สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ดุลยภาพ

Controller Design for the Balancing Robot

T117933

ครรชิต ภาวนานนท์

KANCHIT PAWANANONT

สพ.
ค153ก
2553
เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 117933
วัน,เดือน,ปี 22 ส.ค. 2554

b. 12348065
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2553

KMITL-2010-EN-M-080-160

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Controller Design for the Balancing Robot

KANCHIT PAWANANONT

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF

MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LAKRABANG

2010

KMITL-2010-EN-M-080-160

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2010

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LAKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ดุลยภาพ
ชื่อนักศึกษา	นายครรชิต ภาวนานนท์
รหัสนักศึกษา	49060552
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมระบบควบคุม
พ.ศ.	2553
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.สุเธียร เกียรติสุนทร

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ดุลยภาพโดยสร้างแบบจำลองพลวัตของหุ่นยนต์ดุลยภาพจากกฎของนิวตัน ในการประมาณแบบจำลองเชิงเส้นของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อทำการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ จากนั้นเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุม โดยแบบจำลองคอมพิวเตอร์และการทดลองกับหุ่นยนต์ดุลยภาพจริงผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าสมรรถนะของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ดีกว่าตัวควบคุมแบบพีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Controller Design for the Balancing Robot
Student	Mr. Kanchit Pawananont
Student ID.	49060552
Degree	Master of Engineering
Program	Control Engineering
Year	2010
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Suthian Kiatsunthorn

ABSTRACT

This thesis presents controller designs for a balancing robot. The dynamic model of the balancing robot is derived based on the inverted pendulum model and subsequently linearized to obtain the linear equation. Proportional-Derivative (PD) and Linear Quadratic Regulator (LQR) controllers are designed and employed to control the balancing robot. Experimental and simulation results show that in the presence of large deviation angles the LQR controller can stabilize the balancing robot with a better performance than its PD counterpart.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณความกรุณาจาก รศ. สุเธียร เกียรติสุนทร อาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ให้ความช่วยเหลือและให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการแก้ปัญหาที่พบเจอ ทั้งในเรื่องการทำงานในชีวิตประจำวันและในเรื่องของวิทยานิพนธ์ ทำให้ผู้เขียนรู้ถึงการดำเนินชีวิตอย่างนักศึกษา นักวิจัย และสามารถนำไปใช้ในชีวิตของการทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ขอกราบขอบคุณ รศ. ประภาษ อุคคกิมาพันธุ์ ผศ. สุมิตร พนาอุดมทรัพย์ ผศ. ดร. ถาวร เบญจนราสุทธิ์ และ อาจารย์ สังวาล บกสุวรรณ สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดและควบคุม ที่ได้ให้คำปรึกษาในงานวิจัยและแนะนำวิธีการออกแบบโครงสร้างหุ่นยนต์และทฤษฎีระบบควบคุม จึงทำให้ผู้เขียนเข้าใจถึงที่มาของปัญหาและสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกวิธี

ขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดและควบคุม ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำวิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวก ให้แก่ผู้เขียนจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอขอบคุณ ดร.สารสิน บุพพานนท์ ตำแหน่งกรรมการผู้จัดการบริษัท Atiz Innovation Co., Ltd ที่ได้ให้การสนับสนุนอุปกรณ์และเครื่องมือในการทำวิจัยในครั้งนี้

และท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่รักและเคารพ ที่สนับสนุนให้โอกาสผู้เขียนได้เล่าเรียนจนถึงวันนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ในห้องวิจัยทุกคนที่ให้คำปรึกษาแนะนำและเป็นกำลังใจให้ด้วยดีเสมอมาจนสามารถนำสิ่งต่างๆ ที่ได้รับมานั้นจัดทำเป็นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ขึ้นมาจนเสร็จสิ้นสมบูรณ์

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ครูอาจารย์ที่เคารพ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

ครรชิต ภาวนานนท์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II

กิตติกรรมประกาศ.....III

สารบัญ.....IV

สารบัญตาราง.....VII

สารบัญรูป.....VIII

คำย่อและสัญลักษณ์.....XI

บทที่ 1 บทนำ.....1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....1

1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....1

1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....2

บทที่ 2 การออกแบบหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....3

2.1 ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....3

2.1.1 หุ่นยนต์ดุลยภาพ.....3

2.1.2 เครื่องคอมพิวเตอร์.....4

2.1.3 อุปกรณ์เชื่อมต่อ.....4

2.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....5

2.2.1 แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....6

2.2.2 แบบจำลองล้อทั้งสองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....9

2.2.3 แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม.....11

2.3 การประมาณเชิงเส้น.....12

2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง.....12

2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน.....14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

บทที่ 3 ทฤษฎีสำหรับการออกแบบตัวควบคุม.....18

3.1 ทฤษฎีในการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี.....18

3.2 ทฤษฎีในการออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์.....20

บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....24

4.1 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วย ตัวควบคุมแบบพีดี.....24

4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วย ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์.....26

4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม.....28

บทที่ 5 การจำลองและการทดลอง.....29

5.1การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....30

5.2 การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบพีดีที่ใช้ใน การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....32

5.3 การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ใน การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....38

5.4 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ใช้กับการจำลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....43

5.5 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ใช้กับการทดลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ.....45

5.6 การเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะ.....47

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....49

6.1 บทสรุป.....49

6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย.....50

6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา.....50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

บรรณานุกรม.....51

ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....53
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....61
ภาคผนวก ค ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....74

ประวัติผู้เขียน.....81

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2.1 ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ.....15

4.1 ผลการออกแบบตัวควบคุม.....28

5.1 ผลของค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุม.....48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 โครงสร้างระบบควบคุมหุ่นยนต์คุลยภาพ....3

2.2 ชุดทดลองหุ่นยนต์คุลยภาพ....4

2.3 อุปกรณ์เชื่อมต่อหุ่นยนต์คุลยภาพ....5

2.4 แบบจำลองหุ่นยนต์คุลยภาพ....5

2.5 แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง....6

2.6 แบบจำลองล้อทั้งสองข้างของหุ่นยนต์คุลยภาพ....9

2.7 แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม....11

3.1 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี....18

3.2 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์....20

4.1 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี....24

4.2 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์....26

5.1 สัญญาณรบกวนแบบพัลส์....30

5.2 ผลตอบสนองวงเปิดของการทดลอง....31

5.3 ผลตอบสนองวงเปิดของการจำลอง....31

5.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิด....32

5.5 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี....33

5.6 มุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง....33

5.7 มุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง....34

5.8 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบพีดี....34

5.9 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง....35

5.10 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง....35

5.11 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดี....36

5.12 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง....36

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.13 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง....37

5.14 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดี....37

5.15 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์....38

5.16 มุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง....39

5.17 มุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง....30

5.18 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์....40

5.19 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง....40

5.20 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง....41

5.21 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์....41

5.22 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง....42

5.23 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง....42

5.24 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์....43

5.25 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง....44

5.26 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง....44

5.27 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง....45

5.28 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง....46

5.29 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง....46

5.30 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง....47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

ก.1 ภาพถ่ายการ์ดแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นข้อมูลดิจิตอลและแปลงข้อมูลดิจิตอล เป็นสัญญาณอนาล็อก....55

ก.2 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อที่ใช้ในการทดลอง....55

ก.3 สัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอนโค๊ดเดอร์ 1 รอบ....57

ก.4 ภาพถ่ายแม็กเนติคเอนโค๊ดเดอร์....57

ก.5 ลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดความเร่ง....58

ก.6 ลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดมุม....59

ก.7 ภาพถ่ายเซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดมุม....59

ก.8 ภาพถ่ายวงจรซีโรสแปน....60

ก.9 ภาพถ่ายระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ....60

ข.1 โปรแกรม Simulink ทดสอบหาโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์ดุลยภาพ....63

ข.2 โปรแกรม Simulink ตัวควบคุมแบบพีดี....64

ข.3 โปรแกรม Simulink ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์....64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำย่อและสัญลักษณ์

x คือ ตัวแปรตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

$\dot{x}$ คือ ตัวแปรความเร็วของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

θ_P คือ ตัวแปรมุมของอินเวอร์ทเพนดูลัม

$\dot{\theta}_P$ คือ ตัวแปรความเร็วเชิงมุมของอินเวอร์ทเพนดูลัม

g คือ ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก

r คือ รัศมีของล้อ

M_W คือ มวลของล้อ

M_P คือ มวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม

I_P คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม

I_W คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ

L คือ ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม

K_m คือ ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์

K_e คือ ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์

R_a คือ ค่าความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ของมอเตอร์

A คือ เมตริกซ์ระบบ

B คือ เมตริกซ์อินพุต

C คือ เมตริกซ์เอาต์พุต

u คือ สัญญาณควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

y คือ สัญญาณเอาต์พุต

x คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ

e คือ ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก

K คือ เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ

K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบสัดส่วน

K_d คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

V_a คือ แรงดันอินพุตของระบบ

T_d คือ ค่าเวลาอนุพันธ์

J คือ ดัชนีสมรรถนะ

Q คือ เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบกึ่งบวกแน่นอน

R คือ เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบบวกแน่นอน

P คือ เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบกึ่งบวกแน่นอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

หุ่นยนต์ดุลยภาพ (balancing robot) เป็นอินเวอร์ทเพนดูลัม (invert pendulum) แบบหนึ่งที่มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ [1] การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพจำเป็นต้องเลือกตัวควบคุมที่เหมาะสม เพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพควบคู่กับการปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการประยุกต์ใช้งานหลักการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี (PD ย่อจาก Proportional-Derivative) และการออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ (LQR ย่อจาก Linear Quadratic Regulator) เพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพและปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ออกแบบหุ่นยนต์ดุลยภาพ
2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี
3. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์
4. ออกแบบตัวควบคุมสำหรับควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. สร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
2. สร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
3. เปรียบเทียบแบบจำลองคอมพิวเตอร์กับหุ่นยนต์ดุลยภาพ
4. ออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
5. ออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
6. เปรียบเทียบผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพของตัวควบคุมแบบพีดี ระหว่างแบบจำลองคอมพิวเตอร์กับหุ่นยนต์ดุลยภาพจริง
7. เปรียบเทียบผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ระหว่างแบบจำลองคอมพิวเตอร์กับหุ่นยนต์ดุลยภาพจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8. เปรียบเทียบผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพของตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยแบบจำลองคอมพิวเตอร์
9. เปรียบเทียบผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพของตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยทดลองกับหุ่นยนต์ดุลยภาพจริง

1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ แบ่งเป็น 6 บท รายละเอียดแต่ละบท ดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของหัวข้องานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัยขอบเขตและขั้นตอนในการวิจัย และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์แต่ละบท

บทที่ 2 กล่าวถึงรายละเอียดและโครงสร้างของหุ่นยนต์ดุลยภาพและการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานในบทที่ 3

บทที่ 5 กล่าวถึงการสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพโดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ในบทที่ 2 และใช้ตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4

ศึกษาผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพของตัวควบคุมแบบพีดีเปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยแบบจำลองคอมพิวเตอร์ และเปรียบเทียบผลการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยแบบจำลองคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบกับหุ่นยนต์ดุลยภาพจริง

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนท้ายสุดของวิทยานิพนธ์ เป็นภาคผนวก แสดงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้วิจัย แนวคิดการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิจัย พร้อมผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์และประวัติผู้เขียนโดยสังเขป

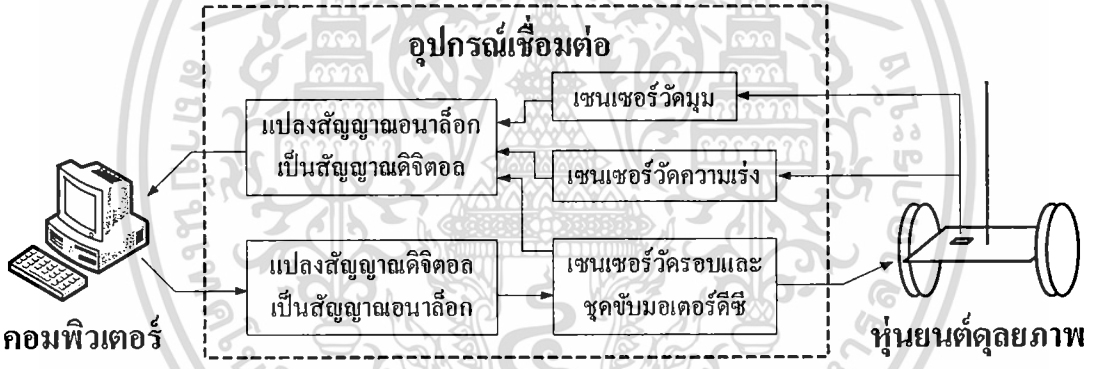
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
การออกแบบหุ่นยนต์ดุลยภาพ

การออกแบบหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อใช้ในการศึกษาและทดลอง เนื่องจากคุณสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และการประมาณเชิงเส้นมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ หุ่นยนต์ดุลยภาพ เครื่องคอมพิวเตอร์ และอุปกรณ์เชื่อมต่อ ดังรูปที่ 2.1

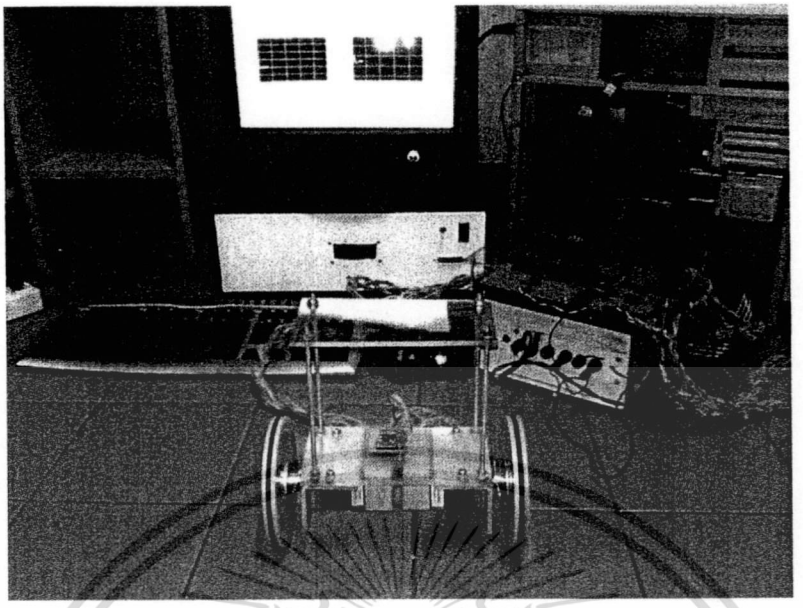


รูปที่ 2.1 โครงสร้างระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

2.1.1 หุ่นยนต์ดุลยภาพ

หุ่นยนต์ดุลยภาพประกอบด้วย อินเวอร์ทเพนดูลัม ล้อสองล้อ และมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงทำหน้าที่ รักษาสมดุลหุ่นยนต์ดุลยภาพและขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อรักษาสมดุล ล้อสองล้อทำหน้าที่ เคลื่อนที่เพื่อรักษาสมดุลหุ่นยนต์ดุลยภาพ อินเวอร์ทเพนดูลัมทำหน้าที่ เปลี่ยนแปลงจุดสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ชุดทดลองหุ่นยนต์ดุลยภาพ

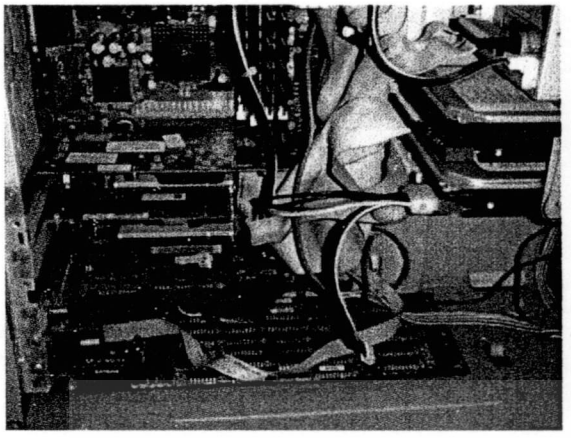
2.1.2 เครื่องคอมพิวเตอร์

เครื่องคอมพิวเตอร์ ทำหน้าที่ควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลร่วมกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ควบคุมเวลาจริง (real-time control) รายละเอียดโปรแกรมคอมพิวเตอร์ควบคุมเวลาจริงแสดงในภาคผนวก ข.

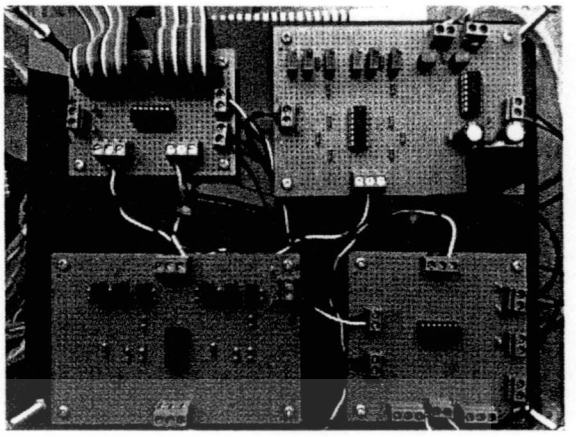
2.1.3 อุปกรณ์เชื่อมต่อ

อุปกรณ์เชื่อมต่อ ทำหน้าที่ ติดต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับหุ่นยนต์ดุลยภาพ ประกอบด้วย อุปกรณ์แปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล (analog to digital converter) และ อุปกรณ์แปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก (digital to analog converter) อุปกรณ์แปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล ทำหน้าที่ รับสัญญาณวัดมุมจากอุปกรณ์วัดมุมและรับสัญญาณวัดความเร่งจากอุปกรณ์วัดความเร่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพส่งให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ อุปกรณ์แปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก ทำหน้าที่ ส่งสัญญาณควบคุมจากเครื่องคอมพิวเตอร์ให้กับวงจรซีโรและสแปน ดังแสดงในรูปที่ 2.3 (ก) วงจรซีโรและสแปน (zero and span circuit) ทำหน้าที่ ปรับอัตราขยายแรงดันไฟฟ้าก่อนส่งไปยังวงจรขับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 (ข)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) การ์ดแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิตอล และแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก



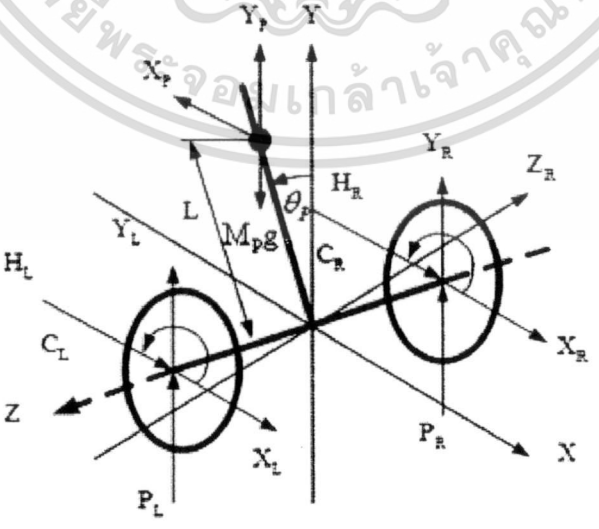
(ข) วงจรซีโรและสแปน

รูปที่ 2.3 อุปกรณ์เชื่อมต่อหุ่นยนต์ดุลยภาพ

2.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ [5] [7] [8] ดังรูปที่ 2.4 โดยแบ่งการพิจารณาหุ่นยนต์ดุลยภาพ ออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง
2. ล้อสองล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
3. อินเวอร์ทเพนดูลัม



รูปที่ 2.4 แบบจำลองหุ่นยนต์ดุลยภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ θ_P : มุมของอินเวอร์ทเพนดูลัม (rad)

x : ตำแหน่งของอินเวอร์ทเพนดูลัม (m)

g : ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก (m/sec^2)

r : รัศมีของล้อ (m)

M_W : มวลของล้อ (kg)

M_P : มวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม (kg)

I_P : โมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (kg·m^2)

I_W : โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ (kg·m^2)

L : ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม(m)

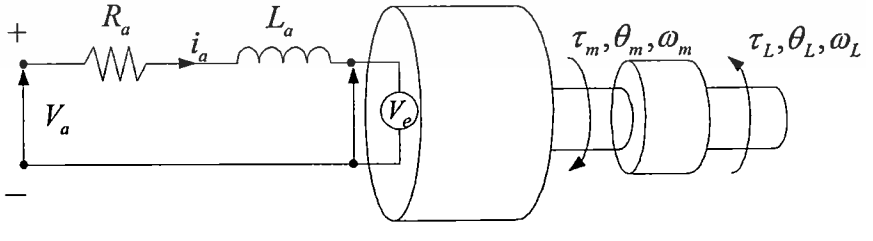
K_m : ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์ (N·m/A)

K_e : ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์ (V·s/rad)

R_a : ค่าความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ของมอเตอร์ (Ω)

2.2.1 แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

ในการขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดุลยภาพโดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสองตัว แบบจำลองของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสามารถพิจารณาดัง รูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงดันไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ V_a เท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าบนตัวต้านทาน ของอาร์-เมเจอร์ R_a ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าของอาร์เมเจอร์ L_a และแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ (back emf) V_e ดังสมการที่ 2.1

$$V_a = i_a R_a + L_a \frac{d}{dt} i_a + V_e \tag{2.1}$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับของอาร์เมเจอร์จะแปรผันตามความเร็วเชิงมุมของเพลา ω_m ดังสมการที่ 2.2

$$V_e = K_e \omega_m \tag{2.2}$$

โดยค่าความเร็วเชิงมุมสัมพันธ์กับตำแหน่งมุมดังสมการที่ 2.3

$$\omega_m = \frac{d}{dt} \theta_m = \dot{\theta}_m \tag{2.3}$$

เนื่องจากค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่อาร์เมเจอร์มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $L_a \approx 0$ จากสมการที่ 2.1 สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 2.4

$$V_a = i_a R_a + V_e$$

$$i_a = \frac{V_a - V_e}{R_a} \tag{2.4}$$

เมื่อมีกระแส i_a ที่อาร์เมเจอร์ มอเตอร์จะสร้างแรงบิด τ_m โดยจะแปรผันกับค่าของกระแส i_a ดังสมการที่ 2.5

$$\tau_m = K_m i_a \tag{2.5}$$

แรงบิดที่อาร์เมเจอร์จะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงบิด ที่เกิดจากความเสียดทานสถิต τ_L โดยแรงบิดที่เกิดจากความเสียดทานจลน์นั้น จะมีค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m ซึ่งเกิดขึ้นขณะที่เพลาหมุน และแรงบิดที่ทำให้อาร์เมเจอร์ซึ่งมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย I_m เกิดความเร่งเชิงมุม ดังสมการที่ 2.6

$$\tau_m = \tau_L + b_m \omega_m + I_m \ddot{\theta}_m \tag{2.6}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าของสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $b_m \approx 0$ สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.7

$$\tau_m = \tau_L + I_m \dot{\theta}_m \tag{2.7}$$

นำสมการที่ 2.2 แทนค่าลงในสมการที่ 2.4 จะได้ สมการที่ 2.8 และนำสมการที่ 2.5 แทนค่าลงในสมการที่ 2.7 จะได้ สมการที่ 2.9

$$i_a = \frac{V_a - K_e \dot{\theta}_m}{R_a} \tag{2.8}$$

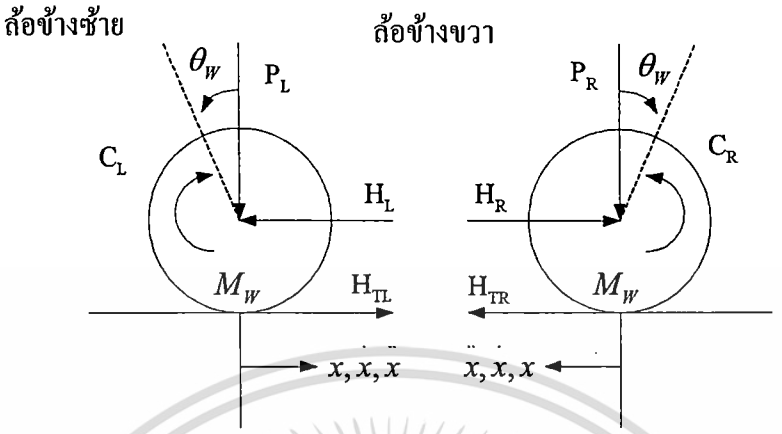
$$K_m i_a = \tau_L + I_m \dot{\theta}_m \tag{2.9}$$

นำสมการที่ 2.8 แทนค่าลงในสมการที่ 2.9 และพิจารณาค่าของสัมประสิทธิ์โมเมนต์ความเฉื่อยมอเตอร์ $I_m << \tau_L$ จึงส่งผลให้ $I_m \approx 0$ จะได้สมการที่ 2.10

$$\tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_m}{R_a} \tag{2.10}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 แบบจำลองล้อสองล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ



รูปที่ 2.6 แบบจำลองล้อสองล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

มุมที่ล้อทั้งสองหมุน จะได้ผลรวมของแรงในแนวแกนนอน ดังสมการที่ 2.11

$$M_W \ddot{x} = H_{TL} - H_L \tag{2.11}$$

โดยมีโมเมนต์รวมรอบ จุดศูนย์กลางของล้อ ดังสมการที่ 2.12

$$I_W \ddot{\theta}_W = C_L - H_{TL} r \tag{2.12}$$

แกนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ต่ออยู่กับล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ จะได้แรงที่ล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ จากสมการที่ 2.10 เมื่อ $\theta_W = \theta_m$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ ดังสมการที่ 2.13

$$C_L = \tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_W}{R_a} \tag{2.13}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการที่ 2.13 แทนลงในสมการที่ 2.12 จะได้ ดังสมการที่ 2.14

$$I_W \ddot{\theta}_W = \frac{K_m V_a}{R_a} - \frac{K_m K_e \dot{\theta}_W}{R_a} - H_{TL} r$$

$$H_{TL} = -\frac{K_m K_e \dot{\theta}_W}{R_a r} + \frac{K_m V_a}{R_a r} - \frac{I_W \ddot{\theta}_W}{r} \qquad (2.14)$$

การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ดุลยภาพสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\ddot{\theta}_W r = \ddot{x} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta}_W = \frac{\ddot{x}}{r}$$

$$\dot{\theta}_W r = \dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta}_W = \frac{\dot{x}}{r}$$

นำสมการที่ 2.14 แทนลงในสมการที่ 2.11 จะได้สมการเชิงเส้น ดังสมการที่ 2.15

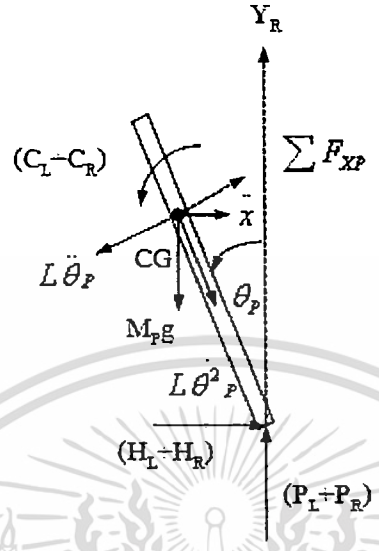
$$M_W \ddot{x} = -\frac{K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{K_m V_a}{R_a r} - \frac{I_W \ddot{x}}{r^2} - H_L \qquad (2.15)$$

เนื่องจากโมเมนต์ล้อซ้ายและล้อขวามีค่าเท่ากัน ดังนั้นผลรวมโมเมนต์ล้อซ้ายและล้อขวาสามารถเขียนสมการใหม่ ดังสมการที่ 2.16

$$2\left(M_W + \frac{I_W}{r^2}\right)\ddot{x} = -\frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - (H_L + H_R) \qquad (2.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.3 แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม



รูปที่ 2.7 แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม

ผลรวมของแรงที่ได้จากแบบจำลองของอินเวอร์ทเพนดูลัมในแนวแกนนอน [2] ดังสมการที่ 2.17

$$M_P \ddot{x} = (H_L + H_R) - M_P L\ddot{\theta}_P \cos\theta_P + M_P L\dot{\theta}_P^{\,2} \sin\theta_P \qquad (2.17)$$

