

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาโดยใช้ซีเอฟดีเกี่ยวกับสมรรถนะทางความร้อน
ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี

CFD STUDY ON THERMAL PERFORMANCE IN A SQUARE DUCT
WITH V-SHAPED BAFFLES



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน **103124**
วัน,เดือน,ปี 28 ส.ค. 2552



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2551

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

CFD STUDY ON THERMAL PERFORMANCE IN A SQUARE DUCT
WITH V-SHAPED BAFFLES



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT
FOR THE DEGREE OF BECHALOR OF ENGINEERING
IN MECHANICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ช้ 2008 การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การศึกษาโดยใช้ซีเอฟดีเกี่ยวกับสมรรถนะทางความร้อน
ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี
CFD Study on Thermal Performance in a Square Duct
with V-Shaped Baffles



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2551

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2551

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล


คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การศึกษาโดยใช้ซีเอฟดีเกี่ยวกับสมรรถนะทางความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี

CFD STUDY ON THERMAL PERFORMANCE IN A SQUARE DUCT
WITH V-SHAPED BAFFLES

ผู้จัดทำ

1. นายวิทยา บุญศิลป์ รหัสประจำตัว 49015508
2. นายจารุเกียรติ นาคเกษม รหัสประจำตัว 49015522
3. นายนพดล อนันตกุล รหัสประจำตัว 49015529


อาจารย์ที่ปรึกษา
(รศ.ดร. พงษ์เจต พรหมวงศ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างสูงจากรศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ได้ให้คำแนะนำ สั่งสอน ให้คำปรึกษา และถ่ายทอดประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์สำหรับการทำงานวิจัยฉบับนี้ที่ทีมงานวิจัยขอกราบขอบพระคุณในความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.จารุวัตร เจริญสุข ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้ด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษา ทางทีมงานวิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ คุณนิวัฒน์ ภูเจริญ (พี่โหน่ง) ที่ให้ความกรุณาช่วยเหลือให้การฝึกสอน คำแนะนำที่ดีแก่ทีมงานวิจัย ตลอดจนให้ความกรุณาเอื้อเฟื้อด้านสถานที่และอุปกรณ์ในการทำวิจัยที่ทันสมัย

ขอขอบพระคุณ คุณสมบัติ ทานา (พี่บัต) ที่คอยช่วยเหลือแก้ไขปัญหาแก่ทีมงานวิจัยซึ่งสามารถทำให้เข้าใจปัญหานั้นๆ

ขอขอบพระคุณ คุณนิวัฒน์ สุกสาม (พี่วัฒน์) ที่คอยรับฟังปัญหา และคอยแนะนำวิธีแก้ไขปัญหาร่วมด้วยคำปรึกษาต่างๆอย่างเสมอมา ซึ่งทำให้ทีมงานวิจัยได้สามารถผ่านปัญหาต่างๆได้อย่างลุล่วงได้ด้วยดีเสมอมา

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่น้องและเพื่อนๆทุกคนที่คอยเป็นห่วงเป็นใย และคอยช่วยเหลือด้านกำลังใจเป็นอย่างดีสำหรับการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณ ภาควิชาเครื่องกล สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ ที่อนุเคราะห์ด้านสถานที่และคอมพิวเตอร์ในการทำวิจัย

ขอขอบพระคุณ ท่านอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน รวมทั้งขอขอบคุณผู้วิจัย ผู้เขียนตำราวิชาการทุกท่าน ในบทบรรณานุกรมที่เป็นแหล่งข้อมูลให้ความรู้ในทางด้านทฤษฎีสำหรับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

สุดท้ายขอขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังเป็นอย่างสูงที่ได้สนับสนุนการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ทีมงานวิจัยขอขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

วิทยา บุญศิริ

จารุเกียรติ นาคเกษม

นพดล อนันตกุล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

CFD Study on Thermal Performance in a Square Duct with V-Shaped Baffles

Mr. Wittaya Bunsil 49015508

Mr. Jarukiat Nakkasem 49015522

Mr. Noppadol Anantagool 49015529

Assoc. Prof. Dr. Pongjet Promvonge Advisor

Abstract

Heat transfer enhancement for three dimensional laminar flows in a square duct fitted with V-shaped baffles connected in tandem has been numerically investigated. The V-shaped baffles mounted on four duct walls are in staggered arrangements with alternately V and reverse-V baffles. The study is made by a CFD (computational fluid dynamics) code, FLUENT using rectangular grid. The baffle parameters based on the duct hydraulic diameter (H) are baffle height ratios (or blockage ratio, h/H) of 0.1, 0.2 and 0.3; half angles of V- baffle, $A = 30^\circ, 45^\circ$ and 60° ; baffle pitch ratios, $P/H = 0.5, 0.524$ and 0.547 ; and baffle length ratios, $L/H = 0.3, 0.4$ and 0.5 . The flow rate is in terms of Reynolds number ranging from 100 to 800. The presence of the baffles causes the interruption of hydrodynamic and thermal boundary layers and gives rise to four longitudinal vortex flows between the two adjacent baffles. The increase in the blockage ratio and Reynolds number leads to the rise in Nusselt number and friction factor. The best thermal performance is found at blockage ratio = 0.2.

การศึกษาโดยใช้ซีเอฟดีเกี่ยวกับสมรรถนะทางความร้อน ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี

นายวิชา บุญศิริ รัศมีประจำตัว 49015508

นายจารุเกียรติ นาคเกษม รัศมีประจำตัว 49015522

นายนพดล อนันตกุล รัศมีประจำตัว 49015529

รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2551

บทคัดย่อ

การเพิ่มการแลกเปลี่ยนความร้อนสำหรับการไหลแบบลามินาร์สามมิติในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีเรียงตามกันในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข ซึ่งแผ่นกั้นรูปตัววีติดตั้งอยู่บนผนังท่อทั้ง 4 ด้าน โดยที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีและแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านถูกจัดวางแบบเยื้องกันสลับกันออกไปสามารถทำการศึกษาได้โดยการสร้างแบบจำลองจากการประยุกต์ใช้ ซีเอฟดี (พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ) โปรแกรม FLUENT ใช้กริดแบบสี่เหลี่ยม ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแผ่นกั้นบนเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกมีอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัส h/H เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 ทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นรูปตัววี A ที่มุม 30, 45 และ 60 องศา อัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.5, 0.524 และ 0.547 และอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 อัตราการไหลอยู่ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 ถึง 800 ตามลำดับ ผลที่ได้จากการติดตั้งแผ่นกั้นนี้จะไปขัดขวางการเกิดบาวน์คาร์เรียเจอร์ของการไหลและของความร้อน และทำให้เกิดการหมุนวนของการไหลบริเวณช่วงห่างระหว่างแผ่นกั้น เมื่ออัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัสและค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าเลขนัสเซิสท์และค่าตัวประกอบความเสียดทานเพิ่มขึ้นด้วย เมื่อพิจารณาค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัส h/H เท่ากับ 0.2 มีค่าสูงที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	IX
สารบัญรูป	X
รายการคำย่อและสัญลักษณ์	XIV
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา	2
1.3 ขอบเขตการวิจัย	3
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย	4
บทที่ 2 วรรณกรรมปริทรรศน์	5
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
บทที่ 3 กฎการอนุรักษ์พื้นฐาน	7
3.1 กฎการอนุรักษ์ในการเคลื่อนที่ของของไหล	7
3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน	7
3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ	8
3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหลในเทอมของ ชิ้นส่วนย่อยของไหล	10
3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ	12
3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ	15
3.3 สมการสถานะ	21
3.4 สมการนาเวียร์-สโตกส์ สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน	22
3.5 รูปแบบอนุรักษ์สำหรับสมการควบคุมของการไหลของของไหล	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ	28
4.1 การไหลของของไหล	28
4.1.1 สภาวะการไหล	28
4.1.2 ความเร็วเฉลี่ย (mean velocity)	29
4.1.3 รูปร่างของความเร็วของของไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว	30
4.1.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบเสียดทานในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว	32
4.2 การถ่ายเทความร้อน	33
4.2.1 อุณหภูมิเฉลี่ย	34
4.2.2 สภาวะการปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed conditions)	35
4.3 การสมดุลของพลังงาน (Energy Balance)	38
4.3.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ (Constance Surface Heat Flux)	39
4.3.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant Surface Temperature)	40
4.4 สหพันธ์การพาความร้อนสำหรับท่อที่ไม่กลม	41
4.5 การเพิ่มการถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer Enhancement)	43
4.6 สมรรถนะเชิงความร้อน (Thermal Performance)	43
บทที่ 5 การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล	45
5.1 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข	45
5.2 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล	45
5.3 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล	47
5.4 รูปแบบการจัดวางกริด	49
5.5 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข	50
5.6 การดิสcretize ไรต์สมการบังคับ	53
5.7 การดิสcretize ไรต์สมการอนุพันธ์มวล	54
5.8 การดิสcretize ไรต์สมการอนุพันธ์พลังงาน	54
5.9 การดิสcretize ไรต์สมการนาเวียร์-สโตกส์	58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 การกำหนดปัญหาและการตรวจสอบผลการคำนวณ	66
6.1 สมการควบคุมและสมมติฐาน	66
6.2 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย	67
6.3 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ	72
6.4 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution)	72
บทที่ 7 ผลการจำลองและการวิจารณ์	75
7.1 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	76
7.1.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	76
7.1.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	81
7.1.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	81
7.1.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	82
7.1.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	82
7.1.6 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	83
7.2 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	84
7.2.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	84

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
7.2.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่า อัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	89
7.2.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วน เลขนัสเซลท์ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยน ค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	89
7.2.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบ ความเสียดทานของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบ เปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	90
7.2.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัว ประกอบความเสียดทาน ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับ ด้านแบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	90
7.2.6 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการ แลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	91
7.3 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาว ของแผ่นกั้น	92
7.3.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	92
7.3.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่า อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	97
7.3.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วน เลขนัสเซลท์ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยน ค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	97
7.3.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบ ความเสียดทาน ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบ เปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	98

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
7.3.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	98
7.3.6 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านแบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	99
บทที่ 8 สรุปผลการจำลองและข้อเสนอแนะ	100
8.1 สรุปผลการจำลอง	100
8.2 ข้อเสนอแนะ	101
บรรณานุกรม	102
ภาคผนวก บทความประกอบการนำเสนอโครงการ	103
ประวัติผู้เขียน	115

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้	26
4.1 ค่า Nu_D และ f สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อ พื้นที่หน้าตัดต่างๆกัน	42
6.1 แสดงลักษณะต่างๆของแผ่นกั้นที่ใช้ในท่อจัดรูสสำหรับการจำลอง	70



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	8
3.2	9
3.3	13
3.4	14
3.5	17
4.1	28
4.2	30
4.3	33
4.4	34
4.5	37
4.6	38
4.7	43
5.1	46
5.2	48
5.3	49
5.4	49
5.5	52
5.6	60
5.7	60
5.8	63
5.9	64
6.1	68
6.2	68
6.3	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.4 แบบจำลองขนาดและอัตราส่วนของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แสดงเป็นภาพด้านข้างสองมิติดังแสดงในภาพ (a) และแบบจำลอง โมเดลที่ใช้ในการจำลองแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน โดยคิดการไหลแบบ periodic แสดงเป็นภาพสามมิติดังแสดงในภาพ (b)	69
6.5 ลักษณะของกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน	71
6.6 แสดงการเปรียบเทียบของการหาความเป็นอิสระของกริดที่ใช้ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน ระหว่างจำนวนกริดกับค่าเลขนัสเซลท์	71
6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซลท์ของท่อจตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง	73
6.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง	74
7.1 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	77
7.2 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	78
7.3 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	79
7.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซลท์ Nu แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	81
7.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ Nu/Nu_0 แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	81
7.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	82

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	82
7.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น	83
7.9 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	85
7.10 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	86
7.11 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	87
7.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	89
7.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0 แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	89
7.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	90
7.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	90
7.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น	91
7.17 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	93

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.18 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	94
7.19 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$	95
7.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	97
7.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0 แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	97
7.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	98
7.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	98
7.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น	99

บทที่ 1

บทนำ

ในปัจจุบันความต้องการด้านพลังงานของประเทศมีแนวโน้มสูงขึ้น เพราะการใช้พลังงานมีมากขึ้นตามความเจริญของประเทศ เพื่อใช้ในการผลิตและสร้างอุปกรณ์ต่างๆที่ใช้ในชีวิตประจำวัน การพัฒนาเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนนับเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่ง สำหรับใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมทั่วไป ทั้งกิจการขนาดย่อมจนกระทั่งถึงอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ ในโรงงานอุตสาหกรรมที่มีอุปกรณ์การใช้งานประเภทแลกเปลี่ยนความร้อน หากสามารถใช้อุปกรณ์ดังกล่าวได้อย่างเต็มความสามารถของอุปกรณ์ ก็จะช่วยให้ลดต้นทุนการผลิตทางด้านพลังงานได้ อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนดังกล่าวที่ใช้กันมีอยู่หลายประเภท แต่โดยทั่วไปจะมีหลักการเดียวกันคือ การถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการไหลมี 2 ชนิดที่ไหลตามกันหรือไหลสวนทางกัน โดยที่ไม่จำเป็นต้องให้ของไหลทั้ง 2 ชนิดผสมกัน ซึ่งกระบวนการดังกล่าวพบได้โดยทั่วไปในงานเชิงวิศวกรรม เช่น หม้อน้ำรถยนต์ คอนเดนเซอร์เครื่องปรับอากาศ หม้อต้มต่างๆและอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้ในอุตสาหกรรมทั่วไป ทั้งหมดเป็นตัวอย่างของการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างของไหลร้อนและของไหลเย็น และหน้าที่ที่สำคัญของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนก็คือการนำเอาพลังงานความร้อนมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพและให้เกิดประโยชน์สูงสุด

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่าอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนที่มีการใช้งานหลายรูปแบบและมีการใช้งานอย่างกว้างขวางทั้งในงานอุตสาหกรรมและงานพาณิชย์ โดยมีตั้งแต่ขนาดเล็กสุด ได้แก่ ตัวระบายความร้อนในอุปกรณ์สร้างภาพอินฟราเรด ระบบจรวดนำวิถี จนถึงขนาดใหญ่ ได้แก่ หม้อไอน้ำ คอนเดนเซอร์ และชุดระบายความร้อนจากน้ำหล่อเย็น ความหลากหลายของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนครอบคลุมทุกชนิด รูปทรง และ การจัดวางทางเรขาคณิตของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนโดยส่วนใหญ่ จะทำหน้าที่ให้ความสะดวกแก่การถ่ายเทความร้อนระหว่างของไหลสองชนิดที่มีอุณหภูมิที่แตกต่างกัน โดยกระบวนการถ่ายเทความร้อนจากของไหลตัวหนึ่งไปสู่ของไหลอีกตัวหนึ่งจะต้องมีผลต่างสุทธิของอุณหภูมิ ในขณะที่เกิดการถ่ายเทความร้อนนั้นของไหลที่ร้อนจะมีอุณหภูมิลดลง ส่วนของไหลเย็นจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น แต่อย่างไรก็ตามอุณหภูมิสูงสุดของของไหลเย็นสามารถจะขึ้นไปถึงได้นั้นจะต้องต่ำกว่าอุณหภูมิสูงสุดของของไหลร้อนเสมอ ในทำนองเดียวกัน อุณหภูมิต่ำสุดของของไหลร้อนจะต้องมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิต่ำสุดของของไหลเย็นเสมอ กล่าวคือจะต้องมีความ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แตกต่างของอุณหภูมิของของไหลทั้งสองเพื่อเป็นตัวขับเคลื่อนการถ่ายเทความร้อน ไปสู่ของไหลเย็น ซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ ในทำนองเดียวกันจะต้องมีการใช้พลังงานส่วนหนึ่งในการทำให้ของไหลไหลผ่านอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน ซึ่งจะแสดงให้เห็นเป็นผลต่างความดันระหว่างทางเข้าและทางออกของอุปกรณ์

โดยทั่วไปสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนจะสัมพันธ์กับการสูญเสียความดันเนื่องจากแรงเสียดทาน การปรับปรุงสมรรถนะทางความร้อนมักจะทำให้เกิดการสูญเสียแรงดันที่เพิ่มขึ้นสำหรับการสูญเสียแรงดันที่เกิดขึ้นบางครั้งก็จะไม่คุ้มค่าเนื่องจากพลังงานกลที่ต้องจ่ายไปจะมีมูลค่ามากกว่าการถ่ายเทพลังงานความร้อน

งานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการแลกเปลี่ยนความร้อนภายในช่องขนาน ได้แก่การไหลของอากาศ ความเร็วของอากาศ ตัวแผ่นกั้นในท่อจตุรัส ค่าความสูงของท่อจตุรัสที่สัมพันธ์กับความสูงของแผ่นกั้นและการจัดวางแผ่นกั้นแต่ละตัว เพื่อช่วยให้อากาศทำการถ่ายเทความร้อนได้ดีขึ้น วิธีที่สามารถใช้ศึกษาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ได้ เช่น วิธีวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution) การสร้างแบบจำลองเพื่อทดลองการไหลและการถ่ายเทความร้อน และระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขนี้ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นตัวช่วยในการหาผลเฉลยปัญหาของการไหลและการถ่ายเทความร้อนหรือที่เรียกว่า ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics; CFD) จะมีความสะดวกกว่า 2 วิธีแรก เนื่องจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่ครอบคลุมปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบไม่เชิงเส้น (Non linear) จึงทำให้มีความยุ่งยากสำหรับการวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำ ส่วนการสร้างแบบจำลองเพื่อทดลองต้องใช้เวลามีค่าใช้จ่ายสูง ทำให้การเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขทำได้ในขอบเขตจำกัด

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีการคำนวณทางด้านพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นเครื่องมือสำหรับศึกษาค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ เลขเรย์โนลด์ส์ (Reynolds number; Re) ค่าอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล (Blockage ratio; $Br=h/H$) และรูปแบบของแผ่นกั้น เพื่อค้นหาผลของพารามิเตอร์เหล่านี้ที่สามารถช่วยส่งเสริมให้อากาศถ่ายเทความร้อนจากผิวของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นอยู่ภายในที่จัดวางแบบเดียวกันได้ดีขึ้น สำหรับผลการวิจัยที่เราได้ สามารถใช้เป็นแนวทางหนึ่งในการออกแบบการจัดวางแผ่นกั้นให้มีความสามารถในการถ่ายเทความร้อนที่ดีขึ้นได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.2.1 เพื่อศึกษาการใช้โปรแกรมแกมบิท (GAMBIT) ในการวาดรูปและควบคุมกริดเพื่อตั้งปัญหาหรือขอบเขตในการทำวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2.2 เพื่อศึกษาการใช้โปรแกรมฟลูเอนท์ (FLUENT) จำลองการไหลของของไหลผ่านท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีติดตั้งอยู่ภายในผนังทั้งสองด้าน

1.2.3 เพื่อศึกษาผลกระทบของมุม ระยะพิทช์ ความยาว และอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นรูปตัววีในท่อจตุรัสที่ทำให้การถ่ายเทความร้อนได้ดีที่สุด

1.2.4 เพื่อศึกษาพฤติกรรมกรไหลของอากาศ และผลกระทบของการเพิ่มขึ้นของความเสียหายทานในท่อจตุรัสเมื่อติดตั้งแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน

1.2.5 วิเคราะห์ผลกระทบของค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ เลขเรย์โนลด์ส์ (Re) รูปแบบของแผ่นกั้น ค่าอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล (h/H) ที่มีผลต่อสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 ใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขทางพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนบนพื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (Finite volume method)

1.3.2 ทำการคำนวณในแบบจำลองการไหลสามมิติที่มีการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 ถึง 800

1.3.3 พิจารณาเฉพาะการพาความร้อนแบบบังคับ (Forced convection)

1.3.4 ผิวของท่อจตุรัสมีอุณหภูมิคงที่ (Constant surface temperature)

1.3.5 แผ่นกั้นภายในท่อจตุรัสเป็นแบบอะไดแบติก (Adiabatic boundary condition)

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

1.4.1 รวบรวมข้อมูล ทำการศึกษาทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเพิ่มประสิทธิภาพการถ่ายเทความร้อนของการไหลภายในท่อจตุรัส

1.4.2 กำหนดลักษณะของปัญหา และกำหนดลักษณะรูปร่างของแผ่นกั้นและสร้างรูปจำลองบนโปรแกรมออกแบบทางพลศาสตร์ของไหลพร้อมกับเลือกขนาดและจำนวนกริดที่เหมาะสม

1.4.3 ตรวจสอบโปรแกรมกับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution) ทำการคำนวณเชิงตัวเลขในปัญหาที่ต้องการศึกษา

1.4.4 ทำการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองการไหลสามมิติ ที่ต้องการศึกษาโดยการเปลี่ยนแปลง ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ตามที่ระบุในวัตถุประสงค์ได้แก่ เลขเรย์โนลด์ส์ รูปแบบของแผ่นกั้น ค่าอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4.5 วิเคราะห์ผลที่ได้จากการคำนวณ นำข้อมูลจากการคำนวณมาทำการวิเคราะห์ผลและแสดงค่าในรูปพารามิเตอร์ไร้หน่วย

1.4.6 สรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์และข้อเสนอแนะที่ควรทำการวิจัยต่อไป

1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

1.5.1 ทำให้ทราบผลกระทบของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกัน

1.5.2 เพื่อการพัฒนาและออกแบบแผ่นกันภายในท่อจตุรัส ในกรณีจัดวางแผ่นกันแบบเอียงกันให้มีความเหมาะสม

1.5.3 เป็นองค์ความรู้เพื่อการวิจัยด้านการถ่ายเทความร้อนในท่อจตุรัสต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วรรณกรรมปริทรรศน์

ในปัจจุบันได้มีการศึกษาในเรื่องการปรับปรุงการถ่ายเทความร้อนของท่อจตุรัสเพื่อที่จะหาวิธีในการลดต้นทุนในด้านพลังงาน และได้มีการค้นคว้ารูปแบบของการปรับปรุงการถ่ายเทความร้อนภายในท่อจตุรัสให้มีความเหมาะสมและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด งานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Patankar และคณะ [6] ทำการคำนวณคุณลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อ โดยอาศัยหลักการคิดลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่

Berner และคณะ [7] แนะนำพฤติกรรมการไหลแบบลามินาร์ในช่องขนานที่ติดแผ่นกั้น พบว่าที่เลขเรย์โนลด์ส์ต่ำกว่า 600 และจะไม่เกิด vortex shedding

Webb และ Ramadhyani [8] คำนวณเชิงตัวเลขของลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานผิวเรียบที่ติดแผ่นกั้นแนวเอียงกัน โดยใช้เงื่อนไขพื้นฐานลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่ของ Patankar และคณะ [6]

Sripattanapipat และ Promvonge [9] วิเคราะห์เชิงตัวเลขการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ 2 มิติในในช่องขนานที่ติดแผ่นกั้นรูปเพชรที่ผนังบนและล่างแนวเอียง โดยคิดลักษณะการไหลเป็นคาบ โดยใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผนังคงที่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ช่วง 100-600 พบว่าเมื่อลดมุมที่ยอดรูปเพชรจะทำให้ค่าเลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น และยังพบว่าทุกค่าของเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้มุมยอดเพชรที่ 5° และ 10° ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ามุมยอดเพชรที่ 0° (แผ่นกั้นบาง)

Han และคณะ [10] ศึกษาเชิงทดลองการถ่ายเทความร้อนในท่อจตุรัสที่ติดแผ่นกั้นบนผนังสองด้าน โดยใช้รูปทรงแผ่นกั้นแตกต่างกัน 9 แบบ และแต่ละรูปทรงจะพิจารณาที่ค่า ระยะพิชต์ต่อความสูงแผ่นกั้นเท่ากับ 10 และ ความสูงแผ่นกั้นต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 ผลลัพธ์ของการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยและตัวประกอบเสียดทานพบว่าแผ่นกั้นวางทำมุม และแผ่นกั้นรูปตัววีให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นสูงกว่าแผ่นกั้นยาวต่อเนื่อง และยังพบว่าที่มุม 60° ให้การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในจำนวนแผ่นกั้นที่วางเอียง

Han และ Zhang [11] นำเสนอการถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นในท่อจตุรัสด้วยแผ่นกั้นทั้งหมด 7 รูปทรงของแผ่นกั้นที่วางเว้นช่วง พบว่าแผ่นกั้นรูปตัววีวางเว้นช่วงมุม 60° ให้การถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่าท่อผิวเรียบ 4.5 เท่า และดีกว่าแผ่นกั้นยาวต่อเนื่อง การทดลองทั้งหมดได้ติดแผ่นกั้นที่ผนังสองด้านและค่าความสูงแผ่นกั้นต่อความสูงท่อมักค่า 0.0625 และระยะพิชต์ต่อความสูงแผ่นกั้นที่ค่า 10 โยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Liou และ Hwang [12,13] ได้ทำการทดลองแผ่นกั้นจัตุรัส แผ่นกั้นสามเหลี่ยม และแผ่นกั้นครึ่งวงกลม พบว่าแผ่นกั้นจัตุรัสให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนดีที่สุดในแผ่นกั้นทั้งหมดที่ทดลอง

S.S. Mousavi , K. Hooman [4] ศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนภายในช่องขนานที่มีแผ่นกั้นแบบแผ่นเรียบวางเอียงกันภายในช่องขนาน ซึ่งได้กำหนดให้ค่าระยะห่างของแผ่นกั้นคงที่ และปรับเปลี่ยนอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล การศึกษาใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ภายในแบบจำลองการไหลสองมิติ การไหลเป็นแบบราบเรียบและอยู่ในสถานะคงตัว (Steady flow) เลขเรย์โนลด์ส์อยู่ในช่วง 50-500 โดยใช้ความยาวจำเพาะของสมการเป็นความสูงของแบบจำลองการไหลหรือความสูงของช่องอากาศ ผลการศึกษาพบว่า การเพิ่มอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล เป็นการเพิ่มขนาดของกระแสหมุนวน ทำให้การถ่ายเทความร้อนของแบบจำลองดีขึ้น

ชาญณรงค์ วันทา [3] ศึกษาถึงพารามิเตอร์ที่ช่วยส่งเสริม ให้อากาศถ่ายเทความร้อนจากชิพได้ดี ซึ่งพารามิเตอร์ที่นำมาศึกษาได้แก่ เลขเรย์โนลด์ส์ ค่าอัตราส่วนความสูงของชิพต่อความสูงของแบบจำลองการไหล และค่าอัตราส่วนระยะห่างของชิพต่อความยาวของชิพ โดยจัดวางชิพแบบแถวเรียงตรงกัน ในแผงวงจรอิเล็กทรอนิกส์ และนำวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลบนพื้นฐานระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม มาเป็นเครื่องมือในการศึกษาผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษาดังกล่าว สำหรับผลของการศึกษา เลขเรย์โนลด์ส์ ค่าอัตราส่วนความสูงของชิพต่อความสูงของแบบจำลองการไหล และค่าอัตราส่วนระยะห่างของชิพต่อความยาวของชิพในสถานะการไหลคงตัว พบว่าการเพิ่มค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ในขอบเขตที่เหมาะสม ทั้งในการคำนวณสองมิติและสามมิติ สามารถทำให้ชิพมีประสิทธิภาพการถ่ายเทความร้อนที่ดีขึ้นได้

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบลามินาร์ 3 มิติ โดยพิจารณาลักษณะการไหลเป็นคาบ ในท่อจัตุรัสที่ติดตั้งแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านที่ผนังทั้งสองด้าน โดยจัดเป็นแผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลัง ปรับเปลี่ยนมุม ระยะพิตช์ และความยาวของแผ่นกั้น โดยที่กั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังติดตั้งแบบเอียงกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

กฎการอนุรักษ์พื้นฐาน

3.1 กฎการอนุรักษ์ในการเคลื่อนที่ของของไหล

ในบทนี้กล่าวถึงสมการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สำหรับการไหลและการถ่ายเทความร้อน ที่ประกอบด้วย กฎการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน [2] ซึ่งได้นำไปสู่สมการควบคุมของการไหลรวมทั้งเงื่อนไขที่จำเป็นบางอย่างคือ เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ เนื้อหาหลักที่ครอบคลุมในบทนี้ประกอบด้วย

- ระบบสมการ PDEs (Partial Differential Equations) ซึ่งควบคุมการไหลในพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y, z)
- สมการสถานะ
- แนวคิดเกี่ยวกับความหนืดในรูปของ Newtonian ซึ่งนำไปสู่สมการ Navier – Stokes
- ความเหมือนกันในเชิงหลักการระหว่างสมการ PDEs ของการไหลกับสมการการถ่ายโอน (Transport Equations)

