สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต

COMPUTER PROGRAM FOR SOLVING DIFFERENTIAL PROBLEMS ON NETWORK

T117337

จักรกฤช อยู่ในศิล
ทรงพล เกริกกิดาการ
ธัชพงศ์ ทัศน์เจริญ

ศรหมู่.....
เลขทะเบียน.....117337
วัน,เดือน,ปี...20 ก.ค. 2554
b.....12339220
i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2553

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COMPUTER PROGRAM FOR SOLVING DIFFERENTIAL PROBLEMS ON NETWORK

JAKKRIJ YOONAISIL

SONGPON KLERKKIDAKAN

TUCHARPONG TUCHARLANE

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIRMENT FOR DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

IN APPLIED MATHEMATICS

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2010

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต		
	COMPUTER PROGRAM FOR SOLVING DIFFERENTIAL PROBLEMS ON NETWORK		
ชื่อนักศึกษา	นายจักรกฤช	อยู่ในศิล	50050009
	นายทรงพล	เกริกกิดาการ	50050028
	นายธัชพงศ์	ทัศน์เจริญ	50050038
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต		
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ		
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อ.วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ		

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2553

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.พรชัย ชัยสนิท ประธานกรรมการ	
รศ.ภัคคินี ชิตสกุล กรรมการ	
ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อ.วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต		
ชื่อนักศึกษา	นายจักรกฤช	อยู่ในศิล	50050009
	นายทรงพล	เกริกกิดาการ	50050028
	นายธัชพงศ์	ทัศน์เจริญ	50050038
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต		
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์		
ปีการศึกษา	2553		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ		
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อ.วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ		

บทคัดย่อ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมีขั้นตอน และลำดับการคำนวณอย่างเป็นระบบ แต่ถ้าฟังก์ชันที่ต้องการหายากขึ้น และผู้ทำไม่ชำนาญในการคำนวณโดยตรง ทำให้ค่อนข้างสับสนและรู้สึกซับซ้อนมากสำหรับผู้ทำ ดังนั้นเพื่อเพิ่มความสะดวกในการคำนวณ จึงมีการพัฒนาปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต ซึ่งโปรแกรมนี้สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพหุนาม และ/หรือ ฟังก์ชันอดิสัย ทั้งอันดับ 1 และอันดับที่สูงกว่า รวมถึงสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย อนุพันธ์ของฟังก์ชันที่ซับซ้อนที่ต้องใช้กฎลูกโซ่ช่วยในการคำนวณ นอกจากนี้สามารถหาค่า ณ จุดต่างๆ ได้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	COMPUTER PROGRAM FOR SOLVING DIFFERENTIAL PROBLEMS ON NETWORK		
Students	Mr.Jakkrij	Yoonaisil	50050009
	Mr.Songpon	Klerkkidakan	50050028
	Mr.Tucharpong	Tucharlane	50050038
Degree	Bechelor of Science		
Major Program	Applied Mathematics		
Academic Year	2010		
Advisor	Asst.Prof.Dr.Kanchana Kumnungkit		
Co-Advisor	Wisan Tangwongcharoen		

ABSTRACT

The derivative of function systematically can be found in order. Finding the derivative of function becomes more complex for unproficient person. if it is complicated. This study modifiles the computer program on network for solving derivative of functions, such as polynomial functions trigonometric functions and implicit function. For this web based program, user can find the derivative of first order as well as other higher order. Implicit derivative and chain rule are also implemented in the program. The substitution value step can be done too.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต สามารถสำเร็จลุล่วงลงด้วยดี โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ และอ.วิสัน ตั้งวงษ์เจริญ ที่ได้ให้แนวทางในการดำเนินงาน ตลอดจนให้คำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถแก้ไขปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำปัญหาพิเศษนี้ นอกจากนี้ยังช่วยตรวจทานด้วยความเอาใจใส่และเป็นห่วงเป็นใยลูกศิษย์เป็นอย่างดียิ่ง

คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประศาสน์วิชาความรู้ทั้งในภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ และที่สำคัญยิ่งขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่สนับสนุนทางด้านกำลังใจและทุนทรัพย์จนกระทั่งทำให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้สัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย i

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ii

กิตติกรรมประกาศ iii

สารบัญ iv

สารบัญรูป vi

สารบัญตาราง viii

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหาพิเศษ 1

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 1

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ 1

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหาพิเศษ 2

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 2

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง 3

2.1 ความหมายของอนุพันธ์ 3

2.2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 7

2.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ 7

2.4 อนุพันธ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก 9

2.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก 10

2.6 กฎลูกโซ่ (Chain Rule) 11

2.7 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมและฟังก์ชันเลขชี้กำลัง 12

2.8 อนุพันธ์อันดับสูง (Higher Derivative) 12

2.9 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย (Higher Derivative) 13

2.10 ฟังก์ชันของสองตัวแปรและมากกว่าสองตัวแปร 13

2.11 อนุพันธ์ย่อย (Partial Derivatives) 14

2.12 อนุพันธ์ย่อยอันดับสอง (Partial Derivative of Second Order) 14

2.13 อนุพันธ์ย่อยอันดับสาม (Partial Derivative of Third Order) 15

2.14 อนุพันธ์ย่อยอันดับสูง (Higher Order Partial Derivative) 16

2.15 อนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันมากกว่าสองตัวแปร 16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

2.16 ดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอด (Total Differentail).....17
2.17 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ.....18
2.18 ทฤษฎีคอมโพเน็นต์.....19
2.19 ภาษา HTML.....23
2.20 ภาษา PHP.....24
2.21 ภาษา JavaScript.....30
2.22 โครงสร้างข้อมูลแบบสแตก (Stack).....33
2.23 การแปลงนิพจน์ Infix ให้เป็น Postfix.....37

บทที่ 3 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....40
3.1 ลักษณะโดยรวมของระบบ.....40
3.2 แผนงานและการพัฒนาระบบ.....40
3.3 ระบบงาน.....40
3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....41
3.5 องค์ประกอบของโปรแกรม.....42
3.6 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล (Input and Output).....44
3.7 วิเคราะห์และออกแบบการหาอนุพันธ์.....45
3.8 วิเคราะห์และออกแบบการแทนค่า ณ จุดต่างๆ.....52
3.9 วิเคราะห์และออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้.....56

บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน.....59
4.1 ผลการดำเนินงาน.....59

บทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงาน และข้อเสนอแนะ.....69
5.1 สรุปผลการดำเนินงาน.....69
5.2 ข้อจำกัด.....69
5.3 ข้อเสนอแนะ.....70

เอกสารอ้างอิง.....71
ภาคผนวก.....72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 ฟังก์ชัน $y=\sin x$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ 7

2.2 ฟังก์ชัน $y=f(x)$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ 8

2.3 คอมโพเน็นต์และส่วนประกอบต่างๆ.....21

2.4 ตัวอย่างของอินเทอร์เฟซ.....22

2.5 สแตก (Stack).....34

2.6 แสดงการแทนโครงสร้างข้อมูลสแตกด้วยอาร์เรย์.....35

2.7 โครงสร้างข้อมูลสแตกด้วยอาร์เรย์ Stack[100].....35

2.8 ลักษณะการทำงานของสแตก.....36

3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....42

3.2 องค์ประกอบของโปรแกรม.....43

3.3 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล ของการหาอนุพันธ์.....44

3.4 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล ของการแทนค่าฟังก์ชัน ณ จุดต่างๆ.....44

3.5 ผังงานการออกแบบการหาอนุพันธ์.....45

3.6 ผังงานการออกแบบการหาอนุพันธ์ในแต่ละวิธี.....46

3.7 การแทนค่าย้อนกลับในการหาอนุพันธ์.....50

3.8 Class Diagram ของการหาอนุพันธ์.....51

3.9 ผังงานแสดงการแปลง Infix เป็น Postfix.....52

3.10 หลักการทำ Postfix เป็นคำตอบในการแทนค่า.....54

3.11 ผังงานแสดงการทำ Postfix เป็นคำตอบในการแทนค่า.....54

3.12 Class Diagram ของการแทนค่า ณ จุดต่างๆ.....55

3.13 Class Diagram ของ Stack.....55

3.14 การออกแบบเครื่องมือในการกรอกฟังก์ชัน.....56

3.15 การออกแบบตัวช่วยในการแทนค่าสมการ.....56

3.16 การออกแบบตัวช่วยในการหาอนุพันธ์.....57

3.17 ตัวช่วยในการกรอกรูปแบบสมการและฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์.....58

4.1 หน้าแรกของโปรแกรม.....59

4.2 หน้าจอเลือกรูปแบบสมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ (เลือก y = f(x)).....60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.3 รับค่าจำนวนตัวแปรอิสระ.....60

4.4 รับค่าตัวแปรอิสระ.....61

4.5 รับสมการ yx^2 61

4.6 เลือกทำการหาค่าอนุพันธ์หรือแทนค่าสมการ.....62

4.7 กรอกอันดับและเลือกเทียบตัวแปรอิสระ.....62

4.8 ผลจากการหาอนุพันธ์.....63

4.9 กรอกค่าตัวแปรเพื่อแทนค่าสมการ.....63

4.10 ผลจากการแทนค่าสมการ.....64

4.11 หน้าจอรูปแบบสมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ (เลือกอนุพันธ์ฟังก์ชันโดยปริยาย).....64

4.12 รับค่าสมการ $y^2 = x^2$ 65

4.13 ผลจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย.....65

4.14 หน้าหลักของ Help 66

4.15 Help ในการหาอนุพันธ์.....66

4.16 Help ในการหาอนุพันธ์ (ต่อ).....67

4.17 Help ในการแทนค่า.....67

4.18 Help รูปแบบในการกรอกฟังก์ชัน 68

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

2.1 ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmetic Operators).....26
2.2 ตัวดำเนินการกำหนดค่า (Assignment Operators).....26
2.3 ตัวดำเนินการเปรียบเทียบบิต (Bitwise Operators).....27
2.4 ตัวดำเนินการเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Operators).....27
2.5 ตัวดำเนินการเชิงเปรียบเทียบ (Comparison Operators).....28
2.6 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์.....29
2.7 ลำดับความสำคัญของตัวดำเนินการ.....39
3.1 ลำดับความสำคัญของเครื่องหมาย.....53
3.2 ตัวอย่างการแปลง Infix เป็น Postfix.....53

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงบทนำของการทำปัญหาพิเศษ ได้แก่ที่มาและความสำคัญของปัญหาพิเศษ วัตถุประสงค์ของการศึกษา ขอบเขตหรือข้อจำกัดในการทำ ขั้นตอนโดยสรุปและกรอบเวลาในแต่ละขั้นตอนของปัญหาพิเศษ รวมถึงประโยชน์ของส่วนรวมจากการทำปัญหาพิเศษ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหาพิเศษ

ในปัจจุบันนี้ คอมพิวเตอร์และอินเตอร์เน็ตได้เข้ามามีส่วนในการจัดการงานต่างๆอย่างมีประสิทธิภาพ รวดเร็วและแม่นยำ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในทางด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์ซึ่งจะใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการคำนวณ รวมไปถึงเพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้ใช้ในด้านต่างๆที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น โปรแกรมที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลายโปรแกรมและเนื่องจากในการศึกษาด้านคณิตศาสตร์จะต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก และต้องการตรวจคำตอบด้วยตนเอง ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในหารคำนวณ แต่ปัญหาของการใช้โปรแกรมช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้น คือ โปรแกรมเหล่านี้ส่วนใหญ่เป็นโปรแกรมที่มีลิขสิทธิ์ซึ่งจะต้องเสียค่าใช้จ่าย เพื่อซื้อโปรแกรมค่อนข้างสูง ทางผู้จัดทำจึงได้พัฒนาโปรแกรมช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยทำการเขียนเป็น Web Application โดยใช้ภาษา PHP ซึ่งจะทำงานบนอินเตอร์เน็ตได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่ายใดๆ ผู้ใช้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์และประยุกต์ใช้ในด้านอื่นๆ รวมไปถึงสามารถนำโปรแกรมไปพัฒนาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพให้ดียิ่งขึ้นได้อีกด้วย

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1.2.1 พัฒนาโปรแกรมเบื้องต้นในการหาอนุพันธ์

1.2.2 จัดทำโครงสร้างโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์

1.2.3 นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ และคอมพิวเตอร์มาใช้ประโยชน์ร่วมกัน

1.2.4 แก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าลิขสิทธิ์ของโปรแกรมช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์

1.2.5 เผยแพร่โปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์

1.2.6 เป็นจุดเริ่มต้นให้ผู้อื่นนำโปรแกรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์ไปพัฒนาต่อ

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1.3.1 เป็นโปรแกรมแก้ปัญหาอนุพันธ์โดยใช้ภาษา PHP ในการเขียนโปรแกรม

1.3.2 สามารถแทนค่าฟังก์ชันได้

1.3.3 สามารถหาอนุพันธ์ที่อยู่ในรูปกฎลูกโซ่ที่อยู่ในรูป $g(f(x))$ ฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อดิสัย ได้แก่ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก ฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ฟังก์ชันลอการิทึมและอนุพันธ์ฟังก์ชันอันดับสูง

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหาพิเศษ

1.4.1 ค้นคว้าความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสในการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง อนุพันธ์อันดับสูง และการหาอนุพันธ์โดยแทนค่า ณ จุดต่างๆ

1.4.2 ค้นคว้าเรื่องการเขียนโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์

1.4.3 วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ วางแผน และออกแบบโปรแกรม

1.4.4 เขียนโปรแกรมในการหาอนุพันธ์

1.4.5 ทดสอบโปรแกรม และแก้ไขข้อผิดพลาด

1.4.6 จัดทำคู่มือการใช้งาน

1.4.7 สรุปผลการดำเนินงาน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาเรื่องการหาอนุพันธ์ที่อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันที่ใช้กฎลูกโซ่หรือการแทนค่า ณ จุดต่างๆ และอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายที่เป็นรูปแบบเวปไซต์ ซึ่งสามารถเรียกใช้งานได้อย่างอิสระโดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์

นอกเหนือจากเนื้อหาข้างต้นแล้วในบทต่อๆไปอธิบายเรื่องต่างๆดังนี้ บทที่ 2 กล่าวถึงเรื่องทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 กล่าวถึงเรื่องขั้นตอนการดำเนินงาน บทที่ 4 กล่าวถึงผลการดำเนินงาน และบทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงาน และข้อเสนอแนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้กล่าวถึงหลักการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่างๆ ทฤษฎีบท บทนิยาม สูตรในการหาอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้อง หลักการในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และทฤษฎีของโครงสร้างข้อมูลแบบสแตก รวมถึงการแปลงนิพจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อออกแบบโปรแกรมแปลภาษา

2.1 ความหมายของอนุพันธ์

อนุพันธ์ (Derivative) คือการหาค่าความเปลี่ยนแปลงของตัวแปรหนึ่ง เมื่ออีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนแปลงในปริมาณที่น้อยมากๆ บางทีอนุพันธ์ที่เราจะได้พบครั้งแรกในโรงเรียนคือ สูตรอัตราเร็วเท่ากับอัตราส่วนระหว่างระยะทางกับเวลา สำหรับวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ อัตราเร็วซึ่งเป็นอนุพันธ์ที่บอกการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในระยะเวลาหนึ่ง วิชาแคลคูลัสพัฒนาขึ้นเพื่อจัดการกับปัญหาที่ซับซ้อนและเป็นธรรมชาติกว่านี้ ซึ่งอัตราเร็วอาจเปลี่ยนแปลงได้

เมื่อเรากล่าวถึงรายละเอียดแล้วแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ นิยามอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใดขณะหนึ่งระหว่างค่าของฟังก์ชัน กับตัวแปรของฟังก์ชัน นิยามจริงๆของอนุพันธ์คือ ลิมิตของอัตราส่วนในการปลี่ยนแปลง (Difference Quotient)

<u>บทนิยาม</u>

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ หาค่าได้เรียกค่าลิมิตนี้ว่าอนุพันธ์ของ f ที่ x เขียนแทนด้วย $f'(x)$ นั่นคือ $f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ ถ้า $y=f(x)$ อาจเขียนแทน $f'(x)$ ด้วย $y', \frac{dy}{dx}, \frac{df}{dx}(x)$ สำหรับอนุพันธ์ของ f ที่ a จะเขียนแทนด้วย $f'(a)$ หรือ $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a}$

ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ สามารถอาศัยทฤษฎีบทต่อไปนี้

<u>ทฤษฎีบท</u> ให้ c เป็นค่าคงตัว f และ g เป็นฟังก์ชัน

(1) $\frac{d}{dx}(c)=0$

(2) $\frac{d}{dx}(x)^n=nx^{n-1}$ เมื่อ n คือ จำนวนจริงใด ๆ

(3) $\frac{d}{dx}(cf)=c\frac{df}{dx}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(4) $\frac{d}{dx}(f+g)=\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dx}$

(5) $\frac{d}{dx}(f-g)=\frac{df}{dx}-\frac{dg}{dx}$

(6) $\frac{d}{dx}(fg)=f\frac{dg}{dx}+g\frac{df}{dx}$

(7) $\frac{d}{dx}\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{g\frac{df}{dx}-f\frac{dg}{dx}}{g^2}, g(x)\neq 0$

พิสูจน์ (1)

ถ้า f เป็นฟังก์ชันคงที่ $f(x)=c$ แล้ว $f'(x)=0$ ฟังก์ชันมีค่าคงที่ c สำหรับทุกค่า x

$$f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{c-c}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} 0 = 0$$

พิสูจน์ (2)

ถ้า n เป็นจริงใดๆ

$f'(x)=nx^{n-1}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$$

$$\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=\frac{x^n}{h}\left(\left(1+\frac{h}{x}\right)^n-1\right)$$

$$=\frac{x^n}{h}\left(e^{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}-1\right)$$

$$=x^n.\frac{e^{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}-1}{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}.\frac{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}{\frac{h}{x}}.\frac{1}{x}$$

จากผลดังต่อไปนี้

$\lim_{h\to 0}\frac{\exp x-1}{x}=1$ จาก อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลขชี้กำลังที่ 0

$\lim_{h\to 0}\frac{\exp x-1}{x}=1$ จาก อนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมที่ 1

จะได้

$$\frac{e^{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}-1}{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}.\frac{n\ln\left(1+\frac{h}{x}\right)}{\frac{h}{x}}.\frac{1}{x}>nx^{n-1} \text{ ที่ } h>0.$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิสูจน์ (3)

ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้และ c เป็นจำนวนจริง แล้ว cf เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และ $\frac{d}{dx}\big(cf(x)\big)=c\frac{d}{dx}\big(f(x)\big)=cf'(x)$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\big(cf(x)\big) &= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{cf(x+\Delta x)-cf(x)}{\Delta x}\\ &= \lim_{\Delta x\to 0} c\left(\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\right)\\ &= c\left(\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\right)\\ &= c\frac{d}{dx}\big(f(x)\big)=cf'(x)\end{aligned}$$

พิสูจน์ (4) และ (5)

ผลบวก (หรือผลต่าง) ของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และอนุพันธ์ของผลบวกเท่ากับอนุพันธ์ของฟังก์ชันทั้งสองบวก (หรือลบกัน) นั่นคือ

$\frac{d}{dx}\big(f(x)-g(x)\big)=f'(x)-g'(x)$ กฎผลบวก

$\frac{d}{dx}\big(f(x)-g(x)\big)=f'(x)-g'(x)$ กฎผลต่าง

$y=f(x)+g(x)$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\big(f(x)+g(x)\big) &= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\big(f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)-\big(f(x)+g(x)\big)\big)}{\Delta x}\\ &= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\big(f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)-f(x)-g(x)\big)}{\Delta x}\\ &= \lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}\right)\\ &= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}\\ &= f'(x)+g'(x)\end{aligned}$$

สำหรับลิมิตผลต่าง สามารถทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\big(f(x)-g(x)\big) &= \frac{d}{dx}\big(f(x)+(-1)g(x)\big)\\ &= \frac{d}{dx}\big(f(x)\big)+\frac{d}{dx}\big((-1)g(x)\big)\\ &= \frac{d}{dx}\big(f(x)\big)+(-1)\frac{d}{dx}\big(g(x)\big)\\ &= f'(x)+g'(x)\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิสูจน์ (6)

ผลคูณของฟังก์ชัน ที่หาอนุพันธ์ได้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้อนุพันธ์ของ f g คือฟังก์ชันแรกคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่สองบวกฟังก์ชันที่สองคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันแรกนั่น คือ $\frac{d}{dx}\big(f(x)g(x)\big)=f(x)g'(x)+g(x)f'(x)$ กฎการคูณ ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ที่ x จะได้ $f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ และ $g'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}$ หาค่าได้จะพิสูจน์อนุพันธ์ของผลคูณโดยนิยามโดยการบวกและลบของเศษด้วย $f(x+\Delta x)g(x)$ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\big(f(x)g(x)\big)&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)-f(x)g(x)}{\Delta x}\\&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\big(f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)-f(x+\Delta x)g(x)+f(x+\Delta x)g(x)-f(x)g(x)\big)}{\Delta x}\\&=\lim_{\Delta x\to 0}\left(f(x+\Delta x)\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}+g(x)\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\right)\\&=\lim_{\Delta x\to 0}f(x+\Delta x)\lim_{h\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}+\lim_{\Delta x\to 0}g(x)\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\\&=\Big(\lim_{\Delta x\to 0}f(x+\Delta x)\Big)g'(x)+\Big(\lim_{\Delta x\to 0}g(x)\Big)f'(x)=f(x)g'(x)+g(x)f'(x)\end{aligned}$$

พิสูจน์ (7)

ผลหาร $\frac{f}{g}$ ของสองฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ f และ g จะหาอนุพันธ์ได้ทุกๆ ค่า x ที่ซึ่ง $g(x)\neq 0$ ยิ่งไปกว่านั้น อนุพันธ์ของ $\frac{f}{g}$ คือฟังก์ชันตัวล่างคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวบนลบฟังก์ชันตัวบนคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวล่าง ทั้งหมดหารด้วยกำลังสองของฟังก์ชันตัวล่าง นั่นคือ

$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{g(x)f'(x)+f(x)g'(x)}{\big(g(x)\big)^2}$, $g(x)\neq 0$ จะได้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\dfrac{f(x+\Delta x)}{g(x+\Delta x)}-\dfrac{f(x)}{g(x)}}{\Delta x}\\&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x)f(x+\Delta x)-f(x)g(x+\Delta x)}{hg(x)g(x+\Delta x)}\\&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x)f(x+\Delta x)-f(x)g(x)+f(x)g(x)-f(x)g(x+\Delta x)}{\Delta x g(x)g(x+\Delta x)}\\&=\frac{\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{g(x)(f(x+\Delta x)-f(x))}{\Delta x}-\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x)(g(x+\Delta x)-g(x))}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x\to 0}(g(x)g(x+\Delta x))}\\&=\frac{g(x)\left(\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\right)-f(x)\left(\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}\right)}{\lim_{\Delta x\to 0}\big(g(x)g(x+\Delta x)\big)}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

2.2 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรี โกณมิติ มีดังนี้

$$\frac{d}{dx}\left(\sin x\right) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tan x\right) = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\sec x\right) = \sec x \tan x$$

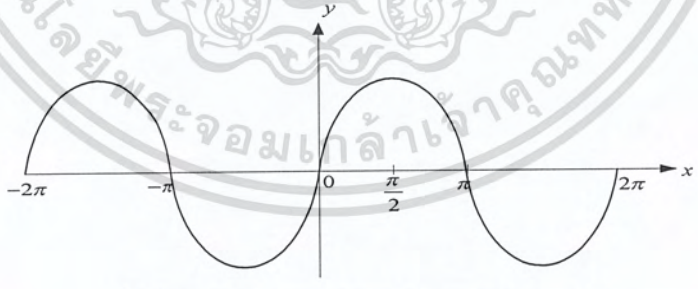
$$\frac{d}{dx}\left(\cos x\right) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cot x\right) = -\text{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\text{cosec } x\right) = -\text{cosec } x \cot x$$

2.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ

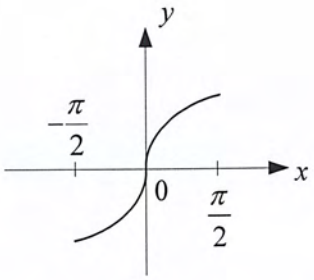
พิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y = \sin x$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้าลากเส้นตรงขนานกับแกน x จะพบว่าเส้นตรงตัดกราฟหลายจุด ซึ่งแสดงว่า ค่าของ x มีมากกว่าหนึ่งค่าที่ทำให้ได้ค่า y เดียวกัน กรณีเช่นนี้ จะกล่าวว่าฟังก์ชัน $y = \sin x$ ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง



รูปที่ 2.1 ฟังก์ชัน $y = \sin x$ เมื่อ $-2\pi \le x \le 2\pi$

ถ้าพิจารณาฟังก์ชัน $y = \sin x$ เมื่อ $-2\pi \le x \le 2\pi$ จะเห็นว่าฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เมื่อ $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ ดังรูปที่ 2.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ฟังก์ชัน $y=\sin x$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$

เนื่องจากฟังก์ชัน $y=f(x)=\sin x$ เมื่อ $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และ f^{-1} เป็นฟังก์ชันผกผันของ f แล้ว $f^{-1}(x)=y$ ก็ต่อเมื่อ $f(y)=x$

ดังนั้นจึงสามารถกำหนดฟังก์ชันผกผันของไซน์ ได้ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

$$\sin^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \sin y=x \quad \text{และ} \quad y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right], x\in R$$

ในทำนองเดียวกัน จะนิยามฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติอื่น ๆ ได้ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

$$\cos^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \cos y=x \quad \text{และ} \quad y\in(0,\pi), x\in[-1,1]$$

$$\tan^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \tan y=x \quad \text{และ} \quad y\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right), x\in R$$

$$\cot^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \cot y=x \quad \text{และ} \quad y\in(0,\pi), x\in R$$

$$\sec^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \sec y=x \quad \text{และ} \quad y\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right), |x|\ge 1$$

$$\csc^{-1}(x)=y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \csc y=x \quad \text{และ} \quad y\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]\cup\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right], |x|\ge 1$$

ฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ และสูตรการหาอนุพันธ์ มีดังนี้

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผัตรีโกณมิติ

$$\frac{d}{dx}\left(\sin^{-1}u\right)=\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cos^{-1}u\right)=\frac{-1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tan^{-1}u\right)=\frac{1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\csc^{-1}u\right)=\frac{-1}{u\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dx}\left(\sec^{-1}u\right)=\frac{1}{u\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cot^{-1}u\right)=\frac{-1}{u^2+1}\frac{du}{dx}$$

<u>หมายเหตุ</u> สำหรับฟังก์ชัน $\sec^{-1}$ นั้น สามารถเลือกช่วงให้เรนจ์เป็น $y\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ โดยมีโดเมน $|x|\geq 1$ ก็ได้ ในกรณีนี้สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันจะเป็น

$$\frac{d}{dx}\left(\sec^{-1}u\right)=\frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx},|u|\geq 1$$

2.4 อนุพันธ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก

ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกนิยามจากฟังก์ชันเลขชี้กำลัง e^x และ e^{-x} ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

$$\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x=\frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\operatorname{csch} x=\frac{1}{\sinh x}$$

$$\operatorname{sech} x=\frac{1}{\cosh x}$$

$$\coth x=\frac{\cosh x}{\sinh x}$$

เอกลักษณ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก จะอยู่ในรูปแบบคล้ายคลึงกับเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ เอกลักษณ์ที่สำคัญมีดังนี้

เอกลักษณ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก

$$\sinh(-x)=-\sinh x$$

$$\cosh^2 x-\sinh^2 x=1$$

$$\cosh(-x)=\cosh x$$

$$1-\tanh^2 x=\operatorname{sech}^2 x$$

$$\sinh(x+y)=\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y$$

$$\cosh(x+y)=\cosh x\cosh y+\sinh x\sinh y$$

ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกเป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ ต่อไปนี้คือสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$$

