

การลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบโดยใช้เรซินแลกเปลี่ยนประจุ

REDUCTION OF FREE FATTY ACID IN CRUDE PALM OIL BY USING AN  
ION-EXCHANGE RESIN



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี  
คณะวิศวกรรมศาสตร์

ฉบับ. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2554

KMITL-2011-EN-M-220-028

9515417  
2064

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน.....117935  
วัน,เดือน,ปี.....22 ต.ค. 2554

12319537  
b.....  
i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**REDUCTION OF FREE FATTY ACID IN CRUDE PALM OIL BY USING AN  
ION-EXCHANGE RESIN**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CHEMICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2011**

**KMITL-2011-EN-M-220-028**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2011**

**FACULTY OF ENGINEERING**

**KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบโดยใช้เรซินแลกเปลี่ยนประจุ
นักศึกษา	นายชนินทร์ จินตนาวงศ์
รหัสนักศึกษา	50061152
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเคมี
พ.ศ.	2554
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. ประกอบ กิจไชยา

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ (CPO) โดยกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระด้วยเรซินแลกเปลี่ยนประจุ Lewatit S 6368 ในคอลัมน์แบบเบดบรรจุซึ่งมีปริมาตรรวมของเรซินเท่ากับ 424 มิลลิลิตรที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส โดยทำการศึกษากฎการกราฟเบรคทวร์จ (Breakthrough curve) ของการแลกเปลี่ยนประจุ ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรและความเข้มข้นต่างๆของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบและทำการ Regeneration โดยใช้โซเดียมไฮดรอกไซด์เข้มข้น 2 เปอร์เซ็นต์โดยมวลด้วยอัตราการไหล 14 มิลลิลิตรต่อนาทีเพื่อนำเรซินกลับมาใช้ใหม่ ซึ่งจากผลการทดลองพบว่ากระบวนการแลกเปลี่ยนประจุสามารถลดปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบจาก 4.3 เหลือ 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนักโดยการแลกเปลี่ยนประจุที่สมดุลเป็นไปตามสมการ Langmuir ด้วยค่าคงที่สมดุล (b) และปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุสูงสุด ( $C_{\mu_{max}}$ ) เท่ากับ 120 มิลลิลิตรต่อกรัม และ 0.30 กรัมต่อมิลลิลิตร ตามลำดับ

จากการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกราฟเบรคทวร์จ พบว่ามีความสอดคล้องกับผลการทดลองและสามารถอธิบายได้ว่าระบบถูกจำกัดโดยการแพร่ภายในเรซินด้วยค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ภายในเรซิน ( $D_c$ ) เท่ากับ  $2.50E-08$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาทีเนื่องจากอัตราการไหลในการทดลองนี้มีค่าค่อนข้างต่ำผลของ Axial dispersion จึงมีความสำคัญและสามารถคำนวณค่า Dispersion coefficient ได้ จาก  $D_L = 498v^2 + D_{AB}$  โดยมีค่า  $D_{AB}$  เท่ากับ  $1E-06$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที

อัตราการไหลมีผลโดยตรงกับเวลาในการสัมผัสกันของเรซินกับน้ำมันปาล์มดิบ เมื่ออัตราการไหลช้าลงกรดไขมันอิสระจะมีเวลามากขึ้นในการแพร่เข้าไปในเรซินและเกิดการแลกเปลี่ยนประจุได้มาก แต่อัตราการไหลที่ต่ำเกินไปจะทำให้ได้ผลผลิตต่ำ อัตราการไหลของสารป้อนที่เหมาะสมที่สุดเพื่อให้ได้ผลผลิตสูงคือ 4 มิลลิลิตรต่อนาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Thesis Title</b>	Reduction of free fatty acid in crude palm oil by using an ion-exchange resin
<b>Student</b>	Mr. Shanin Jintanawong
<b>Student ID.</b>	50061152
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Chemical Engineering
<b>Year</b>	2011
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Prakob Kitchaiya

## ABSTRACT

This research focused on a reduction of Free Fatty Acid (FFA) in Crude Palm Oil (CPO) by using 424 ml of an anion-exchange resin Lewatit S 6368 filled in a packed bed reactor (PBR) at 60°C. Breakthrough curve of the ion-exchange was experimentally investigated at different volumetric flow rates and feed concentrations. Resin regeneration was performed by using NaOH 2 %wt at a volumetric flow rate of 14 ml/min. By using an ion-exchange resin FFA was reduced from 4 to 0.1 %wt. At equilibrium the Langmuir constant (b) and maximum capacity ( $C_{\mu_{max}}$ ) were found to be 120 ml/g and 0.3 g/ml, respectively.

By applying a mathematical breakthrough curve model to the experimental results, it was found that the system was internally mass transfer limit inside the resin particles and the effective diffusivity ( $D_e$ ) was numerically determined to be  $2.50E-08 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

The experiments were run at low volumetric flow rates and axial dispersion was found to be significant. Dispersion coefficient was correlated as a polynomial function of volumetric flow rate as following,  $D_L = 498v^2 + D_{AB}$  ( $D_{AB} = 1E-06 \text{ cm}^2/\text{s}$ ).

Volumetric flow rate directly affects to the contact time of CPO on the resin. At low volumetric flow rates, FFA has more time to diffuse inside the resin particles. Too low volumetric flow rate would result on a low productivity of low FFA oil. The highest productivity was obtained at volumetric flow rate of 4 ml/min.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก รศ.ดร.ประกอบ กิจไชยา ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบพระคุณคณะกรรมการที่ตรวจทานวิทยานิพนธ์และคณาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณบัณฑิตศึกษาและบัณฑิตวิทยาลัย คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความช่วยเหลือในเรื่องต่างๆ

สุดท้ายนี้คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ชนินทร์ จินตนาวงศ์

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	IX
สัญลักษณ์.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 กระบวนการแลกเปลี่ยนประจุ.....	3
2.2 สมดุลการดูดซับแบบ Langmuir.....	3
2.3 สมดุลการแลกเปลี่ยนประจุ.....	5
2.4 การถ่ายเทมวลสารของการแลกเปลี่ยนประจุ.....	6
2.4.1 การถ่ายเทมวลสารภายนอกของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ.....	6
2.4.2 การถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ.....	7
2.4.2.1 Effective Diffusivity.....	8
2.4.2.2 สมการดุลมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ.....	9
2.4.3 อัตราการแลกเปลี่ยนประจุบนพื้นผิวของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ.....	11
2.5 เครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ (Packed bed reactor or PBR).....	12
2.5.1 Pressure drop.....	12
2.5.2 Axial dispersion.....	13
2.5.2.1 Closed-Closed vessel boundary condition.....	14
2.5.2.2 Open-Open vessel boundary condition.....	15
2.5.3 สมการดุลมวลสารภายใน PBR.....	15
2.6 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference).....	19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นาเบไซประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

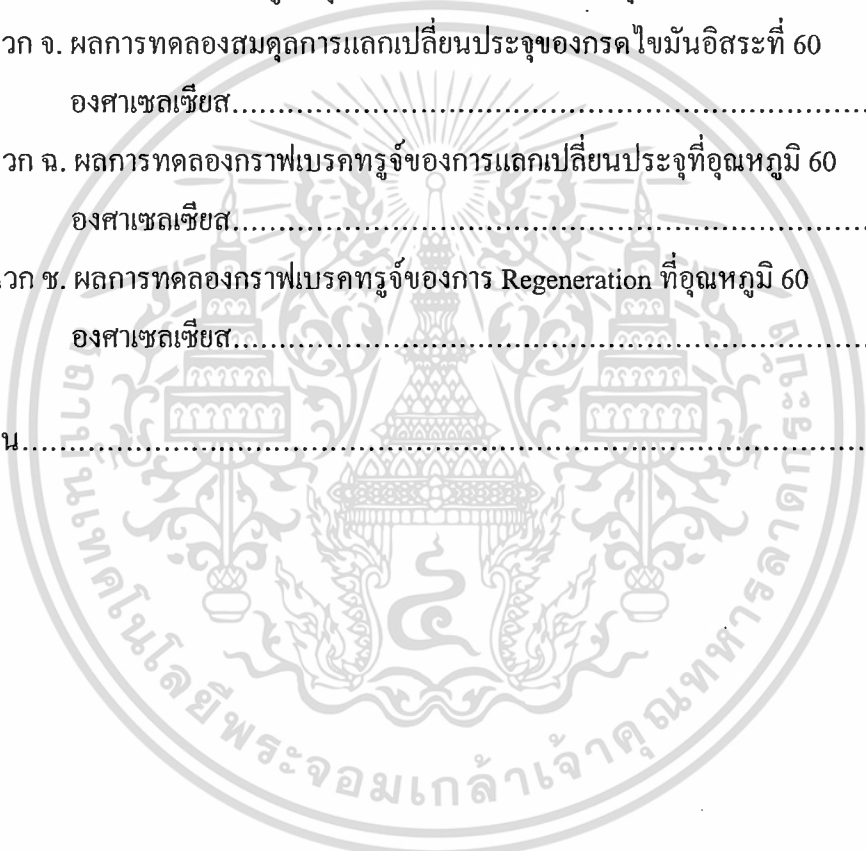
หน้า

บทที่ 3 อุปกรณ์และขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย.....	26
3.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย.....	26
3.2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	26
3.3 สารเคมีที่ใช้ในการทดลอง.....	27
3.4 วิธีการทดลอง.....	27
3.4.1 การเตรียมเรซินประจุลบ Lewatit S 6368 ให้อยู่ในรูปไฮดรอกไซด์.....	27
3.4.2 การทดลองหาเวลาเข้าสู่สมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	28
3.4.3 การทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	28
3.4.4 การทดลองหากราฟเบรคทัวรจ์ในการแลกเปลี่ยนประจุ.....	29
3.4.5 การทดลองศึกษากราฟเบรคทัวรจ์ของการ Regeneration.....	30
3.4.6 ศึกษาการใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์.....	30
บทที่ 4 ผลการทดลอง.....	33
4.1 ผลการทดลองเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุ.....	33
4.2 ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	34
4.3 ผลการทดลองกราฟเบรคทัวรจ์ของการแลกเปลี่ยนประจุและ Regeneration.....	35
4.4 ผลการใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	39
4.4.1 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Park.....	39
4.4.2 การคำนวณกราฟเบรคทัวรจ์เปรียบเทียบกับผลของ Step site.....	41
4.4.3 ผลการคำนวณกราฟเบรคทัวรจ์เมื่อแปรค่าพารามิเตอร์ต่างๆ.....	42
4.5 ผลการคำนวณกราฟเบรคทัวรจ์เปรียบเทียบกับผลการทดลองกราฟเบรคทัวรจ์ของการ แลกเปลี่ยนประจุ.....	47
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง.....	54

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา v และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บรรณานุกรม.....	56
ภาคผนวก.....	58
ภาคผนวก ก. การวิเคราะห์ปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ.....	58
ภาคผนวก ข. การวิเคราะห์ปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์.....	61
ภาคผนวก ค. โปรแกรม MATLAB ที่ใช้คำนวณกราฟเบรคทรูจ์.....	64
ภาคผนวก ง. ผลการหาเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุที่ 60 องศาเซลเซียส.....	91
ภาคผนวก จ. ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระที่ 60 องศาเซลเซียส.....	93
ภาคผนวก ฉ. ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจ์ของการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	97
ภาคผนวก ช. ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจ์ของการ Regeneration ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	124
ประวัติผู้เขียน.....	133



# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าคงที่ในการคำนวณ Sh ในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ.....	7
3.1 แสดงความเข้มข้นและอัตราการไหลสำหรับการทดลองต่างๆ.....	29
4.1 ตัวแปรค่าต่างๆที่ใช้ในการทดลอง.....	35
4.2 แสดงเวลาที่ใช้ในการ Regeneration.....	38
4.3 แสดงค่าปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระในกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุและปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของ โซเดียมไฮดรอกไซด์ในกระบวนการ Regeneration.....	38
4.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้คำนวณ.....	39
4.5 แสดงพารามิเตอร์ที่ใช้คำนวณกราฟเบรคทอร์จในรูปที่ 4.9.....	42
4.6 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆของกราฟเบรคทอร์จ.....	49
4.7 แสดงน้ำหนักของกรดไขมันอิสระในกระบวนการและน้ำหนักของผลผลิตที่ได้ ณ จุด Break point ของการทดลอง.....	52
ง.1 ผลการทดลองหาเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุ ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	92
จ.1 ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	94
ฉ.1 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.44 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	97
ฉ.2 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.23 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	100
ฉ.3 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.26 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	103
ฉ.4 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 13.2 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.38 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	106
ฉ.5 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 4.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.67 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	108
ฉ.6 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	112
ฉ.7 ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	117

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ช.1 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮโดรเจนปริมาณเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.4688 โมลต่อลิตร.....	125
ช.2 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮโดรเจนปริมาณเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5304 โมลต่อลิตร.....	127
ช.3 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮโดรเจนปริมาณเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5585 โมลต่อลิตร.....	129
ช.4 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮโดรเจนปริมาณเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5245 โมลต่อลิตร.....	131



# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 สมดุลการดูดซับแบบ Langmuir.....	4
2.2 ขั้นตอนการถ่ายเทมวลสารของการแลกเปลี่ยนประจุ.....	6
2.3 (a) Pore constriction และ (b) Pore tortuosity.....	8
2.4 Mass balance ภายในของแข็งทรงกลม.....	9
2.5 Packed bed reactor.....	12
2.6 PBR เมื่อ (ก) เกิด Axial dispersion (ข) ไม่เกิด Axial dispersion.....	13
2.7 Closed-Closed vessel.....	14
2.8 Open-Open vessel.....	15
2.9 ตารางจุดต่อของตัวแปรตาม z ที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรต้น x และ y.....	20
2.10 ตารางจุดต่อของอุณหภูมิที่กระจายอยู่บนแผ่นสี่เหลี่ยม.....	21
ex1 ตารางจุดต่อของตัวแปรตาม y ที่เป็นฟังก์ชันของ x และ z.....	23
ex2 กราฟเปรียบเทียบค่า y ที่คำนวณได้จาก ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.....	25
4.1 กราฟแสดงปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบที่ลดลง ณ เวลาต่างๆ.....	33
4.2 ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระบนเรซิน Lewatit S 6368 ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.....	34
4.3 กราฟเบรคทอร์จของการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระด้วยเรซิน Lewatit S 6368.....	35
4.4 กราฟเบรคทอร์จของการ Regeneration ด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ 2 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก.....	37
4.5 กราฟเบรคทอร์จเปรียบเทียบการคำนวณทั้ง 2 วิธีกับการคำนวณของ Park.....	40
4.6 แสดงผลของ $\Delta\tau$ ที่มีผลต่อกราฟเบรคทอร์จ.....	41
4.7 แสดงผลของ $\Delta x$ ที่มีผลต่อกราฟเบรคทอร์จ.....	41
4.8 แสดงผลของ $\Delta\eta$ ที่มีผลต่อกราฟเบรคทอร์จ.....	42
4.9 กราฟเบรคทอร์จเพื่อเปรียบเทียบผลของ Dispersion coefficient.....	43
4.10 แสดงกราฟเบรคทอร์จเปรียบเทียบผลของ External mass transfer coefficient.....	44
4.11 กราฟเบรคทอร์จเปรียบเทียบผลของ Effective diffusivity.....	45
4.12 กราฟเบรคทอร์จเปรียบเทียบผลของ ค่าคงที่สมดุลของ Langmuir.....	45
4.13 กราฟสมดุลการดูดซับแบบ Langmuir.....	46
4.14 ผลการคำนวณกราฟเบรคทอร์จเปรียบเทียบกับผลการทดลอง.....	48
4.15 ค่า Dispersion coefficient ที่ได้จากการพิตกับผลการทดลองเทียบกับความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบ.....	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตเห็นว่าเป็นการละเมิดลิขสิทธิ์  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สัญลักษณ์

- $b$  คือ ค่าคงที่ Lungmiar (มิลลิลิตรต่อกรัม)
- $C_0$  คือ ความเข้มข้นเริ่มต้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_b$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{b_{eq}}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ ณ จุดสมดุล (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{b_t}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ ณ เวลาใดๆ (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{feed}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบที่ป้อนเข้าเบดเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_s$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบบริเวณที่ผิวของเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_\mu$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_{eq}}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน ณ จุดสมดุล (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_r}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซินที่รั่วมีใดๆของเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_{feed}}$  คือ ความเข้มข้นความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน ณ จุดสมดุลกับสารป้อน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_{max}}$  คือ ความเข้มข้นสูงสุดของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)

X

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สัญลักษณ์(ต่อ)

- $C_{\mu_s}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนผิวของเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_t}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซินที่เวลาใดๆ (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $C_{\mu_{Total}}$  คือ ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซินทั้งหมดในเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)
- $D_{AB}$  คือ Diffusion coefficient ของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)
- $D_m$  คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบในช่วงใดช่วงหนึ่งของรูพรุน (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)
- $D_e$  คือ Effective diffusivity ภายในเรซิน (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)
- $D_L$  คือ Dispersion coefficient (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)
- $F_{External}$  คือ Flux ของการถ่ายเทมวลสารภายนอกเรซิน (กรัมต่อตารางเซนติเมตร วินาที)
- $F_{Internal}$  คือ Flux ของการแพร่ภายในเรซิน (กรัมต่อตารางเซนติเมตร วินาที)
- $F_{PBR}$  คือ Flux ของการถ่ายเทมวลสารในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ (กรัมต่อตารางเซนติเมตร วินาที)
- $F_{PBR}^{In}$  คือ Flux ของการถ่ายเทมวลสารในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุขาเข้า Shell (กรัมต่อตารางเซนติเมตร วินาที)
- $F_{PBR}^{Out}$  คือ Flux ของการถ่ายเทมวลสารในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุขาออก Shell (กรัมต่อตารางเซนติเมตร วินาที)

## สัญลักษณ์(ต่อ)

$K$	คือ ค่าคงที่สมดุล
$k_f$	คือ External mass transfer coefficient (เช่นติเมตรต่อวินาที)
$k_{backward}$	คือค่าคงที่ของปฏิกิริยาย้อนกลับ
$k_{forward}$	คือค่าคงที่ของปฏิกิริยาไปข้างหน้า
$l$	คือ ระยะทางตามแนวความยาวของท่อทรงกระบอก (เช่นติเมตร)
$L$	คือ ความยาวทั้งหมดของท่อทรงกระบอก (เช่นติเมตร)
$L_c$	คือ Characteristic length ของทรงกลม (เช่นติเมตร)
$\dot{M}_{CPO\_b}$	คือ น้ำหนักของน้ำมันปาล์มดิบที่ค้างในเบดเรซิน (กรัม)
$M_{Feed}$	คือ น้ำหนักทั้งหมดของน้ำมันปาล์มดิบที่ป้อนเข้า ณ จุด break point (กรัม)
$M_{FFA\_b}$	คือ น้ำหนักของกรดไขมันอิสระที่อยู่ในสารละลายในเบดเรซิน ณ จุด break point (กรัม)
$M_{FFA\_inlet}$	คือ น้ำหนักของกรดไขมันอิสระที่ป้อนเข้า ณ จุด break point (กรัม)
$M_{FFA\_outlet}$	คือ น้ำหนักของกรดไขมันอิสระที่ออกจากเบด ณ จุด break point (กรัม)
$M_{FFA\_u}$	คือ น้ำหนักทั้งหมดของกรดไขมันอิสระที่อยู่ในสารละลายในเบดเรซิน ณ จุด break point (กรัม)
$M_{product}$	คือ น้ำหนักของผลผลิตของน้ำมันปาล์มดิบที่ลดกรดไขมันอิสระแล้ว ณ จุด break point (กรัม)
$\dot{M}_{product}$	คือ อัตราการไหลโดยน้ำหนักของผลผลิตน้ำมันปาล์มดิบที่ลดกรดไขมันอิสระแล้ว ณ จุด break point (กรัม)

## สัญลักษณ์(ต่อ)

$M_{CPO\_b}$	คือ น้ำหนักของน้ำมันปาล์มดิบที่ค้างอยู่ในเบด ณ จุด break point (กรัม)
$m_p$	คือ น้ำหนักของเรซิน (กรัม)
$m_{\mu Total}$	คือ น้ำหนักของกรดไขมันอิสระทั้งหมดในเรซิน (กรัม)
$n$	คือ อันดับของปฏิกิริยา
$r$	คือ ระยะทางตามแนวรัศมีของเรซิน (เซนติเมตร)
$R^2$	คือ ค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด
$R_{cylinder}$	คือ รัศมีของท่อทรงกระบอก (เซนติเมตร)
$R_p$	คือ รัศมีของเรซิน (เซนติเมตร)
$T$	คือ อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)
$t$	คือ เวลา (นาที)
$t_b$	คือ เวลา ณ จุด break point (นาที)
$t_{end}$	คือ เวลาที่จุดอิมตัวของเรซิน (นาที)
$V$	คือ ปริมาตรของน้ำมันปาล์มดิบ (มิลลิลิตร)
$V_p$	คือ ปริมาตรของเรซิน (มิลลิลิตร)
$V_T$	คือ ปริมาตรรวมของเบด (มิลลิลิตร)
$\dot{V}$	คือ อัตราการไหลเชิงปริมาตร (มิลลิลิตรต่อนาที)
$v$	คือ ความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบ (เซนติเมตรต่อวินาที)

## สัญลักษณ์(ต่อ)

อักษรกรีก

$\alpha$  คือ ค่าคงที่ของสมการความสัมพันธ์ของ Sh

$\beta$  คือ ค่าคงที่ของสมการความสัมพันธ์ของ Sh

$\gamma$  คือ ค่าคงที่ของสมการความสัมพันธ์ของ Sh

$\varepsilon$  คือ void fraction

$\tilde{\tau}$  คือ Tortuosity =  $\frac{\text{ระยะทางจริงที่โมเลกุลเคลื่อนที่ระหว่างสองจุดในรูพรุน}}{\text{ระยะทางที่สั้นที่สุดที่โมเลกุลเคลื่อนที่ระหว่างสองจุดในรูพรุน}}$

$\phi_p$  คือ Pellet porosity =  $\frac{\text{ปริมาตรของ Void space}}{\text{ปริมาตรทั้งหมด}}$

$\sigma_c$  คือ Constriction factor

$\rho_p$  คือ Density ของเรซิน (กรัมต่อมิลลิลิตร)

$\rho$  คือ Density ของน้ำมันปาล์มดิบ (กรัมต่อมิลลิลิตร)

$\mu$  คือ ความหนืดของน้ำมันปาล์มดิบ (กรัมต่อเซนติเมตร วินาที)

ตัวแปรไร้หน่วย

$Bi$  คือ Biot Number =  $\frac{k_f R_{resin}}{D_e}$

$Pe_L$  คือ Peclet Number ตามแนวความยาว =  $\frac{\varepsilon v L}{D_L}$

$Pe_R$  คือ Peclet Number ตามแนวรัศมีของเรซิน =  $\frac{\varepsilon v 2R_p}{D_L}$

## สัญลักษณ์(ต่อ)

Re คือ Reynolds number =  $\frac{\rho 2R_p v}{\mu}$

Sc คือ Schmidt number =  $\frac{\mu}{\rho D_{AB}}$

Sh คือ Sherwood number =  $\frac{k_f 2R_p}{D_{AB}}$

f คือ Film resistance parameter =  $\frac{C_{feed} Bi}{C_{\mu feed}}$

x คือ ตัวแปรไร้มิติของระยะทางตามแนวความยาว =  $\frac{l}{L}$

$y_b$  คือ อัตราส่วนของความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบกับความเข้มข้นของสารป้อน =  $\frac{C_b}{C_{feed}}$

$y_s$  คือ อัตราส่วนความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบบริเวณที่ผิวของเรซินกับสารป้อน =  $\frac{C_s}{C_{feed}}$

$y_{\mu}$  คือ อัตราส่วนความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซินกับความเข้มข้นบนเรซิน ณ จุดสมดุลกับสารป้อน =  $\frac{C_{\mu}}{C_{\mu feed}}$

$y_{\mu max}$  คือ อัตราส่วนของความเข้มข้นความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน ณ จุดสมดุลกับสารป้อน กับ ความเข้มข้นสูงสุดของกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับบนเรซิน =  $\frac{C_{\mu feed}}{C_{\mu max}}$

$\tau$  คือตัวแปรไร้มิติของเวลา =  $\frac{D_e t}{R_{re sin}^2}$

$\eta$  คือตัวแปรไร้มิติของระยะทางตามแนวรัศมีของเรซิน =  $\frac{r}{R_{re sin}}$

$\omega$  คือ void fraction parameter =  $\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$

$\omega_{park}$  คือ Distribution parameter =  $\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \left( \frac{C_{\mu feed}}{C_{feed}} \right)$

### สัญลักษณ์(ต่อ)

$$\theta \quad \text{คือ Bed length parameter} = \frac{R_p}{L}$$

$$\theta_{park} \quad \text{คือ Bed length parameter} = \frac{\delta}{\omega}$$

$$\delta \quad \text{คือ ตัวแปรไร้หน่วยของสมการดุลมวลสารภายนอกเรซิน} = \frac{R_p^2 v}{D_e L}$$



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาของวิทยานิพนธ์

น้ำมันปาล์มเป็นน้ำมันพืชที่มีความสำคัญคือใช้เป็นน้ำมันสำหรับบริโภคและยังเป็นวัตถุดิบสำหรับอุตสาหกรรมหลากหลายชนิด อีกทั้งยังมีการใช้เป็นเชื้อเพลิงทดแทนน้ำมันดีเซล ซึ่งในปัจจุบันมีความต้องการใช้น้ำมันปาล์มกว่า 10 ล้านตันต่อปี [1] กรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบเกิดจากเอนไซม์ไลเปสที่มีอยู่ตามธรรมชาติย่อยสลายน้ำมันให้กลายเป็นกรดไขมันอิสระและกลีเซอรินเนื่องจากกรดไขมันอิสระเหล่านี้จะทำให้น้ำมันมีความเป็นกรดและยังมีกลิ่นที่ไม่ดี การลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบจึงเป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่งในการผลิตน้ำมันปาล์มโดยทั่วไปน้ำมันปาล์มดิบที่สดใหม่จะมีกรดไขมันอิสระประมาณ 3 – 5 เปอร์เซ็นต์ โดยน้ำหนัก ขั้นตอนการกำจัดกรดไขมันอิสระเหล่านี้โดยทั่วไปมีสองวิธีคือ การกลั่นแยกกรดไขมันอิสระในสถานะสูญญากาศ และการทำให้เป็นกลางโดยการใช้ด่างเข้มข้น ซึ่งทั้งสองกระบวนการนี้เป็นกระบวนการที่ต้องใช้พลังงานสูงและอาจสูญเสียผลผลิตน้ำมันปาล์มไปกับกระบวนการเหล่านี้เป็นจำนวนมาก [2] ดังนั้นเพื่อลดการสูญเสียผลผลิตและพลังงาน กระบวนการแลกเปลี่ยนประจุ จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งซึ่งสามารถใช้ลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบได้ดี จากรายงานของ Cren และคณะ [3] เรซิน Amberlyst 26A OH ซึ่งเป็นเรซินประจุลบสามารถดูดซับกรดโอเลอิกในสารละลายเอทานอลและสามารถดูดซับกรดโอเลอิกได้สูงสุดเท่ากับ 1.34 กรัมต่อกรัมเรซิน ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้ทำการทดลองลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบด้วยตัวดูดซับเรซินประจุลบ Lewatit S 6368 ในรูปไฮดรอกไซด์เพื่อศึกษากราฟเบรคทรูจ (Breakthrough curve) ของการลดกรดไขมันอิสระโดยไม่มีการผสมเอทานอลเข้ากับ CPO

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาสมมูลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบโดยใช้เรซิน Lewatit S 6368
2. ศึกษากราฟเบรคทروج์ของการแลกเปลี่ยนประจุ
3. ศึกษาการนำเรซินกลับมาใช้งานซ้ำหลังจากแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระ
4. ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายกราฟเบรคทروج์และสมมูลของการแลกเปลี่ยนประจุ

## 1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการแลกเปลี่ยนประจุและการถ่ายเทมวลสารของกระบวนการ
2. สามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อธิบายสมมูลและกราฟเบรคทروج์ของการแลกเปลี่ยนประจุได้
3. สามารถลดกรดไขมันอิสระจากน้ำมันปาล์มดิบด้วยกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 กระบวนการแลกเปลี่ยนประจุ [4]

กระบวนการแลกเปลี่ยนประจุเป็นกระบวนการแยกสารชนิดหนึ่งซึ่งอาศัยหลักการของการแลกเปลี่ยนประจุบวกหรือประจุลบของไอออนในสารละลาย กับประจุบวกหรือประจุลบของของแข็ง ดังสมการที่ 2.1



ไอออน A ของแข็ง  $\longleftrightarrow$  ไอออน B ของแข็ง

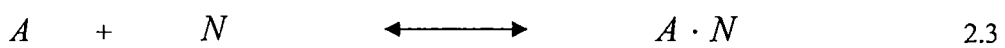
เมื่อ A คือไอออนประจุบวกหรือลบในสารละลายที่จะแลกเปลี่ยนกับประจุ B ของของแข็ง N เมื่อการแลกเปลี่ยนสิ้นสุด ประจุ A จะเข้าแทนที่ประจุ B ในของแข็ง N ในงานวิจัยนี้จะใช้เรซินประจุลบ Lewatit S6368 ในรูปไฮดรอกไซด์เป็นของแข็งแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระ (FFA) ในน้ำมันปาล์มดิบตามสมการที่ 2.2



FFA Lewatit S6368 FFA ถูกดูดซับ น้ำ

#### 2.2 สมดุลการดูดซับแบบ Langmuir

กระบวนการดูดซับเป็นกระบวนการที่มีลักษณะคล้ายกับการแลกเปลี่ยนประจุแต่ในกระบวนการดูดซับตัวถูกดูดซับ (Adsorbate) จะถูกดูดซับบนพื้นผิวของแข็งของตัวดูดซับ (Adsorbent) ตามสมการ 2.3



Adsorbate Adsorbent A ถูกดูดซับ

เมื่อถึงจุดสมดุลอัตราการดูดซับจะทำกับอัตราการคายซับซึ่งสามารถเขียนสมการสมดุลที่อุณหภูมิคงที่ได้ดังสมการที่ 2.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