ผลรวมของแรงในแนวตั้งฉากของอินเวอร์ทเพนดูลัม ดังสมการที่ 2.18

$$M_P \cos\theta_P \ddot{x} = (H_L + H_R)L\cos\theta_P + (P_L + P_R)L\sin\theta_P - M_P g\sin\theta_P - M_P L\ddot{\theta}_P \qquad (2.18)$$

ผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบ จุดศูนย์กลางของอินเวอร์ทเพนดูลัม ดังสมการที่ 2.19

$$I_P \ddot{\theta}_P = -(H_L + H_R)L\cos\theta_P - (P_L + P_R)L\sin\theta_P - (C_L + C_R) \qquad (2.19)$$

ผลรวมของแรงที่ล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ดังสมการที่ 2.13 สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น $\dot{\theta}_W = \frac{\dot{x}}{r}$ จากนั้นแทนค่าลงในสมการที่ 2.19 สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังสมการที่ 2.20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-(H_L + H_R)L\cos\theta_P - (P_L + P_R)L\sin\theta_P = I_P\ddot{\theta}_P + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r} \quad (2.20)$$

แทนค่าสมการที่ 2.18 ลงในสมการที่ 2.20 และนำ $-L$ คูณสมการทั้งสองข้าง จะได้สมการที่ 2.21

$$I_P\ddot{\theta}_P + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r} + M_P gL\sin\theta_P + M_P L^2\ddot{\theta}_P = -M_P L\cos\theta_P \ddot{x} \quad (2.21)$$

การกำจัด $(H_L + H_R)$ ออกจากระบบพลวัตของมอเตอร์ โดยการแทนค่าสมการที่ 2.16 ลงในสมการที่ 2.17 จะได้

$$\left(2M_W + \frac{2I_W}{r^2} + M_P\right)\ddot{x} = -\frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - M_P L\ddot{\theta}_P\cos\theta_P + M_P L\dot{\theta}_P^2\sin\theta_P \quad (2.22)$$

2.3 การประมาณเชิงเส้น

การประมาณเชิงเส้นของหุ่นยนต์ดุลยภาพแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยในส่วนแรกเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อเป็นการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_P) และส่วนที่สองเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อใช้ในการเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังนี้

2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ $\theta_P = \pi + \phi_P$ เมื่อ ϕ_P เป็นมุมขนาดเล็กๆ ที่อยู่ในแนวแกนตั้ง สามารถประมาณตัวแปรสเตตได้ดังนี้

$$\cos\theta_P = -1, \sin\theta_P = -\phi_P \qquad \text{และ} \qquad \left(\frac{d}{dt}\theta_P\right)^2 \approx 0$$

ดังนั้นจะได้สมการ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 2.21 กับสมการที่ 2.22 ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\ddot{\phi}_P = \frac{M_P L \ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r \alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r \alpha} + \frac{M_P g L \phi_P}{\alpha} \tag{2.23}$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r \beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2 \beta} + \frac{M_P L \ddot{\phi}_P}{\beta} \tag{2.24}$$

เมื่อ

$$\alpha = I_P + M_P L^2 \quad , \quad \beta = 2M_W + \frac{2I_W}{r^2} + M_P$$

นำสมการที่ 2.23 แทนลงในสมการที่ 2.24 และนำสมการที่ 2.24 แทนลงในสมการที่ 2.23 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{\mathrm{x}} = A\mathrm{x} + Bu$ ดังสมการที่ 2.25

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi}_P \\ \ddot{\phi}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi_P \\ \dot{\phi}_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \tag{2.25}$$

เมื่อ A_{22} คือ $\left(\frac{M_P L}{\beta}\right)\left(\frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}\right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}$

A_{23} คือ $\frac{(M_P L)^2 g}{\alpha \beta}$

A_{42} คือ $\left(\frac{M_P L}{\alpha}\right)\left(-\frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}\right) + \frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}$

A_{43} คือ $\frac{M_P L g}{\alpha}$

B_{21} คือ $\left(\frac{M_P L}{\beta}\right)\left(-\frac{2K_m}{R_a r \alpha}\right) + \frac{2K_m}{R_a r \beta}$

B_{41} คือ $\left(\frac{M_P L}{\alpha}\right)\left(\frac{2K_m}{R_a r \beta}\right) - \frac{2K_m}{R_a r \alpha}$

u คือ V_a

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ $\theta_P = 0$ เมื่อ θ_P เป็นมุมขนาดเล็กๆ ที่อยู่ในแนวแกนตั้ง สามารถประมาณตัวแปรสเตตได้ดังนี้

$$\cos\theta_P = 1, \sin\theta_P = \theta_P \quad \text{และ} \quad \left(\frac{d}{dt}\theta_P\right)^2 \approx 0$$

ดังนั้นจะได้สมการ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 2.21 กับสมการที่ 2.22 ดังนี้

$$\ddot{\theta}_P = -\frac{M_P L\ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r\alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r\alpha} - \frac{M_P g L\theta_P}{\alpha} \tag{2.26}$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r\beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2\beta} - \frac{M_P L\ddot{\theta}_P}{\beta} \tag{2.27}$$

เมื่อ

$$\alpha = I_P + M_P L^2 \quad , \quad \beta = 2M_W + \frac{2I_W}{r^2} + M_P$$

นำสมการที่ 2.26 แทนลงในสมการที่ 2.27 และนำสมการที่ 2.27 แทนลงในสมการที่ 2.26 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{\mathrm{x}} = A\mathrm{x} + Bu$ ดังสมการที่ 2.28

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta}_P \\ \ddot{\theta}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_P \\ \dot{\theta}_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \tag{2.28}$$

เมื่อ A_{22} คือ $\left(-\frac{M_P L}{\beta}\right)\left(\frac{2K_m K_e}{R_a r\alpha}\right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2\beta}$

A_{23} คือ $\frac{(M_P L)^2 g}{\alpha\beta}$

A_{42} คือ $\left(-\frac{M_P L}{\alpha}\right)\left(-\frac{2K_m K_e}{R_a r^2\beta}\right) + \frac{2K_m K_e}{R_a r\alpha}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A_{43} คือ $-\frac{M_P Lg}{\alpha}$

B_{21} คือ $\left(-\frac{M_P L}{\beta}\right)\left(-\frac{2K_m}{R_a r\alpha}\right)+\frac{2K_m}{R_a r\beta}$

B_{41} คือ $\left(-\frac{M_P L}{\alpha}\right)\left(\frac{2K_m}{R_a r\beta}\right)-\frac{2K_m}{R_a r\alpha}$

u คือ V_a

ในแบบจำลองเบื้องต้นของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สมมติให้ล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพไม่มีการลื่นไหล โดยจะพิจารณามุมในการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นมุมขนาดเล็กๆ ในการชั่งน้ำหนักของหุ่นยนต์ดุลยภาพและวัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม และหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์ดุลยภาพแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ ของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ

แรงบิดคงที่ของมอเตอร์ (K_m)	0.3674 (N·m/A)
แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์ (K_e)	0.7661 (V·s/rad)
มวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม (M_P)	1.5 (kg)
มวลของล้อ (M_W)	0.2 (kg)
ความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ของมอเตอร์ (R_a)	14 (Ω)
รัศมีของล้อ (r)	0.06 (m)
ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม(L)	0.05 (m)
ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก (g)	9.81 (m/sec^2)
โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ (I_W)	0.00036 (kg·m^2)
โมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_P)	0.003278 (kg·m^2)

การประมาณเชิงเส้นของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน นั้นมีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ จากนั้นแทนค่าพารามิเตอร์ที่แสดงในตารางที่ 2.1 ลงในสมการที่ 2.28 ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 2.29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta}_P \\ \ddot{\theta}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6304 & 2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 30.4676 & 82.6407 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_P \\ \dot{\theta}_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} V_a \tag{2.29}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [x \;\; \dot{x} \;\; \theta_P \;\; \dot{\theta}_P]^T \tag{2.30}$$

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ดังนี้

$$\frac{\theta_P(s)}{V_a(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{2.31}$$

$$sI - A = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s + 2.6304 & -2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & -30.4676 & -82.6407 & s \end{bmatrix}$$

จากนั้นทำการหาค่าเมทริกซ์ผกผันที่แสดงในสมการที่ 2.32 ดังนี้

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{\det(sI - A)} adj(sI - A) \tag{2.32}$$

$$\det(sI - A) = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s + 2.6304 & -2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & -30.4676 & -82.6407 & s \end{vmatrix}$$

$$= s^4 + 2.6304s^3 - 82.64s^2 - 307.3s$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

$$adj(sI-A) =$$

$$\begin{bmatrix} s^4+2.63s^3-82.64s^2-307.3s & s^2-82.64 & 2.95s & 2.95 \\ 0 & s^3-82.64s & 2.95s^2 & 2.95s \\ 0 & 30.46s & s^3+2.63s^2 & s^2+2.63s \\ 0 & 30.46s^2 & 82.64s^2+307.3s & s^3+2.63s^2 \end{bmatrix}$$

จากแทนค่าลงในสมการที่ 2.31 จะได้

$$\frac{\theta_P(s)}{V_a(s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left(\left[\frac{1}{\det(sI-A)} adj(sI-A) \right] \right) \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} + [0]$$

เพราะฉะนั้นจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\frac{\theta_P(s)}{V_a(s)} = \frac{101.8s+173.5}{s^3+2.63s^2-82.64s-307.3} \tag{2.33}$$

ในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตำแหน่งก็ทำในลักษณะเดียวกันกับการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของมุม

$$\frac{X(s)}{V_a(s)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\left[\frac{1}{\det(sI-A)} adj(sI-A) \right] \right) \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} + [0]$$

$$\frac{X(s)}{V_a(s)} = \frac{-3.093s^2+555.9}{s^4+2.63s^3-82.64s^2-307.3s} \tag{2.34}$$

จากสมการที่ 2.29 กับสมการที่ 2.33 จะได้ปริภูมิสถานะของหุ่นยนต์ดุลยภาพและฟังก์ชันถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพตามลำดับ ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

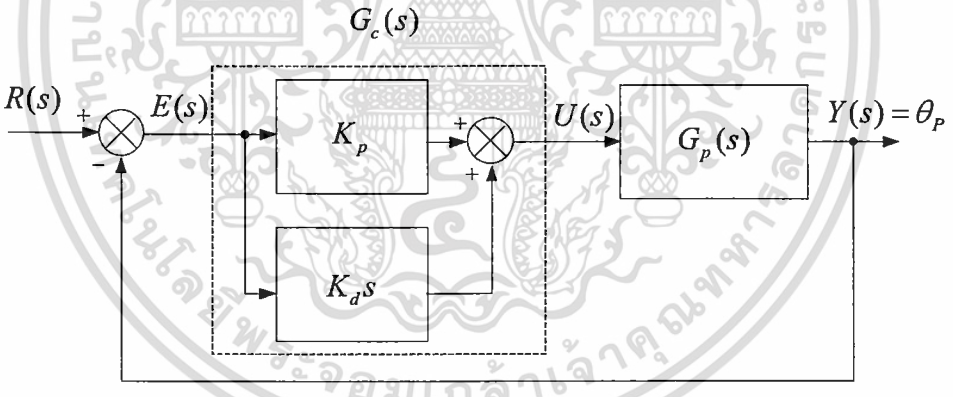
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
117933

บทที่ 3
ทฤษฎีสำหรับการออกแบบตัวควบคุม

บทนี้กล่าวถึงทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยแบ่งออกเป็นสองส่วน คือส่วนแรกอธิบายถึงทฤษฎีการควบคุมแบบพีดี ข้อดีของการควบคุมแบบพีดีคือ ทำให้ระบบควบคุมมีผลตอบสนองชั่วขณะที่เร็วขึ้น ส่วนที่สองอธิบายถึงทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ข้อดีคือมีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในระบบและยังสามารถกำจัดสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบได้

3.1 ทฤษฎีในการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี

การออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี ใช้เพื่อปรับปรุงระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ ให้มีผลตอบสนองชั่วขณะที่ดีขึ้นและยังมีโครงสร้างการคำนวณที่ไม่ซับซ้อน ดังนั้นการควบคุมแบบพีดีสามารถเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี

จากโครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดี ในรูปที่ 3.1นั้น มีสัญญาณควบคุมคือ

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t) \tag{3.1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $u(t)$ คือ สัญญาณควบคุม

K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบสัดส่วน

K_d คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

$e(t)$ คือ ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก

การออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ซึ่งออกแบบโดยใช้วิธีการวางโพล โดยให้สัญญาณเอาต์พุตของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพลดลงด้วยอัตราหนึ่งในสี่ (quarterly-decay) กล่าวคือ ยอดคลื่นอันที่สองต่อยอดคลื่นอันที่หนึ่งที่มีค่าสูงสุดของผลตอบสนอง โดยระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพจะมีการแกว่งของคลื่นสัญญาณเอาต์พุตมีค่าเท่ากับหนึ่งในสี่ [18]

จากรูปที่ 3.1 จะได้สมการของระบบควบคุมแบบพีดีดังนี้

$$G_c(s)=\frac{N_c(s)}{D_c(s)} \qquad G_p(s)=\frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$

ดังนั้นระบบวงปิดของฟังก์ชันการถ่ายโอนคือ

$$T(s)=\frac{N_c(s)N_p(s)}{D_c(s)D_p(s)+N_c(s)N_p(s)} \tag{3.2}$$

และจะได้ค่าสัมประสิทธิ์พหุนามของ $P(s)$ คือ

$$P(s)=D_c(s)D_p(s)+N_c(s)N_p(s) \tag{3.3}$$

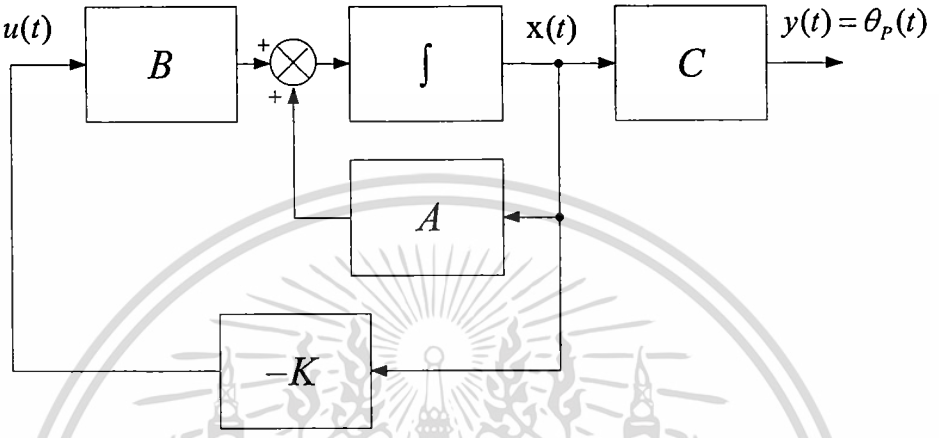
เพราะฉะนั้น $G_c(s)$ จะมีค่าดังนี้

$$G_c(s)=K_d s+K_p=N_c(s)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ทฤษฎีในการออกแบบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

การควบคุมแบบแอลคิวอาร์เป็นวิธีการควบคุมที่อาศัยหลักการป้อนกลับของสัญญาณสถานะภายในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ [4] โดยในการคำนวณหาค่าอัตราขยาย K ของสัญญาณควบคุมนั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์

จะต้องออกแบบให้ค่าดัชนีสมรรถนะ J (performance index) มีค่าน้อยที่สุด

เมื่อ

$$J = \int_0^\infty \left(\mathrm{x}^T Q \mathrm{x} + u^T R u \right) dt \tag{3.4}$$

โดย Q เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่ากึ่งบวกแน่นอน (positive-semidefinite) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักที่มีความสำคัญในการควบคุมตัวแปรสถานะในแต่ละตัว และ R เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน (positive-definite) และทำหน้าที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับสัญญาณควบคุม และสัญญาณควบคุมนี้ถูกกำหนดให้ไม่มีข้อจำกัด (unconstraint)

ในการพิจารณาแบบจำลองของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์จะได้สมการดังนี้

$$\dot{\mathrm{x}} = A\mathrm{x} + Bu \tag{3.5}$$

$$y = C\mathrm{x}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u = -K\mathrm{x} \tag{3.6}$$

เมื่อ $\mathrm{x}(t)$ คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ

$u(t)$ คือ สัญญาณควบคุม

$y(t)$ คือ สัญญาณเอาต์พุต

A คือ เมตริกซ์ระบบ ขนาด n × n

B คือ เมตริกซ์อินพุต ขนาด n × 1

C คือ เมตริกซ์เอาต์พุต 1 × n

นำสมการที่ 3.6 แทนลงในสมการที่ 3.5 และสามารถเขียนสมการใหม่ได้คือ

$$\dot{\mathrm{x}} = A\mathrm{x} - BK\mathrm{x} = (A - BK)\mathrm{x} \tag{3.7}$$

กำหนดให้เมตริกซ์ $A-BK$ มีเสถียรภาพหรือมีค่าของผลลัพธ์ ที่มีเครื่องหมายเป็นลบทั้งหมด เมื่อแทนค่า $u(t)$ ในสมการดัชนีสมรรถนะในสมการที่ 3.4 จะได้

$$J = \int_0^\infty \left(\mathrm{x}^T Q\mathrm{x} + \mathrm{x}^T K^T RK\mathrm{x}\right) dt \tag{3.8}$$

$$= \int_0^\infty \mathrm{x}^T \left(Q + K^T RK\right)\mathrm{x}\, dt$$

กำหนดให้ $\mathrm{x}^T \left(Q + K^T RK\right)\mathrm{x} = -\dfrac{d}{dt}(\mathrm{x}^T P\mathrm{x})$

เมื่อ P เป็นเมตริกซ์สมมาตรกึ่งบวกแน่นอนเราจะได้

$$\mathrm{x}^T \left(Q + K^T RK\right)\mathrm{x} = \mathrm{x}^T P\dot{\mathrm{x}} - \mathrm{x}^T P\dot{\mathrm{x}} = -\mathrm{x}^T \left[(A - BK)^T P + P(A - BK)\right]\mathrm{x}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$(A-BK)^T P+P(A-BK)=-(Q+K^T RK) \tag{3.9}$$

เมื่อ $A-BK$ เป็นเมตริกซ์ที่มีเสถียรภาพ จะมี P เป็นเมตริกซ์สมมาตรบวกแน่นอนโดยสอดคล้องกับสมการที่ 3.9 และในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพแล้วสามารถหาค่า P ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน ได้เพียงค่าเดียว ดังนั้นค่า P อื่นๆ ที่ได้จากการแก้สมการที่ 3.9 จะไม่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน

จากดัชนีสมรรถนะจะได้

$$J=\int_0^\infty \mathrm{x}^T(Q+K^T RK)\mathrm{x}dt=-\mathrm{x}^T(\infty)P\mathrm{x}(\infty)+\mathrm{x}^T(0)P\mathrm{x}(0) \tag{3.10}$$

และเนื่องจากค่าเจาะจงของ $A-BK$ ถูกกำหนดให้เป็นลบทั้งหมดหรือ $\mathrm{x}(\infty)\to 0$ ดังนั้นจะได้

$$J=\mathrm{x}^T(0)P\mathrm{x}(0)$$

แสดงว่าดัชนีสมรรถนะเป็นฟังก์ชันของค่าเริ่มต้น $\mathrm{x}(0)$ และเมตริกซ์ P โดยกำหนดให้

$$R=T^T T$$

เมื่อ R เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน และ T ไม่เป็นเมตริกซ์หนึ่งหน่วย จากสมการที่ 3.10 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(A^T-K^T B^T)P+P(A-BK)+Q+K^T T^T TK=0 \tag{3.11}$$

$$A^T P+PA+\left[TK-(T^T)^{-1}B^T P\right]^T\left[TK-(T^T)^{-1}B^T P\right]-PBR^{-1}B^T P+Q=0 \tag{3.12}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยพยายามทำให้ค่า J ต่ำที่สุดโดยการปรับค่า K หรือต้องการค่าต่ำที่สุดของ

$$\mathrm{x}^T\left[TK-(T^T)^{-1}B^TP\right]^T\left[TK-(T^T)^{-1}B^TP\right]\mathrm{x}$$

ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่าเป็นกึ่งบวกแน่นอนจึงมีค่าต่ำที่สุดคือศูนย์ ซึ่งจะเป็นเช่นนั้นเมื่อ

$$TK=(T^T)^{-1}B^TP$$

ดังนั้น

$$K=T^{-1}(T^T)^{-1}B^TP=R^{-1}B^TP \tag{3.13}$$

จากสมการที่ 3.13 เป็นสมการที่ให้ค่า K ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบดังกล่าว ดังนั้นสามารถคำนวณหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดคือ

$$u(t)=-K\mathrm{x}(t)=-R^{-1}B^TP\mathrm{x}(t) \tag{3.14}$$

ซึ่งเมตริกซ์ P ในสมการที่ 3.14 ต้องสอดคล้องกับสมการที่ 3.9 หรือสามารถลดสมการลงได้คือ

$$A^TP+PA-PBR^{-1}B^TP+Q=0 \tag{3.15}$$

ในการออกแบบตัวควบคุมจากสมการที่ 3.15 นั้น เป็นการหาค่าเมตริกซ์ P และเมื่อปรากฏค่า P ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน แสดงได้ว่าระบบมีเสถียรภาพหรือเมตริกซ์ $A-BK$ มีเสถียรภาพและแทนค่าเมตริกซ์ P ในสมการที่ 3.13 เพื่อคำนวณหาค่า K ที่เหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

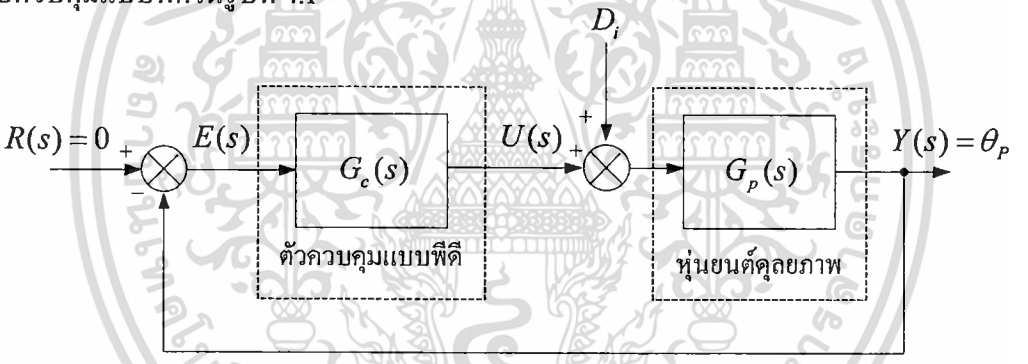
บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบตัวควบคุมให้สามารถรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพได้นั้น จะต้องทำการกำจัดสัญญาณรบกวน D_i (disturbance) ของระบบควบคุม โดยในบทนี้ได้นำเสนอตัวควบคุมแบบแรกคือตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบที่สองคือตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ [3] โดยตัวควบคุมทั้งสองแบบจะทำหน้าที่รักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพ

4.1 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วยตัวควบคุมแบบพีดี

ระบบควบคุมเพื่อรักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพโดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดีในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีเป็นตัวป้อนกลับสัญญาณสถานะให้กับระบบ เพื่อรักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วยวิธีการวางโพล [17] โดยมีฟังก์ชันการถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบพีดีดังนี้

$$G_c(s) = K_d s + K_p$$

จากฟังก์ชันการถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ในสมการที่ 2.32

$$\frac{\theta_P(s)}{V_a(s)} = \frac{101.8s + 173.5}{s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของฟังก์ชันการถ่ายโอนคือ

$$a_0 = -307.3, a_1 = -82.64, a_2 = 2.63$$

พบว่ามีโพลอยู่ที่ 9.4901,-8.1441,-3.9760 สังเกตได้ว่ามีโพลค่าบวก อยู่หนึ่งตัวคือ 9.4901 จึงส่งผลให้หุ่นยนต์ดุลยภาพไม่มีเสถียรภาพ

ดังนั้นในการหาค่าที่เหมาะสมในการป้อนกลับเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นจะทำการวางค่าโพลตัวใหม่เข้าไปในระบบเพื่อทำให้ระบบมีเสถียรภาพโดยในการเลือกค่าโพลจะอ้างอิงจากวิธีลดลงด้วยอัตราหนึ่งในสี่ (quarterly-decay)

โดยค่าโพลตัวใหม่มีค่าเท่ากับ -2.2499+14.0737i,-2.2499-14.0737i ,-0.8787 ดังนั้นจากสมการที่ 3.3 ในบทที่ 3 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ค่า $P(s)$ คือ

$$P(s) = s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3 + [(K_d s + K_p) \cdot (101.8s + 173.5)]$$

$$s^3 + 5.3786s^2 + 207.0845s + 178.5 = s^3 + [2.63 + (101.8 \cdot K_d)]s^2$$

$$+[-82.64 + (101.8 \cdot K_p + 173.5 \cdot K_d)]s$$

$$+[(-307.3 + 173.5 \cdot K_p)]$$

เทียบสัมประสิทธิ์หาค่าของ K_p และ K_d จะได้

$$178.5 = -307.3 + 173.5 \cdot K_p$$

$$K_p = \frac{178.5 + 307.3}{173.5} = 2.8$$

$$5.3786 = 2.63 + (101.8 \cdot K_d)$$

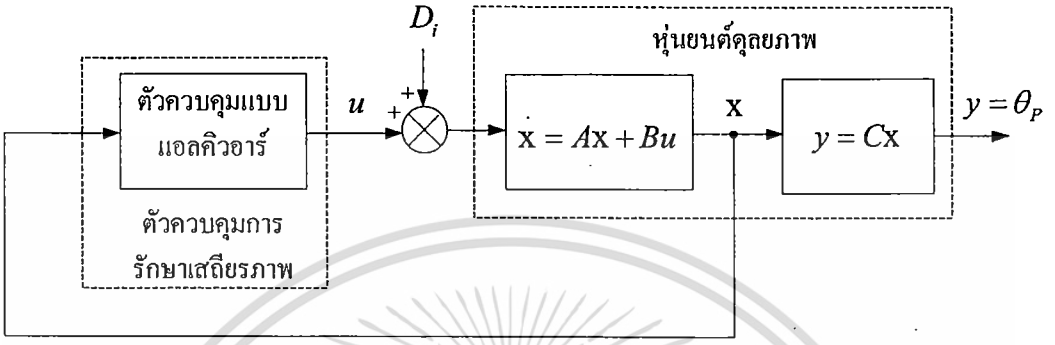
$$K_d = \frac{(5.3786 - 2.63)}{101.8} = 0.0270$$

เพราะฉะนั้นจะได้ค่า $K_p = 2.8$ และ $K_d = 0.0270$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วยตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

ระบบควบคุมเพื่อรักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพโดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์เป็นตัวป้อนกลับสัญญาณสถานะของระบบ เพื่อรักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ดังนั้นในการหาค่าที่เหมาะสม [14] [15] ในการป้อนกลับเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นจะต้องทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะในสมการที่ 3.4 นั้นมีค่าน้อยที่สุด ดังแสดงในบทที่ 3 คือ

$$J = \int_0^\infty \left(\mathrm{x}^T Q \mathrm{x} + u^T R u \right) dt$$

และกำหนดให้เมตริกซ์ $R = [0.1]$ และเมตริกซ์ $Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.9671 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.069975 \end{bmatrix}$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของหุ่นยนต์ดุลยภาพลงในสมการที่ 2.28 ดังแสดงในบทที่ 2 อยู่ในรูปของปริภูมิสถานะ คือ $\dot{\mathrm{x}} = A\mathrm{x} + Bu$ โดยสมการหุ่นยนต์ดุลยภาพที่พิจารณาจะได้เมตริกซ์ A คือ เมตริกซ์ระบบ และเมตริกซ์ B คือ เมตริกซ์อินพุต ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -2.6304 & 2.9515 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 30.4676 & 82.6407 & 0\end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B=\begin{bmatrix}0\\ -3.0925\\ 0\\ 101.7638\end{bmatrix}$$

จากนั้นสามารถหาค่าของเมตริกซ์ P จากสมการที่ 3.15

$$A^TP+PA-PBR^{-1}B^TP+Q=0$$

$$P=\begin{bmatrix}0.0451 & 0.0260 & 0.0100 & 0.0009\\ 0.0260 & 0.0177 & 0.0088 & 0.0009\\ 0.0100 & 0.0088 & 1.4137 & 0.0150\\ 0.0009 & 0.0009 & 0.0150 & 0.0010\end{bmatrix}$$

