

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อิทธิพลของการฟักตัวมีผลต่อการระบาดของโรค
มาลาเรียโดยเชื้อพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม

**MATHEMATICAL MODEL WITH THE EFFECT OF INCUBATION
PERIOD FOR THE TRANSMISSION OF PLASMODIUM
FALCIPARUM MALARIA**



1170300



อโนทัย กิตติธรรมการณ

ANOTHAI KITTITAMMAKARN

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 110300
วัน,เดือน,ปี - 1 ๗๑. 2553

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2553

KMITL-2010-SC-M-001-007

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**MATHEMATICAL MODEL WITH THE EFFECT OF
INCUBATION PERIOD FOR THE TRANSMISSION OF
PLASMODIUM FALCIPARUM MALARIA**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE**

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2010

KMITL – 2010 – SC – M – 001 – 007

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2010

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อิทธิพลของการฟักตัวมีผลต่อการระบาดของ
โรคมalariaเรื้อ โดยเชื้อพลาสโมเดียม ฟัลซิพารัม

นักศึกษา นางสาวโชนทัย กิตติธรรมการณ

รหัสประจำตัว 48067406

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

พ.ศ. 2553

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.พันธ์ พงศ์สัมพันธ์

บทคัดย่อ

โรคมalariaเรื้อ ฟัลซิพารัม เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อพลาสโมเดียมที่มีชื่อว่าฟัลซิพารัม (*Plasmodium falciparum*) โรคนี้พบได้บ่อยในแอฟริกา อเมริกาใต้และ เอเชีย ในเขตหนาวจะไม่พบ บ่อย ประเทศไทยพบมากบริเวณเขตป่าชายเลน โรคนี้สามารถถ่ายทอดจากยุงก้นปล่อง โรคมalariaเรื้อ ฟัลซิพารัม เป็นชนิดขึ้นสมอง เกิดภาวะแทรกซ้อนที่ร้ายแรง ถ้ารักษาไม่ทันคนไข้จะเสียชีวิตหาก รักษาไม่ถูกต้องทำให้เชื้อคือต่อยารักษา โรคมalariaเรื้อที่พบมี 4 ชนิด ได้แก่ พลาสโมเดียม ไวเวกซ์ ,พลาสโมเดียม ฟัลซิพารัม, พลาสโมเดียม โอวาเล่, พลาสโมเดียม มาลาริอี ซึ่ง มalariaเรื้อฟัลซิพารัมเป็น ชนิดที่ร้ายแรงที่สุด การระบาดของโรคนำมาศึกษา โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แบ่ง โครงสร้างประชากรออกเป็นสองกลุ่ม มีทั้งประชากรของคนและยุง จากนั้นประยุกต์ วิธีการของการ จำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน (standard dynamical modeling) มาวิเคราะห์ลักษณะของคำตอบใน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียรภายในของจุด สมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค (disease free state) และสภาวะระบาดอย่างรุนแรง (disease endemic state) ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองได้ถูกนำมาแสดง เพื่อใช้ในการสนับสนุนการทำนายเชิง ทฤษฎีในการศึกษาการลดการระบาดของโรค

คำสำคัญ : โรคมalariaเรื้อเชื้อพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม, แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Thesis Title Mathematical Model with the effect of incubation
Period for the transmission of plasmodium falciparum Malaria.

Student Miss Anothai Kittitammakarn

Student ID 48067406

Degree Master of Science

Year 2010

Program Applied Mathematics

Thesis Advisor Asst.Prof.Dr.Puntani Pongsumpun

ABSTRACT

Malaria Falciparum is a disease caused by Plasmodium Falciparum. This disease appears in Africa, South America and Asia. There are not so much cases in cold countries. In Thailand, most cases can be found in the forest border. The disease is transmitted from mosquitoes to humans. Malaria Falciparum causes reflex and brain problems, also follow by dangerous diseases. It can make humans die if they do not treat the illness correctly or go to the hospital in time. There are four types of Malaria such that Plasmodium falciparum, Plasmodium vivax, Plasmodium Malariae, Plasmodium ovale. Malaria Falciparum is the most dangerous disease. The people who be infected with this disease is studied through the mathematical model. The equation models are separated into two groups such that human and vector populations. The model equation is constructed for each class. The standard dynamical modeling method is then used for analyzing the behaviors of solutions. In addition, the conditions of the parameters for the disease free and endemic states are obtained. Numerical solution are shown to support the theoretical predictions. The results of this study guide the way to decrease the disease outbreak.

Keywords : Plasmodium Falciparum Malaria, Mathematical Model.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจากอาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.พันธุ์ พงศ์สัมพันธ์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้ ให้โอกาส ให้กำลังใจและประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้าตลอดมา

ขอขอบพระคุณ ดร.พรหมทิพย์ ภัทรอินทากร, ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ และ ดร.สุชумаก สาริระวณิช กรรมการสอบหัวข้อและโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้ความกรุณา และคำชี้แนะจนในที่สุดวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณ รศ.ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์, รศ.พัชรินทร์ เหมโชติ, ผศ.ดร.ปรเมศร์ ประนะยานันท์, ผศ. ชื่นชม พงษ์ชาติ, ผศ.ดร.ถิษฐ์ไชย์ ถินาวงศ์, คุณครูสิริกานต์ ฉิมพาลี, คุณครูอรุณี บัววัด, อาจารย์รุจิรา คงนุ้ย, อาจารย์สุขพัตต์ แผนสมบูรณ์, คุณณรงค์ พลภักดี, รองจักษารัตน์ ละอองสุวรรณ, คุณครูสุวรรณรัช นัตถิปัญญา, คุณครูถันทม ศอกกำปิง, คุณครูณัฐยานี คุมแก้ว, คุณอาคำปิ่น คอรัสเนอร์, คุณอังคณา พลภักดี, คุณกรรณิการ์ พลภักดี, คุณปารเมศ กิตติธรรมการณ, คุณพลกฤษณ์ กิตติธรรมการณ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้ข้อเสนอแนะและให้กำลังใจ

ขอขอบคุณ อาจารย์ทองอุ่น มั่นหมาย เพื่อนที่คอยให้ความช่วยเหลือการทำวิทยานิพนธ์สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้กับบิดามารดาและคุณอา รศ.ดร.เอื้อน ปิ่นเงิน ซึ่งเป็นที่รักและเคารพอย่างยิ่ง รวมถึงน้องชายที่ให้การสนับสนุนเรื่องการเรียนตลอดมา ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

อโฆทัย กิตติธรรมการณ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	3
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	3
1.4 ขั้นตอนของงานวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 นิยาม ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 ค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจง.....	4
2.2 ฟังก์ชันพหุนามลักษณะเฉพาะ.....	4
2.3 จาโคเบียนเมทริกซ์.....	4
2.4 จุดสมดุล.....	4
2.5 การหาผลเฉลยจุดสมดุลของระบบ.....	7
2.6 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคติดเชื้อ.....	8
2.7 โรคมลาเรีย.....	10
2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	18
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	19
3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ.....	19
3.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีอิทธิพลของการฟักตัวมีผลต่อ การระบาดของโรคมลาเรียโดยเชื้อพลาสโมเดียมฟีลซิพารัม.....	21

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลงานวิจัย.....	28
4.1 แบบจำลองที่ 1.....	28
4.2 แบบจำลองที่ 2.....	48
4.3 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข	63
บทที่ 5 บทสรุปผลและข้อเสนอแนะ	102
เอกสารอ้างอิง.....	107
ภาคผนวก.....	110
ประวัติผู้วิจัย.....	143



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 การเปรียบเทียบมาลาเรียชนิดต่างๆ.....	17
3.2.1 สัญลักษณ์แทนข้อความของแบบจำลองของคนและยุงก้นปล่อง (ฟิลิปปินส์)	21
4.3.1 ค่าพารามิเตอร์และสัดส่วนข้อมูลของคนและยุง แบบจำลองที่ 1	63
4.3.2 ระยะเวลา ณ จุดสมดุล S_h^* , E_h^* , I_h^* , E_v^* และ I_v^* แบบจำลองที่ 1	67
4.3.3 ค่าพารามิเตอร์และสัดส่วนข้อมูลของคนและยุง แบบจำลองที่ 2	68
4.3.4 ระยะเวลา ณ จุดสมดุล S_h^* , I_h^* , E_v^* และ I_v^* แบบจำลองที่ 2	72



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.6.1 แผนภาพแบบจำลอง SIR	9
2.7.1 การระบาดของโรคมาลาเรีย.....	11
2.7.2 โครงสร้างของเชื้อ.....	11
3.1.1 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 (ฟิลิปปินส์)	19
3.1.2 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 (ไต้หวัน).....	19
3.1.3 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551	20
3.2.1.1 แผนผังการสร้างแบบจำลองของคนที่เป็นโรคมาลาเรีย (ฟิลิปปินส์) แบบจำลองที่ 1.....	22
3.2.2.1 แผนผังการสร้างแบบจำลองของคนที่เป็นโรคมาลาเรีย (ฟิลิปปินส์) แบบจำลองที่ 2.....	24
3.2.3.1 แผนผังการสร้างแบบจำลองของยุงที่มีเชื้อโรคมาลาเรีย (ฟิลิปปินส์).....	25
4.3.1 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟิลิปปินส์ เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะไร้โรค เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 1....	64
4.3.2 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟิลิปปินส์ เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 1.....	65
4.3.3 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟิลิปปินส์ เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.0001 ของแบบจำลองที่ 1.....	66
4.3.4 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟิลิปปินส์ เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะไร้โรค เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 2....	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3.5 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องคิดเชื้อ คนที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ บุ่งที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_V เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 2.....	70
4.3.6 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องคิดเชื้อ คนที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ บุ่งที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_V เท่ากับ 0.0001 ของแบบจำลองที่ 2.....	71
4.3.7 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ของโรคมัลลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียม ฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	74
4.3.8 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียม ฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	75
4.3.9 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมัลลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	77
4.3.10 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมัลลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	78
4.3.10 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมัลลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	78
4.3.11 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการคิดเชื้อ ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาด อย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	83
4.3.12 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนคิดเชื้อ (ไม่สามารถ ถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรค และระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	84
4.3.13 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้อง (สามารถ ถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมัลลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรค และระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	85

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3.14 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของบุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1	86
4.3.15 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของบุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1.....	87
4.3.16 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2	88
4.3.17 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	89
4.3.18 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของบุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	90
4.3.19 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของบุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2.....	91
4.3.20 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยังเสี่ยงต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังโดยที่จำนวนบุง Ω เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1.....	92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3.21 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1 ในรูปแบบสองมิติ.....	94
4.3.22 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1 ในรูปแบบสามมิติ.....	96
4.3.23 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2.....	98
4.3.24 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2 ในรูปแบบสองมิติ.....	99
4.3.25 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2 ในรูปแบบสามมิติ.....	100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

โรคมาลาเรียเป็นปัญหาสาธารณสุขที่สำคัญในประเทศไทย เนื่องจากประเทศไทยเป็นประเทศในเขตร้อนและมาลาเรียเป็นโรคที่คนไทยรู้จักกันมานานแล้ว เป็นโรคที่พบในเขตร้อนเท่านั้น ในปี 2541 มีผู้ป่วยด้วยโรคนี้ จำนวน 125,013 ราย หรือคิดเป็นอัตราป่วย 2.21 ต่อประชากร พันคน ในปี พ.ศ. 2545 มีผู้ป่วยโรคมาลาเรียสะสมจำนวน 20,697 ราย คิดเป็นอัตราป่วย 35 คน ต่อประชากรหนึ่งแสนคน จังหวัดที่พบผู้ป่วยมาก 10 อันดับแรก คือ จังหวัดตาก จังหวัดสุราษฎร์ธานี จังหวัดกาญจนบุรี จังหวัดยะลา จังหวัดจันทบุรี จังหวัดแม่ฮ่องสอน จังหวัดนครศรีธรรมราช จังหวัดกระบี่ จังหวัดประจวบคีรีขันธ์และจังหวัดสระแก้ว ในตอนกลางของประเทศพบผู้ป่วยมาลาเรียได้น้อย และไม่พบการติดเชื้อในกรุงเทพมหานครและเขตปริมณฑล พบผู้ป่วยกระจายทุกกลุ่มอายุโดยเฉพาะในกลุ่มอายุ 10 – 35 ปี อัตราส่วนของผู้ป่วยเพศชายจะมากกว่าเพศหญิง ประมาณ 2 เท่า พบผู้ป่วยได้ตลอดทั้งปี แต่จะพบมากในช่วงฤดูฝน มาลาเรียมีขอบเขตการกระจายอย่างกว้างขวางระหว่างเส้นรุ้งที่ 64° เหนือถึงเส้นรุ้งที่ 32° ได้ และครอบคลุมพื้นที่ซึ่งอยู่ต่ำกว่าระดับน้ำทะเลถึง 400 เมตร เช่น บริเวณ Dead sea จนถึงพื้นที่ที่อยู่สูงกว่าระดับน้ำทะเลถึง 2,600 เมตร เช่น ประเทศเคนยา ปัจจุบันมีประชากรถึง 2,020 ล้านคน จากกว่า 90 ประเทศ ที่ตั้งอยู่ในบริเวณดังกล่าวมีความเสี่ยงที่จะเป็นมาลาเรียได้ [5]

องค์การอนามัยโลกได้รายงานไว้ว่า ทุกปีประชากรโลก 400 ล้านคน จะล้มป่วยเป็นไข้ และมีอาการหนาวสั่นด้วยโรคมาลาเรีย และคน 2 ล้านคน จะเสียชีวิตด้วยโรคนี้ในทุก 30 วินาที จะมีคนตายด้วยโรคมาลาเรีย 1 คน องค์การสหประชาชาติรายงานว่า เขื่อโรคนี้มักเป็นเด็กอายุน้อยกว่า 5 ขวบ โดยเฉพาะครอบครัวที่ยากจนการเสียชีวิตจะเป็นไปได้สูง มาลาเรียแตกต่างจากเอคส์ตรงที่เด็กมักเป็นมาลาเรียแต่ผู้ใหญ่มักเป็นเอคส์ ทารกที่ป่วยมาลาเรียหากไม่ตายการพัฒนาทางสมองจะไม่สมบูรณ์ ถ้าสตรีมีครรภ์ได้รับเชื้อมาลาเรีย ลูกที่คลอดออกมาจะมีน้ำหนักน้อยกว่าปกติและอาจพิการได้ ประเทศใดที่มีมาลาเรียระบาด การท่องเที่ยว การค้าขาย และเงินรายได้จากการทำสนาจรจะลดลงทันที ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าประเทศที่กำลังพัฒนาจะเป็นประเทศที่ได้รับผลกระทบรุนแรงที่สุด โดยเฉพาะประเทศแถบทะเลทราย Sahara เวลามาลาเรียระบาดหนัก คนจนไม่มีเงินซื้อยามารักษาคน เวลาลูกเสียชีวิต พ่อแม่จะรีบมีลูกใหม่เพื่อนำมาใช้แรงงาน ในปัจจุบันมาลาเรียกำลังคือยา จึงมีผลทำให้การรักษายากขึ้น มีกองทุน Bill และ Melinda Gates สนับสนุนการวิจัยโรคมาลาเรียด้วยเงิน 4,600 ล้านบาท เพื่อให้ประชาชนได้ข้อมูลและมีวัคซีนป้องกันตนเอง รวมถึงได้ยาสำหรับไว้รักษา ในปี พ.ศ. 2544 องค์การสหประชาชาติได้มีมติไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จัดตั้งกองทุนตู้เอตต์ มาลาเรียและวัณโรค 4,500 ล้านบาท ซึ่งนับว่าน้อยมาก เพราะผู้เชี่ยวชาญเรื่องมาลาเรียถ้าจะกำจัดโรคมมาลาเรียให้หมดทวีปแอฟริกา โลกต้องลงทุนอย่างน้อย 90,000 ล้านบาททุกปี การวิจัยวัคซีนและยารักษาโรคมมาลาเรียกำลังรุดหน้ามาก และโลกก็ได้ให้ความสนใจมาลาเรียมากขึ้นดังจะเห็นได้จากสถิติการลงทุนวิจัยเรื่องนี้เมื่อ 10 ปีที่ผ่านมา สถาบันอนามัยแห่งชาติ (National Institute of health) ของสหรัฐอเมริกาลงทุนวิจัยมาลาเรีย 400 ล้านบาท ในอนาคตองค์การอนามัยโลกมีแผนจะลดจำนวนผู้ป่วยด้วยโรคมมาลาเรียให้ได้ถึง 50 % ในอีก 8 ปี ความยากลำบากในการค้นคว้าวัคซีนต่อผู้มาลาเรียเกิดจากการที่เชื้อมมาลาเรียนี้เปลี่ยนแปลงคนได้ตามอายุของมัน เช่น ในระยะที่มันอยู่ในลำไส้ของยุงมันจะมีอีกรูปปร่างหนึ่ง แต่พอมันมาอาศัยในตัวคน มันก็เปลี่ยนรูปร่าง เมื่อเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2545 นี้ M. Gardner แห่ง Institute of Gomic Research ที่ Rockirle ในรัฐ Maryland ของสหรัฐอเมริกา ได้แถลงว่า 6 ปีแห่งความพยายาม และเงิน 872 ล้านบาท ได้ทำให้เขาและคณะผู้รู้รหัสพันธุกรรมของ Plasmodium falciparum เรียบร้อย ผลพวงที่ได้จากโครงการนี้แสดงให้เห็นว่า เชื้อมาลาเรียมักใช้เวลาส่วนใหญ่อยู่ในตับและเม็ดเลือด ซึ่งเป็นบริเวณที่ระบบภูมิคุ้มกันเข้าไม่ถึง ความสามารถเปลี่ยนโปรตีนในตัวมันได้อย่างน้อย 50 รูปแบบ ทำให้มันสามารถเลือกใช้วิธีการโจมตีเซลล์เม็ดเลือดได้ถึง 50 วิธี [6, 18] เชื้อมาลาเรียชนิด ฟัลซิพารัม มีความรุนแรง และสามารถทำให้เสียชีวิตได้มากกว่าสายพันธุ์อื่นๆ การตรวจพบ และแยกชนิดได้เร็วมากเท่าไรผู้ป่วยจะมีความปลอดภัยและลดโอกาสเสียชีวิตได้มากขึ้น เนื่องจากเชื้อมมาลาเรียชนิดนี้สามารถขึ้นสมองและยังเป็นชนิดที่ดื้อยาทนต่อยาได้มากกว่าชนิดอื่น

ด้วยการเล็งเห็นความสำคัญของชีวิตและทรัพย์สินของประชาชนที่ต้องเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคชนิดนี้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาปัญหาจากข้อมูลของผู้ป่วยที่ได้รวบรวมมาจากกระทรวงสาธารณสุขตั้งแต่ ปี 2508-2551 พร้อมทั้งวิเคราะห์และหาวิธีการแก้ปัญหาโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับอิทธิพลของการฟักตัวสำหรับการระบาดของเชื้อ Plasmodium falciparum เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรค ลดจำนวนผู้ป่วย และใช้ข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับข้อมูลการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวังของทางระบาดวิทยาและกรมควบคุมโรคที่เกิดจากเชื้อ Plasmodium falciparum กระทรวงสาธารณสุขต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาการระบาดของโรคมาลาเรียชนิดฟัลซิพารัม
2. เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับ โรคมาลาเรียชนิดฟัลซิพารัม
3. เพื่อใช้เป็นแนวทางในการลดการระบาดของโรคมาลาเรียฟัลซิพารัม
4. เพื่อใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวัง ของทางสำนักโรคระบาดวิทยาและกรมควบคุมโรคที่นำโดยขงกันปล่องกระทรวงสาธารณสุข

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

วิเคราะห์จำนวนผู้ป่วยสำหรับแต่ละช่วงอายุในแต่ละปี แต่ละภูมิภาคและแต่ละจังหวัด ตั้งแต่ พ.ศ. 2508–2551 เพื่อสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับ โรคมาลาเรีย ฟัลซิพารัม โดยคำนึงถึงอิทธิพลการฟักตัวของเชื้อชนิดนี้และกำหนดให้จำนวนประชากรคงที่

1.4 ขั้นตอนการวิจัย

- ขั้นตอนที่ 1 ค้นคว้าเอกสารและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
- ขั้นตอนที่ 2 รวบรวมข้อมูลสถิติการเกิดโรค โดยแยกตามอายุของประชากรทั้งหมดของประเทศไทย
- ขั้นตอนที่ 3 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับ โรคมาลาเรียฟัลซิพารัม
- ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ว่าปัจจัยใดบ้างที่สามารถควบคุมการระบาดของโรคมาลาเรียฟัลซิพารัมได้
- ขั้นตอนที่ 5 ทดสอบแบบจำลองที่ได้ว่ามีความเหมาะสมหรือไม่
- ขั้นตอนที่ 6 พัฒนาแบบจำลองที่ได้ใหม่ถ้าแบบจำลองยังคงไม่เหมาะสม
- ขั้นตอนที่ 7 สรุปผลที่ได้จากการทดลองแบบจำลองและเสนอแนะแนวทางการพัฒนาแบบจำลองต่อไปในอนาคต
- ขั้นตอนที่ 8 เขียนวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ช่วยในการลดงบประมาณของประเทศไทยในการรักษาคนไข้ที่เป็น โรคมาลาเรียฟัลซิพารัม
2. เสนอแนวทางใหม่ในการลดการระบาดของโรคมาลาเรียฟัลซิพารัม
3. เป็นแนวทางการวิจัยสำหรับผู้ที่มีความสนใจเกี่ยวกับวิธีการควบคุมการระบาดของ

เอกลโรคที่ควบคู่ไปกับแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์. ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

นิยาม ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะ

นิยาม 2.1.1 ให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมิติ $n \times n$ เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เป็นศูนย์ใน \mathbb{R}^n เรียกว่าเป็นเวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector) ของ A ก็ต่อเมื่อ $AX = \lambda X$ สำหรับบางค่าสเกลาร์ λ สเกลาร์ λ เรียกว่า ค่าเฉพาะของ A (Eigenvalue)

2.2 พังก์ชันพหุนามลักษณะเฉพาะ

นิยาม 2.2.1 ให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมิติ $n \times n$ $\det(A - \lambda I_n)$ เรียกว่า พังก์ชันพหุนามลักษณะเฉพาะ (Characteristic polynomial) และสมการ $\det(A - \lambda I_n) = 0$ เรียกว่า สมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic equation)

2.3 จาคอบีเนียนเมทริกซ์

นิยาม 2.3.1 ให้ $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$ และ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ของ x โดยที่ $f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_m(x)]^T$ ดังนั้น อนุพันธ์ของ $f(x)$ เทียบกับ x จะเรียกว่า จาคอบีเนียนเมทริกซ์ (Jacobian matrix) หรือ จาคอบีเนียนของ $f(x)$ นิยามโดย

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

2.4 จุดสมดุล

นิยาม 2.4.1 จุด $X_e \in \mathbb{R}^n$ เป็น จุดสมดุล (Equilibrium point) ของ

$$\frac{dX}{dt} = f(t, X) \tag{2.1}$$

ถ้า $f(t, X_e) = 0$ สำหรับทุกๆ $t \geq t^*$

ถ้า X_e เป็นจุดสมดุลของ (2.1) ที่ t^* แล้ว X_e เป็นจุดสมดุลสำหรับทุกๆ $t \geq t^*$ ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 2.4.2 จุดสมดุล $X=0$ ของสมการ (2.1) มีเสถียรภาพ ถ้าสำหรับทุกๆ $\delta > 0$ และ $t_0 \in \mathbb{R}^+$ มี $\omega(\delta, t_0) > 0$ ซึ่งทำให้ $|u(t, t_0, \gamma)| < \delta$ สำหรับทุกๆ $t \geq t_0$ เมื่อ $|\gamma| < \omega(\delta, t_0)$ และ $u(t, \gamma)$ เป็นคำตอบของสมการ (2.1)

นิยาม 2.4.3 จุดสมดุล $X=0$ ของสมการ (2.1) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (Asymptotically stable)

- ถ้า
- 1) จุดสมดุล $X=0$ ของสมการ (2.1) มีเสถียรภาพ และ
 - 2) สำหรับทุกๆ $t_0 \geq 0$ มี $\varepsilon(t_0) > 0$ ซึ่งทำให้ $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, t_0, \gamma) = 0$ เมื่อ $|\gamma| < \varepsilon$

นิยาม 2.4.4 จุดสมดุล $X=0$ ของสมการ (2.1) ไม่มีเสถียรภาพ ถ้าไม่มีเสถียรภาพในกรณีนี้ มี $t_0 \geq 0$ และลำดับ $\gamma_n \rightarrow 0$ ของจุดเริ่มต้นและลำดับ t_m ซึ่ง $|u(t_0 + t_m, t_0, \gamma_m)| \geq \gamma$ สำหรับทุกๆ $m, t_m \geq 0$

โดยทั่วไปมีการพิจารณาระบบของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งสองสมการ มาใช้ดังนี้

$$\frac{dX}{dt} = g_1(X, Y) \quad (2.2)$$

$$\frac{dY}{dt} = g_2(X, Y) \quad (2.3)$$

เมื่อ g_1 และ g_2 เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นและให้ (\bar{X}, \bar{Y}) เป็นจุดสมดุล แล้ว

$$g_1(\bar{X}, \bar{Y}) = g_2(\bar{X}, \bar{Y}) = 0$$

จัดผลเฉลยให้อยู่ในรูปแบบ ดังนี้

$$X(t) = \bar{X} + x(t) \quad (2.4)$$

$$Y(t) = \bar{Y} + y(t) \quad (2.5)$$

วิธีการนี้เรียกว่า เพอร์เทอร์เบชัน (Perturbation) ของจุดสมดุล จากนั้นแทน (2.4) และ (2.5) ใน (2.2) และ (2.3) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dt}(\bar{X}+x) = g_1(\bar{X}+x, \bar{Y}+y)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{Y}+y) = g_2(\bar{X}+x, \bar{Y}+y)$$

ต่อไปกระจายอนุพันธ์ทางซ้ายและกระจาย g_1, g_2 ทางขวาโดยอนุกรมเทย์เลอร์รอบจุดสมมูล (\bar{X}, \bar{Y}) แล้วจะได้ว่า

$$\frac{d\bar{X}}{dt} + \frac{dx}{dt} = g_1(\bar{X}, \bar{Y}) + g_{1x}(\bar{X}, \bar{Y})x + g_{1y}(\bar{X}, \bar{Y})y + \quad (2.6)$$

พจน์ของอันดับ x^2, y^2, xy และอันดับที่สูงขึ้น

$$\frac{d\bar{Y}}{dt} + \frac{dy}{dt} = g_2(\bar{X}, \bar{Y}) + g_{2x}(\bar{X}, \bar{Y})x + g_{2y}(\bar{X}, \bar{Y})y + \quad (2.7)$$

พจน์ของอันดับ x^2, y^2, xy และอันดับที่สูงขึ้น

เมื่อ $g_{1x}(\bar{X}, \bar{Y})$ เป็น $\frac{\partial g_1}{\partial x}$ ถูกคำนวณที่ (\bar{X}, \bar{Y}) และในทำนองเดียวกันสำหรับ $g_{1y}(\bar{X}, \bar{Y}), g_{2x}(\bar{X}, \bar{Y}), g_{2y}(\bar{X}, \bar{Y})$ และพจน์อื่นๆ ด้วย

โดยนิยามของจุดสมมูลได้ว่า $\frac{d\bar{X}}{dt} = 0, \frac{d\bar{Y}}{dt} = 0, g_1(\bar{X}, \bar{Y}) = 0$ และ $g_2(\bar{X}, \bar{Y}) = 0$ ดังนั้นจาก (2.6) และ (2.7) จะได้ว่า

$$\frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y$$

$$\frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y$$

นิยาม J เป็นจาโคเบียนเมทริกซ์ของสมการ (2.2) และ (2.3) และกำหนดโดย

$$J(\bar{X}, \bar{Y}) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial y} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial y} \end{bmatrix}_{(\bar{X}, \bar{Y})}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ $\alpha = a_{11} + a_{22}$, $\beta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ และ $\gamma = \alpha^2 - 4\beta$ เรียกว่า ดิสคริมิแนนต์ (Discriminant) แล้วสมการลักษณะเฉพาะ คือ $\lambda^2 - \alpha\lambda + \beta = 0$

ดังนั้น ค่าเฉพาะจะอยู่ในรูปของ $\lambda_{1,2} = \frac{\alpha \pm \sqrt{\gamma}}{2}$ ซึ่งระบบเชิงเส้น สามารถมีจุดสมมูลได้มากกว่าหนึ่งจุดหรือมีจุดเป็น $(0,0)$ ถ้า $\beta = \det J \neq 0$

ทฤษฎีบท 2.4.1 จุดสมมูล $X=0$ ของสมการ (2.1) มีเสถียรภาพ ถ้าค่าเฉพาะของ J ทั้งหมดมีส่วนจริงเป็นลบและทุกๆ ค่าเฉพาะของ J ซึ่งมีส่วนจริงเป็นศูนย์และศูนย์ตัวนี้เป็นพหุนามลักษณะเฉพาะของ J

2.5 การหาผลเฉลยจุดสมมูลของระบบ

2.5.1 แบบจำลองจุดสมมูลของระบบเชิงเส้นชนิดไม่ต่อเนื่อง
สมการผลต่างไม่เชิงเส้น คือ สมการที่อยู่ในรูปของ

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \dots)$$

เมื่อ x_n คือ ค่าของ x ในลำดับที่ n และ f เป็นฟังก์ชันของการทำซ้ำๆ กัน

ผลเฉลยจุดสมมูลของระบบ ซึ่งเมื่อ \bar{x} ถูกกำหนดให้ค่าสัมพัทธ์ได้อย่างชัดเจน คือ

$$x_{n+1} = x_n = \bar{x}$$

ซึ่งเกิดการเปลี่ยนแปลงในลำดับที่ n ถึงลำดับที่ $n+1$ จากสมการที่อยู่ในรูป $x_{n+1} = f(x_n)$ จะได้รูปแบบความสัมพันธ์ที่เข้าใจได้ง่ายขึ้นอีก คือ

$$\bar{x} = f(\bar{x})$$

และนำมาอ้างอิงเช่นเดียวกับ จุดตรึง (Fixed point) ของฟังก์ชัน f

นิยาม 2.5.1 จุด x เป็น จุดตรึง ของฟังก์ชัน f ก็ต่อเมื่อ $f(x) = x$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2 แบบจำลองจุดสมดุลของระบบสมการชนิดต่อเนื่อง

การหาจุดสมดุลของระบบ หาได้โดยพิจารณาแบบจำลองที่มีรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= F_1(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \\ \frac{dX_2}{dt} &= F_2(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \\ &\vdots \\ \frac{dX_n}{dt} &= F_n(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \end{aligned} \quad (2.8)$$

ผลเฉลยจุดสมดุลของระบบสมการนี้ สามารถหาได้จากการจัดให้สมการทุกสมการของ (2.8) เป็นศูนย์ นั่นคือ

$$F_1(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0$$

$$F_2(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0$$

$$F_n(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0$$

2.6 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคติดเชื้อ [2]

การสร้างแบบจำลอง SIR มีรูปแบบดังนี้

ให้	N	=	จำนวนของประชากร
	S	=	จำนวนของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อของประชากร
	I	=	จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ของประชากร
	R	=	จำนวนของผู้ที่ฟื้นไข้ของประชากร

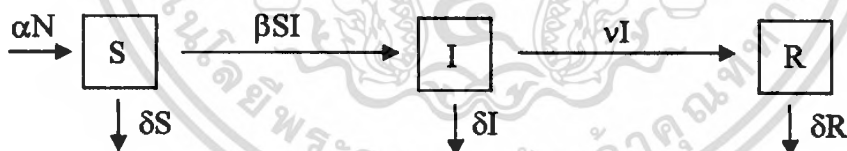
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย β , ν , γ , δ และ α เป็นพารามิเตอร์ที่เป็นค่าคงที่ ดังนี้

- β = อัตราของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อของประชากรแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)
- ν = อัตราของผู้ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ฟื้นไข้
- δ = อัตราการตายของประชากร
- α = อัตราการเกิดของประชากร

- เมื่อ βSI = จำนวนของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อและ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)
- νI = จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ฟื้นไข้
- δS = จำนวนของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อที่เสียชีวิต
- δI = จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่เสียชีวิต
- δR = จำนวนของผู้ที่ฟื้นไข้ที่เสียชีวิต
- αN = จำนวนของผู้ที่เกิดใหม่

ดังนั้น นำมาเขียนโครงสร้างได้ดังนี้



รูปที่ 2.6.1 แผนภาพแบบจำลอง SIR [17]

อธิบายรายละเอียดของแบบจำลองได้ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา

= จำนวนของผู้ที่เกิดใหม่ - จำนวนของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - จำนวนของผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อที่เสียชีวิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เทียบกับเวลา

- = จำนวนผู้ที่ไวต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้
- จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ฟื้นไข้
 - จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่เสียชีวิต

อัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ที่ฟื้นไข้เทียบกับเวลา

- = จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วไปเป็นผู้ที่ฟื้นไข้
- จำนวนของผู้ที่ฟื้นไข้ที่เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \alpha N - \beta SI - \delta S,$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \nu I - \delta I,$$

$$\frac{dR}{dt} = \nu I - \delta R$$

2.7 โรคมalaria [7 – 10]

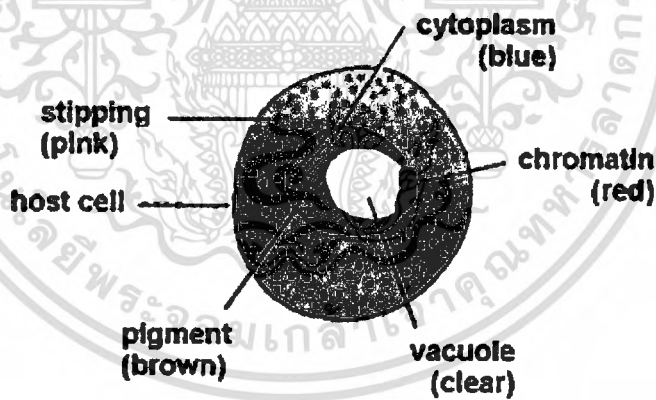
ประวัติศาสตร์ของชาว Sumerian และจีน รวมทั้งรายงานของกวี Homer และ Aristotle ต่างได้กล่าวถึงการระบาดของคุกคามของมาลาเรียในสมัยเมื่อ 1,500 ปีมาแล้ว แพทย์กรีกชื่อ Hippocrates ได้พบว่า มาลาเรียเป็นโรคชนิดหนึ่งที่มีสาเหตุจากการที่ผู้ป่วยใช้ชีวิตใกล้ชิดกับบริเวณที่มีน้ำนิ่งแต่ Hippocrates ไม่รู้ว่าสาเหตุมาจากยุง โรมในอดีตเมื่อ 700 ปี ก่อนก็เคยถูกคุกคามด้วยโรคมalaria จนกระทั่งแหล่งน้ำเน่าในเมืองถูกกำจัดหมดบุคคลสำคัญในสมัยนั้นที่เสียชีวิตด้วยโรคมalaria ได้แก่ กวี Dante และสันตะปาปา Sixtus ที่ 5 ชาวโรมันในสมัยนั้นจึงได้ตั้งชื่อโรคนี้ว่า มาลาเรีย (malaria) ซึ่งมาจากการสนธิคำที่ว่า mal ที่แปลว่า เสีย กับคำว่า aria ที่แปลว่า อากาศ เพราะเขาเชื่อว่า อากาศเสียคือสาเหตุที่ทำให้คนเป็นโรคนี้ ในพ.ศ. 2423 Charles – Louis – Alphonse Laveran แพทย์ทหารชาวฝรั่งเศส ซึ่งขณะทำงานอยู่ที่ประเทศ Algeria ได้สังเกตเห็นเชื้อมาลาเรียในเลือดคนป่วย โดยใช้กล้องจุลทรรศน์ แต่ Laveran ก็ไม่รู้ว่าเชื้อที่เขาเห็นมาจากแหล่งใด ความลึกเกี่ยวกับมาลาเรียได้ถูกเปิดเผยเป็นครั้งแรก โดย Ronald