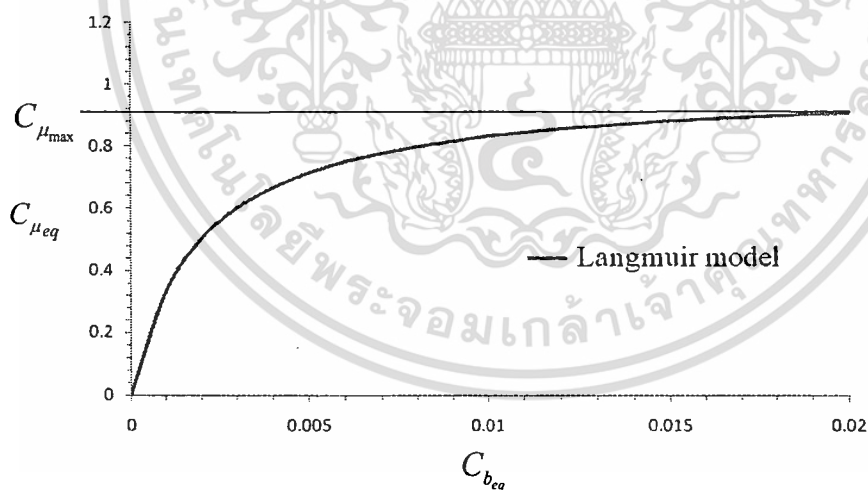
$$b = \frac{[A \cdot N]}{[A] \cdot [N]} \quad 2.4$$

เมื่อ  $[A \cdot N] = C_{\mu_{eq}}$  ,  $[N] = C_{\mu_{max}} - C_{\mu_{eq}}$  และ  $[A] = C_{b_{eq}}$

สมการที่ 2.4 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการที่ 2.5

$$C_{\mu_{eq}} = \frac{C_{\mu_{max}} b C_{b_{eq}}}{1 + b C_{b_{eq}}} \quad 2.5$$

สมการที่ 2.5 เป็นสมการสมดุลการดูดซับแบบ Langmuir ซึ่งมีสมมติฐานคือ เป็นการดูดซับเป็นแบบชั้นเดียว กล่าวคือไม่มีการดูดซับและแรงกระทำระหว่าง Adsorbate ด้วยกัน และจากสมการดังกล่าวสามารถอธิบายได้ว่าปริมาณการดูดซับของ Adsorbate จะแปรผันตามความเข้มข้นของ Adsorbate เมื่อความเข้มข้นของ Adsorbate มีค่าน้อยๆ ปริมาณการดูดซับจะเป็นแบบเส้นตรงจนเมื่อความเข้มข้นของ Adsorbate ถึงจุดหนึ่ง ปริมาณการดูดซับจะไม่เพิ่มขึ้น เรียกว่าจุดอิ่มตัวของ Adsorbent ซึ่งปริมาณการดูดซับมีค่าเท่ากับ  $C_{\mu_{max}}$  แสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 สมดุลการดูดซับแบบ Langmuir

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3 สมดุลการแลกเปลี่ยนประจุ [5]

จากสมการที่ 2.1 พบว่าการแลกเปลี่ยนประจุเป็นกระบวนการที่ผันกลับได้ และเมื่ออัตราเร็วของปฏิกิริยาไปข้างหน้าและผันกลับมีค่าเท่ากัน ระบบก็จะถึงจุดสมดุลซึ่งค่าคงที่สมดุลสามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.6

$$K = \frac{k_{forward}}{k_{backward}} = \frac{[A^\pm \cdot N^\mp]^n [B^\pm]^n}{[A^\pm]^n [B^\pm N^\mp]^n} \quad 2.6$$

เมื่อ  $n$  คือ order of reaction และ  $K$  คือค่าคงที่สมดุล

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระ โดยใช้เรซิน Lewatit s6368 ในรูปไฮดรอกไซด์ตามสมการที่ 2.2 ซึ่งที่อุณหภูมิคงที่จะสามารถเขียนค่าคงที่ได้ดังสมการที่ 2.7

$$K = \frac{[RCOO^- N^+][H_2O]}{[RCOO^- H^+][OH^- N^+]} \quad 2.7$$

แต่เนื่องจากเรซินเป็นชนิด Strong base เรซินที่สามารถแลกเปลี่ยนประจุ  $OH^-$  การแลกเปลี่ยนประจุจึงมีลักษณะคล้ายปฏิกิริยาสะเทินของกรดต่าง ซึ่งอัตราการผันกลับของปฏิกิริยาน้อย ( $k_{forward} \gg k_{backward}$ ) และความเข้มข้นของน้ำมีผลกับอัตราการเกิดปฏิกิริยาน้อย (order of reaction=0) ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการที่ 2.7 ใหม่ได้เป็น  $K'$

$$K' = \frac{[RCOO^- N^+]}{[RCOO^- H^+][OH^- N^+]} \quad 2.8$$

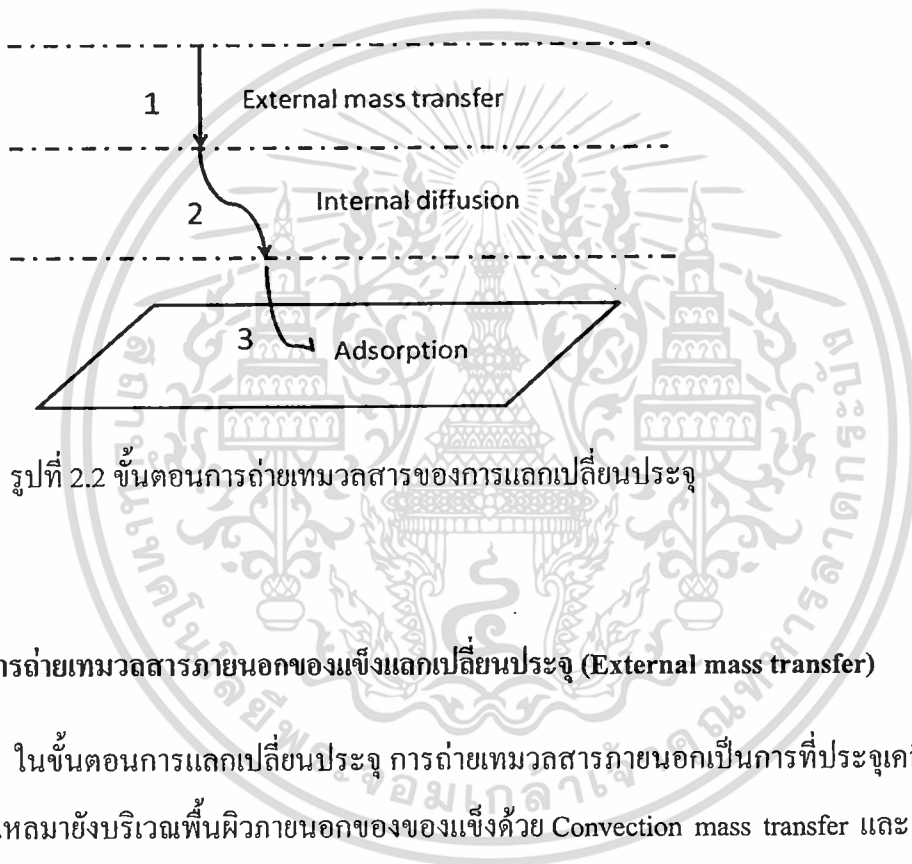
ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการ Langmuir ได้โดยที่  $K' = b$ ,  $[RCOO^- N^+] = C_{\mu_{eq}}$ ,

$[RCOO^- H^+] = C_{b_{eq}}$  และ  $[OH^- N^+] = C_{\mu_{max}} - C_{\mu_{eq}}$  จะได้สมการเช่นเดียวกับสมการที่ 2.5

## 2.4 การถ่ายเทมวลสารของการแลกเปลี่ยนประจุ [6]

กลไกการแลกเปลี่ยนประจุมี 3 ขั้นตอนคือ

- 1 การถ่ายเทมวลสารภายนอกของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ
- 2 การถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ
- 3 อัตราการแลกเปลี่ยนประจุบนพื้นผิวของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ



รูปที่ 2.2 ขั้นตอนการถ่ายเทมวลสารของการแลกเปลี่ยนประจุ

### 2.4.1 การถ่ายเทมวลสารภายนอกของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ (External mass transfer)

ในขั้นตอนการแลกเปลี่ยนประจุ การถ่ายเทมวลสารภายนอกเป็นการที่ประจุเคลื่อนที่จากบริเวณชั้นของไหลมายังบริเวณพื้นผิวภายนอกของแข็งด้วย Convection mass transfer และ Flux ของการถ่ายเทมวลสารเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.9

$$F_{external} = k_f \cdot (C_b - C_s) \quad 2.9$$

เมื่อ  $k_f$  คือ External mass transfer coefficient และ  $(C_b - C_s)$  คือ Driving force ของการถ่ายเทมวลสาร ค่า  $k_f$  จะสามารถคำนวณได้จาก Sherwood number (Sh) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ Schmidt number (Sc) และ Reynolds number (Re) ตามสมการที่ 2.10

$$Sh = \frac{k_f 2R_p}{D_{AB}} = \alpha Re^\beta Sc^\gamma \quad 2.10$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ในการคำนวณ Sh ในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ

Reference	Particle	Void fraction	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Re
Coeuret [7]	Spheres	0.41	5.4	1/3	1/4	0.04 < Re < 30
Olive and Lacoste [8]	Spheres	0.40	4.4	0.35	1/4	0.1 < Re < 3
Kasaoka and Nitta [9]	Spheres	-	0.7	0.39	0.50	1 < Re < 100
Wilson and Gankoplis[10]	Spheres	0.42	2.5	1/3	1/3	0.0016 < Re < 55
Williamson[11]	Spheres	0.42	2.4	0.34	1/3	0.04 < Re < 52
Kumar[12]	Short cylinders	-	$1.13/\varepsilon$	0.21	1/3	Re < 10
Gaunand and Coeuret [13]	Spheres	0.42	3.28	0.33	1/3	0.2 < Re < 7

#### 2.4.2 การถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ (Internal mass transfer)

การถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งเป็นขั้นตอนที่ประจุเคลื่อนที่ในรูพรุนของของแข็งแลกเปลี่ยนประจุโดยเกิดขึ้นเนื่องจากการแพร่ภายใน (Diffusion) โดยส่วนใหญ่อัตราการถ่ายเทมวลสารของกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุหรือกระบวนการดูดซับมักจะถูกจำกัดด้วยขั้นตอนนี้เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ช้าที่สุดของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.2.1 Effective Diffusivity [14, 15]

เนื่องจากบริเวณภายในของของแข็งแลกเปลี่ยนประจุเป็นรูพรุนที่มีความซับซ้อนและไม่มีรูปแบบที่แน่นอนดังนั้นจึงยากต่อการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion coefficient,  $D_{AB}$ ) ในแต่ละช่วงของรูพรุนของตัวดูดซับ ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ทำการศึกษาจึงควรจะเป็นค่าเฉลี่ยในทุกๆช่วงของรูพรุนในทิศทางตามแนวรัศมีของตัวดูดซับ ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การแพร่นี้จะนิยามให้เป็นค่า Effective Diffusivity,  $D_e$  ซึ่งมีความสัมพันธ์เป็นดังสมการที่ 2.11

$$D_e = \frac{D_m \phi_p \sigma_c}{\tilde{\tau}} \quad 2.11$$

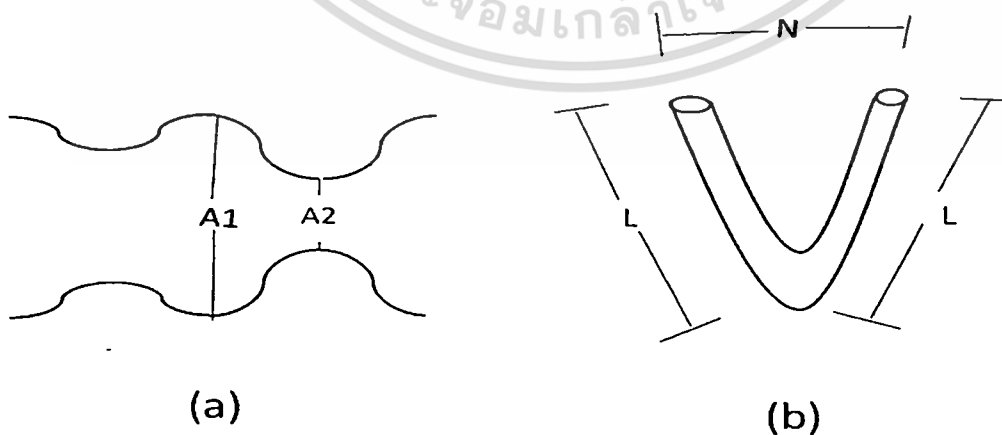
เมื่อ

$$\tilde{\tau} = \text{Tortuosity} = \frac{\text{ระยะทางจริงที่โมเลกุลเคลื่อนที่ระหว่างสองจุดในรูพรุน}}{\text{ระยะทางที่สั้นที่สุดที่โมเลกุลเคลื่อนที่ระหว่างสองจุดในรูพรุน}} = \frac{2L}{N} \quad 2.12$$

$$\phi_p = \text{Pellet porosity} = \frac{\text{ปริมาตรของ Void space}}{\text{ปริมาตรทั้งหมด}} \quad 2.13$$

$$\sigma_c = \text{Constriction factor} = f(\beta); \beta = \frac{\text{Area } A_2}{\text{Area } A_1} \quad 2.14$$

$D_m$  = คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบในช่วงใดช่วงหนึ่งของรูพรุน (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)



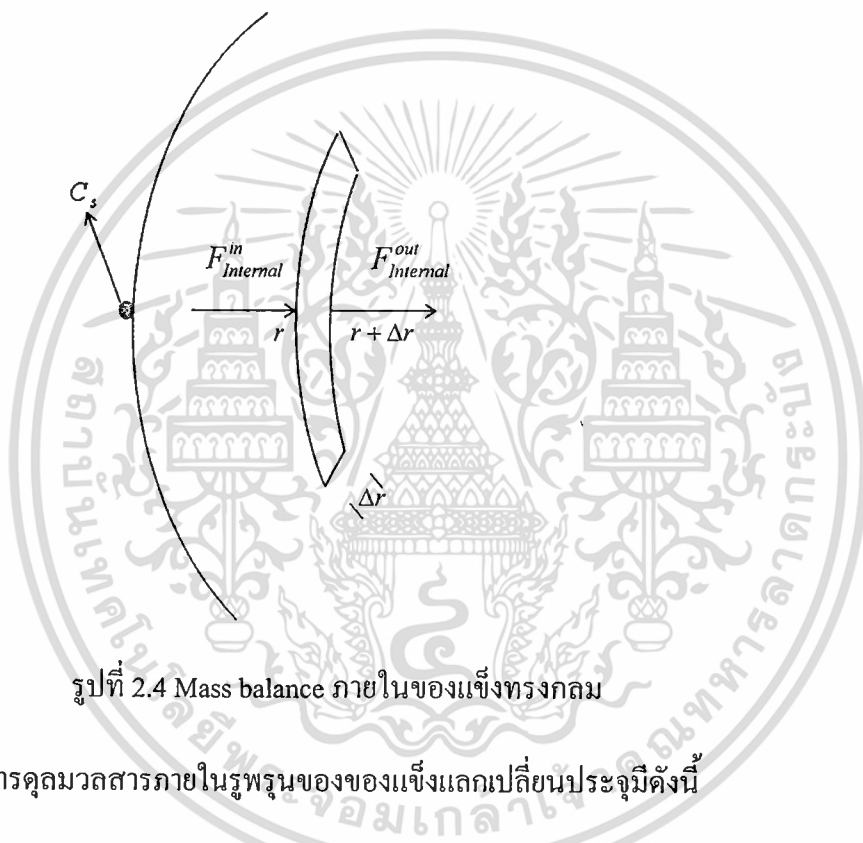
รูปที่ 2.3 (a) Pore constriction และ (b) Pore tortuosity

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.2.2 สมการดุลมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ [16]

ขั้นตอนการถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งแลกเปลี่ยนประจุส่วนใหญ่มักเป็นขั้นตอนที่ช้าที่สุดเมื่อการเคลื่อนที่ภายในรูพรุนที่มีขนาดเล็กมากด้วยการแพร่ที่มีความเข้มข้นภายในเป็น Driving force และ Flux ของการแพร่ภายในของแข็งทรงกลมเขียนได้ดังสมการที่ 2.15

$$F_{Internal} = -D_e \frac{\partial C_\mu}{\partial r} \quad 2.15$$



รูปที่ 2.4 Mass balance ภายในของแข็งทรงกลม

สมมติฐานของสมการดุลมวลสารภายในรูพรุนของของแข็งแลกเปลี่ยนประจุมีดังนี้

1. อัตราการถ่ายเทมวลสารภายในรูพรุนของของแข็งถูกจำกัดด้วยการแพร่ภายในรูพรุน
2. อุณหภูมิคงที่ และ สมบัติของของไหลมีค่าคงที่
3. ค่า  $D_e$  คงที่
4. การถ่ายเทมวลสารมีทิศทางตามแนวรัศมีของทรงกลม

จากสมมติฐานทั้งหมดนี้ทำให้สามารถเขียนสมการดุลมวลสาร ได้ดังสมการที่ 2.16 ซึ่งเป็นการดุลมวลสารภายในปริมาตรเล็กๆของทรงกลมที่มีปริมาตรเท่ากับ  $4\pi r^2 \Delta r$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Rate of mass at  $r + \Delta r$  — rate of mass at  $r$  = Accumulation

$$4\pi r^2 F_{Internal}^{r+\Delta r} - 4\pi r^2 F_{Internal}^r = 4\pi r^2 \Delta r \frac{\partial C_\mu}{\partial t} \quad 2.16$$

หารสมการ 2.17 ตลอดด้วย  $4\pi\Delta r$

$$\frac{r^2 F_{Internal}^{r+\Delta r} - r^2 F_{Internal}^r}{\Delta r} = r^2 \frac{\partial C_\mu}{\partial t} \quad 2.17$$

Take limit  $\Delta r \rightarrow 0$

$$-\frac{\partial r^2 F_{Internal}}{\partial r} = r^2 \frac{\partial C_\mu}{\partial t} \quad 2.18$$

แทนค่าสมการที่ 2.15 ลงในสมการที่ 2.18

$$\frac{\partial C_\mu}{\partial t} = D_e \left( \frac{\partial^2 C_\mu}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C_\mu}{\partial r} \right) \quad 2.19$$

สมการที่ 2.19 คือสมการคลื่นมวลสารที่อยู่ในรูปของสมการ Partial differential equation (PDE) ซึ่งมีเงื่อนไขเริ่มต้นกับเงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ 2.19 (ก), 2.19 (ข) และ 2.19 (ค)

$$\text{ที่ } t = 0, \quad C_\mu = 0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq r \leq R_p \quad 2.19(\text{ก})$$

$$\text{ที่ } r = 0, \quad \frac{\partial C_\mu}{\partial r} = 0 \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad 2.19(\text{ข})$$

$$\text{ที่ } r = R_p, \quad D_e \left[ \frac{\partial C_\mu}{\partial r} \right]_{r=R_p} = k_f (C_b - C_s) \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad 2.19(\text{ค})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริมาณการดูดซับทั้งหมดในของแข็งทรงกลมสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.20

$$m_{\mu Total} = 4\pi \int_0^{R_p} r^2 C_{\mu r} dr \quad 2.20$$

ปริมาตรรวม(ปริมาตรรวมของทุก shell) ของของแข็งทรงกลมคำนวณได้จากสมการที่ 2.21

$$V_{\mu Total} = 4\pi \int_0^{R_p} r^2 dr = \frac{4\pi}{3} R_p^3 \quad 2.21$$

ความเข้มข้นเฉลี่ยในของแข็งทรงกลมสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.22

$$C_{\mu average} = \frac{m_{\mu Total}}{V_{\mu Total}} \quad 2.22$$

### 2.4.3 อัตราการแลกเปลี่ยนประจุบนพื้นผิวของแข็งแลกเปลี่ยนประจุ

ในขั้นตอนนี้เราจะทำการแลกเปลี่ยนกันบนพื้นผิวของของแข็งด้วยอัตราเร็วค่าหนึ่งซึ่งโดยทั่วไปมักจะเกิดขึ้นเร็วมากเมื่อเทียบกับการแพร่ภายในรูพรุน อย่างไรก็ตามในบางกรณีอัตราเร็วในขั้นตอนนี้ก็อาจมีความสำคัญเช่นเมื่อมีอัตราเร็วของการแลกเปลี่ยนประจุช้า ซึ่งก็อาจเป็นไปได้ว่าอัตราการถ่ายเทมวลสารจะเป็นผลเนื่องมาจากอัตราของการแพร่ภายในและอัตราการแลกเปลี่ยนประจุดังสมการที่ 2.23

$$\text{Total rate} = \text{Diffusion rate} + \text{Ion-Exchange rate} \quad 2.23$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ 2.1 Ion-Exchange rate สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.24

$$r_{Ion-Ex} = k_{forward} [A^\pm]^n [B^\pm \cdot N^\mp]^n - k_{backward} [A^\pm \cdot N^\mp]^n [B^\pm]^n \quad 2.24$$

$$\text{เมื่อ } [A^\pm \cdot N^\mp] = C_\mu, \quad [B^\pm \cdot N^\mp] = C_{\mu_{max}} - C_\mu, \quad [A^\pm] = C_b$$

และ  $[B^\pm] = C_0 - C_b$  สมการที่ 2.24 จัดรูปใหม่ได้ดังสมการที่ 2.25

$$r_{Ion-Ex} = k_{forward} C_b^n (C_{\mu_{max}} - C_\mu)^n - k_{backward} C_\mu^n (C_0 - C_b)^n \quad 2.25$$

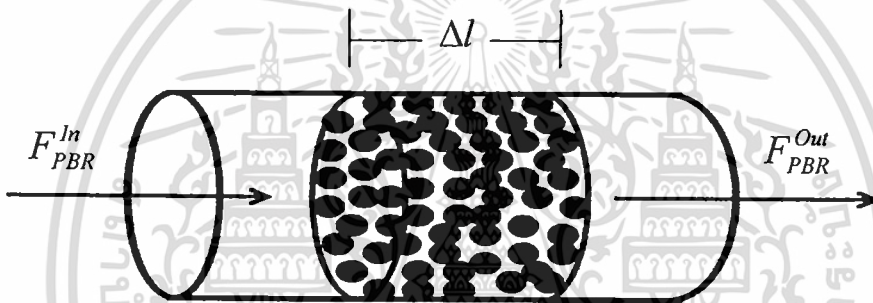
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.23 สมการเต็มของการถ่ายเทมวลสารภายในของแข็งจึงสามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.26

$$\frac{\partial C_{\mu}}{\partial t} = D_e \left( \frac{\partial^2 C_{\mu}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C_{\mu}}{\partial r} \right) + r_{Ion-Ex} \quad 2.26$$

## 2.5 เครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ (Packed bed reactor or PBR)

เครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุเป็นเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้สำหรับปฏิกิริยาที่เป็นแบบ fluid-solid เช่น การดูดซับ แลกเปลี่ยนประจุ หรือ ปฏิกิริยาที่ใช้ของแข็งเป็นตัวเร่ง ส่วนมากเป็นทรงกระบอกภายในบรรจุของแข็งเพื่อทำปฏิกิริยา ดังรูปที่ 2.5 ปัญหาที่สำคัญของ PBR ก็คือ Pressure drop เนื่องมาจากการอุดตันซึ่งอาจทำให้ต้องใช้ต้นทุนของปั๊มสูงขึ้น และ Axial dispersion ที่มีผลต่อกราฟเบรคทฤษฎ์ของกระบวนการ



รูปที่ 2.5 Packed bed reactor

### 2.5.1 Pressure drop [17]

Pressure drop เกิดขึ้นเนื่องมาจากการอุดตันของของไหลภายใน PBR เมื่อของแข็งที่ใช้บรรจุมีขนาดเล็กหรือของไหลที่ผ่าน PBR มีความหนืดสูง เป็นผลให้ความดันที่ทางเข้าของ PBR มีความดันสูงและลดลงเรื่อยๆตามความยาวของ PBR ซึ่งเมื่อศึกษาผลของ Pressure drop ใน PBR พบว่าเป็นความสัมพันธ์ของปริมาตรช่องว่างภายในเบดของแข็งและ Reynold number ดังสมการของ Chilton และ Colburn ในสมการที่ 2.27 และ 2.28 และสมการของ Ergun ในสมการที่ 2.29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Chilton และ Colburn

$$f_p = 805 / \text{Re} \quad \text{for} \quad \text{Re} < 40 \quad 2.27$$

$$f_p = 38 / \text{Re}^{0.15} \quad \text{for} \quad \text{Re} > 40 \quad 2.28$$

Ergun

$$f_p = \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \left( \frac{150(1-\varepsilon)}{\text{Re}} + 1.75 \right) \quad 2.29$$

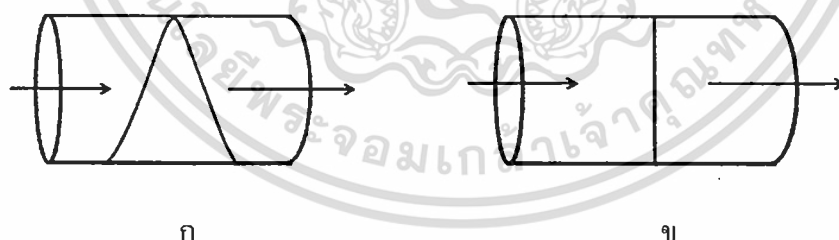
เมื่อ  $f_p$  คือ friction factor นิยามดังสมการที่ 2.30

$$f_p = \left( \frac{2R_p}{L} \right) \left( \frac{\Delta P}{\rho_f (\varepsilon v)^2} \right) \quad 2.30$$

ทั้ง 3 สมการเป็นสมการที่ใช้คำนวณ Pressure drop ( $\Delta P$ ) ใน PBR เมื่อของไหลเป็นแก๊ส

### 2.5.2 Axial dispersion [6]

เมื่อของไหลไหลผ่าน PBR ด้วยอัตราการไหลต่ำหรือมีค่า Re ต่ำ ผลของการแพร่ในชั้นของไหลจะมีความสำคัญ ซึ่งจะทำให้เกิดการผสมกันของของไหลตามแนวความยาวของ PBR เกิดเป็น Axial dispersion ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 PBR เมื่อ (ก) เกิด Axial dispersion (ข) ไม่เกิด Axial dispersion

Flux ของของไหลใน PBR จึงเป็นผลรวมของเทอม Axial dispersion และเทอมของ Convection สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.31

$$F_{PBR} = -D_L \frac{\partial C_b}{\partial l} + v C_b \quad 2.31$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

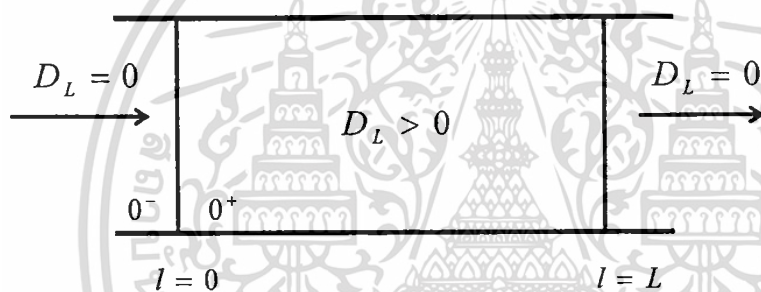
ค่า dispersion coefficient ( $D_L$ ) ในท่อทรงกระบอกเปล่าได้ถูกศึกษาโดย Taylor และ Aris โดยที่การเคลื่อนที่ของของไหลเป็นแบบ Laminar แสดงดังสมการที่ 2.32

$$D_L = D_{AB} + \frac{v^2 R_{cylinder}^2}{48 D_{AB}} \quad 2.32$$

จากสมการที่ 2.32 แสดงให้เห็นว่าค่า  $D_L$  เป็นผลเนื่องจากความเร็วของของไหลซึ่งจะมีค่าประมาณ  $D_{AB}$  เมื่อความเร็วของของไหลต่ำ เงื่อนไขขอบเขตของการเกิด Axial dispersion มีได้หลายกรณี แต่จะพิจารณาเพียง 2 กรณีคือ 1 Closed-Closed vessel boundary condition และ 2 Open-Open vessel boundary condition

### 2.5.2.1 Closed-Closed vessel boundary condition

สำหรับกรณีนี้จะมีสมมติฐานคือ ไม่เกิด Dispersion ณ ตำแหน่งขอบเขตทั้งทางเข้าและออกจาก PBR ดังรูปที่ 2.7 กล่าวคือ ไม่มีพจน์ Dispersion ก่อนเข้า PBR และหลังออกจาก PBR



รูปที่ 2.7 Closed-Closed vessel

จากรูปที่ 2.7 ณ จุดที่  $l = 0$  Flux ของทางด้านนอก ( $0^-$ ) จะมีค่าเท่ากับทางด้านใน ( $0^+$ ) ดังนั้น ณ จุดนี้สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.33

$$-D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=0^+} + v C_{b_{l=0^+}} = v C_{b_{l=0^-}} \quad 2.33$$

ซึ่งสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ 2.34

$$D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=0^+} = -v (C_{b_{l=0^-}} - C_{b_{l=0^+}}) \quad 2.34$$

สมการที่ 2.34 คือเงื่อนไขขอบเขตของ Axial dispersion ในระบบ Closed-Closed vessel หรือ Danckwerts boundary condition โดยที่มีสภาวะขอบ ณ จุด  $l = L$  ดังสมการที่ 2.35

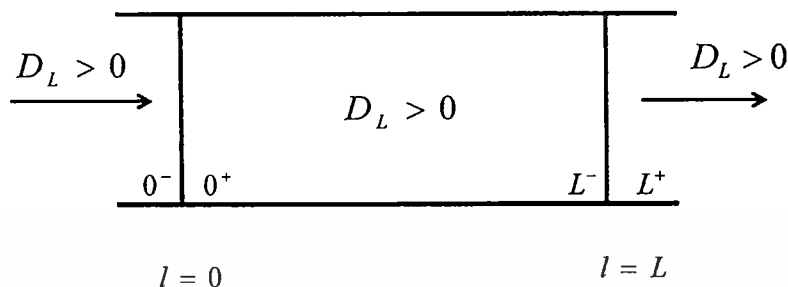
$$\text{ที่ } l = L \quad ; \quad \frac{\partial C_b}{\partial l} = 0 \quad 2.35$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.5.2.2 Open-Open vessel boundary condition

