

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

อินทิกรัลเซอร์โวแบบเวลาเต็มหน่วยพร้อมตัวควบคุม PDA จำนวน $\frac{n-2}{2}$ ภาค

สำหรับระบบไม่เสถียร

DISCRETE TIME INTEGRAL SERVO WITH PID x (n-2)/2 STAGE PDA
CONTROLLERS FOR UNSTABLE SYSTEMS



T117868



พัสมล โชติช่วงชัชวาล

PATSAMOL CHOTECHUANGCHUTCHAWAL

พ.
พ 58770
2554

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 117868
วัน,เดือน,ปี 22 ต.ค. 2554

b. 12350539
i.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2554

KMITL 2011-EN-M-060-008

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**DISCRETE TIME INTEGRAL SERVO WITH PID x $(n-2)/2$ STAGE PDA
CONTROLLERS FOR UNSTABLE SYSTEMS**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2011

KMITL 2011-EN-M-060-008

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2011

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	อินทิกรัลเซอโวแบบเวลาเต็มหน่วยพร้อมตัวควบคุม PDA
	จำนวน $\frac{n-2}{2}$ ภาคสำหรับระบบไม่เสถียร
นักศึกษา	นางสาวพัศมล โชติช่วงชัชวาล
รหัสนักศึกษา	50060809
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2554
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมเชิงเวลาแบบเต็มหน่วยสำหรับระบบอินทิกรัลเซอโว โดยใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-2)/2$ stage PDA สำหรับระบบซึ่งไม่มีเสถียรภาพ โดยผลจากการจำลองได้แสดงให้เห็นว่าถึงแม้ว่าระบบดังกล่าวไม่ได้มีการเพิ่มในส่วน of ตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์แบบเต็มหน่วยเข้าไป ผลตอบสนองของการกระตุ้นแบบหนึ่งหน่วยนั้นก็สามารเข้าสู่สถานะเสถียรภาพได้ ซึ่งแตกต่างจากผลตอบสนองในกรณีของตัวควบคุมเชิงเวลาแบบต่อเนื่องที่จะเข้าสู่เสถียรภาพได้นั้นต้องมีการเพิ่มตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์แบบเวลาต่อเนื่องด้วย และผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นอีกว่าเพียงทำการเพิ่มอัตราขยายเข้าไปกับระบบ ระบบจะเข้าสู่เสถียรภาพได้รวดเร็วขึ้น พร้อมทั้งมีความคงทนของระบบ และมีประสิทธิภาพสูงขึ้น

Thesis Title DISCRETE TIME INTEGRAL SERVO WITH $PID \times (n-2)/2$
STAGE PDA CONTROLLERS FOR UNSTABLE SYSTEMS

Student Ms. Patsamol Chotechuangchutchawal

Student ID. 50060809

Degree Master of Engineering

Program Instrumentation Engineering

Year 2011

Thesis Advisor Assoc. Prof. Dr. Thanit Trisuwannawat

ABSTRACT

This paper presents the simplest method to design the discrete time integral servo problem employing $PID \times (n-2)/2$ stage PDA controllers for unstable systems. The results from simulation shown that even the discrete integrator is not introduced the unit impulse responses are easily satisfied differ from the case of continuous time that necessary to be introduced. In addition, just increasing only the controller gain, the system is robustly stabilizable with the better performance.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้เป็นอย่างดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก รศ.ดร.ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์และ ผศ.พิทยา ปานนิล ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ทั้งสองท่าน และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่งานบริหารวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความช่วยเหลือในเรื่องต่างๆ

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดาและครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกเรื่องๆ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

พัศมล โชติช่วงชัชวาล

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	3
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	3
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	3
1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการเดิม.....	4
1.6 ขอบเขตการวิจัย.....	4
1.7 ขั้นตอนการศึกษา.....	5
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม.....	6
2.1 หลักการของระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control System).....	6
2.2 ตัวควบคุมแบบ PID.....	12
2.2.1 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID.....	14
2.2.2 ผลของตัวควบคุมแบบ PID ในระบบวงปิด.....	15
2.2.3 ข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ PID.....	16
2.3 ตัวควบคุมแบบ PIDA	17
2.3.1 การออกแบบตัวควบคุมตามแนวทางของ Richard C. Dorf.....	18
2.3.2 การออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ.....	20
2.4 ตัวควบคุมแบบ PID × (n-1) stage PD.....	22
2.4.1 โครงสร้างของระบบควบคุม PID × (n-1) stage PD.....	22
2.4.2 การออกแบบตัวควบคุม PID × (n-1) stage PD โดยใช้วิธีทางเดินของราก.....	25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.5 ตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD.....	27
2.6 ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอ สำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ	29
บทที่ 3 ระบบปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวและลูกตุ้มหัวกลับ.....	32
3.1 ปัญหาอินทิกรัลเซอร์โว.....	32
3.2 ลูกตุ้มหัวกลับ.....	34
3.3 ฮาร์ดแวร์ของระบบ.....	35
3.4 แบบจำลองระบบด้วยปริภูมิสถานะ (State-Space Modeling).....	37
3.4.1 แบบจำลองเชิงเส้นของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....	37
3.4.2 แบบจำลองเชิงเส้นของหุ่นยนต์สองล้อทรงตัว.....	40
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมและผลการจำลองระบบ.....	48
4.1 โครงสร้างของปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวและระบบลูกตุ้มหัวกลับ.....	48
4.2 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง	50
4.3 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาเต็มหน่วย.....	53
4.4 ผลการจำลองการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและเต็มหน่วย.....	56
4.4.1 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 1 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์.....	56
4.4.2 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.5 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์.....	64
4.4.3 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.25 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์.....	71
4.4.4 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.125 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์.....	78
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	85
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	85
5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	86

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บรรณานุกรม.....	87
ภาคผนวก.....	64
ภาคผนวก ก. โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองการทำงานของระบบลูกตุ้มหัวกลับ.....	65
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	76
ประวัติผู้เขียน.....	84



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 สรุปผลการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ที่มีผลต่อระบบ.....	16
3.1 แสดงการกำหนดตัวแปรและค่าต่างๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้.....	46



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา **vii** ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 กราฟเปรียบเทียบระหว่างเอาต์พุต (เส้นทึบ) และความคลาดเคลื่อน $e(t)$ (เส้นไขว้ปลา).....	7
2.2 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $ e(t) $ (เส้นทึบ) และ $ e(t) ^2$ (เส้นไขว้ปลา).....	7
2.3 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $\int_0^{\infty} e(t) ^2 dt$ (เส้นทึบ) และ $ e(t) ^2$ (เส้นไขว้ปลา).....	8
2.4 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $e(t)$ (เส้นไขว้ปลา) เทียบกับค่า $\int_0^{\infty} e(t) ^2 dt$ (เส้นประ).....	8
2.5 แผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิม.....	9
2.6 เมื่อพิจารณาถึงรบกวนในระบบควบคุมแนวตั้งเดิม.....	9
2.7 แสดงแผนภาพของระบบในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่.....	10
2.8 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	11
2.9 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	12
2.10 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID.....	14
2.11 ขอบเขตของทางเดินที่ครอบคลุมรากที่ยอมรับได้และตำแหน่งรากในวงปิดในระนาบ s	19
2.12 แสดงโครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-1)$ stage PD.....	23
2.13 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD.....	27
3.1 แผนผังฟังก์ชันพื้นฐาน.....	32
3.2 รูปแสดงส่วนขยายของระบบ.....	33
3.3 อินทิกรัลเซอร์โวกับตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA.....	34
3.4 แสดงตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับแบบต่างๆ.....	35
3.5 หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวจากโปรแกรม SolidWorks®.....	35
3.6 ส่วนประกอบของหุ่นยนต์.....	36
3.7 แบบจำลองของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....	38
3.8 ตัวอย่าง Free body diagram ของระบบลูกตุ้มหัวกลับ.....	40
3.9 Free body diagram ของล้อหุ่นยนต์.....	41
3.10 Free body diagram ของก้านของหุ่นยนต์.....	43
4.1 อินทิกรัลเซอร์โวกับตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA.....	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา VIII ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 โพลของระบบวงเปิด.....	49
4.3 การทำให้ระบบอยู่ในสภาวะมีเสถียรภาพ.....	50
4.4 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบดิจิทัล.....	53
4.5 รูปภาพแสดงทางเดินของรாகบนระนาบ S	59
4.6 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	60
4.7 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	60
4.8 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z	62
4.9 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	63
4.10 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	63
4.11 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ S	66
4.12 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	67
4.13 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	67
4.14 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z	69
4.15 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	70
4.16 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	70
4.17 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ S	73
4.18 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	74
4.19 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	74
4.20 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z	76
4.21 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	77
4.22 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	77
4.23 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ S	80
4.24 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	81
4.25 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	81
4.26 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z	83
4.27 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย.....	84
4.28 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย.....	84

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบควบคุมโดยทั่วไปซึ่งอยู่ในประเภทศูนย์ ซึ่งเป็นระบบลำดับที่สามถึงห้า หรือค่าเวลาไม่ตอบสนองรวมกับลำดับล่าหลังอันดับที่หนึ่ง แม้ว่าการใช้ตัวควบคุมพีไอดีจะใช้มากมายในอุตสาหกรรม แต่เป็นการยากที่ตัวควบคุมดังกล่าวจะสามารถควบคุมระบบที่มีลำดับสูงๆ ได้ ซึ่งปัญหานี้จะเป็นทั้งระบบต่อเนื่องและระบบแบบเต็มหน่วย ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อลำดับของกระบวนการสูงกว่าอันดับสาม จะพบว่าระบบพีดีเอไม่สามารถใช้งานได้ ดังนั้นระบบควบคุมตามแนวทางวิธีของกิตตินันต์ได้ถูกนำมาใช้กับปัญหาดังกล่าว ยิ่งไปกว่านั้นวิธีการนี้ได้มีประโยชน์อย่างมากในการใช้ควบคุมระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ซึ่งเอกสารนี้ได้แนะนำถึงการนำวิธีของกิตติมาควบคุมระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ โดยใช้ไอพีเอส ซึ่งมีการแสดงตัวอย่างทั้งปัญหาพื้นฐานในระบบควบคุมแบบเคลื่อนไหว และทฤษฎีระบบควบคุมที่นำมาใช้ในการทดสอบ

บทความนี้ฉบับนี้ได้แสดงถึงการควบคุมระบบที่ไม่มีเสถียรภาพของ เพนดูลัมแบบย้อนกลับ โดยการใช้การแก้ปัญหของอินทิกรัลเซอร์โวแบบเวลาต่อเนื่อง พีไอดีเอ ที่ $(n-2)/2$ ของพีดีเอ โดยเป็นการนำตัวอินทิเกรเตอร์แบบเวลาต่อเนื่อง ไปขยายต่อจากระบบเดิม ซึ่งรู้ลำดับของระบบ จำนวนของพีดีเอก็จะถูกนำไปเพิ่มเติม โดยใช้วิธีการของกิตติ เพื่อที่จะกำหนดตำแหน่งทั้งของ ซีโรตัวแรก จากนั้นค้นหาตำแหน่งของ ซีโรที่เหลือของพีดีเอ และอัตราขยายของคูฟ โดยใช้เทคนิคทางเดินของราก จากนั้นทำการออกแบบดังกล่าวเข้ากับระบบคาบเวลาแบบเต็มหน่วย และทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ และทำการทดสอบการมีเสถียรภาพของระบบ การเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม พร้อมทั้งทดสอบความคงทนของระบบ

ในอดีตงานวิจัยทางการออกแบบตัวควบคุม ส่วนใหญ่เป็นการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิม โดยใช้แนวทางที่อาศัยการตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency Response) ซึ่งเหมาะกับระบบสัญญาณขาเข้าเดียว-สัญญาณขาออกเดียว (SISO System) การออกแบบการควบคุมแนวนี้ยังคงมีข้อจำกัด ทำให้ไม่สามารถขยายผลไปสู่การศึกษาและการประยุกต์กับระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก (Multi-Input Multi-Output System) ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแนวใหม่ (Modern Control) อธิบายพฤติกรรมของระบบพลวัตด้วยแบบจำลองปริภูมิสถานะ (State-Space Modeling) ที่มีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับสมการปริภูมิสถานะหรือสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับหนึ่ง โดยสามารถนำไปใช้งานในการศึกษาทฤษฎีระบบควบคุมเชิงเส้นได้ทั้งระบบสัญญาณขาเข้าเดียว-สัญญาณขาออกเดียว และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก จึงเหมาะสมกับระบบที่มีความซับซ้อนมากกว่า โดยพิจารณาผลตอบสนองเชิงเวลาควบคู่กับผลตอบสนองเชิงความถี่ ระบบลูกตุ้มหัวกลับ (Inverted Pendulum System) และ อินทิกรัลเซอร์โว ถือเป็นต้นแบบของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ (Unstable System) ที่นักวิทยาศาสตร์และนักวิจัยมักนำมาใช้เป็นระบบในการศึกษาพัฒนาการออกแบบตัวควบคุม และนำมาใช้ในการคำนวณทฤษฎีการควบคุมชนิดต่างๆ ซึ่งนอกจากระบบดังกล่าวจะเป็นระบบที่ไม่เสถียรแล้ว ยังเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear System) และเป็นระบบที่ซับซ้อนหลายตัวแปร (Complex Multivariable) [1]-[3] ทั้งนี้เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมโดยทั่วไปคำนึงเพียงการออกแบบเพื่อให้สามารถควบคุมระบบให้ตอบสนองได้อย่างรวดเร็ว มีค่าฟังก์ชันต่างๆ และมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวน้อยที่สุด แต่สำหรับการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบดังกล่าวต้องคำนึงถึงการที่ต้องทำให้ระบบที่ไม่มีเสถียรภาพให้มีเสถียรภาพด้วย ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิมสำหรับระบบนี้จึงไม่ถ่วงนัก ผู้ออกแบบจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในระบบเป็นอย่างดี และต้องมีความแม่นยำในการปรับแต่งตัวควบคุมเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพที่ดีตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ ขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแนวใหม่สามารถทำได้ง่าย และให้ผลตอบสนองที่ดีกว่าดังจะเห็นได้จากงานวิจัยจำนวนมากที่แสดงถึงความสามารถของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้สำหรับระบบดังกล่าว โดยการใช้ทฤษฎีการควบคุมในหลายรูปแบบ เช่น การควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non Linear Control) การควบคุมแบบปรับตัวเองได้ (Adaptive Control) การควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic) และการควบคุมแบบโครงข่ายประสาทเทียม (Neural Network) เป็นต้น สำหรับการออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control) ถือเป็นารควบคุมแนวใหม่แบบหนึ่งที่น่าสนใจนำมาออกแบบสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ

ปัจจุบันมีงานวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบลูกตุ้มหัวกลับรูปแบบใหม่คือ Two-Wheeled Balancing Robot หรือ Two-Wheeled Mobile Robot หรือที่รู้จักกันดีว่า Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot [4]-[6] โดยจุดมุ่งหมายของการออกแบบตัวควบคุมคือ เพื่อรักษาเสถียรภาพระบบลูกตุ้มหัวกลับขณะที่มีการเคลื่อนที่ ใน [7] นำเสนอตัวต้นแบบของระบบลูกตุ้มหัวกลับในรูปแบบของหุ่นยนต์สองล้อเพื่อนำไปใช้ในการสอนการออกแบบตัวควบคุมซึ่งตัวควบคุมที่ได้ออกแบบ ได้แก่การออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ อย่างไรก็ตามการหน่วงการแกว่ง [8]-[9] ของระบบ เป็นสิ่งหนึ่งที่นักวิจัยให้ความสำคัญ ดังนั้นใน [10] จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับหน่วงการแกว่งของหุ่นยนต์สองล้อ โดยการใช้วิธี Derivative State Constrained

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงมีแนวคิดที่จะศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพแบบเต็มหน่วย [11] ด้วยจุดประสงค์เดียวกัน คือ ควบคุมให้ระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเสถียรภาพ และยังควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงของเอาต์พุตมุมของลูกตุ้มหัวกลับให้ราบเรียบขึ้น โดยเทียบกับเวลา โดยเป็นการจำลอง

ระบบผ่านโปรแกรม MATLAB ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการนำไปพัฒนาและประยุกต์ใช้กับระบบจริงอื่นๆ ได้ในอนาคต

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมเชิงเวลาเต็มหน่วยของระบบที่ไม่เสถียรภาพของ เพนดูลัมแบบย้อนกลับ โดยทำการพัฒนาการแก้ปัญหาของอินทิกรัลเซอโวแบบเวลาต่อเนื่อง พีไอดีเอ ที่ $(n-2)/2$ ของพีดีเอ โดยเป็นการนำตัวอินทิเกรเตอร์แบบเวลาต่อเนื่องไปขยายต่อจากระบบเดิม ซึ่งรู้ลำดับของระบบ จำนวนของพีดีเอก็จะถูกนำไปเพิ่มเติม โดยใช้วิธีการของกิตติ เพื่อที่จะกำหนดตำแหน่งทั้งของ ซีโรตัวแรก จากนั้นค้นหาตำแหน่งของ ซีโรที่เหลือของพีดีเอและอัตราขยายของลูฟ โดยใช้เทคนิคทางเดินของราก จากนั้นทำการออกแบบระบบด้วยวิธีการดังกล่าวบนระบบเวลาแบบเต็มหน่วย ให้มีคุณสมบัติการมีเสถียรภาพของระบบ มีค่าลวงเกินที่ต่ำ และที่สำคัญคือมีความคงทนของระบบ

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

ถึงแม้ว่าตัวควบคุมแบบอนาลอกจะไม่ต้องการใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ในการทำงาน แต่อย่างไรก็ตามต้องประยุกต์ใช้งานบนวงจรแบบอนาลอก เช่น ออปแอมป์, BJT และตัวเปรียบเทียบ เพื่อช่วยในการทำสมดุลของพาหนะ ซึ่งข้อดีคือต้องใช้ส่วนประกอบที่มาก, ยากต่อการเปลี่ยนแปลงและวงจรที่เกี่ยวข้องต้องสมบูรณ์แบบมาก อุปกรณ์เสียหายง่ายเนื่องจากความผิดพลาดและการถูกทำลาย ซึ่งตรงๆในการรักษาสมดุลจะไม่ทำโดยการใช้เพียงฮาร์ดแวร์เท่านั้น วิธีการแก้ปัญหาข้างต้นคือ การออกแบบตัวควบคุมแบบดิจิทัลโดยการใช้ฮาร์ดแวร์หรือไมโครคอนโทรลเลอร์ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับคอมพิวเตอร์ได้ดีกว่าการใช้ตัวควบคุมแบบอนาลอก ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมเชิงเวลาเต็มหน่วยของระบบที่ไม่เสถียรภาพของเพนดูลัมแบบย้อนกลับ โดยทำการพัฒนาการแก้ปัญหาของอินทิกรัลเซอโวแบบเวลาต่อเนื่อง พีไอดีเอ ที่ $(n-2)/2$ ของพีดีเอ

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอมีขั้นตอนคล้ายกับการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยนำฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบควบคุมถูกดัดแปลงแบบหวักลกลับเดิมมาแปลงให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมสัญญาณไม่ต่อเนื่อง การออกแบบระบบจะพิจารณาล็อกใช้คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Time) ในการสุ่มสัญญาณของระบบให้เหมาะสม เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก โดยการกำหนดตำแหน่งของซีโรว์ของตัวควบคุมภายใต้เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) และเลือกวางตำแหน่งของซีโรว์ที่เพิ่มเข้าไป ให้มีตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งของโพลของกระบวนการมากที่สุด โดยเหลือซีโรว์ไว้หนึ่งตัวเพื่อใช้ในการกำหนดให้เส้นทางเดินของรากผ่านจุดของโพลวงปิดเด่นชัด (Dominant Closed-Loop Pole) ที่ต้องการ จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมตามวิธีการดังกล่าวในแบบเวลาเต็มหน่วย และทำการจำลองการออกแบบตัวควบคุม พร้อมทั้งทดสอบคุณสมบัติการมีเสถียรภาพของระบบ ทั้งในส่วนการป้อนอินพุตแบบหนึ่งหน่วย และอินพุตกระตุ้นแบบหนึ่งหน่วย โดยใช้โปรแกรม MATLAB และเปรียบเทียบผลการจำลองของการออกแบบตัวควบคุมเชิงเวลาเต็มหน่วยที่ได้ออกแบบนี้กับตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่อง

1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการเดิม

ตัวควบคุมเชิงเวลาต่อเนื่องของระบบที่ไม่เสถียรภาพของเพนดูลัมแบบย้อนกลับโดยทำการพัฒนาการแก้ปัญหาของอินทิกรัลเซอร์โวแบบเวลาต่อเนื่อง พีไอดีเอ ที่ $(n-2)/2$ ของพีดีเอ โดยเป็นการนำตัวอินทิเกรเตอร์แบบเวลาต่อเนื่องไปขยายต่อจากระบบเดิม ซึ่งรู้ลำดับของระบบ จำนวนของพีดีเอก็จะถูกนำไปเพิ่มเติม โดยใช้วิธีการของกิตติ เพื่อที่จะกำหนดตำแหน่งทั้งของ ซีโรว์ตัวแรก จากนั้นค้นหาตำแหน่งของ ซีโรว์ที่เหลือของพีดีเอ และอัตราขยายของลูฟ โดยใช้เทคนิคทางเดินของราก

ส่วนตัวควบคุมเชิงเวลาต่อเนื่องแบบเดียวกันนั้นจะมีข้อแตกต่างในส่วนของตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์ที่ได้มีการเพิ่มเข้าไปเพื่อให้ระบบมีคุณสมบัติที่มีเสถียรภาพ อย่างไรก็ตามในส่วนของตัวควบคุมเชิงเวลาต่อเนื่องนั้นจะมีส่วนของโพลอันเนื่องมาจากการทำกระบวนการแปลงจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นแบบเวลาเต็มหน่วย และเหตุผลดังกล่าวนี้ทำให้ตัวควบคุมทั้งสองมีความแตกต่างกัน แต่ผลที่ได้ในระบบเวลาเต็มหน่วยนั้นขึ้นอยู่กับค่าที่ใช้ค่าอัตราขยายและค่าคาบเวลาการสุ่มที่เหมาะสมกับระบบด้วย

1.6 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงตัวควบคุมแบบเวลาเต็มหน่วยของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA สำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เพื่อเป็นพื้นฐานในการพัฒนาและการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวแบบเวลาเต็มหน่วย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบตัวควบคุมแบบเต็มหน่วย มาใช้แทนตัวควบคุมของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA สำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองระบบด้วย

โปรแกรม MATLAB แสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมที่ออกแบบเปรียบเทียบกับตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาแบบเต็มหน่วย

1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

การทำวิทยานิพนธ์มีขั้นตอนการศึกษาโดยเริ่มจากการศึกษาระบบลูกตุ้มหัวกลับ ซึ่งระบบที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือ ระบบหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวผ่านวิทยุบังคับ โดยการศึกษาเน้นที่การหาแบบจำลองระบบดังกล่าวด้วยปริภูมิสถานะเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม จากนั้นทำการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมชนิดต่างๆ ได้แก่การใช้เทคนิคทางเดินของรามาทำการคำนวณและวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA สำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลการจำลองของการออกแบบตัวควบคุมในแบบต่างๆ ทั้งในส่วนของระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาเต็มหน่วย ด้วยโปรแกรม MATLAB

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม

บทที่ 3 กล่าวถึงระบบลูกตุ้มหัวกลับ ซึ่งประกอบด้วยส่วนที่เป็นฮาร์ดแวร์ของระบบและส่วนของแบบจำลองระบบด้วยปริภูมิสถานะ

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมและผลจากการจำลองระบบของตัวควบคุมแบบต่างๆ ทั้งในระบบเวลาต่อเนื่องและในระบบเวลาเต็มหน่วย ตลอดจนการเปรียบเทียบผลการจำลองของการป้อนอินพุทแบบหนึ่งหน่วยและอินพุทกระตุ้นหนึ่งหน่วย และผลของการปรับค่าอัตราขยาย พร้อมทั้งการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาการลู่

บทที่ 5 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

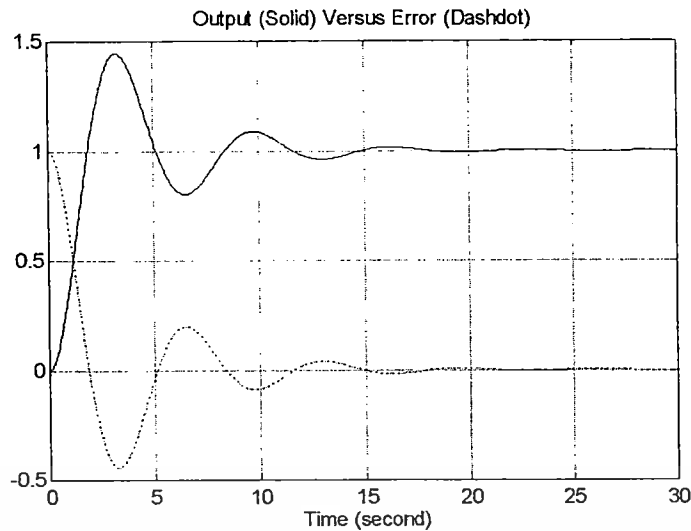
บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุมเชิงเวลาต่อเนื่อง และเติมหน่วยของระบบที่ไม่เสถียรภาพของ เพนดูลัมแบบย้อนกลับ โดยทำการพัฒนาการแก้ปัญหาของอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีไอดีเอ ที่ $(n-2)/2$ ของพีดีเออัน ได้แก่ เทคนิคการออกแบบโดยใช้ทางเดินของรากและวิธีแบบกิตติ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว ตลอดจนการเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม พร้อมทั้งการแปลงระบบคาบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบคาบเวลาเติมหน่วยและการเลือกใช้ค่าคาบเวลาการสุ่มต่างๆ ในกระบวนการแปลงระบบคาบเวลาทีเรียกว่ากระบวนการ Discretization

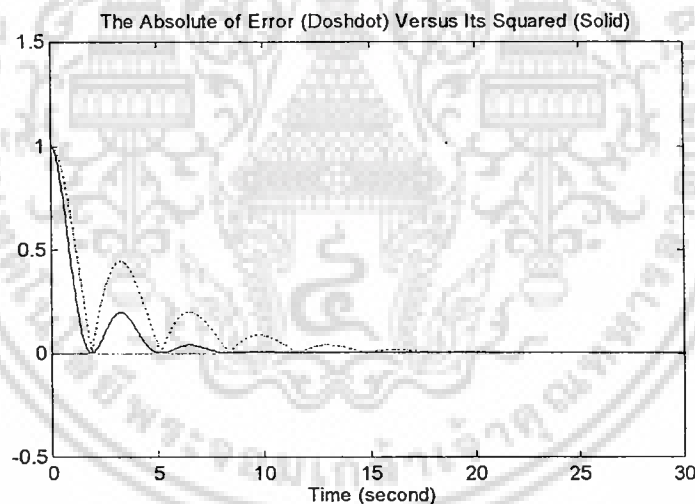
2.1 หลักการของระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control System)

ระบบควบคุมโดยทั่วไปมักคำนึงเพียงการควบคุมระบบให้มีผลตอบสนองชั่วคราว (Transient Response) ที่เร็ว ด้วยค่าพุ่งเกิน (Overshoot) ต่ำ ตลอดจนเวลาเข้าที่ (Settling Time) สั้น ซึ่งสามารถทำได้ด้วยการออกแบบและปรับแต่งตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ แต่สำหรับระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดมุ่งเน้นถึงการควบคุมระบบให้มีความคลาดเคลื่อน (Error) น้อยที่สุด โดยสามารถใช้กับระบบที่มีความยุ่งยากซับซ้อนและยังสามารถนำไปประยุกต์ได้กับทั้งระบบควบคุมแบบวงเปิดหรือวงปิด การหาปริมาณความคลาดเคลื่อนของระบบทำได้โดยสมมติว่าระบบฯ หนึ่ง มีปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุตแบบขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 กราฟเปรียบเทียบระหว่างเอาต์พุต (เส้นทึบ) และความคลาดเคลื่อน $e(t)$ (เส้นไขว้ปลา)

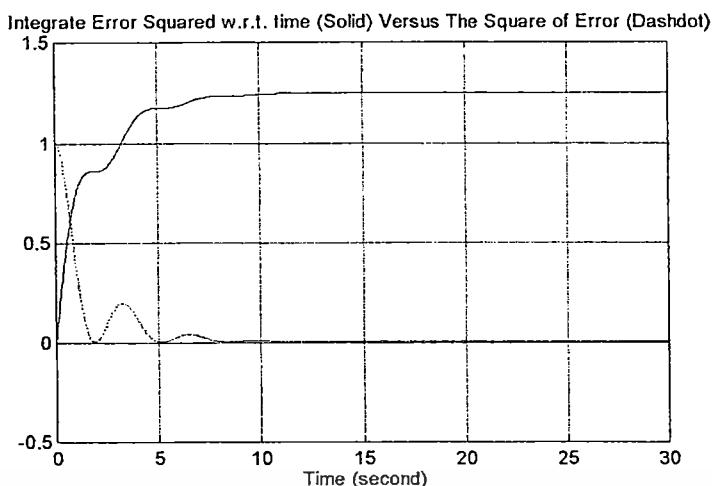
เห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อน $e(t)$ มีทั้งที่บวกและลบ ต่อไปพิจารณาค่าสัมบูรณ์ (Absolute) ของ $e(t)$ หรือ $|e(t)|$ และการยกกำลังสอง $|e(t)|^2$ เป็นดังนี้



รูปที่ 2.2 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $|e(t)|$ (เส้นทึบ) และ $|e(t)|^2$ (เส้นไขว้ปลา)

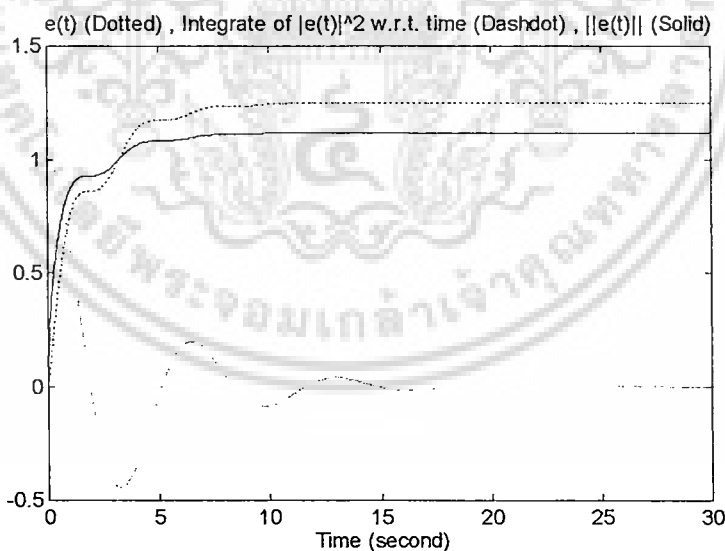
ถ้าอินทิเกรตความคลาดเคลื่อน $|e(t)|^2$ เทียบกับเวลา t หรือ $\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt$ แล้ว จะได้ผลลัพธ์