จากสมการที่ 3.13 จะได้อัตราขยายของระบบคือ

$$K=R^{-1}B^TP$$

$$=\begin{bmatrix}0.1000 & 0.3811 & 15.0000 & 1.0000\end{bmatrix}$$

ในสมการที่ 3.14 จะได้สัญญาณควบคุมคือ

$$u(t)=-K\mathrm{x}=-R^{-1}B^TP\mathrm{x}$$

$$u=\begin{bmatrix}-0.1000 & -0.3811 & -15.0000 & -1.0000\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x & \dot{x} & \theta_P & \dot{\theta}_P\end{bmatrix}^T$$

ดังนั้นสมการคุณลักษณะตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพคือ

$$|sI-A+BK|=s^4+103.2s^3+1617s^2+2506s+55.59=0$$

โดยค่าโพลตัวใหม่มีค่าเท่ากับ -84.4066,-17.0680,-1.7145,-0.0225

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ สามารถสรุปผลการออกแบบได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ พีดี		ตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ แอลคิวอาร์			
K_p	K_d	k_1	k_2	k_3	k_4
2.800	0.0270	0.1000	0.3811	15.0000	1.0000

ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้แล้วนี้ จะนำไปควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อศึกษาถึงผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลที่ได้จากการจำลองระบบด้วยโปรแกรมแมตแล็ปและผลการทดลองที่นำไปใช้ควบคุมระบบจริงซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
การจำลองและการทดลอง

บทนี้จะกล่าวถึงการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ในบทที่ 2 และกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุม เพื่อใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 ซึ่งในการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นหกส่วนดังนี้

ส่วนที่หนึ่ง เป็นการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนที่สอง เป็นการจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบพีดีที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนที่สาม เป็นการจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนที่สี่ เป็นการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้กับการจำลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนที่ห้า เป็นการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้กับการทดลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

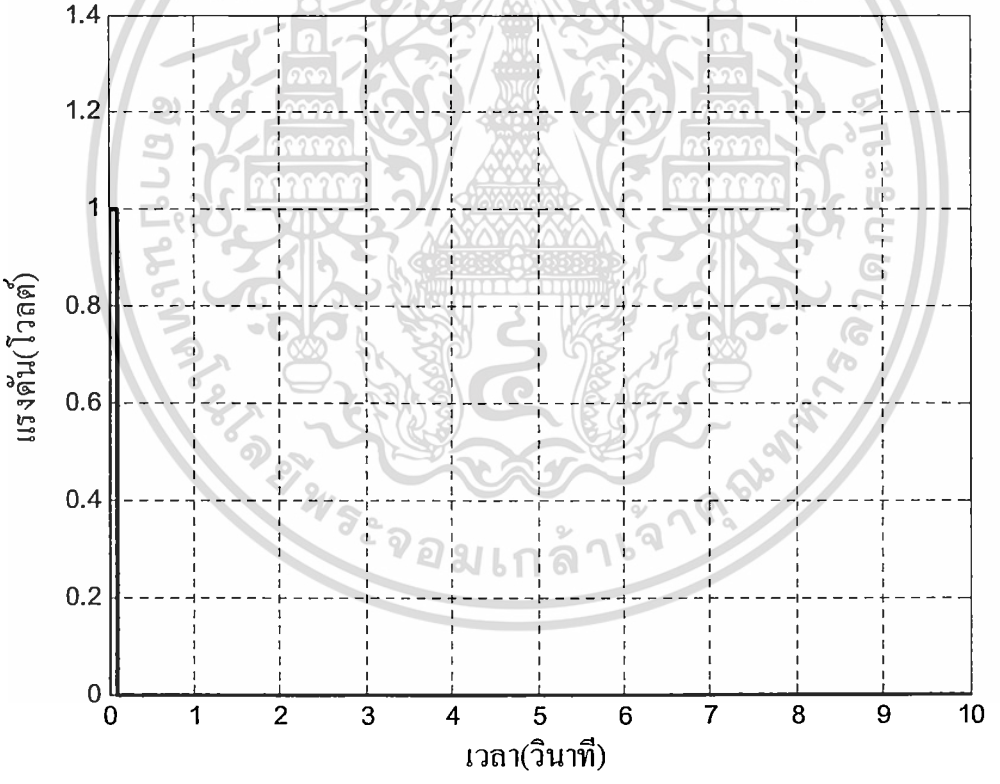
โดยตัวควบคุมทั้งสองตัวนี้ ได้จากการประมาณเชิงเส้นจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และการรักษาเสถียรภาพของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นสามารถออกแบบตัวควบคุมที่ใช้ในการควบคุมโครงสร้างจริงและเปรียบเทียบสมรรถนะมุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพและอินพุตของหุ่นยนต์ดุลยภาพกับตัวควบคุมที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ส่วนที่หก เป็นการทดสอบหาค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้ อินทิเกรทเออเรอสแควร์ (ISE : integral of the square of the error) [10] ในการวัดสมรรถนะของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

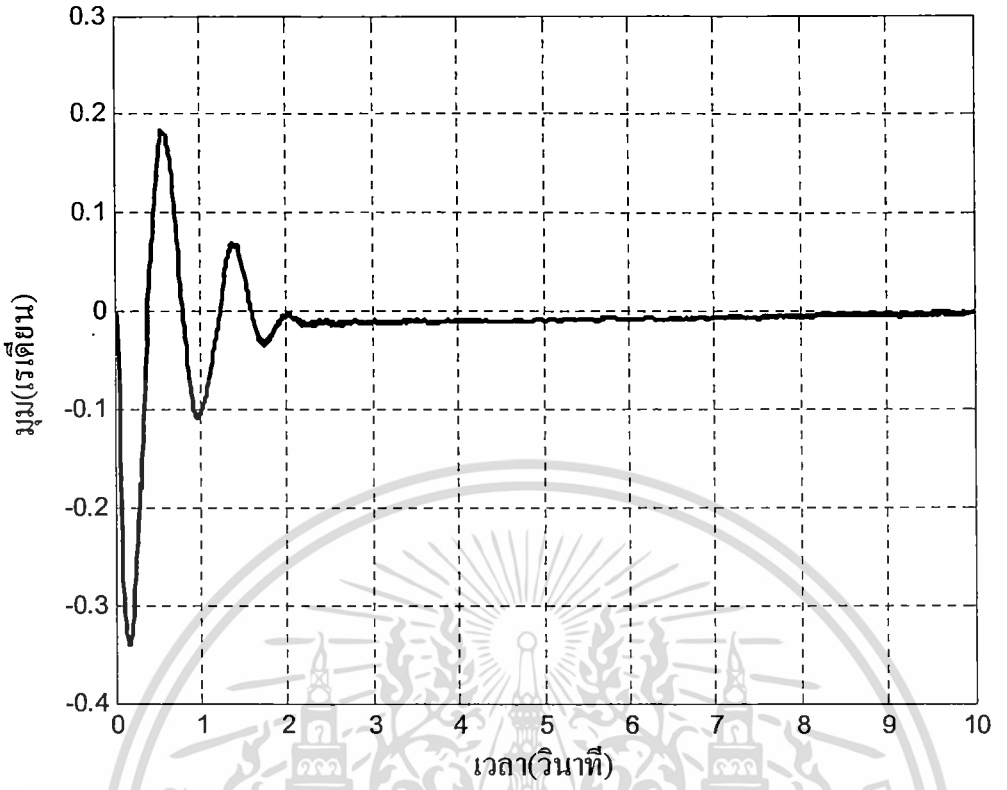
5.1 การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพพิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_P) โดยทำการปรับเปลี่ยนค่าไปเรื่อยๆ จนได้ค่าที่เหมาะสมดังตารางที่ 2.1 และใช้สัญญาณแบบพัลส์ เป็นสัญญาณรบกวนที่ใส่เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยมีขนาดของสัญญาณดังนี้ ความสูงของสัญญาณเท่ากับ 1โวลต์ ความกว้างของสัญญาณเท่ากับ 0.1 วินาที และเวลาที่ใช้ในการทดสอบระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพเท่ากับ 10 วินาที เพื่อหาผลตอบสนองวงเปิดการแกว่งอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ทดลองกับโครงสร้างจริงและแบบจำลองคณิตศาสตร์ จากนั้นนำมาเปรียบเทียบเพื่อสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.1, 5.2, 5.3 และรูปที่ 5.4

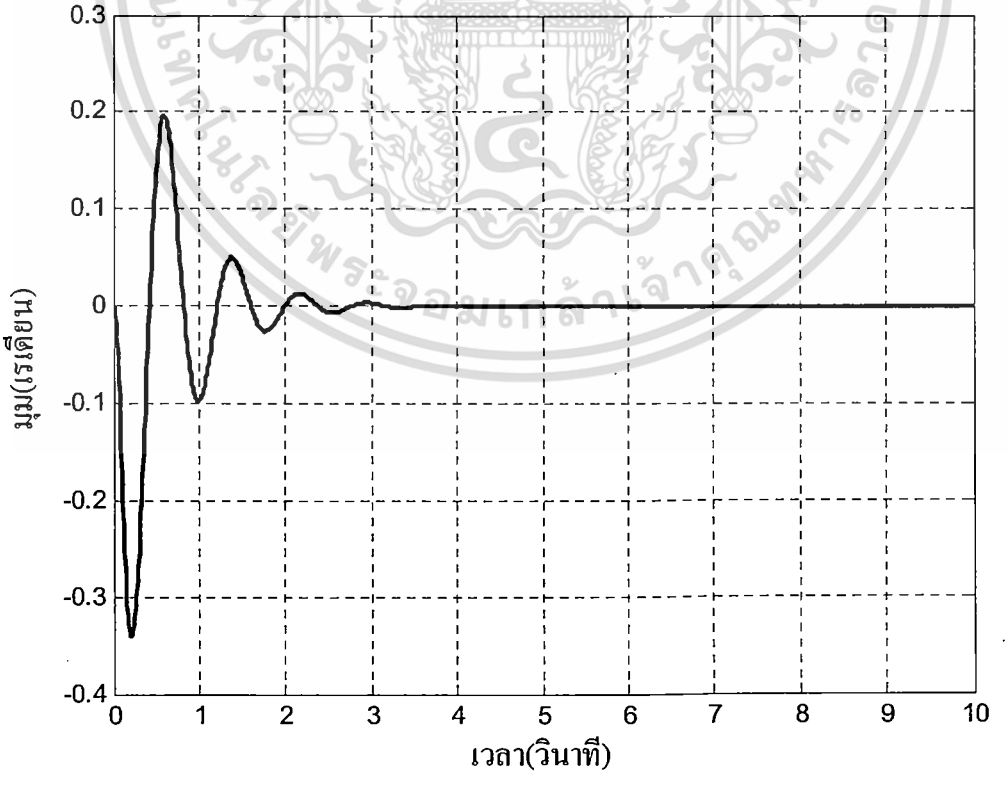


รูปที่ 5.1 สัญญาณรบกวนแบบพัลส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

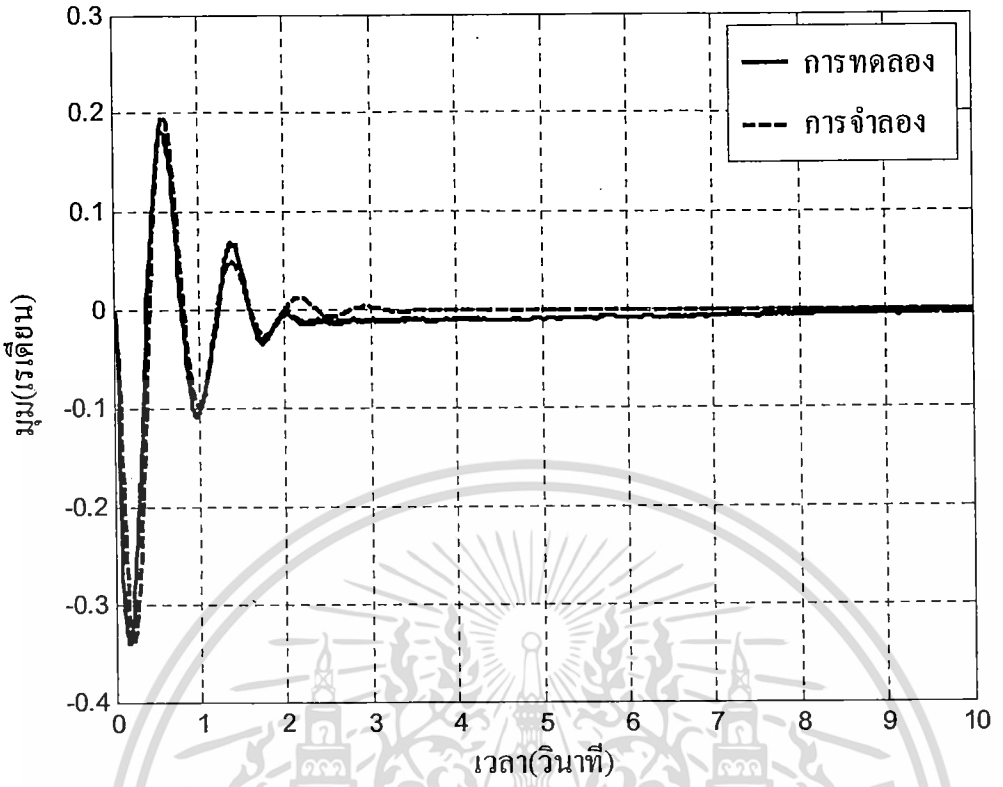


รูปที่ 5.2 ผลตอบสนองวงเปิดของการทดลอง



รูปที่ 5.3 ผลตอบสนองวงเปิดของการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



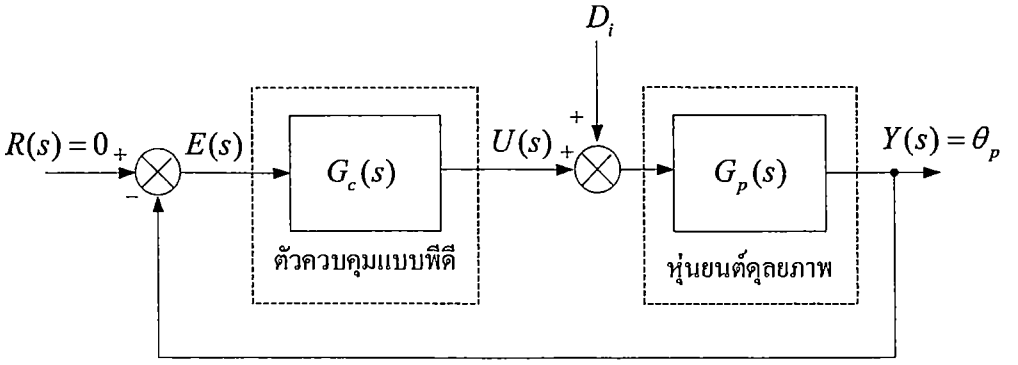
รูปที่ 5.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิด

5.2 การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบพีดีที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการออกแบบไว้ในบทที่ 4 ในตารางที่ 4.1 ทดลองกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพตามลำดับ

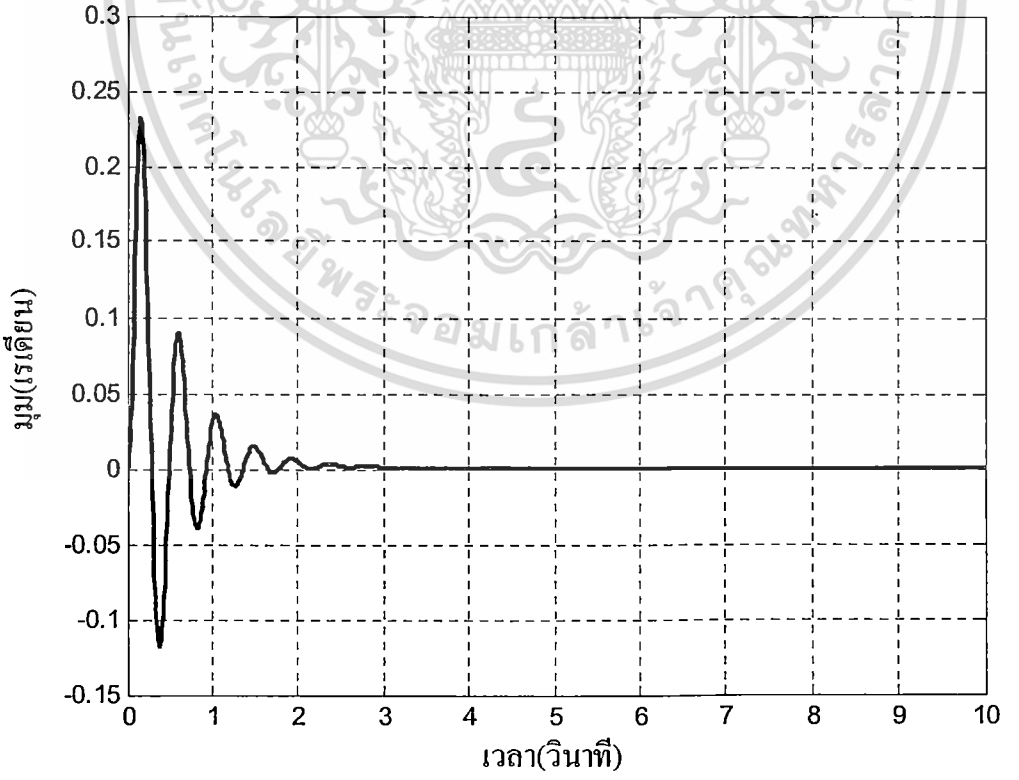
การจำลองทางคอมพิวเตอร์และการควบคุมกับโครงสร้างจริงเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้น ในบทนี้จะใส่สัญญาณรบกวนแบบพัลส์เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อทำให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพไม่มีเสถียรภาพ ดังบล็อกไดอะแกรมที่แสดงในรูปที่ 5.5 และสัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 5.1 จึงส่งผลให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีดีในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลนั้น เกิดการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.6 กับรูปที่ 5.7 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.9 กับรูปที่ 5.10 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.12 กับรูปที่ 5.13 ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



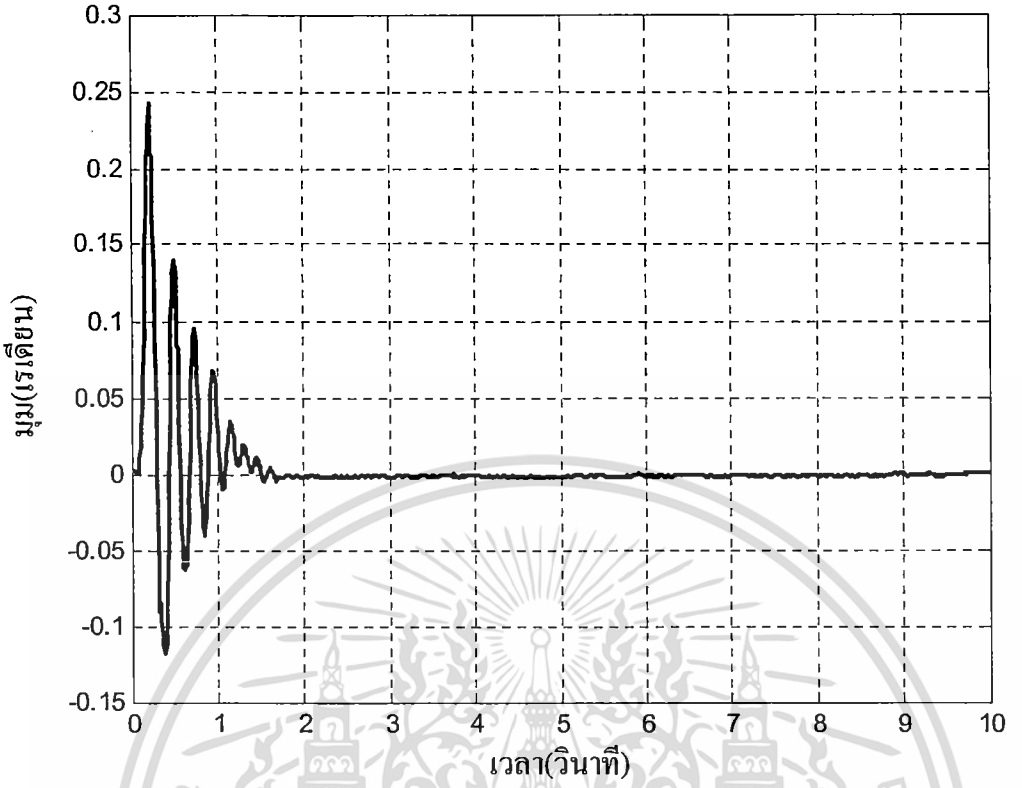
รูปที่ 5.5 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี

จากการจำลองและการควบคุมระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพในบทนี้ จะทำการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยเริ่มจากค่ามุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.8 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.11 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.14 ตามลำดับดังนี้

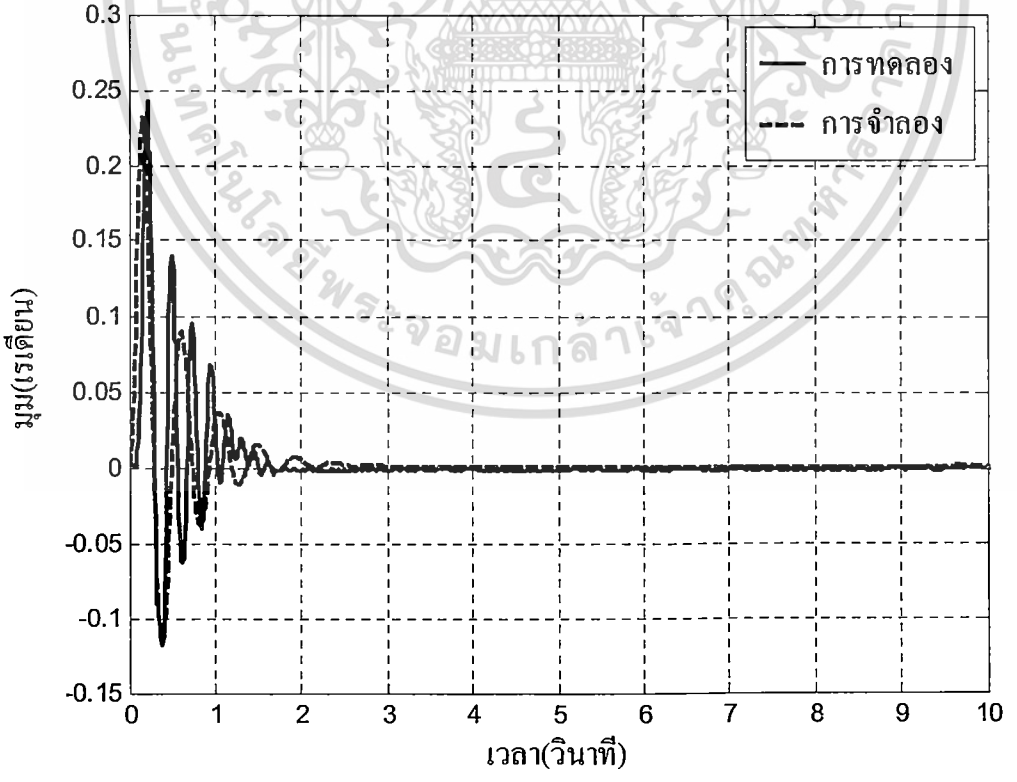


รูปที่ 5.6 มุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

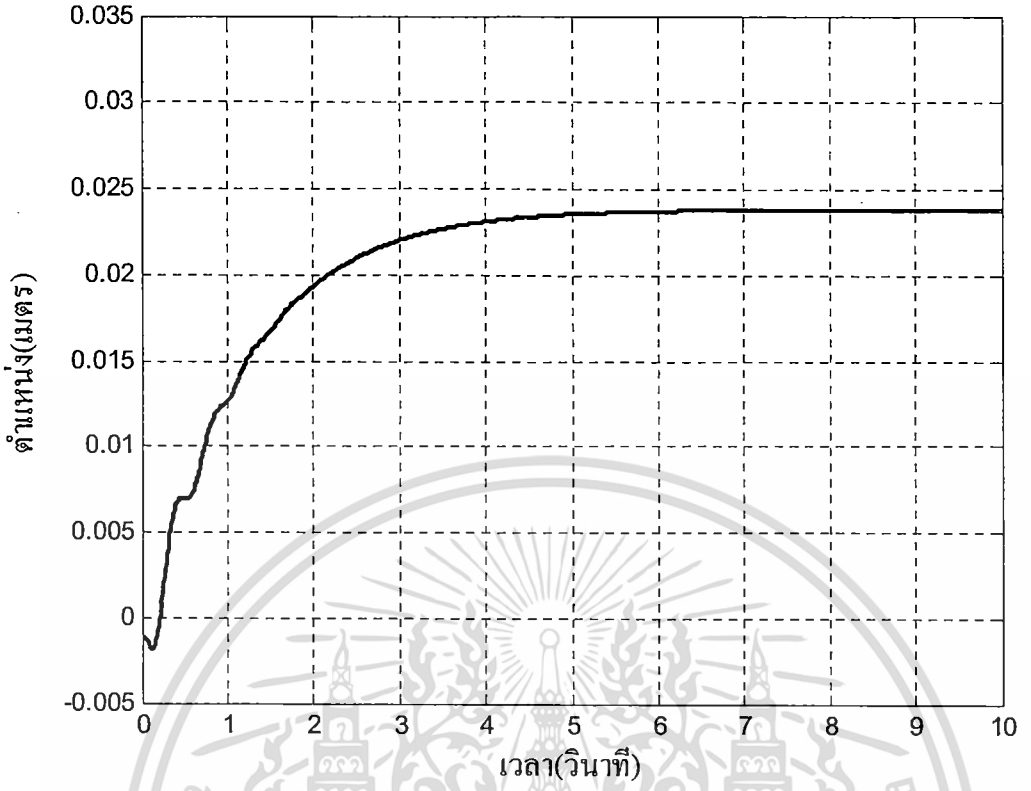


รูปที่ 5.7 มุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง

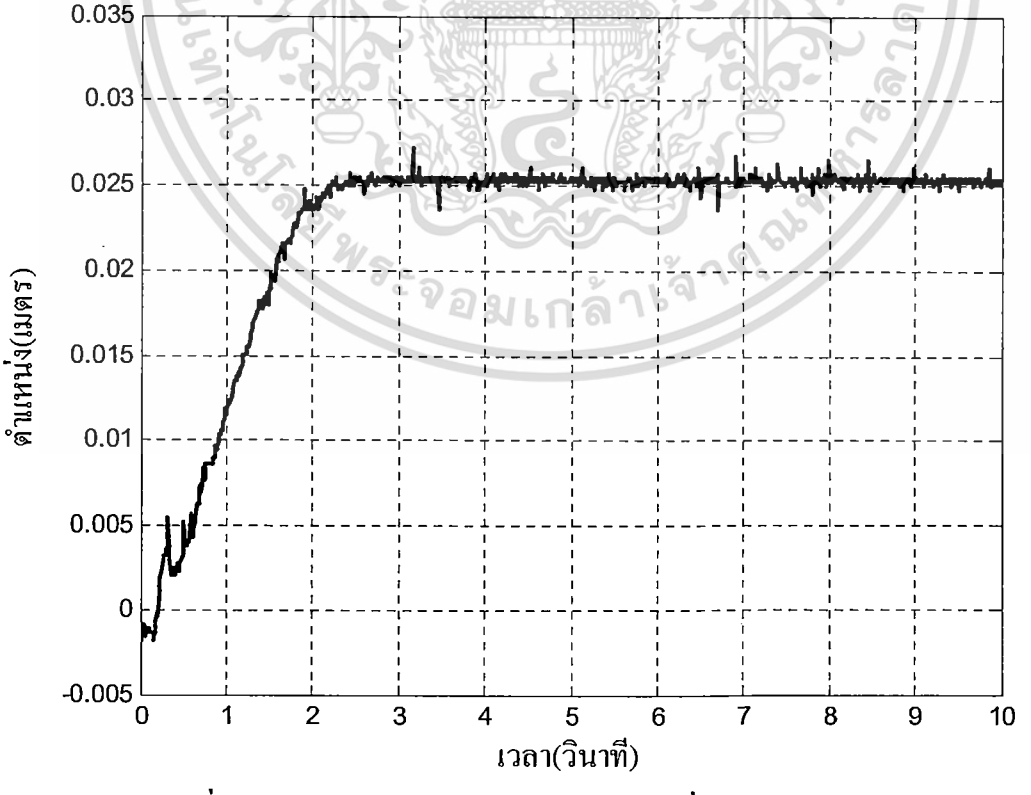


รูปที่ 5.8 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบพีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