ในกรณีของ Open-Open vessel คือกรณีที่เกิด Axial dispersion ณ ทางเข้าและออก

จาก PBR ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 Open-Open vessel

สภาวะขอบเขตในกรณีนี้ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.36 และ 2.37

$$-D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=0^+} + \nu C_{b_{l=0^+}} = -D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=0^-} + \nu C_{b_{l=0^-}} \quad 2.36$$

$$-D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=L^+} + \nu C_{b_{l=L^+}} = -D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=L^-} + \nu C_{b_{l=L^-}} \quad 2.37$$

## 2.5.3 สมการควบคุมมวลสารภายใน PBR [4]

จากรูปที่ 2.5 สมการควบคุมมวลสารภายใน PBR สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.38 โดยมีสมมุติฐานดังนี้

- 1 ไม่มีเกรเดียนต์ของความเข้มข้นตามแนวรัศมีของ PBR
- 2 อุณหภูมิคงที่ และสมบัติของของไหลมีค่าคงที่
- 3 ค่า  $D_L$ ,  $k_f$  และความเร็วของของไหลมีค่าคงที่
- 4 สมดุลการแลกเปลี่ยนประจุเป็นแบบ Langmuir

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Rate of mass at  $l + \Delta l$  - Rate of mass at  $l$  - Rate of Ion-Exchange = Accumulation

$$\varepsilon A_T F_{PBR}^{Out} - \varepsilon A_T F_{PBR}^{Out} - (1-\varepsilon)A_T \Delta l r_{Ion-Ex} = \varepsilon A_T \Delta l \frac{\partial C_b}{\partial t} \quad 2.38$$

หารสมการที่ 2.38 ด้วยปริมาตร  $\varepsilon A_T \Delta l$

$$\frac{[F_{PBR}^{out} - F_{PBR}^{in}]}{\Delta l} - \frac{(1-\varepsilon)r_{Ion-Ex}}{\varepsilon} = \frac{\partial C_b}{\partial t} \quad 2.39$$

Take Limit  $\Delta l \rightarrow 0$

$$-\frac{\partial F_{PBR}}{\partial l} - \frac{(1-\varepsilon)r_{Ion-Ex}}{\varepsilon} = \frac{\partial C_b}{\partial t} \quad 2.40$$

แทนค่าสมการ 2.31 ลงในสมการที่ 2.40

$$-\frac{\partial}{\partial l} \left[ -D_L \frac{\partial C_b}{\partial l} + v C_b \right] - \frac{(1-\varepsilon)r_{Ion-Ex}}{\varepsilon} = \frac{\partial C_b}{\partial t} \quad 2.41$$

เมื่อ  $r_{Ion-Ex}$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.42

$$r_{Ion-Ex} = \frac{k_f}{L_c} (C_b - C_s) \quad 2.42$$

เมื่อ  $L_c$  คือ Characteristic length ของทรงกลม นิยามดังสมการที่ 2.43

$$L_c = \frac{V_{sphere}}{A_{sphere}} = \frac{(4/3)\pi R_p^3}{4\pi R_p^2} = \frac{R_p}{3} \quad 2.43$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ 2.42 และ 2.43 ลงในสมการที่ 2.41 จะสามารถเขียนเป็นสมการควบคุมมวลสารภายใน PBR ดังสมการที่ 2.44

$$\frac{\partial C_b}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C_b}{\partial l^2} - v \frac{\partial C_b}{\partial l} - \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \left( \frac{3k_f}{R_p} \right) (C_b - C_s) \quad 2.44$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ 2.44 (ก) 2.44 (ข) และ 2.44 (ค)

$$\text{ที่ } t = 0, \quad C_b = 0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq l \leq L \quad 2.44(\text{ก})$$

$$\text{ที่ } l = 0, \quad D_L \left[ \frac{\partial C_b}{\partial l} \right]_{l=0} = -v(C_{feed} - C_{b_{l=0}}) \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad 2.44(\text{ข})$$

$$\text{ที่ } l = L, \quad \frac{\partial C_b}{\partial l} = 0 \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad 2.44(\text{ค})$$

สมการที่ 2.44 เป็นสมการควบคุมมวลสารในชั้นของไหลของ PBR ซึ่งในส่วนของชั้นของแข็งจะใช้สมการที่ 2.19 โดยมีสมการแลกเปลี่ยนประจุแบบ Langmuir ดังสมการที่ 2.5 ซึ่งสมการทั้งหมดสามารถเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ ดังสมการที่ 2.45 ในส่วนของชั้นของไหล และสมการที่ 2.46 ในส่วนของชั้นของแข็ง [15]

$$\frac{\partial y_b}{\partial \tau} = \frac{2\delta\theta}{Pe_R} \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} - \delta \frac{\partial y_b}{\partial x} - 3f\omega(y_b - y_s) \quad 2.45$$

เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นดังสมการที่ 2.45 (ก) 2.45 (ข) และ 2.45 (ค)

$$\text{ที่ } \tau = 0, \quad y_b = 0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 1 \quad 2.45(\text{ก})$$

$$\text{ที่ } x = 0, \quad \left[ \frac{\partial y_b}{\partial x} \right]_{x=0} = -\frac{Pe_R}{2\theta} (1 - y_{b_{x=0}}) \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad 2.45(\text{ข})$$

$$\text{ที่ } x = 1, \quad \frac{\partial y_b}{\partial x} = 0 \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad 2.45(\text{ค})$$

สมการควบคุมมวลสารในชั้นของแข็ง

$$\frac{\partial y_\mu}{\partial \tau} = \left( \frac{\partial^2 y_\mu}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{\partial y_\mu}{\partial \eta} \right) \quad 2.46$$

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตแสดงดังสมการ 2.46(ก) 2.46(ข) และ 2.46(ค)

$$\text{ที่ } \tau = 0, \quad y_\mu = 0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq \eta \leq 1 \quad 2.46(\text{ก})$$

$$\text{ที่ } \eta = 0, \quad \frac{\partial y_\mu}{\partial \eta} = 0 \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad 2.46(\text{ข})$$

$$\text{ที่ } \eta = 1, \quad \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \eta} \right]_{\eta=1} = f(y_b - y_s) \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad 2.46(\text{ค})$$

เมื่อ

$$y_\mu = \frac{C_\mu}{C_{\mu_{feed}}}, \quad \eta = \frac{r}{R_p}, \quad x = \frac{l}{L}, \quad \tau = \frac{D_e t}{R_p^2}$$

$$y_b = \frac{C_b}{C_{feed}}, \quad y_s = \frac{C_s}{C_{feed}}, \quad y_{\mu_{max}} = \frac{C_{\mu_{feed}}}{C_{\mu_{max}}} = \frac{bC_{feed}}{1 + bC_{feed}}$$

$$Bi = \frac{k_f R_p}{D_e}, \quad Pe_R = \frac{v 2 R_p}{D_L}, \quad \omega = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}, \quad \theta = \frac{R_p}{L}$$

$$\delta = \frac{R_p^2 v}{D_e L}, \quad f = \frac{C_{feed} Bi}{C_{\mu_{feed}}}, \quad C_{\mu_{feed}} = \frac{C_{\mu_{max}} b C_{feed}}{1 + b C_{feed}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการสมดุลการดูดซับในสมการที่ 2.5 สามารถเขียนในรูปตัวแปรไร้หน่วยได้เช่นกันดังสมการที่ 2.47

$$y_{\mu} = \frac{(1 + bC_{feed})y_b}{1 + bC_{feed}y_b} \quad 2.47$$

โดยที่  $\eta = 1$  ซึ่งก็คือที่ผิวของของเรซินจะสามารถเขียนเงื่อนไขขอบเขตของสมการที่ 2.46 ได้อีกหนึ่งสมการคือ

$$y_{\mu_{\eta=1}} = \frac{(1 + bC_{feed})y_s}{1 + bC_{feed}y_s} \quad 2.48$$

ในการแก้ปัญหาจะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ Finite difference เพื่อคำนวณข้อมูลความเข้มข้นด้วยโปรแกรม MATLAB 7.8.0 (R2009a) เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองพร้อมทั้งหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของกราฟเบรคทริงด้วย (ซึ่งได้อธิบายโดยละเอียดในภาคผนวก)

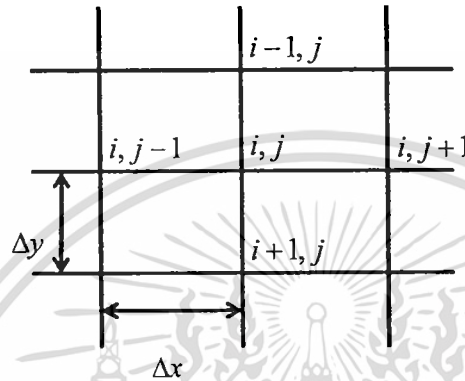
## 2.6 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference)[18]

ในการแก้ปัญหสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equation or PDE) โดยปกติแล้วจะทำโดย การใช้ระเบียบวิธีเชิงคณิตศาสตร์ขั้นสูงเพื่อหา Exact solution ของสมการนั้นๆซึ่งเป็นขั้นตอนที่สามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำแต่ส่วนมากมักใช้กับสมการที่มีความซับซ้อนน้อย แต่เมื่อสมการเหล่านั้นมีความซับซ้อนมากและเงื่อนไขเริ่มต้นและขอบเขตแบบเฉพาะ การประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจึงมักเป็นที่นิยมกว่าและสามารถหาผลลัพธ์ของสมการที่มีความซับซ้อนได้โดยประมาณซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่มีความผิดพลาดแต่ความผิดพลาดดังกล่าวจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับระเบียบวิธีที่ใช้และประสบการณ์ความรู้ของผู้ใช้ด้วย ในงานวิจัยนี้จะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบผลต่างสืบเนื่องมาแก้ปัญหาสมการที่ 2.19 และ 2.44 ซึ่งเป็นสมการ PDE ที่มีความซับซ้อนอีกทั้งเงื่อนไขขอบเขตก็เป็นแบบเฉพาะที่ไม่สามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงคณิตศาสตร์ขั้นสูงได้ ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่มีหลักการคือการเปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ ให้เป็นสมการพีชคณิต ดังสมการที่ 2.49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta x} \cong \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad 2.49$$

สมการที่ 2.49 คือความชันหรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม  $z$  เทียบกับตัวแปร  $x$  เมื่อ  $\Delta x$  มีค่าน้อยมาก หรือเข้าใกล้ 0 ( $\neq 0$ ) ดังนั้นเมื่อ  $\Delta x$  มีค่าน้อยพอสมการเชิงอนุพันธ์จะสามารถประมาณค่าเป็นสมการพีชคณิตได้ ซึ่งจะสามารถคำนวณผลลัพธ์ได้แบบจุดต่อจุดดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ตารางจุดต่อของตัวแปรตาม  $z$  ที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรต้น  $x$  และ  $y$

จากรูปที่ 2.9 จะสามารถเขียนสมการ PDE ให้เป็นสมการพีชคณิตได้ดังนี้

ณ จุด  $i, j$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{\Delta x} \quad 2.50$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\left[ \left( \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{\Delta x} \right) - \left( \frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{\Delta x} \right) \right]}{\Delta x} = \frac{z_{i,j+1} - 2z_{i,j} + z_{i,j-1}}{\Delta x^2} \quad 2.51$$

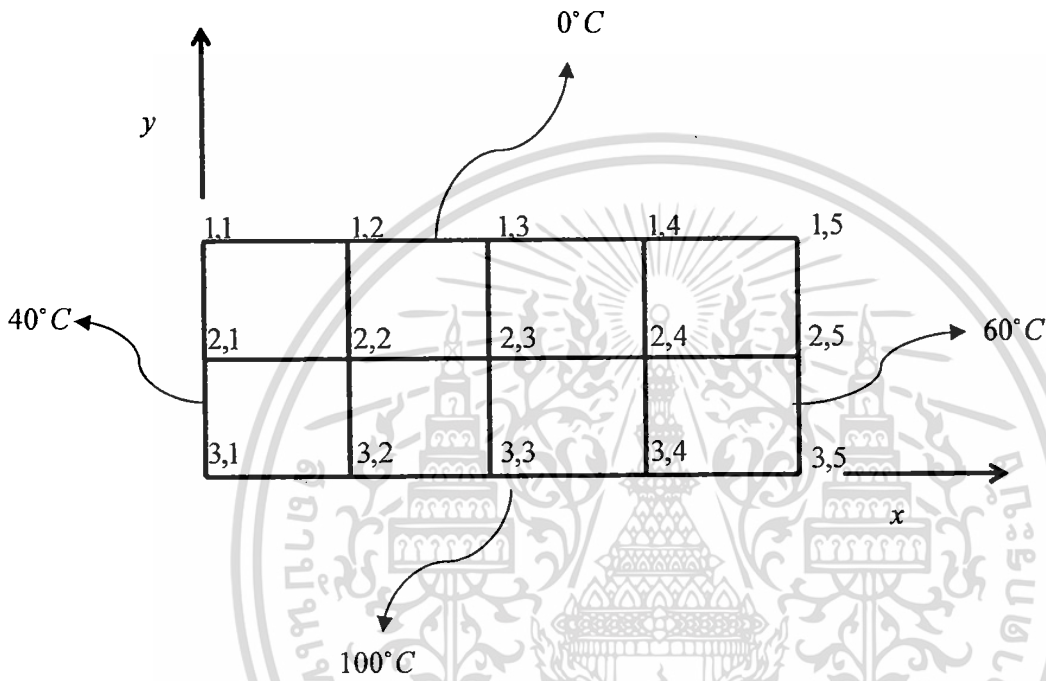
$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{\Delta y} \quad 2.52$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\left[ \left( \frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{\Delta y} \right) - \left( \frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{\Delta y} \right) \right]}{\Delta y} = \frac{z_{i+1,j} - 2z_{i,j} + z_{i-1,j}}{\Delta y^2} \quad 2.53$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเปลี่ยนสมการ PDE ให้เป็นพีชคณิตแล้วจะสามารถหาค่า  $z$  ได้เป็นจุดต่อจุดเมื่อทราบค่า  $z$  ณ จุดที่เป็นขอบของตารางจากเงื่อนไขขอบเขต เพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้นจะทำการหาผลลัพธ์ของสมการที่ 2.54 ซึ่งจะกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเป็นอุณหภูมิที่ขอบของแผ่นสี่เหลี่ยมดังรูปที่ 2.10

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad 2.54$$



รูปที่ 2.10 ตารางจุดต่อของอุณหภูมิที่กระจายอยู่บนแผ่นสี่เหลี่ยม

เมื่อพิจารณารูปที่ 2.10 แล้วพบว่าจุดที่ไม่ทราบค่าคือจุดที่ 2,2 2,3 และ 2,4 ซึ่งสามารถคำนวณคำตอบได้จากสมการที่ 2.55 โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบผลต่างสี่เหลี่ยมได้เมื่อ  $\Delta y = \Delta x = 1$

ณ จุดต่อที่ 2,2

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{2,3} - 2T_{2,2} + T_{2,1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{3,2} - 2T_{2,2} + T_{1,2}}{\Delta y^2} \quad 2.55$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าอุณหภูมิที่จุดปลายแผ่นสี่เหลี่ยมลงในสมการที่ 2.56

$$\frac{T_{2,3} - 2T_{2,2} + 40}{(1)^2} + \frac{100 - 2T_{2,2} + 0}{(1)^2} = 0 \quad 2.56$$

$$4T_{2,2} - T_{2,3} = 140 \quad 2.57$$

ณ จุดต่อที่ 2,3

$$4T_{2,3} - T_{2,2} - T_{2,4} = 100 \quad 2.58$$

ณ จุดต่อที่ 2,4

$$4T_{2,4} - T_{2,3} = 160 \quad 2.59$$

เมื่อรวมสมการทั้งหมดจะได้ระบบสมการดังนี้

$$\begin{aligned} 4T_{2,2} - T_{2,3} &= 140 \\ 4T_{2,3} - T_{2,2} - T_{2,4} &= 100 \\ 4T_{2,4} - T_{2,3} &= 160 \end{aligned} \quad 2.60$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ 2.61

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_{2,2} \\ T_{2,3} \\ T_{2,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140 \\ 100 \\ 160 \end{bmatrix} \quad 2.61$$

A                      B                      C

จากนั้นใช้กฎของคราเมอร์ในการแก้สมการหาค่าในเมทริกซ์ B โดย

$$T_{2,2} = \frac{\det A_1}{\det A} \quad ; \quad T_{2,3} = \frac{\det A_2}{\det A} \quad ; \quad T_{2,4} = \frac{\det A_3}{\det A} \quad 2.62$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $A_1$ ,  $A_2$  และ  $A_3$  คือเมทริกซ์  $A$  ที่ถูกแทนที่ด้วย เมทริกซ์  $C$  ในคอลัมน์ที่ 1 2 และ 3 ตามลำดับซึ่งสรุปแล้วค่า  $T_{2,2}$ ,  $T_{2,3}$  และ  $T_{2,4}$  มีค่าเท่ากับ 47.5 50.0 และ 52.5 องศาเซลเซียสตามลำดับ และเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้นจะยกตัวอย่างการหาผลลัพท์ของสมการ PDE ที่ซับซ้อนขึ้นดังตัวอย่างข้างล่าง

ตัวอย่าง [18]

สมการ PDE ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปรตาม  $y$  ที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรต้น  $x$  และ  $z$  ดังสมการที่ ex 1

$$\frac{\partial y}{\partial z} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{ex1}$$

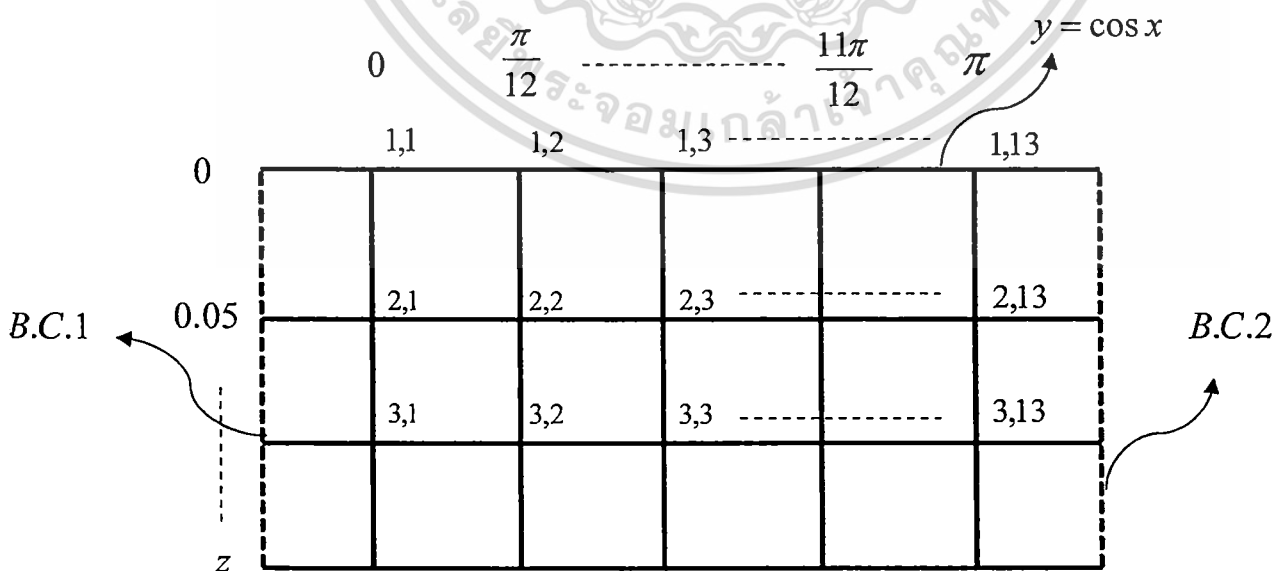
โดยมีเงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ ex2 ex3 และ ex4

$$z = 0 ; y = \cos x \quad \text{เมื่อ} \quad 0 \leq x \leq \pi \tag{ex2}$$

$$x = 0 ; \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad z > 0 \tag{ex3}$$

$$x = \pi ; \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad z > 0 \tag{ex4}$$

วิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลลัพท์จะใช้วิธีเดียวกันกับการกระจายความร้อนก่อนหน้าก็คือจะสร้างตารางจุดต่อของค่า  $y$  ขึ้นและเปลี่ยนสมการที่ ex1 ให้เป็นพีชคณิตดังรูปที่ ex1

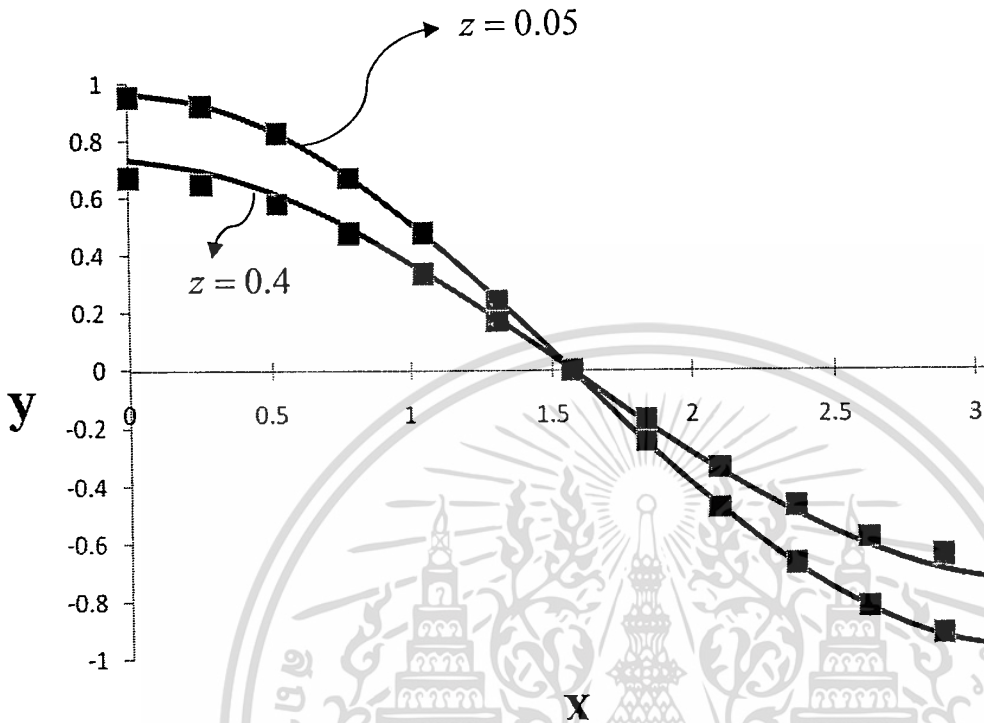


รูปที่ ex1 ตารางจุดต่อของตัวแปรตาม  $y$  ที่เป็นฟังก์ชันของ  $x$  และ  $z$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



จากนั้นหาค่า  $y$  ในเมทริกซ์ B ได้โดยใช้กฎของครามอร์เมื่อได้ค่า  $y$  ในเมทริกซ์ B แล้วจะใช้เป็นค่าในเมทริกซ์ C เพื่อหาค่า  $y$  ที่  $z$  ต่อกๆ ไปได้ค่า  $y$  ที่คำนวณได้แสดงดังรูปที่ ex2 เปรียบเทียบกับ Exact solution เมื่อ Exact solution คือ  $y = e^{-z} \cos x$



รูปที่ ex2 กราฟเปรียบเทียบค่า  $y$  ที่คำนวณได้จาก ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (—) และ Exact solution (■)

จากรูปที่ ex2 จะเห็นว่า การใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอาจมีความผิดพลาดอยู่บ้างเมื่อเทียบกับการใช้ Exact solution แต่ก็สามารถคำนวณค่า  $y$  ได้โดยประมาณซึ่งในกรณีของงานวิจัยนี้จำเป็นต้องใช้สมการ PDE ที่มีความซับซ้อนมากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบผลต่างสี่เหลี่ยมจึงมีความจำเป็นต้องใช้ควบคู่ไปกับโปรแกรมคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยคำนวณเมื่อมีการคำนวณแบบซ้ำๆ จำนวนมาก เพื่อคำนวณความเข้มข้นเปรียบเทียบกับผลการทดลองต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### บทที่ 3

## อุปกรณ์และขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

### 3.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

1. ทำการทดลองหาเวลาเข้าสู่สมดุลของแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระ
2. ศึกษาสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระที่อุณหภูมิคงที่
3. ทำการทดลองหาเส้นเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระ
4. ทำการทดลองหาเส้นเบรคทรูจของการ Regeneration
5. การใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
6. ทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเส้นเบรคทรูจในการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระ

### 3.2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

1. ท่อเหล็กทรงกระบอกขนาด 500 มิลลิเมตร
2. ปิ๊มที่สามารถปรับอัตราการไหลได้
3. ตู้ควบคุมอุณหภูมิ
4. สายยางซิลิโคน
5. ชุดไทรเทอร์ตประกอบไปด้วย บิวเรต และ ขวดรูปหม้อ
6. ตู้เขย่าสารควบคุมอุณหภูมิ
7. ขวดปิดสนิทสำหรับเขย่าสารขนาด 250 มิลลิตร
8. กระดาษวัด pH

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3 สารเคมีที่ใช้ในการทดลอง

1. โซเดียมไฮดรอกไซด์เกรดวิเคราะห์
2. กรดไฮโดรคลอริกเกรดวิเคราะห์
3. ไอโซโพรพานอลเกรดการค้า
4. น้ำกลั่น
5. น้ำมันปาล์มดิบ
6. น้ำมันปาล์มบริสุทธิ์ธรรมารกต
7. Palm Fatty Acid Distillate
8. โฟแทสเซียมไฮโดรเจนพาทาเลตเกรดการวิเคราะห์
9. เรซิน Lewatit S 6368

### 3.4 วิธีการทดลอง

#### 3.4.1 การเตรียมเรซินประจุลบ Lewatit S 6368 ให้อยู่ในรูปไฮดรอกไซด์

เรซินแลกเปลี่ยนประจุ Lewatit S 6368 เกรดการค้าเป็นเรซินประจุลบในรูปคลอไรด์ซึ่งเมื่อนำมาใช้แลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระแล้วจะทำให้เกิดกรดไฮโดรคลอริกเป็นผลให้ความเป็นกรดในน้ำมันปาล์มดิบไม่ลดลงจึงต้องนำเรซินดังกล่าวมาทำการเปลี่ยนรูปให้อยู่ในรูปไฮดรอกไซด์ก่อนซึ่งการเปลี่ยนรูปเรซินจะใช้สารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ 4 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนักปริมาตร 2000 มิลลิลิตรไหลผ่านเรซิน ปริมาตร 424 มิลลิลิตรด้วยอัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที โดยบรรจุเรซินในน้ำกลั่นในท่อเหล็กทรงกระบอกขนาด 500 มิลลิลิตร ล้างสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ตกค้างในเบดด้วยน้ำกลั่นจนน้ำที่ออกมามีพีเอชเป็นกลาง จากนั้นกำจัดน้ำในเบดและในรูพรุนของเรซินโดยแทนที่น้ำด้วยไอโซโพรพานอลเกรดการค้าปริมาตร 2000 มิลลิลิตร จากนั้นจึงนำน้ำมันปาล์มบริสุทธิ์มาป้อนผ่านเบดเรซินเพื่อปรับสภาพเรซินให้พร้อมใช้งานเพื่อแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4.2 การทดลองหาเวลาเข้าสู่สมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

ในการศึกษาสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุจำเป็นต้องทราบถึงเวลาเข้าสู่สมดุลของเรซินซึ่งจะทำที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียสซึ่งเป็นอุณหภูมิที่น้ำมันปาล์มดิบที่มีทั้งในส่วนของ โอเลอินและสเตอรินละลายเป็นเนื้อเดียวกันสมบูรณ์ และเรซินสามารถทำงานได้ดีที่อุณหภูมิดังกล่าว ทั้งนี้เพื่อป้องกันผลของฟอสโฟลิปิดที่อาจมีผลกับเรซินจึงใช้น้ำมันปาล์มดิบที่ผ่านขั้นตอนการกำจัดฟอสโฟลิปิดแล้วมาทำการทดลองซึ่งน้ำมันปาล์มดิบที่ใช้มีความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระเท่ากับ 4.61 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก โดยวิธีการทดลองจะใช้เรซินที่เปลี่ยนรูปเป็นไฮดรอกไซด์แล้ว 10 กรัม แลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระจากน้ำมันปาล์มดิบ 60 กรัมมาใส่ในขวดปิดสนิทสำหรับเขย่าสารขนาด 250 มิลลิลิตร และนำไปเขย่าในตู้เขย่าสารควบคุมอุณหภูมิที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส แล้วเก็บตัวอย่างมาไทเทรตหาปริมาณกรดไขมันอิสระที่เหลือที่เวลา 10 30 60 และ 90 นาทีตามลำดับ

### 3.4.3 การทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

ข้อมูลสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุนั้นเป็นข้อมูลสำคัญที่จำเป็นต้องทราบในกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุโดยสามารถแสดงให้เห็นถึงลักษณะและปริมาณการดูดซับ ณ จุดสมดุลที่อุณหภูมิและความเข้มข้นต่างๆซึ่งในการทดลองนี้ได้ทำการศึกษาสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส โดยการทดลองจะใช้น้ำมันปาล์มบริสุทธิ์มาผสมกับ Palm Fatty Acid Distillate (PFAD) ที่มีกรดไขมันอิสระ 85 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก เพื่อปรับให้น้ำมันปาล์มมีความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระเท่ากับ 1.81 5.50 6.32 12.40 และ 19.05 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก จากนั้นนำน้ำมันมาทำการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระด้วยเรซิน Lewatit S 6368 ที่อยู่ในรูปไฮดรอกไซด์ ในลักษณะเดียวกับข้อ 3.4.2 ไทเทรตปริมาณกรดไขมันอิสระก่อนและหลังการแลกเปลี่ยนประจุด้วยสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ 0.01N เพื่อหาปริมาณกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับ โดยสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ 3.1

$$C_{\mu_{eq}} = \frac{(C_0 - C_{b_{eq}})V\rho_P}{m_P} \quad 3.1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4.4 การทดลองหากราฟเบรคทฤษฎีในการแลกเปลี่ยนประจุ