ดังนี้



รูปที่ 2.3 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt$ (เส้นทึบ) และ $|e(t)|^2$ (เส้นไขว่ปลา)

แต่การ $\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt$ นั้น จะได้ขนาดของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง $|e(t)|^2$ ที่รวมๆ กัน บนซีกบวก ยังไม่ใช่ขนาดจริงๆ ของความคลาดเคลื่อน $e(t)$ จาก $\sqrt{|e(t)|^2} = |e(t)|$ ดังนั้น ขนาดจริงๆ ของความคลาดเคลื่อน $e(t)$ จึงเป็น $\|e(t)\| = \sqrt{\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt}$ ดังนี้



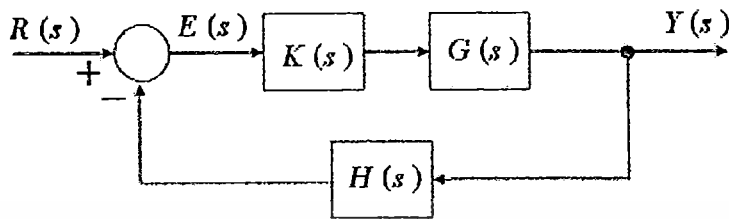
รูปที่ 2.4 กราฟเปรียบเทียบระหว่างค่า $e(t)$ (เส้นไขว่ปลา) เทียบกับค่า $\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt$ (เส้นประ)

$$\text{และ } \|e(t)\| = \sqrt{\int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt} \text{ (เส้นทึบ)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นในการควบคุมระบบหากสามารถปรับความคลาดเคลื่อนให้มีค่าน้อยที่สุด จะทำให้ได้เอาต์พุตของระบบที่ดีด้วย ซึ่งเป็นแนวทางในการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

พิจารณาแผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิมดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิม

โดยที่ $R(s)$ คือ ปริมาณอ้างอิงอินพุต (Reference Input)

$E(s)$ คือ ความคลาดเคลื่อน (Error)

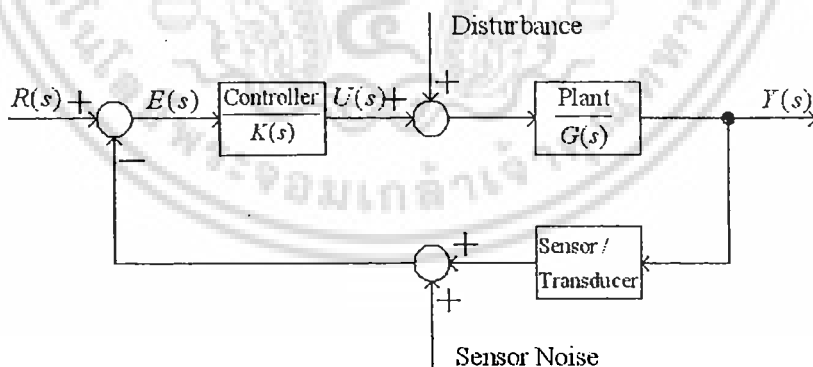
$Y(s)$ คือ ปริมาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม (Controlled Output)

$G(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของวิถีไปหน้า (Forward Path)

$H(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของการป้อนกลับ (Feedback Path)

$K(s)$ คือ ตัวควบคุม (Controller) ที่ต้องออกแบบ

ถ้าพิจารณาว่ามีสิ่งรบกวนในระบบควบคุมสามารถเขียนแผนภาพใหม่เป็นดังรูปที่ 2.6



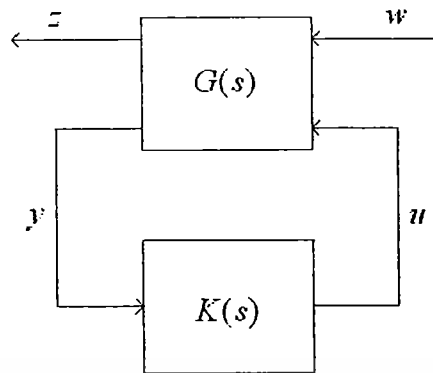
รูปที่ 2.6 เมื่อพิจารณาสิ่งรบกวนในระบบควบคุมแนวตั้งเดิม

จากรูปที่ 2.6 เมื่อนำมาพิจารณาในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่สามารถแสดงด้วยแผนภาพตามรูปที่ 2.7 โดยประกอบด้วย

1) Generalized Plant $G(s)$ และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ตัวควบคุม $K(s)$ ที่ต้องการออกแบบ



รูปที่ 2.7 แสดงแผนภาพของระบบในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่

โดยที่

z error signal.	w { disturbances, sensor noise, commands.
y measured variables.	u control input.

$$\text{Generalized Plant } G(s) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} w(t) \rightarrow & \begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t) \end{cases} \rightarrow z(t) \\ u(t) \rightarrow & \begin{cases} y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{cases} \rightarrow y(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

สำหรับ Generalized Plant $G(s)$ ประกอบไปด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยทั่วไปแล้วจะใช้ดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) เป็นตัวชี้บ่งว่าระบบนั้นๆ เป็นระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยถ้าระบบที่ได้รับการปรับดัชนีสมรรถนะให้มีค่าต่ำที่สุดจะจัดเป็นระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

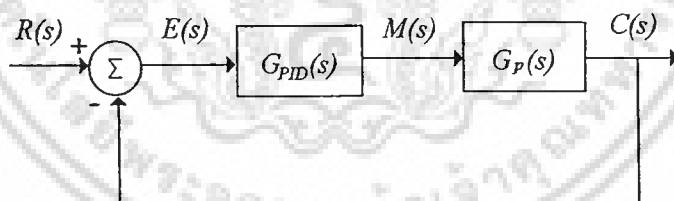
โดยทั่วไปดัชนีสมรรถนะของระบบเป็นดังนี้

$$J = \int_0^t g(x, u, t) dt \quad (2.5)$$

การหา $u = Fx$ ที่เป็นฟังก์ชันของ x เพื่อให้ได้ J ต่ำที่สุด ก็คือการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

2.2 ตัวควบคุมแบบ PID

ในรูปที่ 2.9 แสดงระบบควบคุมแบบป้อนกลับแบบ PID โดยจะนำสัญญาณจากเอาต์พุตของกระบวนการ ($C(s)$) มาเปรียบเทียบกับสัญญาณปรับตั้งที่กำหนด ($R(s)$) จากนั้นนำสัญญาณที่ได้จากการเปรียบเทียบ ($E(s)$) มาคำนวณตามตามกฎเกณฑ์ของการควบคุม เพื่อให้ได้สัญญาณจากตัวควบคุม ($M(s)$) นำไปควบคุมกระบวนการต่อไป



รูปที่ 2.9 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

โดย	$G_{PID}(s)$	คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID
	$G_P(s)$	คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ
	$R(s)$	คือ สัญญาณปรับตั้ง
	$C(s)$	คือ สัญญาณเอาต์พุตของระบบ
	$E(s)$	คือ สัญญาณผิดพลาดที่เกิดจากการเปรียบเทียบสัญญาณระหว่าง

$C(s)$ และ $R(s)$

$M(s)$ คือ สัญญาณขาออกจากตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดในรูป 2.9 คือ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_{PID}(s)G_p(s)}{1 + G_{PID}(s)G_p(s)} \quad (2.6)$$

ตัวควบคุมแบบ PID ประกอบด้วย ตัวควบคุมแบบ P ตัวควบคุมแบบ I และตัวควบคุมแบบ D โดยทั่วไปตัวควบคุมแบบ PID มีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.7)$$

โดยที่ K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ P (Proportional gain)

K_i คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral gain)

K_d คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative gain)

นอกจากนี้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID ยังนิยมเขียนอยู่ในรูปของ

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.8)$$

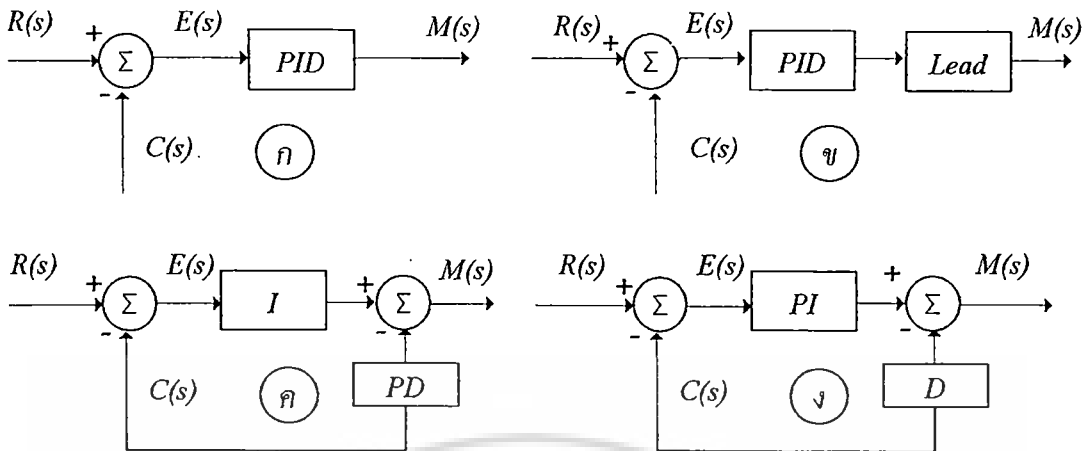
โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID

T_i คือ เวลาอินทิกรัลหรือ Reset time

T_d คือ เวลาคอนุพันธ์หรือเวลาอัตรา Rate time

จากสมการ (2.7) และสมการ (2.8) จะเห็นว่า $K_d = K_{pid} T_d$ และ $K_i = K_{pid} / T_i$ โดยค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ทั้งสามค่านี้จะใช้สำหรับปรับแต่งค่าให้กับตัวควบคุมเพื่อควบคุมกระบวนการที่ต้องการ

2.2.1 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID



รูปที่ 2.10 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID

รูปที่ 2.10 ก เป็นรูปแบบที่นิยมใช้สำหรับอธิบายเพื่อทำความเข้าใจกับระบบควบคุม แต่ไม่นิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิตจริง ๆ เนื่องจากตัวพารามิเตอร์แต่ละตัวในตัวควบคุมจะไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นการปรับพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่งจะไม่มีผลกระทบต่อตัวอื่น ๆ ซึ่งในความจริงไม่ได้เป็นเช่นนั้น สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูปแบบในรูป 2.10 ก คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(1 + \frac{1}{T_i} + T_d s \right) E(s) \quad (2.9)$$

รูปที่ 2.10 ข มักนิยมใช้เป็นตัวควบคุม PID แบบอนาลอก เช่นในวงจรรีเลย์คทรอนิกส์ เนื่องจากออกแบบง่ายและการปรับค่า PB , T_i และ T_d จะมีผลต่อกัน สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูปแบบในรูป 2.10 ข คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s) \left(\frac{1}{1 + \frac{T_d s}{n}} \right) \quad (2.10)$$

รูปที่ 2.10 ค ถูกนำไปใช้กับขบวนการผลิตจริงแบบดิจิทัล เหมาะสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีการรบกวนจากสัญญาณภายนอก เนื่องจากผลของพจน์อินทิเกรตทำให้สามารถลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การรบกวนได้ดี แต่จะไม่เหมาะกับระบบที่ต้องมีการปรับเปลี่ยนจุดปรับตั้ง เนื่องจากผลของการปรับ PB จะกระทบกับตัวแปรกระบวนการ สมการฟังก์ชันถ่ายโอนในรูป 2.10 ค คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(C(s) + \frac{E(s)}{T_i s} + \frac{T_d s \times C(s)}{\left(1 + \frac{T_s s}{n} \right)} \right) E(s) \quad (2.11)$$

รูปที่ 2.10 ง เป็นที่นิยมใช้ในกระบวนการผลิตจริงเช่นเดียวกับในรูป 2.10 ค เหมาะสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีการปรับเปลี่ยนจุดปรับตั้ง แต่ไม่เหมาะกับกระบวนการที่มีการรบกวนจากสัญญาณภายนอก เนื่องจากค่า PB มีผลต่อค่าผลต่างระหว่างค่าจุดปรับตั้งกับค่าของตัวแปรควบคุมกระบวนการ สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูป 2.10 ง คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(E(s) + \frac{E(s)}{T_i s} + \frac{T_d s \times C(s)}{\left(1 + \frac{T_s s}{n} \right)} \right) \quad (2.12)$$

2.2.2 ผลของตัวควบคุมแบบ PID ในระบบวงปิด

เมื่อเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในกระบวนการ พบว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมจะเป็นส่วนหนึ่งของสมการคุณลักษณะของระบบ ดังนั้นการตอบสนองจึงมีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในระบบ การเพิ่มตัวควบคุม PID ในระบบทำให้เกิดเทอมของ Proportional อินทิกรัลและอนุพันธ์ขึ้นในระบบ ดังนั้นผลของการเพิ่มตัวควบคุม PID เข้าไปในระบบจะถูกพิจารณาเป็นกรณีดังนี้

1. ผลของ Proportional Gain หรือ Proportional Band ต่อกระบวนการ

มีผลต่อความไว (Sensitivity) และค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว การเพิ่มค่า Proportional หรือลดค่า PB ทำให้ระบบเกิดการแกว่ง และอาจทำให้กระบวนการไม่มีเสถียรภาพได้ ในทางตรงข้ามการลดค่า Proportional หรือเพิ่มค่า PB จะทำให้เกิดค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวมากขึ้น

2. ผลของเวลาอินทิกรัลต่อกระบวนการ

พจน์อินทิกรัลเปรียบเสมือนการสะสมค่าของอินพุทที่เข้ามา ซึ่งก็คือค่าความผิดพลาดนั่นเอง ดังนั้นพจน์อินทิกรัลจึงให้การตอบสนองแบบสะสมค่าต่อความผิดพลาดที่เป็นไปอย่างช้าๆ การลดค่าของเวลาอินทิกรัลทำให้ค่าความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวของกระบวนการลดลง เนื่องจากค่าของเวลาอินทิกรัลแปร โดยตรงกับขนาดของค่าผิดพลาดสะสมของผลตอบสนองของระบบ แต่ถ้าน้อย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไปอาจจะทำให้ผลการตอบสนองของกระบวนการมีการแกว่งมากขึ้นหรือมีค่าพุ่งเกินเพิ่มขึ้น การเพิ่มค่าของเวลาอินทิกรัลจะทำให้ผลตรงข้ามกับที่กล่าวมา

3. ผลของเวลาอนุพันธ์ต่อกระบวนการ

พจน์อนุพันธ์ทำให้เกิดการตอบสนองอย่างรวดเร็วต่อการเปลี่ยนแปลงของอินพุท ดังนั้นถ้าอินพุทมีการเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด จะทำให้การตอบสนองของพจน์อนุพันธ์มีค่าเปลี่ยนแปลงสูงคือทำให้ระบบมีการตอบสนองเร็วขึ้น

ผลของการเพิ่มตัวควบคุม PID ต่อพารามิเตอร์ของระบบสรุปได้ตามตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 สรุปผลการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ที่มีผลต่อระบบ

เพิ่มค่า	ค่าช่วงเวลารั้งขึ้น	ค่าพุ่งเกิน	ค่าช่วงเวลารั้งเข้าที่	ค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว
K_p	ลด	เพิ่ม	เปลี่ยนเล็กน้อย	ลด
K_i	ลด	เพิ่ม	เพิ่ม	ไม่มี
K_d	เปลี่ยนเล็กน้อย	ลด	ลด	เปลี่ยนเล็กน้อย

2.2.3 ข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ PID

พิจารณาสมการ (2.9) เมื่อนำมาจัดรูปแบบใหม่จะได้

$$G_{PID}(s) = K_p \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_d s} \right) \quad (2.13)$$

จะเห็นว่าตำแหน่งของซีโรบนระนาบ s (s -Plane) ขึ้นอยู่กับค่า T_i และ T_d ดังนี้

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{(T_i)^2 - 4T_i T_d}}{2T_i T_d} \quad (2.14)$$

เมื่อพิจารณาค่ารากของสมการ

- ถ้า $T_i \geq 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจริงบนระนาบ s ซึ่งเป็นค่าเหมาะสมที่สุด (Optimum)
- ถ้า $T_i < 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะเป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุค (Complex quantity) ซึ่งไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$T_i = 4T_d$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ z_1, z_2 คือ ซีโร้ของตัวควบคุมแบบ PID

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2T_d}$$

ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จัดรูปแบบใหม่เป็น

$$\begin{aligned} G_{PID}(s) &\equiv K_{pid} \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \\ &\equiv K_{pid} \frac{(s + z_c)^2}{s} \end{aligned} \quad (2.15)$$

โดย K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID
 z_c คือ ซีโร้ของตัวควบคุม PID

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในสมการ (2.15) พบว่าตัวควบคุมประกอบไปด้วย ซีโร้สองตัว และโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบ s ดังนั้นกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID จะทำให้ระบบควบคุมเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนี้

- ก. อันดับ (Order) ของระบบเพิ่มขึ้นหนึ่งอันดับ
- ข. ชนิด (Type) ของระบบเพิ่มขึ้นอีก 1 (ชนิด หมายถึง จำนวนของโพลที่จุดกำเนิดของระบบ)

การที่อันดับของระบบเพิ่มขึ้น จะทำให้ระบบช้าลงและมีการล่าช้าหลังทางเวลาเกิดขึ้น อาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ ส่วนการเพิ่มขึ้นของชนิดของระบบเป็นผลดีต่อระบบ เนื่องจากทำให้ไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวต่อสัญญาณอินพุตที่เป็นสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย

2.3 ตัวควบคุมแบบ PIDA

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA มีแนวคิดมาจากการเพิ่มซีโร้ทำงานร่วมกับตัวควบคุม PID เรียกตัวควบคุมนี้ว่า ตัวควบคุมแบบ PIDA ตัวควบคุมดังกล่าวถูกออกแบบมาเพื่อควบคุมกระบวนการอันดับสาม โดยใช้เทคนิคและวิธีของตัวควบคุมแบบ PID เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA

พิจารณาโครงสร้างของระบบควบคุมวงปิดดังรูปที่ 2.9 เมื่อสัญญาณป้อนกลับเป็นหนึ่งหน่วย (Unit Feedback) ตัวควบคุมแบบ PIDA มีโครงสร้างดังนี้

$$\begin{aligned}
 G_{PIDA}(s) &= K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{(s+d)} + \frac{K_A s^2}{(s+d)(s+e)} \\
 &= K_{pida} \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} \quad a, b, z \ll d, e
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

โดยที่ K_{pida} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PIDA

เมื่อ a, b, z และ d, e คือซีโรและโพลของตัวควบคุมแบบ PIDA ตามลำดับ เนื่องจาก $a, b, z \ll d, e$ พิจารณาโพลที่ d, e มีค่าเล็กน้อยมาก สามารถที่จะละทิ้งโพลของตัวควบคุมนี้ไปได้ ตัวควบคุมแบบ PIDA นั้นจะเป็นการคำนวณหาตัวควบคุมที่สามารถเลือกค่าของตัวควบคุมที่สามารถแสดงสถานะชั่วคราวของกระบวนการได้ตามต้องการ ดังนั้นสมการควบคุมแบบ PIDA สามารถจัดรูปแบบได้ดังนี้

$$G_{PIDA}(s) = K_{pida} \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s} \tag{2.17}$$

สำหรับกระบวนการที่มีอันดับ n มีรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบทั่วไปดังนี้

$$G_n(s) = \frac{K_n}{s^N (s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_p)} \tag{2.18}$$

โดยที่ K_n คือ อัตราขยายของกระบวนการ
 $p_{1,2,\dots,p}$ คือ โพลของกระบวนการ

เมื่ออันดับของกระบวนการมีค่าเท่ากับผลรวมของโพลทั้งหมด ($n = N + p$) กระบวนการที่พบได้ในอุตสาหกรรมอาจมีหลายรูปแบบ เช่น กระบวนการอันดับหนึ่ง ชนิดศูนย์ กระบวนการอันดับสองชนิดศูนย์ ซึ่งกระบวนการชนิดศูนย์สามารถพบได้ทั่วไปในอุตสาหกรรม เช่น การควบคุมอุณหภูมิ การควบคุมอัตราการไหลในท่อ การควบคุมระดับน้ำในถัง การควบคุมความดันในถัง เป็นต้น

2.3.1 การออกแบบตัวควบคุมตามแนวทางของ Richard C. Dorf

แนวความคิดการออกแบบตัวควบคุม PIDA โดยแนวทางของ Richard C. Dorf (Dorf Approach: DA) เป็นการประยุกต์การใช้งานของกราฟทางเดินรากในระนาบ s ดังรูปที่ 2.9 เมื่อตำแหน่งโพลของกระบวนการที่มีค่ามากที่สุดไม่ได้อยู่ที่จุดกำเนิดแต่มีค่าน้อยกว่า $-\zeta\omega_n$ ดังนั้นจะแทนตำแหน่งของโพลทั้งสองที่ให้ครอบคลุม โดยนำโพลตัวหนึ่งวางที่ตำแหน่งด้านซ้ายของโพล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

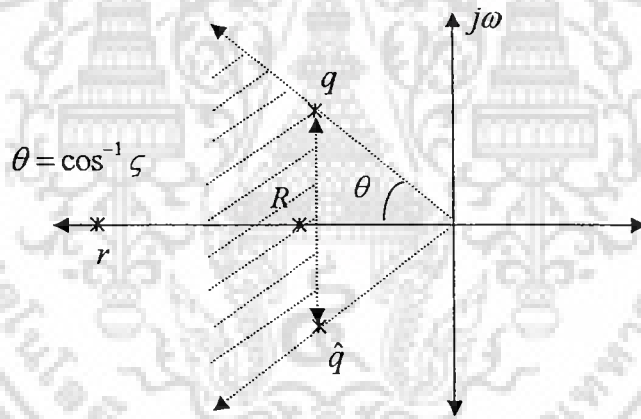
ของกระบวนการที่มากที่สุด และอีกตัวหนึ่งวางให้ไกลออกจากจุดกำเนิดในระนาบ s ที่มีผลในการลดผลของโพลที่กระทำกับระบบทั้งหมด โดยตำแหน่งใหม่ของโพลดังกล่าวจะเข้ามามีผลกระทำกับระบบแทน โดยสามารถปรับแต่งตำแหน่งจากการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA

สมรรถนะของระบบควบคุมสามารถกำหนดได้ตามเงื่อนไขการออกแบบ $P.O.$, t_s และ t_p ดังนั้นจึงกำหนดคุณสมบัติดังต่อไปนี้

$$P.O. \leq L, \quad t_s \leq M, \quad (2.19)$$

$$\max \left| \frac{\text{Output response}}{\text{Disturbance signal}} \right| = \max \left| \frac{C(t)}{D(t)} \right| < W \quad (2.20)$$

เมื่อค่า L, M และ W จะถูกออกแบบโดยผู้ออกแบบตัวควบคุม ที่ทำให้ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว $e_{ss} = 0$ ด้วยตัวควบคุม PIDA ที่เหมาะสม โดยค่า L และ M เป็นการกำหนดตำแหน่งรากที่ใกล้จุดกำเนิดที่สุดบนระนาบ s ซึ่งตัวควบคุมแบบ PIDA นี้ ถูกออกแบบสำหรับกระบวนการอันดับสาม ซึ่งให้คุณสมบัติเฉพาะได้ตามต้องการ



รูปที่ 2.11 ขอบเขตของทางเดินที่ครอบคลุมรากที่ยอมรับได้และตำแหน่งรากในวงปิดในระนาบ s

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่า $\zeta\omega_n$ ของตำแหน่งรากที่ครอบคลุมเวลาเข้าที่ เมื่อ

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (2.21)$$

โดยที่ตำแหน่งรากครอบคลุมจะให้ $s = q, \hat{q}$ เมื่อ

$$q = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \quad \hat{q} = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.22)$$

ขั้นตอนที่ 2 หาค่าอัตราการหน่วงของระบบ (ζ) จากข้อกำหนดของ $P.O.$ นั่นคือ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ดูแลเห็นใบระเบียบข้อดำเนินการค่า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\zeta = \frac{\ln\left(\frac{L}{100}\right)^2}{\sqrt{x^2 + \ln\left(\frac{L}{100}\right)^2}} \quad (2.23)$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกค่ารากจริงในแกนจริงให้เท่ากับค่าจริงของรากที่ต้องการให้ครอบคลุม โดยกำหนดดังนี้

$$R = \text{Re}\{\text{dominant roots}\} \leq \zeta\omega_n \quad (2.24)$$

และเพื่อลดผลที่เกิดขึ้นจากรากในวงปิดที่ไม่ครอบคลุม ดังนั้นจึงกำหนดเลือกค่า R โดยอยู่ทางด้านซ้ายของโพลที่มากที่สุดในวงเปิดของกระบวนการซึ่งไม่อยู่ที่จุดกำเนิดในครึ่งระนาบด้านซ้ายของระนาบ s

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตำแหน่งรากที่มากที่สุดบนแกนจริงที่มีค่า r โดยที่กำหนด $r \ll -\zeta\omega_n$

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการคุณลักษณะของระบบควบคุม $1 + G(s)H(s)$ และกำหนดให้

$$(s+r)(s+R)(s+q)(s+\hat{q}) = 0 \quad (2.25)$$

ขั้นตอนที่ 6 แก่สมการจากขั้นตอนที่ 5 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a, b, z และ K_{pida}

ขั้นตอนที่ 7 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบ สามารถเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด ถ้าไม่ได้อาจต้องปรับตำแหน่งของ r และ R ทำการออกแบบแก่สมการคุณลักษณะใหม่และทำตามขั้นตอนเดิมอีกครั้ง

2.3.2 การออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

ใน [12] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA เรียกว่า Kitt's Method (KM) โดยเมื่อพิจารณาโครงสร้างของตามสมการ (2.16) ตัวควบคุมแบบ PIDA ประกอบไปด้วยโพลหนึ่งตัว ที่จุดกำเนิดและซีโรจำนวนสามตัว วิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามวิธีของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จะเลือกวางตำแหน่งของซีโรจำนวน 2 ตัว ให้อยู่ทางด้านซ้ายมือ และใกล้กับโพลที่ไม่มีความสำคัญของกระบวนการ ส่วนซีโรที่เหลืออีกหนึ่งตัวจะถูกวางไว้ในตำแหน่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของมุมในวิธีทางเดินราก

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PIDA และกระบวนการ จากสมการที่ (2.17) และสมการ (2.18) ตามลำดับ ได้สมการคุณลักษณะของระบบ คือ

$$G_{PIDA}(s)G_n(s) = \frac{K_n \cdot K_{pida} (s+a)(s+b)(s+z)}{s^N (s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_p)} \quad (2.26)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $K_c = K_n \cdot K_{pida}$

$$G_{PIDA}(s)G_n(s) = \frac{K_c(s+a)(s+b)(s+z)}{s^N(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_p)} \quad (2.27)$$

$$= G(s)H(s)$$

จากสมการคุณลักษณะของระบบในรูปที่ 2.11 เมื่อ $G(s)H(s)$ เป็นปริมาณเชิงซ้อน สามารถแยกการพิจารณาออกเป็นสองเงื่อนไข คือ

เงื่อนไขของขนาด (Magnitude Condition) คือ

$$|G(s)H(s)| = |-1| = 1 \quad (2.28)$$

เงื่อนไขของมุม (Angle condition) คือ

$$\angle G(s)H(s) = \pm(2k+1)\pi, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.29)$$

วัตถุประสงค์ของการออกแบบระบบควบคุม คือ ตัวแปรที่ต้องการควบคุม เข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ ให้ระบบมีผลการตอบสนองตรงตามที่ออกแบบ หรือที่เรียกว่า ข้อกำหนดของระบบ อันได้แก่เวลาเข้าที่และค่าพุ่งเกิน ดังสมการ

$$P.O. = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \times 100\%$$

$$t_s(\pm 2\%) = \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\omega_n \zeta} \quad (2.30)$$

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการ จะใช้วิธีการทางเดินของรากวิเคราะห์และออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราการหน่วง (ζ) จากการกำหนดค่า $P.O.$ ตามสมการ (2.30)

ขั้นตอนที่ 2 หาความถี่ธรรมชาติ (ω_n) เมื่อกำหนดค่า t_s ตามสมการ (2.30)

ขั้นตอนที่ 3 หาดำแหน่งของ Dominant Closed-loop pole: s_d

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.31)$$

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ s_d โพลและซีโรจากสมการคุณลักษณะ $G_{PIDA}(s)G_n(s)$ ลงบนระนาบ s

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมที่จุด s_d ของระบบแบบวงเปิด $G_{PIDA}(s)G_n(s)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือการคำนวณ พิจารณามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_c)$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข (2.32)

$$\sum \theta_z - \sum \theta_p = \pm(2k+1)\pi, k = 0, 1, \dots, n \quad (2.32)$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแห่งของซีโร ($s_d + z_c$) โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_c)$ ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ของระบบตามเงื่อนไขทางเดินของรากจากสมการ (2.26)

ขั้นตอนที่ 6 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ ไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบ สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

สรุปการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf นั้นให้ผลการตอบสนองของระบบที่เร็วและมีค่าพุงเกินน้อย แต่การหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ มีความยุ่งยาก เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการผลการตอบสนองอาจไม่ได้ตามข้อกำหนด สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุม แต่ในบางครั้งเมื่อเพิ่มอัตราขยายแล้วผลการตอบสนองยังไม่ได้ตามข้อกำหนดอีก ก็ต้องทดลองเปลี่ยนตำแหน่งของ r และ R แล้วหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการปรับแต่งของตัวควบคุมมีความยุ่งยาก ในขณะที่การออกแบบตัวควบคุม PIDA ตามหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ สามารถทำได้ง่าย ถึงแม้ในครั้งแรกผลการตอบสนองของระบบอาจไม่ได้ตามข้อกำหนด ก็สามารถปรับแก้ได้โดยง่ายเพียงแค่ปรับค่าอัตราขยายของตัวควบคุมก็ทำให้ระบบมีเสถียรภาพตามข้อกำหนดและให้ผลตอบสนองที่เร็ว ค่าพุงเกินน้อย รวมทั้งใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวน้อย