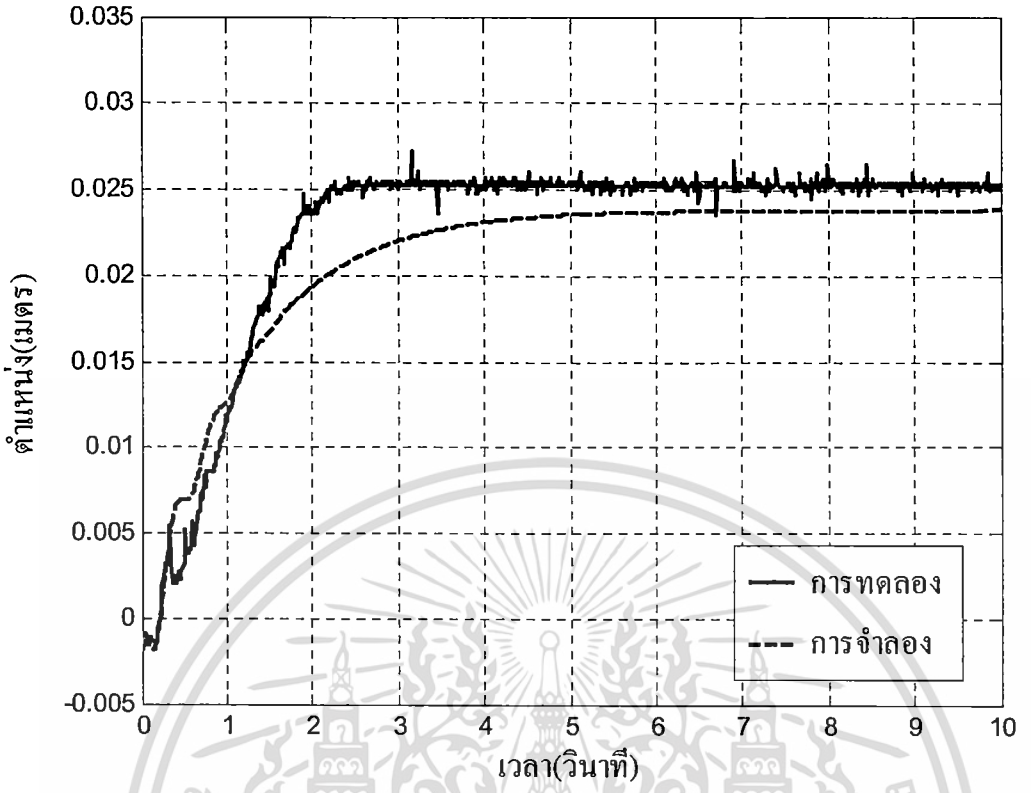


รูปที่ 5.9 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง

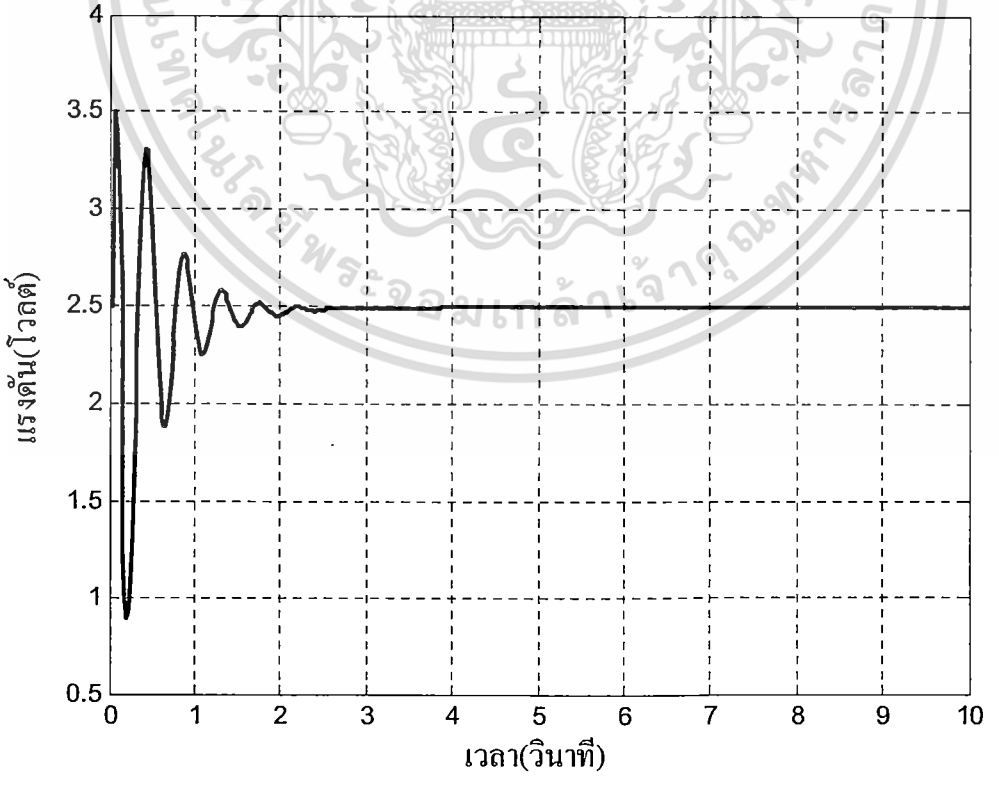


รูปที่ 5.10 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

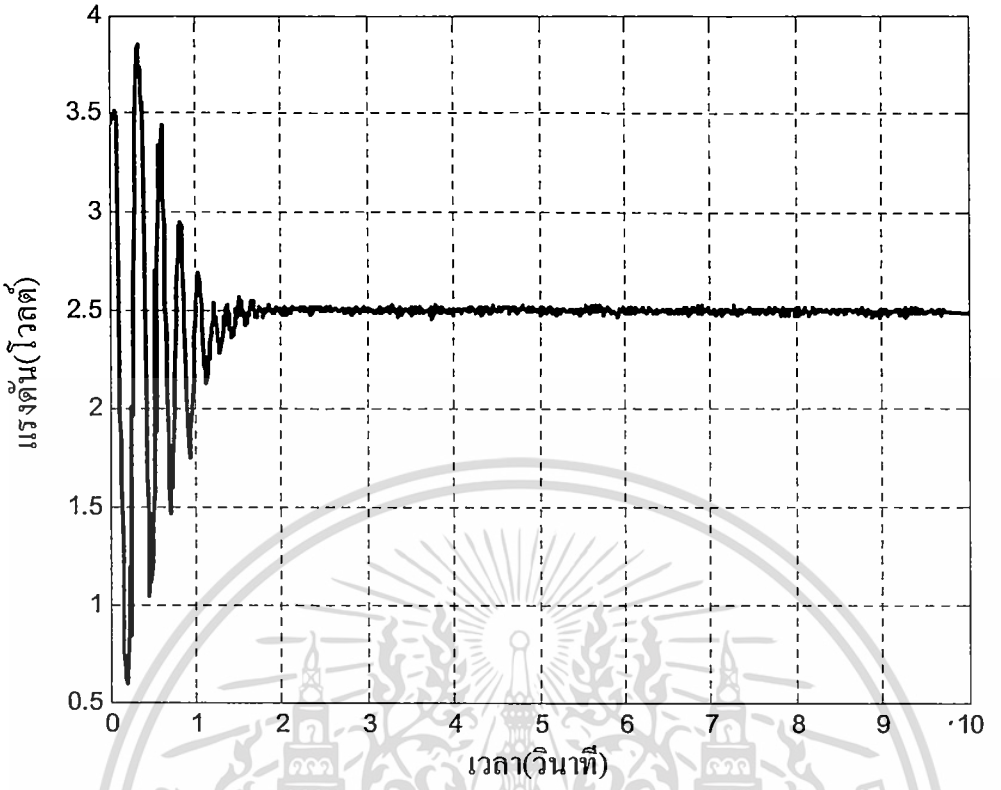


รูปที่ 5.11 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดี

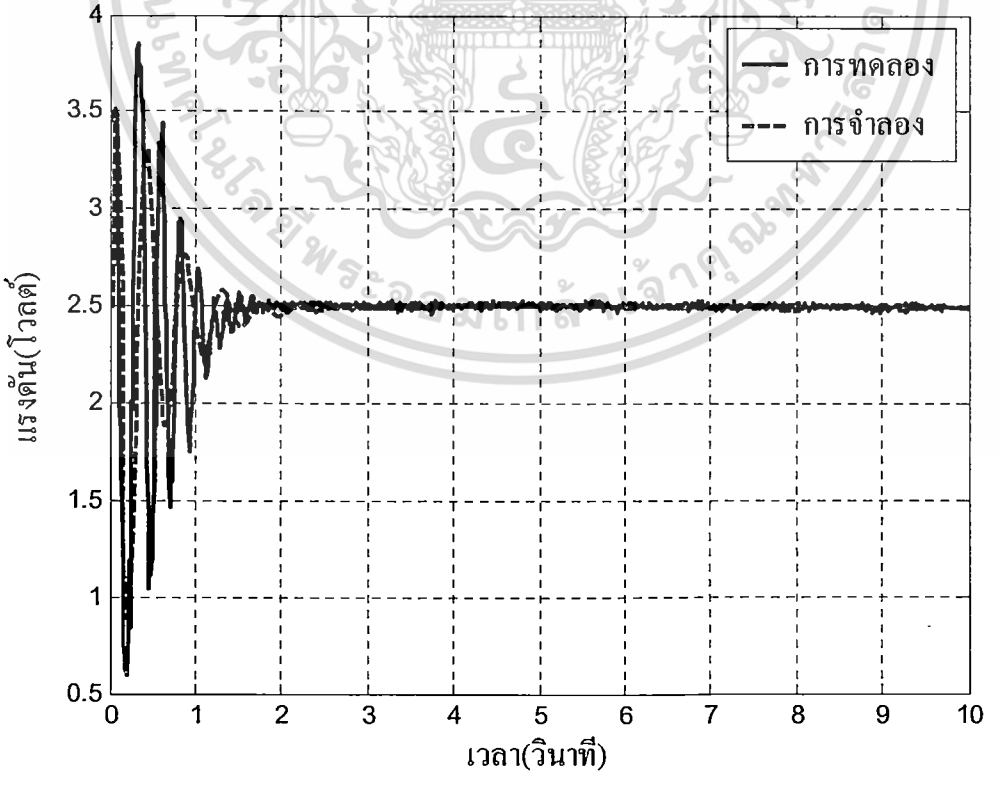


รูปที่ 5.12 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.13 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลอง



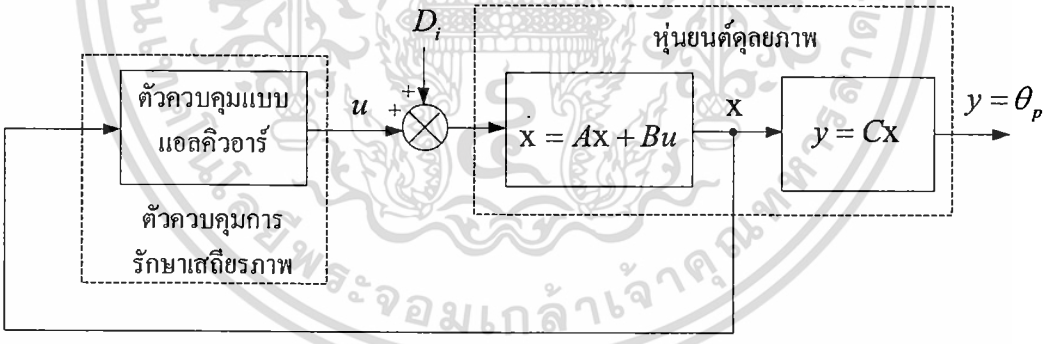
รูปที่ 5.14 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

การจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการออกแบบไว้ในบทที่ 4 ในตารางที่ 4.1 ทดลองกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพตามลำดับ

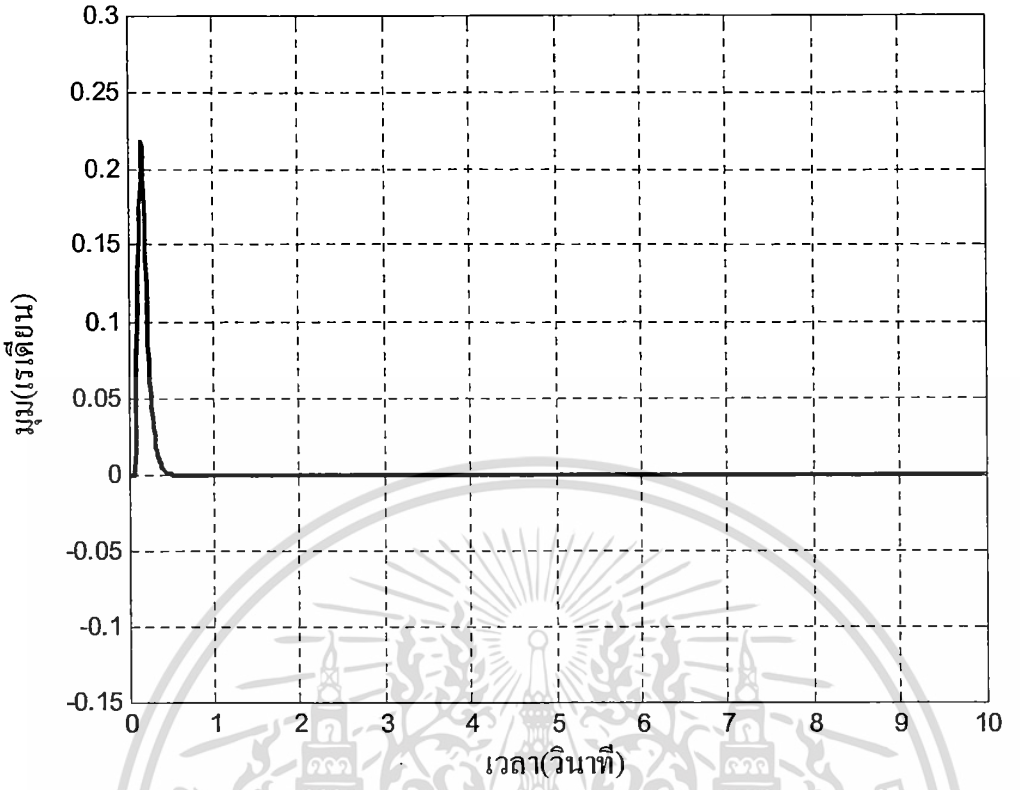
การจำลองทางคอมพิวเตอร์และการควบคุมกับโครงสร้างจริงเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้น ในบทนี้จะใส่สัญญาณรบกวนแบบพัลส์เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อทำให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพไม่มีเสถียรภาพ ดังบล็อกไดอะแกรมที่แสดงในรูปที่ 5.15 และสัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 5.1 จึงส่งผลให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลนั้น เกิดการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.16 กับรูปที่ 5.17 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.19 กับรูปที่ 5.20 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.22 กับรูปที่ 5.23 ตามลำดับดังนี้



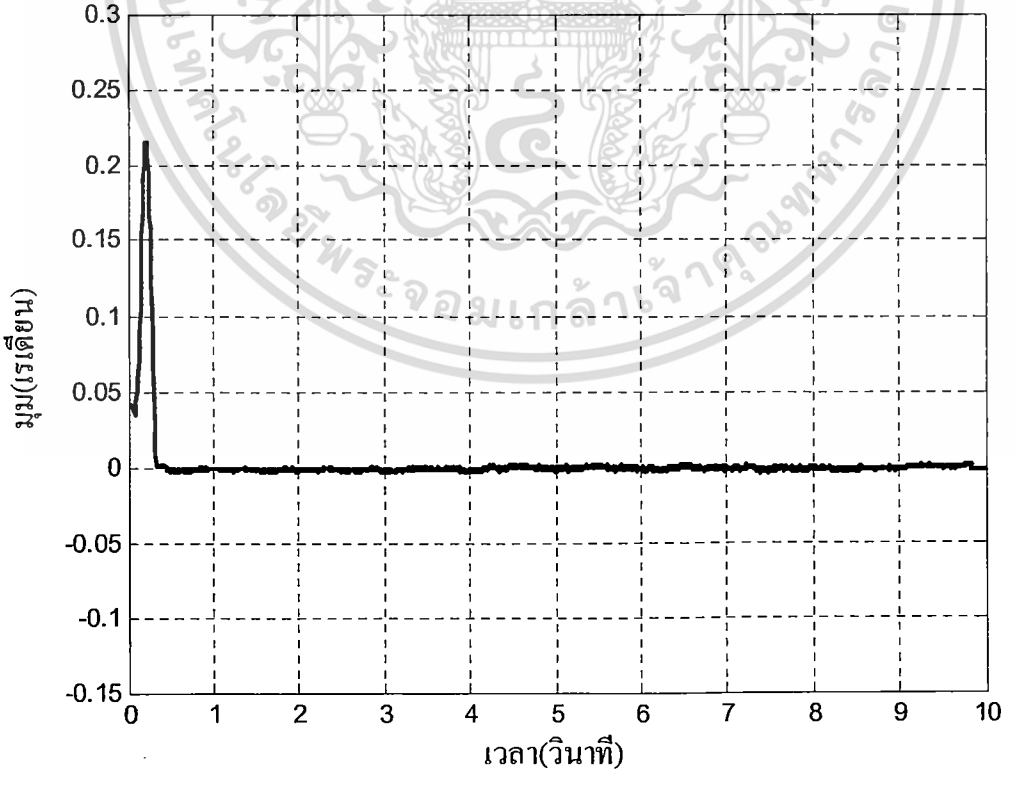
รูปที่ 5.15 โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์

จากการจำลองและการควบคุมระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพในบทนี้ จะทำการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ และตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยเริ่มจากค่ามุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.18 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.21 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.24 ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