การทดลองหากราฟเบรคทฤษฎีของการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระเป็นการทดลองนำน้ำมันปาล์มดิบที่มีกรดไขมันอิสระมาทำการลดกรดไขมันอิสระด้วยการป้อนผ่านเรซิน Lewatit S 6368 ที่อยู่ในรูปไฮดรอกไซด์ในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ โดยปริมาตรรวมของเครื่องปฏิกรณ์เท่ากับ 424 มิลลิลิตร น้ำหนักเรซินทั้งหมดเท่ากับ 230 กรัม โดยจะทำการทดลองแลกเปลี่ยนประจุทั้งหมด 7 ครั้งดังแสดงในตารางที่

#### 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงความเข้มข้นและอัตราการไหลสำหรับการทดลองต่างๆ

	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5	ครั้งที่ 6	ครั้งที่ 7
$V$ (ml/min)	7.00	7.00	7.00	13.20	4.00	21.50	20.50
$C_{feed}$ (g/ml)	0.0381	0.0364	0.0367	0.0378	0.0402	0.0151	0.0081

ทำการไทเทรตตัวอย่างที่ออกมาจากเบดเรซินด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ 0.01 N เพื่อหาปริมาณกรดไขมันอิสระ ทุก 30 นาทีสำหรับการทดลองครั้งที่ 1 ถึง 5 และทุก 15 นาทีสำหรับการทดลองที่ 6 และ 7 การทดลองทั้งหมดดำเนินการภายใต้สภาวะอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 60 องศาเซลเซียส คำนวณปริมาณกรดไขมันอิสระที่ถูกดูดซับด้วยสมการที่ 3.2 และ 3.3

$$C_{\mu} = \sum_{t=0}^{t_{end}} C_{\mu_t} \quad 3.2$$

$$C_{\mu_t} = \frac{(C_{feed} - C_{b_t})V \Delta t \rho_P}{m_P} \quad 3.3$$

เมื่อ  $\Delta t$  คือ Step เวลาของการเก็บตัวอย่าง เช่น การทดลองนี้เก็บตัวอย่างทุก 30 นาที มี  $\Delta t = 30$  นาที

### 3.4.5 การทดลองศึกษากราฟเบรคทรูจของการ Regeneration

การ Regeneration เป็นการทดลองปรับสภาพเรซินหลังการแลกเปลี่ยนประจุเพื่อให้สามารถนำเรซินกลับมาใช้แลกเปลี่ยนประจุ กรดไขมันอิสระได้ใหม่ ในการทดลองจะนำเรซินที่ผ่านการแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระจนอิ่มตัวแล้วมาล้างด้วยไอโซโพรพานอลเกรดการค้าเพื่อชะล้างน้ำมันที่ติดค้างในเบดเรซินออกจนสารละลายที่ออกมาจากเบดเรซินมีลักษณะใสไม่มีสีซึ่งกระบวนการนี้จะใช้ไอโซโพรพานอลประมาณ 2000 มิลลิลิตร จากนั้นใช้น้ำกลั่นประมาณ 4000 มิลลิลิตรล้างไอโซโพรพานอลในเบดเรซินออก และใช้สารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ความเข้มข้น 2 เปอร์เซ็นต์โดยปริมาตรไหลผ่านเรซินเพื่อทำการปรับสภาพเรซิน ด้วยอัตราการไหล 13.13 มิลลิลิตรต่อนาที ทำการไหลเทรตตัวอย่างสารละลายที่ออกมาจากเบดเรซิน ด้วยกรดไฮโดรคลอริกความเข้มข้น 0.1 N เพื่อวัดปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ออกมาจากเบดเรซินทุก 15 นาที คำนวณปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ถูกดูดซับด้วยสมการที่ 3.1 และ 3.2

### 3.4.6 ศึกษาการใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ สมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายและทำนายผลการทดลองทางวิทยาศาสตร์ซึ่งสมการที่จะใช้ในการอธิบายผลการแลกเปลี่ยนประจุในงานวิจัยนี้จะประกอบไปด้วยสมการหลัก 2 สมการคือ 1 สมการสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุ 2 สมการกราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุ ในส่วนของสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุจะใช้สมการที่ 2.5 ซึ่งเป็นสมการดูดซับแบบ Langmuir และในส่วนของสมการกราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุจะใช้การคูณมวลสารภายในและภายนอกเรซินซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการ Partial Differential ได้ดังสมการที่ 2.19 และ 2.41 ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้หน่วยดังสมการที่ 2.45 และ 2.46 ในการแก้ปัญหาจะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference) เพื่อคำนวณข้อมูลความเข้มข้นด้วยโปรแกรม MATLAB 7.8.0 (R2009a) ซึ่งจะต้องเปลี่ยนสมการที่ 2.45 และ 2.46 ให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิตตามสมการที่ 2.50 และ 2.51 และเขียนเป็นเมทริกซ์ที่ลักษณะตามสมการที่ 2.61 เพื่อแก้สมการหาค่าความเข้มข้น ณ เวลาและตำแหน่งต่างๆ ในการตรวจสอบผลการคำนวณกราฟเบรคทรูจผ่านโปรแกรมจะกำหนดตัวแปรไร้หน่วยเพื่อทำการคำนวณกราฟเบรคทรูจเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Park [19] ทดสอบสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาโดยกำหนดตัวแปรไร้หน่วยดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_\mu = \frac{C_\mu}{C_{\mu_{feed}}}, \quad \eta = \frac{r}{R_p}, \quad x = \frac{l}{L}, \quad \tau = \frac{D_e t}{R_p^2}$$

$$y_b = \frac{C_b}{C_{feed}}, \quad y_s = \frac{C_s}{C_{feed}}, \quad y_{\mu_{max}} = \frac{C_{\mu_{feed}}}{C_{\mu_{max}}} = \frac{bC_{feed}}{1+bC_{feed}}$$

$$Bi = \frac{k_f R_p}{D_e}, \quad Pe_L = \frac{\varepsilon v L}{D_L}, \quad \omega_{Park} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \left( \frac{C_{\mu_{feed}}}{C_{feed}} \right)$$

$$\theta_{Park} = \frac{\delta}{\omega}, \quad \delta = \frac{R_p^2 v}{D_e L}, \quad f = \frac{C_{feed} Bi}{C_{\mu_{feed}}}$$

$$C_{\mu_{feed}} = \frac{C_{\mu_{max}} b C_{feed}}{1 + b C_{feed}}$$

สมการดุลมวลสารภายในและสมการสมดุลการดูดซับจะใช้สมการที่ 2.46 และ 2.47 ในส่วนของสมการดุลมวลสารภายนอกเรซินจะใช้สมการที่ 3.4

$$\frac{\partial y_b}{\partial \tau} = \frac{\omega \theta}{Pe_L} \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} - \omega \theta \frac{\partial y_b}{\partial x} - 3f\omega(y_b - y_s) \quad 3.4$$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นดังสมการที่ 2.41(ก) และ 2.41(ค) โดยที่เงื่อนไขขอบเขต ณ ทางเข้าของเบตจะใช้เป็นสมการที่ 3.5

$$\text{ที่ } x=0, \quad \left[ \frac{\partial y_b}{\partial x} \right]_{x=0} = -Pe_L(1 - y_{b_{x=0}}) \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad 3.5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเนื่องจากสมการการดูดซับบนเรซินนี้จะใช้สมการแบบ Langmuir ซึ่งไม่เป็นเส้นตรงจึงทำให้เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวเรซินหรือสมการที่ 2.48 ไม่สามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ตามสมการที่ 2.61 ได้ Park[19]ใช้เทคนิค Orthogonal Collocation ในการแก้ปัญหสมการแบบไม่เป็นเส้นตรง ในงานวิจัยนี้ได้ใช้เทคนิค 2 วิธีคือ

1. แบ่งการคำนวณออกเป็นสองส่วนคือภายในและภายนอกเรซินและทำการ trial and error เพื่อเดาค่าความเข้มข้นที่ผิวของเรซิน ที่จะเป็นจุดเชื่อมต่อของความเข้มข้นภายนอกและภายในเรซิน

2. เขียนสมการสมการการดูดซับให้เป็นเส้นตรงเป็นช่วง โดยเปลี่ยนความชันของเส้นตรงไปตามเส้นของสมการสมการการดูดซับเพื่อให้สามารถคำนวณข้อมูลความเข้มข้นโดยใช้เมทริกซ์ได้ทั้งภายนอกและภายในเรซินซึ่งรายละเอียดในการคำนวณจะอธิบายในภาคผนวก

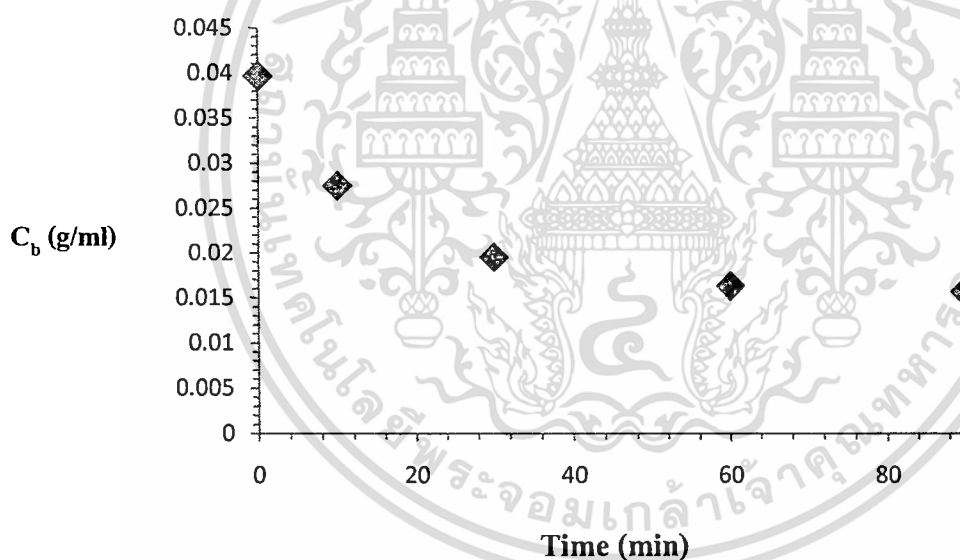
ผลการคำนวณกราฟเบรคทรูจ์ที่ได้จะทำการเปรียบเทียบกันทั้ง 2 วิธีเพื่อให้ได้วิธีที่ดีที่สุดในการคำนวณกราฟเบรคทรูจ์ นอกจากนี้จะทำการเปรียบเทียบผลของ  $\Delta\tau$ ,  $\Delta x$  และ  $\Delta\eta$  เพื่อหาขนาดที่เหมาะสมของค่า step size เหล่านี้ จากนั้นจะทำการคำนวณผลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆของกราฟเบรคทรูจ์เพื่อแสดงผลของพารามิเตอร์นั้นๆที่มีต่อกราฟเบรคทรูจ์ แล้วจึงนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองต่อไป

## บทที่ 4

### ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล

#### 4.1 ผลการทดลองเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุ

เมื่อนำน้ำมันปาล์มดิบที่มีกรดไขมันอิสระมาเขย่ากับเรซินแลกเปลี่ยนประจุพบว่าปริมาณกรดไขมันอิสระลดลงเนื่องมาจากการแลกเปลี่ยนประจุลบของกรดไขมันอิสระกับเรซินแสดงดังสมการที่ 2.2 จากการทดลองใช้เรซิน Lewatit S 6368 แลกเปลี่ยนประจุลบของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบที่มีกรดไขมันอิสระเริ่มต้นเท่ากับ 4.61 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก อุณหภูมิและความเร็วรอบที่ใช้ในการเขย่าเท่ากับ 60 องศาเซลเซียส และ 210 รอบต่อนาที พบว่ากรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบลดลงดังแสดงในรูปที่ 4.1

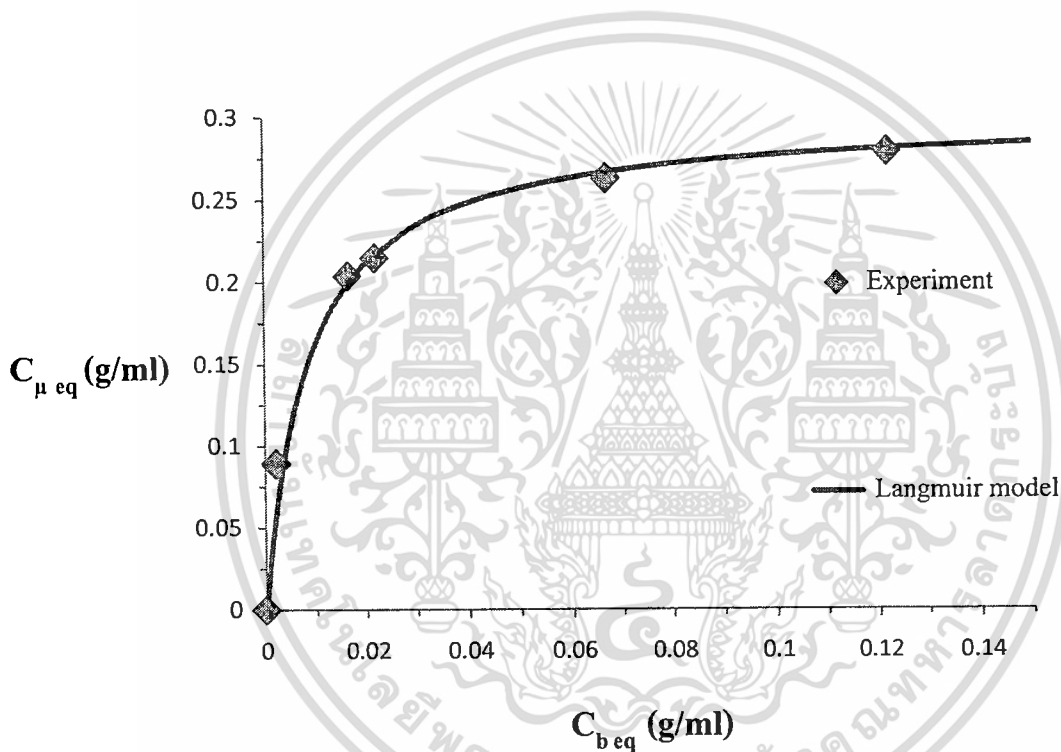


รูปที่ 4.1 กราฟแสดงปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบที่ลดลง ณ เวลาต่างๆ

จากรูปที่ 4.1 พบว่าเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุอยู่ที่ประมาณ 60 นาที

#### 4.2 ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

จากผลการทดลองในหัวข้อ 4.1 ทำให้ทราบถึงเวลาเข้าสู่สมดุลในการแลกเปลี่ยนประจุจึงทำการทดลองเพื่อหาข้อมูลสมดุลของกระบวนการนี้ที่อุณหภูมิเดียวกัน โดยใช้เวลาในการเขย่านาน 12 ชั่วโมงเพื่อให้ระบบเข้าสู่สมดุลอย่างแท้จริง ในการทดลองนี้จะใช้น้ำมันปาล์มบริสุทธิ์ผสมกับ PFAD ที่มีกรดไขมันอิสระประมาณ 85 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก เพื่อให้ได้น้ำมันปาล์มที่มีปริมาณกรดไขมันอิสระเท่ากับ 1.81 5.50 6.32 12.40 และ 19.05 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก ผลการทดลองได้แสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระบนเรซิน Lewatit S 6368 ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

เมื่อนำแบบจำลองการดูดซับแบบ Langmuir ตามสมการ 2.5 ไปคำนวณเทียบกับผลการทดลองพบว่าสามารถอธิบายผลการทดลองได้ดีที่ค่า  $b$  เท่ากับ 120 มิลลิลิตรต่อกรัมกรดไขมันอิสระ และ  $C_{\mu_{\max}}$  เท่ากับ 0.3 กรัมกรดไขมันอิสระต่อมิลลิลิตร โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด ( $R^2$ ) เท่ากับ 0.99

#### 4.3 ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุและ Regeneration

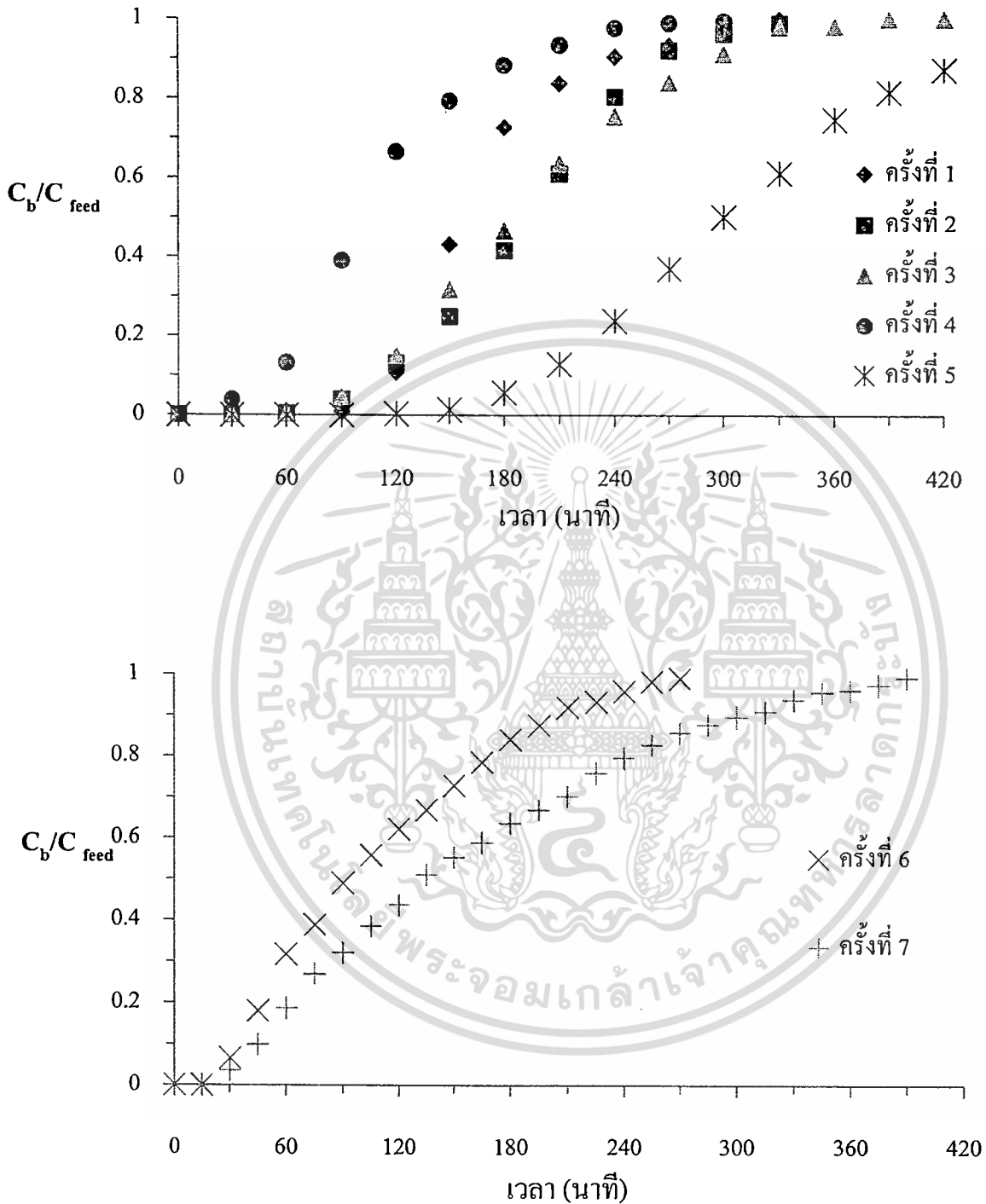
ผลการทดลองการแลกเปลี่ยนประจุลบของกรดไขมันอิสระกับเรซิน Lewatit S 6368 ในรูปไฮดรอกไซด์โดยใช้เครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุปริมาตร 500 มิลลิลิตรที่ภายในบรรจุเรซิน 230 กรัมวัดปริมาตรเบดได้เท่ากับ 424 มิลลิลิตร ทำการแลกเปลี่ยนประจุโดยการผ่านเรซินด้วยสารละลายน้ำมันปาล์มดิบที่มีความเข้มข้นกรดไขมันอิสระและอัตราการไหลเชิงปริมาตรต่างๆกัน แสดงดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ตัวแปรค่าต่างๆที่ใช้ในการทดลอง

ตัวแปร	การทดลองที่						
	1	2	3	4	5	6	7
$\dot{V}$ (ml/min)	7.00	7.00	7.00	13.20	4.00	21.50	20.50
$C_{feed}$ (g/ml)	0.0381	0.0364	0.0367	0.0378	0.0402	0.0151	0.0081

หมายเหตุ ทุกการทดลองทำที่อุณหภูมิคงที่เท่ากับ 60 องศาเซลเซียส ความยาวเบดเท่ากับ 60 เซนติเมตร และมี void fraction เท่ากับ 0.5086 (หาโดยการแซ่เรซินในน้ำมันปาล์มดิบ) ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจแสดงดังรูปที่ 4.3

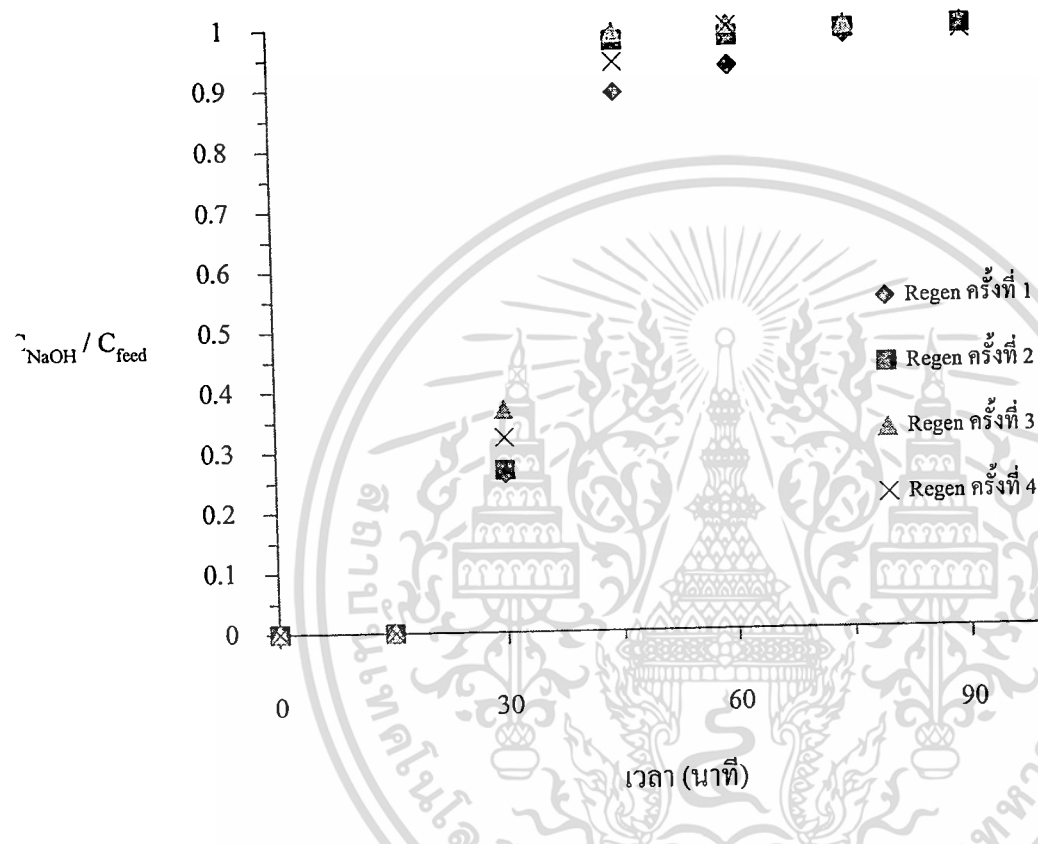
การทดลองที่ 1 - 3 ให้ผลการทดลองที่ใกล้เคียงกัน เนื่องจากสภาวะตัวแปรที่ใช้ในการป้อนเข้าเบดมีค่าใกล้เคียงกัน และเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสารเข้าสู่เบดตามการทดลองที่ 4, 6 และ 7 เมื่อเทียบกับการทดลองอื่นๆจะได้กราฟเบรคทรูจที่เร็วขึ้น เนื่องจากอัตราการดูดซับช้ากว่าอัตราการป้อนสารเข้าสู่เบด ในขณะที่ความเข้มข้นของสารป้อนที่สูงกว่ามีผลเพียงเล็กน้อยต่อกราฟเบรคทรูจ



รูปที่ 4.3 กราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุลบของกรดไขมันอิสระด้วยเรซิน Lewatit S 6368

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการแลกเปลี่ยนประจุเสร็จแล้วในแต่ละการทดลองจะนำเรซินมาทำการ Regeneration ด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ ความเข้มข้นประมาณ 2 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนักด้วยอัตราการไหลโดยปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาทีที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส แสดงดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 กราฟเบรคทรูจของการ Regeneration ด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ 2 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก

จากผลการทดลองแลกเปลี่ยนประจุใน ครั้งที่ 1 และ 2 พบว่า เป็นการทดลองด้วยอัตราการไหลและอุณหภูมิเท่าๆกันแต่กราฟเบรคทรูจที่ได้ต่างกันอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนฟอร์มเรซินไฮดรอกไซด์ในครั้งแรกของการใช้งานอาจทำการแลกเปลี่ยนประจุได้ไม่สมบูรณ์แต่เมื่อทำการ Regenerate ด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์แล้วพบว่าเรซินกลับมาใช้งานได้ดีใน ครั้งที่ 2 และ 3 จึงสามารถสรุปได้ว่าเรซินสามารถแยกกรดไขมันอิสระจากน้ำมัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปาล์มดิบได้ด้วยวิธีแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระและยังสามารถ Regenerate เพื่อปรับสภาพแล้วนำกลับมาใช้ใหม่ได้สมบูรณ์ โดยที่ค่าปริมาณของการดูดซับแสดงไว้ในตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.2 แสดงเวลาที่ใช้ในการ Regeneration

ขั้นตอนในการ Regeneration	เวลาที่ใช้ในแต่ละขั้นตอน (นาที)
ล้างน้ำมันที่อยู่ในเบดด้วย ไอโซโพรพานอล	100
ล้าง ไอโซโพรพานอลด้วยน้ำกลั่น	200
Regeneration ด้วย โซเดียมไฮดรอกไซด์	90
ล้างโซเดียมไฮดรอกไซด์ด้วยน้ำกลั่น	200
แทนที่น้ำในเบดด้วย ไอโซโพรพานอล	100
แทนที่ ไอโซโพรพานอล ด้วย น้ำมันปาล์ม	45
เวลาที่ใช้โดยรวม	735

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระในกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุและปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของโซเดียมไฮดรอกไซด์ในกระบวนการ Regeneration

	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5	ครั้งที่ 6	ครั้งที่ 7
$C_{\mu}$ FFA (g/ml)	0.1953	0.2158	0.2184	0.2295	0.2257	0.1563	0.1302
	Regen ครั้งที่ 1	Regen ครั้งที่ 2	Regen ครั้งที่ 3	Regen ครั้งที่ 4			
$C_{\mu}$ NaOH (g/ml)	0.0365	0.0387	0.0365	0.0368			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4 ผลการใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

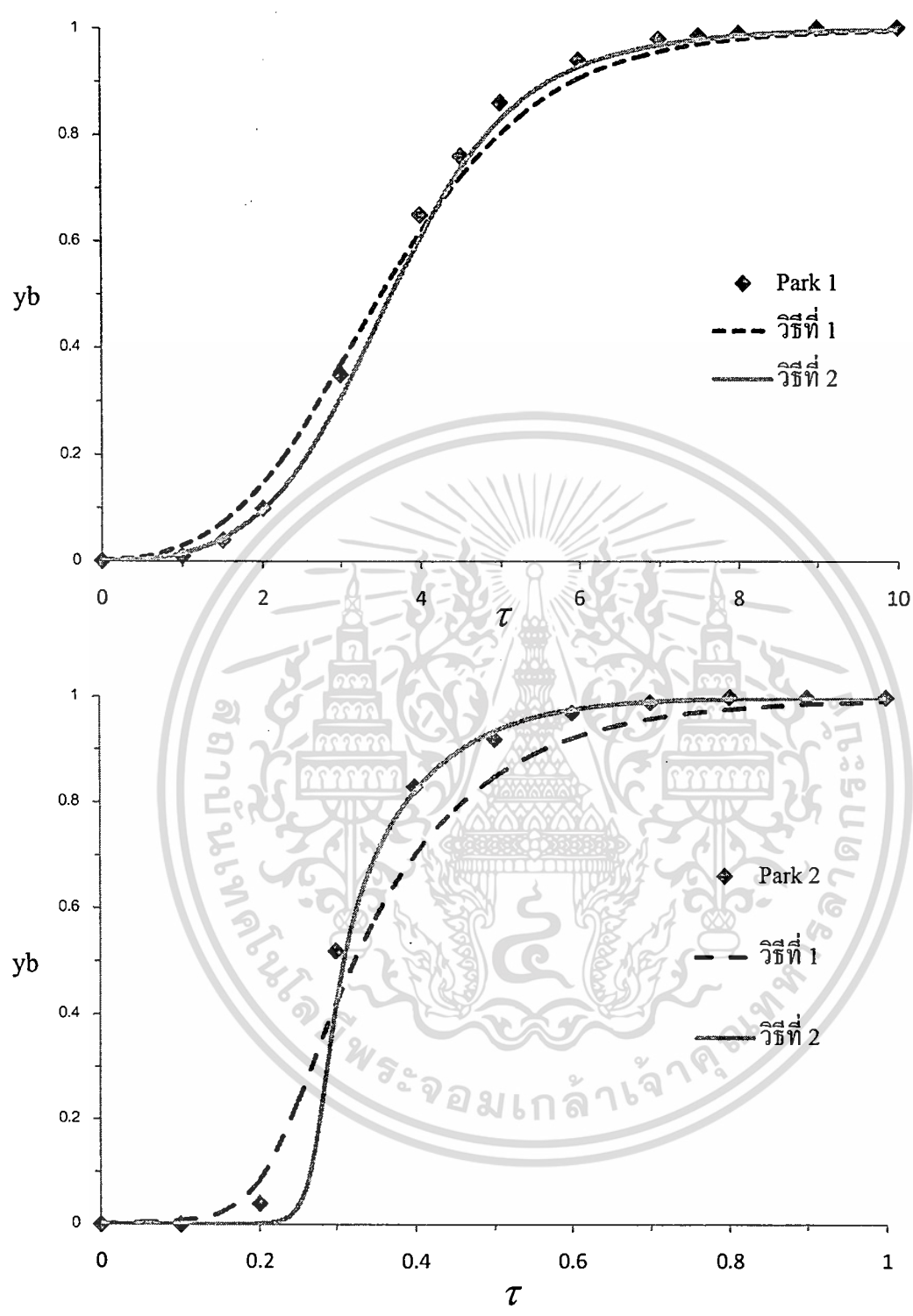
##### 4.4.1 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Park

จากผลการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Park ซึ่งใช้เทคนิค Orthogonal Collocation พบว่าวิธีคำนวณวิธีที่ 2 สามารถคำนวณได้แม่นยำกว่าวิธีที่ 1 และยังใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่ามากทั้งนี้ เนื่องมาจากการคำนวณในแบบที่ 1 นั้นมีการคำนวณซ้ำเป็นจำนวนมากในการสมมุติค่าที่ถูกต้องแล้วจึงทำการคำนวณต่อใน Step ต่อไปซึ่งต่างจากการคำนวณแบบที่ 2 ที่ทำการคำนวณโดยตรงไม่ต้องทำการคำนวณซ้ำเพื่อหาคำตอบ ผลการคำนวณดังกล่าวได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.5 และข้อมูลของค่าต่างๆแสดงดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้คำนวณ(พารามิเตอร์ต่างๆจะใช้ตามการคำนวณของ Park [19])

	$\omega$	$\theta$	$Pe_L$	$f$	$bC_{feed}$
Park 1	10,000	0.3	5.0	100	1.0
	$R^2$	Calculate time (s)	$\Delta\tau$	$\Delta x$	$\Delta\eta$
วิธีที่ 1	0.989	507.0	0.75	0.02	0.2
วิธีที่ 2	0.993	4.0	0.75	0.02	0.2
	$\omega$	$\theta$	$Pe_L$	$f$	$bC_{feed}$
Park 2	10,000	3.0	5.0	1000	10.0
	$R^2$	Calculate time (s)	$\Delta\tau$	$\Delta x$	$\Delta\eta$
วิธีที่ 1	0.981	512.0	0.05	0.02	0.2
วิธีที่ 2	0.994	4.5	0.05	0.02	0.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

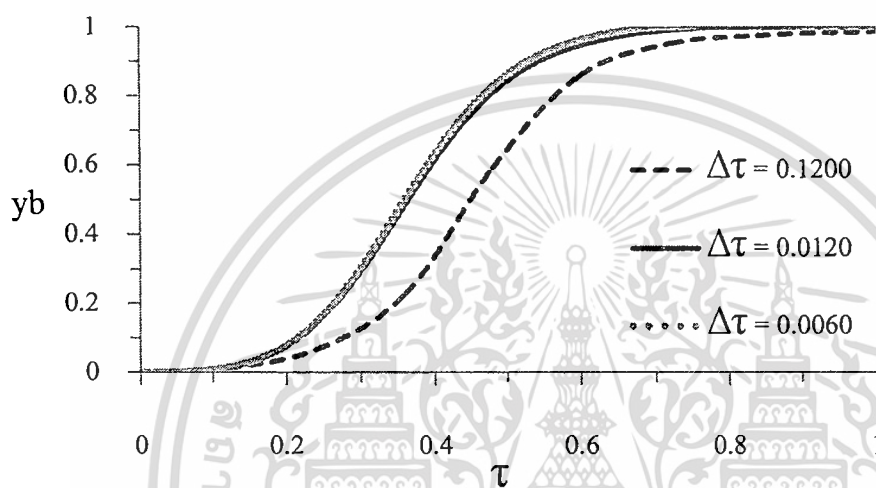


รูปที่ 4.5 กราฟเบรคทรูจ์เปรียบเทียบการคำนวณทั้ง 2 วิธีกับการคำนวณของ Park [19]

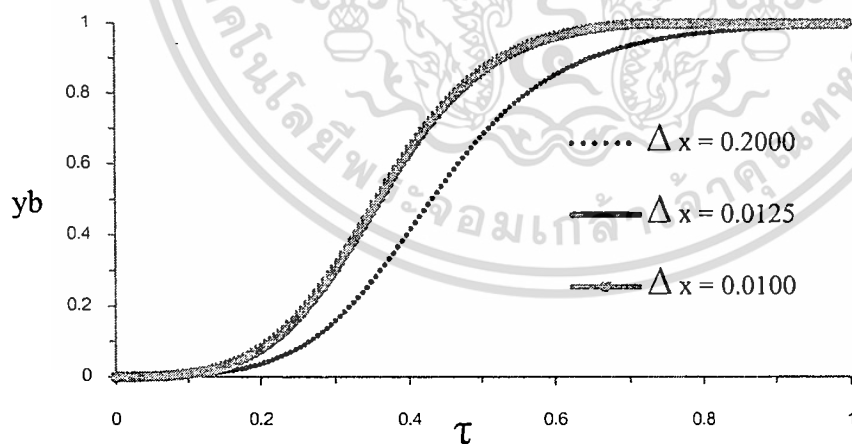
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4.2 การคำนวณกราฟเบรคทฤษฎีเปรียบเทียบผลของ Step site ( $\Delta\tau$ , $\Delta x$ และ $\Delta\eta$ )

ในการคำนวณกราฟเบรคทฤษฎีจะคำนวณกราฟเบรคทฤษฎีด้วยวิธีที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบผลของ Step site ซึ่งมีความสำคัญในระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม โดยที่ Step site ที่มีขนาดเล็กพอจะทำให้เกิดความผิดพลาดน้อย ผลการคำนวณจะแสดงดังรูปที่ 4.6 , 4.7 และ 4.8 คำนวณโดยใช้ค่า  $Pe$   $Bi$   $\omega$   $\delta, \theta$  และ  $f$  เท่ากับ  $3.81E-04$  ,  $2.50$  ,  $1.00$  ,  $4.17E-04$  ,  $0.04$  และ  $0.38$  ตามลำดับ

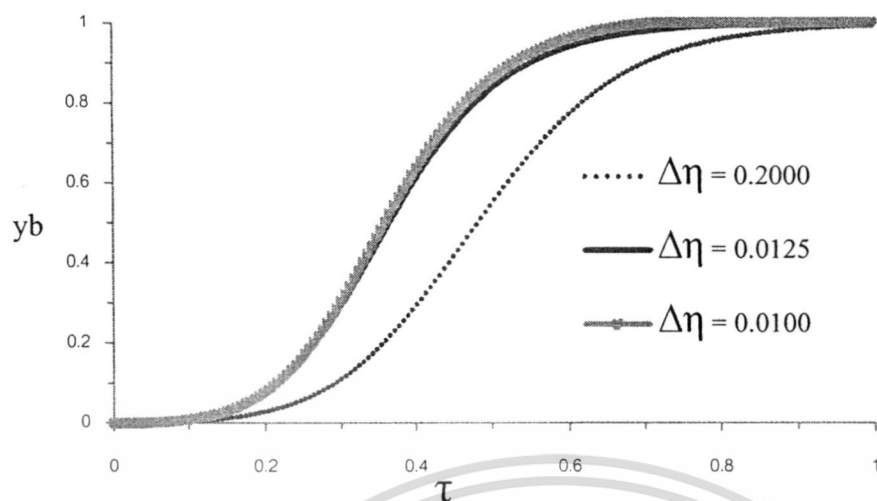


รูปที่ 4.6 แสดงผลของ  $\Delta\tau$  ที่มีผลต่อกราฟเบรคทฤษฎีโดยมี  $\Delta x$  และ  $\Delta\eta$  เท่ากับ 0.01



รูปที่ 4.7 แสดงผลของ  $\Delta x$  ที่มีผลต่อกราฟเบรคทฤษฎีโดยมี  $\Delta\tau$  และ  $\Delta\eta$  เท่ากับ 0.0060 และ 0.0100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 แสดงผลของ  $\Delta\eta$  ที่มีผลต่อกราฟเบรคทรูจโดยมี  $\Delta\tau$  และ  $\Delta x$  เท่ากับ 0.0060 และ 0.0100

จากรูปที่ 4.6 , 4.7 และ 4.8 สามารถสรุปได้ว่าผลของ Step site มีผลต่อการคำนวณกราฟเบรคทรูจโดย Step site ที่ใหญ่เกินไปจะทำให้เกิดเบรคทรูจซ้ำ และ Step site ที่เหมาะกับการคำนวณ คือ  $\Delta\tau$   $\Delta x$  และ  $\Delta\eta$  เท่ากับ 0.0060 , 0.0100 และ 0.0100 ซึ่งจะใช้ Step site นี้คำนวณกราฟเบรคทรูจเปรียบเทียบกับผลการทดลองต่อไป

#### 4.4.3 ผลการคำนวณกราฟเบรคทรูจเมื่อแปรค่าพารามิเตอร์ต่างๆ

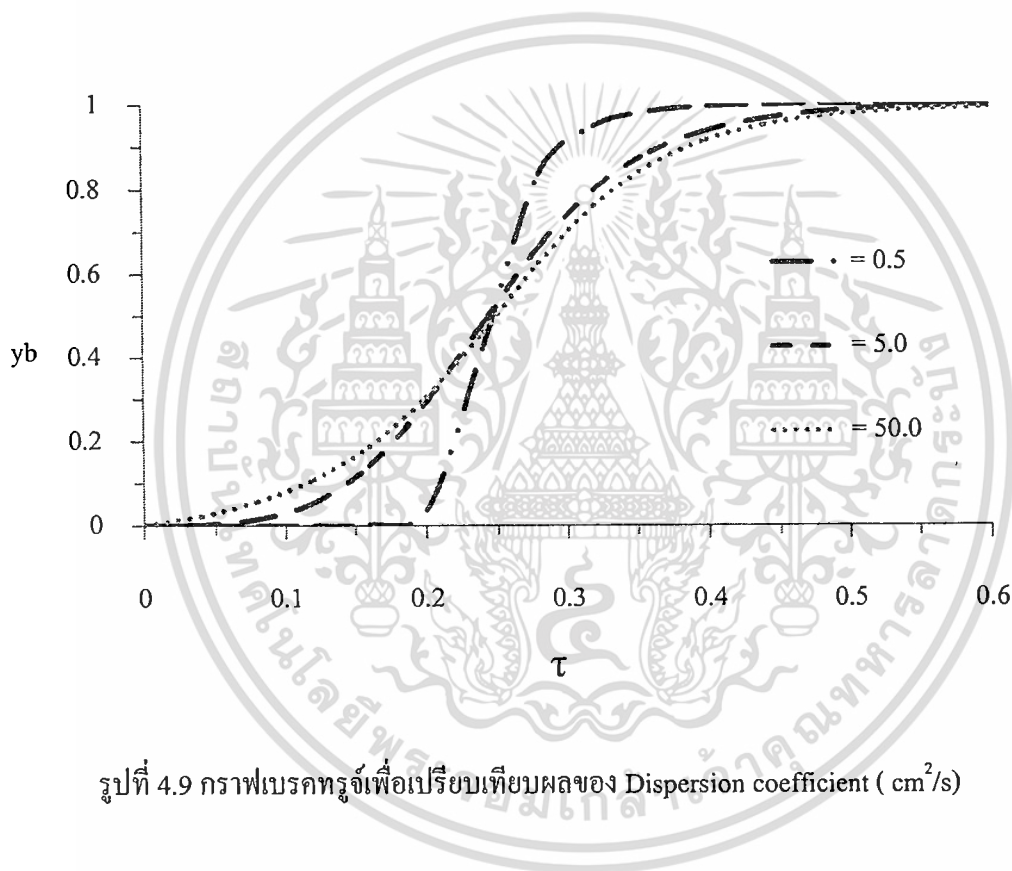
ผลของพารามิเตอร์ที่มีผลต่อแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกราฟเบรคทรูจได้แก่  $D_e$  ,  $D_c$  ,  $k_f$  และ  $b$  ซึ่งผลการคำนวณจะแสดงในรูปของกราฟเบรคทรูจดังรูปที่ 4.9 , 4.10 , 4.11 และ 4.12 ในรูปที่ 4.9 จะแสดงผลของ Dispersion ที่มีผลต่อกราฟเบรคทรูจโดยมีค่าพารามิเตอร์ต่างๆดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 แสดงพารามิเตอร์ที่ใช้คำนวณกราฟเบรคทรูจในรูปที่ 4.9

$D_e$ (cm <sup>2</sup> /s)	$k_f$ (cm/s)	$b$ (cm <sup>3</sup> / g)	$L$ (cm)	$\mathcal{E}$	$C_{feed}$ (g/cm <sup>3</sup> )	$C_{\mu_{max}}$ (g/cm <sup>3</sup> )	$v$ (cm/s)
1.00E-06	1.00E-03	200.00	60.00	0.50	0.04	0.3	1.14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ชัดว่าค่า Dispersion coefficient มีผลต่อกราฟเบรคทรูจ์มากเพราะ Dispersion คือการแพร่ของความเข้มข้นในขณะที่มีการไหลของของไหลซึ่งถ้าระบบเกิดการ Dispersion มากก็จะทำให้ความเข้มข้นของตัวถูกละลายไหลออกจากเบดเร็วขึ้นเป็นผลให้มีเวลาที่จุด break point เร็ว ในขณะที่ตัวดูดซับยังสามารถดูดซับได้อยู่ จึงทำให้ยังเกิดการดูดซับและความเข้มข้นของตัวถูกละลายค่อยๆ ไหลออกจากเบด มีผลให้เห็นกราฟเบรคทรูจ์มีความลาดเอียง ซึ่งถ้าในกรณีที่ระบบเกิด Dispersion น้อยจะทำให้เวลา ณ จุด break point นานขึ้น และทำให้ตัวดูดซับมีเวลานานพอที่จะดูดซับจึงทำให้ระบบเข้าใกล้ความเป็นอุดมคติจึงทำให้เห็นกราฟเบรคทรูจ์ชันขึ้น

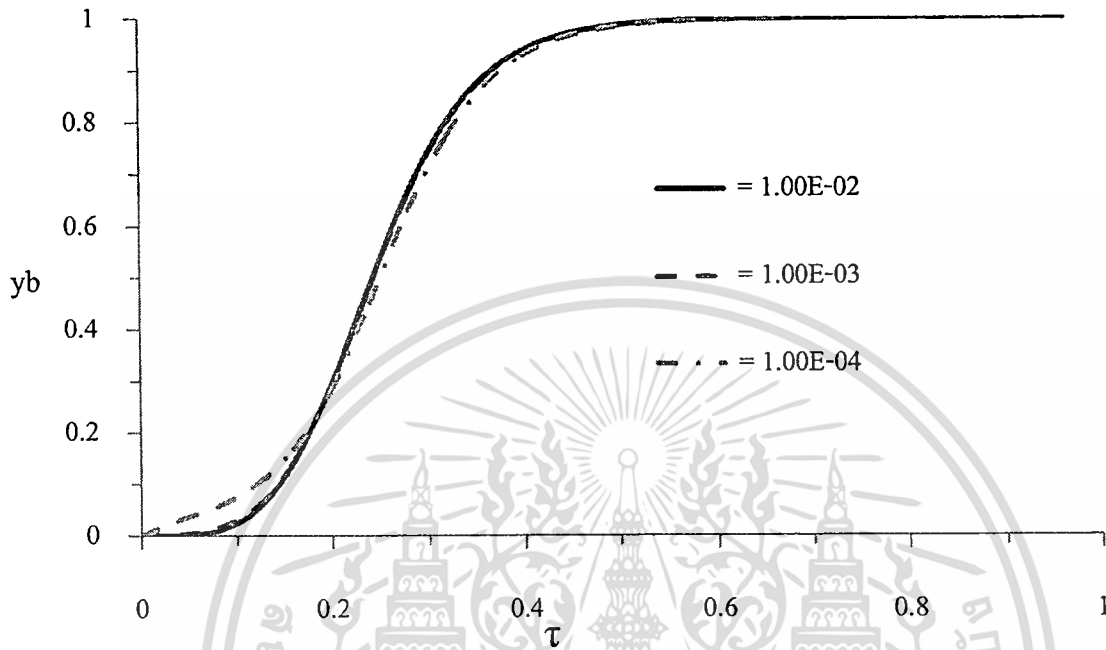


รูปที่ 4.9 กราฟเบรคทรูจ์เพื่อเปรียบเทียบผลของ Dispersion coefficient ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )

External mass transfer คือการถ่ายเทมวลสารในชั้นของไหลมาที่ผิวของตัวดูดซับหรือเรซินแลกเปลี่ยนประจุซึ่งถ้าขั้นตอนการถ่ายเทมวลสารนี้ใช้เวลานาน (ค่า  $k_f$  ต่ำมาก) จะเป็นผลให้ตัวถูกละลายไม่สามารถถูกดูดซับได้ทันจึงทำให้เห็นกราฟเบรคทรูจ์เกิดขึ้นก่อนกรณีที่มีค่า  $k_f$  สูง ดังรูปที่ 4.10 แต่อย่างไรก็ตามผลของ External mass transfer นี้มีผลน้อยเมื่อเทียบกับการถ่ายเทมวลสารภายในตัวดูดซับหรือเรซินแลกเปลี่ยนประจุซึ่งเป็นการ

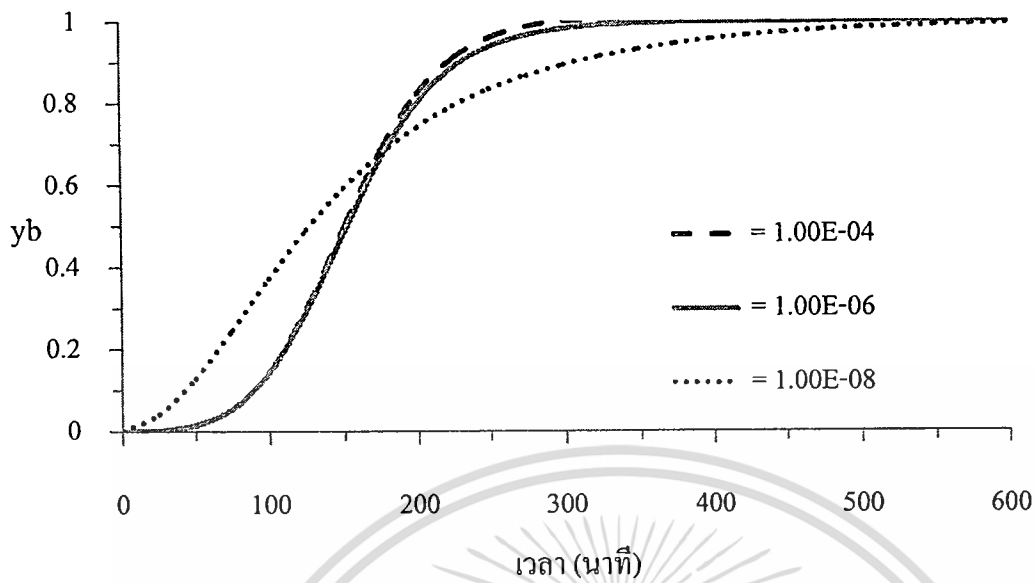
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แพร่เข้าไปในรูพรุน เนื่องจากอัตราการไหลในเบดมักมีค่าสูงในระดับที่อัตราการดูดซับหรือแลกเปลี่ยนประจุ มักจะถูกจำกัดด้วยอัตราการถ่ายเทมวลสารภายในมากกว่าการถ่ายเทมวลสารภายนอก

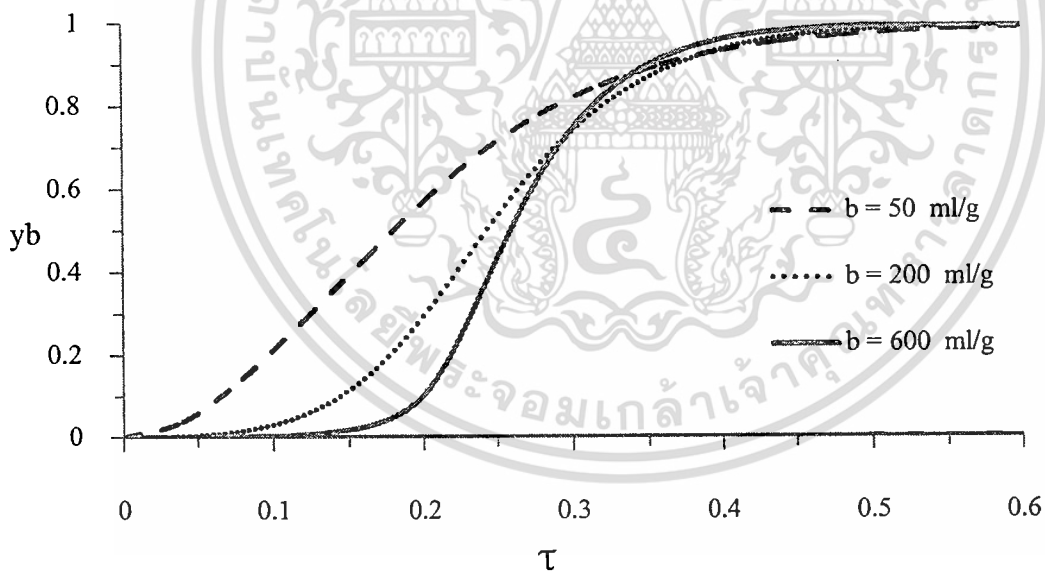


รูปที่ 4.10 แสดงกราฟเบอร์คทรูจ์เปรียบเทียบผลของ External mass transfer coefficient (cm/s) กำหนดโดยใช้พารามิเตอร์ในตารางที่ 4.5 โดยมีค่า  $D_L$  เท่ากับ 5.00 ตารางเซนติเมตรต่อวินาที

จากรูปที่ 4.11 แสดงให้เห็นว่าผลของการถ่ายเทมวลสารภายในตัวดูดซับหรือเรซินแลกเปลี่ยนประจุมีความสำคัญและมีผลต่อกราฟเบอร์คทรูจ์ ซึ่งถ้าอัตราการถ่ายเทมวลสารภายในช้ามากๆจะทำให้ตัวดูดซับทำการดูดซับได้ไม่ทันจึงทำให้ความเข้มข้นของตัวถูกดูดซับออกมาจากเบดเร็วจึงทำให้กราฟเบอร์คทรูจ์มีความลาดเอียงกว่ากรณีที่มีอัตราการถ่ายเทมวลสารภายในที่เร็ว และเมื่ออัตราการถ่ายเทมวลสารภายในเร็วพอจนระบบไม่ได้ถูกจำกัดด้วยอัตราการถ่ายเทมวลสารภายในจะพบว่ากราฟเบอร์คทรูจ์จะเข้าใกล้กัน

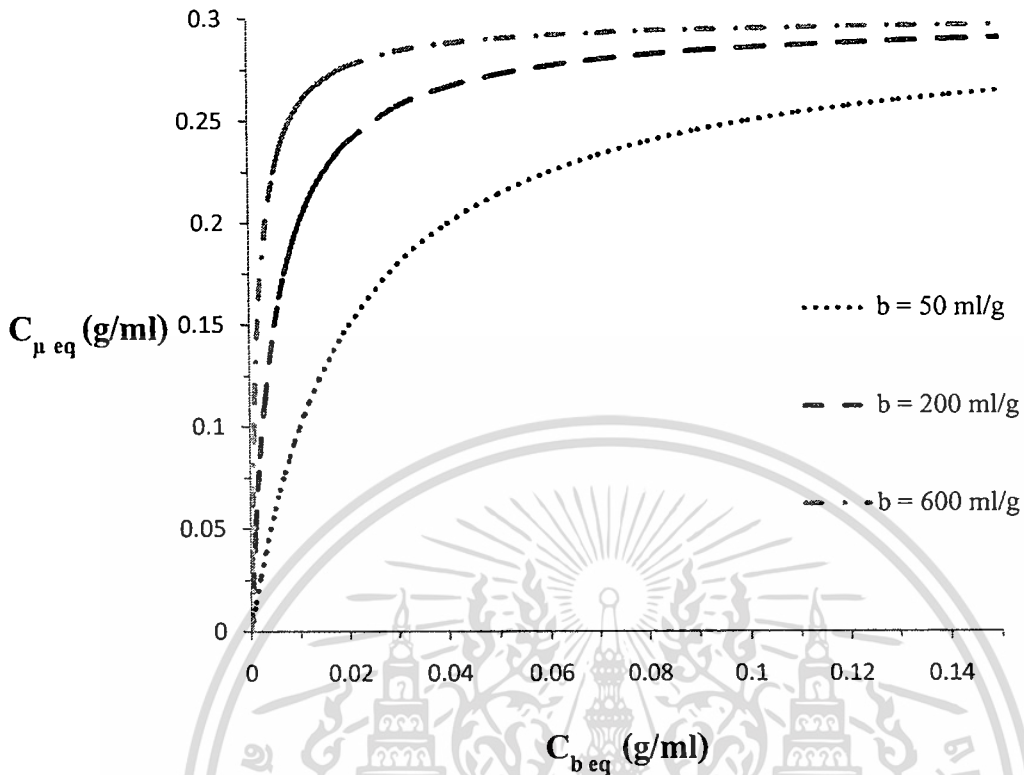


รูปที่ 4.11 กราฟเบรคทรูจ์เปรียบเทียบผลของ Effective diffusivity ( $\text{cm}^2/\text{s}$ ) จำนวน โดยใช้พารามิเตอร์ในตารางที่ 4.5 โดยมีค่า  $D_L$  เท่ากับ 5.00 ตารางเซนติเมตรต่อวินาที



รูปที่ 4.12 กราฟเบรคทรูจ์เปรียบเทียบผลของ ค่าคงที่สมดุลของ Langmuir ( $\text{ml/g}$ ) จำนวน โดยใช้พารามิเตอร์ในตารางที่ 4.5 โดยมีค่า  $D_L$  เท่ากับ 5.00 ตารางเซนติเมตรต่อวินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



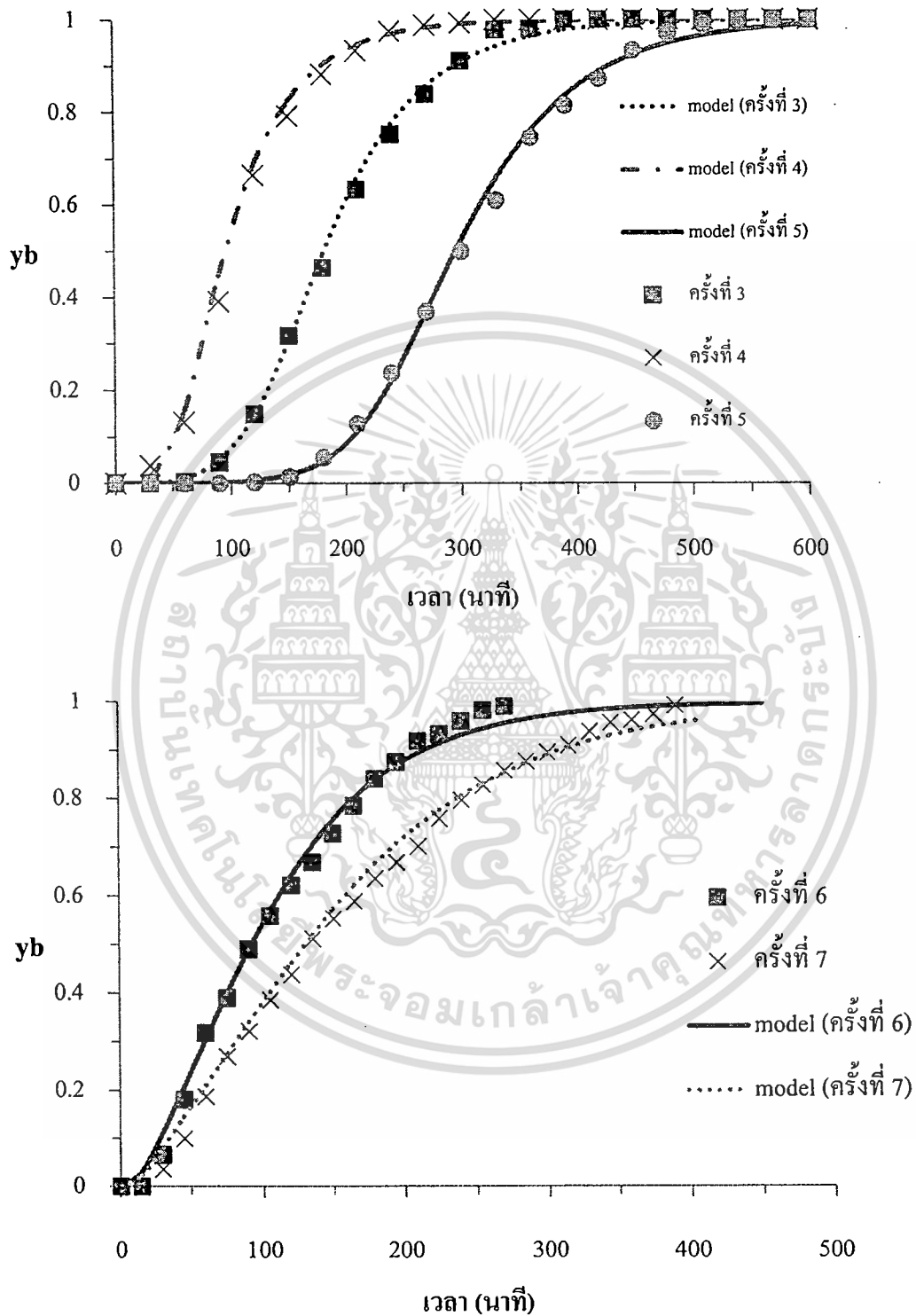
รูปที่ 4.13 กราฟสมมูลการดูดซับแบบ Langmuir

ค่าคงที่สมมูลมีผลทำให้กราฟเบรคทรูจี้ต่ำลงเมื่อค่าคงที่สมมูลสูง เนื่องจากความเข้มข้นที่อยู่ในสมมูลกับตัวดูดซับมีค่ามากกว่าค่าคงที่สมมูลสูงดังแสดงในรูปที่ 4.13 และ ณ จุด break point ความเข้มข้นในสารละลายที่ทางออกของเบคยังมีค่าน้อยและยังไม่เท่ากับ  $C_{\text{feed}}$  ดังนั้นในระบบที่มีค่าคงที่สมมูลสูงจะทำให้สามารถดูดซับได้สูงกว่าระบบที่มีค่าคงที่สมมูลต่ำเป็นผลทำให้กราฟเบรคทรูจี้ที่ได้ต่ำลง ดังแสดงในรูปที่ 4.12