Ross เป็นนักจุลชีววิทยาชาวอังกฤษได้พิสูจน์ว่าเชื้อที่ Laveran เห็นนั้นมาจากคนที่ถูกยุงก้นปล่องกัด ผลการค้นพบนี้ทำให้เขาได้รับรางวัลโนเบล สาขาการแพทย์



รูปที่ 2.7.1 การระบาดของโรคมาลาเรีย [19]

2.7.1 เชื้อก่อโรค



รูปที่ 2.7.2 โครงสร้างของเชื้อ [20]

ชนิดของเชื้อมาลาเรีย

เป็นเชื้อโรคติดต่อกันในเขตร้อน (tropical zone) และกึ่งเขตร้อน (subtropical zone) เกิดจากเชื้อ Plasmodium ซึ่งเป็นโปรติซัวเซลล์เดียวใน Class sporozoa Genus Plasmodium มีวงจรในชีวิตสัตว์มีกระดูกสันหลังและสัตว์จำพวกยุงมีทั้งหมด จำนวน 4 ชนิด คือ Plasmodium falciparum, Plasmodium vivax, Plasmodium ovale โดยมียุงก้นปล่องเป็นพาหะนำเชื้อจากผู้ป่วยที่เป็นมาลาเรียไปยังผู้อื่น การกระจายของเชื้อมาลาเรีย ทั้ง 4 ชนิด มีดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. *Plasmodium falciparum* (หรือไข้จับสั่นวันเว้นวัน ชนิดร้ายแรง จับไข้ทุก 36 ชั่วโมง) พบทั่วไปบริเวณเขตร้อนและเขตอบอุ่น แต่ไม่พบเชื้อชนิดนี้ในแดนดินที่ช่วงฤดูร้อนที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า 21.1 องศาเซลเซียส (70 องศาฟาเรนไฮต์) และในช่วงฤดูหนาวที่อุณหภูมิต่ำกว่า 8.8 องศาเซลเซียส (48 องศาฟาเรนไฮต์) โดยมากพบในเขตร้อนของแอฟริกา อเมริกาและเอเชีย สำหรับประเทศไทยนั้นพบได้ทั่วประเทศโดยเฉพาะบริเวณชายแดน

2. *Plasmodium vivax* (ไข้จับวันเว้นวัน ชนิดไม่ร้ายแรง จับไข้ทุก 4 ชั่วโมง) มีการแพร่กระจายเป็นอาณาบริเวณกว้างมาก สำหรับทวีปแอฟริกาพบน้อย ส่วนในประเทศไทยพบมากบริเวณภาคใต้ โดยผู้ป่วยคิดเชื้อไวแวกซ์มักจะไม่เสียชีวิต จึงมีชื่อว่า *benign tertian malaria* แต่จะเป็นโรคซ้ำอีก อาการของโรคไวแวกซ์มาลาเรียจะมีลักษณะคล้ายกับฟิลิซฟาร์มมาลาเรีย แต่จะพบหนาวสั่นได้บ่อยกว่าและขณะเกิดหนาวสั่น มักจะมีอาการปวดหัว ปวดกล้ามเนื้อมาก ผู้ป่วยไม่ได้รับการรักษาอาการไข้จะค่อยๆ ทุเลาและหายได้ แต่จะเป็นซ้ำได้อีกภายใน 2 ปี นานที่สุด 8 ปี

3. *Plasmodium malariae* (มีอาการคล้ายกับเชื้อชนิดไวแวกซ์) มีจำกัดไม่แพร่หลายนัก มีในแอฟริกากลางและตะวันตก ศรีลังกาและบางส่วนของมาเลเซีย

4. *Plasmodium ovale* (ไข้จับสั่นวันเว้นสองวัน จับไข้ทุก 72 ชั่วโมง) มีมากในแอฟริกาตะวันตก มีรายงานพบในฟิลิปปินส์ บอร์เนียว เซลเบส หมู่เกาะโมลุกกะประเทศออสเตรเลียเหนือ หมู่เกาะโซโลมอน และนิวฮิบริดิส สำหรับประเทศไทยพบน้อยมากเพียงน้อยมากเพียงปีละ 1-2 ราย และมักพบบริเวณจังหวัดชายแดนซึ่งมีมาลาเรียชุกชุม [21, 30]

พลาสมอดิอัม ฟิลิซฟาร์ม

เป็นเชื้อมาลาเรียชนิดที่ร้ายแรงและเป็นอันตรายที่สุด จึงมีชื่อว่า *malignant malaria* ผู้ที่ไ้รับเชื้อนี้เข้าไปและไม่ได้รับการรักษาจะมีอาการรุนแรงเกิดเป็นมาลาเรียขึ้นสมองได้ แต่ถ้าได้รับการรักษาและหายโรคแล้วมักจะหายเป็นปกติ โดยไม่มีอาการอื่นหลงเหลืออีกเลย ผู้ป่วยฟิลิซฟาร์มมาลาเรียจะเกิดภาวะแทรกซ้อนต่างๆ ได้บ่อย เช่น เกิดภาวะน้ำตาลในเลือดต่ำ เกิดภาวะความเป็นกรดเกิน (metabolic acidosis) และเสียชีวิตจากปอดบวมน้ำหรือไตวายได้ ผู้ป่วยฟิลิซฟาร์มมาลาเรีย ในระยะแรกของโรคจะมีอาการไข้ปวดเมื่อยตามตัว คลื่นไส้ อาเจียน ปวดท้องหรือท้องเดิน บางคนอาจมีอาการไอหรือลักษณะคล้ายไข้หวัดได้ใน 4-5 วัน แรกของโรค ไข้จะสูงขึ้นตลอดเวลา เนื่องจากการแตกของเม็ดเลือดแดงแต่ละชุดไม่พร้อมกัน แต่หลังจากเชื้อมาลาเรียเจริญอยู่ในระยะเดียวกันแล้ว เม็ดเลือดแดงจะแตกพร้อมกันทุก 48 ชั่วโมง จึงได้ชื่อว่า *tertian malaria* ผู้ป่วยอาจซีดและเหลือง ตับโต

นอกจากนี้ยังมีการติดเชื้อผสม (mixed infection) มักพบได้บ่อย คือ เชื้อฟิลิซฟาร์มมาลาเรีย ร่วมกับเชื้อไวแวกซ์มาลาเรีย ในระยะแรกพบเพียงร้อยละ 0.5 แต่รายงานจากโรงพยาบาลที่มีการติดตามผู้ป่วยฟิซฟาร์ม ภายหลังรักษานาน 2 เดือน พบว่ามีอัตราเป็นไวแวกซ์มาลาเรีย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูงขึ้นไปอีกถึงร้อยละ 33 อาจแสดงได้ว่าในระยะแรกอัตราการได้รับเชื้อผสมสองชนิด เกิดได้บ่อย แต่ตรวจไม่พบหรือตรวจแยกชนิดของมาลาเรียได้ยาก ทำให้ผู้ป่วยได้รับการรักษามาลาเรียชนิดเดียว คือ ฟัลซิฟารัม แต่ภายหลังจึงเป็นมาลาเรียชนิดไวแวกซ์ตามมาในอัตราสูง *plasmodium falciparum* จะมีระยะฟักตัวประมาณ 7 – 14 วัน ซึ่งจะมีระยะฟักตัวใกล้เคียงกับ [23]

2.7.2 แหล่งโรคและการแพร่ระบาดของโรค

ผู้ที่ป่วยเป็น โรคนี้ต้องถูกยุงก้นปล่องที่มีเชื้อมาลาเรียกัดจึงจะเป็น โรคหรือไม่ก็อาจเกิดจากการได้รับเลือดจากคนที่ติดเชื้อมาลาเรีย แหล่งโรค คนเป็นแหล่งโรคของมาลาเรียในคน สิ่งบางชนิดอาจเป็นแหล่งโรคของเชื้อมาลาเรียในคนและยุงก้นปล่องได้ ระยะฟักตัวชนิดฟัลซิฟารัม 8 – 12 วัน (สั้นที่สุด 5 วัน) ถ้าเกิดจากการให้เลือดอาจมีอาการเกิดขึ้นเร็วกว่านี้

การติดต่อ

1. ติดต่อโดยถูกยุงก้นปล่องที่มีเชื้อมาลาเรียในต่อมน้ำลายกัด ซึ่งเป็นวิถีธรรมชาติที่พบมากที่สุด
2. ติดต่อจากมารดา ซึ่งมีเชื้อมาลาเรียในร่างกายและถ่ายทอดทางรกไปสู่ทารกในครรภ์ วิธีนี้พบได้น้อยมาก แต่พบในท้องที่ที่มีมาลาเรียชุกชุม กรณีนี้จะพบระยะฟักตัวสั้นกว่าวิธียุงกัด ทารกและมารดาจะมีเชื้อมาลาเรียชนิดเดียวกัน
3. ติดต่อโดยวิธีการให้โลหิต จะพบในรายที่ผู้บริจาคโลหิตมีความหนาแน่นของเชื้อมาลาเรียในกระแสโลหิตต่ำและไม่มีอาการซึ่งหากไม่ได้ทำการตรวจโลหิตค้นหาเชื้อมาลาเรียก่อน ผู้ป่วยที่รับการให้โลหิตจะป่วยเป็นมาลาเรียได้

ระยะติดต่อ คนที่มีเซลล์เพศของเชื้อมาลาเรียอยู่ในเลือดก็สามารถถ่ายเชื้อให้ยุงได้และสามารถจะถ่ายเชื้อให้ยุงอยู่ได้นานนับปีๆ ถ้าไม่ได้รับการรักษาที่ถูกต้อง ส่วนยุงที่มีเชื้ออยู่ในต่อมน้ำลายนั้นสามารถแพร่เชื้อสู่คนได้นานตลอดชีวิตของยุง โดยเฉลี่ยประมาณไม่เกิน 6 เดือน ความไวและความต้านทานโรค คนทั่วไปมีโอกาสเป็นมาลาเรียได้ เช่น ในเด็กเกิดใหม่หรือในคนบางเชื้อชาติ เช่น อเมริกันนิโกร อาจมีความต้านทานตามธรรมชาติอยู่บ้าง ผู้ที่หายจากโรคจะมีความต้านทานต่อเชื้อเฉพาะชนิดที่ก่อโรค โดยอาจมีเชื้ออยู่โดยไม่มีอาการหรือมีอาการเพียงเล็กน้อย พวกนี้จะเป็นผู้แพร่เชื้อได้

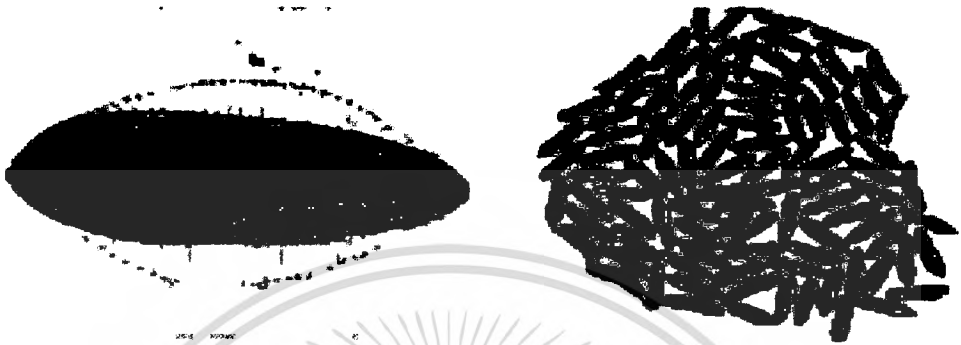
วิธีการเกิดโรค การเกิดโรคของมาลาเรียเนื่องมาจาก

1. เชื้อเข้าสู่เม็ดเลือด
2. การที่ขนาดของเม็ดเลือดโตขึ้นจากการแบ่งตัวเพิ่มจำนวนของเชื้อ
3. เม็ดเลือดแดงแตกการจากที่เชื้อเข้าไปแบ่งตัว
4. เซลล์ของตับ ม้ามและไขกระดูกเก็บกินเชื้อโรคและสิ่งซึ่งเป็นผลจากการแตกของเม็ดเลือดแดง เช่น ธิจากเฮโมโกลบินของเม็ดเลือดแดง เป็นต้น [14, 29]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.3 วงจรชีวิตยุงก้นปล่อง

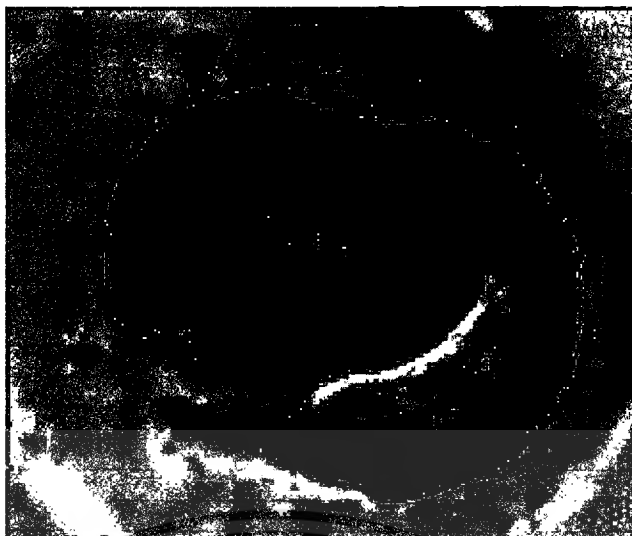
ยุงก้นปล่องมีวงจรชีวิตเป็นแบบสมบูรณ์ คือ มีระยะในการเจริญครบตามการเจริญของแมลงทั่วไป คือ มีการเจริญเติบโต 4 ระยะด้วยกัน ได้แก่ ระยะไข่, ระยะลูกน้ำ, ระยะดักแด้ และเข้าสู่ระยะตัวเต็มวัย ซึ่งในแต่ละระยะของยุงก้นปล่องก็จะมีลักษณะต่างๆ ดังนี้



1. **ระยะไข่** ไข่ของยุงก้นปล่องจะฟักในน้ำเสมอ อาจเป็นน้ำจืด น้ำกร่อยแล้วแต่ชนิดของยุง ระยะไข่จะแตกต่างกันโดยเฉลี่ยจะอยู่ที่ 2-3 วัน ไข่เริ่มแรกจะมีสีขาว จากนั้นจะค่อยๆ กลายเป็นสีเทาและกลายเป็นสีดำในที่สุด ไข่ของยุงก้นปล่องจะมีทุ่นลอยเพื่อช่วยพยุงในการลอยตัว บนผิวน้ำเกาะกันเป็นกลุ่ม



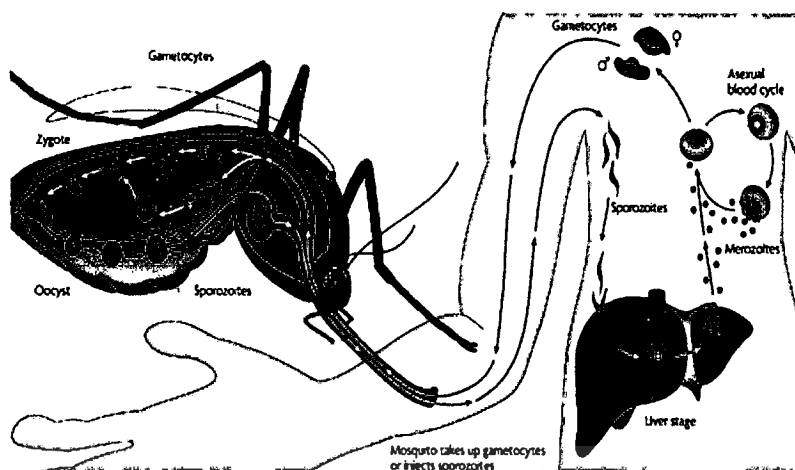
2. **ระยะลูกน้ำ** ลูกน้ำของยุงก้นปล่องจะมีการเจริญเติบโตอยู่ในฟองไข่และจะเจาะเปลือกไข่ออกเมื่อถึงเวลาฟักตัวสู่ภายนอก ในระยะลูกน้ำยุงก้นปล่องจะมีการลอกคราบทั้งหมด 3 ครั้ง ในแต่ละปล้องของส่วนท้องจะมีขนยื่นยาวออกมา ตัวนี้เพื่อช่วยในการกวาดอาหารเข้าสู่ปากได้โดยง่าย



3. **ระยะดักแค้** หลังจากการเจริญเติบโตในช่วงของการเป็นตัวอ่อนแล้วก็จะพัฒนาเข้าสู่ระยะของการเป็นดักแค้ ดักแค้จะมีลักษณะโค้งส่วนหัวลงในระยะนี้จะไม่มีการกินอาหารและมีการเคลื่อนไหวที่ช้าลง ลักษณะโดยภาพรวมจะคล้ายเลข ๑ ดักแค้ในระยะแรกจะมีสีเทา จากนั้นจะมีสีเข้มขึ้นจนเป็นสีดำ ใช้เวลาเป็นดักแค้โดยเฉลี่ย 2-3 วัน จึงกลายเป็นยุงตัวเต็มวัย



4. **ระยะยุงตัวเต็มวัย** ในช่วงที่ยุงตัวเต็มวัยจะออกจากดักแค้ โดยผนังส่วนนอกด้านบนจะแยกออก โดยส่วนนอกของยุงจะเป็นส่วนแรกที่ไพล่ออกมา จากนั้นจะตามมาด้วยส่วนของท้องรวมทั้งขา ยุงจะพักตัวนานประมาณ 5-10 นาที ตัวยุงก็พร้อมที่จะบิน



การติดเชื้อมาลาเรีย เริ่มเมื่อผู้ที่ติดเชื้อ *Plasmodium falciparum* มากัดมนุษย์และปล่อยเชื้อ มาลาเรียระยะ sporozoite เข้าสู่กระแสเลือดจากนั้นเชื้อจะเข้าสู่เซลล์ตับ (hepatocyte) เพื่อ เจริญเติบโตและแบ่งตัว (asexual multiplication) จนได้เซลล์เล็กๆจำนวนมากมายซึ่งเรียกว่า merozoite และเรียกเชื้อระยะนี้ว่า schizont และเชื้อจะแตกตัวจะปลดปล่อย merozoite จำนวนมากมายสู่กระแสเลือด รุกรานเข้าสู่เม็ดเลือดแดง เจริญเติบโตเป็นระยะ ring form trophozoite และ schizont เจริญเติบโตดำเนินวงจรชีวิตในกระแสเลือดต่อไป [8, 23, 28]

2.7.4 อาการแสดงของโรค

- 1) ไข้ หนาว สั่นเป็นรอบๆ แต่ละรอบจะยาวหรือสั้นซึ่งแล้วแต่เชื้อ เนื่องจากเชื้อเข้าสู่ เม็ดเลือดแดง หลังไข้ผู้ป่วยจะมีเหงื่อออกและอ่อนเพลีย
- 2) เลือดจางเนื่องจากเม็ดเลือดถูกทำลายเป็นจำนวนมาก
- 3) อวัยวะต่างๆ ขาดออกซิเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่งสมอง จากการที่เม็ดเลือดแดงถูก ทำลายมาก ออกซิเจนซึ่งปกติจะถูกเม็ดเลือดแดงนำพาไปจึงมีปริมาณน้อยลง
- 4) ตับและม้ามโต เนื่องจากเซลล์ของทั้งสองอวัยวะต้องทำงานมากและขยายตัว เนื่องจากต้องเก็บกินเชื้อ โรคและสิ่งซึ่งเป็นผลจากการที่เม็ดเลือดแดงแตก
- 5) จากการที่ขนาดของเม็ดเลือดแดงโตขึ้นเพราะเชื้อมาลาเรียเข้าสู่ภายในและแบ่งตัว เม็ดเลือดแดงที่โตและอาจมีปัจจัยอื่นประกอบด้วยกันทำให้โรคมมาลาเรีย ที่มีสาเหตุจากเชื้อ พลาสโม เดียมฟาลซิพารัม มีอาการรุนแรงกว่าโรคซึ่งเกิดจากเชื้ออื่นๆ กล่าวคือ ทำให้เซลล์ของสมอง ต่อมหมวกไต ซึ่งเป็นอวัยวะสำคัญวมและอาจมีเลือดออกในอวัยวะดังกล่าว [14, 24]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบมาลาเรียชนิดต่างๆ [5, 7, 25, 26]

ชนิดของเชื้อ	ระยะฟักตัว	อาการทั่วไปที่พบ	แหล่งที่พบเชื้อ
Plasmodium ovale	8 – 14 วัน	ไข้จับสั่นวันเว้นสองวัน หรือจับไข้ทุก 72 ชั่วโมง อาการของเชื่อนี้มีลักษณะ คล้ายกับไวแวกซ์มาลาเรีย แต่มีอาการ น้อยกว่ามีเชือกกลับซ้ำน้อยกว่า ถ้าไม่ได้ รับการรักษา อาการจะทุเลาและหายไป ได้เอง แต่จะกลับมาซ้ำได้อีกภายใน 1 – 5 ปี	พบได้ในพื้นที่เฉพาะ แถบตะวันตกของทวีป แอฟริกา (ทรอปิคอล แอฟริกา)
Plasmodium Falciparum (malignant malaria หรือ tertian malaria)	7 – 14 วัน	จับไข้ทุก 36 ชั่วโมง หรือ ไข้จับสั่นวัน เว้นวัน อาการ ช่วงแรกไข้ดำมีอาการ ปวดศีรษะปวดเมื่อยตามตัว คลื่นไส้ อาเจียน ปวดท้อง ท้องเดินจากนั้นจะมี อาการไข้สูงหนาวสั่น อาจมีไข้เป็น พักๆ ต่อมาอาการเริ่มรุนแรงขึ้น ตัว เหลือง ปอดบวม น้ำ ม้ามโต ไตวาย และ มาลาเรียขั้นสมองจะมีอาการชัก หรือหมดสติเมื่อรักษาไม่ทันจะเสียชีวิต	พบในเขตร้อนหรือกึ่ง เขตร้อน ในแถบเอเชีย อเมริกาใต้ แอฟริกา
Plasmodium Vivax (benign tertian Malaria)	8 – 14 วัน	จับไข้ทุก 4 ชั่วโมง หรือ ไข้จับสั่นวัน เว้นวัน เป็นโรคที่ผู้ป่วยมักไม่เสียชีวิต แต่จะป่วยซ้ำ อีกรอาการคล้ายกับฟิลซิ พารัม มาลาเรีย แต่จะ หนาวสั่น ได้บ่อย กว่า และขณะเกิดอาการหนาวสั่น มักจะมีอาการปวดหัว ปวดกล้ามเนื้อ มาก หากไม่ได้รับการรักษาจะทุเลาลง และหายไปได้ แต่จะกลับมาเป็นซ้ำอีก ภายในสองปี หรือ นานที่สุด 8 ปี	เขตอบอุ่นหรือเขตร้อน แถบภาคินอเมริกา ตุรกี จีน อินเดียกลาง เอเชีย พบน้อย ในเขต แอฟริกาตะวันออกและ อินเดียตะวันตก

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ชนิดของเชื้อ	ระยะฟักตัว	อาการทั่วไปที่พบ	แหล่งที่พบเชื้อ
Plasmodium malariae	18 – 40 วัน	จับไข้ทุก 4 ชั่วโมง เป็นไข้จับสัปดาห์วัน เว้นวัน หรืออาจมีไข้หนาวสัปดาห์วันเว้น 3 วัน จึงมีชื่อเรียกว่า (quartan malaria) ผู้ป่วยจึงไม่มีอาการรุนแรงและ กว่าจะเกิดอาการไข้ อาจใช้เวลานานเป็นปี เชื้อนี้อยู่ในคนได้เป็นเวลานานหลายปี พบว่านานถึง 53 ปี อาจทำให้เกิด nephrotic syndrome ได้	พบใกล้เขตร้อน และเขตร้อน โดยเฉพาะในทวีปแอฟริกา อเมริกาใต้ และแถบนิวกินี

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Puntani Pongsumpun (2004) ได้นำวิธีการของการจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน (Standard dynamical modeling) มาวิเคราะห์ลักษณะของแบบจำลอง (SIR) ทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออก แล้วแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียร ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การควบคุมการระบาดของโรค การลดอัตราการเกิดและการลดจำนวนของยุงเป็นตัวอย่างของแนวทางที่ช่วยในการควบคุมการระบาดของโรค [12]

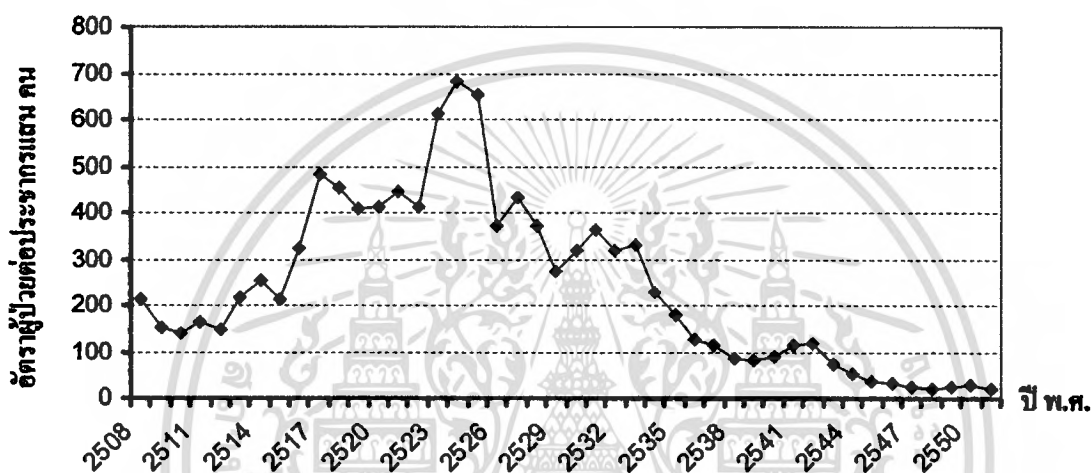
ทรัพย์สินชัย เอกอิมทรัพย์และคณะ (2006) ใช้ทฤษฎีความเสถียร (Steady state) มาสร้างแบบจำลอง (SIR) ทางคณิตศาสตร์ตามอายุสำหรับการระบาดของโรคมาลาเรียและสร้างโปรแกรมการวิเคราะห์เชิงกราฟ ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามอายุสำหรับการระบาดของโรคมาลาเรียและกราฟในการมาวิเคราะห์แบบจำลองเพื่อใช้ในการลดการระบาดของโรค [2]

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

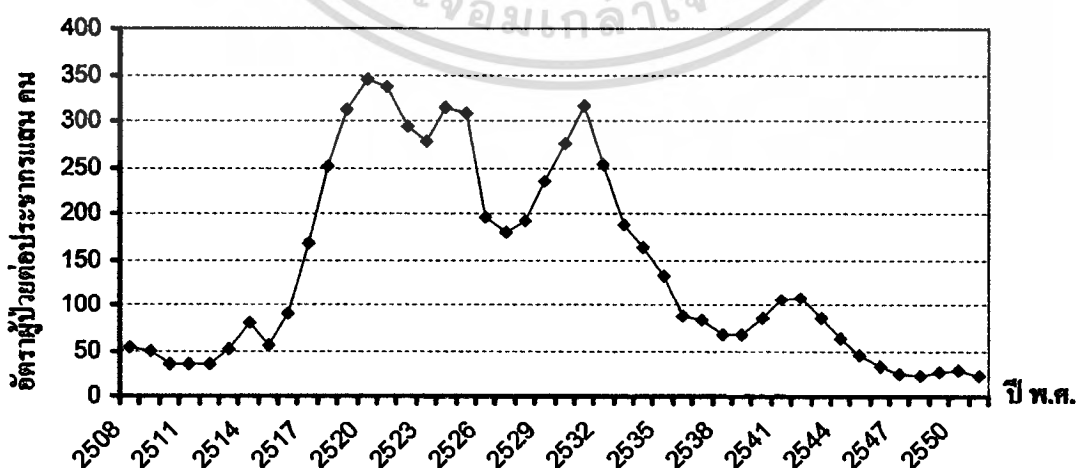
3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

จากการนำสถิติผู้ป่วยเชื่อมมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟัลซิพารัม ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 จากการเก็บรวบรวมข้อมูลของสำนักกระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข มาสร้างกราฟเพื่อพิจารณาลักษณะกราฟ ได้ดังนี้



รูปที่ 3.1.1 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 (ฟัลซิพารัม)

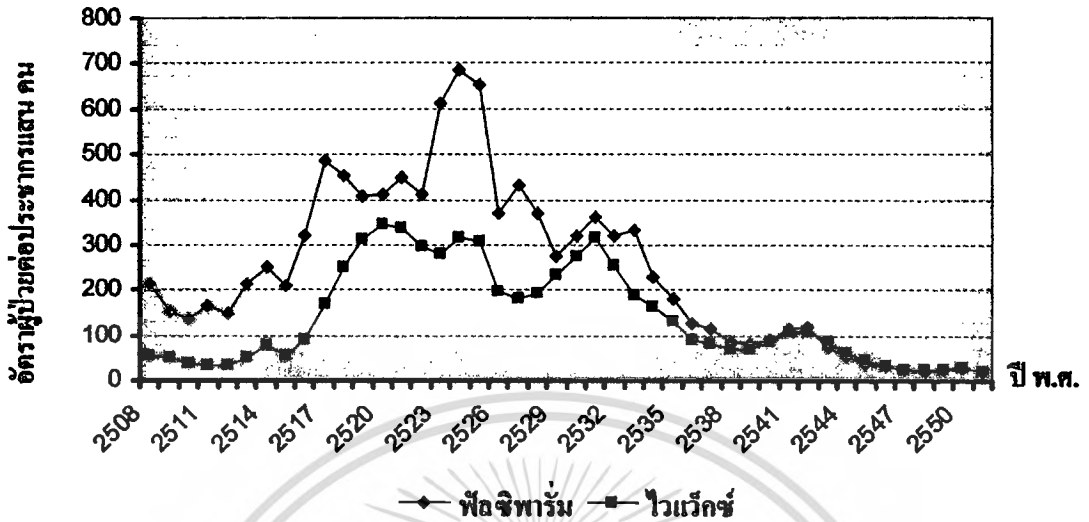
จากการนำสถิติผู้ป่วยเชื่อมมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 จากการเก็บรวบรวมข้อมูลของสำนักกระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข มาสร้างกราฟเพื่อพิจารณาลักษณะกราฟ ได้ดังนี้



รูปที่ 3.1.2 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 (ไวเว็กซ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำมาวิเคราะห์ลักษณะผู้ป่วยทั้ง 2 สายพันธุ์ ทำให้ได้กราฟดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.1.3 กราฟของอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551

เมื่อพิจารณาถึงผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม และสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2551 ทำให้ทราบว่าผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม สูงกว่าผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2508 – 2543 จากนั้นปี พ.ศ. 2544 – 2549 มีผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ สูงกว่า ต่อมาปี พ.ศ. 2550 ผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม (28.47 ต่อประชากรแสนคน) สูงกว่าสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ (27.94 ต่อประชากรแสนคน) และปี พ.ศ. 2551 ผู้ป่วยที่ติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ไวเว็กซ์ (21.71 ต่อประชากรแสนคน) สูงกว่าสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม (19.25 ต่อประชากรแสนคน)

มาลาเรียซึ่งเกิดจากการติดเชื้อมาลาเรียพลาสโมเดียม โดยมียุงก้นปล่องเป็นพาหะยังคงเป็นโรคที่เป็นสาเหตุสำคัญของการเสียชีวิตประชากรโลกโดยเฉพาะอย่างยิ่งในเขตร้อน เนื่องจากการแพร่กระจายของการดื้อยาที่ใช้ในการรักษาโรคมมาลาเรียในปัจจุบันของเชื้อพลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม ซึ่งเป็นสายพันธุ์ก่อโรคในคนที่อันตรายที่สุดได้เป็นไปอย่างรวดเร็ว ประกอบกับการควบคุมยุงซึ่งเป็นพาหะและการพัฒนาวัคซีนยังเป็นไปได้ยาก (นงลักษณ์ ศรีวิไลเจริญ : 2547) ทั้งนี้จากการวิเคราะห์ผู้ป่วยพบว่า โดยส่วนใหญ่มักติดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม ผู้ศึกษาจึงสนใจในการสร้างแบบจำลองของประชากรมนุษย์และยุงก้นปล่องที่ถ่ายทอดเชื้อมาลาเรียสายพันธุ์พลาสโมเดียม ฟิลลิจิพาร์ม

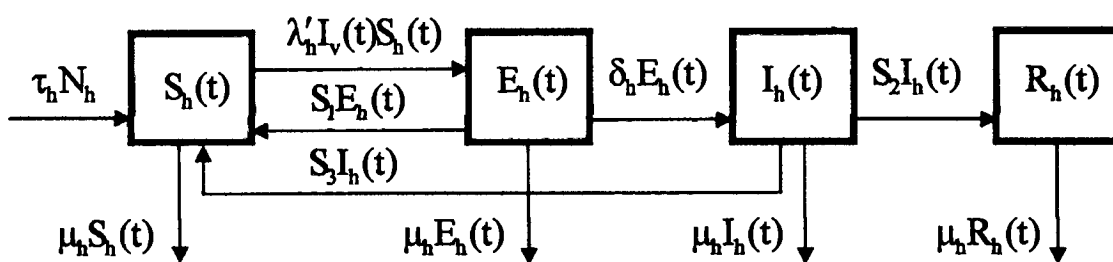
3.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีอิทธิพลของการพักตัวมีผลต่อการระบาดของ ของโรคมลาเรียโดยเชื้อพลาสโมเดียมฟีลซิพารัม พิจารณาการสร้างแบบจำลองของคนและยุง ดังนี้

ตารางที่ 3.2.1 สัญลักษณ์แทนข้อความของแบบจำลองของคนและยุงก้นปล่อง (ฟีลซิพารัม) [16,17]

ที่	ข้อความ	สัญลักษณ์
1	จำนวนของคนที่ยังต้องการติดเชื้อ	$S_h(t)$
2	จำนวนของยุงที่ยังต้องการติดเชื้อ	$S_v(t)$
3	จำนวนของคนที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	$E_h(t)$
4	จำนวนของยุงที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	$E_v(t)$
5	จำนวนของคนที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	$I_h(t)$
6	จำนวนของยุงที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	$I_v(t)$
7	จำนวนของคนที่ยังฟื้นไข้	$R_h(t)$
8	จำนวนของคนทั้งหมด	N_h
9	จำนวนของยุงทั้งหมด	N_v
10	อัตราการเกิดของคน	τ_h
11	อัตราการตายของคน	μ_h
12	อัตราการตายของยุง	μ_v
13	อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากยุง ไปยังคน	λ'_h
14	อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคน ไปยังยุง	λ'_v
15	อัตราของคนที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังต้องการติดเชื้อ	S_1
16	อัตราของคนที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังฟื้นไข้	S_2
17	อัตราของคนที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังต้องการติดเชื้อ	S_3
18	อัตราของคนที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	δ_h
19	อัตราของยุงที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นยุงที่ยังติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	δ_v
20	จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	K

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 แบบจำลองโครงสร้างอายุของคนสำหรับโรคมะเร็งสายพันธุ์พลาสมิดเดียว พัดชิพาร์ม แบบจำลองที่ 1