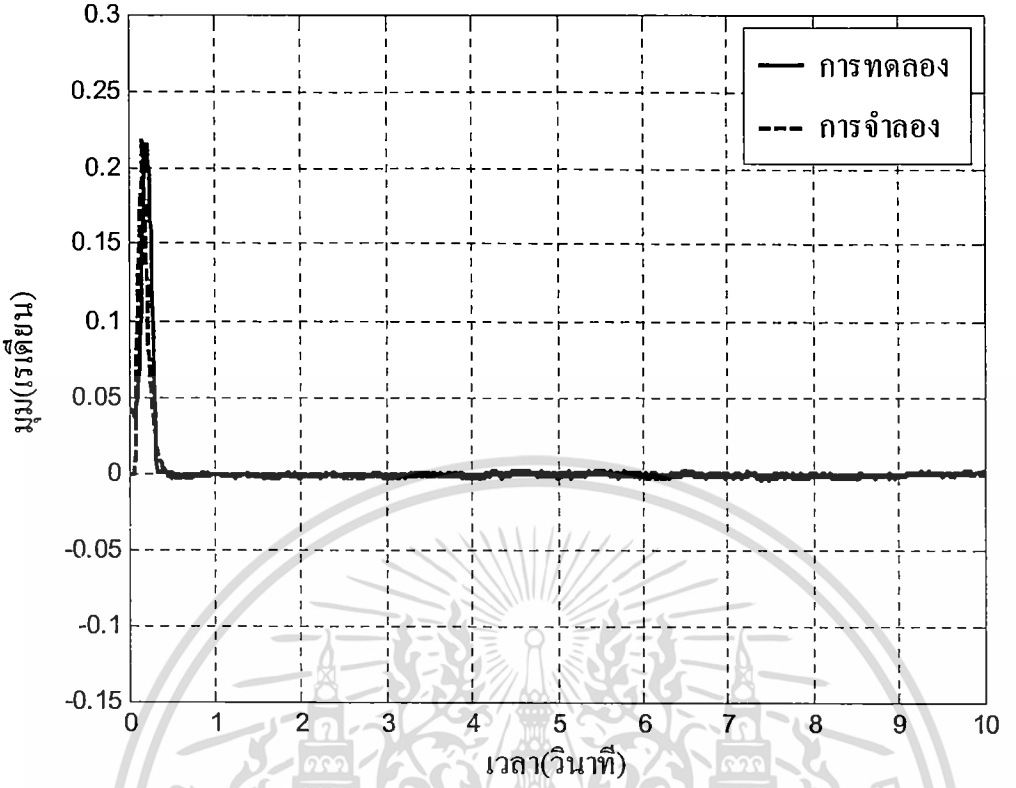


รูปที่ 5.16 มุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง

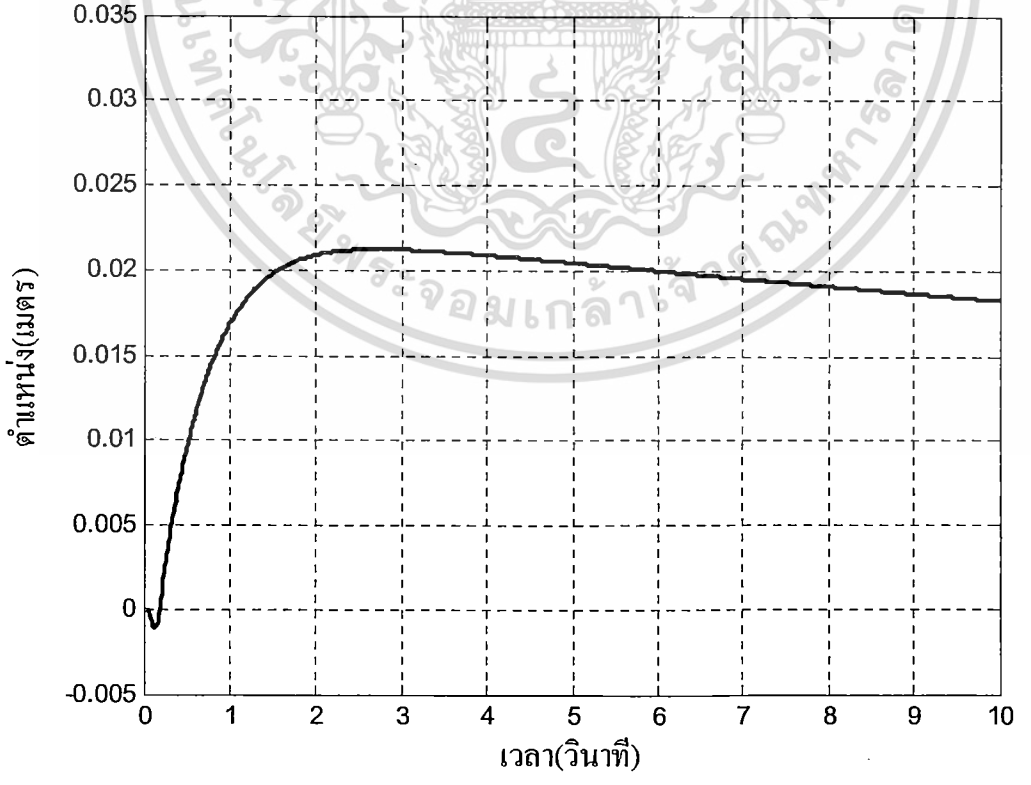


รูปที่ 5.17 มุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

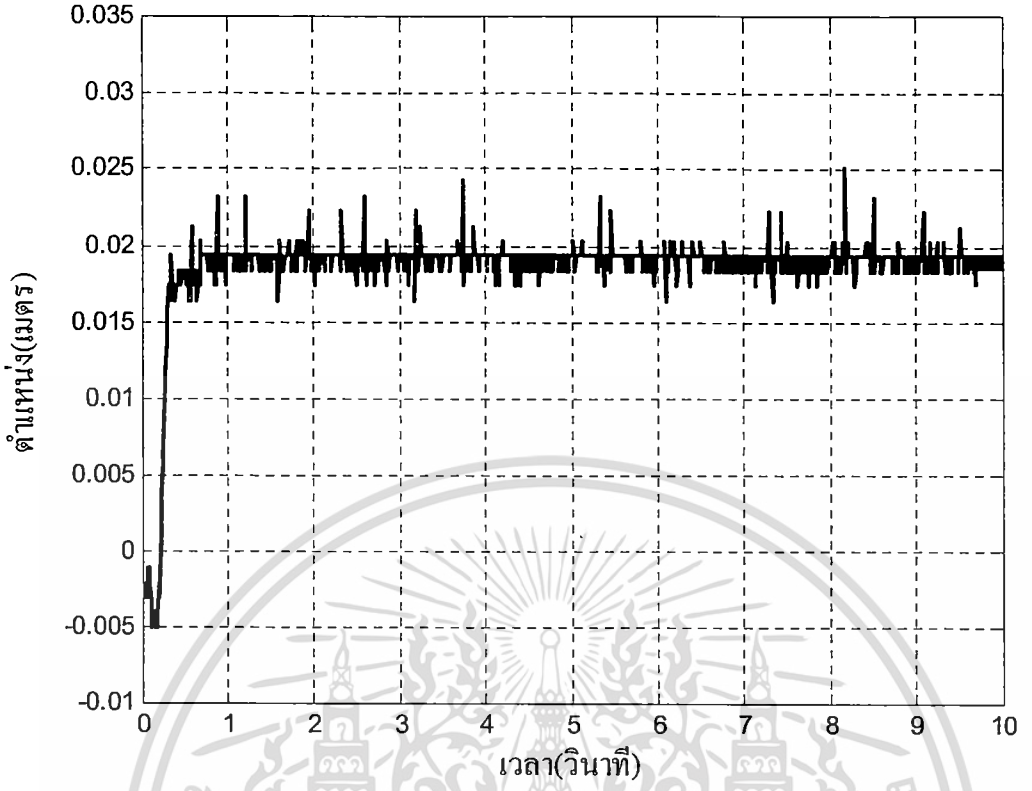


รูปที่ 5.18 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

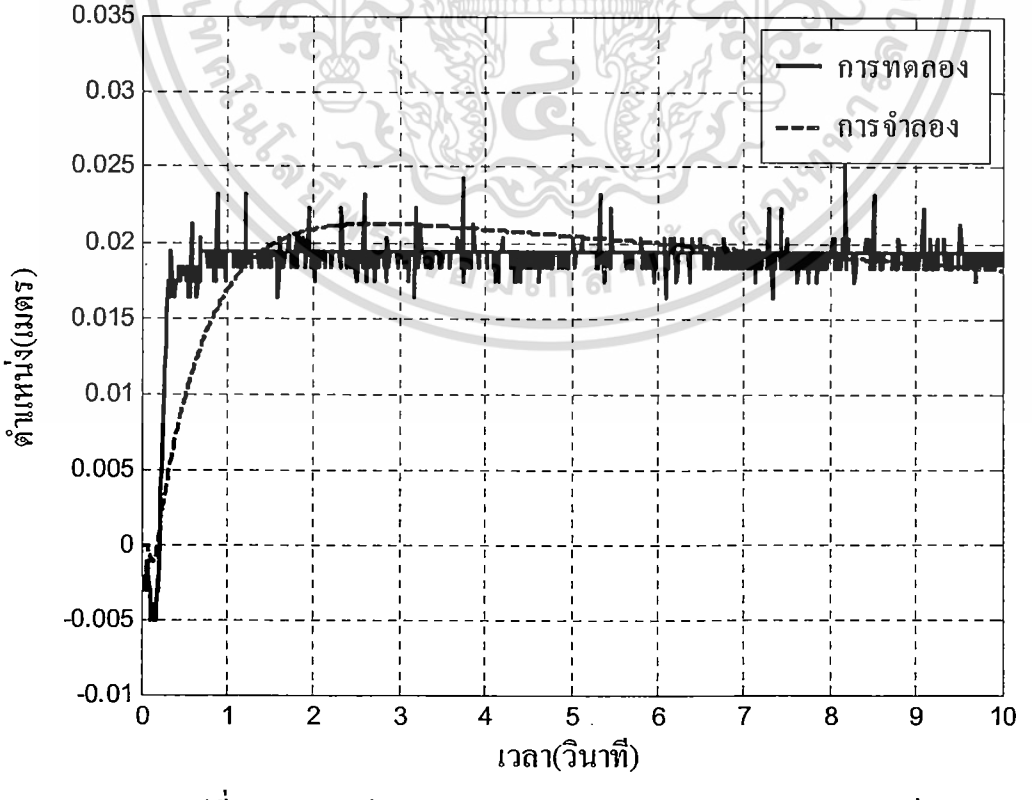


รูปที่ 5.19 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

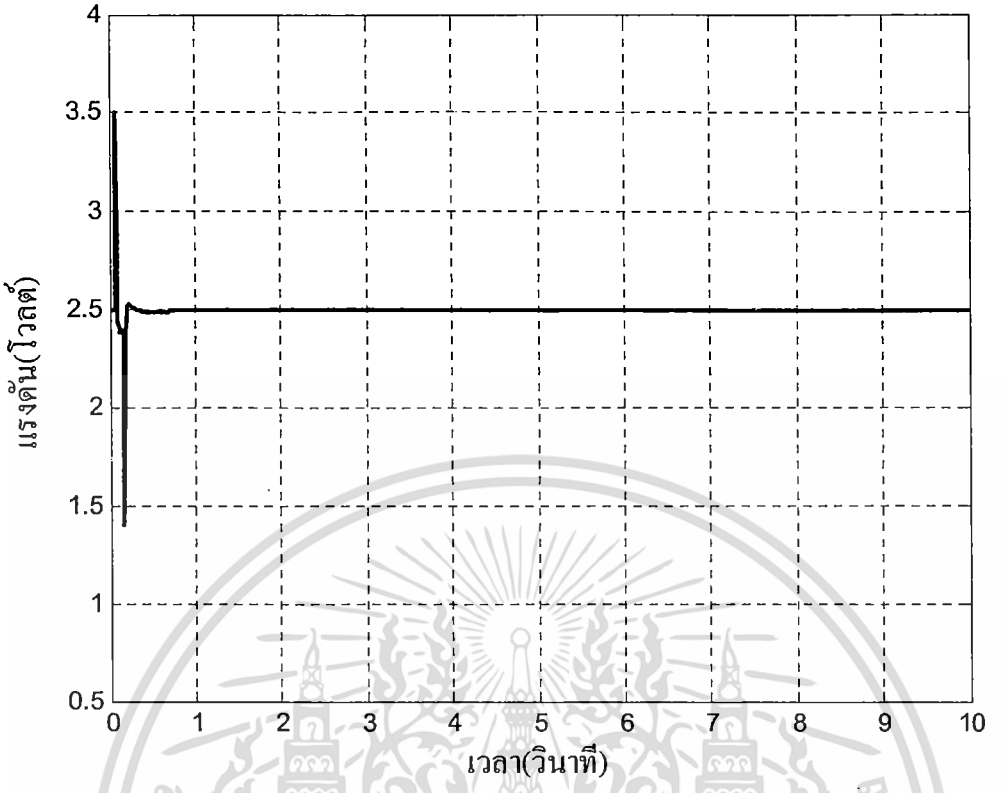


รูปที่ 5.20 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง

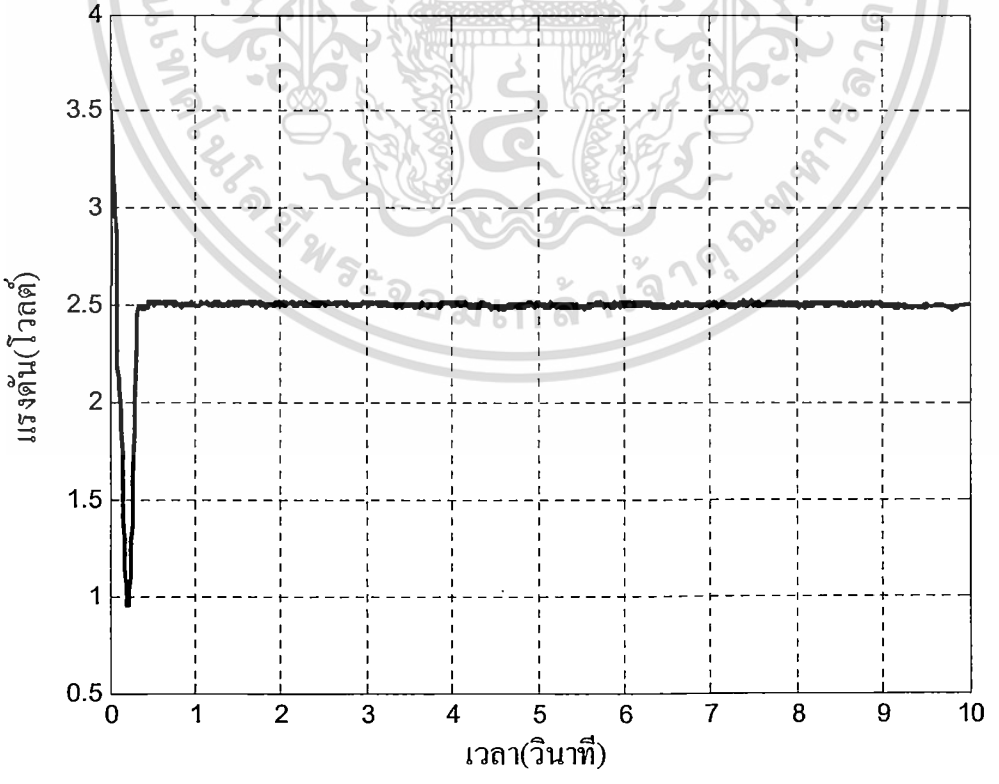


รูปที่ 5.21 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

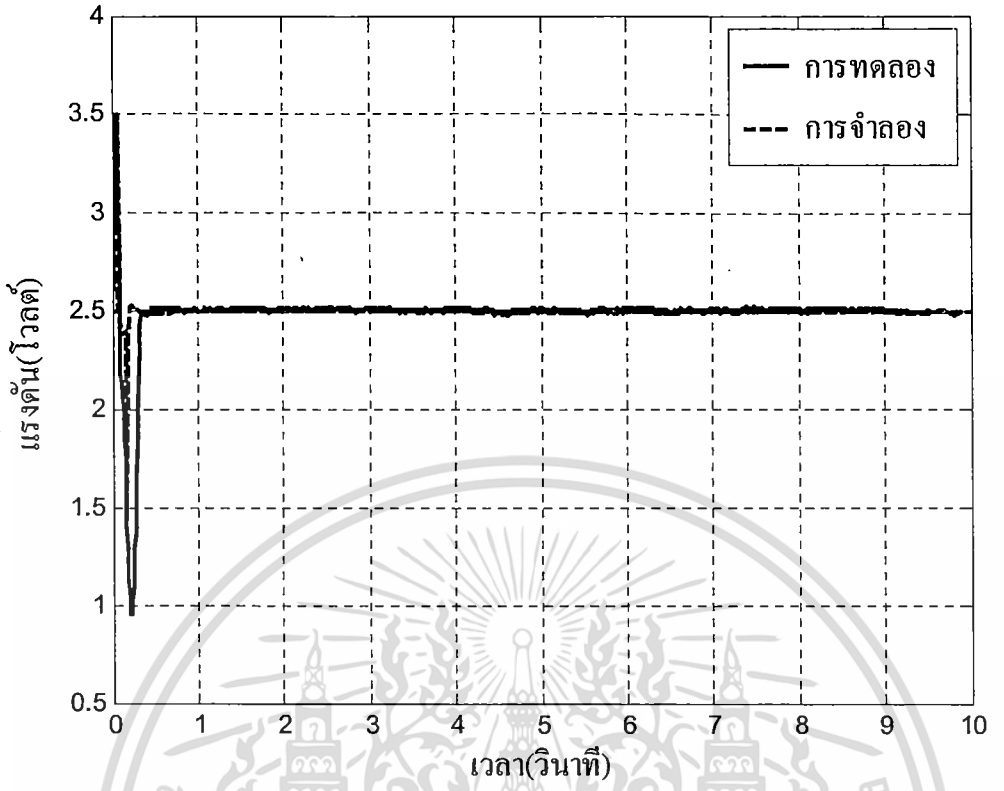


รูปที่ 5.22 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการจำลอง



รูปที่ 5.23 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



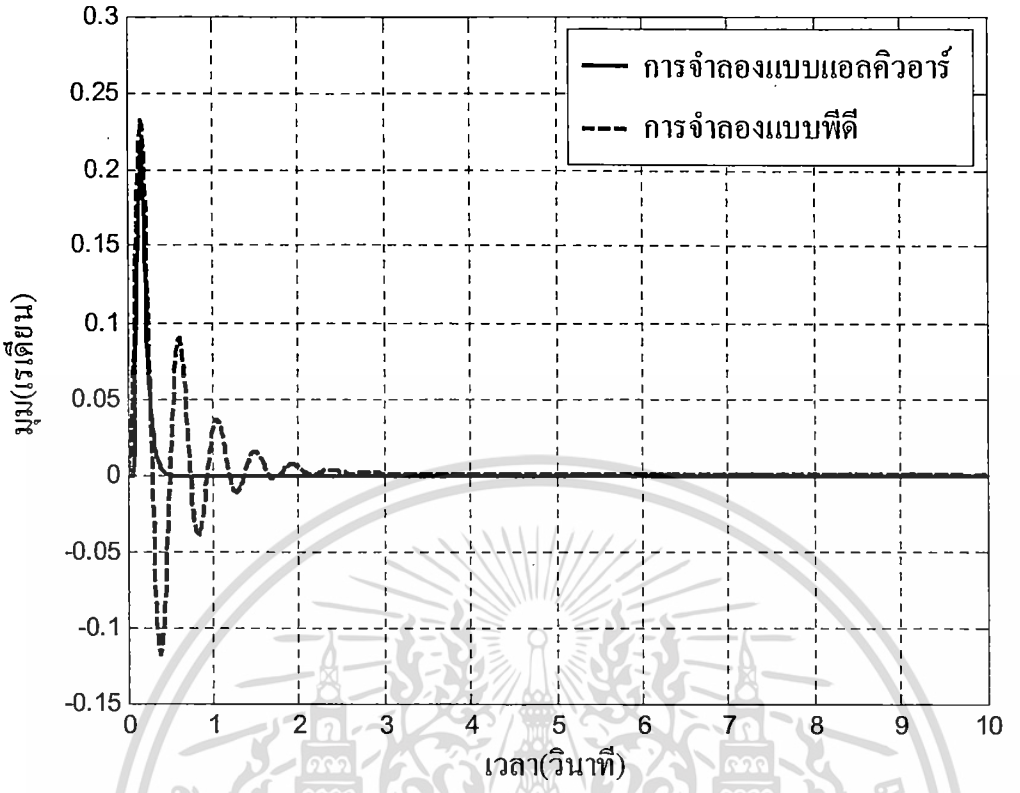
รูปที่ 5.24 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

5.4 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้กับการจำลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

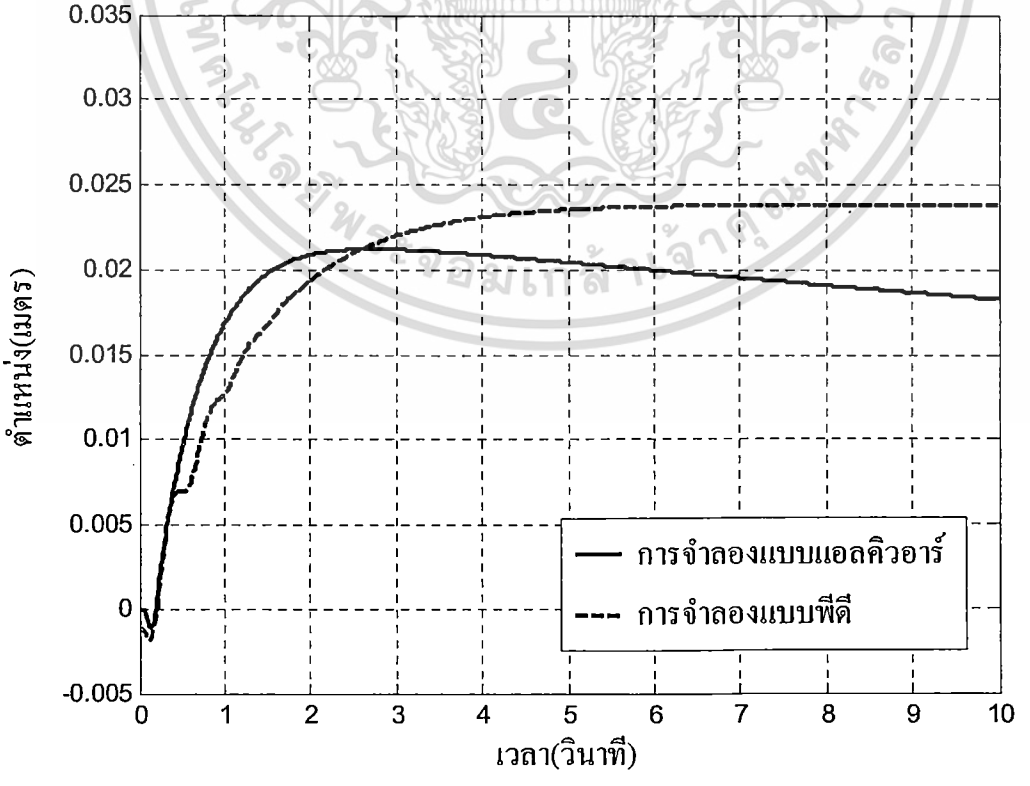
การจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

การจำลองทางคอมพิวเตอร์ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยนำตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุล มาทำการเปรียบเทียบการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.25 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.26 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.27 ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

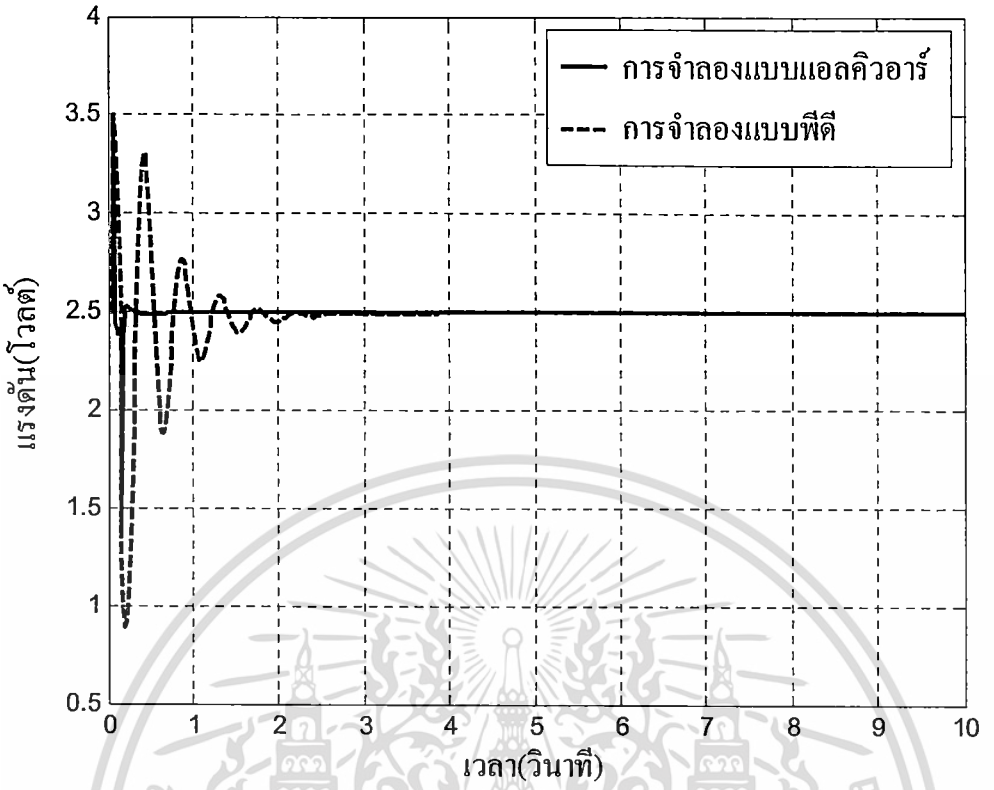


รูปที่ 5.25 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง



รูปที่ 5.26 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



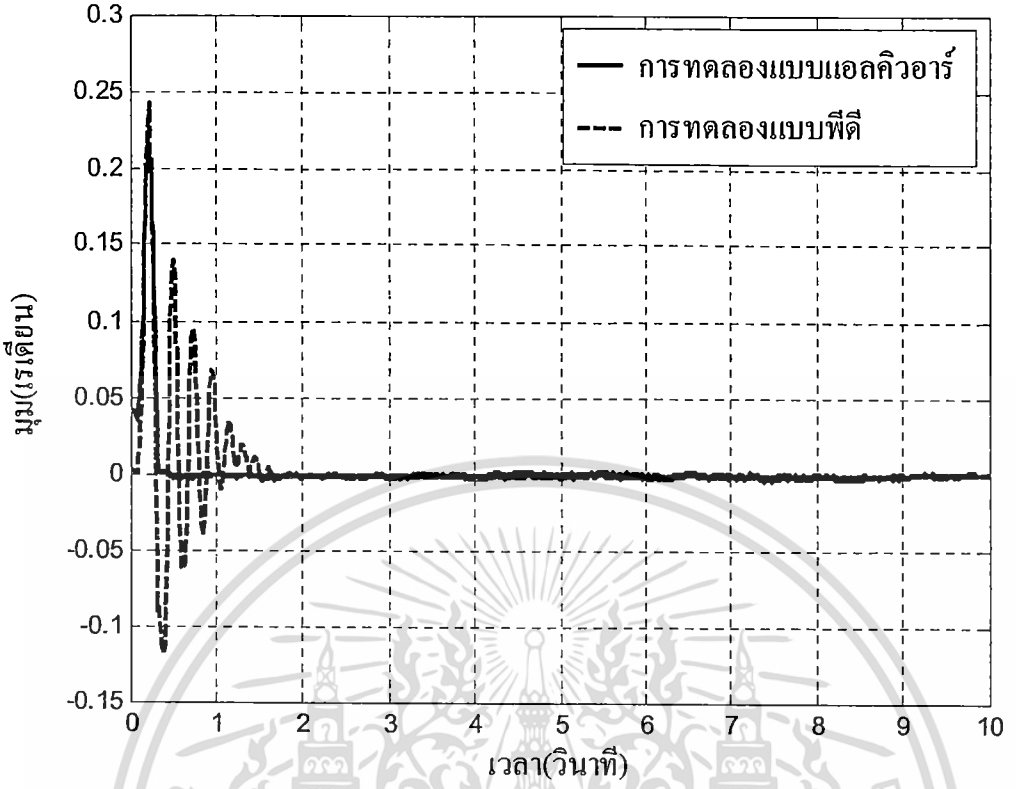
รูปที่ 5.27 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง

5.5 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้กับการทดลองของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

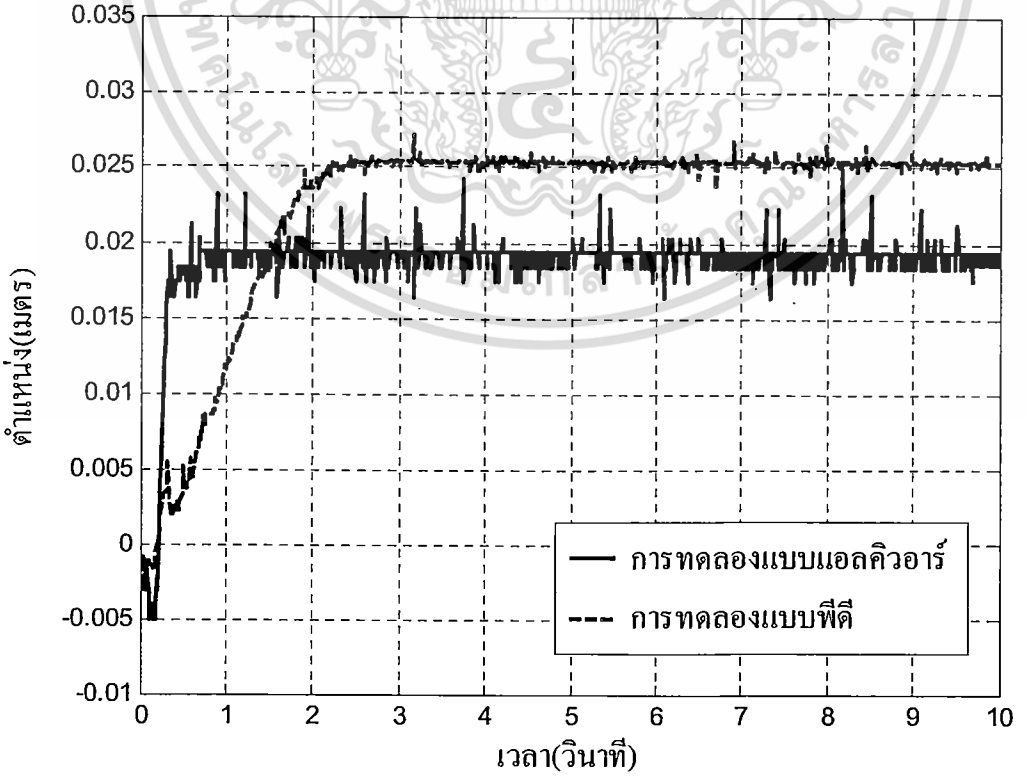
การทดลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

การทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยนำตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลมาทำการเปรียบเทียบการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 5.28 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.29 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพดังแสดงในรูปที่ 5.30 ตามลำดับดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

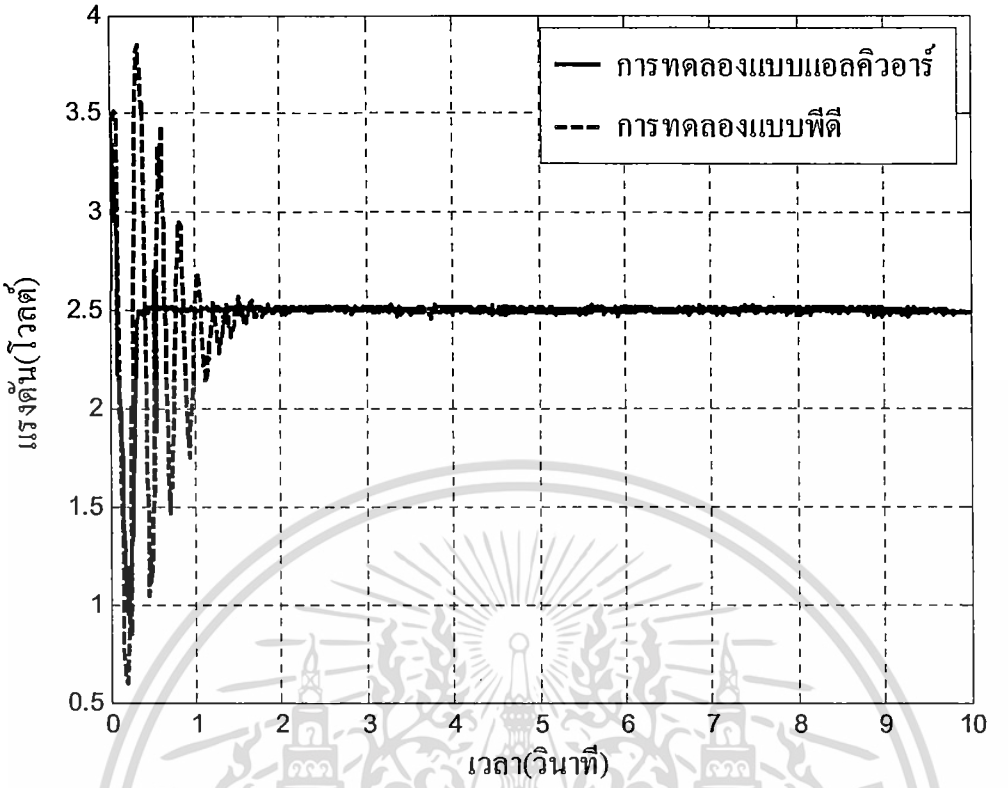


รูปที่ 5.28 การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง



รูปที่ 5.29 การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.30 การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง

5.6 การเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะ

จากผลการทดลองในรูปที่ 5.25 ที่ได้จากการจำลองและรูปที่ 5.28 ที่ได้จากการทดลองจะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์สามารถที่จะควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพได้ตามแบบที่ต้องการและยังมีประสิทธิภาพในการเข้าสู่จุดสมดุลได้เร็วมากกว่าตัวควบคุมแบบพีดี

การทดสอบหาค่าดัชนีสมรรถนะ (performance index) ของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้ อินทิเกรทเออเรอสแควร์ (ISE : integral of the square of the error) $ISE = \int_0^\infty e^2(t)\,dt$ ในการวัดสมรรถนะของระบบควบคุมแบบพีดีและระบบควบคุมแบบแอลคิว-อาร์มีค่าความละเอียดที่ใช้ในการสุ่มจำนวนห้าร้อยค่าดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.1 ผลของค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุม

	ดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุม	
	แบบพีดี	แบบแอลคิวอาร์
การจำลอง	665.1601	45.0976
การทดลอง	621.2751	50.8856

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยตัวควบคุมทั้งสองแบบนี้จะทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพเพื่อให้หุ่นยนต์ดุลยภาพสามารถรักษาสมดุลได้นั้น ในการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพก่อน โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้กฎของนิวตันในการออกแบบ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพโดยหลักที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อออกแบบ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นจะพิจารณาในรูปแบบของพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่หาได้จากกฎของนิวตันนั้นจะเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจะต้องทำการเปลี่ยนแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้มาอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นก่อน แล้วจึงนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่เป็นเชิงเส้นมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

ในการจำลองและการทดลอง ความสามารถของตัวควบคุมที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพ โดยการจำลองระบบของหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมที่ได้จากโครงสร้างจริงและเปรียบเทียบสมรรถณะมุมอินเวอร์ทเพนดูลัมของหุ่นยนต์ดุลยภาพกับตัวควบคุมที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพและทำการเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยการควบคุมระบบหุ่นยนต์ดุลยภาพจะใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ ในการทดสอบตัวควบคุมทั้งสองตัวนี้ที่ได้มาจากการคำนวณในแบบของสมการเชิงเส้นที่ได้มาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นสามารถควบคุมและรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพให้สามารถรักษาสมดุลไว้ได้ แต่ตัวควบคุมทั้งสองตัวนั้นจะใช้เวลาในการเข้าสู่จุดสมดุลช้าเร็วไม่เท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการจำลองและผลการทดลอง พบว่าในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยสังเกตจากการแกว่งของมุมอินเวอร์-ทเพนดูลัมและค่าตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยตัวควบคุมแบบพีดีจะใช้เวลาในการเข้าถึงจุดสมดุลช้ากว่าตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์และตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์สามารถรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพได้ดีกว่าตัวควบคุมแบบพีดีอยู่มาก ในส่วนของค่าดัชนีสมรรถนะของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ก็มีค่าน้อยกว่าตัวควบคุมแบบพีดีด้วยเช่นกัน

6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย

ในการออกแบบโครงสร้างของหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้น จะมีรูปแบบของความสูงและความกว้างที่ไม่แน่นอนโดยจะขึ้นอยู่กับผู้ออกแบบ และมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ใช้ในการขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดุลยภาพจะต้องมีแรงบิดมากพอที่จะสามารถยกโครงสร้างหุ่นยนต์ดุลยภาพให้กลับไปยังจุดสมดุลได้ โดยในการควบคุมและสั่งงานให้มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงให้ทำงานนั้น อาจจะทำให้เกิดการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ไม่พร้อมกันในล้อแต่ละข้างจึงทำให้หุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นเกิดอาการหมุนอยู่กับที่หรือหมุนเป็นวงกลม โดยทั้งหมดที่กล่าวมานี้จึงเป็นตัวแปรที่ส่งผลให้การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพให้มีเสถียรภาพที่ตำแหน่งสมดุลนั้นเป็นไปได้ยาก

6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

สำหรับข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนาคือ การรับและส่งสัญญาณควรเปลี่ยนเป็นแบบไร้สาย (wireless) เพื่อลดผลกระทบการดึงสายระหว่างหุ่นยนต์ดุลยภาพกับชุดควบคุมและทำการติดตั้งแบตเตอรี่ไว้บนหุ่นยนต์ดุลยภาพจากนั้น ทำการเลื่อนเซนเซอร์วัดมุมกับเซนเซอร์วัดความเร่งไว้ที่ตำแหน่งบนสุดของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อที่เซนเซอร์จะได้รับผลของการแกว่งของมุมอินเวอร์ทเพนดูลัมเร็วกว่าที่จะไว้ด้านล่างของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

นอกจากนี้ ในการออกแบบตัวควบคุมอาจจะลองเปลี่ยนตัวควบคุมเป็นแบบอื่นๆ ก็ได้ เช่น ตัวควบคุมแบบแอลคิวจี ตัวควบคุมแบบฟัซซี่ ตัวควบคุมแบบนิวรอนเน็ตเวิร์ก ตัวควบคุมแบบนิวโรฟัซซี่และตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

[1] F.Grasser, A. D'arrigo, S.Colombi and A. C. Rufer, Rufer, "JOE:A Mobile,Inverted Pendulum," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49,No. 1,pp.107-114, 2002

[2] Serway & Jewett, Principles of Physics: A Calculus-Based Text, Third Edition, THOMSON BROOKS/COLE, Harcourt, Inc. 2002

[3] A.N.K. Nasir, M.A. Ahmad and M.F. Rahmat "PERFORMANCE COMPARISON BETWEEN LQR AND PID CONTROLLER FOR AN INVERTED PENDULUM SYSTEM" International Conference on Power Control and Optimization, Chiang Mai, Thailand, 18-20, July 2008

[4] K. Ogata, Modern Control Engineering, Third Edition, Pretice-Hall International, Inc1990

[5] K. Lychek, and W. Manop "Dynamic Models of a Mobile Inverted Pendulum" การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 29 (EECON-29) 9 -10 พฤศจิกายน 2549, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี, หน้า 1077-1080

[6] K. Lychek, P. Khett and W. Manop "LPV Techniques for Control of a Mobile Inverted Pendulum" การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 29 (EECON-29) 9 -10 พฤศจิกายน 2549, มหาวิทยาลัย เทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี, หน้า 1065-1068

[7] Rich Chi Ooi, "Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot" The University of Western Australia School of Mechanical Engineering, Thesis 2003

[8] Weiqian (Viking) Zhou, "Platform for ergonomic steering methods investigation of "Segway-style" balancing scooters" physics and Electronic Engineering at the University of Waikato, Thesis 2008

[9] รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์, วรรัตน์ ภัทรอมรกุล, คู่มือการใช้MATLABฉบับสมบูรณ์, พิมพ์ครั้งที่ 2, อินโฟเพรส, 2543

[10] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, Modern Control Systems, Ninth Edition, Pretice-Hall International, Inc.