#### 4.5 ผลการคำนวณกราฟเบรคทูล์จ์เปรียบเทียบกับผลการทดลองกราฟเบรคทูล์จ์ของการแลกเปลี่ยนประจุ

ผลการคำนวณกราฟเบรคทูล์จ์เปรียบเทียบกับผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 4.14 พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่คำนวณมีความถูกต้อง โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การกำหนดเท่ากับ 0.99 ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ได้ใช้คำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของการทดลองแสดงดังตารางที่ 4.6

ค่า  $Bi$  นิยามให้เป็นอัตราส่วนของผลของการถ่ายเทมวลสารภายนอกและภายในเรซินและในการทดลองนี้พบว่าค่า  $Bi$  มีค่าสูงซึ่งก็หมายความว่าอัตราการถ่ายเทมวลสารถูกจำกัดด้วยการถ่ายเทมวลสารภายในเรซินด้วยค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวลสารภายในเรซินเท่ากับ  $2.50E-08$  และเมื่อเพิ่มอัตราการไหลเชิงปริมาตรเป็นผลให้การถ่ายเทมวลสารภายนอกเรซินเร็วขึ้นค่า  $Bi$  จึงมีค่าเพิ่มขึ้น สำหรับค่า  $k_f$  ที่ใช้ในการคำนวณจะคำนวณมาจากสมการของ Wilson และ Geankoplis [10] ซึ่งได้แสดงค่าไว้ในรูปของ  $Sh$  ในช่วง  $Re$  เท่ากับ 0.0016 ถึง 55 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ภายในของไหล ( $D_{AB}$ ) เท่ากับ  $1E-06$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาทีที่คำนวณได้จากสมการของ Reddy และ Doraiswamy [20] ส่วนค่าอื่นๆในตารางที่ 4.6 ได้มาจากการพิตกราฟกับผลการทดลองด้วยกราฟเบรคทูล์จ์ที่คำนวณด้วยโปรแกรม MATLAB และเมื่อพิจารณาผลของ Axial Dispersion ในการทดลองนี้จะพบว่าค่า  $Pe$  ที่นิยามเป็นอัตราส่วนของ อัตราการไหลกับ Dispersion มีค่าน้อย ( $< 0.003$ ) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลของ Axial dispersion มีผลค่อนข้างมากด้วยค่า Dispersion coefficient ( $D_L$ ) ที่ได้จากการพิตแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับผลการทดลอง ดังแสดงในตารางที่ 4.5 และเมื่อเขียนกราฟค่า  $D_L$  ความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบจะพบว่าค่า Dispersion coefficient ( $D_L$ ) มีค่าลดลงเมื่อความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบลดลงดังแสดงดังรูปที่ 4.15 จากสมการ 2.32 ค่า Dispersion coefficient ในท่อเปล่าแปรผันกับความเร็วของของไหลยกกำลัง 2



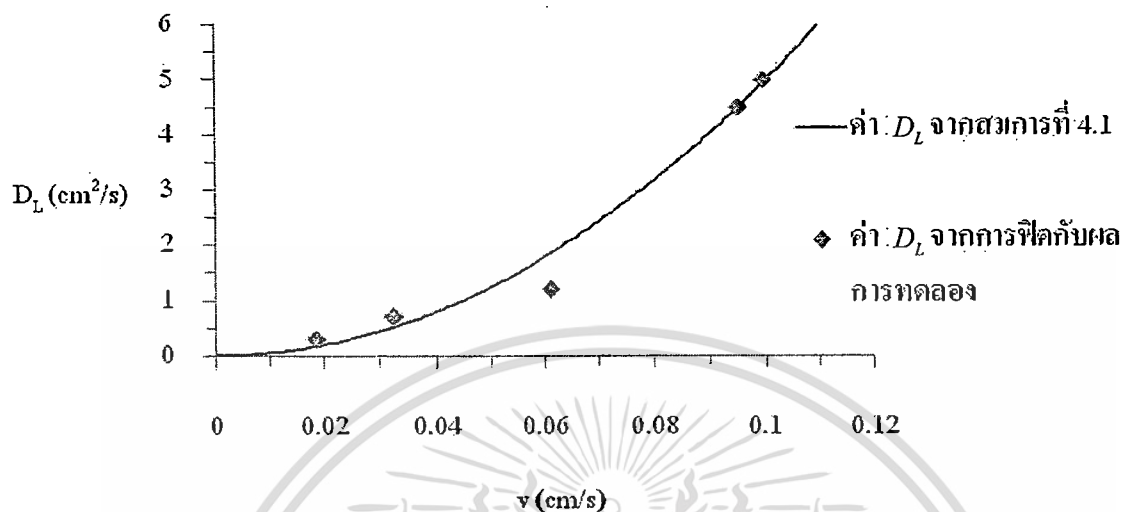
รูปที่ 4.14 ผลการคำนวณกราฟเบรคทฤษฎ์เปรียบเทียบกับกรทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆของกราฟเบรคทรูจ

พารามิเตอร์	การทดลองที่				
	3	4	5	6	7
$D_L$ (cm <sup>2</sup> /s)	0.70	1.20	0.30	5.00	4.50
$D_e$ (cm <sup>2</sup> /s)	2.50E-08	2.50E-08	2.50E-08	2.50E-08	2.50E-08
$k_f$ (cm/s)	4.69E-04	5.79E-04	3.89E-04	6.82E-04	6.71E-04
$v$ (cm/s)	0.0325	0.0612	0.0185	0.0997	0.0951
b (ml/g)	120	120	120	120	120
$C_{\mu \text{ Max}}$ (g/ml)	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
$C_{\mu \text{ feed}}$ (g/ml)	0.2444	0.2457	0.2485	0.1933	0.1483
Re	0.0042	0.0080	0.0024	0.0152	0.0124
$Pe_R$	0.0023	0.0026	0.0031	0.0010	0.0011
$Bi$	469	579	389	682	671
$\omega$	0.9662	0.9662	0.9662	0.9662	0.9662
$f$	70.34	88.79	62.90	53.25	36.85
$\theta$	4.17E-04	4.17E-04	4.17E-04	4.17E-04	4.17E-04
$\delta$	13.53	25.50	7.73	41.54	39.61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 ค่า Dispersion coefficient ที่ได้จากการฟิตกับผลการทดลองเทียบกับความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบ

ดังที่อธิบายไว้ในบทที่ 2 Axial dispersion คือผลของการแพร่ภายในชั้นของไหลในเบดเรซิน ในขณะที่มีการไหลของของไหล และเมื่ออัตราการไหลเพิ่มขึ้นการแพร่ของกรดไขมันอิสระในชั้นของไหลในเบดเรซินก็จะเร็วขึ้นแสดงให้เห็นด้วยค่า Dispersion coefficient ที่เพิ่มขึ้นเมื่ออัตราการไหลเพิ่มขึ้นและเมื่อทำการฟิตค่า Dispersion coefficient ที่ได้จากการทดลองกับสมการที่ 4.1 ด้วยโปรแกรม Excel จะได้ความสัมพันธ์ของ Dispersion coefficient กับความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบคล้ายกับสมการของ Taylor และ Aris ในบทที่ 2 เป็นดังสมการที่ 4.1 โดยที่ค่า  $D_{AB}$  เท่ากับ  $1E-06$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที [20] ด้วยค่า  $R^2$  เท่ากับ 0.98

$$D_L = 498v^2 + D_{AB} \quad 4.1$$

เนื่องจากปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มที่ใช้บริโภคไม่ควรเกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก [2] ดังนั้นจะให้ความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระเท่ากับ 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก ณ เวลา break point นิยามให้  $M_{FFA\_inlet}$ ,  $M_{FFA\_outlet}$ ,  $M_{FFA\_i}$ ,  $M_{FFA\_b}$ ,  $M_{product}$ ,  $M_{CPO\_b}$  และ  $M_{product}$  คือ น้ำหนักทั้งหมดของกรดไขมันอิสระที่ป้อนเข้า น้ำหนักทั้งหมดของกรดไขมันอิสระที่ออกจากเบดเรซิน น้ำหนักทั้งหมดของกรดไขมันอิสระที่ถูก

แลกเปลี่ยนประจุโดยเรซิน น้ำหนักทั้งหมดของกรดไขมันอิสระที่อยู่ในสารละลายในเบดเรซิน ณ จุด break point น้ำหนักของผลผลิตของน้ำมันปาล์มดิบที่ลดกรดไขมันอิสระแล้ว ณ จุด break point น้ำหนักของน้ำมันปาล์มดิบที่ค้างอยู่ในเบด และ อัตราการไหลโดยน้ำหนักของผลผลิตน้ำมันปาล์มดิบที่ลดกรดไขมันอิสระแล้ว ณ จุด break point ตามลำดับ ซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 และ 4.7 โดยที่เปอร์เซ็นต์ของน้ำหนักกรดไขมันอิสระที่จุดต่างๆคิดเทียบกับน้ำหนักกรดไขมันอิสระที่ป้อนเข้า

$$M_{FFA\_inlet} = (C_{feed} \dot{V}) t_b \quad 4.2$$

$$M_{FFA\_b} = \varepsilon V_T C_{feed} \int_0^1 y_{b_{t=t_b}} dx \quad 4.3$$

$$M_{FFA\_outlet} = \dot{V} C_{feed} \int_0^b y_{b_{x=1}} dt \quad 4.4$$

$$M_{FFA\_μ} = M_{FFA\_inlet} - M_{FFA\_b} - M_{FFA\_outlet} \quad 4.5$$

$$M_{product} = M_{Feed} - M_{FFA\_μ} - M_{CPO\_b} \quad 4.6$$

$$\dot{M}_{product} = \dot{V} \rho \quad 4.7$$

$$M_{CPO\_b} = \varepsilon V_T \rho \quad 4.8$$

ในกระบวนการแลกเปลี่ยนประจุผลของอัตราการไหลของสารป้อนจะมีผลโดยตรงต่อ Contact time หรือเวลาที่สัมผัสกันของเรซินกับน้ำมันปาล์มดิบ เพื่อที่จะแยกกรดไขมันอิสระออกจากน้ำมันปาล์มดิบอย่างมีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องให้เวลาในการสัมผัสกันนานที่สุดเพื่อให้กรดไขมันอิสระมีเวลาเพียงพอที่จะแพร่เข้าไปในเรซินและเกิดการแลกเปลี่ยนประจุ แต่เมื่อใช้อัตราการไหลที่ต่ำมากเกินไปจะทำให้ได้ผลผลิตช้าและสิ้นเปลืองพลังงาน ซึ่งจากตารางที่ 4.6 จะพบว่าการทดลองครั้งที่ 3 และ 5 ที่มีอัตราการไหลต่ำจะสามารถแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระได้มาก ณ เวลา break point โดยจำนวนกรดไขมันอิสระที่ถูกแลกเปลี่ยนประจุของการทดลองที่ 3 และ 5 มีค่ามากกว่า 86 เปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับปริมาณกรดไขมันอิสระที่ป้อนเข้า ณ เวลา break point แต่เมื่อพิจารณาการทดลองครั้งที่ 4 จะพบว่าอัตราการไหลมากกว่าการทดลองครั้งที่ 3 และ 5 ซึ่งปริมาณกรดไขมันอิสระถูกแลกเปลี่ยนประจุได้ 82.63 เปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับกรดไขมันอิสระขาเข้า ณ เวลา

break point ซึ่งน้อยกว่าการทดลองครั้งที่ 5 และ 3 เนื่องจากมีเวลาการสัมผัสกันของกรดไขมันอิสระและน้ำมันปาล์มดิบน้อยกว่าจึงไม่สามารถแลกเปลี่ยนประจุได้ทัน ในการทดลองครั้งที่ 6 และ 7 เป็นการทดลองในอัตราการใช้ที่ใกล้เคียงกันแต่มีความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระเข้าต่างกันซึ่งพบว่าความเข้มข้นมีผลต่อการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระตามสมการแลงเมียร์คือการทดลองครั้งที่ 6 มีปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระต่อปริมาตรของเรซินมากกว่าการทดลองครั้งที่ 7 เนื่องจากความเข้มข้นสูงกว่า แต่เมื่อคิดเป็นเปอร์เซ็นต์เทียบกับปริมาณกรดไขมันอิสระเข้า ณ เวลา break point จะพบว่ามีค่าต่ำกว่าเนื่องจากอัตราการไหลของการทดลองครั้งที่ 7 น้อยกว่าเล็กน้อยและปริมาณกรดไขมันอิสระที่น้อยกว่าทำให้เรซินสามารถดักจับกรดไขมันอิสระไว้ได้ทัน

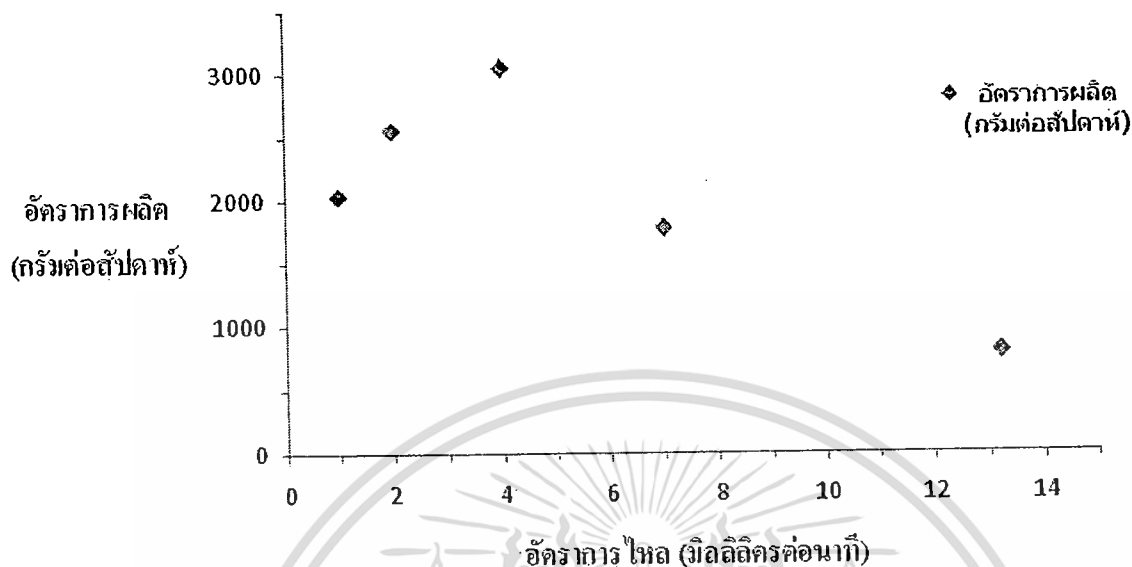
ตารางที่ 4.7 แสดงน้ำหนักของกรดไขมันอิสระในกระบวนการและน้ำหนักของผลผลิตที่ได้ ณ จุด Break point ของการทดลอง โดยที่  $C_b$  ณ จุด break point เท่ากับ 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก\*

	ครั้งที่ 3 *	ครั้งที่ 4 *	ครั้งที่ 5 *	ครั้งที่ 6 *	ครั้งที่ 7 *	จำลอง 1	จำลอง 2
$C_{Feed}(g/ml)$	0.0367	0.0377	0.0402	0.0151	0.0081	0.0400	0.0400
$\dot{V}$ (ml/min)	7.0	13.2	4.0	21.5	20.5	1	2
$t_b$ (min)	57.5	22.5	140.0	12.5	27.5	577.5	267.5
$M_{FFA_{inlet}}(g)$	14.77	11.20	22.51	4.06	4.57	23.1	21.4
$M_{FFA_{outlet}}(g)$	0.08	0.08	0.09	0.10	0.22	0.08	0.08
$\%M_{FFA_{outlet}}^{**}$	0.55	0.67	0.40	2.53	4.77	0.36	0.39
$M_{FFA_{\mu}}(g)$	12.82	9.25	19.50	3.45	3.97	20.61	19.00
$\%M_{FFA_{\mu}}^{**}$	86.77	82.63	86.53	85.07	86.84	96.31	88.78
$M_{FFA_b}(g)$	1.87	1.87	2.94	0.50	0.38	2.41	2.32
$\%M_{FFA_b}^{**}$	12.68	16.70	13.07	12.40	8.39	11.27	10.83
$M_{product}(g)$	147.88	60.71	276.67	42.22	295.40	290.58	55.56
$\dot{M}_{product}$	6.02	11.35	3.44	18.49	17.63	0.86	1.72

\*ค่าทั้งหมดคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกราฟเบรคทอร์จที่ใกล้เคียงกับผลการทดลอง

\*\*ค่าเปอร์เซ็นต์คิดเทียบกับปริมาณกรดไขมันอิสระเข้า ณ เวลา break point

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 แสดงอัตราการผลิตต่อลำต้นที่อัตราการผลิตโดยปริมาตรต่างๆ ในกรณีที่ทำการผลิตและ Regeneration ต่อเนื่อง โดยมีความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระของสารป้อนประมาณ 0.04 กรัมต่อมิลลิลิตร

เพื่อที่จะทำการแยกกรดไขมันอิสระออกจากน้ำมันปาล์มดิบได้อย่างมีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องใช้อัตราการผลิตของสารป้อนเข้าเพื่อที่จะทำให้มีเวลาในการสัมผัสกันของน้ำมันปาล์มดิบกับเรซินนานพอ แต่เมื่อพิจารณาอัตราการผลิตน้ำมันปาล์มที่ลดกรดไขมันอิสระแล้วต่อลำต้นจะพบว่าการใช้อัตราการผลิตที่ต่ำเกินไปจะทำให้ได้ผลผลิตข้างต้นแสดงในรูปที่ 4.16 ซึ่งเมื่ออัตราการผลิตของสารป้อนมีค่าน้อยกว่า 4 มิลลิลิตรต่อนาที่ จะทำให้ได้ผลผลิตต่อลำต้นน้อยลงจึงสามารถสรุปได้ว่าอัตราการผลิตที่เหมาะสมที่สุดในการลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบที่มีความเข้มข้นของกรดไขมันอิสระประมาณ 0.04 กรัมต่อมิลลิลิตรคือ 4 มิลลิลิตรต่อนาที่

## บทที่ 5

### สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองการลดกรดไขมันอิสระโดยการแลกเปลี่ยนประจุกับเรซิน Lewatit S 6368 ในรูปไฮดรอกไซด์ พบว่าเรซินสามารถแลกเปลี่ยนประจุกับกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบได้จริงโดยที่ใช้เวลาเข้าสู่สมดุลเท่ากับ 60 นาทีและมีสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุเป็นแบบแลงเมียร์โดยมีค่าคงที่แลงเมียร์และค่าปริมาณการดูดซับสูงสุดเท่ากับ 120 มิลลิกรัมต่อกรัม และ 0.3 กรัมต่อมิลลิกรัม และเมื่อนำเรซินมาบรรจุในเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุและทำการแลกเปลี่ยนประจุแบบต่อเนื่องพบว่าเรซิน Lewatit S 6368 สามารถลดกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบได้และสามารถนำกลับมาใช้ใหม่ได้โดยการแลกเปลี่ยนประจุกับสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ความเข้มข้น 2 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนักและเมื่อพิจารณากราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้ว่าระบบถูกจำกัดด้วยการแพร่ภายในเรซิน โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ภายในเท่ากับ  $2.50E-08$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที และการถ่ายเทมวลสารภายนอกสามารถอธิบายผ่านค่า  $Sh$  ได้โดยใช้สมการของ Wilson และ Geankoplis [7] ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในชั้นของไหลเท่ากับ  $1E-06$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาค่า  $Pe$  ที่มีค่าต่ำ ( $< 0.0030$ ) แสดงให้เห็นว่าผลของ Axial dispersion มีความสำคัญไม่สามารถตัดทิ้งโดยที่ค่า Dispersion coefficient จะเพิ่มขึ้นตามอัตราการไหลโดยมีความสัมพันธ์กับความเร็วของสารละลายน้ำมันปาล์มดิบดังสมการที่ 5.1 เมื่อ  $D_{AB}$  เท่ากับ  $1E-06$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที

$$D_L = 498v^2 + D_{AB} \quad 5.1$$

ได้เนื่องจากอัตราการไหลของน้ำมันปาล์มดิบมีค่าต่ำทำให้ผลของการแพร่ของกรดไขมันอิสระตามแนวความยาวของเบดเรซินมีความสำคัญเมื่อเทียบกับผลของอัตราการไหล นอกจากนี้ผลของอัตราการไหลยังส่งผลโดยตรงต่อเวลาในการสัมผัสกันของเรซินกับน้ำมันปาล์มดิบในเบดเรซิน ที่อัตราการไหลต่ำๆจึงสามารถแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระได้ดีกว่าเมื่อคิดเป็นเปอร์เซ็นต์เทียบกับกรดไขมันอิสระขาเข้า ณ เวลา break point ซึ่งเมื่อพิจารณาอัตราการผลิตต่อหนึ่งสัปดาห์สำหรับการทดลองนี้อัตราการไหลที่ทำให้อัตราการผลิตต่อสัปดาห์สูงที่สุดคือ 4 มิลลิกรัมต่อวินาที โดยมีอัตราการผลิตต่อสัปดาห์เท่ากับ 3.04 กิโลกรัมในส่วนของความเข้มข้นของสารป้อนจะมีผลต่อปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระต่อปริมาตรของเรซินตาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการของ แลงเมียร์ คือที่ความเข้มข้นของสารป้อนต่ำๆ เรซินจะแลกเปลี่ยนประจุได้น้อยเนื่องจากปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุจะมีความเข้มข้นเป็นแรงขับปริมาณกรดไขมันอิสระที่ถูกแลกเปลี่ยนประจุจึงเพิ่มขึ้นตามความเข้มข้นของสารป้อนไปจนถึงจุดที่เรซินแลกเปลี่ยนประจุได้เท่ากับ  $C_{\mu \max}$  ซึ่งเป็นปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุสูงสุดของเรซินเมื่อถึงจุดนี้ความเข้มข้นของสารป้อนจะไม่มีผลต่อปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุ แต่เมื่อพิจารณาปริมาณการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระเทียบกับปริมาณกรดไขมันอิสระขาเข้า ณ เวลา break point พบว่าที่อัตราการไหลใกล้ๆกันความเข้มข้นต่ำๆ จะทำให้เรซินทำการแลกเปลี่ยนประจุได้ดีกว่าความเข้มข้นสูง เนื่องจากที่ความเข้มข้นต่ำๆเรซินสามารถแลกเปลี่ยนประจุได้ทัน เป็นผลให้เวลา ณ จุด break point นานขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

- [1] วารี ช้วนรักธรรม “ นวัตกรรมน้ำมันปาล์มจากอุตสาหกรรมอาหารสู่แหล่งพลังงานทดแทนของไทย ”  
Engineering Today ฉบับที่ 36 ธันวาคม 2548
- [2] Shahidi F., Bailey's Industrial Oil & Fat Products 6<sup>th</sup> ed, Vol. 2, John Wiley & Sons, New Jersey , 2005.
- [3] Cren C. E., Filho L. C., Silva A. E., Meirelles A. J., “Breakthrough curves for oleic removal from ethanolic solutions using a strong anion exchange resin,” Separation and Purification Technology, Vol. 69(1), p.1-6, 2009.
- [4] Seader D. J., and Henley J. E., Separation Process Principles, John Wiley & Sons, New York, 1998.
- [5] Sherwood K. T., Pigford L. R., and Wilke C. R., Mass Transfer, Mcgraw-Hill, New York, 1975.
- [6] Fogler H. S., Elements of Chemical Reaction Engineering, Fourth edition, United States, Prentice Hall, 2005.
- [7] Coeuret F., “L'electrode poreuse percolante (EPP)—III.: Difference de potentiel metal—solution au sein de l'electrode en regime diffusionnel”, Electrochimica Acta, Vol.21(3), p.203-213, 1976.
- [8] Olive H., and Lacoste G., “Application of volumetric electrodes to the recuperation of metals in industrial effluents—I. Mass transfer in fixed beds of spherical conductive par”, Electrochimica Acta, Vol.24(10), p.1303-1308, 1979.
- [9] Wakao N. and Funazkri T., “Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid mass transfer coefficients in packed beds : Correlation of sherwood numbers”, Chemical Engineering Science, Vol.33(10), p.1375-1384, 1978.
- [10] Wilson J. E. and Gankoplis J. C., “Liquid mass transfer at very low Reynolds number in packed bed”, Ind. Eng. Chem. Fundam. Vol.5, p.9-14, 1966.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [11] Williamson J.E., Bazaire K.E. and Geankoplis C.J., "Phase Mass Transfer at Low Reynolds Numbers", *Ind. Eng. Chem. Fundam.* Vol.2, p.126-129, 1963.
- [12] Kumar S. and Upadhyay S. N., "Mass transfer to power law fluids in fluidized beds of large particles", *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol.7(3), p.199-211, 1980.
- [13] Gaunand A. and Coeuret F., "Influence of the relative electric conductivity of the two phases on the potential distribution in flow-through porous electrodes under limiting current conditions." *Electrochimica Acta*, Vol.23, p.1197-1203, 1978.
- [14] Satterfield C.N., "Mass Transfer in Heterogeneous Catalysis", Cambridge, MIT Press, 1970
- [15] Satterfield C.N. and T.K. Sherwood, "The Role of Diffusion in Catalysis", Reading, Addison-Wesley, 1963.
- [16] Bird R.B., Warren E. S. and Edwin N. L., *Transport Phenomena*, 2<sup>th</sup> ed, John Wiley & Sons, New York, 2007.
- [17] Ruthven M. D., *Principles of Adsorption and Adsorption processes*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [18] Steven C. Ch. and Raymond P. C., *Numerical Methods for Engineer*, 5<sup>th</sup> ed, McGrawHill, London, 2006.
- [19] Park I., "Numerical Analysis of Fixed Bed Adsorption Kinetics Using Orthogonal Collocation", *Korean J. Chem. Eng.*, Vol.19(6), p.1001-1006, 2002.
- [20] Reddy A.K., and Doraiswamy K.L., "Estimating Liquid Diffusivity," *Ind. Eng. Chem. Fund*, Vol. 6(1), p.77-79, 1967.



ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก

ในการวิเคราะห์ปริมาณกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์มดิบจะใช้วิธีการไทเทรตด้วยสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ความเข้มข้น 0.01 N และใช้ฟีนอล์ฟทาลีนเป็นอินดิเคเตอร์

ขั้นตอนการเตรียมสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์

- 1 ชั่งโซเดียมไฮดรอกไซด์ 0.4 กรัมละลายในน้ำกลั่น 10 มิลลิลิตร
- 2 นำสารละลายที่ได้มาละลายด้วยเอทานอล 100 มิลลิลิตร
- 3 ปรับปริมาตรด้วยสารละลายไอโซโพรพานอลจนมีปริมาตรเท่ากับ 1000 มิลลิลิตร
- 4 ทำการวัดความเข้มข้นที่แน่นอนของโซเดียมไฮดรอกไซด์โดยการไทเทรตด้วยโพแทสเซียมไฮโดรเจนพทาเลท

ขั้นตอนการวิเคราะห์ปริมาณกรดไขมันอิสระ

- 1 ปิเปตตัวอย่างน้ำมันปาล์มดิบมาประมาณ 1 – 3 มิลลิลิตร
- 2 เพื่อให้สังเกตสีได้ง่ายจึงละลายตัวอย่างในไอโซโพรพานอล 40 มิลลิลิตร
- 3 หยดฟีนอล์ฟทาลีนลงในสารละลายปริมาณ 2 – 3 หยด
- 4 ไทเทรตด้วยสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ 0.01 N จนสารละลายที่ได้มีสีชมพูอ่อน
- 5 บันทึกปริมาตรสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ใช้
- 6 เตรียมไอโซโพรพานอล 40 มิลลิลิตรหยดด้วยฟีนอล์ฟทาลีน 2 – 3 หยด
- 7 ไทเทรตด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ 0.01 N จนสารละลายที่ได้มีสีชมพูอ่อน
- 8 บันทึกปริมาตรสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ใช้ไทเทรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณปริมาณกรดไขมันอิสระโดยสมการที่ ก.1

$$\%FFA = \frac{(V_{NaOH} - V_{blank})C_{NaOH}MW_{FFA}}{M_{CPO} \times 10}$$

ก.1

- เมื่อ  $C_{NaOH}$  คือ ความเข้มข้นของ โซเดียมไฮดรอกไซด์ (โมลต่อลิตร)
- $\%FFA$  คือ ปริมาณกรดไขมันอิสระ (เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก)
- $M_{CPO}$  คือ น้ำหนักของตัวอย่างน้ำมันปาล์มดิบ (กรัม)
- $MW_{FFA}$  คือ มวลโมเลกุลของกรดไขมันอิสระซึ่งมีค่าเท่ากับ 269.58 กรัมต่อโมล
- $V_{blank}$  คือ ปริมาตรของ โซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ใช้ไทเทรตไอโซโพรพานอล (มิลลิลิตร)
- $V_{NaOH}$  คือ ปริมาตรของ โซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ใช้ไทเทรตตัวอย่างน้ำมันปาล์มดิบ (มิลลิลิตร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ข

การวิเคราะห์ปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ใช้ในขั้นตอนการ Regeneration จะใช้การไทเทรตโซเดียมไฮดรอกไซด์ด้วยกรดไฮโดรคลอริกเข้มข้น 0.1 N โดยใช้ฟีนอล์ฟทาลินเป็นอินดิเคเตอร์

ขั้นตอนการเตรียมกรดไฮโดรคลอริก 0.1 N

1 เตรียมน้ำกลั่น 100 มิลลิลิตรแล้วหยดกรดไฮโดรคลอริกเข้มข้น 35 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนักปริมาณ 3.2 มิลลิลิตรลงในน้ำกลั่นที่เตรียมไว้

2 ปรับปริมาตรของสารละลายที่ได้ให้เท่ากับ 1000 มิลลิลิตร

3 วัดความเข้มข้นของกรดไฮโดรคลอริกที่เตรียมได้ด้วยโซเดียมไฮดรอกไซด์ที่ทราบความเข้มข้นที่แน่นอนแล้ว

ขั้นตอนการวิเคราะห์ปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์

1 ปิ่เปิดสารตัวอย่างมา 5 มิลลิลิตร

2 หยดฟีนอล์ฟทาลินประมาณ 1 – 2 หยดสารละลายจะมีสีชมพูเข้ม

3 ไทเทรตด้วยกรดไฮโดรคลอริกเข้มข้น 0.1 N จนสารละลายมีสีใส

4 บันทึกปริมาตรของกรดไฮโดรคลอริกที่ใช้ไทเทรตแล้วคำนวณปริมาณโซเดียมไฮดรอกไซด์จากสมการที่ ข.1

$$C_{NaOH} = \frac{V_{HCl} C_{HCl}}{V_{Sample}}$$

ข.1

เมื่อ  $C_{NaOH}$  คือ ความเข้มข้นของโซเดียมไฮดรอกไซด์ (โมลต่อลิตร)

$V_{HCl}$  คือ ปริมาตรของไฮโดรคลอริกที่ใช้ไทเทรตตัวอย่าง (มิลลิลิตร)

$C_{HCl}$  คือ ความเข้มข้นของไฮโดรคลอริกที่ใช้ไทเทรตตัวอย่าง (มิลลิลิตร)

$V_{Sample}$  คือ ปริมาตรของตัวอย่างที่ใช้ (มิลลิลิตร)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก.

