face) ลูกศรที่ปรากฏแสดงทิศเป็นบวกของปริมาณเวกเตอร์ที่ตำแหน่งผิวเซลล์ รูปแบบลักษณะนี้ เรียกว่า การจัดเรียงแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) กล่าวคือ ปริมาณสเกลาร์ และเวกเตอร์มีตำแหน่งเดียวกัน (มวล ความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ) โดยการจัดวางกริด ในแบบอื่นจะได้กล่าวถึงในหัวข้อ 5.10 เนื่องมาจากปัญหาการดิสเครทไทซ์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันของสมการนาเวียร์-สโตกส์

5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข

ปัจจุบันมีนักวิจัยที่คิดค้นแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical scheme) มากมาย ซึ่งขอกกล่าวถึงเฉพาะแบบแผนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย 4 แบบคือ

5.6.1 แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง

แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง (Central differencing scheme, CDS) คือการประมาณค่าที่ตำแหน่งผิวเซลล์ต่างๆ ด้วยหลักการหาค่าเฉลี่ยกึ่งกลาง เป็นไปตามสมการ (5.1) เมื่อ ϕ แทนปริมาณที่สนใจใดๆ

$$\begin{aligned}\phi_e &= (\phi_p + \phi_E)/2 \\ \phi_w &= (\phi_W + \phi_p)/2 \\ \phi_n &= (\phi_p + \phi_N)/2 \\ \phi_s &= (\phi_S + \phi_p)/2\end{aligned}\quad (5.1)$$

จากสมการ (5.1) เห็นได้ว่าการประมาณค่าที่ผิวเซลล์ด้วยค่าที่ตำแหน่งโนด โดยถ่วงน้ำหนักโนดประชิด (Adjacent node) เท่ากัน แบบแผนวิธีนี้จึงขึ้นอยู่กับระยะกริดเป็นสำคัญ ซึ่งระยะกริดที่ลดลง ทำให้ผลเฉลยมีความแน่นอนสูงขึ้น

5.6.2 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง

การประมาณค่าที่ผิวเซลล์ (รูปที่ 5.4) ของแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง (1st-order upwind differencing scheme, UDS-1) ให้ปริมาณที่ตำแหน่งท้ายลมมีค่าเท่ากับปริมาณที่ตำแหน่งต้นลม ดังสมการ (5.2) เมื่อ ϕ แทนปริมาณที่สนใจ และ u แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์นั้น เช่น u_e แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์ e เป็นต้น

$$\begin{aligned}\phi_e &= \alpha_e \phi_p + (1 - \alpha_e) \phi_E \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \Rightarrow \alpha_e = 1 \text{ และ } u_e < 0 \Rightarrow \alpha_e = 0 \\ \phi_w &= \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_p \quad \text{เมื่อ } u_w > 0 \Rightarrow \alpha_w = 1 \text{ และ } u_w < 0 \Rightarrow \alpha_w = 0 \\ \phi_n &= \alpha_n \phi_p + (1 - \alpha_n) \phi_N \quad \text{เมื่อ } u_n > 0 \Rightarrow \alpha_n = 1 \text{ และ } u_n < 0 \Rightarrow \alpha_n = 0 \\ \phi_s &= \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_p \quad \text{เมื่อ } u_s > 0 \Rightarrow \alpha_s = 1 \text{ และ } u_s < 0 \Rightarrow \alpha_s = 0\end{aligned}\quad (5.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบแผนวิธีผลต่างด้นลมอันดับหนึ่งมีคุณสมบัติจำกัดขอบสูง ทำให้ผลเฉลยไม่กระเพื่อม (Oscillatory solution) เป็นข้อดีทั้งในแง่เสถียรภาพการคำนวณ และการลู่เข้าของผลเฉลย แต่ในขณะเดียวกัน ทำให้เกิดพฤติกรรมการแพร่เชิงตัวเลข (Numerical diffusive) เนื่องจากลักษณะผลเฉลยเสมือนถูกถ่วงน้ำหนักจากค่าที่ตำแหน่งด้นลมเป็นหลัก สำหรับกรณีที่มีการไหลซับซ้อน แบบแผนวิธีนี้จะทำให้คุณสมบัติความเข้ากันได้ลดลง

5.6.3 แบบแผนวิธีผลต่างด้นลมอันดับสอง

แบบแผนวิธีผลต่างด้นลมอันดับสอง (2^{nd} -order upwind differencing scheme, UDS-2) ได้พัฒนาให้มีความแน่นอนสูงขึ้น พิจารณาที่ตำแหน่งโนด P เมื่อใช้สูตรขยายของเทเลอร์ (Taylor series expansion) ตามหลักการผลต่างด้นลม เขียนความสัมพันธ์ที่ผิวเซลล์ e ได้ว่า

$$\phi_e = \phi_p + \delta_{ep} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p + \frac{\delta_{ep}^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_p + \text{H.O.T.} \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.3)$$

สมการ (5.3) เป็นตัวอย่างแบบแผนวิธีในกรณี 1 มิติ พิจารณาเฉพาะที่ผิวเซลล์ e เมื่อ δ_{ep} แทนระยะห่างระหว่างผิวเซลล์ e และโนดด้นลม P (เนื่องจาก $u_e > 0$) สำหรับกรณีแบบแผนวิธีผลต่างด้นลมอันดับหนึ่งจะใช้เฉพาะเทอมแรกทางขวาของสมการ และแบบแผนวิธีผลต่างด้นลมอันดับสองนี้จะใช้สองเทอมแรกทางขวาของสมการ

เทอม $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p$ คือ ความชันของเซลล์ด้นลม ซึ่งประมาณ โดยการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยปริมาตรของเซลล์นั้น ดังสมการ (5.4) จากนั้นใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss theorem) จะเขียนได้ในสมการ (5.5) ดังนี้

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{V} \int \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV \quad (5.4)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{V} \oint \phi \cdot \vec{n} dA \quad (5.5)$$

เมื่อ V แทนขนาดปริมาตรของเซลล์ A แทนพื้นที่ผิวเซลล์ และ \vec{n} แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเซลล์ สมการ (5.5) ทำการดิฟเฟอเรนเชียลด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ (กรณีที่มีการจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) จะลดรูปได้เป็น

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{A_p} (\phi_e L_e + \phi_w L_w + \phi_n L_n + \phi_s L_s) \quad (5.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (5.6) เมื่อ L แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์ในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น L_e แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์ e เป็นต้น และ A_p แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด P อยู่ เช่น A_p มีค่าเท่ากับพื้นที่แรงในรูปที่ 5.4 เป็นต้น ซึ่งค่า ϕ ที่ผิวเซลล์ต่างๆของสมการ (5.6) หาได้หลายวิธี แต่ในที่นี้เลือกใช้แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางดังสมการ (5.1) ดังนั้นสมการ (5.3) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

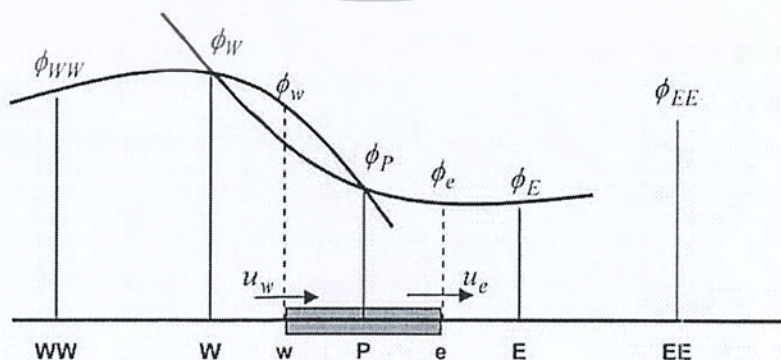
$$\phi_e = \phi_p + \frac{\delta_{eP}}{A_p} \left(\begin{aligned} &\left(\frac{\phi_p + \phi_E}{2} \right) \cdot L_e + \left(\frac{\phi_w + \phi_p}{2} \right) \cdot L_w \\ &+ \left(\frac{\phi_p + \phi_N}{2} \right) \cdot L_n + \left(\frac{\phi_s + \phi_p}{2} \right) \cdot L_s \end{aligned} \right) \text{ เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.7)$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อ $u_e < 0$ จะเขียนได้ดังสมการ (5.8) และสมการของ ϕ_w, ϕ_n, ϕ_s สามารถหาได้ด้วยหลักการเดียวกัน ซึ่งไม่ขอกล่าวถึงในรายละเอียด

$$\phi_e = \phi_E + \frac{\delta_{eE}}{A_E} \left(\begin{aligned} &\left(\frac{\phi_E + \phi_{EE}}{2} \right) \cdot L_{ee} + \left(\frac{\phi_E + \phi_p}{2} \right) \cdot L_{ep} \\ &+ \left(\frac{\phi_{NE} + \phi_E}{2} \right) \cdot L_{ne} + \left(\frac{\phi_E + \phi_{SE}}{2} \right) \cdot L_{se} \end{aligned} \right) \text{ เมื่อ } u_e < 0 \quad (5.8)$$

5.6.4 แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก

แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก (Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK) เริ่มนำเสนอโดย Leonard ค.ศ. 1979 เป็นแบบแผนวิธีที่ใช้โนด 3 ตำแหน่งในการประมาณค่าของแต่ละผิวเซลล์ (2 โหนดที่ต้นลม และ 1 โหนดที่ท้ายลม) ดังแสดงในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 รูปแบบแนวคิดของแบบแผนวิธีผลต่างควอดราติกในปริมาตรควบคุมแบบ 1 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่หวังกำไรได้ แต่ทั้งนี้ทั้งนั้น อาจต้องมีการแจ้งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามรูปที่ 5.5 เมื่อ $u_w > 0$ และ $u_e > 0$ การประมาณค่า ϕ_w ที่ผิวเขต w จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ WW และ W ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ P ในทำนองเดียวกันการประมาณค่า ϕ_e ที่ผิวเขต e จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ W และ P ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ E ตามลำดับ

ด้วยหลักการความคล้ายคลึง กรณีที่ $u_w < 0$ และ $u_e < 0$ การประมาณค่า ϕ_w ใช้โนด E และ P ประกอบกับโนด W และการประมาณค่า ϕ_e ใช้โนด EE, E และ P ตามลำดับ ซึ่งความสัมพันธ์ต่างๆ สามารถเขียนได้ในสมการ (5.9) ถึง (5.12) โดย $u_x > 0$ แล้ว $\alpha_x = 1$ และ $u_x < 0$ แล้ว $\alpha_x = 0$ เมื่อ $x = w, e, s, n$ ตามลำดับ

$$\phi_w = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_w) \cdot \phi_W + (2 - \alpha_w) \cdot \phi_P] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_w) \cdot \phi_E + \alpha_w \cdot \phi_{WW}] \quad (5.9)$$

$$\phi_e = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_e) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_e) \cdot \phi_E] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_e) \cdot \phi_{EE} + \alpha_e \cdot \phi_W] \quad (5.10)$$

$$\phi_s = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_s) \cdot \phi_S + (2 - \alpha_s) \cdot \phi_P] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_s) \cdot \phi_N + \alpha_s \cdot \phi_{SS}] \quad (5.11)$$

$$\phi_n = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_n) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_n) \cdot \phi_N] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_n) \cdot \phi_{NN} + \alpha_n \cdot \phi_S] \quad (5.12)$$

แบบแผนวิธีผลต่างครอตราติมีความแน่นอนอันดับสาม ซึ่งสูงกว่าทั้งแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งและสอง เป็นเทคนิคการผสมผสานความได้เปรียบของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางและแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมเข้าด้วยกัน กล่าวคือมีคุณสมบัติอนุรักษ์ และความเข้ากันได้มากกว่าแบบแผนวิธีผลต่างต้นลม อย่างไรก็ตามแบบแผนวิธีอันดับสูง จะมีเงื่อนไขเสถียรภาพการคำนวณ (Conditionally stable) เพิ่มขึ้น และคุณสมบัติจำกัดขอบลดลง

5.7 การดิสเครทไทซ์สมการควบคุม

การคำนวณด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ต้องหาผลเฉลยวิคของสมการควบคุมด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง โดยการเลือกใช้ 1 (Unit) เป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weight function) ผลที่ได้เป็นสมการอินทิกรัล (Integral equation) บนขอบเขตปริมาตรควบคุมเล็กๆ จากทฤษฎีของเกาส์ทำให้สามารถพิจารณาปริมาตรที่ส่งถ่ายเข้า-ออกเฉพาะที่ขอบเขต เป็นตัวแทนทั้งปริมาตรได้ รวมเรียกว่าการดิสเครทไทซ์สมการอนุพันธ์ย่อย โดยหัวข้อ 5.8 ถึง 5.10 จะกล่าวรายละเอียดวิธีดิสเครทไทซ์ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องกัน การดิสเครทไทซ์สมการอนุรักษ์มวลเป็นเนื้อหาที่ง่ายต่อความเข้าใจ เนื่องจากรูปแบบสมการไม่ซับซ้อน การดิสเครทไทซ์สมการอนุรักษ์พลังงานจะซับซ้อนขึ้น โดยกล่าวถึงแบบแผนวิธีที่ใช้กับสมการที่ขึ้นกับเวลา และประยุกต์ใช้แบบแผนวิธีในหัวข้อ 5.6 เพื่อดิสเครทไทซ์เทอมต่างๆของสมการอนุรักษ์พลังงาน สำหรับการดิสเครทไทซ์สมการนาเวียร์-สโตกส์จะแสดงการประมาณค่าความดัน ซึ่งค่อนข้างยุ่งยาก และซับซ้อน ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงแสดงหัวข้อการดิสเครทไทซ์สมการอนุรักษ์พลังงานก่อนหน้าการดิสเครทไทซ์สมการนาเวียร์-สโตกส์

5.8 การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์มวล

จากสมการอนุรักษ์มวลแบบไร้การอัดตัว จะได้ผลเฉลยวิกดั่งสมการ (5.13) และใช้ทฤษฎีของเกาส์ จะได้สมการ (5.14)

$$\int \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = 0 \quad (5.13)$$

$$\oint u_i \bar{n}_i dA = 0 \quad (5.14)$$

เมื่อ A แทนพื้นที่ผิวเซล และ \bar{n} แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเซล จากสมการ (5.5) ให้ทำการดิสเครทไทต์ด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่บเนื่องใน 2 มิติ (กรณีจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) จะได้สมการ (5.15) ซึ่งเรียกว่า สมการอนุรักษ์มวลแบบดิสเครทไทต์ เมื่อ L แทนระยะความกว้างของผิวเซลในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น L_e แทนระยะความกว้างของผิวเซล e เป็นต้น

$$(uL)_e - (uL)_w + (uL)_n - (uL)_s = 0 \quad (5.15)$$

5.9 การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์พลังงาน

จากแนวทางการดิสเครทไทต์สมการควบคุมทำให้การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์พลังงาน โดยไม่พิจารณาเทอมฟังก์ชันการสลายตัวสามารถเขียนได้ว่า

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt}_{\text{เทอมไม่คงตัว}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการพา}} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการแพร่}} \quad (5.16)$$

เนื่องจากสมการอนุรักษ์พลังงานมีตัวแปรขึ้นกับตำแหน่ง และเวลา ดังนั้นสมการ (5.16) จึงอินทิเกรทในช่วงเวลาสั้นๆ (Δt) และปริมาตรเล็กๆ (dV) โดยแบ่งพิจารณาเป็น 3 เทอมตามความหมายทางกายภาพคือ เทอมไม่คงตัว (Unsteady term) เทอมการพา (Convection term) และเทอมการแพร่ (Diffusion term) ดังต่อไปนี้

5.9.1 การดิสเครทไทต์เทอมไม่คงตัว

แนวทางการดิสเครทไทต์จะใช้ทฤษฎีของเกาส์ เพื่อพิจารณาปริมาณ (กรณีนี้คืออุณหภูมิ) ที่ส่งถ่ายเข้า-ออกจากขอบเขตของปริมาตรควบคุมเล็กๆ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \int \left(\int_i^{i+\Delta t} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV \quad (5.17)$$

การประมาณค่าผลต่างเวลา แบ่งได้เป็น 3 แบบแผนวิธีหลักๆคือ แบบแผนวิธีเอกซ์พลีซิท (Explicit scheme) แบบแผนวิธีอิมพลีซิท (Implicit scheme) และแบบแผนวิธีแครง-นิโคลสัน (Crank-Nicolson scheme) งานวิจัยนี้จะกล่าวเฉพาะแบบแผนวิธีอิมพลีซิท แบ่งได้หลายอันดับ โดยสมการ (5.18) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง (1st -order implicit scheme) และสมการ (5.19) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับสอง (2nd -order implicit scheme)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (5.19)$$

เมื่อ n แทนเวลาชั่วขณะที่พิจารณา ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงเฉพาะการดิสครีทไทต์ ด้วยแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง โดยนำสมการ (5.18) แทนในสมการ (5.17) (กรณี 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) พิจารณาใน 2 มิติ ปริมาตรเซลล์เปลี่ยนเป็นพื้นที่เซลล์ จะได้ว่า

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV = \rho c_p \cdot \left(\frac{T - T^0}{\Delta t} \cdot \Delta t \right) \cdot A_p$$

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \rho c_p \cdot (T - T^0) \cdot A_p \quad (5.20)$$

จากสมการ (5.20) ตัวยก '0' แทนอุณหภูมิที่เวลา t สำหรับอุณหภูมิที่เวลา $t + \Delta t$ ไม่มีตัวยก และ A_p แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด P (โนดที่สนใจ) เช่น A_p คือพื้นที่ส่วนที่แรเงาในรูปที่ 5.4 เป็นต้น

5.9.2 การดิสครีทไทต์เทอมการพา

การดิสครีทไทต์ด้วยทฤษฎีของเกาส์ (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังนี้ เมื่อ $F_x = \rho c_p u_x L_x$ คือสัมประสิทธิ์การพาที่ผนังเซลล์ต่างๆ โดยที่ $x = e, w, n, s$ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p \bar{n}_i T dA \right) dt$$

$$= \rho c_p \cdot ((uTL)_e - (uTL)_w + (uTL)_n - (uTL)_s) \cdot \Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = (F_e T_e - F_w T_w + F_n T_n - F_s T_s) \cdot \Delta t \quad (5.21)$$

ค่าอุณหภูมิที่ผิวเขต เช่น T_e คืออุณหภูมิที่ผิวเขต e (ของปริมาตรที่โหนด P) เป็นต้น คือตัวแปรไม่ทราบค่าที่ต้องการประมาณค่า ในที่นี้เลือกแสดงแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค สมการ (5.9) ถึง (5.12) เมื่อให้ $\phi = T$ นำทั้งหมดแทนในสมการ (5.21) จัดรูปใหม่จะได้สมการ (5.22) ดังนั้นผลเฉลยที่ได้จึงมีคุณสมบัติของแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค ซึ่งถูกบรรจุอยู่ในพฤติกรรมการไหลที่ส่งผลมาจากเทอมการพา ด้วยเหตุนี้จึงเห็นได้ว่าการเลือกแบบแผนวิธีการคำนวณในแต่ละเทอมมีความสำคัญมากต่อผลเฉลยประมาณค่าของระบบที่พิจารณา

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = \left[\begin{array}{l} \frac{3}{8} T_p \left((1+\alpha_e)F_e - (2-\alpha_w)F_w \right) \\ + (1+\alpha_n)F_n - (2-\alpha_s)F_s \\ - \frac{1}{8} T_w (3(1+\alpha_w)F_w + \alpha_e F_e) \\ + \frac{1}{8} T_E (3(2-\alpha_e)F_e + (1-\alpha_w)F_w) \\ - \frac{1}{8} T_s (3(1+\alpha_s)F_s + \alpha_n F_n) \\ + \frac{1}{8} T_N (3(2-\alpha_n)F_n + (1-\alpha_s)F_s) \\ + \frac{1}{8} T_{ww} (\alpha_w F_w) - \frac{1}{8} T_{EE} ((1-\alpha_e)F_e) \\ + \frac{1}{8} T_{ss} (\alpha_s F_s) - \frac{1}{8} T_{NN} ((1-\alpha_n)F_n) \end{array} \right] \cdot \Delta t \quad (5.22)$$

5.9.3 การดิสcretไทต์เทอมการแพร่

การดิสcretไทต์ด้วยทฤษฎีของแก๊ส (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังสมการ (5.23)

การหาค่าประมาณของ $\partial T / \partial x_i$ เลือกแสดงด้วยแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง ซึ่งไม่ได้ใช้สมการ (5.1) โดยตรง เนื่องจากไม่ต้องการประมาณค่าที่ผิวเขต แต่ต้องการประมาณอัตราเปลี่ยนแปลงของปริมาณที่ส่งถ่ายผ่านผิวเขต ด้วยหลักการของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางจะเปลี่ยนสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(5.1) ให้เขียนใหม่ได้เป็นสมการ (5.24) เมื่อ δ_{PE} เป็นผลต่างของระยะที่โนด P และ E ในทำนองเดียวกัน $\delta_{WP}, \delta_{PN}, \delta_{SP}$ ก็คือผลต่างของระยะระหว่างโนดตัวห้อย

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt = \int_i^{i+\Delta t} \left(\oint \bar{n} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) dA \right) dt$$

$$= \left(\begin{array}{l} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_w \\ + \left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_n - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_s \end{array} \right) \cdot \Delta t \quad (5.23)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta_{PE}}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta_{WP}} \quad (5.24)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta_{PN}}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta_{SP}}$$

แทนสมการ (5.24) ลงในสมการ (5.23) พร้อมจัดรูปใหม่จะได้ตั้งสมการ (5.25) เมื่อ $D_e = k \frac{L_e}{\delta_{PE}}, D_w = k \frac{L_w}{\delta_{WP}}, D_n = k \frac{L_n}{\delta_{PN}}, D_s = k \frac{L_s}{\delta_{SP}}$ คือสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ผนังเซลล์ e, w, n, s ตามลำดับ

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt = \left(\begin{array}{l} D_e T_E + D_w T_W + D_n T_N + D_s T_S \\ - (D_e + D_w + D_n + D_s) \cdot T_P \end{array} \right) \cdot \Delta t \quad (5.25)$$

นำสมการ (5.20), (5.22) และ (5.25) แทนในสมการ (5.16) และจัดรูปใหม่ โดยรวมพจน์ต่างๆเข้าด้วยกัน (ไม่ขอแสดงรายละเอียด) จะได้สมการ (5.26) เรียกว่าสมการอนุรักษ์พลังงานแบบดิสครีตไทต์ หรืออีกนัยหนึ่งคือ สมการพีชคณิตของสมการอนุรักษ์พลังงาน

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S$$

$$+ a_{EE} T_{EE} + a_{WW} T_{WW} + a_{NN} T_{NN} + a_{SS} T_{SS}$$

$$+ a_P^0 T_P^0 \quad (5.26)$$

$$\text{เมื่อ} \quad a_E = D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w$$

$$a_W = D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8} \alpha_e \cdot F_e$$

$$a_N = D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_S = D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8} \alpha_n \cdot F_n$$

$$a_{EE} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e$$

$$a_{WW} = -\frac{1}{8} \alpha_w \cdot F_w$$

$$a_{NN} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n$$

$$a_{SS} = -\frac{1}{8} \alpha_s \cdot F_s$$

$$a_P^0 = \frac{A_p}{\Delta t}$$

$$a_P = a_P^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS} \\ + (F_e - F_w + F_n - F_s)$$

5.10 การดิสเครทไทต์สมการนาเวียร์-สโตกส์

ด้วยแนวทางการดิสเครทไทต์สมการควบคุม เมื่อใช้กับสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้การอัดตัว จะได้ผลเฉลยวีกดังนี้

$$\begin{aligned} & \overbrace{\int_V^t \left(\int \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} dV \right) dt}^{\text{เทอมไม่คงตัว}} + \overbrace{\int_V^t \left(\int \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV \right) dt}^{\text{เทอมการพา}} \\ & = - \overbrace{\int_V^t \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt}^{\text{เทอมอัตราเปลี่ยนความดัน}} + \overbrace{\int_V^t \left(\int \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} dV \right) dt}^{\text{เทอมการแพร่}} \end{aligned} \quad (5.27)$$

จากสมการ (5.27) พบว่าแต่ละเทอมมีความหมายคล้ายกับสมการอนุรักษ์พลังงานในหัวข้อ 5.9 สมการ (5.16) โดยสมการ (5.27) มีเทอมอัตราเปลี่ยนความดันอยู่ด้วย จากหลักการความคล้ายคลึง ทำให้ไม่ต้องกล่าวรายละเอียดการดิสเครทไทต์เทอมไม่คงตัว เทอมการพา และเทอมการแพร่ซ้ำอีก อย่างไรก็ตามได้แสดงผลการดิสเครทไทต์เทอมดังกล่าวไว้สำหรับหัวข้อนี้ได้เพิ่มเติมเนื้อหาการดิสเครทไทต์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันเป็นหลัก