[11] D'AZZO & HOUPIS, LINEARCONTROL SYSTEM ANALYSIS AND DESIGN CONVENTIONAL AND MODERN, McGraw – Hill, Inc. 1975

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[12] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, Numerical Methods for Engineers with Software and Programming Applications, Fourth Edition, McGraw – Hill, Inc. 2002

[13] Robert J. Schilling, Sandra L. Harris, Applied Numerical Methods for Engineers using MATLAB® and C, Brooks/Cole Thomson Learning$_{TM}$ 2002.

[14] Desineni Subbaram Naidu, OPTIMAL CONTROL SYSTEMS, CRC Press LLC 2003.

[15] Frank L. Lewis, APPLIED OPTIMAL CONTROL & ESTIMATION Digital Design & Implementation, Pretice-Hall International, Inc. Texas Instruments Incorporated 1992.

[16] James B. Dabney and Thomas L. Harman, Mastering Simulink, Pearson Pretice-Hall International, Inc 2004.

[17] Raymont T. Stefani, Clement J. Savant, Jr., Bahram Shahian, Gene H. Hostetter, DESIGN OF FEEDBACK CONTROL SYSTEMS, Third Edition, Saunders College Publishing 1982.

[18] Clarence W. de Silva, Modeling and Control of Engineering Systems, CRC Press Taylor & Francis Group 2009.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพด้วยโปรแกรมแมตแล็ป ที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

ก.2 วงจรแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นข้อมูลดิจิตอล

วงจรแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นข้อมูลดิจิตอล จะมีลักษณะเป็น ISA การ์ดรหัส PCL-812PG เป็นของบริษัท Advantech Co. Ltd. ใช้เชื่อมต่อระหว่างเซนเซอร์วัดมุม, เซนเซอร์วัดความเร่งกับเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยการ์ดจะรับสัญญาณอนาล็อกขนาด 12 บิต และสัญญาณอนาล็อกของการ์ดจะมีช่วงระดับแรงดันไฟฟ้าขนาด -10 โวลต์ ถึง +10 โวลต์ (ขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากตัวการ์ด) โดยการ์ดจะรับสัญญาณอนาล็อกจากเซนเซอร์วัดมุมและเซนเซอร์วัดความเร่งแล้วจะแปลงข้อมูลนี้เป็นข้อมูลดิจิตอลเพื่อส่งเข้าสู่เครื่องคอมพิวเตอร์ต่อไป

ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก

วงจรแปลงข้อมูลดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก จะมีลักษณะเป็น ISA การ์ดรหัส PCL-812PG เป็นของบริษัท Advantech Co. Ltd. ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรขับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยการ์ดจะรับข้อมูลดิจิตอลขนาด 12 บิต จากคอมพิวเตอร์และจะแปลงข้อมูลนี้เป็นสัญญาณอนาล็อกที่อยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้ามีขนาด -10 โวลต์ ถึง +10 โวลต์ (ขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากตัวการ์ด) เพื่อส่งแรงดันนี้เข้าสู่วงจรขับกระแสของมอเตอร์เพื่อใช้ขับหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิตอลที่ส่งมาให้ แสดงค่าความสัมพันธ์ดังนี้

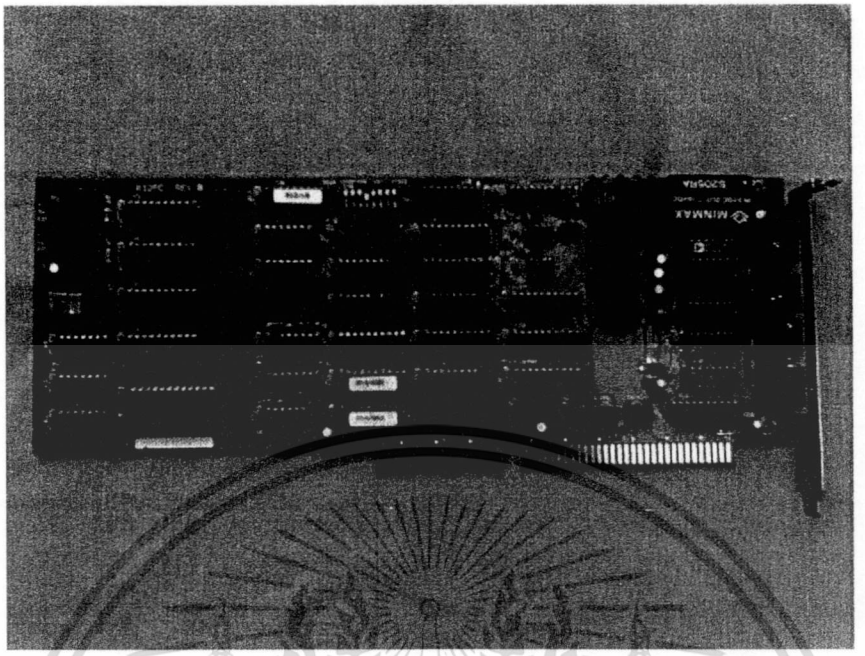
ถ้าส่งค่า FFFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

ถ้าส่งค่า 7FFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

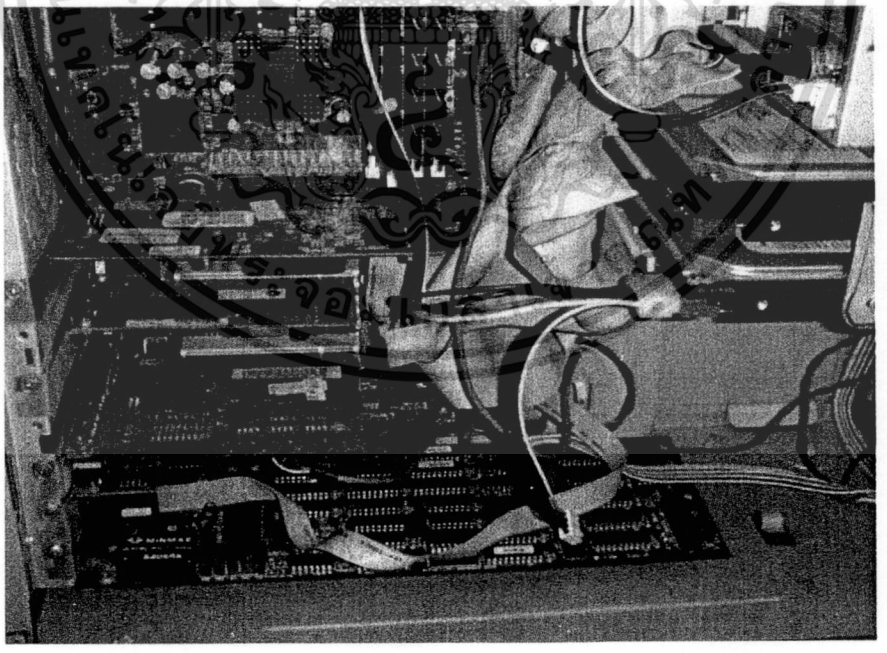
ถ้าส่งค่า 0H เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ -10 โวลต์

เนื่องจากการ์ด PCL-812PG มีขนาด 12 บิต จึงมีค่าความละเอียดที่ 4095 ค่าจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง 0.2 – 4.8 โวลต์ ดังนั้นจะได้ค่าความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลดิจิตอลเท่ากับ 20/4095 = 0.004884 โวลต์ ต่อข้อมูลดิจิตอล 1 ระดับ แสดงดังรูปที่ ก.1 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.1 ภาพถ่ายการ์ดแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นข้อมูลดิจิตอล
และแปลงข้อมูลดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก



รูปที่ ก.2 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก.4 วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์

วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับหุ่นยนต์ดุลยภาพ จะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิตอลเป็นสัญญาณอนาล็อก โดยสัญญาณอนาล็อกจะมีขนาดของแรงดัน 0.2 – 4.8 โวลต์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันอินพุตจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น โดยแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 4.8 โวลต์ จะส่งผลให้มอเตอร์หมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

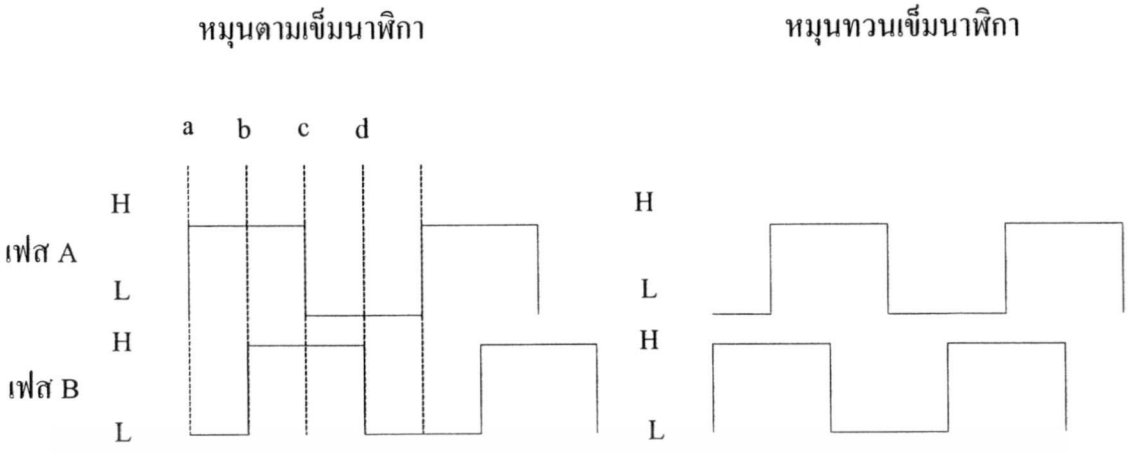
ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 2.5 โวลต์ จะส่งผลให้มอเตอร์หยุดหมุน

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 0.2 โวลต์ จะส่งผลให้มอเตอร์หมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

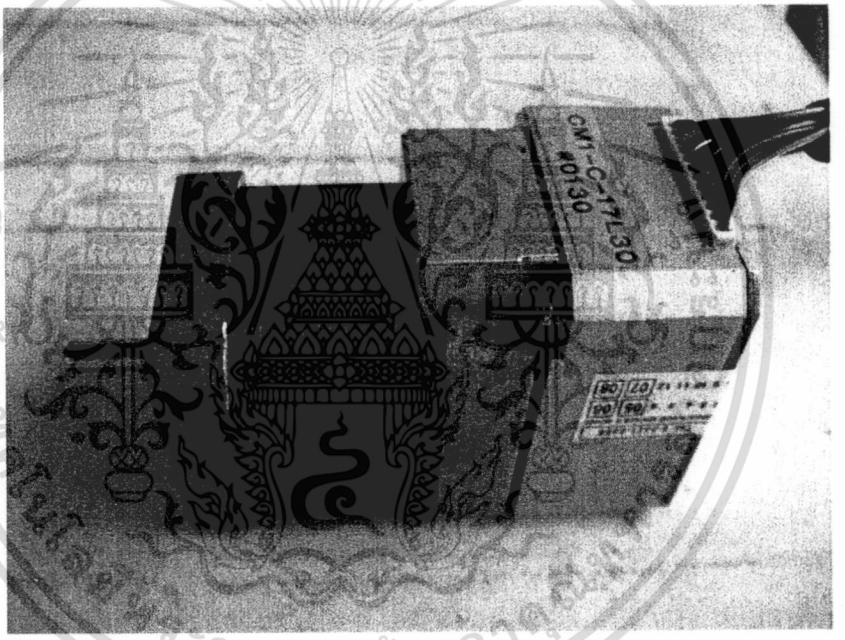
ก.5 แม็กเนติคเอนโค้ดเดอร์

เอนโค้ดเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณที่ป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโค้ดเดอร์นั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือสามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่าไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีสมรรถนะซึ่งเอนโค้ดเดอร์ที่ใช้ในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ มีค่าความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากสัญญาณพัลส์ที่ขา A และ B ของเอนโค้ดเดอร์มีเฟสต่างกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่วงจรนับซึ่งวงจรนับจะทำการแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ ก.3 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ 360/8000 = 0.045 องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.3 สัญญาณพัลส์ของการหมุนเอนโค๊ดเดอร์

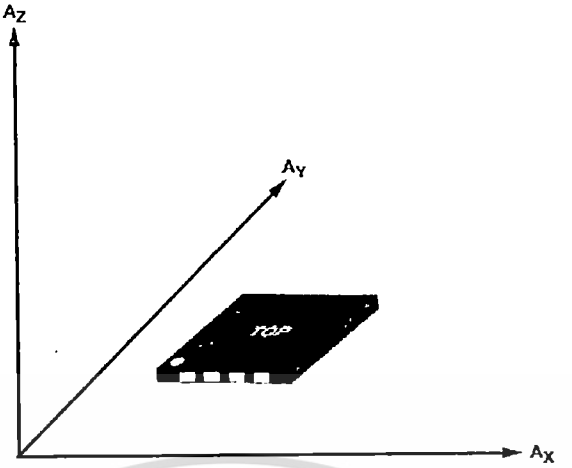


รูปที่ ก.4 ภาพถ่ายแม็กเนติคเอนโค๊ดเดอร์

ก.6 เซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดมุม

เซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดมุมจะถูกติดตั้งอยู่บริเวณตรงกลางของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดความเร่งคือ การตรวจจับการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ดุลยภาพซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันเอาต์พุตจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น โดยแสดงดังรูป ก.5 และแสดงค่าความสัมพันธ์ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.5 ลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดความเร่ง

ที่แกน A_x

ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งเอียงไปทางด้านซ้ายสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 0.2 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งอยู่ระนาบสมดุลแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 2.5 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งเอียงไปทางด้านขวาสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 3.3 โวลต์

ที่แกน A_y

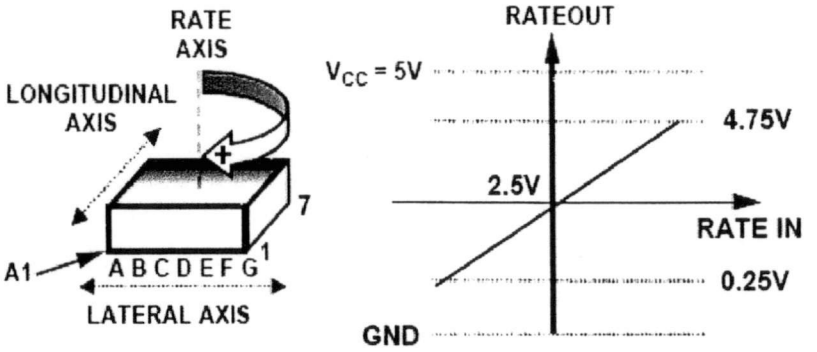
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งเอียงไปทางด้านหน้าสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 0.2 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งอยู่ระนาบสมดุลแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 2.5 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งเอียงไปทางด้านหลังสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 3.3 โวลต์

ที่แกน A_z

ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งหมุนไปทางด้านซ้ายสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 0.2 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งอยู่ระนาบสมดุลแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 2.5 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความเร่งหมุนไปทางด้านขวาสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 3.3 โวลต์

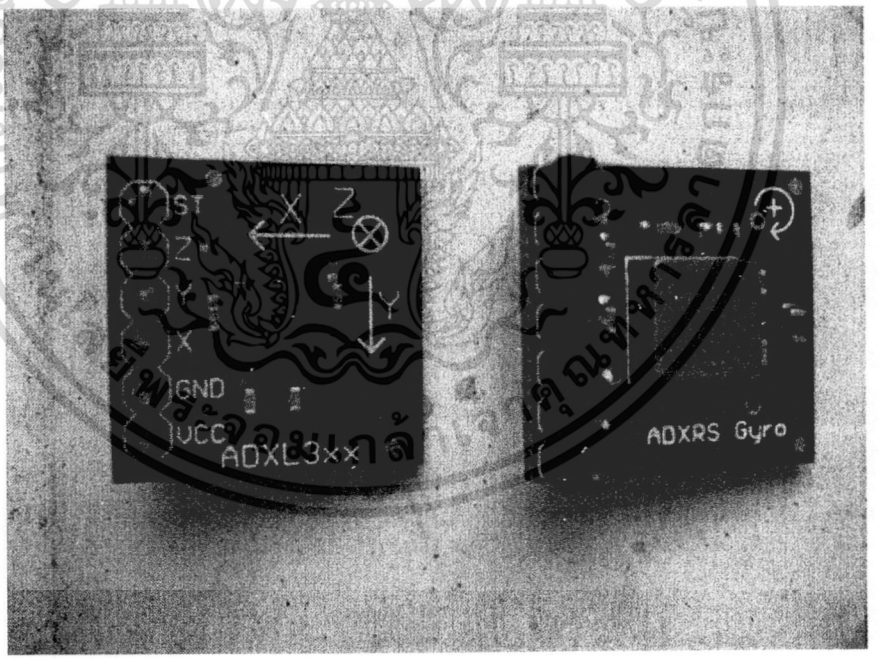
ลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดความมุมคือ การตรวจจับการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ดุลยภาพรอบแกน A_z หรือกล่าวอีกแบบหนึ่งก็คือ การตรวจจับการหมุนของหุ่นยนต์ดุลยภาพรอบแกน A_z ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันเอาต์พุตจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น โดยแสดงดังรูป ก.6 และแสดงค่าความสัมพันธ์ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.6 ลักษณะการทำงานของเซนเซอร์วัดมุม

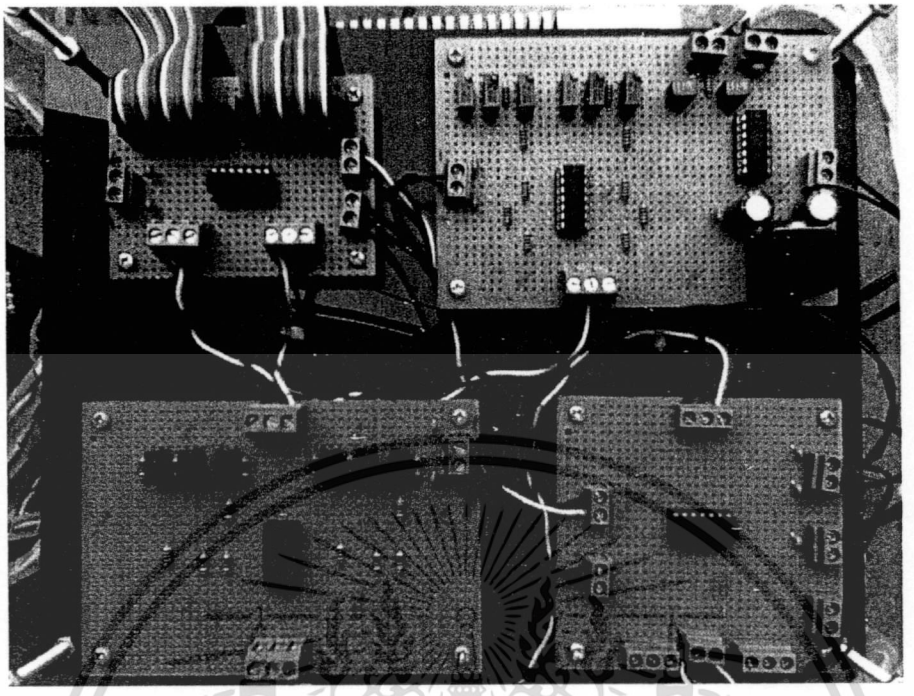
ถ้าเซนเซอร์วัดความมุมหมุนไปทางด้านซ้ายสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 0.25 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความมุมอยู่ระนาบสมดุลแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 2.5 โวลต์
ถ้าเซนเซอร์วัดความมุมหมุนไปทางด้านขวาสุดแรงดันเอาต์พุตที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 4.75 โวลต์



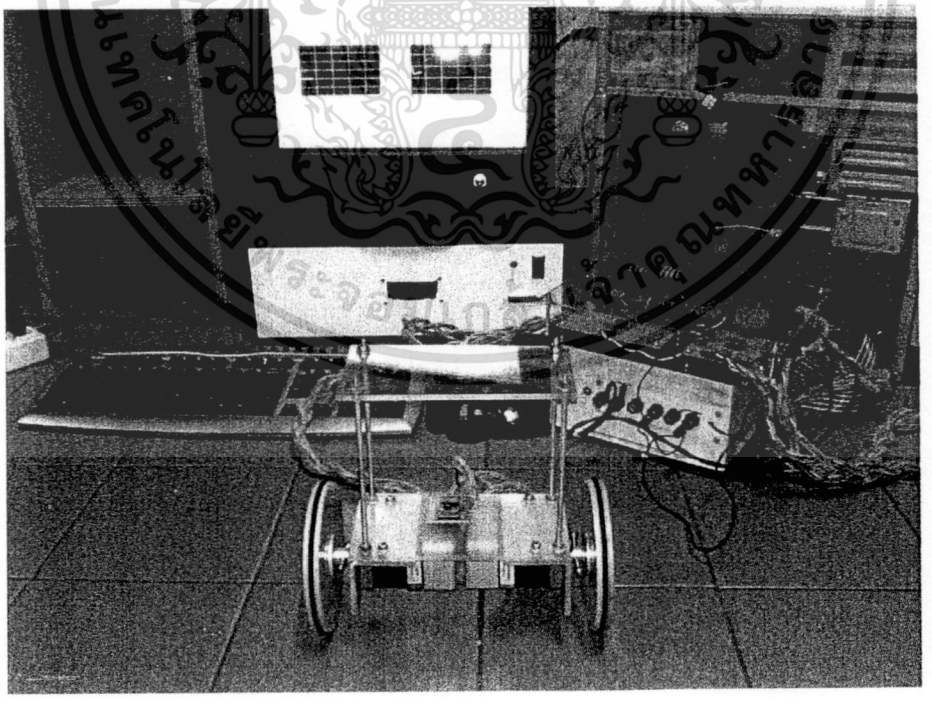
รูปที่ ก.7 ภาพถ่ายเซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดมุม

อุปกรณ์ที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนั้น มีหน้าที่ในการควบคุมและรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพ โดยทั้งหมดนี้เรียกว่า ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.8 ภาพถ่ายวงจรซีโรสแปน



รูปที่ ก.9 ภาพถ่ายระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

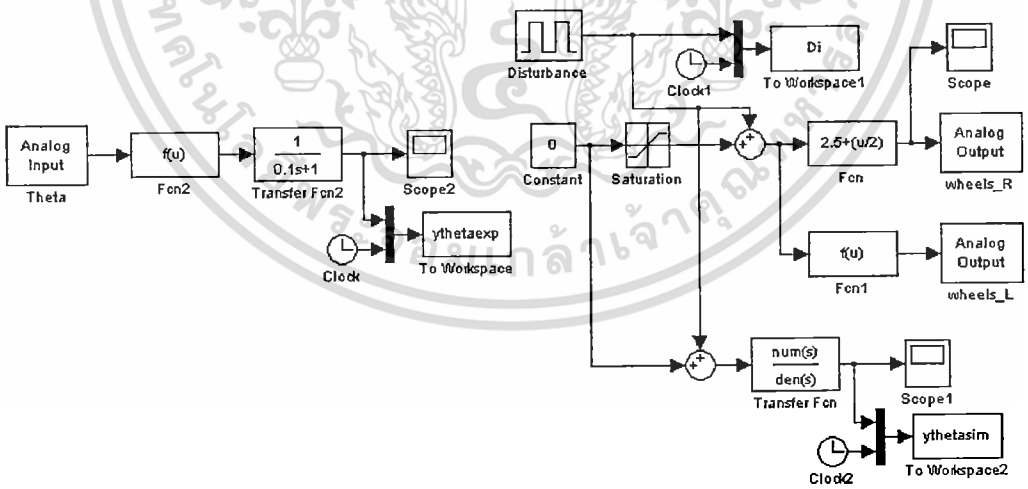
ข.1 พารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

```
Km = 0.3674;
Ke = 0.7661;
Mp = 1.5;
Mw = 0.2;
Ip = 0.003278;
Iw = 0.00036;
Ra = 14;
r = 0.06;
l = 0.05;
g = 9.81;
Beta = (Ip+(Mp*l)^2);
Alpha = (2*Mw+(2*Iw/r^2)+Mp);


%Under%
A = [0 1 0 0;
     0 ((-Mp*l/Alpha)*(2*Km*Ke/(Ra*r*Beta)))-(2*Km*Ke/(Ra*r^2*Alpha)) (-Mp*l/Alpha)*(-
     Mp*g*l/Beta) 0;
     0 0 0 1;
     0 ((-Mp*l/Beta)*(-2*Km*Ke/(Ra*r^2*Alpha)))+(2*Km*Ke/(Ra*r*Beta)) (-Mp*g*l/Beta)
     0];
B = [0;
     ((-Mp*l/Alpha)*(-2*Km/(Ra*r*Beta)))+(2*Km/(Ra*r*Alpha));
     0;
     ((-Mp*l/Beta)*(2*Km/(Ra*r*Alpha)))-2*Km/(Ra*r*Beta)];
C = [0 0 1 0];
D = [0];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%Upper%

A = [0 1 0 0;
     0 ((Mp*l/Alpha)*(2*Km*Ke/(Ra*r*Beta)))-(2*Km*Ke/(Ra*r^2*Alpha))
     (Mp*l/Alpha)*(Mp*g*l/Beta) 0;
     0 0 0 1;
     0 ((Mp*l/Beta)*(-2*Km*Ke/(Ra*r^2*Alpha)))+(2*Km*Ke/(Ra*r*Beta)) (Mp*g*l/Beta) 0];
B = [0;
     ((Mp*l/Alpha)*(-2*Km/(Ra*r*Beta)))+(2*Km/(Ra*r*Alpha));
     0;
     ((Mp*l/Beta)*(2*Km/(Ra*r*Alpha)))+2*Km/(Ra*r*Beta)];
C = [0 0 1 0];
D = [0];
```