รูปที่ 3.2.1.1 แผนผังการสร้างแบบจำลองของคนที่เป็นโรคมะเร็ง (พัดชิพาร์ม) แบบจำลองที่ 1

อธิบายรายละเอียดของแบบจำลองได้ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลาใด ๆ

= จำนวนคนที่เกิดใหม่ + จำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ + จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ - จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dS_h(t)}{dt} = \tau_h N_h + S_1 E_h(t) + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใด ๆ

= จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dE_h(t)}{dt} = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_1 E_h(t) - \delta_h E_h(t) - \mu_h E_h(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

= จำนวนคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)
 - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ - จำนวนคน
 ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปฟื้นไข้ - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอด
 เชื้อได้) เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dI_h(t)}{dt} = \delta_h E_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

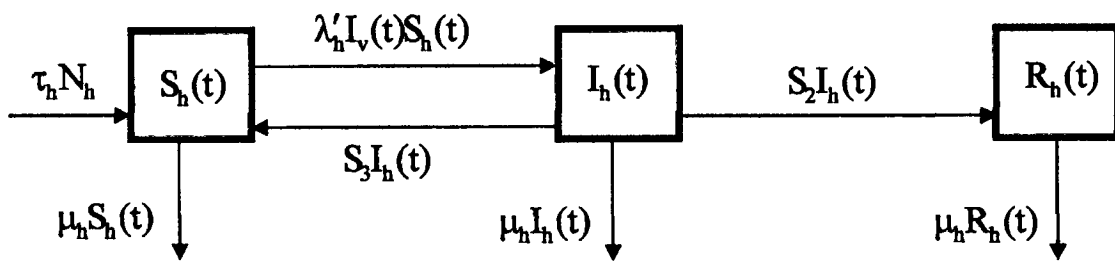
การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่ฟื้นไข้ ณ เวลาใดๆ

= จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปฟื้นไข้ - จำนวนคนที่ฟื้นไข้เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dR_h(t)}{dt} = S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)$$

3.2.2 แบบจำลองโครงสร้างอายุของคนสำหรับโรคมะเร็งตายพันธุ์พหุชาติโมเดียม พัลซิพัรัม
แบบจำลองที่ 2



รูปที่ 3.2.2.1 แผนผังการสร้างแบบจำลองของคนที่มีป่วยเป็นโรคมะเร็ง (พัลซิพัรัม) แบบจำลองที่ 2

อธิบายรายละเอียดของแบบจำลองได้ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลาใดๆ

= จำนวนคนที่เกิดใหม่ + จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ - จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dS_h(t)}{dt} = \tau_h N_h + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

= จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปเสี่ยงต่อการติดเชื้อ - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปฟื้นไข้ - จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dI_h(t)}{dt} = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

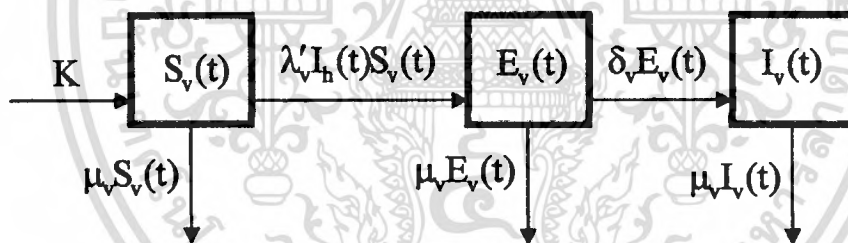
การเปลี่ยนแปลงของจำนวนคนที่ฟื้นไข้ ณ เวลาใดๆ

= จำนวนคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปฟื้นไข้ - จำนวนคนที่ฟื้นไข้เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dR_h(t)}{dt} = S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)$$

3.2.3 แบบจำลองโครงสร้างอายุของฝูงสำหรับโรคมาลาเรียสายพันธุ์พลาสมอดิเคียม พัลซิพารัม



รูปที่ 3.6 แผนผังการสร้างแบบจำลองของฝูงที่มีเชื้อโรคมาลาเรีย (พัลซิพารัม)

อธิบายรายละเอียดของแบบจำลองได้ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนฝูงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลาใดๆ

= อัตราการเกิดใหม่ของฝูง - จำนวนของฝูงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนของฝูงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dS_v(t)}{dt} = K - \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \mu_v S_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

= จำนวนของยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dE_v(t)}{dt} = \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

= จำนวนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) แล้วเปลี่ยนไปติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) - จำนวนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เสียชีวิต

นำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\frac{dI_v(t)}{dt} = \delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)$$

ข้อสังเกต จากแบบจำลอง ลูกครั่งที่ไข่เข้ามีค่าเป็นบวก และลูกครั่งที่ไข่ออกมีค่าเป็นลบ

จากแผนภาพแสดงแนวคิดเบื้องต้น ได้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

แบบจำลองที่ 1

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dS_h(t)}{dt} = \tau_h N_h + S_1 E_h(t) + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

$$\frac{dS_v(t)}{dt} = K - \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \mu_v S_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dE_h(t)}{dt} = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_1 E_h(t) - \delta_h E_h(t) - \mu_h E_h(t)$$

$$\frac{dE_v(t)}{dt} = \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dI_h(t)}{dt} = \delta_h E_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

$$\frac{dI_v(t)}{dt} = \delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ฟื้นไข้ ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dR_h(t)}{dt} = S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)$$

จะได้สองเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$N_h = S_h(t) + E_h(t) + I_h(t) + R_h(t) \quad \text{และ} \quad N_v = S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองที่ 2

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dS_h(t)}{dt} = \tau_h N_h + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

$$\frac{dS_v(t)}{dt} = K - \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \mu_v S_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dE_v(t)}{dt} = \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dI_h(t)}{dt} = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

$$\frac{dI_v(t)}{dt} = \delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)$$

การเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้ที่ฟื้นไข้ ณ เวลาใดๆ

$$\frac{dR_h(t)}{dt} = S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)$$

จะได้สองเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$N_h = S_h(t) + I_h(t) + R_h(t) \quad \text{และ} \quad N_v = S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)$$

บทที่ 4

ผลงานวิจัย

สมมติว่าจำนวนประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ เราจะได้ว่า

$$\frac{dN_h}{dt} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{dN_v}{dt} = 0$$

4.1 แบบจำลองที่ 1

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{dN_h}{dt} &= \frac{d}{dt} [S_h(t) + E_h(t) + I_h(t) + R_h(t)] \\ &= [\tau_h N_h + S_1 E_h(t) + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)] \\ &\quad + [\lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_1 E_h(t) - \delta_h E_h(t) - \mu_h E_h(t)] \\ &\quad + [\delta_h E_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)] + [S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)] \\ &= \tau_h N_h - \mu_h S_h(t) - \mu_h E_h(t) - \mu_h I_h(t) - \mu_h R_h(t) \\ &= \tau_h N_h - \mu_h [S_h(t) + E_h(t) + I_h(t) + R_h(t)] \\ &= \tau_h N_h - \mu_h N_h \\ &= (\tau_h - \mu_h) N_h \\ &= 0 \quad \text{เมื่อ } \tau_h = \mu_h \end{aligned}$$

สรุปผล 1) ได้ว่าอัตราการเกิดและอัตราการตายต่อประชากรของคนมีค่าเท่ากัน

$$\begin{aligned}
2) \quad \frac{dN_v}{dt} &= \frac{d}{dt}[S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)] \\
&= [K - \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \mu_v S_v(t)] + [\lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)] \\
&\quad + [\delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)] \\
&= K - \mu_v S_v(t) - \mu_v E_v(t) - \mu_v I_v(t) \\
&= K - \mu_v [S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)] \\
&= K - \mu_v N_v \\
&= 0 \quad \text{เมื่อ } N_v = \frac{K}{\mu_v}
\end{aligned}$$

สรุปผล 2) ได้ว่าจำนวนของชุงทั้งหมดมีค่าเท่ากับสัดส่วนของจำนวนของชุง ณ เวลาเริ่มต้นกับอัตราการตายของชุง

กำหนดให้

$$\bar{S}_h = \frac{S_h(t)}{N_h}, \quad \bar{E}_h = \frac{E_h(t)}{N_h}, \quad \bar{I}_h = \frac{I_h(t)}{N_h}, \quad \bar{R}_h = \frac{R_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{S}_v = \frac{S_v(t)}{N_v}, \quad \bar{E}_v = \frac{E_v(t)}{N_v}, \quad \bar{I}_v = \frac{I_v(t)}{N_v}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วเราหาสมการได้ดังนี้

หา $\frac{d\bar{S}_h}{dt}$ จะได้

$$\bar{S}_h = \frac{S_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{S}_h N_h = S_h(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{S}_h N_h) = \frac{d}{dt} S_h(t)$$

$$N_h \frac{d}{dt} \bar{S}_h = \tau_h N_h + S_1 E_h(t) + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{S}_h &= \frac{\tau_h N_h}{N_h} + \frac{S_1 E_h(t)}{N_h} + \frac{S_3 I_h(t)}{N_h} - \frac{\lambda'_h I_v(t) S_h(t)}{N_h} - \frac{\mu_h S_h(t)}{N_h} \\ &= \tau_h + S_1 \bar{E}_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h \end{aligned}$$

หา $\frac{d\bar{E}_h}{dt}$ จะได้

$$\bar{E}_h = \frac{E_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{E}_h N_h = E_h(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{E}_h N_h) = \frac{d}{dt} E_h(t)$$

$$N_h \frac{d}{dt} \bar{E}_h = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_1 E_h(t) - \delta_h E_h(t) - \mu_h E_h(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\bar{E}_h &= \frac{\lambda'_h I_v(t) S_h(t)}{N_h} - \frac{S_1 E_h(t)}{N_h} - \frac{\delta_h E_h(t)}{N_h} - \frac{\mu_h E_h(t)}{N_h} \\ &= \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_1 + \delta_h + \mu_h) \bar{E}_h\end{aligned}$$

หา $\frac{d\bar{I}_h}{dt}$ จะได้

$$\bar{I}_h = \frac{I_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{I}_h N_h = I_h(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{I}_h N_h) = \frac{d}{dt} I_h(t)$$

$$N_h \frac{d}{dt} \bar{I}_h = \delta_h E_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_h = \frac{\delta_h E_h(t)}{N_h} - \frac{S_3 I_h(t)}{N_h} - \frac{S_2 I_h(t)}{N_h} - \frac{\mu_h I_h(t)}{N_h}$$

$$= \delta_h \bar{E}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h$$

หา $\frac{d\bar{E}_v}{dt}$ จะได้

$$\bar{E}_v = \frac{E_v(t)}{N_v}$$

$$\bar{E}_v N_v = E_v(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{E}_v N_v) = \frac{d}{dt} E_v(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N_v \frac{d}{dt} \bar{E}_v = \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_v = \frac{\lambda'_v I_h(t) S_v(t)}{N_v} - \frac{\delta_v E_v(t)}{N_v} - \frac{\mu_v E_v(t)}{N_v}$$

$$= \lambda'_v N_h \bar{I}_h \bar{S}_v - (\delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

$$= \lambda'_v N_h \bar{I}_h (1 - \bar{E}_v - \bar{I}_v) - (\delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

$$= (1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

เมื่อ $\bar{S}_v = 1 - \bar{E}_v - \bar{I}_v$

หา $\frac{d\bar{I}_v}{dt}$ จะได้

$$\bar{I}_v = \frac{I_v(t)}{N_v}$$

$$\bar{I}_v N_v = I_v(t)$$

$$\frac{d}{dt} (\bar{I}_v N_v) = \frac{d}{dt} I_v(t)$$

$$N_v \frac{d}{dt} \bar{I}_v = \delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_v = \frac{\delta_v E_v(t)}{N_v} - \frac{\mu_v I_v(t)}{N_v}$$

$$= \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราจะได้เงื่อนไขดังนี้

$$\bar{S}_h + \bar{E}_h + \bar{I}_h + \bar{R}_h = 1 \quad \text{และ} \quad \bar{S}_v + \bar{E}_v + \bar{I}_v = 1$$

ได้ระบบสมการใหม่ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_h = \tau_h + S_1 \bar{E}_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_h = \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_1 + \delta_h + \mu_h) \bar{E}_h$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_h = \delta_h \bar{E}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_v = (1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_v = \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v$$

หาจุดสมดุล $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ โดยจัดสมการข้างบนเท่ากับศูนย์

$$\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^* - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \bar{S}_h^* = 0$$

$$-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \bar{S}_h^* = -(\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*)$$

$$\bar{S}_h^* = \frac{-(\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*)}{-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h)}$$

$$= \frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_1 + \delta_h + \mu_h) \bar{E}_h = 0$$

$$-(S_1 + \delta_h + \mu_h) \bar{E}_h = -\lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_h &= \frac{-\lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h}{-(S_1 + \delta_h + \mu_h)} \\ &= \frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h}{S_1 + \delta_h + \mu_h} \end{aligned} \quad \dots\dots (3.2)$$

$$\delta_h \bar{E}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h = 0$$

$$\bar{I}_h = \frac{-\delta_h \bar{E}_h}{-(S_3 + S_2 + \mu_h)}$$

$$= \frac{\delta_h \bar{E}_h}{S_3 + S_2 + \mu_h} \quad \dots\dots (3.3)$$

$$(1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v = 0$$

$$\bar{E}_v = \frac{-(1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h}{-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v)}$$

$$= \frac{(1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h}{\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v} \quad \dots\dots (3.4)$$

$$\delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v = 0$$

$$\bar{I}_v = \frac{-\delta_v \bar{E}_v}{-\mu_v}$$

$$= \frac{\delta_v \bar{E}_v}{\mu_v} \quad \dots\dots (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ (3.1) แทนในสมการ (3.2) จะได้

$$\begin{aligned}\bar{E}_h^* &= \frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \left(\frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right)}{S_1 + \delta_h + \mu_h} \\ &= \left(\frac{1}{S_1 + \delta_h + \mu_h} \right) \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \left(\frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right)\end{aligned}$$

ให้ $\varepsilon_1 = \frac{1}{S_1 + \delta_h + \mu_h}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}&= \varepsilon_1 \left(\frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) \tau_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} + \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_1 \bar{E}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right) \\ &= \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) \tau_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} + \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_1 \bar{E}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \\ &\quad + \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_h^* - \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_1 \bar{E}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \\ &= \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) \tau_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} + \varepsilon_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*) S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
& \left(1 - \varepsilon_1 S_1 \frac{(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*)}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right) \bar{E}_h^* \\
&= \varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*) \left(\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right) \\
\bar{E}_h^* &= \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*) \left(\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right)}{1 - \varepsilon_1 S_1 \left(\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right)} \\
&= \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} - \varepsilon_1 S_1} \\
&= \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} - \varepsilon_1 S_1} \\
&= \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + 1 - \varepsilon_1 S_1} \\
&= \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2} \dots\dots\dots (3.6)
\end{aligned}$$

เมื่อ $\varepsilon_2 = 1 - S_1 \varepsilon_1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ (3.6) แทนในสมการ (3.3) จะได้

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_h^* &= \left(\frac{\delta_h}{S_3 + S_2 + \mu_h} \right) \left(\frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2} \right) \\
 &= \varepsilon_3 \left(\frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2} \right) \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_3 = \frac{\delta_h}{S_3 + S_2 + \mu_h} \\
 &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h + \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3 \bar{I}_h^*}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} \\
 &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3 \bar{I}_h^*}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} \\
 \bar{I}_h^* - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3 \bar{I}_h^*}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} \\
 \left(1 - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2} \right) \bar{I}_h^* &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) + \varepsilon_2}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{I}_h^* = \frac{\left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right)}{\left(1 - \frac{\epsilon_1 \epsilon_3 S_3}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_3}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right) \tau_h}{1 - \left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_3}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right) S_3}$$

$$= \frac{\tau_h}{1 - S_3} \frac{\left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_3}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right)}{1}$$

$$= \frac{\tau_h}{\left(\frac{\epsilon_1 \epsilon_3}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2} \right) - S_3}$$

$$= \frac{\tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_3 S_3 \right)}$$

$$= \frac{\tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_3 S_3 \right) \epsilon_1 \epsilon_3}$$

$$= \frac{\tau_h}{\left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_3 S_3 \right) \epsilon_1 \epsilon_3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3} \\
 &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \dots\dots\dots (3.7)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $\varepsilon_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3$

นำสมการ (3.7) แทนในสมการ (3.4) จะได้

$$\begin{aligned}
 \bar{E}_v^* &= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h \left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \right)}{\lambda'_v N_h \left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \right) + \delta_v + \mu_v} \\
 &= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h}{\lambda'_v N_h + \frac{\delta_v + \mu_v}{\left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \right)}} \\
 &= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h}{\lambda'_v N_h + \frac{(\delta_v + \mu_v) \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)}{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h + (\delta_v + \mu_v) \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \\
&\quad \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h \\
&= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h + (\delta_v + \mu_v) \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \\
&= \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \quad \dots\dots\dots (3.8)
\end{aligned}$$

เมื่อ $\varepsilon_5 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}$

นำสมการ (3.8) แทนในสมการ (3.5) จะได้

$$\begin{aligned}
\bar{I}_v^* &= \frac{\delta_v \left(\frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \right)}{\mu_v \left(\frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \right)} \\
&= \frac{\delta_v - \delta_v \bar{I}_v^*}{\mu_v + \mu_v \varepsilon_5 \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5} \\
&= \frac{\delta_v - \delta_v \bar{I}_v^*}{\mu_v \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h \mu_v \varepsilon_5 + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \\
&= \frac{(\delta_v - \delta_v \bar{I}_v^*) (\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*)}{\mu_v \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h \mu_v \varepsilon_5 + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{\delta_v \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* - \delta_v \lambda'_h N_v (\bar{I}_v^*)^2}{\mu_h \mu_v \varepsilon_5 + (\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v) \bar{I}_v^*}$$

$$\mu_h \mu_v \varepsilon_5 \bar{I}_v^* + (\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v) (\bar{I}_v^*)^2 = \delta_v \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* - \delta_v \lambda'_h N_v (\bar{I}_v^*)^2$$

$$\mu_h \mu_v \varepsilon_5 \bar{I}_v^* + (\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v) (\bar{I}_v^*)^2 - \delta_v \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \delta_v \lambda'_h N_v (\bar{I}_v^*)^2 = 0$$

$$(\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v) (\bar{I}_v^*)^2 + (\mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v) \bar{I}_v^* = 0$$

$$A(\bar{I}_v^*)^2 + B\bar{I}_v^* = 0 \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

เมื่อ $A = \mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v$ และ $B = \mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v$

หาผลเฉลยของสมการ (3.9) ได้ดังนี้

$$A(\bar{I}_v^*)^2 + B\bar{I}_v^* = \bar{I}_v^* (A\bar{I}_v^* + B) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } \bar{I}_v^* = 0 \text{ และ } \bar{I}_v^* = -\frac{B}{A} = -\frac{\mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v}{\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v}$$

สำหรับ $\bar{I}_v^* = 0$ จะได้ว่า $\bar{S}_h^* = 1, \bar{E}_h^* = 0, \bar{I}_h^* = 0, \bar{E}_v^* = 0$ และ $\bar{I}_v^* = 0$

กำหนดให้

$$U(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \tau_h + S_1 \bar{E}_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h$$

$$V(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_1 + \delta_h + \mu_h) \bar{E}_h$$

$$W(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \delta_h \bar{E}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h$$

$$X(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = (1 - \bar{I}_v) \lambda'_h N_h \bar{I}_h - (\lambda'_h N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v$$

จาโคเบียนเมทริกซ์ของแต่ละจุดสมดุล คือ

$$J = \begin{bmatrix} U_{\bar{S}} & U_{\bar{E}} & U_{\bar{I}} & U_{\bar{E}} & U_{\bar{I}} \\ V_{\bar{S}} & V_{\bar{E}} & V_{\bar{I}} & V_{\bar{E}} & V_{\bar{I}} \\ W_{\bar{S}} & W_{\bar{E}} & W_{\bar{I}} & W_{\bar{E}} & W_{\bar{I}} \\ X_{\bar{S}} & X_{\bar{E}} & X_{\bar{I}} & X_{\bar{E}} & X_{\bar{I}} \\ Y_{\bar{S}} & Y_{\bar{E}} & Y_{\bar{I}} & Y_{\bar{E}} & Y_{\bar{I}} \end{bmatrix}_{(\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}, \bar{E}, \bar{I})}$$

โดยสมาชิกของจาโคเบียนเมทริกซ์ คือ

$$U_{\bar{S}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h)$$

$$U_{\bar{E}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = S_1$$

$$U_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = S_3$$

$$U_{\bar{E}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$U_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\lambda'_h N_v \bar{S}_h^*$$

$$V_{\bar{S}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \lambda'_h N_v \bar{I}_v^*$$

$$V_{\bar{E}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(S_1 + \delta_h + \mu_h)$$

$$V_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_{\bar{E}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$V_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \lambda'_h N_v \bar{S}_h^*$$

$$W_{\bar{S}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$W_{\bar{E}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \delta_h$$

$$W_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(S_3 + S_2 + \mu_h)$$

$$W_{\bar{I}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$W_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$X_{\bar{S}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$X_{\bar{E}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$X_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = (1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h - \lambda'_v N_h \bar{E}_v^*$$

$$X_{\bar{I}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v)$$

$$X_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\lambda'_v N_h \bar{I}_h^*$$

$$Y_{\bar{S}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$Y_{\bar{E}} (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$Y_I (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y_E (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \delta_v$$

$$Y_T (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\mu_v$$

ซึ่งเราสามารถเขียนเป็น

$$J = \begin{bmatrix} -(\lambda_h' N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) & S_1 & S_3 & 0 & -\lambda_h' N_v \bar{S}_h^* \\ \lambda_h' N_v \bar{I}_v^* & -(S_1 + \delta_h + \mu_h) & 0 & 0 & \lambda_h' N_v \bar{S}_h^* \\ 0 & \delta_h & -(S_3 + S_2 + \mu_h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \bar{I}_v^*) \lambda_v' N_h - \lambda_v' N_h \bar{E}_v^* & -(\lambda_v' N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) & -\lambda_v' N_h \bar{I}_h^* \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v \end{bmatrix}$$

ค่าเฉพาะจึงสามารถหาได้โดยการหาผลเฉลยจากสมการเฉพาะดังนี้

$$\det(J - \lambda I_5) = 0$$

เมื่อ I_5 เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 5×5

$$I_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น

$$1) \text{ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค คือ } E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$$

จาโคเบียนเมทริกซ์ J ของระบบนี้หาได้จากจุดสมดุลเหล่านี้ คือ

$$J_E = \begin{bmatrix} -\mu_h & S_1 & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \\ \lambda'_h N_v & -(S_1 + \delta_h + \mu_h) & 0 & 0 & \lambda'_h N_v \\ 0 & \delta_h & -(S_3 + S_2 + \mu_h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_v N_h - \lambda'_v N_h & -\delta_v - \mu_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v \end{bmatrix}$$

$$J_E - \lambda I_5 = \begin{bmatrix} -\mu_h - \lambda & S_1 & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \\ 0 & -(S_1 + \delta_h + \mu_h) - \lambda & 0 & 0 & \lambda'_h N_v \\ 0 & \delta_h & -(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_v N_h - \lambda'_v N_h & -\delta_v - \mu_v - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v - \lambda \end{bmatrix}$$

หาค่าเจาะจงได้ดังนี้

$$\det(J_E - \lambda I_5) = [-\mu_h - \lambda][-(S_1 + \delta_h + \mu_h) - \lambda][-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda][-\delta_v - \mu_v - \lambda][-\mu_v - \lambda] \\ = 0$$

แก้สมการหาค่าเจาะจงได้ดังนี้

$$-\mu_h - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -\mu_h \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

$$-(S_1 + \delta_h + \mu_h) - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -(S_1 + \delta_h + \mu_h) \quad \dots \dots \dots (3.11)$$

$$-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -(S_3 + S_2 + \mu_h) \quad \dots \dots \dots (3.12)$$

$$-\delta_v - \mu_v - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -(\delta_v + \mu_v) \quad \dots \dots \dots (3.13)$$

$$-\mu_v - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -\mu_v \quad \dots \dots \dots (3.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (3.10)–(3.14) ค่าเงาะจงมีค่าเป็นลบทั้งหมด ดังนั้นจุดสมดุคเกิดควมเสถียร

2) จุดสมดุคภายใต้สภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง คือ $E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$

สำหรับ $\bar{I}_v^* = -\frac{B}{A} = -\frac{\mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v}{\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v}$ จะได้ว่า

$$\bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}$$

$$\bar{E}_h^* = \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_2 = 1 - S_1 \varepsilon_1$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\mu_h}}{\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}{\mu_h} + \varepsilon_4} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3$$

$$\bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_5 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_h N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}$$

$$J - \lambda I = \begin{bmatrix} -(\lambda' N \bar{I} + \mu) - \lambda & S & S & 0 & -\lambda' N \bar{S} \\ \lambda' N \bar{I} & -(S + \delta + \mu) - \lambda & 0 & 0 & \lambda' N \bar{S} \\ 0 & \delta & -(S + S + \mu) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \bar{I}) \lambda' N & -\lambda' N \bar{E} & -(\lambda' N \bar{I} + \delta + \mu) - \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta & -\mu - \lambda \end{bmatrix}$$

หาค่าเงาะจงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \det(J_E - \lambda I_5) &= [-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) - \lambda][-(S_1 + \delta_h + \mu_h) - \lambda][-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda] \\ &\quad [-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) - \lambda][-\mu_v - \lambda] \\ &= 0 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แก้สมการหาค่าเงาจริงได้ดังนี้

$$-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

แทนค่า $\bar{I}_v^* = -\frac{B}{A}$ ในสมการ (3.15) จะได้

$$\lambda = \frac{\lambda'_h N_v B}{A} - \mu_h \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

$$-(S_1 + \delta_h + \mu_h) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(S_1 + \delta_h + \mu_h) \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

$$-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(S_3 + S_2 + \mu_h) \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

$$-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

แทนค่า $\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_v N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4}$ เมื่อ $\varepsilon_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3$ ในสมการ (3.19) จะได้

$$\lambda = - \left(\left(\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h \lambda'_v N_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_v N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \right) + \delta_v + \mu_v \right) \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\mu_v - \lambda = 0$$

$$\lambda = -\mu_v \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

การทำให้จุดสมดุลเกิดความเสถียร ค่าเงาจงทั้ง 5 ค่า ซึ่งบนต้องมีค่าเป็นลบทั้งหมด จากการพิจารณามีค่าเป็นลบ 4 ค่า คือ สมการ (3.17), (3.18), (3.20) และ (3.21) ส่วนสมการ (3.16) เป็นลบขึ้นอยู่กับเงื่อนไขข้อนี้ คือ

$$\frac{\lambda'_h N_v B}{A} - \mu_h < 1$$

ดังนั้น จุดสมดุลสภาวะระบาคอย่างเร็ววัง คือ ค่าเสถียรเฉพาะสำหรับ $R_0 > 1$ $\left(R_0 = \frac{\mu_h A}{\lambda'_h N_v B} \right)$

4.2 แบบจำลองที่ 2

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{dN_h}{dt} &= \frac{d}{dt} [S_h(t) + I_h(t) + R_h(t)] \\ &= [\tau_h N_h + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)] \\ &\quad + [\lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)] \\ &\quad + [S_2 I_h(t) - \mu_h R_h(t)] \\ &= \tau_h N_h - \mu_h N_h \\ &= (\tau_h - \mu_h) N_h \\ &= 0 \quad \text{เมื่อ } \tau_h = \mu_h \end{aligned}$$

สรุปผล 1) ได้ว่าอัตราการเกิดและอัตราการตายต่อประชากรของคนมีค่าเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
2) \quad \frac{dN_v}{dt} &= \frac{d}{dt} [S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)] \\
&= [K - \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \mu_v S_v(t)] + [\lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t)] \\
&\quad + [\delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)] \\
&= K - \mu_v S_v(t) - \mu_v E_v(t) - \mu_v I_v(t) \\
&= K - \mu_v [S_v(t) + E_v(t) + I_v(t)] \\
&= K - \mu_v N_v \\
&= 0 \quad \text{เมื่อ } N_v = \frac{K}{\mu_v}
\end{aligned}$$

สรุปผล 2) ได้ว่าจำนวนของยุงทั้งหมดมีค่าเท่ากับสัดส่วนของจำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้นกับอัตราการตายของยุง

กำหนดให้

$$\bar{S}_h = \frac{S_h(t)}{N_h}, \quad \bar{I}_h = \frac{I_h(t)}{N_h}, \quad \bar{R}_h = \frac{R_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{S}_v = \frac{S_v(t)}{N_v}, \quad \bar{E}_v = \frac{E_v(t)}{N_v}, \quad \bar{I}_v = \frac{I_v(t)}{N_v}$$

แล้วเราหาสมการได้ดังนี้

หา $\frac{d\bar{S}_h}{dt}$ จะได้

$$\bar{S}_h = \frac{S_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{S}_h N_h = S_h(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{S}_h N_h) = \frac{d}{dt} S_h(t)$$

$$N_h \frac{d}{dt} \bar{S}_h = \tau_h N_h + S_3 I_h(t) - \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - \mu_h S_h(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{S}_h &= \frac{\tau_h N_h + S_3 I_h(t)}{N_h} - \frac{\lambda'_h I_v(t) S_h(t)}{N_h} - \frac{\mu_h S_h(t)}{N_h} \\ &= \tau_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h \end{aligned}$$

หา $\frac{d\bar{I}_h}{dt}$ จะได้

$$\bar{I}_h = \frac{I_h(t)}{N_h}$$

$$\bar{I}_h N_h = I_h(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{I}_h N_h) = \frac{d}{dt} I_h(t)$$

$$N_h \frac{d}{dt} \bar{I}_h = \lambda'_h I_v(t) S_h(t) - S_3 I_h(t) - S_2 I_h(t) - \mu_h I_h(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{I}_h}{dt} &= \frac{\lambda'_h I_v(t) S_h(t)}{N_h} - \frac{S_3 I_h(t)}{N_h} - \frac{S_2 I_h(t)}{N_h} - \frac{\mu_h I_h(t)}{N_h} \\ &= \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h\end{aligned}$$

หา $\frac{d\bar{E}_v}{dt}$ จะได้

$$\begin{aligned}\bar{E}_v &= \frac{E_v(t)}{N_v} \\ \bar{E}_v N_v &= E_v(t) \\ \frac{d}{dt}(\bar{E}_v N_v) &= \frac{d}{dt} E_v(t) \\ N_v \frac{d}{dt} \bar{E}_v &= \lambda'_v I_h(t) S_v(t) - \delta_v E_v(t) - \mu_v E_v(t) \\ \frac{d}{dt} \bar{E}_v &= \frac{\lambda'_v I_h(t) S_v(t)}{N_v} - \frac{\delta_v E_v(t)}{N_v} - \frac{\mu_v E_v(t)}{N_v} \\ &= \lambda'_v N_h \bar{I}_h \bar{S}_v - (\delta_v + \mu_v) \bar{E}_v \\ &= \lambda'_v N_h \bar{I}_h (1 - \bar{E}_v - \bar{I}_v) - (\delta_v + \mu_v) \bar{E}_v \\ &= (1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v\end{aligned}$$

เมื่อ $\bar{S}_v = 1 - \bar{E}_v - \bar{I}_v$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น. ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หา $\frac{d\bar{I}_v}{dt}$ จะได้

$$\bar{I}_v = \frac{I_v(t)}{N_v}$$

$$\bar{I}_v N_v = I_v(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{I}_v N_v) = \frac{d}{dt} I_v(t)$$

$$N_v \frac{d}{dt} \bar{I}_v = \delta_v E_v(t) - \mu_v I_v(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{I}_v &= \frac{\delta_v E_v(t)}{N_v} - \frac{\mu_v I_v(t)}{N_v} \\ &= \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v \end{aligned}$$

เราจะได้เงื่อนไขดังนี้

$$\bar{S}_h + \bar{I}_h + \bar{R}_h = 1 \quad \text{และ} \quad \bar{S}_v + \bar{E}_v + \bar{I}_v = 1$$

ได้ระบบสมการใหม่ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_h = \tau_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_h = \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_v = (1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_v = \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาจุดสมดุล $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ โดยจัดสมการข้างบนเท่ากับศูนย์

$$\tau_h + S_3 \bar{I}_h^* - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \bar{S}_h^* = 0$$

$$-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \bar{S}_h^* = -(\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)$$

$$\bar{S}_h^* = \frac{-(\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h)}$$

$$= \frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \dots\dots\dots (3.1)$$

$$\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \bar{S}_h^* - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h^* = 0$$

$$-(S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h^* = -\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \bar{S}_h^*$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{-\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \bar{S}_h^*}{-(S_3 + S_2 + \mu_h)}$$

$$= \frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \bar{S}_h^*}{S_3 + S_2 + \mu_h} \dots\dots\dots (3.2)$$

$$(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h \bar{I}_h^* - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v^* = 0$$

$$\bar{E}_v^* = \frac{-(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h \bar{I}_h^*}{-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v)}$$

$$= \frac{(1 - \bar{I}_v^*) \lambda'_v N_h \bar{I}_h^*}{\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v} \dots\dots\dots (3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\delta_v \bar{E}_v^* - \mu_v \bar{I}_v^* &= 0 \\ \bar{I}_v^* &= \frac{-\delta_v \bar{E}_v^*}{-\mu_v} \\ &= \frac{\delta_v \bar{E}_v^*}{\mu_v} \quad \dots\dots\dots (3.4)\end{aligned}$$

นำสมการ (3.1) แทนในสมการ (3.2) จะได้

$$\begin{aligned}\bar{I}_h^* &= \frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \left(\frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right)}{S_3 + S_2 + \mu_h} \\ &= \left(\frac{1}{S_3 + S_2 + \mu_h} \right) \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* \left(\frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right) \\ &= \left(\frac{1}{S_3 + S_2 + \mu_h} \right) \left[\frac{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h} \right] \\ &= \varepsilon_1 \left(\frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{1 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \right) \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_1 = \frac{1}{S_3 + S_2 + \mu_h} \\ &= \frac{\varepsilon_1 \tau_h + \varepsilon_1 S_3 \bar{I}_h^*}{1 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \\ \frac{\varepsilon_1 \tau_h + \varepsilon_1 S_3 \bar{I}_h^*}{\bar{I}_h^*} &= 1 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\varepsilon_1 \tau_h}{\bar{I}_h^*} + \varepsilon_1 S_3 = 1 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \tau_h}{1 - \varepsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

นำสมการ (3.5) แทนในสมการ (3.3) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{E}_v^* &= \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \frac{(\delta_v + \mu_v) \left(1 - \varepsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right)}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h}} \\ &= \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \left(\frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h} \right) \left((1 - \varepsilon_1 S_3) + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right)} \\ &= \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \left(\frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h} \right) (1 - \varepsilon_1 S_3) + \left(\frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h} \right) \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \\ \bar{E}_v^* &= \frac{1 - \bar{I}_v^*}{\varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \quad \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

เมื่อ $\varepsilon_2 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h}$ และ $\varepsilon_3 = 1 + \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1 S_3)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ (3.6) แทนในสมการ (3.4) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{I}_v^* &= \frac{\delta_v}{\mu_v} \left(\frac{1 - \bar{I}_v^*}{\varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \right) \\ \bar{I}_v^* &= \frac{\delta_v - \delta_v \bar{I}_v^*}{\mu_v \varepsilon_3 + \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \\ \bar{I}_v^* \left(\mu_v \varepsilon_3 + \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} \right) &= \delta_v - \delta_v \bar{I}_v^* \\ \mu_v \varepsilon_3 \bar{I}_v^* + \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v} &= \delta_v - \delta_v \bar{I}_v^* \\ \mu_v \varepsilon_3 \bar{I}_v^* + \delta_v \bar{I}_v^* &= \delta_v - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v} \\ (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v) \bar{I}_v^* &= \delta_v - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v} \\ \bar{I}_v^* &= \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} \\ &= A \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