การดิสเครทไทต์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันมีลักษณะที่พิเศษกว่าเทอมอื่น เพราะว่าในระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่องจะพิจารณาอัตราเปลี่ยนแปลงความดัน เป็นเทอมแหล่งกำเนิด (Source term) เนื่องจากความสัมพันธ์ที่ควบคู่กัน (Couple relation) ระหว่างสมการอนุรักษ์มวลและสมการนาเวียร์-สโตกส์ ด้วยตัวแปรความเร็ว (u_i) อีกทั้งสมการนาเวียร์-สโตกส์ ยังมีความควบคู่แบบไม่เชิงเส้น (Non-linear couple) รวมอยู่ด้วย เห็นได้จากเทอมการพาเทียบกับเทอมอื่นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นหากทราบค่าของความดันที่ถูกต้องแล้ว ผลเฉลยของสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้การอัดตัว (ความเร็ว) ควรจะสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวลด้วย

เมื่อพิจารณาเทอมอัตราเปลี่ยนแปลงความดันเป็นเทอมแหล่งกำเนิด ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีของเกาส์ในการดิฟเฟอเรนเชียล ดังนั้นสามารถเขียนได้ดังสมการ (5.28) ซึ่งวิธีการแบบนี้เป็นหนึ่งในสาเหตุที่ทำให้คุณสมบัติการเข้ากัน ได้ลดลง

$$\int_V \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \frac{\partial p}{\partial x_i} \cdot A_p \cdot \Delta t \quad (5.28)$$

สมการ (5.28) เทอมที่ต้องการประมาณค่าอัตราเปลี่ยนแปลงความดันคือ $\partial p / \partial x_i$ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการจัดวางตำแหน่งของความดันบนกริด โดยที่ผ่านมากล่าวถึงการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วมเท่านั้น โดยทั่วไปการจัดวางกริดสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบคือ

1. การจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) (จากหัวข้อ 5.4)
2. การจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน (Staggered arrangement)

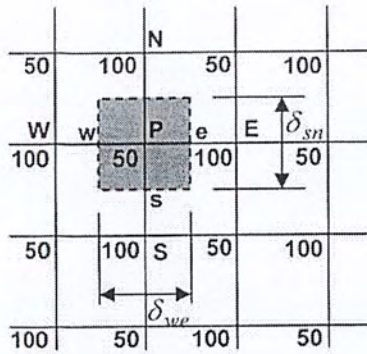
กรณีจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม การประมาณค่า $\partial p / \partial x_i$ แบบเชิงเส้น จะได้ดังนี้

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\delta_{we}} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2} \right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2} \right)}{\delta_{we}} = \frac{p_E - p_W}{2\delta_{we}} \quad (5.29)$$

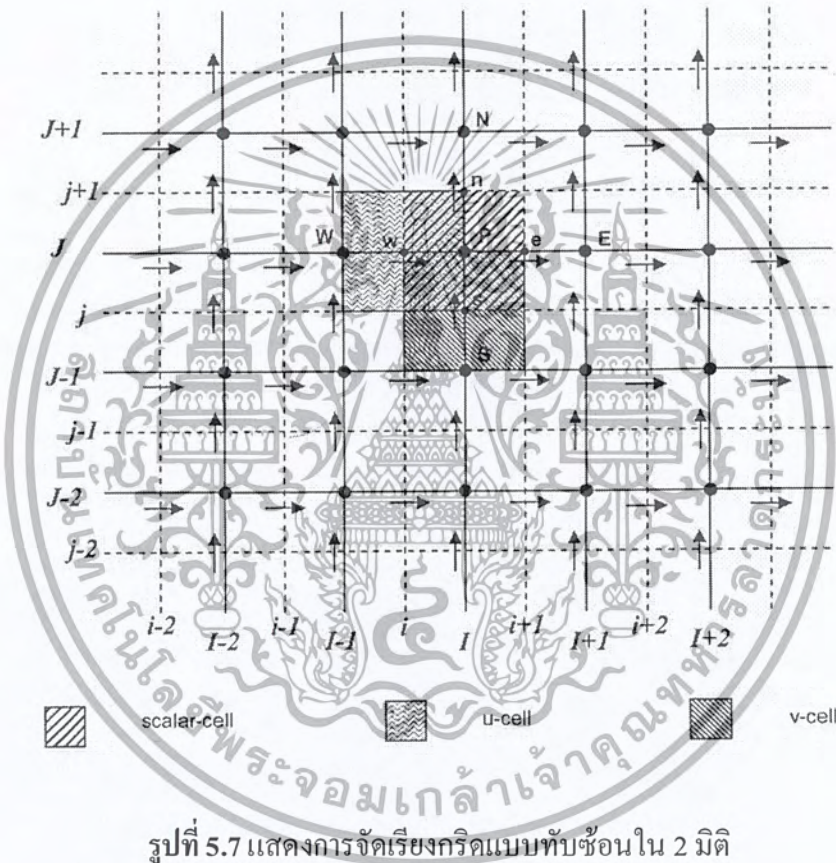
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_n - p_s}{\delta_{sn}} = \frac{\left(\frac{p_N + p_P}{2} \right) - \left(\frac{p_P + p_S}{2} \right)}{\delta_{sn}} = \frac{p_N - p_S}{2\delta_{sn}}$$

การประมาณอัตราเปลี่ยนแปลงความดันแบบสมการ (5.29) ใช้ได้ดีในปัญหาที่การกระจายตัวของความดันสม่ำเสมอ หากการกระจายตัวของความดันเปลี่ยนแปลงไปมาก หรือเกิดพฤติกรรมความดันกระเพื่อม (Pressure fluctuation) ดังในรูปที่ 5.6 เรียกว่า ปัญหากระดานหมากรุก (Checker-board problem) การประมาณค่าที่มีการจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วมจะไม่เหมาะสม

แทนค่าจากปัญหากระดานหมากรุกตามรูปที่ 5.6 ในสมการ (5.29) พบว่าอัตราเปลี่ยนแปลงของความดันเป็นศูนย์ซึ่งไม่เป็นจริง กรณีนี้สามารถแก้ไขได้โดยลดระยะกริดจนไม่เกิดลักษณะปัญหากระดานหมากรุก แต่ทำให้จำนวนกริดเพิ่มขึ้นด้วย ทำให้สิ้นเปลืองหน่วยความจำ และระยะเวลาในการคำนวณ ซึ่งขึ้นอยู่กับทรัพยากรทางคอมพิวเตอร์ที่มี



รูปที่ 5.6 การกระจายตัวของความดันกระเพื่อม หรือปัญหากระดานหมากรุก



รูปที่ 5.7 แสดงการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนใน 2 มิติ

ดังนั้นการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน จึงเป็นเทคนิคที่เกิดขึ้นเพื่อแก้ไขความผิดพลาดของการคำนวณค่าอัตราเปลี่ยนความดันในปัญหากระดานหมากรุก โดยให้ตัวแปรสเกลาร์ (มวล ความดัน และอุณหภูมิ) อยู่ที่ตำแหน่ง โหนดของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา แต่ตัวแปรเวกเตอร์ (ความเร็ว) มีปริมาตรควบคุมเบี่ยงออกไป โดยจุดศูนย์กลางเซลล์ของปริมาตรเบี่ยงอยู่บนผิวเซลล์ของปริมาตรควบคุมที่สนใจ ในกรณี 2 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.7

จากรูปที่ 5.7 ปริมาณสเกลาร์เก็บค่าที่โหนดที่มีเครื่องหมาย (●) เรียกปริมาตรควบคุมนั้นว่า สเกลาร์เซลล์ (scalar-cell) สำหรับปริมาณเวกเตอร์เก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย → เรียกว่า ยูเซลล์ (u-cell) ใช้กับแนวอน ครึ่งแนวตั้งเก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย ↑ เรียกว่า วิเซลล์ (v-cell)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ห้ามการนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ขออนุญาตจากเจ้าของลิขสิทธิ์
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

cell) โดยการจัดคู่อันดับของตำแหน่งใช้สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่ (I, J) แทนตำแหน่งของโนดที่อ้างอิงสเกลาร์เซต และตัวพิมพ์เล็ก (i, j) แทนตำแหน่งของผิวเซลล์ ใช้ประกอบกับตัวพิมพ์ใหญ่เพื่ออ้างอิงตำแหน่งของยูเซลล์ และวีเซลล์ ที่เบี่ยงไปตามลำดับ

จากสมการ (5.28) การประมาณค่า $\partial p / \partial x$, กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนจะเปลี่ยนไปจากสมการ (5.29) เพราะพิจารณาอัตราเปลี่ยนของความดันทำที่ปริมาตรควบคุมของความเร็ว ในกรณีอัตราเปลี่ยนความดันตามแนวนอน ($\partial p / \partial x$) ใช้ยูเซลล์ และแนวตั้ง ($\partial p / \partial y$) ใช้วีเซลล์ ดังสมการ (5.30) และ (5.31) เป็นการประมาณค่าแบบเชิงเส้น โดยสมการทั้งสองอ้างอิงตำแหน่งแบบคู่อันดับ

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_p - p_w}{\delta_{wp}} = \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta_u} \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_p - p_s}{\delta_{sp}} = \frac{p_{I,J} - p_{I,J-1}}{\delta_v} \quad (5.31)$$

เมื่อ δ_u และ δ_v คือระยะความกว้างของผิวเซลล์ยูเซลล์ และวีเซลล์ ตามลำดับ พิจารณาในปัญหากระดานหมากรุกด้วยสมการ (5.30) และ (5.31) พบว่าค่าอัตราเปลี่ยนของความดันมีค่าไม่เป็นศูนย์ แสดงว่าการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนมีแนวโน้มที่ใช้ปริมาณกริดไม่มาก แต่สามารถคำนวณอัตราเปลี่ยนของความดันได้ถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตามการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนต้องจัดเก็บตำแหน่งยูเซลล์ และวีเซลล์ แยกออกจากตำแหน่งสเกลาร์เซต จึงทำให้ค่อนข้างยุ่งยากในการเขียนโปรแกรมคำนวณ

ดังนั้นการประมาณค่าเทอมอัตราเปลี่ยนความดันในสมการ (5.27) กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนทำได้โดยแทนสมการ (5.30) และ (5.31) ในสมการ (5.28) จัดรูปใหม่ได้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \begin{cases} (p_{I,J} - p_{I-1,J}) \cdot L_u \cdot \Delta t & ; u\text{-cell} \\ (p_{I,J} - p_{I,J-1}) \cdot L_v \cdot \Delta t & ; v\text{-cell} \end{cases} \quad (5.32)$$

เมื่อ $L_u = L_{I,J}$ และ $L_v = L_{I,J}$ เป็นระยะความกว้าง-ยาวของยูเซลล์ และวีเซลล์ ตามลำดับ จากสมการ (5.32) ใช้ในกรณีกริดชนิดสี่เหลี่ยมเหมือนดังรูปที่ 5.7 เท่านั้น ไม่ครอบคลุมกริดที่มีรูปแบบอื่นๆ เช่น สามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยมไม่สม่ำเสมอ เป็นต้น

เมื่อพิจารณาการดิสครีทไทซ์สมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยใช้หลักการของความคล้ายคลึงจากการดิสครีทไทซ์สมการอนุพันธ์พลังงาน สมการ (5.27) โดยจัดรูปใหม่ และเขียนได้ดังสมการ (5.33) และ (5.34) ซึ่งเป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์ในแนวนอน และแนวตั้งตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \alpha_p u_p &= a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S \\
 &+ a_{EE} u_{EE} + a_{WW} u_{WW} + a_{NN} u_{NN} + a_{SS} u_{SS} \\
 &+ a_p^0 u_p^0 + (p_W - p_p) \cdot L_u
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

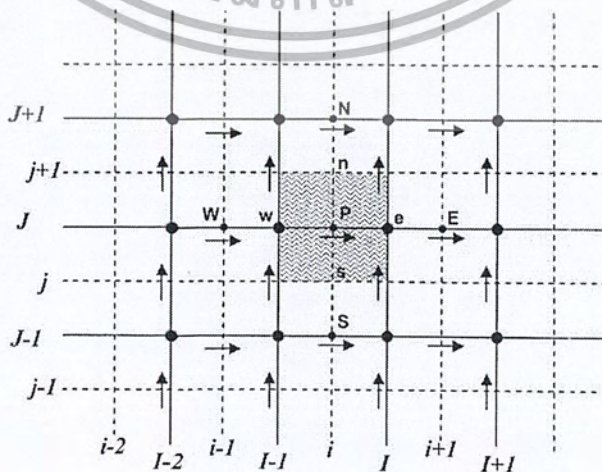
$$\begin{aligned}
 \alpha_p v_p &= a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S \\
 &+ a_{EE} v_{EE} + a_{WW} v_{WW} + a_{NN} v_{NN} + a_{SS} v_{SS} \\
 &+ a_p^0 v_p^0 + (p_S - p_p) \cdot L_v
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 a_p^0 &= \frac{A_p}{\Delta t}, a_E = D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w, \\
 a_W &= D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8}\alpha_e \cdot F_e, \\
 a_N &= D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s, \\
 a_S &= D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8}\alpha_n \cdot F_n, \\
 a_{EE} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e, \quad a_{WW} = -\frac{1}{8}\alpha_w \cdot F_w, \\
 a_{NN} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n, \quad a_{SS} = -\frac{1}{8}\alpha_s \cdot F_s, \text{ และ} \\
 a_p &= \frac{a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS}}{(F_e - F_w + F_n - F_s)}
 \end{aligned}$$

สมการ (5.33) และ (5.34) เขียนอยู่ในรูปแบบการจัดวางกริดแบบทับซ้อน ดังนั้นจากหัวข้อที่ผ่านมาปริมาณ F, D เขียนอยู่ในรูปแบบของการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วม จึงต้องปรับปรุง โดยพิจารณากรณียูเซล และวีเซลตามลำดับ ดังนี้

1. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณียูเซล



รูปที่ 5.8 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเยล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ยืมได้ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.8 แสดงความเร็วในผนังเซลล์แบบต่างๆของยูเซล ในระบบการกำหนดตำแหน่งแบบคู่อันดับ พบว่าตำแหน่งเดิมของโนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่งโนด e ในรูปที่ 5.8 เนื่องจากขณะที่พิจารณายูเซลในกริดแบบทับซ้อน ตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไปทำให้ต้องพิจารณาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆอีกครั้ง

กรณีความหนาแน่น และความหนืดมีค่าคงที่ สามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ได้ดังสมการ (5.35) และ (5.36) ตามลำดับ (Versteeg [24])

$$F_e = (\rho u L)_e = \rho L_{I,J} \frac{u_{i+1,J} + u_{i,J}}{2}, \quad F_w = (\rho u L)_w = \rho L_{I-1,J} \frac{u_{i,J} + u_{i-1,J}}{2}, \tag{5.35}$$

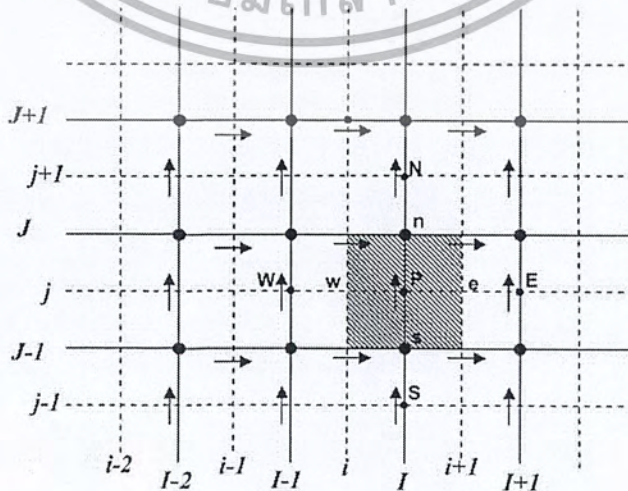
$$F_n = (\rho u L)_n = \rho L_{i,J+1} \frac{v_{i,J+1} + v_{i,J}}{2}, \quad F_s = (\rho u L)_s = \rho L_{i,J} \frac{v_{i,J} + v_{i-1,J}}{2},$$

$$D_e = \mu \frac{L_{I,J}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{I-1,J}}{x_i - x_{i-1}}, \tag{5.36}$$

$$D_n = \mu \frac{L_{i,J+1}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{i,J}}{y_j - y_{j-1}},$$

2. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณีวีเซลล์

พบว่าตำแหน่งเดิมของโนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่งโนด n ในรูปที่ 5.9 เนื่องจากตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไป คล้ายคลึงกับกรณียูเซล โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ได้ดังสมการ (5.37) และ (5.38) ตามลำดับ



รูปที่ 5.9 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาวีเซลล์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_e = \rho L_{i+1,j-1} \frac{u_{i+1,j} + u_{i+1,j-1}}{2}, \quad F_w = \rho L_{i,j} \frac{u_{i,j} + u_{i,j-1}}{2}, \quad (5.37)$$

$$F_n = \rho L_{i,j} \frac{v_{i,j} + v_{i,j+1}}{2}, \quad F_s = \rho L_{i,j-1} \frac{v_{i,j-1} + v_{i,j}}{2},$$

$$D_e = \mu \frac{L_{i+1,j-1}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{i,j}}{x_i - x_{i-1}}, \quad (5.38)$$

$$D_n = \mu \frac{L_{i,j}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{i,j-1}}{y_j - y_{j-1}},$$

พิจารณาสัมประสิทธิ์การพา ($F = \rho u$) เมื่อเทียบกับการ discretize ทอโตสมการอนุพันธ์พลังงานในหัวข้อ 5.8 จะพบว่าในหัวข้อที่ผ่านมา ไม่ต้อง discretize ทอโตสมการสัมประสิทธิ์ต่างๆ เนื่องจากในสมการอนุพันธ์พลังงาน ถือว่าทราบค่าความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ซึ่งกรณีนี้ใช้ได้กับการคำนวณแบบไม่ควบคู่ (Uncouple Solving) กล่าวคือสมการอนุพันธ์พลังงาน สามารถแยกพิจารณาหลังจากคำนวณสมการนาเวียร์-สโตกส์

เนื่องจากสัมประสิทธิ์การพามีเทอมความเร็วที่ผิวเซลล์อยู่ด้วย ซึ่งในสมการนาเวียร์-สโตกส์ ค่าความเร็วเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนั้นการประมาณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์ในการจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม และกริดแบบทับซ้อน ต้องคำนวณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์จากตำแหน่งที่เก็บค่าตัวแปรความเร็วอยู่ เช่น ใช้ตำแหน่งโนด (กรณีกริดแบบตำแหน่งร่วม) หรือใช้ตำแหน่งยูเซล-วีเซล (กรณีกริดแบบทับซ้อน) เป็นต้น ดังแสดงในสมการ (5.35) ถึง (5.38)

กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน ควรเขียนสมการ discretize ทอโตในระบบตำแหน่งกึ่งอันดับ เพื่อไม่ทำให้ตำแหน่งของปริมาตรควบคุมที่พิจารณาสับสน จากสมการ (5.32) (5.33) และ (5.34) นำมาเขียนใหม่เป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบ discretize ทอโตได้ดังนี้

$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_d u_d (p_{i-1,j} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.39)$$

$$a_{i,j} v_{i,j} = \sum a_d v_d (p_{i,j-1} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.40)$$

เมื่อตัวห้อย d แทนตำแหน่งต่างๆของผิวเซลล์ในปริมาตรควบคุมที่พิจารณา โดยเทียบกับกลุ่มสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.33) และ (5.34) เช่นตำแหน่งผิวเซลล์ P, E, W, N, S, EE เป็นต้น ซึ่งมีสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่เป็นไปตามสมการ (5.35) และ (5.38)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.11 ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมในการไหลคงตัว

ในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ตามระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมมีลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมหลายวิธี โดยลำดับวิธีที่นิยมใช้ทั่วไปคือ ลำดับวิธี SIMPLE ลำดับวิธี SIMPLEC ลำดับวิธี SIMPLER และลำดับวิธี PISO ซึ่งในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเฉพาะลำดับวิธี SIMPLE เพียงอย่างเดียว

ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยแบบ SIMPLE (Semi-implicit method for pressure-linked equation) เป็นวิธีที่ใช้หลักการเดาค่าความดัน แล้วนำไปคำนวณหาค่าความเร็ว และอุณหภูมิหรือปริมาณสเกลาร์อื่นๆ จากสมการนาเวียร์-สโตกส์ และสมการอนุรักษ์พลังงาน ตามลำดับ จากนั้นตรวจสอบด้วยสมการอนุรักษ์มวล หากค่าตัวแปรทั้งหมดมีความสอดคล้องกับสมการควบคุม แสดงว่าค่าความดันที่เดามีความถูกต้อง หากไม่สอดคล้องจะเดาค่าความดันใหม่บนฐานของค่าความดัน ความเร็ว และอุณหภูมิเดิมที่คำนวณไว้ ดังนั้นขั้นแรกจึงแทนสมการ (5.39) และ (5.40) ด้วยค่าความเร็ว และความดันที่เดา (ตัวแปรที่เดาแทนด้วยสัญลักษณ์ด้วย *) จะได้ว่า

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_d u_d^* + (p_{i-1,j}^* - p_{i,j}^*) \cdot L_{i,j} \quad (5.41)$$

$$a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum a_d v_d^* + (p_{i,j-1}^* - p_{i,j}^*) \cdot L_{i,j} \quad (5.42)$$

ทำการนิยามค่าความดันแก้ไข (Pressure correction) p' ขึ้น ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างค่าความดันที่ถูกต้อง p กับค่าความดันที่เดาขึ้น p^* ถ้าค่าแก้ไขมีแนวโน้มใกล้ศูนย์มากขึ้น แสดงว่าค่าความดันที่เดาเข้าใกล้ความดันที่ถูกต้องมากขึ้น

$$p = p^* + p' \quad (5.43)$$

ในทำนองเดียวกันก็นิยามค่าแก้ไขของความเร็ว u' และ v' ที่เป็นผลต่างระหว่างค่าความเร็วที่ถูกต้อง กับความเร็วที่เดาขึ้น u^* และ v^* ดังนี้

$$u = u^* + u' \quad (5.44)$$

$$v = v^* + v' \quad (5.45)$$

สามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่าแก้ไขได้โดยการนำสมการ (5.39) และ (5.40) ลบด้วยสมการ (5.41) และ (5.42) ตามลำดับ ใช้สูตรค่าแก้ไขจากสมการ (5.43) ถึง (5.45) จะได้สมการ (5.46) และ (5.47) ตามลำดับ

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_d u'_d + (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.46)$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_d v'_d + (p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.47)$$

จากสมการ (5.46) และ (5.47) จะเห็นว่าเทอมที่มีเครื่องหมาย Σ ให้มีค่าประมาณศูนย์ ซึ่งเป็นการประมาณค่าของลำดับวิธีแบบ SIMPLE โดยลำดับต่อไปแทนสมการ (5.46) และ (5.47) ลงในสมการ (5.44) และ (5.45) ตามลำดับ เมื่อ $d_{x,y} = \frac{L_{x,y}}{a_{x,y}}$ และ x, y คือตำแหน่งคู่ลำดับใดๆ ในสนามกาคำนวณ และในทำนองเดียวกัน สมการความสัมพันธ์ของ $u_{i+1,j}$, $v_{i,j+1}$ จะเขียนได้ดังสมการ (5.50) และ (5.51)

$$u_{i,j} = u^*_{i,j} + d_{i,j} (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (5.48)$$

$$v_{i,j} = v^*_{i,j} + d_{i,j} (p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (5.49)$$

$$u_{i+1,j} = u^*_{i+1,j} + d_{i+1,j} (p'_{i,j} - p'_{i+1,j}) \quad (5.50)$$

$$v_{i,j+1} = v^*_{i,j+1} + d_{i,j+1} (p'_{i,j} - p'_{i,j+1}) \quad (5.51)$$

จากหัวข้อที่ผ่านมาได้กล่าวถึงสาเหตุการพิจารณาเทอมอัตราเปลี่ยนแปลงความดัน เป็นเทอมแหล่งกำเนิด เพื่อคำนวณค่าความเร็วที่สอดคล้องกับสมการอนุกรมมวล สมการ (5.15) ที่ระบุตำแหน่งในระบบคู่อันดับ ตามรูปที่ 5.10 จะได้ว่า

$$(uL)_{i+1,j} - (uL)_{i,j} + (uL)_{i,j+1} - (uL)_{i,j} = 0 \quad (5.52)$$

สำหรับการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน การ discretize ไรต์สมการอนุกรมมวล ใช้สเกลาร์เซลล์เป็นปริมาตรควบคุมที่สนใจ เนื่องจากความหมายทางกายภาพของมวลเป็นปริมาณที่มีแต่นขนาดไม่มีทิศทาง ดังนั้นการประมาณด้วยสเกลาร์เซลล์ พิจารณาความสัมพันธ์ของค่าแก้ไขแทนสมการ