2.4 ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-1) stage PD

เนื่องจากข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ PID ในการควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง เมื่อพิจารณาถึงโพลของกระบวนการที่มีมากกว่าตัวควบคุมแบบ PID ถ้าทำการเพิ่มจำนวนของซีโรจำนวนหนึ่งที่เหมาะสมเข้าไปในระบบ แล้วทำให้สามารถประมาณอันดับของระบบลงมาเป็นระบบอันดับสอง การพิจารณาเพิ่มจำนวนของซีโรนั้นจะพิจารณาจากอันดับของกระบวนการ ถ้ากระบวนการที่มีอันดับ n จะทำการเพิ่มจำนวนซีโรหรือตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปจำนวน $(n-1)$ ตัว และเรียกตัวควบคุมที่ใช้วิธีการนี้ว่าตัวควบคุมแบบ PID \times (n-1) stage PD

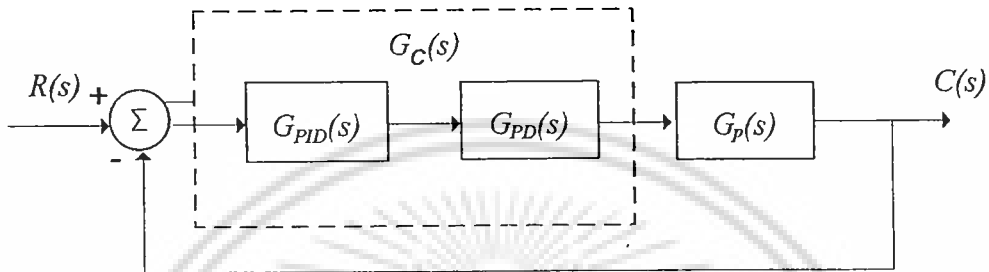
2.4.1 โครงสร้างของระบบควบคุม PID \times (n-1) stage PD

ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-1) stage PD จะทำให้ระบบทั้งหมดจะมีอัตราส่วนของจำนวนโพลและซีโรที่เท่ากัน (Proper System) และระบบนั้นจะถูกออกแบบประมาณให้อยู่ในรูประบบอันดับที่สอง โดยที่โพลสองตัวของระบบตัวที่หนึ่งที่ถูกวางไว้ที่จุดกำเนิดและอีกตัวหนึ่งที่ถูกลวงไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวิชาการเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใกล้ค่าจุดกำเนิดมากที่สุด จะกำหนดให้โพลทั้งสองตัวเป็น โพลเด่น (Significant Poles) หรือกรณีที่โพลของระบบถูกวางไว้ที่จุดกำเนิดทั้งสองตัวเราก็จะกำหนดให้ทั้งโพลทั้งสองตัวนี้เป็น โพลเด่น และเทอมของ $(n-1)$ โพลที่เหลือ จะถูกพิจารณาให้เป็น โพลใด ๆ (Insignificant Pole) ต่อจากนั้น จะใช้หลักการของการออกแบบ PID มาสร้างตัวควบคุมสำหรับกระบวนการที่ประมาณเป็นอันดับสองต่อไป ทำให้สามารถใช้ตัวควบคุมแบบ PID ควบคุมกระบวนการนั้นให้เป็นไปตามข้อกำหนด

โครงสร้างของระบบควบคุม PID $\times(n-1)$ stage PD แสดงดังรูป 2.10



รูปที่ 2.12 แสดงโครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID $\times(n-1)$ stage PD

จากรูปฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD คือ

$$\begin{aligned} G_{PD}(s) &= K_p (1 + T_d s) \\ G_{PD}(s) &\equiv K_{pd} (s + z_{pd}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

โดย z_{pd} คือ ซีโรของตัวควบคุม PD

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID และฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD จากสมการ 2.33 จะได้รูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID $\times(n-1)$ stage PD คือ

$$\begin{aligned} G_{c(n-1)}(s) &= K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \prod_{j=1}^{n-1} K_{pj} (1 + T_{dj} s) \\ G_{c(n-1)}(s) &= \frac{K_{cl}}{s} (s + z_c)^2 \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_{pdj}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

โดย K_d คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID $\times(n-1)$ stage PD

T_{d_j} คือ ค่าเวลาอนุพันธ์ ของตัวควบคุม $(n-1)$ stage PD

z_{pd_j} คือ ซีโรของตัวควบคุม $(n-1)$ stage PD ที่มีตำแหน่งใกล้กับโพลใด ๆ

ของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระบวนการ $G_p(s)$ ที่พบได้ในอุตสาหกรรมมีหลาย เช่นกระบวนการอันดับหนึ่ง ชนิดศูนย์ กระบวนการอันดับสองชนิดศูนย์ ซึ่งกระบวนการชนิดศูนย์สามารถพบได้ทั่วไปในอุตสาหกรรม เช่น การควบคุมอุณหภูมิ การควบคุมอัตราการไหลในท่อ การควบคุมระดับน้ำในถัง การควบคุมความดันในถัง เป็นต้น

สำหรับกระบวนการที่มีอันดับ n มีรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบทั่วไปดังนี้

$$G_p(s) = \frac{K}{(s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)} \quad (2.35)$$

โดย K คือ อัตราขยายของกระบวนการ

p_d คือ โพลเด่นชัดของกระบวนการที่อยู่ใกล้กับจุดกำเนิดหรืออยู่ที่จุดกำเนิด

p_i คือ โพลของกระบวนการที่ไม่เด่นชัด

ในการวางตำแหน่งซีโรนั้นจะทำการวางตำแหน่งให้อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับโพลที่ต้องการมากที่สุดเพื่อลดผลของกระบวนการที่มีต่อระบบ แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำได้เนื่องจากไม่รู้ตำแหน่งของโพลของกระบวนการ ได้อย่างแน่นอนเช่น ในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องการใช้การประมาณค่าให้เป็นอันดับ n ใดๆ เป็นต้น สำหรับกรณีเช่นนี้ให้ทำการวางตำแหน่งของซีโรให้ใกล้ตำแหน่งทางด้านซ้ายของโพลที่ต้องการที่สุด ซึ่งก็เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอในการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-1)$ stage PD

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ คือ

$$G_{\alpha(n-1)}(s)G_p(s) = \frac{K_c (s + z_c)^2 \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_{pd_j})}{s (s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)}, \quad (2.36)$$

เมื่อ $K_c = KK_{c1}$

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ การเลือกตำแหน่งซีโรที่เหมาะสมนั้น จะพิจารณาจากตำแหน่งของโพลของกระบวนการที่ต้องการควบคุม โดยจะเลือกวางตำแหน่งซีโรใกล้กับโพลของกระบวนการทางด้านซ้ายให้มากที่สุด เพื่อลดผลของกระบวนการที่มีต่อระบบ ดังนั้น จากสมการที่ 2.36 จะได้ว่า

$$G_{c(n-1)}(s)G_p(s) = \frac{K_c (s+z_c)^2 \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\varepsilon_i)}{s(s+p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i)} \quad (2.37)$$

เมื่อ $z_{pd_i} = (p_i + \varepsilon_i)$
 ε_i เป็นค่าน้อยมากๆ

จากสมการที่ (2.37) ในกรณีของระบบชนิดศูนย์ ถ้าค่าของ $p_i = p_d$ มีค่าโพลหนึ่งตัวจากหลาย ๆ โพลพิจารณาให้เป็นโพลใด ๆ

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบ คือ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c (s+z_c)^2 \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\delta_i)} \quad (2.38)$$

เมื่อ $\prod_{i=1}^{n-1} (s_a + p_i + \delta_i)$ เป็นจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อนของโพลวงปิด ซึ่งวางอยู่บน (หรือเข้าใกล้กับ) จำนวนจริงลบระหว่างโพลเด่นชัด $\prod_{i=1}^{n-1} (s_a + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s_a + p_i + \varepsilon_i)$ ซึ่ง δ_i เป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน

เมื่อโพลวงปิดทั้งหมดจำนวน $(n-1)$ ตัววางไว้ใกล้กับตำแหน่งของซีโรวงเปิดทั้งหมด แสดงให้เห็นว่า ค่าคงที่ของโพลวงปิดทั้งหมดนั้นจะเป็นอัตราส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งค่าดังกล่าวจะถูกกำหนดให้มิต่างน้อยมาก ๆ แต่ตำแหน่งของโพลที่ตำแหน่งใด ๆ (p_i) ไม่สามารถที่ตัดทิ้งไปได้ ผลของผลตอบสนองชั่วคราว จะสามารถมองข้ามผลกระทบที่เกิดขึ้นจากเทอมของ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ไปได้ ดังนั้นจะสามารถประมาณค่าเป็นระบบอันดับสองได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c (s+z_c)^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.39)$$

2.4.2 การออกแบบตัวควบคุม PID \times $(n-1)$ stage PD โดยใช้วิธีทางเดินของราก

ในการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีทางเดินของรากนั้น จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบทั้งหมดก่อน ต่อจากนั้นตำแหน่งของโพล และซีโรของระบบจะถูกกำหนดโดยสมการคุณลักษณะเพื่อนำไปใช้วาดเส้นทางเดินของรากต่อไป

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการ จะใช้วิธีการทางเดินรากวิเคราะห์และออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราकरण่วง (ζ), หาคความถี่ธรรมชาติ (ω) ตำแหน่งของ s_d จากการกำหนดค่าพุ่งเกินสูงสุด (Percent Overshoot: $P.O.$) และเวลาเข้าที่ (Settling Time: (t_s))

$$P.O. = e^{-\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\pi} \times 100\%$$

$$t_s = 4/\zeta\omega_n \quad (\pm 2\%)$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

ขั้นตอนที่ 2 วางตำแหน่งของ s_d , โพลและซีโรของสมการคุณลักษณะ $G_{c(n-1)}(s)G_p(s)$ ลงบนระนาบ s

ขั้นตอนที่ 3 หาตำแหน่งของมุมที่ไปหายังจุด s_d กับโพลและซีโรของระบบแบบวงเปิด $G_{c(n-1)}(s)G_p(s)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือการคำนวณ พิจารณากำหนดมุมของ $\angle(s+z_c)^2$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไขของราก

$$\left[\angle(s+z_c)^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d+p_i+\varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d+p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d+p_i) \right] = \pm(2k+1)\pi \quad k=0,1,2,\dots$$

ขั้นตอนที่ 4 ทำการกำหนดตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัว (z_c) โดยใช้มุมของ $\angle(s+z_c)^2$ ในการหาจากขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 5 หาอัตราขยายของตัวควบคุมจากสมการดังนี้

$$K_c = \frac{|s_d|(s_d+p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s_d+p_i)}{|(s_d+z_c)|^2 \prod_{i=1}^{n-1} (s_d+p_i+\varepsilon_i)}$$

ขั้นตอนที่ 6 พังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดจะได้เป็น

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c (s+z_c)^2 \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\varepsilon_i)}{(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\delta_i)}$$

ขั้นตอนที่ 7 วาดทางเดินของรากของ $G_{c(n-1)}(s)G_p(s)$ เพื่อให้แน่ใจว่าทางเดินรากผ่านจุด s_d ที่กำหนด

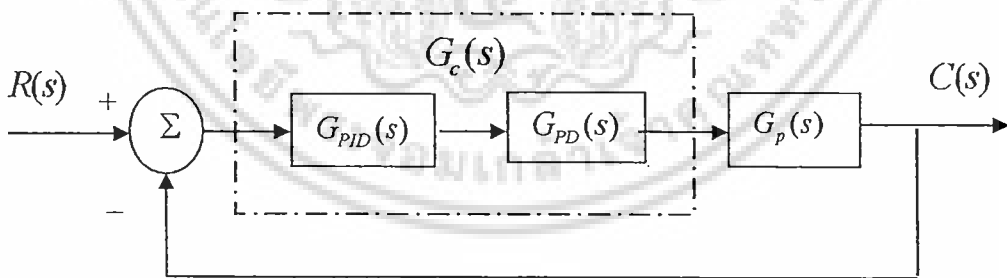
การออกแบบตัวควบคุมแบบ PID $\times(n-1)$ stage PD สามารถควบคุมกระบวนการที่มีอันดับตั้งแต่สองขึ้นไปได้ ในครั้งแรกผลตอบสนองชั่วคราวยังคงไม่เป็นไปตามที่ได้ระบุไว้ เนื่องจากค่าพุ่งเกินมีค่ามากกว่าที่ออกแบบ แต่สามารถที่จะปรับค่าอัตราขยายให้มากขึ้นมากกว่าค่าที่ออกแบบไว้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อลดค่าพุงเกิน ทำให้ระบบมีเสถียรภาพและมีความทนทาน มีผลตอบสนองที่เร็วขึ้นและค่าพุงเกินน้อย แต่ตัวควบคุมดังกล่าวเป็นระบบแบบ Proper ซึ่งจะมีค่าคงที่เริ่มต้น สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยการเพิ่มเทอมของ Intergral servo เข้าไปในระบบ

อย่างไรก็ตามตัวควบคุมดังกล่าว เป็นการวิเคราะห์และออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่อง แต่วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งเน้นศึกษาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาเต็มหน่วยสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง จึงได้นำหลักการของตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-1)$ stage PD มาเป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป

2.5 ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD

ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD จะประกอบไปด้วยตัวควบคุมแบบ PID และตัวควบคุมแบบ PD จำนวน $(n-2)$ ตัว การเพิ่มจำนวนตัวควบคุม PD หรือซีโรที่เหมาะสมเข้าไปในระบบ จะเลือกวางตำแหน่งของซีโรที่เหมาะสมนั้น จะพิจารณาจากตำแหน่งของโพลของกระบวนการที่ต้องการควบคุม โดยเลือกวางซีโรจำนวน $(n-1)$ ตัวใกล้กับ โพลของกระบวนการให้มากที่สุด และเหลือซีโรอีกหนึ่งตัวเพื่อใช้ในการกำหนดให้เส้นทางเดินรากให้ผ่านจุดของโพลวงปิดเด่นชัด แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำได้ เนื่องจากไม่รู้ตำแหน่งโพลของกระบวนการ ได้อย่างแน่นอน เช่น ในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องใช้การประมาณค่าให้เป็นอันดับ n ใดๆ ในกรณีนี้ให้วางตำแหน่งของซีโรใกล้ตำแหน่งทางด้านซ้ายของโพลที่ต้องการมากที่สุด โครงสร้างของระบบควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD แสดงดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD

จากรูปฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD คือ

$$\begin{aligned} G_{PID}(s) &= K_p (1 + T_d s) \\ G_{PD}(s) &\equiv K_{pd} (s + z_{pd}) \end{aligned} \quad (2.40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID และฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD จะได้รูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times (n-2) stage PD คือ

$$K_{(n-2)}(s) = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_1)(s+z_2)}^{\text{PID Controller}}}{s} \times \overbrace{K_{pd}(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2) \text{ PD}} \quad (2.41)$$

โดย K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID

K_{pd} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PD

$z_{1,2}$ คือ ซีโรของตัวควบคุม PID

z_{pd} คือ ซีโรของตัวควบคุม PD

สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบได้คือ

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = K_{pid}K_{pd} \cdots K_n \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times \overbrace{(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)} \quad (2.42)$$

เมื่อให้อัตราการขยายรวม $K = K_{pid}K_{pd} \cdots K_n$ ดังนั้น

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times \overbrace{(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)} \quad (2.43)$$

ในกรณีที่กระบวนการเป็นแบบชนิด 0 พบว่ามีโพลหนึ่งตัวที่จุดกำเนิดและโพลที่เหลือจะกระจายออกไปจากจุดกำเนิด โดยให้โพลของกระบวนการที่อยู่ใกล้แกนจำนวนจินตภาพที่สุดเป็นโพลเด่นชัด สำหรับกระบวนการที่เป็นชนิดอื่นๆ จะมีโพลอยู่ที่จุดกำเนิดมากขึ้นตามชนิดของกระบวนการ และถือว่าโพลที่อยู่จุดกำเนิดเป็นโพลเด่นชัดเนื่องจากมีอิทธิพลต่อการตอบสนองของระบบมากที่สุด

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการ จะใช้วิธีการทางเดินรากวิเคราะห์และออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราการหน่วง (ζ), หาค่าความถี่ธรรมชาติ (ω) ตำแหน่งของ s_d จากการกำหนด P.O. และเวลาเข้าที่ (t_s)

ขั้นตอนที่ 2 วางตำแหน่งของ s_d , โพลและซีโรของสมการคุณลักษณะ $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ ลงบนระนาบ s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของมุมที่จุด s_d ของระบบแบบวงเปิด $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ ด้วยวิธีการทางกราฟฟิกหรือการคำนวณ พิจารณามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pd})$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไขของราก

ขั้นตอนที่ 4 หาอัตราขยาย K ของตัวควบคุมจากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินราก

ขั้นตอนที่ 5 แทนค่าพารามิเตอร์ทุกตัวลงในสมการของ

ขั้นตอนที่ 6 วาดทางเดินของรากของ $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ เพื่อให้แน่ใจว่าทางเดินรากผ่านจุด s_d ที่กำหนด

2.6 ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอ สำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ

ตัวควบคุมพีไอดี และพีดีเอ ต่ออนุกรมเข้าโดย ชุดควบคุม $(n-2)/2$ โดยฟังก์ชันถ่ายโอน $K_{PID}(s), K_{PDA}(s)$ และ รูปแบบทั่วไป สำหรับระบบลำดับที่ n^{th} ของกระบวนการที่ควบคุม สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\left\{ \begin{aligned} K_{PID}(s) &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \equiv K_{pid} \frac{(s + z_{pid_2})}{s} \\ &\equiv K_{pid} \frac{(s + z_{pid})^2}{s} \end{aligned} \right. \quad (2.44)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_{PDA}(s) &= K_{PDA} (a + T_{D_1} s)(1 + T_{D_2} s) \equiv K_{pda} (s + z_{pda_1})(s + z_{pda_2}) \\ &\equiv K_{pda} (s + z_{pda})^2 \end{aligned} \right. \quad (2.45)$$

เมื่อ K_p คือ อัตราขยาย, T_I คือ ค่าเวลาอินทิกรัลและ T_D คือ ค่าเวลาเดลิเวทีฟ

คุณสมบัติที่สำคัญของระบบเชิงเส้นคือ การตอบสนองเดลิเวทีฟของสัญญาณอินพุทที่ได้จากกระบวนการทางแคลคูลัสของตอบสนองของระบบเทียบกับเป็นสัญญาณดั้งเดิม ดังนั้น การออกแบบอินทิกรัลเซอร์โวด้วยตัวควบคุม PID $\times (n-2)/2$ stage PDA เพื่อให้เป็นที่ตรงตามข้อกำหนดด้านเวลา สำหรับอินพุทหนึ่งหน่วย การตอบสนองของเอาต์พุทกระตุ้นหนึ่งหน่วย หรือเอาต์พุทแรมพ์หนึ่งหน่วย ได้จากกระบวนการทางแคลคูลัสทั้งส่วนของเดลิเวทีฟ และอินทิเกรชันบน ฟังก์ชันอินพุทหนึ่งหน่วยตามลำดับ

จากกระบวนการทั่วไปของระบบลูกตุ้มแบบหวักลับ ที่ให้ในสมการที่และ การออกแบบ ให้ตรงตามข้อกำหนดด้านเวลา สำหรับอินพุทหนึ่งหน่วย ที่แสดงโดยคู่ของ จำนวนเชิงซ้อนของโพล กำหนดคุณลักษณะแบบวงปิด $s_d = -\xi\omega_n \pm j\omega\sqrt{1-\xi^2}$ แสดงดังนี้

- Percent Overshoot $\left(P.O. = e^{-(\xi/\sqrt{1-\xi^2})\pi} \times 100\% \leq 5\% \right)$,
- Settling Time

$$\left(t_s = \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\xi^2})}{\xi\omega_n} \right) \leq 1, 0.5, 0.25, 0.125 \text{ sec. } (\pm 2\% \text{ criterion})$$

จากเปอร์เซ็นต์ค่าล่วงเกินที่กำหนด ผู้ออกแบบมี อัตราหน่วง เป็น

$$\xi = \frac{\left(\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right)^2}{\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right)^2}$$

และ ความถี่ธรรมชาติแบบหน่วงต่ำ $\omega_n = -\ln(0.02\sqrt{1-\xi^2}) / \xi t_s$

รูปแบบทั่วไปฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิดของระบบอินทิกรัลเซอโวแบบ พีโอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ สามารถเขียนได้ว่า

$$K(s)G(s) = \frac{\overbrace{K_{pid} (s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda} (s+z_{pda_1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot K \cdot s}{s \cdot s \cdot (s+p_1)(s+p_2)(s-p_3)}$$

$$= \frac{\overset{=?}{K_{s_d}} \overbrace{(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{Prestable} \overset{=?}{(s+z_{pid_c})} \cdot K \cdot s}{s \cdot s \cdot (s+p_1)(s+p_2)(s-p_3)} \quad (2.46)$$

จากการสังเกตตัวหารของสมการ (2.46) จะสังเกตเห็นว่ามีโพลอยู่จุดหนึ่งแสดงถึงโพลที่อยู่ทางด้านขวามือบน s -Plane แลปัญหาดังกล่าวจะทำการเพิ่มตัวควบคุมแบบอินทิกรัลเพื่อทำลดผลกระทบของค่าซีโรจุดหนึ่งที่อยู่บนจุดกำเนิด เมื่อ KM กำหนดค่าซีโร ของ PID เป็นค่าค่าหนึ่ง และซูดอินทิกรัลทั้งสองแบบ และ เพื่อให้โพลอื่นๆที่อยู่ที $s = -\sigma$ ด้วย รูปแบบมาตรฐาน $\sigma + \Delta\sigma$ ดังนั้นค่าซีโรของตัวควบคุมครั้งพีดีเอและ K_{s_d} จะทำการคำนวณหาได้ด้วยเทคนิคของทางเดินรากทั้งส่วนของเกณฑ์เชิงขนาด และเชิงมุมแสดงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{cases} \angle K(s)G(s) = \pm(2k+1)\pi, \\ |K(s)G(s)| = 1 \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.47)$$

จากนั้นทำการคำนวณค่าต่างๆ และทดสอบ เพื่อให้ระบบมีความเหมาะสม และทางเดินราก อยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ S ซึ่งแสดงให้เห็นถึงระบบที่มีเสถียรภาพ สำหรับขั้นตอนการออกแบบ พร้อมทั้งการทดสอบผลลัพธ์ในรูปแบบต่างๆทั้งในระบบเวลาเต็มหน่วยและระบบเวลาเต็มหน่วย จะได้กล่าวในบทต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

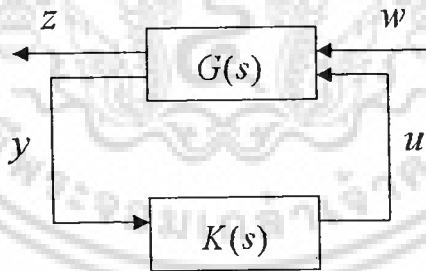
ระบบปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวและลูกตุ้มหัวกลับ

ตัวต้นแบบของระบบลูกตุ้มหัวกลับที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือ หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวผ่านวิทยุบังคับ โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะได้อธิบายถึงส่วนของปัญหาอินทิกรัลเซอร์โว โครงสร้าง (Hardware) ของระบบ หุ่นยนต์สองล้อเคลื่อนที่ ในรูปแบบของลูกตุ้มหัวกลับ และเน้นในส่วนที่เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบด้วยปริภูมิสถานะ ซึ่งถือเป็นส่วนสำคัญ เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในการนำไปใช้ในการเลียนแบบการควบคุมหรือการจำลอง (Simulation) นั้นเอง

3.1 ปัญหาอินทิกรัลเซอร์โว

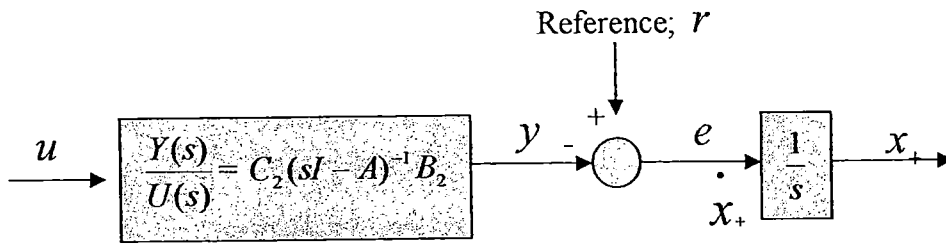
โดยปกติสมการสถานะต่อเอาต์พุต และฟังก์ชันถ่ายโอน สำหรับ ระบบเวลาเชิงเส้นคงที่ที่แสดงได้โดยรูปแบบกระบวนการทั่วไป $G(s)$ ในรูปที่ 3.1 แสดงได้ดังสมการ

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + B_2 u(t), \Leftrightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C_2 (sI - A)^{-1} B_2 \\ y(t) = C_2 x(t), \end{cases} \quad (3.1)$$



รูปที่ 3.1 แผนผังฟังก์ชันพื้นฐาน

สัญญาณ w ประกอบด้วยเอาต์พุตจากภายนอกทั้งหมด รวมทั้งสิ่งรบกวนทั้งในส่วนของตัววัดและตัวกระบวนการ และคำสั่งเอาต์พุต z คือสัญญาณความผิดพลาด ส่วน y คือ ค่าที่วัดได้ และ u คือตัวควบคุมด้านเอาต์พุตเพื่อแสดงถึงปัญหาอินทิกรัลเซอร์โว ซึ่งแสดงให้เห็นจากตัวอินทิเกรเตอร์ที่ถูกเสริมเข้าไป



รูปที่ 3.2 รูปแสดงส่วนขยายของระบบ

เมื่อ ค่าความคลาดเคลื่อน $e = r - y$ ดังนั้นสมการสถานะของ e คือ

$$\frac{d}{dt}e = \dot{e} = \dot{x}_+ = \dot{r} - \dot{y}. \quad (3.2)$$

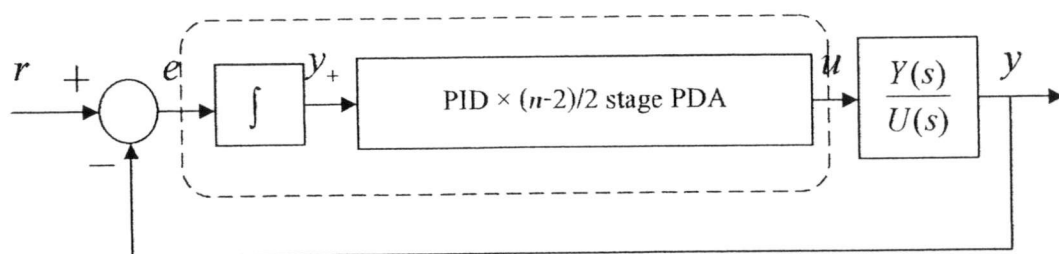
แสดงให้เห็นชัดเจนว่าสมการสถานะ (State Equation) จะถูกทำให้สัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลง Differentiating ของกระบวนการเริ่มต้น Original plant $G(s)$ กล่าวอีกนัยหนึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\dot{x} = \ddot{x} = A\dot{x} + B_2\dot{u}, \\ \dot{y} = C_2\dot{x} \end{cases} \quad (3.3)$$

ดังนั้นสมการสถานะและสมการเอาต์พุทของระบบ คือ

$$\begin{cases} \ddot{x} = A\dot{x} + B_2\dot{u}, \\ \dot{x}_+ = -\dot{y} + \dot{r} = -C_2\dot{x} + \dot{r}, \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{r} \end{bmatrix}, \\ \dot{y}_+ = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{w}_+ \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3.4)$$

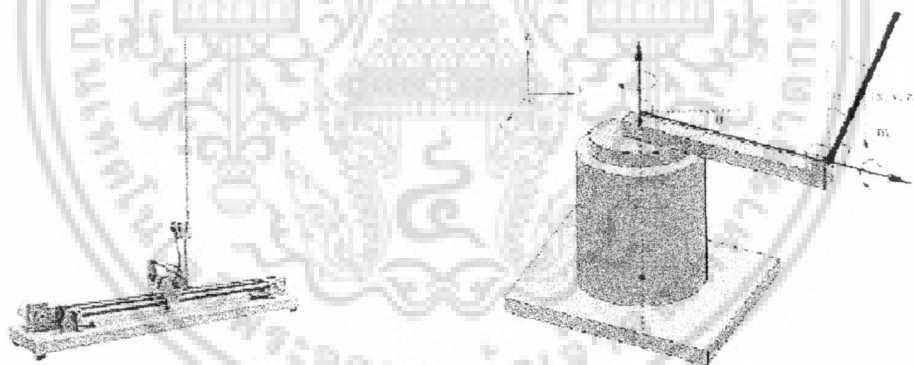
สำหรับระบบหนึ่งอินพุทและหนึ่งเอาต์พุทหรือระบบ SISO (Signal Input Single Output) นี้ อินพุทของตัวควบคุม PID $\times (n-2)/2$ stage PDA มาจากเทอมอินทิเกรชันของระบบ ในส่วนของเอาต์พุท \dot{y}_+ หรือ $\int_0^t \dot{y}_+ dt = y_+ = x_+$ ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า PID $\times (n-2)/2$ stage PDA คือตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวสำหรับกระบวนการดั้งเดิม $G(s)$ นั่นเอง



รูปที่ 3.3 อินทิกรัลเซอร์โวกับตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)/2$ stage PDA

3.2 ลูกตุ้มหัวกลับ

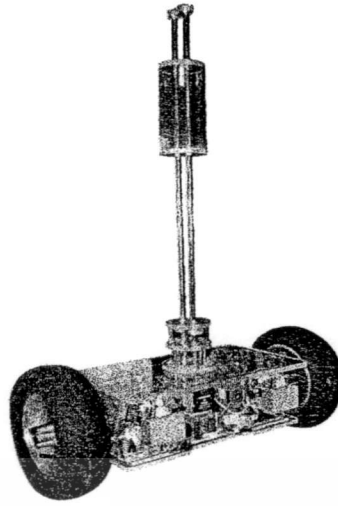
ระบบลูกตุ้มหัวกลับถือเป็นต้นแบบของระบบที่ไม่เสถียรภาพที่นักวิทยาศาสตร์และนักวิจัยมักนำมาใช้เป็นระบบในการศึกษาและพัฒนาการออกแบบตัวควบคุมแบบต่างๆ ซึ่งนอกจากระบบลูกตุ้มหัวกลับจะเป็นระบบที่ไม่เสถียรแล้วยังเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น และเป็นระบบที่ซับซ้อนหลายตัวแปร ระบบลูกตุ้มหัวกลับที่มักพบเห็นในงานวิจัยต่างๆ อาจมีหลายรูปแบบด้วยกัน เช่น ระบบลูกตุ้มหัวกลับที่เคลื่อนที่แนวตรง ระบบลูกตุ้มหัวกลับที่เคลื่อนที่เชิงมุมของ Furuta และหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวผ่านวิทยุบังคับ (Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot) เป็นต้น