เมื่อ $A = \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)}$

สำหรับ $\bar{I}_v^* = 0$ จะได้ว่า $\bar{S}_h^* = 1$, $\bar{I}_h^* = 0$, $\bar{E}_v^* = 0$ และ $\bar{I}_v^* = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้

$$U(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \tau_h + S_3 \bar{I}_h - (\lambda'_h N_v \bar{I}_v + \mu_h) \bar{S}_h$$

$$V(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \lambda'_h N_v \bar{I}_v \bar{S}_h - (S_3 + S_2 + \mu_h) \bar{I}_h$$

$$W(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = (1 - \bar{I}_v) \lambda'_v N_h \bar{I}_h - (\lambda'_v N_h \bar{I}_h + \delta_v + \mu_v) \bar{E}_v$$

$$X(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v) = \delta_v \bar{E}_v - \mu_v \bar{I}_v$$

จาโคเบียนเมทริกซ์ของแต่ละจุดสมดุล คือ

$$J = \begin{bmatrix} U_{\bar{S}} & U_{\bar{I}} & U_{\bar{E}} & U_{\bar{I}} \\ V_{\bar{S}} & V_{\bar{I}} & V_{\bar{E}} & V_{\bar{I}} \\ W_{\bar{S}} & W_{\bar{I}} & W_{\bar{E}} & W_{\bar{I}} \\ X_{\bar{S}} & X_{\bar{I}} & X_{\bar{E}} & X_{\bar{I}} \end{bmatrix}_{(\bar{S}, \bar{I}, \bar{E}, \bar{I})}$$

โดยสมาชิกของจาโคเบียนเมทริกซ์ คือ

$$U_{\bar{S}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h)$$

$$U_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = S_3$$

$$U_{\bar{E}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$U_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\lambda'_h N_v \bar{S}_h^*$$

$$V_{\bar{S}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \lambda'_h N_v \bar{I}_v^*$$

$$V_{\bar{I}}(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(S_3 + S_2 + \mu_h)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_E (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$V_I (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \lambda'_h N_v \bar{S}_h^*$$

$$W_S (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$W_I (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \lambda'_v N_h (1 - \bar{I}_v^*) - \lambda'_v N_h \bar{E}_v^*$$

$$W_E (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v)$$

$$W_I (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\lambda'_v N_h \bar{I}_h^*$$

$$X_S (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$X_I (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = 0$$

$$X_E (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = \delta_v$$

$$X_I (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) = -\mu_v$$

ซึ่งเราสามารถเขียนเป็น

$$J = \begin{bmatrix} -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \bar{S}_h^* \\ \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* & -(S_3 + S_2 + \mu_h) & 0 & \lambda'_h N_v \bar{S}_h^* \\ 0 & \lambda'_v N_h (1 - \bar{I}_v^*) - \lambda'_v N_h \bar{E}_v^* & -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) & -\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* \\ 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าเฉพาะจะสามารถหาได้โดยการหาผลเฉลยจากสมการเฉพาะดังนี้

$$\det(J - \lambda I_4) = 0$$

เมื่อ I_4 เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 4×4

$$I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น

1) จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0)$

จาโคเบียนเมทริกซ์ J ของระบบนี้หาได้จากจุดสมดุลเหล่านี้ คือ

$$J_E = \begin{bmatrix} -\mu_h & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \\ 0 & -(S_3 + S_2 + \mu_h) & 0 & \lambda'_h N_v \\ 0 & \lambda'_v N_h & -(\delta_v + \mu_v) & 0 \\ 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v \end{bmatrix}$$

$$J_E - \lambda I_4 = \begin{bmatrix} -\mu_h - \lambda & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \\ 0 & -(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda & 0 & \lambda'_h N_v \\ 0 & \lambda'_v N_h & -(\delta_v + \mu_v) - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v - \lambda \end{bmatrix}$$

หาค่าเฉพาะจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \det(J_E - \lambda I_4) &= [-\mu_h - \lambda][-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda][-(\delta_v + \mu_v) - \lambda][-\mu_v - \lambda] \\ &= 0 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แก้สมการหาค่าเจาะจงได้ดังนี้

$$-\mu_h - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -\mu_h \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -(S_3 + S_2 + \mu_h) \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

$$-(\delta_v + \mu_v) - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -(\delta_v + \mu_v) \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

$$-\mu_v - \lambda = 0 \quad \text{จะได้ว่า} \quad \lambda = -\mu_v \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

จากสมการ (3.8)–(3.11) ค่าเจาะจงมีค่าเป็นลบทั้งหมด ดังนั้นจุดสมดุลเกิดความเสถียร

2) จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง คือ $E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$

สำหรับ $\bar{I}_v^* = A = \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)}$ จะได้ว่า

$$\bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \tau_h}{1 - \varepsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}}$$

$$\bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{\varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_2 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_h N_h \varepsilon_1 \tau_h} \quad \text{และ } \varepsilon_3 = 1 + \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1 S_3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$J_E - \lambda I_4 = \begin{bmatrix} -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) - \lambda & S_3 & 0 & -\lambda'_h N_v \bar{S}_h^* \\ \lambda'_h N_v \bar{I}_v^* & -(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda & 0 & \lambda'_h N_v \bar{S}_h^* \\ 0 & \lambda'_v N_h (1 - \bar{I}_v^*) - \lambda'_v N_h \bar{E}_v^* & -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) - \lambda & -\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* \\ 0 & 0 & \delta_v & -\mu_v - \lambda \end{bmatrix}$$

หาค่าเฉพาะจะได้ดังนี้

$$\det(J_E - \lambda I_4) = [-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) - \lambda][-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda][-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) - \lambda][-\mu_v - \lambda]$$

$$= 0$$

แก้สมการหาค่าเฉพาะได้ดังนี้

$$-(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h) \dots \dots \dots (3.12)$$

แทนค่า $\bar{I}_v^* = A$ ในสมการ (3.12) จะได้

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda'_h N_v \left(\frac{\delta_v}{(\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v)} - \frac{\varepsilon_2 \mu_v \mu_h}{\lambda'_h N_v (\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v)} \right) - \mu_h \\ &= \frac{\lambda'_h \delta_v N_v}{(\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v)} - \frac{\varepsilon_2 \mu_v \mu_h}{(\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v)} - \mu_h \\ &= \frac{\lambda'_h \delta_v N_v}{\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v} - \left(\frac{\varepsilon_2 \mu_v}{\varepsilon_3 \mu_v + \delta_v} + 1 \right) \mu_h \dots \dots \dots (3.13) \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-(S_3 + S_2 + \mu_h) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(S_3 + S_2 + \mu_h) \dots\dots\dots (3.14)$$

$$-(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) - \lambda = 0$$

$$\lambda = -(\lambda'_v N_h \bar{I}_h^* + \delta_v + \mu_v) \dots\dots\dots (3.15)$$

แทนค่า $\bar{I}_h^* = \frac{\epsilon_1 \tau_h}{1 - \epsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}}$ ในสมการ (3.15) จะได้

$$\begin{aligned} \lambda &= - \left(\lambda'_v N_h \left(\frac{\epsilon_1 \tau_h}{1 - \epsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \right) + \delta_v + \mu_v \right) \\ &= - \left(\left(\frac{\lambda'_v \epsilon_1 \tau_h N_h}{1 - \epsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \right) + \delta_v + \mu_v \right) \dots\dots\dots (3.16) \end{aligned}$$

$$-\mu_v - \lambda = 0$$

$$\lambda = -\mu_v \dots\dots\dots (3.17)$$

การทำให้จุดสมดุลเกิดความเสถียร ค่าเงาะงทั้ง 5 ค่า ข้างบนต้องมีค่าเป็นลบทั้งหมด จากการพิจารณามีค่าเป็นลบ 3 ค่า คือ สมการ (3.14), (3.16) และ (3.17) ส่วนสมการ (3.13) เป็นลบขึ้นอยู่กับเงื่อนไขดังนี้ คือ

$$\lambda'_h N_v A - \mu_h < 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จุดสมดุลสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง คือ ค่าเสถียรเฉพาะสำหรับ $R_0 > 1$

$$\left(R_0 = \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v A} \right)$$

4.3 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

หัวข้อนี้เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลข โดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจเก็บข้อมูลเชิงสถิติในชีวิตจริงเกี่ยวกับการระบาดของโรคมาลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมของการติดเชื้ของคนและยุง ซึ่งมีค่าต่างดังต่อไปนี้

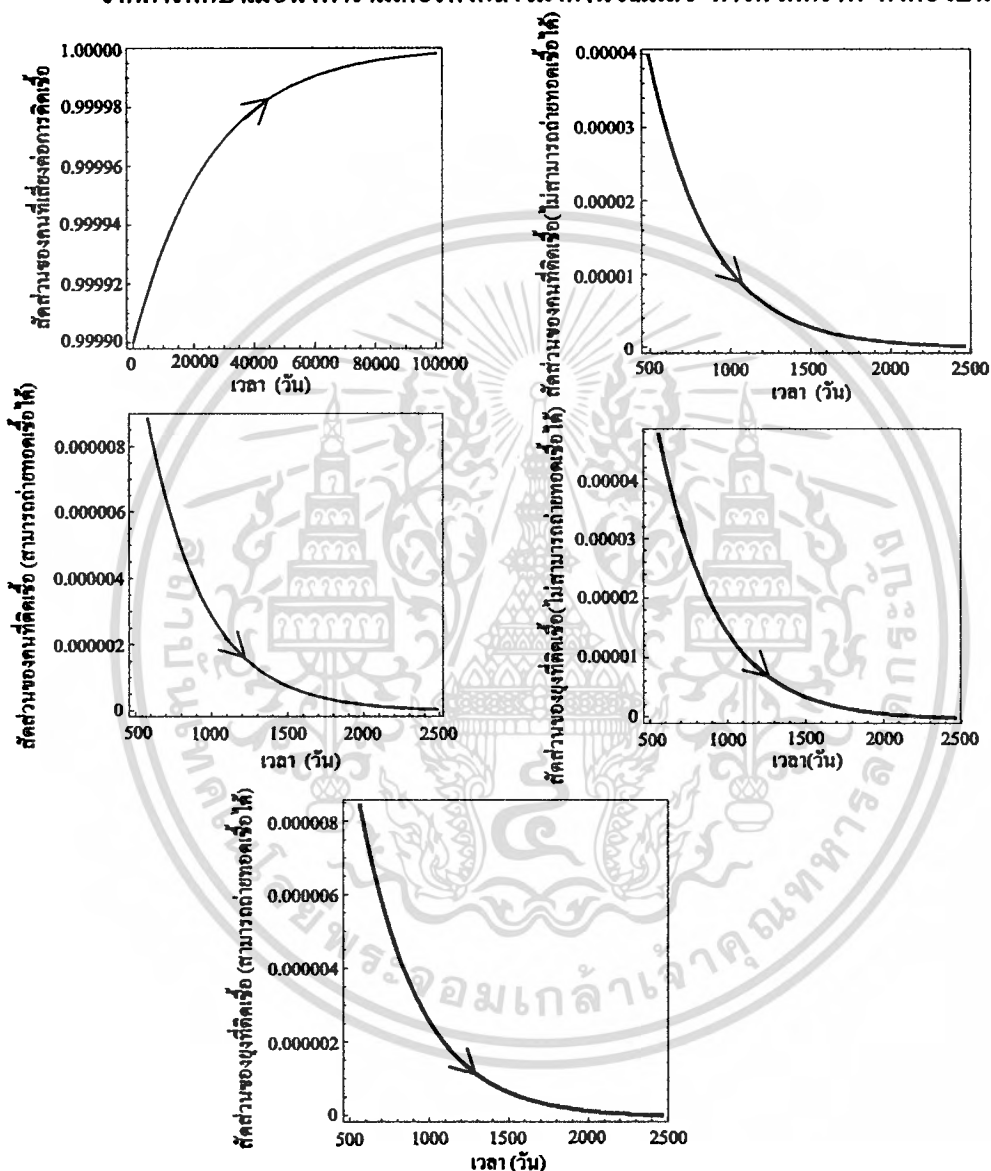
ตารางที่ 4.3.1 ค่าพารามิเตอร์และสัดส่วนข้อมูลของคนและยุง แบบจำลองที่ 1 [7, 9, 13, 27]

ข้อความ	สัญลักษณ์	พารามิเตอร์	หน่วย
อัตราการเกิดของคน	τ_h	$\frac{1}{(365 \times 70)}$	ต่อวัน
อัตราการตายของคน	μ_h	$\frac{1}{(365 \times 70)}$	ต่อวัน
โดยที่อายุของคนเฉลี่ย 70 ปี			
อัตราการตายของยุง	μ_v	$\frac{1}{25}$	ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากยุงไปยังคน	λ'_h	0.00001	ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง	λ'_v	0.00001	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้ได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังเสี่ยงต่อการติดเชื้	S_1	$\frac{1}{14}$	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้ (สามารถถ่ายทอดเชื้ได้) เปลี่ยนไปเป็นผู้ฟื้นไข้	S_2	$\frac{1}{20}$	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้ (สามารถถ่ายทอดเชื้ได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังเสี่ยงต่อการติดเชื้	S_3	$\frac{1}{14}$	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้ได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ยังเสี่ยงต่อการติดเชื้ (สามารถถ่ายทอดเชื้ได้)	δ_h	$\frac{1}{7}$	ต่อวัน
อัตราของยุงที่ติดเชื้ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้ได้) เปลี่ยนไปเป็นยุงที่ยังเสี่ยงต่อการติดเชื้ (สามารถถ่ายทอดเชื้ได้)	δ_v	$\frac{1}{14}$	ต่อวัน
จำนวนของคนทั้งหมด	N_h	10000	คน
จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	K	400	ตัว
สภาวะไร้โรค ($R_0 < 1$)			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	K	60000	ตัว
สภาวะโรคระบาดอย่างรวดเร็ว ($R_0 > 1$)			

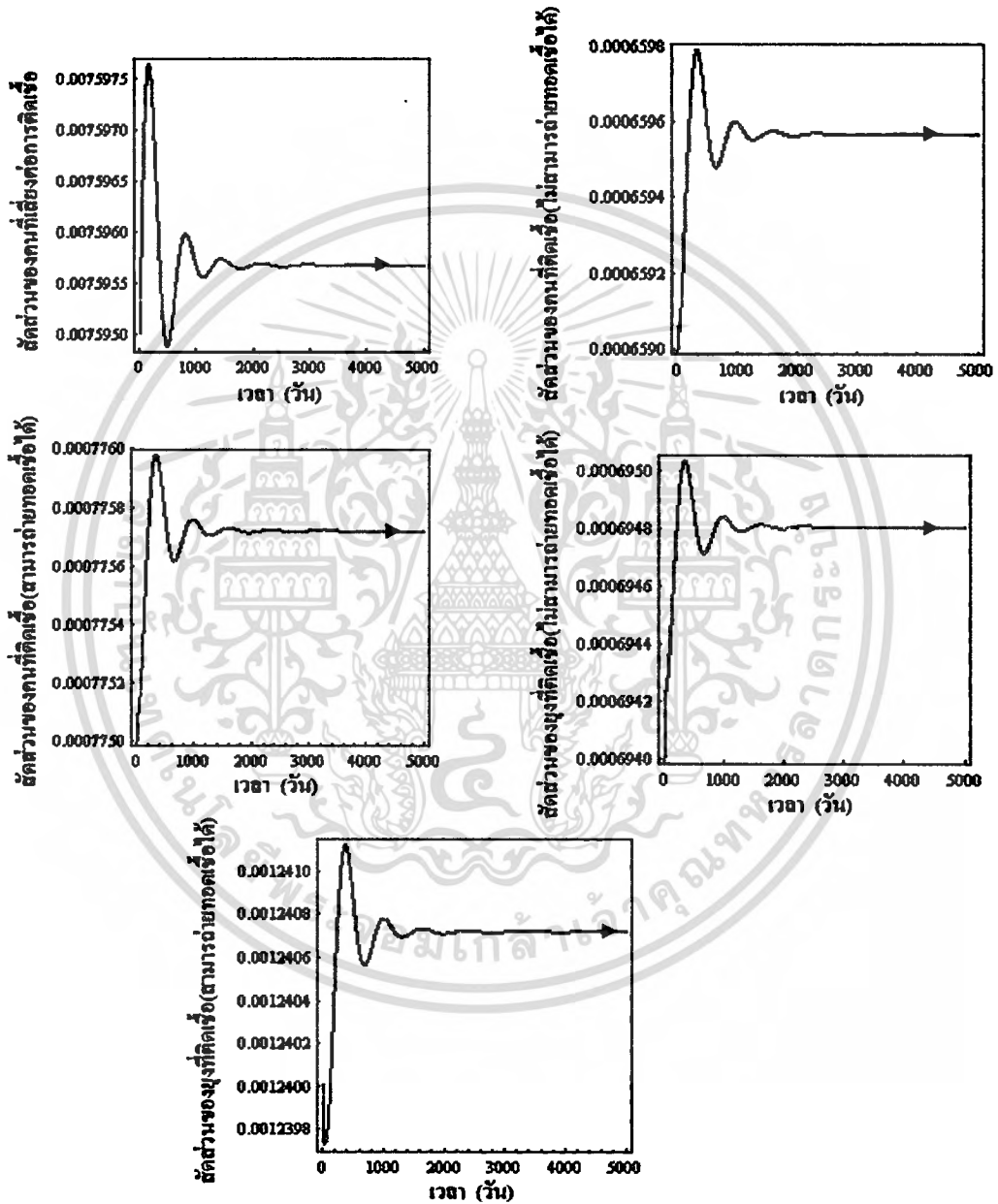
จากการศึกษาเมื่อนำพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.3.1 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยังติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะไร้โรค เมื่อ λ_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3.1 ได้อธิบาย \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* ตามลำดับ สำหรับ $R_0 < 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.00001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 400$, $R_0 = 0.438077$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$



รูปที่ 4.3.2 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยังคิดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ฝูงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ฝูงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมดามเรียวชนิดพลาสมาเดียมพีลิจิทารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 1

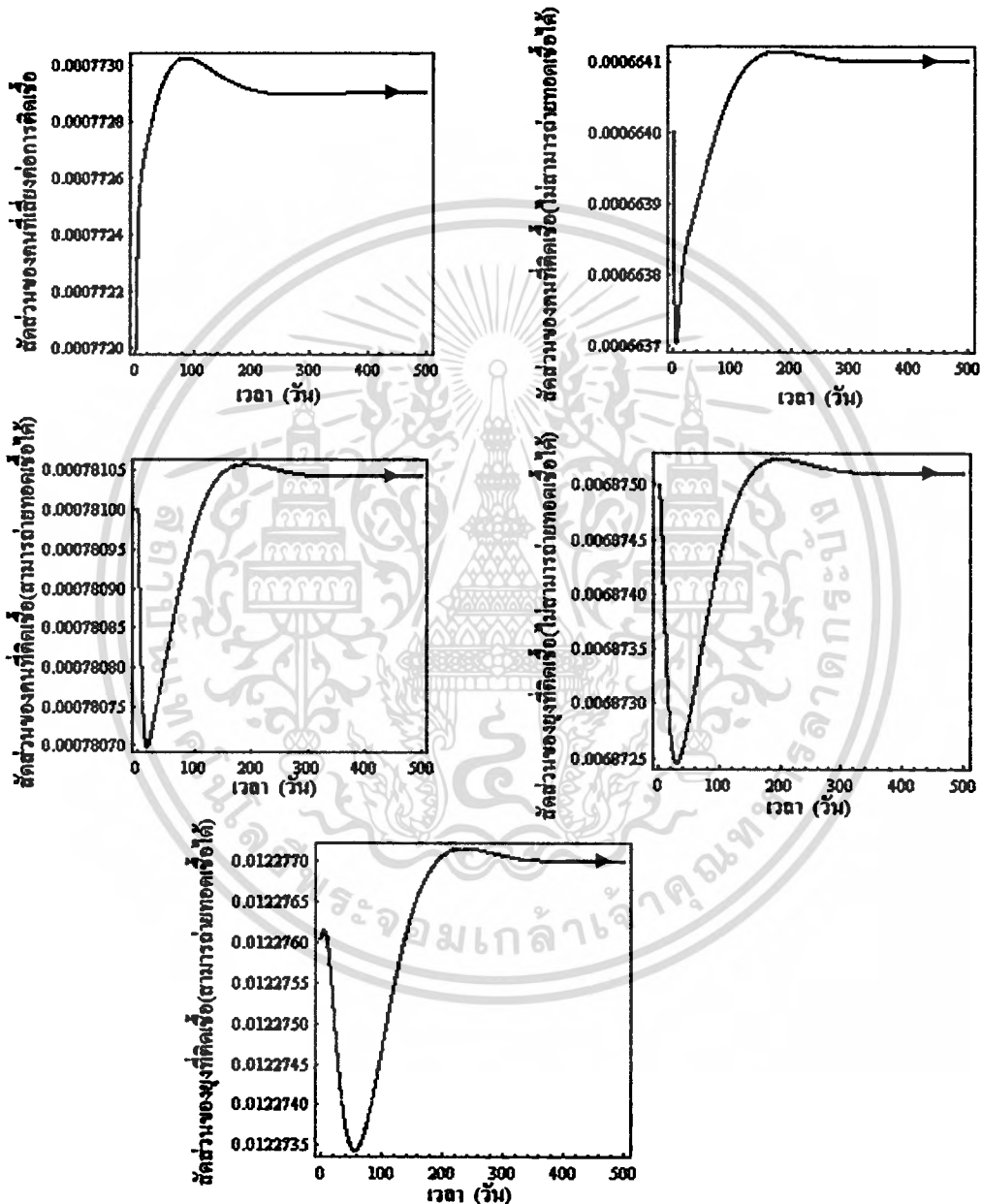
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3.2 ได้อธิบาย \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$

โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.00001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$,

$\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 475.505$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลใน

สภาวะไร้โรค $E_2 = (0.00759, 0.000659, 0.000775, 0.000694, 0.001240)$



รูปที่ 4.3.3 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยังคิดเชื้อ คนที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่คิดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสมาเดียมพ็อดิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.0001 ของแบบจำลองที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3.3 ได้อธิบาย \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$

โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h' = 0.00001$, $\lambda_v' = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$,

$\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 4705.16$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลใน

สภาวะไร้โรค $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$

จากรูปที่ 4.3.1 สรุปผลได้ว่า ในสภาวะไร้โรคสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อจะเข้าสู่ค่า 1 เมื่อเทียบกับเวลา 100,000 วัน นั่นแสดงว่า คนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อแต่ยังไม่มีการติดเชื้อโรค ต้องใช้ระยะเวลาส่วนผู้ที่ติดเชื้อจะเข้าสู่ค่า 0 เมื่อเทียบกับเวลา 2,500 วัน นั่นแสดงว่า ผู้ไม่มีการติดเชื้อโรค มีระยะเวลาที่น้อยกว่าผู้ที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ โดยที่ จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) คือ 0.438077

จากรูปที่ 4.3.2 – 4.3.3 ได้มีการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขูง (λ_h') ดังนี้ รูปที่ 4.3.2 อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขูง (λ_h') คือ 0.00001 รูปที่ 4.3.3 อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขูง (λ_h') คือ 0.0001 ซึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ โดยที่ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ มีค่าคงเดิม ผลปรากฏว่า รูปที่ 4.3.2 ได้ผลเฉลย (\bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* , \bar{I}_v^*) ซึ่งจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.00759, 0.000659, 0.000775, 0.000694, 0.001240)$ รูปที่ 4.3.3 ได้ผลเฉลย (\bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* , \bar{I}_v^*) ซึ่งจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$ จะเห็นว่า \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* และ \bar{I}_h^* มีค่าเพิ่มขึ้น \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* มีค่าลดลง ส่วนค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ของรูปที่ 4.3.2 คือ 475.505 ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ของรูปที่ 4.3.3 คือ 4705.16 จะเห็นว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ จากข้อมูลดังกล่าวทำให้ทราบว่า เมื่อเพิ่มค่าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขูง (λ_h') ส่งผลให้เวลาที่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น โดยพิจารณาจากรูปที่ 4.3.2 และ 4.3.3 ดังนี้

ตารางที่ 4.3.2 ระยะเวลา ณ จุดสมดุล \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* แบบจำลองที่ 1

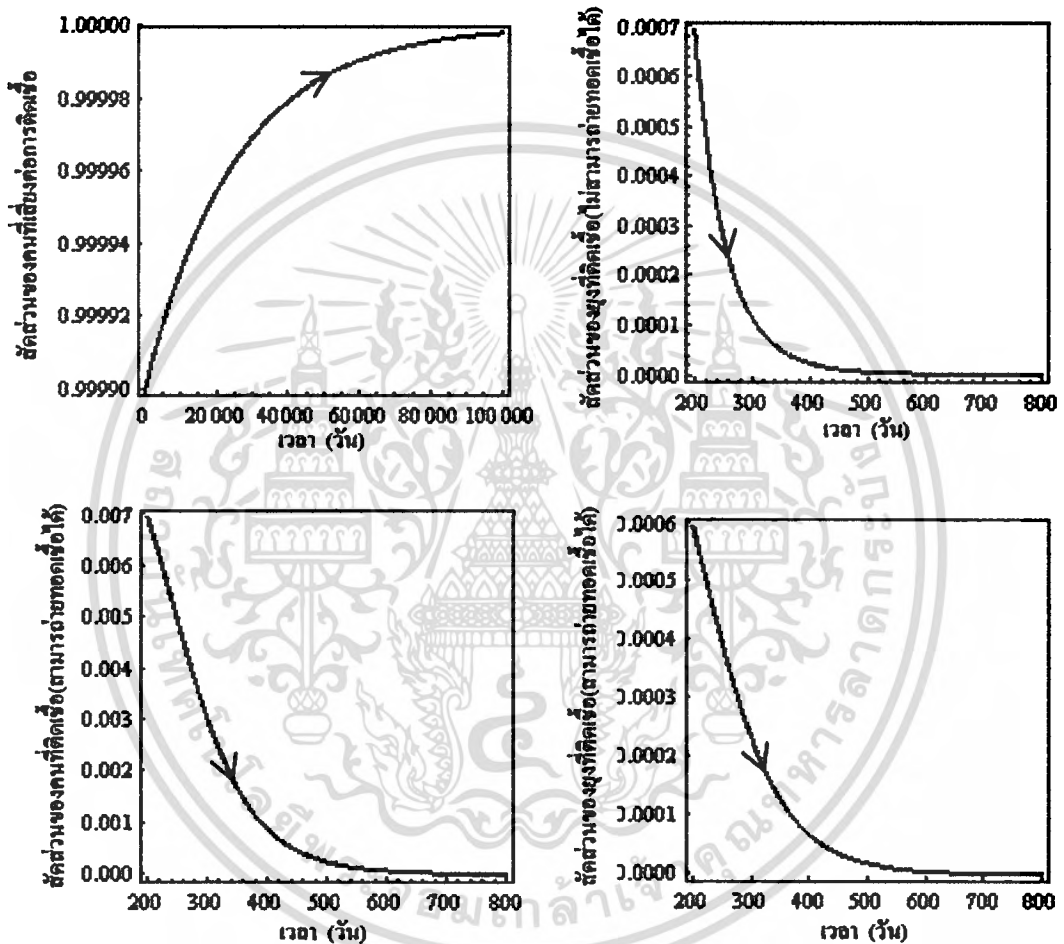
จุดสมดุล	รูปที่ 4.3.2	รูปที่ 4.3.3
	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)
\bar{S}_h^*	5000	500
\bar{E}_h^*	5000	500
\bar{I}_h^*	5000	500
\bar{E}_v^*	5000	500
\bar{I}_v^*	5000	500

ตารางที่ 4.3.3 ค่าพารามิเตอร์และสัดส่วนข้อมูลของคนและยุง แบบจำลองที่ 2 [7, 9, 13, 27]

ข้อความ	สัญลักษณ์	พารามิเตอร์	หน่วย
อัตราการเกิดของคน	τ_h	$\frac{1}{(365 \times 70)}$	ต่อวัน
อัตราการตายของคน	μ_h	$\frac{1}{(365 \times 70)}$	ต่อวัน
โดยที่อายุของคนเฉลี่ย 70 ปี			
อัตราการตายของยุง	μ_v	$\frac{1}{25}$	ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากยุงไปยังคน	λ'_h	0.00001	ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง	λ'_v	0.00001	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่ผู้ฟื้นฟู	S_2	$\frac{1}{20}$	ต่อวัน
อัตราของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	S_3	$\frac{1}{14}$	ต่อวัน
อัตราของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เปลี่ยนไปเป็นยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)	δ_v	$\frac{1}{14}$	ต่อวัน
จำนวนของคนทั้งหมด	N_h	10000	คน
จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	K	400	ตัว
สภาวะไร้โรค ($R_0 < 1$)			
จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	K	60000	ตัว
สภาวะโรคระบาดอย่างเรื้อรัง ($R_0 > 1$)			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการศึกษาเมื่อนำพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้



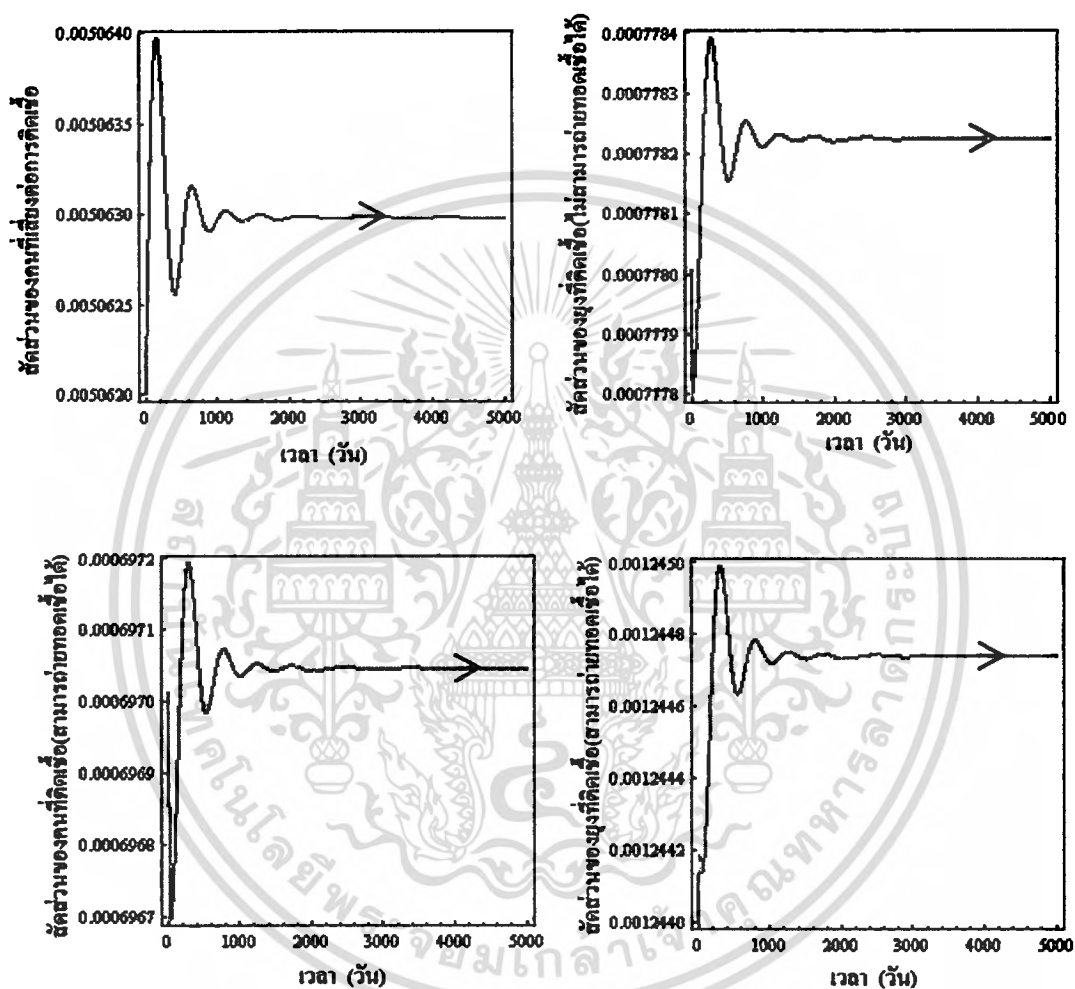
รูปที่ 4.3.4 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยังติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟีลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะไร้โรค เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.4 ได้อธิบาย \bar{S}_h^* , \bar{E}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* ตามลำดับ สำหรับ $R_0 < 1$

โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.00001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 400$, $R_0 = 0.0344458$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลใน
สภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0)$



รูปที่ 4.3.5 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ยี่งติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และ ยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.00001 ของแบบจำลองที่ 2

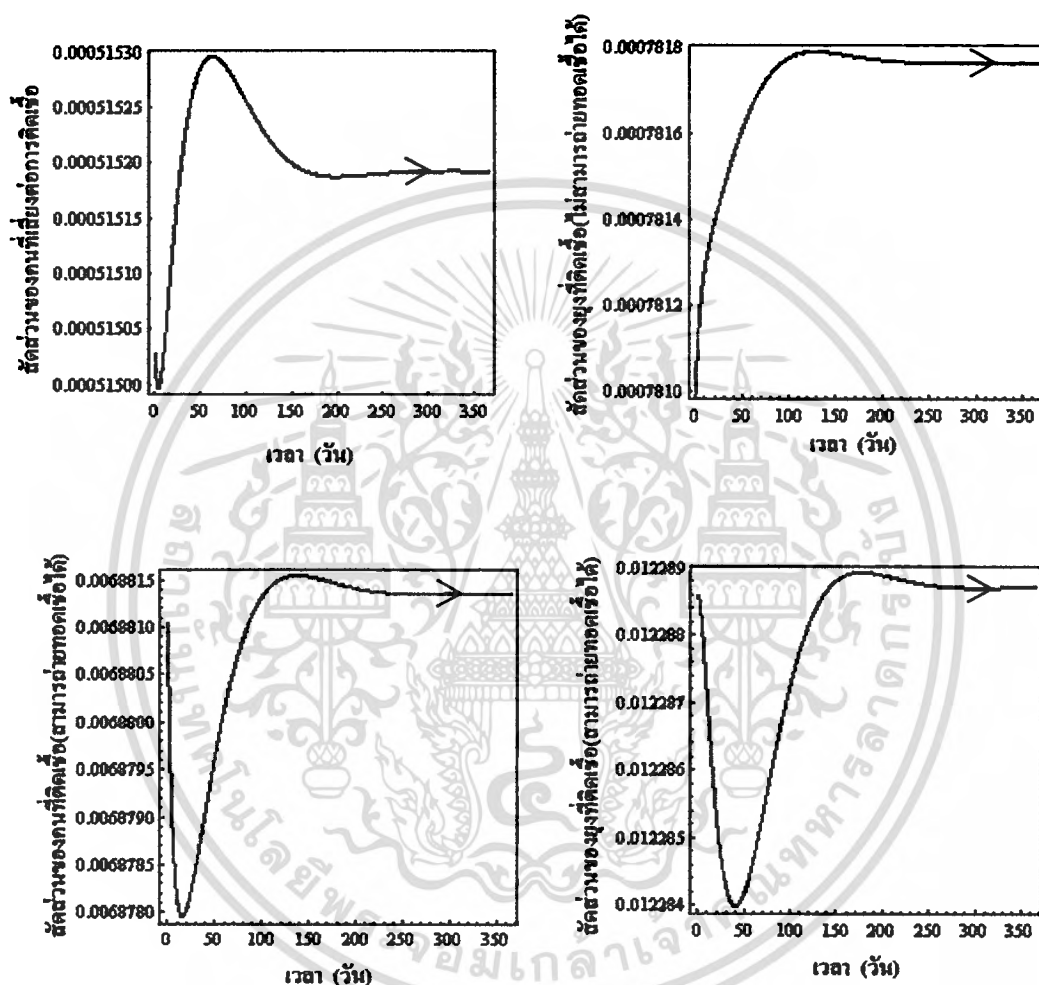
จากรูปที่ 4.3.5 ได้อธิบาย \bar{S}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่

$$\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}, \mu_v = \frac{1}{25}, \lambda'_h = 0.00001, \lambda'_v = 0.00001, S_1 = \frac{1}{14}, S_2 = \frac{1}{20}, S_3 = \frac{1}{14}, \delta_h = \frac{1}{7},$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 477.033$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค

$E_2 = (0.005062, 0.000778, 0.000697, 0.001244)$



รูปที่ 4.3.6 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เสี่ยงติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) และ บุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสมาเดียมพัลซิพารัม เทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะเรื้อรัง เมื่อ λ'_v เท่ากับ 0.0001 ของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.6 ได้อธิบาย \bar{S}_v^* , \bar{I}_v^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^{**} ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่

$$\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}, \mu_v = \frac{1}{25}, \lambda'_h = 0.00001, \lambda'_v = 0.0001, S_1 = \frac{1}{14}, S_2 = \frac{1}{20}, S_3 = \frac{1}{14}, \delta_h = \frac{1}{7},$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 4709.42$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค

$$E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$$

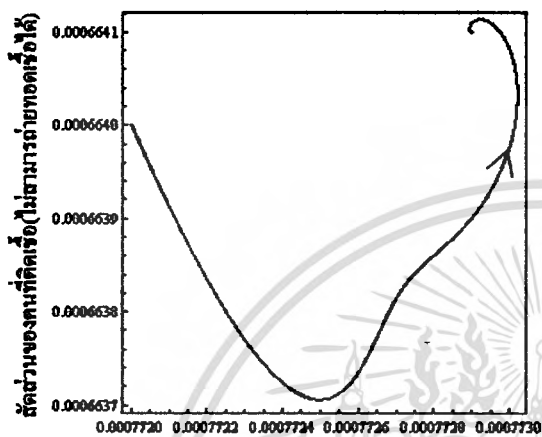
จากรูปที่ 4.3.4 สรุปผลได้ว่า ในสภาวะไร้โรคสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อจะเข้าสู่ค่า 1 เมื่อเทียบกับเวลา 100,000 วัน นั้นแสดงว่า คนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อแต่ยังไม่มีการติดเชื้อโรค ต้องใช้ระยะเวลาส่วนผู้ที่ติดเชื้อจะเข้าสู่ค่า 0 เมื่อเทียบกับเวลา 800 วัน นั้นแสดงว่า ผู้ไม่มีการติดเชื้อโรค มีระยะเวลาที่น้อยกว่าผู้ที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ โดยที่ จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0)$ และค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) คือ 0.0344458

จากรูปที่ 4.3.5–4.3.6 ได้มีการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขง (λ'_h) ดังนี้ รูปที่ 4.3.5 อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขง (λ'_h) คือ 0.00001 รูปที่ 4.3.6 อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขง (λ'_h) คือ 0.0001 ซึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ โดยที่ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ มีค่าคงเดิม ผลปรากฏว่า รูปที่ 4.3.5 ได้ผลเฉลย (\bar{S}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* , \bar{I}_v^*) ซึ่งจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.005062, 0.000778, 0.000697, 0.001244)$ รูปที่ 4.3.6 ได้ผลเฉลย (\bar{S}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* , \bar{I}_v^*) ซึ่งจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$ จะเห็นว่า \bar{I}_h^* และ \bar{I}_v^* มีค่าเพิ่มขึ้น \bar{S}_h^* และ \bar{E}_v^* มีค่าลดลง ส่วนค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ของรูปที่ 4.3.5 คือ 477.033 ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ของรูปที่ 4.3.6 คือ 4709.42 จะเห็นว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ จากข้อมูลดังกล่าวทำให้ทราบว่า เมื่อเพิ่มค่าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังขง (λ'_h) ส่งผลให้เวลาที่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น โดยพิจารณาจากรูปที่ 4.3.5 และ 4.3.6 ดังนี้

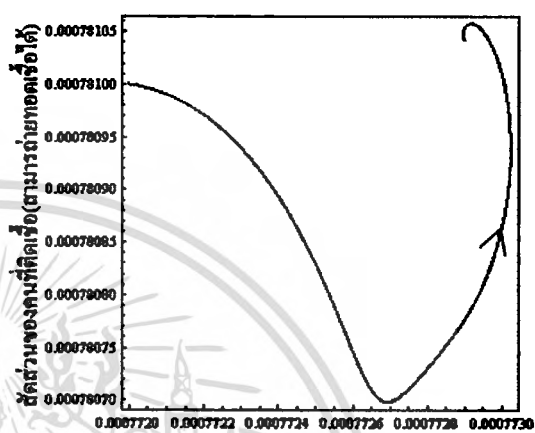
ตารางที่ 4.3.4 ระยะเวลา ณ จุดสมดุล \bar{S}_h^* , \bar{I}_h^* , \bar{E}_v^* และ \bar{I}_v^* แบบจำลองที่ 2

จุดสมดุล	รูปที่ 4.3.5	รูปที่ 4.3.6
	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)
\bar{S}_h^*	5000	350
\bar{I}_h^*	5000	350
\bar{E}_v^*	5000	350
\bar{I}_v^*	5000	350

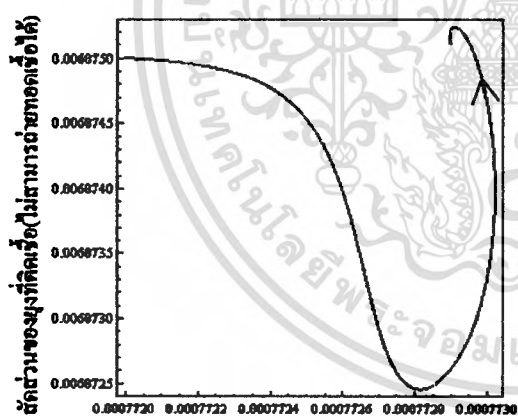
กราฟระหว่างสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในแบบจำลองที่ 1



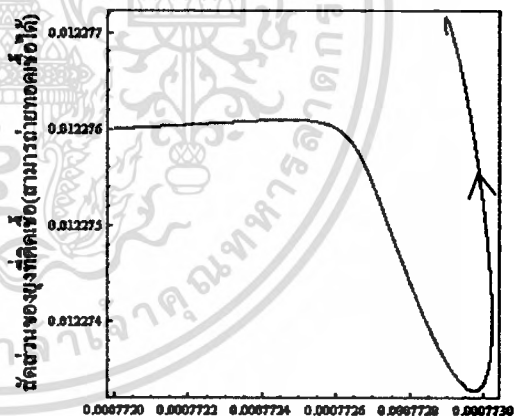
สัดส่วนของคนที่ยังต้องการคิดซื้อ



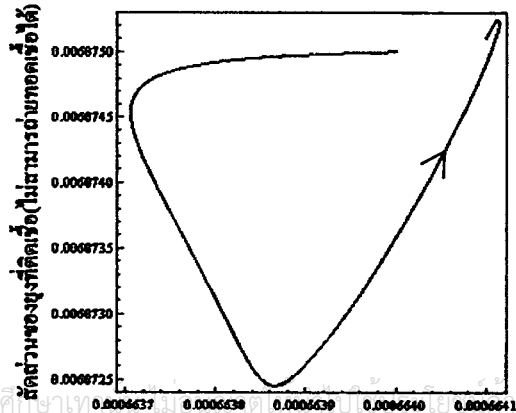
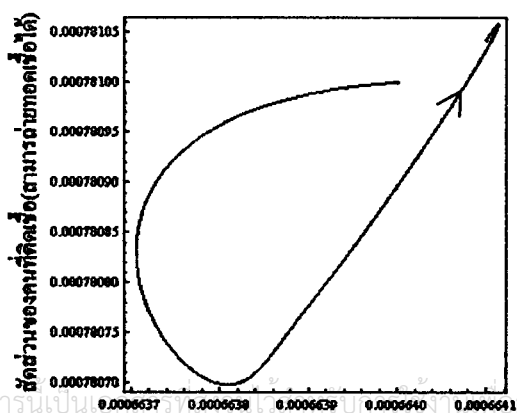
สัดส่วนของคนที่สามารถซื้อ



สัดส่วนของคนที่ยังต้องการคิดซื้อ



สัดส่วนของคนที่สามารถซื้อ

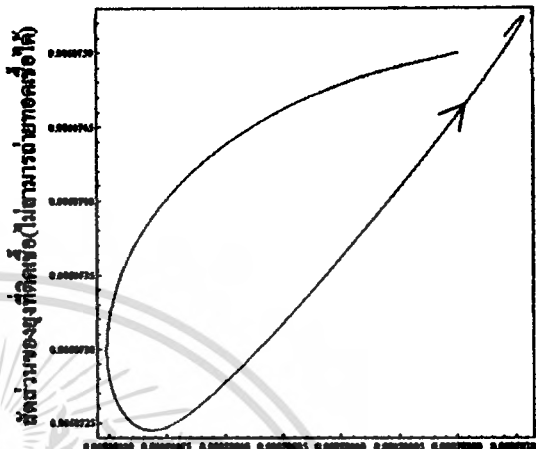
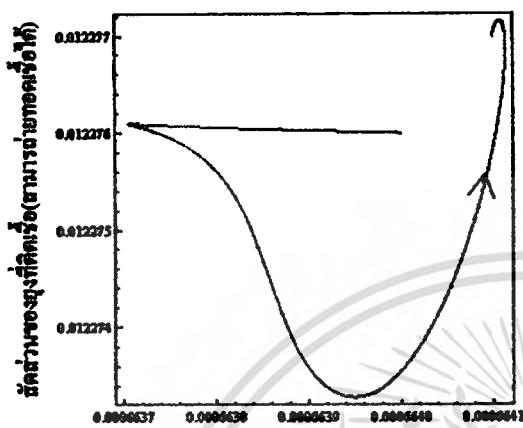


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ในการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

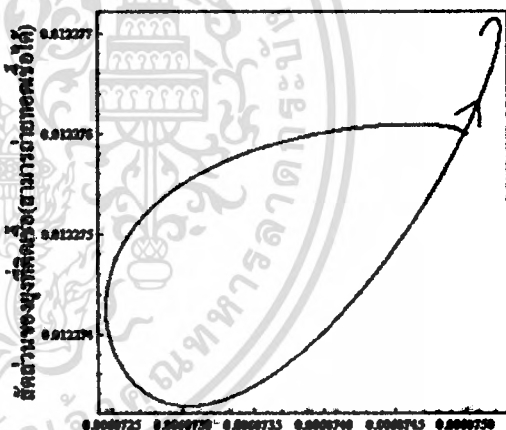
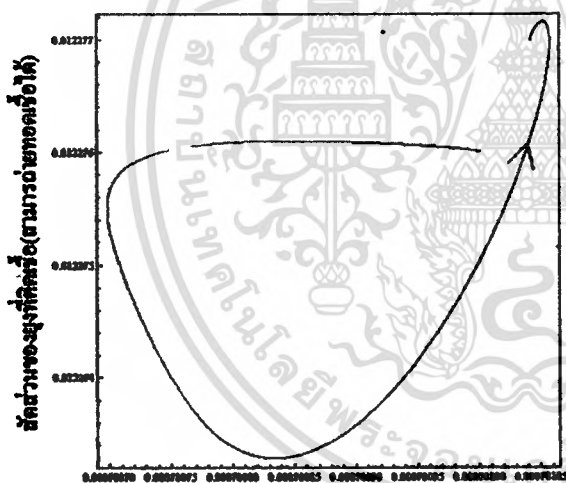
สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)

สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)



สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)

สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)



สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)

สัดส่วนของคนที่ยึดถือ(ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้)

รูปที่ 4.3.7 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ของโรคนาณเรีย ชนิดทาสโมเคียม พัดฉีพาร์ม ในสภาวะระบาคอย่างเร็ววังของแบบจำลองที่ 1

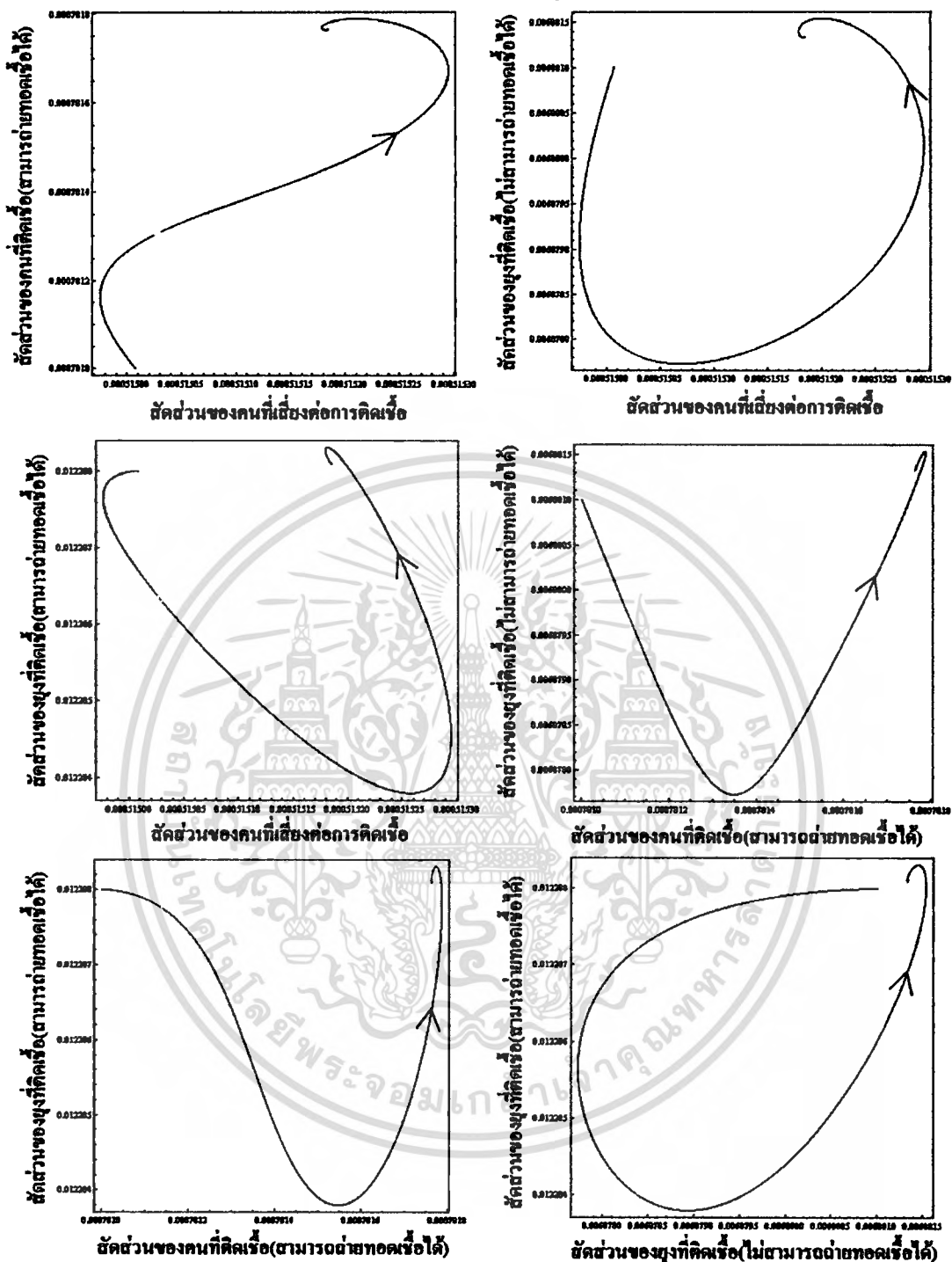
จากรูปที่ 4.3.7 ได้อธิบาย (\bar{S}_h, \bar{E}_h) , (\bar{S}_h, \bar{I}_h) , (\bar{S}_v, \bar{E}_v) , (\bar{S}_v, \bar{I}_v) , (\bar{E}_h, \bar{I}_h) , (\bar{E}_h, \bar{E}_v) , (\bar{E}_h, \bar{I}_v) , (\bar{I}_h, \bar{E}_v) , (\bar{I}_h, \bar{I}_v) และ (\bar{E}_v, \bar{I}_v) ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$,

$\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 4705.16$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลใน

สภาวะไร้โรค $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$ นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่าการมีโตงทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟระหว่างสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในแบบจำลองที่ 2



รูปที่ 4.3.8 กราฟแสดงสัดส่วนที่เทียบกับสัดส่วนต่างๆ ของโรคมมาลาเรียชนิดพลาสมาเดียม

พืดชิพารัม ในสภาวะระบาคอย่างเร็ววังของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.8 ได้อธิบาย (\bar{S}_h, \bar{I}_h^*) , (\bar{S}_h, \bar{E}_v^*) , (\bar{S}_h, \bar{I}_v^*) , (\bar{I}_h, \bar{E}_v^*) , (\bar{I}_h, \bar{I}_v^*) และ (\bar{E}_v, \bar{I}_v^*) ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h^* = 0.00001$,

$$\lambda_v^* = 0.0001, S_1 = \frac{1}{14}, S_2 = \frac{1}{20}, S_3 = \frac{1}{14}, \delta_h = \frac{1}{7}, \delta_v = \frac{1}{14}, N_h = 10000, K = 60000,$$

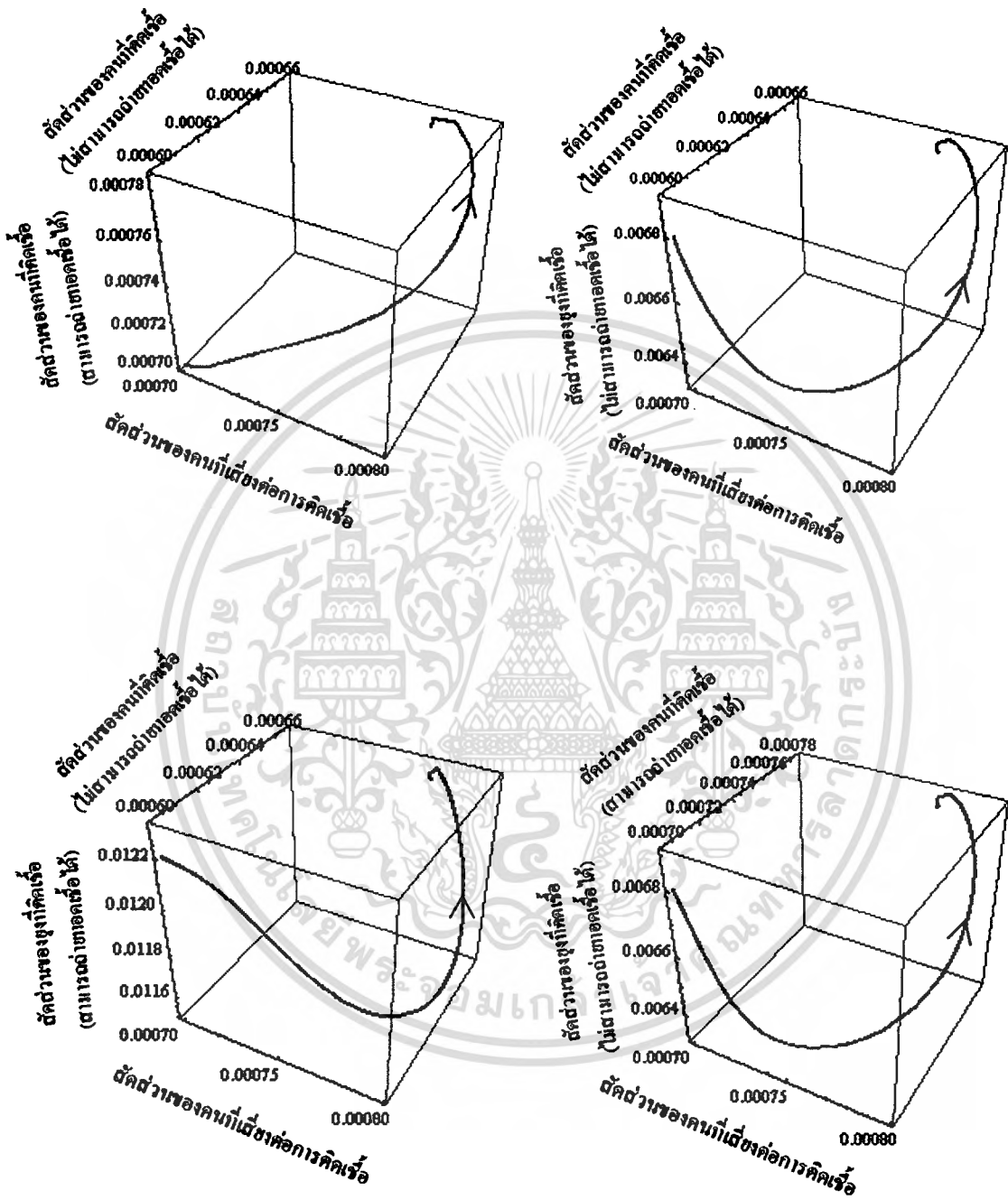
$R_0 = 4709.42$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_2 = (0.000515, 0.000781,$

0.006881, 0.012288)

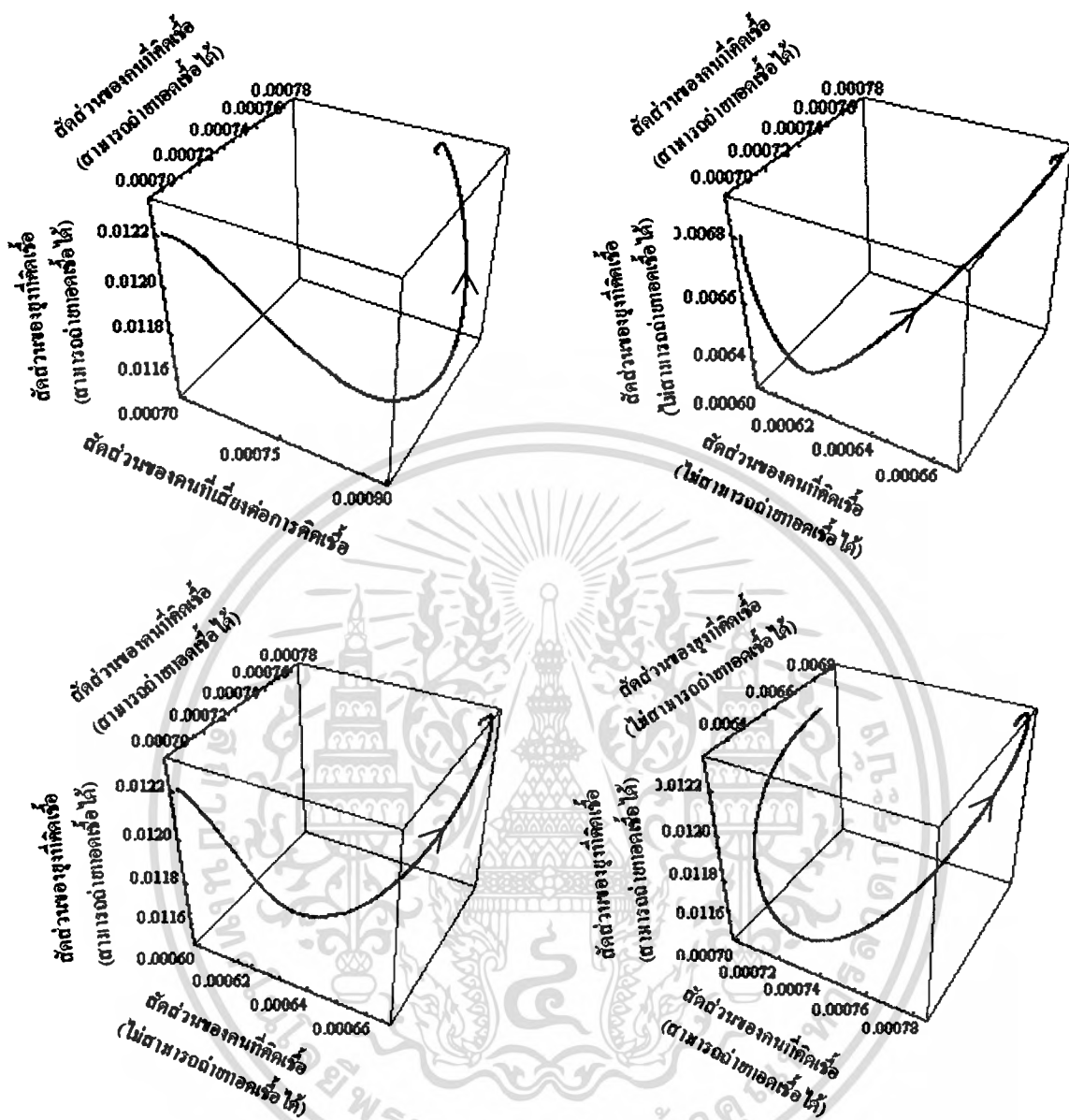
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟระหว่างอัตราส่วนเทียบกับอัตราส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติ ของแบบจำลองที่ 1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

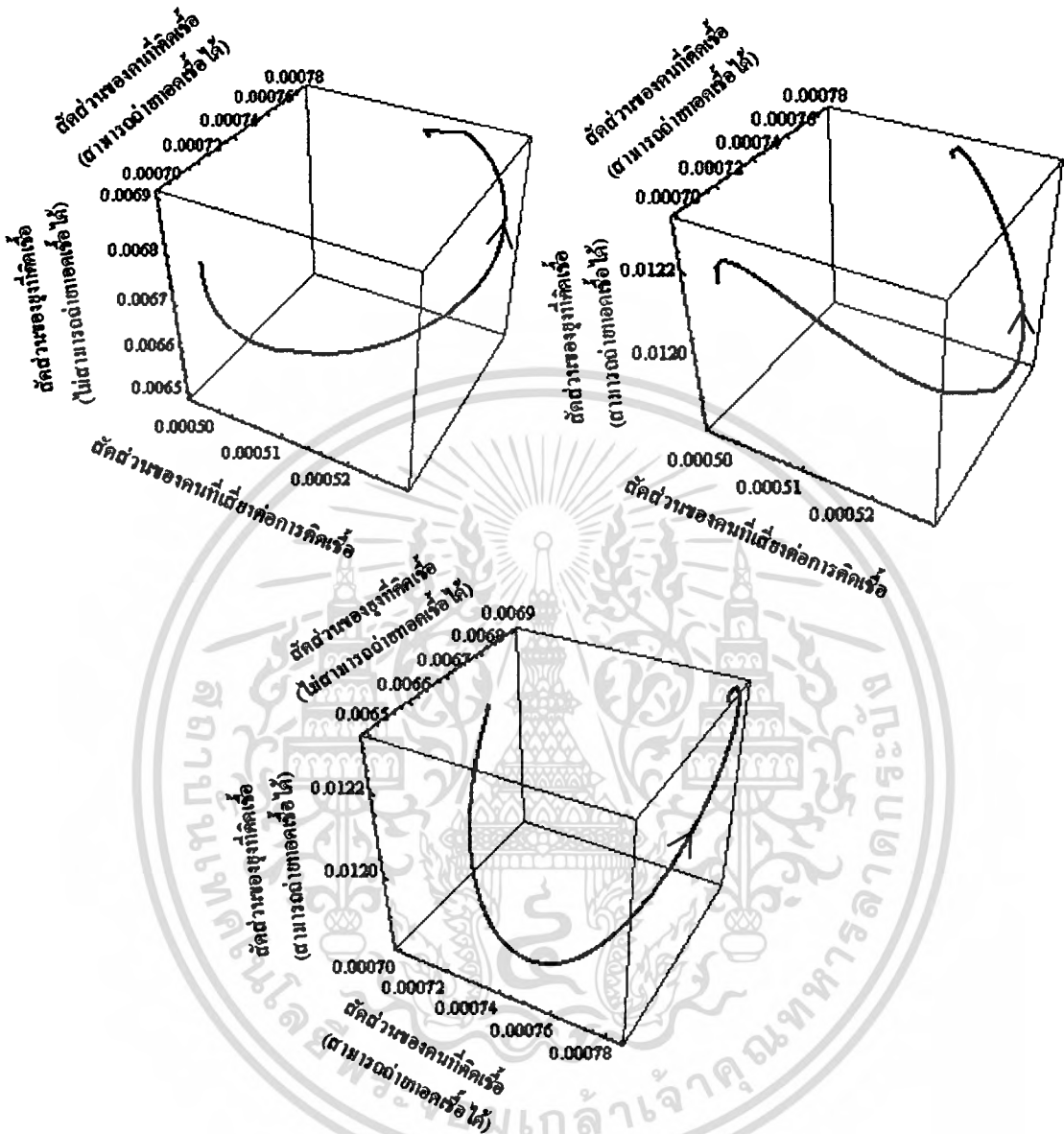


รูปที่ 4.3.9 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมะเร็งชนิดพลาสมาเซลล์มัลติพาร์ม ในสถานะระบาคอย่างเร็วรังของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.9 ได้อธิบาย $(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_h)$, $(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{E}_v)$, $(\bar{S}_h, \bar{E}_h, \bar{I}_v)$, $(\bar{S}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v)$, $(\bar{S}_h, \bar{I}_h, \bar{I}_v)$, $(\bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{E}_v)$, $(\bar{E}_h, \bar{I}_h, \bar{I}_v)$ และ $(\bar{I}_h, \bar{E}_v, \bar{I}_v)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h = 0.00001$, $\lambda_v = 0.01$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 4705.16$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสถานะไร้โรค $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟระหว่างสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติ ของแบบจำลองที่ 2



รูปที่ 4.3.10 กราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมลาเรีย ชนิดพลาสมอดิเคียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบอบอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.10 ได้อธิบาย $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$ และ $(\bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h^* = 0.00001$, $\lambda_v^* = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$, $R_0 = 4709.42$ จากกราฟทำให้ได้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เทียบกับสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.006881,0.012288)

จากรูปที่ 4.3.9 เป็นการแสดงกราฟระหว่างสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1 โดยพิจารณาจากซ้ายไปขวา ดังต่อไปนี้ กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ เทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000772,0.000664,0.000781), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อเทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000772,0.000664,0.006875), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อเทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000772,0.000664,0.012276), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อเทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000772,0.000781,0.006875), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อเทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000772,0.006875,0.012276), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ เทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000664,0.000781,0.006875), กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000664,0.006875,0.012276), และกราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เทียบกับสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000781,0.006875,0.012276)

จากรูปที่ 4.3.10 เป็นการแสดงกราฟระหว่างสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2 โดยพิจารณาจากซ้ายไปขวาเช่นเดียวกัน ดังต่อไปนี้ กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ เทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะเข้าสู่จุดสมดุล (0.000515,0.000781,0.006881),

กราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ เทียบกับสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมมูล $(0.000515, 0.000781, 0.012288)$ และกราฟระหว่างสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เทียบกับสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมมูล $(0.000781, 0.006881, 0.012288)$

จากรูปที่ 4.3.7 – 4.3.10 ในแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 กราฟและค่าต่างๆ มีความแตกต่างกัน ดังนี้ แบบจำลองที่ 1 มีจุดสมมูลในสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และจุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ แบบจำลองที่ 2 มีจุดสมมูลในสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และจุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ จึงทำให้จำนวนของกราฟที่แสดงมีจำนวนและค่าที่แตกต่างกัน เมื่อมีการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 ผลปรากฏว่า แบบจำลองที่ 2 ลู่เข้าสู่จุดสมมูลในเวลาที่เร็วกว่าแบบจำลองที่ 1 แสดงว่าแบบจำลองที่ 2 ลดการระบาดของโรคได้เร็วกว่า

ในหัวข้อต่อไปนี้จะอธิบายถึงค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ทั้งสองแบบจำลอง ดังนี้

แบบจำลองที่ 1 มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน คือ $R_0 = \frac{\mu_h A}{\lambda'_h N_v B}$ ซึ่งหมายความว่า สัดส่วนระหว่างอัตราการตายของคนต่ออัตราการถ่ายทอดเชื้อจากขุมไปยังคนคูณด้วยจำนวนของขุมทั้งหมด และคูณด้วย $\frac{A}{B}$ โดยที่ $A = \mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v$ และ $B = \mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v$

จากการนำค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมาวิเคราะห์ในข้อมูล ทำให้ทราบว่า เมื่อมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ($R_0 < 1$) จุดสมมูลจะอยู่ในสภาวะไร้โรค คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และเมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากกว่าหนึ่ง ($R_0 > 1$) จุดสมมูลจะอยู่ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง คือ

$$E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) \text{ ซึ่ง}$$

$$\bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}$$

$$\bar{E}_h^* = \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2}$$

$$\text{เมื่อ } \varepsilon_2 = 1 - S_1 \varepsilon_1$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 S_3$$

$$\bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_5 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}$$

$$\bar{I}_v^* = -\frac{B}{A} = -\frac{\mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v}{\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v}$$

แบบจำลองที่ 2 มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน คือ $R_0 = \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v A}$ ซึ่งหมายความว่า สัดส่วนระหว่างอัตราการตายของคนต่ออัตราการถ่ายทอดเชื้อจากหญิงไปยังคนถูกด้วย A โดยที่

$$A = \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)}$$

จากการนำค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมาวิเคราะห์ในข้อมูล ทำให้ทราบว่า เมื่อมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ($R_0 < 1$) จุดสมดุลจะอยู่ในสภาวะไร้โรค คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0)$ และเมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากกว่าหนึ่ง ($R_0 > 1$) จุดสมดุลจะอยู่ในสภาวะระบาดอย่างแท้จริง คือ $E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ซึ่ง

$$\bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h}$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \tau_h}{1 - \varepsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}}$$

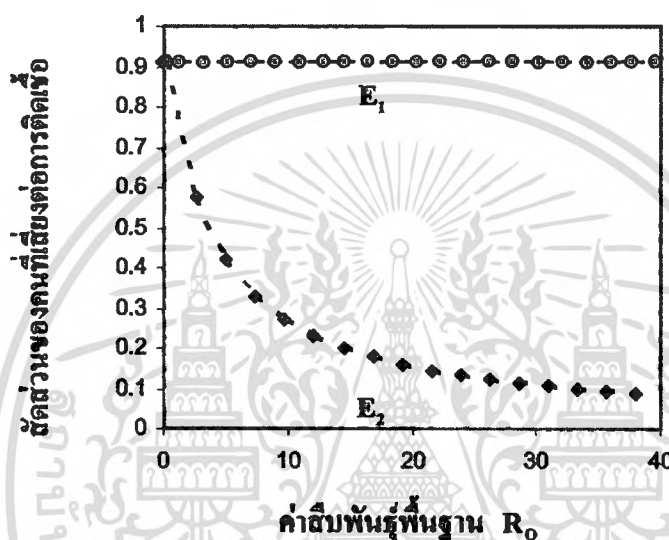
$$\bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{\varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \quad \text{เมื่อ } \varepsilon_2 = \frac{\delta_v + \mu_v}{\lambda'_v N_h \varepsilon_1 \tau_h} \quad \text{และ } \varepsilon_3 = 1 + \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1 S_3)$$

$$\bar{I}_v^* = A = \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

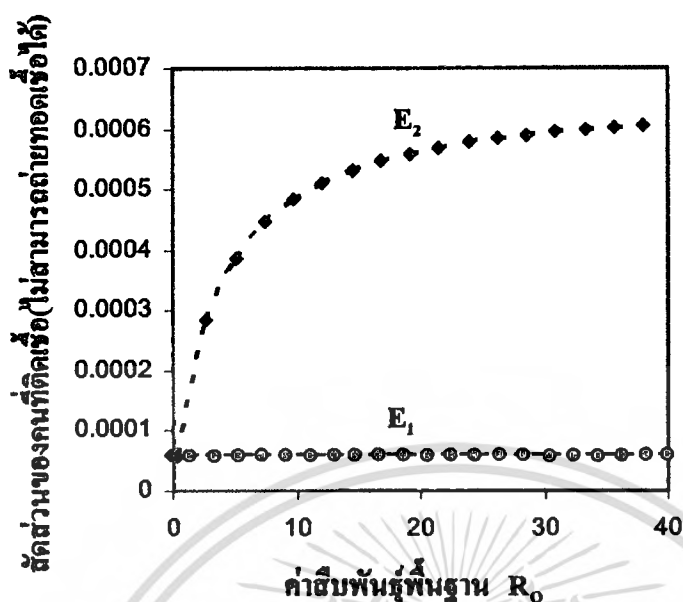
กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมalariaเรื้อรังชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1