(5.48) ถึง (5.51) ในสมการ (5.52) จัดรูปใหม่จะได้ดังนี้
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ตีพิมพ์ในวารสารวิชาการของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อาจนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_{I,J} p'_{I,J} = m_{I+1,J} p'_{I+1,J} + m_{I-1,J} p'_{I-1,J} + m_{I,J+1} p'_{I,J+1} + m_{I,J-1} p'_{I,J-1} + M'_{I,J} \quad (5.53)$$

$$\text{เมื่อ } m_{I+1,J} = (dL)_{i+1,j}$$

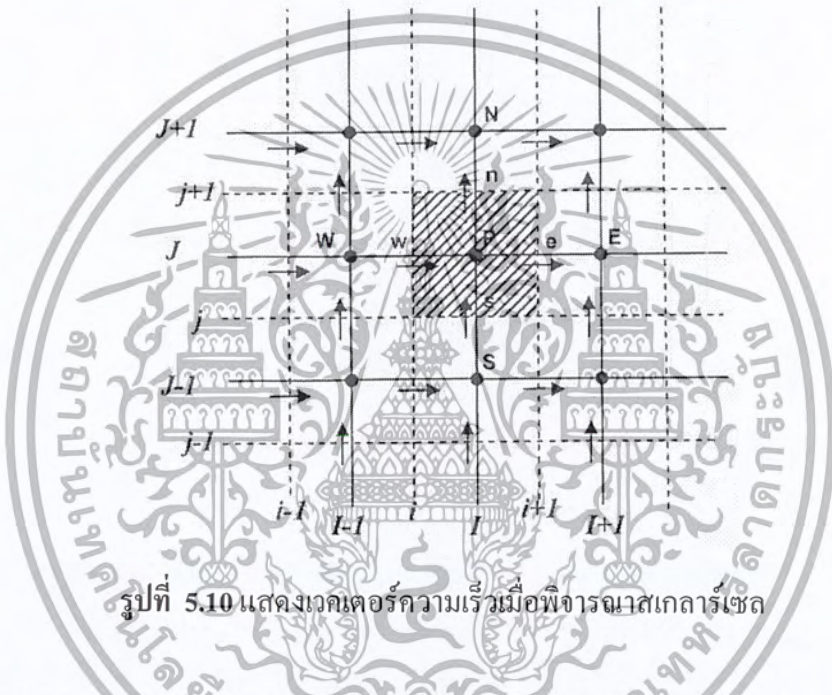
$$m_{I-1,J} = (dL)_{i,j}$$

$$m_{I,J+1} = (dL)_{i,j+1}$$

$$m_{I,J-1} = (dL)_{i,j}$$

$$m_{I,J} = m_{I+1,J} + m_{I-1,J} + m_{I,J+1} + m_{I,J-1}$$

$$M'_{I,J} = (u^* L)_{i,j} - (u^* L)_{i+1,j} + (v^* L)_{i,j} - (v^* L)_{i,j+1}$$



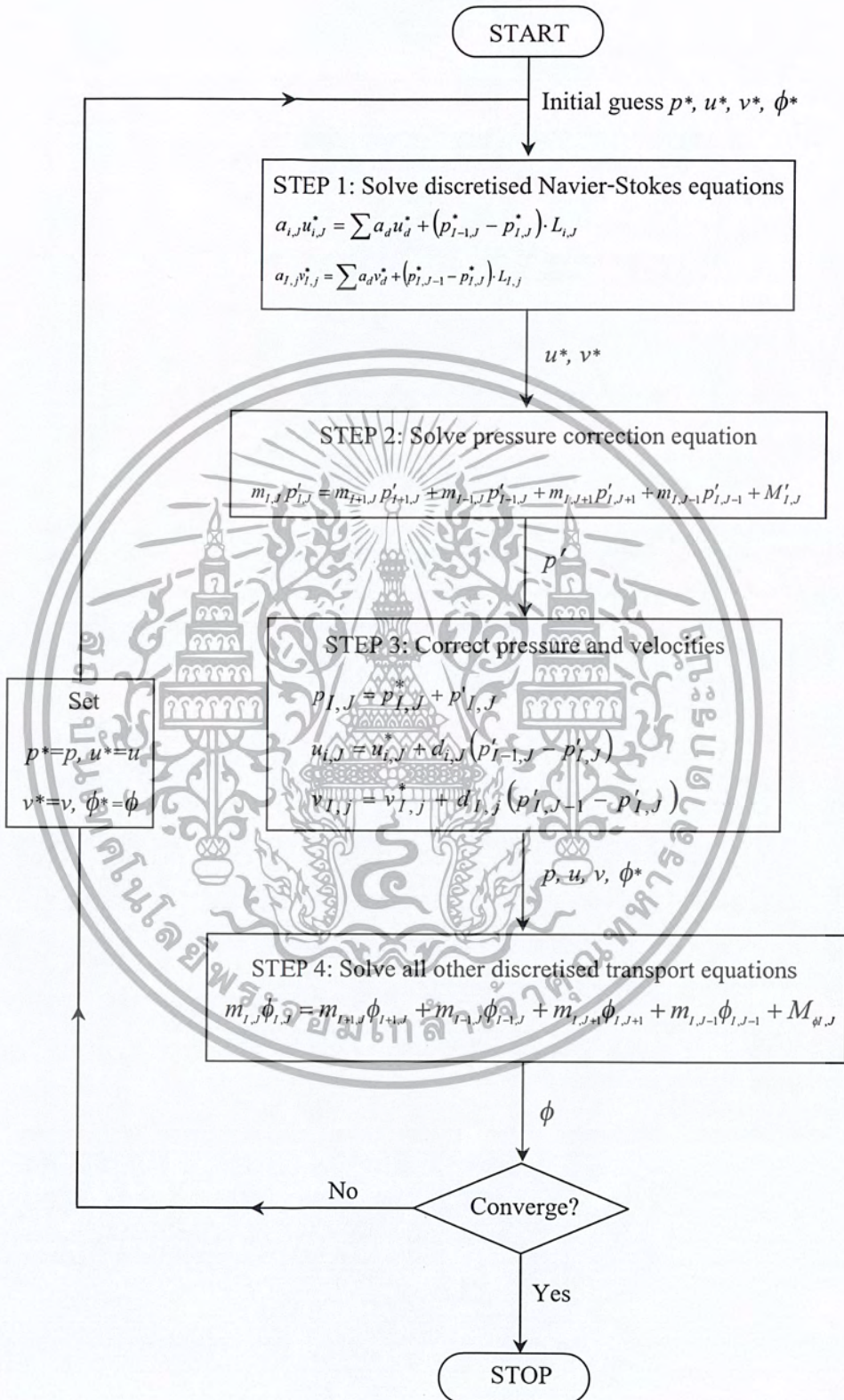
รูปที่ 5.10 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเซลล์เซด

สมการ (5.53) เรียกว่าสมการสำหรับแก้ไขความดัน (Equation for pressure correction) นำไปแทนในสมการ (5.43) (5.46) และ (5.47) เพื่อคำนวณค่าความเร็ว และความดันที่ถูกต้อง และหากค่าความดันแก้ไขมีค่าต่ำกว่าขอบเขตกำหนด (Threshold) ปกติมีค่าน้อยมาก ทำให้ความผิดพลาดจากการประมาณค่าของเทอม Σ เป็นศูนย์ ในสมการ (5.46) และ (5.47) ลดลง จึงควรตระหนักว่าปัญหาที่พิจารณาอาจส่งผลให้ค่าความดันแก้ไขไม่ลู่เข้า ในทางระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข จึงมักแก้ไขโดยการใช้นิยามวิธีอันเดอร์รีแลกเซชัน (Under relaxation method) ร่วมกับสมการ (5.43) และ (5.45) โดยความหมายทางกายภาพคือการเพิ่มตัวหน่วงให้ระบบการคำนวณ ทำให้ลดการลู่ออกของผลเฉลยโดยการหน่วง หรือในทางตรงกันคือการลู่เข้าของผลเฉลยจะช้าลง ซึ่งวิธีรายละเอียดวิธีการอันเดอร์รีแลกเซชัน พบได้ทั่วไปในตำราทางด้านวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

กระบวนการวิธี SIMPLE นั้น ให้คำตอบในการหาค่าความดัน และความเร็ว โดยกระบวนการวิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเฉพาะเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ในเชิงพาณิชย์ การค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณเป็นลำดับ และวนกลับมาทำการคำนวณซ้ำอีก จนกระทั่งคำตอบทั้งหมดคู่เข้า ซึ่งได้ให้ Flow chart ไว้ในรูป 5.11



รูปที่ 5.11 ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยด้วยวิธี SIMPLE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

การกำหนดปัญหาและตรวจสอบผลการคำนวณ

6.1 บทนำ

ในบทนี้เป็นการกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้สำหรับทำการวิจัยและพร้อมทั้งทำการตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution) ซึ่งลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการจำลองการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นทอกลมที่ติดแผ่นออริฟีสวางเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟีสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ภายในท่อโดยทำมุมปะทะต่างๆ โดยมีระยะพิคซ์ $PR = 1$ และ 1.5 โดยทำมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60°

6.2 สมการควบคุมและสมมติฐาน

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับกรไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนในทอกลม ได้มีสมมติฐานดังต่อไปนี้

- การไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบคงตัว 3 มิติ
- การไหลเป็นแบบลามินาร์และอัดตัวไม่ได้
- คุณสมบัติของของไหลคงที่
- ไม่คำนึงแรงเนื่องจากน้ำหนักและการสูญเสียเนื่องจากความหนืด
- ไม่คำนึงการแผ่รังสีความร้อน

จากสมมติฐานข้างต้น สำหรับกรไหลในทอกลม สมการควบคุมประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม และสมการพลังงาน สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

$$\text{สมการความต่อเนื่อง: } \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (6.1)$$

$$\text{สมการโมเมนตัม: } \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6.2)$$

$$\text{สมการพลังงาน: } \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (6.3)$$

เมื่อ Γ คือการแพร่ทางความร้อน กำหนดโดย $\Gamma = \frac{\mu}{Pr}$ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

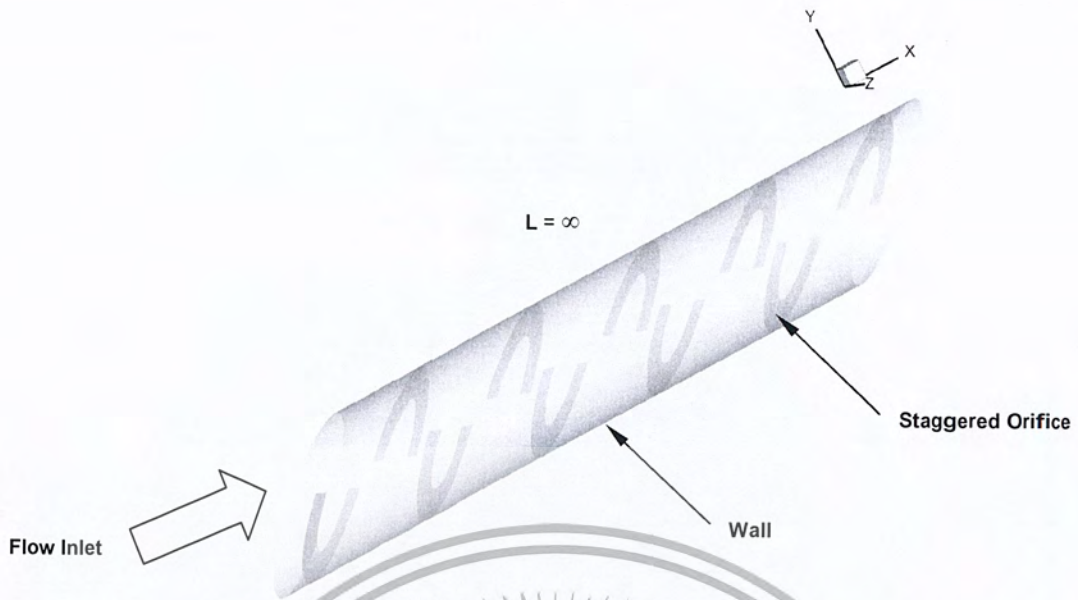
6.3 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยนี้ระบบที่ให้ความสนใจเป็นท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ซึ่งระยะพิทช์ $PR = 1$ และ 1.5 โดยทำมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° ตามลำดับ ความสูงของแผ่นออริฟิสมีค่า $b = 0.05D, 0.10D, 0.15D, 0.20D$ และ $0.25D$ ตามลำดับ และมีอัตราส่วนการบล็อกการไหล $BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ และ 0.25 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 6.3 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อหน้าตัดกลมที่ใช้ในการจำลองนี้มีค่า $D = 0.05$ m และสมมุติท่อยาวมาก ซึ่งพิจารณาการไหลเป็นแบบ periodic ที่ทางเข้าและทางออก ดังแสดงในรูปที่ 6.1 และ 6.2 ในกรณีศึกษาต่างๆ ได้แสดงในตารางที่ 6.1



รูปที่ 6.2 แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มแบบ 1 โมดูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.3 แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวางตัวแบบ

Staggered



รูปที่ 6.4 แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวางตัวแบบ

Staggered แบบ 1 โมดูล

กริดที่ใช้สำหรับกรณีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ดังแสดงในรูปที่ 6.5 และ 6.6 เป็นแบบสี่เหลี่ยม แบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) คือจะพิจารณาบริเวณที่ติดผนังให้มีจำนวนกริดหนาแน่นและบริเวณที่ห่างออกไปจากผนังก็มีจำนวนกริดเบาบางลง ส่วนการหาผลกระทบทของกริดที่มีผลต่อคำตอบได้ ทำการศึกษาโดยใช้ปริมาณของกริดที่แตกต่างกัน ที่จำนวน 80,000 และ 120,000 ใช้ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยแบบ SIMPLE และใช้แบบแผนวิธีผลต่างอันดับหนึ่ง เงื่อนไขการลู่เข้า

หากค่าตอบของทุกค่าอยู่ที่ 10^{-4} ยกเว้นสมการพลังงานซึ่งอยู่ที่ 10^{-6} พบว่าเมื่อจำนวนกริดเพิ่มขึ้นเกิน 100,000 ค่าการคำนวณจะเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

120,000 ค่าเลขนัยสเกลที่มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรง 1.6 % ส่วนค่าตัวประกอบเสียดทานมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรง 1.0 % ซึ่งทั้งค่าเลขนัยสเกลและค่าตัวประกอบเสียดทานมีความสอดคล้องกันดีกับผลเฉลยแม่นยำตรง ดังนั้นจึงเลือกปริมาณของกริดที่ 80,000 ซึ่งปริมาณกริดนี้จะถูกนำไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป



รูปที่ 6.5 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟिसวางเอียงแผ่นเดิม

รูปที่ 6.6 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลสามมิติของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟिसวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered

ตารางที่ 6.1 แสดงลักษณะแผ่นอริฟิสแต่ละกรณีศึกษา

กรณีศึกษา	α (degree)	BR	PR	ลักษณะแผ่นอริฟิส		
1	30	0.05	1	แผ่นอริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม		
			1.5			
2		0.10	1			
			1.5			
3		0.15	1			
			1.5			
4		0.20	1			
			1.5			
5		0.25	1			
			1.5			
6		45	0.05		1	แผ่นอริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม
					1.5	
7			0.10		1	
					1.5	
8			0.15		1	
	1.5					
9	0.20		1			
			1.5			
10	0.25		1			
			1.5			
11	60	0.05	1	แผ่นอริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม		
			1.5			
12		0.10	1			
			1.5			
13		0.15	1			
			1.5			
14		0.20	1			
			1.5			
15		0.25	1			
			1.5			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที	α (degree)	BR	PR	ลักษณะแผ่นออริฟิส
16	30	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม
			1.5	
17		0.10	1	
			1.5	
18		0.15	1	
			1.5	
19		0.20	1	
			1.5	
20		0.25	1	
			1.5	
21	45	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม
			1.5	
22		0.10	1	
			1.5	
23		0.15	1	
			1.5	
24		0.20	1	
			1.5	
25		0.25	1	
			1.5	
26	60	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง แผ่นเต็ม
			1.5	
27		0.10	1	
			1.5	
28		0.15	1	
			1.5	
29		0.20	1	
			1.5	
30		0.25	1	
			1.5	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น 1.5 อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที	α (degree)	BR	PR	ลักษณะแผ่นออริฟิส
31	30	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
32		0.10	1	
			1.5	
33		0.15	1	
			1.5	
34	0.20	1		
		1.5		
35	0.25	1		
		1.5		
36	45	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
37		0.10	1	
			1.5	
38		0.15	1	
			1.5	
39	0.20	1		
		1.5		
40	0.25	1		
		1.5		
41	60	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
42		0.10	1	
			1.5	
43		0.15	1	
			1.5	
44	0.20	1		
		1.5		
45	0.25	1		
		1.5		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที	α (degree)	BR	PR	ลักษณะแผ่นออริฟิส
46	30	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
47		0.10	1	
			1.5	
48		0.15	1	
			1.5	
49	0.20	1		
		1.5		
50	0.25	1		
		1.5		
51	45	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
52		0.10	1	
			1.5	
53		0.15	1	
			1.5	
54	0.20	1		
		1.5		
55	0.25	1		
		1.5		
56	60	0.05	1	แผ่นออริฟิสวางเอียง ตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered
			1.5	
57		0.10	1	
			1.5	
58		0.15	1	
			1.5	
59	0.20	1		
		1.5		
60	0.25	1		
		1.5		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น 1.5 อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.4 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ

สำหรับการคำนวณในสามมิติ ได้ใช้ค่าเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

- 6.3.1 สภาวะทางเข้าและทางออกเป็นแบบ Periodic Translation อากาศไหลเข้าด้วยอัตราการไหลเชิงมวลอย่างสม่ำเสมอ และมีค่าเลขพรานด์เทิล (Prandtl number; Pr) คงที่เท่ากับ 0.707
- 6.3.2 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังความเร็วมีค่าเท่ากับศูนย์ (No slip condition) เป็นผนังที่อยู่กับที่ (Stationary wall)
- 6.3.3 กำหนดให้ค่าฟลักซ์ความร้อนของแผ่นออริฟิสมีค่าเท่ากับศูนย์ (แผ่นออริฟิสเป็นฉนวน)
- 6.3.4 กำหนดให้ที่ผนังทุกด้านของท่อกลมมีอุณหภูมิคงที่ 310 K

6.5 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution)

เนื่องจากผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นค่าที่ได้จากการประมาณ การคำนวณย่อมมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ดังนั้นในการนำโปรแกรมมาใช้งานต้องมีการตรวจสอบโปรแกรมว่าให้ผลเฉลยถูกต้องหรือไม่ การตรวจสอบโปรแกรมในหัวข้อนี้จะนำผลที่ได้จากโปรแกรมมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

จากตารางที่ 4.1 ผลเฉลยแม่นยำค่าเลขนัสเซลท์ของท่อกลมสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว กรณีอุณหภูมิผนังคงที่จะได้

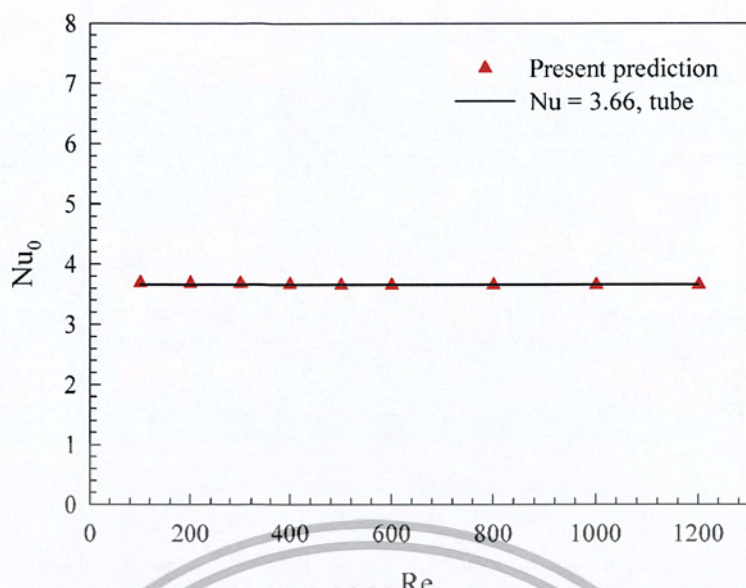
$$Nu = 3.66 \quad (6.4)$$

เช่นกันจะได้ค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อกลมสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว

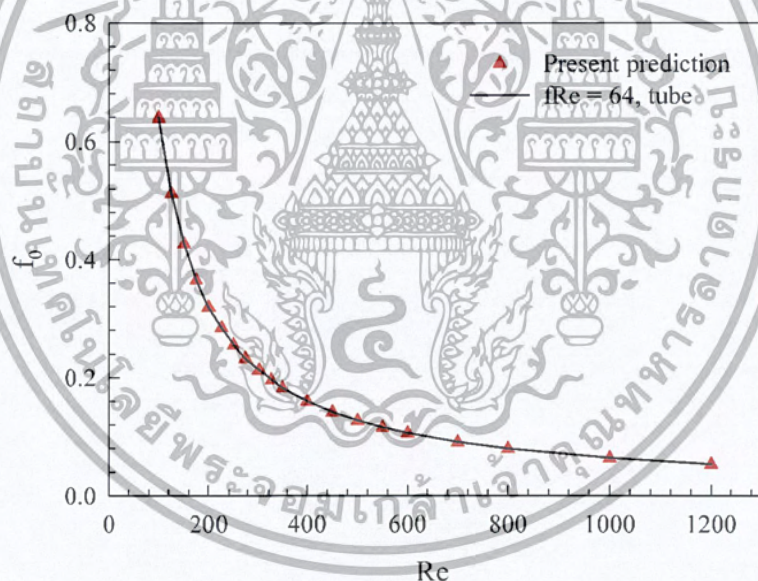
$$f = \frac{64}{Re} \quad (6.5)$$

เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองที่ได้จากโปรแกรมจะมีความแตกต่างเฉลี่ย 1.5% ซึ่งแสดงดังรูปที่ 6.6 และ 6.7 ผลที่ได้จากทั้งโปรแกรมและจากผลเฉลยแม่นยำให้ผลที่สอดคล้องกัน ทำให้ยืนยันได้ว่าแบบจำลองการไหล 3 มิติ รวมทั้งโปรแกรมที่ใช้พื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม สามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการคำนวณ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลในการถ่ายเทความร้อนสำหรับงานวิจัยนี้ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซลท์ของท่อกลมผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง



รูปที่ 6.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการอภิปราย

7.1 บทนำ

โดยทั่วไปสมรรถนะเชิงความร้อนจะสัมพันธ์กับการสูญเสียความดันเนื่องจากความเสียดทาน การเพิ่มสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนมักจะได้มาพร้อมกับการสูญเสียความดันที่เพิ่มมากขึ้น สำหรับของไหลที่มีความหนาแน่นต่ำ(ก๊าซ) การเพิ่มการถ่ายเทความร้อนมักจะนำไปสู่ความสิ้นเปลืองกำลังทางกลในรูปของพลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อนคอมเพรสเซอร์หรือพัดลม เพราะฉะนั้นการออกแบบและการเลือกใช้อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจึงจะต้องมีการพิจารณาอย่างถี่ถ้วนในอัตราการถ่ายเทความร้อนและกำลังทางกลที่ใช้ในการขับเคลื่อนของไหล