(ก) ระบบลูกตุ้มหัวกลับที่เคลื่อนที่แนวตรง

(ข) ระบบลูกตุ้มหัวกลับของ Furuta

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

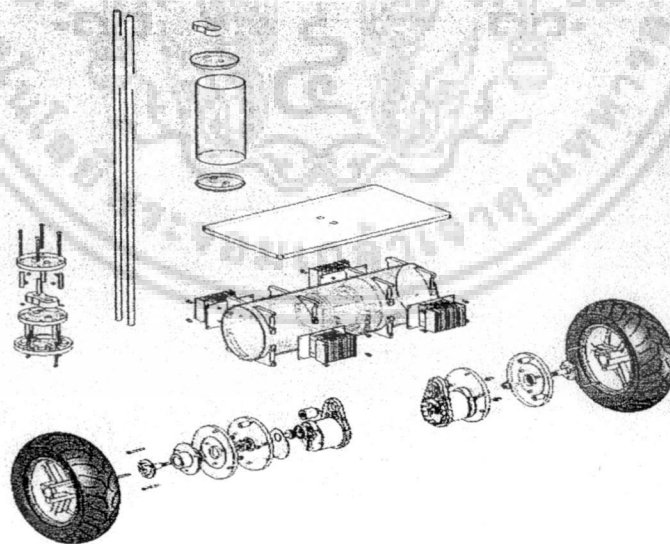


(ค) หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวผ่านวิทยุบังคับ

รูปที่ 3.4 แสดงตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับแบบต่างๆ

3.3 ฮาร์ดแวร์ของระบบ

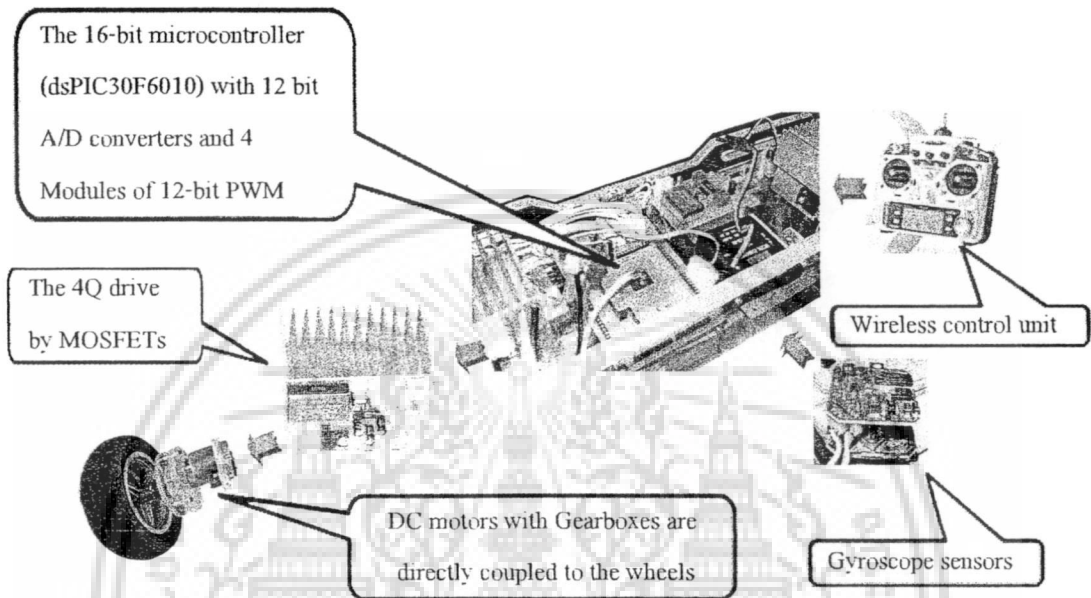
ก่อนที่จะสร้างชิ้นส่วนและโครงสร้างจริงของระบบลูกตุ้มหัวกลับ หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวผ่านวิทยุบังคับจะถูกออกแบบโดยใช้ Solid Works® 3D Mechanical Design Software ดังนั้น ส่วนประกอบทั้งหมดจะมีขนาดตามที่สร้างในโปรแกรม ดังรูป



รูปที่ 3.5 หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวจากโปรแกรม SolidWorks®

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.5 แสดงแบบจำลองของหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวที่วาดจากการใช้ซอฟต์แวร์ก่อนที่จะนำทุกชิ้นส่วนไปสร้างจริง นอกจากนี้แบบจำลองจากซอฟต์แวร์ยังสามารถใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบบางค่าที่มีความจำเป็นในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบได้ โดยแบ่งส่วนประกอบสำคัญได้ 3 ส่วนหลักๆ คือ ส่วนควบคุมของหุ่นยนต์ ส่วนการตรวจวัดต่างๆ ส่วนการขับเคลื่อนหุ่นยนต์ และส่วนบังคับทิศทางและการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ดังรูป



รูปที่ 3.6 ส่วนประกอบของหุ่นยนต์

1. ส่วนควบคุมของหุ่นยนต์ เนื่องจากการทำงานของหุ่นยนต์สองล้อนี้ จำเป็นต้องอาศัยการประมวลผลของการคำนวณที่มีความไวค่อนข้างมาก และมีหน่วยความจำให้ใช้มากพอควร ทำให้ต้องเลือกใช้เป็นไมโครคอนโทรลเลอร์แบบดิจิทัล 16 บิต (16-bit High-Performance Digital Signal Controllers) ซึ่งเป็นไมโครคอนโทรลเลอร์ที่ได้รับการออกแบบมาเป็นพิเศษเพื่องานประมวลผลสัญญาณดิจิทัลสำหรับสร้างระบบควบคุมอัตโนมัติที่มีความสามารถสูง ในการใช้งานนั้นได้เลือกรุ่น dsPIC30F6010 ซึ่งเป็นไมโครคอนโทรลเลอร์ขนาด 80 ขา แบบ Thin Quad Flatpack (TQFP) ประกอบไปด้วยตัวแปลงสัญญาณจากอนาลอกเป็นดิจิทัลแบบ 12 บิต (12-bit A/D Converter) และส่วนสร้างสัญญาณควบคุมมอเตอร์ (Pulse Width Modulation (PWM)) จำนวน 4 คู่ ทำให้ง่ายต่อการนำไปใช้สร้างตัวควบคุมสำหรับระบบอัตโนมัติโดยเฉพาะการควบคุมมอเตอร์

2. ส่วนการวัด เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ตรวจวัดตัวแปรที่จำเป็นต้องใช้ในการควบคุมการทรงตัวของหุ่นยนต์สองล้อ ซึ่งตัวแปรที่สำคัญในงานนี้ก็คือระยะการเคลื่อนที่ (Distance) และมุม (Angle) ของก้านลูกคัม สำหรับการตรวจวัดมุมใช้ไจโรสโคป (Gyroscope) ติดตั้งไว้บนฐานของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หุ่นยนต์เพื่อบอกสถานะมุมและความเร็วเชิงมุมของหุ่นยนต์ขณะที่มีการเคลื่อน โดยเลือกใช้รุ่น CRS03 ซึ่งเป็น ไจโรสโคปที่ให้สมรรถนะที่ดีแม้จะอยู่ภายใต้สภาวะที่มีการสั่นสะเทือนและการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ อย่างไรก็ตามเนื่องจาก ไจโรสโคปให้สัญญาณเอาต์พุตเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมทำให้ไม่สามารถบอกสถานะของมุมเริ่มต้นได้ จึงต้องติดตั้ง Inclinometer ไว้บนฐานของหุ่นยนต์เพื่อใช้เป็นตัวบอกมุมอ้างอิงสำหรับระบบ ส่วนการบอกระยะการเคลื่อนที่ของ ก้านลูกตุ้ม สามารถตรวจวัดผ่าน Tacho Generator เพื่อนำใช้คำนวณสถานะอื่น ๆ

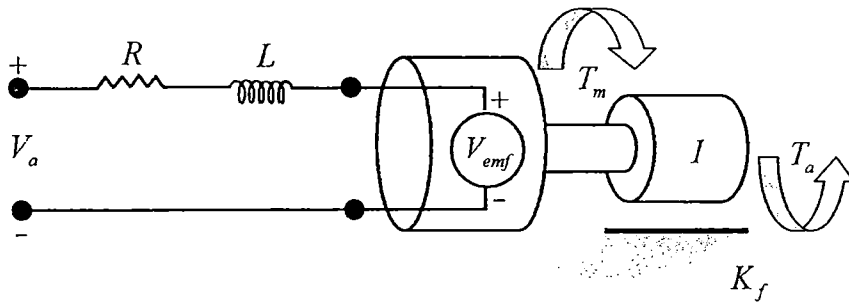
3. ส่วนการขับเคลื่อนหุ่นยนต์ และส่วนบังคับทิศทางเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ ส่วนขับเคลื่อนหุ่นยนต์เป็นมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ต่อผ่านชุดเกียร์ไปยังล้อ และควบคุมความเร็วของมอเตอร์โดยสัญญาณ PWM จาก ไมโครคอนโทรลเลอร์ชุดขับเคลื่อน (Drive) แบบ 4 Quadrant (4Q) ด้วย MOSFET ขณะที่ทิศทางเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สามารถบังคับผ่านวิทยุบังคับ (Radio Control) ซึ่งเป็นหน่วยควบคุมไร้สาย (Wireless Control Unit) โดยติดตั้งตัวรับสัญญาณวิทยุ (Radio Receiver) ไว้บนฐานของหุ่นยนต์

3.4 แบบจำลองระบบด้วยปริภูมิสถานะ (State-Space Modeling)

ก่อนการออกแบบตัวควบคุมจำเป็นต้องทราบรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบซึ่งถือเป็นส่วนสำคัญในการนำไปใช้ในการออกแบบการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด ในหัวข้อนี้จึงแสดงการหาสมการสถานะและสมการปริมาณเอาต์พุตของระบบหุ่นยนต์สองล้อทรงตัว โดยเริ่มศึกษาจากแบบจำลองเชิงเส้นของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงและแบบจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สองล้อทรงตัว ดังนั้นแบบจำลองปริภูมิสถานะของระบบหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวจะต้องนำแรงต่างๆ มาวิเคราะห์และรวมแบบจำลองทางกลศาสตร์ร่วมกับแบบจำลองของมอเตอร์เชิงเส้น โดยเริ่มจากการวิเคราะห์สมการของการเคลื่อนที่ของล้อด้านซ้ายและล้อด้านขวา

3.4.1 แบบจำลองเชิงเส้นของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

หุ่นยนต์ได้รับพลังงานจากมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง 2 ตัว ดังนั้นในหัวข้อนี้เป็นการหาแบบจำลองปริภูมิสถานะของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง และนำไปใช้ในการหาแบบจำลองของหุ่นยนต์สองล้อทั้งระบบ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้าขาเข้ามอเตอร์และการควบคุมแรงบิดของมอเตอร์ในการรักษาสมดุลของหุ่นยนต์



รูปที่ 3.7 แบบจำลองของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

จากรูปที่ 3.7 เป็นตัวอย่างแบบจำลองเชิงเส้นสำหรับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง เมื่อให้แรงดันไฟฟ้าไปที่ขั้วของมอเตอร์ (V_a) จะเกิดกระแสไฟฟ้าในขดลวดของมอเตอร์ มอเตอร์จะสร้างแรงบิด (T_m) ซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกระแสอาร์เมเจอร์ โดยสมการแสดงความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$T_m = k_m i \quad (3.5)$$

โดยที่ k_m คือ ค่าคงที่ของแรงบิดของมอเตอร์ (Torque Constant) (Nm/A)

i คือ กระแสอาร์เมเจอร์ (Current through Armature) (A)

ความต้านทาน (R) และขดลวดตัวนำ (L) ต่ออนุกรมกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ (Back Electromotive Force Voltage) (V_{emf}) สามารถนำไปใช้ในแบบจำลองวงจรทางไฟฟ้าของมอเตอร์ได้ ซึ่ง V_{emf} เกิดเนื่องจากขดลวดของมอเตอร์เคลื่อนที่ผ่านสนามแม่เหล็ก แรงดันไฟฟ้าสามารถประมาณค่าได้ด้วยฟังก์ชันเชิงเส้นของความเร็วเชิงมุม (ω) ดังนี้

$$V_{emf} = k_e \omega \quad (3.6)$$

โดยที่ k_e คือ ค่าคงที่ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ (Back emf Constant) (Vs/rad)

สมการอนุพันธ์เชิงเส้นสำหรับวงจรทางไฟฟ้าของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสามารถเขียนได้โดยใช้ Kirchoff's Voltage law ที่ว่า ผลรวมของแรงดันไฟฟ้าทั้งหมดในวงจรต้องมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงเป็นดังนี้

$$V_a - Ri - L \frac{di}{dt} - V_{emf} = 0 \quad (3.7)$$

จากสมการการเคลื่อนที่สำหรับมอเตอร์ ประมาณค่าแรงเสียดทานบนเพลลาของมอเตอร์ (k_f) เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของความเร็วเชิงมุม และจากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Law of Motion) ที่ว่าผลรวมของแรงบิดทั้งหมดบนเพลลาเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นในการเร่งเพลลาโดยความ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฉื่อย (J_R) ในการหมุนของขดลวดอาร์เมเจอร์ ดังสมการ

$$\sum M = T_m - k_f \omega - T_a = I_R \dot{\omega} \quad (3.8)$$

โดยที่ T_a คือ แรงบิดของโหลด (Torque) (Nm)

เมื่อแทนสมการ (3.5) และ (3.6) ลงในสมการ (3.7) และ (3.8) ตามลำดับและจัดให้อยู่ในเทอมของอนุพันธ์เทียบกับเวลา สมการพื้นฐานทั้งสองจะครอบคลุมถึงการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ ดังนี้

$$\frac{di}{dt} = \frac{-R}{L} i + \frac{-k_e}{L} \omega + \frac{V_a}{L} \quad (3.9)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i + \frac{-k_f}{I_R} \omega - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.10)$$

ทั้งสองสมการเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของกระแสไฟฟ้าและความเร็วในรูปอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งเป็นแบบจำลองอย่างง่ายของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง สามารถนำไปใช้ในการสร้างสมมูลสำหรับหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวได้ โดยที่สนามแม่เหล็กของมอเตอร์และแรงเสียดทานของมอเตอร์ไม่นำมาพิจารณาและประมาณว่ามีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการที่ (3.9) และ (3.10) จะเป็นดังนี้

$$i = -\frac{k_e}{R} \omega + \frac{1}{R} V_a \quad (3.11)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_m}{I_R} i - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.12)$$

แทนสมการที่ (3.11) ลงในสมการที่ (3.12) ค่าประมาณสำหรับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงจะ

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{k_m k_e}{I_R R} \omega + \frac{k_m}{I_R R} V_a - \frac{T_a}{I_R} \quad (3.13)$$

ซึ่งจากการไม่พิจารณาผลของสนามแม่เหล็กของมอเตอร์ เนื่องจากกระแสไหลวนไม่นำมาพิจารณาในสมการการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ กระแสจะอยู่ในสถานะคงที่เมื่อเปรียบเทียบกับความเร็วของเพลทที่ทำให้เวลาในการเร่งความเร็วจากความเร็วเริ่มต้นไปยังความเร็วสุดท้ายหลังการเปลี่ยนแปลงแรงดันไฟฟ้าขาเข้า

ดังนั้นระบบกลศาสตร์ของมอเตอร์สามารถทำให้อยู่ในรูปแบบจำลองปริภูมิสถานะซึ่งเป็นระบบของสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ด้วยตัวแปรตำแหน่ง มุม (θ) ความเร็ว และความเร็วเชิงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

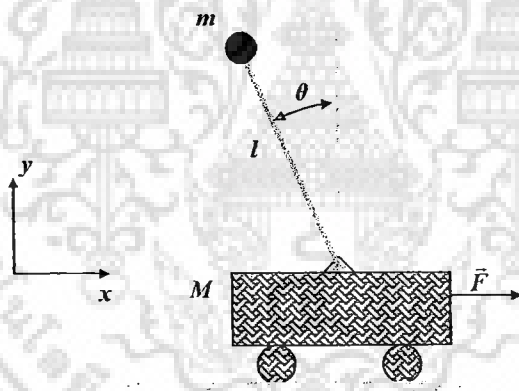
ของเพลานี้ออนอินพุตให้กับมอเตอร์ด้วยแรงดันไฟฟ้าและแรงบิด จะได้สมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-k_m k_e}{I_R R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_m}{I_R R} & \frac{-1}{I_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ T_a \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_a \\ T_a \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

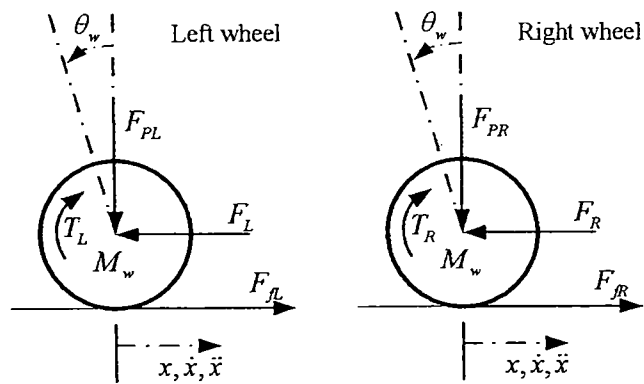
3.4.2 แบบจำลองเชิงเส้นของหุ่นยนต์สองล้อทรงตัว

หุ่นยนต์สองล้อทรงตัวมีระบบทางกลศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมาก แต่ก็มี ความคล้ายคลึงกับ ลูกตุ้มหัวกลับบนรถ โดยต้องแยกพิจารณาเป็น 2 ส่วน เริ่มจากวิเคราะห์กลศาสตร์ของล้อซ้ายและล้อขวาแยกกัน จากนั้นวิเคราะห์กลศาสตร์ของลูกตุ้ม สุดท้ายเมื่อนำสมการการเคลื่อนที่ทั้งสองสมการมารวมกันจะสามารถอธิบายพฤติกรรมของหุ่นยนต์สองล้อทรงตัวได้ โดยที่พฤติกรรมของหุ่นยนต์สามารถได้รับผลกระทบจากสิ่งรบกวน เช่น แรงบิดของมอเตอร์ ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะต้องนำแรงต่างๆ มาวิเคราะห์ด้วย



รูปที่ 3.8 ตัวอย่าง Free body diagram ของระบบลูกตุ้มหัวกลับ

พิจารณาสมการการเคลื่อนที่ของล้อซ้ายและล้อขวาด้วย Free Body Diagram สำหรับล้อทั้งสองดังรูป



รูปที่ 3.9 Free body diagram ของล้อหุ่นยนต์

จากการประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ผลรวมของแรงในแนวแกนอน x เป็น

ดังนี้

$$\begin{aligned}\sum F_x &= Ma \\ M_w \ddot{x} &= F_{fR} - F_R\end{aligned}\quad (3.16)$$

โดยที่

F_x คือ แรงปฏิกิริยา (Reaction Forces)

M คือ มวล (Mass)

a คือ อัตราเร่ง (Acceleration)

M_w คือ มวลของล้อหุ่นยนต์ (Mass of the Wheel)

F_{fR} คือ แรงเสียดทานระหว่างพื้นและล้อด้านขวา (Friction Forces between the Ground and the Wheels)

F_R คือ แรงปฏิกิริยาระหว่างล้อด้านขวาและก้านลูกตุ้ม (Reaction Forces between the Wheel and Chassis)

ผลรวมของโมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางของล้อ เป็นดังต่อไปนี้

$$\sum M_o = I\alpha \quad (3.17)$$

$$I_w \ddot{\theta}_w = T_R - F_{fR} r \quad (3.18)$$

โดยที่ M_o คือ โมเมนต์ (Moment)

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertial)

α คือ อัตราเร่งเชิงมุมของเพลลา (Angular Acceleration of Shaft) (rad/s^2)

I_w คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ (Moment of Inertial of the Wheels)

θ_w คือ มุมในการหมุนของล้อ (Rotation Angle of the Wheel)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\dot{\theta}_w$ คือ ความเร็วเชิงมุมของล้อ (Angular Velocity of Wheel) (*rad/s*)

T_R คือ แรงบิดจากมอเตอร์ไปยังล้อ (Applied Torque from the Motor to the Wheels)

r คือ รัศมีของล้อ (Radius of the Wheel) (*m*)

จากกลศาสตร์มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง แรงบิดของมอเตอร์เป็นดังสมการ

$$T_m = I_R \frac{d\omega}{dt} + T_a \quad (3.19)$$

หลังจากจัดเรียงสมการใหม่และแทนค่าตัวแปรต่างๆ จากอนุพันธ์ของระบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

ดังนั้น เอกลักษณ์ของแรงบิดที่ให้กับล้อเป็นดังสมการ

$$T = I_R \frac{d\omega}{dt} = \frac{-k_m k_e}{R} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{R} V_a \quad (3.20)$$

โดยที่ T คือ แรงบิด (Torque)

และสนามแม่เหล็กของมอเตอร์และแรงเสียดทานของมอเตอร์ไม่นำมาพิจารณา

ดังนั้น สมการที่ (3.18) เป็นดังนี้

$$I_w \ddot{\theta}_w = \frac{-k_m k_e}{R} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{R} V_a - F_{JR} r \quad (3.21)$$

ดังนั้น

$$-F_{JR} = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{Rr} V_a - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_w \quad (3.22)$$

นำสมการที่ (3.22) แทนค่าลงในสมการที่ (3.16) จะได้สมการสำหรับล้อด้านซ้ายและขวา
ดังนี้

สำหรับล้อด้านซ้าย

$$M_w \ddot{x} = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{Rr} V_a - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_w - F_L \quad (3.23)$$

สำหรับล้อด้านขวา

$$M_w \ddot{x} = \frac{-k_m k_e}{Rr} \dot{\theta}_w + \frac{k_m}{Rr} V_a - \frac{I_w}{r} \ddot{\theta}_w - F_R \quad (3.24)$$

โดยที่ F_L คือ แรงปฏิกิริยาระหว่างล้อด้านซ้ายและก้านลูกตุ้ม (Reaction Forces between the Wheel and Chassis)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นเป็นการกระทำบนจุดศูนย์กลางของล้อ ดังนั้นการหมุนเชิงมุมสามารถเปลี่ยนรูปเป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้นได้โดยการแปลงรูปอย่างง่าย ดังนี้

$$\ddot{\theta}_w r = \ddot{x} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta}_w = \frac{\ddot{x}}{r}$$

$$\dot{\theta}_w r = \dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta}_w = \frac{\dot{x}}{r}$$

จากการแปลงเป็นเชิงเส้น ดังนั้นสมการที่ (3.23) และ (3.24) เป็นดังนี้

สำหรับล้อด้านซ้าย

$$M_w \ddot{x} = \frac{-k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} + \frac{k_m V_a}{Rr} - \frac{I_w}{r^2} \ddot{x} - F_L \quad (3.25)$$

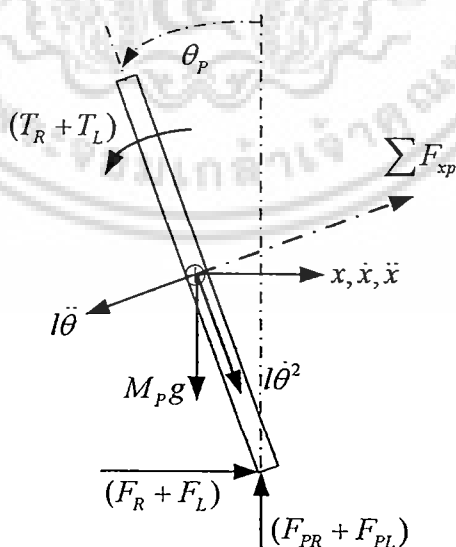
สำหรับล้อด้านขวา

$$M_w \ddot{x} = \frac{-k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} + \frac{k_m V_a}{Rr} - \frac{I_w}{r^2} \ddot{x} - F_R \quad (3.26)$$

รวมสมการที่ (3.25) และ (3.26) เข้าด้วยกัน ดังนี้

$$2(M_w + \frac{I_w}{r^2}) \ddot{x} = \frac{-2k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} + \frac{2k_m V_a}{Rr} - (F_L + F_R) \quad (3.27)$$

ก้านของหุ่นยนต์สามารถนำมาจำลองเป็นลูกตุ้มหัวกลับได้ ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 Free body diagram ของก้านของหุ่นยนต์

จากการประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน โดยรวมแรงในแนวแกนนอน ดังนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= M_p \ddot{x} \\ (F_L + F_R) - M_p l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p + M_p l \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p &= M_p \ddot{x}\end{aligned}\quad (3.28)$$

- โดยที่ M_p คือ มวลของก้านของหุ่นยนต์ (Mass of the Robot's Chassis)
 l คือ ระยะทางระหว่างศูนย์กลางของล้อและศูนย์กลางแรงโน้มถ่วงของหุ่นยนต์
(Distance between The Centers of the Wheel and the Robot's Center of Gravity)
 θ_p คือ มุมในการแกว่งของก้านหุ่นยนต์ (Rotation Angle of the Chassis)

ดังนั้น

$$(F_L + F_R) = M_p \ddot{x} + M_p l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p - M_p l \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \quad (3.29)$$

ผลรวมของแรงที่ตั้งฉากกับก้าน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\Sigma F_{xp} &= M_p \ddot{x} \cos \theta_p \\ (F_L + F_R) \cos \theta_p + (F_{PL} + F_{PR}) \sin \theta_p - M_p g \sin \theta_p - M_p l \ddot{\theta}_p &= M_p \ddot{x} \cos \theta_p\end{aligned}\quad (3.30)$$

ผลรวมของโมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางมวลของลูกตุ้มหัวกลับ เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\Sigma M_o &= I \alpha \\ -(F_L + F_R) l \cos \theta_p - (F_{PL} + F_{PR}) l \sin \theta_p - (T_L + T_R) &= I_p \ddot{\theta}_p\end{aligned}\quad (3.31)$$

- โดยที่ F_{PL} คือ แรงเสียดทานระหว่างก้านลูกตุ้มและล้อด้านซ้าย (Friction Forces between the Chassis and the Wheels)
 F_{PR} คือ แรงเสียดทานระหว่างก้านลูกตุ้มและล้อด้านขวา (Friction Forces between the Chassis and the Wheels)
 T_L คือ แรงบิดบนลูกตุ้มหัวกลับที่ได้จากมอเตอร์ไปยังล้อด้านซ้าย (Torque from motors to the Wheel)
 T_R คือ แรงบิดบนลูกตุ้มหัวกลับที่ได้จากมอเตอร์ไปยังล้อด้านขวา (Torque from motors to the Wheel)
 I_p คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของก้านหุ่นยนต์ (Moment of Inertia of the Robot's Chassis)

แรงบิดบนลูกตุ้มหัวกลับที่ได้จากมอเตอร์ตามสมการที่ (3.20) และหลังจากแปลงเป็นเชิงเส้นแล้ว เป็นดังสมการ

$$T_L + T_R = \frac{-2k_m k_e}{R} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (3.31) จะได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} -(F_L + F_R)l \cos \theta_p - (F_{PL} + F_{PR})l \sin \theta_p - \left(\frac{-2k_m k_e}{Rr} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a \right) = I_p \ddot{\theta}_p \\ -(F_L + F_R)l \cos \theta_p - (F_{PL} + F_{PR})l \sin \theta_p = I_p \ddot{\theta}_p - \frac{2k_m k_e}{Rr} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a \end{aligned} \quad (3.32)$$

คูณสมการที่ (3.30) ด้วย $-l$ จะได้สมการดังนี้

$$\left[-(F_L + F_R)l \cos \theta_p - (F_{PL} + F_{PR})l \sin \theta_p \right] + M_p g l \sin \theta_p + M_p l^2 \ddot{\theta}_p = -M_p l \ddot{x} \cos \theta_p \quad (3.33)$$

แทนสมการที่ (3.32) ลงในสมการที่ (3.33) จะได้สมการดังนี้

$$I_p \ddot{\theta}_p - \frac{2k_m k_e}{Rr} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a + M_p g l \sin \theta_p + M_p l^2 \ddot{\theta}_p = -M_p l \ddot{x} \cos \theta_p \quad (3.34)$$

จากพลศาสตร์มอเตอร์ กำจัด $(F_L + F_R)$ โดยแทนค่าสมการที่ (3.29) ลงในสมการที่ (3.27) จะได้สมการดังนี้

$$2\left(M_w + \frac{I_w}{r^2}\right)\ddot{x} = \frac{-2k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} + \frac{2k_m}{Rr} V_a - M_p \ddot{x} - M_p l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p + M_p l \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \quad (3.35)$$

เรียงสมการที่ (3.34) และ (3.35) ใหม่ ให้เป็นสมการของการเคลื่อนแบบไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ ดังนี้

$$(I_p + M_p l^2) \ddot{\theta}_p - \frac{2k_m k_e}{Rr} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a + M_p g l \sin \theta_p = -M_p l \ddot{x} \cos \theta_p \quad (3.36)$$

$$\frac{2k_m}{Rr} V_a = \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p\right) \ddot{x} + \frac{2k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} + M_p l \ddot{\theta}_p \cos \theta_p - M_p l \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \quad (3.37)$$

จากสมการที่ (3.36) และ (3.37) สามารถทำให้เป็นเชิงเส้นได้โดย สมมติให้ $\theta_p = \pi + \phi$ โดยที่ ϕ คือ มุมที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก การแก้ไขแบบง่ายๆ คือ ทำให้ได้แบบจำลองเชิงเส้น ดังนั้นตัวควบคุมปริภูมิสถานะแบบเชิงเส้นจึงสามารถนำมาใช้ได้ ดังนี้

$$\cos \theta_p = -1, \quad \sin \theta_p = -\phi \quad \text{และ} \quad \left[\frac{d\theta_p}{dt} \right]^2 = 0$$