3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน

สมการควบคุมการไหลของของไหลแทนถึงสมการทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายกฎการอนุรักษ์ทางฟิสิกส์ ดังนี้

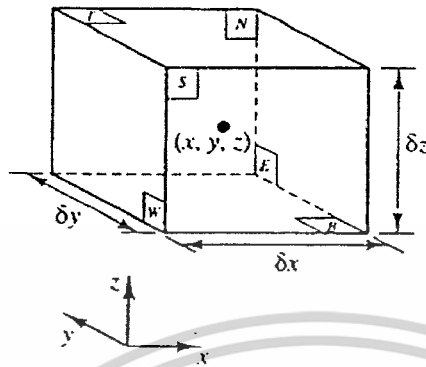
- มวลของไหลไม่สูญหายไปไหน
- อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหล (กฎข้อที่สองของนิวตัน)
- อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานเท่ากับผลรวมของอัตราการเพิ่มขึ้นของความร้อนกับอัตราองงานที่กระทำในอนุภาคของไหล (กฎข้อหนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์)

ของไหลจะถูกพิจารณาว่ามีความต่อเนื่องสำหรับการวิเคราะห์การไหลของของไหลที่ระดับมหภาค คือพิจารณาที่สเกลระดับ $1 \mu\text{m}$ ขึ้นไป โครงสร้างและการเคลื่อนที่ระดับโมเลกุล สามารถไม่นำมาพิจารณาได้ เราสนใจที่จะอธิบายพฤติกรรมของไหลในเทอมของคุณสมบัติในระดับมหภาค เช่น ความเร็ว ความดัน ความหนาแน่น อุณหภูมิ รวมทั้งอัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติเหล่านี้ เป็นต้น สิ่งนี้อาจจะคิดเป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มโมเลกุลจำนวนมาก ดังนั้นจุดใดๆ ในของไหลนั้นจะมีคุณสมบัติของของไหลในระดับมหภาค ไม่ขึ้นกับอิทธิพลจากอนุภาคในระดับโมเลกุล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราพิจารณาชิ้นส่วนของไหลขนาดเล็กที่มีความยาวด้านเท่ากับ δx , δy และ δz ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ชิ้นส่วนของของไหลสำหรับกฎการอนุรักษ์

ผิวหน้าทั้งหกด้านจะถูกแทนด้วย N, S, E, W, T, B ซึ่งแทนถึงทิศทางในแนวเหนือ ใต้ ตะวันออก ตะวันตก บน และล่าง ตามลำดับ ศูนย์กลางของชิ้นส่วนอยู่ที่ตำแหน่ง (x, y, z) เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบของ มวล โมเมนตัม และพลังงานของชิ้นส่วนของไหล จะสามารถสร้างสมการการไหลของของไหลได้

คุณสมบัติของของไหลทั้งหมดจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา ดังนั้นเราจำเป็นต้องเขียน $\rho(x, y, z, t)$, $p(x, y, z, t)$, $T(x, y, z, t)$ และ $\mathbf{u}(x, y, z, t)$ สำหรับความหนาแน่น, ความดัน, อุณหภูมิ และเวกเตอร์ความเร็ว ตามลำดับ เพื่อหลีกเลี่ยงความซับซ้อนในการเขียนคำสัญลักษณ์แสดงคุณสมบัติดังกล่าว เราจะไม่ระบุตำแหน่งและเวลา เช่น ความดันที่ศูนย์กลาง (x, y, z) ของชิ้นส่วนของไหลที่เวลา t จะถูกแทนโดย p หรือการเปลี่ยนแปลงในทิศทาง x ของความดันที่ศูนย์กลาง (x, y, z) ที่เวลา t หนึ่งๆ จะถูกแทนโดย $\frac{\partial p}{\partial x}$ หลักการนี้จะถูกนำไปใช้สำหรับคุณสมบัติของไหลทั้งหมด

ชิ้นส่วนของไหลที่พิจารณานั้นมีขนาดเล็กมาก จนกระทั่งคุณสมบัติของไหลที่ผิวหน้าสามารถอธิบายได้อย่างแม่นยำด้วยสองพจน์แรกของสมการ Taylor ดังนั้น สำหรับตัวอย่างความดันที่ผิวหน้า e และ w ซึ่งทั้งคู่มีระยะห่างจากศูนย์กลางของชิ้นส่วนของไหลเท่ากับ $\frac{1}{2} \cdot \delta x$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta x \quad \text{และ} \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta x$$

3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ

ขั้นตอนแรกของการหาสมการอนุรักษ์มวลคือการพิจารณาถึงสมมูลมวลของชิ้นส่วนของไหล
ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลใน = อัตราการไหลสุทธิของมวล
 ชั้นส่วนของไหล ที่เข้าไปในชั้นส่วนของไหล

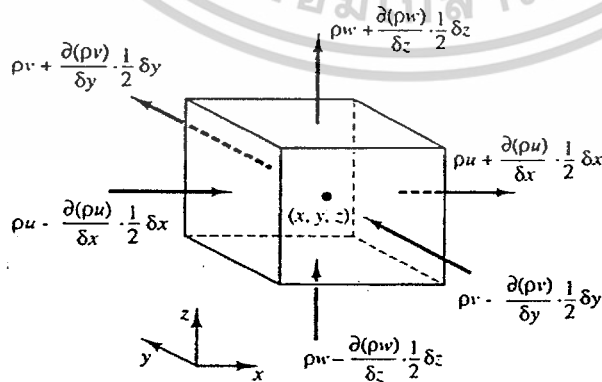
อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลในชั้นส่วนย่อยของของไหลคือ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (3.1)$$

อัตราการไหลเชิงมวลผ่านพื้นผิวและชั้นส่วนย่อย ซึ่งนิยามโดยผลคูณของความหนาแน่น พื้นที่ผิว และความเร็วในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวนั้น จากรูปที่ 3.2 จะพบว่า การไหลสุทธิของมวลเข้าสู่ชั้นส่วนย่อยผ่านพื้นผิวสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} & \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\ & + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (3.2)$$

โดยการไหลเข้าสู่ชั้นส่วนที่ทำให้มวลของชั้นส่วนย่อยเพิ่มขึ้นถูกกำหนดให้เป็นบวก และมีค่าเป็นลบ เมื่อมีการไหลออกจากชั้นส่วนย่อย



รูปที่ 3.2 การไหลของมวลเข้าและออกชั้นส่วนของไหล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลภายในชิ้นส่วนย่อยนั้น เท่ากับอัตราของมวลสุทธิจากการไหลออกผ่านพื้นผิวของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเมื่อย้ายข้างให้อยู่ในฝั่งเดียวกันเมื่อรวมกันแล้วจะหักล้างกันหมด เทอมทั้งหมดได้ถูกเรียบเรียงทางซ้ายของสมการและถูกหารด้วยปริมาตรของชิ้นส่วนย่อย $\delta x \delta y \delta z$ ซึ่งจะได้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

หรือในรูปแบบของเวกเตอร์

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.4)$$

สมการ (3.4) นี้ คือสมการอนุรักษ์มวล หรือสมการความต่อเนื่อง 3 มิติ แบบการไหลไม่คงตัว และอัดตัวได้ เทอมแรกทางซ้ายมือคืออัตราการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่น (มวลต่อปริมาตร) ต่อเวลา เทอมที่สองอธิบายถึงการไหลสุทธิของมวลข้ามผ่านขอบเขตของปริมาตรเล็ก ๆ นั้น เรียกว่า เทอมของการพา

สำหรับของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (เช่น ของเหลว) ความหนาแน่นมีค่าคงที่และสมการ (3.4) จะกลายเป็น

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (3.5)$$

หรือในรูปแบบเต็ม

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.6)$$

3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล ในเทอมของชิ้นส่วนย่อยของไหล

ในกฎของการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานนั้น จะมีการกล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล คุณสมบัติแต่ละอย่างของอนุภาคจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (x, y, z) ของอนุภาคและเวลา (t) ในการศึกษานี้เรากำหนดให้ค่าคุณสมบัติใดๆต่อหน่วยมวล ด้วยสัญลักษณ์ ϕ โดยการเปลี่ยนแปลงของ ϕ เทียบกับเวลาของอนุภาคของไหล $\frac{D\phi}{Dt}$ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

และโดยที่ $dx/dt = u$, $dy/dt = v$ และ $dz/dt = w$ หากแทนค่าดังกล่าวไปในสมการข้างบน จะได้ว่า

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + u \frac{\partial\phi}{\partial x} + v \frac{\partial\phi}{\partial y} + w \frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad}\phi \quad (3.7)$$

$D\phi/Dt$ เป็นนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ ϕ ต่อหน่วยมวล ในกรณีของสมการอนุรักษ์มวล เราสนใจที่จะพัฒนาสมการสำหรับอัตราการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยปริมาตร อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ ϕ สามารถถูกแปลงให้เป็นคุณสมบัติเชิงปริมาตรได้โดยการคูณความหนาแน่น ρ เข้าไปกับเทอม $D\phi/Dt$ ดังนั้น

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad}\phi \right) \quad (3.8)$$

รูปแบบนี้ สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการอธิบายความเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติของของไหล ในปริมาตรเล็กๆ ที่หยุดนิ่งหนึ่งๆ เป็นการนิยามความสัมพันธ์ระหว่าง: 1)อนุพันธ์ของคุณสมบัติ ϕ ของอนุภาคของไหล กับ 2)อัตราเปลี่ยนแปลงของ ϕ ในชิ้นส่วน หรือปริมาตรย่อยๆ ของของไหลนั้น

ต่อไปนี้หากเราหันมาพิจารณากฎการอนุรักษ์ของมวล ค่าของมวลต่อหน่วยปริมาตร (ในที่นี้คือความหนาแน่น ρ) คือพารามิเตอร์ที่เรากำลังศึกษา เมื่อพิจารณาผลรวมของ: 1)อัตราการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นในปริมาตรเล็กๆ และ 2)ผลของการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากการพาในสมการอนุรักษ์มวล (3.4) ก็คือ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u})$$

ดังนั้นรูปทั่วไปของ เทอมทั้งสองเทอมนี้ สำหรับคุณสมบัติใดๆ ของของไหล ϕ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) \quad (3.9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการที่ (3.9) เทอมแรก คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติ ϕ ต่อหน่วยปริมาตรบวกกับ เทอมที่สอง คือการไหลสุทธิของ ϕ ต่อปริมาตรที่ออกจากชิ้นส่วนย่อยของไหล ซึ่งเราสามารถนำมา เขียนใหม่เพื่อให้ได้ภาพความสัมพันธ์ ระหว่างผลรวมของทั้งสองเทอมนี้กับอัตราการเปลี่ยนแปลง ของ ϕ ในอนุภาคของไหล ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad}\phi \right] + \phi \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) \right] = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (3.10)$$

เทอม $\phi \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) \right]$ เท่ากับศูนย์เนื่องจากสมการอนุรักษ์มวล (3.4) จากความสัมพันธ์ดัง แสดงใน (3.10) จะได้ว่า

อัตราการเพิ่มของ ϕ สำหรับชิ้นส่วนย่อยของไหล	+	อัตราการไหลสุทธิของ ϕ ที่ออกจากชิ้นส่วนย่อยของไหล	=	อัตราการเพิ่มของ ϕ สำหรับอนุภาคของไหล
--	---	--	---	--

การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมของอนุภาคของไหลทั้ง 3 ทิศทาง อ้างอิงแก่นในพิภคจากรวมถึงการเปลี่ยนแปลงของพลังงานซึ่งเป็นปริมาณสเกลลาร์นั้น สามารถแทนพารามิเตอร์ ϕ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของมันต่อหน่วยปริมาตร ตามที่นิยามไว้ใน (3.8) และ (3.10) สามารถแสดงได้ดังในตารางข้างล่างนี้

x-momentum	u	$\rho \frac{Du}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u})$
y-momentum	v	$\rho \frac{Dv}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u})$
z-momentum	w	$\rho \frac{Dw}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u})$
Energy	E	$\rho \frac{DE}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho E)}{\partial t} + \text{div}(\rho E \mathbf{u})$

รูปแบบที่ให้ไว้ในตารางข้างบนนี้จะถูกนำไปใช้ในการสร้างสมการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงาน ดังที่จะแสดงรายละเอียดในหัวข้อถัดจากนี้

3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ

กฎข้อที่สองของนิวตันกล่าวไว้ว่า “อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของอนุภาคของไหลเท่ากับผลรวมของแรง ที่กระทำต่ออนุภาค”

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการผลิตโมเมนตัม	=	ผลรวมแรงที่กระทำ
ของอนุภาคของไหล		ต่ออนุภาคของไหล

อัตราการผลิตโมเมนตัมต่อหน่วยปริมาตรของอนุภาคของไหลในทิศ x , y และ z กำหนดได้โดย

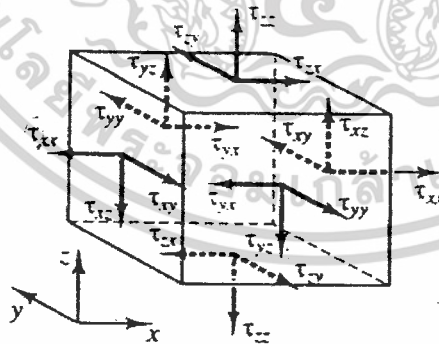
$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad \rho \frac{Dv}{Dt} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (3.11)$$

เราแบ่งประเภทของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหลเป็นสองแบบ คือ

- แรงกระทำที่ผิว (Surface forces) ได้แก่ แรงเนื่องจากความดัน แรงเนื่องจากความหนืด
- แรงกระทำในปริมาตร (Body forces) ของชิ้นส่วนย่อยของของไหล ได้แก่ แรงโน้มถ่วง แรงหมุนหนีศูนย์กลาง แรงแม่เหล็กไฟฟ้า Coriolis Force

โดยทั่วไปเทอมของแรงกระทำที่ผิวจะถูกจัดกลุ่มแยกออกต่างหาก และเทอมของแรงกระทำภายในปริมาตรจะถูกพิจารณาเป็นเทอมของการเพิ่มและลดโมเมนตัมแยกออกมาอีกเทอมหนึ่ง

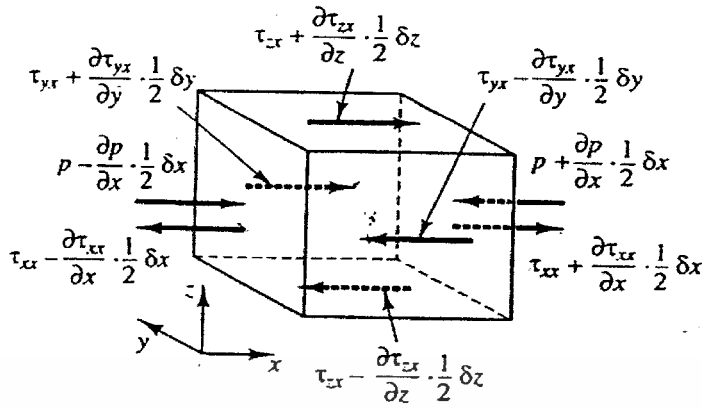
ความเค้นที่กระทำต่อชิ้นส่วนย่อยของของไหล สามารถนิยามได้ด้วยเทอมของความดัน และเทอมความเค้นย่อยเนื่องจากความหนืด μ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ความดันซึ่งมองว่าเป็นความเค้นตั้งฉาก ถูกแทนด้วย p ส่วนความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืดแทนโดย τ สัญลักษณ์ τ_{ij} ถูกประยุกต์ใช้เพื่อชี้ให้เห็นถึงทิศทางของความเค้นเนื่องจากความหนืด ตัวห้อย i และ j ใน τ_{ij} ชี้ให้เห็นถึงความเค้นย่อยที่กระทำในทิศทาง j บนพื้นที่ที่มีเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง i นั่นเอง



รูปที่ 3.3 องค์ประกอบของความเค้นบนผิวหน้าทั้งสามทิศทาง ของชิ้นส่วนของไหล

เริ่มแรกเราพิจารณาแรงกระทำในทิศทาง x เนื่องจากความดันและความเค้นย่อย τ_{xy} , τ_{yz} และ τ_{xx} ดังในรูปที่ 3.4 ขนาดของแรงที่กระทำบนพื้นผิวเกิดจากผลคูณของความเค้นและพื้นที่ และมีทิศทางเดียวกับแกนอ้างอิง โดยมีเครื่องหมายบวก และมีค่าเป็นเครื่องหมายลบเมื่อทิศทางตรงข้ามแรงสุทธิในทิศทาง x คือผลรวมของแรงย่อยที่กระทำบนชิ้นส่วนย่อยของไหล ในทิศทางดังกล่าว

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง x

เมื่อพิจารณาผิวหน้าที่ E, W เราได้ว่า

$$\left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (3.12a)$$

แรงสุทธิในทิศทาง x บนผิวหน้า N, S ได้ว่า

$$- \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12b)$$

แรงสุทธิในทิศทาง x บนผิวหน้า T, B ได้ว่า

$$- \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12c)$$

ผลรวมแรงต่อหน่วยปริมาตรทั้งหมดเนื่องจากความเค้นที่ผิวหน้าจะเท่ากับผลรวมของ (3.12a), (3.12b) และ (3.12c) ที่หารด้วยปริมาตรสุทธิ

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอมที่ปรากฏใน (3.13) นี้ ยังไม่รวมการพิจารณาแรงกระทำภายในชิ้นส่วนของของไหล ซึ่งสามารถถูกรวมได้โดยการพิจารณาเป็นแหล่งสร้างหรือทำลายโมเมนตัม เป็นหน่วยของโมเมนตัมต่อปริมาตรต่อเวลาในทิศทาง x

ในขั้นตอนนี้สมการโมเมนตัมในทิศทาง x หาได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมในทิศทาง x และ อนุภาคการไหล (3.11) เท่ากับผลรวมของแรงในทิศทาง x ที่กระทำต่อชิ้นส่วนของไหลโดยความเค้นที่ผิว บวกกับอัตราการสร้างหรือสูญสลายของโมเมนตัมในทิศทาง x เนื่องจากแรงภายในชิ้นส่วนของของไหลนั้นตามแนวแกน x

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3.14a)$$

ในทำนองเดียวกันโมเมนตัมในทิศทาง y จะเขียนได้ว่า

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3.14b)$$

และโมเมนตัมในทิศทาง z คือ

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3.14c)$$

ความดันมีลักษณะเป็นความเค้นอัดตั้งฉาก (Compressive normal stress) ซึ่งโดยทั่วไปมีเครื่องหมายเป็นลบ ในกรณีที่มีความเค้นตั้งฉากเนื่องจากความหนืดมีลักษณะเป็นความเค้นดึง (Tensile normal Stress) จะมีเครื่องหมายบวก

เทอมของการสร้างหรือสูญสลายของโมเมนตัม $S_{Mx} = 0$, $S_{My} = 0$ และ S_{Mz} (3.14 a-e) คือแรงกระทำภายในของแต่ละทิศทาง ตัวอย่างเช่นแรงกระทำภายในเนื่องจากแรงโน้มถ่วงจะถูกกำหนดให้มีค่า

$$S_{Mx} = 0, S_{My} = 0 \text{ และ } S_{Mz} = -\rho g$$

3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการพลังงานถูกหาได้จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์ ที่กล่าวไว้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของอนุภาคของไหล เท่ากับอัตราการเพิ่มความดันแก่นุภาคบวกกับอัตราการทำงานของอนุภาคการไหล

อัตราการเพิ่มขึ้นของพลังงานของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (3.15)$$

งานที่กระทำโดยแรงบนพื้นผิว

อัตราการเกิดงานบนพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลคูณของแรงและความเร็วในทิศทางของแรง สำหรับแรงตามที่แสดงใน (3.12a – c) เฉพาะที่กระทำในทิศทาง x จะเกิดงานเท่ากับ

$$\begin{aligned} & \left[\left(pu - \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} u - \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} u + \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & + \left[- \left(\tau_{yx} u - \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left(\tau_{yx} u + \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & + \left[- \left(\tau_{zx} u - \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left(\tau_{zx} u + \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อลดรูปแล้ว อัตราการเกิดงานสุทธิบนพื้นผิวเหล่านี้ ในทิศทาง x คือ

$$\left[\frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16a)$$

ส่วนประกอบย่อยของแรงเนื่องจากความเค้นพื้นผิวในทิศทาง y และ z ก็จะทำงานบนอนุภาคดังกล่าวเช่นกัน ในกระบวนการคิดแบบข้างต้นอัตราการเกิดงานบนอนุภาคของไหลเนื่องจากการทำงานโดยแรงเหล่านี้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16b)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16c)$$

อัตราการเกิดงานทั้งหมดต่อหน่วยปริมาตรของของไหลโดยแรงบนพื้นผิวทั้งหมด คือผลรวมของ (3.16 a – c) หากด้วยปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$ เทอมของ p สามารถถูกจัดรวบรวมและเขียนในรูปแบบของไดเวอร์เจนท์ ดังนี้

$$-\frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = -\text{div}(pu)$$

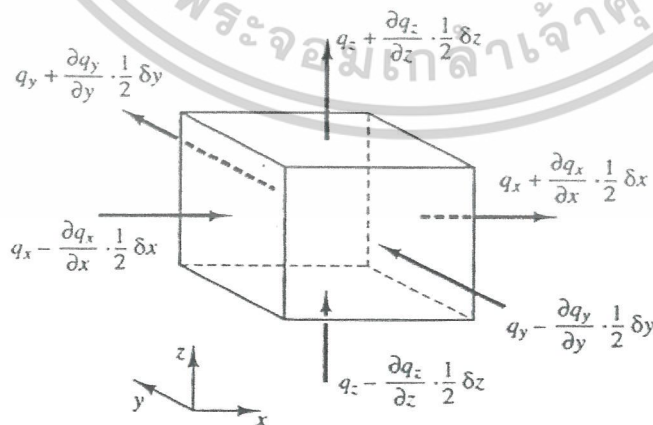
ดังนั้นอัตราการเกิดงานรวมทั้งหมดบนชิ้นส่วนของของไหลโดยความเค้นบนพื้นผิว มีหน่วยเป็นปริมาณของพลังงานต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยปริมาตร

$$\begin{aligned} [-\text{div}(pu)] + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} \right. \\ \left. + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

ฟลักซ์เนื่องจากการนำความร้อน

เวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อนต่อหน่วยพื้นที่ q ประกอบด้วยองค์ประกอบย่อย 3 ส่วนคือ q_x, q_y, q_z

(รูปที่ 3.5)



รูปที่ 3.5 องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิที่ขึ้นส่วนของไหล เนื่องจากฟลักซ์ของความร้อนทิศทาง x ถูกกำหนด โดยผลต่างระหว่างอัตราความร้อนที่เข้าผ่านผิวหน้า W กับอัตราความร้อนที่ออกจากผิวหน้า E

$$\left[\left(q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (3.18a)$$

ในทำนองเดียวกันอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิของไหลเนื่องจากฟลักซ์ของความร้อนในทิศทาง y และ z คือ

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad \text{and} \quad -\frac{\partial q_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3.18b-c)$$

อัตราความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตรครอบคลุมขอบเขตของขึ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลรวมของ (3.18a-c) หารด้วยปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\text{div } q \quad (3.19)$$

กฎของ Fourier ของการนำความร้อนอธิบายความสัมพันธ์ของอัตราการถ่ายเทปริมาณความร้อนต่อพื้นที่ (Heat flux) กับความแตกต่างอุณหภูมิ ต่อหน่วยความยาว

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

สิ่งนี้สามารถเขียนในรูปแบบของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$q = -k \text{ grad } T \quad (3.20)$$

รวมสมการ (3.19) และ (3.20) ซึ่งจะได้ว่า อัตราการเพิ่มของความร้อนที่อนุภาคของไหลเนื่องจากการนำความร้อนผ่านพื้นผิวของขึ้นส่วนของของไหล

$$-\text{div } q = \text{div}(k \text{ grad } T) \quad (3.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการพลังงาน

ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงพลังงานจำเพาะของของไหล ซึ่งแทนด้วย E พลังงานของของไหล ถูกนิยามเป็นผลรวมของพลังงานความร้อนภายใน i , พลังงานจลน์ $\frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$ และพลังงานศักย์โน้มถ่วง โดยมองว่าชิ้นส่วนของไหลมีการสะสมพลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานภายในอาจไม่มีการรวมเอาพลังงานศักย์เข้าไว้ในนิยามก็ได้ หากมองว่าวัตถุกำลังทำงานในขณะที่เคลื่อนที่ในสนามความโน้มถ่วงของโลก โดยงานในส่วนนี้เรียกว่า งานเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุซึ่งเป็น source term ในสมการพลังงาน มีหน่วยเป็นพลังงานต่อหน่วยปริมาตรต่อหน่วยเวลา

การอนุรักษ์พลังงานของชิ้นส่วนของไหล ทำได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของชิ้นส่วนของไหล (3.15) มีค่าเท่ากับ ผลรวมของการเกิดงานสุทธิบนชิ้นส่วนของไหล (3.17) และอัตราความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของของไหลเนื่องจากฟลักซ์ความร้อน (3.21) และอัตราการเพิ่มของพลังงานเนื่องจากเทอมของ Source ดังนั้นสมการพลังงาน คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(pu) + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \text{div}(k \text{ grad } T) + S_E \quad (3.22)$$

ในสมการ 3.22 เรามี $E = i + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$

แม้ว่า (3.22) คือสมการพลังงานที่สมบูรณ์ประกอบด้วย 2 ส่วน คือพลังงานภายในที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิของของไหล และพลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหล เรามักจะพิจารณาพลังงานในแต่ละส่วนแยกจากกัน พลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหลนั้นสามารถเขียนได้โดยการแปลงรูปของสมการ โมเมนตัม กล่าวคือ ทำการคูณสมการ โมเมนตัมในทิศทาง x (2.14 a) ด้วยความเร็ว u สมการโมเมนตัมในทิศทาง y ด้วยความเร็ว v และสมการโมเมนตัมในทิศทาง z (2.14c) ด้วยความเร็ว w และรวมผลลัพธ์เข้าด้วยกัน ก่อนทำการหารด้วย 2 สิ่งนี้ทำให้ได้สมการอนุรักษ์สำหรับพลังงานจลน์ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\rho \frac{D\left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\right]}{Dt} = -\mathbf{u} \cdot \text{grad } p + u \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \mathbf{u} \cdot \mathbf{S}_M \quad (3.23)$$

ทำการลบ (3.23) จาก (3.22) และนิยาม source term ขึ้นใหม่เป็น $S_i = S_E - \mathbf{u} \cdot \mathbf{S}_M$ จึงทำให้ได้สมการพลังงานภายในดังนี้

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \text{ div } \mathbf{u} + \text{div}(k \text{ grad } T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \quad (3.24)$$

ในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ เรามี $i = cT$, ซึ่ง c คือค่าความร้อนจำเพาะและ $\text{div } \mathbf{u} = 0$ ซึ่งทำให้เราจัดเรียงสมการ (3.24) ไปในรูปของอุณหภูมิได้คือ

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \text{div}(k \text{ grad } T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \quad (3.25)$$

สำหรับสมการไหลที่อัดตัวได้ (3.22) ถูกจัดรูปเป็นสมการสำหรับค่า enthalpy และเนื่องจากค่า enthalpy จำเพาะ h และค่า enthalpy จำเพาะสัมบูรณ์ h_0 ของของไหลกำหนดได้โดย

$$h = i + p/\rho \quad \text{and} \quad h_0 = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รวมสองนิยามนี้กับนิยามของพลังงานจำเพาะ E เข้าด้วยกัน เราจะได้

$$h_o = i + p/\rho + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = E + p/\rho \quad (3.26)$$

แทนค่า (3.26) ไปในสมการ (3.22) และจัดเรียบเรียงบางอย่างทำให้ได้สมการพลังงานรวม

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_o)}{\partial t} + \text{div}(\rho h_o \mathbf{u}) &= \text{div}(k \text{ grad } T) \\ &+ \frac{\partial p}{\partial t} + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right. \\ &\quad + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ &\quad \left. + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zx})}{\partial z} \right] + S_h \end{aligned} \quad (3.27)$$

สมการ (3.24), (3.25) และ (3.26) ไม่ใช่สมการการอนุรักษ์พลังงานที่เพิ่มเติมเข้ามาใหม่ หากแต่เป็นอีกรูปแบบหนึ่งของสมการพลังงาน (3.22)

3.3 สมการสถานะ

การเคลื่อนที่ของของไหลใน 3 มิติถูกอธิบายโดยระบบของสมการอนุพันธ์ย่อย 5 สมการคือ สมการอนุรักษ์มวล (3.4) สมการโมเมนตัมในทิศทาง x, y, z (3.14a – c) และสมการพลังงาน (3.24) ตัวไม่รู้ค่าประกอบด้วยตัวแปรทางเทอร์โมไดนามิกส์ 4 ตัวคือ ρ, p, i และ T โดยต่อไปนี้จะจับประเด็นไปที่การเชื่อมโยงทางเทอร์โมไดนามิกส์ระหว่างตัวแปร 4 ตัวนี้

เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจในเบื้องต้น ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทางเทอร์โมไดนามิกส์ต่างๆ จะอยู่ภายใต้สมมุติฐานของสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ ซึ่งหมายความว่าในปัญหาหนึ่งๆ ที่ถึงแม้ความเร็วของของไหลจะมีค่าสูง และมีการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติอย่างรวดเร็ว แต่ก็สมมุติให้ของไหลสามารถปรับเปลี่ยนสถานะทางเทอร์โมไดนามิกส์ไปสู่สถานะใหม่อย่างรวดเร็วจากตำแหน่งหนึ่งสู่ตำแหน่งหนึ่งเช่นกัน นั่นคือของไหลยังคงอยู่ในสถานะสมดุลตลอดเวลา มีเพียงเงื่อนไขยกเว้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บางอย่างกับการไหลที่เป็นแบบ Strong shockwave แต่บางกรณีการไหลประเภทนี้ก็สามารถใช้สมมติฐานว่าของไหลอยู่ในสภาวะสมดุลได้ โดยให้ผลการจำลองได้ดีพอสมควร

ด้วยสมมติฐานดังกล่าว เราจึงสามารถอธิบายสถานะของสสารในสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ หากเรารู้ค่าตัวแปร 2 ตัว เราจะสามารถหาค่าตัวแปรตัวที่เหลือได้ ถ้าเราใช้ ρ และ T เป็นตัวแปรที่รู้ค่า เรามีสมการสถานะสำหรับความดัน p และพลังงานภายในจำเพาะ i

$$p = p(\rho, T) \quad \text{and} \quad i = i(\rho, T) \quad (3.28)$$

สำหรับก๊าซสมบูรณ์สมการสถานะของมันซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีคือ

$$p = \rho RT \quad \text{and} \quad i = C_v T \quad (3.29)$$

สมมติฐานของสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์นี้ เมื่อนำมาใช้พิจารณาการไหลของของไหลที่อัดตัวได้ ยังช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสมการพลังงานกับสมการอนุรักษ์มวล และสมการโมเมนตัม ปฏิสัมพันธ์ระหว่างพลังงานกับการไหลนี้ เกิดขึ้นเนื่องจากความร้อนนั้นทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นตามสมการสถานะ

การไหลของของไหลและก๊าซที่ความเร็วต่ำประพฤติตัวเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้เมื่อไม่มีการแปรเปลี่ยนของความหนาแน่น ก็จะทำให้ไม่มีการเชื่อมโยงระหว่างสมการพลังงานกับสมการอนุรักษ์มวลและสมการโมเมนตัม ในกรณีเช่นนี้เราสามารถหาคำตอบของสมการโมเมนตัม คือสนามการไหลได้โดยง่าย โดยการพิจารณาเพียงสมการอนุรักษ์มวลและสมการโมเมนตัมเท่านั้น และสามารถหาคำตอบของสมการพลังงาน คือการกระจายอุณหภูมิได้โดยเอกเทศหลังจากได้คำตอบของสนามการไหลแล้ว

3.4 สมการนาเวียร์-สโตกส์ สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน

สมการควบคุมประกอบด้วยตัวที่ไม่รู้ค่าคือ ความเค้นเนื่องจากความหนืดในแนวแกนย่อย τ_{ij} ในการไหลของของไหลนั้น ค่าความเค้นหนืดสามารถถูกอธิบายได้โดยอัตราการเสียรูปร่างที่ตำแหน่งใดๆ (หรืออัตราความเครียด) ในการไหล 3 มิติอัตราการเสียรูปร่างที่ตำแหน่งใดๆ ประกอบด้วยอัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นและอัตราเสียรูปร่างเชิงปริมาตร

ก๊าซทุกชนิดโดยส่วนมากมีคุณสมบัติเป็นแบบ Isotropic ในขณะที่ของเหลวบางชนิดที่ประกอบด้วยโมเลกุลของโพลีเมอร์ ในจำนวนที่มากพออย่างมีนัยสำคัญอาจจะประพฤติตัวเป็นเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Anisotropic หรือคุณสมบัติของความเค้นแบบขึ้นอยู่กัทิศทาง ซึ่งเป็นผลของการจัดเรียงตัวของโซ่โมเลกุลของโพลีเมอร์ ของไหลคั่งกล่าวอยู่นอกเหนือจากขอบเขตของหนังสือนี้และเราจะทำการศึกษาต่อไปโดยสมมุติว่าการไหลเป็น Isotropic

อัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นของชิ้นส่วนของไหลมี 9 องค์ประกอบใน 3 มิติ ในจำนวนนั้น มี 6 องค์ประกอบที่เป็นอิสระในของไหลแบบ Isotropic (Schlichting, 1979) ซึ่งถูกเขียนโดยสัญลักษณ์ e_{ij} ระบบการอ้างอิงในตัวห้อยต่อท้ายสัญลักษณ์ ซึ่งให้เห็นองค์ประกอบซึ่งเป็นระบบเดียวกับระบบอ้างอิงของความเค้น (ดูในหัวข้อ 3.1.4) มีองค์ประกอบของการเสียรูปร่างเชิงเส้นแบบตั้งฉากอยู่ 3 ตัว

$$e_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.30a)$$

มีองค์ประกอบของการเสียรูปร่างเชิงเส้นแบบเฉือนทั้ง 6 ด้านของชิ้นส่วนของไหลคือ

$$\begin{aligned} e_{xy} = e_{yx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & e_{xz} = e_{zx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ e_{yz} = e_{zy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3.30b)$$

การเสียรูปร่างเชิงปริมาตรถูกให้โดย

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div } \mathbf{u} \quad (3.30c)$$

ในของไหลแบบ Newtonian ความเค้นเนื่องจากความหนืดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราของการเสียรูปร่างของของไหล ตามกฎที่ว่าด้วยความหนืดของนิวตันในปริภูมิ 3 มิติสำหรับของไหลที่อัดตัวได้นั้น การไหลจะมีความหนืดเชื่อมโยงอย่างแปรผันตามค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ 1) ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดที่หนึ่ง (Dynamic viscosity), μ ซึ่งจะเชื่อมโยงกับการเสียรูปร่างเชิงเส้นของของไหล และ 2) ความหนืดที่สอง, λ ที่จะเชื่อมโยงกับการเสียรูปร่างเชิงปริมาตร ดังนั้นเราจะมีองค์ประกอบย่อยของความเค้นอยู่ทั้งหมด 9 ตัว โดยมี 6 ตัวในนั้นที่ไม่ขึ้นแก่กันหรือเรียกว่ามีระดับอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 6

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \text{div } \mathbf{u} \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \text{div } \mathbf{u} \quad \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \text{div } \mathbf{u}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยนาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (3.31)$$

ภาพของความหนืดในส่วนที่สองนั้นไม่ชัดเจนนัก เนื่องจากผลของมันในทางปฏิบัติมีไม่มากนัก สำหรับก๊าซ การประมาณค่าที่ดีคือ $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ (Schlichting, 1979) และเนื่องจากเรสมมุติว่าของเหลวเป็นแบบที่อัดตัวไม่ได้ ซึ่งจากสมการอนุรักษ์มวลคือ $\text{div } \mathbf{u} = 0$ ดังนั้นความเค้นหนืดจะเป็น 2 เท่าของอัตราการเสียรูปเชิงเส้น

แทนค่าความเค้นเฉือนข้างบน (3.31) ไปใน (3.14a - c) ทำให้ได้สมการซึ่งเรียกตามชื่อ Navier-Stokes ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 ที่ได้นิยามดังนี้

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \text{div } \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx}\end{aligned}\quad (3.32a)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \text{div } \mathbf{u} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My}\end{aligned}\quad (3.32b)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \text{div } \mathbf{u} \right] + S_{Mz}\end{aligned}\quad (3.32c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถจัดเรียงเทอมของความเค้นหนืดใหม่ ดังข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \operatorname{div} \mathbf{u}) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \end{aligned}$$

ความเค้นหนืดในสมการที่เป็นองค์ประกอบในทิศทาง y และ z สามารถจัดใหม่ในลักษณะเดียวกัน เราจะสร้างสมการโมเมนตัมอย่างง่าย โดยการช้อนเทอมของความเค้นหนืดในเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัม (source term) ดังนั้นจึงนิยามเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัมใหม่โดย

$$S_M = S_{Mx} + s_M \quad (3.33)$$

สมการ Navier-Stokes สามารถถูกเขียนในรูปแบบที่ใช้สำหรับการพัฒนาวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม
ดังนี้

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \mathbf{u}) + S_{Mx} \quad (3.34a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \mathbf{u}) + S_{My} \quad (3.34b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \mathbf{u}) + S_{Mz} \quad (3.34c)$$

ถ้าเราใช้แบบจำลอง Newtonian สำหรับความเค้นหนืดในสมการพลังงานภายใน (3.24) เราจะได้

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \Phi + S_i \quad (3.35)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลกระทบทั้งหมดเนื่องจากความเค้นหนืดในสมการพลังงานภายในนี้ สามารถเขียนได้ในเทอมของฟังก์ชันการสลายตัว (Dissipation function) ϕ ซึ่งหลังจากการปรับรูปแบบสมการ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\Phi = \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} + \lambda (\text{div } \mathbf{u})^2 \quad (3.36)$$

การสลายตัวนี้เป็นค่าบวกเสมอเนื่องจากประกอบด้วยเทอมยกกำลังสอง และแทนถึงการก่อกำเนิดของพลังงานภายในอันเป็นผลมาจากการเสียดรูปทรงของชิ้นส่วนของไหล อีกนัยหนึ่งคือเป็นตัวเลขของพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล และเปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายในหรือความร้อนนั่นเอง

3.5 รูปแบบอนุรักษ์สำหรับสมการควบคุมของการไหลของของไหล

ตารางที่ 3.1 แสดงสมการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน ในรูปแบบของไดเวอร์เจนซ์ เป็นสมการแบบ 3 มิติที่ขึ้นกับเวลาของของไหล Newtonian ที่อัดตัวได้

ตารางที่ 3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้

มวล	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0$	(3.4)
-----	--	-------

โมเมนตัม x	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx}$	(3.37a)
------------	--	---------

โมเมนตัม y	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My}$	(3.37b)
------------	--	---------

โมเมนตัม z	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{Mz}$	(3.37c)
------------	--	---------

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{สเกลลาร์} \quad \frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \vec{u}) = -p \text{div} \vec{u} + \text{div}(k \text{grad} T) + \Phi + S_i \quad (3.38)$$

$$\text{สมการสถานะ} \quad p = p(\rho, T) \text{ and } i = i(\rho, T) \quad (3.28)$$

$$p = \rho RT \text{ and } i = C_v T \quad (3.29)$$

เทอมการก่อกำเนิดของโมเมนตัม S_M และฟังก์ชันการสลายตัว ϕ แสดงใน (3.32) และ (3.36) ตามลำดับ เป็นที่น่าสนใจที่ว่าสมมุติฐานสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ในหัวข้อ 3.1.2 ทำให้ได้สมการการไหล (PDEs) 5 สมการและสมการพีชคณิต 2 สมการ รวมเป็น 7 สมการ ต่อมาเราใช้แนวคิดของของไหล Newtonian ซึ่งอธิบายความเค้นหนืดในเทอมของความแตกต่างขององค์ประกอบความเร็วต่อหน่วยความยาว เป็นผลให้เกิดตัวไม่รู้ค่า 7 ตัว จำนวนที่เท่ากันของสมการและตัวที่ไม่รู้ค่าของระบบนี้ สามารถถูกแก้ปัญหาได้ ด้วยเงื่อนไขที่ขอบและค่าเริ่มต้น (Boundary and Initial condition)



บทที่ 4

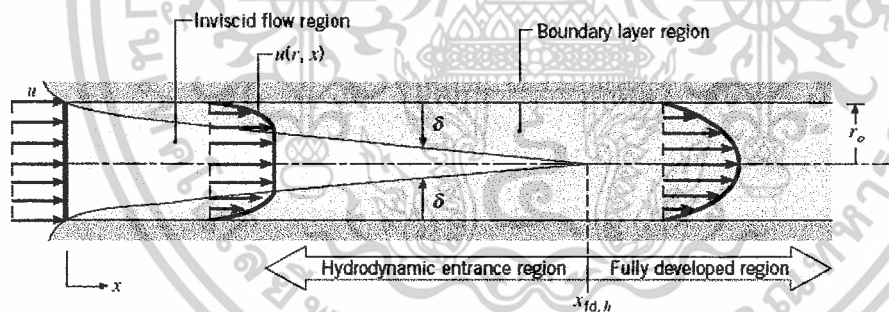
การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ

การไหลภายในท่อ [1] นี้มีข้อแตกต่างจากการไหลผ่านภายนอก คือการไหลภายในท่อมีขอบเขตจำกัด โดยที่ความหนาของบาวนด์รีเลเยอร์ ไม่สามารถเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ได้ เพราะว่าเมื่อไหลไปได้ระยะหนึ่งบาวนด์รีเลเยอร์ก็นำตัวเต็มพื้นที่หน้าตัดของท่อจึงไม่สามารถขยายออกไปได้อีก รูปร่างของความเร็วจะมีลักษณะชัดเจนแน่นอนไม่เปลี่ยนแปลงต่อไปอีก ซึ่งการไหลลักษณะเช่นนี้เรียกว่า การไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed flow) ส่วนการไหลก่อนหน้านี้เรียกว่า การไหลที่กำลังปรับตัว (developing flow) และเรียกช่วงระยะของการไหลแบบนี้ว่า Hydrodynamic entrance region

4.1 การไหลของของไหล

4.1.1 สถานะการไหล

พิจารณการไหลแบบลามินาร์ ในท่อกลมที่มีรัศมี r_0 ตามรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การก่อตัวของบาวนด์รีเลเยอร์ของการไหลแบบลามินาร์ในท่อกลม

สำหรับการไหลภายในท่อนั้น ต้องคำนึงถึงการขยายตัวของช่วงบริเวณทางเข้า (Entry region) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับว่าการไหลนั้นเป็นอย่างไร แบบลามินาร์ หรือเทอร์บูเลนซ์ ตัวเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับการไหลภายในท่อกลมกำหนดเป็น

$$Re_D \equiv \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \quad (4.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง u_m เป็นความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ

D_h เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก (Hydraulic diameter) ของท่อ

ตัวเลขเรย์โนลด์ส์วิกฤติ สำหรับช่วงการเปลี่ยนแปลงของการไหล จากลามินาร์เป็นเทอร์บูเลนซ์เริ่มต้นจาก

$$\text{Re}_{D,C} \approx 2300$$

และการไหลเป็นแบบเทอร์บูเลนซ์เต็มที่ที่ค่า $\text{Re}_D \geq 4000$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ (คือ $\text{Re}_D \leq 2300$) ความยาวของช่วงบริเวณทางเข้าสำหรับการปรับตัวหาได้จากสมการ

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D_h} \right)_{\text{lam}} \approx 0.05 \text{Re}_D \quad (4.2)$$

สำหรับความยาวของช่วงบริเวณทางเข้าการปรับตัวของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้จากสมการ

$$L_h = 0.011 D_h \text{Re} \quad (4.3)$$

4.1.2 ความเร็วเฉลี่ย (mean velocity)

ข้อแตกต่างของการไหลภายในและการไหลภายนอกก็คือ เราไม่สามารถใช้ความเร็วของกระแสนิ่ง u_∞ ของของไหลได้ เนื่องจากความเร็วภายในท่อจะแปรเปลี่ยนทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัดของท่อ ดังนั้นจึงใช้ความเร็วเฉลี่ย u_m (Mean velocity) แทน โดยนิยามความเร็วเฉลี่ยคือ ความเร็วที่คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดของท่อและความหนาแน่นของของไหลแล้วจะเท่ากับอัตราการไหลของมวล ซึ่งได้

$$\dot{m} = \rho u_m A_c \quad (4.4)$$

ถ้าเป็นการไหลสถานะคงที่ ที่อัดตัวไม่ได้แล้ว ภายในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ ค่า \dot{m} และ u_m ย่อมมีค่าคงที่ตลอดความยาวท่อ

สำหรับท่อกลม ($A_c = \pi D^2 / 4$) ค่าของตัวเลขเรย์โนลด์ส์ลดลงเป็น

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad (4.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพราะว่า ค่า \dot{m} อาจหาได้จากการอินทิเกรตของฟลักซ์มวล (ρu) ทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัด

$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c \tag{4.6}$$

ดังนั้นสำหรับท่อกลม กรณีของไหลอัดตัวไม่ได้แล้วจะได้

$$u_m = \frac{\int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{2\pi\rho}{\rho\pi r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr \tag{4.7}$$

ซึ่งจะหาค่า u_m ได้ทันที เมื่อรู้ Velocity profile, $u(r)$ ที่ตำแหน่งนั้น

4.1.3 รูปร่างของความเร็วของของไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว

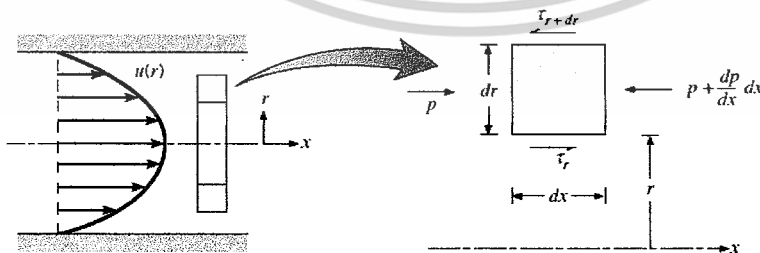
รูปทรงของความเร็วสามารถหาได้ สำหรับการไหลแบบลามินาร์ของของไหลที่คุณสมบัติคงที่ อัดตัวไม่ได้ ในช่วงที่ปรับตัวเต็มที่แล้วของท่อกลม (สำหรับเทอร์บูเลนซ์ ส่วนใหญ่ต้องอาศัยผลจากการทดลองเป็นหลัก) โดยทั่วไปจะเป็นฟังก์ชันของรัศมี

สิ่งสำคัญสำหรับเงื่อนไขข้างต้นก็คือ ค่าความเร็วในแนวรัศมีและการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนทุกๆแห่งมีค่าเป็นศูนย์

$$v = 0 \text{ และ } \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0$$

ดังนั้น ความเร็วตามแนวแกนจะมีค่าขึ้นอยู่กับ r เท่านั้น [$u(x, r) = u(r)$]

ความเร็วตามแนวแกนหาได้ จากการแก้สมการที่เหมาะสมของสมการโมเมนตัมตามแนว x หรืออาจจะหาโดยคิดสมดุลของการอนุรักษ์โมเมนตัมก็ได้ตามรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 สมดุลแรงบนอิลิเมนต์ dx สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ก่อตัวเต็มที่ในท่อกลม

สำหรับอิลิเมนต์ดิฟเฟอเรนเชียลรูปร่างวงแหวนของรูปที่ 4.2 สามารถเขียนสมดุลของ

แรงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tau_r(2\pi r dx) - \left\{ \tau_r(2\pi r dx) + \frac{d}{dr} [\tau_r(2\pi r dx)] dr \right\} \\ + p(2\pi r dr) - \left\{ p(2\pi r dr) + \frac{d}{dx} [p(2\pi r dr)] dx \right\} = 0$$

ซึ่งลดรูปเป็น
$$-\frac{d}{dr}(r\tau_r) = r \frac{dp}{dx} \quad (4.8)$$

จากกฎความหนืดของนิวตัน เราทราบว่า $\tau_r = \mu \frac{du}{dr}$

ดังนั้น (4.8) จะเป็น
$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (4.9)$$

เพราะว่า $\frac{dp}{dx}$ นั้นไม่ขึ้นกับ r ดังนั้น เราสามารถอินทิเกรต (4.9) ได้

$$r \frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{2} + C_1$$

และ

$$u(r) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

จากเงื่อนไขที่ขอบได้ว่า $u(r_0) = 0$ และ $\partial u / \partial r|_{r=0} = 0$ จะได้

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (4.10)$$

ดังนั้น รูปทรงของความเร็วสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะเป็น “พาราโบลา” และ

จะสังเกตว่าการเปลี่ยนแปลงความดัน $\left(\frac{dp}{dx} \right)$ ต้องเป็นลบเสมอ

ผลลัพธ์ที่กล่าวมานี้อาจใช้หาความเร็วเฉลี่ยได้ (u_m) โดยแทนสมการ (4.10) ใน (4.7) แล้วอินทิเกรต จะได้

$$u_m = -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนสมการ (4.11) ใน (4.10) จะได้รูปร่างของความเร็วเป็น

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad (4.12)$$

เพราะว่า u_m สามารถหาได้จากความรู้อัตราการไหลของมวล ดังนั้นสมการ (4.11) สามารถหาเกร์เดียนของความดันได้ $\left(\frac{dp}{dx} \right)$ สำหรับท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้รูปร่างของความเร็วเป็น

$$\frac{u(y)}{u_m} = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right] \quad (4.13)$$

เมื่อ $y=0$ ที่ตรงกลางของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$2d =$ ความสูงของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส

4.1.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบความเสียดทานในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว

วิศวกรส่วนใหญ่ให้ความสนใจเกี่ยวกับความดันตกคร่อมในการไหลของของไหลภายในท่อเนื่องจากตัวพารามิเตอร์นี้เกี่ยวข้องกับการหาขนาดกำลังงานของปั๊มหรือพัดลมโดยตรง ในการหาความดันตกคร่อม เราจะใช้ ตัวประกอบความเสียดทานของ Moody (หรือ Darcy) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ไร้มิติ โดยนิยามว่า

$$f \equiv \frac{-(dp/dx)D}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.14)$$

ค่านี้ต่างกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน C_f ซึ่งบางครั้งเรียกว่า “ตัวประกอบความเสียดทานเฟนนิ่ง” ซึ่งนิยามว่า

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.15)$$

เพราะว่าแรงเฉือนบนผิวของของไหลเท่ากับ (ทิศทางตรงกันข้าม) แรงบนผิวของของไหล ดังนั้นความเค้นเฉือนบนผิวกำหนดเป็น $\tau_s = -\mu(du/dr)_{r=r_o}$ จากสมการ (4.10) ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C_f = \frac{f}{4} \tag{4.16}$$

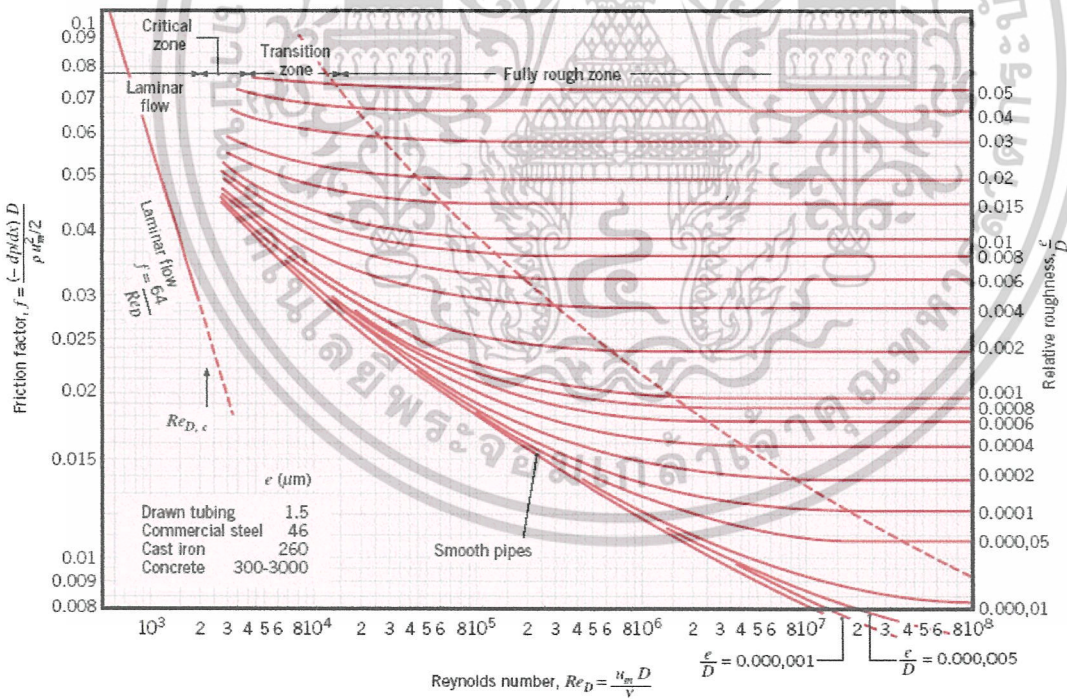
แทนสมการ (4.1) และ (4.11) ลงใน (4.14) สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว
ได้

$$f = \frac{64}{Re_D} \tag{4.17}$$

นอกจากนี้เรารู้ว่า ความดันตกคร่อม (Δp) ระหว่างระยะ x_1 ถึง x_2 เป็น

$$\Delta p = - \int_{p_1}^{p_2} dp = f \frac{\rho u_m^2}{2D} \int_{x_1}^{x_2} dx = f \frac{\rho u_m^2}{2D} (x_2 - x_1) \tag{4.18}$$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ซึ่งค่า f หาได้จากรูปที่ 4.3 หรือจากสมการ (4.17)

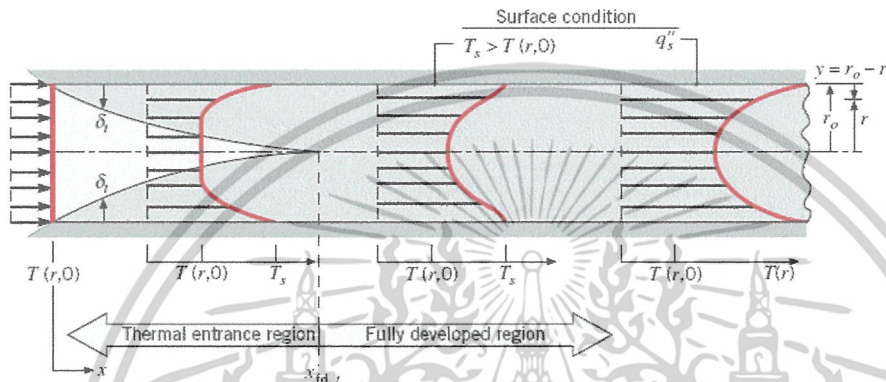


รูปที่ 4.3 ตัวประกอบเสียดทานสำหรับการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อกลม

4.2 การถ่ายเทความร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เรามาศึกษาอิทธิพลของความร้อนข้างของไหลเข้าไปในท่อตามรูปที่ 4.4 ที่อุณหภูมิสม่ำเสมอ $T(r,0)$ ซึ่งมีค่าแตกต่างจากอุณหภูมิที่ผิวแล้ว การพาความร้อนจะเกิดขึ้นและบาวนด์รีเลเยอร์ของความร้อนจะเริ่มก่อตัวขึ้น อย่างไรก็ตามถ้าสภาวะที่ผิวของท่อคงที่โดยอาจเป็นอุณหภูมิผิวสม่ำเสมอคงที่ ($T_s = \text{คงที่}$) หรือฟลักซ์ความร้อนที่ผิวสม่ำเสมอ ($q_s'' = \text{คงที่}$) สภาวะที่ปรับตัวคงที่แล้วของความร้อน (thermally fully developed condition) ก็จะเกิดขึ้น ในที่สุดรูปร่างของอุณหภูมิที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะแตกต่างกัน ตามเงื่อนไขไม่ว่าอุณหภูมิผิวคงที่หรือฟลักซ์ความร้อนคงที่ [1]



รูปที่ 4.4 การก่อตัวของบาวนด์รีเลเยอร์ทางความร้อนในท่อกลม

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ระยะความยาวของทางเข้าสำหรับปรับตัว จะเป็น

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 \text{Re}_D \text{Pr} \quad (4.19)$$

โดยการเปรียบเทียบบริเวณทางเข้า (Entrance region) ของอุณหภูมิตามสมการ (4.19) กับสมการของความเร็ว (4.2) จะพบว่าต่างกันที่ค่า Pr เท่านั้น จึงพอสรุปได้ว่า ถ้า $\text{Pr} > 1$ แล้วไฮโดรไดนามิกบาวนด์รีเลเยอร์ขยายเร็วกว่าบาวนด์รีเลเยอร์ของความร้อนมาก ($x_{fd} > x_{fd,t}$) และจะกลับกันถ้า $\text{Pr} < 1$ สำหรับค่า Pr สูงๆเช่น น้ำมัน ($\text{Pr} \geq 100$) x_{fd} จะน้อยกว่า $x_{fd,t}$ มากมายและอาจสมมุติได้ว่ารูปทรงของความเร็วที่ปรับตัวเต็มที่แล้วมีตลอดช่วงบริเวณทางเข้าของความร้อน ในทางกลับกันของไหลที่มีค่า Pr ต่ำมากๆ เช่น โลหะเหลว ($\text{Pr} \leq 0.05$) รูปร่างอุณหภูมิอาจเป็นแบบอัดตัวเต็มที่แล้วได้เร็วมาก ในขณะที่รูปร่างของความเร็วยังอยู่ในช่วงกำลังก่อตัวอยู่ ส่วนในการไหลแบบเทอร์บูเลนต์เงื่อนไขทั้งสองเกือบจะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับ Pr และโดยการประมาณครั้งก่อนนี้ได้ว่า $x_{fd,t} / D = 10$