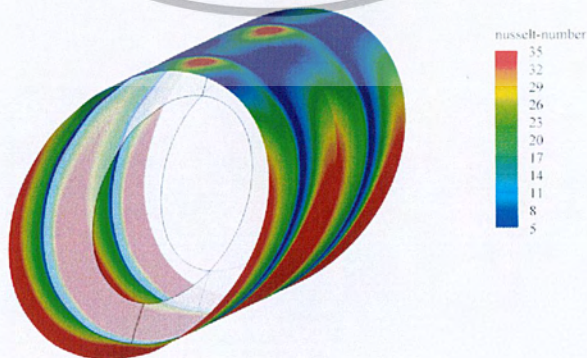
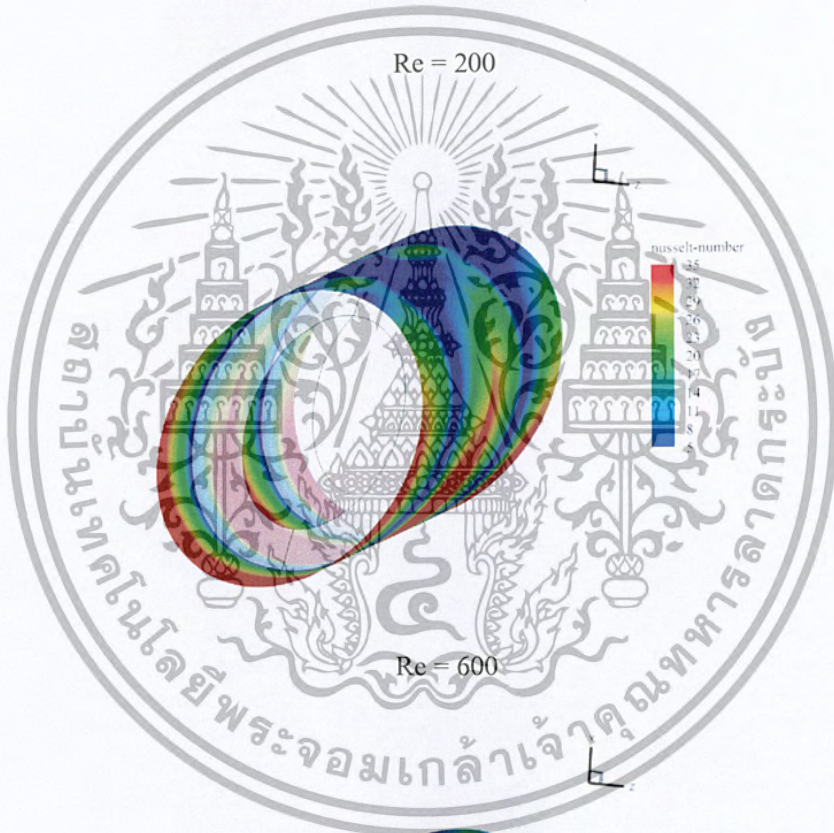
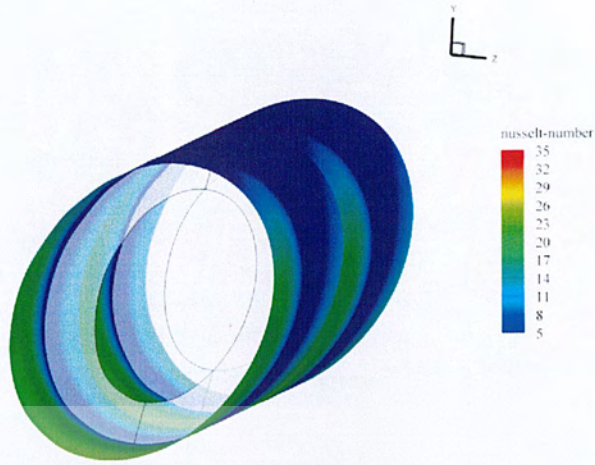
ในบทนี้จะศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมจากการจำลองเชิงตัวเลข ซึ่งการถ่ายเทความร้อนได้แสดงในเทอมของเลขนัสเซิลท์ และผลของการสูญเสียความดันจะแสดงในเทอมของตัวประกอบเสียดทาน จากพารามิเตอร์ทั้งสองนำมาสู่การวิเคราะห์สมรรถนะเชิงความร้อนของท่อกลมที่มีอุณหภูมิผิวคงที่ (Constant Surface Temperature) โดยการศึกษาจะพิจารณาถึงอิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์และแผ่นออริฟิสในขนาดต่างๆซึ่งได้ทำการศึกษาอิทธิพลของมุมปะทะที่ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° ตามลำดับและอิทธิพลของความสูงแผ่นออริฟิสซึ่งจะอธิบายในรูปของอัตราส่วนการบดบัง (Blockage ratio, BR) โดยมีค่าเท่ากับ 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ตามลำดับ หลังจากที่ได้มุมปะทะที่เหมาะสมแล้วก็นำมาสร้างแบบจำลองเพิ่มเติมโดยเปลี่ยนเป็นท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิสวางเรียงตัดครึ่งวงตัวแบบ Staggered โดยทำการศึกษาการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 - 1200

7.2 แผ่นออริฟิสวางเรียง (Orifice baffles)

ในส่วนของหัวข้อนี้เราพิจารณาท่อกลมที่ติดแผ่นออริฟิสวางเรียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$ ในการจำลองนี้ได้ทำการปรับเปลี่ยนความสูงของแผ่นกั้นที่ค่าอัตราส่วนการบดบัง, BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ตามลำดับ เพื่อศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนและความเสียดทานจากการไหลในท่อกลม

7.2.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์

พิจารณารูปที่ 7.1 แสดงค่าเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเรียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, BR = 0.20 โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ Re = 200, 600 และ 1200 ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะมีค่าเลขนัสเซิลท์มากขึ้น โดยจะสังเกตเห็นสีแดงจากรูปที่เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น



Re = 1000

รูปที่ 7.1 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, BR

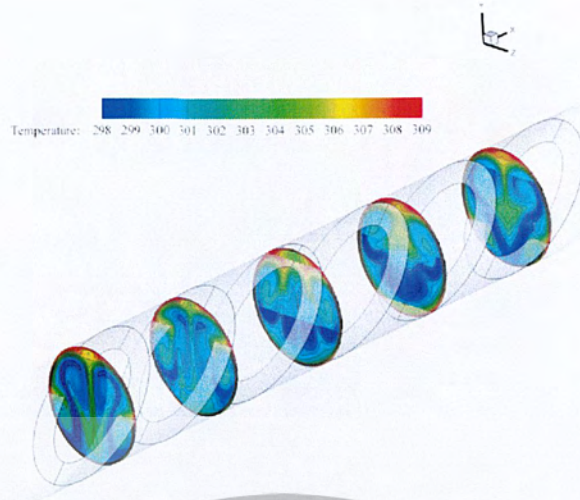
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ห้ามนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น 0.20 ห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.2 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีคิดแผ่นอริฟิสวิงเฉียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$ โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ $Re = 100, 600$ และ 1200 ตามลำดับพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ เนื่องจากค่าเรย์โนลด์ส์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้เกิดการปั่นป่วนของกระแสการไหลมากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้น

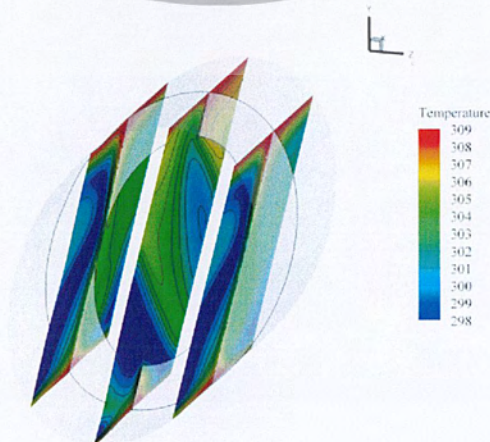
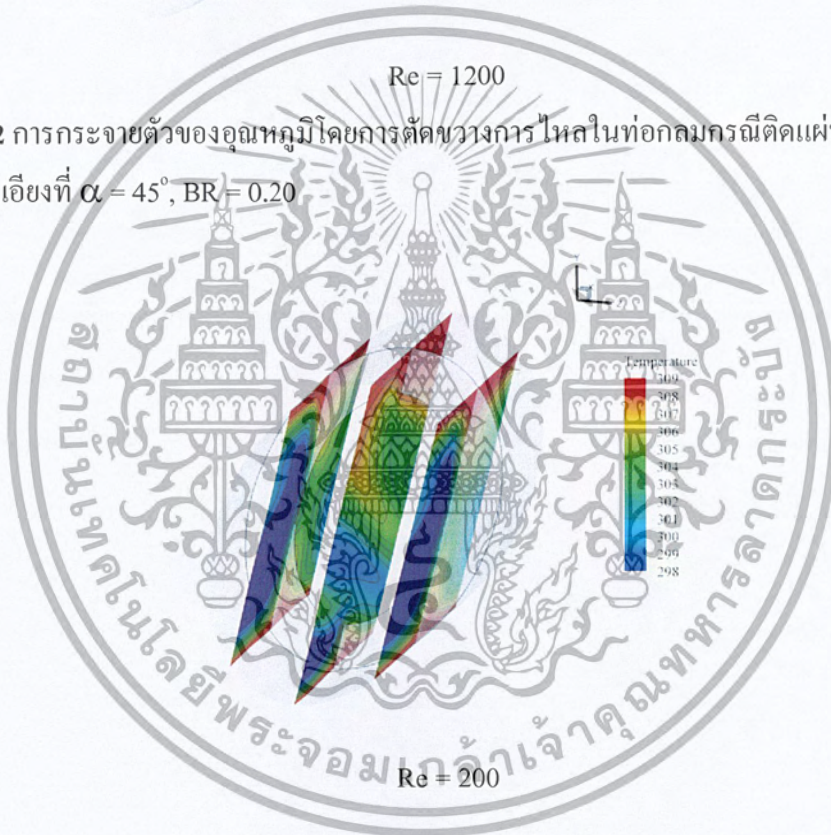
ในรูปที่ 7.3 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีคิดแผ่นอริฟิสวิงเฉียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$ โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ $Re = 100, 600$ และ 1200 ตามลำดับพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ เนื่องจากค่าเรย์โนลด์ส์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้เกิดการปั่นป่วนของกระแสการไหลมากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้น



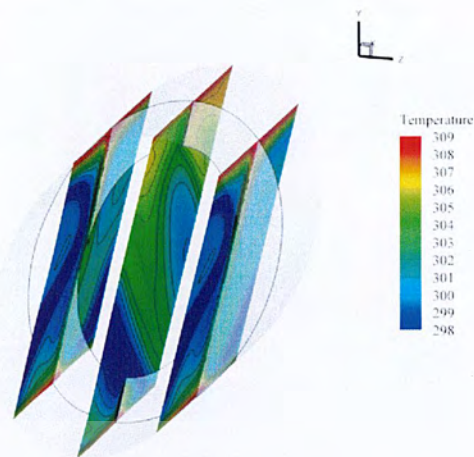
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.2 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟिसวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $BR = 0.20$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 1200

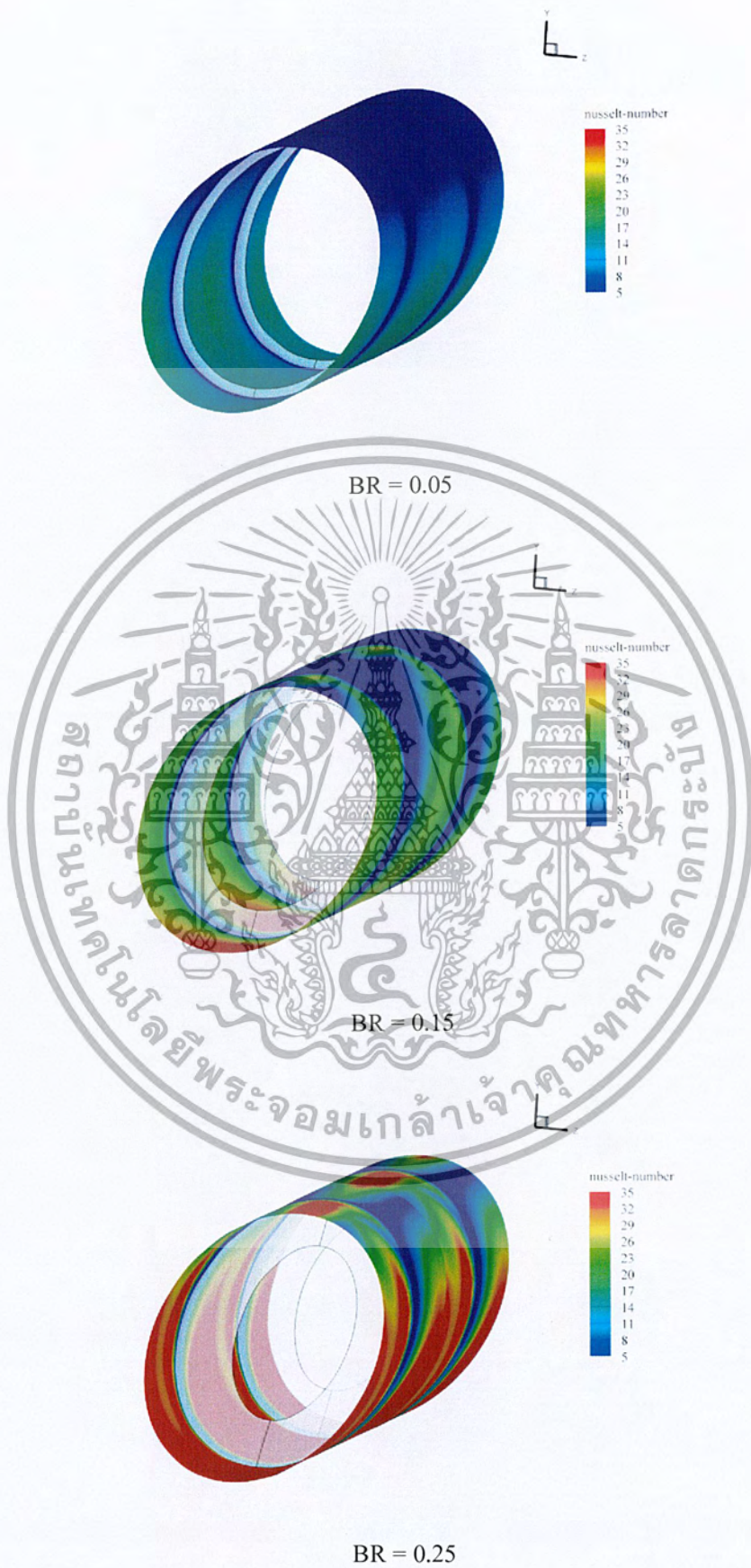
รูปที่ 7.3 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, BR = 0.20

7.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก

พิจารณารูปที่ 7.4 แสดงค่าเลขนัสเซิลที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, Re = 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่ BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, และ 0.25 ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่าอัตราส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้นจะมีค่าเลขนัสเซิลมากขึ้น โดยจะสังเกตเห็นสีแดงจากรูปที่เพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้น

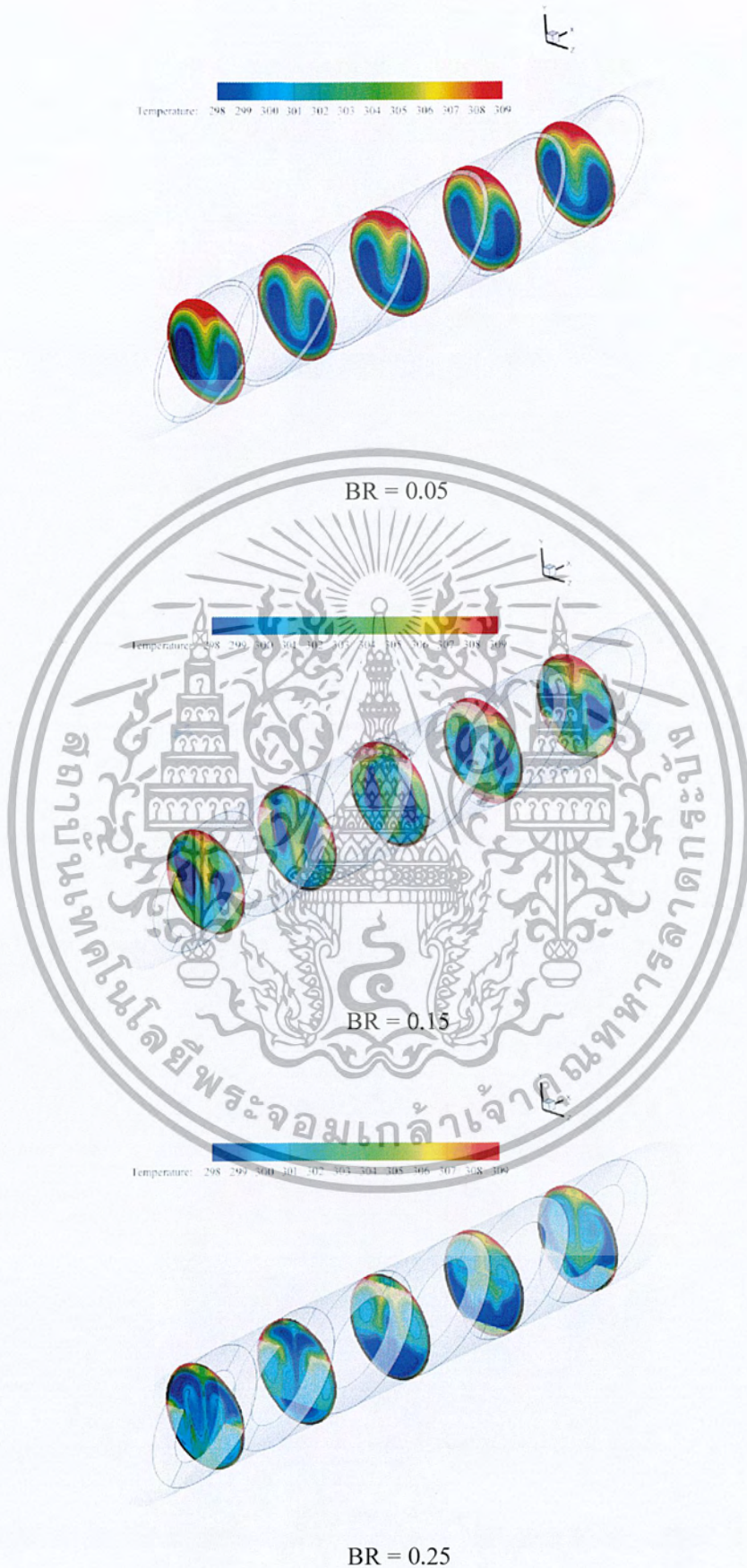
ในรูปที่ 7.5 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, Re = 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่ BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ตามลำดับ พบว่าเมื่ออัตราส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ เนื่องจากค่าอัตราส่วนการบล็อกที่เพิ่มขึ้นจะทำให้เกิดการปั่นป่วนของกระแสการไหลมากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้น

ในรูปที่ 7.6 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 45^\circ$, Re = 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่ BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ตามลำดับ พบว่าเมื่ออัตราส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ เนื่องจากค่าอัตราส่วนการบล็อกที่เพิ่มขึ้นจะทำให้เกิดการปั่นป่วนของกระแสการไหลมากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูงขึ้น



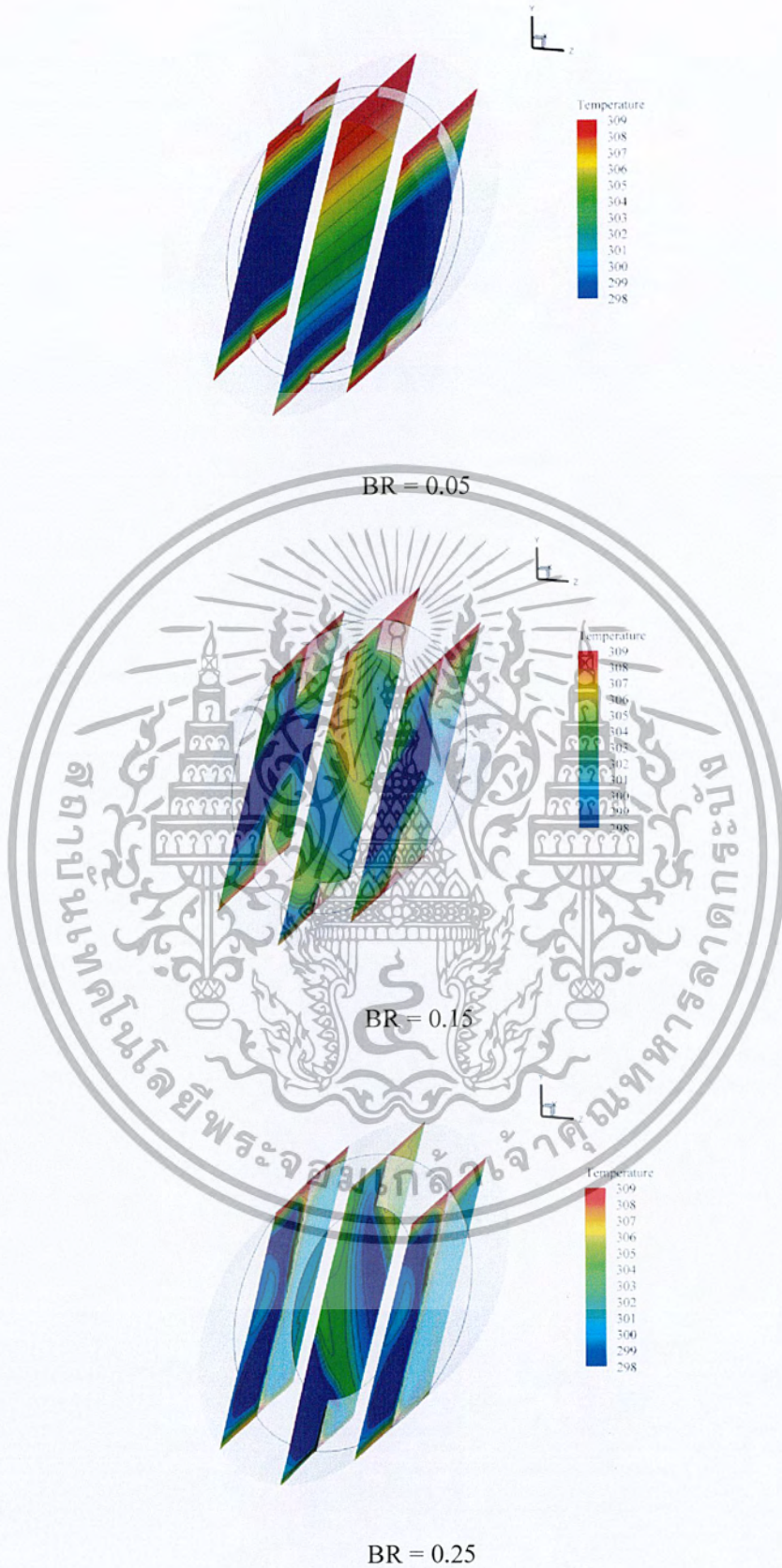
รูปที่ 7.4 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออร์ทิโอสวมเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.5 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นฮีทริสวาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยนาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
เว้นแต่กรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

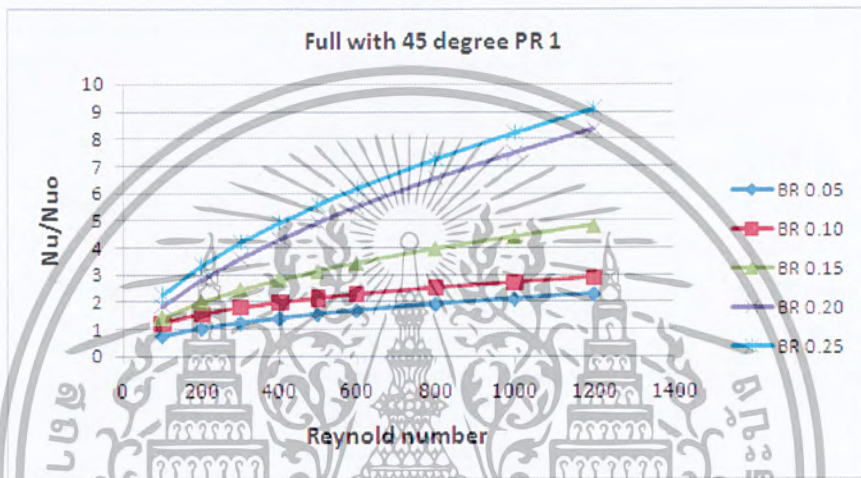


รูปที่ 7.6 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออร์ฟิสวาง

เอียงที่ $\alpha = 45^\circ$, $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในรูปที่ 7.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลล์ของท่อกลมที่มีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงต่อเลขนัสเซลล์ท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่ $BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ และ 0.25 ตามลำดับ จากการจำลองพบว่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่มีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ และยังพบว่าจากเลขเรย์โนลด์ส์ช่วง 100-1200 กรณีค่า $BR = 0.25$ ให้อัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุดซึ่งมีค่า 9.12 เท่าของท่อกลมผิวเรียบตามด้วยกรณี $BR = 0.20, 0.15, 0.10$ และ 0.05 ซึ่งให้ค่าเลขนัสเซลล์ที่สูงกว่าท่อกลมผิวเรียบเท่ากับ 8.36, 4.81, 2.91 และ 2.31 เท่า ตามลำดับ

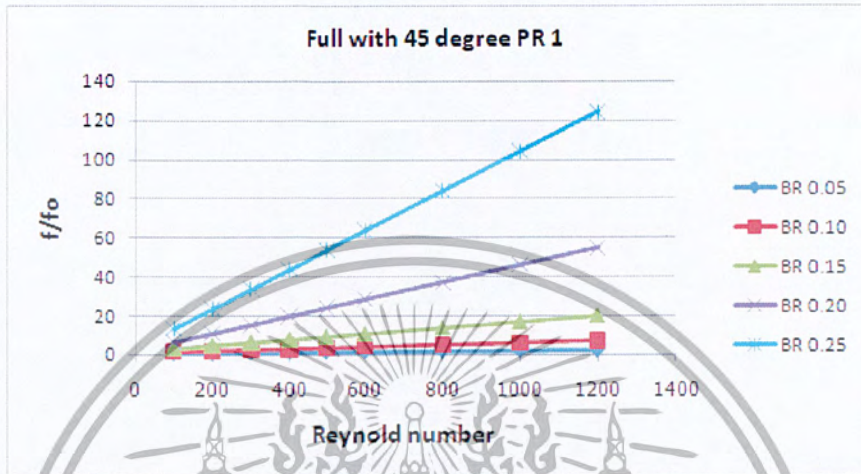


รูปที่ 7.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลล์กับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ

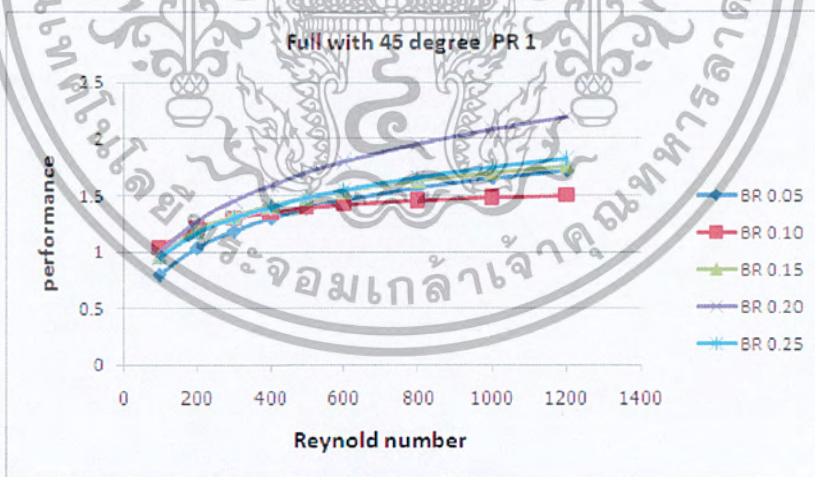
พิจารณาในรูปที่ 7.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานซึ่งพิจารณาตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ จากการจำลองท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงที่ $BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ และ 0.25 ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง กรณี $BR = 0.25$ จะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ซึ่งมีค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อกลมผิวเรียบเท่ากับ 124.41 เท่า ตามด้วยกรณี $BR = 0.20, 0.15, 0.10$ และ 0.05 ตามลำดับ โดยให้ค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อกลมผิวเรียบเท่ากับ 54.79, 20.26, 7.20 และ 2.42 เท่า ตามลำดับ

พิจารณาในรูปที่ 7.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงที่ $BR = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ และ 0.25 ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเพิ่มขึ้น ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง โดยกรณี $BR = 0.2$ ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงที่สุด เนื่องจากกรณี $BR = 0.25$ ให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุด เนื่องจากอัตราส่วนการนำลึกลับสูงจึง

ทำให้บล็อกรไหลได้มากจึงทำให้เกิดความปั่นป่วนของกระแสการไหล และการบล็อกรไหลได้มากทำให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูง จึงทำให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงสุดที่กรณี $BR = 0.2$ โดยมีค่าเท่ากับ 2.20 ตามด้วยกรณี $BR = 0.25, 0.15, 0.10$ และ 0.05 ตามลำดับ โดยมีค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 1.83, 1.76, 1.51 และ 1.72 ตามลำดับ



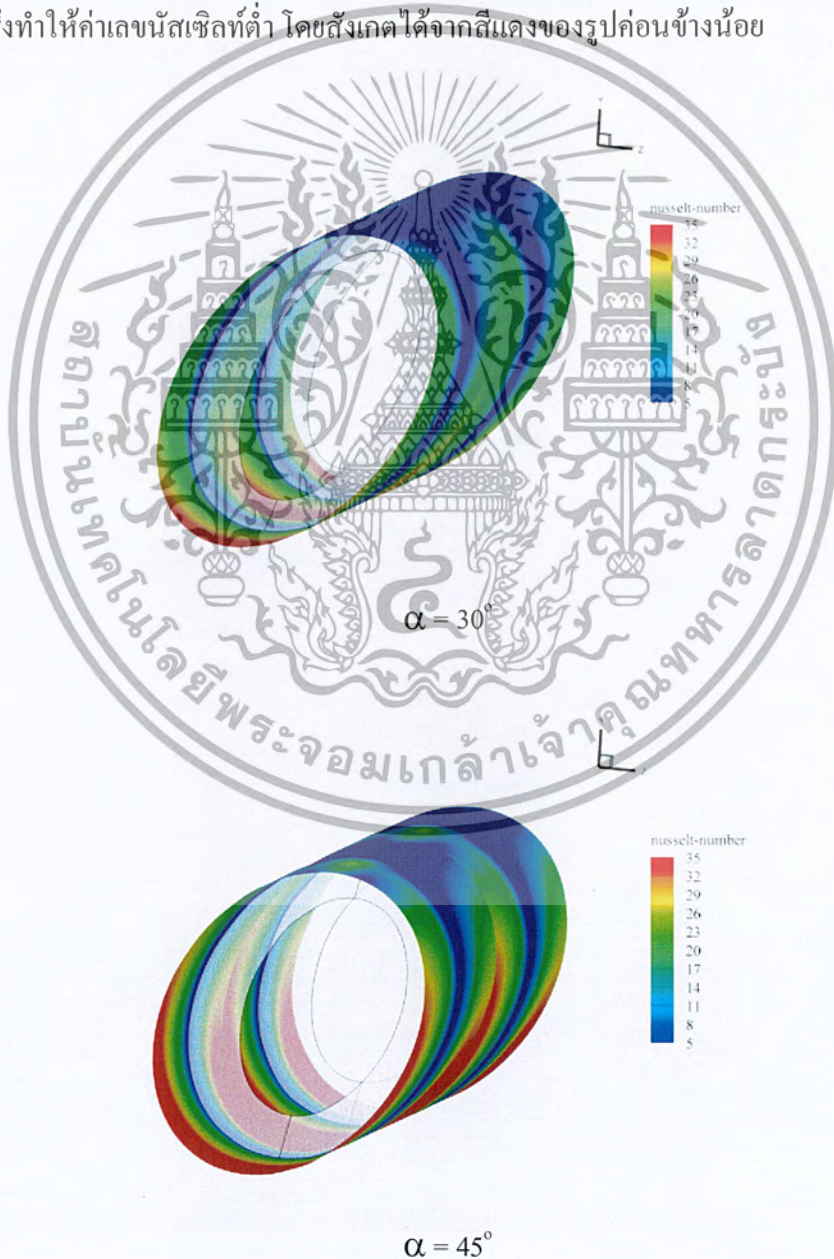
รูปที่ 7.8 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ



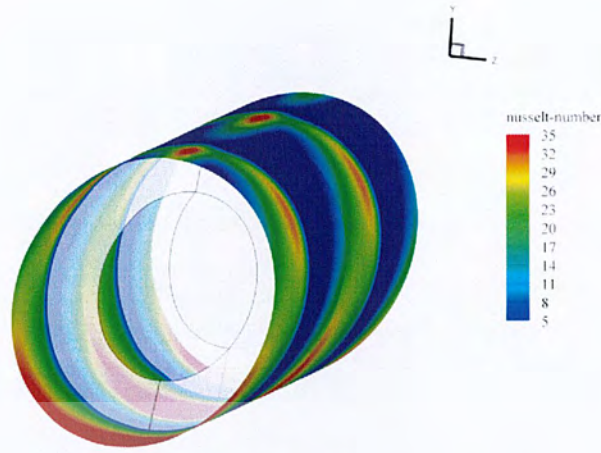
รูปที่ 7.9 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อกลมติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ $\alpha = 45^\circ$ ที่ค่า BR ต่างๆ

7.2.3 อิทธิพลของมุมปะทะ

พิจารณารูปที่ 7.10 แสดงค่าเลขนัสเซิลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิเชียลวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 600$ โดยมุมปะทะวัดจากแกน x ซึ่งค่าเลขนัสเซิลท์จะมีค่าแตกต่างกันไปในแต่ละมุมปะทะ โดยมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$ จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์ที่สูงที่สุด เนื่องจาก $\alpha = 60^\circ$ จะบดบังการไหลของกระแสได้มากเมื่อเทียบกับ $\alpha = 30^\circ$ และ $\alpha = 45^\circ$ ซึ่งการบดบังการไหลของกระแสได้มากจะทำให้เกิดความปั่นป่วนและกระแทกผนังท่อภายในมาก ซึ่งจะทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์มีค่าสูงที่สุด โดยสังเกตได้จากสีแดงของรูปกระจายไปทั่ว และมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์ที่ต่ำเนื่องจากการบดบังการไหลของมุม $\alpha = 30^\circ$ ค่อนข้างจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\alpha = 45^\circ$ และ 60° ทำให้เกิดการปั่นป่วนและกระแทกผนังภายในที่ต่ำ ซึ่งทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์ต่ำ โดยสังเกตได้จากสีแดงของรูปค่อนข้างน้อย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

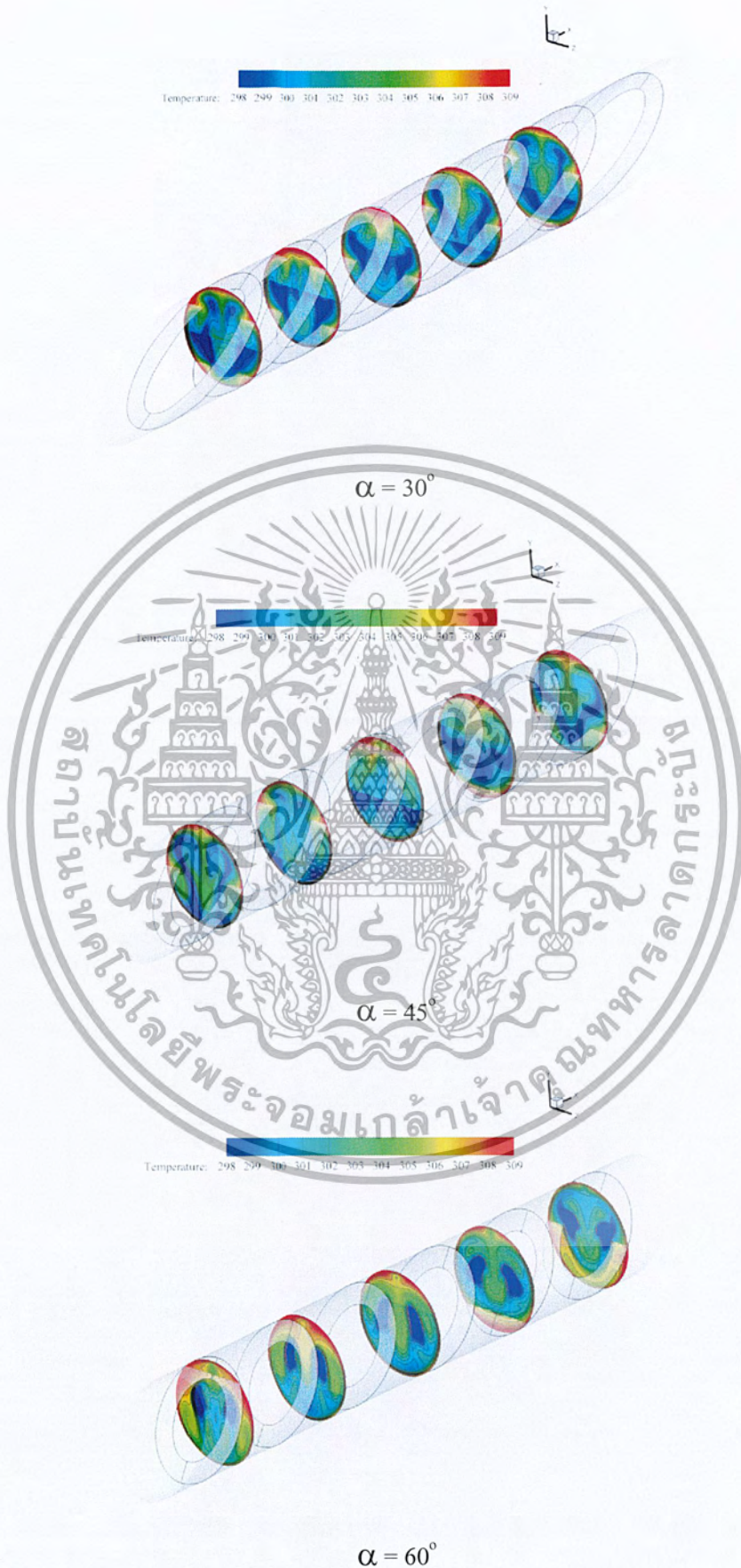


$$\alpha = 60^\circ$$

รูปที่ 7.10 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ
ต่างๆที่ $BR = 0.2, Re = 600$

พิจารณารูปที่ 7.11 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 600$ เมื่อติดแผ่นออริฟิสจะทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบซึ่งการกระจายตัวของอุณหภูมิจะแตกต่างกันไปในแต่ละมุมปะทะ โดยมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิสูงที่สุด เนื่องจาก $\alpha = 60^\circ$ จะบดบังการไหลของกระแสได้มากเมื่อเทียบกับ $\alpha = 30^\circ$ และ $\alpha = 45^\circ$ ซึ่งการบดบังการไหลของกระแสได้มากจะทำให้เกิดความปั่นป่วนและกระแทกผนังท่อภายในมาก ซึ่งจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูง และมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิต่ำ เนื่องจากการบดบังการไหลของมุม $\alpha = 30^\circ$ ค่อนข้างจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\alpha = 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ทำให้เกิดการปั่นป่วนและกระแทกผนังภายในท่อไม่มาก ทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิต่ำ

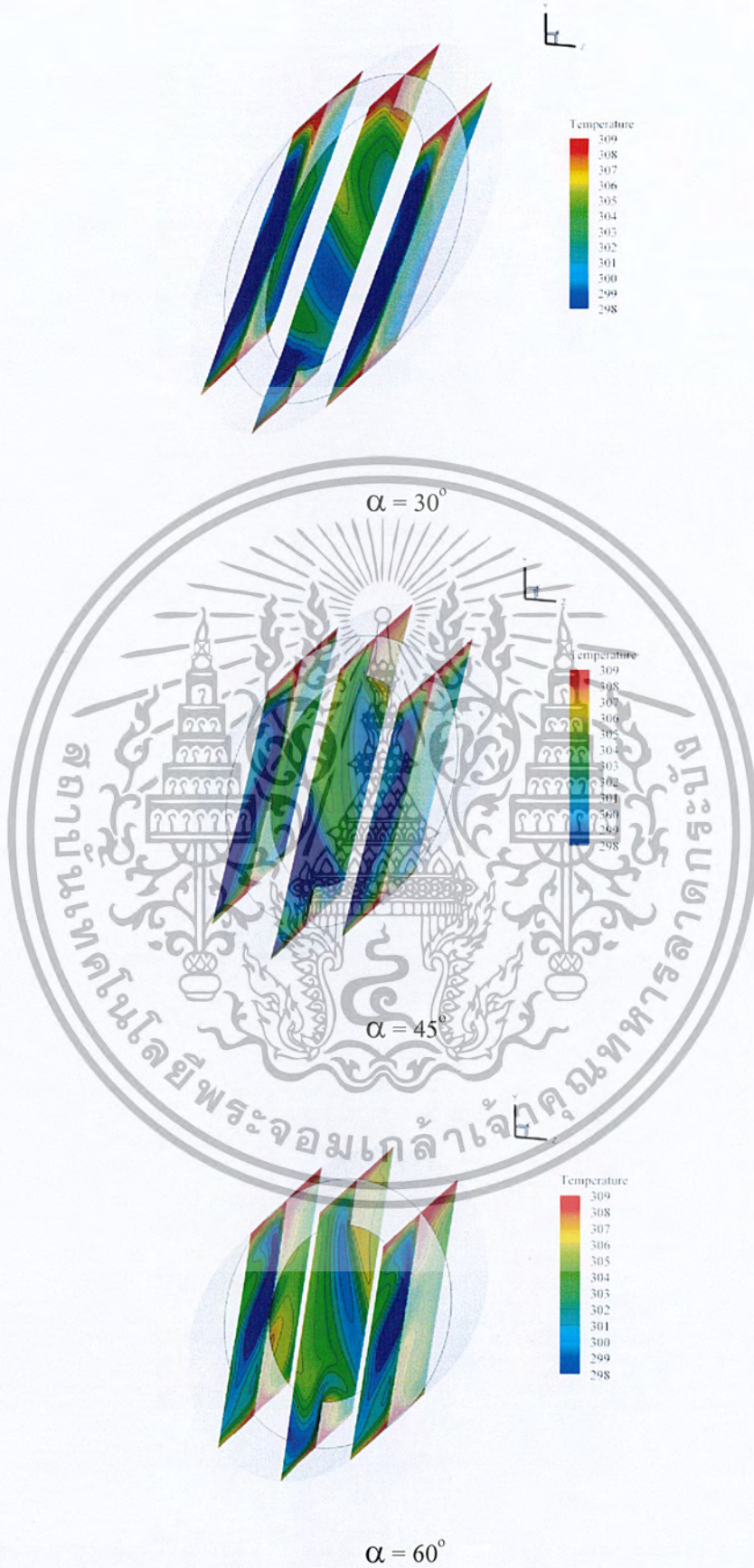
พิจารณารูปที่ 7.12 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 600$ เมื่อติดแผ่นออริฟิสจะทำให้เกิดการกระจายตัวของอุณหภูมิเมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบซึ่งการกระจายตัวของอุณหภูมิจะแตกต่างกันไปในแต่ละมุมปะทะ โดยมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิสูงที่สุด เนื่องจาก $\alpha = 60^\circ$ จะบดบังการไหลของกระแสได้มากเมื่อเทียบกับ $\alpha = 30^\circ$ และ $\alpha = 45^\circ$ ซึ่งการบดบังการไหลของกระแสได้มากจะทำให้เกิดความปั่นป่วนและกระแทกผนังท่อภายในมาก ซึ่งจะทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูง และมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิต่ำ เนื่องจากการบดบังการไหลของมุม $\alpha = 30^\circ$ ค่อนข้างจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\alpha = 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ทำให้เกิดการปั่นป่วนและกระแทกผนังภายในท่อไม่มาก ทำให้การกระจายตัวของอุณหภูมิต่ำ



รูปที่ 7.11 การกระจายตัวของออกโทรมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริ

ฟิสิกส์เชิงคำนวณที่มุมปะทะต่างๆที่ $BR = 0.2, Re' = 600$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ยูห้เห็นเข้าใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

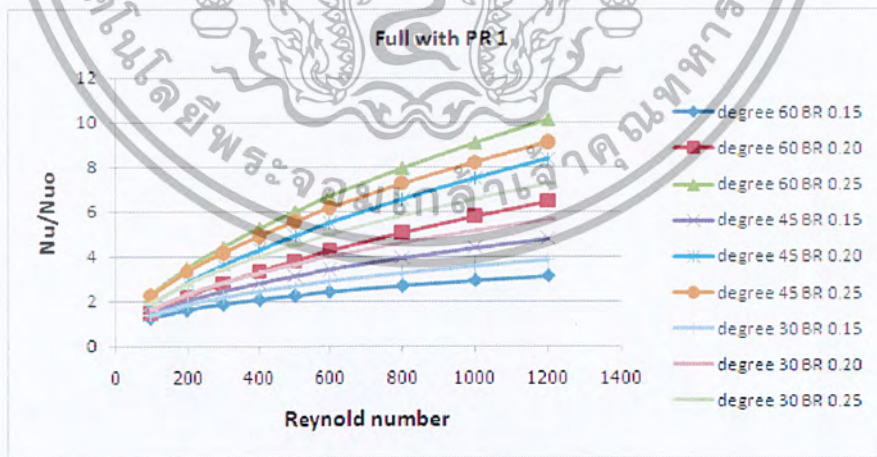


รูปที่ 7.12 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิซวาง

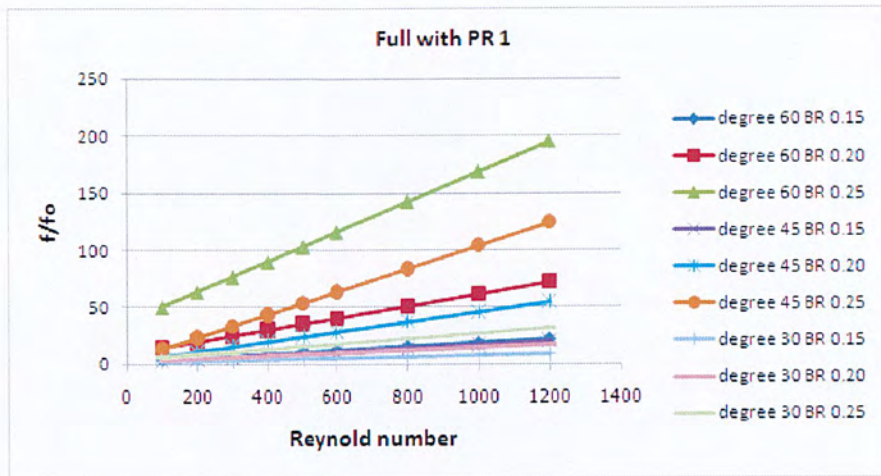
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานวิจัยและการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 7.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลล์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงต่อเลขนัสเซลล์ของท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° ที่ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 600$ โดยมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$ จะให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุดในทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ เนื่องจาก $\alpha = 60^\circ$ จะบดบังการไหลของกระแสได้มากเมื่อเทียบกับ $\alpha = 30^\circ$ และ 45° ซึ่งการบดบังการไหลของกระแสได้มากจะทำให้เกิดความปั่นป่วนและกระแทกผนังท่อภายในมาก ซึ่งจะทำให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุด และมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่ต่ำ เนื่องจากการบดบังการไหลของมุม $\alpha = 30^\circ$ ค่อนข้างจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\alpha = 45^\circ$ และ 60° ทำให้เกิดการปั่นป่วนและกระแทกผนังภายในท่อไม่มาก ทำให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ต่ำ

พิจารณารูปที่ 7.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานซึ่งพิจารณาตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° ที่ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 600$ โดยมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$ จะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานที่สูงที่สุดในทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ เนื่องจาก $\alpha = 60^\circ$ จะบดบังการไหลของกระแสได้มากเมื่อเทียบกับ $\alpha = 30^\circ$ และ 45° ซึ่งการบดบังการไหลของกระแสได้มากจะทำให้เกิดความดันสูญเสียมาก และมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานต่ำ เนื่องจากการบดบังการไหลของมุม $\alpha = 30^\circ$ ค่อนข้างจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\alpha = 45^\circ$ และ 60° จะทำให้เกิดความดันสูญเสีย

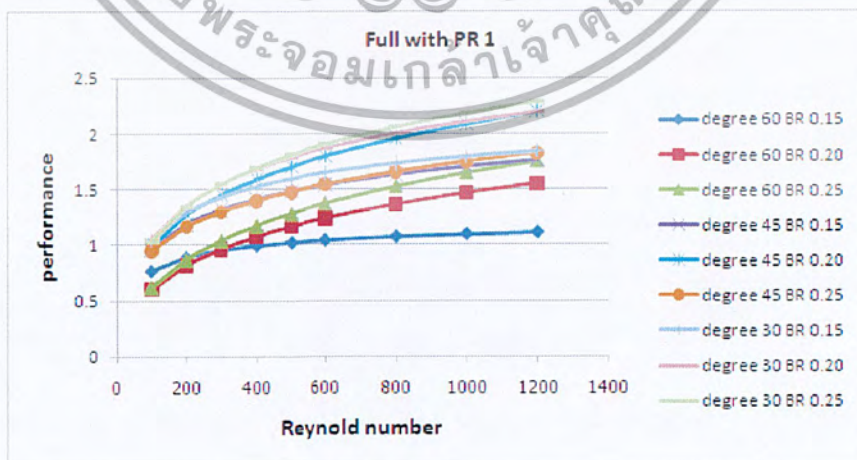


รูปที่ 7.13 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆที่ $BR = 0.2, Re = 600$



รูปที่ 7.14 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเอียงที่มุมปะทะต่างๆที่ BR = 0.2, Re = 600

พิจารณารูปที่ 7.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนซึ่งกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเอียง โดยพิจารณาที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$, 45° และ 60° ที่ตามลำดับ ที่ค่า BR = 0.20, Re = 600 โดยมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ จะให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนที่สูงที่สุดในทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ เนื่องจากกรณี $\alpha = 60^\circ$ ซึ่งให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลที่สูงที่สุด เนื่องจากการบดบังการไหลที่สูง ทำให้กระแสการไหลเกิดความปั่นป่วนได้มาก และการบดบังการไหลที่สูง ทำให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุด จึงทำให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนที่สูงที่สุดที่กรณี $\alpha = 30^\circ$ โดยมีค่าเท่ากับ 2.29 และตามมาด้วยกรณี $\alpha = 45^\circ$ และ $\alpha = 60^\circ$ ซึ่งให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 1.83 และ 1.75 ตามลำดับ



รูปที่ 7.15 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติด

แผ่นออริฟิสวิงเอียงที่มุมปะทะต่างๆที่ BR = 0.2, Re = 600

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้เฉพาะในวงวิชาการเท่านั้น มิใช่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.4 อิทธิพลของระยะพิตช์