2.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก

ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกมีฟังก์ชันผกผันในช่วงที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งนิยามได้ดังนี้

<u>บทนิยาม</u>

$y = \sinh^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\sinh y = x$ และ $y \in R, x \in R$

$y = \cosh^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\cosh y = x$ และ $y \geq 0, x \in [1, \infty)$

$y = \tanh^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\tanh y = x$ และ $y \in R, |x| < 1$

$y = \coth^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\coth y = x$ และ $y \in R, |x| > 1$

$y = \operatorname{sech}^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\operatorname{sech} y = x$ และ $y > 0, x \in (0,1)$

$y = \operatorname{csch}^{-1} x$ ก็ต่อเมื่อ $\operatorname{csch} y = x$ และ $y \in R, x \neq 0$

เนื่องจากฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกนิยามในรูปของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง e^x และ e^{-x} และฟังก์ชัน เลขชี้กำลังเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันลอการิทึม ดังนั้นฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิกจึงสามารถเขียนในรูป ของฟังก์ชันลอการิทึมได้

<u>บทนิยาม</u>

$$\sinh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right), x \in R$$
$$\cosh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right), x \in [1, \infty)$$
$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), |x| < 1$$
$$\coth^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), |x| > 1$$
$$\operatorname{sech}^{-1} x = \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right), x \in (0,1)$$
$$\operatorname{cosech}^{-1} x = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right), x \neq 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูตรการหาอนุพันธ์ฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิกได้จากอนุพันธ์ของฟังก์ชันตามบทนิยาม

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก

$$\frac{d}{dx}\left(\sinh^{-1}u\right)=\frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\cosh^{-1}u\right)=\frac{1}{\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tanh^{-1}u\right)=\frac{1}{1-u^2}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\operatorname{cosech}^{-1}u\right)=\frac{-1}{|u|\sqrt{u^2+1}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\operatorname{sech}^{-1}u\right)=\frac{-1}{u\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\coth^{-1}u\right)=\frac{1}{1-u^2}\frac{du}{dx}$$

2.6 กฎลูกโซ่ (Chain Rule)

พิจารณาจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $F(x)=\left(x^2+3\right)^{30}$ จะเห็นว่าไม่สามารถหา $F'(x)$ โดยใช้สูตรที่กล่าวมาแล้ว ฟังก์ชัน F เป็น ฟังก์ชันประกอบ (composite function) กล่าวคือ ถ้าให้ $y=f(u)=u^{30}$ และ $g(x)=x^2+3$ แล้ว สามารถเขียนได้ว่า $y=f\left(g(x)\right)=f\circ g(x)$ หรือ $F(x)=f\left(g(x)\right)=f\circ g(x)$ (เมื่อ $y=F(x)$) และถ้าสามารถหาอนุพันธ์ f' และ g' ได้แล้ว จะได้ว่า

$$\begin{aligned}y' &= F'(x)\\ &= f'(u)g'(x)\\ &= f'\left(g(x)\right)g'(x)\end{aligned}$$

หรือ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$

เรียกสูตรที่ได้ว่า กฎลูกโซ่ นั่นคือ

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}=f'(u)g'(x)=f'\left(g(x)\right)g'(x)$$

พิจารณาฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ $F'(x)$ จะอาศัยกฎลูกโซ่เช่นเดียวกัน ดังนี้

จาก $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}=f'(u)g'(x)=f'\left(g(x)\right)g'(x)$

เมื่อ $y=F(x)=f\left(g(x)\right)$ จะได้

$$\frac{d}{dx}\underbrace{f}_{\text{ฟังก์ชันนอก}}\underbrace{\left(g(x)\right)}_{\substack{\text{หาค่าที่}\\ \text{ฟังก์ชันใน}}}=\underbrace{f'}_{\substack{\text{อนุพันธ์ของ}\\ \text{ฟังก์ชันนอก}}}\underbrace{\left(g(x)\right)}_{\substack{\text{หาค่าที่}\\ \text{ฟังก์ชันใน}}}\cdot\underbrace{g'(x)}_{\substack{\text{อนุพันธ์ของ}\\ \text{ฟังก์ชันใน}}}$$

การใช้กฎลูกโซ่ สามารถขยายตามจำนวนฟังก์ชันที่นำมาประกอบกัน เช่น ถ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$y = f(u), u = g(v), v = h(x)$ แล้ว จะได้ว่า

$$y' = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$$
$$f'(u)\,g'(v)\,h'(x)$$

2.7 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมและฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลอการิทึมและฟังก์ชันเลขชี้กำลังใช้สูตรดังต่อไปนี้

$$\frac{d}{dx}\left(\log_a u\right) = \frac{1}{u}\log_a e \frac{du}{dx}, a \in R^+, a \neq 1$$
$$\frac{d}{dx}\left(\ln u\right) = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$$
$$\frac{d}{dx}\left(a^u\right) = a^u \ln a \frac{du}{dx}, a \in R^+, a \neq 1$$
$$\frac{d}{dx}\left(e^u\right) = e^u \frac{du}{dx}$$

<u>หมายเหตุ</u>

$$\frac{d}{dx}\left(\ln x\right) = \frac{1}{x}$$
$$\frac{d}{dx}\left(e^u\right) = e^x$$

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่อยู่ในรูปฐานและกำลังมี 4 กรณี คือ

(1) $\frac{d}{dx}\left(a^b\right) = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว

(2) $\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]^b = b\left[f(x)\right]^{b-1} f'(x)$ (การหาอนุพันธ์ใช้กฎลูกโซ่)

(3) $\frac{d}{dx}\left[a^{g(x)}\right] = a^{g(x)} \ln a \cdot g'(x)$ (การหาอนุพันธ์ใช้สูตรของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง)

(4) $\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]^{g(x)}$ (การหาอนุพันธ์จะอาศัยสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม)

2.8 อนุพันธ์อันดับสูง (Higher Derivative)

สำหรับฟังก์ชัน $y = f(x)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ เรียกอนุพันธ์ดังกล่าวว่า อนุพันธ์อันดับ 1 เขียนแทนด้วย $y', \frac{dy}{dx}$ หรือ $f'(x)$ ถ้า $y', \frac{dy}{dx}$ หรือ $f'(x)$ มีอนุพันธ์ เรียกอนุพันธ์ดังกล่าวว่า อนุพันธ์อันดับ 2 เขียนแทนด้วย $y'', \frac{d^2y}{dx^2}$ หรือ $f''(x)$ ในทำนองเดียวกัน $y''', \frac{d^3y}{dx^3}$ หรือ $f'''(x)$ จะแทนอนุพันธ์อันดับ 3 และโดยทั่วไป $y^{(n)}, \frac{d^ny}{dx^n}$ หรือ $f^{(n)}(x)$ จะแทนอนุพันธ์อันดับ n

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.9 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย

ฟังก์ชันโดยปริยาย (Implicit Function) คือฟังก์ชันที่แยกไม่ชัดเจนว่าเป็นฟังก์ชันของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายนั้น ทำได้ตามขั้นตอนดังนี้

(1) จากโจทย์กำหนดฟังก์ชันที่แยกไม่ชัดเจนว่าเป็นฟังก์ชันของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง

(2) หาอนุพันธ์ของทั้งสองข้างของสมการเทียบ x โดยคิดว่า y เป็นฟังก์ชันของ x ที่หาอนุพันธ์ได้

(3) รวมพจน์ที่มี $\frac{dy}{dx}$ ไว้ด้านหนึ่งของสมการ

(4) แยก $\frac{dy}{dx}$ เป็นตัวร่วมออก

(5) แก้สมการหา $\frac{dy}{dx}$

ตัวอย่าง $xy+x-2y-1=10$

$$\frac{d}{dx}(xy+x-2y-1)=\frac{d}{dx}(10)$$

$$\left(x\frac{d}{dx}y+y\frac{d}{dx}x\right)+\frac{d}{dx}(x)-2\frac{d}{dx}(y)-\frac{d}{dx}(1)=\frac{d}{dx}(10)$$

$$x\frac{dy}{dx}+y+1-2\frac{dy}{dx}=0$$

$$x\frac{dy}{dx}-2\frac{dy}{dx}=-1-y$$

$$\frac{dy}{dx}(x-2)=-1-y$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-1-y}{x-2}$$

2.10 ฟังก์ชันของสองตัวแปรและมากกว่าสองตัวแปร

การหาอนุพันธ์ย่อยเป็นการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันของตัวแปรอิสระตั้งแต่ สองตัวขึ้นไปหรือฟังก์ชันหลายตัวแปร (Function of Several Variables) เนื่องจากทฤษฎีพื้นฐานของฟังก์ชันหลาย ตัวแปรมีความแตกต่างจากทฤษฎีพื้นฐานของฟังก์ชันหนึ่งตัวแปรเป็นอย่างมากแต่มีคล้ายคลึงกับทฤษฎีพื้นฐานของฟังก์ชันสองตัวแปรจึงกล่าวถึงฟังก์ชันสองตัวแปรเป็นส่วนใหญ่

ตัวแปร z เรียกว่า เป็นฟังก์ชัน (Function) ของสองตัวแปร x และ y ถ้าแต่ละคู่อันดับ (x,y) ที่กำหนดให้สามารถหา ค่า z ได้เพียงหนึ่งค่าเท่านั้นเราใช้สัญลักษณ์ $f(x,y), F(x,y)$ เป็นต้น แทนค่าของฟังก์ชันที่ (x,y) และเขียน $z=f(x,y), z=F(x,y)$ ในบางครั้งใช้สัญลักษณ์ $z=z(x,y)$ ด้วยเหมือนกัน และเรียก z ว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable) เรียก x และ y ว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variable) เซตของจุด (x,y) ที่ทำให้ $z=f(x,y)$ หาค่าได้เป็นจำนวนจริงจะเรียกว่า โดเมน(Domain) ของฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง จงหาโดเมนของฟังก์ชัน $z=\sqrt{1+(x^2+y^2)}$

ค่าของ z จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ $1-(x^2+y^2)\geq 0$ หรือ $0x^2+y^2\leq 1$

ดังนั้น โดเมนของฟังก์ชันคือ $\{(x+y)\}\in R\times R/x^2+y^2\leq 1$

2.11 อนุพันธ์ย่อย (Partial Derivatives)

อนุพันธ์ธรรมดาของฟังก์ชันหลายตัวแปรเทียบกับหนึ่งในหลายตัวแปรอิสระ ซึ่งหาได้โดยการให้ตัวแปรอิสระอื่นๆเป็นค่าคงตัวจะเรียกอนุพันธ์ธรรมดานั้น ว่าอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันเทียบกับตัวแปรนั้นให้ f เป็นฟังก์ชันของ x และ y อนุพันธ์ย่อยของ $f(x,y)$ เทียบกับ x และ y เขียนแทนด้วย $\frac{\partial f}{\partial x}$ หรือ $f_x, f_x(x,y), \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_y$ และ $\frac{\partial f}{\partial y}$ หรือ $f_y, f_y(x,y), \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|$ ตามลำดับ สัญลักษณ์หลังนั้นจะใช้เมื่อต้องการเน้นแสดงตัวแปรที่ทำให้เป็นค่าคงตัวโดยนิยาม

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}$$

ตัวอย่าง จงหา $f_x(1,2)$ และ $f_y(1,2)$

$$f(x,y)=2x^3+3xy^2$$

$$f_x=\frac{\partial f}{\partial x}=6x^2+3y^2$$

$$f_y=\frac{\partial f}{\partial y}=6xy$$

แทนค่า $x=1$ และ $y=2$ ลงใน $f_x(x,y)$ และ $f_y(x,y)$ จะได้

$$f_x(x,y)=6(1)^2+3(2)^2=18$$

$$f_y(1,2)=6(1)(2)=12$$

ตัวอย่าง ถ้า $\phi(x,y)=x^3y+e^{xy^2}$ จงหา ϕ_x,ϕ_y

$$\phi_x=\frac{\partial\phi}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}(x^3y+e^{xy^2})=3x^2y+e^{xy^2}.y^2=3x^2y+y^2e^{xy^2}$$

$$\phi_y=\frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}(x^3y+e^{xy^2})=x^3+e^{xy^2}.2xy=x^3+2xye^{xy^2}$$

2.12 อนุพันธ์ย่อยอันดับสอง (Partial Derivative of Second Order)

เมื่อ $z=f(x,y)$ เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ย่อยที่หนึ่งได้คือ $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}$ ซึ่งต่างก็เป็นฟังก์ชันของ x และ y แล้วถ้าเราสามารถหาอนุพันธ์ย่อยได้อีกก็หมายถึงนำผลที่ได้ไปหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ x และ y อีกครั้งหนึ่ง เรียกว่าอนุพันธ์ย่อยอันดับสองซึ่งจะมีทั้งหมด 4 ตัว ดังนี้

1. $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f_x(x+\Delta x,y)-f_x(x,y)}{\Delta x}=\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial f}{\partial x})=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=f_{xx}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. $\lim_{\Delta y\to 0}\dfrac{f_x(x,y+\Delta y)-f_x(x,y)}{\Delta y}=\dfrac{\partial}{\partial y}(\dfrac{\partial f}{\partial x})=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=f_{xy}$

3. $\lim_{\Delta x\to 0}\dfrac{f_y(x+\Delta x,y)-f_y(x,y)}{\Delta x}=\dfrac{\partial}{\partial x}(\dfrac{\partial f}{\partial x})=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=f_{yx}$

4. $\lim_{\Delta y\to 0}\dfrac{f_y(x,y+\Delta y)-f_y(x,y)}{\Delta y}=\dfrac{\partial}{\partial y}(\dfrac{\partial f}{\partial y})=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=f_{yy}$

สำหรับสัญลักษณ์ f_{xy} หมายความว่าเมื่อหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน $f(x,y)$ เทียบกับ x แล้ว จึงหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน f_x เทียบกับ y ส่วน f_{yx} หมายความว่าเมื่อหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน $f(x,y)$ เทียบกับ y แล้ว จึงหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน f_y เทียบกับ x ดังนั้น f_{xy} และ f_{yx} จึงแตกต่างกันที่ลำดับของการหาอนุพันธ์ย่อยซึ่งผลที่ได้โดยทั่วๆไปอาจจะเท่ากันหรือไม่ก็ได้ ในกรณีที่ฟังก์ชัน $f(x,y)$ มี f_x และ f_y เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องในบริเวณข้างเคียงของจุด (x,y) ใดๆ และสามารถหา f_{xy} (หรือ f_{yx}) ได้ ถ้า f_{xy} (หรือ f_{yx}) ยังคงเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องในบริเวณดังกล่าวแล้ว จะสามารถหา f_{xy} (หรือ f_{yx}) ได้เสมอ และ $f_{xy}=f_{yx}$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาอนุพันธ์ย่อยอันดับสองทั้งหมดของ ฟังก์ชัน $f(x,y)=x^2y+e^{xy}$

วิธีทำ $f_x=\dfrac{\partial}{\partial x}(x^2y+e^{xy})=2xy+ye^{xy}$ และ $f_y=\dfrac{\partial}{\partial y}(x^2y+e^{xy})=x^2+xe^{xy}$

ดังนั้น $f_{xx}=\dfrac{\partial}{\partial x}(2xy+ye^{xy})=2y+y^2e^{xy}$

$f_{xy}=\dfrac{\partial}{\partial y}(2xy+ye^{xy})=2x+e^{xy}+yxe^{xy}$

$f_{yy}=\dfrac{\partial}{\partial y}(x^2+xe^{xy})=x^2e^{xy}$

$f_{yx}=\dfrac{\partial}{\partial x}(x^2+xe^{xy})=2x+e^{xy}+xye^{xy}$

จะเห็นว่า $f_{xy}=f_{yx}$

2.13 อนุพันธ์ย่อยอันดับสาม (Partial Derivative of Third Order)

เมื่อ $z=f(x,y)$ จะมีอนุพันธ์ย่อยอันดับสองคือ $f_{xx},f_{xy},f_{yx},f_{yy}$ ซึ่งต่างก็เป็นฟังก์ชันของ x และ y แล้ว ถ้าสามารถหาอนุพันธ์ย่อยได้อีกก็หมายถึงนำผลที่ได้จากอันดับสองไปหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ x และ y ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เรียกว่าอนุพันธ์ย่อยอันดับสามซึ่งมีดังนี้

เมื่อ $z=f(x,y)$ จะได้ว่า

$\dfrac{\partial}{\partial x}(\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2})=\dfrac{\partial^3 f}{\partial x^3}=f_{xxx}$

$\dfrac{\partial}{\partial y}(\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2})=\dfrac{\partial^3 f}{\partial y\partial x^2}=f_{xxy}$

$\dfrac{\partial}{\partial x}(\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x})=\dfrac{\partial^3 f}{\partial x\partial y\partial x}=f_{xyx}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}) = \frac{\partial^3 f}{\partial^2 y \partial x} = f_{xyy}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}) = \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} = f_{yyx}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}) = \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} = f_{yyy}$$

สำหรับอนุพันธ์ย่อยอันดับที่มากกว่าสามขึ้นไปก็ทำได้ในทำนองเดียวกัน

2.14 อนุพันธ์ย่อยอันดับสูง (Higher Order Partial Derivative)

สำหรับฟังก์ชัน $u = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ เมื่อหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับตัวแปร $x_1, x_2, ..., x_n$ ได้ n จำนวนแล้ว อนุพันธ์ย่อยเหล่านี้ยังคงเป็นฟังก์ชันของตัวแปร $x_1, x_2, ..., x_n$ และเรียกอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งซึ่งแต่ละตัว อาจจะมีอนุพันธ์ย่อยเทียบกับตัวแปรใดตัวหนึ่งหรือทุกตัวก็ได้ถ้าอนุพันธ์ย่อยของอนุพันธ์อันดับหนึ่งหาได้ เราเรียกว่าอนุพันธ์ย่อยอันดับสองสำหรับอนุพันธ์ย่อยอันดับอื่นๆ ที่สูงกว่าสองก็เช่นเดียวกัน เช่น อนุพันธ์ย่อยของอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง เรียกว่าอนุพันธ์ย่อยอันดับสามเป็นต้นในที่นี้จะกล่าวถึงอนุพันธ์ย่อยอันดับสองและอันดับสามเท่านั้น เมื่อเข้าใจหลักการแล้วก็สามารถจะทำอันดับที่สูงขึ้นไปอีกได้ด้วยตนเอง

2.15 อนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันมากกว่าสองตัวแปร

สำหรับฟังก์ชัน $f(x, y, z)$ ซึ่งมีตัวแปรอิสระ 3 ตัวจะมีอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่ง 3 ตัว คือ $f_x(x, y, z), f_y(x, y, z), f_z(x, y, z)$ การคำนวณหาอนุพันธ์ย่อย $f_x(x, y, z)$ นั้นจะให้ y และ z เป็นค่าคงตัว แล้วหาอนุพันธ์ย่อยของ f เทียบกับ x ในทำนองเดียวกันสำหรับการหาอนุพันธ์ย่อย $f_y(x, y, z)$ จะให้ตัวแปร x และ z เป็นค่าคงตัว และการหาอนุพันธ์ย่อย $f_z(x, y, z)$ จะให้ตัวแปร x และ y เป็นค่าคงตัว

ถ้าให้ $w = f(x, y, z)$ แล้วอนุพันธ์ย่อยของ f เขียนแทนด้วย

$$\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y} \text{ และ } \frac{\partial w}{\partial z}$$

โดยทั่วไป ถ้า $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร n ตัวแปร แล้วจะมีอนุพันธ์ย่อยของ f อยู่ n ฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ย่อยแต่ละตัว ต้องกำหนดให้ตัวแปร $n-1$ ตัวคงที่ แล้วหาอนุพันธ์ของ f เทียบกับตัวแปรที่เหลือ ถ้า $w = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ แล้วอนุพันธ์ย่อยของ w เขียนแทนด้วย $\frac{\partial w}{\partial x_1}, \frac{\partial w}{\partial x_2}, ..., \frac{\partial w}{\partial x_n}$ โดยที่ $\frac{\partial w}{\partial x_i}$ หาได้จากการให้ตัวแปร x_i โดยที่ $j \neq i$ ทุกตัวคงที่ แล้วหาอนุพันธ์ของ w เทียบกับ x_i

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาอนุพันธ์ย่อยทั้งหมดของฟังก์ชัน $w = x\ln(x + yz^2)$

วิธีทำ $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x\ln(x + yz^2)) = \frac{x}{x + yz^2} + \ln(x + yz^2)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(x\ln(x+yz^2)) = \frac{xz^2}{x+yz^2}$$
$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(x\ln(x+yz^2)) = \frac{2xyz}{x+yz^2}$$

2.16 ดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอด (Total Differentail)

ในการหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน $z = f(x,y)$ เป็นการพิจารณาเมื่อตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งมีการเปลี่ยนแปลง ต่อไปจะพิจารณาผลของการที่ x และ y มีการเปลี่ยนแปลงพร้อมๆกัน ให้ (x,y) เป็นจุดๆหนึ่งอยู่ในโดเมนของฟังก์ชัน $z=(x,y)$ ถ้า x และ y มีส่วนเปลี่ยนแปลง $\Delta x = dx$ และ $\Delta y = dy$ ตามลำดับ ทำให้ค่าของฟังก์ชันเปลี่ยนจากเดิมเป็น Δz

$$\Delta z = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)$$

เรียก Δz ว่าส่วนเปลี่ยนแปลงรวมยอด(Total Increment) ของฟังก์ชัน $z = f(x,y)$

นิยาม ถ้า $z = f(x,y)$ มีอนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial f}{\partial x}$ และ $\frac{\partial f}{\partial y}$ โดยที่อนุพันธ์ย่อยนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุด (x,y) ใดๆ ในโดเมนแล้ว ดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอดของ z ณ จุด (x,y) ในโดเมนนั้นคือ $\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$ จะเขียนแทนด้วย dz สำหรับนิพจน์ที่อยู่ในรูป $P(x,y)dx + R(x,y)dy$ จะเรียกว่า Exact Differential ก็ต่อเมื่อสามารถหาฟังก์ชัน $z(x,y)$ ซึ่งมีดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอด dz เท่ากับนิพจน์นั้นและได้ $dz = P(x,y)dx + R(x,y)dy$ เช่น $xdx + ydy$ เป็น Exact Differential เพราะว่ามีฟังก์ชัน $z(x,y) = \frac{x^2+y^2}{2}$ ซึ่ง $d\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right) = xdx + ydy$ เป็นต้นสำหรับฟังก์ชัน $z = f(x,y)$ ที่มีอนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial f}{\partial x}$ และ $\frac{\partial f}{\partial y}$ และเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุด (x,y) ใดๆ ในโดเมน ถ้า Δx และ Δy มีค่าน้อยลงเท่าใด dz และ Δz จะมีค่าใกล้เคียงกันมากเท่านั้น

ตัวอย่าง จงหาส่วนเปลี่ยนแปลงรวมยอด และดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอดของฟังก์ชัน $z = xy$ ณ จุด $(2,3)$ โดยที่ $\Delta x = dx = 0$ และ $\Delta y = dx = 0.2$

วิธีทำ จาก $z = xy = f(x,y)$

ดังนั้นส่วนเปลี่ยนแปลงรวมยอดของฟังก์ชัน คือ

$$\begin{aligned}\Delta z &= f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)\\ &= (x+\Delta x)(y+\Delta y) - xy\\ &= x\Delta y + y\Delta x + \Delta x\Delta y\\ &= (2)(0.2) + (3)(0.1) + (0.1)(0.2) = 0.72\end{aligned}$$

ดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอดของฟังก์ชันคือ

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
117337

$$= ydx + xdy$$

$$= (3)(0.1) + (2)(0.2) = 0.70$$

ในกรณีของฟังก์ชันหลายตัวแปรทั่วๆไป $z = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ถ้า $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, ..., \frac{\partial f}{\partial x_n}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดใด แล้ว ดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอด ณ จุดนั้น

คือ $dz = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$

2.17 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ

กำหนดให้ $z = f(x, y)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร x และ y โดยที่ x และ y เป็นฟังก์ชันของตัวแปร t นั่นคือ $x = x(t)$ และ $y = t(t)$ ดังนั้น z จะขึ้นกับตัวแปร t ด้วยถ้าดิฟเฟอเรนเชียลรวมยอดของ z คือ $dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$ ดังนั้นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน z เทียบกับ t เขียนได้ว่า $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$ เรียกสมการนี้ว่า กฎลูกโซ่ (Chain Rule) ของฟังก์ชันประกอบสองฟังก์ชัน

ในทำนองเดียวกัน สำหรับฟังก์ชันประกอบหลายตัวแปรทั่วๆไป $z = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ โดยที่ $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), ..., x_n = x_n(t)$ จะได้ $\frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{dx_1}{dt} + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt}$

ในกรณีฟังก์ชันประกอบ $z = f(x, y)$ มี x และ y เป็นฟังก์ชันของตัวแปรมากกว่าหนึ่งตัว สมมติ $s = s(x, t)$ และ $y = y(s, t)$ ดังนั้น z จะขึ้นอยู่กับตัวแปร s และ t อนุพันธ์ย่อย z เทียบกับ s และ t คือ $\frac{\partial z}{\partial s}$ และ $\frac{\partial z}{\partial t}$ ตามลำดับโดยอาศัยหลักเดียวกันจะได้ว่า $\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$

และ $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาอนุพันธ์ $\frac{dz}{dt}$ ของฟังก์ชัน $z = \sin(x + y)$ เมื่อ $x = \cos t$ และ $y = e^t$

<u>วิธีทำ</u> จากสมการ $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$

ได้ว่า $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$

$$= [\cos(x + y)](-\sin t) + [\cos(x + y)]e^t$$

$$= [-\cot(x + y)]\sin t + e^t \cos(x + y)$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาอนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial z}{\partial x}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y}$ ของฟังก์ชันประกอบ $z = ln(u^2 + v)$ โดยที่

$u = e^{x+y^2}, v = x^2 + y, y > 0$

<u>วิธีทำ</u> $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}$

$$= \frac{2u}{u^2 + v}[e^{x+y^2}] + \frac{1}{u^2 + v}[2x]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{2}{u^2+v}[u(e^{x+y^2})+x]$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= \frac{2u}{u^2+v}(2y)[e^{x+y^2}] + \frac{1}{u^2+v}[1]$$

$$= \frac{2}{u^2+v}[4uy(e^{x+y^2})+1]$$

2.18 ทฤษฎีคอมโพเน็นต์

คอมโพเน็นต์ คือส่วนย่อยของระบบที่ไม่ขึ้นกับส่วนอื่นๆ และซ่อนรายละเอียดการทำงานไว้ภายในโดยมีส่วนติดต่อกับภายนอกเพื่อให้สามารถเรียกใช้งานได้ ความสามารถนี้ทำให้ คอมโพเน็นต์สามารถนำกลับมาใช้ใหม่ได้

Component Diagram เป็น Static Diagram ที่ใช้สำหรับจำลองลักษณะทางกายภาพของ Object-Oriented System โดยที่จะแสดงให้เห็นถึง ส่วนประกอบทาง Software ต่าง ๆ ของระบบ รวมถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Component ต่างๆ ของระบบรวมถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Component ต่างๆ ด้วย Component Diagram จะมีความสัมพันธ์กับ Class Diagram เพราะในแต่ละ Component นั้นจะประกอบไปด้วย Class ที่มีอยู่ในระบบตั้งแต่ 1 Class ขึ้นไป

Component แต่ละตัวนั้นสามารถแบ่งแยกออกเป็น Component ย่อยๆได้เช่นเดียวกันซึ่งเมื่อพิจารณาโดยละเอียดแล้ว Component Diagram ก็สามารถจำลองลักษณะการทำงานที่มี Routine ย่อยอยู่ในโปรแกรมหลักได้