โปรแกรม MATLAB ที่ใช้คำนวณกราฟเบรคทรูจมี 2 วิธี

วิธีที่ 1 แบ่งการคำนวณออกเป็นสองส่วนคือภายในและภายนอกเรซินและทำการ trial and error เพื่อเดาค่าความเข้มข้นที่ผิวของเรซิน ที่จะเป็นจุดเชื่อมต่อของความเข้มข้นภายนอกและภายในเรซิน โดยกำหนดค่าความชันของความเข้มข้นเทียบกับระยะทาง(ค่า  $Z$ ) ดังสมการที่ ก.1 และขั้นตอนการคำนวณแสดงดังรูปที่ ก.1

$$\frac{\partial y_b}{\partial x} = Z \quad \text{ก.1}$$

สมการที่ 3.4 จึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial y_b}{\partial \tau} = \frac{\omega\theta}{Pe_L} \frac{\partial Z}{\partial x} - \omega\theta Z - 3f\omega(y_b - y_s) \quad \text{ก.2}$$

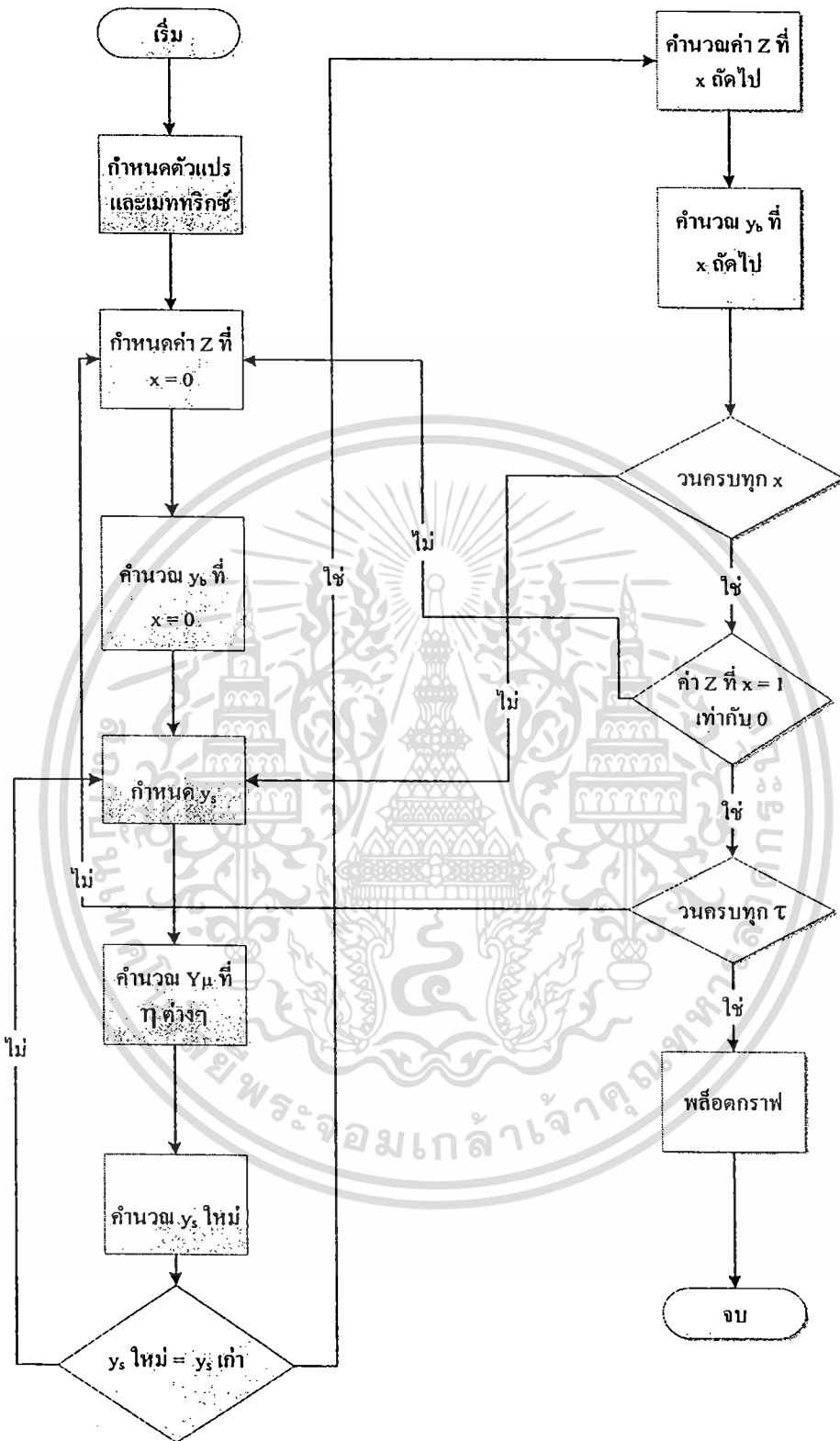
เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตเขียนได้ดังสมการที่ ก.2(ก) ก.2(ข) และ ก.2(ค)

$$\text{ที่ } \tau = 0, \quad y_b = 0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 1 \quad \text{ก.2(ก)}$$

$$\text{ที่ } x = 0, \quad Z_{x=0} = -Pe_L(1 - y_{b_{x=0}}) \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad \text{ก.2(ข)}$$

$$\text{ที่ } x = 1, \quad Z = 0 \quad \text{เมื่อ } \tau > 0 \quad \text{ก.2(ค)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ค.1 แผนผังของการคำนวณวิธีที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาษาของโปรแกรม MATLAB สำหรับวิธีที่ 1

```

Dl=(0.1); % กำหนดตัวแปรและเมทริกซ์
kf=(5.07*10^-4);
De=(4*10^-8);
R=(0.025);
v=(0.0989);
L=(60);
e=(0.5086);
cf=(0.0151);
cum=(0.25);
b=(200);
Pe = (5);
cuf=(cum*b*cf/(1 + b*cf));
tm=1;
Bi = (kf*R/De);
dx=(0.02);
dt=(0.05);
dn=(0.2);

f=1000;%(Bi*cf/cuf);
bc=10;%(b*cf);
w=10000;%(((1-e)/e)*(cuf/cf));
delta=((R^2)*v/(De*L));
zeta= 3;%(delta/w);
z=-ones(tm/dt +1, 1/dx +2);
z(1:1:tm/dt +1,1)=-5;
z(1:1:tm/dt +1, 2)=-6;
yb=zeros(tm/dt +1,1/dx +2);
yb(2:tm/dt +1,1)=(1);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

yb(2:tm/dt +1,2)=(0.98);
yu=zeros(tm/dt +1,6,1/dx +2);

ysl=zeros(tm/dt +1,1/dx +1);
SS=zeros(tm/dt +1,1/dx +1);
A=([0 0 0 -(1/2)*(dt/(dn^2)) 1+(3/2)*(dt/(dn^2)) -(dt/(dn^2)); 0 0 -(1/3)*(dt/(dn^2)) 1+(4/3)*(dt/(dn^2)) -
(dt/(dn^2)) 0; 0 0 1+(dt/(dn^2)) -(dt/(dn^2)) 0 0; (dt/(dn^2)) 1 -(dt/(dn^2)) 0 0 0; 1+(dt/(dn^2)) -(dt/(dn^2)) 0 0
0 0; 0 0 0 0 -1 1]);
a=(det(A));
AA = (w*zeta/Pe);
BB = (w*zeta);
CC = (3*w*f);
CCC=(CC + 1/dt);
AABB=(AA/dx -BB);
z0down=-ones(1,100);
z0up=zeros(1,100);
m=zeros(tm/dt +1,1/dx +2);
n=zeros(tm/dt +1,1/dx +2);
for i=1:1:200;
    % วนรูปเพื่อกำหนดค่าที่ เวลาต่างๆ
    z0down(1,1)=z(i+1,2);
    % กำหนดค่า Z ที่ x = 0
for k=1:1:45;
    % วนรูปเพื่อกำหนดค่าหา Z ที่ x = 0
z(i+1,2)=(z0up(1,k) + z0down(1,k))/2;
yb(i+1,2)=1-(z(i+1,2)/-Pe);
for j=1:1:50;
    % วนรูปเพื่อกำหนดค่าที่ x ต่างๆ
SS0=1000;
for ys0=yb(i+1,j+1):-0.001:0;
    % วนรูปเพื่อกำหนดค่า ys
B=([yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$A1 = ([B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A2 = ([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1) A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5) A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A3 = ([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5) A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A4 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5) A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);$

$A5 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1) A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]);$

$A6 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]);$

$yu(i+1,1,j+1) = (\det(A1)/a);$

$yu(i+1,2,j+1) = (\det(A2)/a);$

$yu(i+1,3,j+1) = (\det(A3)/a);$

$yu(i+1,4,j+1) = (\det(A4)/a);$

$yu(i+1,5,j+1) = (\det(A5)/a);$

$yu(i+1,6,j+1) = (\det(A6)/a);$

$yu0 = (((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));$

$ys1(i+1,j+1) = (yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));$      % คำนวณ  $y_s$  ใหม่

$SS = (\text{abs}(yu0 - yu(i+1,6,j+1)));$

if  $SS > SS0$

break

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
SS0=SS
end
SS0=SS+1000;

for ys0=ys0+0.002:-0.0001:0;

    B=([yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]);
    A1=([B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
    A2=([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
    A3=([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
    A4=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);
    A5=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]);
    A6=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]);
    yu(i+1,1,j+1)=(det(A1)/a);
    yu(i+1,2,j+1)=(det(A2)/a);
    yu(i+1,3,j+1)=(det(A3)/a);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

yu(i+1,4,j+1)=(det(A4)/a);
yu(i+1,5,j+1)=(det(A5)/a);
yu(i+1,6,j+1)=(det(A6)/a);
yu0=single(((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));
ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));
SS=(abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))
if SS>SS0
    break
end
SS0=SS
end
SS0=SS+100;

for ys0=ys0+0.0002:-0.00001:0;

    B=([yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]);
A1=([B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A2=([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A3=([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A4=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A5=( $[A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1) A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]$ );

A6=( $[A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]$ );

yu(i+1,1,j+1)=(det(A1)/a);

yu(i+1,2,j+1)=(det(A2)/a);

yu(i+1,3,j+1)=(det(A3)/a);

yu(i+1,4,j+1)=(det(A4)/a);

yu(i+1,5,j+1)=(det(A5)/a);

yu(i+1,6,j+1)=(det(A6)/a);

yu0=((1+bc)\*ys0)/(1+bc\*ys0));

ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)\*bc));

SS=(abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))

if SS>SS0

break

end

SS0=SS

end

SS0=SS+10;

for ys0=ys0+0.00002:-0.000001:0;

B=( $[yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]$ );

A1=( $[B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]$ );

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$A2=([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)$   
 $A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)$   
 $A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A3=([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)$   
 $B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)$   
 $A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A4=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)$   
 $A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)$   
 $A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);$

$A5=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2)$   
 $A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1)$   
 $A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]);$

$A6=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2)$   
 $A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)$   
 $B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]);$

$yu(i+1,1,j+1)=(\det(A1)/a);$

$yu(i+1,2,j+1)=(\det(A2)/a);$

$yu(i+1,3,j+1)=(\det(A3)/a);$

$yu(i+1,4,j+1)=(\det(A4)/a);$

$yu(i+1,5,j+1)=(\det(A5)/a);$

$yu(i+1,6,j+1)=(\det(A6)/a);$

$yu0=(((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));$

$ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));$

$SS=(\text{abs}(yu0-yu(i+1,6,j+1)))$

if  $SS > SS0$

break

end

$SS0=SS$

end

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SS0=SS+1

for ys0=ys0+0.000002:-0.0000001:0;

B=(yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn\*f\*(yb(i+1,j+1)-ys0));

A1=(B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)  
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)  
A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6));

A2=(A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)  
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)  
A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6));

A3=(A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)  
B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)  
A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6));

A4=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)  
A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)  
A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6));

A5=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2)  
A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1)  
A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6));

A6=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2)  
A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)  
B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1));

yu(i+1,1,j+1)=(det(A1)/a);

yu(i+1,2,j+1)=(det(A2)/a);

yu(i+1,3,j+1)=(det(A3)/a);

yu(i+1,4,j+1)=(det(A4)/a);

yu(i+1,5,j+1)=(det(A5)/a);

yu(i+1,6,j+1)=(det(A6)/a);

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

yu0=(((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));
ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));
SS=(abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))
if SS>SS0
    break
end
SS0=SS
end
SS0=SS+0.1;

for ys0=ys0+0.0000002:-0.0000001:0;

    B=([yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]);
A1=([B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A2=([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A3=([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
A4=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);
A5=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1)
A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
A6=([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]);
```

```
yu(i+1,1,j+1)=(det(A1)/a);
```

```
yu(i+1,2,j+1)=(det(A2)/a);
```

```
yu(i+1,3,j+1)=(det(A3)/a);
```

```
yu(i+1,4,j+1)=(det(A4)/a);
```

```
yu(i+1,5,j+1)=(det(A5)/a);
```

```
yu(i+1,6,j+1)=(det(A6)/a);
```

```
yu0=(((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));
```

```
ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));
```

```
SS=(abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))
```

```
if SS>SS0
```

```
    break
```

```
end
```

```
SS0=SS
```

```
end
```

```
SS0=SS+0.01
```

```
for ys0=ys0+0.00000002:-0.000000001:0;
```

```
    B=([yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)]);
```

```
A1=([B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
```

```
A2=([A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)
A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$A3 = ([A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5) A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)]);$

$A4 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5) A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)]);$

$A5 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1) A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)]);$

$A6 = ([A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2) A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)]);$

$yu(i+1,1,j+1) = (\det(A1)/a);$

$yu(i+1,2,j+1) = (\det(A2)/a);$

$yu(i+1,3,j+1) = (\det(A3)/a);$

$yu(i+1,4,j+1) = (\det(A4)/a);$

$yu(i+1,5,j+1) = (\det(A5)/a);$

$yu(i+1,6,j+1) = (\det(A6)/a);$

$yu0 = (((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));$

$ysl(i+1,j+1) = (yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));$

$SS = (\text{abs}(yu0 - yu(i+1,6,j+1)))$

if  $SS > SS0$

break

end

$SS0 = SS$

end

$SS0 = SS + 0.001$

for  $ys0 = ys0 + 0.000000002 : -0.0000000001 : 0;$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
& B=(\{yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0)\}); \\
A1=& (\{B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2) \\
& A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) \\
& A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)\}); \\
A2=& (\{A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1) \\
& A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5) \\
& A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6)\}); \\
A3=& (\{A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) \\
& B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5) \\
& A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6)\}); \\
A4=& (\{A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2) \\
& A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5) \\
& A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6)\}); \\
A5=& (\{A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2) \\
& A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1) \\
& A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6)\}); \\
A6=& (\{A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2) \\
& A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5) \\
& B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1)\}); \\
& yu(i+1,1,j+1)=(\det(A1)/a); \\
& yu(i+1,2,j+1)=(\det(A2)/a); \\
& yu(i+1,3,j+1)=(\det(A3)/a); \\
& yu(i+1,4,j+1)=(\det(A4)/a); \\
& yu(i+1,5,j+1)=(\det(A5)/a); \\
& yu(i+1,6,j+1)=(\det(A6)/a); \\
& yu0=((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0)); \\
& ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc)); \\
& SS=(\abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
if SS>SS0
```

```
    break
```

```
end
```

```
SS0=SS
```

```
end
```

```
SS0=SS+0.0001
```

```
for ys0=ys0+0.000000001;
```

```
    B=(yu(i,5,j+1); yu(i,4,j+1); yu(i,3,j+1); yu(i,2,j+1); yu(i,1,j+1); dn*f*(yb(i+1,j+1)-ys0));
```

```
    A1=(B(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); B(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); B(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); B(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); B(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); B(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6));
```

```
    A2=(A(1,1) B(1,1) A(1,3) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) B(2,1) A(2,3) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) B(3,1)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) B(4,1) A(4,3) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) B(5,1) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) B(6,1) A(6,3) A(6,4) A(6,5) A(6,6));
```

```
    A3=(A(1,1) A(1,2) B(1,1) A(1,4) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) B(2,1) A(2,4) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    B(3,1) A(3,4) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) B(4,1) A(4,4) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) B(5,1) A(5,4) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) B(6,1) A(6,4) A(6,5) A(6,6));
```

```
    A4=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) A(1,5) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) A(2,5) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) B(3,1) A(3,5) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) B(4,1) A(4,5) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) B(5,1) A(5,5)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) B(6,1) A(6,5) A(6,6));
```

```
    A5=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) B(1,1) A(1,6); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) B(2,1) A(2,6); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) B(3,1) A(3,6); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) B(4,1) A(4,6); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) B(5,1)
    A(5,6); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) B(6,1) A(6,6));
```

```
    A6=(A(1,1) A(1,2) A(1,3) A(1,4) A(1,5) B(1,1); A(2,1) A(2,2) A(2,3) A(2,4) A(2,5) B(2,1); A(3,1) A(3,2)
    A(3,3) A(3,4) A(3,5) B(3,1); A(4,1) A(4,2) A(4,3) A(4,4) A(4,5) B(4,1); A(5,1) A(5,2) A(5,3) A(5,4) A(5,5)
    B(5,1); A(6,1) A(6,2) A(6,3) A(6,4) A(6,5) B(6,1));
```

```
    yu(i+1,1,j+1)=(det(A1)/a);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

yu(i+1,2,j+1)=(det(A2)/a);
yu(i+1,3,j+1)=(det(A3)/a);
yu(i+1,4,j+1)=(det(A4)/a);
yu(i+1,5,j+1)=(det(A5)/a);
yu(i+1,6,j+1)=(det(A6)/a);
yu0=(((1+bc)*ys0)/(1+bc*ys0));
ys1(i+1,j+1)=(yu(i+1,6,j+1)/(1+bc-yu(i+1,6,j+1)*bc));
SS=(abs(yu0-yu(i+1,6,j+1)))
if SS>SS0
    break
end
SS0=SS
end
SS0=SS+0.00001
yb(i+1,3)=z(i+1,2)*dx +yb(i+1,2);

if j == 1;
    continue
end

z(i+1,j+1)= ((AA/dx)*z(i+1,j) - yb(i,j+1)/dt + CCC*yb(i+1,j+1) - CC*ys1(i+1,j+1))/AABB; % คํว้จ้ค้ค้ z
yb(i+1,j+2)=z(i+1,j+1)*dx +yb(i+1,j+1); % คํว้จ้จ้ yb

end

if z(i+1,1/dx +1)<0;
    z0down(1,k+1)= z(i+1,2);
    z0up(1,k+1)=z0up(1,k);
else

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

z0up(1,k+1)=z(i+1,2);
z0down(1,k+1)=z0down(1,k);
end

end

end

t=single(0:dt:tm)'; % ¼ÅçµjÃÖi
plot(t,yb(1:1:tm/dt +1,1/dx +2));
fprintf('ys0 %18.9f\n',ys0)
x=0:dx:1;

```

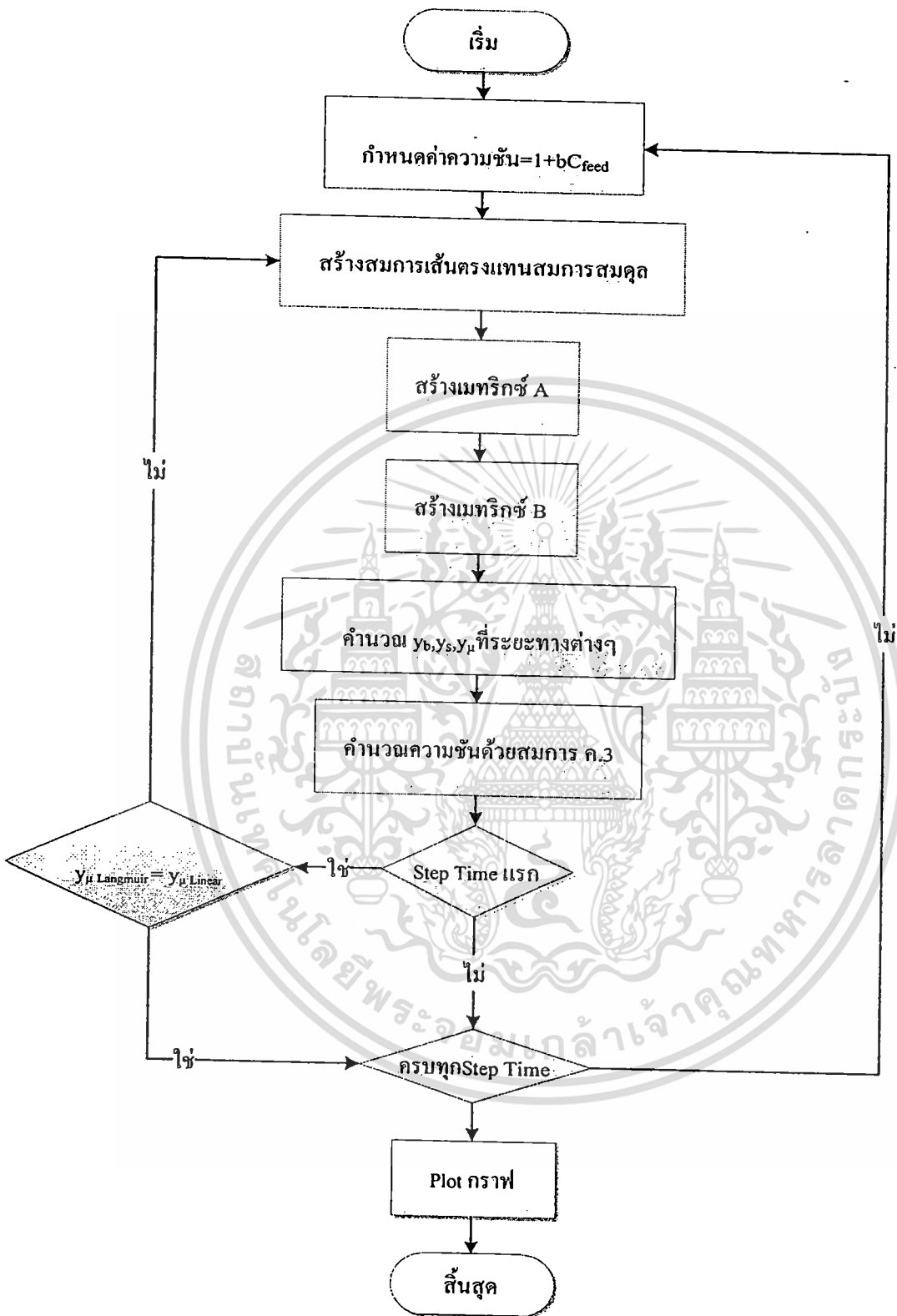
% จบการคำนวณ

วิธีที่ 2 เขียนสมการสมดุลการดูดซับให้เป็นเส้นตรงเป็นช่วง โดยเปลี่ยนความเข้มข้นของเส้นตรงไปตามเส้นของสมการสมดุลการดูดซับเพื่อให้สามารถคำนวณข้อมูลความเข้มข้น โดยใช้เมทริกซ์ได้ทั้งภายนอกและภายในเรซิน โดยมีขั้นตอนการทำงานแสดงดังรูปที่ ค.2 เมื่อ เมทริกซ์ A และ B คือ เมทริกซ์เพื่อคำนวณ ซึ่งมีลักษณะคล้ายสมการที่ 2.61 ในบทที่ 2 ค่าความเข้มข้นของเส้นตรงที่ใช้แทนสมการสมดุลการดูดซับจะคำนวณจากสมการที่ ค.3

$$\frac{\partial y_{\mu_{\eta=1}}}{\partial y_s} = \frac{1 + bC_{feed}}{1 + bC_{feed}y_s} - \frac{(1 + bC_{feed})^2 y_s}{(1 + bC_{feed}y_s)^2}$$

ค.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.2 แสดงขั้นตอนการทำงานของ โปรแกรมในการคำนวณวิธีที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาษาของโปรแกรม MATLAB สำหรับวิธีที่ 2

viscosity = 0.1693; % g/cm s

density = 0.87 ; % g/cm<sup>3</sup>

De=(2.5\*10<sup>-8</sup>); % cm<sup>2</sup> /s

R=(0.025); % cm

Dab=10<sup>-6</sup>; %cm<sup>2</sup>/s

L=(60); % cm

e=(0.5086);

cf=(0.04); % g/ml

cum=(0.3); % g/ml

b=(120); % ml/g

Cross\_Section\_Area = 7 ; % cm<sup>2</sup>

Volume\_flowrate = 5.0; %cm<sup>3</sup>/min

v=(Volume\_flowrate/(e\*Cross\_Section\_Area\*60)); % cm/s

DI=15117\*(v<sup>3</sup>)-799.40\*(v<sup>2</sup>)+33.04\*v;% cm<sup>2</sup> /s

Re = 2\*R\*e\*v\*density/viscosity;

Sc = viscosity/(density\*Dab);

Sh = 2.5\*(Re<sup>(1/3)</sup>)\*(Sc<sup>(1/3)</sup>);

kf = Sh\*Dab/(2\*R); % cm/s

Pe = (v\*2\*R/DI);

cuf=(cum\*b\*cf/(1 + b\*cf)); % g/ml

Bi = (kf\*R/De);

dx=(0.0125);

dn=(0.0125);

n=240;

time1=30; % min

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

timemax=600; % min
alpha=(R^2)/De ; % s
tm=timemax*60/alpha;
dt=(tm/n);
n1=time1*60/(dt*alpha);

```

```
f=(Bi*cf/cuf);
```

```
bc=(b*cf);
```

```
w=(((1-e)/e));
```

```
delta=((R^2)*v/(De*(L^1)));
```

```
zeta=(R/L);
```

```
t=zeros(n +1 ,1);
```

```
time=t;
```

```
X=zeros(1,1/dx +1);
```

```
A0=zeros( (1/dn +3)*(1/dx +1) , (1/dn +3)*(1/dx +1),'single' );
```

```
A01=A0;
```

```
Anser=zeros(1,(1/dn +3)*(1/dx +1),'single');
```

```
B0=zeros( (1/dn +3)*(1/dx +1) ,1,'single');
```

```
slope =zeros( 1,1/dx +3,'single');
```

```
intercept=slope;
```

```
yula=slope;
```

```
Error=zeros(tm/dt +1,1/dx +1,'single');
```

```
yb=zeros(tm/dt +1,1/dx +1,'single');
```

```
yu=zeros(tm/dt +1, 1/dn +1 ,1/dx +1,'single');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
ys1=zeros(tm/dt +1,1/dx +1,'single');
```

```
mass_outlet=zeros(tm/dt +1,1,'single'); % g
```

```
Conc_of_sample=zeros(21,1,'single'); % g/ml
```

```
yb_of_sample=zeros(21,1,'single');
```

```
SS=zeros(21,1);
```

```
SD=zeros(21,1);
```

```
AA = (dt/(dn^2));
```

```
BB = (dt*f)/(dn);
```

```
DD = delta*zeta/(Pe*(dx^2));
```

```
EE = delta/dx ;
```

```
FF = w*3*Bi;
```

```
CC = 1/dt ;
```

```
GG = 1/dx ;
```

```
HH = Pe/(2*zeta) ;
```

```
Z = CC + (2*DD) + FF;
```

```
ZZ = CC + (4*DD) - EE + FF ;
```

```
ZZZ= CC + (2*DD) - EE + FF + delta;
```

```
YY = 2*DD - EE ;
```

```
XX = GG + HH ;
```

```
step1 = 100
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%สร้างเมทริกซ์ A
A0( 1/dn +3 , 1/dn +2)=-FF;
A0( 1/dn +3 , 1/dn +3)=Z;
A0( 1/dn +3 , 2*(1/dn +3 ))=(EE - 2*DD);
A0( (1/dn +3)*(1/dx +1) , (1/dn +3)*(1/dx +1) )=Z;
A0( (1/dn +3)*(1/dx +1) , (1/dn +3)*(1/dx +1) - 1 )=-FF;
A0( (1/dn +3)*(1/dx +1) , (1/dn +3)*(1/dx +1) - (1/dn +3) )=-2*DD;

for J=1:1:1/dx +1;
  for I=1:1:1/dn -1;
    A0((I+1)+((1/dn +3)*(J-1)),(I+1)+((1/dn +3)*(J-1)))=1+ 2*AA + 2*AA/I;
    A0((I+1)+((1/dn +3)*(J-1)),(I)+((1/dn +3)*(J-1)))=-AA;
    A0((I+1)+((1/dn +3)*(J-1)),(I+2)+((1/dn +3)*(J-1)))=-(AA + 2*AA/I);

    step2 = I*100/(1/dn +1)

  end
  A0(1+((1/dn +3)*(J-1)),1+((1/dn +3)*(J-1)))=1;
  A0(1+((1/dn +3)*(J-1)),2+((1/dn +3)*(J-1)))=-1;
  A0((1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1),(1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1))=1+AA;
  A0((1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1),(1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1))=-AA;
  A0((1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1),(1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1))=BB + 2*BB/5;
  A0((1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1),(1/dn +3)+(1/dn +3)*(J-1))=-( BB + 2*BB/5 );
  A0((1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1) ,(1/dn +1)+(1/dn +3)*(J-1))=1;%ys
  A0((1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1) ,(1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1))=-(1 + bc);%ys 8
  step3 = J*100/(1/dx +1)

end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

for J=1:1:1/dx -1
    A0((J+1)*(1/dn +3),(J+1)*(1/dn +3))=ZZ;
    A0((J+1)*(1/dn +3),(J+1)*(1/dn +3) -1)=-FF;
    A0((J+1)*(1/dn +3),(J+1)*(1/dn +3) + (1/dn +3))=-YY;
    A0((J+1)*(1/dn +3),(J+1)*(1/dn +3) - (1/dn +3))=-2*DD;

```