พิจารณารูปที่ 7.16 แสดงค่าเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มีระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์วัดจากระยะห่างระหว่างแผ่นออริฟิสแต่ละแผ่น ซึ่งที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ จะให้ค่าเลขนัสเซลท์สูงกว่าที่ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ เนื่องจากที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีความถี่ของแผ่นออริฟิสมากกว่า ซึ่งจะทำให้กระแสการไหลเกิดความปั่นป่วนและกระแทกผนังภายในท่อได้มากกว่า ซึ่งจะทำให้ค่าเลขนัสเซลท์มีค่าสูงกว่า โดยสังเกตจากรูประยะพิตช์ $PR = 1$ จะมีสีแดงค่อนข้างมากกว่า



รูปที่ 7.16 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$

พิจารณารูปที่ 7.17 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่มีระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์ $PR = 1$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิที่สูงกว่า เนื่องจากมีความถี่ของแผ่นออริฟิสมากกว่าจึงทำให้เกิดความปั่นป่วนของกระแสการไหลและการกระแทกผนังภายในท่อที่สูงกว่า ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ ซึ่งส่งผลให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูง โดยสังเกตจากสีของคอนทัวร์ อุณหภูมิที่ทำการตัดขวางการไหล โดยจะเห็นว่าที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ จะมีการผสมผสานที่ดีกว่า ระยะพิตช์ $PR = 1.5$



$PR = 1.5$

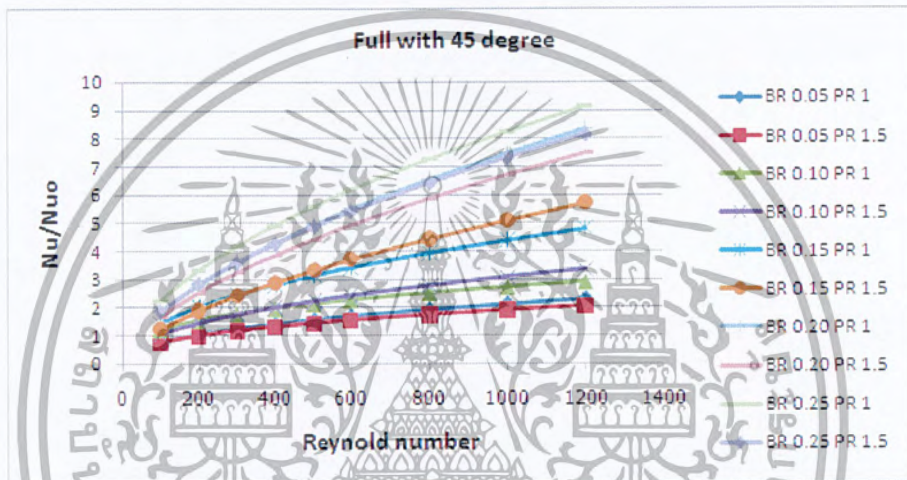
รูปที่ 7.17 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$

พิจารณารูปที่ 7.18 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลม กรณีติดแผ่นออริฟิสวิงที่มีระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์ $PR = 1$ จะมีการกระจายตัวของอุณหภูมิที่สูงกว่า เนื่องจากมีความถี่ของแผ่นออริฟิสวิงมากกว่าจึงทำให้เกิดความปั่นป่วนของกระแสการไหลและการกระแทกผนังภายในท่อที่สูงกว่า ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ ซึ่งส่งผลให้การกระจายตัวของอุณหภูมิสูง โดยสังเกตจากสีของคอนทัวร์ อุณหภูมิที่ทำการตัดตามการไหล โดยจะเห็นว่าที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ จะมีการผสมผสานที่ดีกว่า ระยะพิตช์ $PR = 1.5$



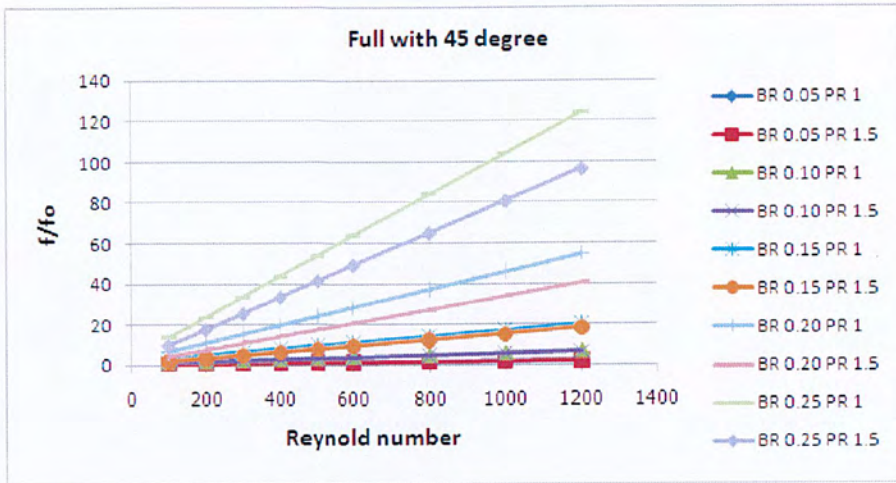
รูปที่ 7.18 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิง
เอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$

พิจารณารูปที่ 7.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลนส์เซลล์ที่ซึ่งพิจารณา เลขนัสเซลล์ของท่อกลมกรณีคิดแผ่นออริฟิสวางเอียงต่อเลขนัสเซลล์ของท่อกลมผิวเรียบกับค่า เลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ที่ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์ $PR = 1$ จะให้ค่าอัตราส่วนเลนส์เซลล์ที่สูงกว่าระยะพิตช์ $PR = 1.5$ เนื่องจาก ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีความถี่ของแผ่นออริฟิสมากกว่า ซึ่งจะทำให้กระแสการไหลปั่นป่วนและ กระแสทวนภายในท่อได้มากกว่าระยะพิตช์ $PR = 1.5$ จึงทำให้ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีค่าอัตราส่วน เลขนัสเซลล์ที่สูงกว่า โดยมีค่าเท่ากับ 9.12 เท่าเมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบ และระยะพิตช์ $PR = 1.5$ มีค่าอัตราส่วนเลนส์เซลล์เท่ากับ 8.15 เมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบ



รูปที่ 7.19 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนเลนส์เซลล์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีคิด แผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$

พิจารณารูปที่ 7.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานซึ่ง พิจารณาตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมกรณีคิดแผ่นออริฟิสวางเอียงต่อตัวประกอบเสียดทาน ของท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ที่ตามลำดับ ที่ ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์ $PR = 1$ จะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงกว่า ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ เนื่องจากระยะพิตช์ $PR = 1$ มีความถี่ของแผ่นออริฟิสมากกว่า ซึ่งจะทำให้เกิด การบดบังไหลในท่อได้มากกว่าระยะพิตช์ $PR = 1.5$ จึงทำให้ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีค่าอัตราส่วนตัว ประกอบเสียดทานที่สูงกว่า โดยมีค่าเท่ากับ 124.41 เท่าเมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบ และ ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ มีค่าอัตราส่วนเลนส์เซลล์เท่ากับ 96.45 เมื่อเทียบกับท่อกลมผิวเรียบ



รูปที่ 7.20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียความกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$

พิจารณารูปที่ 7.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนซึ่งกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียง โดยพิจารณาที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ และ 1.5 ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.20$, $Re = 800$ โดยระยะพิตช์ $PR = 1$ จะให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนโดยรวมสูงกว่าระยะพิตช์ $PR = 1.5$ เนื่องจากกรณีระยะพิตช์ $PR = 1$ ให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ที่สูงกว่าระยะพิตช์ $PR = 1.5$ และอัตราส่วนตัวประกอบเสียความที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีค่ามากกว่าที่ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ เล็กน้อย ซึ่งทำให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนที่ระยะพิตช์ $PR = 1$ มีค่ามากกว่า โดยมีค่าเท่ากับ 2.20 และค่าสมรรถนะเชิงความร้อนที่ระยะพิตช์ $PR = 1.5$ มีค่าเท่ากับ 2.17



รูปที่ 7.21 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวารสารวิชาการศึกษานานาชาติเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
แผ่นออริฟิสวางเอียงที่ระยะพิตช์ต่างๆที่ $BR = 0.2$, $Re = 800$
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.5 การเปรียบเทียบระหว่างแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มกับแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered

พิจารณารูปที่ 7.22 แสดงค่าเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มกับแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ค่า $BR = 0.25$, $Re = 1200$ โดยแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ให้ค่าเลขนัสเซลท์ที่มีค่าใกล้เคียงกัน สังเกตได้จากสีแดงจากรูปที่แสดงค่าเลขนัสเซลท์ จะเห็นว่าสีแดงจากรูปใกล้เคียงกัน

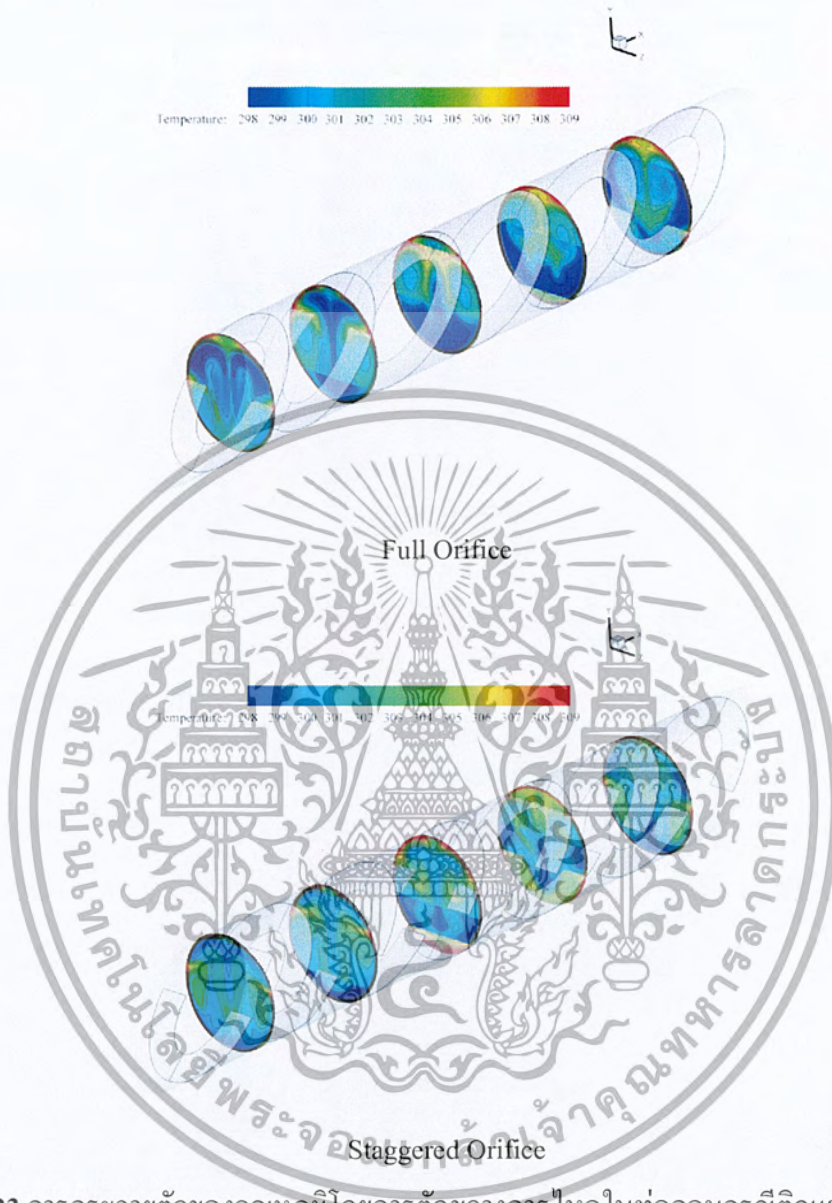


รูปที่ 7.22 ค่าการกระจายตัวเลขนัสเซลท์ที่ผิวท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$

พิจารณารูปที่ 7.23 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ค่า $BR = 0.25$, $Re = 1200$ โดยแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มี

การกระจายตัวของอุณหภูมิใกล้เคียงกัน โดยสังเกตจากสีของคอนทัวร์ที่ทำการตัดขวางการไหลไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

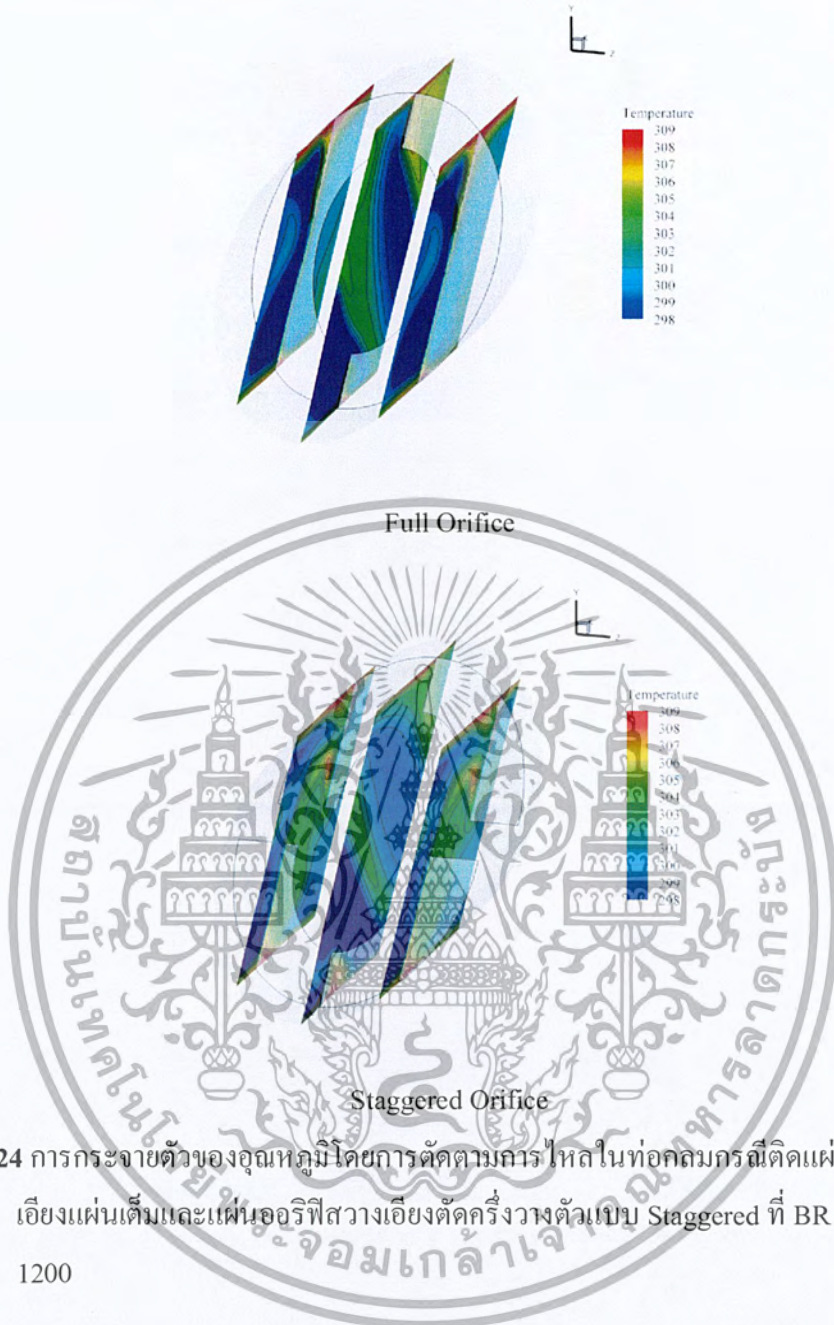
จะเห็นได้ว่า แบบแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มีการผสมผสานที่ใกล้เคียงกัน



รูปที่ 7.23 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดขวางการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเรียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเรียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$

พิจารณารูปที่ 7.24 แสดงการกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเรียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเรียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ค่า $BR = 0.25$, $Re = 1200$ โดยแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มีการกระจายตัวของอุณหภูมิใกล้เคียงกัน โดยสังเกตจากสีของคอนทัวร์ที่ทำการตัดขวางการไหล จะเห็นได้ว่า แบบแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มีการผสมผสานที่ใกล้เคียงกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

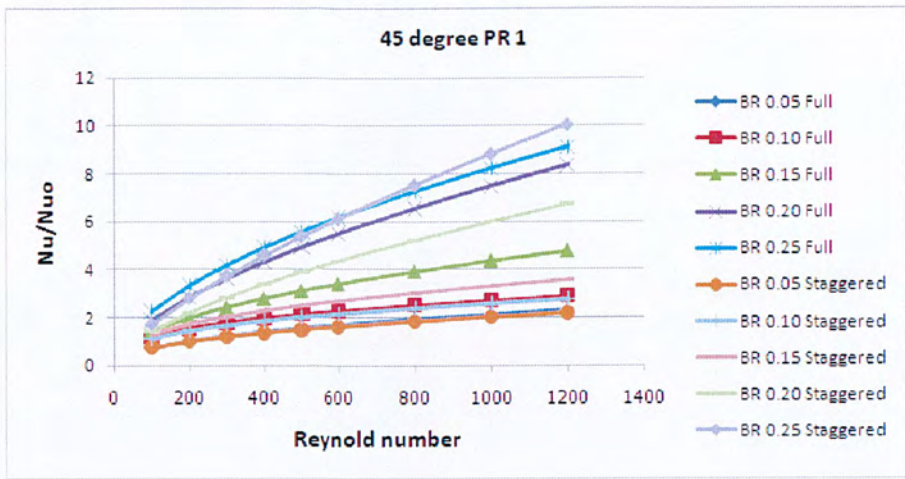


รูปที่ 7.24 การกระจายตัวของอุณหภูมิโดยการตัดตามการไหลในท่อกลมกรณีติดตั้งแผ่นออริฟีสว่างเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟีสว่างเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$

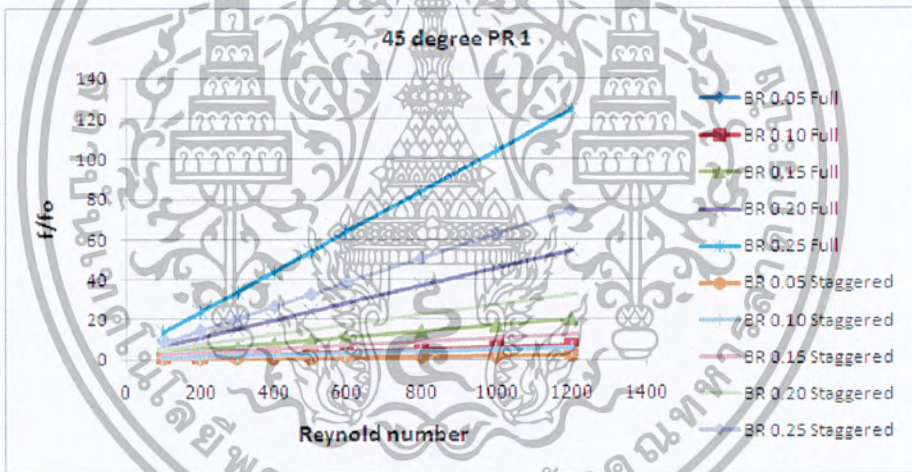
พิจารณารูปที่ 7.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลท์ของท่อกลมกรณีติดตั้งแผ่นออริฟีสว่างเอียงต่อเลขนัสเซลท์ของท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่แผ่นออริฟีสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟีสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.25$, $Re = 1200$ โดยแผ่นออริฟีสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟีสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มีค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ที่ใกล้เคียงกัน โดยกรณีแผ่นออริฟีสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered มีค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์มากกว่าเล็กน้อย โดยมีค่าเท่ากับ 10.06 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ และกรณีแผ่นออริฟีสแผ่นเต็มมีค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์เท่ากับ 9.12 เท่าเมื่อเทียบกับท่อ

ผิวเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.25 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนีสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ BR = 0.25, Re = 1200



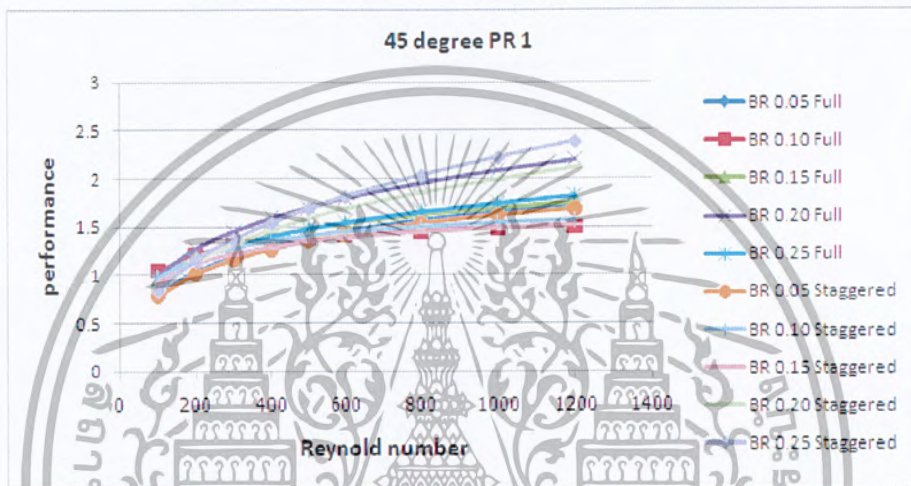
รูปที่ 7.26 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ BR = 0.25, Re = 1200

พิจารณารูปที่ 7.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานซึ่งพิจารณาตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่แผ่นออริฟิสแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ตามลำดับ ที่ค่า BR = 0.25, Re = 1200 โดยกรณีแผ่นออริฟิสแผ่นเต็มมีค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมากกว่ากรณีแผ่นออริฟิสตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered โดยมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าเท่ากับ 124.41 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ และกรณีแผ่นออริฟิสต์ครึ่งวงตัวแบบ Staggered มีค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเท่ากับ 78.86 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ

พิจารณารูปที่ 7.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่แผ่นออริฟิสต์แผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสต์ครึ่งวงตัวแบบ Staggered ตามลำดับ ที่ค่า $BR = 0.25$, $Re = 1200$ โดยกรณีแผ่นออริฟิสต์ครึ่งวงตัวแบบ Staggered มีค่าสมรรถนะเชิงความร้อนโดยรวมมากกว่ากรณีแผ่นออริฟิสต์แผ่นเต็ม โดยมีค่าเท่ากับ 2.39 และกรณีแผ่นออริฟิสต์แผ่นเต็มมีค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 2.20

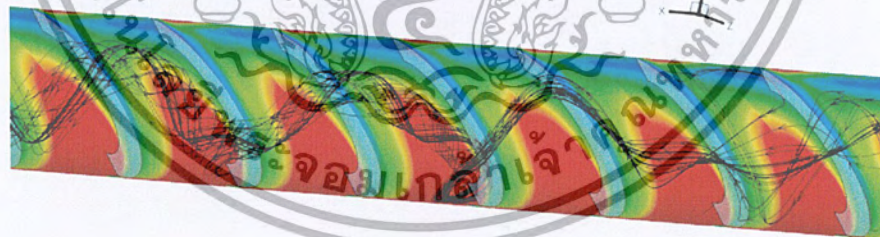
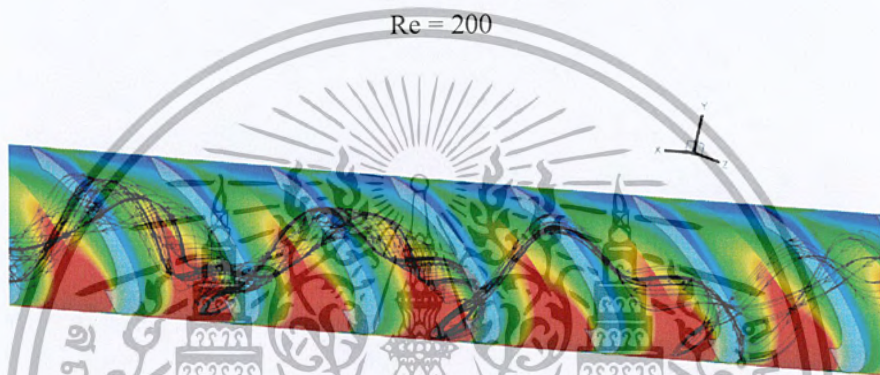
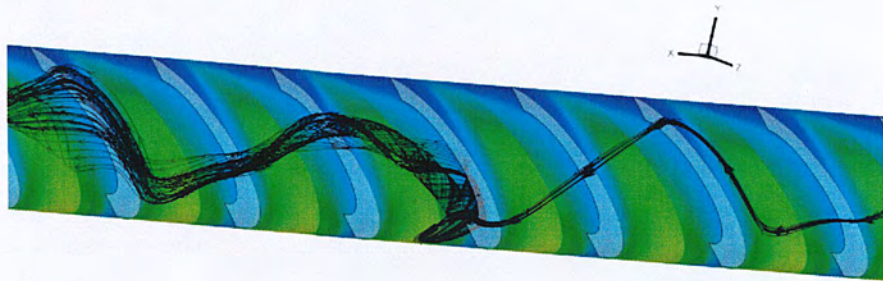