ประโยชน์ที่สำคัญของ Component Diagram คือสามารถแบ่งระบบงาน (System) ขนาดใหญ่ออกเป็นระบบย่อยๆ (Subsystem) ซึ่งแต่ละ Subsystem ก็จะมี Component ต่างๆ ประกอบอยู่ การแบ่งออกเป็น Subsystem เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปแล้วว่าสามารถทำให้การพัฒนาระบบมีประสิทธิภาพ และสนับสนุนหลักการพัฒนาระบบงานแบบเป็นทีมงานที่สามารถแบ่งส่วนย่อยต่างๆ ให้แต่ละส่วนงานย่อยไปรับผิดชอบได้

2.18.1 การพัฒนาเชิงคอมโพเน็นต์

การพัฒนาเชิงคอมโพเน็นต์นั้นมีความหมายกับคนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันไปตามความต้องการ ซึ่งมีลักษณะเด่นบางอย่างที่นิยามความเป็นระบบคอมโพเน็นต์ดังต่อไปนี้

- คอมโพเน็นต์มีลักษณะของออบเจ็กต์ คือการซ่อนรายละเอียด (Encapsulated)โพลีมอร์ฟิค (polymorphic) การกำหนดหน้าที่ และการกำหนดอินเทอร์เฟซ
- คอมโพเน็นต์ออกแบบภายใต้เฟรมเวิร์ก (Framework) ซึ่งได้สร้างข้อจำกัดบางอย่างไว้ เช่น ต้องไม่มีหลาย Threads ไม่มีการติดต่อกับภายนอกโดยไม่ผ่านบริการของเฟรมเวิร์ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- คอมโพเน็นต์สามารถอยู่ได้ด้วยตัวเองโดยไม่พึ่งพาคอมโพเน็นต์อื่นๆ ยกเว้นคอมโพเน็นต์ของเฟรมเวิร์กที่คอมโพเน็นต์ดังกล่าวที่ใช้อยู่
- ทุกคอมโพเน็นต์มีอินเตอร์เฟซสามัญที่แน่นอน (Fix and common) และอินเตอร์เฟซนี้เปลี่ยนแปลงไม่ได้
- คอมโพเน็นต์สามารถอธิบายตนเองได้ โดยอินเตอร์เฟสของคอมโพเน็นต์จะต้องมีข้อมูลมากพอที่สามารถทำให้ไคลเอ็นต์สามารถเข้าใจวิธีใช้คอมโพเน็นต์นั้นได้

2.18.1.1 เฟรมเวิร์ก

เฟรมเวิร์ก คือ สภาพแวดล้อมที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

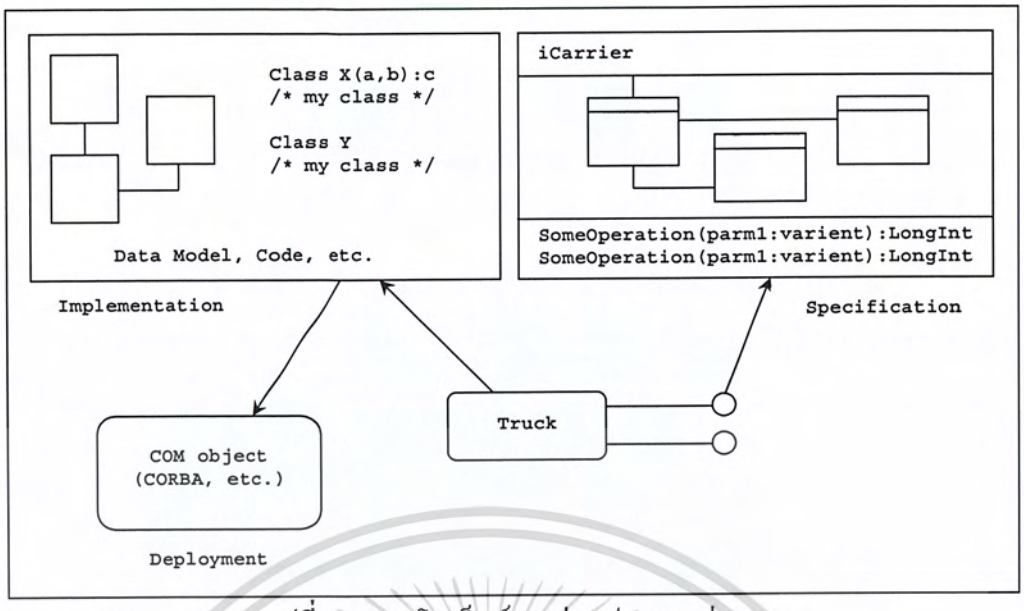
1) สร้างอินสแทนซ์ของคอมโพเน็นต์ตอนรันไทม์
2) ทำให้คอมโพเน็นต์ค้นพบคอมโพเน็นต์อื่นๆ ได้
3) ทำให้คอมโพเน็นต์ต่างๆ สามารถติดต่อกันได้
4) จัดหาบริการสามัญ เช่น เพอร์ซิสเทนซ์ (Persistence) ทรานส์แซ็กชัน (Transaction) ความไม่ขึ้นกับสถานที่ การรักษาความปลอดภัย มอนิเทอริง (Monitoring)

2.18.1.2 ส่วนประกอบของคอมโพเน็นต์

คอมโพเน็นต์จะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วนดังนี้

1) อินเทอร์เฟซ (Interface) คอมโพเน็นต์จะถูกเรียกใช้งานผ่านทางอินเทอร์เฟซ
2) อิมพลีเมนต์เตชัน (Implementation) เป็นโค้ดที่กำหนดการทำงานของคอมโพเน็นต์
3) ดีพลอยเมนต์ (Deployment) เป็นเอ็กซิคิวต์ไฟล์จะใช้ในการทำงานได้ ทำหน้าที่จัดหารันไทม์เอ็นไวรอนเมนต์ ในการควบคุมการทำงานของคอมโพเน็นต์ และจัดหาเซอร์วิสที่จำเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 คอมโพเน็นต์และส่วนประกอบต่างๆ

2.18.1.3 คุณสมบัติของคอมโพเน็นต์

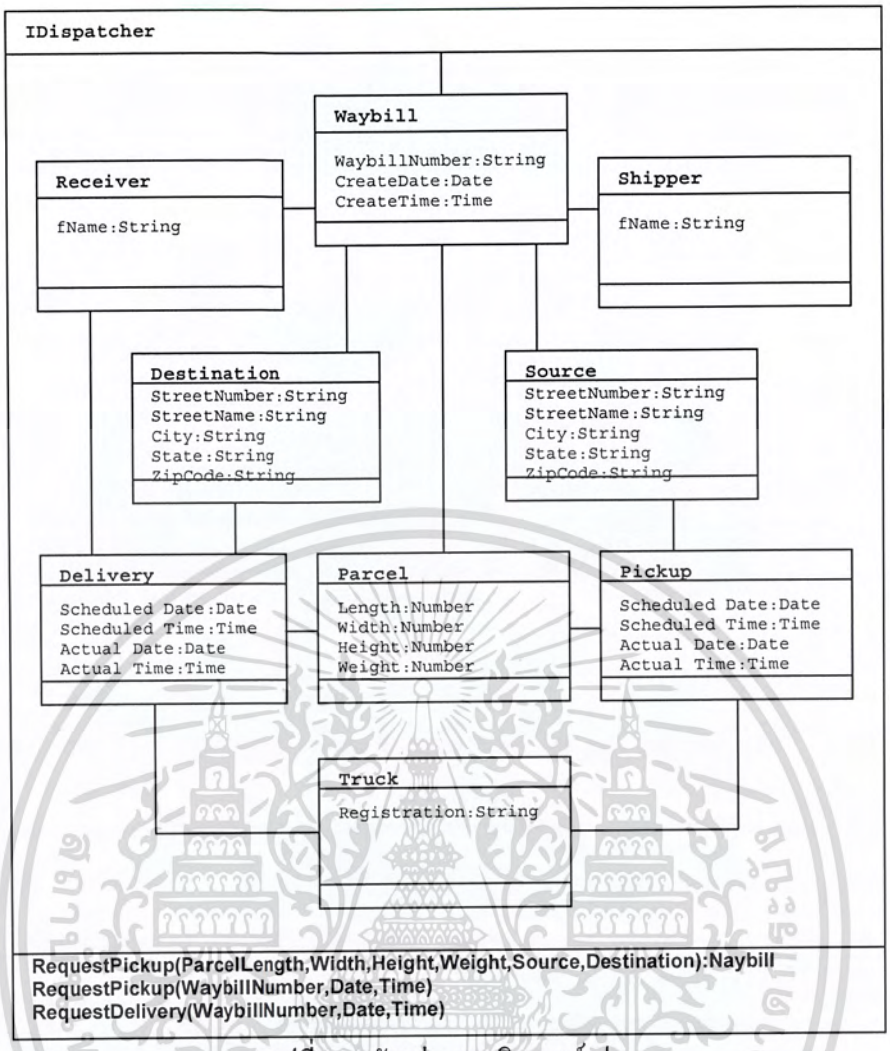
1) Encapsulated

เป็นกระบวนการในการซ่อนโค้ด หรืออิมพลีเมนต์เตชันของคอมโพเน็นต์ ผู้ใช้จะรู้เพียงอินเทอร์เฟซและจะใช้งานผ่านมันโดยไม่จำเป็นต้องรู้ถึงอิมพลีเมนต์เตชันหรือการทำงาน ทำให้การเปลี่ยนแปลงอิมพลีเมนต์เตชันไม่มีผลกระทบต่อผู้ใช้

2) Descriptive

เนื่องจากคอมโพเน็นต์จะต้องติดต่อผ่านอินเทอร์เฟซเท่านั้น จะต้องมีอินฟอร์เมชันของตนเองที่ผู้ใช้สามารถเข้าใจได้โดยอินฟอร์เมชันนั้นจะต้องอธิบายถึงอินเทอร์เฟส อิมพลีเมนต์เตชัน และดีพลอยเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 ตัวอย่างของอินเทอร์เฟซ

3) Replaceable

คอมโพเน็นต์มีความสามารถในการเปลี่ยนคอมโพเน็นต์หนึ่งกับคอมโพเน็นต์ใดๆ ที่มีอินเทอร์เฟซเหมือนกันได้

4) Extensible

สามารถเพิ่มความสามารถได้ ซึ่งมี 2 วิธีคือการเพิ่มอินเทอร์เฟซและมอบหมายหน้าที่ (Delegating Responsibility) การสร้างคอมโพเน็นต์ใหม่สามารถมอบหมายหน้าที่ให้กับบริการที่มีอยู่ในคอมโพเน็นต์ที่มีอยู่แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.19 ภาษา HTML

2.19.1 โครงสร้างพื้นฐานของ HTML

โครงสร้างของ HTML ประกอบไปด้วยส่วนของคำสั่ง 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็น ส่วนหัว (Head) และส่วนที่เป็นเนื้อหา (Body) โดยมีรูปแบบคำสั่งดังนี้

<HTML>
<HEAD>
<TITLE> } ชื่อโปรแกรมหรือข้อมูลที่ต้องการแสดงในส่วนหัว </TITLE>
</HEAD>
<BODY>
} คำสั่งหรือข้อความที่ต้องการให้แสดง
</BODY>
</HTML>

2.19.2 การจัดโครงสร้างแฟ้มเอกสาร

ในความง่ายของภาษา HTML เนื่องจากภาษานี้ไม่มีโครงสร้างใดๆ เป็นตัวกำหนดนอกจากโครงสร้างพื้นฐานเท่านั้น หรือแม้กรทั้งหากไม่มีโครงสร้างพื้นฐานอยู่ โปรแกรมที่เขียนขึ้นมานั้นก็สามารถทำงานได้เสมือนมีโครงสร้าง ทั้งนี้เป็นเพราะว่าตัวโปรแกรมเว็บบราวเซอร์ จะมองเห็นทุกสิ่งทุกอย่างในโปรแกรม HTML เป็นส่วนเนื้อหาทั้งสิ้น ยกเว้นในส่วนหัวที่ต้องมีการกำหนดแยกออกไปให้เห็นชัด ซึ่งสามารถ จะเขียนคำสั่ง หรือ ข้อความที่ต้องการให้แสดงอย่างไรก็ได้ เป็นเสมือนการพิมพ์งานเอกสารทั่วๆไป เว็บบราวเซอร์ จะแสดงผลออกมาตามที่ถูกกำหนดโดยใช้คำสั่งให้ตรงกับรหัสที่กำหนดไว้เท่านั้น

2.19.3 การแสดงผลที่เว็บบราวเซอร์

หลังจากมีการพิมพ์โปรแกรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้บันทึกเป็นไฟล์ที่มีนามสกุล .htm หรือ .html จากนั้นให้เรียกโปรแกรมเว็บบราวเซอร์ขึ้นมา ทำการทดสอบข้อมูลที่ผู้ใช้สร้าง จะถูกนำออกมาแสดงที่จอภาพ ถ้าไม่เขียนอะไรผิด บนจอภาพก็จะแสดงผลตามนั้น ถ้าเรามีการปรับปรุงแก้ไขข้อมูลในโปรแกรมเดิมให้อยู่ในรูปของโปรแกรมใหม่ ก็จำเป็นต้องโหลดโปรแกรมขึ้นมาใหม่ เพียงแต่เลื่อนเมาส์ไปคลิกที่ปุ่ม Refresh โปรแกรมก็จะทำการประมวลผล และแสดงผลออกมาใหม่ ในคำสั่ง HTML ส่วนใหญ่ใช้ตัวเปิดเป็นเครื่องหมายน้อยกว่า " < "ตามด้วยคำสั่ง และปิดท้ายด้วยเครื่องหมายมากกว่า " > " และมีตัวปิดที่มีรูปแบบเหมือนตัวเปิดเสมอ เพียงแต่จะมีเครื่องหมาย " / " อยู่หน้าคำสั่งนั้นๆ เช่น คำสั่ง <BODY> จะมี </BODY> เป็นคำสั่งปิดเมื่อใดที่ผู้เขียนลืมหรือพิมพ์คำสั่งผิดจะส่งผลให้การทำงานของโปรแกรมผิดพลาดทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.20 ภาษา PHP

2.20.1 ความหมายของ PHP

PHP ช่วยใน การพัฒนาเว็บไซต์ และความสามารถที่โดดเด่นอีกประการหนึ่งของ PHP คือ Database Enabled Web Page ทำให้เอกสารของ HTML สามารถที่จะเชื่อมต่อกับระบบฐานข้อมูล (Database)ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และรวดเร็วจึงทำให้ความต้องการในเรื่องการจัดรายการสินค้า และรับรายการสั่งของ ตลอดจนการจัดเก็บข้อมูลต่างๆ ที่สำคัญผ่านทาง Internet เป็นไปได้อย่างง่ายดาย PHP เป็นภาษาจำพวก Scripting Language คำสั่งต่างๆ จะเก็บอยู่ในไฟล์ที่เรียกว่า สคริปต์ (Script) และเวลาใช้งานต้องอาศัยตัวแปรชุดคำสั่ง ตัวอย่างของภาษาสคริปต์ เช่น JavaScript, Perl เป็นต้น ลักษณะของ PHP ที่แตกต่างจากภาษาสคริปต์แบบอื่นๆ คือ PHP ได้รับการพัฒนาและออกแบบมาเพื่อใช้งานในการสร้างเอกสารแบบ HTML โดยสามารถสอดแทรก หรือแก้ไขเนื้อหาได้โดยอัตโนมัติ ดังนั้นจึงกล่าวว่า PHP เป็นภาษาที่เรียกว่า Server Side หรือ HTML Embedded Scripting Language เป็นเครื่องมือที่สำคัญชนิดหนึ่งที่ช่วยให้ผู้ใช้สามารถสร้างเอกสารแบบ Dynamic HTML ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีลูกเล่นมากขึ้น เนื่องจากว่า PHP ไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของตัว Web Server ดังนั้นถ้าจะใช้ PHP จะต้องดูก่อนว่า Web Server นั้นสามารถใช้สคริปต์ PHP ได้หรือไม่ ยกตัวอย่างเช่น PHP สามารถใช้ได้กับ Apache Web Server และ Personal Web Server (PWP) สำหรับระบบปฏิบัติการ Windows 95/98/NT ในกรณีของ Apache สามารถใช้ PHP ได้สองรูปแบบคือ ในลักษณะของ CGI และ Apache Module ความแตกต่างอยู่ตรงที่ว่า ถ้าใช้ PHP เป็นแบบโมดูล PHP จะเป็นส่วนหนึ่งของ Apache หรือเป็นส่วนขยายในการทำงานนั่นเอง ซึ่งจะทำงานได้เร็วกว่าแบบที่เป็น CGI เพราะว่าถ้าเป็น CGI แล้ว ตัวแปรชุดคำสั่งของ PHP ถือว่าเป็นแค่โปรแกรมภายนอกซึ่ง Apache จะต้องเรียกขึ้นมาทำงานทุกครั้ง ที่ต้องการใช้ PHP ดังนั้น ถ้ามองในเรื่องของประสิทธิภาพในการทำงาน การใช้ PHP แบบที่เป็นโมดูลหนึ่งของ Apache จะทำงานได้มีประสิทธิภาพมากกว่า

2.20.2 ลักษณะเด่นของ PHP

- ใช้ได้ฟรี
- PHP เป็นโปรแกรมที่ทำงานข้าง Sever ดังนั้นขีดความสามารถไม่จำกัด
- PHP สามารถทำงานบนเครื่อง UNIX , Linux , Windows ได้
- เรียนรู้ง่าย เนื่องจาก PHP ฝังเข้าไปใน HTML และใช้โครงสร้างและไวยากรณ์ภาษาง่ายๆ
- ทำงานรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ
- ใช้ร่วมกับ XML ได้ทันที
- ใช้กับระบบแฟ้มข้อมูลได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ใช้กับข้อมูลตัวอักษรได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- ใช้กับโครงสร้างข้อมูลใช้ได้แบบ Scalar , Array , Associative Array
- ใช้กับการประมวลผลภาพได้

2.20.3 ชนิดของข้อมูล

Integer จำนวนเต็มบวก และจำนวนเต็มลบ เลขฐานสิบ ฐานแปด และฐานสิบหก

Float เป็นการเก็บนูปจำนวนจริงมีทั้งบวก และลบ รวมถึงทั้งเป็นทศนิยม และไม่มีทศนิยม

String เก็บจำนวนตัวเลข และข้อความที่แสดงลักษณะข้อความทั้งหมด

Array เก็บข้อมูลที่เป็นชุด หรือ เรียกอาร์เรย์

Object เก็บข้อมูลในลักษณะออบเจ็กต์เพื่อการเรียกใช้เป็น Class Object หรือ Function

Type juggling เก็บข้อมูลในลักษณะเฉพาะ หรือผู้ที่ใช้เพิ่มเข้ามาเป็นพิเศษ

2.20.4 หลักการตั้งชื่อตัวแปร

$var_name = value;

- ขึ้นต้นด้วยเครื่องหมาย $ แล้วตามด้วยตัวอักษร A-Z หรือ a-z
- มีความยาวไม่เกิน 255 ตัวอักษร
- ห้ามมีจุดทศนิยมหรือช่องว่าง
- จะต้องไม่ตรงกับคำสงวน และควรตั้งชื่อให้มีความหมายใกล้เคียงกับค่าที่เก็บ
- ตัวอักษรเล็กหรือใหญ่จะเป็นตัวแปรต่างกัน
- ถ้าตั้งตัวแปรมาใหม่ แล้วทับตัวแปรเก่า ค่าของตัวแปรเก่าจะหายไป

2.20.5 ค่าคงที่ (Constant)

ค่าที่กำหนดแล้วสามารถเรียกใช้งานได้ทุกๆ ครั้งที่เราประกาศขึ้นมา สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ

2.20.5.1 ค่าคงที่ PHP กำหนดมาให้ เป็นค่าที่เราสามารถนำไปใช้งานได้ทันที

E_ERROR	แสดงข้อผิดพลาดที่ Phrase ตรวจหาไม่พบ
E_WARNING	แสดงเงื่อนไขให้ทราบ และทำงานต่อไป
E_PARSE	เกิดข้อผิดพลาดใน Program ที่ไม่สามารถตรวจพบ
E_NOTICE	เมื่อเกิดความผิดพลาด การเอกซิคิวต์ยังมีต่อไป
FILE	แสดงชื่อไฟล์ที่ทำงานอยู่ เพื่อตรวจสอบหาข้อผิดพลาดในลักษณะของชื่อ File ที่ผิดพลาด
LINE	แสดงจำนวนบรรทัด เพื่อตรวจสอบหาข้อผิดพลาดใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลักษณะของบรรทัดที่ผิดพลาด

PHP_VERSION แสดง Version ของ PHP ที่ใช้งานอยู่

PHP_OS แสดงระบบปฏิบัติการที่ใช้เป็น Server

TRUE ตรวจสอบค่าจริง

FALSE ตรวจสอบค่าเท็จ

2.20.5.2 ค่าคงที่ที่ผู้ใช้กำหนดขึ้นเองเราสามารถกำหนดค่าคงที่ เหมือนกับการประกาศตัวแปรซึ่งมีรูปแบบ Define(Constant Name, Value)

1) Constant Name ชื่อของค่าคงที่

2) Value ค่าที่จะกำหนดให้

2.20.6 ตัวดำเนินการ และการเปรียบเทียบทางคณิตศาสตร์

2.20.6.1 ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmetic Operators)

ตาราง 2.1 ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmetic Operators)

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
$a + $b	บวก	ผลบวกของ $a และ $b
$a - $b	ลบ	ผลลัพธ์จาก $b ลบออกจาก $a
$a * $b	คูณ	ผลคูณของ $a และ $b
$a / $b	หาร	ผลหารของ $a และ $b
$a % $b	หารเอาเศษ	เศษจากการหารของ $a หาร โดย $b

2.20.6.2 ตัวดำเนินการเชิงข้อความ (String Operators)

เป็นตัวดำเนินการที่ใช้กับข้อความซึ่งจะใช้ (.) เพียงตัวดำเนินการเดียว

2.20.6.3 ตัวดำเนินการกำหนดค่า (Assignment Operators)

คำสั่งที่ใช้ในการคำนวณบางคำสั่งโดยเขียนแบบย่อเพื่อให้กระชับยิ่งขึ้น

ตาราง 2.2 ตัวดำเนินการกำหนดค่า (Assignment Operators)

เครื่องหมาย	ตัวอย่าง	ความหมาย
+=	$x+=4	$x=$x+4
-=	$x-=4	$x=$x-4
*=	$x*=4	$x=$x*4
/=	$x/=4	$x=$x/4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.20.6.4 ตัวดำเนินการเปรียบเทียบบิต (Bitwise Operators)

เป็นตัวดำเนินการที่ใช้กับการกระทำแบบบิตต่อบิตซึ่งเป็นการกระทำของเลขฐาน 2 การกระทำนี้จะเกิดขึ้นเป็นคู่ๆ ในเลขฐาน 2 คือค่า 0 กับ 1

ตาราง 2.3 ตัวดำเนินการเปรียบเทียบบิต (Bitwise Operators)

เครื่องหมาย	ชื่อ	ตัวอย่าง	ผลลัพธ์
&	Bitwise AND	$X&$Y	การทำAND
|	Bitwise OR	$X\|$Y	การทำOR
~	Bitwise NOT	~$X	การทำXOR
^	Bitwise XOR	$X^$Y	การกลับบิตในเลขฐาน 2
<<	Lift shift	$X<<$Y	การเลื่อนบิตข้อมูลไปทางซ้าย
>>	Right shift	$X>>$Y	การเลื่อนบิตข้อมูลไปทางขวา

2.20.6.5 ตัวดำเนินการเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Operators)

ใช้สำหรับรวมประโยคคำสั่งที่เป็นเงื่อนไขทางตรรกะ

ตาราง 2.4 ตัวดำเนินการเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Operators)

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
$a and $b	And	จริงก็ต่อเมื่อ $a และ $b เป็นจริง
$a or $b	Or	จริงถ้า $a หรือ $b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง
$a xor $b	Xor	จริงถ้า $a หรือ $b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง แต่จะไม่จริงถ้าทั้งสองไม่จริง
! $a	Not	จริงถ้า $a ไม่จริง
$a && $b	And	จริงทั้ง $a และ $b เป็นจริง
$a || $b	Or	จริงถ้า $a หรือ $b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง

2.20.6.6 ตัวดำเนินการเชิงเปรียบเทียบ (Comparison Operators)

ใช้ในการเปรียบเทียบค่า 2 ค่า ในประโยคคำสั่งใช้ตัวดำเนินการนี้เพื่อคืนค่าที่ให้ค่าความจริง (True) หรือเท็จ (False)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 2.5 ตัวดำเนินการเชิงเปรียบเทียบ (Comparison Operators)

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
$a == $b	เท่ากับ	จริงถ้า $a มีค่าเท่ากับ $b
$a===$b	เหมือนกัน	จริงถ้า $a เหมือนกับ $b
$a != $b	ไม่เท่ากับ	จริงถ้า $a มีค่าไม่เท่ากับ $b
$a < $b	น้อยกว่า	จริงถ้า $a มีค่าน้อยกว่า$b
$a > $b	มากกว่า	จริงถ้า $a มีค่ามากกว่า $b
$a <= $b	น้อยกว่าหรือเท่ากับ	จริงถ้า $a มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $b
$a >= $b	มากกว่าหรือเท่ากับ	จริงถ้า $a มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $b

2.20.6.7 ตัวดำเนินการเพิ่ม-ลดค่า (Operator Precedence)

การบวกเพิ่มขึ้นที่ละ 1 โดยใช้เครื่องหมาย ++

เช่น $X++ หรือ ++$X มีค่าเท่ากับ $X=$X+1 การลดค่าลงทีละ 1 โดยใช้เครื่องหมาย – เช่น $X-- หรือ --$X มีค่าเท่ากับ $X=$X+1

2.20.7 เงื่อนไขเพื่อการตัดสินใจ

2.20.7.1 คำสั่ง if

คำสั่ง if ใช้ในการตรวจสอบนิพจน์ที่เรากำหนดขึ้น ถ้าตรวจสอบแล้วนิพจน์มีค่าเป็นจริง โปรแกรมจะทำงานภายใต้โค้ดที่ใช้ ในการประมวลผลดังรูปแบบของคำสั่ง if ดังนี้

รูปแบบ

if (นิพจน์)

{//โค้ดที่ใช้ในการประมวลผลหลังตรวจสอบนิพจน์แล้วมีค่าเท่ากับ true }

2.20.7.2 คำสั่ง else

จากรูปแบบของ if ถ้านิพจน์เกิดมีค่าเป็นเท็จขึ้นมา ผู้ใช้สามารถใช้ else เข้ามาร่วมทำงานกับ if ได้โดยที่อธิบายว่าจะทำอะไรต่อไปถ้านิพจน์นั้นมีค่าเป็นเท็จ ดังรูปแบบคำสั่งต่อไปนี้

รูปแบบ

if(นิพจน์)

{//โค้ดที่ใช้ในการประมวลผลหลังตรวจสอบนิพจน์แล้วมีค่าเท่ากับ true }

else

{//โค้ดที่ใช้ในการประมวลผลหลังตรวจสอบนิพจน์แล้วมีค่าเท่ากับ false}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.20.7.3 คำสั่ง else if

ในกรณีที่มีนิพจน์มากกว่า 1 ขึ้นไป เราจะใช้ else if เข้ามาทำการตรวจสอบนิพจน์นั้น

2.20.7. 4 คำสั่ง switch

คำสั่ง switch จะใช้ในการสร้างทางเลือกที่หลากหลาย คล้ายกับ if แต่จะเลือกเพียงทางหนึ่งทางเลือกออกมาทำงานโดยค่าผลลัพธ์ที่ได้จากการตรวจสอบนิพจน์นั้นจะอยู่ในรูปของ Boolean หรือ true หรือ false