กำหนดให้ $\circ-\circ-\circ$ แทน ผลเฉลยที่ไม่เสถียร
 $\blacklozenge-\blacklozenge-\blacklozenge$ แทน ผลเฉลยที่เสถียร



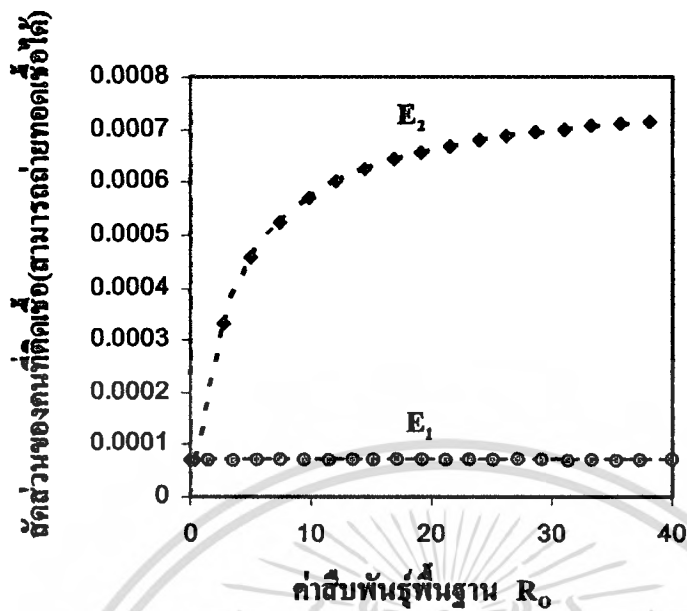
รูปที่ 4.3.11 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อของโรคมalariaเรื้อรังชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.11 สรุปได้ว่า ในสภาวะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีค่าเท่ากับ 0.911 ในทางกลับกัน ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีค่าเข้าใกล้ 0 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีค่าน้อยลง



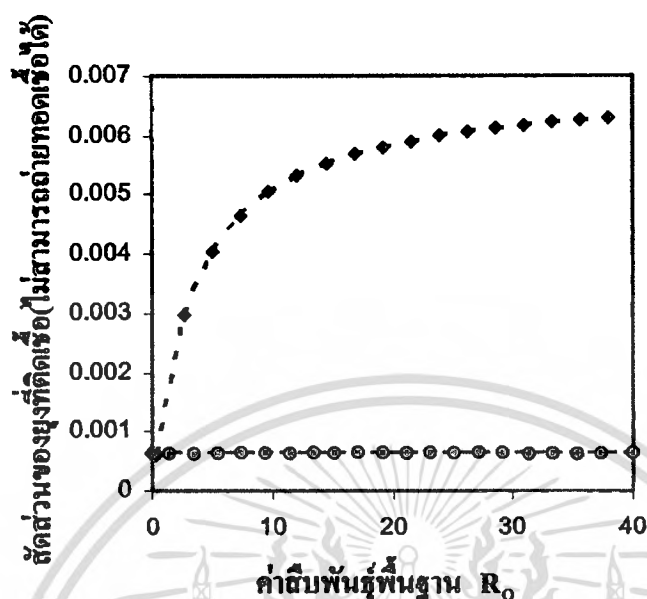
รูปที่ 4.3.12 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.12 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.000058 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.000606 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของคนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น



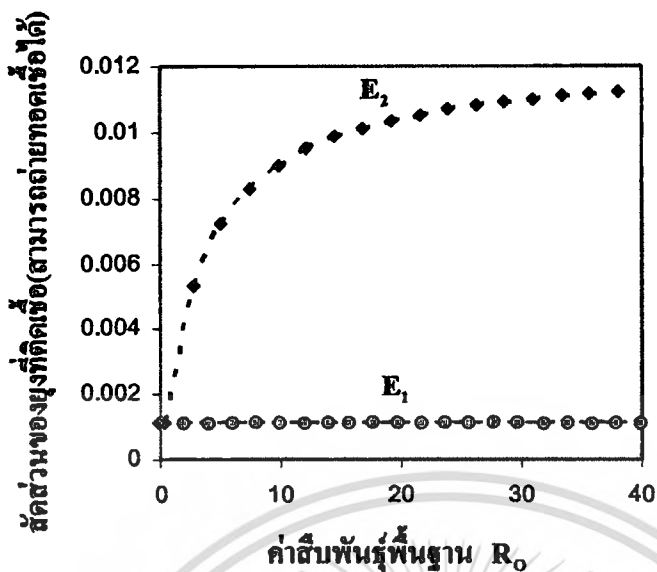
รูปที่ 4.3.13 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.13 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.0000693 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.000713 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของคนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 4.3.14 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมพีลาซิมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.14 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.000621 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.00629 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น

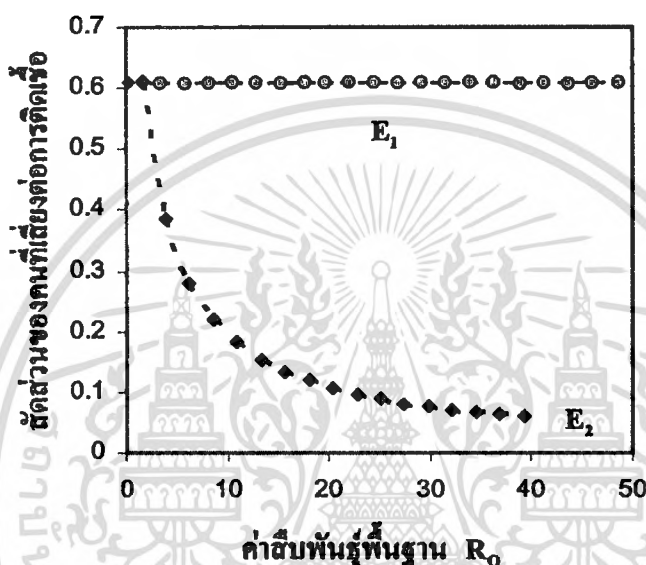


รูปที่ 4.3.15 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมพิดิฟารัมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเร็วรั้งของแบบจำลองที่ 1

จากรูปที่ 4.3.15 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.001109 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเร็วรั้งจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.0112319 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น

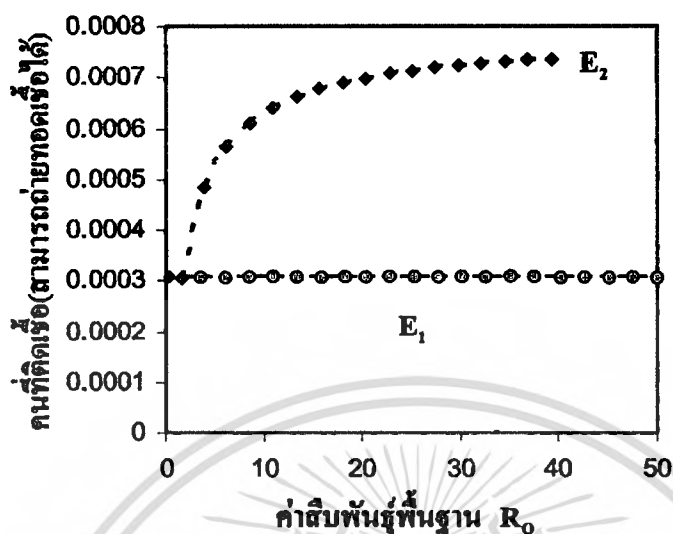
กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องกับการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ขุนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และขุนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2

กำหนดให้ $\circ-\circ-\circ$ แทน ผลเฉลยที่ไม่เสถียร
 $\blacklozenge-\blacklozenge-\blacklozenge$ แทน ผลเฉลยที่เสถียร



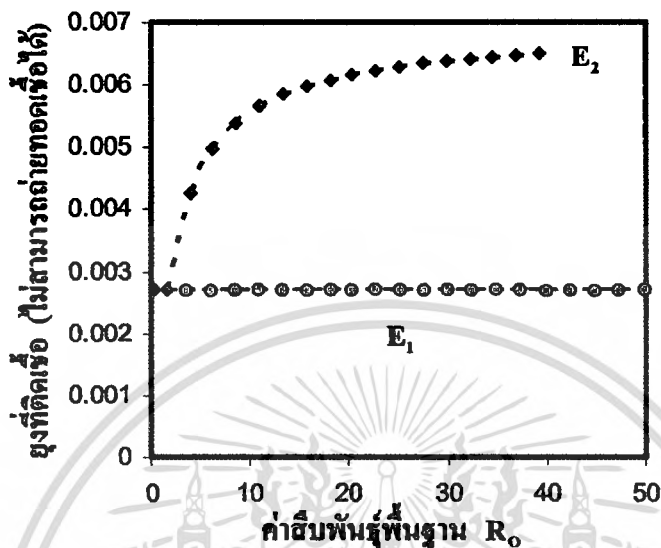
รูปที่ 4.3.16 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องกับการติดเชื้อของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.16 สรุปได้ว่า ในสภาวะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องกับการติดเชื้อมีค่าเท่ากับ 0.6109 ในทางกลับกัน ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องกับการติดเชื้อมีค่าเข้าใกล้ 0 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องกับการติดเชื้อมีค่าน้อยลง



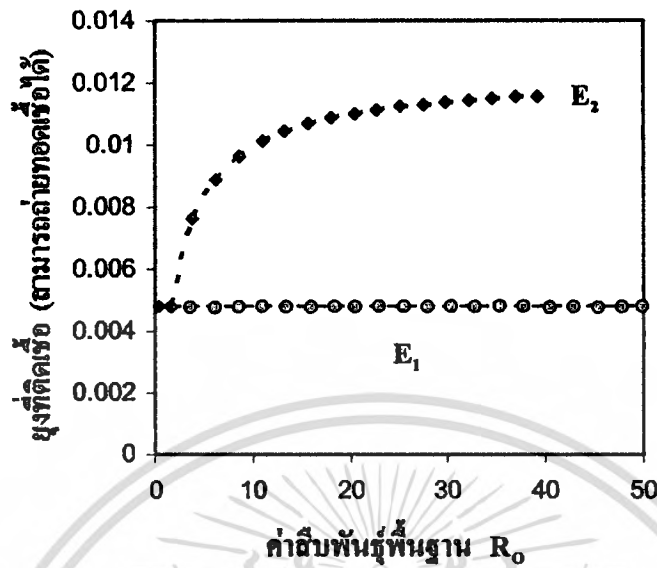
รูปที่ 4.3.17 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคน que คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.17 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคน que คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.000304 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของคน que คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.000736 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของคน que คิดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 4.3.18 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของบุคคลที่ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้ ของโรคมหาเรียขนิคทาสโมเคียมพัลจีพาร์มในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2

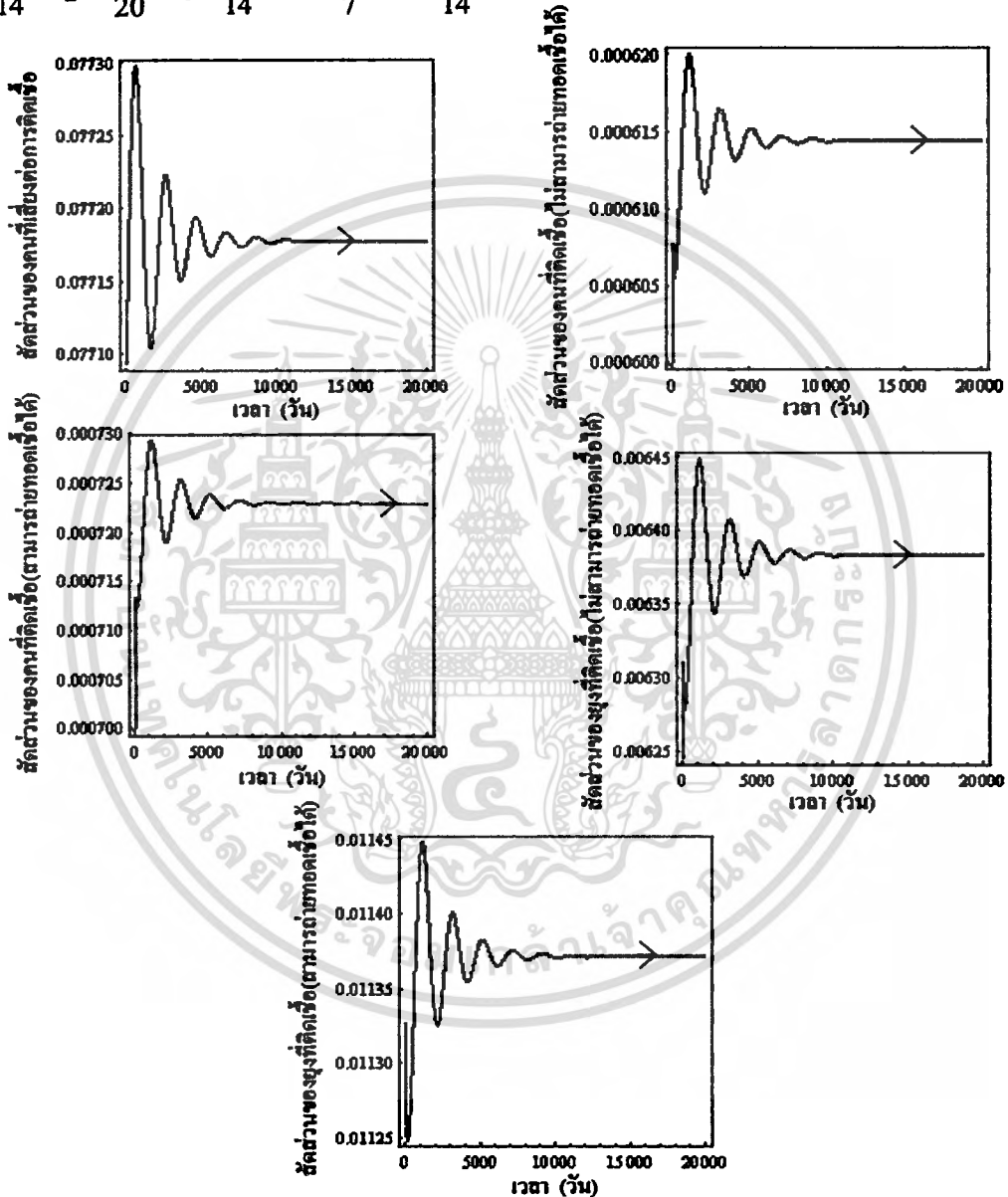
จากรูปที่ 4.3.18 สรุปได้ว่า ในสภาวะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของบุคคลที่ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้ มีค่าเท่ากับ 0.00271 ในทางกลับกัน ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของบุคคลที่ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้ มีค่าเข้าใกล้ 0.00649 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของบุคคลที่ไม่สามารถถ่ายถอดเชื้อได้ มีค่ามากขึ้น



รูปที่ 4.3.19 กราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสถานะไร้โรคและระบาดอย่างเร็วรั้งของแบบจำลองที่ 2

จากรูปที่ 4.3.19 สรุปได้ว่า ในสถานะไร้โรคจุดสมดุล (E_1) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเท่ากับ 0.004839 ในทางกลับกัน ในสถานะระบาดอย่างเร็วรั้งจุดสมดุล (E_2) จะเสถียร เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) มีค่ามากกว่าหนึ่ง และสัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่าเข้าใกล้ 0.011591 นั้นหมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น สัดส่วนของยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) มีค่ามากขึ้น

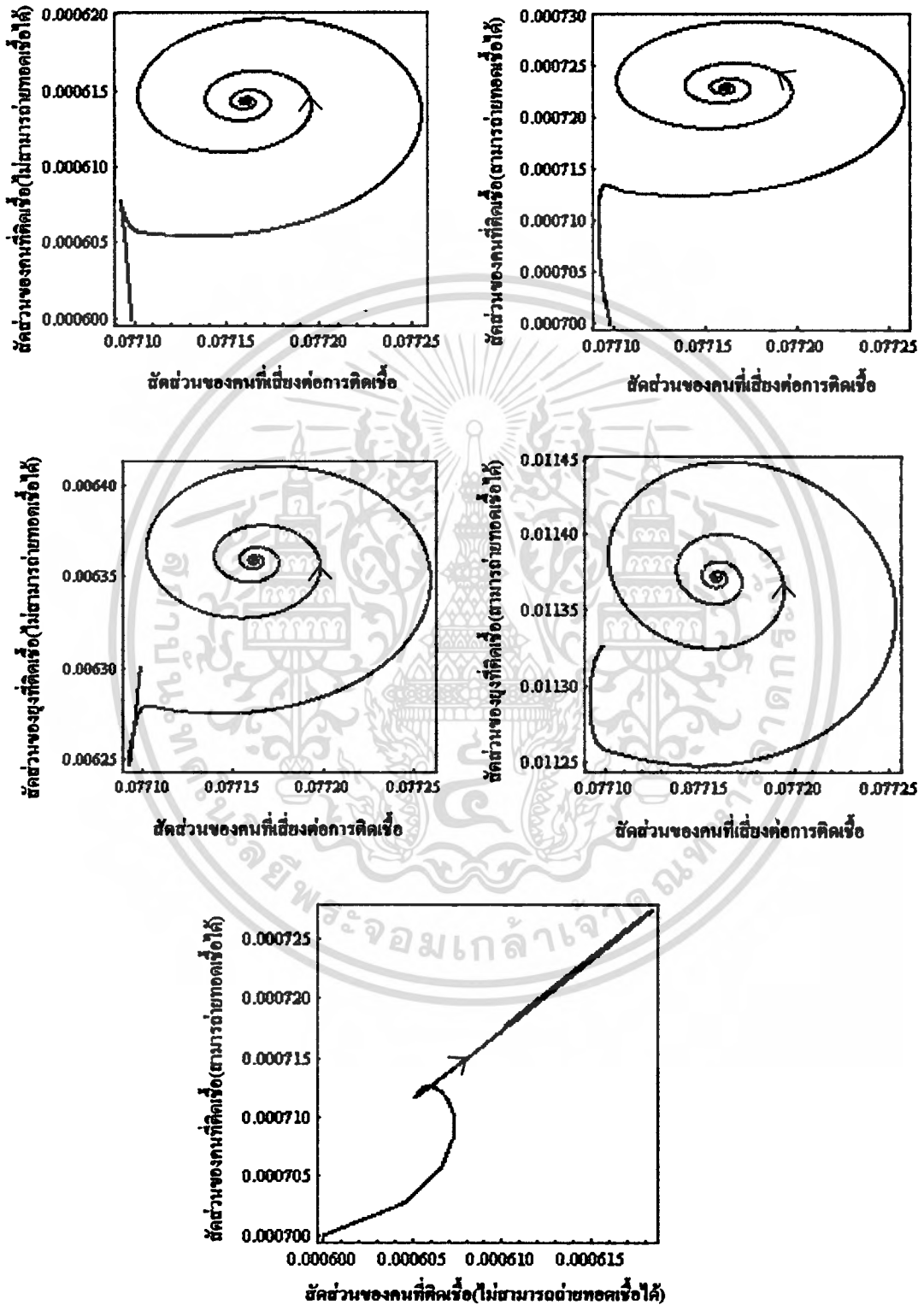
หัวข้อต่อไปนี้ มีการศึกษาเพิ่มเติมในแบบจำลองที่ 1 เมื่อกำหนดให้จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น (K) เท่ากับ 600 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 43.5176 เพื่อสังเกตความแตกต่างระหว่างจำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น 60,000 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 4705.16 โดยที่ค่าอื่นๆ เท่ากัน ดังนี้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$ จากการนำมาวิเคราะห์ได้ผลดังนี้



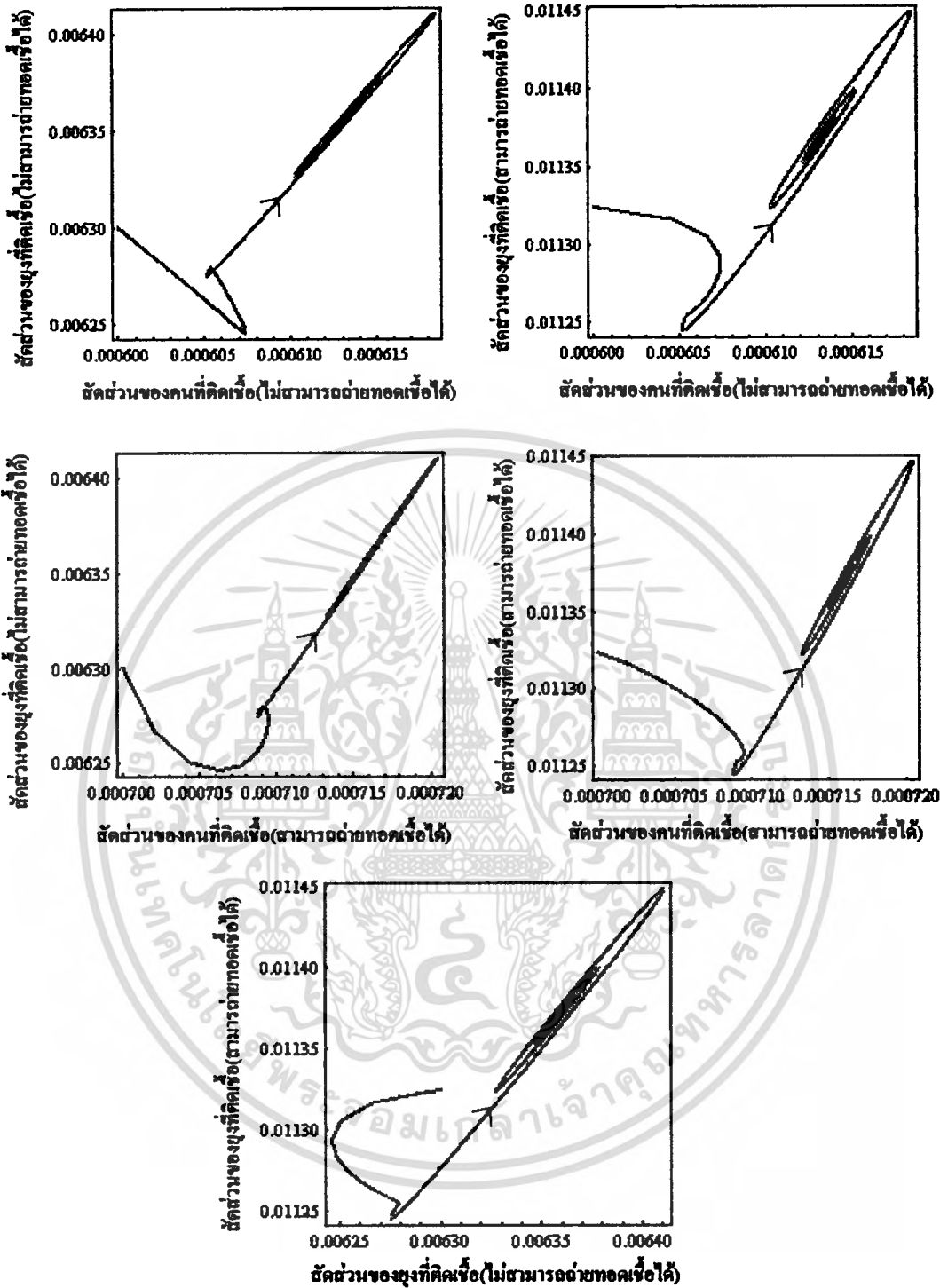
รูปที่ 4.3.20 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟิลิฟารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำกราฟแสดงสัดส่วนต่างๆ ในรูปที่ 4.3.20 มาสร้างรูปแบบสองมิติได้ดังนี้



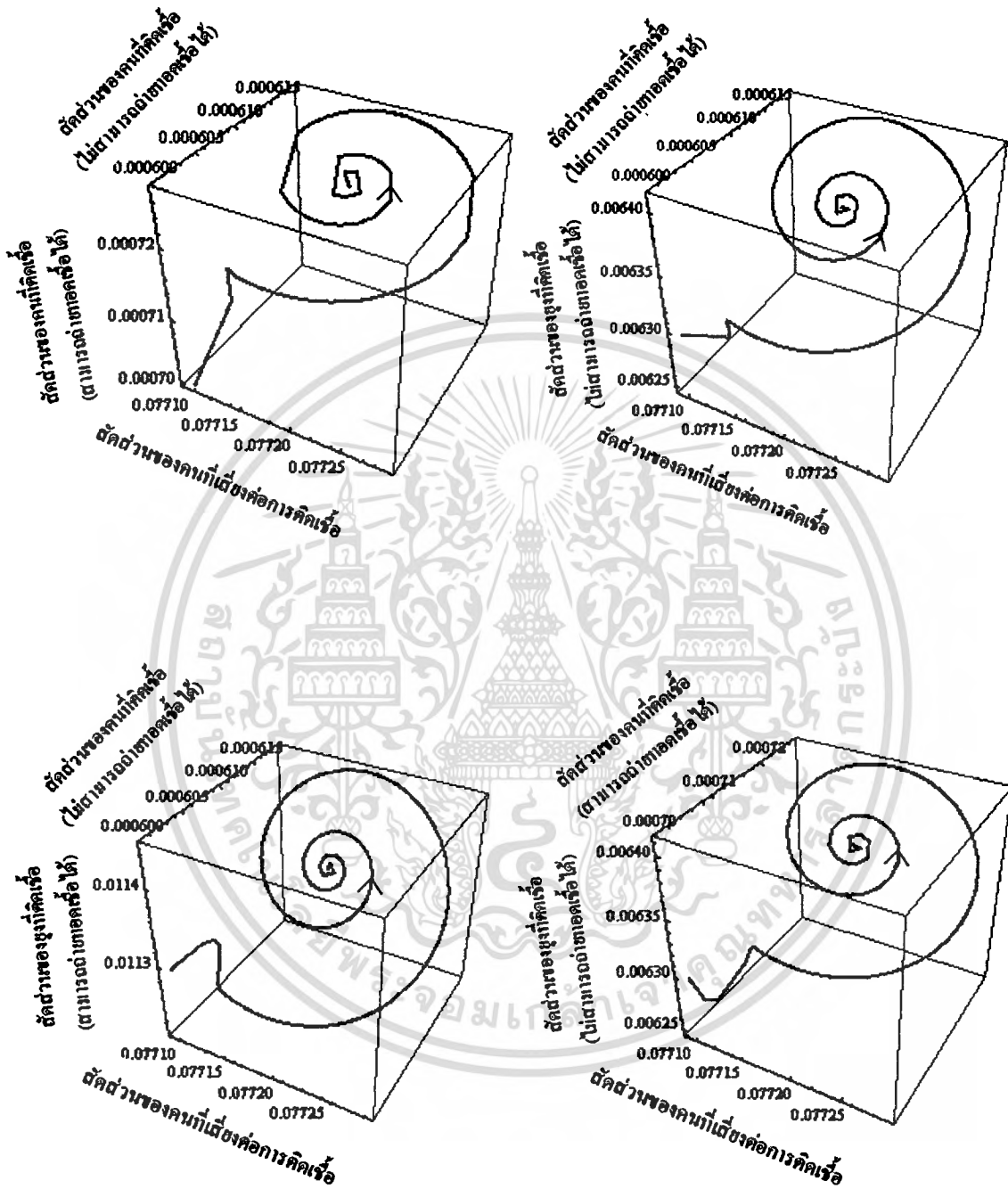
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



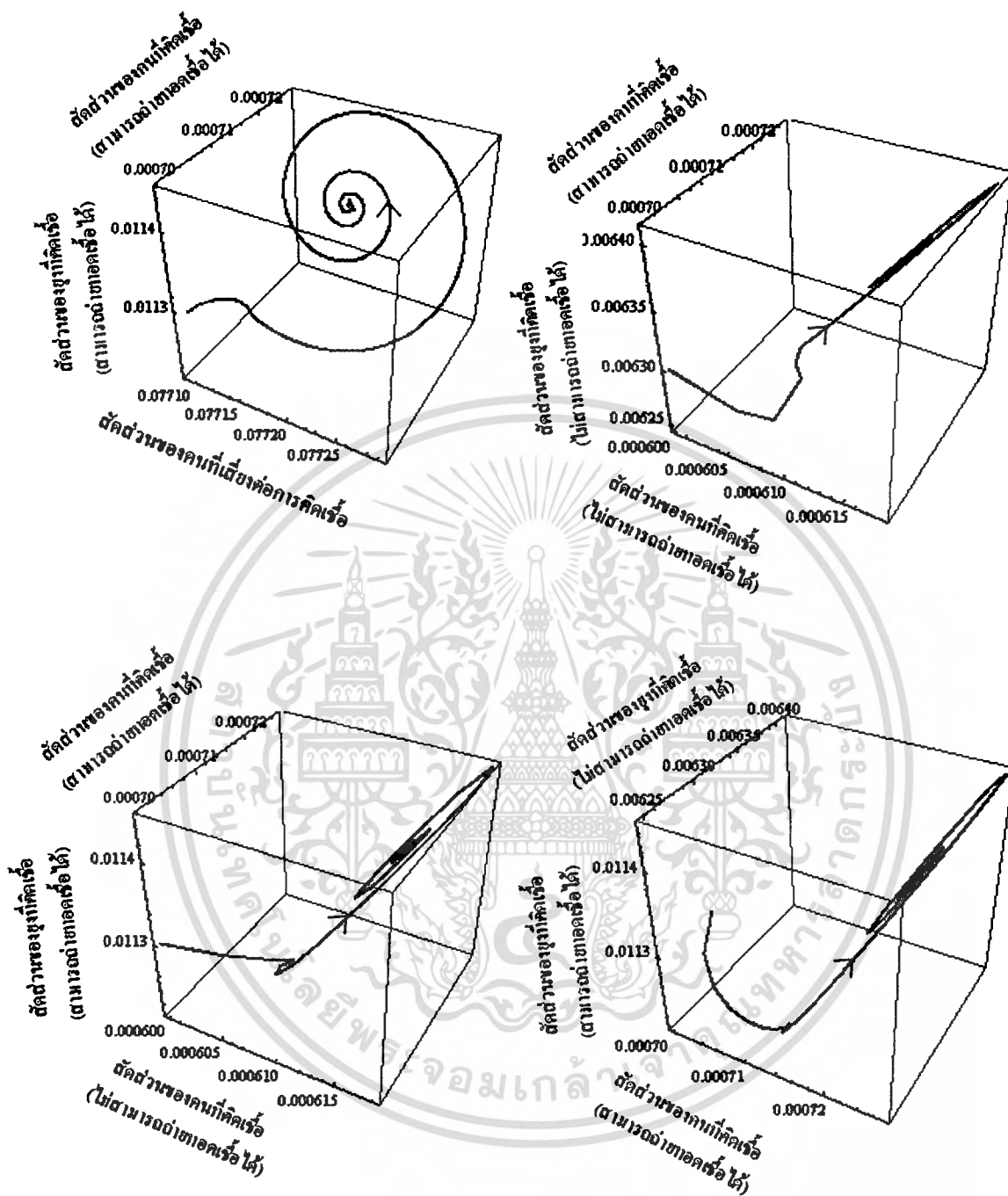
รูปที่ 4.3.21 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการคิดเชื่อ คนที่คิดเชื่อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้) คนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื่อได้) ยุงที่คิดเชื่อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้) และยุงที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายทอดเชื่อได้) ของโรคมะลาเรียชนิดพลาสโมเดียม พัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนยุง N เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1 ในรูปแบบสองมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำกราฟแสดงสัดส่วนต่างๆ ในรูปที่ 4.3.20 มาสร้างรูปแบบตามมิติได้ดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3.22 กราฟแสดงตัดผ่านของคนที่ยังต่อการคิดเร็ว คนที่คิดเร็ว (ไม่สามารถถ่ายถอดเร็วได้) คนที่คิดเร็ว (สามารถถ่ายถอดเร็วได้) ยุงที่คิดเร็ว (ไม่สามารถถ่ายถอดเร็วได้) และยุงที่คิดเร็ว (สามารถถ่ายถอดเร็วได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียม ฟัลซิฟารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนยุง ω เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 1 ในรูปแบบสามมิติ

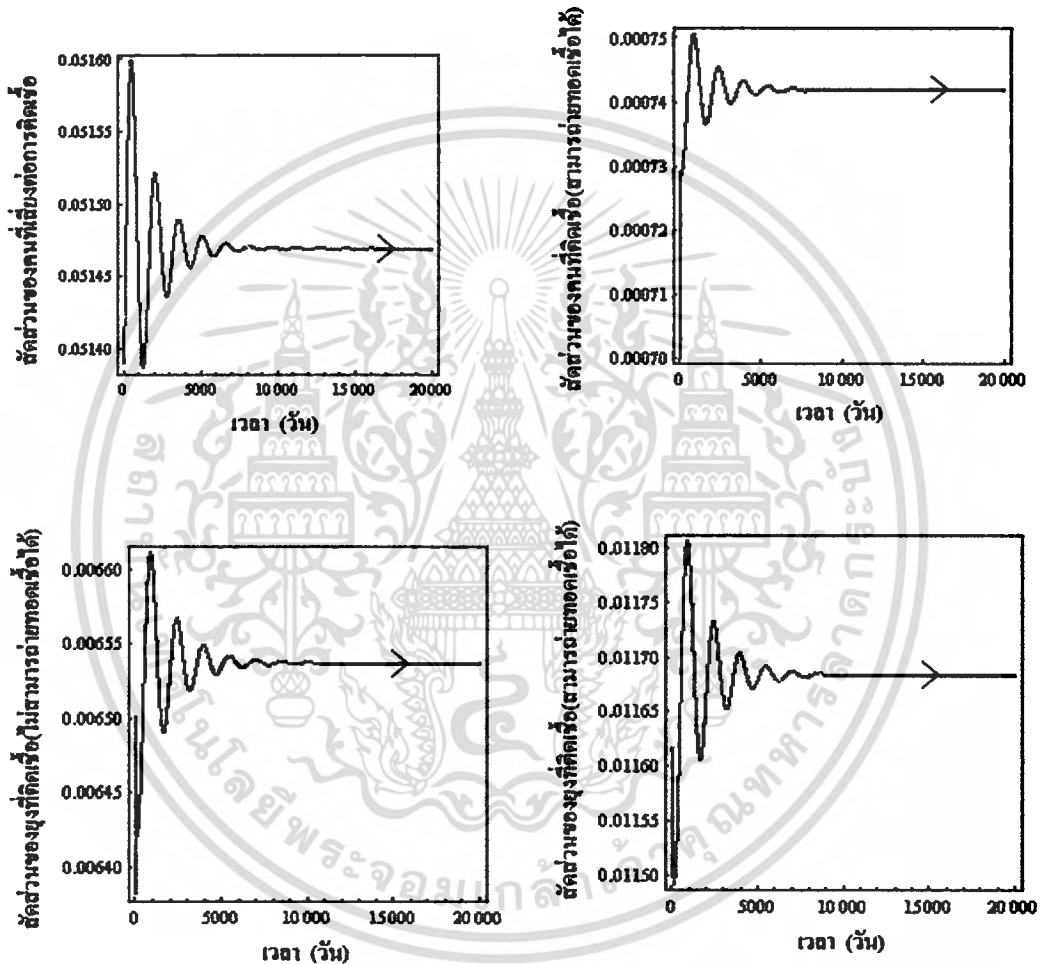
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3.20 – 22 ถ้ากำหนดจำนวนยุง 600 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 43.52 จุดสมมูล คือ (0.077176, 0.000613, 0.000721, 0.006358, 0.011354) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 2000 วัน เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.3.3 – 4.3.5 กำหนดจำนวนยุง 60000 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 4705.16 จุดสมมูล คือ (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 500 วัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนยุงเพิ่มมากขึ้น จุดสมมูลจะเสถียร ณ เวลาที่เร็วขึ้น และค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