สมการเชิงเส้นของการเคลื่อนที่เป็นดังนี้

$$(I_p + M_p l^2) \ddot{\phi} - \frac{2k_m k_e}{Rr} \dot{x} + \frac{2k_m}{R} V_a - M_p g l \phi = M_p l \ddot{x} \quad (3.38)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{2k_m}{Rr} V_a = \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right) \ddot{x} + \frac{2k_m k_e}{Rr^2} \dot{x} - M_p l \ddot{\phi} \quad (3.39)$$

จากปริภูมิสถานะของระบบ นำสมการที่ (3.38) และ (3.39) มาเรียงใหม่ เป็นดังนี้

$$\ddot{\phi} = \frac{M_p l}{(I_p + M_p l^2)} \ddot{x} + \frac{2k_m k_e}{Rr(I_p + M_p l^2)} \dot{x} - \frac{2k_m}{R(I_p + M_p l^2)} V_a + \frac{M_p g l}{(I_p + M_p l^2)} \phi \quad (3.40)$$

$$\ddot{x} = \frac{2k_m}{Rr \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right)} V_a - \frac{2k_m k_e}{Rr^2 \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right)} \dot{x} - \frac{M_p l}{\left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right)} \ddot{\phi} \quad (3.41)$$

แทนสมการที่ (3.40) ลงในสมการที่ (3.39) และแทนสมการที่ (3.41) ลงในสมการที่ (3.38) และทำสมการปริภูมิสถานะของระบบให้เป็นรูปของพีชคณิต ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2k_m k_e (M_p l r - I_p - M_p l^2)}{Rr^2 \alpha} & \frac{M_p^2 g l^2}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2k_m k_e (r \beta - M_p l)}{Rr^2 \alpha} & \frac{M_p g l \beta}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2k_m (I_p + M_p l^2 - M_p l r)}{Rr \alpha} \\ 0 \\ \frac{2k_m (M_p l - r \beta)}{Rr \alpha} \end{bmatrix} V_a \quad (3.42)$$

โดยที่

$$\beta = \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right) \quad \alpha = \left[I_p \beta + 2M_p l^2 \left(M_w + \frac{I_w}{r^2} \right) \right]$$

แบบจำลองข้างบนนี้สมมติว่าล้อของรถสัมผัสกับพื้นตลอดเวลาและไม่มีการไถลของล้อ ดังนั้นแรงเกี้ยวขงนี้จะไม่นำมาพิจารณา

ตารางที่ 3.1 แสดงการกำหนดตัวแปรและค่าต่างๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

V_a	ค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับมอเตอร์ (โวลต์)
k_m	ค่าคงที่ของแรงบิดของมอเตอร์ (0.1837 นิวตัน·เมตร/แอมแปร์)
k_e	ค่าคงที่แรงดันเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับของมอเตอร์ (0.287304 โวลต์·วินาที/เรเดียน)
M_p	น้ำหนักของก้านลูกตุ้มหัวกลับ (10.5 กิโลกรัม)
l	ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของล้อและศูนย์กลางแรงโน้มถ่วงของหุ่นยนต์ (0.071334 เมตร)
r	รัศมีของล้อ (0.245 เมตร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

I_p	โมเมนต์ความเฉื่อยของก้านลูกตุ้มหัวกลับ (0.025725 กิโลกรัม·เมตร ²)
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก (9.81 เมตร/วินาที ²)
R	ความต้านทานที่ขั้วของมอเตอร์ (0.29 Ω)
M_w	น้ำหนักถ่วงของหุ่นยนต์ (1.5 กิโลกรัม)
I_w	โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ (0.04501875 กิโลกรัม·เมตร ²)

เมื่อแทนค่าต่างๆ ตามตารางลงไป จะได้สมการสถานะของระบบลูกตุ้มหัวกลับเป็นดังสมการที่ 3.43 ซึ่งจะนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0103 & 8.7872 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 28.3293 & 175.9778 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.8616 \\ 0 \\ -24.1579 \end{bmatrix} V_a \quad (3.43)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

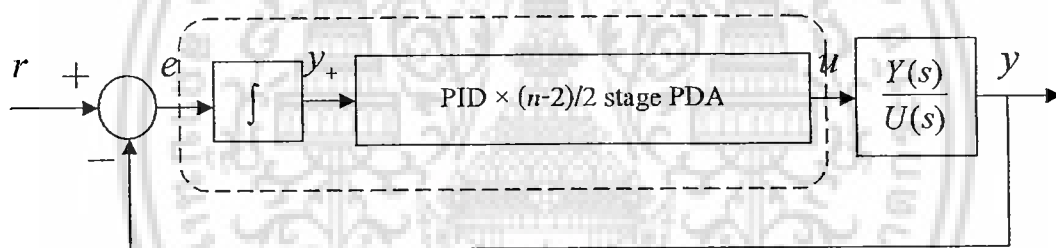
บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุมและผลการจำลองระบบ

บทนี้กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบลูกตุ้มหัวกลับและผลการจำลองระบบ โดยเนื้อหาประกอบไปด้วยการออกแบบตัวควบคุมและผลการจากการจำลองระบบ ทั้งในระบบเวลาต่อเนื่องและแบบเต็มหน่วย การเปรียบเทียบผลการจำลองระบบของตัวควบคุมแบบต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรม MATLAB

4.1 โครงสร้างของปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวและระบบลูกตุ้มหัวกลับ

โครงสร้างของปัญหาอินทิกรัลเซอร์โว ประกอบด้วยตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์ที่ใช้ในการสร้างเสถียรภาพให้กับระบบโดยทำการอนุกรมเข้ากับตัวควบคุม PID $\times (n-2)/2$ stage PDA ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูป



รูปที่ 4.1 อินทิกรัลเซอร์โวกับตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)/2$ stage PDA

จากรูปที่ 4.1 ชุดควบคุมในส่วนของตัวควบคุมต่างๆ สามารถแยกออกมาเพื่อแสดงให้เห็นดังสมการ

$$\left\{ \begin{aligned} K_{PID}(s) &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \equiv K_{pid} \frac{(s + z_{pid_2})}{s}, \\ &\equiv K_{pid} \frac{(s + z_{pid})^2}{s} \end{aligned} \right. \quad (4.1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_{PDA}(s) &= K_{PDA} (a + T_{D_1} s)(1 + T_{D_2} s) \equiv K_{pda} (s + z_{pda_1})(s + z_{pda_2}) \\ &\equiv K_{pda} (s + z_{pda})^2, \end{aligned} \right. \quad (4.2)$$

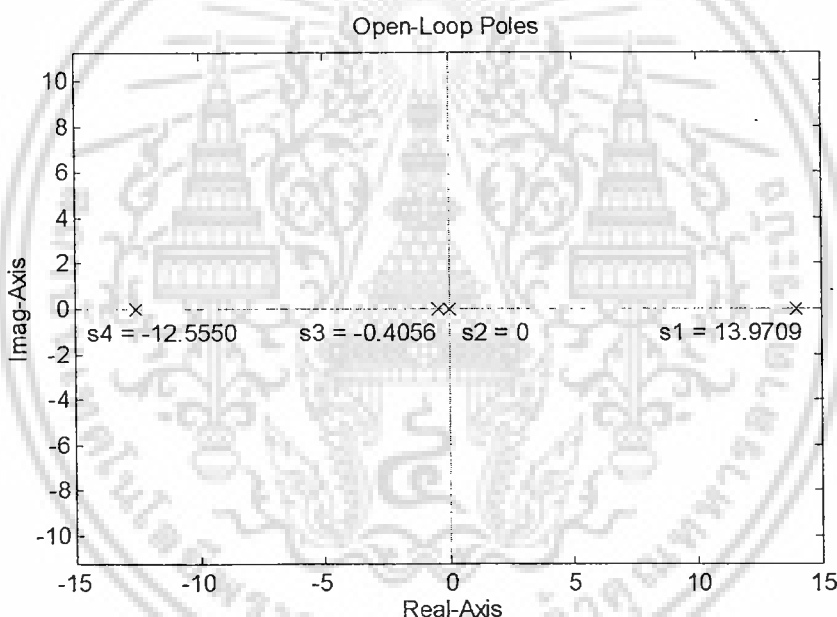
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ K_p คือ อัตราขยาย, T_i คือ ค่าเวลาอินทิกรัลและ T_D คือ ค่าเวลาเดลิเวทีฟ

จากปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวที่ได้แสดงไว้ในบทที่ 2 สมการรูปแบบทั่วไปฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิดของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบ พีโอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ สามารถเขียนได้ดังสมการ 2.45 และเมื่อพิจารณาปัญหาถูกดุ่มหัวกลับในบทที่ 3 ซึ่งได้กำหนดและแทนตัวแปรต่างๆแทนลงในสมการ 2.45 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดของปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวบนถูกดุ่มหัวกลับดังสมการที่ 4.3

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{24.1579s}{(s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \quad (4.3)$$

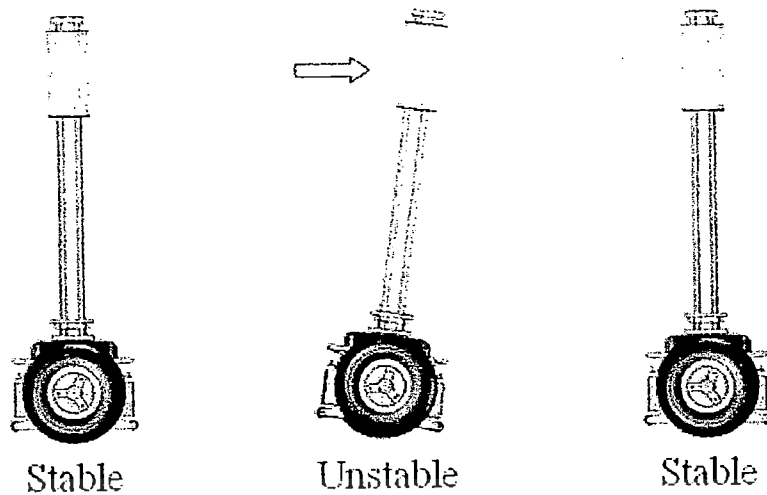
จากสมการดังกล่าว เมื่อพิจารณาดำแหน่งโพลและซีโรของระบบจะได้



รูปที่ 4.2 โพลของระบบวงเปิด

โพลของระบบสามารถแสดงได้แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นดังรูปที่ 4.2 มีโพล 1 โพลอยู่บนระนาบครึ่งขวาบนระนาบ s ที่ 13.9709 แสดงให้เห็นว่าระบบไม่เสถียรในวงเปิด

ปัญหาคือการออกแบบตัวควบคุมเมื่อมีอินพุตที่เป็นแรงมาผลักดังรูปที่ 4.3 ลูกตุ้มควรเปลี่ยนตำแหน่งไปและในที่สุดก็กลับมาอยู่ในแนวตั้งขณะที่ล้อของหุ่นยนต์หรือรถควรมีการเคลื่อนที่และในที่สุดก็กลับมาอยู่ในตำแหน่งเริ่มต้นของมัน



รูปที่ 4.3 การทำให้ระบบอยู่ในสภาวะมีเสถียรภาพ

4.2 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมแบบพีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ให้ได้ทั้งผลตอบสนองชั่วขณะ พร้อมทั้งผลตอบสนองที่สภาวะคงที่นั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จากสมการของกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพดังสมการที่ 4.3 และตัวควบคุมดังสมการที่ 4.1 และสมการที่ 4.2 ในการออกแบบดังรูปที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid1})(s+z_{pid2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}, \quad (4.4)$$

โดยที่ $K_c = K_{pid} K_{pda}$, $-z_{pid1}$, $-z_{pid2}$, $-z_{pda}$ คือค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบ ค่า $s = -12.5550$ และ $s = -0.4056$ คือโพลที่จุดทางด้านซ้ายมือบนระนาบ s ที่ตำแหน่งจุดกำเนิด ส่วนโพลที่ตำแหน่ง $s = 13.9709$ คือค่าโพลที่อยู่บนด้านขวามือบนระนาบ s ซึ่งเป็นโพลตำแหน่งที่ทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ

ขั้นตอนที่ 2 ค่าซีโร ที่ $(n-1)$ ของตัวควบคุมแบบอนุกรมจะถูกวางไว้ที่ตำแหน่งซ้ายมือของ $(n-1)$ ของโพลแบบวงเปิด ในกรณีที่จะลดผลกระทบของตัวโพลเหล่านี้ ค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบของ $(s+z_{pda})$ ถูกใช้เพื่อบังคับทางเดินของรากให้ผ่านจุด s_d ดังนั้นจะได้

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{s(s - p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)} \quad (4.5)$$

โดยที่ $-z_j = -(p_i + \varepsilon_i) (j=1,2,3,\dots,n-1)$ และ ε_i คือค่าจริงจำนวนน้อยๆ หรือค่าจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 3 ค่าอัตราหน่วง (ζ) ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n) และค่า s_d สามารถหาได้มาจากข้อกำหนดของผลตอบสนองชั่วขณะ ดังสมการที่ (4.6)

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \%, \quad t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%),$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (4.6)$$

โดย $P.O.$ คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าว่างเกิน และ t_s คือ ค่าเวลาติดตั้ง

ขั้นตอนที่ 4 วางโพลทุกตัวและซีโรที่ ($n-1$) ของ $G_c(s)G_p(s)$ และตำแหน่งของ s_d จากสมการที่ (4.5) และ สมการที่ (4.6) ใน S -Plane

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมของ s_d กับโพลระบบเปิดทุกตัว และ Zero ที่ ($n-1$) ของ $G_c(s)G_p(s)$ จากนั้นหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pda})$ เพื่อที่จะเพิ่มเข้าไป และผลรวมของมุมแสดงดังสมการที่ (4.7)

$$\left[\angle(s_d + z_{pda}) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi, \quad k=0,1,2,\dots \quad (4.7)$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าตำแหน่งของซีโร ของ $(s + z_{pda})$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pda})$ แสดงในสมการที่ (4.7)

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ที่ s_d จาก

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + p_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i)|}{|(s_d + z_{pda})| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i + \varepsilon_i)|} \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 8 พังก์ชันถ่ายโอนแบบปิด คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)} \quad (4.9)$$

โดยที่ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริง หรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจากโพลแบบวงปิด ตัวที่ $(n-1)$ อยู่ที่ใกล้ๆกับซีโรที่ $(n-1)$ สามารถแสดงได้โดยสัมประสิทธิ์โพลแบบวงปิด เป็นสัดส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งจะมีค่าน้อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ว่าโพลที่ $-p_i$ ไม่ได้ถูกตัดทิ้งก็ตาม ผลของผลตอบสนองชั่วขณะรวมทั้งโพลเหล่านี้ซึ่งมีค่าสูงสุดที่ไม่สำคัญ และผลกระทบเหล่านี้สามารถลดลงได้ อย่างไรก็ตามได้แสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองชั่วขณะได้ถูกทำให้ดีขึ้นตามข้อกำหนด เพราะว่าค่าเปอร์เซ็นต์นั้นจะเกิดขึ้นจากผลกระทบจากซีโร (z_{pda}) ดังนั้นสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนรวมได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c z_{pda} \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)} \quad (4.10)$$

เนื่องจาก $(\varepsilon_i - \delta_i) \cong 0$ จากสมการที่ (4.10) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c z_{pda}}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (4.11)$$

ขั้นตอนที่ 9 พังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดทั้งระบบหลังจากทำการเพิ่มชุดอินทิกรัลแล้ว สมการที่ 4.4 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{\overbrace{K_{pid} (s + z_{pid_1})(s + z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda} (s + z_{pda})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s + 12.5550)(s + 0.4056)(s - 13.9709)} \\ &= \frac{\overset{=?}{K_{sd}} \overset{Pr\ estable}{(s + z_{pid_1})(s + z_{pid_2})} \overset{=?}{(s + z_{pda})} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s + 12.5550)(s + 0.4056)(s - 13.9709)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

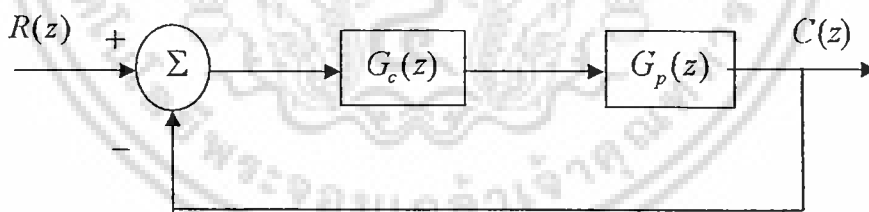
จากการสังเกตตัวตั้งหารของสมการ (4.12) เมื่อวิธีการของกิตติ กำหนดซีโรของพีไอดี ที่เหมาะสม เพื่อให้โพลอื่นๆอยู่ที่ $s = -\sigma$ ด้วยรูปแบบมาตรฐาน $\sigma + \Delta\sigma$ มีเพียงซีโรของพีไอดี Z_{pda} และ K_{s_d} ที่ต้องแก้ภายใต้เกณฑ์เทคนิคของทางเดินของราก โดย Walter R. Evan แสดงดังนี้

$$\begin{cases} \angle K(s)G(s) = \pm(2k+1)\pi, \\ |K(s)G(s)| = 1 \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, \quad (4.13)$$

ทั้งผลตอบสนองชั่วขณะและผลตอบสนองที่สภาวะคงที่ตามข้อกำหนดนั้นถูกทำให้เหมาะสมขึ้น ทางเดินรากของระบบควบคุมนั้นอยู่ที่ด้านซ้ายของ s -Plane สำหรับ ทุกๆค่าบวกของอัตราขยาย K_c และทางเดินหลักของรากนั้นเป็นรูปร่างแบบวงกลม นี้แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะของสมการนั้นอยู่ทางด้านซ้ายมือของ s -Plane ซึ่งแสดงว่าระบบนี้มีเสถียรภาพและความคงทนยิ่งกว่านั้น หากต้องการผลตอบสนองที่รวดเร็วขึ้นก็จะทำได้โดยการปรับอัตราขยายให้สูงกว่าค่าที่ออกแบบไว้ โดยไม่มีผลกระทบต่อเปอร์เซ็นต์ค่าล่วงเกินของระบบ

4.3 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาเต็มหน่วย

ระบบควบคุมแบบเวลาเต็มหน่วยมีโครงสร้างของระบบดังรูปที่ 4.4 ในรูปแสดงถึงระบบควบคุมแบบป้อนกลับ โดยจะนำสัญญาณจากเอาต์พุทของกระบวนการมาเปรียบเทียบกับสัญญาณปรับตั้งค่าที่กำหนดจากนั้นนำสัญญาณที่ได้จากการเปรียบเทียบมาคำนวณตามกฎเกณฑ์ของการควบคุมเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมนำไปควบคุมกระบวนการ



รูปที่ 4.4 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบดิจิทัล

- โดยที่ $G_c(z)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม
- $G_p(z)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ
- $R(z)$ คือ สัญญาณปรับตั้ง
- $C(z)$ คือ สัญญาณเอาต์พุทของระบบ

การออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยพิจารณาระบบควบคุมชนิดสัญญาณไม่ต่อเนื่อง ดังแสดงในรูปที่ 4.4 ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบ คือ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_c(z)G_p(z)}{1+G_c(z)G_p(z)} \quad (4.14)$$

จากสมการที่ (4.14) สมการคุณลักษณะของระบบควบคุม คือ

$$1+G_c(z)G_p(z) = 0 \quad (4.15)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในระบบเวลาเต็มหน่วยเขียนได้ดังนี้

$$G_c(z) = G_{PID}(z) = K_P + K_I \left(\frac{z}{z-1} \right) + K_D \left(\frac{z-1}{z} \right) \quad (4.16)$$

โดยที่ K_P คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ P (Proportional gain)

K_I คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral gain)

K_D คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative gain)

T คือ คาบเวลาการสุ่ม

พิจารณาจัดรูปแบบฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในสมการ (4.16) ใหม่

$$\begin{aligned} G_{PID}(z) &= \frac{(K_P + K_I + K_D)z^2 - (K_P + 2K_D)z + K_D}{z(z-1)} \\ &\equiv \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \end{aligned} \quad (4.17)$$

โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมพีไอดี แบบเวลาเต็มหน่วย

$z_{1,2}$ คือ ซีโรของตัวควบคุมพีไอดีแบบเวลาเต็มหน่วย

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอจะได้อัตราขยายแบบพีดีเอ มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการ (4.18)

$$G_{PDA}(z) \equiv \frac{K_{pd}(z-z_{pd})^2}{z} \quad (4.18)$$

ตัวควบคุม PID มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ (4.17) และตัวควบคุมแบบ PD มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ ดังสมการที่ (4.18) นำมาจัดรูปแบบฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID $\times (n-2)/2$ stage PD แบบเวลาเต็มหน่วย คือ

$$G_{(n-2)}(z) = \frac{\overbrace{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}^{\text{PID Controller}}}{z(z-1)} \times \frac{\overbrace{K_{pd}(z-z_{pda}) \dots K_n}^{(n-2)/2 \text{ PDA}}}{z^{n-2}} \quad (4.19)$$

- โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID แบบเวลาเต็มหน่วย
 K_{pd} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PD แบบเวลาเต็มหน่วย
 $z_{1,2}$ คือ ซีโรของตัวควบคุม PID แบบเวลาเต็มหน่วย
 z_{pda} คือ ซีโรของตัวควบคุม $(n-2)/2$ stage PDA แบบเวลาเต็มหน่วย

เนื่องจากจำนวนซีโรของตัวควบคุมมีน้อยกว่าจำนวนโพลของกระบวนการเมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพจะเห็นว่าจำนวนโพลนั้นมีมากกว่าจำนวนซีโรถึงแม้ว่าจะไม่มีการเพิ่มตัวควบคุมอินทิกรัลก็ตาม ดังนั้นในตัวควบคุมแบบ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมเวลาแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถควบคุมกระบวนการลูกตุ้มหัวกลับให้มีเสถียรภาพได้ไม่แตกต่างกับแบบเวลาต่อเนื่องถึงแม้จะไม่มีการเพิ่มตัวควบคุมอินทิกรัลก็ตาม

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวพีไอดี $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอเวลาแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ทำการแปลงกระบวนการดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยด้วยคาบเวลาการสุ่มที่เหมาะสมด้วยวิธีการซีโรออเดอร์โฮลด์ และใช้วิธีเทคนิคทางเดินของรากเพื่อการออกแบบ สามารถแสดงได้เป็นขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่า ζ, ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1

$$z_d = e^{Ts} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \quad (4.20)$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรจาก $G_c(z)G_n(z)$ ในระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ z_{pid1} และ z_{pid2} โดยตำแหน่งของซีโรทั้งสองต้องอยู่ในเงื่อนไข $\prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\delta_i)$ คือ ค่าจริงหรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพลของระบบ

$\prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s+p_i+\varepsilon_i)$, และ δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายวงเปิดของระบบ $G_c(z)G_n(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots \quad (4.21)$$

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 5 จะได้ตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุม $(n-2)/2$ พีไอดีดีพีดีเอ

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|} \quad (4.22)$$

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการผลการตอบสนองของระบบ อย่างไรก็ตามหากผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตรงตามข้อกำหนดที่ต้องการของระบบ สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

4.4 ผลการจำลองการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและเต็มหน่วย

ระบบลูกตุ้มหัวกลับที่ไม่มีเสถียรภาพสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิดในระบบเวลาต่อเนื่องแสดงได้ดังสมการ

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{24.1579s}{(s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \quad (4.23)$$

ตัวอย่างแสดงการออกแบบตัวควบคุมสำหรับเอนทิกรัลเซอโวแบบพีไอดีดีพีดีเอ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุม พีดีเอของลูกตุ้มหัวกลับที่ไม่มีเสถียรภาพ บนเงื่อนไขต่างๆ สามารถแสดงได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

4.4.1 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 1 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์

จากขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมในเวลาต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 จากสมการของกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพดังสมการที่ 4.3 และตัวควบคุมดังสมการที่ 4.1 และสมการที่ 4.2 ในการออกแบบดังรูปที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid} (s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda} (s+z_{pda_1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2 ค่าซีโร ที่ $(n-1)$ ของตัวควบคุมแบบอนุกรมจะถูกวางไว้ที่ตำแหน่งขั้วมือของ $(n-1)$ ของโพลแบบวงเปิด ในกรณีที่จะลดผลกระทบของตัวโพลเหล่านี้ ค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบของ $(s+z_{pda})$ ถูกใช้เพื่อบังคับทางเดินของรากให้ผ่านจุด s_d ดังนั้นจะได้

$$z_{pid1} = 13.5550$$

$$z_{pid2} = 1.4056$$

โดยที่โดยที่ z_{pid1}, z_{pid2} อยู่ในเงื่อนไข $-z_j = -(p_i + \varepsilon_i) (j=1,2,3,\dots,n-1)$ และ ε_i คือค่าจริงจำนวนน้อยๆ หรือค่าจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 3 จากเงื่อนไขที่ต้องการอัตราหน่วง (ζ) ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n) และค่า s_d สามารถหาได้จากข้อกำหนดของผลตอบสนองชั่วขณะ ดังนี้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 1,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$= -4.235 + 4.442i$$

โดย $P.O.$ คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าล่วงเกิน และ t_s คือ ค่าเวลาติดตั้ง

ขั้นตอนที่ 4 วางโพลทุกตัวและซีโรที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ และตำแหน่งของ s_d จากสมการที่ (4.5) และ สมการที่ (4.6) ใน s -Plane

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมของ s_d กับโพลระบบเปิดทุกตัว และ Zero ที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ จากนั้นหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pda})$ เพื่อที่จะเพิ่มเข้าไป และผลรวมของมุมแสดงดังสมการ

$$\left[\angle s_d + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าตำแหน่งของซีโร ของ $(s+z_{pda})$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pda})$ แสดงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$z_{pda} = 0.4$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ที่ s_d จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_c = \frac{|s_d|(s_d + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s_d + p_i)}{|(s_d + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s_d + p_i + \varepsilon_i)|}$$

$$= 0.825$$

ขั้นตอนที่ 8 พังก์ชันถ่ายโอนแบบปิด คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

โดยที่ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริง หรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจากโพลแบบวงปิด ตัวที่ $(n-1)$ อยู่ที่ใกล้ๆกับซีโรที่ $(n-1)$ สามารถแสดงได้โดยสัมประสิทธิ์โพลแบบวงปิด เป็นสัดส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งจะมีค่าน้อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ว่าโพลที่ $-p_i$ ไม่ได้ถูกตัดทิ้งก็ตาม ผลของผลตอบสนองชั่วขณะรวมทั้งโพลเหล่านี้ซึ่งมีค่าสูงสุดที่ไม่สำคัญ และผลกระทบเหล่านี้สามารถลดลงได้ อย่างไรก็ตามได้แสดงให้เห็นว่า ผลตอบสนองชั่วขณะได้ถูกทำให้ดีขึ้นตามข้อกำหนด เพราะค่าเปอร์เซ็นต์นั้นจะเกิดขึ้นจากผลกระทบจากซีโร (z_c) ดังนั้นสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนรวมได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c z_{pda} \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

เนื่องจาก $(\varepsilon_i - \delta_i) \cong 0$ จากสมการที่ (4.10) สามารถเขียนได้ดังนี้

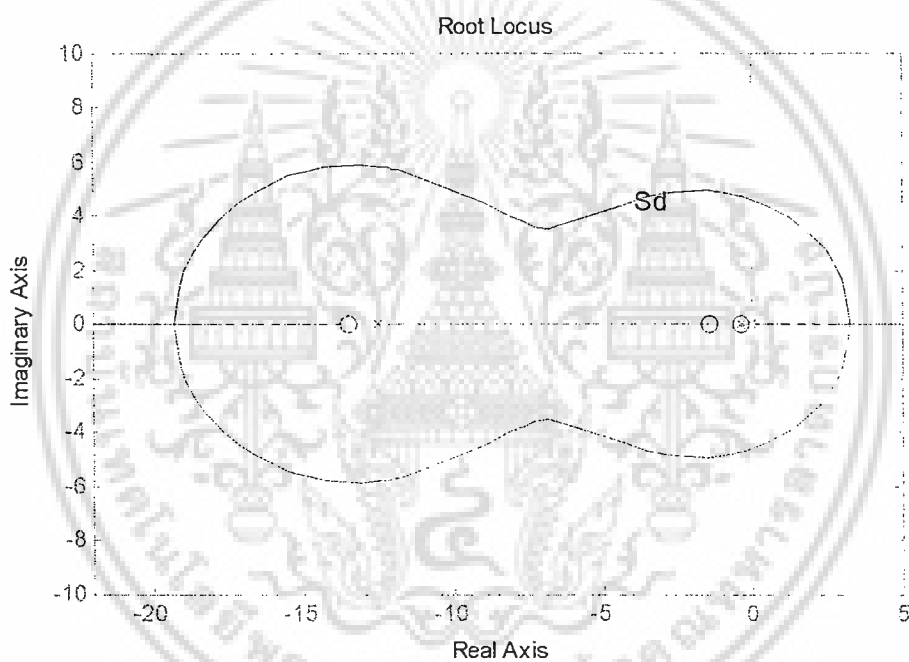
$$\frac{Y(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c z_{pda}}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

ขั้นตอนที่ ๑ พังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดทั้งระบบหลังจากทำการเพิ่มชุดอินทิกรัลแล้ว สมการที่ 4.4 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda})}^{\frac{(n-2)}{2}PDA} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)},$$

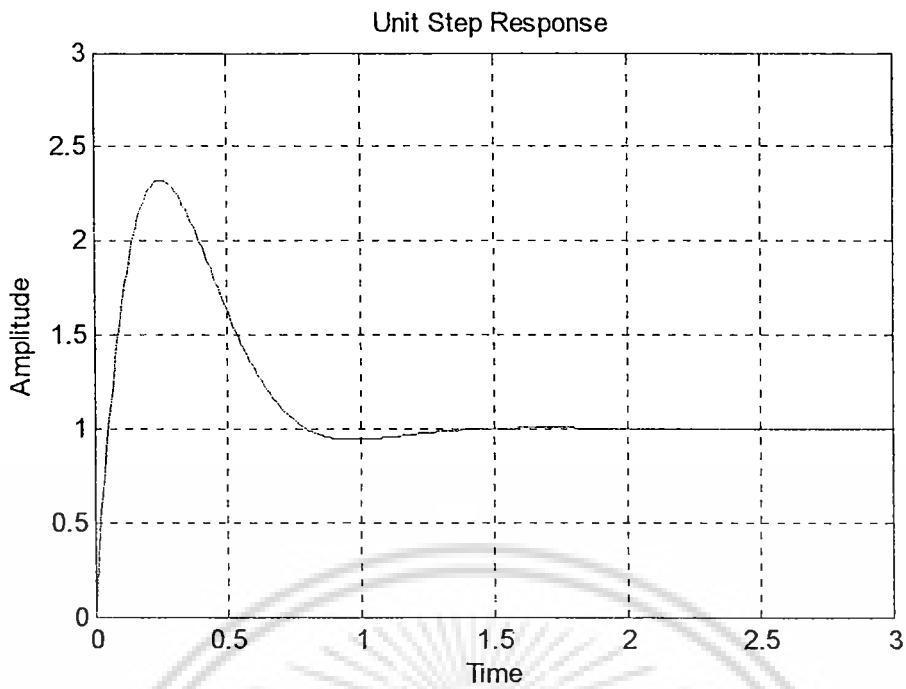
$$= \frac{0.825(s+13.5550)(s+1.4056)(s+0.4) \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิด เมื่อสามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆด้วยเทคนิคทางเดินขรอก และจากการนำผลดังกล่าวมาจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.5 แสดงทางเดินขรอกของระบบ อินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ รูปที่ 4.6 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย และรูปที่ 4.7 แสดงผลตอบสนองต่อ ฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