4.2.1 อุณหภูมิเฉลี่ย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในเรื่องของอุณหภูมินี้ จำเป็นต้องใช้อุณหภูมิเฉลี่ย (T_m) ในลักษณะที่เหมือนกัน u_m โดยให้ความหมาย

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_v T dA_c}{m c_v} \quad (4.20)$$

สำหรับท่อกลม และเป็นการไหลที่อัดตัวไม่ได้ จะได้ว่า

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u T r dr \quad (4.21)$$

ค่าของ T_m จะเปลี่ยนแปลงตามแนว x ถ้ามีความร้อนเข้าหรือออกจากของไหล ซึ่งต่างจาก u_m ที่มีค่าคงที่ สำหรับท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ ฟลักซ์ความร้อน (q_s'') ระหว่างของไหลกับผิวท่อที่จุดใดๆ หาได้จากกฎการเย็นตัวของนิวตัน

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \quad (4.22)$$

ซึ่ง h เป็นสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ตำแหน่งใดๆ อย่างไรก็ตามมีความแตกต่างกันระหว่าง T_m และ T_∞ เนื่องจาก T_∞ คงที่ในทิศทางของการไหล ส่วน T_m ต้องเปลี่ยนแปลงตามทิศทางนั้นคือ dT_m/dx จะไม่เป็นศูนย์ถ้ามีการถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้น ค่าของ T_m เพิ่มตามระยะ x ถ้าการถ่ายเทความร้อนเป็นไปจากผิวสู่ของไหล ($T_s > T_m$) และ T_m จะลดลงกับระยะ x ถ้า $T_s < T_m$

4.2.2 สภาวะการปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed conditions)

เนื่องจากการพาความร้อนเกิดขึ้นจริงระหว่างผิวและของไหล คืออุณหภูมิของไหลต้องยังคงเปลี่ยนแปลงตามระยะ x สิ่งที่ยากูรู้คือเกิดภาวะ thermal fully developed หรือยัง สถานการณ์นี้จะแตกต่างไปจากกรณีการไหลของของไหลที่ซึ่ง $(\partial u / \partial x) = 0$ ในช่วงบริเวณปรับตัวเต็มที่แล้ว ในทางกลับกันถ้ามีการพาความร้อนแล้ว (dT_m/dx) เช่นเดียวกับ $(\partial T / \partial x)$ ที่รัศมี r ใดๆ จะไม่เป็นศูนย์ ผลที่ตามมารูปร่างของอุณหภูมิ $T(r)$ จะเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ x ซึ่งเปรียบเสมือนว่า สภาวะการปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิไม่เคยเกิดขึ้นเลย ปรากฏการณ์นี้จะต้องจัดใหม่ให้อยู่ในรูปไร้มิติของอุณหภูมิเพื่อให้ได้ค่าเงื่อนไข

จากการนำแบบทรานเซียนท์และสมการอนุพันธ์พลังงาน ได้ความแตกต่างอุณหภูมิไร้มิติในรูป $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่มีอยู่จริงซึ่งอัตราส่วนนี้จะเป็นอิสระกับ x นั่นคือถึงแม้ว่าเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$T(r)$ ยังคงเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ x แต่รูปร่างสัมพัทธ์ของ Profile นี้จะไม่เปลี่ยนแปลงเลย และการไหลแบบนี้เรียกว่า “การไหลปรับตัวเต็มที่แล้วในทางความร้อน” (thermally fully developed) และจะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right]_{fd, t} = 0 \quad (4.23)$$

โดยที่ T_s เป็นอุณหภูมิผิวท่อ T เป็นอุณหภูมิของไหลที่ตำแหน่งใดๆ

T_m เป็นอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลทั่วพื้นที่หน้าตัดของท่อ

เงื่อนไขที่กำหนดให้สำหรับสมการ (4.23) ซึ่งจะเกิดขึ้นในท่ออาจจะเป็นกรณี q_s'' คงที่หรือ T_s คงที่ก็ได้ เงื่อนไขที่ผิวแบบนี้เกิดขึ้นมากในทางวิศวกรรม เช่น ผนังท่อที่ซึ่งได้รับความร้อนจากไฟฟ้า หรือ ผิวภายนอกที่ได้รับจากการแผ่รังสีอย่างสม่ำเสมอจะเป็นกรณีของ q_s'' คงที่ ส่วนกรณี T_s คงที่จะเกิดขึ้นถ้ามีการเปลี่ยนสถานะ (เนื่องจากการเดือดหรือการควบแน่น) เกิดขึ้นที่ผิวภายนอก

สังเกตว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดเงื่อนไขทั้งสองอย่างนี้พร้อมกัน (เกิดกรณี T_s และ q_s'' คงที่พร้อมกัน) ถ้า q_s'' คงที่ T_s ต้องแปรเปลี่ยนกับระยะ x

รูปแบบที่สำคัญจำนวนมากของการไหลที่ปรับตัวแล้วทางความร้อน (Thermally developed flow) มักอ้างถึงสมการ (4.23) เพราะว่าอัตราส่วนอุณหภูมินี้เป็นอิสระกับ x ค่าอนุพันธ์ของอัตราส่วนนี้เทียบกับ r ต้องไม่ขึ้นกับ x การหาค่าอนุพันธ์นี้ที่ผิวท่อ (สังเกตว่า T_s และ T_m คงที่) เราจะได้

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \Big|_{r=r_o} = \frac{-\partial T / \partial r \Big|_{r=r_o}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

แทน $\partial T / \partial r$ จากกฎของฟูเรียร์ ซึ่ง จากรูป 4.3 อยู่ในรูป

$$q_s'' = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o}$$

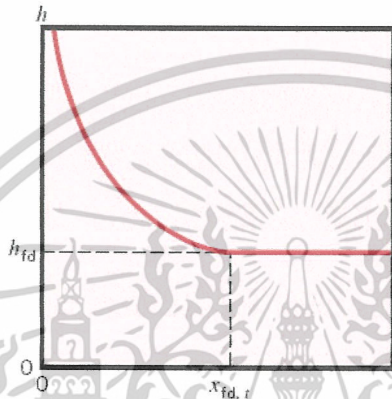
และสำหรับ q_s'' จากกฎการเย็นตัวของนิวตัน จะได้

$$\frac{h}{k} \neq f(x) \quad (4.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิของของไหล โดยมีคุณสมบัติต่างๆ คงที่ ค่า h ที่ตำแหน่งใดๆ จะคงที่ไม่ขึ้นกับระยะ x

สมการ (4.23) ใช้ไม่ได้กับช่วงระยะทางเข้า (entrance region) ที่ซึ่ง h แปรตาม x ตามที่แสดงในรูปที่ 4.5 เพราะว่า $\delta_f = 0$ ที่ทางเข้าของท่อ ดังนั้น h จะมีค่าสูงมากที่ $x = 0$ อย่างไรก็ตามค่า h จะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเกิดบาวนด์คาร์เลเยอร์ของอุณหภูมิจนกระทั่งเข้าสู่ค่าคงที่ซึ่งก็คือเข้าสู่ช่วงปรับตัวเต็มที่แล้วนั่นเอง



รูปที่ 4.5 การเปลี่ยนแปลงตามแกน h สำหรับการไหลภายในท่อ

กรณีพิเศษ สำหรับฟลักซ์ความร้อน (q_s'') คงที่ เพราะว่าทั้งค่า h และ q_s'' คงที่ในช่วงปรับตัวเต็มที่แล้ว จากสมการ (4.22) ได้ว่า

$$\left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.25)$$

ถ้ากระจาย (4.23) และหาคำตอบสำหรับ $\partial T / \partial x$ จะได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} - \frac{(T_s - T)dT_s}{(T_s - T_m)dx} \Big|_{fd,t} + \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \Big|_{fd,t} \quad (4.26)$$

แทนค่าจากสมการ (4.25) ได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามแนวแกนจะเป็นอิสระกับตำแหน่งในแนวรัศมี สำหรับกรณีของ T_s คงที่ ($dT_s / dx = 0$) จากสมการ (4.26) ได้ว่า

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \bigg|_{fd,t} \quad T_s = \text{constant} \quad (4.28)$$

โดยที่ค่า $\partial T / \partial x$ จะขึ้นอยู่กับแนวรัศมี

จากที่กล่าวมาพอเชื่อถือได้ว่าอุณหภูมิเฉลี่ยเป็นตัวแปรที่สำคัญมากสำหรับการไหลภายในท่อ เพื่อที่จะอธิบายการไหลนั้นๆ จำเป็นต้องรู้การเปลี่ยนแปลงของมัน กับค่า x การแปลเปลี่ยนหาได้โดยการประยุกต์การสมดุลพลังงานทั้งหมดกับการไหล

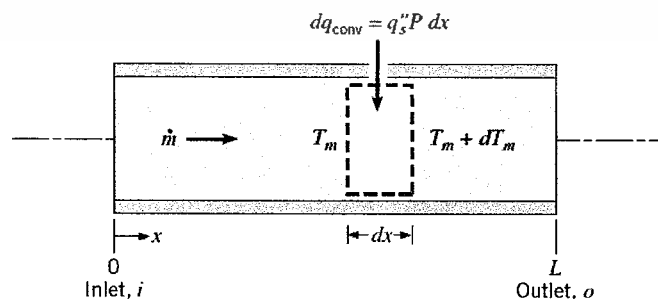
4.3 การสมดุลของพลังงาน (Energy Balance)

พิจารณาการไหลในท่อตามรูปที่ 4.6 ของไหลไหลด้วยอัตรามวลคงที่ \dot{m} และมีการพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวภายใน โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของของไหลรวมทั้งการนำความร้อนในทิศทางแนวแกนจะไม่นำมาคิด ละทิ้งได้ ดังนั้นถ้าไม่มีงานเพลลาซึ่งกระทำโดยของไหลขณะไหลผ่านท่อแล้ว จะมีเพียงอิทธิพลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อน และกับงานจากการไหลเท่านั้น

งานของการไหลเป็นงานที่ใช้เคลื่อนของไหลผ่านปริมาตรควบคุม คิดต่อหน่วยมวลของไหล และจะอยู่ในรูปของผลคูณของความดัน p และปริมาตรจำเพาะ v (ซึ่ง $v = 1/\rho$)

โดยการประยุกต์การอนุรักษ์พลังงานต่อปริมาตรควบคุมตามรูปที่ 4.6 และจากนิยามของ T_m จะได้

$$dq_{conv} + \dot{m}(c_v T_m + pv) - \left\{ \dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m} \frac{d(c_v T_m + pv)}{dx} dx \right\} = 0$$



รูปที่ 4.6 ปริมาตรควบคุมสำหรับการไหลภายในท่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ
$$dq_{conv} = \dot{m}d(c_v T_m + pv) \quad (4.29)$$

ถ้าของไหลเป็นแก๊สสมบูรณ์ ($pv = RT_m$, และ $c_p = c_v + R$) จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m}dc_p T_m \quad (4.30)$$

สมการนี้ใช้ได้สำหรับของเหลวที่อัดตัวไม่ได้เช่นกัน ในกรณีนี้ $c_p = c_v$ เพราะว่ามี v น้อยมากๆ $d(pv)$ โดยทั่วไปจะน้อยกว่า $d(c_v T_m)$ มากจนตัดทิ้งได้

รูปพิเศษของสมการ (4.30) เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขสำหรับท่อทั้งหมด โดยการอินทิเกรตจากทางเข้าถึงทางออกของท่อ จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p (T_{m,o} + T_{m,i}) \quad (4.31)$$

โดยที่ q_{conv} เป็นอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อทั้งหมด

สมการ (4.30) อาจเปลี่ยนไปอยู่ในรูปที่สะดวกได้โดยใช้สมการอัตราการพาความร้อนต่อปริมาตรควบคุมคือ $dq_{conv} = q_s'' P dx$ ซึ่ง P เป็นเส้นรอบรูป ($P = \pi D$) สำหรับท่อกลม โดยการแทนค่าจากสมการ (4.22) ได้ว่า

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h(T_s - T_m) \quad (4.32)$$

คำตอบของ (4.32) สำหรับค่า $T_m(x)$ ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขความร้อนที่ผิว คืออาจเป็นกรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ หรืออุณหภูมิที่ผิวคงที่ก็ได้

4.3.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ (Constance Surface Heat Flux)

กรณีนี้จะพบว่าง่ายที่จะหาค่า q_{conv} ทั้งหมด เพราะว่า q_s'' ไม่ขึ้นกับ x ดังนั้น

$$dq_{conv} = q_s''(PL) \quad (4.33)$$

สมการนี้อาจจะใช้กับสมการ (4.31) เพื่อหาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ ($T_{m,o} + T_{m,i}$)

สำหรับ q_s'' คงที่ จากสมการ (4.32) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} \neq f(x) \quad (4.34)$$

อินทิเกรตจาก $x = 0$ ถึง x ใดๆ ได้

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x \quad q_s'' = \text{Constant} \quad (4.35)$$

จาก (4.35) ได้ว่า T_m แปรเปลี่ยนเชิงเส้นกับระยะ x ตามท่อ

4.3.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant Surface Temperature)

ผลลัพธ์สำหรับค่า q_{conv} และการกระจายของ T_m แตกต่างกันโดยสิ้นเชิงจากกรณีก่อน สำหรับกรณีนี้โดยนิยาม โดย ΔT เป็น $T_s - T_m$ สมการ (4.32) เขียนใหม่เป็น

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = -\frac{P}{\dot{m} c_p} h \Delta T$$

แยกตัวแปรและอินทิเกรตจากทางเข้าถึงทางออกของท่อได้

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m} c_p} \int_0^L h dx$$

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{PL}{\dot{m} c_p} \left(\frac{1}{L} \int_0^L h dx \right)$$

จากนิยามของ \bar{h} จะได้

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m} c_p} \bar{h}_L \quad (T_s = \text{const } t) \quad (4.36a)$$

ซึ่ง \bar{h}_L หรือ \bar{h} เป็นค่าเฉลี่ยของ h สำหรับท่อทั่วทั้งหมด โดยจัดใหม่

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m} c_p} \bar{h}_L\right) \quad (T_s = \text{const } t) \quad (4.36b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าเราอินทิเกรตจากทางเข้าถึงตำแหน่ง x ใดๆ จะได้

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p \bar{h}}\right) \quad (4.37)$$

โดยที่ค่า \bar{h} ในสมการนี้เป็นค่าเฉลี่ยของ h จากทางเข้าของท่อถึง x สมการนี้ชี้ให้เห็นว่าความแตกต่างของอุณหภูมิ ($T_s - T_m$) ลดลงเป็นเอกซ์โพเนนเชียลกับระยะทางตามแนวแกนของท่อ

การหาสมการสำหรับ q_{conv} ทั้งหมดนั้นยุ่งยากมาก กับธรรมชาติของเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สมการ (4.31)

$$q_{conv} = \dot{m}c_p [(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,o})] = \dot{m}c_p (T_i + T_o)$$

และแทนค่า $\dot{m}c_p$ จากสมการ (2-131) จะได้

$$q_{conv} = \bar{h}A_s \Delta T_{l,m} \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.38)$$

ซึ่งค่า A_s เป็นพื้นที่ผิวท่อทั้งหมด ($A_s = PL$) และ $\Delta T_{l,m}$ เป็นค่าความแตกต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยแบบลอการิทึม (LTDM)

$$\Delta T_{l,m} \equiv \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \quad (4.39)$$

สมการ (4.38) เป็นรูปหนึ่งของกฎการเย็นตัวของนิวตันสำหรับท่อทั้งหมดและ $\Delta T_{l,m}$ เป็นค่าเฉลี่ยของความแตกต่างอุณหภูมิที่เหมาะสมทั้งกับความยาวท่อ ธรรมชาติลอการิทึมของความแตกต่างอุณหภูมิเฉลี่ยนี้เนื่องจากธรรมชาติของการลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล [แตกต่างจากความแตกต่างเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean Temperature Difference, AMTD) ซึ่งมีรูป $\Delta T_{am} = (\Delta T_i + \Delta T_o) / 2$

4.4 สหพันธ์การพาความร้อนสำหรับท่อที่ไม่กลม

ถึงแม้ว่าเรามีข้อจำกัดมากเกี่ยวกับการพิจารณาต่อการไหลภายในท่อกลม การประยุกต์ทางวิศวกรรมส่วนใหญ่จำนวนมากเกี่ยวข้องกับการพาความร้อนในท่อที่ไม่กลม สมการที่กล่าวมาแล้วใช้ได้ดีพอประมาณกับท่อที่ไม่มีพื้นที่หน้าตัดกลม โดยการใส่เส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลเป็นความยาว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่เผยแพร่ให้สาธารณชนดู การนำ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้











เฉพาะ (Characteristic length) ซึ่งเรียกว่า “เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก” (Hydraulic diameter) และนิยามเป็น

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P} \quad (4.40)$$

ซึ่ง A_c และ P เป็นพื้นที่หน้าตัดและเส้นรอบรูปของการไหลตามลำดับ เส้นผ่านศูนย์กลางนี้จะใช้ในการคำนวณพารามิเตอร์ต่างๆ เช่น Re_D และ Nu_D

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ สหพันธ์ที่ใช้ในท่อกลมเมื่อนำมาใช้กรณีนี้อาจให้ความแม่นยำน้อยโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับพื้นที่หน้าตัดที่มีมุมคมหลายมุม สำหรับกรณีเช่นนั้น ค่า Nu_D สอดคล้องกับเงื่อนไขปรับตัวเต็มที่แล้วหาได้จากตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่า Nu_D และ f สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อพื้นที่หน้าตัดต่างๆกัน

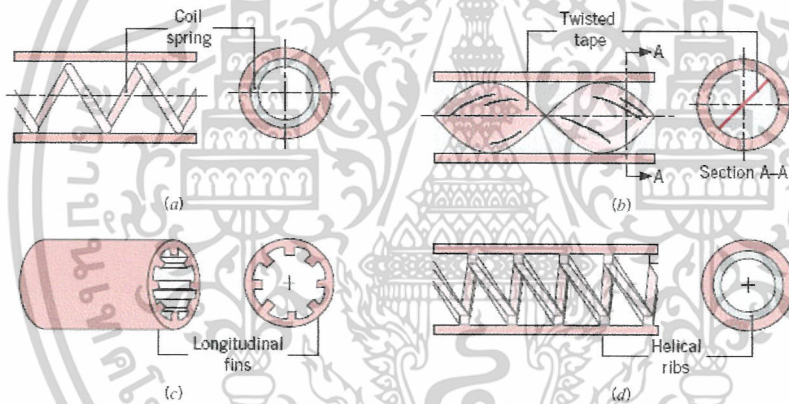
Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$		$f Re_{D_h}$
		(Uniform q_s'')	(Uniform T_s)	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
	∞	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Used with permission from W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1993.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5 การเพิ่มการถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer Enhancement)

มีวิธีหลายประการสำหรับช่วยเพิ่มการถ่ายเทความร้อนในการไหลภายในท่อ วิธีที่ยอมรับกันก็โดยการเพิ่มค่า h และหรือโดยการเพิ่มพื้นที่ผิวการพาให้มากขึ้น ตัวอย่างเช่น ค่า h อาจเพิ่มได้โดยทำให้ผิวขรุขระเพื่อให้เกิดเทอร์บูลเอนซ์ทำได้โดยการเจียรแต่งหรือสอดใส่ลวดคอยล์-สปริงก็ได้ การสอดใส่ลวดตามรูปที่ 4.7a ให้ความหมายเป็นเกลียว (helical roughness) ในการสัมผัสกับผิวภายในท่อ อีกวิธีหนึ่งเป็นการเพิ่ม h โดยการทำให้เกิดการหมุนวน (swirl) ด้วยการสอดใส่ของแผ่นเกลียวบิด (twisted tape) ตามรูปที่ 4.7b การสอดแทรกนี้ประกอบด้วยแผ่นบางที่ถูกบิดเป็นคาบของมุม 360° เป็นผลให้ความเร็วของการไหลเพิ่ม เนื่องจากความเร็วสัมผัสเพิ่มใกล้ผนังท่อ พื้นที่การถ่ายเทความร้อนเพิ่มได้โดยการติดแผ่นกั้นตามแนวยาวแก่ผิวภายในรูปที่ 4.7c ในขณะที่ค่า h และพื้นที่อาจทำให้เพิ่มได้โดยใช้ครีบก้นเกลียว (spiral fins) รูปที่ 4.7d การเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนใดอาจเป็นผลทำให้เกิดความดันตกคร่อม (pressure drop) มากขึ้น ดังนั้นอาจจำเป็นต้องใช้พัดลมหรือปั๊มช่วยอีก



รูปที่ 4.7 การเพิ่มการถ่ายเทความร้อนต่างๆ

4.6 สมรรถนะเชิงความร้อน (Thermal Performance)

สมรรถนะเชิงความร้อน [5] หาได้จาก

$$\eta = \frac{(Nu / Nu_o)}{(f / f_o)^{1/3}} \quad (4.41)$$

เมื่อ η คือ สมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน

Nu คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Nu_o คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ

f คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้น

f_o คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

การถ่ายเทความร้อนของอากาศที่ไหลผ่านแผ่นกั้น นอกจากความเข้าใจทางทฤษฎีพื้นฐาน ยังต้องมีความเข้าใจทางการคำนวณเชิงตัวเลขเนื่องจากเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการหาผลเฉลย เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ [2] ในบทนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 หัวข้อซึ่ง หัวข้อ 5.1 กล่าวถึงประวัติ และพัฒนาการโดยย่อของวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข หัวข้อ 5.2 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นแนวทางสากลที่ใช้โดยทั่วไป หัวข้อ 5.3 อธิบายคุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดของสมการดิสครีทไทต์ หัวข้อที่ 5.4 กล่าวถึงรูปแบบการจัดวางกริด และสอดแทรกความหมายของตัวแปร และสัญลักษณ์ที่ใช้ในบทนี้ หัวข้อที่ 5.5 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข เพื่อเข้าใจถึงแบบแผนวิธี (Scheme) ที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบของการดิสครีทไทต์ และในหัวข้อที่ 5.6 ถึง 5.9 แสดงวิธีการดิสครีทไทต์สมการบังคับไว้เฉพาะบางแบบแผนวิธี

5.1 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

วิวัฒนาการของการคำนวณเชิงตัวเลขเริ่มมาก่อนปี ค.ศ. 1950 เกิดขึ้นพร้อมกับยุคที่ระบบคอมพิวเตอร์เริ่มมีการพัฒนา ช่วงเวลานั้นระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference methods, FDM) และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐาน (Finite element methods, FEM) เป็นวิธีพื้นฐานในการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equations, PDE) ซึ่งนิยมใช้มากในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational fluid dynamics, CFD) ต่อมาได้รวบรวมเอาองค์ความรู้ทางระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐานเข้าไว้ด้วยกัน เรียกว่า ระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (Finite volume methods, FVM) ทำให้มีโครงสร้างที่เข้าใจได้ง่ายขึ้น ขณะที่ยังมีความแม่นยำสูงจนเป็นที่นิยมในปัจจุบัน

5.2 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

หากพิจารณาการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในมุมมองการโปรแกรม จะกล่าวได้ว่าเป็นโครงสร้างของอัลกอริทึมที่สามารถนำไปสู่การจำลองสถานะการไหลได้ โปรแกรมคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในเชิงพาณิชย์ ส่วนมากมีระบบที่ให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าต่างๆ ที่ต้องการแล้วจึงนำไปคำนวณ โดยแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนหลักดังนี้

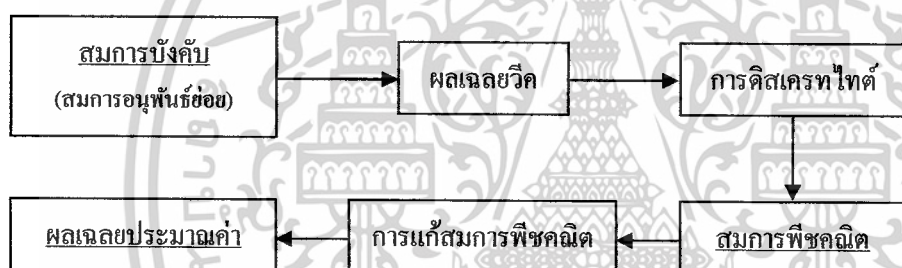
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.1 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Pre-processing) คือขั้นตอนเตรียมการ โดยระบุรายละเอียดของการกำหนดปัญหา และพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. กำหนดรูปร่าง และระบุนขนาดของระบบที่สนใจ เรียกว่า การกำหนดสนามการคำนวณ (Computation domain)
2. กำหนดจำนวน และรูปแบบการจัดวางกริด (Grid or Mesh) ซึ่งคือการแบ่งสนามการคำนวณ ออกเป็นปริมาตรเล็กๆ รูปแบบการจัดแบ่ง และจัดวางกริด ขึ้นอยู่กับปัญหาที่พิจารณาการจัดที่เหมาะสมทำให้การหาผลเฉลยประมาณค่า (Approximation solution) แม่นยำขึ้น
3. เลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับธรรมชาติของปัญหา เลือกโดยใช้องค์ความรู้ทางทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง
4. กำหนดคุณสมบัติของไหล เช่นพิจารณาของไหลเป็นอากาศที่อุณหภูมิปกติ เป็นต้น
5. กำหนดเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) และค่าเริ่มต้น (Initial condition)



รูปที่ 5.1 แสดงความเชื่อมโยงของกระบวนการดิสcretize ไรต์และผลเฉลยประมาณค่า

5.2.2 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Solving) เป็นขั้นที่ต้องใช้ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหาแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนย่อยดังนี้ (จากรูปที่ 5.1)

5.2.2.1 ประมาณตัวแปรไม่ทราบค่าโดยหาค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน (มักใช้ในปัญหาแบบปั่นป่วน) สร้างเป็นสมการอนุพันธ์ย่อย โดยรวมกับสมการบังคับการไหล

5.2.2.2 หาผลเฉลยวีค (Weak solution) ของสมการบังคับ ด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง (Weight residual) จากนั้นดิสcretize ไรต์ โดยประมาณแต่ละเทอมความสัมพัทธ์ด้วยแบบแผนวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์เป็นสมการพีชคณิต

5.2.2.3 แก้สมการพีชคณิต ผลเฉลยที่ได้เรียกว่า ผลเฉลยประมาณค่า

5.2.3 ขั้นตอนแสดงผล

ขั้นตอนแสดงผล (Post-processing) คือการแสดงผลเฉลยประมาณค่าของตัวแปรที่สนใจ และใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เช่น รูปแบบความเร็ว รูปแบบวอเทคซิดี้ เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ การนำเอกสารไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลเพื่อจำลองพฤติกรรมตามธรรมชาติ ควรตระหนักว่าธรรมชาติมักมีพฤติกรรมซับซ้อน ดังนั้นสิ่งที่พึงระวังอย่างยิ่งคือ ความถูกต้องของผลเฉลย ผลการคำนวณที่ดีเลิศ เป็นเพียงค่าประมาณที่ดีที่สุดเท่าที่มนุษย์สามารถหาคำตอบได้เท่านั้น ไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำ

คุณสมบัติของวิธีการคำนวณ คือปัจจัยบ่งบอกความเที่ยงตรงของผลเฉลยประมาณค่า เมื่อเทียบกับพฤติกรรมจริงที่ควรเกิดขึ้น แบ่งได้หลายประการดังนี้

5.3.1 ความเข้ากันได้

ความเข้ากันได้ (Consistency) หมายถึงความเหมือน (Equivalent) ระหว่างสมการบังคับ (สมการอนุพันธ์ย่อย) และสมการพีชคณิตที่ผ่านกระบวนการดิสcretize ทั่ว เมื่อระยะกริด (Grid spacing) และ หรือค่าขั้นเวลา (Time step) ลดลงใกล้ศูนย์ โดยปกติเรียกความแตกต่างหลังจากกระบวนการดิสcretize ทั่วว่า ความผิดพลาดแบบทรานเซชัน (Truncation error) ซึ่งลดลงเมื่อมีความเข้ากันได้มากขึ้น