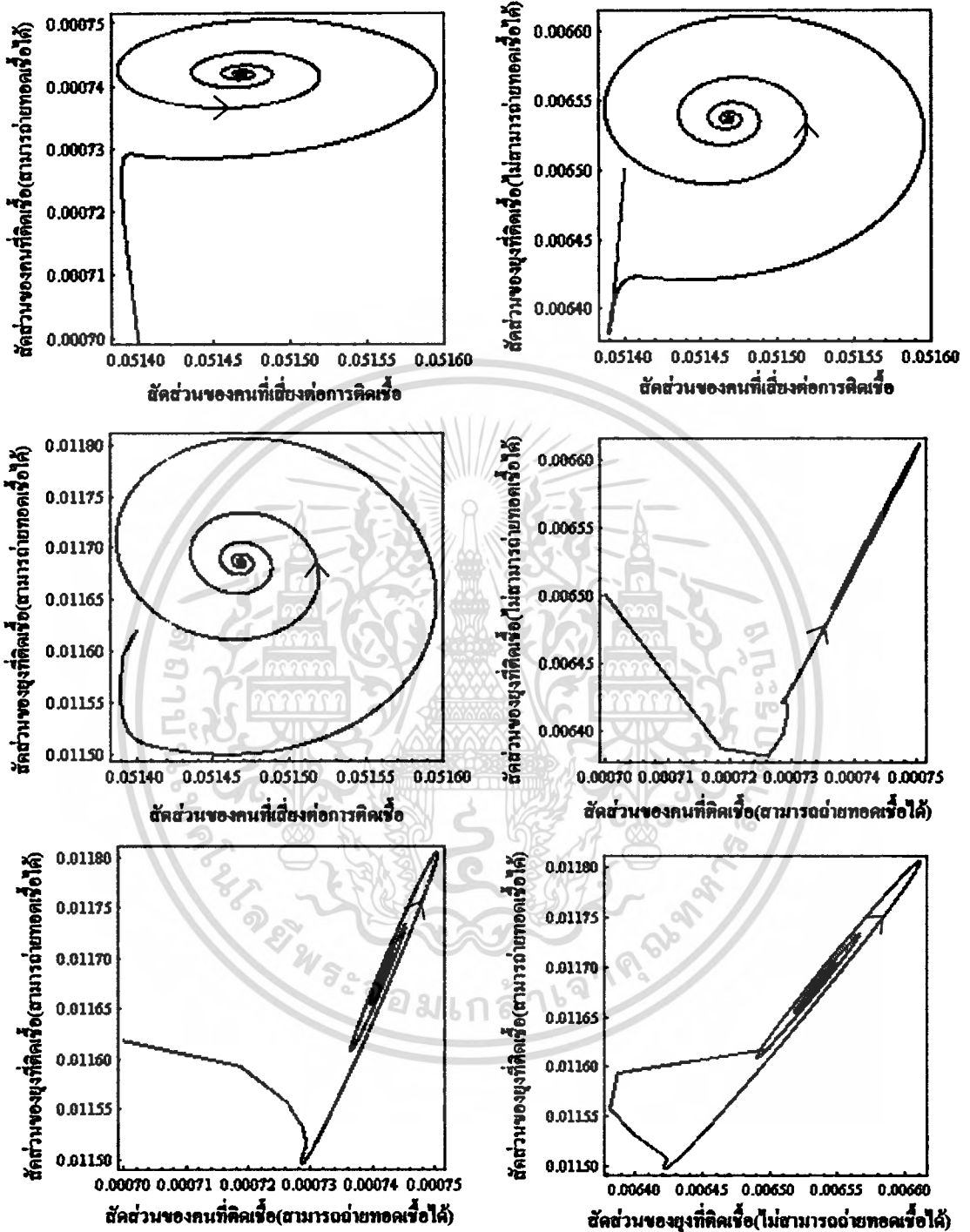
หัวข้อต่อไปนี้ มีการศึกษาเพิ่มเติมในแบบจำลองที่ 2 เมื่อกำหนดให้จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น (K) เท่ากับ 600 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 44.73 เพื่อสังเกตความแตกต่างระหว่างจำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น 60,000 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 4709.42 โดยที่ค่าอื่นๆ เท่ากัน ดังนี้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{.25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$ จากการนำมาวิเคราะห์ได้ผลดังนี้



รูปที่ 4.3.23 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เสียชีวิตจากการอดอาหาร คนที่ตายเป็นเชื้อ (ไม่สามารถนำออกเชื้อได้) คนที่ตายเป็นเชื้อ (สามารถนำออกเชื้อได้) ยุงที่ตายเป็นเชื้อ (ไม่สามารถนำออกเชื้อได้) และยุงที่ตายเป็นเชื้อ (สามารถนำออกเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียม พัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเร็ว โดยที่จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

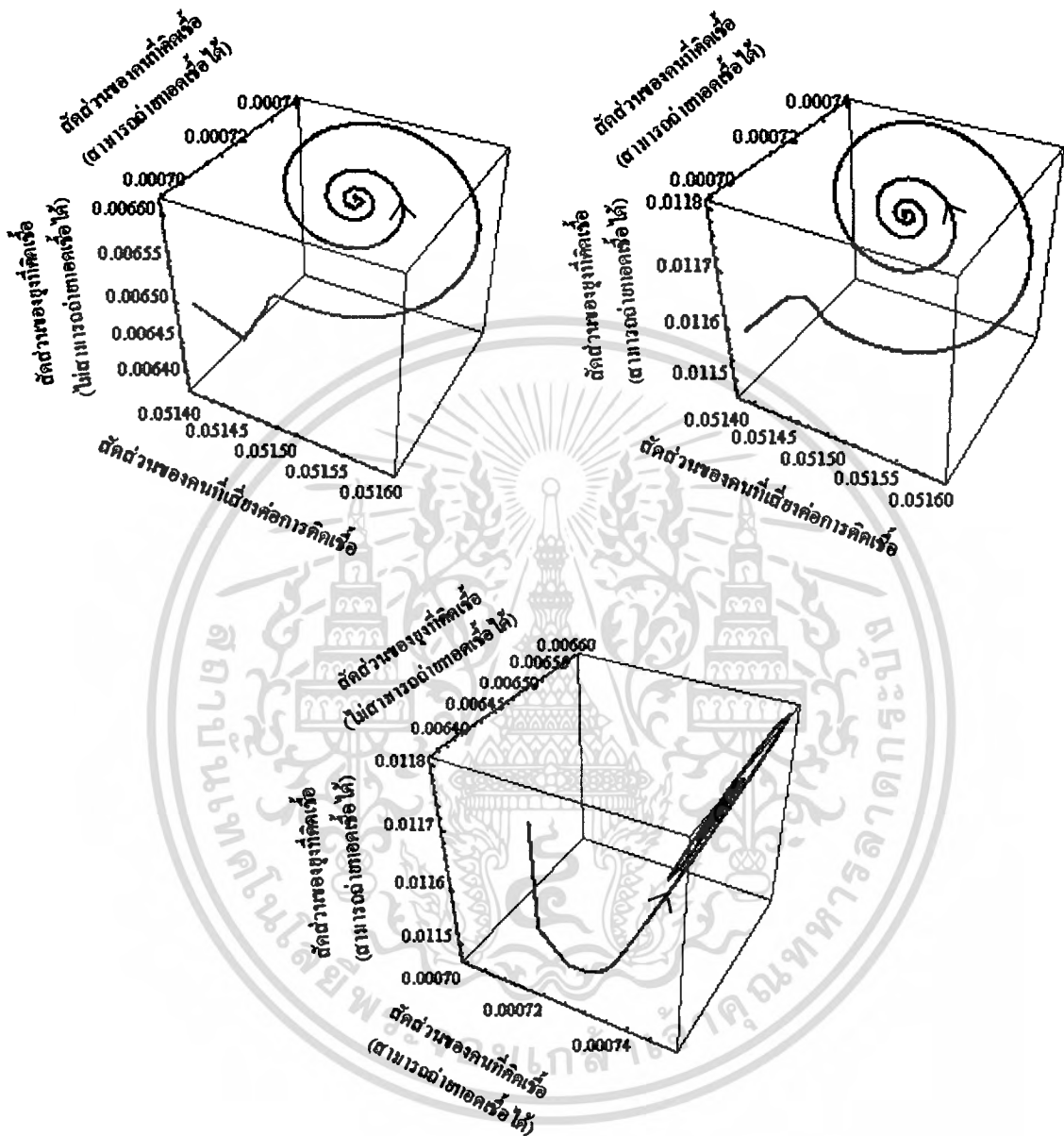
นำกราฟแสดงสัดส่วนต่างๆ ในรูปที่ 4.3.23 มาสร้างรูปแบบสองมิติได้ดังนี้



รูปที่ 4.3.24 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียม ฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2 ในรูปแบบสองมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำกราฟแสดงสัดส่วนต่างๆ ในรูปที่ 4.3.23 มาสร้างรูปแบบตามมิติได้ดังนี้



รูปที่ 4.3.25 กราฟแสดงสัดส่วนของคนที่ไม่เชื่อต่อการคิดเชื่อ คนที่คิดเชื่อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื่อได้) คนที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายถอดเชื่อได้) ยุงที่คิดเชื่อ (ไม่สามารถถ่ายถอดเชื่อได้) และยุงที่คิดเชื่อ (สามารถถ่ายถอดเชื่อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียม ฟัลซิพารัมเทียบกับเวลา (วัน) ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยที่จำนวนยุง ๗ เวลา เริ่มต้น 600 ตัว แบบจำลองที่ 2 ในรูปแบบสามมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3.23 – 4.25 ถ้ากำหนดจำนวนยุง 600 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 44.73 จุดสมมูล คือ (0.051467, 0.000741, 0.006536, 0.011673) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 2000 วัน เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.3.6–4.3.8 กำหนดจำนวนยุง 60000 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 4709.42 จุดสมมูล คือ (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 350 วัน ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนยุงเพิ่มมากขึ้น จุดสมมูลจะเสถียร ณ เวลาที่เร็วขึ้น และค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย

จากข้อมูลดังกล่าวที่เกิดจากการค้นคว้า วิเคราะห์และแปลผลนั้น มีการศึกษาเพิ่มเติมจากการนำเสนอหัวข้อวิทยานิพนธ์ โดยมีการพัฒนาแบบจำลองเพิ่มขึ้น จากแบบจำลองเดียวเป็นสองแบบจำลอง แล้วทำการเปรียบเทียบว่าแบบจำลองใดมีการลดการระบาดของโรคได้เร็วกว่ากัน จากนั้นมีการศึกษาเจาะลึกไปถึงการเปรียบเทียบค่าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง (λ'_v) ของแต่ละแบบจำลอง จาก $\lambda'_v = 0.00001$ เป็น $\lambda'_v = 0.0001$ โดยที่จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น (K) เท่ากับ 60000 ตัว เหตุผลที่เลือกค่านี้นี้ เพราะเราสนใจในการควบคุมเชื้อโรคให้คนติดเชื้อให้น้อยที่สุดและเป็นค่าที่ส่งผลให้การวิเคราะห์ สร้างกราฟและการแปลผล มีความสะดวกแจ่มชัดเป็นรูปธรรมมากที่สุดในการแสดงผล สามารถเปรียบเทียบค่าทุกค่าที่แตกต่างกันได้อย่างชัดเจน ซึ่งเมื่อวิเคราะห์ทั้งสองแบบจำลอง ถ้าอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง (λ'_v) มีค่าเพิ่มมากขึ้นแล้ว การลดการระบาดของโรคก็จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเช่นเดียวกัน ในส่วนของค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) นั้น แปรผันตามอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง (λ'_v) ด้วย โดยมีค่าเพิ่มมากขึ้น เมื่ออัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง (λ'_v) เพิ่มมากขึ้น ต่อมาทำการวิเคราะห์ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่ยังต้องติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ยุงที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และยุงที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมาลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาดอย่างรวดเร็วทั้งสองแบบจำลอง ผลที่ได้เป็นไปในทิศทางเดียวกัน แต่แตกต่างกันเพียง แบบจำลองที่ 1 มีจุดสมมูลห้าจุด คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และ $E_2 = (\bar{S}_v^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ แบบจำลองที่ 2 มีจุดสมมูลสี่จุด คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$, $E_2 = (\bar{S}_v^*, \bar{I}_v^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ เนื่องจากเราพัฒนาแบบจำลองที่ 2 โดยไม่ได้คำนึงถึงจำนวนของคนที่ยังติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) (E_2) นั่นคือ ไม่นำมาใช้คำนวณ ส่วนสุดท้ายมาวิเคราะห์การลดจำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น เป็น 600 ตัว ของทั้งสองแบบจำลอง ผลปรากฏว่า การลดการระบาดของโรคได้ ณ เวลา 2000 วัน ช้ากว่าแบบจำลองที่กำหนดจำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น เป็น 60000 ตัว ซึ่งในแบบจำลองที่ 1 การลดการระบาดของโรคได้ ณ เวลา 500 วัน ส่วนในแบบจำลองที่ 2 การลดการระบาดของโรคได้ ณ เวลา 350 วัน ด้วยเหตุผลดังกล่าวเบื้องต้น เมื่อเพิ่มอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปยังยุง (λ'_v) มากขึ้นและเพิ่มจำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น (K) มากขึ้น จะสรุปได้ว่าแบบจำลองที่ 2 ลดการระบาดของโรคได้รวดเร็วกว่าแบบจำลองที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์นี้ ได้เสนอรายละเอียดของเชื้อโรคมัลติดริคตัสโมเดียมฟัลซิพารัม และได้นำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการคิดเชื้อโรค จากนั้นก็พิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อนำเสนอเชื้อโรคนี้และอธิบายแบบจำลองในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

แบบจำลองนี้ เราได้สมมติประชากรของคน ประชากรของขุม อัตราการเกิดและตาย ทั้งของคนและขุม อัตราการฟื้นไข้ของคน อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากขุมไปคน อัตราการถ่ายทอดเชื้อจากคนไปขุม และอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากขุมไปขุม เป็นค่าคงที่ ซึ่งได้นำข้อมูลจากสำนักกระบาดวิทยาและกรมควบคุมโรคที่นำโดยขุมกันปล่อง กระทรวงสาธารณสุข ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2500 – 2551 และข้อมูลจากเว็บไซต์ขององค์การอนามัยโลก (WHO) [13] ซึ่งในแบบจำลองได้พัฒนามาจากแบบจำลอง SIR [17]

จากนั้นได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับอธิบายการระบาดของโรคมัลติดริคตัสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน 2 แบบจำลอง ดังนี้ แบบจำลองที่ 1 (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และคนผู้ที่ฟื้นไข้ในประชากรของคน ส่วนขุมจะแบ่งออกเป็นขุมที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และขุมที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ในแบบจำลองที่ 2 ได้กำหนดแบบจำลองของสมการเชิงอนุพันธ์ในเทอร์มของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และคนผู้ที่ฟื้นไข้ในประชากรของคน ส่วนขุมจะแบ่งออกเป็นขุมที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ขุมที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และขุมที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) เราใช้วิธีการของการจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน (standard dynamical modeling) หาจุดสมดุล จาโคเบียนเมทริกซ์และค่าเจาะจง [12] ซึ่งได้เงื่อนไขสำหรับความเสถียรภายในของแต่ละจุดสมดุลและนำการจำลองเชิงตัวเลขมาแสดงเพื่อยืนยันผลลัพธ์

แต่ละแบบจำลองจะมีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) บ่งบอกว่าแบบจำลองอยู่ในสภาวะใด ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ($R_0 < 1$) แบบจำลองจะอยู่ในสภาวะไร้โรคและในสภาวะระบาดอย่างเร็วรั้งค่าสืบพันธุ์พื้นฐานจะมีค่ามากกว่าหนึ่ง ($R_0 > 1$) โดยการวิเคราะห์เชิงตัวเลขสามารถแสดงให้เห็นว่าสภาวะไร้โรคจะเสถียรภายใน เมื่อ $R_0 \leq 1$ สำหรับ $R_0 > 1$ เราจะพบว่า จะเสถียรภายในอย่างเร็วรั้ง ในสภาวะระบาดอย่างเร็วรั้ง เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ลงในตัวแปร จะพบว่ามีแกว่งกวัดไปสู่จุดสมดุลในแบบจำลองที่ 1 คือ $(\bar{S}_1, \bar{E}_1, \bar{I}_1, \bar{E}_1, \bar{I}_1)$ แบบจำลองที่ 2 คือ $(\bar{S}_2, \bar{I}_2, \bar{E}_2, \bar{I}_2)$ และทั้งนี้จะได้มีการจำลองเชิงตัวเลขยืนยันผลลัพธ์นี้ (บทที่ 2)

แบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 (บทที่ 3) แบบจำลองที่ 1 ประกอบด้วยเจ็ดสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น และแบบจำลองที่ 2 ประกอบด้วยหกสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น เราได้ศึกษาการระบาดของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟีลซิพาร์มที่แพร่เชื้อโดยยุง ซึ่งใช้พื้นฐานของแบบจำลอง SIR และในที่นี้แบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 จากการศึกษาได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน คือ $R_0 = \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v A}$

บทที่ 4 เป็นการแสดงผลการวิจัยของแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 จากการวิเคราะห์ข้อมูล จะพบว่า ค่าคงที่ของอัตราการเกิดและการตายต่อประชากรของคนมีค่าเท่ากัน ($\tau_h = \mu_h$) จำนวนของยุงทั้งหมดมีค่าเท่ากับสัดส่วนของจำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้นกับอัตราการตายของยุง ($N_v = \frac{K}{\mu_v}$) ต่อไปในแบบจำลองที่ 1 จักระบบสมการจากเจ็ดสมการให้คงเหลือเพียงห้าสมการ เพื่อให้สะดวกในการนำไปใช้ จากนั้นหาจุดสมดุล ($\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*$) โดยการจัดห้าสมการนั้นให้เท่ากับศูนย์ แล้วแก้สมการหาจุดสมดุล ซึ่งแบบจำลองที่ 1 ในสภาวะไร้โรคจะได้จุดสมดุล $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ และ ($R_0 < 1$) สภาวะระบาดอย่างเร็วจริง จะได้จุดสมดุล

$$E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) \text{ และ } (R_0 > 1) \text{ โดยที่ } \bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_1 \bar{E}_h^* + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h},$$

$$\bar{E}_h^* = \frac{\varepsilon_1 (\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*)}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_2}, \quad \bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \tau_h}{\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4}, \quad \bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{1 + \varepsilon_5 \left(\frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*} + \varepsilon_4 \right)} \text{ และ}$$

$$\bar{I}_v^* = \frac{\mu_h \mu_v \varepsilon_5 - \delta_v \lambda'_h N_v}{\mu_v \lambda'_h N_v + \mu_v \varepsilon_4 \varepsilon_5 \lambda'_h N_v + \delta_v \lambda'_h N_v} \text{ แบบจำลองที่ 2 จักระบบสมการจากหกสมการให้}$$

คงเหลือเพียงสี่สมการ เพื่อให้สะดวกในการนำไปใช้ จากนั้นหาจุดสมดุล ($\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*$) โดยการจัดสี่สมการนั้นให้เท่ากับศูนย์ แล้วแก้สมการหาจุดสมดุล ซึ่งแบบจำลองที่ 2 ในสภาวะไร้โรคจะได้จุดสมดุล $E_1 = (1, 0, 0, 0)$ และ ($R_0 < 1$) สภาวะระบาดอย่างเร็วจริง

$$\text{จะได้จุดสมดุล } E_2 = (\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*) \text{ และ } (R_0 > 1) \text{ โดยที่ } \bar{S}_h^* = \frac{\tau_h + S_3 \bar{I}_h^*}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^* + \mu_h},$$

$$\bar{I}_h^* = \frac{\varepsilon_1 \tau_h}{1 - \varepsilon_1 S_3 + \frac{\mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}}, \quad \bar{E}_v^* = \frac{1 - \bar{I}_v^*}{\varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v \bar{I}_v^*}} \text{ และ } \bar{I}_v^* = \frac{\delta_v}{(\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)} - \frac{\mu_v \varepsilon_2 \mu_h}{\lambda'_h N_v (\mu_v \varepsilon_3 + \delta_v)}$$

จากการพิจารณาจุดสมมูลทั้งสองแบบจำลอง พบว่า จุดสมมูลที่แตกต่างกันทั้งหมด ค่อยไปนำแต่ละจุดสมมูลมาสร้างให้อยู่ในรูปแบบจาโคเบียนเมทริกซ์ จากนั้นคำนวณหาค่าเจาะจง แล้วพิจารณาว่าค่าเจาะจงที่ค่าความได้มีค่าเป็นลบทั้งหมดหรือไม่ ถ้ามีค่าเป็นลบทั้งหมด แสดงว่าจุดสมมูลมีความเสถียร จากการวิเคราะห์แบบจำลองที่ 1 จะมีค่าเป็นลบทั้งหมด ก็ต่อเมื่อ $\frac{\lambda'_h N_v B}{A} < \mu_h$ และแบบจำลองที่ 2 จะมีค่าเป็นลบทั้งหมด ก็ต่อเมื่อ $\lambda'_h N_v A < \mu_h$

ต่อมานำผลดังกล่าวมาวิเคราะห์เชิงตัวเลข หัวข้อแรกทำการวิเคราะห์ แบบจำลองที่ 1 โดยกำหนดให้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.00001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 400$, $R_0 = 0.438077$ ในสภาวะไร้โรคจุดสมมูลมีค่าเท่ากัน คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ ในรูปที่ 4.3.1 หน้าที่ 66 และกำหนดค่าที่แตกต่างกันคือ $K = 60000$, $\lambda'_v = 0.00001$ และ $\lambda'_v = 0.0001$ ผลปรากฏว่า เมื่อกำหนด $\lambda'_v = 0.00001$ จะได้ $R_0 = 475.505$ จุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.00759, 0.000659, 0.000775, 0.000694, 0.001240)$ ในรูปที่ 4.3.2 หน้าที่ 67 เมื่อกำหนด $\lambda'_v = 0.0001$ จะได้ $R_0 = 4705.16$ จุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$ ในรูปที่ 4.3.3 หน้าที่ 68 และแบบจำลองที่ 2 โดยกำหนดให้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.00001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 400$, $R_0 = 0.0344458$ ในสภาวะไร้โรคจุดสมมูลมีค่าเท่ากัน คือ $E_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$ ในรูปที่ 4.3.4 หน้าที่ 71 และกำหนดค่าที่แตกต่างกันคือ $K = 60000$, $\lambda'_v = 0.00001$ และ $\lambda'_v = 0.0001$ ผลปรากฏว่า เมื่อกำหนด $\lambda'_v = 0.00001$ จะได้ $R_0 = 477.033$ จุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.005062, 0.000778, 0.000697, 0.001244)$ ในรูปที่ 4.3.5 หน้าที่ 72 เมื่อกำหนด $\lambda'_v = 0.0001$ จะได้ $R_0 = 4709.42$ จุดสมมูลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$ ในรูปที่ 4.3.6 หน้าที่ 73 จากข้อมูลเบื้องต้น สรุปได้ว่ามีค่าแตกต่างกันทั้งหมด เมื่อพิจารณาถึงความเสถียรของจุดสมมูล พบว่า แบบจำลองที่ 2 เสถียร ณ เวลาที่เร็วกว่า ส่งผลให้แบบจำลองที่ 2 ลดการระบาดของโรคได้ดีกว่าแบบจำลองที่ 1

หัวข้อต่อมา ได้สร้างกราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ของโรคมลาเรีย ชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1 จะได้ $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_v^*)$, $(\bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*)$, $(\bar{E}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{E}_h^*, \bar{I}_v^*)$, $(\bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$ และ $(\bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60000$,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$R_0 = 4705.16$ ซึ่งมีจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$ ในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2 จะได้ $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_v^*)$, $(\bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$ และ $(\bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h' = 0.00001$, $\lambda_v' = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10000$, $K = 60,000$, $R_0 = 4,709.42$ ซึ่งมีจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$ ดังในรูปที่ 4.3.7 และ 4.3.8

หัวข้อต่อมา ได้สร้างกราฟแสดงสัดส่วนเทียบกับสัดส่วนต่างๆ ในรูปแบบสามมิติของโรคโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม ในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1 จะได้ $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{E}_h^*, \bar{I}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$, $(\bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{E}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$ และ $(\bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h' = 0.00001$, $\lambda_v' = 0.01$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10,000$, $K = 60,000$, $R_0 = 4705.16$ ซึ่งมีจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276)$ และในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 2 จะได้ $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*)$, $(\bar{S}_h^*, \bar{I}_h^*, \bar{I}_v^*)$ และ $(\bar{I}_h^*, \bar{E}_v^*, \bar{I}_v^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่

$\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h' = 0.00001$, $\lambda_v' = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10,000$, $K = 60,000$, $R_0 = 4,709.42$ ซึ่งมีจุดสมดุลในสภาวะระบาคอย่างเรื้อรัง $E_2 = (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288)$ ดังในรูปที่ 4.3.9 และ 4.3.10

หัวข้อต่อมา สร้างกราฟแสดงค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเทียบกับสัดส่วนของคนที่เกี่ยวข้องต่อการติดเชื้อ คนที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) คนที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) บุ่งที่ติดเชื้อ (ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) และบุ่งที่ติดเชื้อ (สามารถถ่ายทอดเชื้อได้) ของโรคมลาเรียชนิดพลาสโมเดียมฟัลซิพารัมในสภาวะไร้โรคและระบาคอย่างเรื้อรังของแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 เมื่อพิจารณาทั้งสองแบบจำลอง พบว่าจากความแตกต่างทุกค่าดังกล่าว ทำให้ทราบว่าแบบจำลองที่ 2 เข้าสู่จุดสมดุลในเวลาที่รวดเร็วกว่าในแบบจำลองที่ 1 จึงทำให้แบบจำลองที่ 2 ลดการระบาคของโรคได้ดีกว่าแบบจำลองที่ 1 ดังรูปที่ 4.3.11–4.3.19

หัวข้อต่อสุดท้าย มีการศึกษาเพิ่มเติมในแบบจำลองที่ 1 เมื่อกำหนดให้จำนวนบุ่ง ณ เวลาเริ่มต้น (K) เท่ากับ 600 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 43.5176 เพื่อสังเกตความแตกต่างระหว่างจำนวนบุ่ง 60,000 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 4705.16 โดยที่ค่าอื่นๆ เท่ากัน ดังนี้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda_h' = 0.00001$, $\lambda_v' = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$,

$S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10,000$ จากการนำมาวิเคราะห์ พบว่า จากรูปที่ 4.3.20 – 4.3.22 ถ้ากำหนดจำนวนหนู 600 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 43.5176 จุดสมมูล คือ (0.077176, 0.000613, 0.000721, 0.006358, 0.011354) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 20,00 วัน เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.3.3 – 4.3.5 กำหนดจำนวนหนู 60000 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 4705.16 จุดสมมูล คือ (0.000772, 0.000664, 0.000781, 0.006875, 0.012276) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 500 วัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนยุงเพิ่มมากขึ้น จุดสมมูลจะเสถียร ณ เวลาที่เร็วขึ้น และค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย ในแบบจำลองที่ 2 เมื่อกำหนดให้จำนวนยุง ณ เวลาเริ่มต้น (K) เท่ากับ 600 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 44.73 เพื่อสังเกตความแตกต่างระหว่างจำนวนหนู 60,000 ตัว มีค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) เท่ากับ 4709.42 โดยที่ค่าอื่นๆ เท่ากัน ดังนี้ $\tau_h = \frac{1}{365 \times 70}$, $\mu_v = \frac{1}{25}$, $\lambda'_h = 0.00001$, $\lambda'_v = 0.0001$, $S_1 = \frac{1}{14}$, $S_2 = \frac{1}{20}$, $S_3 = \frac{1}{14}$, $\delta_h = \frac{1}{7}$, $\delta_v = \frac{1}{14}$, $N_h = 10,000$ จากการนำมาวิเคราะห์ พบว่า จากรูปที่ 4.3.23 – 4.3.25 ถ้ากำหนดจำนวนหนู 600 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 44.73 จุดสมมูล คือ (0.051467, 0.000741, 0.006536, 0.011673) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 2000 วัน เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.3.6 – 4.3.8 กำหนดจำนวนหนู 60,000 ตัว จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐานเท่ากับ 4709.42 จุดสมมูล คือ (0.000515, 0.000781, 0.006881, 0.012288) ซึ่งจะเสถียร ณ เวลา 350 วัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนยุงเพิ่มมากขึ้น จุดสมมูลจะเสถียร ณ เวลาที่เร็วขึ้น และค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีอิทธิพลของการฟักตัวมีผลต่อการระบาดของโรคมาลาเรีย สายพันธุ์พลาสโมเดียมฟีลซิพาร์ม เป็นแบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยศึกษาการระบาดของโรคนี้และใช้พารามิเตอร์จากข้อมูลที่ได้จากเอกสาร งานวิจัยต่างๆ แต่ในเอกสารเล่มนี้ยังไม่สนใจผลกระทบของฤดูกาลในการระบาดของโรคมาลาเรีย สายพันธุ์พลาสโมเดียมฟีลซิพาร์ม ผู้ที่สนใจสามารถศึกษาค้นคว้าทำแบบจำลองได้ โดยพิจารณาและนำปัจจัยเหล่านี้มาใช้หรือสร้างแบบจำลองโรคอื่นๆ ที่สนใจ และเอกสารเล่มนี้ยังมีตัวอย่างการเขียนคำสั่ง โดยใช้โปรแกรม Mathematica [11] ให้ศึกษาอีกด้วย

เอกสารอ้างอิง

- [1] กองระบาดวิทยา. ตารางรายงานผู้ป่วยรายเดือนจากแต่ละจังหวัดของประเทศไทย. สำนักงานปลัดกระทรวงสาธารณสุข กระทรวงสาธารณสุข (บรรณาธิการ) สรุปรายงานการเฝ้าระวังโรค. นนทบุรี : องค์การรับส่งสินค้าและวัสดุภัณฑ์, 2543.
- [2] ทรัพย์สินชัย เอกอิมทรัพย์และคณะ. แบบจำลองตามอายุสำหรับการระบาดของโรคมalariaเรีย. ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2549.
- [3] กนกขมา เจริญใจ. โรคมalariaเรียและแนวทางการรักษา. กลุ่มวิชาเภสัชเคมีและเทคโนโลยีเภสัชกรรมคณะเภสัชศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี, 2549.
- [4] อรพร ปัญญา. ความต้องการของผู้ปกครองชาวกะเหรี่ยงของเด็กป่วยโรคมalariaเรียที่เข้ารับการรักษาในโรงพยาบาล. วิทยานิพนธ์ พยาบาลศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการพยาบาลกุมารเวชศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2547.
- [5] คู่มือวิชาการโรคมalariaเรีย. กองควบคุมโรคติดต่อทั่วไป กรมควบคุมโรคติดต่อ กระทรวงสาธารณสุข ISBN : 975 - 7810 - 91 - 4 , 2542.
- [6] ราชบัณฑิตยสถาน. ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : ราชบัณฑิตยสถาน 2549.
- [7] สมชาย จงวุฒิเวศย์และอุมา ทิศยากร. มาลาเรีย. บรรณาธิการ มาลาเรียวิทยา, พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : ธนาพรส จำกัด, 2549.
- [6] ชงยุทธ ชูทรงสวัสดิ์. มาลาเรีย. ศูนย์พันธุวิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ, 2546.
- [7] มรกต ดันติเจริญ. มาลาเรียภัยมืดที่โลกลืม. ศูนย์พันธุวิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ, 2546.
- [8] วรวิมล เจริญศิริ. ศูนย์ข้อมูลคุณภาพกรุงเทพ. [Online]. Available : www.bangkokhealth.com 2546.
- [9] ปรัชญา สมบูรณ์. เอกสารประกอบการบรรยายเรื่องมาลาเรีย. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2527.
- [10] สุทัศน์ ยกส้าน. 2545. มาลาเรีย. [Online]. Available : www.mic.msb.le.ac.uk/224/malaria.htm
- [11] คำรง ทิพย์โยธา. คณิตศาสตร์ปรัญ เล่มที่ 28 : คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป MATHCAD MATHEMATICA MATLAB MAPLE. ภาควิชาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [12] Puntani Pongsumpun. **Transmission Model for Dengue virus infection in Thailand.** Faculty of Graduate Studies Mahidol University, 2004.
- [13] องค์การอนามัยโลก. 2544. [Online]. Available : <http://www.who.int/en/>
- [14] สมทัศน์ มะลิกุล และนิโบล วีระศิลป์. การปฏิบัติงานควบคุมไข้มาลาเรียในประเทศไทย. ใน : สมทัศน์ มะลิกุล และคณะ, บรรณาธิการ. มาลาเรียวิทยา 2542. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2543 : 4 – 27.
- [15] Edelstein – Keshet, Leah. **Mathematical models in biology.** Random House of Canada, 1988.
- [16] Lourdes Esteva and Cristobal Vargas. **Analysis of a dengue disease transmission model.** Nacional Autonoma de Mexico, 1998.
- [17] Grant Boquet and Brandy Stigler. **A Discrete Study of the SIR Model.** May 7, 2004.
- [18] Garnham PCC. **Malaria parasites and other Haemo sporidia.** Oxford : Blackwell Scientific Publication, 1966.
- [19] World Health Organization and UNICEF. **World malaria report 2005.**
- [20] Atkinson CT, Aikawa M. **Ultrastructure of malaria – in – fected erythrocytes.** Blood Cells 1990 ; 16 : 351 – 368.
- [21] World Health Organization. **Combination therapy in the context of treatment policy.** In : Report of WHO Technical Consultation, 4 – 5 April 2001. Antimalaria Drug Combination Therapy. 2001 : 6 – 8.
- [22] Sinden RE, Gilles HM. **The malaria parasites.** In : Warrell DA, Gilles HM, Essential malariology. 4th ed. London : Arnold, 2002 : 8 – 34.
- [23] Carter R, Graves PM. **Gametocytes.** In : Wernsdorfer WH, McGregor I, ed. Malaria : Principles and practice of malariology. New York : Churchill Livingstone. 1988 : 253 – 305.
- [24] White NJ. **Malaria.** In : Cook GC, Zumla A ed. Manson’s Tropical Diseases, 21st ed. London : WB Saunders, 2000 : 1205 – 1295.
- [25] Newton CR, Hien TT, White NJ. **Cerebral malaria.** J Neurol Neurosurg Psychiatr 2000 ; 69 : 433 – 441.
- [26] Looareesuwan S, Phillips RE, White NJ, et al. **Quinine and severe falciparum malaria in late pregnancy.** Lancet 1985 ; 8445 : 4 – 8.