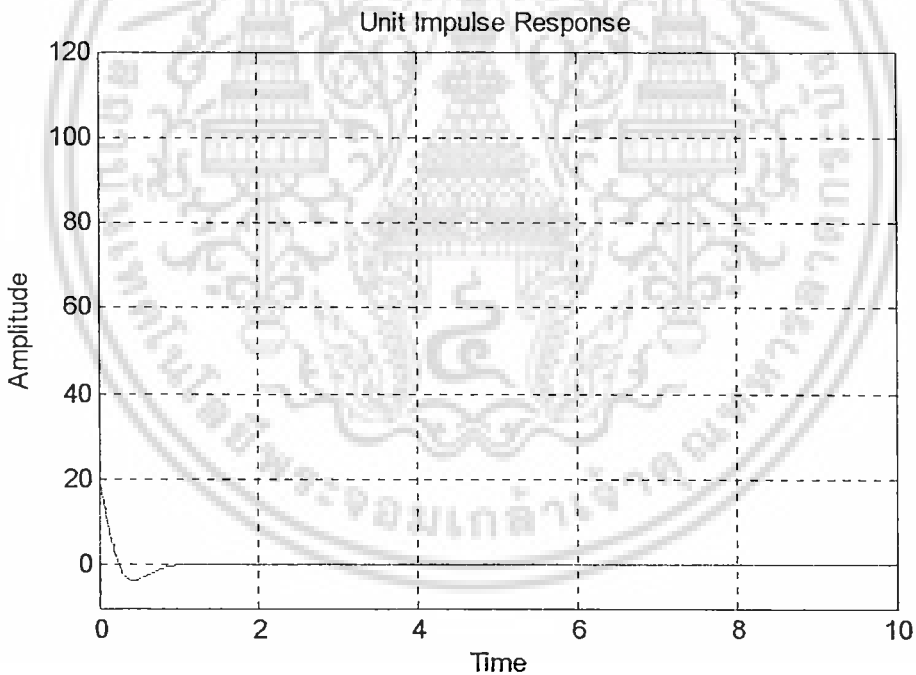


รูปที่ 4.5 รูปภาพแสดงทางเดินขรอกบนระนาบ S

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.7 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากการแปลงกระบวนการดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยด้วยคาบเวลาการสุ่มเท่ากับ $1/500$ วินาทีสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการสุ่มด้วยตัวนี้ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(z) = \frac{(10^{-4})(z+1.0007)(z-1.0000)}{(z-1.0283)(z-0.9992)(z-0.9752)}$$

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวพีไอดี $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอ ระบบแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่า ζ, ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ โดยจากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะได้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 1,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ &= -4.235 + 4.442i \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1

$$\begin{aligned} z_d &= e^{T_s} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \\ &= 0.992 \pm j8.808 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรจาก $G_c(z)G_n(z)$ ในระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ z_{pid1} และ z_{pid2} โดยตำแหน่งของซีโรทั้งสองต้องอยู่ในเงื่อนไข $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริงหรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพลของระบบ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, และ δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆหรือจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$z_{pid1} = 0.9800,$$

$$z_{pid2} = 0.9052.$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ $G_c(z)G_n(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 5 จะได้ตำแหน่งของซีโรว์ของตัวควบคุม $(n-2)/2$ พีไอดีต่อพีดีเอ

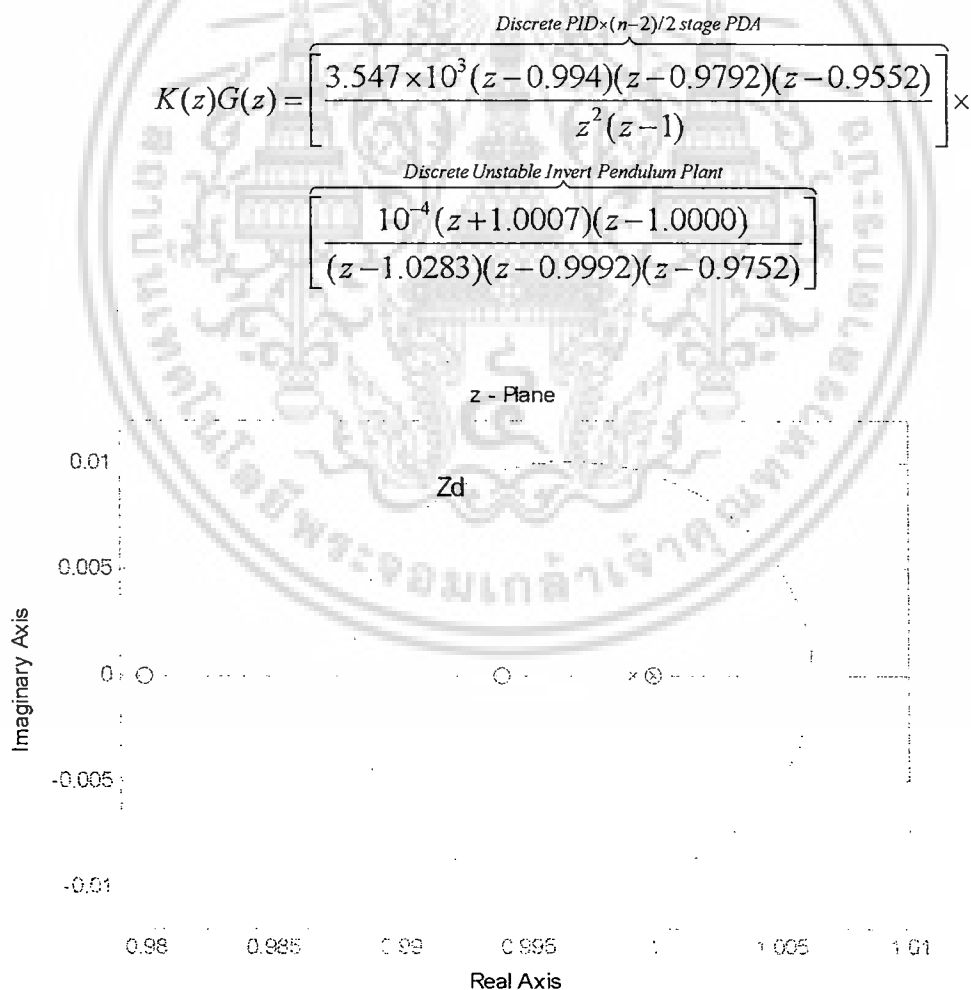
$$z_{pda} = 0.9940$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|}$$

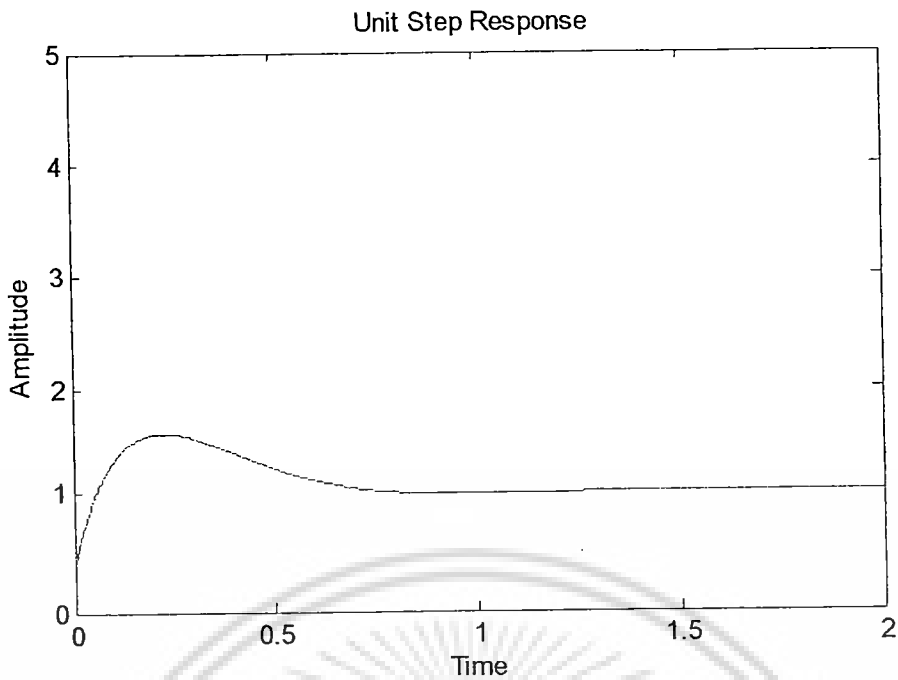
$$= 3.547 \times 10^3$$

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเกิดของอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ แบบเต็มหน่วยได้ดังสมการ

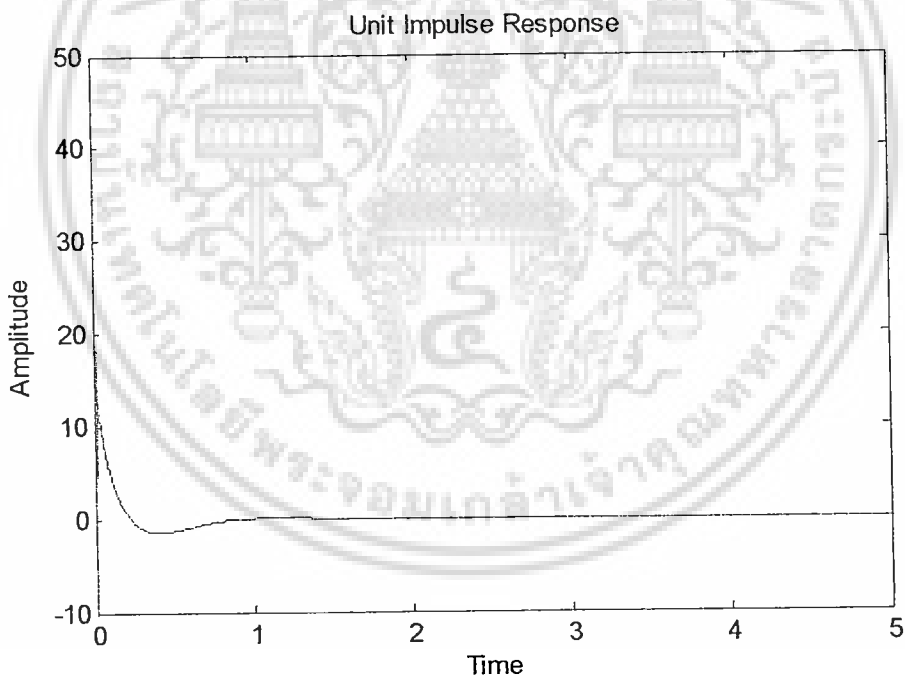


รูปที่ 4.8 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.10 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.8 แสดงทางเดินของรอกบนระนาบ z ซึ่งแสดงให้เห็นว่าทางเดินของรอกอยู่บนระนาบ z ผลตอบสนองด้วยฟังก์ชันหนึ่งหน่วยและฟังก์ชันกระตุ้นหนึ่งหน่วยบนคาบเวลาเต็มหน่วยแสดงได้ดังรูปที่ 4.9 และ 4.10 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.2 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.5 วินาที และค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์ จากขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมในเวลาต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้
ขั้นตอนที่ 1 จากสมการของกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพดังสมการที่ 4.3 และตัวควบคุมดังสมการที่ 4.1 และสมการที่ 4.2 ในการออกแบบดังรูปที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda_1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}$$

ขั้นตอนที่ 2 ค่าซีโร ที่ $(n-1)$ ของตัวควบคุมแบบอนุกรมจะถูกวางไว้ที่ตำแหน่งซ้ายมือของ $(n-1)$ ของโพลแบบวงเปิด ในกรณีที่จะลดผลกระทบของตัวโพลเหล่านี้ ค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบของ $(s+z_{pda})$ ถูกใช้เพื่อบังคับทางเดินของรากให้ผ่านจุด s_d ดังนั้นจะได้

$$z_{pid1} = 13.5550$$

$$z_{pid2} = 1.4056$$

โดยที่โดยที่ z_{pid1}, z_{pid2} อยู่ในเงื่อนไข $-z_j = -(p_j + \varepsilon_j)$ ($j=1,2,3,\dots,n-1$) และ ε_j คือค่าจริงจำนวนน้อยๆ หรือค่าจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 3 จากเงื่อนไขที่ต้องการอัตราหน่วง (ζ) ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n) และค่า s_d สามารถหาได้มาจากข้อกำหนดของผลตอบสนองชั่วขณะ ดังนี้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.5,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5,$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ = -8.471 + j8.883$$

โดย $P.O.$ คือ ค่า เปอร์เซ็นต์ค่าล่งเกิน และ t_s คือ ค่าเวลาติดตั้ง

ขั้นตอนที่ 4 วางโพลทุกตัวและซีโรที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ และตำแหน่งของ s_d จากสมการที่ (4.5) และ สมการที่ (4.6) ใน s -Plane

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมของ s_d กับโพลระบบเปิดทุกตัว และ Zero ที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ จากนั้นหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pda})$ เพื่อที่จะเพิ่มเข้าไป และผลรวมของมุมแสดงดังสมการ

$$\left[\angle(s_d + z_{pda}) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าตำแหน่งของซีโร ของ $(s + z_{pda})$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pda})$ แสดงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$z_{pda} = 3.159$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ที่ s_d จาก

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + p_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i)|}{|(s_d + z_{pda})| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i + \varepsilon_i)|}$$

$$= 1.196$$

ขั้นตอนที่ 8 พึ่งกัชั้นถ่ายโอนแบบปิด คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

โดยที่ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริง หรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$

และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจากโพลแบบวงปิด ตัวที่ $(n-1)$ อยู่ที่ใกล้ๆกับซีโรที่ $(n-1)$ สามารถแสดงได้โดยสัมประสิทธิ์โพลแบบวงปิด เป็นสัดส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งจะมีค่าน้อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ว่าโพลที่ $-p_i$ ไม่ได้ถูกตัดทิ้งก็ตาม ผลของผลตอบสนองชั่วขณะรวมทั้งโพลเหล่านี้ซึ่งมีค่าสูงสุดที่ไม่สำคัญ และผลกระทบเหล่านี้สามารถลดลงได้ อย่างไรก็ตาม ได้แสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองชั่วขณะได้ถูกทำให้ดีขึ้นตามข้อกำหนด เพราะค่าเปอร์เซ็นต์นั้นจะเกิดขึ้นจากผลกระทบจากซีโร (z_c) ดังนั้นสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนรวมได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c z_{pda} \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

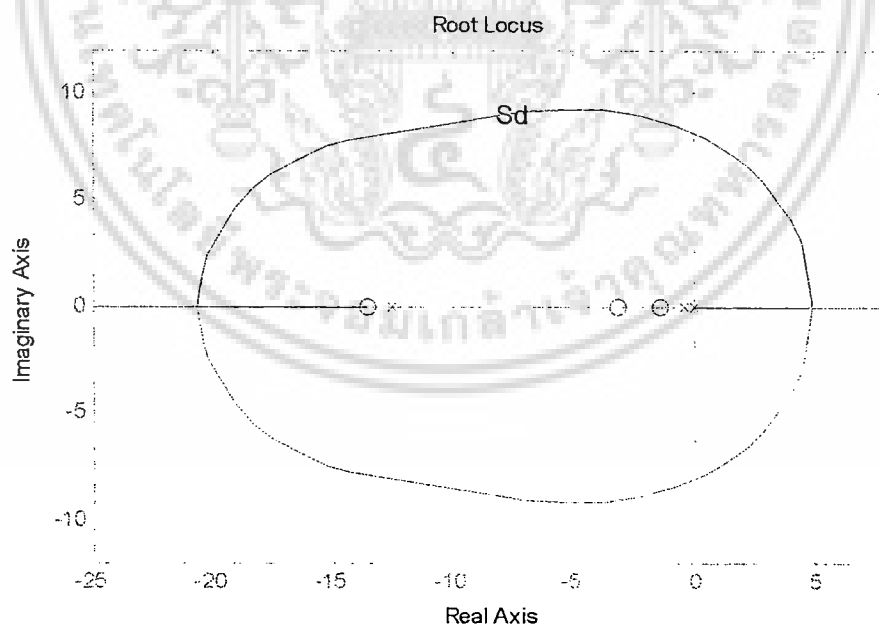
เนื่องจาก $(\varepsilon_i - \delta_i) \cong 0$ จากสมการที่ (4.10) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c z_{pda}}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

ขั้นตอนที่ ๑ ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดทั้งระบบหลังจากทำการเพิ่มขุดอินทิกรัลแล้ว สมการที่ 4.4 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

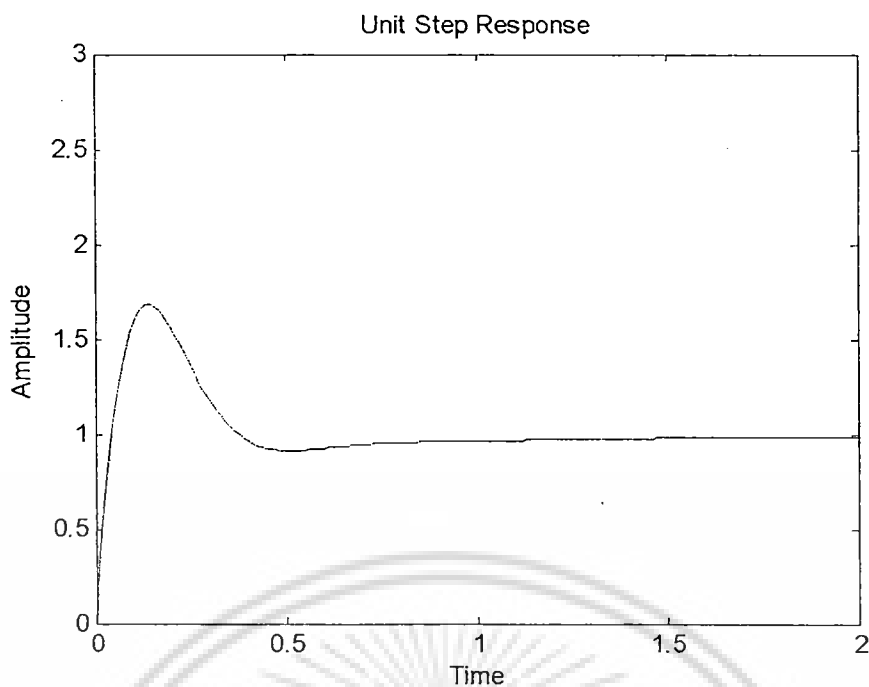
$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda})}^{\frac{(n-2)}{2} PDA} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}, \\ &= \frac{1.196(s+13.5550)(s+1.4056)(s+3.159) \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \end{aligned}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิด เมื่อสามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆด้วยเทคนิคทางเดินขอรากและจากการนำผลดังกล่าวมาจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.11 แสดงทางเดินขอรากของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ รูปที่ 4.12 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย และรูปที่ 4.13 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ่น 1 หน่วย

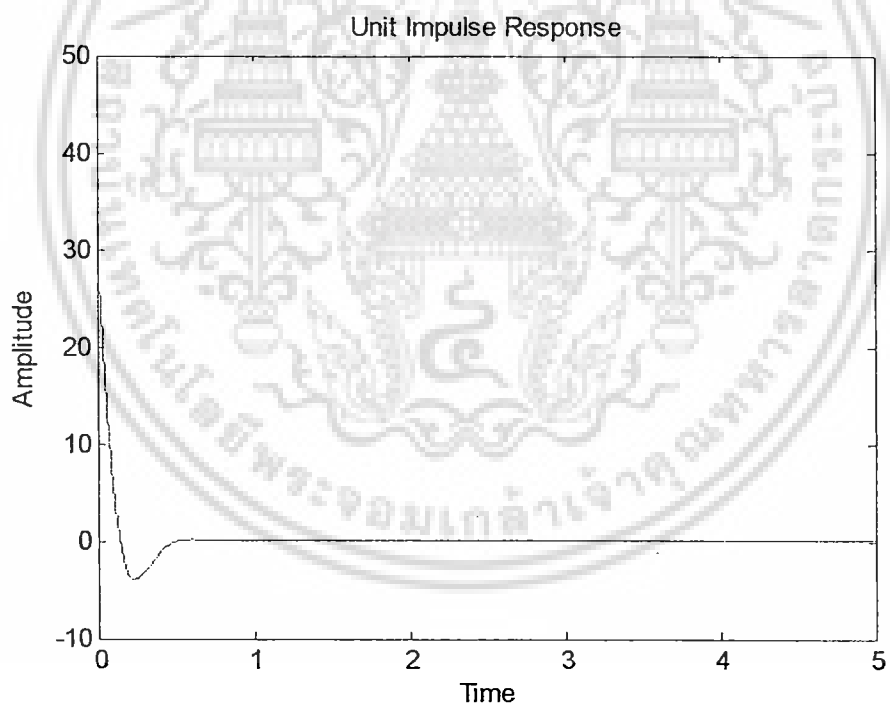


รูปที่ 4.11 รูปภาพแสดงทางเดินขอรากบนระนาบ S

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.13 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากการแปลงระบวนการดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยด้วยคาบเวลาการสุ่มเท่ากับ $1/500$ วินาที สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการลูกตุ้มหวักลับได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(z) = \frac{(10^{-4})(z+1.0007)(z-1.0000)}{(z-1.0283)(z-0.9992)(z-0.9752)}$$

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวพีไอดี $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอเวลาแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่า ζ, ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ โดยจากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะได้

$$\begin{aligned} t_s &= 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.5, \\ P.O. &= 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5 \\ s_d &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ &= -8.471 \pm j8.883 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1

$$\begin{aligned} z_d &= e^{T_s} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \\ &= 0.983 \pm j0.017 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรจาก $G_c(z)G_n(z)$ ในระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ z_{pid1} และ z_{pid2} โดยตำแหน่งของซีโรทั้งสองต้องอยู่ในเงื่อนไข $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริงหรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพลของระบบ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, และ δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆหรือจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$\begin{aligned} z_{pid1} &= 0.9925, \\ z_{pid2} &= 0.9672. \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาค่าผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ $G_c(z)G_n(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 5 จะได้ตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุม $(n-2)/2$ พีไอดีต่อพีดีเอ

$$z_{pda} = 0.9060$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

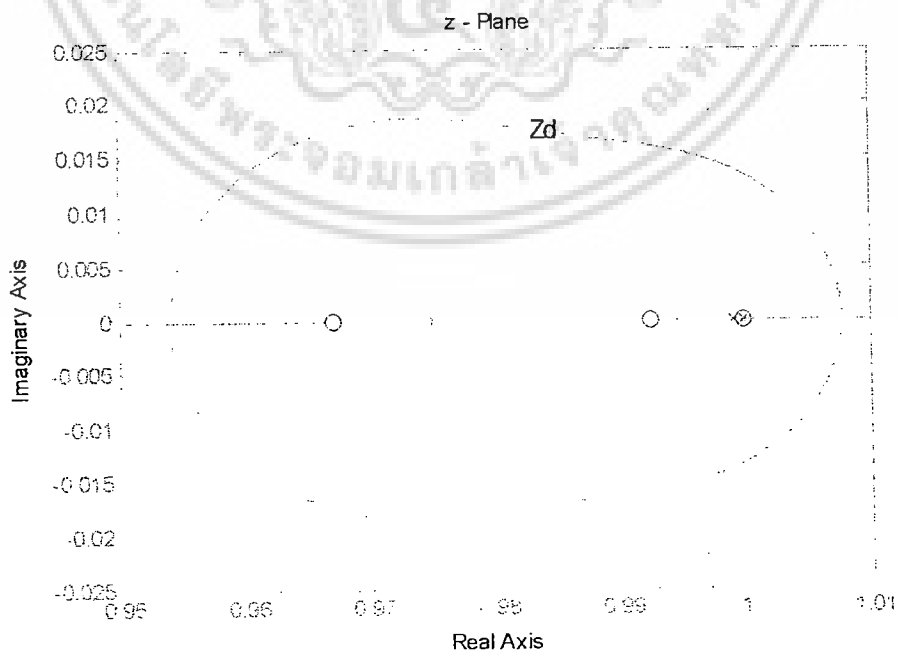
$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|}$$

$$= 2.914 \times 10^3$$

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาค่าการตอบสนองของระบบ ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเกิดของอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดี ที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ แบบเต็มหน่วยได้ดังสมการ

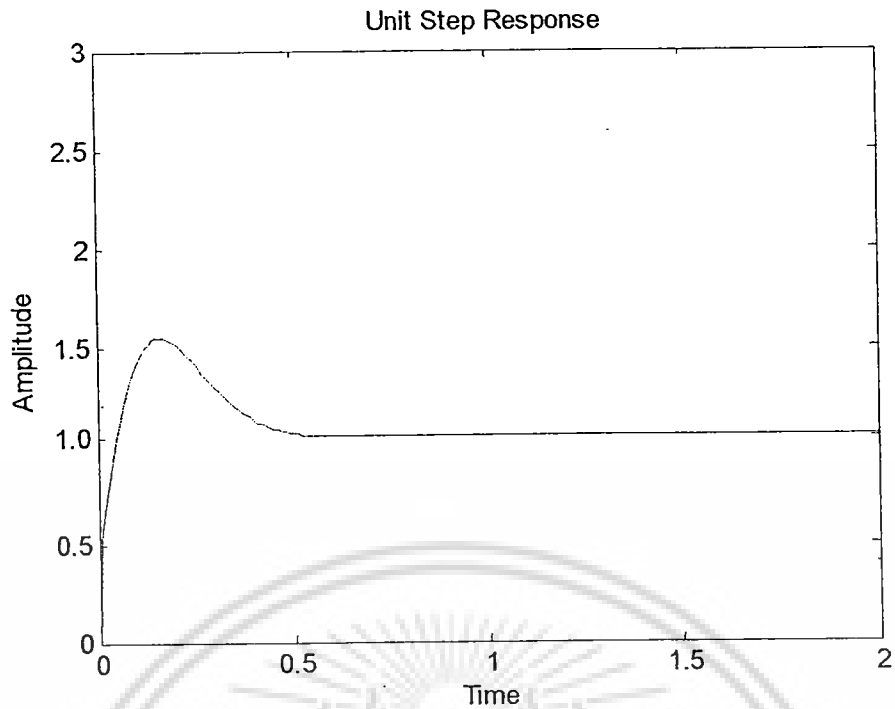
$$K(z)G(z) = \left[\frac{2.914 \times 10^3 (z - 0.9925)(z - 0.9672)(z - 0.9060)}{z^2 (z - 1)} \right] \times$$

$$\left[\frac{10^{-4} (z + 1.0007)(z - 1.0000)}{(z - 1.0283)(z - 0.9992)(z - 0.9752)} \right]$$

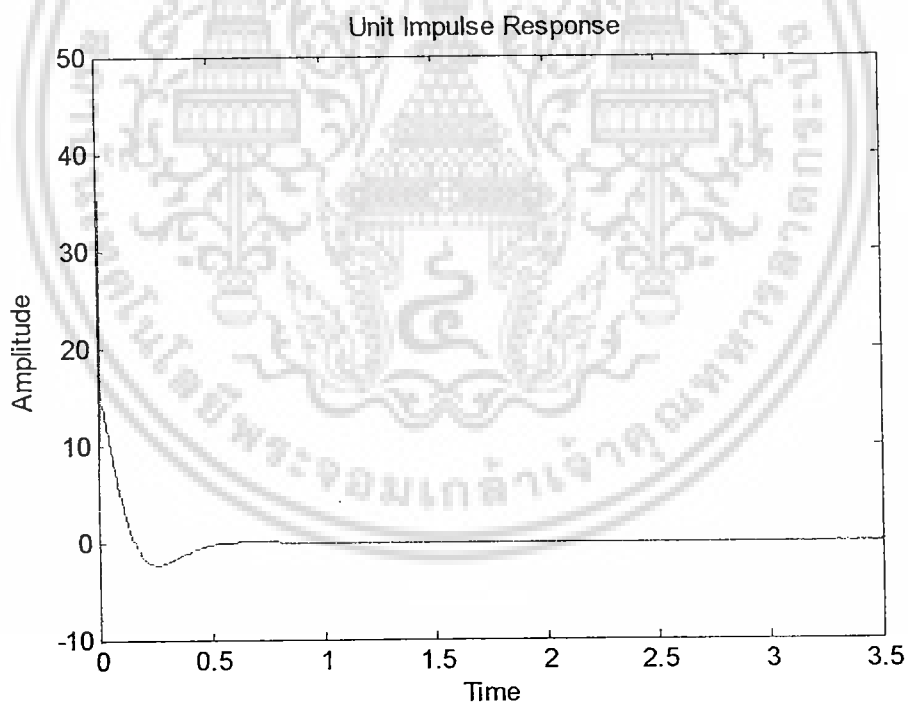


รูปที่ 4.14 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.16 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.14 แสดงทางเดินของรากบนระนาบ z ซึ่งแสดงให้เห็นว่าทางเดินของรากอยู่บนระนาบ z ผลตอบสนองด้วยฟังก์ชันหนึ่งหน่วยและฟังก์ชันกระตุ้นหนึ่งหน่วยบนคาบเวลาเต็มหน่วยแสดงได้ดังรูปที่ 4.15 และ 4.16 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.3 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.25 วินาที ค่าพุ่งเกิน 5 เปอร์เซ็นต์ จากขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมในเวลาต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้
ขั้นตอนที่ 1 จากสมการของกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพดังสมการที่ 4.3 และตัวควบคุม ดังสมการที่ 4.1 และสมการที่ 4.2 ในการออกแบบดังรูปที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid} (s+z_{pid1})(s+z_{pid2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda} (s+z_{pda1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}$$