```

step4 = J*100/(1/dx -1)

```

```

end

```

```

for i=1:1:n;

```

```

%สร้างเมทริกซ์ B

```

```

for J=1:1:1/dx +1;

```

```

    for I=1:1:1/dn ;

```

```

        B0((I+1)+((1/dn +3)*(J-1)),I)=yu(i,I+1,J);

```

```

    end

```

```

if J==1

```

```

    B0((1/dn +3) + (1/dn +3)*(J-1),I)=CC*yb(i,J) +EE;

```

```

else

```

```

    B0((1/dn +3) + (1/dn +3)*(J-1),I)=CC*yb(i,J);

```

```

end

```

```

B0(1 + (1/dn +3)*(J-1),I)=0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if i==1

B0((1/dn +2) ,1)= 0;
B0((1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1),1)= 0;
else
    continue
end

step5 = J*100/(1/dx +1)

end

Anser0= single(A0\B0);

Anser=Anser0';

% คำนวณสมการเส้นตรงแทนสมการสมดุล
for J=1:1:1/dx +1;

if i==1
    for I=1:1:5

slope(1,J)= ((1 + bc)/(1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)))) - ((1 + bc)* Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn
+3)*(J-1))*bc/((1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)))^2));

yula(1,J) = (1+bc)*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)) /(1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)));
Error(i+1,J)=abs(yula(1,J) - Anser( 1 , (1/dn +1) + (1/dn +3)*(J-1)));
intercept(1,J)= yula(1,J) - slope(1,J)*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

A0((1/dn + 2)+(1/dn +3)*(J-1) ,(1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1))=-slope(1,J);
B0((1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1),1)=(intercept(1,J));
    if Error(2,1)>10^-5
        Anser0= single(A0\B0);
        Anser=Anser0';
    else
        continue
    end
end
end
else
    slope(1,J)= ((1 + bc)/(1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)))) - ((1 + bc)*Anser( 1 , (1/dn +2) +
(1/dn +3)*(J-1))*bc/((1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)))^2));
    yula(1,J) = (1+bc)*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)) /(1+ bc*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1)));
    Error(i+1,J)=abs(yula(1,J) - Anser( 1 , (1/dn +1) + (1/dn +3)*(J-1)));
    intercept(1,J)= yula(1,J) - slope(1,J)*Anser( 1 , (1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1));
    A0((1/dn + 2)+(1/dn +3)*(J-1) ,(1/dn +2)+(1/dn +3)*(J-1))=-slope(1,J);
    B0((1/dn +2) + (1/dn +3)*(J-1),1)=(intercept(1,J));

end
    step6 = J*100/(1/dx +1)
end
for J=1:1:1/dx +1;
    if Anser(1,J*(1/dn +3))>1;
        Anser(1,J*(1/dn +3))=1;
    End

    yb(i+1,J)=Anser(1,J*(1/dn +3));
    ys1(i+1,J)=Anser(1,J*(1/dn +3) -1);
    for I=1:1:1/dn +1;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if Anser(1, I+((1/dn +3)*(J-1)))>1;
    Anser(1, I+((1/dn +3)*(J-1)))=1;
end
yu(i+1,I,J)=Anser(1, I+((1/dn +3)*(J-1)));
end

```

```

step7 = J*100/(1/dx +1) ;

```

```

end

```

```

% end

```

```

percent_completed =i* 100/n

```

```

t(i+1,1)=(i)*dt;

```

```

time(i+1,1)=t(i+1,1)*alpha/60;

```

```

d_time = time(2,1)-time(1,1);

```

```

mass_outlet(i+1,1)= d_time*Volume_flowrate*cf*yb(i+1,1/dx +1); % g

```

```

end

```

```

for J=1:1:1/dx

```

```

    X(1,J+1)=J*dx;

```

```

end

```

```

plot(time(1:n+1 ,1) , yb(1:n+1,1/dx +1));

```

```

xlabel('time(min)');

```

```

ylabel('yb');          % จบการทำงาน

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ง

ตาราง ง.1 ผลการทดลองหาเวลาเข้าสู่สมดุลของการแลกเปลี่ยนประจุ ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	FFA (wt%)	C <sub>b</sub> (กรัมต่อมิลลิลิตร)	C <sub>p</sub> (กรัมต่อมิลลิลิตร)
0	1	4.63	0.0398	0.0000
	2	4.67	0.0401	0.0000
	3	4.53	0.0390	0.0000
	เฉลี่ย	4.61	0.0397	0.0000
10	1	3.19	0.0274	0.0819
	2	3.29	0.0283	0.0781
	3	3.12	0.0269	0.0800
	เฉลี่ย	3.20	0.0275	0.0800
30	1	2.35	0.0202	0.1296
	2	2.18	0.0188	0.1410
	3	2.28	0.0196	0.1277
	เฉลี่ย	2.27	0.0195	0.1328
60	1	1.95	0.0167	0.1524
	2	1.81	0.0156	0.1620
	3	1.91	0.0165	0.1486
	เฉลี่ย	1.89	0.0163	0.1543
90	1	1.95	0.0167	0.1524
	2	1.78	0.0153	0.1639
	3	1.75	0.0150	0.1582
	เฉลี่ย	1.82	0.0157	0.1582

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก จ

การทดสอบสมดุผลการแลกเปลี่ยนประจุของกรดไขมันอิสระโดยใช้เรซิน Lewatit S 6368 ในรูป  
ของไฮดรอกไซด์ ที่ อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก จ

ตาราง จ.1 ผลการทดลองสมมูลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส.

ตัวอย่างที่	เริ่มต้น		เข้าสู่สมดุล		C <sub>μ</sub> (g/ml)
	% FFA	ความเข้มข้น (g/ml)	% FFA	ความเข้มข้น (g/ml)	
1	1.81	0.0156	0.24	0.0020	0.08956
2	1.82	0.0156	0.25	0.0021	0.08918
3	1.81	0.0155	0.25	0.0021	0.08842
เฉลี่ย	1.81	0.0156	0.24	0.0021	0.08905
1	5.49	0.0472	1.90	0.0164	0.2034
2	5.51	0.0474	1.92	0.0166	0.2033
3	5.52	0.0475	1.91	0.0165	0.2048
เฉลี่ย	5.50	0.0473	1.91	0.0170	0.2038
1	6.31	0.0543	2.52	0.0217	0.2153
2	6.35	0.0546	2.55	0.0219	0.2153
3	6.31	0.0543	2.54	0.0218	0.2141
เฉลี่ย	6.32	0.0544	2.54	0.0218	0.2149
1	12.39	0.1065	7.76	0.0667	0.2630
2	12.42	0.1068	7.72	0.0664	0.2668
3	12.39	0.1065	7.82	0.0673	0.2592
เฉลี่ย	12.40	0.1066	8.77	0.0668	0.2471

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง จ.1(ต่อ) ผลการทดลองสมดุลการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส

ตัวอย่างที่	เริ่มต้น		เข้าสู่สมดุล		$C_{\mu}$ (g/ml)
	% FFA	ความเข้มข้น (g/ml)	% FFA	ความเข้มข้น (g/ml)	
1	19.07	0.1640	14.13	0.1216	0.2801
2	19.04	0.1637	14.20	0.1221	0.2744
3	19.10	0.1640	14.13	0.1216	0.2820
เฉลี่ย	19.07	0.1640	14.16	0.1217	0.2788



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจของการแลกเปลี่ยนประจุที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ฉ

ตารางที่ ฉ.1 ผลกราฟเบรคทิจ์ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.44 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 1)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
30	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
60	1	0.03	0.0003
	2	0.02	0.0002
	3	0.03	0.0003
	เฉลี่ย	0.03	0.0003
90	1	0.03	0.0003
	2	0.03	0.0003
	3	0.03	0.0003
	เฉลี่ย	0.03	0.0003
120	1	0.46	0.0040
	2	0.49	0.0042
	3	0.48	0.0041
	เฉลี่ย	0.48	0.0041
150	1	1.77	0.0152
	2	1.98	0.0170
	3	1.99	0.0171
	เฉลี่ย	1.91	0.0164

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.1(ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจีที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 8.4 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.26 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 1)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
180	1	3.23	0.0278
	2	3.19	0.0274
	3	3.24	0.0279
	เฉลี่ย	3.22	0.0277
210	1	3.64	0.0313
	2	3.85	0.0331
	3	3.64	0.0313
	เฉลี่ย	3.71	0.0319
240	1	4.02	0.0346
	2	4.01	0.0345
	3	3.99	0.0344
	เฉลี่ย	4.01	0.0345
270	1	4.13	0.0355
	2	4.12	0.0354
	3	4.14	0.0356
	เฉลี่ย	4.13	0.0355
300	1	4.33	0.0372
	2	4.31	0.0370
	3	4.31	0.0370
	เฉลี่ย	4.31	0.0371

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.1(ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.44 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 1)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>g</sub> (g/ml)
330	1	4.45	0.0383
	2	4.44	0.0381
	3	4.39	0.0377
	เฉลี่ย	4.43	0.0381
360	1	4.50	0.0387
	2	4.46	0.0384
	3	4.39	0.0377
	เฉลี่ย	4.45	0.0383
390	1	4.45	0.0383
	2	4.44	0.0381
	3	4.43	0.0381
	เฉลี่ย	4.44	0.0382
420	1	4.44	0.0381
	2	4.44	0.0381
	3	4.43	0.0381
	เฉลี่ย	4.43	0.0381

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.2 ผลกราฟเบรคทอรัจที่อัตราการใช้ไขมันประมาณเท่ากับ 7.0 มิลลิกรัมต่อหน้าที่ ความเข้มข้นของสาร  
ป้อนเท่ากับ 4.23 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 2)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
30	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
60	1	0.02	0.0002
	2	0.01	0.0001
	3	0.02	0.0002
	เฉลี่ย	0.02	0.0001
90	1	0.18	0.0015
	2	0.16	0.0013
	3	0.16	0.0013
	เฉลี่ย	0.16	0.0014
120	1	0.57	0.0049
	2	0.58	0.0050
	3	0.52	0.0045
	เฉลี่ย	0.55	0.0048
150	1	1.07	0.0092
	2	1.04	0.0089
	3	1.06	0.0091
	เฉลี่ย	1.05	0.0091

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.2(ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.23 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 2)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
180	1	1.71	0.0147
	2	1.78	0.0153
	3	1.78	0.0153
	เฉลี่ย	1.76	0.0151
210	1	2.50	0.0215
	2	2.73	0.0235
	3	2.51	0.0216
	เฉลี่ย	2.58	0.0222
240	1	3.32	0.0285
	2	3.58	0.0308
	3	3.29	0.0283
	เฉลี่ย	3.40	0.0292
270	1	3.94	0.0338
	2	3.97	0.0341
	3	3.78	0.0325
	เฉลี่ย	3.89	0.0335
300	1	4.08	0.0351
	2	4.08	0.0351
	3	4.05	0.0349
	เฉลี่ย	4.07	0.0350

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.2(ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จ์ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.23 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 2)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
330	1	4.14	0.0356
	2	4.20	0.0361
	3	4.20	0.0361
	เฉลี่ย	4.18	0.0360
360	1	4.26	0.0366
	2	4.32	0.0371
	3	4.35	0.0374
	เฉลี่ย	4.31	0.0370
390	1	4.35	0.0374
	2	4.23	0.0364
	3	4.38	0.0376
	เฉลี่ย	4.32	0.0371
420	1	4.32	0.0371
	2	4.35	0.0374
	3	4.20	0.0361
	เฉลี่ย	4.29	0.0369

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ฉ.3 ผลกราฟเบรคทรูจี้ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสาร  
ป้อนเท่ากับ 4.26 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 3)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>g</sub> (g/ml)
30	1	0	0.0000
	2	0	0.0000
	3	0	0.0000
	เฉลี่ย	0	0.0000
60	1	0.02	0.0002
	2	0.01	0.0001
	3	0.01	0.0001
	เฉลี่ย	0.01	0.0001
90	1	0.19	0.0017
	2	0.20	0.0018
	3	0.18	0.0016
	เฉลี่ย	0.19	0.0017
120	1	0.62	0.0054
	2	0.63	0.0055
	3	0.64	0.0055
	เฉลี่ย	0.63	0.0055
150	1	1.36	0.0117
	2	1.35	0.0116
	3	1.35	0.0116
	เฉลี่ย	1.35	0.0116

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.3 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.26 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 3)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>6</sub> (g/ml)
180	1	1.97	0.0170
	2	1.98	0.0170
	3	1.99	0.0171
	เฉลี่ย	1.98	0.0170
210	1	2.53	0.0218
	2	2.85	0.0245
	3	2.73	0.0235
	เฉลี่ย	2.70	0.0233
240	1	3.40	0.0293
	2	3.10	0.0266
	3	3.13	0.0269
	เฉลี่ย	3.21	0.0276
270	1	3.65	0.0314
	2	3.68	0.0316
	3	3.40	0.0293
	เฉลี่ย	3.58	0.0308
300	1	4.08	0.0351
	2	3.74	0.0322
	3	3.83	0.0330
	เฉลี่ย	3.88	0.0334

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.3 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 7.0 มิลลิกรัมต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.26 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 3)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
330	1	4.20	0.0361
	2	4.26	0.0367
	3	4.05	0.0348
	เฉลี่ย	4.17	0.0359
360	1	4.05	0.0348
	2	4.20	0.0361
	3	4.29	0.0369
	เฉลี่ย	4.18	0.0360
390	1	4.35	0.0374
	2	4.29	0.0369
	3	4.14	0.0356
	เฉลี่ย	4.26	0.0367
420	1	4.29	0.0369
	2	4.11	0.0353
	3	4.54	0.0390
	เฉลี่ย	4.31	0.0371

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ๑.๔ ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 13.2 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสาร  
ป้อนเท่ากับ 4.38 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 4)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
30	1	0.16	0.0014
	2	0.18	0.0015
	3	0.16	0.0014
	เฉลี่ย	0.17	0.0014
60	1	0.60	0.0052
	2	0.57	0.0049
	3	0.55	0.0047
	เฉลี่ย	0.58	0.0049
90	1	1.73	0.0149
	2	1.68	0.0145
	3	1.73	0.0149
	เฉลี่ย	1.71	0.0147
120	1	2.90	0.0250
	2	2.90	0.0250
	3	2.93	0.0252
	เฉลี่ย	2.91	0.0251
150	1	3.43	0.0295
	2	3.53	0.0303
	3	3.46	0.0298
	เฉลี่ย	3.47	0.0299

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.4 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 13.2 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.38 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 4)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
180	1	3.86	0.0332
	2	3.89	0.0335
	3	3.86	0.0332
	เฉลี่ย	3.87	0.0333
210	1	4.19	0.0360
	2	3.83	0.0329
	3	4.25	0.0366
	เฉลี่ย	4.09	0.0352
240	1	4.22	0.0363
	2	4.32	0.0372
	3	4.29	0.0369
	เฉลี่ย	4.28	0.0368
270	1	4.35	0.0374
	2	4.32	0.0372
	3	4.32	0.0372
	เฉลี่ย	4.33	0.0372
300	1	4.32	0.0372
	2	4.35	0.0374
	3	4.39	0.0377
	เฉลี่ย	4.35	0.0374

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.5 ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 4.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.67 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 5)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
30	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
60	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
90	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
120	1	0.01	8.8497E-05
	2	0.02	1.7699E-04
	3	0.01	8.8497E-05
	เฉลี่ย	0.01	1.1800E-04
150	1	0.05	0.0004
	2	0.07	0.0006
	3	0.07	0.0006
	เฉลี่ย	0.07	0.0006

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.5 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทิจที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาณเท่ากับ 4.0 มิลลิกรัมต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.67 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 5)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
180	1	0.26	0.0022
	2	0.27	0.0023
	3	0.26	0.0022
	เฉลี่ย	0.26	0.0022
210	1	0.61	0.0052
	2	0.61	0.0052
	3	0.59	0.0050
	เฉลี่ย	0.60	0.0052
240	1	1.11	0.0096
	2	1.11	0.0096
	3	1.10	0.0095
	เฉลี่ย	1.11	0.0095
270	1	1.71	0.0147
	2	1.75	0.0150
	3	1.73	0.0149
	เฉลี่ย	1.73	0.0149
300	1	2.31	0.0198
	2	2.38	0.0204
	3	2.33	0.0200
	เฉลี่ย	2.34	0.0201

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.5 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการผลิตเชิงปริมาตรเท่ากับ 4.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.67 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 5)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
330	1	2.82	0.0243
	2	2.90	0.0250
	3	2.82	0.0243
	เฉลี่ย	2.85	0.0245
360	1	3.26	0.0280
	2	3.64	0.0313
	3	3.55	0.0305
	เฉลี่ย	3.48	0.0300
390	1	3.86	0.0332
	2	3.70	0.0319
	3	3.86	0.0332
	เฉลี่ย	3.81	0.0327
420	1	4.07	0.0350
	2	4.11	0.0353
	3	4.04	0.0348
	เฉลี่ย	4.07	0.0350
450	1	4.35	0.0374
	2	4.32	0.0372
	3	4.41	0.0380
	เฉลี่ย	4.36	0.0375

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ๓.5 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 4.0 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 4.67 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 5)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
480	1	4.48	0.0385
	2	4.57	0.0393
	3	4.57	0.0393
	เฉลี่ย	4.54	0.0390
510	1	4.60	0.0396
	2	4.63	0.0398
	3	4.63	0.0398
	เฉลี่ย	4.62	0.0397
540	1	4.63	0.0398
	2	4.66	0.0401
	3	4.75	0.0409
	เฉลี่ย	4.68	0.0403

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.6 ผลกราฟเบรคทอรัจที่อัตราคาร์ไฮลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิกรัมต่ออนาที ความเข้มข้นของสาร  
ป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 6)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
15	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
30	1	0.13	0.0011
	2	0.12	0.0010
	3	0.10	0.0008
	เฉลี่ย	0.12	0.0010
45	1	0.30	0.0026
	2	0.32	0.0028
	3	0.32	0.0028
	เฉลี่ย	0.32	0.0027
60	1	0.54	0.0046
	2	0.58	0.0050
	3	0.55	0.0047
	เฉลี่ย	0.56	0.0048
75	1	0.68	0.0059
	2	0.70	0.0060
	3	0.67	0.0058
	เฉลี่ย	0.68	0.0059

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.6 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทวร์งที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 6)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
90	1	0.86	0.0074
	2	0.86	0.0074
	3	0.85	0.0073
	เฉลี่ย	0.86	0.0074
105	1	0.97	0.0084
	2	0.97	0.0084
	3	0.99	0.0085
	เฉลี่ย	0.98	0.0084
120	1	1.11	0.0096
	2	1.07	0.0092
	3	1.09	0.0094
	เฉลี่ย	1.09	0.0094
135	1	1.18	0.0101
	2	1.18	0.0101
	3	1.17	0.0100
	เฉลี่ย	1.17	0.0101
150	1	1.27	0.0110
	2	1.26	0.0109
	3	1.30	0.0111
	เฉลี่ย	1.28	0.0110

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.6 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 6)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
165	1	1.40	0.0121
	2	1.38	0.0119
	3	1.35	0.0116
	เฉลี่ย	1.38	0.0119
180	1	1.49	0.0128
	2	1.46	0.0119
	3	1.48	0.0116
	เฉลี่ย	1.48	0.0119
195	1	1.53	0.0132
	2	1.57	0.0135
	3	1.51	0.0130
	เฉลี่ย	1.54	0.0132
210	1	1.62	0.0139
	2	1.60	0.0137
	3	1.62	0.0139
	เฉลี่ย	1.61	0.0139
225	1	1.62	0.0139
	2	1.64	0.0141
	3	1.65	0.0142
	เฉลี่ย	1.64	0.0141

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.6 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 6)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
240	1	1.66	0.0143
	2	1.68	0.0145
	3	1.71	0.0147
	เฉลี่ย	1.68	0.0145
255	1	1.73	0.0149
	2	1.72	0.0148
	3	1.73	0.0149
	เฉลี่ย	1.72	0.0148
270	1	1.73	0.0149
	2	1.73	0.0149
	3	1.76	0.0151
	เฉลี่ย	1.74	0.0150
285	1	1.76	0.0151
	2	1.75	0.0150
	3	1.74	0.0150
	เฉลี่ย	1.75	0.0150
300	1	1.74	0.0150
	2	1.73	0.0149
	3	1.78	0.0153
	เฉลี่ย	1.75	0.0150

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.6 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 21.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 1.75 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 6)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
315	1	1.77	0.0152
	2	1.72	0.0148
	3	1.73	0.0149
	เฉลี่ย	1.74	0.0150
330	1	1.79	0.0154
	2	1.72	0.0148
	3	1.73	0.0150
	เฉลี่ย	1.75	0.0151

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ๗.7 ผลกราฟเบรคทลูจที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสาร  
ป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
15	1	0.00	0.0000
	2	0.00	0.0000
	3	0.00	0.0000
	เฉลี่ย	0.00	0.0000
30	1	0.04	0.0003
	2	0.03	0.0002
	3	0.03	0.0003
	เฉลี่ย	0.03	0.0003
45	1	0.09	0.0008
	2	0.09	0.0008
	3	0.10	0.0009
	เฉลี่ย	0.09	0.0008
60	1	0.17	0.0015
	2	0.18	0.0016
	3	0.17	0.0015
	เฉลี่ย	0.18	0.0015
75	1	0.26	0.0022
	2	0.26	0.0023
	3	0.25	0.0021
	เฉลี่ย	0.26	0.0022

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_6$ (g/ml)
90	1	0.30	0.0026
	2	0.30	0.0026
	3	0.31	0.0027
	เฉลี่ย	0.30	0.0026
105	1	0.36	0.0031
	2	0.37	0.0032
	3	0.36	0.0031
	เฉลี่ย	0.36	0.0031
120	1	0.42	0.0036
	2	0.42	0.0036
	3	0.40	0.0035
	เฉลี่ย	0.41	0.0036
135	1	0.48	0.0041
	2	0.48	0.0042
	3	0.49	0.0042
	เฉลี่ย	0.48	0.0042
150	1	0.52	0.0045
	2	0.53	0.0046
	3	0.52	0.0044
	เฉลี่ย	0.52	0.0045

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ๗.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรีจ์ที่อัตราการใช้ไฮเจนปริมาณเท่ากับ 20.5 มิลลิกรัมต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	C <sub>b</sub> (g/ml)
90	1	0.30	0.0026
	2	0.30	0.0026
	3	0.31	0.0027
	เฉลี่ย	0.30	0.0026
105	1	0.36	0.0031
	2	0.37	0.0032
	3	0.36	0.0031
	เฉลี่ย	0.36	0.0031
120	1	0.42	0.0036
	2	0.42	0.0036
	3	0.40	0.0035
	เฉลี่ย	0.41	0.0036
135	1	0.48	0.0041
	2	0.48	0.0042
	3	0.49	0.0042
	เฉลี่ย	0.48	0.0042
150	1	0.52	0.0045
	2	0.53	0.0046
	3	0.52	0.0044
	เฉลี่ย	0.52	0.0045

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
165	1	0.56	0.0048
	2	0.56	0.0049
	3	0.55	0.0047
	เฉลี่ย	0.56	0.0048
180	1	0.60	0.0051
	2	0.59	0.0051
	3	0.62	0.0053
	เฉลี่ย	0.60	0.0052
195	1	0.62	0.0054
	2	0.64	0.0055
	3	0.64	0.0055
	เฉลี่ย	0.63	0.0054
210	1	0.66	0.0057
	2	0.67	0.0058
	3	0.66	0.0057
	เฉลี่ย	0.66	0.0057
225	1	0.71	0.0061
	2	0.73	0.0063
	3	0.72	0.0062
	เฉลี่ย	0.72	0.0062

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จี่ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
240	1	0.76	0.0065
	2	0.75	0.0064
	3	0.76	0.0065
	เฉลี่ย	0.75	0.0065
255	1	0.79	0.0068
	2	0.79	0.0068
	3	0.77	0.0066
	เฉลี่ย	0.78	0.0067
270	1	0.81	0.0070
	2	0.80	0.0069
	3	0.83	0.0071
	เฉลี่ย	0.81	0.0070
285	1	0.83	0.0072
	2	0.83	0.0071
	3	0.83	0.0072
	เฉลี่ย	0.83	0.0071
300	1	0.87	0.0074
	2	0.84	0.0072
	3	0.84	0.0072
	เฉลี่ย	0.85	0.0073

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจที่อัตราการใช้ไขมันเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิกรัมต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_b$ (g/ml)
315	1	0.86	0.0074
	2	0.87	0.0074
	3	0.86	0.0074
	เฉลี่ย	0.86	0.0074
330	1	0.89	0.0078
	2	0.90	0.0077
	3	0.88	0.0079
	เฉลี่ย	0.89	0.0078
345	1	0.91	0.0078
	2	0.90	0.0077
	3	0.91	0.0079
	เฉลี่ย	0.91	0.0078
360	1	0.93	0.0080
	2	0.90	0.0077
	3	0.91	0.0078
	เฉลี่ย	0.91	0.0078
375	1	0.91	0.0078
	2	0.93	0.0080
	3	0.93	0.0080
	เฉลี่ย	0.92	0.0079

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.7 (ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 20.5 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.95 เปอร์เซ็นต์โดยน้ำหนัก (ครั้งที่ 7)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	wt% FFA	$C_0$ (g/ml)
390	1	0.93	0.0080
	2	0.94	0.0081
	3	0.95	0.0081
	เฉลี่ย	0.94	0.0081
405	1	0.96	0.0083
	2	0.95	0.0082
	3	0.97	0.0084
	เฉลี่ย	0.96	0.0083

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข

**ผลการทดลองกราฟเบรคทรูจของการ Regeneration ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ข

ตารางที่ ข.1 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneration ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.4688 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 1)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b\text{NaOH}}$ (mol/ml)
15	1	0.0000
	2	0.0000
	3	0.0000
	เฉลี่ย	0.0000
30	1	0.1272
	2	0.1204
	3	0.1227
	เฉลี่ย	0.1234
45	1	0.4158
	2	0.4203
	3	0.4180
	เฉลี่ย	0.4180
60	1	0.4430
	2	0.4408
	3	0.4271
	เฉลี่ย	0.4370
75	1	0.4612
	2	0.4567
	3	0.4612
	เฉลี่ย	0.4597

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.1(ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จของการ Regeneation ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.4688 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 1)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b, NaOH}$ (mol/ml)
90	1	0.4703
	2	0.4680
	3	0.4658
	เฉลี่ย	0.4680



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ช.2 ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5304 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 2)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b\text{NaOH}}$ (mol/ml)
15	1	0.0000
	2	0.0000
	3	0.0000
	เฉลี่ย	0.0000
30	1	0.1430
	2	0.1467
	3	0.1393
	เฉลี่ย	0.1430
45	1	0.5207
	2	0.5170
	3	0.5170
	เฉลี่ย	0.5182
60	1	0.5207
	2	0.5243
	3	0.5170
	เฉลี่ย	0.5207
75	1	0.5243
	2	0.5280
	3	0.5243
	เฉลี่ย	0.5256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.2(ต่อ) ผลกราฟเบรคทอร์จของการ Regeneation ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อ นาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.4688 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 2)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b\text{NaOH}}$ (mol/ml)
90	1	0.5170
	2	0.5280
	3	0.5390
	เฉลี่ย	0.5280
105	1	0.5126
	2	0.5148
	3	0.5082
	เฉลี่ย	0.5119
120	1	0.5346
	2	0.5368
	3	0.5346
	เฉลี่ย	0.5353

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.3 ผลกราฟเบรคทอร์จของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮโดรเจนปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5585 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 3)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b,NaOH}$ (mol/ml)
15	1	0.0000
	2	0.0000
	3	0.0000
	เฉลี่ย	0.0000
30	1	0.2079
	2	0.2079
	3	0.2038
	เฉลี่ย	0.2066
45	1	0.5544
	2	0.5504
	3	0.5544
	เฉลี่ย	0.5531
60	1	0.5585
	2	0.5585
	3	0.5585
	เฉลี่ย	0.5585
75	1	0.5544
	2	0.5585
	3	0.5585
	เฉลี่ย	0.5571

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.3(ต่อ) ผลกราฟเบรคทรีของการ Regeneation ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อ นาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5585 โมลต่อลิตร (Regen ครั้งที่ 3)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b \text{ NaOH}}$ (mol/ml)
90	1	0.5626
	2	0.5585
	3	0.5585
	เฉลี่ย	0.5599
105	1	0.5675
	2	0.5675
	3	0.5650
	เฉลี่ย	0.5667
120	1	0.5601
	2	0.5577
	3	0.5626
	เฉลี่ย	0.5601

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.4 ผลกราฟเบรคทอร์ของการ Regeneration ที่อัตราการไหลเชิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อนาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5245 โมลตือลิตร (Regen ครั้งที่ 4)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b,NaOH}$ (mol/ml)
15	1	0.0000
	2	0.0000
	3	0.0000
	เฉลี่ย	0.0000
30	1	0.1703
	2	0.1668
	3	0.1719
	เฉลี่ย	0.1697
45	1	0.4733
	2	0.4881
	3	0.5207
	เฉลี่ย	0.4940
60	1	0.5033
	2	0.5156
	3	0.5500
	เฉลี่ย	0.5230
75	1	0.5243
	2	0.5207
	3	0.5390
	เฉลี่ย	0.5280

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.4(ต่อ) ผลกราฟเบรคทรูจของการ Regeneation ที่อัตราการใช้ไฮลเจิงปริมาตรเท่ากับ 14 มิลลิลิตรต่อ นาที ความเข้มข้นของสารป้อนเท่ากับ 0.5245 โมลตอลิตร (Regen ครั้งที่ 4)

เวลา (นาที)	ตัวอย่างที่	$C_{b,NaOH}$ (mol/ml)
90	1	0.5107
	2	0.5170
	3	0.5243
	เฉลี่ย	0.5173
105	1	0.5236
	2	0.5214
	3	0.5192
	เฉลี่ย	0.5214
120	1	0.5280
	2	0.5302
	3	0.5302
	เฉลี่ย	0.5295

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายชนินทร์ จินตนาวงศ์
วัน เดือน ปีเกิด	14 มีนาคม 2527 ที่ กรุงเทพฯ
ที่อยู่	351 ถ. ช่างอากาศอุทิศ แขวง สีกัน เขต ดอนเมือง กรุงเทพฯ 10210 โทร.0-2929-4950
ประวัติการศึกษา	2548 วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาอุตสาหกรรมเกษตร สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้