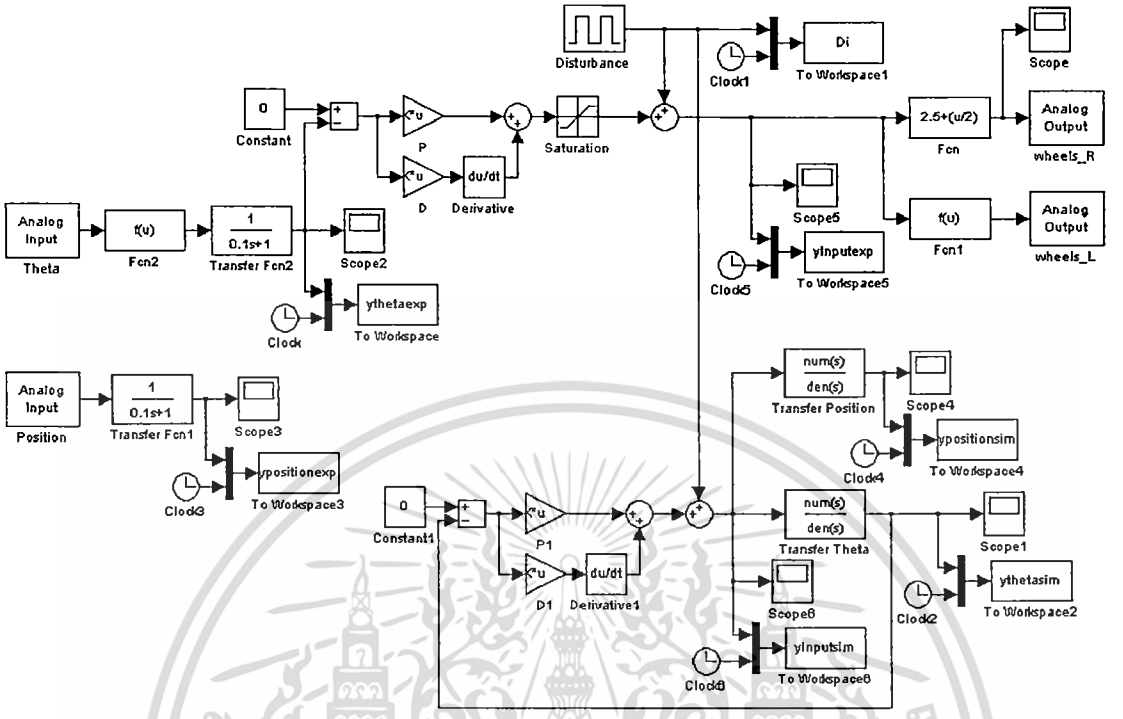
ข.2 การทดสอบเพื่อหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ



รูปที่ ข.1 โปรแกรม Simulink ทดสอบหาโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

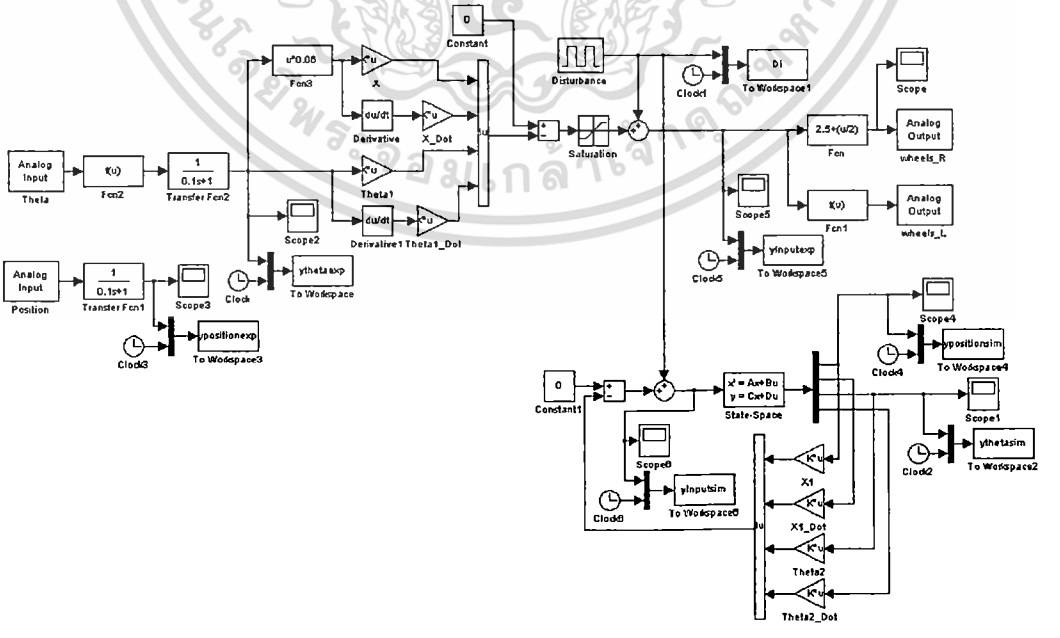
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.3 ตัวควบคุมแบบพีดี โปรแกรม Simulink (Real Time Windows Target)



รูปที่ ข.2 โปรแกรม Simulink ตัวควบคุมแบบพีดี

ข.4 ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โปรแกรม Simulink (Real Time Windows Target)



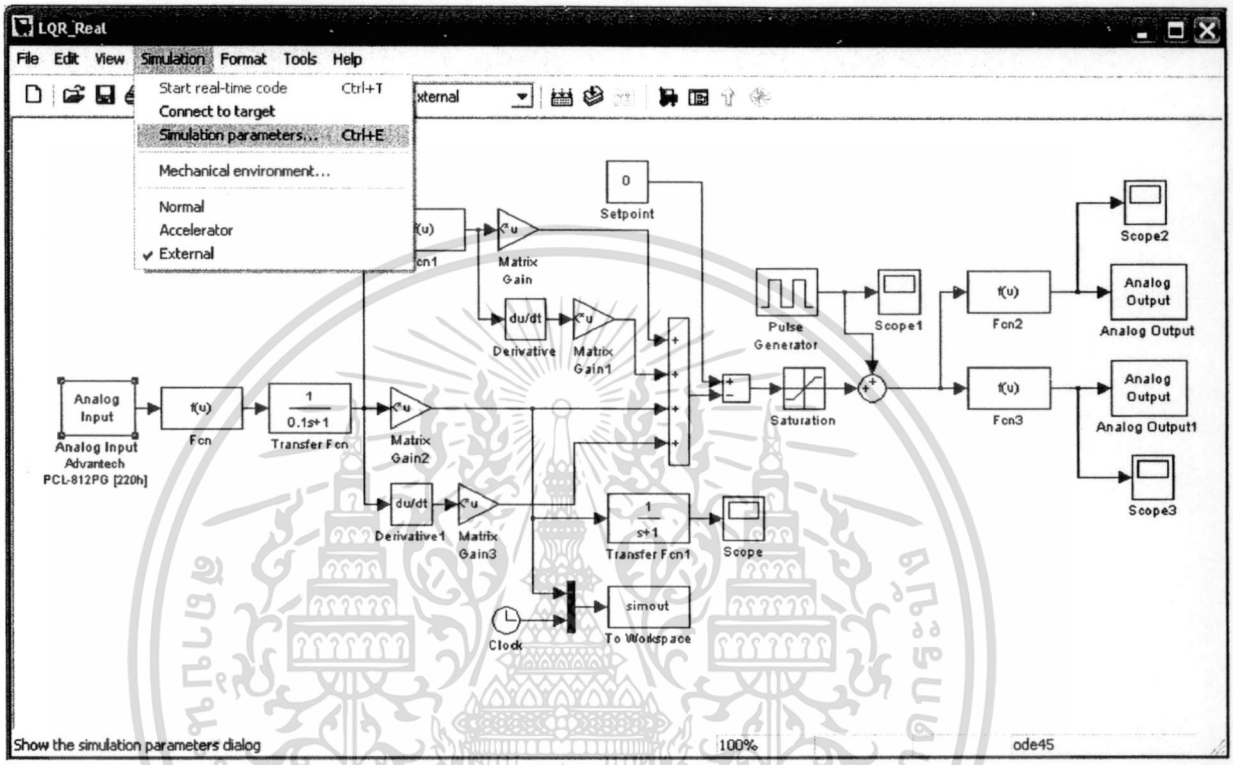
รูปที่ ข.3 โปรแกรม Simulink ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

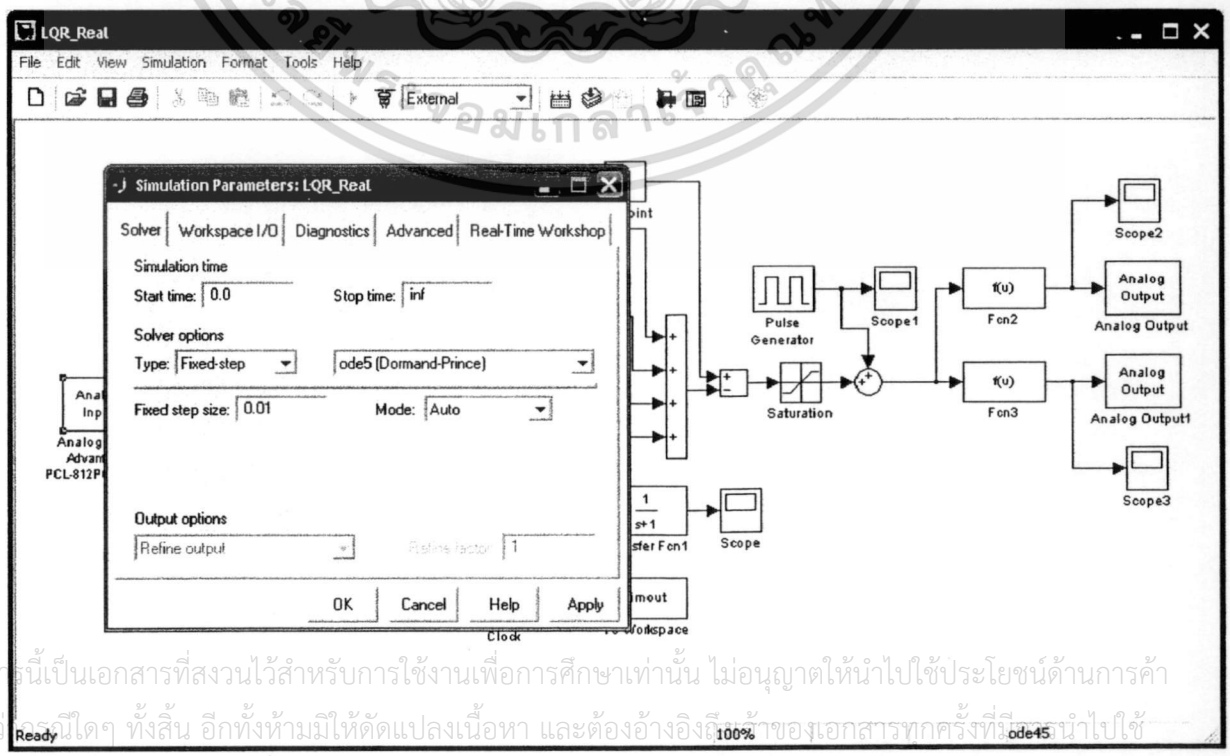
ข.5 การเซทอัพโปรแกรม MATLAB-Simulink (Real Time Windows Target)

ในการใช้โปรแกรม MATLAB 6.5 เพื่อควบคุม Hard ware โดยใช้ Real-Time Windows Target นั้น ในเครื่องคอมพิวเตอร์จะต้องมีโปรแกรม visual Basic 6.0 ติดตั้งอยู่ด้วย

1.คลิกที่ Simulink เลือก External และเลือก Simulation parameters....

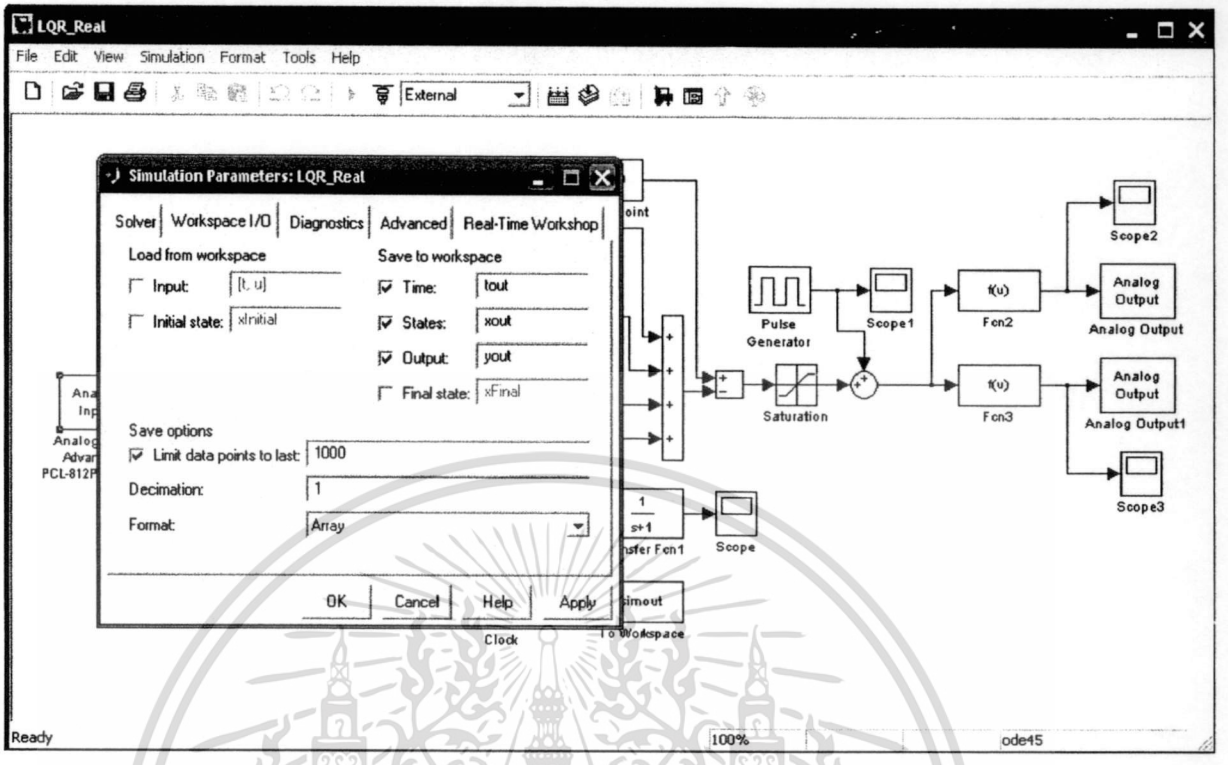


2. เสร็จแล้วเปลี่ยนค่าดังตารางด้านล่าง

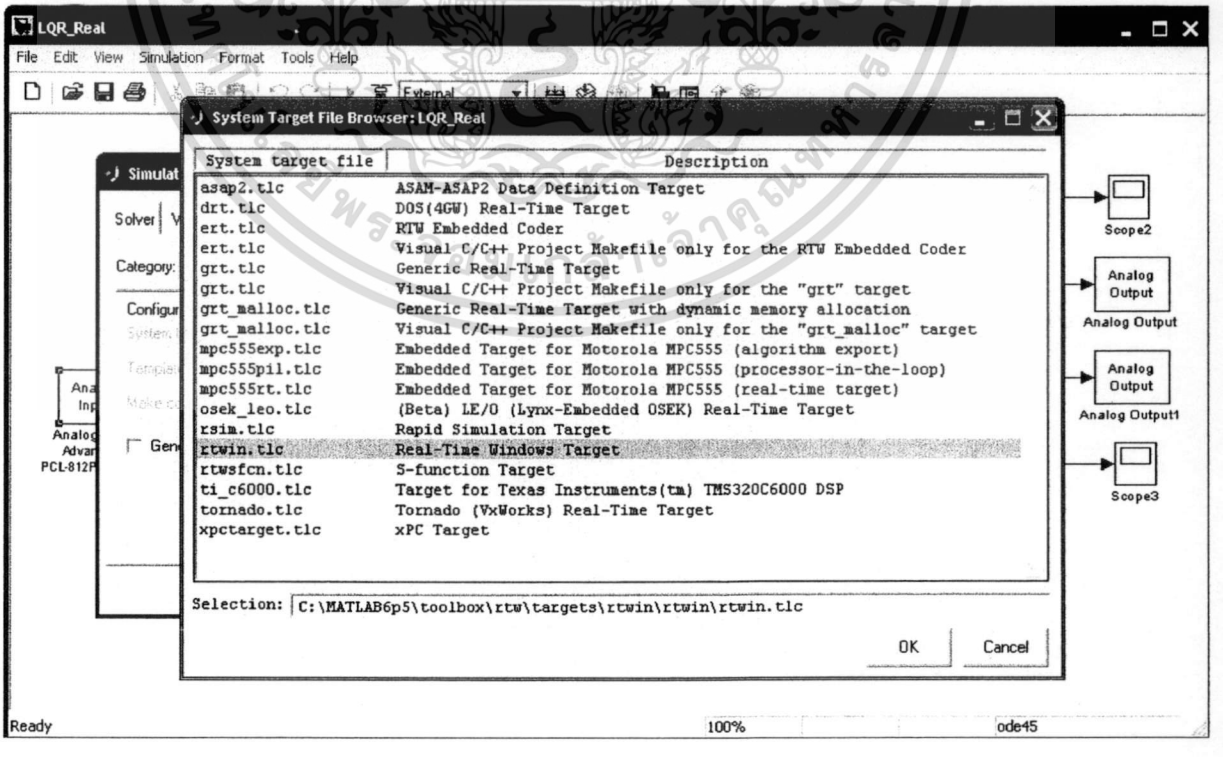


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. เลือก Workspace I/O แล้วทำเครื่องหมายที่ช่องตามรูป

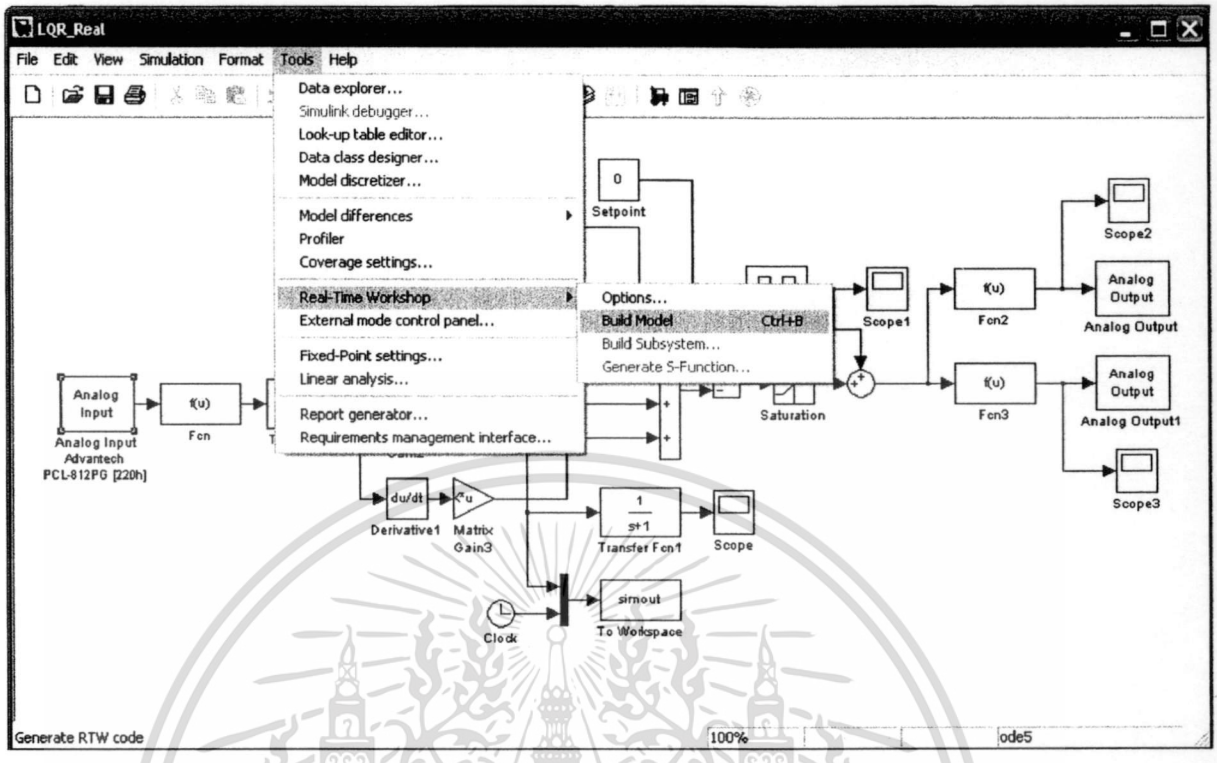


4. เลือก Real-Time Workshop เสร็จแล้วคลิกที่ Browse... เสร็จแล้วเลือก rtwin.tlc แล้วกด OK แล้วกด OK



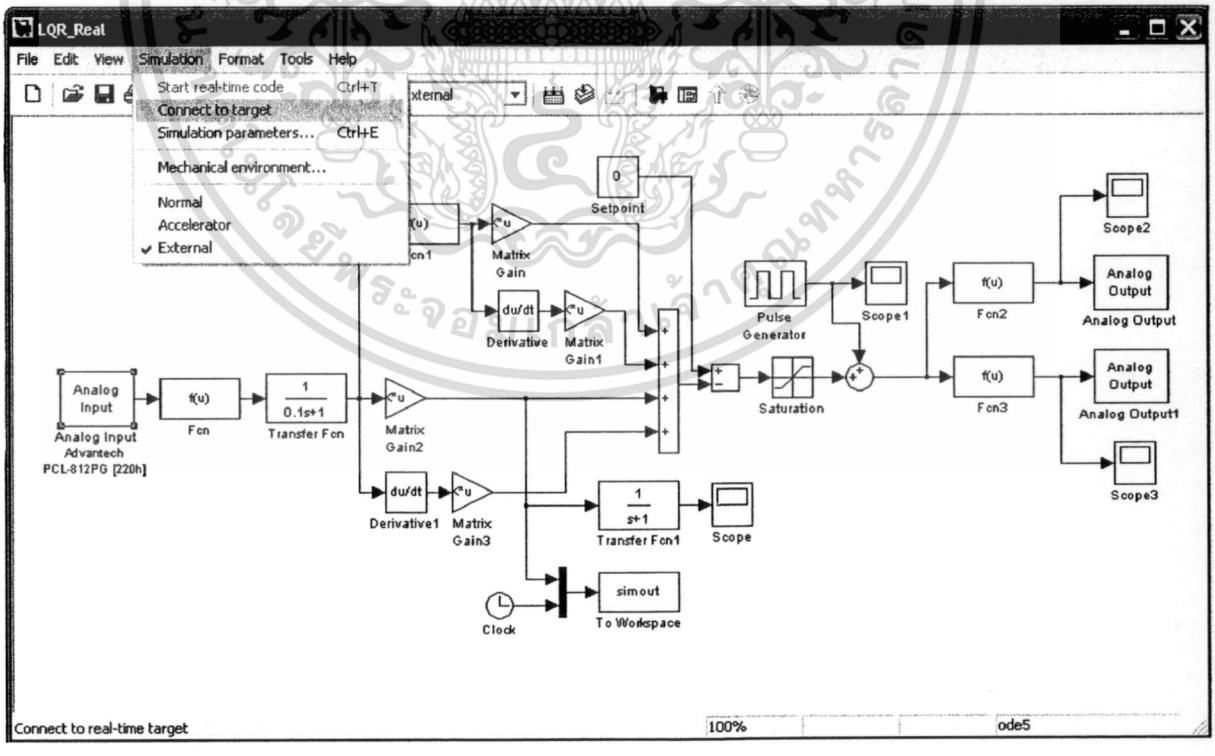
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ทำตามภาพหรือกด ctrl+B



6. ระบบจะทำการประมวลผล ### Successful....

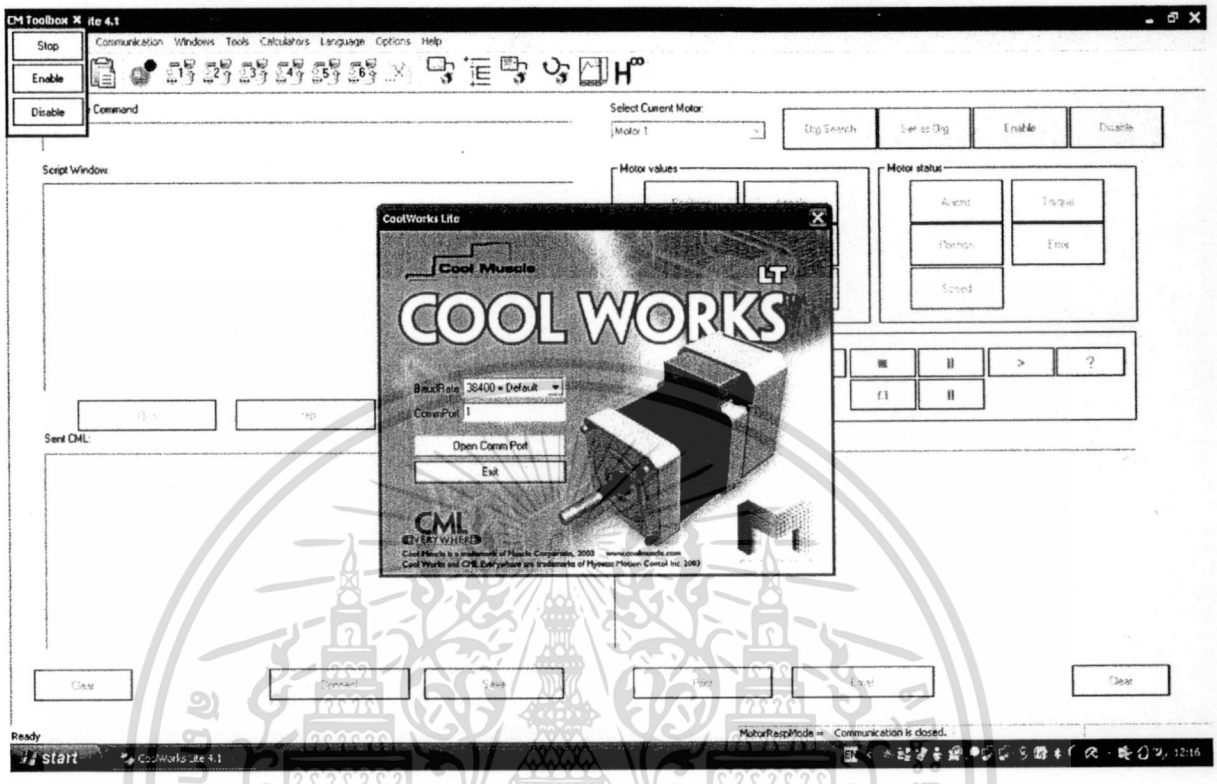
เป็นอันว่าระบบนั้นสมบูรณ์จากนั้น เลือก connect to target และ on system ระบบก็จะเริ่มทำงาน



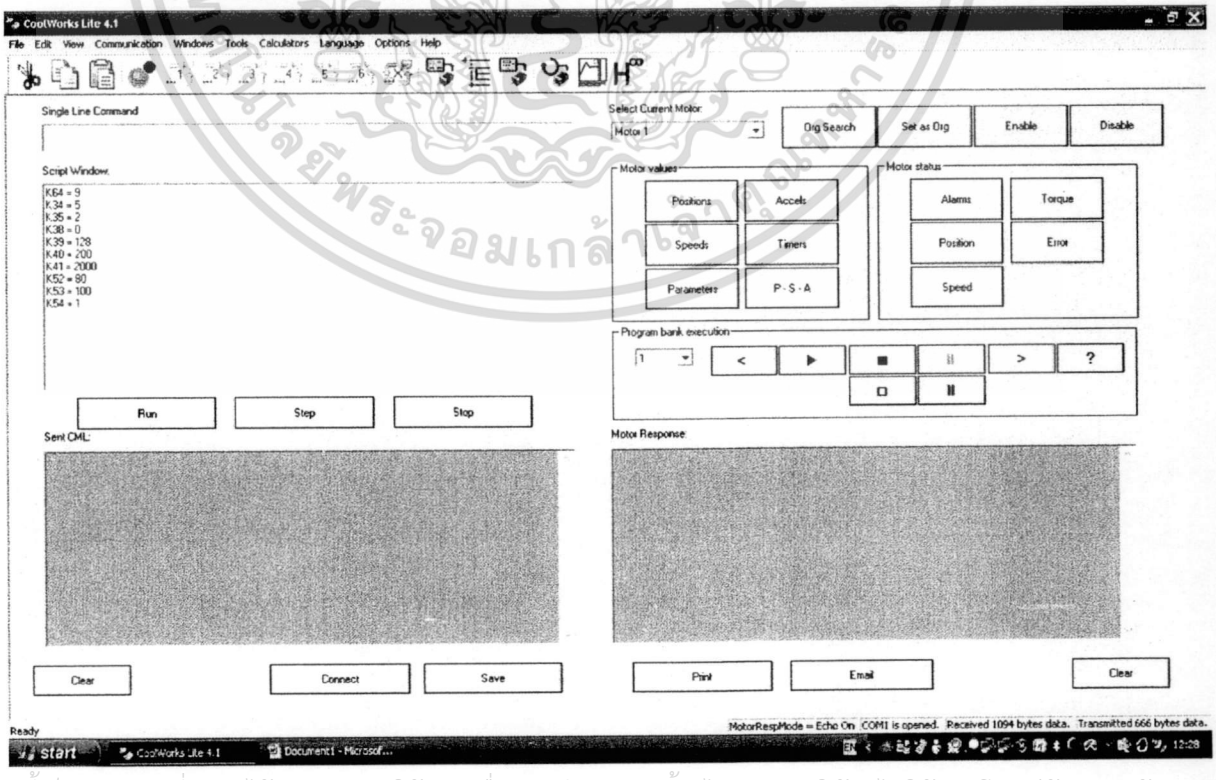
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.6 การเซทอัพโปรแกรม Cool Muscle(C-type to V-type)