5.3.2 เสถียรภาพการคำนวณ

เสถียรภาพการคำนวณ (Stability) เป็นลักษณะการคำนวณที่มีค่าผิดพลาดน้อยลงเมื่อคำนวณซ้ำ (Damping of error) เรียกความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณซ้ำว่าความผิดพลาดแบบร้าวออฟ (Round-off error) เช่นความผิดพลาดในการคำนวณทศนิยมตำแหน่งที่ 12 ของคอมพิวเตอร์ เป็นต้น อย่างไรก็ตามหากวิธีการคำนวณ ไม่มีเสถียรภาพ ผลการคำนวณอาจมีลักษณะลู่ออก (Divergence) โดยมักเกิดจากการเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลขไม่เหมาะสมกับปัญหาที่พิจารณา ซึ่งการตรวจสอบเสถียรภาพการคำนวณต้องใช้ความรู้ของทฤษฎีการรบกวน (Perturbation theory) เป็นแนวทาง

5.3.3 การลู่เข้าของผลเฉลย

ผลการคำนวณที่มีการลู่เข้าของผลเฉลย (Convergence) หมายถึงผลเฉลยประมาณค่ามีแนวโน้มเข้าใกล้ผลเฉลยแม่นยำ สำหรับปัญหาไม่เชิงเส้น (Nonlinear problem) หากที่จะตรวจสอบการลู่เข้าของผลเฉลย เนื่องจากไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำได้ อย่างไรก็ตามการตรวจสอบทำได้ด้วยวิธีเปรียบเทียบผลการคำนวณที่มีระยะกริดลดลง กระทั่งผลเฉลยไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามระยะกริด (Grid independent) เรียกได้ว่ามีคุณสมบัติการลู่เข้าของผลเฉลยที่ดี

5.3.4 การอนุรักษ์

คุณสมบัติการอนุรักษ์ (Conservation) เป็นคุณสมบัติที่มีอยู่ในกฎการอนุรักษ์ดังบทที่ 3 เนื่องจากผลการคำนวณมีที่มาจากสมการบังคับ ดังนั้นวิธีการคำนวณจึงควรมีคุณสมบัตินี้ด้วย โดยคุณสมบัติการอนุรักษ์เป็นจุดเด่นที่สำคัญของระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง กล่าวคือคำนึงถึงความ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมดุลของการส่งถ่ายปริมาณข้ามขอบเขตที่พิจารณา เช่นรอบผิวปิดของปริมาตรเล็กๆ ที่แบ่งตามระยะกริดเป็นต้น

5.3.5 ความจำกัดขอบ

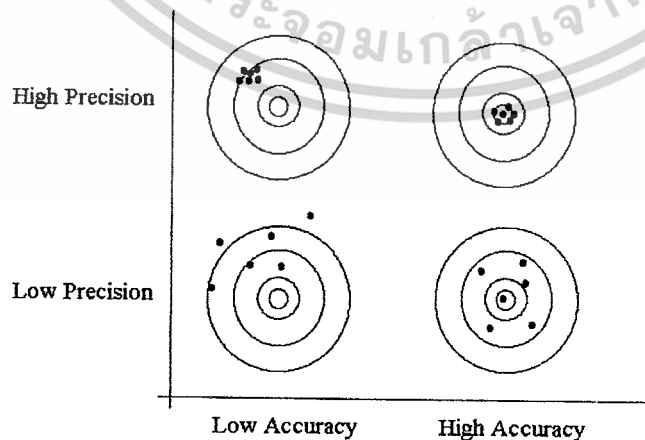
ความจำกัดขอบ (Bounded ness) หมายถึงผลเฉลยควรมีค่าอยู่ในขอบเขตจำกัด เช่นความหนาแน่น ความเข้มข้น ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ หรือระบบการถ่ายเทความร้อนที่ทราบอุณหภูมิต่ำสุด-สูงสุด ผลเฉลยที่ควรได้ต้องมีค่าอยู่ในช่วงนั้นด้วยเช่นกัน โดยวิธีการคำนวณที่มีอันดับสูง (Higher order) มีแนวโน้มความจำกัดขอบต่ำลง ดังนั้นจึงไม่ควรเลือกใช้วิธีการคำนวณที่มีอันดับสูงมากเกินไป

5.3.6 ความเสมือนจริง

ความเสมือนจริง (Realizability) หมายถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่จำลองพฤติกรรมธรรมชาติที่ซับซ้อน เช่นแบบจำลองการไหลปั่นป่วน แบบจำลองการเผาไหม้ เป็นต้น ควรเลือกแบบจำลองที่มีความเสมือนจริงเมื่อเทียบกับความหมายทางกายภาพ หากเลือกใช้ หรือนำมาใช้ไม่สอดคล้องกับปัญหา ผลเฉลยที่ได้อาจไม่สื่อความหมายทางกายภาพที่ถูกต้อง

5.3.7 ความแน่นอน

บ่อยครั้งในงานทางวิศวกรรมกล่าวถึงความแน่นอน (Accuracy) ซึ่งมักใช้สับสนกับความแม่นยำ (Precision) พิจารณารูปที่ 5.2 แสดงความแตกต่างระหว่างแนวคิดทั้งสองอย่างชัดเจน ตรงกลางเป้าเป็นเสมือนค่าแม่นยำ โดยเห็นได้ถึงความแน่นอนสูง หมายถึงค่าโดยเฉลี่ยไม่ต่างจากค่าแม่นยำ และความแม่นยำสูง หมายถึงค่าส่วนใหญ่กระจายตัวน้อย ดังนั้นงานวิเคราะห์ทางด้านวิศวกรรมจึงควรให้ความสำคัญของความแน่นอน มากกว่าความแม่นยำ ซึ่งช่วยในการวิเคราะห์ได้ถูกต้อง มีแนวโน้มเดียวกับสภาพความจริงมากขึ้น แต่ในงานออกแบบต้องการความผิดพลาดดน้อยที่สุด จึงควรใช้ทั้ง 2 แนวคิดประกอบรวมกัน



รูปที่ 5.2 แสดงแนวคิดของความแน่นอนและความแม่นยำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล แบ่งปัจจัยของความแน่นอนได้เป็น 3 ปัจจัยดังนี้

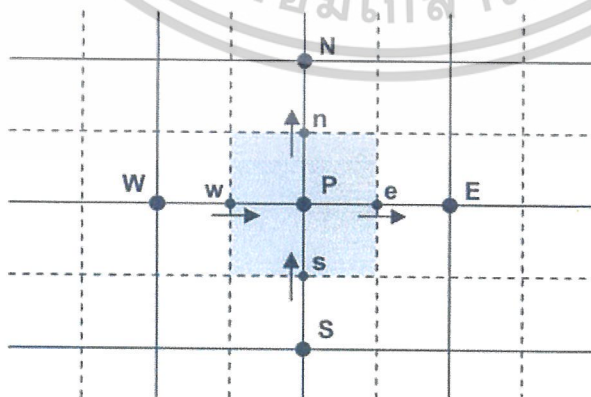
1. ความแน่นอนจากแบบจำลอง (Modeling accuracy) เกิดจากความเหมือนจริงของแบบจำลองเทียบกับพฤติกรรมจริงธรรมชาติ
2. ความแน่นอนจากการดิสครีไทต์ (Discretization accuracy) เกิดจากความเข้ากันได้ของสมการพีชคณิต เทียบกับสมการบังคับ (สมการอนุพันธ์ย่อย)
3. ความแน่นอนจากการแก้สมการพีชคณิต (Iteration accuracy) เกิดจากการลู่ออกของ ผลเฉลยประมาณค่า เทียบกับผลเฉลยแม่นยำของสมการพีชคณิต

5.4 รูปแบบการจัดวางกริด

รูปแบบการจัดวางกริดโดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 3 แบบคือ แบบโครงสร้างปกติ (Structured grids) แบบกลุ่มโครงสร้าง (Block structured grid) และแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจกระบวนการดิสครีไทต์ในหัวข้อถัดไป จึงได้ใช้รูปแบบการจัดวางกริดดังรูปที่ 5.3 (แบบโครงสร้างปกติ) โดยในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเฉพาะกริดใน 3 มิติ



รูปที่ 5.3 แสดงรูปแบบการจัดวางกริดในแกน 2 มิติ และ 3 มิติ



รูปที่ 5.4 ส่วนแรเงาแสดงตำแหน่งของปริมาตรควบคุมแบบ 2 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.4 ตำแหน่ง P คือตำแหน่ง โหนด (Node) ที่สนใจ ตัวอักษรพิมพ์เล็ก เช่น w, e แสดงถึงตำแหน่งของปริมาณที่เข้า-ออกจากปริมาตรควบคุมที่แรงา (Cell volume) เช่น ความเร็ว เป็นต้น เรียกว่า ตำแหน่งผิวเซลล์ (Cell face) ลูกศรที่ปรากฏแสดงทิศเป็นบวกของปริมาณเวกเตอร์ที่ตำแหน่งผิวเซลล์ รูปแบบลักษณะนี้ เรียกว่า การจัดเรียงแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) กล่าวคือ ปริมาณสเกลาร์ และเวกเตอร์มีตำแหน่งเดียวกัน (มวล ความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ) โดยการจัดวางกริดในแบบอื่นจะได้กล่าวถึงในหัวข้อ 5.9 เนื่องมาจากปัญหาการดิสเครทไทซ์ทอมอัตราเปลี่ยนความดันของสมการนาเวียร์-สโตกส์

5.5 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข

ปัจจุบันมีนักวิจัยที่คิดค้นแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical scheme) มากมายซึ่งขอกล่าวถึงเฉพาะแบบแผนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย 4 แบบคือ

5.5.1 แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง

แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง (Central differencing scheme, CDS) คือการประมาณค่าที่ตำแหน่งผิวเซลล์ต่างๆ ด้วยหลักการหาค่าเฉลี่ยกึ่งกลาง เป็นไปตามสมการ (5.1) เมื่อ ϕ แทนปริมาณที่สนใจใดๆ

$$\begin{aligned}\phi_e &= (\phi_p + \phi_E)/2 \\ \phi_w &= (\phi_w + \phi_P)/2 \\ \phi_n &= (\phi_p + \phi_N)/2 \\ \phi_s &= (\phi_s + \phi_P)/2\end{aligned}\tag{5.1}$$

จากสมการ (5.1) เห็นได้ว่าการประมาณค่าที่ผิวเซลล์ด้วยค่าที่ตำแหน่ง โหนด โดยถ่วงน้ำหนัก โหนดประชิด (Adjacent node) เท่ากัน แบบแผนวิธีนี้จึงขึ้นอยู่กับระยะกริดเป็นสำคัญ ซึ่งระยะกริดที่ลดลง ทำให้ผลเฉลยมีความแน่นอนสูงขึ้น

5.5.2 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง

การประมาณค่าที่ผิวเซลล์ (รูปที่ 5.4) ของแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง (1st-order upwind differencing scheme, UDS-1) ให้ปริมาณที่ตำแหน่งท้ายลมมีค่าเท่ากับปริมาณที่ตำแหน่งต้นลม ดังสมการ (5.2) เมื่อ ϕ แทนปริมาณที่สนใจ และ u แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์นั้น เช่น u_e แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์ e เป็นต้น

$$\begin{aligned}\phi_e &= \alpha_e \phi_p + (1 - \alpha_e) \phi_E \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \Rightarrow \alpha_e = 1 \text{ และ } u_e < 0 \Rightarrow \alpha_e = 0 \\ \phi_w &= \alpha_w \phi_w + (1 - \alpha_w) \phi_P \quad \text{เมื่อ } u_w > 0 \Rightarrow \alpha_w = 1 \text{ และ } u_w < 0 \Rightarrow \alpha_w = 0 \\ \phi_n &= \alpha_n \phi_p + (1 - \alpha_n) \phi_N \quad \text{เมื่อ } u_n > 0 \Rightarrow \alpha_n = 1 \text{ และ } u_n < 0 \Rightarrow \alpha_n = 0 \\ \phi_s &= \alpha_s \phi_s + (1 - \alpha_s) \phi_P \quad \text{เมื่อ } u_s > 0 \Rightarrow \alpha_s = 1 \text{ และ } u_s < 0 \Rightarrow \alpha_s = 0\end{aligned}\tag{5.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งมีคุณสมบัติจำกัดขอบสูง ทำให้ผลเฉลยไม่กระเพื่อม (Oscillatory solution) เป็นข้อดีทั้งในแง่เสถียรภาพการคำนวณ และการลู่เข้าของผลเฉลย แต่ในขณะเดียวกัน ทำให้เกิดพฤติกรรมการแพร่เชิงตัวเลข (Numerical diffusive) เนื่องจากลักษณะผลเฉลยเสมือนถูกถ่วงน้ำหนักจากค่าที่ตำแหน่งต้นลมเป็นหลัก สำหรับกรณีที่มีการไหลซับซ้อน แบบแผนวิธีนี้จะทำให้คุณสมบัติความเข้ากันได้ลดลง

5.5.3 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง

แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง (2nd-order upwind differencing scheme, UDS-2) ได้พัฒนาให้มีความแม่นยำสูงขึ้น พิจารณาที่ตำแหน่งโนด P เมื่อใช้อนุกรมขยายของเทเลอร์ (Taylor series expansion) ตามหลักการผลต่างต้นลม เขียนความสัมพันธ์ที่ผิวเซลล์ e ได้ว่า

$$\phi_e = \phi_P + \delta_{eP} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P + \frac{\delta_{eP}^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_P + \text{H.O.T.} \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.3)$$

สมการ (5.3) เป็นตัวอย่างแบบแผนวิธีในกรณี 1 มิติ พิจารณาเฉพาะที่ผิวเซลล์ e เมื่อ δ_{eP} แทนระยะห่างระหว่างผิวเซลล์ e และโนดต้นลม P (เนื่องจาก $u_e > 0$) สำหรับกรณีแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งจะใช้เฉพาะเทอมแรกทางขวาของสมการ และแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสองนี้จะใช้สองเทอมแรกทางขวาของสมการ

เทอม $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P$ คือ ความชันของเซลล์ต้นลม ซึ่งประมาณโดยการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยปริมาตรของเซลล์นั้น ดังสมการ (5.4) จากนั้นใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss theorem) จะเขียนได้ในสมการ (5.5) ดังนี้

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P = \frac{1}{V} \int \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV \quad (5.4)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P = \frac{1}{V} \oint \phi \cdot \vec{n} dA \quad (5.5)$$

เมื่อ V แทนขนาดปริมาตรของเซลล์ A แทนพื้นที่ผิวเซลล์ และ \vec{n} แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเซลล์ สมการ (5.5) ทำการดิสcretize ทั่วด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ (กรณีที่เกิดวงกริดตามรูปที่ 5.4) จะลดรูปได้เป็น

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_P = \frac{1}{A_P} (\phi_e L_e + \phi_w L_w + \phi_n L_n + \phi_s L_s) \quad (5.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือสงวนลิขสิทธิ์เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (5.6) เมื่อ L แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์ในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น L_e แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์ e เป็นต้น และ A_P แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด P อยู่ เช่น A_P มีค่าเท่ากับพื้นที่แรงแทงในรูปที่ 5.4 เป็นต้น ซึ่งค่า ϕ ที่ผิวเซลล์ต่างๆของสมการ (5.6) หาได้หลายวิธี แต่ในที่นี้เลือกใช้แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางดังสมการ (5.1) ดังนั้นสมการ (5.3) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

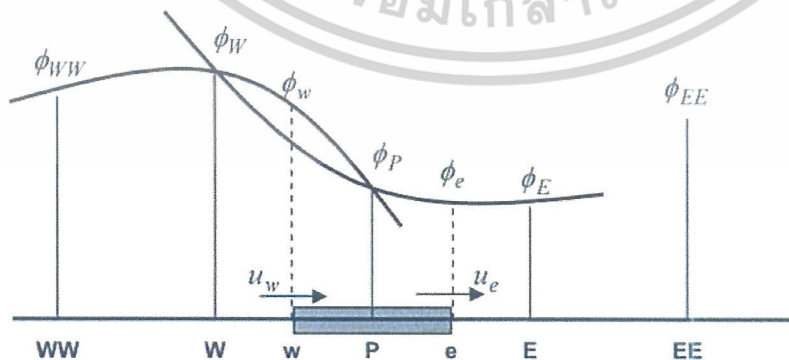
$$\phi_e = \phi_P + \frac{\delta_{eP}}{A_P} \left(\begin{array}{l} \left(\frac{\phi_P + \phi_E}{2} \right) \cdot L_e + \left(\frac{\phi_W + \phi_P}{2} \right) \cdot L_w \\ + \left(\frac{\phi_P + \phi_N}{2} \right) \cdot L_n + \left(\frac{\phi_S + \phi_P}{2} \right) \cdot L_s \end{array} \right) \text{เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.7)$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อ $u_e < 0$ จะเขียนได้ดังสมการ (5.8) และสมการของ ϕ_w, ϕ_n, ϕ_s สามารถหาได้ด้วยหลักการเดียวกัน ซึ่งไม่ขอกล่าวถึงในรายละเอียด

$$\phi_e = \phi_E + \frac{\delta_{eE}}{A_E} \left(\begin{array}{l} \left(\frac{\phi_E + \phi_{EE}}{2} \right) \cdot L_{ee} + \left(\frac{\phi_E + \phi_P}{2} \right) \cdot L_e \\ + \left(\frac{\phi_{NE} + \phi_E}{2} \right) \cdot L_{ne} + \left(\frac{\phi_E + \phi_{SE}}{2} \right) \cdot L_{se} \end{array} \right) \text{เมื่อ } u_e < 0 \quad (5.8)$$

5.5.4 แบบแผนวิธีผลต่างครอดราติก

แบบแผนวิธีผลต่างครอดราติก (Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK) เริ่มนำเสนอโดย Leonard ค.ศ. 1979 เป็นแบบแผนวิธีที่ใช้โนด 3 ตำแหน่งในการประมาณค่าของแต่ละผิวเซลล์ (2 โหนดที่ต้นลม และ 1 โหนดที่ท้ายลม) ดังแสดงในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 รูปแบบแนวคิดของแบบแผนวิธีผลต่างครอดราติกในปริมาตรควบคุมแบบ 1 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามรูปที่ 5.5 เมื่อ $u_w > 0$ และ $u_e > 0$ การประมาณค่า ϕ_w ที่ผิวเขต w จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ WW และ W ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ P ในทำนองเดียวกันการประมาณค่า ϕ_e ที่ผิวเขต e จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ W และ P ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ E ตามลำดับ

ด้วยหลักการความคล้ายคลึง กรณีที่ $u_w < 0$ และ $u_e < 0$ การประมาณค่า ϕ_w ใช้โนด E และ P ประกอบกับโนด W และการประมาณค่า ϕ_e ใช้โนด EE, E และ P ตามลำดับ ซึ่งความสัมพันธ์ต่างๆ สามารถเขียนได้ในสมการ (5.9) ถึง (5.12) โดย $u_x > 0$ แล้ว $\alpha_x = 1$ และ $u_x < 0$ แล้ว $\alpha_x = 0$ เมื่อ $x = w, e, s, n$ ตามลำดับ

$$\phi_w = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_w) \cdot \phi_W + (2 - \alpha_w) \cdot \phi_P] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_w) \cdot \phi_E + \alpha_w \cdot \phi_{WW}] \quad (5.9)$$

$$\phi_e = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_e) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_e) \cdot \phi_E] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_e) \cdot \phi_{EE} + \alpha_e \cdot \phi_W] \quad (5.10)$$

$$\phi_s = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_s) \cdot \phi_S + (2 - \alpha_s) \cdot \phi_P] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_s) \cdot \phi_N + \alpha_s \cdot \phi_{SS}] \quad (5.11)$$

$$\phi_n = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_n) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_n) \cdot \phi_N] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_n) \cdot \phi_{NN} + \alpha_n \cdot \phi_S] \quad (5.12)$$

แบบแผนวิธีผลต่างครอคราคีมีความแน่นอนอันดับสาม ซึ่งสูงกว่าทั้งแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งและสอง เป็นเทคนิคการผสมผสานความได้เปรียบของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางและแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมเข้าด้วยกัน กล่าวคือมีคุณสมบัติอนุรักษ์ และความเข้ากันได้มากกว่าแบบแผนวิธีผลต่างต้นลม อย่างไรก็ตามแบบแผนวิธีอันดับสูง จะมีเงื่อนไขเสถียรภาพการคำนวณ (Conditionally stable) เพิ่มขึ้น และคุณสมบัติจำกัดขอบลดลง

5.6 การดิสเครทไทต์สมการบังคับ

การคำนวณด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ต้องการผลเฉลยวิคของสมการบังคับ ด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง โดยการเลือกใช้ 1 (Unit) เป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weight function) ผลที่ได้เป็นสมการอินทิกรัล (Integral equation) บนขอบเขตปริมาตรควบคุมเล็กๆ จากทฤษฎีของเกาส์ทำให้สามารถพิจารณาปริมาณที่ส่งถ่ายเข้า-ออกเฉพาะที่ขอบเขต เป็นตัวแทนทั้งปริมาตรได้ รวมเรียกว่าการดิสเครทไทต์สมการอนุพันธ์ย่อย โดยหัวข้อ 5.7 ถึง 5.9 จะกล่าวรายละเอียดวิธีดิสเครทไทต์ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องกัน การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์มวลเป็นเนื้อหาที่ง่ายต่อความเข้าใจ เนื่องจากรูปแบบสมการไม่ซับซ้อน การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์พลังงานจะซับซ้อนขึ้น โดยกล่าวถึงแบบแผนวิธีที่ใช้กับสมการที่ขึ้นกับเวลา และประยุกต์ใช้แบบแผนวิธีในหัวข้อ 5.5 เพื่อดิสเครทไทต์ทอมต่างๆของสมการอนุรักษ์พลังงาน สำหรับการดิสเครทไทต์สมการนาเวียร์-สโตกส์จะแสดงการประมาณค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความดัน ซึ่งค่อนข้างยุ่งยาก และซับซ้อน ดังนั้นปริศยานิพจน์นี้จึงแสดงหัวข้อการวิเคราะห์การไหลของของไหลในท่อ

5.7 การวิเคราะห์การไหลของของไหล

จากการวิเคราะห์การไหลแบบไร้อัตถุ จะได้ผลเฉลยวิคิงสมการ (5.13) และใช้ทฤษฎีของเกาส์ จะได้สมการ (5.14)

$$\int \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = 0 \quad (5.13)$$

$$\oint u_i n_i dA = 0 \quad (5.14)$$

เมื่อ A แทนพื้นที่ผิวเขต และ n_i แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเขต จากสมการ (5.5) ให้ทำการวิเคราะห์การไหลด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ (กรณีจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) จะได้สมการ (5.15) ซึ่งเรียกว่า สมการวิเคราะห์การไหลแบบวิเคราะห์การไหล เมื่อ L แทนระยะความกว้างของผิวเขตในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น L_e แทนระยะความกว้างของผิวเขต e เป็นต้น

$$(uL)_e - (uL)_w + (uL)_n - (uL)_s = 0 \quad (5.15)$$

5.8 การวิเคราะห์การไหลของของไหล

จากแนวทางการวิเคราะห์การไหลแบบบังคับ ทำให้การวิเคราะห์การไหลของของไหล โดยไม่พิจารณาเทอมเหนือคหยาบ สามารถเขียนได้ว่า

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt}_{\text{เทอมไม่คง}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการพา}} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการแพร่}} \quad (5.16)$$

เนื่องจากสมการวิเคราะห์การไหลมีตัวแปรขึ้นกับตำแหน่ง และเวลา ดังนั้นสมการ (5.16) จึงอินทิเกรตในช่วงเวลาสั้นๆ (Δt) และปริมาตรเล็กๆ (dV) โดยแบ่งพิจารณาเป็น 3 เทอมตามความหมายทางกายภาพคือ เทอมไม่คงตัว (Unsteady term) เทอมการพา (Convection term) และเทอมการแพร่ (Diffusion term) ดังต่อไปนี้

เอน 5.8.1 การวิเคราะห์การไหลแบบไม่คงตัว ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แนวทางการ discretize 3D จะใช้ทฤษฎีของเกาส์ เพื่อพิจารณาปริมาตร (กรณีนี้คืออนุหภูมิ) ที่ส่งถ่ายเข้า-ออกจากขอบเขตของปริมาตรควบคุมเล็กๆ ดังนี้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \int \left(\int_t^{t+\Delta t} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV \quad (5.17)$$

การประมาณค่าผลต่างเวลา แบ่งได้เป็น 3 แบบแผนวิธีหลักๆ คือ แบบแผนวิธีเอกซ์พลีซิท (Explicit scheme) แบบแผนวิธีอิมพลีซิท (Implicit scheme) และแบบแผนวิธีแครง-นิโคลสัน (Crank-Nicolson scheme) งานวิจัยนี้จะกล่าวเฉพาะแบบแผนวิธีอิมพลีซิท แบ่งได้หลายอันดับโดยสมการ (5.18) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง (1st-order implicit scheme) และสมการ (5.19) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับสอง (2nd-order implicit scheme)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (5.19)$$

เมื่อ n แทนเวลาช่วงเวลาที่พิจารณา ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงเฉพาะการ discretize 3D ด้วยแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง โดยนำสมการ (5.18) แทนในสมการ (5.17) (กรณี 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) พิจารณาใน 2 มิติ ปริมาตรเซลล์เปลี่ยนเป็นพื้นที่เซลล์ จะได้ว่า

$$\int \left(\int_t^{t+\Delta t} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV = \rho c_p \cdot \left(\frac{T - T^0}{\Delta t} \cdot \Delta t \right) \cdot A_p$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \rho c_p \cdot (T - T^0) \cdot A_p \quad (5.20)$$

จากสมการ (5.20) ด้วย '0' แทนอุณหภูมิที่เวลา t สำหรับอุณหภูมิที่เวลา $t + \Delta t$ ไม่มีด้วย และ A_p แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด P (โนดที่สนใจ) เช่น A_p คือพื้นที่ส่วนที่แรเงาในรูปที่ 5.4 เป็นต้น

5.8.2 การ discretize 3D ของการพา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์ที่ตัดด้วยทฤษฎีของเกาส์ (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังนี้ เมื่อ $F_x = \rho c_p u_x L_x$ คือสัมประสิทธิ์การพาที่ผนังเซลล์ต่างๆ โดยที่ $x = e, w, n, s$ ตามลำดับ

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt &= \int_t^{t+\Delta t} \left(\oint \rho c_p \bar{u}_i T dA \right) dt \\ &= \rho c_p \cdot ((uTL)_e - (uTL)_w + (uTL)_n - (uTL)_s) \cdot \Delta t \\ \int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt &= (F_e T_e - F_w T_w + F_n T_n - F_s T_s) \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (5.21)$$

ค่าอุณหภูมิที่ผิวเซลล์ เช่น T_e คืออุณหภูมิที่ผิวเซลล์ e (ของปริมาตรที่โหนด P) เป็นต้น คือตัวแปรไม่ทราบค่าที่ต้องการประมาณค่า ในที่นี้เลือกแสดงแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค สมการ (5.9) ถึง (5.12) เมื่อให้ $\phi = T$ นำทั้งหมดแทนในสมการ (5.21) จัดรูปใหม่จะได้สมการ (5.22) ดังนั้นผลเฉลยที่ได้จึงมีคุณสมบัติของแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค ซึ่งถูกบรรจุอยู่ในพฤติกรรมกริดไหลที่ส่งผลมาจากเทอมการพา ด้วยเหตุนี้จึงเห็นได้ว่า การเลือกแบบแผนวิธีการคำนวณในแต่ละเทอม มีความสำคัญมากต่อผลเฉลยประมาณค่าของระบบที่พิจารณา

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = \left[\begin{aligned} &\frac{3}{8} T_P \left((1+\alpha_e) F_e - (2-\alpha_w) F_w \right) \\ &\quad + (1+\alpha_n) F_n - (2-\alpha_s) F_s \\ &-\frac{1}{8} T_w (3(1+\alpha_w) F_w + \alpha_e F_e) \\ &+\frac{1}{8} T_e (3(2-\alpha_e) F_e + (1-\alpha_w) F_w) \\ &-\frac{1}{8} T_s (3(1+\alpha_s) F_s + \alpha_n F_n) \\ &+\frac{1}{8} T_n (3(2-\alpha_n) F_n + (1-\alpha_s) F_s) \\ &+\frac{1}{8} T_{ww} (\alpha_w F_w) - \frac{1}{8} T_{ee} ((1-\alpha_e) F_e) \\ &+\frac{1}{8} T_{ss} (\alpha_s F_s) - \frac{1}{8} T_{nn} ((1-\alpha_n) F_n) \end{aligned} \right] \cdot \Delta t \quad (5.22)$$

5.8.3 การวิเคราะห์ที่ตัดเทอมการแพร่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์ที่ตัดด้วยทฤษฎีของเกาส์ (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังสมการ (5.23)