รูปแบบ

```
switch(นิพจน์)
{ case choice1: //นิพจน์ที่ใช้ประมวลผล เมื่อเงื่อนไขตรงกับ choice1
break;
case choice2: //นิพจน์ที่ใช้ประมวลผล เมื่อเงื่อนไขตรงกับ choice2
break;
default: //นิพจน์ที่ใช้ประมวลผล เมื่อเงื่อนไขไม่ตรงกับ choice ข้างต้น}
```

2.20.7.5 Continue

เป็นคำสั่งกระโดดการทำงานรอบใหม่ คือเมื่อโปรแกรมพบคำสั่งนี้จะกระโดดทำงานใหม่ทันที

2.20.8 Require และ Include

คำสั่งทั้งสองมีไว้แทรกเนื้อหาจากไฟล์อื่นที่ต้องการ ข้อแตกต่างระหว่าง Include และ Require อยู่ตรงที่ว่า ในกรณีของการแทรกไฟล์ใช้ชื่อต่างๆ กันมากกว่าหนึ่งครั้งโดยใช้ลูปคำสั่ง Require จะอ่านเพียงแค่ครั้งเดียว คือ ไฟล์แรก และจะแทรกไฟล์นี้เท่านั้นไปตามจำนวนครั้งที่วนลูป ในขณะที่ Include สามารถอ่านไฟล์ต่างๆ กันได้ตามจำนวนครั้งที่ต้องการ

2.20.9 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ตาราง 2.6 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชัน	จุดมุ่งหมาย
max()	ต้องการหาค่าสูงสุด
min()	ต้องการหาค่าต่ำสุด
pi()	หาค่าคงที่ของ pi

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

pow()	หาค่าของเลขยกกำลัง
rad2deg()	แปลงค่าเรเดียนเป็นองศา
rand()	สร้างตัวเลขแบบสุ่ม
deg2rad()	มุมองศาเป็นเรเดียน
Exp()	หาค่ายกกำลังของ e
getrandmax()	ค่าสูงสุดที่ได้จากการสุ่มตัวเลข
HexDec()	แปลงเลขฐานสิบหกเป็นฐานสิบ
Log()	หาค่า log ฐานธรรมชาติ
Log10()	หาค่า log ฐาน 10
Cos()	หาค่าของ Cosine
Atan()	หาค่า tan
Asin()	หาค่า sine
Acos()	หาค่า arc cosine
Abs()	เมื่อต้องการหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

2.20.10 การเขียน PHP ร่วมกับ Html

ภาษา php สารถแทรกในเอกสาร Html ได้เหมือนกับภาษา Asp โดยจะอยู่ภายใต้เครื่องหมาย <? ..... ?> ซึ่งสามารถกำหนดได้หลายรูปแบบ เช่น

<? ... ?> (SGML style)

<?php ... ?> (XML style)

<script language="php"> ... </script> (JavaScript Style)

<% ... %> (ASP style)

2.21 ภาษา JavaScript

JavaScript เป็นภาษาโปรแกรม (Programming Language) ประเภทหนึ่งที่เรียกกัน "สคริปต์" ซึ่งมีวิธีการทำงานในลักษณะ "แปลความและดำเนินงานไปทีละคำสั่ง" (Interpret) ภาษานี้เดิมมีชื่อว่า LiveScript ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Netscape ด้วยวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้เว็บเพจแสดงเนื้อหาที่มีการเปลี่ยนแปลงไปได้ตามเงื่อนไข หรือสภาพแวดล้อมต่างๆกัน เพราะภาษา HTML เหมาะสำหรับใช้แสดงเอกสารที่มีเนื้อหาคงที่แน่นอน และไม่มีลูกเล่นอะไรมากมายนัก

เนื่องจาก JavaScript ช่วยให้ผู้พัฒนา สามารถสร้างเว็บเพจได้ตรงกับความต้องการ และมีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น ประกอบกับเป็นภาษาที่เปิดกว้างที่ใครๆสามารถนำไปใช้ได้ ดังนั้นจึง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้รับความนิยมเป็นอย่างสูง มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง รวมทั้งได้ถูกกำหนดให้เป็นมาตรฐานโดย ECMA ซึ่งเราจะพบว่าปัจจุบัน จะหาเว็บเพจที่ไม่ใช้ JavaScript เลย ได้ยากเต็มที

การทำงานของ JavaScript จะต้องมีการแปลความคำสั่ง ซึ่งขั้นตอนนี้จะถูกจัดการโดยบราวเซอร์ ดังนั้น JavaScript จึงสามารถทำงานได้เฉพาะบนบราวเซอร์ที่สนับสนุน ซึ่งในปัจจุบันบราวเซอร์เกือบทั้งหมดได้สนับสนุนการได้งานภาษา JavaScript แล้ว อย่างไรก็ดี สิ่งที่ต้องระวังคือ JavaScript มีการพัฒนาเป็นเวอร์ชันใหม่ๆ ออกมาอยู่เรื่อยด้วย ดังนั้น ถ้านำโค้ดของเวอร์ชันใหม่ ไปรันบนบราวเซอร์รุ่นเก่าที่ยังไม่สนับสนุน ก็อาจจะทำให้เกิด Error ได้เนื่องจากบางอย่างบนบราวเซอร์รุ่นเก่าไม่รองรับนั่นเอง

การทำงานของ JavaScript เกิดขึ้นบนบราวเซอร์ (เรียกว่าเป็น client-side script) ดังนั้นไม่ว่าผู้ใช้จะใช้เซิร์ฟเวอร์อะไร หรือที่ไหน ก็ยังคงสามารถใช้ JavaScript ในเว็บเพจได้ ต่างกับภาษาสคริปต์อื่น เช่น Perl, PHP หรือ ASP ซึ่งต้องแปลความและทำงานที่ตัวเครื่องเซิร์ฟเวอร์ (เรียกว่า Server Side Script) ดังนั้นจึงต้องใช้บนเซิร์ฟเวอร์ที่สนับสนุนภาษาเหล่านี้เท่านั้น อย่างไรก็ตาม จากลักษณะดังกล่าวทำให้ JavaScript มีข้อจำกัด คือ ไม่สามารถรับและส่งข้อมูลต่างๆ กับเซิร์ฟเวอร์โดยตรง เช่น การอ่านไฟล์จากเซิร์ฟเวอร์ เพื่อนำมาแสดงบนเว็บเพจ หรือรับข้อมูลจากผู้ใช้งาน เพื่อนำไปเก็บบนเซิร์ฟเวอร์ เป็นต้น ดังนั้นงานลักษณะนี้ จึงยังคงต้องอาศัยภาษา Server Side Script การทำงานของ JavaScript จะมีประสิทธิภาพมาก ถ้าสามารถดัดแปลงคุณสมบัติ ขององค์ประกอบต่างๆ บนเว็บเพจ (เช่น สี หรือรูปแบบของข้อความ) และสามารถรับรู้เหตุการณ์ ที่ผู้ใช้งานเว็บเพจโต้ตอบกับองค์ประกอบเหล่านั้น (เช่น การคลิก หรือเลื่อนเมาส์ไปวาง) ได้ ดังนั้นจากภาษา HTML เดิม ที่มีลักษณะสถิต (Static) ใน HTML เวอร์ชันใหม่ๆ จึงได้มีการพัฒนาให้มีคุณสมบัติบางอย่างเพิ่มขึ้น และมีลักษณะเป็นอ็อบเจ็ค " Object " มากขึ้น การทำงานร่วมกันระหว่างคุณสมบัติใหม่ของ HTML ร่วมกับ JavaScript นี้เอง ทำให้เกิดเป็นสิ่งที่เรียกว่า Dynamic HTML คือภาษา HTML ที่สามารถใช้สร้างเว็บเพจที่มีลักษณะพลวัต (Dynamic) ได้นั่นเอง

2.21.1 การใส่ JavaScript ลงในเวบเพจ

ผู้ใช้สามารถใส่ JavaScript ลงใน WebPage ของตนเองได้โดยการใส่ Tag <script> และ </script> คร่อมคำสั่งต่างๆของ JavaScript และกำหนด Language เป็นJavaScript

ตัวอย่าง

```
<script language="JavaScript">
window.open('<cite>คำสั่งต่างๆของ JavaScript</cite><br>');
</script>
```

Tag <Script> นี้จะใช้ได้ทั้งในส่วน Head และ Body ถ้าเป็นการประกาศ ฟังก์ชั่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือกำหนดค่าตัวแปรจะ นิยมทำในส่วน <Head>...</Head> แต่ถ้าเป็นคำสั่งให้ทำงานจริง จะใส่ในส่วน <Body>...</Body>

```
<html>
<head>
<script language="JavaScript">
.....JavaScript Code .....
</script>
</head>
<body>
.....
</body>
</html>
```

2.21.2 การแยกประโยคคำสั่ง

JavaScript จะมีการแยกประโยคคำสั่งอยู่ 2 แบบ คือ

- แยกด้วยเครื่องหมาย semi colon (;)
- แยกด้วยการขึ้นบรรทัดใหม่

ตัวอย่างการแยกประโยคคำสั่ง

แยกประโยคคำสั่งด้วย semi colon

```
<script language="JavaScript">
document.write ("dwthai.com");document.write("tip dreamweaver");
</script>
```

แยกประโยคคำสั่งด้วยการขึ้นบรรทัดใหม่

```
<script language="JavaScript">
document.write ("dwthai.com")
document.write("tip dreamweaver")
</script>
```

การแยกประโยคคำสั่งเพื่อความแน่ใจว่าเราจะไม่เขียนโปรแกรมผิดพลาด เราควรเลือกที่จะเขียนเครื่องหมาย semi-colon ต่อท้ายประโยคคำสั่งจะเป็นการดี

2.21.3 แสดงผลของ TAG HTML ด้วย JavaScript

การใส่ HTML Tag ลงในส่วนที่เป็น JavaScript สามารถใช้ document.write() สามารถเพิ่ม Tag ต่างๆ ลงในข้อความที่จะให้แสดง ตัวอย่างเช่น

```
<script language="javascript">
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
document.write('<H1>Hello This text is H1 size</H1>');
</script>
```

จากตัวอย่างเป็นการแทรกTag <H1> ลงไป เพื่อขยาย ข้อความ

"HelloThisTextIsH1 size"

2.21.4 วิธีการป้องกันการแสดงผลผิดพลาดจาก Browser ที่ไม่รู้จัก JavaScript

ใน Browser Version เก่ายังไม่มีการใช้ JavaScript ทำให้ Browser รุ่นเก่าๆ อย่าง Internet Explorer 2.0 ไม่เข้าใจคำสั่งภาษา JavaScript ดังนั้นทำให้อ่านคำสั่งต่างๆ ของ JavaScript ออกมาตรงๆ แบบ text ทั่วๆ ไป ดังนั้น Browser รุ่นเก่าจะเห็นโค้ดทั้งหมด ดังนั้น เราต้องหาวิธีป้องกันเพื่อไม่ให้ Browser รุ่นเก่าอ่าน Script ดังกล่าวได้ ซึ่งสามารถมีวิธีแก้ปัญหาคือการใส่เครื่องหมาย comment <!-- ...--> โดยการใส่คร่อม code JavaScript จากนั้นเวลาที่ Browser อ่านกรณีที่รู้จัก JavaScript ก็จะทำงาน แต่กรณีที่ไม่รู้จัก JavaScript ก็จะข้าม Script นั้นไปเพราะพบเครื่องหมาย comment นั่นเอง แต่ถ้าจะใช้เทคนิคนี้จริงๆ สามารถใช้แท็ก <Noscript>...</Noscript> โดยที่แท็กนี้จะทำให้ Browser ที่ไม่รู้จัก JavaScript แสดงข้อความภายในแท็กออกมา เพื่อบอกให้ผู้ใช้ทราบว่าตรงนี้มี Script อยู่ด้วย

```
<html>
<head><title>Using the noscript Tag</title></head>
<body>
<script language="JavaScript">
<!--
document.write("Hello World!");
//-->
</script>
<noscript>
JavaScript Here
</noscript>
</body>
</html>
```

2.22 โครงสร้างข้อมูลแบบสแตก (Stack)

จากโครงสร้างแบบอาร์เรย์ (Array) ซึ่งมีลักษณะเด่นอยู่ที่การเข้าถึงข้อมูลใดๆ ที่อยู่ในโครงสร้างสามารถกระทำได้โดยการอ้างถึงดัชนี (Index) หรือตำแหน่งของข้อมูลในโครงสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อาร์เรย์นั้นๆ แต่ในบางครั้งอาจมีรูปแบบการคำนวณที่ต้องการโครงสร้างข้อมูลที่มีลักษณะการเข้าถึงข้อมูลในลักษณะเฉพาะอย่างหรือเป็นไปตามกฎเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เช่น ลักษณะโครงสร้างข้อมูลที่เปิดปลายเพียงด้านเดียว เพื่อให้การดำเนินการกับข้อมูลในโครงสร้างสามารถกระทำได้เพียงปลายข้างหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นข้อมูลที่ถูกบรรจุอยู่ในโครงสร้างดังกล่าวเป็นตัวแรกที่ไม่สามารถถูกดึงข้อมูลออกจากโครงสร้างได้ ถ้าข้อมูลที่ตัวที่เข้ามาในลำดับหลังยังไม่ถูกดึงออกไปก่อน

โครงสร้างข้อมูลที่มีลักษณะดังกล่าวนี้ เรียกว่าโครงสร้างข้อมูลสแตก (Stack) นอกจากนี้โครงสร้างข้อมูลชนิดนี้ยังมีประโยชน์ในการจดจำการกระโดด (Jump) ค่าไปมาระหว่างโปรแกรมย่อย และการเขียนโปรแกรมแบบเรียกซ้ำ (Recursive) เครือข่าย (Network) หรือต้นไม้ (Tree)

2.22.1 ลักษณะของโครงสร้างสแตก

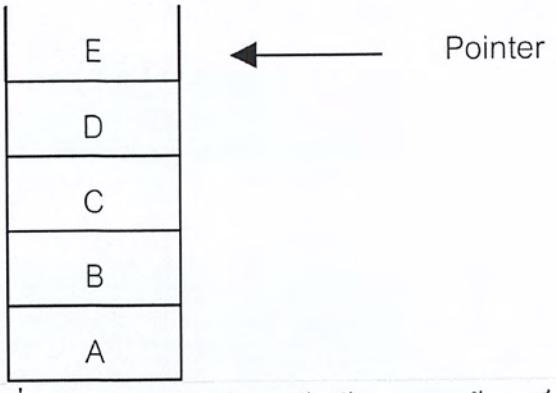
โครงสร้างข้อมูลแบบสแตก (Stack) เป็นโครงสร้างข้อมูลแบบรายการเชิงเส้น (Linear List) ที่มีลักษณะที่สำคัญ คือการนำข้อมูลเข้าสู่สแตก (Insertion : บางครั้งอาจเรียกว่า Pushing) และการนำข้อมูลออกจากสแตก (Deletion บางครั้งเรียกว่า Popping) สามารถกระทำได้เพียงปลายด้านเดียวของโครงสร้างเท่านั้น โดยข้อมูลที่เข้าไปเก็บทีหลังจะถูกนำออกมาใช้งานก่อนจะเรียกลักษณะแบบนี้ว่า เข้าหลังออกก่อน (Last In First Out : LIFO)

รูปที่ 2.5 สแตก (Stack)

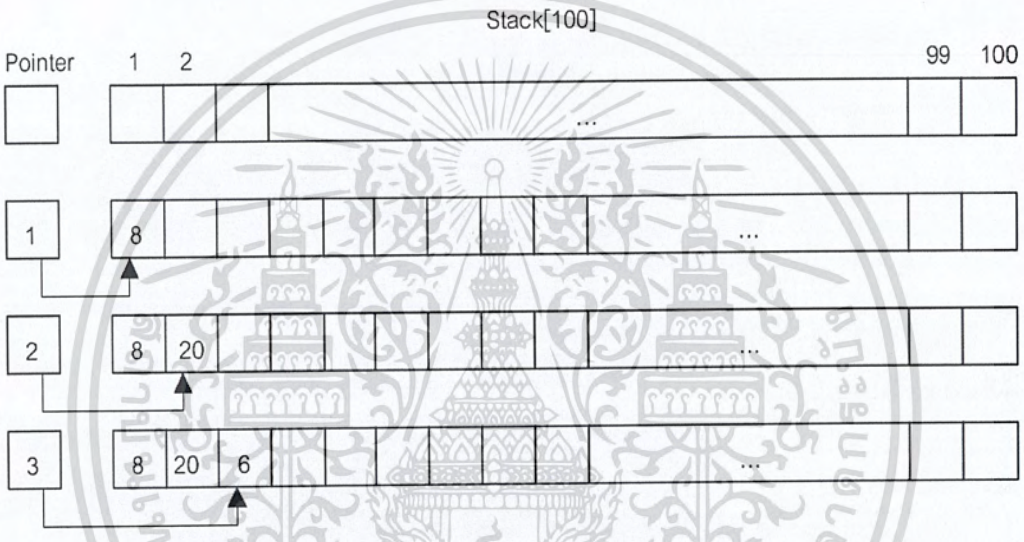
2.22.2 การแทนโครงสร้างข้อมูลแบบสแตก

โครงสร้างข้อมูลแบบสแตกสามารถแทนได้ด้วยโครงสร้างข้อมูลอาร์เรย์ แต่กำหนดวิธีการเข้าถึงข้อมูลในอาร์เรย์นั้นตามกฎเกณฑ์ของสแตก คือ เข้าหลังออกก่อน (Last In First Out : LIFO) ดังนั้นการเข้าถึงข้อมูลในโครงสร้างสแตกจะต้องอาศัยพอยเตอร์ (Pointer) ซึ่งทำหน้าที่ชี้ตำแหน่งของข้อมูลตัวสุดท้ายของสแตก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 แสดงการแทนโครงสร้างข้อมูลสแตกด้วยอาร์เรย์



รูปที่ 2.7 โครงสร้างข้อมูลสแตกด้วยอาร์เรย์ Stack[100]

2.22.3 การดำเนินการกับโครงสร้างข้อมูลแบบสแตก

การดำเนินการกับโครงสร้างข้อมูลแบบสแตก คือ กรรมวิธีในการจัดการข้อมูลที่อยู่ในโครงสร้างสแตกซึ่งได้แก่ การสร้างสแตก การเพิ่มข้อมูล และการลบข้อมูลในสแตก เป็นต้น

2.22.4 ค่าที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างสแตก

2.22.4.1 สแตกพอยน์เตอร์ (Stack Pinter : SP)

เป็นตัวชี้ข้อมูลค่าที่อยู่บนสุดของสแตก (Top of Stack) ใช้ในการชี้ตำแหน่งของสแตกเพื่อนำข้อมูลเข้าหรือนำข้อมูลออก โดย SP จะเปลี่ยนแปลงตลอดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลในโครงสร้างสแตก

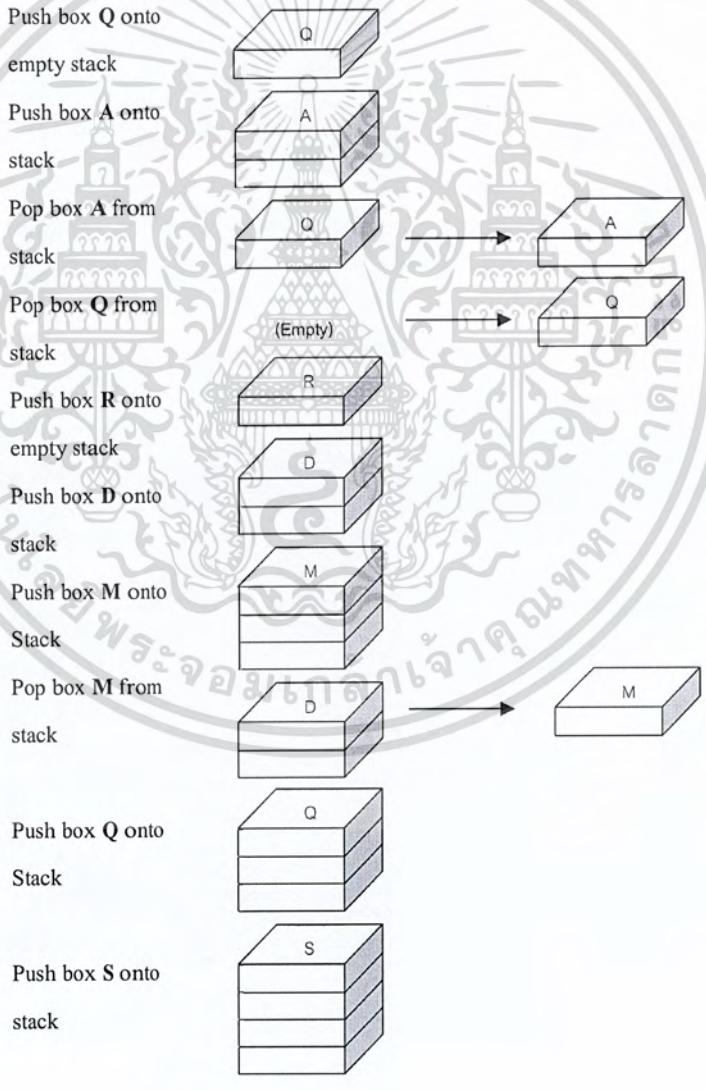
2.22.4.2 พุช (Push)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นการกระทำเพื่อนำข้อมูลเข้าสู่สแตก โดยก่อนที่จะนำข้อมูลเข้านั้น ค่า SP จะต้องย้ายตำแหน่งไปชี้ยังตำแหน่งช่องว่างถัดไปก่อน จากนั้นจึงนำข้อมูลเข้าไปเก็บในโครงสร้างเมื่อสแตกเต็มแล้ว หากมีการนำข้อมูลเข้าสู่สแตกอีกจะเกิดข้อผิดพลาดที่เรียกว่า โอเวอร์โฟลว์ (Overflow) ขึ้น

2.22.4.3 ป๊อบ (Pop)

เป็นการกระทำเพื่อนำข้อมูลที่อยู่บนสุดออกมาจากโครงสร้างสแตก เมื่อมีการนำข้อมูลออกไปแล้ว SP จะย้ายตำแหน่งถอยกลับไปยังตำแหน่งก่อนหน้านั้น เพื่อชี้ตำแหน่งปัจจุบันของข้อมูลค่าบนสุดเมื่อนำข้อมูลค่าสุดท้ายออกจากสแตกแล้วจะทำให้สแตกว่างเปล่า (Empty) ได้ หากมีการ Pop ค่าข้อมูลอีกจะเกิดข้อผิดพลาดที่เรียกว่า อันเดอร์โฟลว์ (Under Flow)



รูปที่ 2.8 ลักษณะการทำงานของสแตก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.23 การแปลงนิพจน์ Infix ให้เป็น Postfix

การแปลงนิพจน์ Infix ให้เป็น Postfix เป็นกระบวนการที่มีความสำคัญอย่างมากในการออกแบบโปรแกรมแปลภาษา (Compiler) ปกติแล้วโปรแกรมแปลภาษาจะไม่สามารถสร้างรหัสหรือชุดคำสั่งจากนิพจน์คณิตศาสตร์ (Arithmetics Expression) หรือตรรกศาสตร์ (Logical Expression) ที่ป้อนเข้าเครื่อง เช่น A+B ตัวโปรแกรมแปลภาษาจะต้องแปลนิพจน์ให้อยู่ในรูปของ AB+ ก่อนแล้วจึงเป็นชุดคำสั่งของเครื่องอีกต่อหนึ่ง เป็นต้น

นิพจน์ทางคณิตศาสตร์ (Arithmetics Expression) คือ นิพจน์ที่มีค่าตัวแปร (Variables) และค่าคงที่(Constant) ที่มีความสัมพันธ์กันโดยมีเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ (Operator) เป็นตัวดำเนินการ เช่น A + B * C / D - E ตัวแปรหรือค่าคงที่ในนิพจน์ เรียกว่า ตัวกระทำ (Operands) ซึ่งได้แก่ A , B , C, D และ E

เครื่องหมายที่ใช้ดำเนินการ เรียกว่า ตัวดำเนินการ (Operator) ซึ่งได้แก่ + , - , * และ /

2.23.1 นิพจน์ Infix (Infix Notation)

นิพจน์ Infix (Infix Notation) หมายถึง ประโยคนิพจน์ทางด้านคณิตศาสตร์ทั่วไปที่นิยมเขียนให้รูปของนิพจน์ที่มีตัวดำเนินการ (Operator) อยู่ระหว่างตัวกระทำ (Operands) เช่น A+B

ข้อดี คือ นิพจน์เขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไปของสมการทางคณิตศาสตร์ ทำให้เข้าใจง่าย

ข้อเสีย คือ ลำดับความสำคัญของเครื่องหมาย (Operator) ต่างกัน ทำให้เกิดความสับสนในการคำนวณ เช่น เครื่องหมายยกกำลัง (^) มีความสำคัญมากกว่าเครื่องหมายคูณและหาร (* และ /) และเครื่องหมายบวกและ ลบ (+ และ -) เป็นต้น เครื่องหมายใดมีความสำคัญมากกว่าก็จะถูกดำเนินการก่อน และ นิพจน์ใดที่มีเครื่องหมายที่มีความสำคัญเท่าจะกระทำจากซ้ายไปขวา

2.23.2 นิพจน์ Postfix (Postfix Notation)

นิพจน์ Postfix (Postfix Notation) หมายถึง ประโยคนิพจน์ทางด้านคณิตศาสตร์ทั่วไปที่เขียนให้รูปของนิพจน์ที่มีตัวดำเนินการ (Operator) อยู่หลังตัวกระทำ (Operands) ทั้งหมด เช่น AB+ บางครั้งเรียกนิพจน์ Postfix ว่า Polish String

ลักษณะที่สำคัญของนิพจน์ Postfix คือ

2.23.2.1 ตัวดำเนินการทุกตัวจะต้องอยู่หลังตัวกระทำสองตัวเสมอ

2.23.2.2 ตัวดำเนินการทุกตัวจะถูกวางให้อยู่ในลำดับที่ถูกต้องในการคำนวณ คือ ตัวดำเนินการใดที่จะต้องทำเป็นอันดับแรกจะถูกวางไว้ในอันดับที่ 1 ตัวดำเนินการที่ทำในลำดับที่ 2 จะถูกวางในลำดับที่ 2 และมีลักษณะเช่นนี้จนจบนิพจน์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.23.2.3 ไม่มีเครื่องหมายวงเล็บ () เนื่องจากความสำคัญของเครื่องหมายไม่มีผลในการคำนวณ

<u>ข้อดี</u> คือ นิพจน์เขียนอยู่ในรูปของตัวดำเนินการอยู่หลัง ทำให้การคำนวณจะเกิดขึ้นตามลำดับของเครื่องหมายดำเนินการ(Operator) ที่มีก่อนหลังในสมการ ทำให้ไม่มีปัญหาในเรื่องของความสำคัญของเครื่องหมายดำเนินการ และลดปัญหาการตรวจดูลำดับการทำงานของตัวดำเนินการ

<u>ข้อเสีย</u> คือ ทำความเข้าใจยากและสับสนกับเครื่องหมาย

2.23.3 เปรียบเทียบรูปแบบของนิพจน์ Infix และ Postfix

<u>Infix</u>	<u>Postfix</u>
A + B	AB +
A + B * C	ABC *+
(A + B) * C / D	DCAB +*/

การแปลงนิพจน์ Infix เป็นนิพจน์ Postfix ต้องใช้โครงสร้างของสแตก (Stack) เข้ามาเป็นตัวช่วยในกระบวนการนี้ และต้องนิยามหรือกำหนดลำดับความสำคัญของเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ หรือลำดับก่อนหลังของตัวกระทำให้ชัดเจนขึ้น โดยการพิจารณาถึงตัวดำเนินการทั้ง 5 ตัวดังนี้ + , - , * , / และ ^ (ยกกำลัง) ซึ่งแบบการคำนวณเพื่อแปลงนิพจน์ Infix เป็น Postfix อาศัยหลักการพิจารณาสัญลักษณ์ในนิพจน์ Infix ทีละตัวตามลำดับจากซ้ายไปขวา ในกระบวนการนี้มีสิ่งที่เกี่ยวข้อง 3 อย่าง คือ