ขั้นตอนที่ 2 ค่าซีโร ที่ $(n-1)$ ของตัวควบคุมแบบอนุกรมจะถูกวางไว้ที่ตำแหน่งซ้ายมือของ $(n-1)$ ของโพลแบบวงเปิด ในกรณีที่จะลดผลกระทบของตัวโพลเหล่านี้ ค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบของ $(s+z_{pda})$ ถูกใช้เพื่อบังคับทางเดินของรากให้ผ่านจุด s_d ดังนั้นจะได้

$$z_{pid1} = 13.5550$$

$$z_{pid2} = 1.4056$$

โดยที่โดยที่ z_{pid1}, z_{pid2} อยู่ในเงื่อนไข $-z_j = -(p_i + \varepsilon_i) (j=1,2,3,\dots,n-1)$ และ ε_i คือ ค่าจริงจำนวนน้อยๆ หรือค่าจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 3 จากเงื่อนไขที่ต้องการอัตราหน่วง (ζ) ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n) และค่า s_d สามารถหาได้มาจากข้อกำหนดของผลตอบสนองชั่วขณะ ดังนี้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.25,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ &= -16.942 + j17.766 \end{aligned}$$

โดย $P.O.$ คือ ค่า เปอร์เซ็นต์ค่าล่งเกิน และ t_s คือ ค่าเวลาติดตั้ง

ขั้นตอนที่ 4 วางโพลทุกตัวและซีโรที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ และตำแหน่งของ s_d จากสมการที่ (4.5) และ สมการที่ (4.6) ใน s -Plane

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมของ s_d กับโพลระบบเปิดทุกตัว และ Zero ที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ จากนั้นหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pda})$ เพื่อที่จะเพิ่มเข้าไป และผลรวมของมุมแสดงดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[\angle(s_d + z_{pda}) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแห่งของซีโร ของ $(s + z_{pda})$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pda})$ แสดงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$z_{pda} = 10.961$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ที่ s_d จาก

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + p_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i)|}{|(s_d + z_{pda})| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i + \varepsilon_i)|}$$

$$= 2.011$$

ขั้นตอนที่ 8 พึ่งกัชั้นถ่ายโอนแบบปิด คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

โดยที่ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริง หรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$

และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจากโพลแบบวงปิด ตัวที่ $(n-1)$ อยู่ที่ใกล้ๆกับซีโรที่ $(n-1)$ สามารถแสดงได้โดยสัมประสิทธิ์โพลแบบวงปิด เป็นสัดส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งจะมีค่าน้อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าถึงแม้ว่าโพลที่ $-p_i$ ไม่ได้ถูกตัดทิ้งก็ตาม ผลของผลตอบสนองชั่วขณะรวมทั้งโพลเหล่านี้ซึ่งมีค่าสูงสุดที่ไม่สำคัญ และผลกระทบเหล่านี้สามารถลดลงได้ อย่างไรก็ตามได้แสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองชั่วขณะได้ถูกทำให้ดีขึ้นตามข้อกำหนด เพราะว่าค่าเปอร์เซ็นต์นั้นจะเกิดขึ้นจากผลกระทบจากซีโร (z_c) ดังนั้นสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนรวมได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c z_{pda} \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

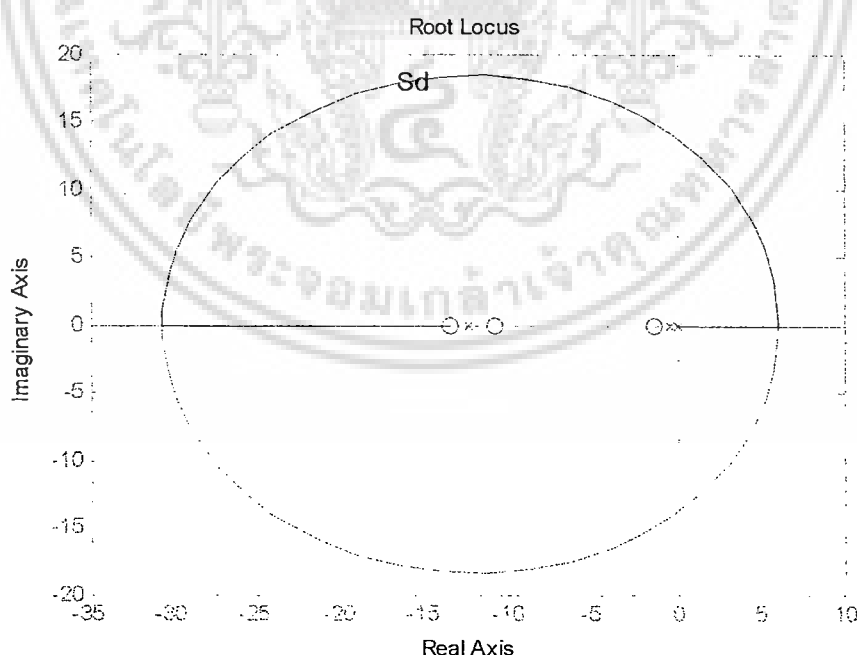
เนื่องจาก $(\varepsilon_i - \delta_i) \cong 0$ จากสมการที่ (4.10) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c z_{pda}}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

ขั้นตอนที่ 9 ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดทั้งระบบหลังจากทำการเพิ่มชุดอินทิกรัลแล้ว สมการที่ 4.4 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

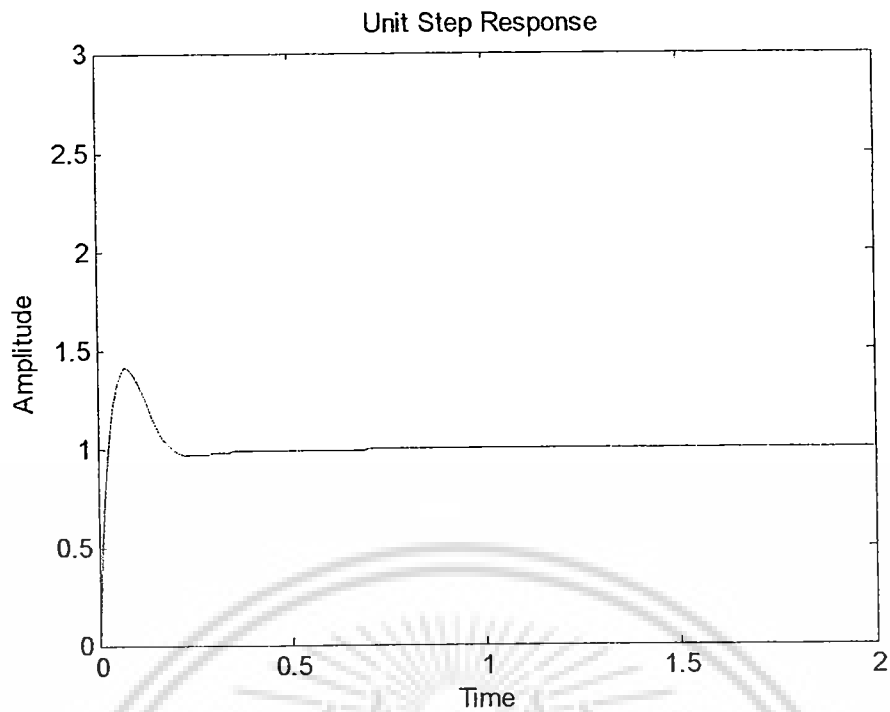
$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)}, \\ &= \frac{2.011(s+13.5550)(s+1.4056)(s+10.961) \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \end{aligned}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิด เมื่อสามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆด้วยเทคนิคทางเดินของราก และจากการนำผลดังกล่าวจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.17 แสดงทางเดินรากของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ รูปที่ 4.18 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย และรูปที่ 4.19 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

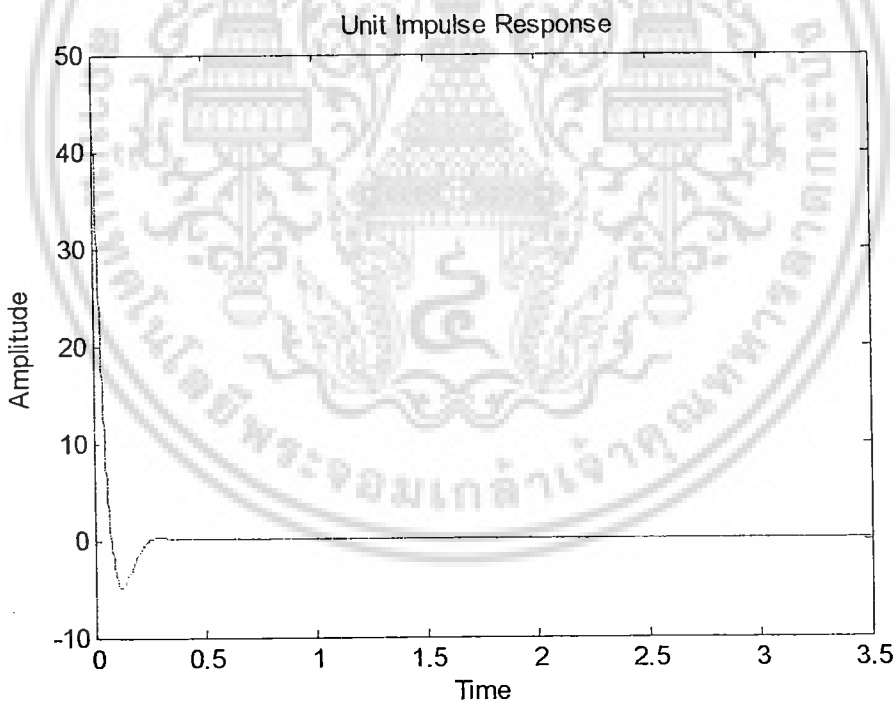


รูปที่ 4.17 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ S

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.19 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากการแปลงระบวนการดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยด้วยคาบเวลาการสุ่มเท่ากับ 1/500 วินาทีที่สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการสุ่มตัวกลับได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(z) = \frac{(10^{-4})(z+1.0007)(z-1.0000)}{(z-1.0283)(z-0.9992)(z-0.9752)}$$

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวพีไอดี $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอเวลาแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณค่า ζ, ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ โดยจากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะได้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.25,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ &= -16.942 \pm j17.766 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1

$$\begin{aligned} z_d &= e^{T_s} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \\ &= 0.966 \pm j0.034 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรจาก $G_c(z)G_n(z)$ ในระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ z_{pid1} และ z_{pid2} โดยตำแหน่งของซีโรทั้งสองต้องอยู่ในเงื่อนไข $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริงหรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพลของระบบ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, และ δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆหรือจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$z_{pid1} = 0.9892,$$

$$z_{pid2} = 0.9652.$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ $G_c(z)G_n(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 5 จะได้ตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุม $(n-2)/2$ พีไอดีต่อพีดีเอ

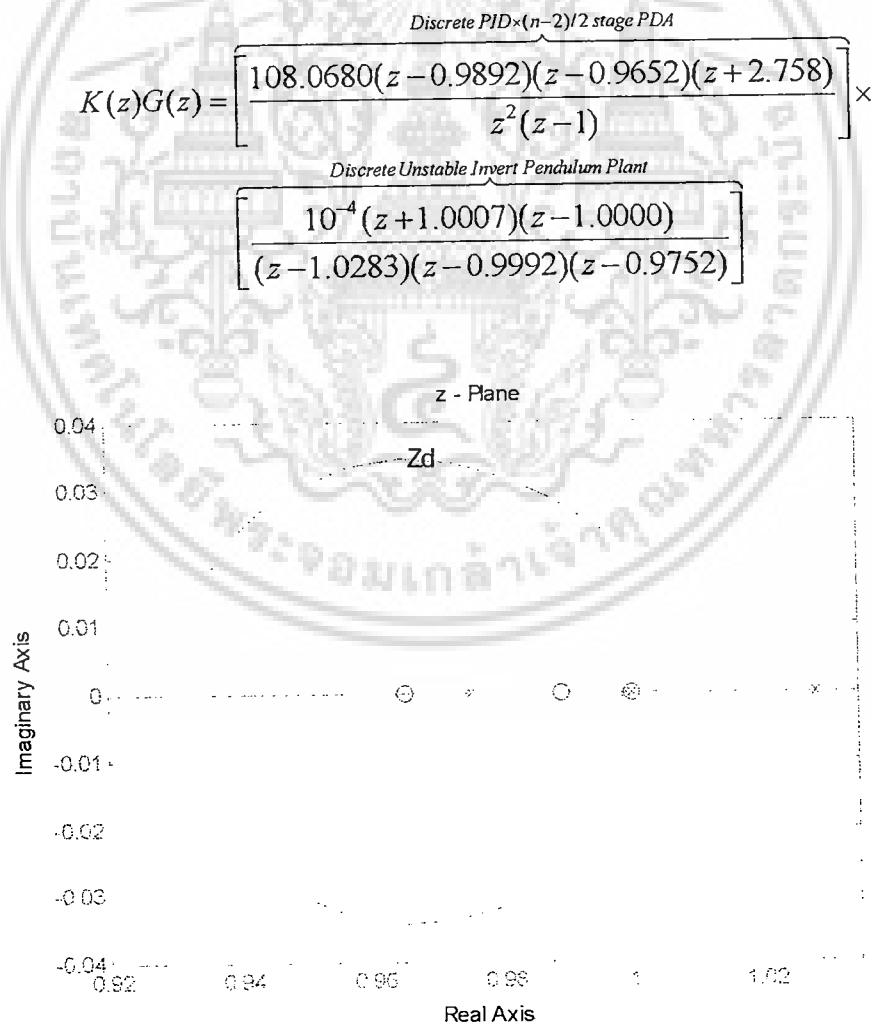
$$z_{pda} = -2.758$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|}$$

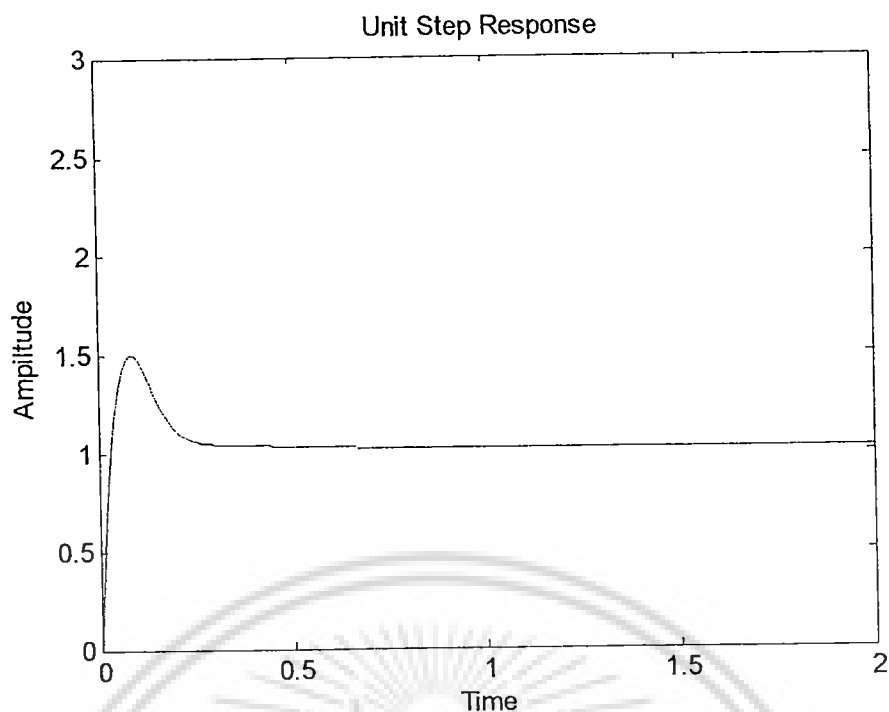
$$= 108.0680$$

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการผลการตอบสนองของระบบ ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเกิดของอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ แบบเต็มหน่วยได้ดังสมการ

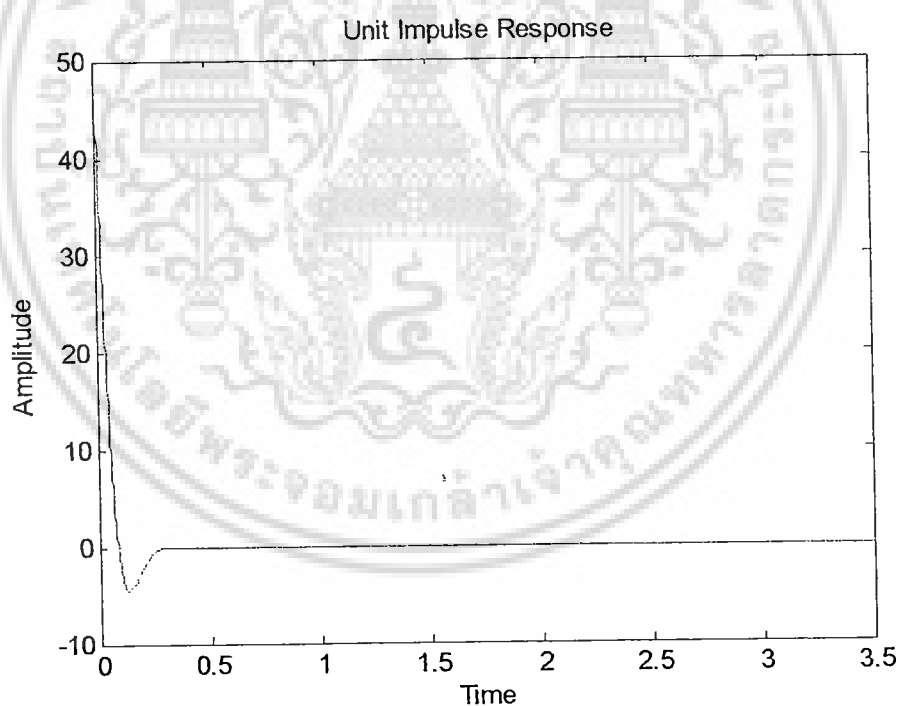


รูปที่ 4.20 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย



รูปที่ 4.22 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.20 แสดงทางเดินของรอกบนระนาบ z ซึ่งแสดงให้เห็นว่าทางเดินของรอกอยู่บนระนาบ z ผลตอบสนองด้วยฟังก์ชันหนึ่งหน่วยและฟังก์ชันกระตุ้นหนึ่งหน่วยบนคาบเวลาเต็มหน่วยแสดงได้ดังรูปที่ 4.21 และ 4.22 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.4 ตัวอย่างระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเงื่อนไขเวลาเข้าที่ 0.125 วินาที ค่าพุงเกิน 5 เปอร์เซ็นต์ จากขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมในเวลาต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้
 ขั้นตอนที่ 1 จากสมการของกระบวนการที่ไม่มีเสถียรภาพดังสมการที่ 4.3 และตัวควบคุม ดังสมการที่ 4.1 และสมการที่ 4.2 ในการออกแบบดังรูปที่ 4.1 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\overbrace{K_{pid} (s + z_{pid_1})(s + z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda} (s + z_{pda_1})}^{\frac{(n-2)PDA}{2}} \cdot 24.1579s}{s \cdot (s + 12.5550)(s + 0.4056)(s - 13.9709)}$$

ขั้นตอนที่ 2 ค่าซีโร ที่ $(n-1)$ ของตัวควบคุมแบบอนุกรมจะถูกวางไว้ที่ตำแหน่งซ้ายมือของ $(n-1)$ ของโพลแบบวงเปิด ในกรณีที่จะลดผลกระทบของตัวโพลเหล่านี้ ค่าซีโรที่เป็นค่าจริงลบของ $(s + z_{pda})$ ถูกใช้เพื่อบังคับทิศทางเดินของรากให้ผ่านจุด s_d ดังนั้นจะได้

$$z_{pid1} = 13.5550$$

$$z_{pid2} = 1.4056$$

โดยที่โดยที่ z_{pid1}, z_{pid2} อยู่ในเงื่อนไข $-z_j = -(p_j + \varepsilon_j)$ ($j = 1, 2, 3, \dots, n-1$) และ ε_j คือ ค่าจริงจำนวนน้อยๆ หรือค่าจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 3 จากเงื่อนไขที่ต้องการอัตราหน่วง (ζ) ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n) และค่า s_d สามารถหาได้จากข้อกำหนดของผลตอบสนองชั่วขณะ ดังนี้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.25,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ = -33.883 + j35.533$$

โดย $P.O.$ คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าล่งเกิน และ t_s คือ ค่าเวลาดิตตั้ง

ขั้นตอนที่ 4 วางโพลทุกตัวและซีโรที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ และตำแหน่งของ s_d จากสมการที่ (4.5) และ สมการที่ (4.6) ใน s -Plane

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมของ s_d กับโพลระบบเปิดทุกตัว และ Zero ที่ $(n-1)$ ของ $G_c(s)G_p(s)$ จากนั้นหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pda})$ เพื่อที่จะเพิ่มเข้าไป และผลรวมของมุมแสดงดังสมการ

$$\left[\angle(s_d + z_{pda}) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าแห่งของซีโร ของ $(s + z_{pda})$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pda})$ แสดงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$z_{pda} = 28.185$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ที่ s_d จาก

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + p_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i)|}{|(s_d + z_{pda})| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i + \varepsilon_i)|}$$

$$= 3.456$$

ขั้นตอนที่ 8 พึ่งก็ชั้นถ่ายโอนแบบปิด คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_c (s + z_{pda}) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

โดยที่ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริง หรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$

และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆ หรือ จำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจากโพลแบบวงปิด ตัวที่ $(n-1)$ อยู่ที่ใกล้ๆกับซีโรที่ $(n-1)$ สามารถแสดงได้โดยสัมประสิทธิ์โพลแบบวงปิด เป็นสัดส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งจะมีค่าน้อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ว่าโพลที่ $-p_i$ ไม่ได้ถูกตัดทิ้งก็ตาม ผลของผลตอบสนองชั่วขณะรวมทั้งโพลเหล่านี้ซึ่งมีค่าสูงสุดที่ไม่สำคัญ และผลกระทบเหล่านี้สามารถลดลงได้ อย่างไรก็ตามได้แสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองชั่วขณะได้ถูกทำให้ดีขึ้นตามข้อกำหนด เพราะว่าค่าเปอร์เซ็นต์นั้นจะเกิดขึ้นจากผลกระทบจากซีโร (z_c) ดังนั้นสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนรวมได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c z_{pda} \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}$$

เนื่องจาก $(\varepsilon_i - \delta_i) \cong 0$ จากสมการที่ (4.10) สามารถเขียนได้ดังนี้

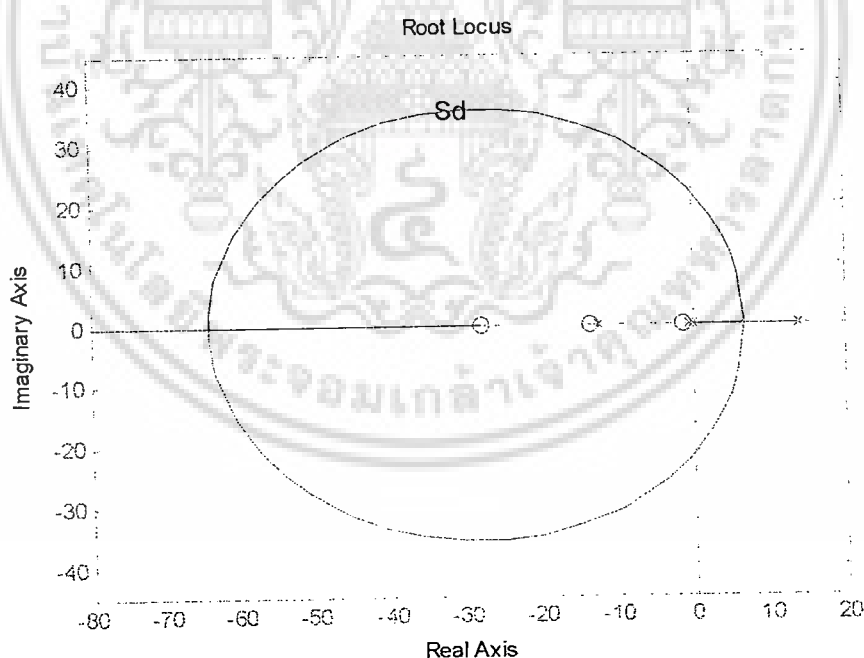
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \equiv \frac{K_c z_{pda}}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

ขั้นตอนที่ 9 ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิดทั้งระบบหลังจากทำการเพิ่มชุดอินทิกรัลแล้ว สมการที่ 4.4 สามารถเขียนได้ใหม่ คือ

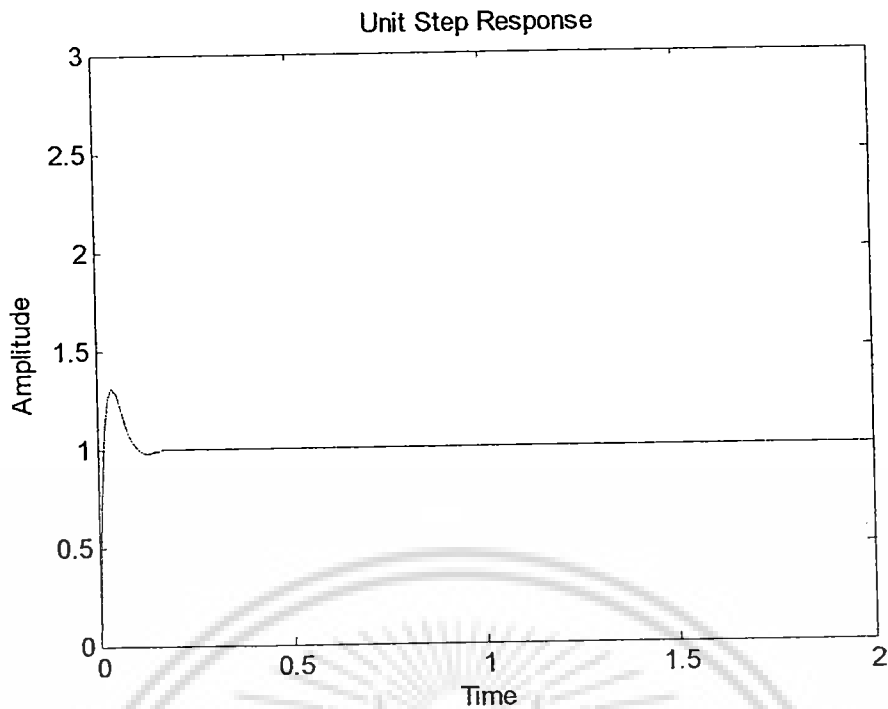
$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_{pid_1})(s+z_{pid_2})}^{PID} \cdot \overbrace{K_{pda}(s+z_{pda})}^{\frac{(n-2)}{2}PDA} \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \\ &= \frac{3.456(s+13.5550)(s+1.4056)(s+28.185) \cdot 24.1579s}{s \cdot s \cdot (s+12.5550)(s+0.4056)(s-13.9709)} \end{aligned}$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเปิด เมื่อสามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆด้วยเทคนิคทางเดินของรากและจากการนำผลดังกล่าวจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.23 แสดงทางเดินรากของระบบอินทิกรัลเซอร์โวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ รูปที่ 4.24 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุท 1 หน่วย และรูปที่ 4.25 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

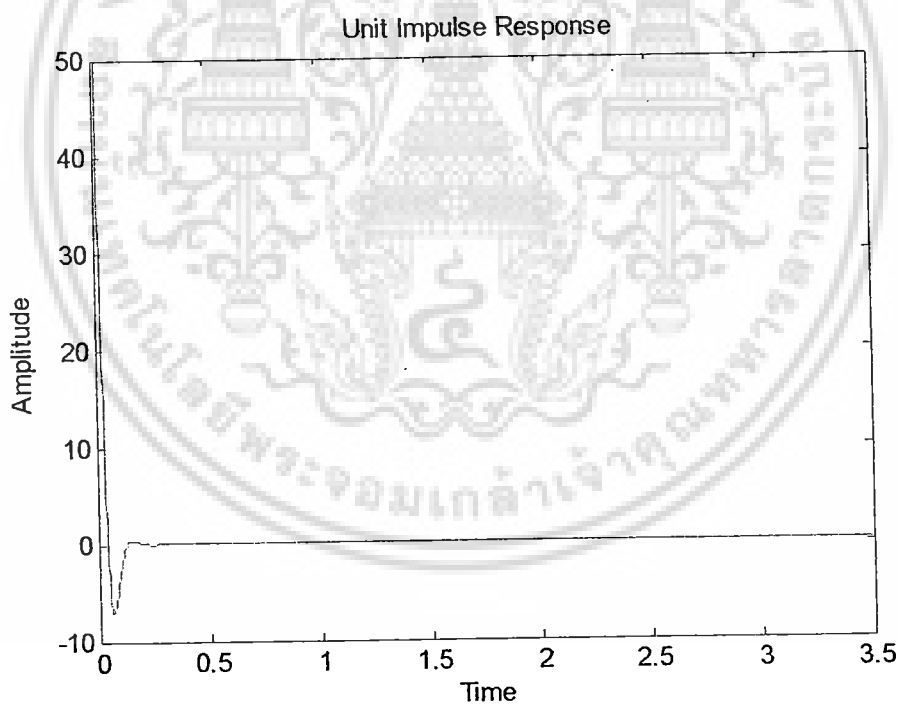


รูปที่ 4.23 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.24 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.25 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากการแปลงกระบวนการดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยด้วยคาบเวลาการสุ่มเท่ากับ $1/500$ วินาทีที่สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการถูกคุ้มหัวกลับได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(z) = \frac{(10^{-4})(z+1.0007)(z-1.0000)}{(z-1.0283)(z-0.9992)(z-0.9752)}$$

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมอินทิกรัลเซอร์โวพีไอดี $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอเวลาแบบเวลาเต็มหน่วยนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่า ζ, ω_n และหาตำแหน่งของ s_d เมื่อทราบค่าของ ω_n และ ζ โดยจากการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะได้

$$t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%) = 0.125,$$

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \% = 5$$

$$\begin{aligned} s_d &= -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \\ &= -33.883 \pm j35.533 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาตำแหน่งของ z_d จากค่าที่หาได้ในขั้นตอนที่ 1

$$\begin{aligned} z_d &= e^{Ts} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} \\ &= 0.932 \pm j0.066 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 วางตำแหน่งของ z_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรจาก $G_c(z)G_n(z)$ ในระนาบ z