1.ตั้งค่า Board Rate ระหว่างโปรแกรมกับมอเตอร์ให้ตรงกันก่อน.....กด Open Comm Port

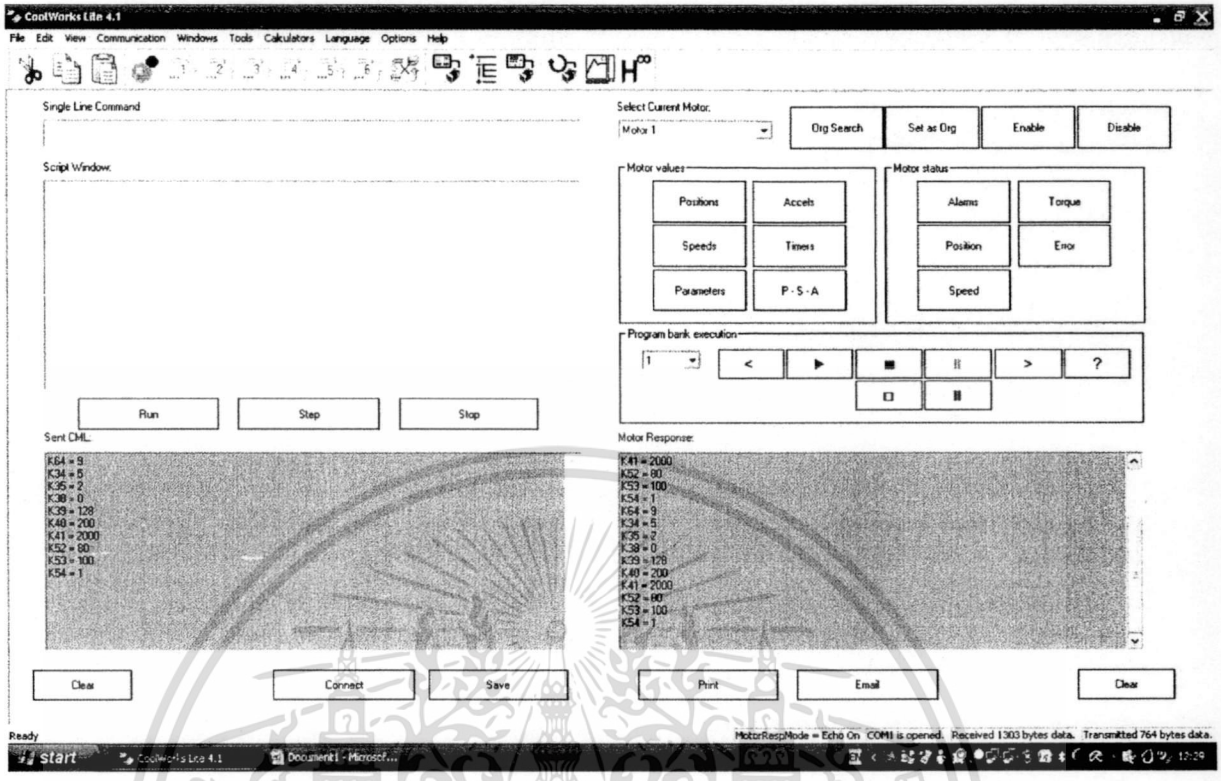


2.ตั้งค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดตามตารางด้านล่าง.....กด Run

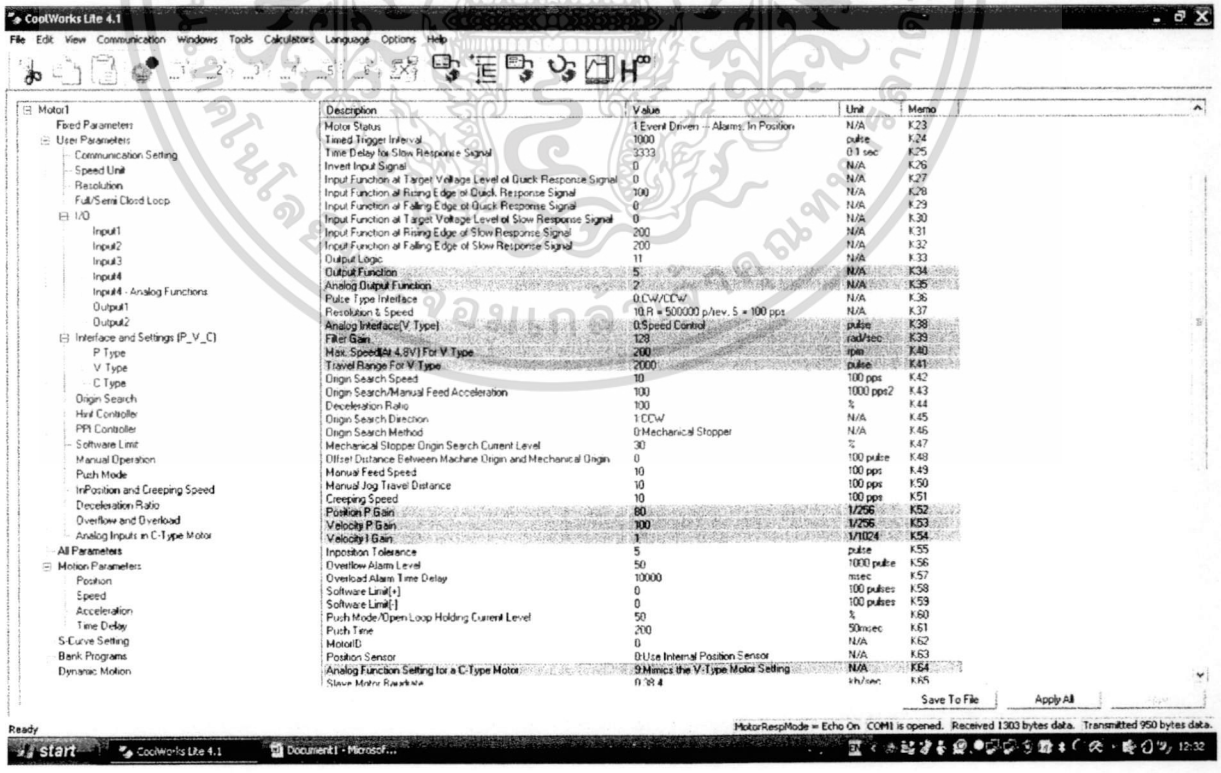


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.แสดงการเซตอัพค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดเมื่อกด Run



4.การตรวจสอบค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดที่ถูกเซตอัพลงไปภายในมอเตอร์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.7 พารามิเตอร์เซตอัพในมอเตอร์

K64 = 9 // คำสั่งการเปลี่ยนจาก C-type ไปเป็น V-type

K34 = 5 // คำสั่งเซตอัพให้ส่งค่าเอาต์พุตที่ความเร็วปัจจุบัน

K35 = 2 // คำสั่งเซตอัพให้เป็นเอาต์พุตแบบโวลต์เตจ

K38 = 0 // คำสั่งเซตอัพการหมุน

- หมุนตามเข็มนาฬิกา : 0.2 โวลต์ ถึง 2.5 โวลต์
- หยุดหมุน : 2.5 โวลต์ ถึง 2.6 โวลต์
- หมุนทวนเข็มนาฬิกา : 2.6 โวลต์ ถึง 4.8 โวลต์

K39 = 128 // คำสั่งเซตอัพตัวกรองค่า Gain

K40 = 200 // คำสั่งเซตอัพความเร็วรอบของมอเตอร์ (rpm)

K41 = 2000 // คำสั่งการส่งพัลส์ของการหมุนของมอเตอร์ในหนึ่งรอบ

K52 = 80 // คำสั่งเซตค่า Gain P ตำแหน่ง

K53 = 100 // คำสั่งเซตค่า Gain P ความเร็ว

K54 = 1 // คำสั่งเซตค่า Gain I ความเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.8 พารามิเตอร์อินทิเกรทเออเรอสแควร์ (ISE : integral of the square of the error)

```
//PD_Sim

sp = 0;
for i = 1:501
   e1 = (sp - ythpd).^2;
end
for j = 2:500
   err1 = 2.*sum(e1);
end
ISE = e1(1) + err1 + e1(501)
for j = 1:501
   func = (T.*ISE)/2;
end
plot(T,func,'b'),grid
```

```
//LQR_Sim

sp = 0;
for i = 1:501
   e1 = (sp - ythlqr).^2;
end
for j = 2:500
   err1 = 2.*sum(e1);
end
ISE = e1(1) + err1 + e1(501)
for j = 1:501
   func = (T.*ISE)/2;
end
plot(T,func,'b'),grid
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
//PD_Exp

sp = 0;
for i = 1:501
   e1 = (sp - y_pd).^2;
end
for j = 2:500
   err1 = 2.*sum(e1);
end
ISE = e1(1) + err1 + e1(501)
for j = 1:501
   func = (T.*ISE)/2;
end
plot(T,func,'b'),grid

-----------------------------------------------
//LQR_Exp

sp = 0;
for i = 1:501
   e1 = (sp - y_lqrr).^2;
end
for j = 2:500
   err1 = 2.*sum(e1);
end
ISE = e1(1) + err1 + e1(501)
for j = 1:501
   func = (T.*ISE)/2;
end
plot(T,func,'b'),grid
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.9 พารามิเตอร์เปรียบเทียบค่าค่าดัชนีสมรรถนะกับอินทิเกรทเออเรอสแควร์

```
sp = 0;
for i = 1:501
   e = (sp - y_lqrr).^2;
end
t = 0:0.01:5.00;
plot(t,e,'b'),grid
```

```
for i = 1:501
   j(i) = y_lqrr(i)'*y_lqrr(i);
end
t = 0:0.01:5.00;
plot(t,j,'--r'),grid
```

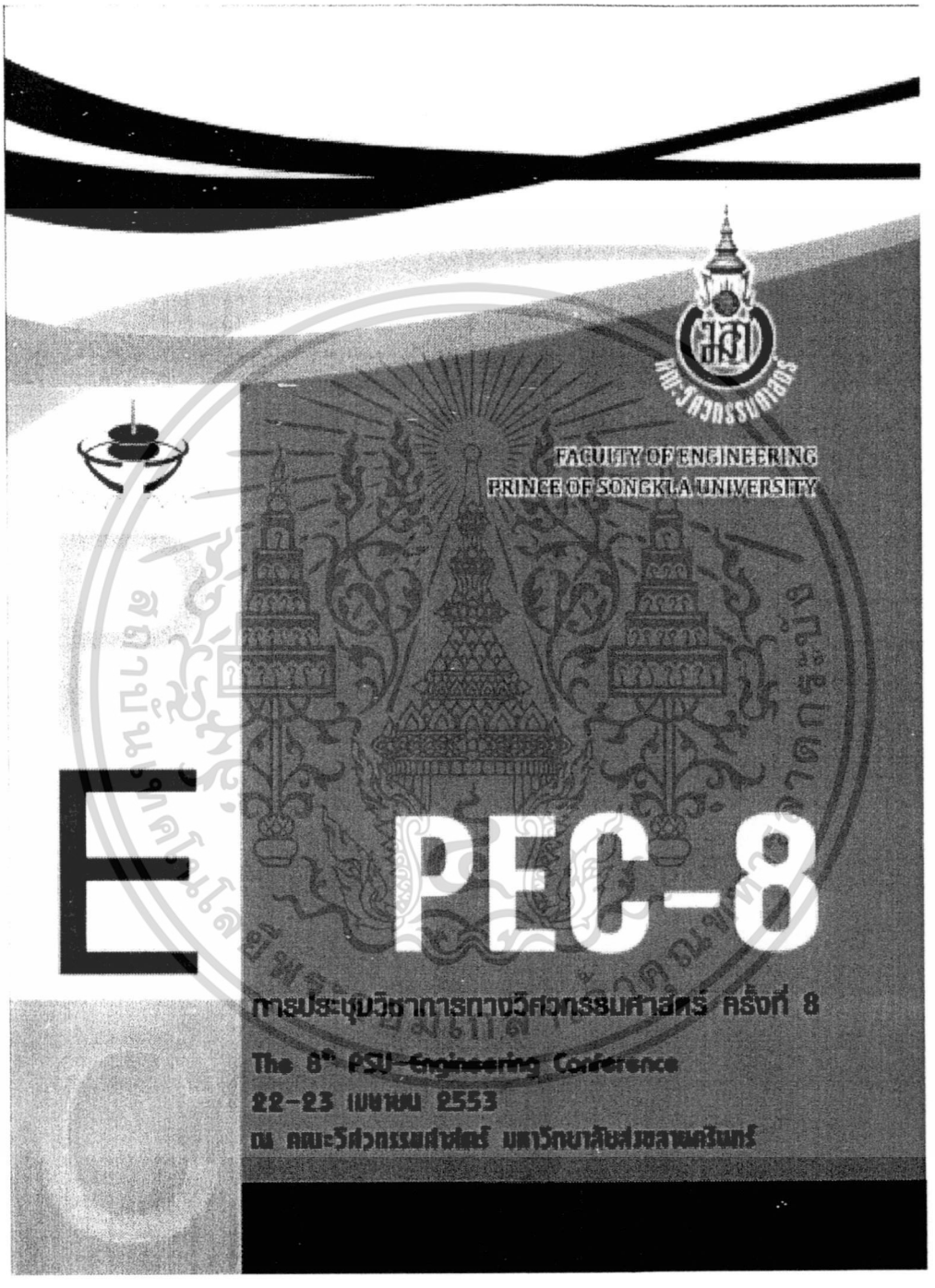
หมายเหตุ ระบบปฏิบัติการที่ใช้กับระบบควบคุมหุ่นยนต์คุลยภาพเป็น Windows ME

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค.

ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The Eighth PSU Engineering Conference
22-23 April 2010

Design LQR Controller for the Balancing robot

Kanchit Pawananont[1] Suthian Kiatsunthorn[2]
[1]Department of Control Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkung's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
E-mail: analog_dir@hotmail.com
[2]Department of Control Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkung's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
E-mail: suthiankiatsunthorn@yahoo.com

Abstract
The objective of this paper is to present a controller design for balancing robot, the dynamics model of a balancing robot was derived using a Newtonian approach based on the inverted pendulum model leading to the linear equations. That will be used to design the controller and compare performance of controller between Linear Quadratic Regulator (LQR) and Proportional-Derivative (PD). Simulation results show that LQR design techniques can stabilize the balancing robot in the presence of large deviation angles with a better performance than PD design techniques.
Keywords: Linear Quadratic Regulator (LQR), Proportional-Derivative (PD), balancing robot

1. Introduction

Balancing robot is unstable dynamics of the system. Such robots are characterized by the ability to balance on its two wheels and spin on the spot. The dynamic model of a balancing robot was derived using a Newtonian approach based on the inverted pendulum model. Consider the robot's chassis can be modeled as

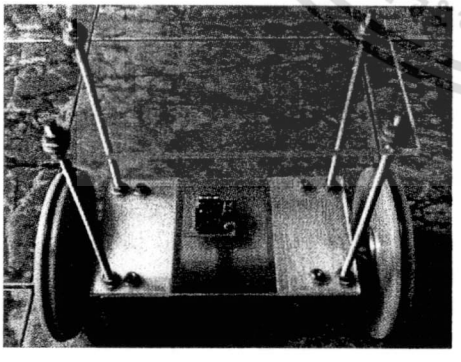


Fig. 1 Physical form the balancing robot system.

an inverted pendulum [1]. Figure 1, 2 shows the free body diagram of the chassis and the pendulum. The dynamics of a balancing robot are nonlinear and open-loop unstable. LQR (linear Quadratic Regulator) control, seem to be the most convenient method to design a stabilizing controller. This method is the system stability and performance that can be guaranteed only when the deviation angles of pendulums are small.

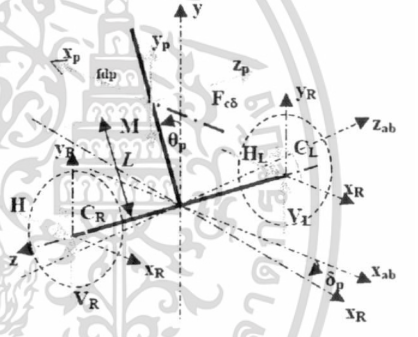


Fig. 2 Free body diagram of the balancing robot.

2. Modeling of the Balancing robot

From Figure 2, θ represents the angle of pendulum (rad). From figure 2 the equation of motion was derived and leaded to the linear dynamic models as

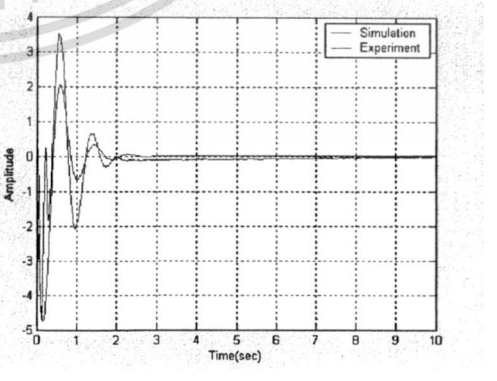


Fig. 3 angle under pendulum for the balancing robot

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 1. List of terms and variables

θ	: Angular position of the pendulum
$\dot{\theta}$	: Angular velocity of the pendulum
$\ddot{\theta}$	: Angular acceleration of the pendulum
x	: Position of the robot
$\dot{x}$	: Velocity of the robot
$\ddot{x}$	: Acceleration of the robot
g	: Acceleration of gravity
r	: Radius of the wheels
Mw	: Mass of the wheels
Mp	: Mass of the pendulum
Iw	: Wheel moment of inertia
Ip	: Pendulum moment of inertia
L	: Length to the pendulum
Km	: Motor-torque constant
Ke	: Back-emf constant
Ra	: Motor armature resistance

$$\ddot{x} = -\frac{2KmKe}{Ra_r{}^2\alpha}\dot{x} - \frac{MpL}{\alpha}\ddot{\theta}\cos\theta + \frac{2Km}{Ra\alpha}Va + MpL\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{2KmKe}{Ra\beta}\dot{x} - \frac{MpL}{\beta}\ddot{x}\cos\theta - \frac{2Km}{Ra\beta}Va - \frac{MpgL}{\beta}\sin\theta \quad (2)$$

Where

$$\beta = Mp\,L^2 + Ip$$

$$\alpha = 2Mw + \frac{2Iw}{r^2} + Mp$$

That a linearized model can be obtained and linear state-space controllers could be design and implemented.

$$\cos\theta = -1, \sin\theta = -\theta, \text{ and } \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \approx 0$$

From equation (1), (2) the linear equation of motion for the balancing system are,

$$\ddot{x} = -\frac{2KmKe}{Ra_r{}^2\alpha}\dot{x} + \frac{MpL}{\alpha}\ddot{\theta} + \frac{2Km}{Ra\alpha}Va \quad (3)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{2KmKe}{Ra\beta}\dot{x} + \frac{MpL}{\beta}\ddot{x} - \frac{2Km}{Ra\beta}Va + \frac{MpgL}{\beta}\theta \quad (4)$$

By rearranging equations (3) and (4) we get the state-space equation and transfer functions for the system.

State-space equations

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.48 & 7.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -12.13 & 65.39 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1.83 \\ 0 \\ -17.99 \end{pmatrix} Va \quad (5)$$

Transfer function

$$\frac{\theta_{(s)}}{Va_{(s)}} = \frac{3.553 * 10^{-15} s^3 - 18 s^2 - 22.4 s}{s^4 + 2.482 s^3 - 65.39 s^2 - 77.31 s} \quad (6)$$

3. Controller Design

Consider the LQR control model in the system equations

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

Determine the matrix K of the optimal control vector

$$u(t) = -Kx(t) \quad (8)$$

So as to minimize the performance index

$$J = \int_0^\infty (x^* Qx + u^* Ru)dt \quad (9)$$

Where Q is a positive-definite Hermitian and R is a positive-definite Hermitian. The matrix Q and R determine the relative importance of the error and the expenditure of this energy. We assume that the control vector $u(t)$ is unconstrained.

The linear control law giver by Equation (9) is the LQR control. Therefore, if the unknown elements of the matrix K are determined so as to minimize the performance index, then $u(t) = -Kx(t)$ is optimal for any initial state $x(0)$. The block diagram showing the optimal configuration is shown in figure 4.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

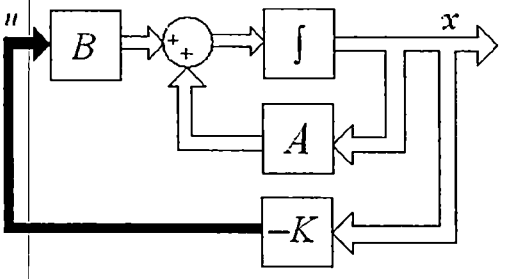


Fig.4 LQR control system.

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (10)$$

In the following derivations, we assume that the matrix $A - BK$ is stable, or that the eigenvalues of $A - BK$ have negative real parts.

$$J = \int_0^\infty (x^* Qx + x^* K^* RKx)dt$$

$$= \int_0^\infty x^* (Q + K^* RK)xdt$$

Following the discussion given in solving the parameter-optimizing problem, we set

$$x^* (Q + K^* RK)x = -\frac{d}{dt}(x^* Px)$$

Where P is a positive-definite Hermitian. Then we obtain

$$x^* (Q + K^* RK)x = -\dot{x}^* Px - x^* P\dot{x} = -x^* [(A - BK)^* P + P(A - BK)]x$$

Comparing both sides of this last equation and noting that this equation must hold true for any x, we require that

$$(A - BK)^* P + P(A - BK) = -(Q + K^* RK) \quad (11)$$

Hence our procedure is to determine the elements of P from this equation and see if it is positive definite. The performance index J can be evaluated as

$$J = \int_0^\infty x^* (Q + K^* RK)xdt = -x^* Px|_0^\infty = -x^* (\infty)Px(\infty) + x^* (0)Px(0)$$

Since all eigenvalues of $A - BK$ are assumed to have negative real parts, we have $x(\infty) \to 0$. Therefore, we obtain

$$J = x^* (0)Px(0) \quad (12)$$

Thus, the performance index J can be obtained in terms of the initial condition $x(0)$ and P. To obtain the solution to the LQR control, we proceed as follows: Since R has been assumed to be a positive-definite Henmitian or real symmetric matrix, we can write

$$R = T^* T$$

Where T is a nonsingular matrix. Then Equation (11) can be written as

$$(A^* - B^* K^*)P + P(A - BK) + Q + K^* T^* TK = 0$$

Which can be rewritten as

$$A^* P + PA + [TK - (T^*)^{-1} B^* P]^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P] - PB_R^{-1} B^* P + Q = 0$$

The minimization of J with respect to K requires the minimization of

$$x^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P]^* [TK - (T^*)^{-1} B^* P]x$$

Since this last expression is nonnegative, the minimum occurs when it is zero, or when

$$TK = (T^*)^{-1} B^* P$$

Hence,

$$K = T^{-1} (T^*)^{-1} B^* P = R^{-1} B^* P \quad (13)$$

Equation (13) given the optimal matrix K. Thus, optimal control law to the quadratic optimal control problem when the performance index is given by Equation (9) is linear is given by

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^* Px(t)$$

The matrix P in Equation (13) must satisfy Equation (11) or the following reduced equation:

$$A^* P + PA - PB_R^{-1} B^* P + Q = 0 \quad (14)$$

4. Simulation Results

The LQR and the PD controller are used with linear for the balancing robot model. Since only on the stability of the closed-loop system are focused. The simulations of the balancing robot, we can be design PD controller for experiment is to the compare performance between is angle pendulum for the balancing robot with PD controller from simulation for the balancing robot figure (5).

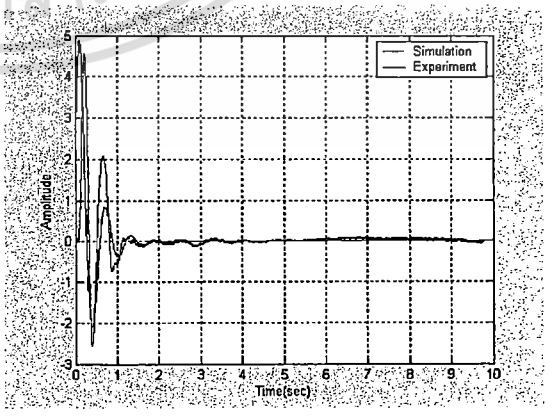


Fig. 5 angle pendulum for the PD controller.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The LQR controller for experiment is to the compare performance between is angle pendulum for the balancing robot with LQR controller from simulation for the balancing robot figure (6).

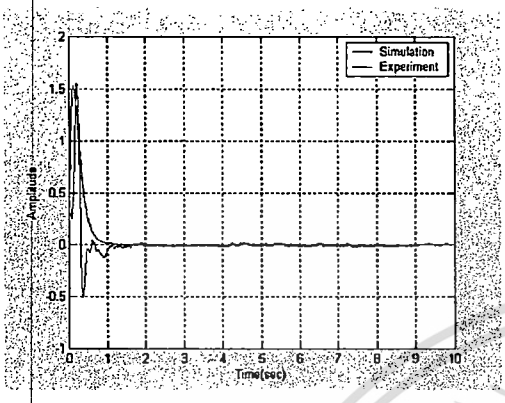


Fig. 6 angle pendulum for the LQR controller.

The PD controller for experiment is to the compare performance between is angle pendulum for the balancing robot with LQR controller for experiment for the balancing robot figure (7).

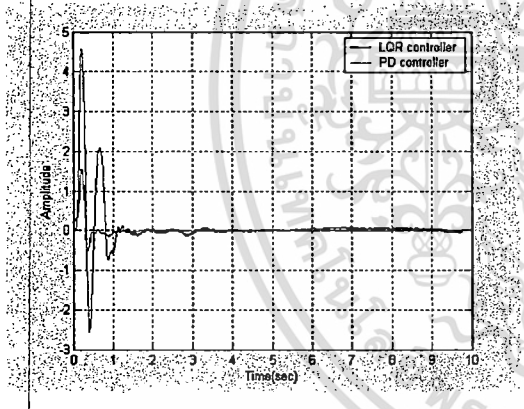


Fig. 7 angle pendulum for the PD with LQR controller.

5. Conclusions

In this paper, two controllers LQR and PD are successfully designed. Based on the results and the analysis, LQR controller and PD controller of the pendulum's angle for linearized for the balancing robot system. That LQR controller has better performance compared to PD controller in control the balancing robot.

References

[1] F.Grasser, A. D'arrigo, S.Colombi and A. C. Rufer, Rufer, "JOE:A Mobile,Inverted Pendulum," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49,No. 1,pp.107-114, 2002

[2] A.N.K. Nasir, M.A. Ahmad and M.F. Rahmat "PERFORMANCE COMPARISON BETWEEN LQR AND PID CONTROLLER FOR AN INVERTED PENDULUM SYSTEM" International Conference on Power Control and Optimization, Chiang Mai, Thailand, 18-20, July 2008

[3] K. Ogata, Modern Control Engineering, Third Edition, Pretice-Hall international, Incl990

[4] Benjamin C. Kuo, Automatic Control Systems, seventh edition, Pretice-Hall international, Inc.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ขอมอบเกียรติบัตรนี้เพื่อแสดงว่า

Kanchit Pawananont

Suthlan Kiatsunthorn

ได้เข้าร่วมนำเสนอบทความเรื่อง

Design LQR Controller for the Balancing robot

การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์ ครั้งที่ 8 (PEC-8)

วันที่ 22 - 23 เมษายน 2553

ณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ให้ไว้ ณ วันที่ 22 เมษายน 2553

(รองศาสตราจารย์ ดร.จรัญ บุญยาณพงษ์)

คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายครรชิต ภาวนานนท์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร สาขาวิศวกรรมเครื่องมือวัดและระบบควบคุม พ.ศ. 2548

ในปี พ.ศ. 2549 ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทสาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) ตลอดระยะเวลาที่ศึกษาอยู่ได้ทำงานในบริษัทเอกชนในตำแหน่ง วิจัยและพัฒนา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้