- ข้อมูลนำเข้าซึ่งเป็นนิพจน์ Infix
- ข้อมูลนำออกซึ่งเป็นนิพจน์ Postfix
- สแตก (Stack) เก็บเครื่องหมายดำเนินการ (Operator Stack)

ขั้นตอนการแปลงนิพจน์ Infix เป็นนิพจน์ Postfix มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

2.23.3.1 ถ้าข้อมูลเข้า (Input character) เป็นตัวกระทำ (Operand) ให้นำไปไว้ที่ส่วนของผลลัพธ์ (Postfix String) ที่จัดเตรียมไว้

2.23.3.2 ถ้าข้อมูลเข้าเป็นตัวดำเนินการ (Operator) ให้ทำดังนี้

1) ถ้าสแตกว่าง (Empty Stack) ให้นำตัวดำเนินการเก็บลงสู่สแตก

2) ถ้าสแตกไม่ว่างแสดงว่ามีตัวดำเนินการอยู่ในสแตกก่อนแล้ว ให้เปรียบเทียบลำดับความสำคัญของตัวดำเนินการใหม่กับตัวดำเนินการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.7 ลำดับความสำคัญของตัวดำเนินการ

Level	Operator
6	Unary - , unary + , not
5	^
4	*,/
3	+,-
2	< , <= , = , >= , >
1	And
0	Or

3) ถ้าข้อมูลเข้าเป็นเครื่องหมายวงเล็บเปิด "(" ให้นำเครื่องหมายนี้ไปเก็บลงในสแตก

4) ถ้าข้อมูลเข้าเป็นเครื่องหมายวงเล็บปิด ")" ให้นำตัวกระทำ (Operand) ออกจากสแตกไปต่อในส่วนที่เป็นผลลัพธ์จนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิดแล้วทิ้งเครื่องหมายวงเล็บเปิดและวงเล็บปิดไป

5) ถ้าข้อมูลเข้าหมดแล้ว ให้นำตัวดำเนินการ (Operator) ออกจากสแตกไปต่อที่ผลลัพธ์จนกว่าจะหมดตามลำดับ

หลังจากแปลงนิพจน์ Intfix เป็นนิพจน์ Postfix แล้ว จะถูกนำข้อมูลไปประมวลผลตามตัวดำเนินการ (Operator) ที่เกิดขึ้นก่อนหลังในโปรแกรม

จากหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องข้างต้นที่ได้อธิบายแล้วนี้จะนำไปใช้สำหรับในขั้นตอนต่อๆ ไปในการดำเนินงานวิจัย และในบทถัดไปอธิบายถึงขั้นตอนการดำเนินงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
ขั้นตอนการดำเนินงาน

ในบทนี้กล่าวถึงขั้นตอนในการดำเนินงานของระบบทั้งหมด ลักษณะโดยรวม องค์ประกอบของระบบ การวางแผนงานและระบบงาน วิธีการคิดขั้นตอนวิธีต่างๆ ของโปรแกรม รวมถึงการวิเคราะห์และออกแบบระบบในเรื่องการหาอนุพันธ์ การแทนค่า ณ จุดต่างๆ การออกแบบในส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) และส่วนแสดงผล (Output) การออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้ หลักการที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม และการเขียนโปรแกรม

3.1 ลักษณะโดยรวมของระบบ

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ เป็นโปรแกรมที่สามารถใช้งานในรูปแบบเว็บไซต์โดยมีส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) เป็นฟังก์ชันที่ต้องการหาอนุพันธ์ในรูปแบบที่โปรแกรมสามารถทำได้ จากนั้นโปรแกรมจะแสดง ส่วนแสดงผล (Output) ออกมา นอกจากนี้โปรแกรมสามารถแทนค่าตัวแปรเป็นตัวเลขในฟังก์ชันที่ต้องการได้

3.2 แผนงานและการพัฒนาระบบ

3.2.1 ศึกษาการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้มีความเข้าใจในการใช้โปรแกรม ด้วยภาษา HTML PHP และ Javascript ในการทำงาน และทำการศึกษาคณิตศาสตร์ในหัวข้อเรื่องการหาอนุพันธ์เพื่อนำมาใช้คำนวณในการเขียนโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์

3.2.2 ออกแบบผังงาน (Flow chart) ของระบบ

3.2.3 กำหนดส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) ของระบบ

3.2.4 กำหนดส่วนแสดงผล (Output) ของระบบ

3.2.5 ออกแบบส่วนติดต่อผู้ใช้ (User interface)

3.2.6 เขียนโปรแกรมในรูปแบบเว็บไซต์โดยใช้ภาษา HTML PHP และ JavaScript

3.2.7 ทดสอบระบบงานที่ออกแบบไว้ โดยใช้ข้อมูลที่ได้สมมติค่าเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและทำการแก้ไขปรับปรุงโปรแกรมที่เกิดข้อผิดพลาดขึ้น

3.2.8 ระบบสามารถใช้งานได้ตามความต้องการ

3.3 ระบบงาน

การทำงานของระบบสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ส่วน

3.3.1 ส่วนนำเข้าข้อมูล (Input)

เป็นการรับค่าฟังก์ชันที่ต้องการหาอนุพันธ์ในรูปแบบที่กำหนดเพื่อให้โปรแกรมสามารถส่งค่าไปยังส่วนวิเคราะห์และประมวลผล (Process and

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Analysis) ต่อไป พร้อมทั้งมีการตรวจสอบส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) ว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้ามีข้อผิดพลาดจะแสดงให้ทราบว่าเกิดอะไรขึ้น โดยมีวิธีแก้ไขคือทำการกรอกส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) ใหม่

3.3.2 ส่วนวิเคราะห์และประมวลผล (Process and analysis)

เป็นการส่งค่าจากส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) มาทำการวิเคราะห์และประมวลผล (Process and Analysis) เกี่ยวกับการหาอนุพันธ์โดยโปรแกรมจะทำงานเพื่อให้ได้คำตอบตามรูปแบบที่ผู้ใช้ต้องการหาคำตอบจากนั้นเมื่อเสร็จสิ้นกระบวนการวิเคราะห์และประมวลผล (Process and Analysis) จะส่งต่อไปยังส่วนแสดงผล (Output)

3.3.3 ส่วนแสดงผล (Output)

เป็นการส่งค่าจากส่วนวิเคราะห์และประมวลผล (Process and Analysis) เพื่อนำมาแสดงผลออกทางจอภาพ

3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

3.4.1 เริ่มการทำงาน

3.4.2 รับค่าส่วนนำข้อมูลเข้า (Input)

3.4.3 เลือกการทำงาน

3.4.3.1 การหาอนุพันธ์

3.4.3.2 การแทนค่า ณ จุดต่างๆ

1) แทนค่าจากค่าที่รับเข้ามาจากส่วนนำข้อมูลเข้า (Input)

2) แทนค่าจากค่าที่ทำการหาอนุพันธ์แล้ว

3.4.4 แสดงผลลัพธ์ที่ส่วนแสดงผล (Output)

3.4.4.1 ผลลัพธ์จากการหาอนุพันธ์

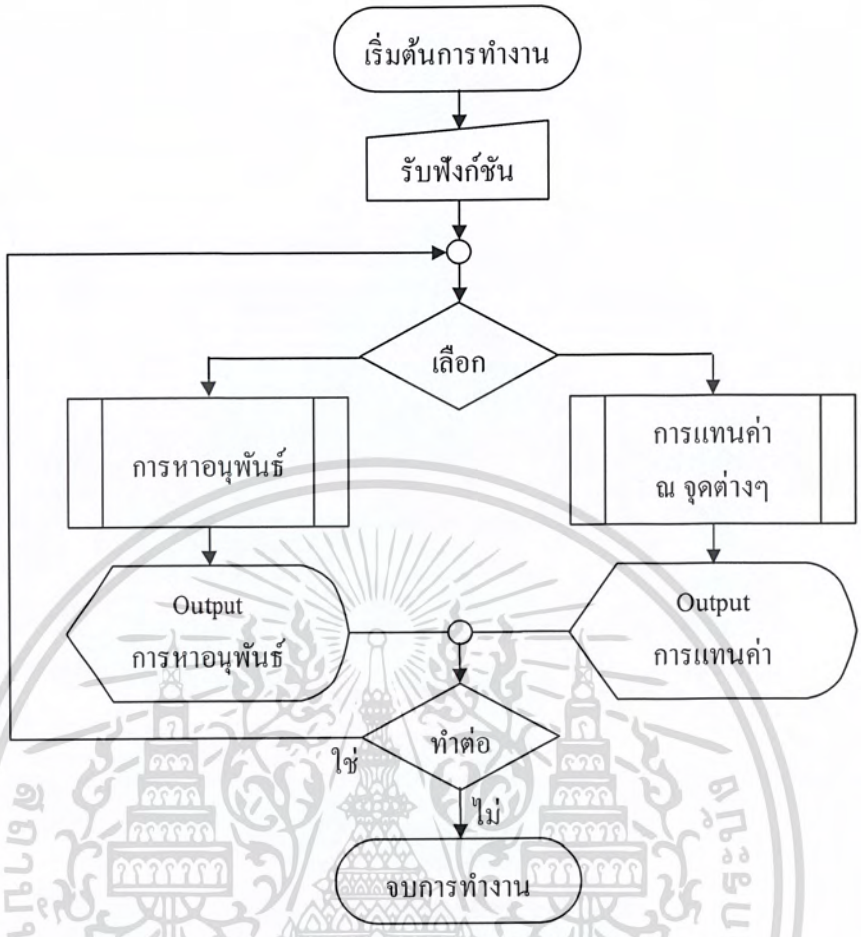
3.4.4.2 ผลลัพธ์จากการแทนค่า ณ จุดต่างๆ

1) ผลลัพธ์จากแทนค่าจากค่าที่รับเข้ามาจากส่วนนำข้อมูลเข้า(Input)

2) ผลลัพธ์จากแทนค่าจากค่าที่ทำการหาอนุพันธ์แล้ว

3.4.5 สิ้นสุดการทำงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

3.5 องค์ประกอบของโปรแกรม

องค์ประกอบของโปรแกรม ประกอบส่วนหลักที่มีการติดต่อกันในการทำงานของโปรแกรม โดยเริ่มจากการติดต่อการทำงานผ่านทางอินเทอร์เน็ตโดยเข้าไปที่เว็บไซต์และสามารถทำงานตามขั้นตอนการรับข้อมูลจากส่วนนำเข้าข้อมูล (Input) ในแต่ละส่วนที่ได้ออกแบบไว้ จากนั้นมีการส่งค่าต่างๆ ตามรูปแบบที่กำหนดเพื่อให้ได้คำตอบจึงประมวลผลโดยสามารถทำงานได้ 2 กรณี คือกรณีที่ต้องการหาอนุพันธ์ และกรณีที่ต้องการแทนค่าฟังก์ชัน ณ จุดต่างๆ แล้วจึงสามารถแสดงผลลัพธ์ออกมาในส่วนแสดงผล (Output)

3.5.1 ส่วนนำข้อมูลเข้า (Input)

3.5.1.1 Input_NumVar.php

3.5.1.2 Input_Var.php

3.5.1.3 Input_Function.php

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5.1.4 Input_VarDepend.php

3.5.1.5 Value.php

3.5.2 ส่วนประมวลผล (Process)

3.5.2.1 Index.php

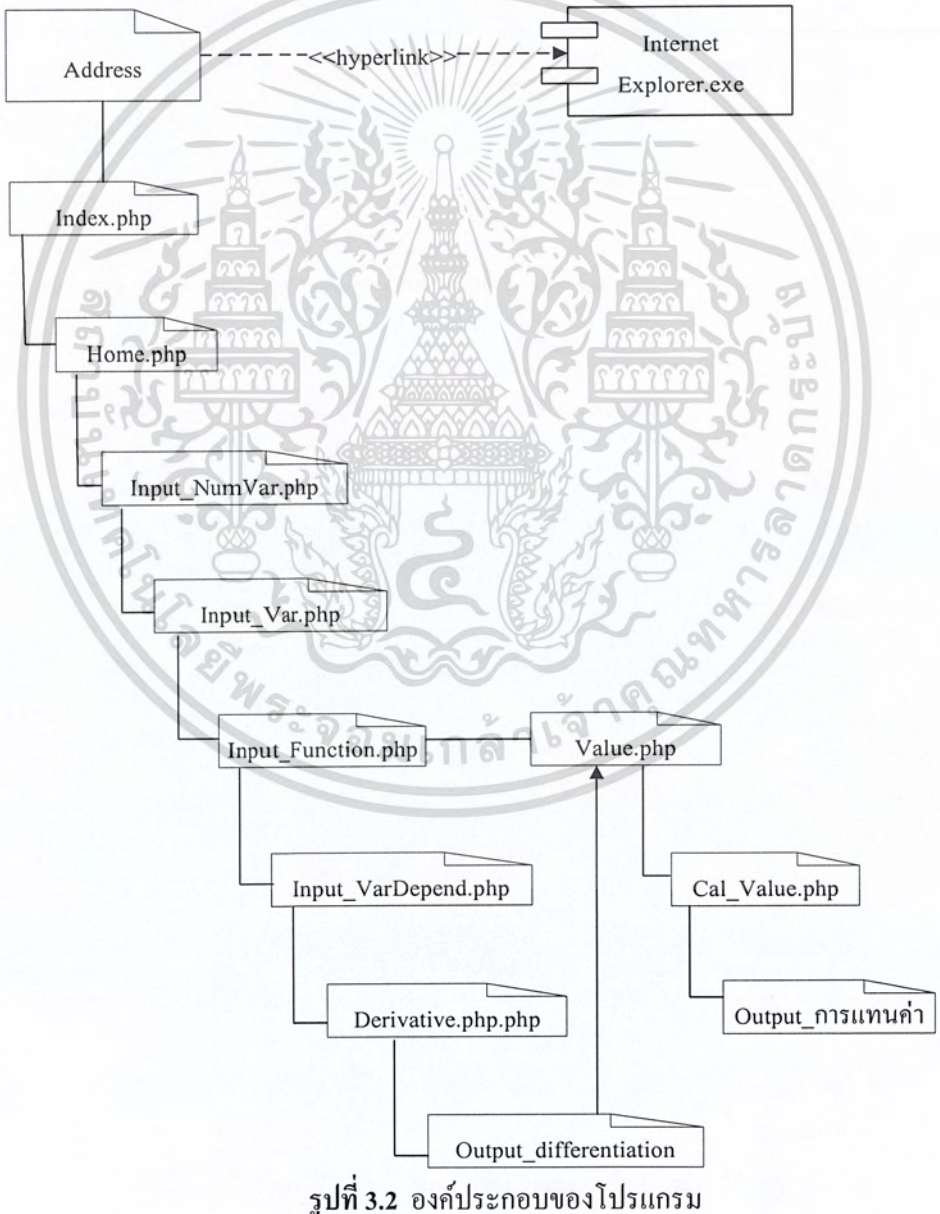
3.5.2.2 Home.php

3.5.2.3 Derivative.php

3.5.2.4 Cal_Value.php

3.5.3 ส่วนแสดงผล (Output)

3.5.3.1 Output.php

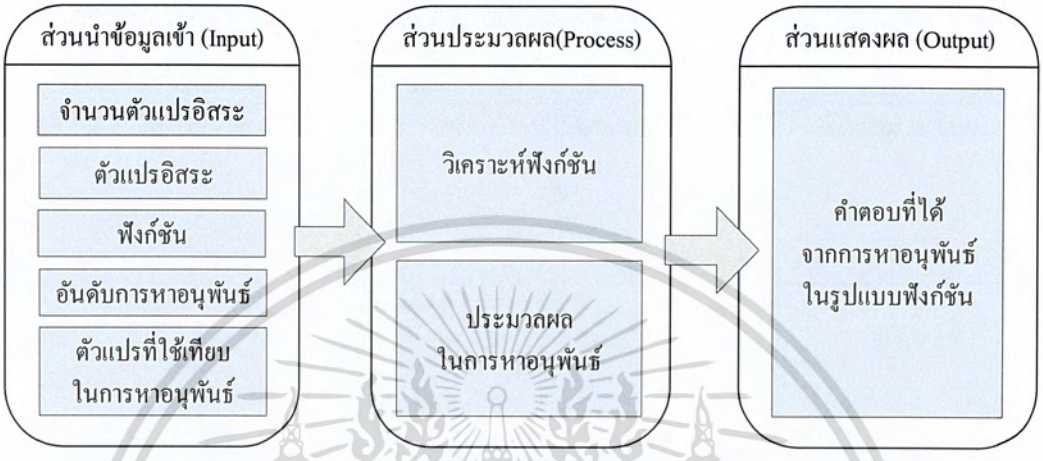


รูปที่ 3.2 องค์ประกอบของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.6 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล (Input and Output)

3.6.1 การหาอนุพันธ์



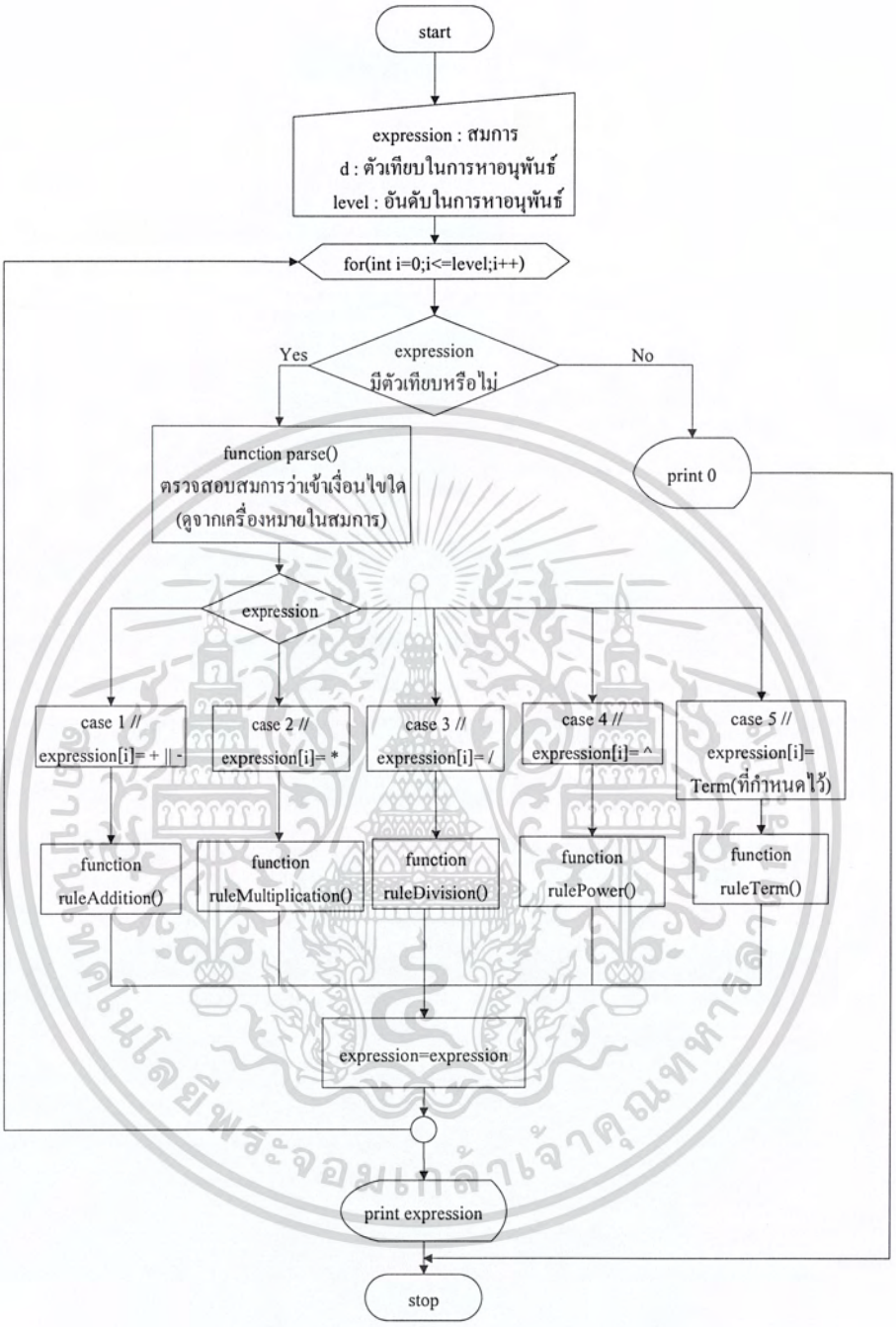
รูปที่ 3.3 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล ของการหาอนุพันธ์

3.6.2 การแทนค่า ณ จุดต่างๆ

รูปที่ 3.4 ส่วนนำเข้าข้อมูล และส่วนแสดงผล ของการแทนค่าฟังก์ชัน ณ จุดต่างๆ

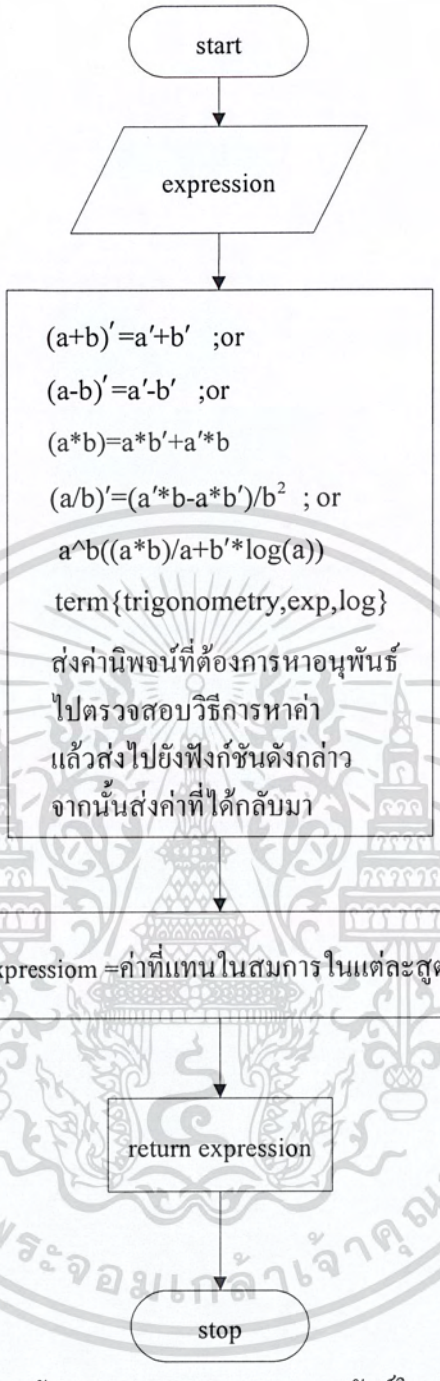
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.7 วิเคราะห์และออกแบบการหาอนุพันธ์



รูปที่ 3.5 ผังงานการออกแบบการหาอนุพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 ผังงานการออกแบบการหาอนุพันธ์ในแต่ละวิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.7.1 ส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) ของการหาอนุพันธ์

3.7.1.1 จำนวนตัวแปรอิสระ

3.7.1.2 ตัวแปรอิสระ

3.7.1.3 ฟังก์ชันที่ต้องการหาอนุพันธ์

3.7.1.4 อันดับในการหาอนุพันธ์

3.7.1.5 ตัวแปรที่ใช้เทียบในการหาอนุพันธ์

3.7.2 การเขียนโปรแกรมรูปแบบที่เป็นฟังก์ชัน

โปรแกรมจะตรวจสอบเงื่อนไขโดยมีรอบการทำงานในการหาอนุพันธ์เท่ากับอันดับในการหาอนุพันธ์ โดยจะเก็บค่าการหาอนุพันธ์ครั้งล่าสุดไว้เพื่อหาอนุพันธ์อันดับที่สูงขึ้นโดยจะแบ่งวิธีการหาอนุพันธ์ตามสูตรที่กำหนด โดยเรียกใช้งานแต่ละฟังก์ชันที่เขียนโปรแกรมเป็นฟังก์ชันเพื่อง่ายในการเรียกใช้งาน โดยฟังก์ชันการทำงานต่างๆ สามารถแบ่งได้ดังต่อไปนี้

3.7.2.1 สูตรสำหรับการบวกและการลบ → function rule Addition()

$$(a-b)' = a' - b'$$

$$(a+b)' = a' + b'$$

3.7.2.2 สูตรสำหรับการคูณ → function rule Multiplication()

$$(a*b) = a*b' + a'*b$$

3.7.2.3 สูตรสำหรับการหาร → function rule Division()

$$(a/b)' = (a'*b - a*b')/b^2$$

3.7.2.4 สูตรสำหรับการยกกำลัง → function rule Power()

$$a \wedge b((a*b)/a + b'*\log(a))$$

3.7.2.5 สูตรสำหรับฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง → functionruleTerm()

โดยการประกาศเป็นอาเรย์เพื่อง่ายต่อการนำไปใช้งาน

```
array(  'sin'    =>'cos(arg)*d(arg)',
        'cos'    =>'-sin(arg)*d(arg)',
        'tan'    =>'1/cos(arg)^2*d(arg)',
        'log'    =>'d(arg)/(arg)',
        'log10'  =>'1/(arg)*Log10(e)*d(arg)',
        'e'      =>'d(arg)*e(arg)',
        'sqrt'   =>'d((arg)^(1/2))',
        'acos'   =>'(-d(arg))/((1-(arg)^2)^(1/2))',
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
'asin'   =>'d(arg)/((1-(arg)^2)^(1/2))',
'atan'   =>'d(arg)/(1+(arg)^2)',
'sinh'   =>'cosh(arg)*d(arg)',
'cosh'   =>'sinh(arg)*d(arg)',
'tanh'   =>'(sech(arg)^2)*d(arg)',
'asinh'  => '1/(1+d(arg)^2)^(1/2) *d(arg) ',
'acosh'  => '1/(d(arg)^2-1)^(1/2) *d(arg) ',
'atanh'  => '1/(1-(arg)^2)*d(arg)',);
```

3.7.3 ตัวอย่างการทำงานของโปรแกรม

กำหนดส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) คือ (2+3*x^2) และต้องการหาอนุพันธ์เทียบตัวแปร x และต้องการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 มีการทำงานดังต่อไปนี้

3.7.3.1 ตรวจสอบสมการที่รับเข้ามา

3.7.3.2 ตรวจสอบเครื่องหมายเพื่อแสดงได้ว่าเข้าการทำงานเงื่อนไขใด

3.7.3.3 ตัดนิพจน์ระหว่างเครื่องหมายนั้น

3.7.3.4 ส่งค่าไปยังแต่ละฟังก์ชันเพื่อคำนวณค่าดังกล่าว

จากส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) เครื่องหมายที่พบคือเครื่องหมายบวก (+)

⇩

(2+3*x^2)

ทำการตัดแบ่งนิพจน์ โดยเข้าสูตรการบวก → function rule Addition()

2	3*x^2

สูตรการบวก

$$(a+b)' = a' + b'$$

$$\left(\boxed{2} + \boxed{3*x\hat{}2}\right)' = \boxed{2}' + \left(\boxed{3*x\hat{}2}'\right)$$