รูปที่ 7.27 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสต์วางเรียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสต์วางเรียงครึ่งวงตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$, $Re = 1200$

7.2.6 เส้นกระแสการไหล

พิจารณารูปที่ 7.28 แสดงการกระจายของฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสต์วางเรียงที่มีค่า $BR = 0.20$ และที่ $Re = 200, 600$ และ 1200 ลำดับ โดยเมื่อทำการติดแผ่นออริฟิสต์แล้วจะทำให้เกิดการไหลแบบหมุนควงปั่นป่วนและกระแทกผนังท่อ โดยกระแสการไหลเมื่อไหลผ่านแผ่นออริฟิสต์ กระแสการไหลจะถูกเหนี่ยวนำให้เคลื่อนที่แบบหมุนวนไปที่ด้านหลังของแผ่นออริฟิสต์เนื่องจากผลต่างของความดันระหว่างช่วงด้านหน้าแผ่นออริฟิสต์และช่วงด้านหลังแผ่นออริฟิสต์ และการเคลื่อนที่แบบหมุนวนจะไปรบกวนชั้นขีดผิวบริเวณผนังท่อด้านใน ซึ่งเมื่อชั้นขีดถูกรบกวนจนบางลงกว่าเดิม จะเป็นการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนเพิ่มขึ้น เนื่องจากไม่มีตัวกีดขวางการถ่ายเทความร้อน ซึ่งเมื่อทำการเพิ่มค่าเลขเรย์โนลด์ส์พบว่าจะทำให้การถ่ายเทความร้อนดียิ่งขึ้น เนื่องจากค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้กระแสการไหลปั่นป่วนและรบกวนชั้นขีดผิว

ได้มากขึ้น สังเกตจากรูปจะมีสีแดงซึ่งแสดงให้เห็นถึงการกระแทกผนังท่อและการถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้น



$Re = 1200$

รูปที่ 7.28 ค่าการกระจายตัวพลัดซ์ความร้อนที่ผนังท่อกลมที่เลขเรย์โนลด์ส์ต่างๆ ที่ $BR = 0.20$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการจำลอง

สำหรับปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อศึกษาการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered โดยมีมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ และ 60° ตามลำดับ ในการจำลองจะศึกษาถึงอิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์ อิทธิพลอัตราส่วนการบดล็อกของการไหลผ่านแผ่นออริฟิส และอิทธิพลของมุมปะทะ โดยศึกษาในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 - 1200 ซึ่งจะพิจารณาอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ อัตราส่วนตัวประกอบเสียดทาน และค่าสมรรถนะเชิงความร้อน ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบกับท่อกลม ซึ่งจากการจำลองสามารถสรุปได้ดังนี้

1. เมื่ออากาศไหลผ่านท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสจะเกิดการไหลที่หมุนควงปั่นป่วน เนื่องจากเมื่อกระแสการไหลไหลผ่านแผ่นออริฟิส จะทำให้เกิดการเหนี่ยวนำโดยจะเกิดการเคลื่อนที่แบบหมุนวนไปที่ด้านหลังของแผ่นออริฟิส เนื่องจากผลต่างของความดันด้านหน้าแผ่นออริฟิสกับด้านหลังแผ่นออริฟิส โดยการเคลื่อนที่แบบหมุนวนที่เกิดขึ้นนั้นจะไปรบกวนชั้นขีดผิวบริเวณผนังภายในท่อ ซึ่งการรบกวนจะทำให้ชั้นขีดผิวบางลงและสามารถเพิ่มการถ่ายเทความร้อนขึ้นได้ โดยเมื่อทำการเพิ่มค่าตัวเลขเรย์โนลด์ส์ พบว่าจะทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบหมุนควงปั่นป่วนมากขึ้น ซึ่งจะทำการถ่ายเทความร้อนเพิ่มขึ้น

2. ท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงจะถ่ายเทความร้อนที่ผนังท่อได้ดีบริเวณผนังด้านล่างของท่อ เนื่องจากเป็นส่วนที่ถูกกระแทกจากกระแสการไหลมากที่สุด

3. การไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 - 1200 ในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียง พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเลขนัสเซลท์และค่าตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นตาม

4. ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 - 1200 ท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็มทำมุมปะทะ $\alpha = 60^\circ$, $BR = 0.25$ ให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์สูงที่สุดซึ่งมีค่า 10.15 เท่าของท่อกลมผิวเรียบ และกรณีแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ที่ $BR = 0.25$ ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุดเท่ากับ 10.10 เท่าของท่อกลมผิวเรียบ

5. จะเห็นได้ว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 - 1200 ท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered จะให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ากรณีแผ่นออริฟิสวางเอียงแผ่นเต็ม เนื่องจากทั้งสองกรณีให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ที่ใกล้เคียงกัน แต่กรณีแผ่นออริฟิสวางเอียงตัดครึ่งวางตัวแบบ Staggered ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานที่ต่ำกว่า จึงทำให้ค่าสมรรถนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เชิงความร้อน โดยรวมกรณีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวงตัวแบบ Staggered มีค่าสูงกว่ากรณีแผ่นออริฟิสวิงเฉียงแผ่นเต็ม

6. ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนของท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงแผ่นเต็มและแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวงตัวแบบ Staggered พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าสมรรถนะเชิงความร้อนก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 - 1200 กรณีติดแผ่นออริฟิสวิงเฉียงตัดครึ่งวงตัวแบบ Staggered ทำมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$, BR = 0.20 ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงที่สุดเท่ากับ 2.61

8.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลของการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมกรณีติดแผ่นออริฟิสแบบต่างๆ สามารถใช้เป็นเครื่องมือเพื่อการวิเคราะห์ผลและย้ำความมั่นใจ ก่อนเข้าสู่กระบวนการออกแบบจริงได้ ซึ่งมีความสะดวกและมีค่าใช้จ่ายที่ต่ำกว่าการสร้างเครื่องทดลองเพื่อใช้ในการทดลอง สำหรับผลจากการศึกษานี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการพัฒนาและออกแบบกรณติดแผ่นกั้นสองด้านหรือติดครีบริบายในท่อกลมให้มีความเหมาะสมได้

สามารถนำไปประยุกต์ในการใช้กับชิ้นงานจริงภายในโรงงานอุตสาหกรรมหรือเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ เนื่องจากว่าผลการวิจัยนี้ได้กำหนดให้ระยะห่างระหว่างจากแผ่นไปจนถึงขอบท่อเท่ากันหมดทุกด้านเพื่อความสะดวกในการทำชิ้นงานจริง อีกทั้งท่อกลมยังเป็นท่อที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายเนื่องมาจากมีค่าการถ่ายเทความร้อนที่ค่อนข้างสูง ซึ่งเมื่อติดแผ่นออริฟิสเข้าไปภายในท่อแล้วทำให้ค่าการถ่ายเทความร้อนของท่อเพิ่มสูงขึ้น ซึ่งเมื่อนำไปใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมก็จะสามารถลดขนาดของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนลงได้ แต่ยังคงให้ค่าการถ่ายเทความร้อนเท่าเดิมซึ่งเป็นการประหยัดงบประมาณของโรงงาน อีกทั้งยังสามารถนำมาให้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนได้ เมื่อท่อแต่ละท่อที่ติดแผ่นออริฟิสเข้าไปทำให้การถ่ายเทความร้อนเพิ่มขึ้น ดังนั้นก็จะสามารถลดจำนวนของท่อในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนได้โดยที่ยังให้ค่าการถ่ายเทความร้อนที่เท่าเดิม ซึ่งก็จะสามารถลดขนาดของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนได้ เป็นการประหยัดพื้นที่และเงินทุน

บรรณานุกรม

- [1] จารุวัตร เจริญสุข. พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. คณะวิศวกรรมศาสตร์. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [2] พงษ์เจต พรหมวงศ์. 2542. การถ่ายเทความร้อน. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. คณะวิศวกรรมศาสตร์. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. หน้า 167-252.
- [3] วีระชาติ นวรุ่งเรือง. 2546. การวิเคราะห์หัตถิพลลักษณะรูปทรงของครีบบระบายความร้อนแบบเกล็ดที่มีผลต่อประสิทธิภาพการถ่ายโอนความร้อน. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. บัณฑิตวิทยาลัย. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. หน้า 33-53.
- [4] Anderson, J. D., et al. 1992. **Introduction to computation fluid dynamics**. Edited by Wendt, John F. New York : Springer-Verlag.
- [5] Berner, C., F. Durst, and D.M. McEligot. 1984. **Flow around baffles**, Trans. ASME J. Heat Transfer Vol. 106, pp. 743-749.
- [6] Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P. 1988. **Numerical methods for engineers**. Singapore : McGraw-Hill.
- [7] Chung, T. J. 2002. **Computational fluid dynamics**. Cambridge : Cambridge University Press.
- [8] Chandra, P.R., C.R. Alexander, and J.C. Han. 2003. **Heat transfer and friction behaviour in rectangular channels with varying number of ribbed walls**. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 46, pp. 481-495.
- [9] Ferziger, J. H., and Peric, M. 1999. **Computation methods for fluid dynamics**. 2nd ed. Germany : Springer-Verlag Berlin Heidelberg,
- [10] Han, J.C., Y.M. Zhang, and C.P. Lee. 1991. **Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed and V-shaped angled ribs**. ASME J. Heat Transfer Vol. 113, pp. 590-596.
- [11] Han, J.C., and Y.M. Zhang. 1992. **High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs**. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 35, pp. 513-523.
- [12] Incropera, Frank P. and David P. Dewitt. 1996. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. John Wiley & Sons, New York, pp. 419-461.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [13] Liou, T.M., and J.J. Hwang. 1992. **Turbulent heat transfers augmentation and friction in periodic fully developed channel flows.** ASME J. Heat Transfer Vol. 114, pp. 56-64.
- [14] Liou, T.M., and J.J. Hwang. 1993. **Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 36, pp. 931-940.
- [15] Metzger, D.E., C.S. Fan, and Y. Yu. 1990. **Effects of Rib Angle and orientation on Local Heat Transfer in a square channels it angled Roughness Ribs.** In: R.K. Shah, A.D. Kraus, D.E. Metzger, Compact Heat Exchangers, Hemisphere, Washington.
- [16] Murata, A., and S. Mochizuki. 2001. **Comparison between laminar and turbulent heat transfer in a stationary square duct with transverse or angled rib turbulators.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 44, pp. 1127-1141.
- [17] Mousavi, S.S., and K. Hooman. 2006. **Heat and fluid flow in entrance region of a channel with staggered baffles.** Energy Convers. Manag. Vol. 47, pp. 2011-2019.
- [18] Patankar, S.V., C.H. Liu, and E.M. Sparrow. 1977. **Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area.** ASME J. Heat Transfer Vol. 99, pp. 180-186.
- [19] Patankar, S.V. 1980. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.** McGraw-Hill, New York,
- [20] Rau, G., M. Cakan, D. Moeller, and T. Arts. 1998. **The effect of periodic ribs on the local aerodynamic and heat transfer performance of a straight cooling channel.** ASME J. Turbomachinery Vol. 120, pp. 368-375.
- [21] Sripattanapipat, S., and P. Promvongse. 2009. **Numerical analysis of laminar heat transfer in a channel with diamond-shaped baffles.** Int. Comm. Heat Mass Transfer Vol. 36, pp. 32-38.
- [22] Taslim, M.E., T. Li, and D.M. Kercher 1996. **Experimental heat transfer and friction in a channels roughened with angled, V-shaped, and discrete ribs on two opposite walls.** ASME J. Turbomachinery Vol. 118, pp.20-28.
- [23] Tanda, G. 2004. **Heat transfer in rectangular channel with transverse and V-shaped broken ribs.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 47, pp. 229-243.
- [24] Versteeg, H.K. and Malalasekera W. 1995. **An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method.** Malaysia : Longman Scientific & Technical.

- [25] Webb, B.W., and S. Ramadhyani. 1985. **Conjugate heat transfer in a channel with staggered ribs**. *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 28, pp. 1679-1687.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก-1 คุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ของอากาศที่ความดันบรรยากาศ

T (K)	ρ (kg/m ³)	C_p (kJ/kg.K)	$\mu \times 10^7$ (N.s/m ³)	ν (m ² /s)	$k \times 10^6$ (W/m.K)	$\alpha \times 10^6$ (m ² /s)	Pr
อากาศ							
100	3.25562	1.032	71.1	2.0	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.59	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	22.5	0.707
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.990	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.110	384.3	93.80	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62.0	143	0.720
950	0.3666	1.131	411.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	67.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449.0	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473.0	162.9	76.3	224	0.728

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบไหลราบเรียบในท่อกลม ที่ติดตั้งครีบบางเอียง

Numerical Study of Laminar Heat Transfer in a Tube with Inclined rib

รัตน์ศักดิ์ พุ่มสลุด, บำรุง พ่วงเกิด และ พงษ์เจต พรหมวงศ์

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
* ติดต่อ: โทรศัพท์: (662) 329-8350-1, โทรสาร: (662) 329-8352,
E-mail: kpongje@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาเชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนในช่วงการไหลแบบราบเรียบภายในท่อกลมที่ติดตั้งครีบบางเอียงที่ผนังของท่อในด้านที่ตรงข้ามกัน ภายใต้เงื่อนไขอุณหภูมิผิวท่อคงที่ ทำการจัดวางครีบบางโดยใช้สัดส่วนระหว่างระยะห่างของครีบบางต่อความสูงของท่อ (Pitch ratio, PR) เท่ากับ 1 โดยครีบบางเอียงที่ติดตั้งนั้นมีลักษณะการจัดวางเอียงที่มุมปะทะที่ $\alpha = 30^\circ$ และมีค่าอัตราส่วนการบล็อกรวม (Blockage ratio, BR) เท่ากับ 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 ในการคำนวณใช้วิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมและเลือกลำดับวิธีหาผลเฉลยแบบ SIMPLE ซึ่งการจำลองนี้ได้นำเสนอคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลของของไหลสำหรับเลขเรย์โนลด์บนพื้นฐานเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อ ช่วงจาก $Re = 100$ ถึง 1200 และได้ศึกษาผลของครีบบางเอียงต่อการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อ ผลจากการศึกษาที่ได้จากท่อที่มีการติดตั้งครีบบางเอียงถูกนำไปเปรียบเทียบกับท่อผิวเรียบ โดยได้ทำการพิจารณาค่าการถ่ายเทความร้อนโดยแสดงในเทอมของเลขนัสเซลท์ (Nusselt number) และการสูญเสียความดันโดยแสดงในเทอมของตัวประกอบเสียดทาน (friction factor) จากการศึกษาพบว่าการเพิ่มครีบบางเอียงจะให้ค่าการถ่ายเทความร้อนและค่าตัวประกอบเสียดทานเพิ่มมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับท่อที่มีผนังเรียบ และพบว่าเมื่อเพิ่มความสูงของครีบบางจะทำให้ค่าการถ่ายเทความร้อนเพิ่มมากขึ้น โดยท่อที่มีการติดตั้งครีบบางเอียงที่มีความสูง 25% ให้ค่าการถ่ายเทความร้อน เนื่องจากครีบบางเอียงจะทำให้เกิดการไหลแบบหมุนวนและการกระแทกของการไหลที่บริเวณผิวของท่อ ในขณะที่เดียวกันเมื่อเพิ่มความสูงของครีบบางก็จะทำให้เกิดความดันสูญเสียเพิ่มมากขึ้นด้วย

คำหลัก: ท่อกลม, ครีบบางเอียง, การถ่ายเทความร้อน, ความเสียดทาน

Abstract

Laminar periodic flow and heat transfer in a three dimensional tube with isothermal walls and with inclined baffle is investigated numerically. The computations based on the finite volume method, and the SIMPLE algorithm has been implemented. The fluid flow and heat transfer characteristics are presented for Reynolds numbers based on the hydraulic diameter of the tube ranging from 100 to 1200. Effects of

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้ในเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้เผยแพร่นี้ไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

inclined on heat transfer and pressure loss in the tube are studied and their results of the inclined baffle of 30° attack angle are also compared with smooth tube. It is found that the inclined baffle better than smooth tube for all Reynolds number values. The increase of the blockage ratio, BR leads to an increase in the Nusselt number and friction factor. The computational results reveal that the BR=0.25 provide the highest on both Nusselt number and friction factor.

Keywords: tube, inclined rib, heat exchanger, friction factor

1. บทนำ

การถ่ายเทความร้อนเป็นกระบวนการที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในภาคอุตสาหกรรม การเพิ่มการถ่ายเทความร้อนจึงเป็นการเพิ่มคุณค่าการใช้พลังงานให้เกิดประสิทธิผลและยังช่วยลดภาระค่าใช้จ่ายในส่วน of พลังงานที่นำมาใช้ในการผลิต ด้วยเหตุนี้จึงมีการนำเทคนิคต่าง ๆ ที่ใช้เพิ่มการถ่ายเทความร้อนมาประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ การเพิ่มหรือการติดตั้งตัวสร้างการไหลแบบปั่นป่วน ไม่ว่าจะเป็นการติดตั้งครีป, แผ่นกั้น หรือปีก เป็นต้น ตัวสร้างการไหลปั่นป่วนเหล่านี้ส่งผลต่อการเพิ่มสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน ซึ่งวิธีการนี้ได้มีการนำมาประยุกต์ใช้ทางด้านวิศวกรรม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง งานระบบการปรับอากาศที่ต้องการลดขนาดของส่วนแลกเปลี่ยนความร้อน งานวิจัยที่ผ่านมาที่มีผู้สนใจทำการศึกษาถึงเทคนิคและวิธีการเพิ่มอัตราการแลกเปลี่ยนความร้อน ทั้งในส่วนของการทดลองจริงและการใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธีการศึกษาโดยใช้วิธีการศึกษาเชิงตัวเลข

หลักการของการไหลที่มีการปรับตัวเต็มที่ในท่อ (fully develop) และมีการไหลแบบเป็นคาบ (periodic) ที่ทำการศึกษาโดย Patankar และคณะ [1] ได้ถูกนำไปใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยใช้ในการศึกษา ลักษณะการไหลและพฤติกรรมของการถ่ายเทความร้อนในท่อโดยการเพิ่มตัวสร้างการไหลปั่นป่วนในลักษณะต่าง ๆ โดยการใช้วิธีการคำนวณเชิงคณิตศาสตร์หรือการใช้แบบจำลองเชิงตัวเลข Promvong และคณะ [2] ทำการศึกษาวิจัยโดยอาศัยวิธีการใช้การคำนวณเชิงคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนและพฤติกรรมของการไหลแบบราบเรียบในท่อจตุรัสที่มีการ

ติดตั้งแผ่นกั้นเอียงมุม 45° องศาบนผนังด้านหนึ่งของท่อ จากการศึกษาพบว่าแผ่นกั้นวางเอียงทำให้เกิดการไหลหมุนวนแบบคู่ซึ่งกระแสการไหลที่หมุนวนนี้จะไปกระแทกส่วนที่เป็นผนังท่อทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นของการถ่ายเทความร้อนและค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อน โดยค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่มากที่สุดเท่ากับ 2.2 ที่ค่า BR = 0.4 ที่ Re = 1200 Amin และคณะ [3] ทำการศึกษาวิจัยทั้งในส่วนของการทดลองและการใช้วิธีคำนวณเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการไหลแบบราบเรียบโดยศึกษาพฤติกรรมของการไหลและค่าการถ่ายเทความร้อนแบบ 2 มิติ ในท่อขนาบที่มีการติดตั้งแผ่นพรุนโดยมีการเลือกแบบจำลอง two-phase equation Sripattanapit และ Promvong [4] ศึกษาเชิงตัวเลขการถ่ายเทความร้อนแบบราบเรียบ 2 มิติ ภายในช่องขนาบที่ติดแผ่นกั้นรูปเพชรที่ผนังบนและล่างแนวเอียง โดยคิดลักษณะการไหลเป็นคาบ โดยใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผนังคงที่ เลขเรย์โนลด์ที่ใช้ช่วง 100-600 พบว่าเมื่อลดมุมที่ยอดรูปเพชรจะทำให้ค่าเลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น และยังพบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ที่ใช้มุมยอดเพชรที่ 5° และ 10° ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ามุมยอดเพชรที่ 0° (แผ่นกั้นแบน) Han และคณะ [5] ศึกษาเชิงทดลองการถ่ายเทความร้อนในท่อจตุรัสที่ติดครีปบนผนังสองด้านโดยใช้รูปทรงครีปแตกต่างกัน 9 แบบ และแต่ละรูปทรงจะพิจารณาที่ค่า ระยะพิชต์ต่อความสูงครีปเท่ากับ 10 และ ความสูงครีปต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 ผลลัพธ์ของการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยและตัวประกอบเสียดทานพบว่า ครีปวางทำมุม และครีปรูปตัววีให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นสูงกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ครีบบาวต่อเนื่อง และยังพบว่าที่มุม 60° ให้การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในจำนวนครีบบาวที่วางเอียง Han และ Zhang [6] นำเสนอการถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นในท่อจัดครีบบาวด้วยครีบบาวทั้งหมด 7 รูปทรงของครีบบาวที่วางเว้นช่วง พบว่าครีบบาวรูปตัววีวางเว้นช่วงมุม 60° ให้การถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่าท่อผิวเรียบ 4.5 เท่า และดีกว่าครีบบาวต่อเนื่อง การทดลองทั้งหมดได้ติดครีบบาวที่ผนังสองด้านและค่าความสูงครีบบาวต่อความสูงท่อมีค่า 0.0625 และระยะพิตช์ต่อความสูงครีบบาวที่ค่า 10 Liou และ Hwang [7,8] ได้ทำการทดลองครีบบาวสี่เหลี่ยมจัตุรัส ครีบบาวสามเหลี่ยม และครีบบาววงกลม พบว่าครีบบาวสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนดีที่สุดในครีบบาวทั้งหมดที่ทดลอง

ได้มีรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาถึงพัฒนาการของเทคนิคการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนของพื้นผิวการถ่ายเทความร้อนแบบเป็นคาบ (periodic) ในการติดตั้งตัวสร้างการไหลปั่นป่วน ไม่ว่าจะเป็นการใช้ครีบบาว ร่อง หรือแผ่นกั้นในลักษณะต่าง ๆ ทั้งในส่วนของงานศึกษางานวิจัยด้วยการทดลองและในส่วนของงานใช้วิธีเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งการรวบรวมงานวิจัยเหล่านี้ได้ถูกนำเสนอโดย Hans และคณะ [11] และ Varun และคณะ [12]

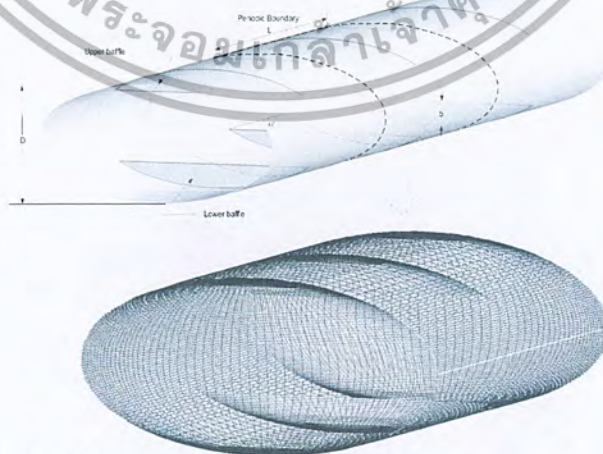
จากผลงานวิจัยที่ได้กล่าวมาในข้างต้นจะเห็นได้ว่างานวิจัยส่วนใหญ่จะทำการศึกษาผลและอิทธิพล

ของครีบบาว แผ่นกั้น ในท่อขนานและในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นส่วนใหญ่ สำหรับการศึกษอิทธิพลของครีบบาวเอียงในท่อกลมยังไม่ได้มีการทำการศึกษาดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้ให้ความสนใจและทำการศึกษถึงการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบราบเรียบ 3 มิติ โดยพิจารณาลักษณะการไหลเป็นคาบ ในท่อกลมที่ติดครีบบาวเอียงที่ผนังของท่อโดยมีการจัดวางในลักษณะวางตรงในทิศทางตรงข้ามกัน โดยศึกษาถึงผลของสัดส่วนการ BR ของครีบบาวเอียงที่มุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ ที่มีอิทธิพลต่อสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อน ลักษณะการไหลและค่าความเสียดทาน

2. โครงสร้างการไหลและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2.1 รูปทรงของท่อกลมที่มีการติดตั้งครีบบาวเอียง