การหาค่าประมาณของ $\partial T / \partial x_i$ เลือกแสดงด้วยแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง ซึ่งไม่ได้ใช้สมการ (5.1) โดยตรง เนื่องจากไม่ต้องการประมาณค่าที่ผิวเซลล์ แต่ต้องการประมาณอัตราเปลี่ยนของปริมาณที่ส่งถ่ายผ่านผิวเซลล์ ด้วยหลักการของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางจะเปลี่ยนสมการ (5.1) ให้เขียนใหม่ได้เป็นสมการ (5.24) เมื่อ δ_{PE} เป็นผลต่างของระยะที่โหนด P และ E ในทำนองเดียวกัน δ_{WP} , δ_{PN} , δ_{SP} ก็คือผลต่างของระยะระหว่างโหนดตัวห้อย

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\oint \vec{n} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) dA \right) dt \quad (5.23)$$

$$= \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_w \right. \\ \left. + \left(k \frac{\partial T}{\partial y} L \right)_n - \left(k \frac{\partial T}{\partial y} L \right)_s \right) \cdot \Delta t$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta_{PE}}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta_{WP}} \quad (5.24)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta_{PN}}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta_{SP}}$$

แทนสมการ (5.24) ลงในสมการ (5.23) พร้อมจัดรูปใหม่จะได้ดังสมการ (5.25) เมื่อ $D_e = k \frac{L_e}{\delta_{PE}}$, $D_w = k \frac{L_w}{\delta_{WP}}$, $D_n = k \frac{L_n}{\delta_{PN}}$, $D_s = k \frac{L_s}{\delta_{SP}}$ คือสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ผนังเซลล์ e, w, n, s ตามลำดับ

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt = \left(D_e T_E + D_w T_W + D_n T_N + D_s T_S \right) \cdot \Delta t \\ - (D_e + D_w + D_n + D_s) \cdot T_P \quad (5.25)$$

นำสมการ (5.20), (5.22) และ (5.25) แทนในสมการ (5.16) และจัดรูปใหม่ โดยรวมพจน์ต่างๆ เข้าด้วยกัน (ไม่ขอแสดงรายละเอียด) จะได้สมการ (5.26) เรียกว่าสมการอนุพันธ์พลังงานแบบดิสครีทไทต์ หรืออีกนัยหนึ่งคือ สมการพีชคณิตของสมการอนุพันธ์พลังงาน

$$\begin{aligned}
a_P T_P &= a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S \\
&+ a_{EE} T_{Ee} + a_{WW} T_{Ww} + a_{NN} T_{Nn} + a_{SS} T_{Ss} \\
&+ a_P^0 T_P^0
\end{aligned} \tag{5.26}$$

เมื่อ

$$a_E = D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w$$

$$a_W = D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8}\alpha_e \cdot F_e$$

$$a_N = D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s$$

$$a_S = D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8}\alpha_n \cdot F_n$$

$$a_{EE} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e$$

$$a_{WW} = -\frac{1}{8}\alpha_w \cdot F_w$$

$$a_{NN} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n$$

$$a_{SS} = -\frac{1}{8}\alpha_s \cdot F_s$$

$$a_P^0 = \frac{A_P}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned}
a_P &= a_P^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS} \\
&+ (F_e - F_w + F_n - F_s)
\end{aligned}$$

5.9 การดิสcretไทต์สมการนาเวียร์-สโตกส์

ด้วยแนวทางการดิสcretไทต์สมการบังคับ เมื่อใช้กับสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้การอัดตัว จะได้ผลเฉลยวิคดังนี้

$$\begin{aligned}
&\overbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} dV \right) dt}^{\text{เทอมไม่คงตัว}} + \overbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV \right) dt}^{\text{เทอมการพา}} \\
&= - \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมอัตราเปลี่ยนความดัน}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} dV \right) dt}_{\text{เทอมการแพร่}}
\end{aligned} \tag{5.27}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (5.27) พบว่าแต่ละเทอมมีความหมายคล้ายกับสมการอนุกรมกำลังงานในหัวข้อ 5.8 สมการ (5.16) โดยสมการ (5.27) มีเทอมอัตราเปลี่ยนความดันอยู่ด้วย จากหลักการความคล้ายคลึง ทำให้ไม่ต้องกล่าวรายละเอียดการวิเคราะห์ทอพอโลยีของเทอมการพา และเทอมการแพร่ซ้ำอีก อย่างไรก็ตามได้แสดงผลการวิเคราะห์ทอพอโลยีของสมการดังกล่าวไว้สำหรับหัวข้อนี้ได้เพิ่มเติมเนื้อหาการวิเคราะห์ทอพอโลยีของอัตราเปลี่ยนความดันเป็นหลัก

การวิเคราะห์ทอพอโลยีของอัตราเปลี่ยนความดันมีลักษณะที่พิเศษกว่าเทอมอื่น เพราะว่าในระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่องจะพิจารณาอัตราเปลี่ยนแปลงความดัน เป็นเทอมแหล่งกำเนิด (Source term) เนื่องจากความสัมพันธ์ที่ควบคู่กัน (Couple relation) ระหว่างสมการอนุกรมมวล และสมการนาเวียร์-สโตกส์ ด้วยตัวแปรความเร็ว (u_i) อีกทั้งสมการนาเวียร์-สโตกส์ ยังมีความควบคู่แบบไม่เชิงเส้น (Non-linear couple) รวมอยู่ด้วย เห็นได้จากเทอมการพาเทียบกับเทอมอื่นๆ ดังนั้นหากทราบค่าของความดันที่ถูกต้องแล้ว ผลเฉลยของสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้การอัดตัว (ความเร็ว) ควรจะสอดคล้องกับสมการอนุกรมมวลด้วย

เมื่อพิจารณาเทอมอัตราเปลี่ยนความดันเป็นเทอมแหล่งกำเนิด ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีของเกาส์ในการวิเคราะห์ทอพอโลยี ดังนั้นสามารถเขียนได้ดังสมการ (5.28) ซึ่งวิธีการแบบนี้เป็นหนึ่งในสาเหตุที่ทำให้คุณสมบัติการเข้ากัน ได้ลดลง

$$\int_i^{i+\Delta t} \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \frac{\partial p}{\partial x_i} \cdot A_p \cdot \Delta t \quad (5.28)$$

สมการ (5.28) เทอมที่ต้องการประมาณค่าอัตราเปลี่ยนแปลงความดันคือ $\partial p / \partial x_i$ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการจัดวางตำแหน่งของความดันบนกริด โดยที่ผ่านมากล่าวถึงการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วมเท่านั้น โดยทั่วไปการจัดวางกริดสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบคือ

1. การจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) (จากหัวข้อ 5.4)
2. การจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน (Staggered arrangement)

กรณีจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม การประมาณค่า $\partial p / \partial x_i$ แบบเชิงเส้น จะได้ดังนี้

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\delta_{we}} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2} \right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2} \right)}{\delta_{we}} = \frac{p_E - p_W}{2\delta_{we}} \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_n - p_s}{\delta_{sn}} = \frac{\left(\frac{p_N + p_P}{2} \right) - \left(\frac{p_P + p_S}{2} \right)}{\delta_{sn}} = \frac{p_N - p_S}{2\delta_{sn}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน จึงเป็นเทคนิคที่เกิดขึ้นเพื่อแก้ไขความผิดพลาดของการคำนวณค่าอัตราเปลี่ยนความดันในปัญหากระดานหมากรุก โดยให้ตัวแปรสเกลาร์ (มวล ความดัน และอุณหภูมิ) อยู่ที่ตำแหน่ง โหนดของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา แต่ตัวแปรเวกเตอร์ (ความเร็ว) มีปริมาตรควบคุมเบี่ยงออกไป โดยจุดศูนย์กลางเซลล์ของปริมาตรเบี่ยงอยู่บนผิวเซลล์ของปริมาตรควบคุมที่สนใจ ในกรณี 2 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.7

จากรูปที่ 5.7 ปริมาตรสเกลาร์เก็บค่าที่โหนดที่มีเครื่องหมาย (●) เรียกปริมาตรควบคุมนี้ว่า สเกลาร์เซลล์ (scalar-cell) สำหรับปริมาตรเวกเตอร์เก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย → เรียกว่า ยูเซลล์ (u-cell) ใช้กับแนวนอน กรณีแนวตั้งเก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย ↑ เรียกว่า วีเซลล์ (v-cell) โดยการจัดลำดับของตำแหน่งใช้สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่ (I, J) แทนตำแหน่งของโหนดที่อ้างอิงสเกลาร์เซลล์ และตัวพิมพ์เล็ก (i, j) แทนตำแหน่งของผิวเซลล์ ใช้ประกอบกับตัวพิมพ์ใหญ่เพื่ออ้างอิงตำแหน่งของยูเซลล์ และวีเซลล์ ที่เบี่ยงไปตามลำดับ

จากสมการ (5.28) การประมาณค่า $\partial p / \partial x$, กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนจะเปลี่ยนไปจากสมการ (5.29) เพราะพิจารณาอัตราเปลี่ยนของความดันทำที่ปริมาตรควบคุมของความเร็ว ในกรณีอัตราเปลี่ยนความดันตามแนวนอน ($\partial p / \partial x$) ใช้ยูเซลล์ และแนวตั้ง ($\partial p / \partial y$) ใช้วีเซลล์ ดังสมการ (5.30) และ (5.31) เป็นการประมาณค่าแบบเชิงเส้น โดยสมการทั้งสองอ้างอิงตำแหน่งแบบคู่อันดับ

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_p - p_w}{\delta_{wp}} = \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta_u} \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_p - p_s}{\delta_{sp}} = \frac{p_{I,J} - p_{I,J-1}}{\delta_v} \quad (5.31)$$

เมื่อ δ_u และ δ_v คือระยะความกว้างของผิวเซลล์ยูเซลล์ และวีเซลล์ ตามลำดับ พิจารณาในปัญหากระดานหมากรุกด้วยสมการ (5.30) และ (5.31) พบว่าค่าอัตราเปลี่ยนของความดันมีค่าไม่เป็นศูนย์ แสดงว่าการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนมีแนวโน้มที่ใช้ปริมาตรกริดไม่มาก แต่สามารถคำนวณอัตราเปลี่ยนของความดันได้ถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตามการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนต้องจัดเก็บตำแหน่งยูเซลล์ และวีเซลล์ แยกออกจากตำแหน่งสเกลาร์เซลล์ จึงทำให้ค่อนข้างยุ่งยากในการเขียนโปรแกรมคำนวณ

ดังนั้นการประมาณค่าเทอมอัตราเปลี่ยนความดันในสมการ (5.27) กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนทำได้โดยแทนสมการ (5.30) และ (5.31) ในสมการ (5.28) จัดรูปใหม่ได้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \begin{cases} (p_{I,J} - p_{I-1,J}) \cdot L_u \cdot \Delta t & ; u-cell \\ (p_{I,J} - p_{I,J-1}) \cdot L_v \cdot \Delta t & ; v-cell \end{cases} \quad (5.32)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $L_u = L_{i,j}$ และ $L_v = L_{i,j}$ เป็นระยะความกว้าง-ยาวของยูเซล และวีเซล ตามลำดับ จากสมการ (5.32) ใช้ในกรณีกริดชนิดสี่เหลี่ยมเหมือนดังรูปที่ 5.7 เท่านั้น ไม่ครอบคลุมกริดที่มีรูปแบบอื่นๆ เช่น สามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยมไม่สม่ำเสมอ เป็นต้น

เมื่อพิจารณาการ discretize ไฟล์สมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยใช้หลักการของความคล้ายคลึงจากการ discretize ไฟล์สมการอนุรักษ์พลังงาน สมการ (5.27) โดยจัดรูปใหม่ และเขียนได้ดังสมการ (5.33) และ (5.34) ซึ่งเป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์ในแนวนอน และแนวตั้งตามลำดับ

$$\begin{aligned} a_p u_p &= a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S \\ &+ a_{EE} u_{EE} + a_{WW} u_{WW} + a_{NN} u_{NN} + a_{SS} u_{SS} \\ &+ a_p^0 u_p^0 + (p_W - p_P) \cdot L_u \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} a_p v_p &= a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S \\ &+ a_{EE} v_{EE} + a_{WW} v_{WW} + a_{NN} v_{NN} + a_{SS} v_{SS} \\ &+ a_p^0 v_p^0 + (p_S - p_P) \cdot L_v \end{aligned} \quad (5.34)$$

เมื่อ

$$a_p^0 = \frac{A_p}{\Delta t}, a_E = D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w,$$

$$a_W = D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8}\alpha_e \cdot F_e,$$

$$a_N = D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s,$$

$$a_S = D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8}\alpha_n \cdot F_n,$$

$$a_{EE} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e, \quad a_{WW} = -\frac{1}{8}\alpha_w \cdot F_w,$$

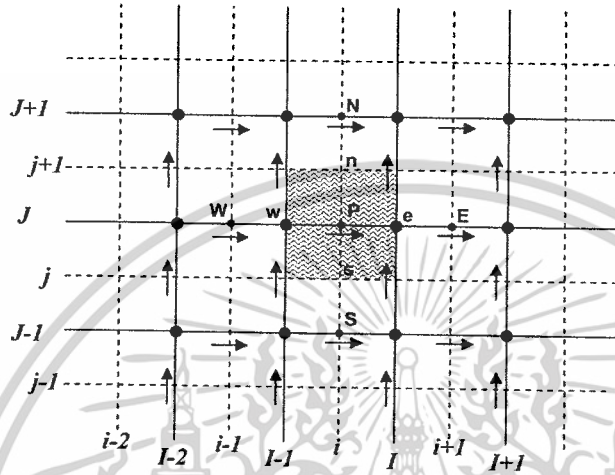
$$a_{NN} = \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n, \quad a_{SS} = -\frac{1}{8}\alpha_s \cdot F_s, \text{ และ}$$

$$\begin{aligned} a_p &= a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS} \\ &+ (F_e - F_w + F_n - F_s) \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการ (5.33) และ (5.34) เขียนอยู่ในรูปแบบการจัดวางกริดแบบทับซ้อน ดังนั้นจากหัวข้อที่ผ่านมามีปริมาณ F, D เขียนอยู่ในรูปแบบของการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วม จึงต้องปรับปรุง โดยพิจารณากรณียูเซล และวีเซลตามลำดับ ดังนี้

1. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณียูเซล



รูปที่ 5.8 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเยล

จากรูปที่ 5.8 แสดงความเร็วในผนังเซลล์แบบต่างๆของเยล ในระบบการกำหนดตำแหน่งแบบคู่อันดับ พบว่าตำแหน่งเดิมของโนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่งโนด e ในรูปที่ 5.8 เนื่องจากขณะที่พิจารณาเยลในกริดแบบทับซ้อน ตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไปทำให้ต้องพิจารณาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ อีกครั้ง

กรณีความหนาแน่น และความหนืดมีค่าคงที่ สามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ ได้ดังสมการ (5.35) และ (5.36) ตามลำดับ

$$F_e = (\rho u L)_e = \rho L_{I,J} \frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2}, \quad F_w = (\rho u L)_w = \rho L_{I-1,j} \frac{u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2}, \quad (5.35)$$

$$F_n = (\rho u L)_n = \rho L_{i,j+1} \frac{v_{i,j+1} + v_{i,j}}{2}, \quad F_s = (\rho u L)_s = \rho L_{i,j} \frac{v_{i,j} + v_{i,j-1}}{2},$$

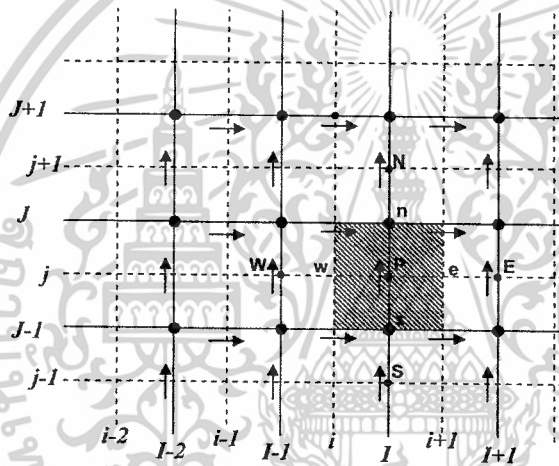
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$D_e = \mu \frac{L_{i,j}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{i-1,j}}{x_i - x_{i-1}},$$

$$D_n = \mu \frac{L_{i,j+1}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{i,j}}{y_j - y_{j-1}},$$
(5.36)

2. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณีวีเซล

พบว่าตำแหน่งเดิมของโนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่งโนด n ในรูปที่ 5.9 เนื่องจากตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไป คล้ายคลึงกับกรณียูเซล โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ได้ดังสมการ (5.37) และ (5.38) ตามลำดับ



รูปที่ 5.9 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาวีเซล

$$F_e = \rho L_{i+1,j-1} \frac{u_{i+1,j} + u_{i+1,j-1}}{2}, \quad F_w = \rho L_{i,j} \frac{u_{i,j} + u_{i,j-1}}{2},$$
(5.37)

$$F_n = \rho L_{i,j} \frac{v_{i,j} + v_{i,j+1}}{2}, \quad F_s = \rho L_{i,j-1} \frac{v_{i,j-1} + v_{i,j}}{2},$$

$$D_e = \mu \frac{L_{i+1,j-1}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{i,j}}{x_i - x_{i-1}},$$
(5.38)

$$D_n = \mu \frac{L_{i,j}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{i,j-1}}{y_j - y_{j-1}},$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาสัมประสิทธิ์การพา ($F = \rho u$) เมื่อเทียบกับการ discretize ไรต์สมการอนุรักษ์พลังงาน ในหัวข้อ 5.8 จะพบว่าในหัวข้อที่ผ่านมา ไม่ต้อง discretize ไรต์สมการสัมประสิทธิ์ต่างๆ เนื่องจากในสมการอนุรักษ์พลังงาน ถือว่าทราบค่าความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ซึ่งกรณีนี้ใช้ได้กับการคำนวณแบบไม่ควบคู่ (Uncouple Solving) กล่าวคือสมการอนุรักษ์พลังงาน สามารถแยกพิจารณาหลังจากคำนวณสมการนาเวียร์-สโตกส์

เนื่องจากสัมประสิทธิ์การพามีเทอมความเร็วที่ผิวเซลล์อยู่ด้วย ซึ่งในสมการนาเวียร์-สโตกส์ ค่าความเร็วเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนั้นการประมาณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์ในการจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม และกริดแบบทับซ้อน ต้องคำนวณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์จากตำแหน่งที่เก็บค่าตัวแปรความเร็วอยู่ เช่น ใช้ตำแหน่งโนด (กรณีกริดแบบตำแหน่งร่วม) หรือใช้ตำแหน่งยูเซล-วีเซล (กรณีกริดแบบทับซ้อน) เป็นต้น ดังแสดงในสมการ (5.35) ถึง (5.38)

กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน ควรเขียนสมการ discretize ไรต์ในระบบตำแหน่งคู่อันดับเพื่อไม่ทำให้ตำแหน่งของปริมาตรควบคุมที่พิจารณาสับสน จากสมการ (5.32) (5.33) และ (5.34) นำมาเขียนใหม่เป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบ discretize ไรต์ได้ดังนี้

$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_d u_d (p_{i-1,j} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.39)$$

$$a_{i,j} v_{i,j} = \sum a_d v_d (p_{i,j-1} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.40)$$

เมื่อตัวห้อย d แทนตำแหน่งต่างๆของผิวเซลล์ในปริมาตรควบคุมที่พิจารณา โดยเทียบกับกลุ่มสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.33) และ (5.34) เช่นตำแหน่งผิวเซลล์ P, E, W, N, S, EE เป็นต้น ซึ่งมีสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่เป็นไปตามสมการ (5.35) และ (5.38)

บทที่ 6

การกำหนดปัญหาและตรวจสอบผลการคำนวณ

ในบทนี้เป็นการกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้สำหรับทำการวิจัย และพร้อมทั้งทำการตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution)

6.1 สมการควบคุมและสมมติฐาน

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยมีสมมติฐานดังต่อไปนี้

- การไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบคงตัว 3 มิติ
- การไหลเป็นแบบลามินาร์และอัดตัวไม่ได้
- คุณสมบัติของของไหลคงที่
- ไม่คำนึงแรงเนื่องจากน้ำหนักและการสูญเสียเนื่องจากความหนืด
- ไม่คำนึงการแผ่รังสีความร้อน

จากสมมติฐานข้างต้น สำหรับการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส สมการควบคุมประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง สมการนาเวียร์-สโตก และสมการพลังงาน สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

$$\text{สมการความต่อเนื่อง: } \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (6.1)$$

$$\text{สมการโมเมนตัม: } \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6.2)$$

$$\text{สมการพลังงาน: } \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Gamma) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (6.3)$$

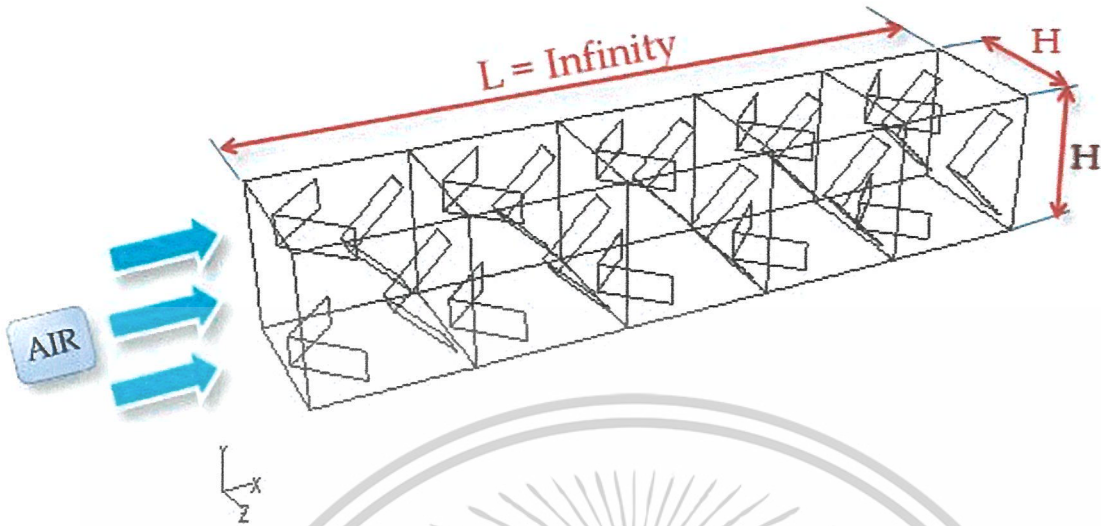
เมื่อ Γ คือการแพร่ทางความร้อน กำหนดโดย $\Gamma = \mu/Pr$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยนี้ระบบที่ให้ความสนใจเป็นท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสติดตั้งแผ่นกั้น (Baffle) ภายในท่อทั้งสองด้าน คือที่แผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลัง คู่หน้าจะติดแผ่นกั้นบนกับล่าง ส่วนคู่หลังจะติดแผ่นกั้นซ้ายกับขวา โดยที่แผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังจะถูกจัดวางแบบเยื้องกันซึ่งสามารถสังเกตได้จากภาพด้านข้างของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังรูปที่ 6.2(a) และ 6.4(a) ซึ่งแผ่นกั้นที่ติดตั้งภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้เป็นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน จะทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นรูปตัววี A ที่มุม 30, 45 และ 60 องศา ทำการเปลี่ยนแปลงระยะพิชชของแผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังที่อัตราส่วนระยะพิชชของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500, 0.524 และ 0.547 และทำการเปลี่ยนแปลงความยาวของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 ทั้งหมดทำการจำลองที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัส h/H เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ ดังแสดงในตารางที่ 6.1 ความสูงของท่อจัตุรัสที่ใช้ในการจำลองนี้มีค่า $H = 0.05$ m และสมมติท่อยาวระยะอนันต์ ซึ่งพิจารณาการไหลเป็นแบบ periodic ในแบบ 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 6.2(b) และรูปที่ 6.4(b)

กริดที่ใช้เป็นแบบสี่เหลี่ยม แบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) ดังแสดงในรูปที่ 6.5 การหาผลกระทบของกริดที่มีผลต่อคำตอบ ได้ทำการศึกษาและได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยใช้จำนวนของ กริดที่แตกต่างกัน โดยการหาผลเฉลยที่ไม่ขึ้นอยู่กับกริด ทำการทดลองกริดในท่อจัตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านที่จำนวนกริดเท่ากับ 50,000 100,000 150,000 200,000 250,000 300,000 และ 350,000 ได้ความเป็นอิสระของกริด (Grid independence) ที่จำนวนกริดเท่ากับ 250,000 ขึ้นไป ดังแสดงในรูปที่ 6.6 แต่สำหรับการทดลองหรือการทำวิจัยนี้ใช้จำนวนกริดในการคำนวณวิธีเชิงตัวเลขประมาณ 150,000 เนื่องจากความสามารถทางทรัพยากรของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทำการจำลองนี้ มีจำกัด ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนจากความเป็นอิสระของกริด (Grid independence) อยู่ประมาณ 1.43% ซึ่งถือว่ายอมรับได้ ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดประมาณ 150,000 ไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป



รูปที่ 6.1 แบบจำลองการไหลของแผ่นกั้นรูปตัววีในท่อจตุรัส แสดงเป็นภาพสามมิติ



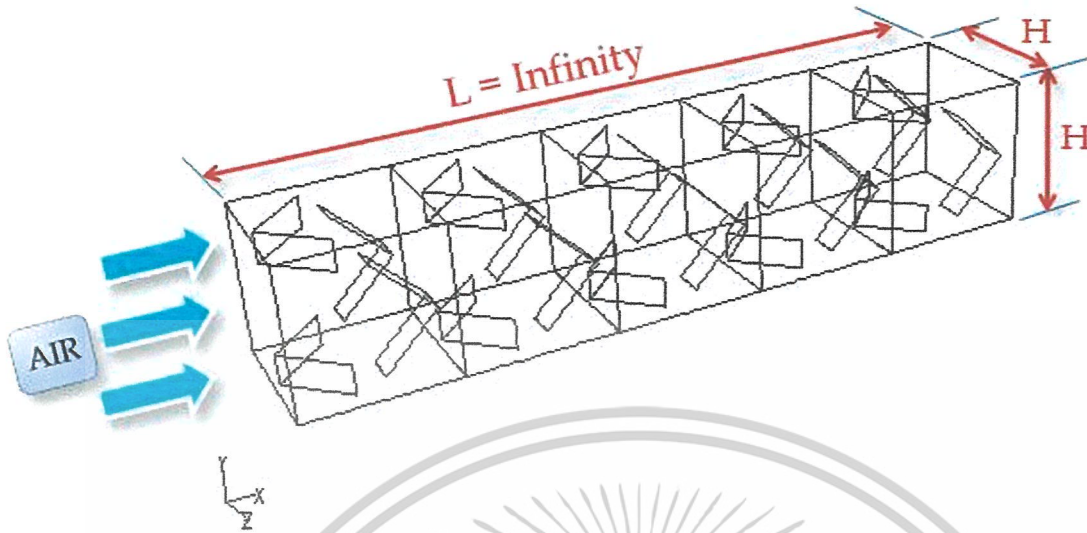
(a) ภาพด้านข้างสองมิติ

(b) ภาพไอโซเมตริกสามมิติ

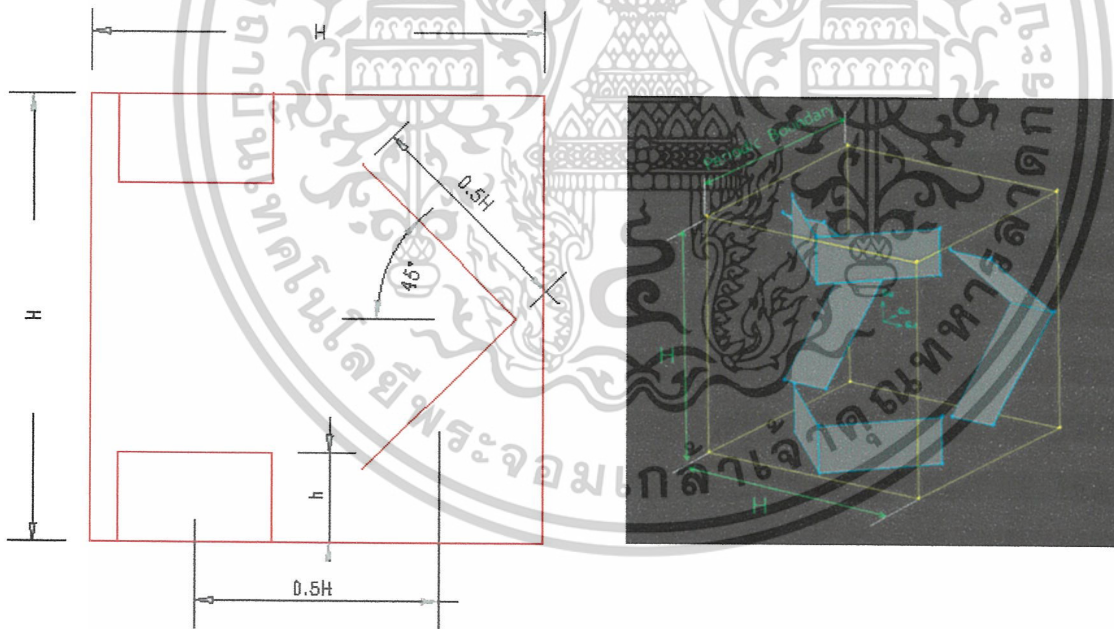
รูปที่ 6.2 แบบจำลองขนาดและอัตราส่วนของแผ่นกั้นรูปตัววี แสดงเป็นภาพด้านข้างสองมิติ