ดังนั้นเมื่อต้องการหาคำตอบในการหาอนุพันธ์ของแต่ละนิพจน์ด้วย จึงต้องส่งค่าไปยังฟังก์ชันในการตรวจสอบเงื่อนไขว่าเข้าตามเงื่อนไขใดหรือสูตรใด โดยสามารถทำการหาอนุพันธ์ต่อได้ดังนี้

จาก $\left(\boxed{2} + \boxed{3*x\hat{}2}\right)' = \boxed{2}' + \left(\boxed{3*x\hat{}2}'\right)$ จะได้ว่า 2 เป็นค่าคงที่เมื่อหาอนุพันธ์จึงเท่ากับ 0 ดังนั้นจะได้ส่วนที่ต้องนำไปหาอนุพันธ์ต่อคือ

$\left(\boxed{2} + \boxed{3*x\hat{}2}\right)' = \left(\boxed{3*x\hat{}2}'\right)$ เครื่องหมายที่พบคือเครื่องหมายคูณ (*)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

⇩

(3*x^2)

ทำการตัดแบ่งนิพจน์ โดยเข้าสูตรการคูณ → function ruleMultiplication()

3	x^2

สูตรการคูณ

$$(a*b)' = a*b' + a'*b$$

$$\left(\boxed{3}*\boxed{x\text{^}2}\right)' = \boxed{3}*\left(\boxed{x\text{^}2}\right)' + \boxed{3}'*\left(\boxed{x\text{^}2}\right)$$

จะได้ว่า 3 เป็นค่าคงที่เมื่อหาอนุพันธ์จึงเท่ากับ 0 ดังนั้นจะได้ส่วนที่ต้องนำไปหาอนุพันธ์ต่อคือ $\left(\boxed{3}*\boxed{x\text{^}2}\right)' = \boxed{3}*\left(\boxed{x\text{^}2}\right)'$ เครื่องหมายที่พบคือเครื่องหมายยกกำลัง (^)

⇩

(x^2)

ทำการตัดแบ่งนิพจน์ โดยเข้าสูตรการยกกำลัง → function rulePower()

x	2

สูตรการยกกำลัง กรณีที่ตัวยกกำลังเป็นตัวเลข

$$a\text{^}b = b*a\text{^}(b-1)$$
$$x\text{^}2 = 2*x\text{^}(2-1)$$
$$= 2*x$$

ขั้นตอนหลังจากทำการหาอนุพันธ์ครบแล้วจะส่งค่ากลับคืนไปยังฟังก์ชันต่างๆ ที่เรียกใช้งานมาลำดับโดยใช้วิธีการแทนค่าย้อนกลับเพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการได้ต่อไปนี้

- ส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) คือ (2+3*x^2) ต้องการหาอนุพันธ์
- ผลที่ได้จากการเข้าเงื่อนไขการบวก และการหาอนุพันธ์ คือ

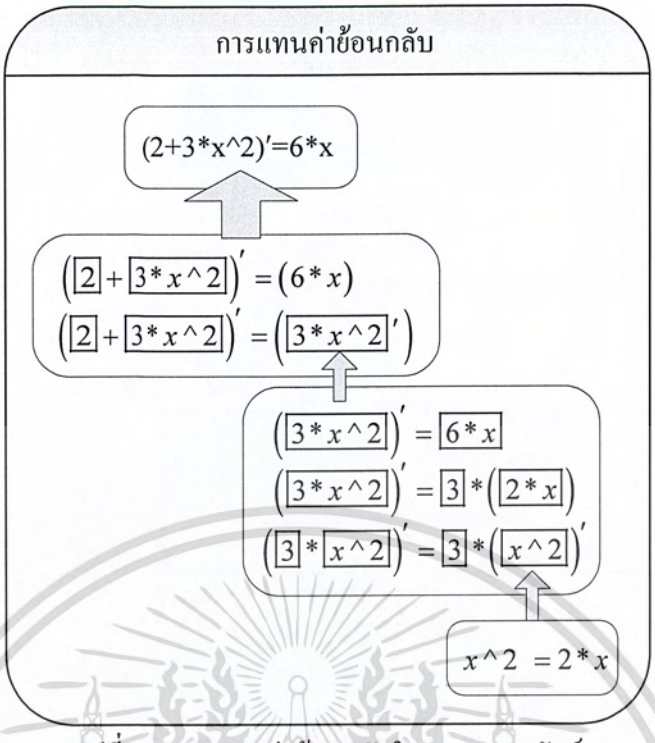
$$\left(\boxed{2}+\boxed{3*x\text{^}2}\right)' = \left(\boxed{3*x\text{^}2}'\right)$$

- ผลที่ได้จากการเข้าเงื่อนไขการคูณ และการหาอนุพันธ์ คือ

$$\left(\boxed{3}*\boxed{x\text{^}2}\right)' = \boxed{3}*\left(\boxed{x\text{^}2}\right)'$$

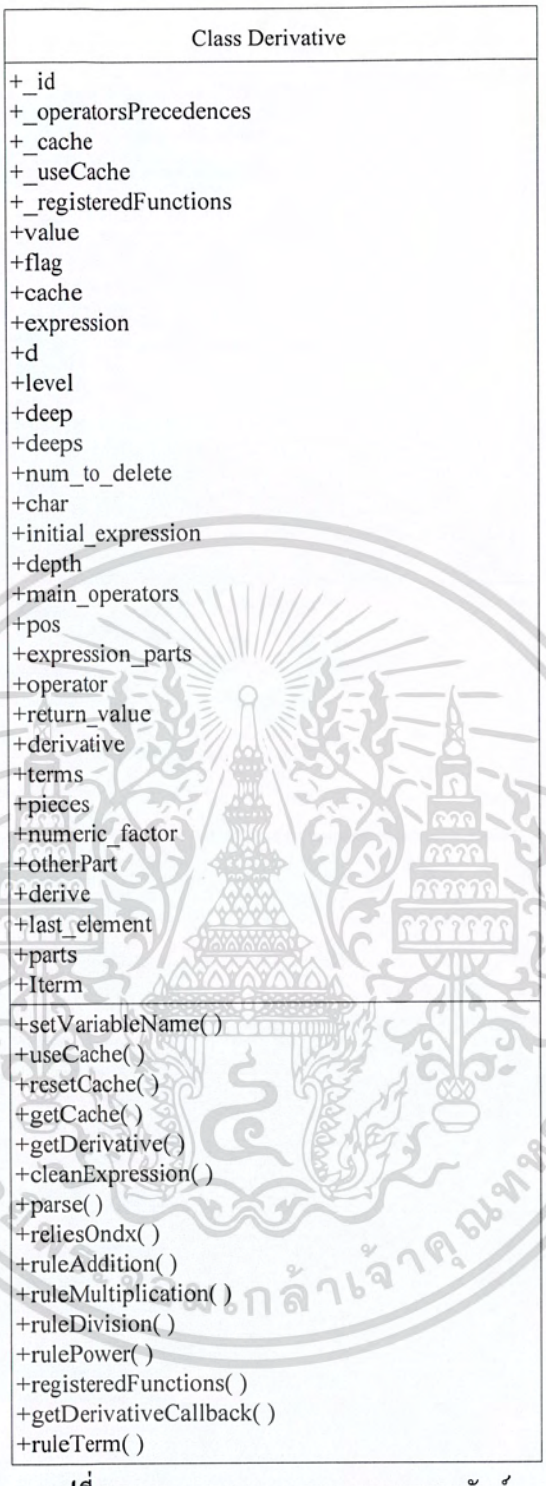
- ผลที่ได้จากการเข้าเงื่อนไขการยกกำลัง และการหาอนุพันธ์ คือ $x\text{^}2 = 2*x$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 การแทนค่าย้อนกลับในการหาอนุพันธ์

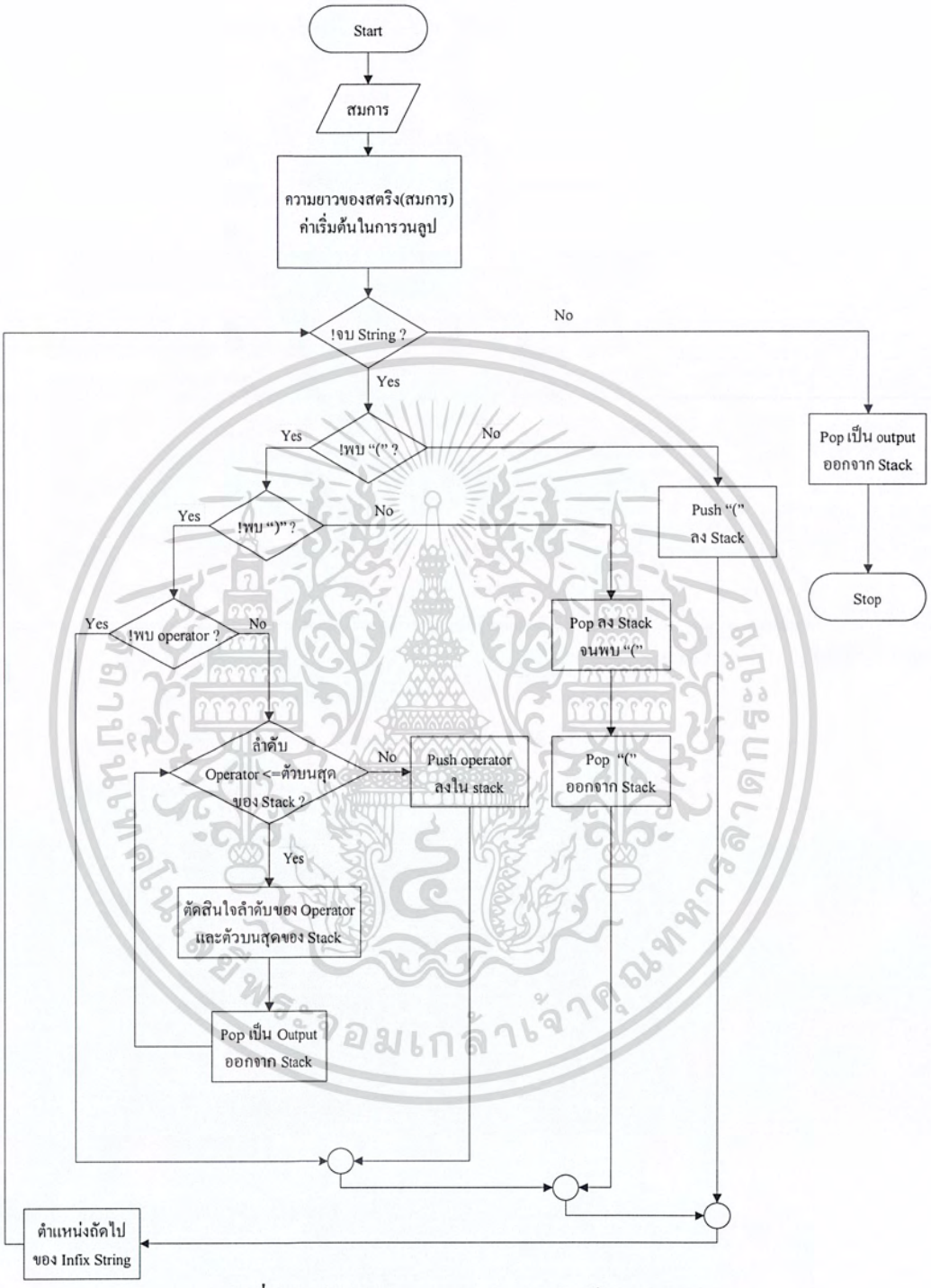
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 Class Diagram ของการหาอนุพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.8 วิเคราะห์และออกแบบการแทนค่า ณ จุดต่างๆ



รูปที่ 3.9 ผังงานแสดงการแปลง Infix เป็น Postfix

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแปลง Infix เป็น Postfix เพื่อง่ายในการดำเนินงานต่อในการเขียนโปรแกรมเพื่อหาผลจากการแทนค่า ณ จุดต่างๆ โดยสามารถเลือกทำงานในฟังก์ชันที่อยู่ในวงเล็บก่อนกรณีใส่วงเล็บในการกรอกส่วนนำข้อมูลเข้า(Input)

ตัวอย่างฟังก์ชัน เช่น (16+4)*2^3/10 สามารถแปลงเป็น Postfix ได้ดัง ตาราง 3.1 โดยเครื่องหมาย (Operator) มีลำดับความสำคัญของเครื่องหมายจากมากไปน้อยดังต่อไปนี้

ตาราง 3.1 ลำดับความสำคัญของเครื่องหมาย

เครื่องหมาย (Operator)	ลำดับความสำคัญ	ค่าลำดับความสำคัญ
ยกกำลัง (^)		มาก ↓
คูณ (*)	เท่ากัน	
หาร (/)		
บวก (+)	เท่ากัน	
ลบ (-)		น้อย

ตาราง 3.2 ตัวอย่างการแปลง Infix เป็น Postfix

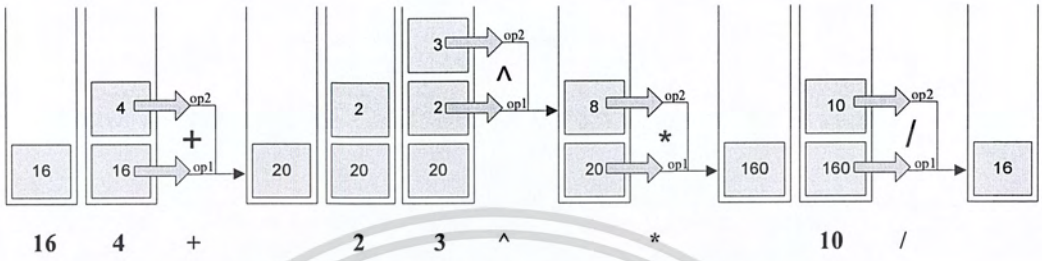
Infix	Stack	Postfix
(	(	
16	(	16
+	(+	16
4	(+	16 4
)		16 4 +
*	*	16 4 +
2	*	16 4 + 2
^	* ^	16 4 + 2
3	*	16 4 + 2 3 ^
/	* /	16 4 + 2 3 ^
10	/	16 4 + 2 3 ^ * 10
		16 4 + 2 3 ^ * 10 /

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

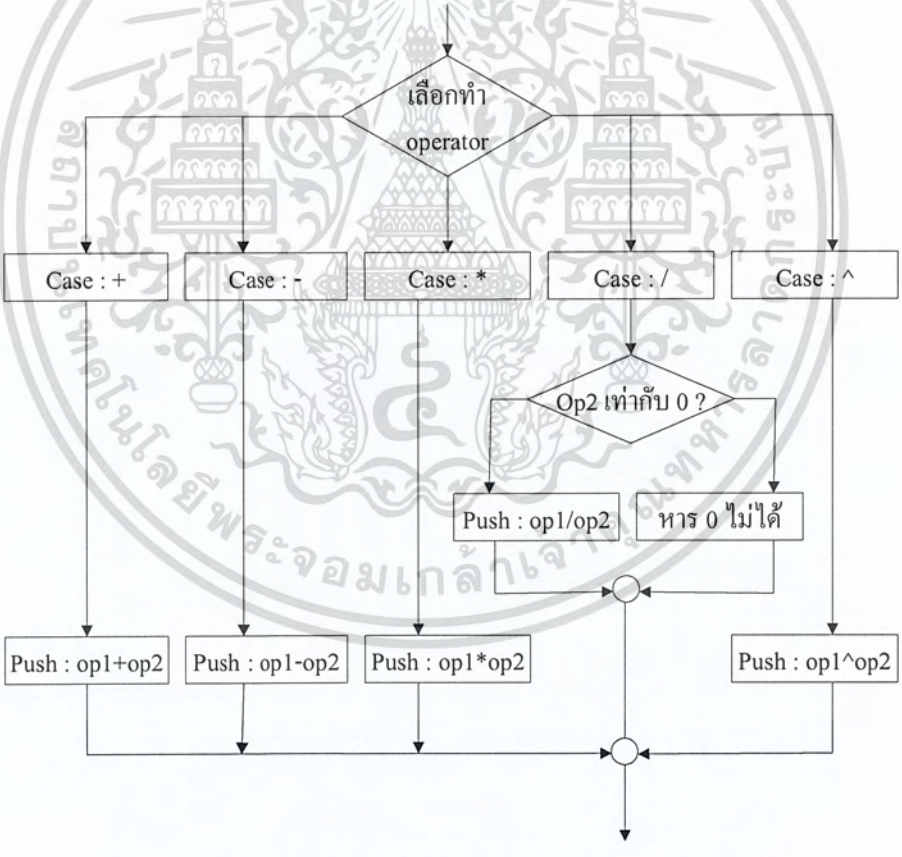
เมื่อโปรแกรมสามารถแปลงค่า Infix เป็น Postfix ได้แล้วก็ต้องทำการหาคำตอบจาก Postfix ที่มีอยู่โดยจะแสดงขั้นตอนการนำ Postfix และหลักการของ Stack มาใช้ในการคำนวณหาคำตอบ แสดงดัง รูปที่ 3.11 และ รูปที่ 3.12

Infix : (16+4)*2^3/10 = 16

Postfix : 164+23^*10/ = 16



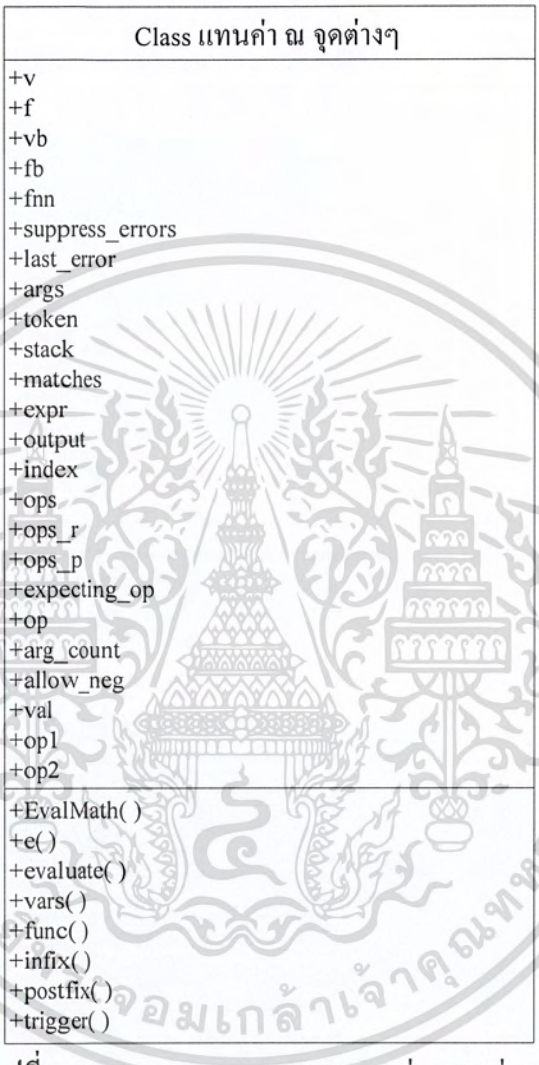
รูปที่ 3.10 หลักการทำ Postfix เป็นคำตอบในการแทนค่า



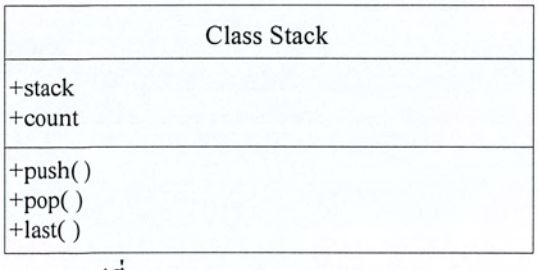
รูปที่ 3.11 ผังงานแสดงการทำ Postfix เป็นคำตอบในการแทนค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อออกแบบโปรแกรมที่สามารถแปลงค่า Infix เป็น Postfix และการทำ Postfix ให้ได้คำตอบที่ต้องการแล้วก็สามารถเขียนโปรแกรมโดยใช้หลักการดังกล่าวในการคำนวณหาคำตอบจากการแทนค่า ณ จุดต่าง และสามารถเขียนเป็น Class diagram ของโปรแกรมได้ดังรูปที่ 3.13 และรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.12 Class diagram ของการแทนค่า ณ จุดต่างๆ



รูปที่ 3.13 Class diagram ของ Stack

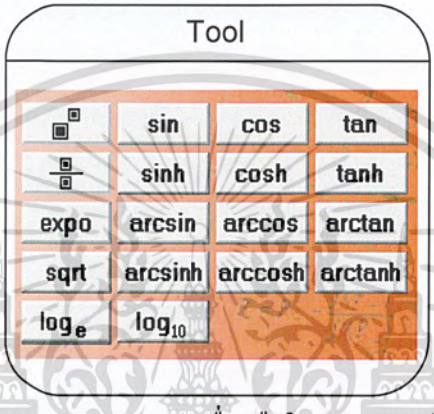
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.9 วิเคราะห์และออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้

เพื่อเพิ่มความสะดวกของผู้ใช้จึงได้จัดทำส่วนติดต่อกับผู้ใช้ดังต่อไปนี้

3.9.1 แถบเครื่องมือ (Tool)

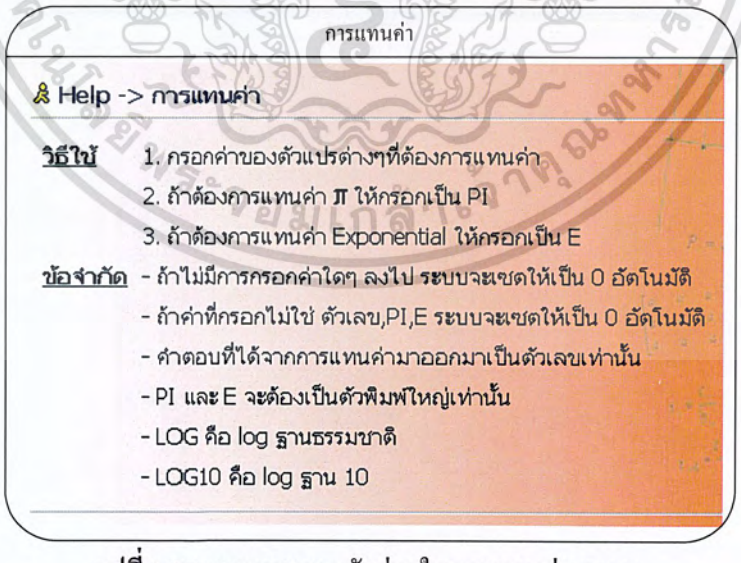
ส่วนรับข้อมูลที่เป็นฟังก์ชัน จะมีเครื่องมือที่ช่วยในการกรอกฟังก์ชัน เรียกว่า แถบเครื่องมือ (Tool) เมื่อกดแถบเครื่องมือนี้สามารถที่จะกรอกข้อมูลต่อโดยเป็นรูปแบบที่โปรแกรมสามารถคำนวณได้ดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.14 การออกแบบเครื่องมือในการกรอกฟังก์ชัน

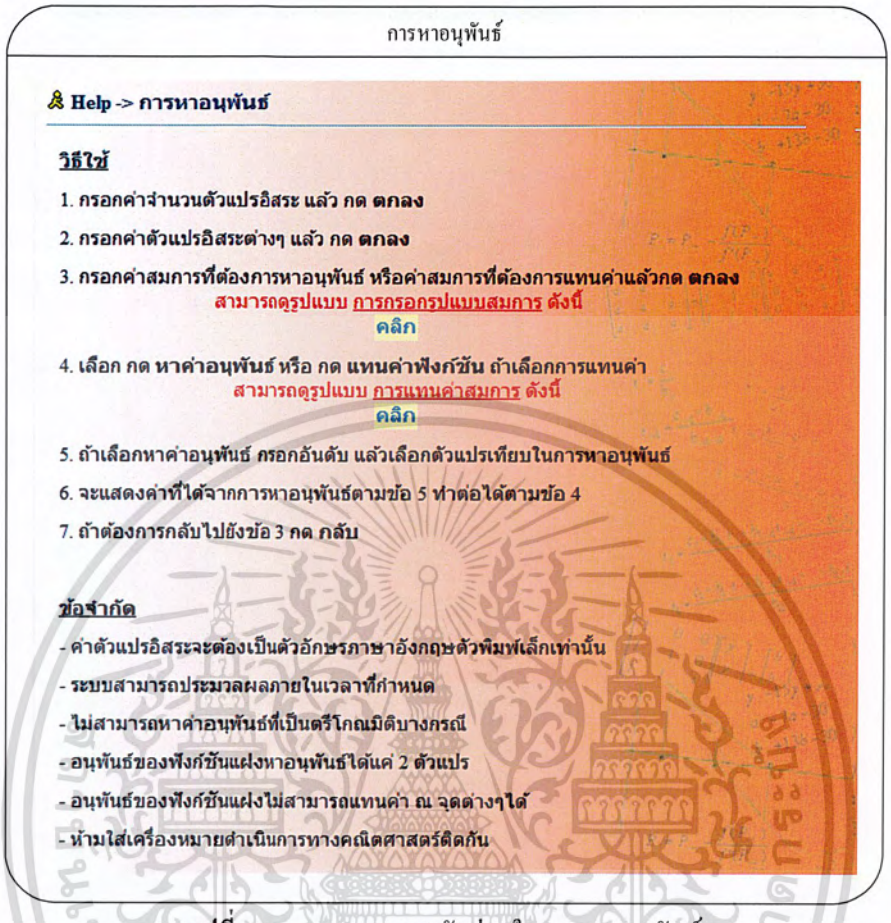
3.9.2 ตัวช่วย

สำหรับสอนวิธีการใช้งานโปรแกรม วิธีการกรอกข้อมูลในส่วนนำข้อมูลเข้า(Input) และวิธีการใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ รวมถึงข้อจำกัดของโปรแกรม



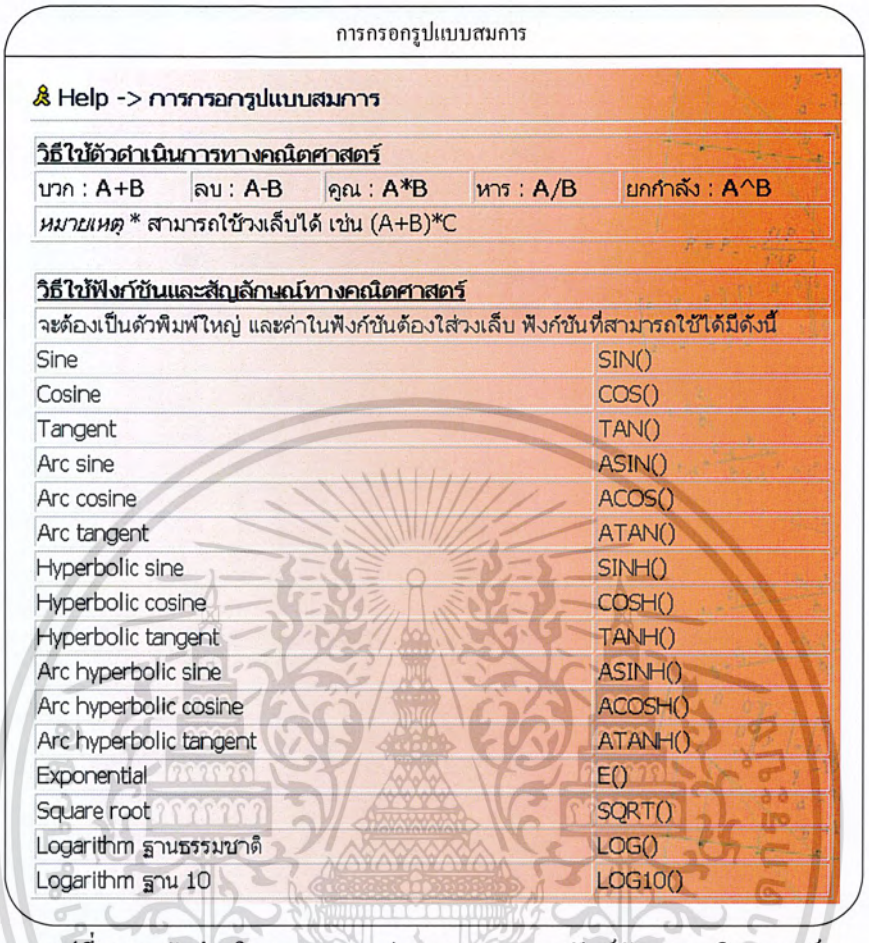
รูปที่ 3.15 การออกแบบตัวช่วยในการแทนค่าสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.16 การออกแบบตัวช่วยในการหาอนุพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