ระบบที่ให้ความสนใจเป็นท่อกลมติดตั้งครีบบาวเอียงทำมุมซึ่งมีการจัดวางในลักษณะวางตรงในทิศทางตรงข้ามกัน ซึ่งครีบบาวที่ติดนั้นมีอัตราส่วนระหว่างระยะห่างระหว่างแผ่นต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (P/D) หรือระยะพิตช์ของมีค่าคงที่เท่ากับ 2D วางเอียงทำมุมปะทะ $\alpha = 30^\circ$ และมีอัตราส่วนความสูงของครีบบาวต่อความสูงของท่อ (b/D) ในช่วง 0.10-0.25 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อกลมที่ใช้ในการจำลองนี้มีค่า $D = 0.05 \text{ m}$ และสมมติท่อยาวมาก ดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งพิจารณาการไหลเป็นแบบ periodic



รูปที่ 1 รูปทรงของท่อกลมที่มีการติดตั้งครีบบาวเอียงและโดเมนที่ใช้ในการคำนวณโดยคิดการไหลแบบ periodic ที่มีการสร้างตาข่ายสี่เหลี่ยมแบบไม่สม่ำเสมอ

2.2 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อ โดยมีสมมติฐานดังต่อไปนี้

- การไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบคงตัว 3 มิติ

- การไหลเป็นแบบราบเรียบและอัดตัวไม่ได้

- คุณสมบัติของของไหลคงที่

- ไม่คำนึงแรงวัตถุนิวตั้นและการสูญเสียเนื่องจากความหนืด

- ไม่คำนึงการแผ่รังสีความร้อน

จากสมมติฐานข้างต้น สำหรับการไหลในท่อสมการควบคุมประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง สมการนาเวียร์-สโตก และสมการพลังงาน สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

สมการความต่อเนื่อง:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม:

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

สมการพลังงาน:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

เมื่อ Γ คือการแพร่ทางความร้อน กำหนดโดย

$$\Gamma = \frac{\mu}{Pr} \quad (4)$$

สมการควบคุมทั้งหมดจะถูก discretize โดยแบบแผนวิธีผลต่างครอตราคิค(Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK) แล้วทำการคำนวณผลเฉลยตามระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง [9] โดยแผนผังวิธีแบบ SIMPLE (Semi-implicit method for pressure-linked equations) ในการลู่อู่เข้าหาคำตอบจะพิจารณาที่ความแตกต่างของค่าการแปรเปลี่ยนน้อยกว่า 10^{-5} ของทุกตัวแปร

ในงานวิจัยนี้มีตัวแปรที่ให้ความสนใจอยู่ 4 ตัวแปร คือ เลขเรย์โนลด์ ตัวประกอบเสียดทาน เลขนัสเซลท์ และ สมรรถนะเชิงความร้อน ซึ่งค่าเลข

$$Re = \rho \bar{u} D_h / \mu \quad (5)$$

ตัวประกอบเสียดทาน, f คำนวณได้จากความดันตกคร่อม, Δp ตลอดช่วงความยาว periodic ของท่อ, L

$$f = \frac{(\Delta p / L) D_h}{(1/2) \rho \bar{u}^2} \quad (6)$$

การถ่ายเทความร้อนคำนวณหาจากค่าเลขนัสเซลท์เฉพาะที่ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{k} \quad (7)$$

ค่าเลขนัสเซลท์เฉลี่ยสามารถคำนวณได้จาก

$$Nu = \frac{1}{A} \int Nu_x \partial A \quad (8)$$

สมรรถนะเชิงความร้อน, η

$$\eta = (Nu / Nu_0) / (f / f_0)^{1/3} \quad (9)$$

เมื่อ Nu_0 และ f_0 คือ เลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานของท่อผิวเรียบตามลำดับ

สำหรับการไหลในท่อนี้ โดเมนที่ใช้ในการคำนวณผลเฉลยเป็นเอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมและแบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) การหาผลกระทบของกริดที่มีผลต่อคำตอบ ได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยใช้จำนวนของกริดที่แตกต่างกันคือที่ 120,000 และ 240,000 พบว่าเมื่อขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 240,000 ค่าเลขนัสเซลท์เปลี่ยนแปลงน้อยกว่า 0.7% ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดเท่ากับ 120,000 ไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป

2.3 เงื่อนไขขอบ

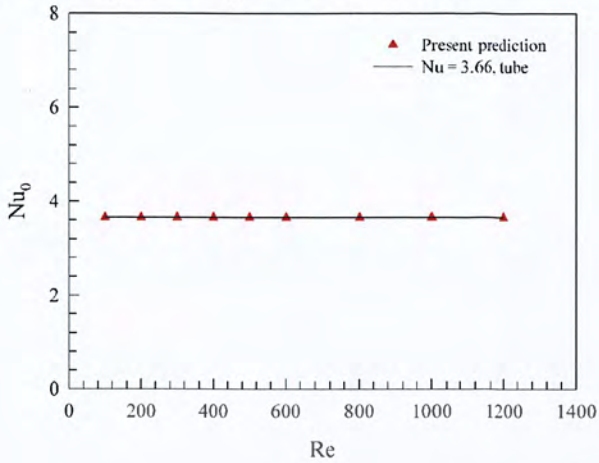
พิจารณาทางเข้าและทางออกเป็นแบบ periodic translation สมมติอากาศที่ 300 K และมีค่าเลขพรานด์ 0.7 ไหลเข้าด้วยอัตราการไหลเชิงมวลคงที่ รูปร่างความเร็วทางเข้าและทางออกเหมือนกัน สมมติคุณสมบัติทางกายภาพของอากาศมีค่าคงที่ โดยอ้างอิงที่อุณหภูมิเฉลี่ยที่ทางเข้า เงื่อนไขขอบเขตไม่มีการลื่นไถลที่ผนัง (no-slip conditions) หรือความเร็วที่ผนังมีค่าเท่ากับศูนย์ เป็นผนังที่อยู่กับที่ (stationary wall) กำหนดให้ที่ผนังของท่อมีอุณหภูมิผิวคงที่ 310 K และสมมติให้ครีปเป็นแผ่นกันความร้อนไม่สามารถผ่านได้

3. ผลการทดลองและวิจารณ์ผล

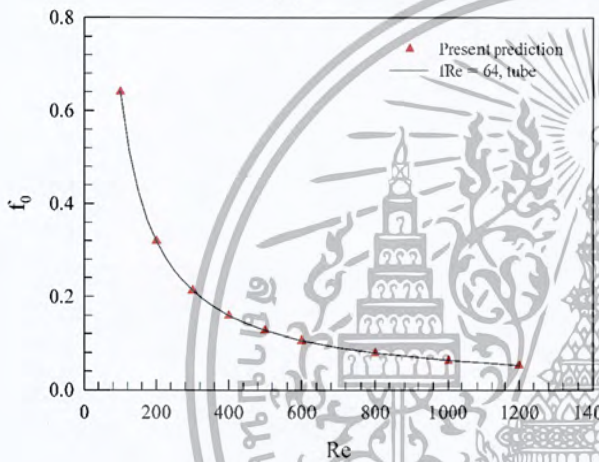
เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของลิขสิทธิ์ได้ การนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจะถือว่าผิดกฎหมายและจะมีความผิดตามกฎหมายว่าด้วยการคุ้มครองสิทธิบัตรและทรัพย์สินทางปัญญา

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

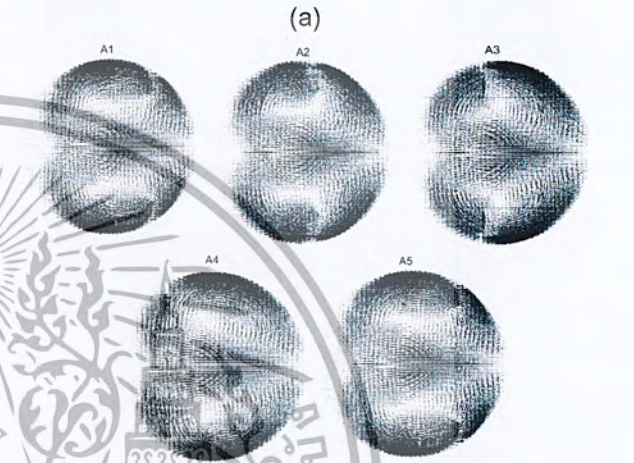
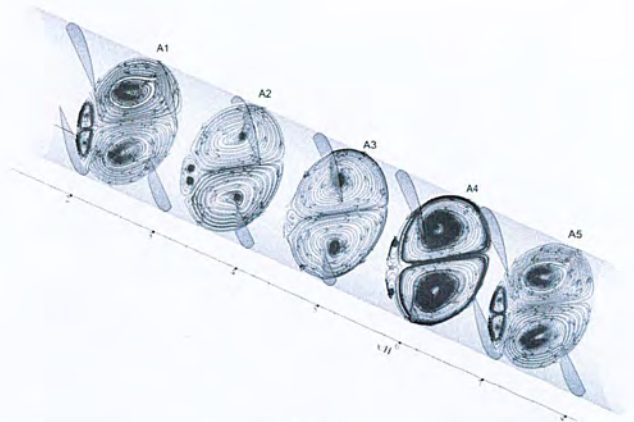
3.1 การพิสูจน์ความถูกต้องของท่อผิวเรียบ



(a)



(b)



รูปที่ 3 แสดงโครงสร้างการไหลสำหรับการไหลในท่อกลม (a) เส้นสายธารการไหลและ (b) เวกเตอร์ความเร็ว ที่ $Re = 800$ และ $DR = 0.7$

รูปที่ 2 การพิสูจน์ความถูกต้องของ (a) เลขนัสเซิลท์ (b) ตัวประกอบเสียดทานของท่อกลมผิวเรียบ

ในการพิสูจน์ความถูกต้องของการถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานในท่อผิวเรียบที่ไม่มีการเพิ่มครีบ โดยทำการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขและผลเฉลยแม่นยำตรงภายใต้เงื่อนไขเดียวกันนี้ ซึ่งค่าผลเฉลยแม่นยำตรงนี้สามารถศึกษาได้จากอ้างอิง [10] โดยพบว่าค่าที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรงประมาณ 0.5% ทั้งในส่วนของค่าเลขนัสเซิลท์และค่าตัวประกอบเสียดทาน ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้โดยวิธีเชิงตัวเลขทั้งมีความสอดคล้องกันกับผลเฉลยแม่นยำตรงอย่างดีและมีความน่าเชื่อถือได้

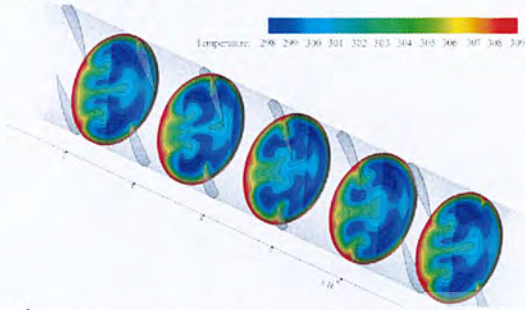
3.2 โครงสร้างการไหล

โครงสร้างของการไหลในท่อกลมที่ติดตั้งครีบเอียงทำมุมปะทะ 30° ที่ค่าสัดส่วน b/D , $BR = 0.2$ และ $Re = 800$ จากรูปที่ 3 แสดงเส้นสายธารของการไหลผ่านครีบเอียง พบว่าการเพิ่มครีบเอียงมีอิทธิพลต่อลักษณะการไหลโดยครีบเอียงจะทำให้เกิดการหมุนวนของกระแสการไหล เมื่ออากาศไหลผ่านครีบเอียง จะเกิดการเหนี่ยวนำที่ด้านหลังของครีบซึ่งจะทำให้เกิดการกระแทกของกระแสการไหลที่ด้านหลังของครีบบริเวณผนัง ซึ่งการเกิดการกระแทกของกระแส ซึ่งส่วนนี้เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิดการเพิ่มการถ่ายเทความร้อน จากรูปจะเห็นได้ว่า แกนการไหลในแต่ละระนาบจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน คือ ส่วนที่เกิดจากครีบด้านบนและส่วนที่เกิดจากครีบด้านล่าง ซึ่งแกนการหมุนวนทั้งสองนี้จะมีขนาดเท่ากัน

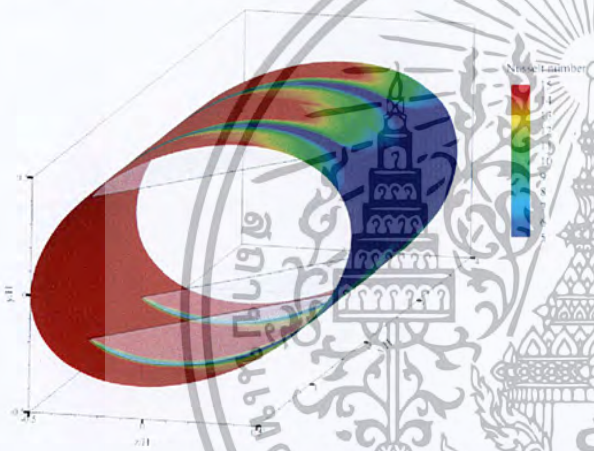
นอกจากแกนการหมุนหลักแล้วยังมีกระแสหมุนวนย่อย ๆ ที่บริเวณใกล้กับผนังท่อในทุกระนาบ ทั้งแกน

การการหมุนของกระแสหลักและย่อยจะเปลี่ยนไปตามระนาบหน้าตัดจาก A1 ถึง A5

3.3 การถ่ายเทความร้อน



รูปที่ 4 ภาพตัดคอนทัวร์อุณหภูมิบนระนาบขวางการไหล ในตำแหน่งต่าง ๆ ของท่อที่ติดตั้งครีบวงเฉียง สำหรับ $Re = 800$ และ $BR = 0.2$



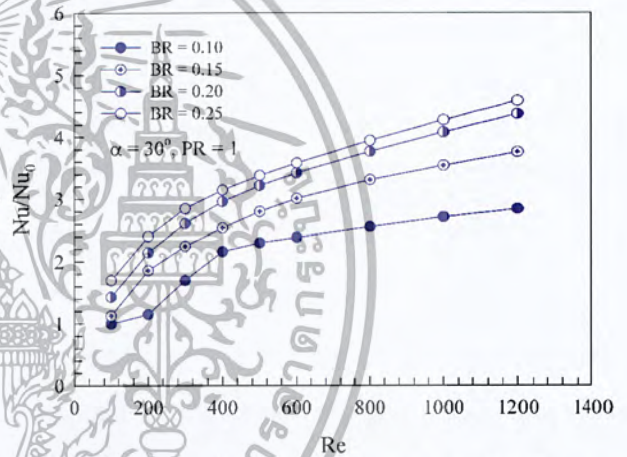
รูปที่ 5 ภาพตัดคอนทัวร์เลขนัสเซลท์ของทอกลมที่ติดตั้งติดตั้งครีบวงเฉียงสำหรับ $Re = 800$ และ $BR = 0.2$

จากรูปที่ 4 แสดงคอนทัวร์ของสนามอุณหภูมิสำหรับครีบวงเฉียงที่ค่า $Re = 800$ และ $BR = 0.2$ ซึ่งพบว่าการเพิ่มครีบวงเฉียงในท่อจะส่งผลให้ชั้นขีดผิวความร้อนที่บางกว่ากรณีท่อผิวเรียบ ซึ่งกรณีการเพิ่มครีบวงเฉียงที่มีค่า $BR = 0.25$ ให้การถ่ายเทความร้อนที่มีค่าสูงกว่ากรณีอื่น ๆ เนื่องจากผลของ BR ที่มีต่อชั้นขีดผิวความร้อน โดยค่า BR ที่เพิ่มขึ้นจะรบกวนชั้นขีดผิวความร้อนมากที่สุด จึงเกิดอัตราการถ่ายเทความร้อนที่มากที่สุด เมื่อเทียบกับกรณีอื่น ๆ

รูปที่ 5 แสดงคอนทัวร์ของเลขนัสเซลท์สำหรับครีบวงเฉียงที่ค่า $Re = 800$ และ $BR = 0.2$ พบว่าเกิดการกระแทกที่ผนังของท่อทำให้มีอัตราการถ่ายเท

ความร้อนเพิ่มมากขึ้นโดยส่วนที่มีการแสดงคอนทัวร์สีแดงจะเป็นส่วนที่มีการเกิดการกระแทกของกระแสการไหล จากรูปเมื่อวางรูปตามกระแสการไหล ท่อบริเวณด้านซ้ายจะเกิดการถ่ายเทความร้อนที่มากที่สุด

รูปที่ 6 แสดงการแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับค่าเลขเรย์โนลด์ ของครีบวงเฉียงทำมุมปะทะ 30° ที่ค่า BR ต่าง ๆ จากกราฟ พบว่าเมื่อค่า BR เพิ่มขึ้น ทำให้ค่าเลขนัสเซลท์เพิ่มมากขึ้น โดย $BR = 0.25$ จะให้ค่าเลขนัสเซลท์มากที่สุด โดยมีค่าเลขนัสเซลท์เท่ากับ 4.5 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ โดยในการใช้ครีบที่มีค่า $BR = 0.10-0.25$ จะให้ค่าการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนอยู่ในช่วง 1-4.5 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ

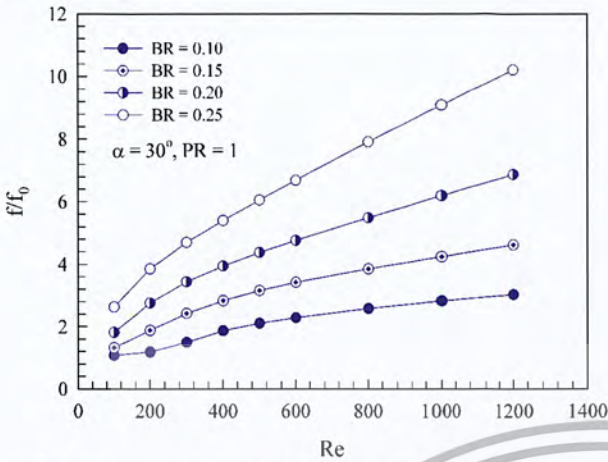


รูปที่ 6 การแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ ของทอกลมที่ติดตั้งติดตั้งครีบวงเฉียงที่ค่า BR ต่าง ๆ

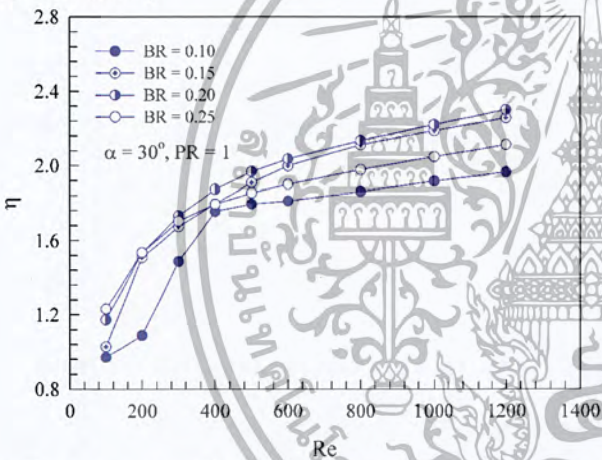
3.4 การสูญเสียความดัน

รูปที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขเรย์โนลด์กับอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานระหว่างทอกลมที่มีการติดตั้งครีบวงเฉียงต่อท่อผิวเรียบ, (f/f_0) ที่ค่า BR ต่าง ๆ ซึ่งเมื่อพิจารณาช่วงเลขเรย์โนลด์ระหว่าง 100 ถึง 1200 พบว่าค่าเลขเรย์โนลด์ที่เพิ่มขึ้นมีผลทำให้อัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นตาม และเมื่อทำการเพิ่มค่า BR ทำให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น กรณีครีบวงเฉียงทำมุมปะทะ 30° ที่ $BR = 0.25$ มีอัตราการเพิ่มค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุด ค่าตัวประกอบเสียดทานที่เพิ่มขึ้นจากการใช้ครีบวงเฉียงที่มีค่า $BR = 0.10-0.25$ จะให้

ค่าตัวประกอบเสียดทานอยู่ในช่วง 1-11 เท่าเมื่อเทียบกับท่อผิวเรียบ



รูปที่ 7 การแปรเปลี่ยนค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ของครีบบางเอียงทำมุมปะทะ 30° ที่ค่า BR ต่าง ๆ



รูปที่ 8 การแปรเปลี่ยน η ของครีบบางเอียงทำมุมปะทะ 30° ที่ค่า BR ต่าง ๆ

3.5 สมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อน

รูปที่ 8 แสดงความแปรเปลี่ยนค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่ค่าเลขเรย์โนลด์ต่างๆ ของท่อกลมที่มีการติดตั้งครีบบางเอียง โดยมีค่า BR = 0.10-0.25 พบว่าค่าเลขเรย์โนลด์ที่เพิ่มสูงขึ้นมีผลต่อการเพิ่มขึ้นของสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนในช่วงเลขเรย์โนลด์ที่พิจารณา โดยค่า BR = 0.20 จะให้ค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่สูงที่สุดเท่ากับ 2.3 ที่ค่าเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1200 ค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่ได้จากการติดตั้งแผ่นออริฟิตที่มี BR = 0.1-0.4 จะมีค่าอยู่ในช่วง 0.9-2.3

4. สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ท่อกลมมีการติดตั้งครีบบางเอียงทำมุมปะทะ 30° โดยมีค่า BR = 0.10-0.25 จะช่วยเพิ่มการถ่ายเทความร้อน 1 เท่า ถึง 4.5 เท่า, มีความเสียดทานเพิ่มขึ้น 1 ถึง 11 เท่า เมื่อเปรียบเทียบกับท่อกลมผิวเรียบและให้ค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนอยู่ในช่วง 0.9-2.3

สำหรับท่อกลมที่ติดตั้งครีบบางเอียงทำมุม พบว่าค่า BR = 0.25 จะให้ค่าอัตราการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนและค่าตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุด ส่วนค่า BR = 0.2 จะให้ค่าสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนมากที่สุดที่ค่าเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1200

5. เอกสารอ้างอิง

[1] Patankar, S.V., Liu, C.H. and Sparrow, E.M. (1977). Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area, *ASME J. Heat Transfer*, vol.99 (1977), pp.180-186.

[2] Promvonge, P., Sripattanapipat, S., Tamna, S., Kwankaomeng, S. and Thianpong, C. (2010). Numerical investigation of laminar heat transfer in a square channel with 45 deg inclined baffles, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, vol.37 (2010), pp.170-177.

[3] Amiri, A., Vafai, K. and Kuzay, T.M. (1995). Effects of boundary conditions on non-Darcian heat transfer through porous media and experimental comparison. *Numer. Heat Transfer, Part A: Appl*, vol.27 (1995), pp.651-664.

[4] Sripattanapipat, S. and Promvonge, P. (2009). Numerical analysis of laminar heat transfer in a channel with diamond-shaped baffles, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, vol.36 (2009), pp.32-38.

[5] Han, J.C., Zhang, Y.M. and Lee, C.P. (1991). Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed and V-shaped

angled ribs, *ASME J. Heat Transfer*, vol.113 (1991), pp.590–596.

[6] Han. J.C. and Zhang Y.M. (1992). High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.35 (1992), pp.513–523.

[7] Liou. T.M. and Hwang. J.J. (1992). Turbulent heat transfers augmentation and friction in periodic fully developed channel flows, *ASME J. Heat Transfer*, vol.114 (1992), pp.56–64.

[8] Liou. T.M. and Hwang. J.J. (1993). Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.36 (1993), pp.931–940.

[9] Patankar. S.V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.

[10] Incropera. F., Dewitt. P.D. (1996), *Introduction to heat transfer*, 3rd edition John Wiley & Sons Inc.

[11] Hans. V.S., Saini. R.P. and Saini. J.S. (2009). Performance of artificially roughened solar air heaters-a review, *Renewable Sustainable Energy Rev*, vol.13 (2009), pp.1854-1869.

[12] Varun, Saini. R.P. and Singal. S.K. (2007). A review on roughness geometry used in solar air heaters, *Solar Energy*, vol.81 (2007), pp.1340–1350.

BR สัดส่วนความสูงของครีบท่อต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อกลม, b/D

b ความสูงของครีบท่อ, m

D_h เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อ ($=H$)

f ตัวประกอบเสียดทาน

h_x สัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉพาะที่, W/m^2-K

k ค่าการนำความร้อน, $W/m-K$

L ความยาวคาบของส่วนทดสอบ (หรือระยะพิทช์, H), m

Nu เลขนัสเซิลท์

p ความดันสถิตย, Pa

Pr เลขพรานด์

Re เลขเรย์โนลด์ ($\rho u D_h / \mu$)

T อุณหภูมิ, K

u_i ความเร็วในทิศทาง x_i , m/s

u ความเร็วเฉลี่ยในท่อ, m/s

ตัวอักษรกรีก

μ ความหนืดสมบูรณ์, kg/s-m

Γ สภาพการแพร่ทางความร้อน

α มุมประทะ, องศา

η สมรรถนะเชิงความร้อน

ρ ความหนาแน่น, kg/m^3

ตัวห้อย

in ทางเข้า

O ท่อเรียบ

w ผนัง

รายการสัญลักษณ์