ดังแสดงในภาพ (a) และแบบจำลอง โมดูลที่ใช้ในการจำลองแผ่นกั้นรูปตัววี

โดยคิดการไหลแบบ periodic แสดงเป็นภาพสามมิติ ดังแสดงในภาพ (b)
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.3 แบบจำลองการไหลของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านในท่อจัตุรัส แสดงเป็นภาพสามมิติ



(a) ภาพด้านข้างสองมิติ

(b) ภาพไอโซเมตริกสามมิติ

รูปที่ 6.4 แบบจำลองขนาดและอัตราส่วนของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แสดงเป็นภาพด้านข้างสองมิติ

ดังแสดงในภาพ (a) และแบบจำลองโมดูลที่ใช้ในการจำลองแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน โดยคิด

การไหลแบบ periodic แสดงเป็นภาพสามมิติ ดังแสดงในภาพ (b)

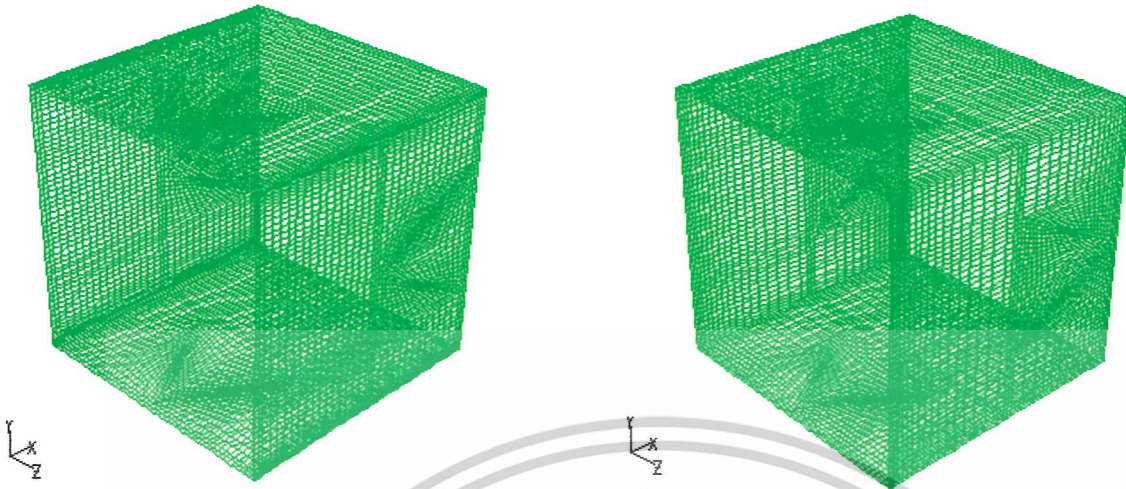
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

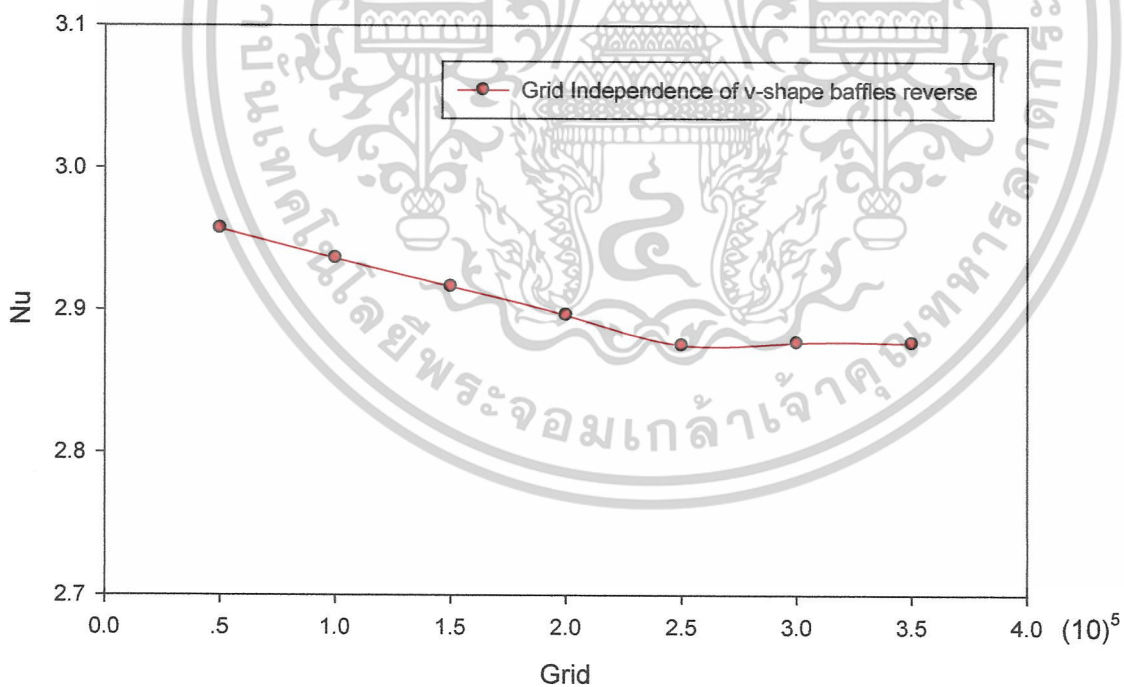
ตารางที่ 6.1 แสดงลักษณะต่างๆของแผ่นกั้นที่ใช้ในท่อจัดรูสำหรับการจำลอง

การปรับเปลี่ยน	สัดส่วน (h/H)	ลักษณะของแผ่นกั้น	สัญลักษณ์ย่อ
ค่ามุมของแผ่นกั้น (ทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน)	0.1	มุม 30องศา	A=30°
		มุม 45องศา	A=45°
		มุม 60องศา	A=60°
	0.2	มุม 30องศา	A=30°
		มุม 45องศา	A=45°
		มุม 60องศา	A=60°
	0.3	มุม 30องศา	A=30°
		มุม 45องศา	A=45°
		มุม 60องศา	A=60°
ค่าระยะพิตช์ของแผ่นกั้น (ระยะความห่างระหว่างแผ่นกั้นคู่หน้ากับแผ่นกั้นคู่หลัง)	0.1	ระยะพิตช์ 0.500H	P/H=0.500
		ระยะพิตช์ 0.524H	P/H=0.524
		ระยะพิตช์ 0.547H	P/H=0.527
	0.2	ระยะพิตช์ 0.500H	P/H=0.500
		ระยะพิตช์ 0.524H	P/H=0.524
		ระยะพิตช์ 0.547H	P/H=0.527
	0.3	ระยะพิตช์ 0.500H	P/H=0.500
		ระยะพิตช์ 0.524H	P/H=0.524
		ระยะพิตช์ 0.547H	P/H=0.527
ค่าความยาวของแผ่นกั้น (ความยาวของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน)	0.1	ความยาว 0.3H	L/H=0.3
		ความยาว 0.4H	L/H=0.4
		ความยาว 0.5H	L/H=0.5
	0.2	ความยาว 0.3H	L/H=0.3
		ความยาว 0.4H	L/H=0.4
		ความยาว 0.5H	L/H=0.5
	0.3	ความยาว 0.3H	L/H=0.3
		ความยาว 0.4H	L/H=0.4
		ความยาว 0.5H	L/H=0.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.5 ลักษณะของกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน



รูปที่ 6.6 แสดงการเปรียบเทียบของการหาความเป็นอิสระของกริดที่ใช้ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน ระหว่างจำนวนกริดกับค่าเลขนัสเซลท์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.3 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ

สำหรับการคำนวณในสามมิติ ได้ใช้ค่าเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

6.3.1 สภาวะทางเข้าและทางออกเป็นแบบ Periodic Translation อากาศไหลเข้าด้วยอัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) อย่างสม่ำเสมอ และมีค่าตัวเลขพรันด์เทิล (Prandtl number; Pr) คงที่เท่ากับ 0.707

$$\dot{m} = \dot{m}_o, T = T_o \quad (6.4)$$

6.3.2 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังความเร็วมีค่าเท่ากับศูนย์ (No slip condition) เป็นผนังที่อยู่กับที่ (Stationary wall)

$$u = v = w = 0 \quad (6.5)$$

6.3.3 กำหนดให้ค่าฟลักซ์ความร้อนของแผ่นกั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นเงื่อนไขแบบแอดิแบติก (Adiabatic boundary condition)

$$y = 0; \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (6.6)$$

6.3.4 กำหนดให้ที่ผนังทุกด้านของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีอุณหภูมิผนังคงที่ 310 K

$$T = T_s \quad (6.7)$$

6.4 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution)

เนื่องจากผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นค่าที่ได้จากการประมาณ การคำนวณย่อมมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ดังนั้นในการนำโปรแกรมมาใช้งาน ต้องมีการตรวจสอบโปรแกรมว่าให้ผลเฉลยถูกต้องหรือไม่ การตรวจสอบโปรแกรมในหัวข้อนี้จะนำผลที่ได้จากโปรแกรมมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

โดยผลเฉลยแม่นยำค่าตัวเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการไหลแบบลามินาร์ปรับตัวเต็มที่แล้ว กรณีอุณหภูมิผนังคงที่จะได้

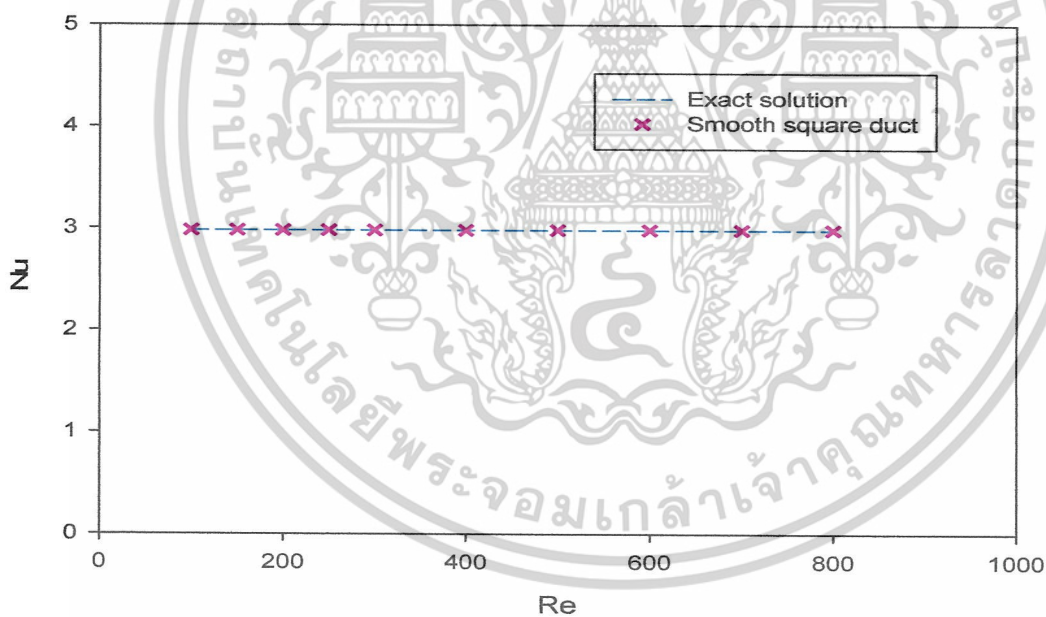
$$Nu = 2.98 \quad (6.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และผลเฉลยแม่นยำตรงจะได้ค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการไหลแบบลามินาร์ปรับตัวเต็มที่แล้ว

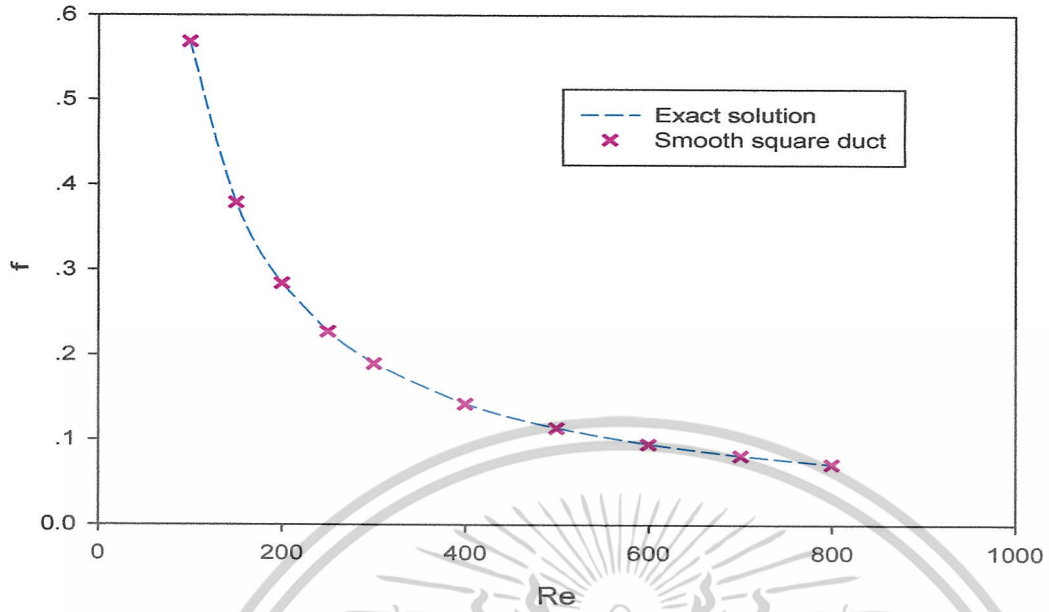
$$f = \frac{57}{Re} \quad (6.9)$$

โดยผลเฉลยแม่นยำตรงจะได้ค่าเลขนัสเซิลท์และค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจัตุรัสที่มีอุณหภูมิผิวคงที่และการไหลแบบลามินาร์ปรับตัวเต็มที่แล้ว เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากโปรแกรมจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรงประมาณ 0.062% และ 0.14% ซึ่งแสดงดังรูปที่ 6.7 และรูปที่ 6.8 ผลที่ได้จากทั้งโปรแกรมและจากผลเฉลยแม่นยำตรงให้ผลที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดีและมีความน่าเชื่อถือได้ ทำให้ยืนยันได้ว่าแบบจำลองการไหลสามมิติ รวมทั้งโปรแกรมที่ใช้พื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมสามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการคำนวณ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลในการถ่ายเทความร้อนสำหรับงานวิจัยนี้ได้



รูปที่ 6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อจัตุรัสสี่เหลี่ยมระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจัตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการจำลองและการวิจารณ์

โดยทั่วไปสมรรถนะทางความร้อนจะสัมพันธ์กับการสูญเสียความดันเนื่องจากความเสียดทาน การปรับปรุงสมรรถนะทางความร้อนมักจะได้มาพร้อมกับการสูญเสียความดันที่เพิ่มมากขึ้นสำหรับของไหลที่มีความหนาแน่นต่ำ (ก๊าซ) การปรับปรุงอัตราการถ่ายเทความร้อนมักจะนำไปสู่ความสิ้นเปลืองกำลังทางกลในรูปของพลังงานขับเคลื่อนคอมเพรสเซอร์หรือพัดลม เพราะฉะนั้นการออกแบบและการเลือกใช้อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจึงจะต้องมีการพิจารณาอย่างถี่ถ้วนในอัตราการถ่ายเทความร้อนและกำลังทางกลที่ใช้ในการขับเคลื่อนของไหล

โดยผลการจำลองมุ่งเน้นที่จะศึกษาสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนและตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสที่มีอุณหภูมิผิวคงที่ (Constant Surface Temperature) โดยการศึกษาจะพิจารณาถึงอิทธิพลของแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านในรูปแบบต่างๆ จะทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน A ที่มุม 30° , 45° และ 60° ทำการเปลี่ยนแปลงระยะพิชชของแผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังที่อัตราส่วนระยะพิชชของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500, 0.524 และ 0.547 และทำการเปลี่ยนแปลงความยาวของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 ทั้งหมดทำการจำลองที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส (h/H) เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 โดยทำการศึกษาการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ Re เท่ากับ 100 ถึง 800

ซึ่งในที่นี้จะขอนำเสนอผลการจำลองของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านเพียงอย่างเดียว เนื่องจากผลการจำลองของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี ผลที่ออกมาให้ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนต่ำ กลุ่มวิจัยจึงสนใจทำการจำลองแผ่นกั้นแบบรูปตัววีกลับด้านและทำการเปลี่ยนค่าต่างๆ ของแผ่นกั้นดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยจะทำการเปลี่ยนค่ามุม อัตราส่วนระยะพิชชของแผ่นกั้น และอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น การเปลี่ยนค่าต่างๆ ทั้งหมดจะทำการจำลองที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านต่อความสูงของท่อสี่เหลี่ยมจตุรัส (h/H) เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 ส่วนรูปที่ใช้ในการแสดงเวกเตอร์ของความดัน เส้นทางของของไหล และการกระจายของค่าเลขนัสเซลท์ จะขอนำเสนอที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงท่อจตุรัส (h/H) เท่ากับ 0.2 ที่เลขเรย์โนลด์ส์ Re เท่ากับ 800 เนื่องจากเป็นอัตราส่วนความสูง (h/H) ที่ให้ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนสูงที่สุดที่มากกว่า (h/H) เท่ากับ 0.1 และ 0.3 แต่ในส่วนของกราฟจะนำเสนอทุกอัตราส่วนความสูง (h/H) เพื่อเปรียบเทียบวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้อย่างครบถ้วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.1 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น

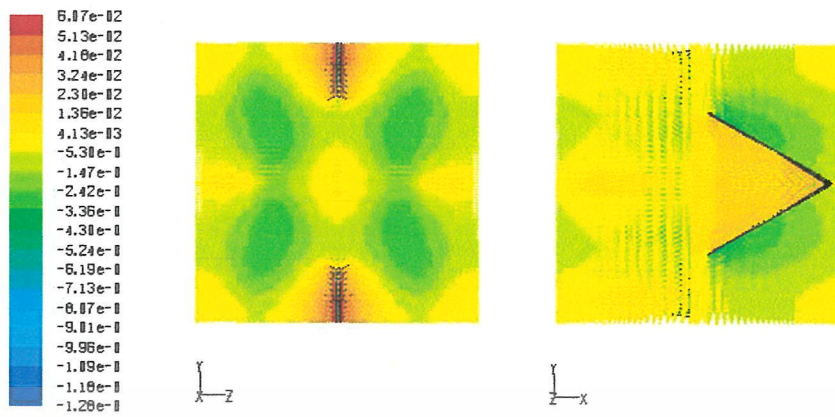
7.1.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น

ในรูปที่ 7.1 แสดงเวกเตอร์ของความดันภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าเมื่ออากาศได้ไหลเข้าปะทะแผ่นกั้น ทำให้เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงบริเวณมุมด้านหน้าและบริเวณตามความยาวของแผ่นกั้นคู่หน้าดังภาพหน้าตัดและภาพด้านข้าง ส่วนอีกบริเวณที่เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงคือบริเวณมุมด้านในของแผ่นกั้นคู่หลังดังภาพด้านข้าง การที่เปลี่ยนแปลงค่ามุมผลกระทบที่เกิดขึ้นคือที่มุม A เท่ากับ 60° จะมีความดันตกคร่อมสูงที่สุด รองลงมาคือที่มุม A เท่ากับ 45° และที่ต่ำสุดคือที่มุม A เท่ากับ 30° เนื่องจากที่แผ่นกั้นที่มุม A เท่ากับ 60° มีพื้นที่หรือองศาในการขวางการไหลมาก จึงเกิดความดันตกคร่อมสูงมากกว่าที่องศาอื่น

ในรูปที่ 7.2 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าที่แผ่นกั้นทำมุม A เท่ากับ 30° , 45° และ 60° เกิดกระแสการไหลแบ่งออกเป็นสี่ลูก แต่แต่ละลูกจะมีลักษณะการหมุนวนที่เสริมกันไหลเข้าไปในทิศทางแกน $x+$ ซึ่งเป็นแกนที่เรากำหนดทิศทางการไหลเริ่มต้น โดยที่สามารถสังเกตได้ว่าที่มุม A เท่ากับ 45° และ 60° จะมีกระแสการหมุนวนที่สมบูรณ์มากกว่าที่มุม A เท่ากับ 30° ดังนั้นปรากฏการณ์นี้จึงช่วยเสริมทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความร้อนหรือการพาความร้อนที่ดียิ่งขึ้น

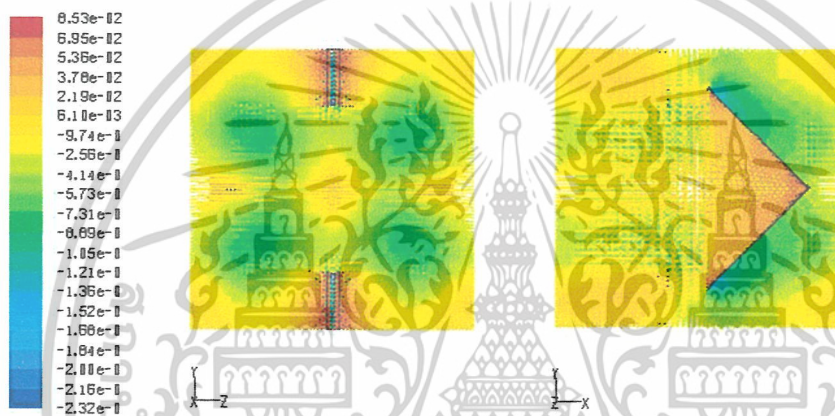
ในรูปที่ 7.3 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าแผ่นกั้นที่มุม A เท่ากับ 60° จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์ที่สูงที่สุด รองลงมาคือที่มุม A เท่ากับ 45° และ 30° เนื่องจากที่มุม A เท่ากับ 60° จะมีพื้นที่ในการปะทะกระแสการไหลของของไหลได้ดีกว่าที่มุมอื่น จึงทำให้เกิดการเพิ่มพื้นที่ของการหมุนวนระหว่างแผ่นกั้น ผลคือทำให้การแลกเปลี่ยนความร้อนยังมีประสิทธิผลดียิ่งขึ้น แต่เมื่อหาค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนทั้งสามมุมแล้วที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 ที่มุม 30° จะให้ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนสูงที่สุด ดังนั้นทางกลุ่มวิจัยจึงเลือกแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านที่ทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้น A ที่มุม 30° มาทำการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้นต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



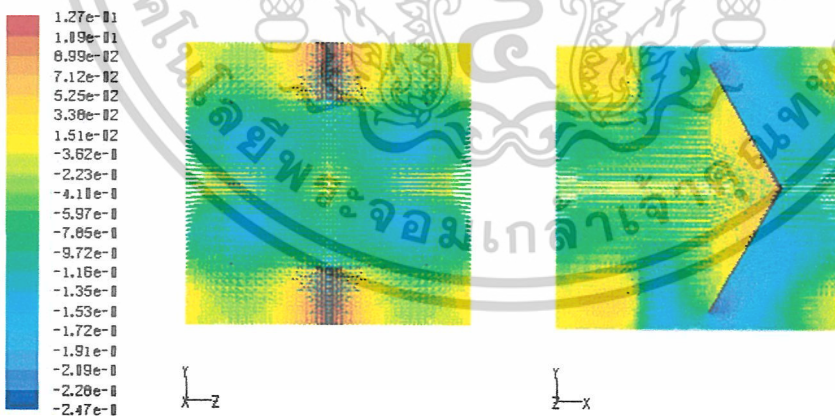
Velocity Vectors Colored By Static Pressure (pascal) Mar 27, 2019
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 30 องศา



Velocity Vectors Colored By Static Pressure (pascal) Mar 27, 2019
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 45 องศา

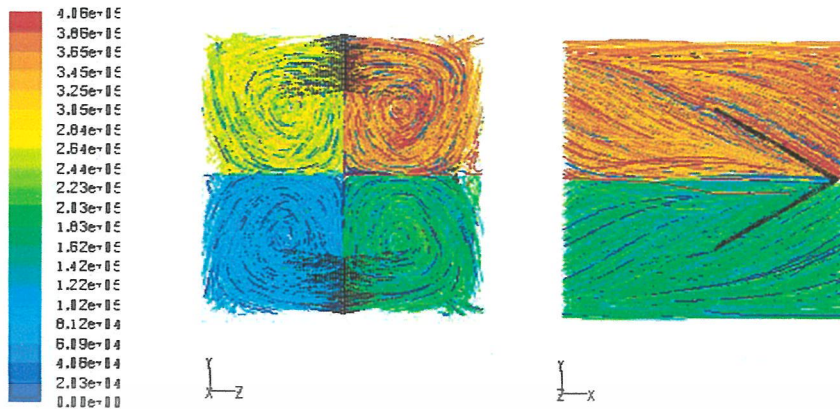


Velocity Vectors Colored By Static Pressure (pascal) Mar 27, 2019
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 60 องศา

รูปที่ 7.1 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



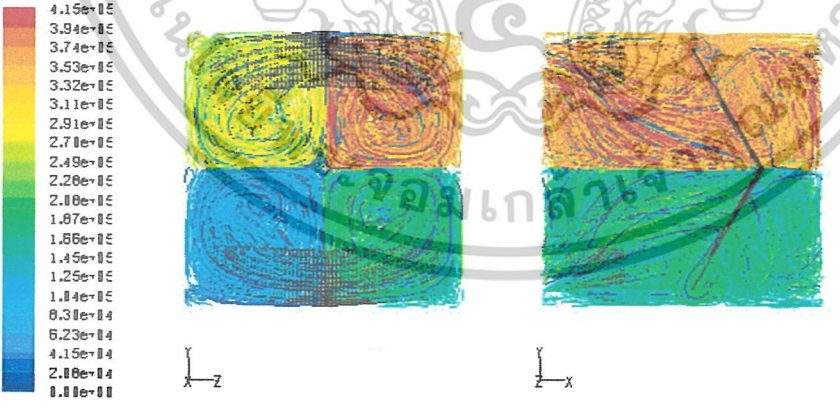
Pathlines Colored by Parttcle ID Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มีมุม 30 องศา



Pathlines Colored by Parttcle ID Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มีมุม 45 องศา

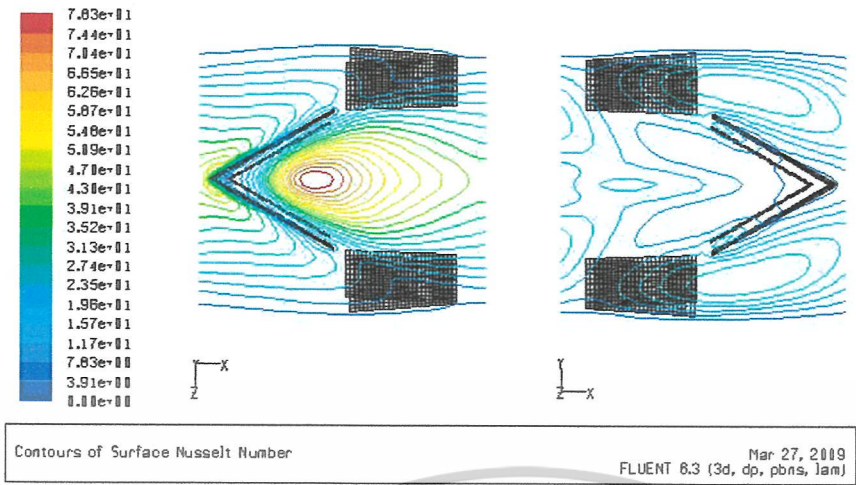


Pathlines Colored by Parttcle ID Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