- [27] Wongsrichanalai C, Thimasarn K, Sirichaisinthop J. **Antimalaria drug combination policy : a caveat.** Lancet 2000 ; 355 : 2245 – 2247.
- [28] Rozendaal JA. **Vector control methods for use by individuals and communities.** WHO 1997 : 7.
- [29] Service MW. **A guide to medical entomology.** Hong kong : Macmillan Press, 1980 : 60.
- [30] Thimasarn K, Jatapadma S, Vijaykadga S, Sirichaisinthop J, Wongsrichanalai C. **Epidemiology of Malaria in Thailand.** J Travel Med 1995 ; 2 : 59 – 65.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ตัวอย่างคำสั่ง Mathematica

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Nh := 10 000;
th := 1 / (70 * 365);
μh := 1 / (70 * 365);
μv := 1 / 25;
λh := 0.00001;
λv := 0.00001;
S1 := 1 / 14;
S2 := 1 / 20;
S3 := 1 / 14;
δh := 1 / 7;
δv := 1 / 14; K := 400;

Nv := K / μv // N
Nv
10 000.

ε1 := 1 / (S1 + δh + μh) // N
ε1
4.66581

ε2 := 1 - S1 * ε1 // N
ε2
0.666728

ε3 := δh / (S3 + S2 + μh) // N
ε3
1.17609

ε4 := ε2 - ε1 * ε3 * S3 // N
ε4
0.274769

ε5 := (δv + μv) / (λv * Nh * ε1 * ε3 * th) // N
ε5
5188.23

B := ((μh * μv * ε5) - (δv * λh * Nv)) // N
B
0.00097961

A := ((μv * λh * Nv) + (μv * ε4 * ε5 * λh * Nv) + (δv * λh * Nv)) // N
A
5.71339

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

RO := ($\mu h * A$) / ($\lambda h * Nv * B$) // N

RO

0.438077

**$J_{E_1} = \{ \{-\mu h, S1, S3, 0, -\lambda h * Nv\},$
 $\{0, -(S1 + \delta h + \mu h), 0, 0, \lambda h * Nv\},$
 $\{0, \delta h, -(S3 + S2 + \mu h), 0, 0\},$
 $\{0, 0, \lambda v * Nh, -(\delta v + \mu v), 0\},$
 $\{0, 0, 0, \delta v, -\mu v\} \};$**

MatrixForm[J_{E_1}]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & -0.1 \\ 0 & -\frac{2738}{12775} & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & -\frac{39}{350} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

**$\lambda I_5 := \{ \{\lambda, 0, 0, 0, 0\}, \{0, \lambda, 0, 0, 0\},$
 $\{0, 0, \lambda, 0, 0\}, \{0, 0, 0, \lambda, 0\}, \{0, 0, 0, 0, \lambda\} \};$**

MatrixForm[λI_5]

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

MatrixForm[$J_{E_1} - \lambda I_5$]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} - \lambda & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & -0.1 \\ 0 & -\frac{2738}{12775} - \lambda & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & -\frac{39}{350} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} & -\frac{1}{25} - \lambda \end{pmatrix}$$

Det[$J_{E_1} - \lambda I_5$]

$$-5.47727 \times 10^{-10} - 0.0000142073 \lambda - \frac{5186803031 \lambda^2}{953091650000} - \frac{26555467 \lambda^3}{326401250} - \frac{3557 \lambda^4}{7300} - \lambda^5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Solve[{rh + S1 * EH + S3 * IH - (λh * Nv * IV + μh) * SH = 0,
λh * Nv * IV * SH - (S1 + δh + μh) * EH = 0,
δh * EH - (S3 + S2 + μh) * IH = 0,
(1 - IV) * λv * Nh * IH - (λv * Nh * IH + δv + μv) * EV = 0,
δv * EV - μv * IV = 0},
{SH, EH, IH, EV, IV}]
```

```
{{EH → -0.0000909467, EV → -0.0000960169,
SH → 1.13684, IV → -0.000171459, IH → -0.000106962},
{EH → 0., EV → 0., SH → 1., IV → 0., IH → 0.}}
```

```
EH* := 0.;
EV* := 0.;
SH* := 1.;
IV* := 0.;
IH* := 0.;
```

```
CharacteristicPolynomial[
{{-(λv * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ]
```

```
-5.47727 × 10-10 - 0.0000142073 λ -
0.00544208 λ2 - 0.0813583 λ3 - 0.48726 λ4 - λ5
```

```
Solve[CharacteristicPolynomial[
{{-(λv * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ] = 0, λ]
```

```
{{λ → -0.244686}, {λ → -0.119928 - 0.0834809 i},
{λ → -0.119928 + 0.0834809 i},
{λ → -0.00267862}, {λ → -0.0000391389}}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_1 := \tau h + S1 * EH + S3 * IH - (\lambda h * Nv * IV + \mu h) * SH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.00001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 400,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\delta v * \lambda h * Nv) - (\mu h * \mu v * e5)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_1

$$\frac{1}{25\ 550} + \frac{EH}{14} + \frac{IH}{14} - \left(\frac{1}{25\ 550} + 0.1 IV \right) SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_2 := \lambda h * Nv * IV * SH - (S1 + \delta h + \mu h) * EH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.00001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 400,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\delta v * \lambda h * Nv) - (\mu h * \mu v * e5)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_2

$$-\frac{2738\ EH}{12\ 775} + 0.1\ IV\ SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_3 := \delta h * EH - (S3 + S2 + \mu h) * IH / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.00001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 400,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$\epsilon 1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$\epsilon 2 \rightarrow 1 - S1 * \epsilon 1,$$

$$\epsilon 3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$\epsilon 4 \rightarrow \epsilon 2 - \epsilon 1 * \epsilon 3 * S3,$$

$$\epsilon 5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * \epsilon 1 * \epsilon 3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\delta v * \lambda h * Nv) - (\mu h * \mu v * \epsilon 5)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * \epsilon 4 * \epsilon 5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_3

$$\frac{EH}{7} - \frac{6207 IH}{51100}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_4 := (1 - IV) * \lambda v * N_h * IH - (\lambda v * N_h * IH + \delta v + \mu v) * EV / .$$

$$\{N_h := 10\,000;$$

$$\tau_h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu_h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu_v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda_h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda_v \rightarrow 0.00001,$$

$$S_1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S_2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S_3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta_h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta_v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 400,$$

$$N_v \rightarrow K / \mu_v,$$

$$\epsilon_1 \rightarrow 1 / (S_1 + \delta_h + \mu_h),$$

$$\epsilon_2 \rightarrow 1 - S_1 * \epsilon_1,$$

$$\epsilon_3 \rightarrow \delta_h / (S_3 + S_2 + \mu_h),$$

$$\epsilon_4 \rightarrow \epsilon_2 - \epsilon_1 * \epsilon_3 * S_3,$$

$$\epsilon_5 \rightarrow (\delta_v + \mu_v) / (\lambda_v * N_h * \epsilon_1 * \epsilon_3 * \tau_h),$$

$$B \rightarrow ((\delta_v * \lambda_h * N_v) - (\mu_h * \mu_v * \epsilon_5)),$$

$$A \rightarrow ((\mu_v * \lambda_h * N_v) + (\mu_v * \epsilon_4 * \epsilon_5 * \lambda_h * N_v) + (\delta_v * \lambda_h * N_v));$$

H₄

$$-EV \left(\frac{39}{350} + 0.1 IH \right) + 0.1 IH (1 - IV)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_5 := \delta v * EV - \mu v * IV / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.00001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 400,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\delta v * \lambda h * Nv) - (\mu h * \mu v * e5)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_5

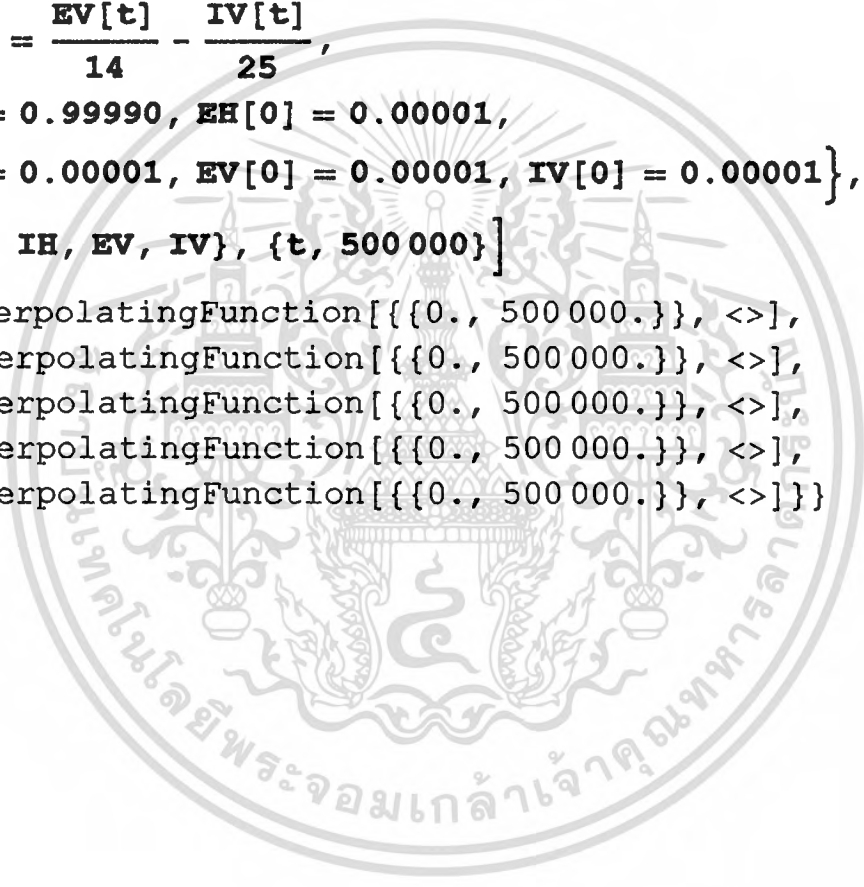
$$\frac{EV}{14} - \frac{IV}{25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

s = NDSolve[{SH'[t] =
  1/25550 + EH[t]/14 + IH[t]/14 - (1/25550 + 0.1`IV[t]) SH[t],
EH'[t] == -2738 EH[t]/12775 + 0.1`IV[t] SH[t],
IH'[t] = EH[t]/7 - 6207 IH[t]/51100,
EV'[t] =
  -EV[t] (39/350 + 0.1`IH[t]) + 0.1`IH[t] (1 - IV[t]),
IV'[t] = EV[t]/14 - IV[t]/25,
SH[0] = 0.99990, EH[0] = 0.00001,
IH[0] = 0.00001, EV[0] = 0.00001, IV[0] = 0.00001},
{SH, EH, IH, EV, IV}, {t, 500000}]
{SH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
EH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
IH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
EV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
IV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>]}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Plot[Evaluate[SH[t] /. s], {t, 0, 100 000}, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

```
Plot[Evaluate[EH[t] /. s], {t, 0, 100 000}, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

```
Plot[Evaluate[IH[t] /. s], {t, 0, 100 000}, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

```
Plot[Evaluate[EV[t] /. s], {t, 0, 100 000}, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

```
Plot[Evaluate[IV[t] /. s], {t, 0, 100 000}, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

$N_h := 10\ 000;$

$\tau_h := 1 / (70 * 365);$

$\mu_h := 1 / (70 * 365);$

$\mu_v := 1 / 25;$

$\lambda_h := 0.00001;$

$\lambda_v := 0.0001;$

$S_1 := 1 / 14;$

$S_2 := 1 / 20;$

$S_3 := 1 / 14;$

$\delta_h := 1 / 7;$

$\delta_v := 1 / 14; K := 60\ 000;$

$N_v := K / \mu_v // N$

N_v

1.5×10^6

$\epsilon_1 := 1 / (S_1 + \delta_h + \mu_h) // N$

ϵ_1

4.66581

$\epsilon_2 := 1 - S_1 * \epsilon_1 // N$

ϵ_2

0.666728

$\epsilon_3 := \delta_h / (S_3 + S_2 + \mu_h) // N$

ϵ_3

1.17609

$\epsilon_4 := \epsilon_2 - \epsilon_1 * \epsilon_3 * S_3 // N$

ϵ_4

0.274769

$\epsilon_5 := (\delta_v + \mu_v) / (\lambda_v * N_h * \epsilon_1 * \epsilon_3 * \tau_h) // N$

ϵ_5

518.823

$B := ((\delta_v * \lambda_h * N_v) - (\mu_h * \mu_v * \epsilon_5))$

B

1.07062

$A := ((\mu_v * \lambda_h * N_v) + (\mu_v * \epsilon_4 * \epsilon_5 * \lambda_h * N_v) + (\delta_v * \lambda_h * N_v))$

A

87.2051

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$RO := (\mu h * A) / (\lambda h * Nv * B)$$

RO

4705.16

$$J_{E_2} = \{ \{ -(\lambda h * Nv * IV + \mu h), S1, S3, 0, -\lambda h * Nv * SH \}, \\ \{ \lambda h * Nv * IV, -(S1 + \delta h + \mu h), 0, 0, \lambda h * Nv * SH \}, \\ \{ 0, \delta h, -(S3 + S2 + \mu h), 0, 0 \}, \\ \{ 0, 0, (1 - IV) * \lambda v * Nh - \lambda v * Nh * EV, \\ -(\lambda v * Nh * IH + \delta v + \mu v), -\lambda v * Nh * IH \}, \\ \{ 0, 0, 0, \delta v, -\mu v \} \};$$

MatrixForm[J_{E₂}]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} - 15. IV & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & -15. SH \\ 15. IV & -\frac{2738}{12775} & 0 & 0 & 15. SH \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1. EV + 1. (1 - IV) - \frac{39}{350} - 1. IH & -1. IH & -1. IH \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

$$\lambda I_5 := \{ \{ \lambda, 0, 0, 0, 0 \}, \{ 0, \lambda, 0, 0, 0 \}, \\ \{ 0, 0, \lambda, 0, 0 \}, \{ 0, 0, 0, \lambda, 0 \}, \{ 0, 0, 0, 0, \lambda \} \};$$

MatrixForm[λI₅]

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

MatrixForm[J_{E₂} - λI₅]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} - 15. IV - \lambda & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & 0 \\ 15. IV & -\frac{2738}{12775} - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1. EV + 1. (1 - IV) - \frac{39}{350} - 1. IH - \lambda & -1. IH - \lambda & -1. IH - \lambda \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

Det[J_{E₂} - λI₅];

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Solve[{τh + S1 * EH + S3 * IH - (λh * Nv * IV + μh) * SH = 0,
λh * Nv * IV * SH - (S1 + δh + μh) * EH = 0,
δh * EH - (S3 + S2 + μh) * IH = 0,
(1 - IV) * λv * Nh * IH - (λv * Nh * IH + δv + μv) * EV = 0,
δv * EV - μv * IV = 0},
{SH, EH, IH, EV, IV}]
{{EH → 0., EV → 0., SH → 1., IV → 0., IH → 0.},
{EH → 0.0006641, EV → 0.00687511,
SH → 0.0007729, IV → 0.012277, IH → 0.000781043}}
```

```
EH* := 0.0006641002182679876` ;
EV* := 0.006875113011519982` ;
SH* := 0.0007728996035393097` ;
IV* := 0.012276987520571396` ;
IH* := 0.0007810426282191574` ;
```

```
CharacteristicPolynomial[
{{-(λh * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ]
-5.98611 × 10-6 - 0.000424214 λ -
0.0150559 λ2 - 0.158422 λ3 - 0.672196 λ4 - λ5
```

```
Solve[CharacteristicPolynomial[
{{-(λh * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ] = 0, λ]
{{λ → -0.28059}, {λ → -0.178689 - 0.0614931 i},
{λ → -0.178689 + 0.0614931 i}, {λ → -0.0171142 - 0.0174502 i},
{λ → -0.0171142 + 0.0174502 i}}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_1 := \tau h + S1 * EH + S3 * IH - (\lambda h * Nv * IV + \mu h) * SH / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\,000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$\epsilon 1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$\epsilon 2 \rightarrow 1 - S1 * \epsilon 1,$$

$$\epsilon 3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$\epsilon 4 \rightarrow \epsilon 2 - \epsilon 1 * \epsilon 3 * S3,$$

$$\epsilon 5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * \epsilon 1 * \epsilon 3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * \epsilon 5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * \epsilon 4 * \epsilon 5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_1

$$\frac{1}{25\,550} + \frac{EH}{14} + \frac{IH}{14} - \left(\frac{1}{25\,550} + 15 \cdot IV \right) SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_2 := \lambda h * Nv * IV * SH - (S1 + \delta h + \mu h) * EH / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\,000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * e5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_2

$$- \frac{2738 EH}{12775} + 15. IV SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_3 := \delta h * EH - (S3 + S2 + \mu h) * IH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000 ;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365) ,$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365) ,$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25 ,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001 ,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001 ,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14 ,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20 ,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14 ,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7 ,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14 ,$$

$$K \rightarrow 60\ 000 ,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v ,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h) ,$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1 ,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h) ,$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3 ,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h) ,$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * e5) - (\delta v * \lambda h * Nv)) ,$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv)) ;$$

H_3

$$\frac{EH}{7} - \frac{6207 IH}{51100}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_4 := (1 - IV) * \lambda v * N_h * IH - (\lambda v * N_h * IH + \delta v + \mu v) * EV / .$$

$$\{N_h := 10\,000;$$

$$\tau_h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu_h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu_v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda_h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda_v \rightarrow 0.0001,$$

$$S_1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S_2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S_3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta_h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta_v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\,000,$$

$$N_v \rightarrow K / \mu_v,$$

$$e_1 \rightarrow 1 / (S_1 + \delta_h + \mu_h),$$

$$e_2 \rightarrow 1 - S_1 * e_1,$$

$$e_3 \rightarrow \delta_h / (S_3 + S_2 + \mu_h),$$

$$e_4 \rightarrow e_2 - e_1 * e_3 * S_3,$$

$$e_5 \rightarrow (\delta_v + \mu_v) / (\lambda_v * N_h * e_1 * e_3 * \tau_h),$$

$$B \rightarrow ((\mu_h * \mu_v * e_5) - (\delta_v * \lambda_h * N_v)),$$

$$A \rightarrow ((\mu_v * \lambda_h * N_v) + (\mu_v * e_4 * e_5 * \lambda_h * N_v) + (\delta_v * \lambda_h * N_v));$$

H_4

$$-EV \left(\frac{39}{350} + 1. \cdot IH \right) + 1. \cdot IH (1 - IV)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_5 := \delta v * EV - \mu v * IV / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\,000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * e5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

$$H_5$$

$$\frac{EV}{14} - \frac{IV}{25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

130

```

s = NDSolve[ { SH' [t] =  $\frac{1}{25550} + \frac{EH[t]}{14} + \frac{IH[t]}{14} -$ 
  ( $\frac{1}{25550} + 15.000000000000002` IV[t]$ ) SH[t],
  EH' [t] == -  $\frac{2738 EH[t]}{12775} + 15.000000000000002` IV[t] SH[t]$ ,
  IH' [t] =  $\frac{EH[t]}{7} - \frac{6207 IH[t]}{51100}$ ,
  EV' [t] =
  -EV[t] ( $\frac{39}{350} + 1.` IH[t]$ ) + 1.` IH[t] (1 - IV[t]),
  IV' [t] =  $\frac{EV[t]}{14} - \frac{IV[t]}{25}$ ,
  SH[0] = 0.000772, EH[0] = 0.000664,
  IH[0] = 0.000781, EV[0] = 0.006875, IV[0] = 0.012276},
  {SH, EH, IH, EV, IV}, {t, 500000} ]

{{SH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  EH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  IH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  EV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  IV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>]}}

EH* := 0.0006641002182679876`;
EV* := 0.006875113011519982`;
SH* := 0.0007728996035393097`;
IV* := 0.012276987520571396`;
IH* := 0.0007810426282191574`;

ParametricPlot[Evaluate[{SH[t], EH[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{SH[t], IH[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{SH[t], EV[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{SH[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{EH[t], IH[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{EH[t], EV[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{EH[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 365}, ColorFunction → Hue, Frame → True,
  PlotStyle → Thick, PlotRangeClipping → True,
  FrameTicks → {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
ParametricPlot[Evaluate[{IH[t], EV[t]} /. s],

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{t, 0, 365}, ColorFunction -> Hue, Frame -> True,
PlotStyle -> Thick, PlotRangeClipping -> True,
FrameTicks -> {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
PlotRange -> All, AspectRatio -> 1]
ParametricPlot[Evaluate[{IH[t], IV[t]} /. s],
{t, 0, 365}, ColorFunction -> Hue, Frame -> True,
PlotStyle -> Thick, PlotRangeClipping -> True,
FrameTicks -> {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
PlotRange -> All, AspectRatio -> 1]
ParametricPlot[Evaluate[{EV[t], IV[t]} /. s],
{t, 0, 365}, ColorFunction -> Hue, Frame -> True,
PlotStyle -> Thick, PlotRangeClipping -> True,
FrameTicks -> {{Automatic, None}, {Automatic, None}},
PlotRange -> All, AspectRatio -> 1]

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$N_h := 10\,000;$

$\tau_h := 1 / (70 * 365);$

$\mu_h := 1 / (70 * 365);$

$\mu_v := 1 / 25;$

$\lambda_h := 0.00001;$

$\lambda_v := 0.0001;$

$S_1 := 1 / 14;$

$S_2 := 1 / 20;$

$S_3 := 1 / 14;$

$\delta_h := 1 / 7;$

$\delta_v := 1 / 14; K := 60\,000;$

$N_v := K / \mu_v // N$

N_v

1.5×10^6

$e_1 := 1 / (S_1 + \delta_h + \mu_h) // N$

e_1

4.66581

$e_2 := 1 - S_1 * e_1 // N$

e_2

0.666728

$e_3 := \delta_h / (S_3 + S_2 + \mu_h) // N$

e_3

1.17609

$e_4 := e_2 - e_1 * e_3 * S_3 // N$

e_4

0.274769

$e_5 := (\delta_v + \mu_v) / (\lambda_v * N_h * e_1 * e_3 * \tau_h) // N$

e_5

518.823

$B := ((\delta_v * \lambda_h * N_v) - (\mu_h * \mu_v * e_5))$

B

1.07062

$A := ((\mu_v * \lambda_h * N_v) + (\mu_v * e_4 * e_5 * \lambda_h * N_v) + (\delta_v * \lambda_h * N_v))$

A

87.2051

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$RO := (\mu h * A) / (\lambda h * Nv * B)$$

RO

4705.16

$$J_{E_2} = \{ \{ -(\lambda h * Nv * IV + \mu h), S1, S3, 0, -\lambda h * Nv * SH \}, \\ \{ \lambda h * Nv * IV, -(S1 + \delta h + \mu h), 0, 0, \lambda h * Nv * SH \}, \\ \{ 0, \delta h, -(S3 + S2 + \mu h), 0, 0 \}, \\ \{ 0, 0, (1 - IV) * \lambda v * Nh - \lambda v * Nh * EV, \\ -(\lambda v * Nh * IH + \delta v + \mu v), -\lambda v * Nh * IH \}, \\ \{ 0, 0, 0, \delta v, -\mu v \} \};$$

MatrixForm[J_{E₂}]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} - 15. IV & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & -15. SH \\ 15. IV & -\frac{2738}{12775} & 0 & 0 & 15. SH \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1. EV + 1. (1 - IV) & -\frac{39}{350} - 1. IH & -1. IH \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

$$\lambda I_5 := \{ \{ \lambda, 0, 0, 0, 0 \}, \{ 0, \lambda, 0, 0, 0 \}, \\ \{ 0, 0, \lambda, 0, 0 \}, \{ 0, 0, 0, \lambda, 0 \}, \{ 0, 0, 0, 0, \lambda \} \};$$

MatrixForm[λI₅]

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

MatrixForm[J_{E₂} - λI₅]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{25550} - 15. IV - \lambda & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & 0 & 0 \\ 15. IV & -\frac{2738}{12775} - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{7} & -\frac{6207}{51100} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1. EV + 1. (1 - IV) & -\frac{39}{350} - 1. IH - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$$

Det[J_{E₂} - λI₅];

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Solve[{th + S1 * EH + S3 * IH - (λh * Nv * IV + μh) * SH = 0,
λh * Nv * IV * SH - (S1 + δh + μh) * EH = 0,
δh * EH - (S3 + S2 + μh) * IH = 0,
(1 - IV) * λv * Nh * IH - (λv * Nh * IH + δv + μv) * EV = 0,
δv * EV - μv * IV = 0},
{SH, EH, IH, EV, IV}]
{{EH → 0., EV → 0., SH → 1., IV → 0., IH → 0.},
{EH → 0.0006641, EV → 0.00687511,
SH → 0.0007729, IV → 0.012277, IH → 0.000781043}}
```

```
EH* := 0.0006641002182679876` ;
EV* := 0.006875113011519982` ;
SH* := 0.0007728996035393097` ;
IV* := 0.012276987520571396` ;
IH* := 0.0007810426282191574` ;
```

```
CharacteristicPolynomial[
{{-(λh * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ]
-5.98611 × 10-6 - 0.000424214 λ -
0.0150559 λ2 - 0.158422 λ3 - 0.672196 λ4 - λ5
```

```
Solve[CharacteristicPolynomial[
{{-(λh * Nv * IV* + μh), S1, S3, 0, -λh * Nv * SH*},
{λh * Nv * IV*, -(S1 + δh + μh), 0, 0, λh * Nv * SH*},
{0, δh, -(S3 + S2 + μh), 0, 0},
{0, 0, (1 - IV*) * λv * Nh - λv * Nh * EV*,
-(λv * Nh * IH* + δv + μv), -λv * Nh * IH*},
{0, 0, 0, δv, -μv}}, λ] = 0, λ]
{{λ → -0.28059}, {λ → -0.178689 - 0.0614931 i},
{λ → -0.178689 + 0.0614931 i}, {λ → -0.0171142 - 0.0174502 i},
{λ → -0.0171142 + 0.0174502 i}}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_1 := \tau h + S1 * EH + S3 * IH - (\lambda h * Nv * IV + \mu h) * SH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\ 000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$\epsilon 1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$\epsilon 2 \rightarrow 1 - S1 * \epsilon 1,$$

$$\epsilon 3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$\epsilon 4 \rightarrow \epsilon 2 - \epsilon 1 * \epsilon 3 * S3,$$

$$\epsilon 5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * \epsilon 1 * \epsilon 3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * \epsilon 5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * \epsilon 4 * \epsilon 5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_1

$$\frac{1}{25\ 550} + \frac{EH}{14} + \frac{IH}{14} - \left(\frac{1}{25\ 550} + 15 \cdot IV \right) SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_2 := \lambda h * Nv * IV * SH - (S1 + \delta h + \mu h) * EH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\ 000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * e5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_2

$$- \frac{2738 EH}{12775} + 15. IV SH$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_3 := \delta h * EH - (S3 + S2 + \mu h) * IH / .$$

$$\{Nh := 10\ 000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\ 000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$\epsilon 1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$\epsilon 2 \rightarrow 1 - S1 * \epsilon 1,$$

$$\epsilon 3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$\epsilon 4 \rightarrow \epsilon 2 - \epsilon 1 * \epsilon 3 * S3,$$

$$\epsilon 5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * \epsilon 1 * \epsilon 3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * \epsilon 5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * \epsilon 4 * \epsilon 5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

H_3

$$\frac{EH}{7} - \frac{6207 IH}{51100}$$

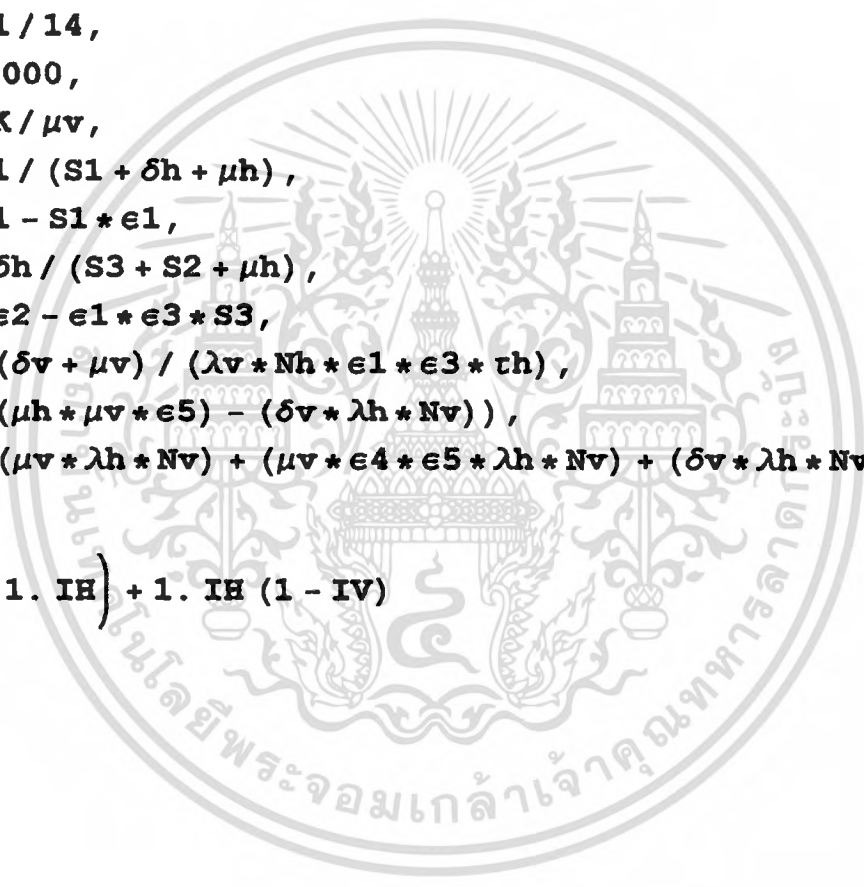
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

H4 := (1 - IV) * λv * Nh * IH - (λv * Nh * IH + δv + μv) * EV / .
{Nh := 10 000;
 τh -> 1 / (70 * 365) ,
 μh -> 1 / (70 * 365) ,
 μv -> 1 / 25 ,
 λh -> 0.00001 ,
 λv -> 0.0001 ,
 S1 -> 1 / 14 ,
 S2 -> 1 / 20 ,
 S3 -> 1 / 14 ,
 δh -> 1 / 7 ,
 δv -> 1 / 14 ,
 K -> 60 000 ,
 Nv -> K / μv ,
 e1 -> 1 / (S1 + δh + μh) ,
 e2 -> 1 - S1 * e1 ,
 e3 -> δh / (S3 + S2 + μh) ,
 e4 -> e2 - e1 * e3 * S3 ,
 e5 -> (δv + μv) / (λv * Nh * e1 * e3 * τh) ,
 B -> ((μh * μv * e5) - (δv * λh * Nv)) ,
 A -> ((μv * λh * Nv) + (μv * e4 * e5 * λh * Nv) + (δv * λh * Nv)) } ;

H4
-EV ( 39 / 350 + 1. IH ) + 1. IH (1 - IV)

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_5 := \delta v * EV - \mu v * IV / .$$

$$\{Nh := 10\,000;$$

$$\tau h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu h \rightarrow 1 / (70 * 365),$$

$$\mu v \rightarrow 1 / 25,$$

$$\lambda h \rightarrow 0.00001,$$

$$\lambda v \rightarrow 0.0001,$$

$$S1 \rightarrow 1 / 14,$$

$$S2 \rightarrow 1 / 20,$$

$$S3 \rightarrow 1 / 14,$$

$$\delta h \rightarrow 1 / 7,$$

$$\delta v \rightarrow 1 / 14,$$

$$K \rightarrow 60\,000,$$

$$Nv \rightarrow K / \mu v,$$

$$e1 \rightarrow 1 / (S1 + \delta h + \mu h),$$

$$e2 \rightarrow 1 - S1 * e1,$$

$$e3 \rightarrow \delta h / (S3 + S2 + \mu h),$$

$$e4 \rightarrow e2 - e1 * e3 * S3,$$

$$e5 \rightarrow (\delta v + \mu v) / (\lambda v * Nh * e1 * e3 * \tau h),$$

$$B \rightarrow ((\mu h * \mu v * e5) - (\delta v * \lambda h * Nv)),$$

$$A \rightarrow ((\mu v * \lambda h * Nv) + (\mu v * e4 * e5 * \lambda h * Nv) + (\delta v * \lambda h * Nv));$$

$$H_5$$

$$\frac{EV}{14} - \frac{IV}{25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

141

```

s = NDSolve[ { SH'[t] =  $\frac{1}{25550} + \frac{EH[t]}{14} + \frac{IH[t]}{14} -$ 
  ( $\frac{1}{25550} + 15.000000000000002` IV[t]$ ) SH[t],
  EH'[t] ==  $-\frac{2738 EH[t]}{12775} + 15.000000000000002` IV[t] SH[t]$ ,
  IH'[t] =  $\frac{EH[t]}{7} - \frac{6207 IH[t]}{51100}$ ,
  EV'[t] =
  -EV[t] ( $\frac{39}{350} + 1.` IH[t]$ ) + 1.` IH[t] (1 - IV[t]),
  IV'[t] =  $\frac{EV[t]}{14} - \frac{IV[t]}{25}$ ,
  SH[0] = 0.0007, EH[0] = 0.0006,
  IH[0] = 0.0007, EV[0] = 0.0068, IV[0] = 0.0122 },
  {SH, EH, IH, EV, IV}, {t, 500000} ]

{{SH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  EH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  IH → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  EV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>],
  IV → InterpolatingFunction[{{0., 500000.}}, <>]}}

EH* := 0.0006641002182679876`;
EV* := 0.006875113011519982`;
SH* := 0.0007728996035393097`;
IV* := 0.012276987520571396`;
IH* := 0.0007810426282191574`;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

ParametricPlot3D[Evaluate[{SH[t], EH[t], IH[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{SH[t], EH[t], EV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{SH[t], EH[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{SH[t], IH[t], EV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{SH[t], IH[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{EH[t], IH[t], EV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{EH[t], IH[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]
ParametricPlot3D[Evaluate[{IH[t], EV[t], IV[t]} /. s],
  {t, 0, 500}, PlotStyle → Thick, PlotRange → All,
  BoxRatios → 1, ColorFunction → (Hue[#2] &)]

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล

นางสาวอโชนทัย กิตติธรรมการณ

วัน เดือน ปีเกิด

1 ธันวาคม 2512

สถานที่เกิด

สุพรรณบุรี

วุฒิการศึกษา

วิทยาศาสตร์บัณฑิต, ศึกษาศาสตร์บัณฑิต

ปีการศึกษาที่จบ

2536, 2549



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อิทธิพลของการฟักตัวมีผลต่อการระบาดของโรค
 มาลาเรียโดยเชื้อพลาสโมเดียมฟัลซิพารัม
 Mathematical Model with the Effect of Incubation Period for the Transmission of
 Plasmodium Falciparum Malaria



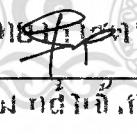
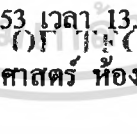
นักศึกษา นางสาวอโชนัทช กิตติธรรมภรณ์

รหัสประจำตัว 48067406

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร. พันธนี พงศ์สัมพันธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ลายมือชื่อ
ดร.ใจปอง ศุภมาสวรินทร์	
ผศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์	
ดร.พรณทิพย์ ภัทรอินทากร	
ดร.สุขุมล สารีกะวณิช ภิรมย์	

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 10 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2553 เวลา 13.30-15.30 น.
 KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRAKANG
 สถานที่สอบ ณ อาคารจุฬาราม 1 คณะวิทยาศาสตร์ ห้อง 219


คณะวิทยาศาสตร์ได้รับรองแล้ว
 (รองศาสตราจารย์ ดร.คุณฉวี สนิบริพัฒน์)
 คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักทะเบียนและประมวลผล ศจก.
 วันที่ส่งเล่มวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์
 วันที่ 1 เดือน ๑๒ พ.ศ. 53
 ถึงชื่อ.....

วันที่ 26 เดือน พค. พ.ศ. 53

เอกสารถึงชื่อ.....นี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ใ้แก่ผู้อื่นโดยเด็ดขาด หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูง และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้