การกรอกรูปแบบสมการ

Help -> การกรอกรูปแบบสมการ

วิธีใช้ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์

บวก : A+B	ลบ : A-B	คูณ : A*B	หาร : A/B	ยกกำลัง : A^B

หมายเหตุ * สามารถใช้วงเล็บได้ เช่น (A+B)*C

วิธีใช้ฟังก์ชันและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จะต้องเป็นตัวพิมพ์ใหญ่ และค่าในฟังก์ชันต้องใส่วงเล็บ ฟังก์ชันที่สามารถใช้ได้มีดังนี้

Sine	SIN()
Cosine	COS()
Tangent	TAN()
Arc sine	ASIN()
Arc cosine	ACOS()
Arc tangent	ATAN()
Hyperbolic sine	SINH()
Hyperbolic cosine	COSH()
Hyperbolic tangent	TANH()
Arc hyperbolic sine	ASINH()
Arc hyperbolic cosine	ACOSH()
Arc hyperbolic tangent	ATANH()
Exponential	E()
Square root	SQRT()
Logarithm ฐานธรรมชาติ	LOG()
Logarithm ฐาน 10	LOG10()

รูปที่ 3.17 ตัวช่วยในการกรอกรูปแบบสมการและฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการดำเนินงาน

ในบทนี้จะอธิบายถึงการใช้งานในส่วนต่างๆ ของโปรแกรม การใช้งานโปรแกรม การใช้ตัวช่วยสำหรับการทำงาน

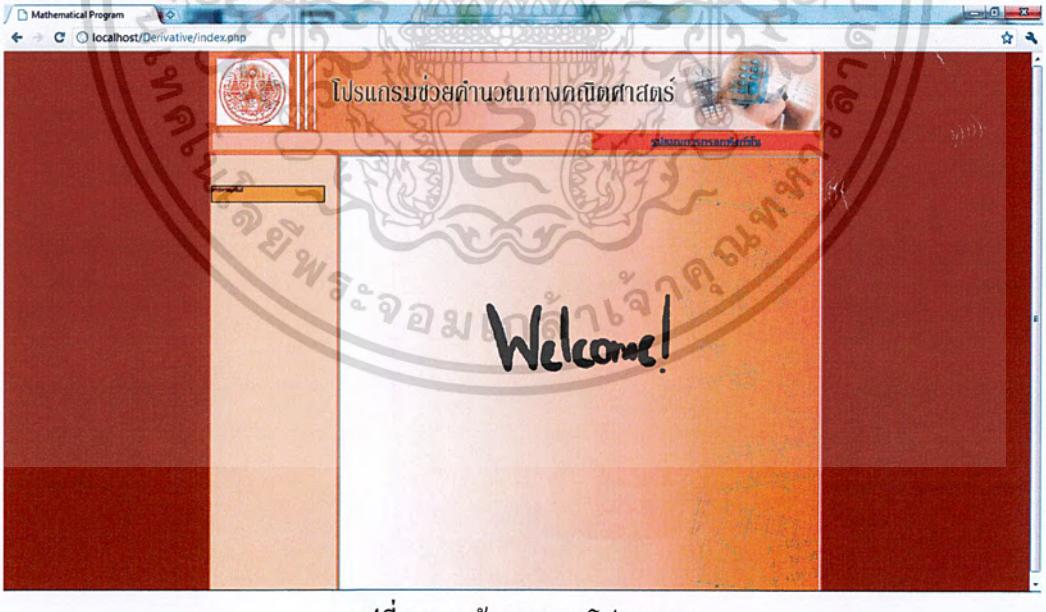
4.1 ผลการดำเนินงาน

4.1.1 การใช้งานโปรแกรม

วิธีการเข้าใช้งานโปรแกรมต้องเข้าผ่านเว็บบราวเซอร์ โดยการป้อนที่อยู่บนเว็บบราวเซอร์เพื่อเข้าใช้งานโปรแกรม ซึ่งที่อยู่นั้น คือ localhost/Derivertive

เมื่อเข้าไปที่เว็บไซต์ที่กำหนดให้ จากนั้นเลือกแถบเมนูการทำงานทางซ้ายมือ เมื่อเริ่มการทำงานโปรแกรมก็จะเข้าสู่หน้าแรกของโปรแกรม

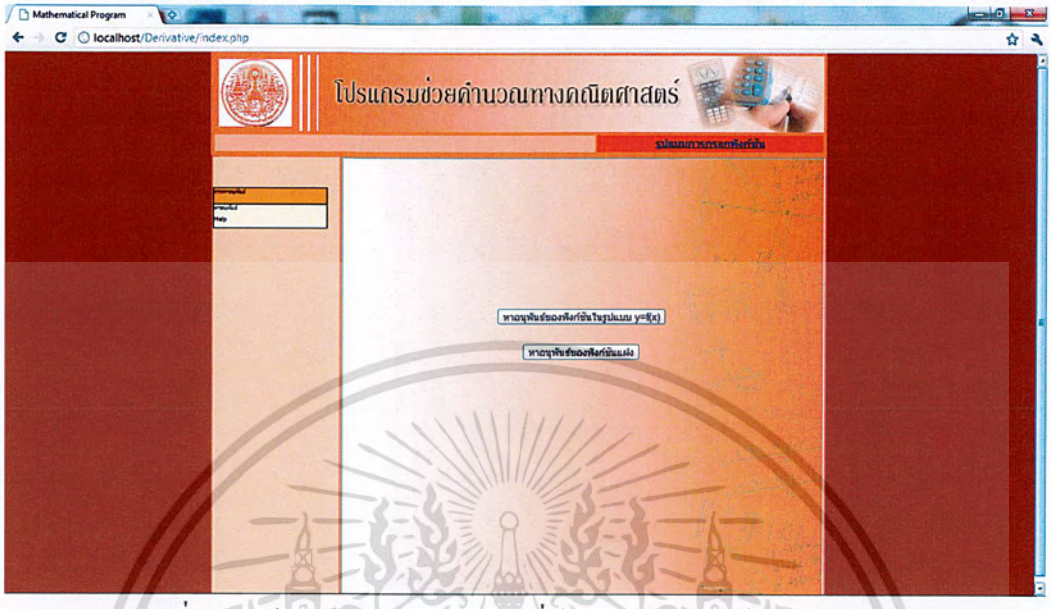
เมื่อต้องการเริ่มการทำงาน เลือก การหาอนุพันธ์



รูปที่ 4.1 หน้าแรกของโปรแกรม

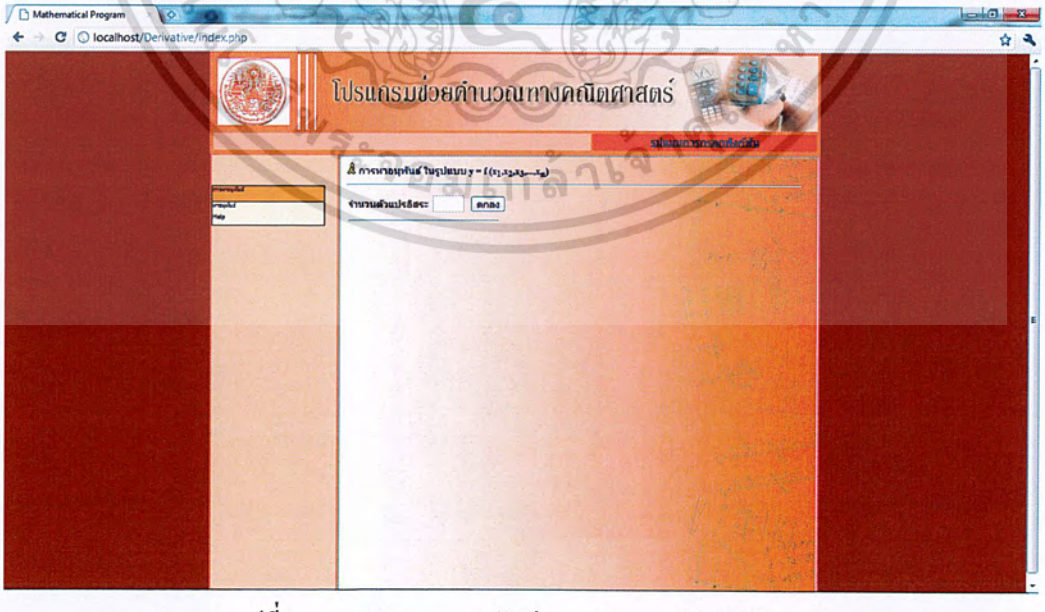
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าต้องการหาอนุพันธ์ในรูปแบบ y = f(x) ให้กดปุ่ม หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปแบบ y=f(x)



รูปที่ 4.2 หน้าจอเลือกรูปแบบสมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ (เลือก y = f(x))

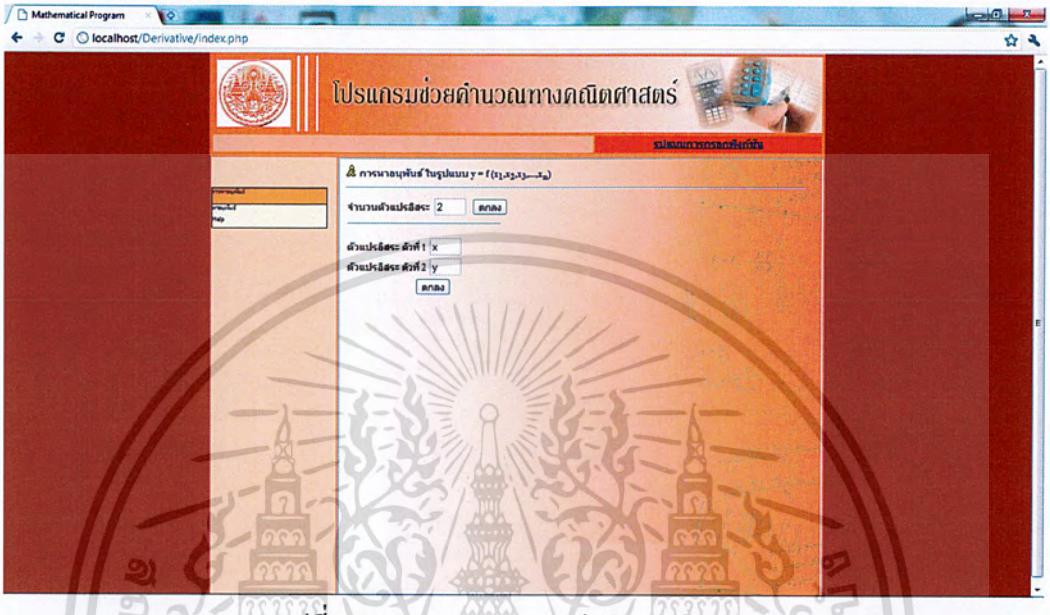
รับค่าจำนวนตัวแปรอิสระ กดปุ่ม ตกลง เมื่อต้องการทำงานต่อ จากนั้นโปรแกรมจะให้กรอกตัวแปรอิสระตามจำนวนตัวแปรที่รับค่าเข้ามา ซึ่งตัวแปรใช้ได้นั้นต้องเป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กเท่านั้น



รูปที่ 4.3 การกำหนดการรับค่าของจำนวนตัวแปรอิสระ

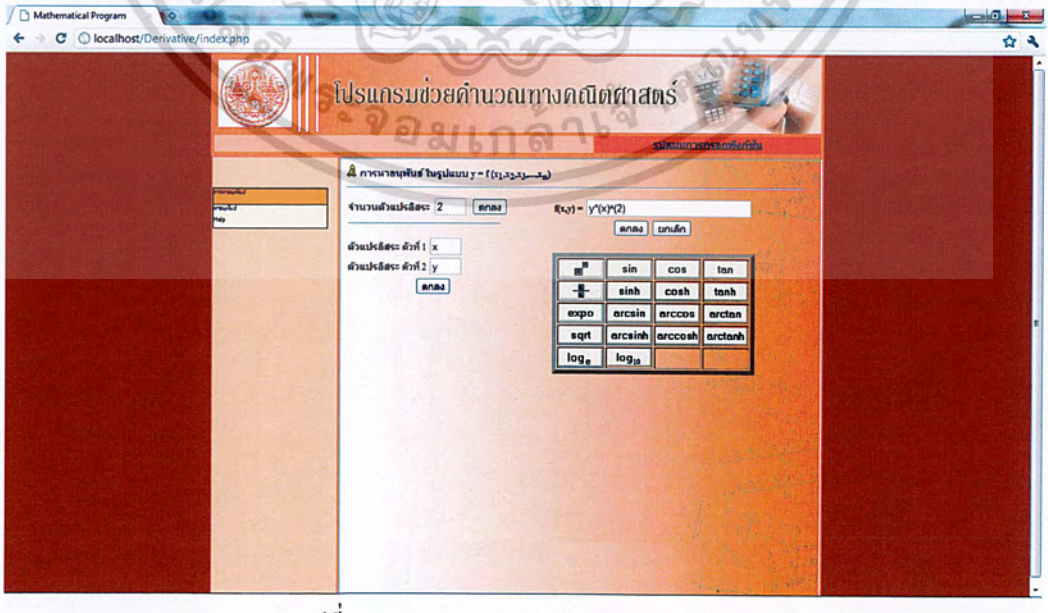
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรอกตัวแปรอิสระที่ต้องการ จากนั้นกดปุ่ม ตกลง เมื่อต้องการทำงานในการรับค่าสมการ โดยจะมีรูปแบบของฟังก์ชันในการเลือกใช้ได้ โดยรูปแบบในการรับฟังก์ชันต้องเป็นไปตามที่รูปแบบได้กำหนด



รูปที่ 4.4 การกำหนดการรับค่าตัวแปรอิสระ

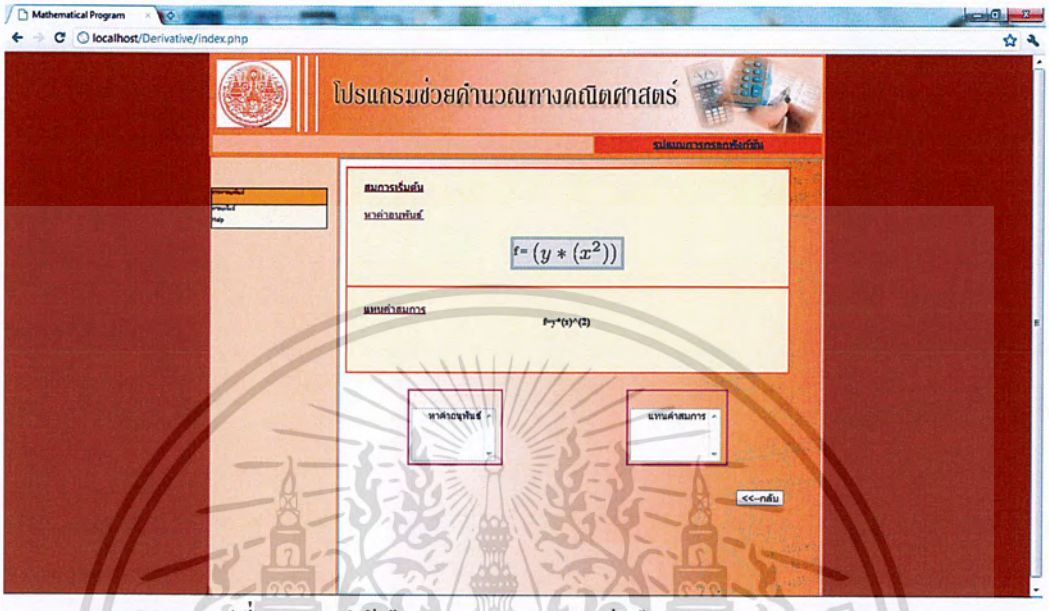
กรอกฟังก์ชันที่ต้องการ จากนั้นกดปุ่ม ตกลง เมื่อต้องการทำงานต่อ



รูปที่ 4.5 การกำหนดการรับสมการ yx^2

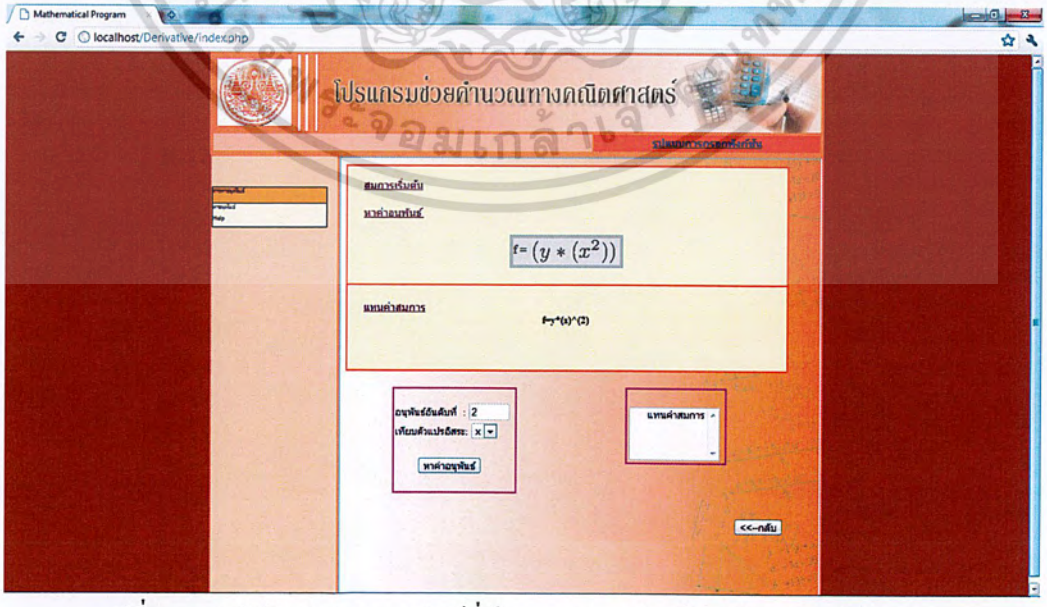
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.5 จะแสดงสมการที่รับเข้ามาและเลือกการทำงานหาอนุพันธ์โดยกดปุ่ม หาค่าอนุพันธ์ และแทนค่าสมการ โดยกดปุ่ม แทนค่าสมการ



รูปที่ 4.6 การให้เลือกการหาค่าอนุพันธ์หรือแทนค่าสมการ

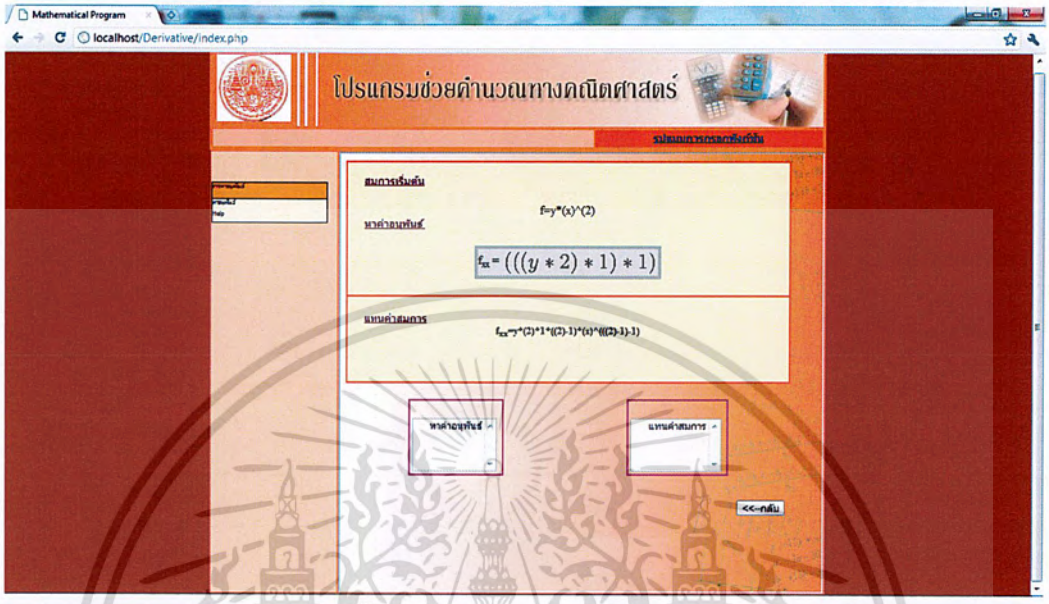
เมื่อกดปุ่ม หาค่าอนุพันธ์ จากนั้นจะให้กรอกอันดับในการหาอนุพันธ์และเลือกตัวแปร ที่ใช้เทียบในการหาค่าอนุพันธ์ จากนั้นกดปุ่ม หาค่าอนุพันธ์ เพื่อหาค่าอนุพันธ์



รูปที่ 4.7 การใส่อันดับของอนุพันธ์ที่ต้องการหาอนุพันธ์และเลือกตัวแปรอิสระ

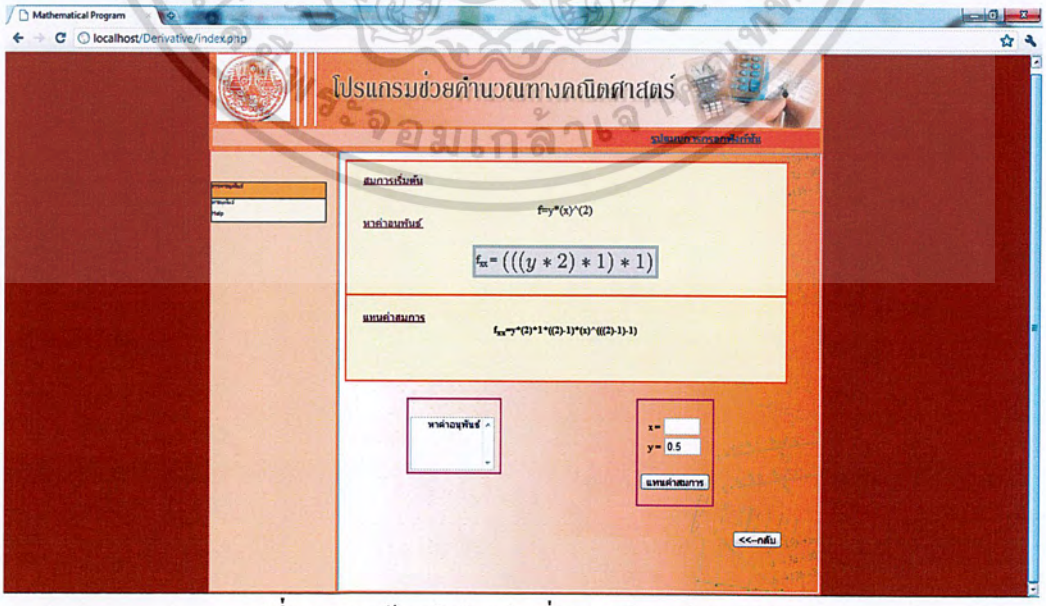
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากต้องการหาค่าอนุพันธ์อันดับต่อไปให้กดปุ่ม หาค่าอนุพันธ์ หรือ ต้องการ แทนค่ากดปุ่ม แทนค่าสมการ



รูปที่ 4.8 ผลลัพธ์จากการหาอนุพันธ์

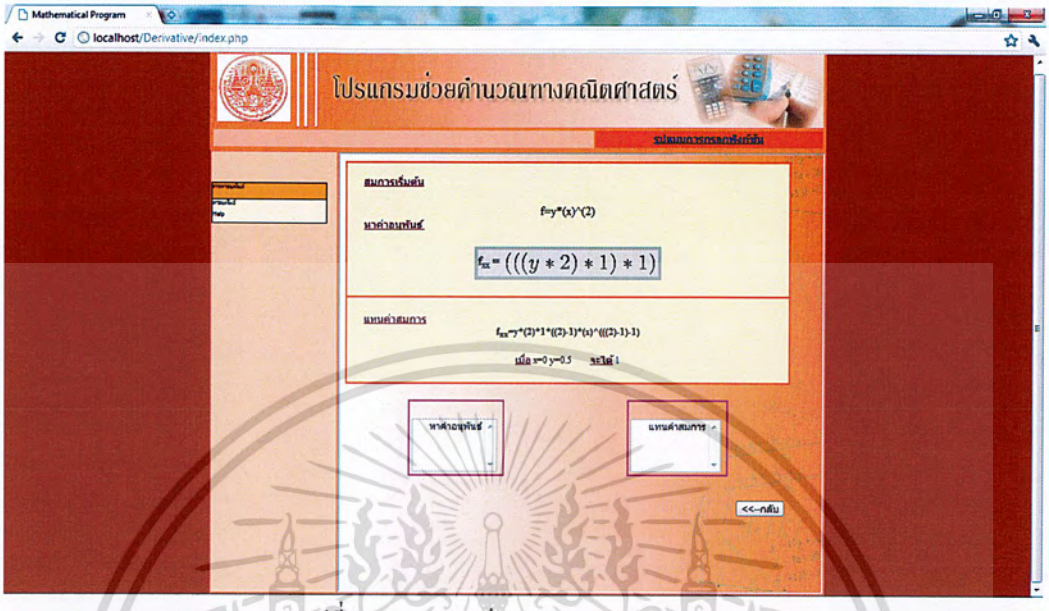
เมื่อกดแทนค่าสมการ ค่าที่กรอกในการแทนค่าจะต้องเป็นตัวเลข PI ,E เท่านั้น มิฉะนั้นระบบจะถือว่าค่าที่รับเข้ามาเท่ากับ 0 โดยอัตโนมัติ ถ้ากรณีที่ไม่มีการกรอกค่าใดๆ ลงไปก็ถือว่าเป็น 0 ถ้าสมการในการแทนคือ LOG เมื่อแทนค่าจะหมายถึง LOG ฐานธรรมชาติ แต่ถ้าเป็น LOG10 เมื่อแทนค่าจะหมายถึง LOG ฐาน 10



รูปที่ 4.9 การบ้านค่าตัวแปรเพื่อแทนค่าหาค่าของสมการ

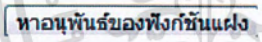
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

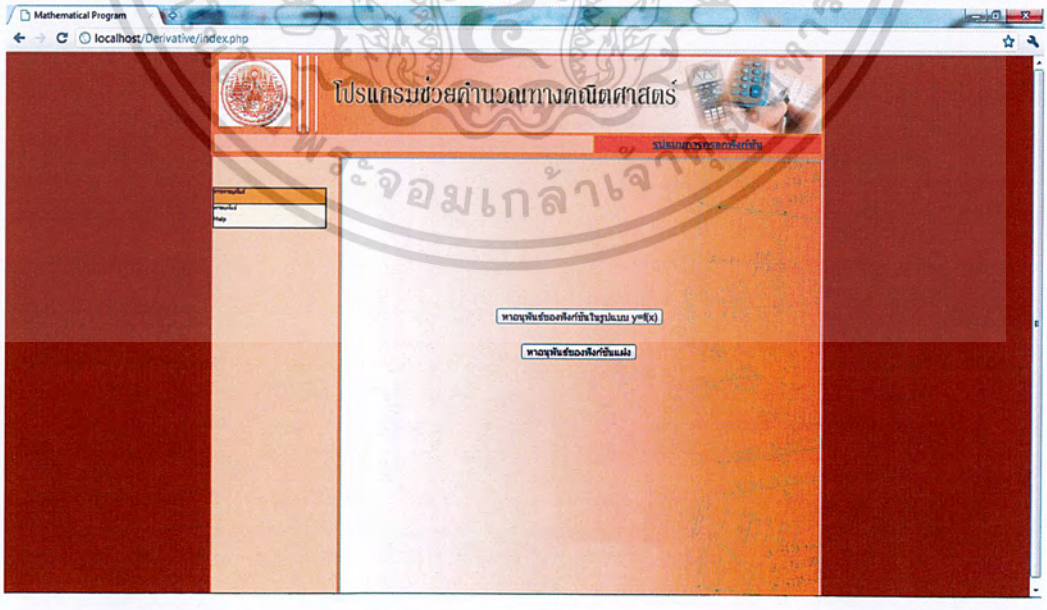
เมื่อแทนค่าสมการจะได้คำตอบ เท่ากับ 1



รูปที่ 4.10 ผลลัพธ์จากการแทนค่าของสมการ

ถ้าต้องการหาอนุพันธ์ในรูปแบบอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายให้กดปุ่ม