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ z_{pid1} และ z_{pid2} โดยตำแหน่งของซีโรทั้งสองต้องอยู่ในเงื่อนไข $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ คือ ค่าจริงหรือค่าจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ระหว่างโพลของระบบ $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, และ δ_i คือจำนวนจริงค่าน้อยๆหรือจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$z_{pid1} = 0.9800,$$

$$z_{pid2} = 0.9480.$$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณหาค่าผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ $G_c(z)G_n(z)$ ด้วยวิธีทางกราฟฟิกหรือหาจากการคำนวณ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไข

$$\angle G_c(z)G_p(z) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อทราบค่ามุมที่หามาได้จากขั้นตอนที่ 5 จะได้ตำแหน่งของซีโรว์ของตัวควบคุม $(n-2)/2$ พีไอดีต่อพีดีเอ

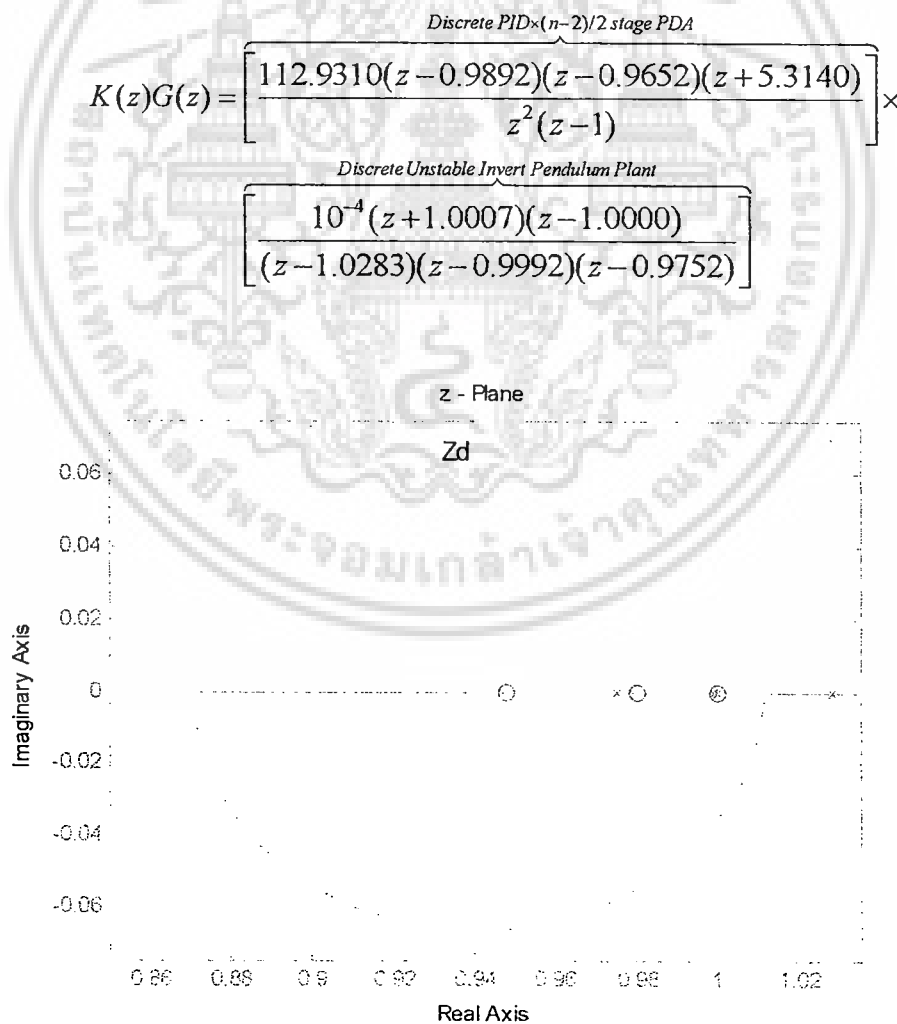
$$z_{pda} = -5.3140$$

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K ที่จุด z_d จากเงื่อนไขของวิธีการทางเดินของราก

$$K = \frac{1}{|G_c(z_d)G_p(z_d)|}$$

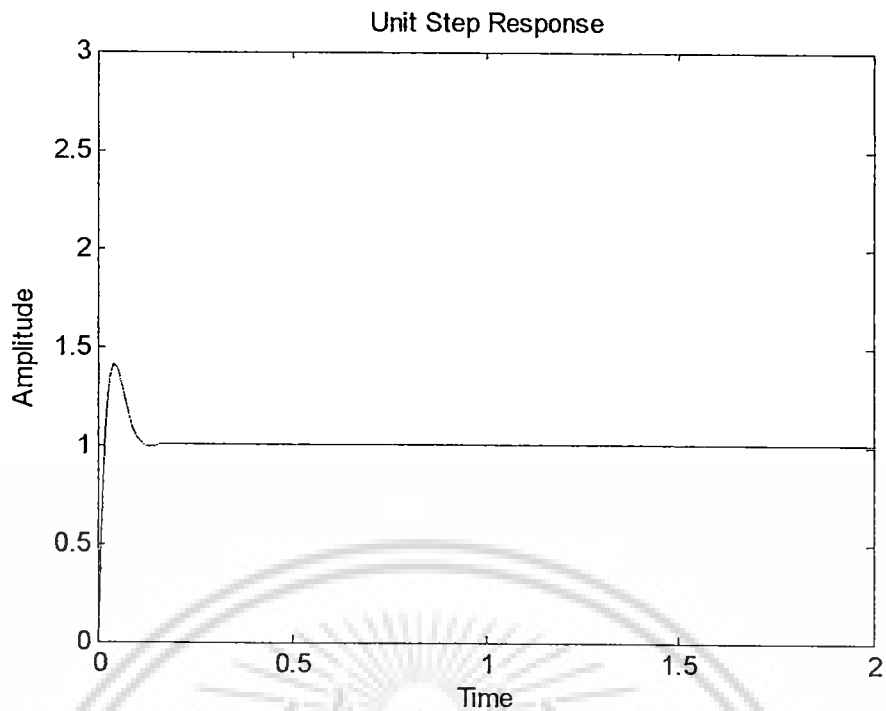
$$= 112.9310$$

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเกิดของอินทิกรัลเซอโวแบบพีไอดีที่ $(n-2)/2$ ต่อระบบควบคุมพีดีเอสำหรับระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพ แบบเต็มหน่วยได้ดังสมการ

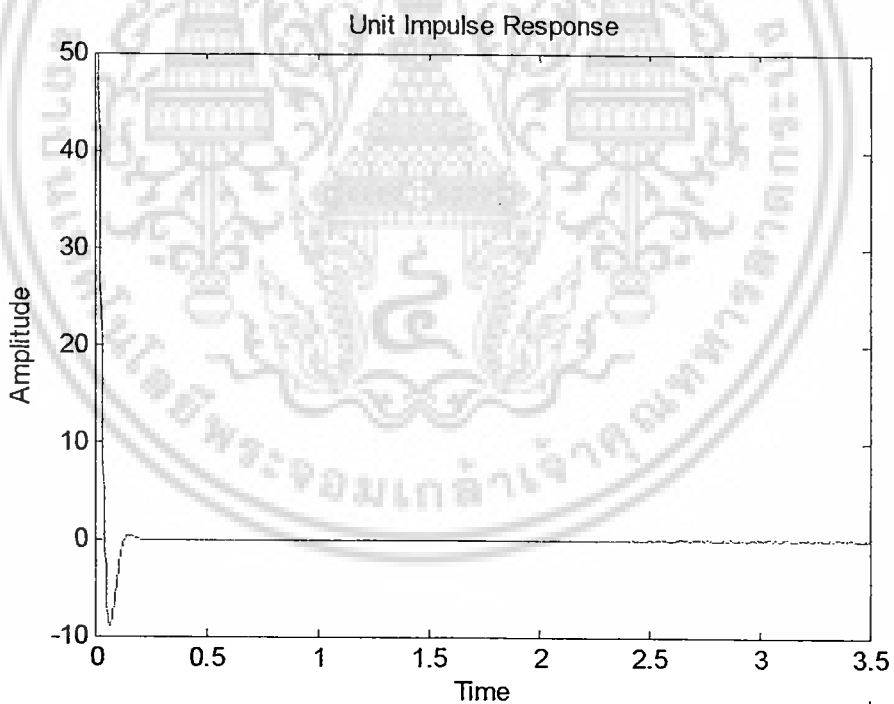


รูปที่ 4.26 รูปภาพแสดงทางเดินของรากบนระนาบ z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.27 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุต 1 หน่วย



รูปที่ 4.28 แสดงผลตอบสนองต่อฟังก์ชันกระตุ้น 1 หน่วย

จากผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB รูปที่ 4.26 แสดงทางเดินของรอกบนระนาบ z ซึ่งแสดงให้เห็นว่าทางเดินของรอกอยู่บนระนาบ z ผลตอบสนองด้วยฟังก์ชันหนึ่งหน่วย และฟังก์ชันกระตุ้นหนึ่งหน่วยบนคาบเวลาเต็มหน่วยแสดงได้ดังรูปที่ 4.27 และ 4.28 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาเต็มหน่วยเพื่อควบคุมให้ระบบลูกตุ้มหัวกลับมีเสถียรภาพ และควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตมุมของลูกตุ้มหัวกลับให้ราบเรียบขึ้น โดยเทียบกับเวลา ซึ่งตัวควบคุมนี้เป็นตัวควบคุมเชิงเวลาแบบเต็มหน่วยสำหรับระบบอินทิกรัลเซอร์โว โดยใช้ตัวควบคุม $PID \times (n-2)/2$ stage PDA สำหรับระบบซึ่งไม่มีเสถียรภาพ โดยผลจากการจำลองได้แสดงให้เห็นว่าถึงแม้ว่าระบบดังกล่าวไม่ได้มีการเพิ่มในส่วน of ตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์แบบเต็มหน่วยเข้าไป ผลตอบสนองของการกระตุ้นแบบหนึ่งหน่วยนั้นก็สามารถเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพได้ ซึ่งแตกต่างจากผลตอบสนองในกรณีของตัวควบคุมเชิงเวลาแบบต่อเนื่องที่จะเข้าสู่เสถียรภาพได้นั้นต้องมีการเพิ่มตัวควบคุมอินทิเกรเตอร์แบบเวลาต่อเนื่องด้วย และผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นอีกว่าเพียงทำการเพิ่มอัตราขยายเข้าไปกับระบบ ระบบจะเข้าสู่เสถียรภาพได้รวดเร็วขึ้น พร้อมทั้งมีความคงทนของระบบ และมีประสิทธิภาพสูงขึ้น

อย่างไรก็ตามในกระบวนการแปลงระบบดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาเต็มหน่วยนี้จะต้องมีการทดสอบค่าเวลาการสุ่มที่เหมาะสมกับแต่ละข้อกำหนดทั้งนี้หากคาบเวลาการสุ่มมีค่าที่เหมาะสม ตัวควบคุมดังกล่าวก็จะมีประสิทธิภาพสูงสุด และนอกจากนี้ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมเองก็สามารถเพิ่มหรือลดเพื่อให้เหมาะสมที่สุดและที่สำคัญค่าอัตราขยายดังกล่าวซึ่งเป็นผลจากการคำนวณด้วยเทคนิคทางเดินของราก และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อผลในความพยายามในการลดค่าเปอร์เซ็นต์วงเกินของระบบยังคงต้องคำนึงถึงทางเดินของรากด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ระบบมีสภาวะเสถียรภาพ

ส่วนที่สำคัญที่สุดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือการแก้ปัญหาอินทิกรัลเซอร์โวในระบบเวลาแบบต่อเนื่องนั้นต้องอาศัยเทอมอินทิเกรเตอร์ร่วมกับตัวควบคุม $PID \times (n-2)/2$ stage PDA แต่ในส่วน of กระบวนการทำการแปลงตัวควบคุมดังกล่าวด้วยวิธีแปลง z และนำมาใช้เป็นตัวควบคุมกระบวนการดังกล่าวผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งมีการทดลองโดยนำวิธีการแปลงจากเวลาต่อเนื่องเป็นเวลาเต็มหน่วยที่ข้อกำหนดของกระบวนการต่างๆ พร้อมทั้งมีการจำลองโดยการแปรเปลี่ยนค่าคาบเวลาการสุ่มเป็นค่าต่างๆ พบว่าตัวควบคุมแบบเต็มหน่วยดังกล่าวสามารถควบคุมกระบวนการลูกตุ้มหัวกลับให้มีเสถียรภาพได้ พร้อมทั้งมีค่าเปอร์เซ็นต์วงเกินที่ต่ำลงด้วย

5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการจำลองในรูปแบบของตัวควบคุมแบบเวลาแบบต่อเนื่องและแบบเต็มหน่วยพร้อมทั้งอาศัยข้อดีข้อเสียของแต่ละระบบเท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจนำตัวควบคุมไปพัฒนาในการควบคุมระบบจริงหรือทดลองกับระบบจำลองในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยผลงานวิจัยนี้เป็นต้นแบบได้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- [1] Katsuchiko Ogata, **Modern Control Engineering**, 2nd ed., Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall International Edition, 1990.
- [2] Wu Jun-feng and Liu Chun-tao, “**Robust Output-feedback Control of Inverted Pendulum**”, 2007 Second IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, Harbin China, pp.1027-1030, 2007
- [3] Mingcong Deng, Akira Inoue and Masaaki Kosugi, “**Swing-Up Control of A Cart-Type Single Inverted Pendulum with Parasitic Dynamics**”, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, vol.3, no.6(B), pp.1501-1510, 2007.
- [4] Felix Grasser, Aldo D’Arrigo, Silvio Colombi and Alfred C. Rufer, JOE, “**A Mobile, Inverted Pendulum**”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.49, no.1, pp.107-114, 2002.
- [5] Salerno A. and Angeles J., A new family of Two Wheeled Mobile Robot, “**Modeling and Controllability**”, IEEE Transactions of Robotics, vol.23. no.1, pp.169-173, 2007.
- [6] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad and J. H. S. Osman, “**Real-Time Control of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot, Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology**”, vol.29, pp.214-220, 2008.
- [7] Prapart Ukakimaparn, Pittaya Pannil, Kitti Tirasesth and Thanit Trisuwannawat, ” **Integral Servo with PID x (n-2)/2 Stage PDA Controllers For Unstable Systems**” , International Journal of Innovative Computing, Information and Control (IJICIC), pp. 1073-1081, 2009.
- [8] J. J. Hench, C. He, V. Kucera and V. Mehrman, “**Dampening Controllers via a Riccati Equation Approach**”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.43, no.9, 1998.
- [9] T. Trisuwannawat, K. Tirasesth, M. Iida, N. Komine and Y. Ochiai, “**Derivative State Constrained Optimal H₂ Control for Oscillatory Systems and Its Application**”, Transactions of IEEE, Vol. 120-D, No. 6, pp. 775-781, 2000.
- [10] P. Pannil, P. Ukakimaparn, T. Trisuwannawat, K. Tirasesth and N. Komine, “**Dampening Inverted Pendulum via Derivative State Constraints**”, International Conference on Engineering, Applied Sciences, and Technology, pp.691-694, 2007.

- [11] Pittaya Pannil, Patsamol Chotechuangchutchawal and Thanit Trisuwannawat, “**Discrete-Time Integral Servo with $PID \times (n - 2)$ Stage PDA Controllers for Unstable Systems**”, **International Conference on Control, Automation and Systems**”, pp. 2190-2193
- [12] R.C. Dorf and D.R. Miller, “**A Method for Enhanced PID Controller Design**”, **Journal of Robotics and Automation**, Vol. 6, pp. 41-47, 1991.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%Discretization Process

%% TS=1/50

%Pole

p1=[ 1 12.555]
p2=[1 0.4056]
p3=[1 -13.9709]

p12=conv(p1,p2)
p123=conv(p12,p3)

%Denc=p123

%Zero
z1=[24.1579 0]

%FindNumc
NumC = z1;

%FindDenc
DenC = p123;

Ts=1/500;

[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')
Zerosd=roots(NumD)
PolesD=roots(DenD)

%[x, y]=D2CM(NumD, DenD,Ts);
c=z1;
d=p123;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%% TS=1/50
```

```
%Pole
```

```
p1=[ 1 12.555]
```

```
p2=[1 0.4056]
```

```
p3=[1 -13.9709]
```

```
p12=conv(p1,p2)
```

```
p123=conv(p12,p3)
```

```
%Denc=p123
```

```
%Zero
```

```
z1=[24.1579 0]
```

```
%FindNumc
```

```
NumC = z1;
```

```
%FindDenc
```

```
DenC = p123;
```

```
Ts=1/500;
```

```
[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')
```

```
Zerosd=roots(NumD)
```

```
PolesD=roots(DenD)
```

```
[x, y]=D2CM(NumD, DenD,Ts)
```

```
c=z1;
```

```
d=p123;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%Main Program
%% Ts=1/100 Setting Time =1
p1=[ 1 12.555];
p2=[ 1 0.4056 ];
p3=[1 -13.9709];

p12=conv(p1,p2);
p123=conv(p12,p3);

roots(p123);
p0=[ 1 0 ]
den=conv(p0,p123)

z1=[ 1 13.555];
z2=[ 1 1.4056 ];
z3=[1 0.4];

z12=conv(z1,z2);
z123=conv(z12,z3);

num=z123;

Kcsd = 0.825*24.1579;
K = 0 : 0.1 : Kcsd ;
% rlocus(num,den);

zeta=0.69;
wn=6.137298;

figure(1);
zero12=roots(z12);
pole0123=roots(den);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

plot(real(pole0123), imag(pole0123), 'kx');

hold on;

plot(real(zero12), imag(zero12), 'ko');

hold on;

sgrid(zeta,wn);

sd=-4.235+i*4.442 ;

text( real(sd)+0.235 , imag(sd), 'Sd' )    % Sd
title('s-Plane');
xlabel('Real Axis');
ylabel('Imaginary Axis');

rlocus(num,den);

axis([ -30 10 -15 15 ])

NumC = [24.1579 0]

DenC = p123

Ts=1/500;

[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')

zerosD = roots(NumD)

polesD = roots(DenD)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
zd=exp(Ts*sd);
```

```
z1 = zerosD(1,1)
```

```
z2 = zerosD(2,1)
```

```
p1 = polesD(1,1)
```

```
p2 = polesD(2,1)
```

```
p3 = polesD(3,1)
```

```
zk1 = [ 1 -0.9052 ];
```

```
zk2 = [ 1 -0.98 ];
```

```
zk3 = [ 1 -0.994];
```

```
Kzd=3547/10000;
```

```
%Kzd=1112/10000;
```

```
zk12= conv( zk1 , zk2 );
```

```
zk123= conv( zk12 , zk3 );
```

```
NumK = zk123;
```

```
pk0 = [ 1 0 ];
```

```
pk1 = [ 1 0 ];
```

```
pk2 = [ 1 -1 ];
```

```
pk01 = conv( pk0 , pk1 );
```

```
pk012 = conv( pk01 , pk2 );
```

```
DenK = pk012;
```

```
NumKG = conv( NumK , NumD )
```

```
DenKG = conv( DenK , DenD )
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

K = 0 : 0.001 : Kzd ;

figure(2);
K = 0 : 1 : 1000000 ;
rlocus( NumKG , DenKG,K);
hold on ;
axis([ 0.979 1.01 -0.012 0.012 ]); %%%% USE %%%%
text( real(zd) , imag(zd) , 'Zd' );

title('z - Plane' );

p1=[ 1 12.555];
p2=[ 1 0.4056 ];
p3=[1 -13.9709];

p12=conv(p1,p2);
p123=conv(p12,p3);

roots(p123);
p0=[ 1 0 ]
den=conv(p0,p123)

z1=[ 1 13.555];
z2=[ 1 1.4056 ];
z3=[1 3.159];

z12=conv(z1,z2);
z123=conv(z12,z3);

num=z123;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Kcsd = 1.196*24.1579;
```

```
K = 0 : 0.1 : Kcsd ;
```

```
zeta=0.69;
```

```
wn=12.274597;
```

```
figure(1);
```

```
zero12=roots(z12);
```

```
pole0123=roots(den);
```

```
plot(real(pole0123), imag(pole0123), 'kx');
```

```
hold on;
```

```
plot(real(zero12), imag(zero12), 'ko');
```

```
hold on;
```

```
%sgrid(zeta,wn);
```

```
sd=-8.471+i*8.883 ;
```

```
text( real(sd)+0.235 , imag(sd), 'Sd' ) % Sd
```

```
title('s-Plane');
```

```
xlabel('Real Axis');
```

```
ylabel('Imaginary Axis');
```

```
rlocus(num,den);
```

```
axis([ -25 8 -12 12 ])
```

```
%NumC=Num of original plan
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

NumC = [24.1579 0]
%DenC=Den of original plan
DenC = p123
Ts=1/500;
[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')

```

```
zerosD = roots(NumD)
```

```
polesD = roots(DenD)
```

```
zd=exp(Ts*sd);
```

```
z1 = zerosD(1,1)
```

```
z2 = zerosD(2,1)
```

```
p1 = polesD(1,1)
```

```
p2 = polesD(2,1)
```

```
p3 = polesD(3,1)
```

```
zk12= conv( zk1 , zk2 );
```

```
zk123= conv( zk12 , zk3 );
```

```
NumK = zk123;
```

```
pk0 = [ 1 0 ];
```

```
pk1 = [ 1 0 ];
```

```
pk2 = [ 1 -1 ];
```

```
pk01 = conv( pk0 , pk1 );
```

```
pk012 = conv( pk01 , pk2 );
```

```
DenK = pk012;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
NumKG = conv( NumK , NumD )
```

```
DenKG = conv( DenK , DenD )
```

```
K = 0 : 0.001 : Kzd ;
```

```
figure(2);
```

```
K = 0 : 1 : 500000 ;
```

```
rlocus( NumKG , DenKG,K );
```

```
hold on ;
```

```
axis([ 0.95 1.01 -0.025 0.025 ]);
```

```
text( real(zd) , imag(zd) , 'Zd' );
```

```
title('z - Plane' );
```

```
%Setting Time = 0.25
```

```
p1=[ 1 12.555];
```

```
p2=[ 1 0.4056 ];
```

```
p3=[1 -13.9709];
```

```
p12=conv(p1,p2);
```

```
p123=conv(p12,p3);
```

```
roots(p123);
```

```
p0=[ 1 0 ]
```

```
den=conv(p0,p123)
```

```
z1=[ 1 13.555];
```

```
z2=[ 1 1.4056 ];
```

```
z3=[1 10.961];
```

```
z12=conv(z1,z2);
```

```
z123=conv(z12,z3);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

num=z123;
Kcsd = 2.011;
K = 0 : 0.1 : Kcsd ;
zeta=0.69;
wn=24.549193;

```

```

figure(1);
zero12=roots(z12);
pole0123=roots(den);
plot(real(pole0123), imag(pole0123), 'kx');
hold on;
plot(real(zero12), imag(zero12), 'ko');
hold on;

sd=-16.942+i*17.766 ;

text( real(sd)+0.235 , imag(sd), 'Sd' )

title('s-Plane');
xlabel('Real Axis');
ylabel('Imaginary Axis');

rlocus(num,den);
axis([ -35 10 -20 20])

```

```
%NumC=Num of original plan
```

```
NumC = [24.1579 0]
```

```
%DenC=Den of original plan
```

```
DenC = p123
```

```
Ts=1/500;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')
```

```
zerosD = roots(NumD)
```

```
polesD = roots(DenD)
```

```
zd=exp(Ts*sd);
```

```
z1 = zerosD(1,1)
```

```
z2 = zerosD(2,1)
```

```
p1 = polesD(1,1)
```

```
p2 = polesD(2,1)
```

```
p3 = polesD(3,1)
```

```
zk1 = [ 1 -0.9892 ];
```

```
zk2 = [ 1 -0.9652 ];
```

```
zk3 = [ 1 2.758];
```

```
Kzd=108.068/10000;
```

```
zk12= conv( zk1 , zk2 );
```

```
zk123= conv( zk12 , zk3 );
```

```
NumK = zk123;
```

```
pk0 = [ 1 0 ];
```

```
pk1 = [ 1 0 ];
```

```
pk2 = [ 1 -1 ];
```

```
pk01 = conv( pk0 , pk1 );
```

```
pk012 = conv( pk01 , pk2 );
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
DenK = pk012;
```

```
NumKG = conv( NumK , NumD )
```

```
DenKG = conv( DenK , DenD )
```

```
K = 0 : 0.001 : Kzd ;
```

```
figure(2);
```

```
K = 0 : 1 : 500000 ;
```

```
rlocus( NumKG , DenKG);
```

```
hold on ;
```

```
axis([ 0.92 1.035 -0.040 0.040 ]);
```

```
text( real(zd) , imag(zd) , 'Zd' );
```

```
title('z - Plane' );
```

```
%Setting Time = 0.125
```

```
p1=[ 1 12.555];
```

```
p2=[ 1 0.4056 ];
```

```
p3=[1 -13.9709];
```

```
p12=conv(p1,p2);
```

```
p123=conv(p12,p3);
```

```
roots(p123);
```

```
p0=[ 1 0 ]
```

```
den=conv(p0,p123)
```

```
z1=[ 1 13.555];
```

```
z2=[ 1 1.4056 ];
```

```
z3=[1 28.185];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

z12=conv(z1,z2);
z123=conv(z12,z3);
num=z123;
Kcsd = 3.456;
K = 0 : 0.1 : Kcsd ;
% rlocus(num,den);
zeta=0.69;
wn=49.098386;

figure(1);
zero12=roots(z12);
pole0123=roots(den);
plot(real(pole0123), imag(pole0123), 'kx');
hold on;
plot(real(zero12), imag(zero12), 'ko');
hold on;
%sgrid(zeta,wn);
sd=-33.883+i*35.533 ;
text( real(sd)+0.235 , imag(sd), 'Sd' ) % Sd
title('s-Plane');
xlabel('Real Axis');
ylabel('Imaginary Axis');
rlocus(num,den);

axis([ -80 20 -45 45 ])
%NumC=Num of original plan
NumC = [24.1579 0]

%DenC=Den of original plan
DenC = p123

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Ts=1/500;
```

```
[NumD, DenD] = C2DM(NumC,DenC,Ts,'zoh')
```

```
zerosD = roots(NumD)
```

```
polesD = roots(DenD)
```

```
zd=exp(Ts*sd);
```

```
z1 = zerosD(1,1)
```

```
z2 = zerosD(2,1)
```

```
p1 = polesD(1,1)
```

```
p2 = polesD(2,1)
```

```
p3 = polesD(3,1)
```

```
zk1 = [ 1 -0.9800 ];
```

```
zk2 = [ 1 -0.9480 ];
```

```
zk3 = [ 1 5.314];
```

```
Kzd=112.931/10000;
```

```
zk12= conv( zk1 , zk2 );
```

```
zk123= conv( zk12 , zk3 );
```

```
NumK = zk123;
```

```
pk0 = [ 1 0 ];
```

```
pk1 = [ 1 0 ];
```

```
pk2 = [ 1 -1 ];
```

```
pk01 = conv( pk0 , pk1 );
```

```
pk012 = conv( pk01 , pk2 );
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
DenK = pk012;
```

```
NumKG = conv( NumK , NumD )
```

```
DenKG = conv( DenK , DenD )
```

```
K = 0 : 0.001 : Kzd ;
```

```
figure(2);
```

```
K = 0 : 1 : 500000 ;
```

```
rlocus( NumKG , DenKG);
```

```
hold on ;
```

```
axis([ 0.85 1.035 -0.075 0.075 ]); %%%% USE %%%%
```

```
text( real(zd) , imag(zd) , 'Zd' );
```

```
title('z - Plane' );
```

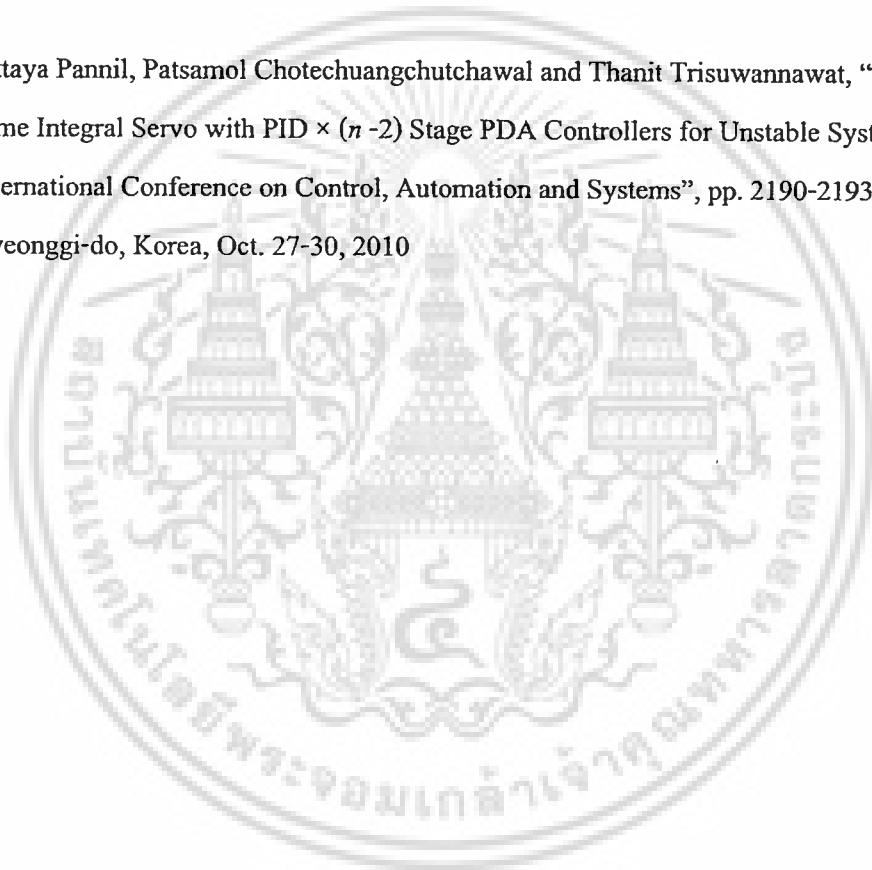


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. Pittaya Pannil, Patsamol Chotechuangchutchawal and Thanit Trisuwannawat, "Discrete-Time Integral Servo with $PID \times (n-2)$ Stage PDA Controllers for Unstable Systems", International Conference on Control, Automation and Systems", pp. 2190-2193 KINTEX, Gyeonggi-do, Korea, Oct. 27-30, 2010



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นางสาวพัสมล โขติช่วงชัชวาล
วัน-เดือน-ปีเกิด	วันที่ 22 เมษายน 2528
ที่อยู่	กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	ปีการศึกษา 2550 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สาขาวิชาเครื่องมือวิทยาศาสตร์และอุตสาหกรรม คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้