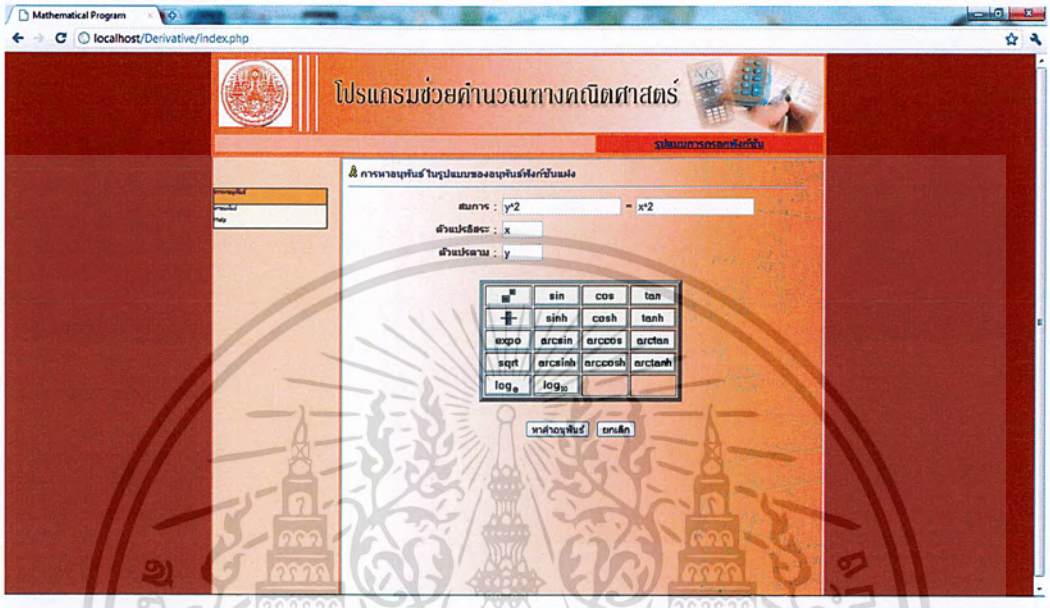




รูปที่ 4.11 หน้าจอการเลือกรูปแบบสมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ (ฟังก์ชันโดยปริยาย)

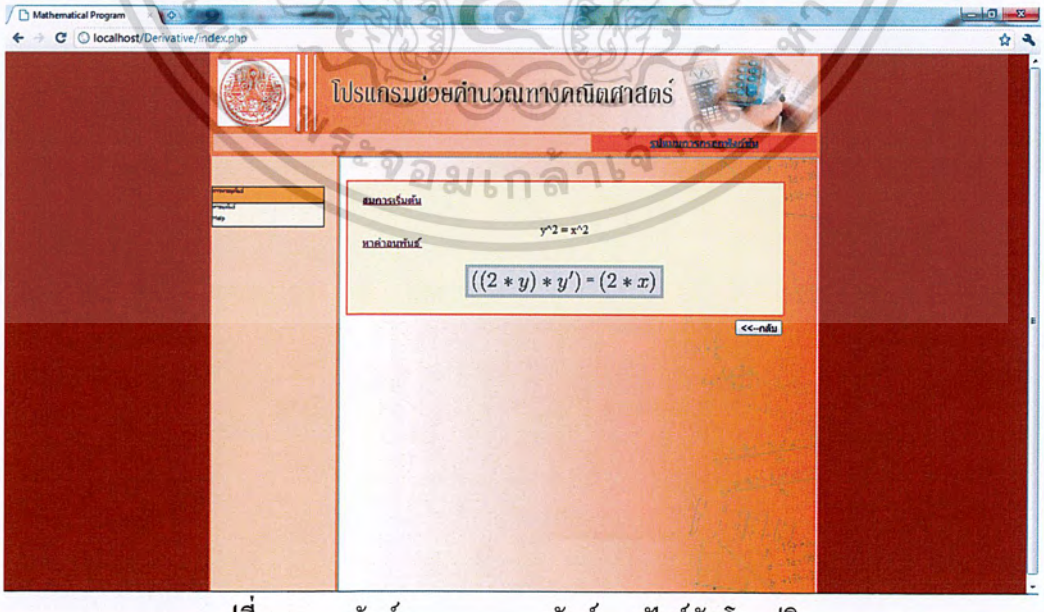
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรอกฟังก์ชันที่ต้องการ พร้อมทั้งกำหนดตัวแปรอิสระและต้นแปรตาม จากนั้นกดปุ่ม หาค่าอนุพันธ์ เมื่อต้องทำงานต่อ



รูปที่ 4.12 ตัวอย่างการป้อนสมการ $y^2 = x^2$

ค่าอนุพันธ์ที่ได้จะสามารถหาอนุพันธ์ได้แค่อับดับ 1 และไม่สามารถแทนค่าได้

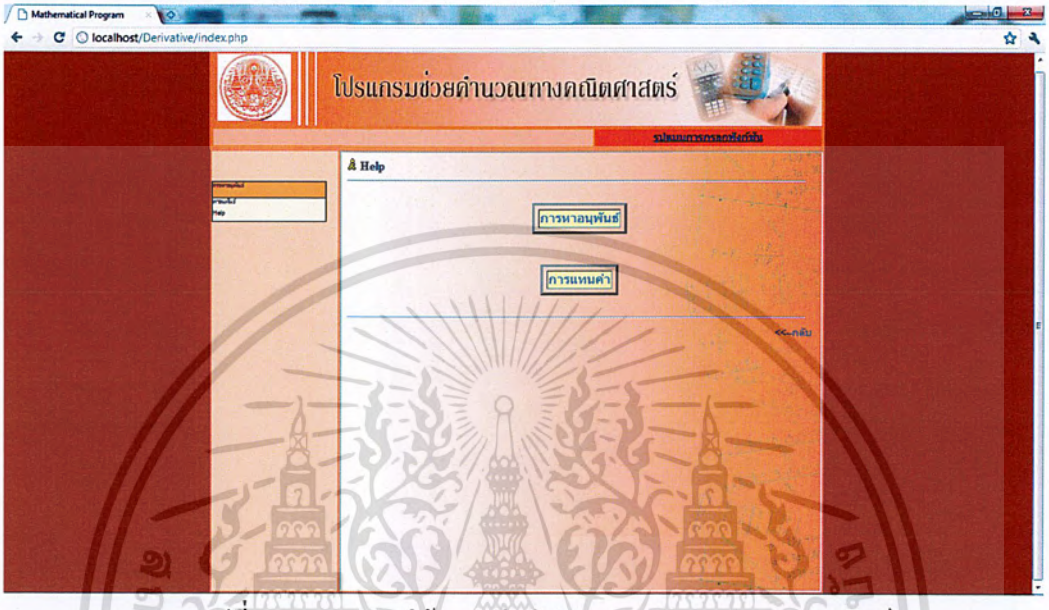


รูปที่ 4.13 ผลลัพธ์จากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย

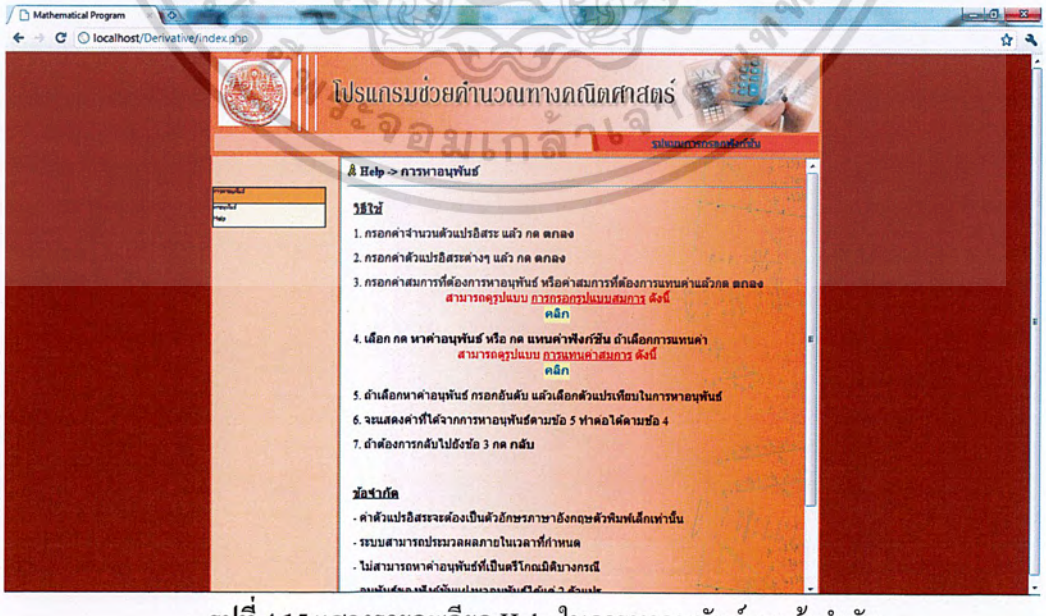
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 ตัวช่วยและเครื่องมือในการใช้งานโปรแกรม

เมื่อต้องการดูรายละเอียดเกี่ยวกับการใช้งานเลือกเมนู Help

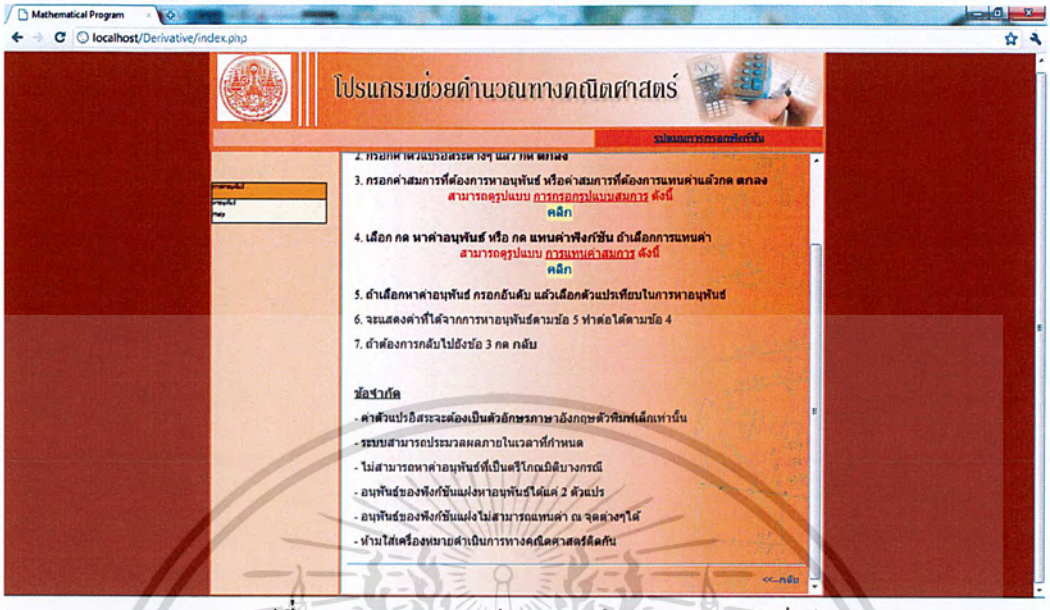


รูปที่ 4.14 แสดงการใช้ Help ในโปรแกรมหลักของการหาอนุพันธ์

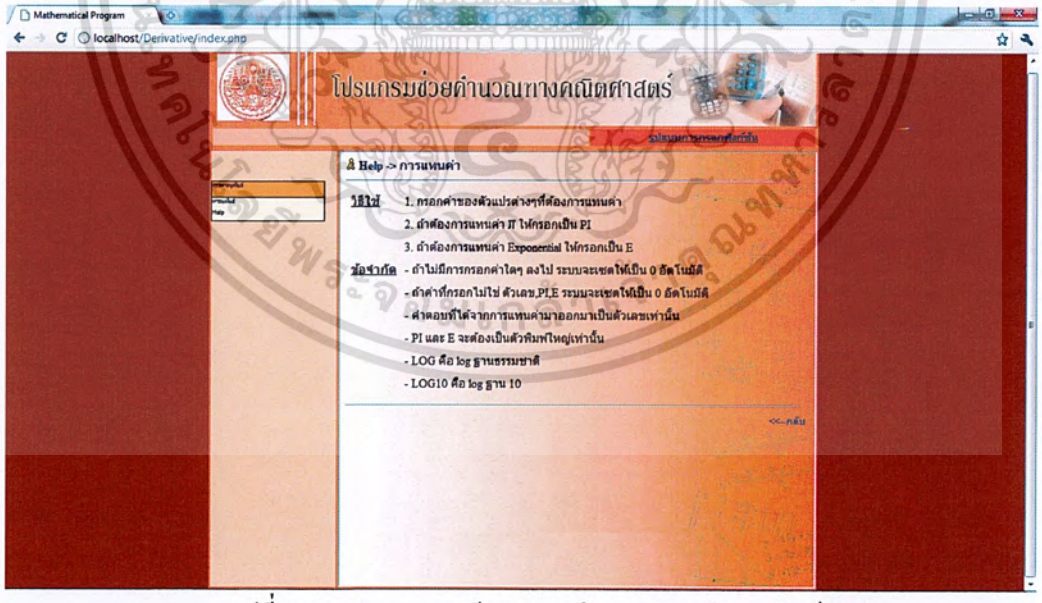


รูปที่ 4.15 แสดงรายละเอียด Help ในการหาอนุพันธ์และข้อจำกัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

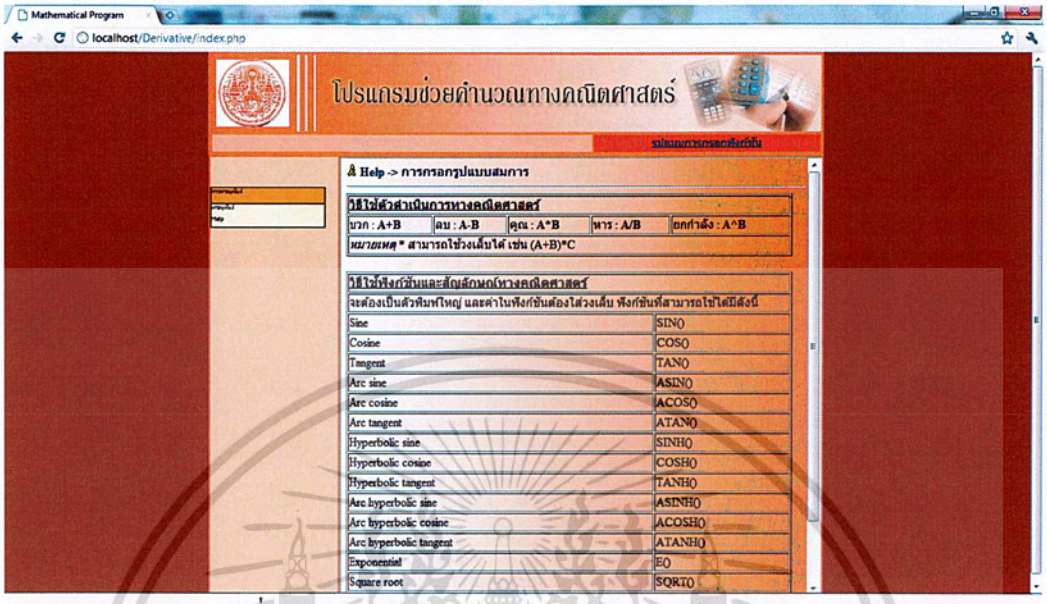


รูปที่ 4.16 แสดงรายละเอียด Help ในการหาอนุพันธ์ (ต่อ)



รูปที่ 4.17 แสดงรายละเอียด Help ในการแทนค่าของฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 แสดง Help รูปแบบในการป้อนฟังก์ชันในโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการดำเนินงาน และข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการสรุปผลการดำเนินงานจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่พัฒนาขึ้น และการแทนค่า ณ จุดต่างๆ รวมถึง ข้อจำกัดของโปรแกรม และข้อเสนอแนะของการทำปัญหาพิเศษ

5.1 สรุปผลการดำเนินงาน

โปรแกรมที่ได้จัดทำขึ้นนี้เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปแบบฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันอดิสัย ได้แก่ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก ฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ฟังก์ชันลอการิทึม อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย และกฎลูกโซ่ที่อยู่ในรูป g(f(x)) พร้อมทั้งการหาอนุพันธ์อันดับสูงด้วย โดยสามารถแทนค่าฟังก์ชันได้ ยกเว้นอนุพันธ์ของฟังก์ชันแฝง

ในการใช้งานโปรแกรมสามารถเข้าใช้งานได้จากเว็บไซต์ที่กำหนด และสามารถศึกษาวิธีการใช้งานได้จากเมนู Help โดยการทำงานของโปรแกรมแบ่งออกเป็น 2 ส่วน

5.1.1 การหาอนุพันธ์

สามารถหาอนุพันธ์ในรูปแบบ $y = f(x)$ โดยมีส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) คือ จำนวนตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม สมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ อันดับในการหาอนุพันธ์ ฟังก์ชันหลายตัวแปร และตัวแปรที่ใช้เทียบในการหาอนุพันธ์ และอนุพันธ์อันดับสูงด้วย แล้วจึงได้คำตอบออกมาที่ส่วนแสดงผล (Output)

สามารถอนุพันธ์ฟังก์ชันโดยปริยาย โดยมีส่วนนำเข้า (Input) คือสมการที่ต้องการหาอนุพันธ์ ตัวแปรอิสระ และตัวแปรตาม แล้วจึงได้คำตอบออกมาที่ส่วนแสดงผล (Output) แต่จะไม่สามารถแทนค่าสมการ ณ จุดต่างๆ ได้

5.1.2 การแทนค่า

สามารถแทนค่าจากสมการที่รับเข้ามา หรือแทนค่าจากสมการที่หาอนุพันธ์แล้ว โดยมีส่วนนำข้อมูลเข้า (Input) คือ ค่าของตัวแปรที่ต้องการแทนลงในสมการ แล้วจึงได้ผลลัพธ์ออกมาที่ส่วนแสดงผล (Output) แต่จะสามารถแทนค่าสมการในรูปแบบ $y = f(x)$ เท่านั้น

5.2 ข้อจำกัด

5.2.1 หาค่าอนุพันธ์ได้เฉพาะฟังก์ชันตรีโกณมิติ $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$

5.2.2 หาค่าอนุพันธ์ได้เฉพาะฟังก์ชันผกผันตรีโกณมิติ $\arcsin\theta$, $\arccos\theta$, $\arctan\theta$

5.2.3 หาค่าอนุพันธ์ได้เฉพาะฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก $\sinh\theta$, $\cosh\theta$, $\tanh\theta$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.4 หาค่าอนุพันธ์ได้เฉพาะฟังก์ชันผกผันไฮเพอร์โบลิก arcsinh θ, arccosh θ, arctanh θ

5.2.5 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายหาอนุพันธ์ได้เพียง 2 ตัวแปร

5.2.6 อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายไม่สามารถแทนค่า ณ จุดต่างๆได้

5.2.7 ไม่สามารถใส่เครื่องหมายดำเนินการทางคณิตศาสตร์ติดกันได้

5.3 ข้อเสนอแนะ

เพื่อเพิ่มความสมบูรณ์ของโปรแกรมให้มากขึ้นสามารถนำโปรแกรมที่ได้จัดทำขึ้นนี้ไปพัฒนาต่อในด้านต่างๆ ได้ ดังตัวอย่างเช่น

5.3.1 พัฒนาให้สามารถคำนวณฟังก์ชันอดิศัยนอกเหนือจากที่ทำได้

5.3.2 พัฒนาโปรแกรมในการแสดงกระบวนการคิดเพื่อเพิ่มความเข้าใจให้แก่ผู้ใช้

5.3.3 พัฒนาการแสดงผลลัพธ์ในส่วนของอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายให้มีลักษณะเหมือนกับการทำด้วยมือต่อไป

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] กาญจนา คำนึงกิจ, *"เอกสารประกอบการสอนวิชาแคลคูลัส"*, 2550.

[2] ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง และ ศรีบุตร แววเจริญ, *"อนุพันธ์และการประยุกต์"*, Series Books, 2545.

[3] กิตติ ภักดีวัฒนะกุล, *"คัมภีร์ PHP"*, KTP, 2549.

[4] สมศักดิ์ โชคชัยชุติกุล, *"อินไซท PHP 5"*, Provision, 2547.

[5] ทวีชัย หงษ์สุมาลย์, *"ใส่ลูกเล่นให้เว็บไซต์ด้วย JavaScript"*, อินโฟเพรส, 2544.

[6] วันชัย แซ่เตีย, *"สร้าง Dynamic Web Page ด้วย JavaScript"*, Soft Press, 2543.

[7] Robert T. Smith and Roland B. Minton, *"Calculus"*, 2002.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

การติดตั้งโปรแกรม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ต เป็นโปรแกรมที่ทำงานบน Web Server ถูกเขียนโดยภาษา PHP สามารถนำโฟลเดอร์ Derivative โหลดขึ้นเว็บ แล้วเรียกใช้ได้ในรูปแบบ Web Site หรือติดตั้งที่เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนตัวของผู้ใช้โดยให้เครื่องของผู้ใช้เป็นเครื่อง Server ได้ ซึ่งโปรแกรมที่ใช้สำหรับการทำงานของภาษา PHP เช่น Appserve หรือ Apache เป็นต้น

สำหรับเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ต้องการใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ตนั้น จะต้องลงโปรแกรมเพื่อรอรับการแสดงผลการคำนวณของโปรแกรม อีก 3 โปรแกรมคือ Ghostscript, MiKTeX 2.8 และ ImageMagick

วิธีการติดตั้งโปรแกรมสำหรับการทำงานของภาษา PHP (Appserv)

1. ติดตั้งโปรแกรม Appserv ใน C:\Appserv\www กรณีเป็นไดร์ฟอื่นก็ได้ เช่น D:\Appserv\www เป็นต้น
2. นำโฟลเดอร์ Derivative ไว้ที่ C:\Appserv\www\Derivative
3. สามารถรันโดยเข้าหน้าเว็บบราวเซอร์ แล้วพิมพ์ URL คือ http://127.0.0.1/Derivative หรือ http://localhost/Derivative
4. จากนั้นก็สามารถใช้งานโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาอนุพันธ์บนเครือข่ายอินเตอร์เน็ตได้

วิธีการติดตั้งโปรแกรมเพื่อแสดงผลการคำนวณของโปรแกรม

โปรแกรม Ghostscript

1. Double Click ที่ gs900w32
2. จะปรากฏหน้าต่าง WinZip Self Extractor - GS900W32.exe
3. ทำการ Click ที่ Setup เพื่อติดตั้ง
4. จะปรากฏหน้าต่าง APFL Ghostscript Setup ซึ่งมีข้อมูลระบุถึงตำแหน่งของ Directory สำหรับการติดตั้ง และ Shortcut ที่จะถูกสร้างขึ้นให้ Click ที่ Install เพื่อเริ่มการติดตั้ง Ghostscript
5. เสร็จสิ้นการติดตั้ง

โปรแกรม MiKTeX 2.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. Double Click ที่ basic-miktex-2.8.3761

2. จะปรากฏหน้าต่าง MiKTeX 2.8.3761 Installer : Copying Conditions ขึ้น ทำการเลือกที่ I Accept the MiKTeX copyingconditions แล้ว Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

3. เลือกติดตั้งสำหรับทุกคนใช้งานได้ โดยเลือกที่ Anyone who uses this computer (all users) แล้วกด Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

4. ทำการกำหนด Installation Directory แล้วกด Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

5. ทำการกำหนด Preferred Paper ให้เลือกเป็น A4 Install missing packages on-the-fly เลือกเป็น Ask me first แล้วกด Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

6. กด Click ที่ Start เพื่อเริ่มการติดตั้งโปรแกรม MiKTeX 2.8

7. เมื่อก่อนติดตั้งเสร็จสิ้นปุ่ม Next จะสามารถทำงานได้ ให้ Click ที่ปุ่ม Next

8. จะปรากฏหน้า Complete The MiKTeX Setup Wizard ขึ้นให้กด Close

9. เสร็จสิ้นการติดตั้ง

โปรแกรม ImageMagick

1. Doueble Click ที่ ImageMagick-6.6.5-9-Q16-windows-dll

2. จะปรากฏหน้าต่าง Setup ImageMagick 6.6.5 Q16 Click Click ที่ Next เพื่อเริ่มการติดตั้ง

3. ทำการเลือกที่ I Accept the agreement แล้ว Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

4. ทำการ Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อ

5. ทำการกำหนด Installation Directory แล้ว Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

6. ทำการกำหนดชื่อ Folder ใน Start Menu Folder แล้ว Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

7. ทำการเลือก Add application directory to your system path แล้ว Click ที่ Next เพื่อดำเนินการต่อไป

8. Click Install เพื่อดำเนินการติดตั้ง

9. เสร็จสิ้นการติดตั้ง

การทำให้ Web Site มาสามารถใช้งาน LaTeX ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. ทำการ Copy Folder Miktex ใน C:\Program Files\MiKTeX 2.8 มาไว้ที่ C:

2. ทำการ Copy Folder ImageMagick-6.6.5-Q16 ใน C:\Program Files มาไว้ที่ C:

รายละเอียดของระบบ

1. โปรแกรมหลัก คือ โปรแกรมช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย โดยมีวิธีการติดตั้งดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น

2. โปรแกรมย่อยสำหรับ การหาผลลัพธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย

2.1 ชื่อโปรแกรม โปรแกรมการหาผลลัพธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย

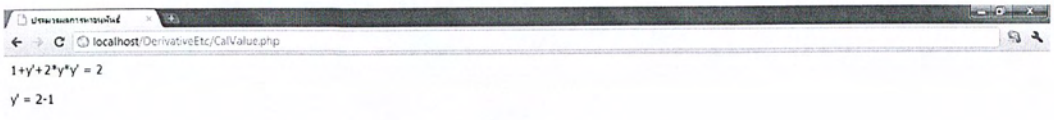
2.2 การเรียกใช้ นำโฟลเดอร์ DerivativeEtc ไว้ที่ C:\Appserv\www\DerivativeEtc สามารถรันโดยเข้าหน้าเว็บบราวเซอร์ แล้วพิมพ์ URL คือ http://127.0.0.1/DerivativeEtc หรือ http://localhost/DerivativeEtc

2.3 การพัฒนาผลลัพธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย สามารถพัฒนาจากไฟล์ DerivativeEtc/CalValue.php ในคลาส Math_Derivative และ ฟังก์ชัน DerivativeEtc

3. ข้อจำกัดของโปรแกรมการหาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์

3.1 การหาผลลัพธ์แบบปกติยังไม่สมบูรณ์ (กรณีการคูณและหารที่ซับซ้อน)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



3.2 การหาผลลัพธ์ สามารถหาได้โดยที่สมการมีตัวอนุพันธ์ เพียงหนึ่งตัวเท่านั้น

3.3 ไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่มีส่วนประกอบของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้