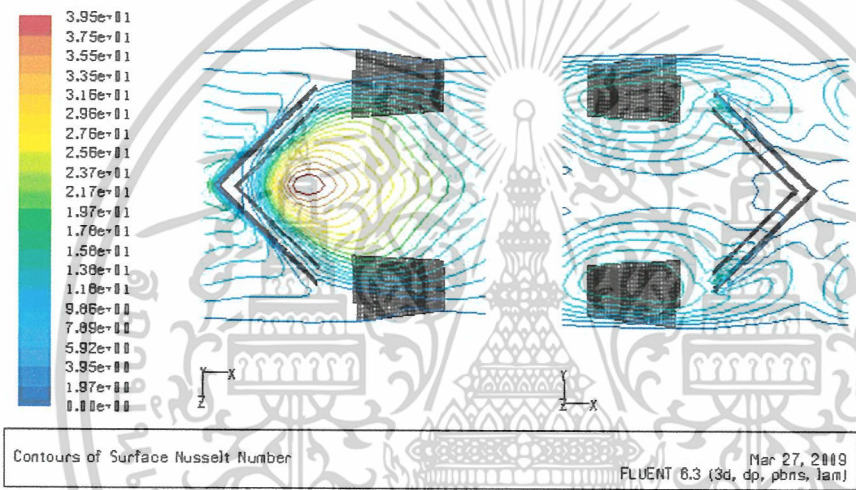
(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มีมุม 60 องศา

รูปที่ 7.2 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

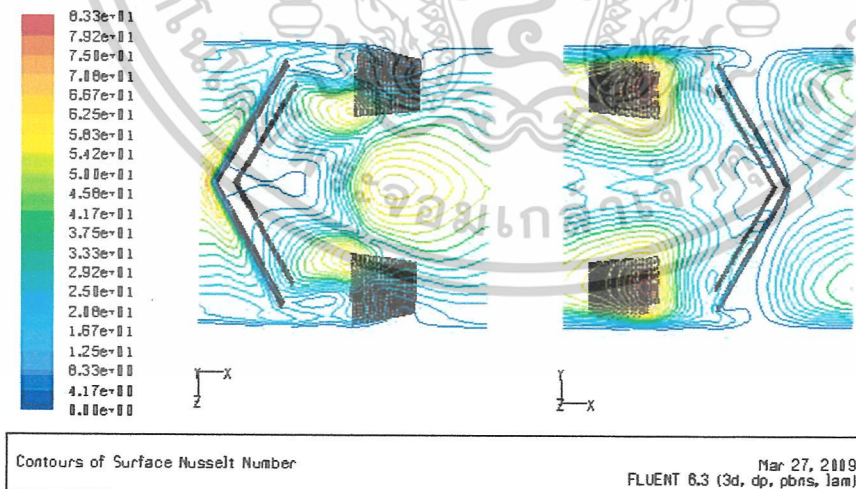
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ภาพด้านบนและภาพด้านล่างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 30 องศา



(b) ภาพด้านบนและภาพด้านล่างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 45 องศา



(c) ภาพด้านบนและภาพด้านล่างทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นที่มุม 60 องศา

รูปที่ 7.3 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 7.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น A ที่มุม 60° อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu สูงที่สุด

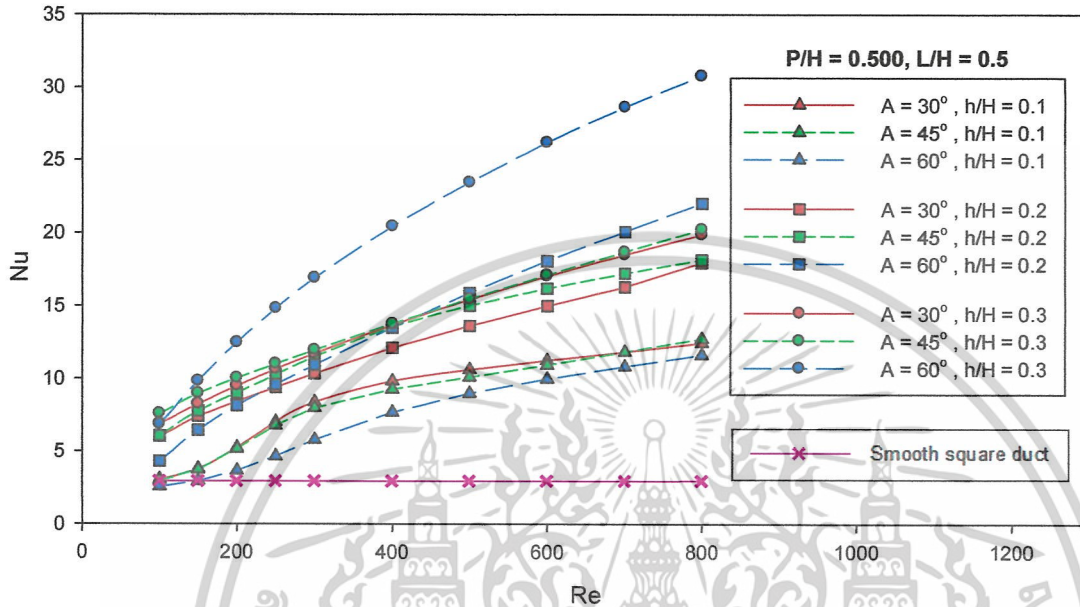
จากรูปที่ 7.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0 ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu/Nu_0 ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น A ที่มุม 60° อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu/Nu_0 สูงที่สุด

จากรูปที่ 7.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น ค่า f จะมีค่าลดลง สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น A ที่มุม 60° อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f มากที่สุด

จากรูปที่ 7.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า f/f_0 จะมีแนวโน้มการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น A ที่มุม 60° อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f/f_0 สูงที่สุด

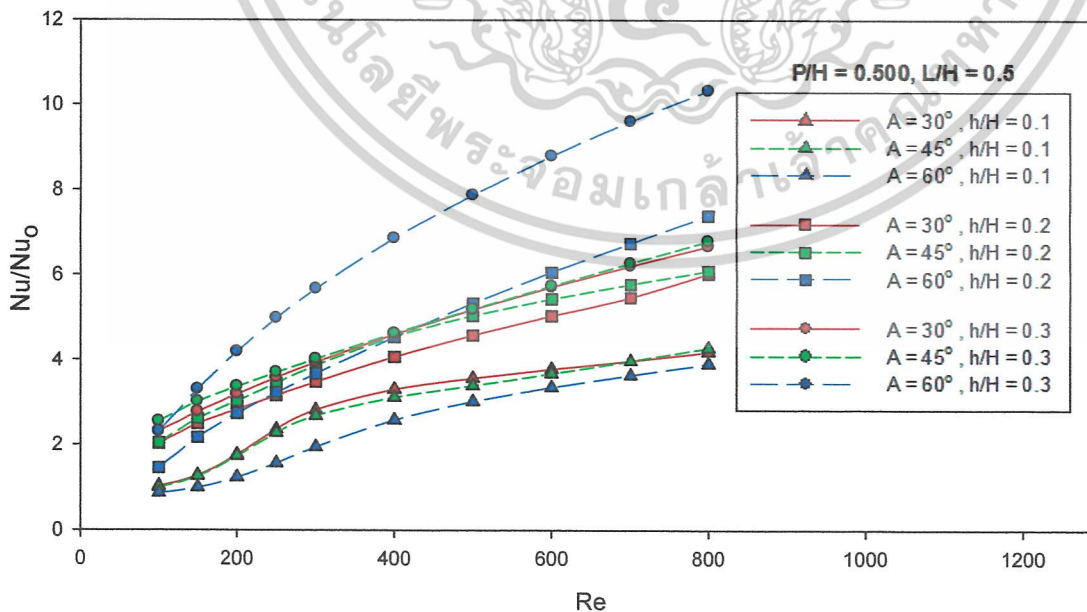
จากรูปที่ 7.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η ของท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น พบว่าค่าสมรรถนะเชิงความร้อน η จะมีอัตราการเพิ่มสูงขึ้นเมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรัศที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น A ที่มุม 30° อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 จะให้ค่า η สูงที่สุด เนื่องจากการไหลที่มีอัตราเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์ Nu สูงขึ้น ในทำนองเดียวกันค่าตัวประกอบความเสียดทาน f น้อยกว่าที่อัตราส่วนความสูง (h/H) อื่น และที่มุมอื่น

7.1.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu

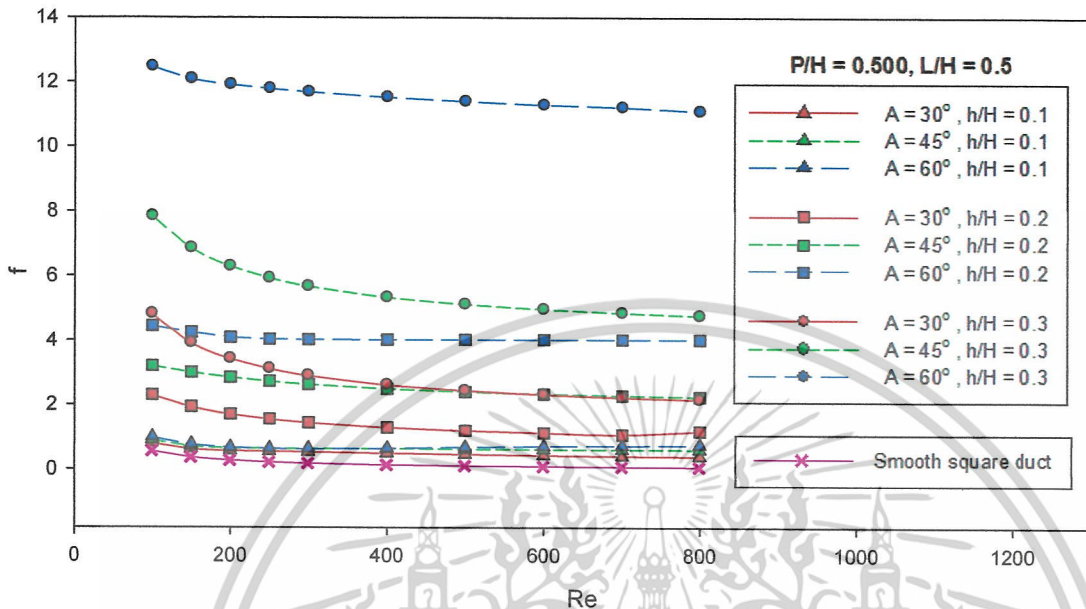
7.1.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0

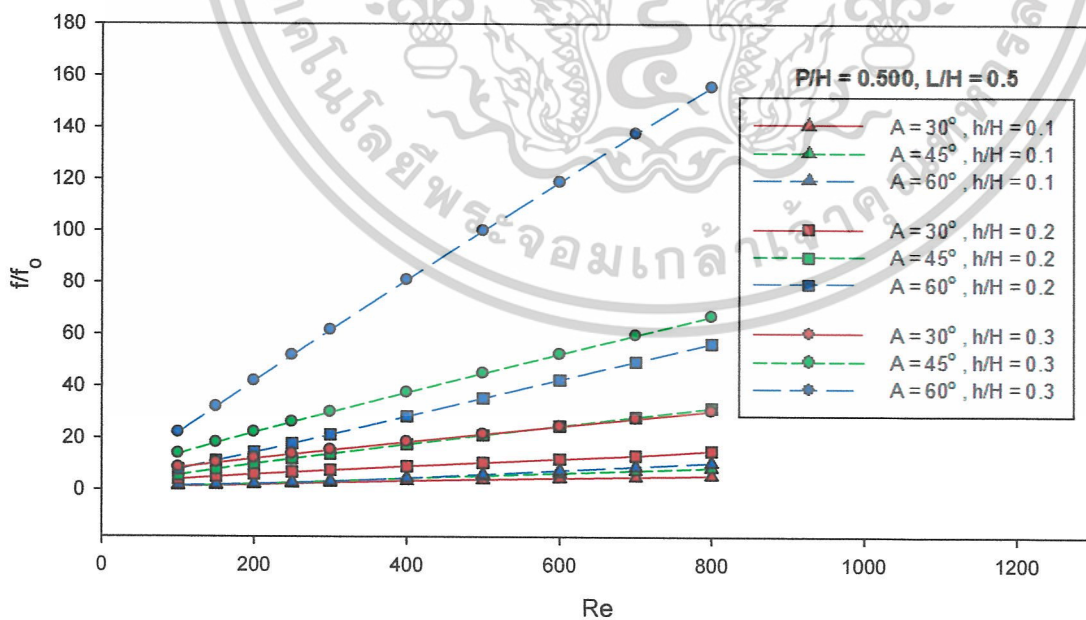
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.1.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อ จัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f

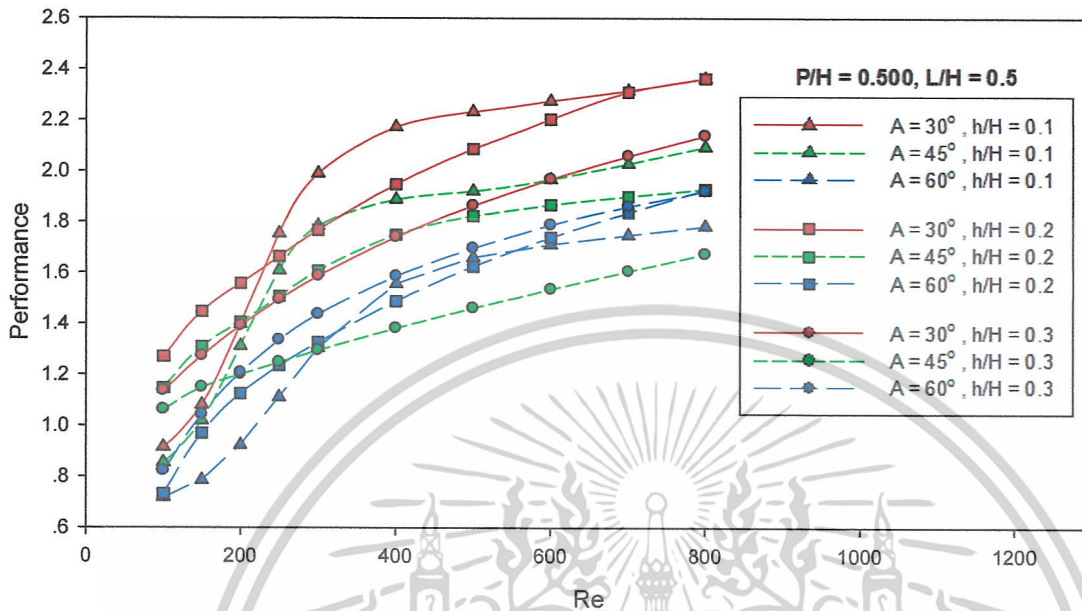
7.1.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.1.6 ผลความสัมพัทธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.8 แสดงความสัมพัทธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

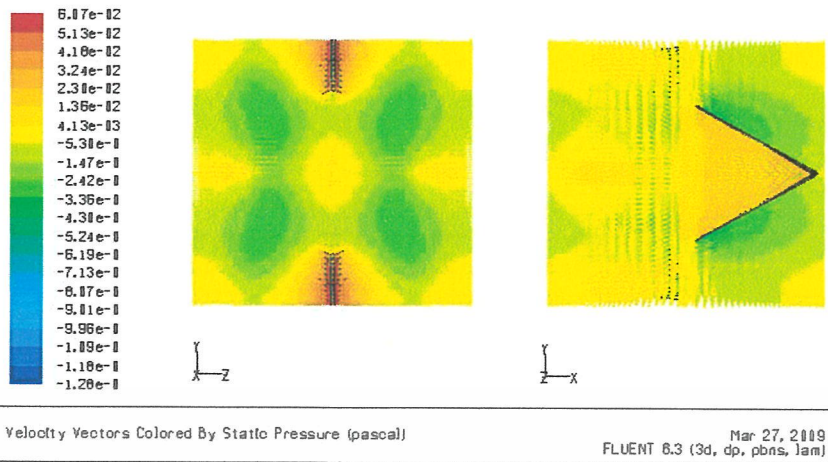
7.2 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น

7.2.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น

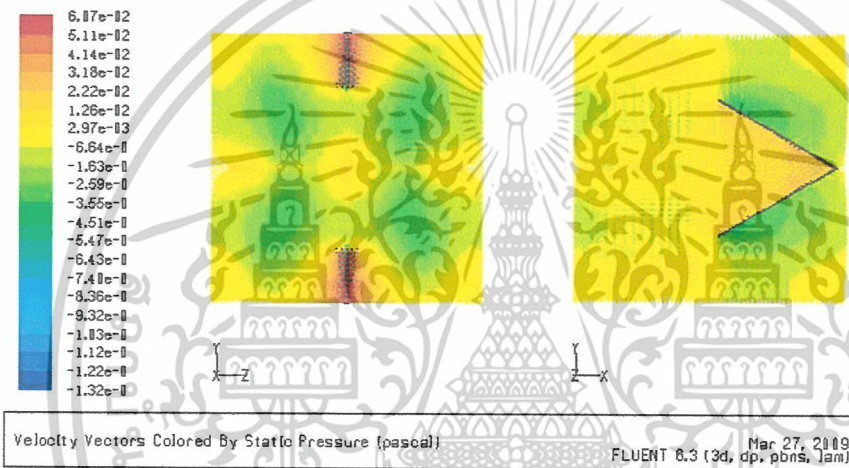
ในรูปที่ 7.9 แสดงเวกเตอร์ของความดันภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าเมื่ออากาศได้ไหลเข้าปะทะแผ่นกั้น ทำให้เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงบริเวณมุมด้านหน้าและบริเวณตามความยาวของแผ่นกั้นคู่หน้าดังภาพหน้าตัดและภาพด้านข้าง ส่วนอีกบริเวณที่เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงคือบริเวณมุมด้านในของแผ่นกั้นคู่หลังดังภาพด้านข้าง การที่เปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้นผลกระทบที่เกิดขึ้นคือที่ P/H เท่ากับ 0.500, 0.524 และ 0.547 จะมีความดันตกคร่อมก่อนข้างใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากที่แต่ละอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น มีระยะห่างระหว่างแผ่นกั้นคู่หน้ากับแผ่นกั้นคู่หลังแตกต่างกันไม่มาก จึงทำให้เกิดพื้นที่หรือช่วงระยะห่างของการปะทะของกระแสการไหลก่อนข้างใกล้เคียง จึงเกิดความดันตกคร่อมที่ใกล้เคียงกัน

ในรูปที่ 7.10 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าที่อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.547, 0.524 และ 0.500 เกิดกระแสการไหลแบ่งออกเป็นสี่ลูก แต่ละลูกจะมีลักษณะการหมุนวนที่เสริมกัน ไหลเข้าไปในทิศทางแกน $x+$ ซึ่งเป็นแกนที่เรากำหนดทิศทางการไหลเริ่มต้น เมื่อเกิดเส้นทางการไหลลักษณะที่เสริมกันแล้ว จะทำให้เกิดการพาความร้อนที่ดีขึ้น

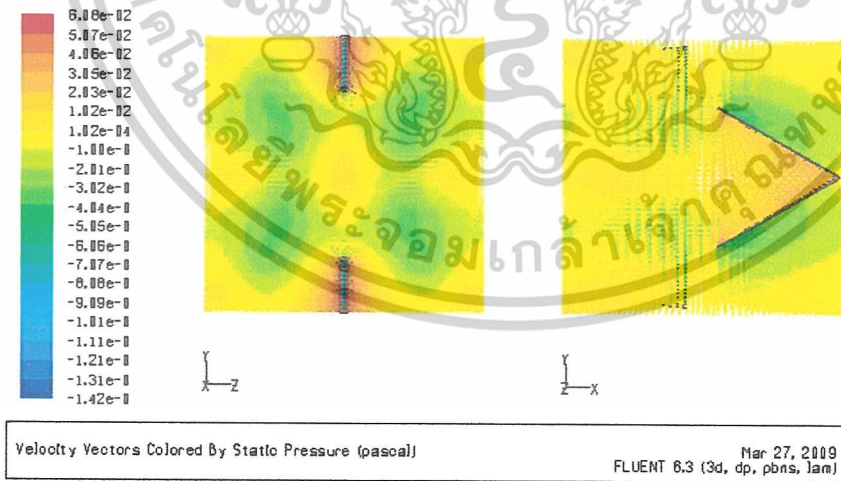
ในรูปที่ 7.11 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าที่อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 จะเกิดการกระจายตัวของค่าเลขนัสเซิลท์ที่สูงที่สุด รองลงมาคือที่อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.524 และ 0.547 ตามลำดับ เนื่องจากที่อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 มีอัตราส่วนระยะห่างระหว่างแผ่นกั้นที่เหมาะสม ส่งเสริมกระแสของของไหล จึงทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนที่ดียิ่งกว่าอัตราส่วนระยะพิชช์อื่น และให้ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนสูงที่สุดด้วย ดังนั้นทางกลุ่มวิจัยจึงเลือกที่อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 มาทำการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นต่อไป



(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิศซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.500



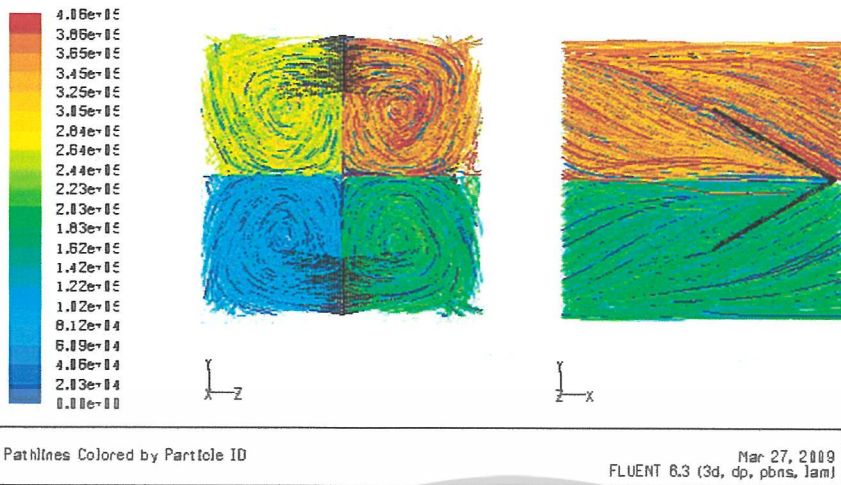
(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิศซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.524



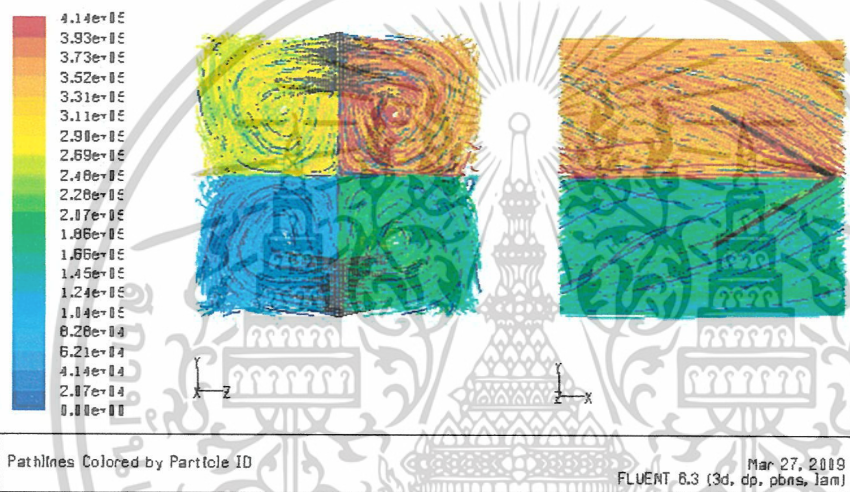
(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิศซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.547

รูปที่ 7.9 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิศซ์ของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

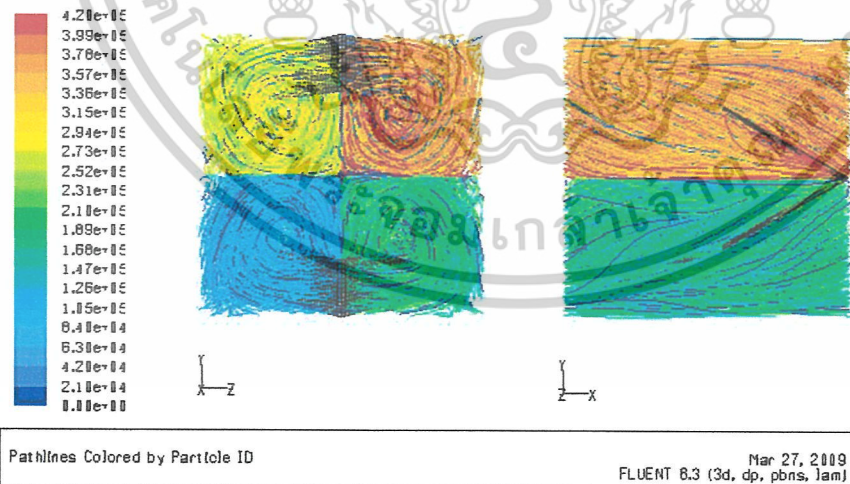
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.500



(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.524



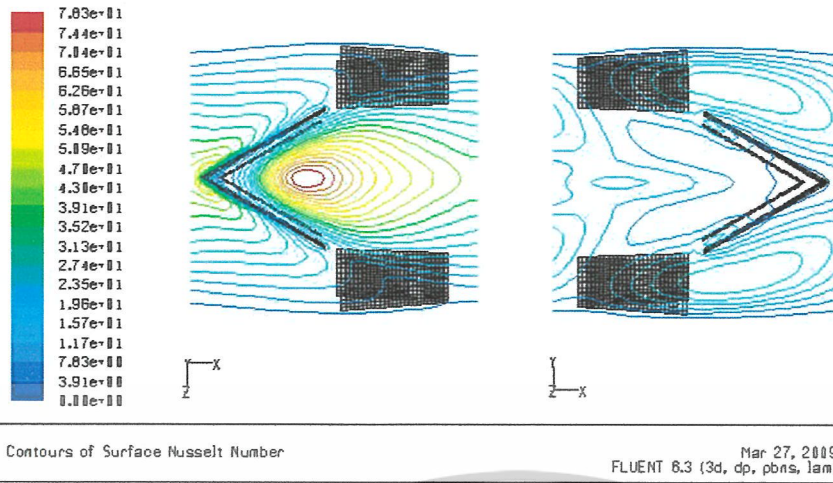
(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างอัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.547

รูปที่ 7.10 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณา

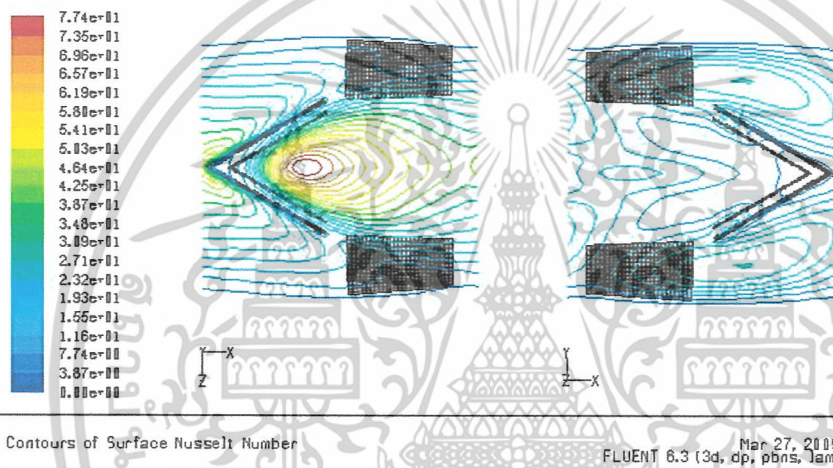
ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้น

ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

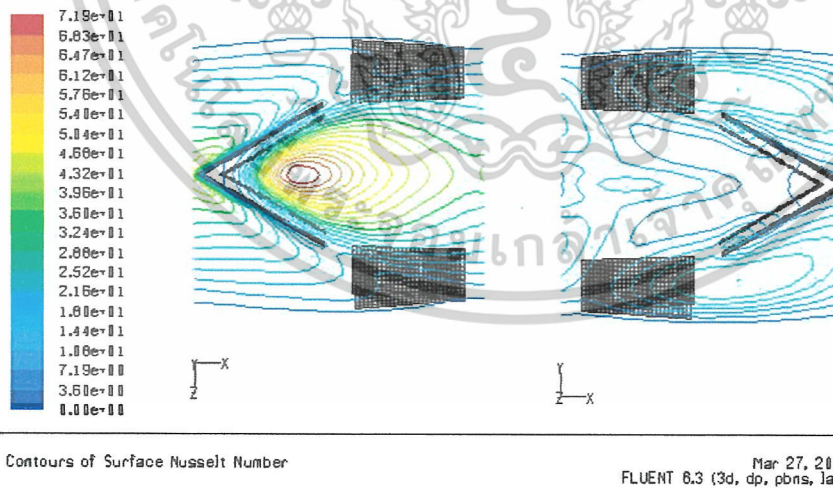
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.500



(b) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.524



(c) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.547

รูปที่ 7.11 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 7.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซลท์ Nu ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu สูงที่สุด

จากรูปที่ 7.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ Nu/Nu_0 ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu/Nu_0 ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu/Nu_0 มากที่สุด

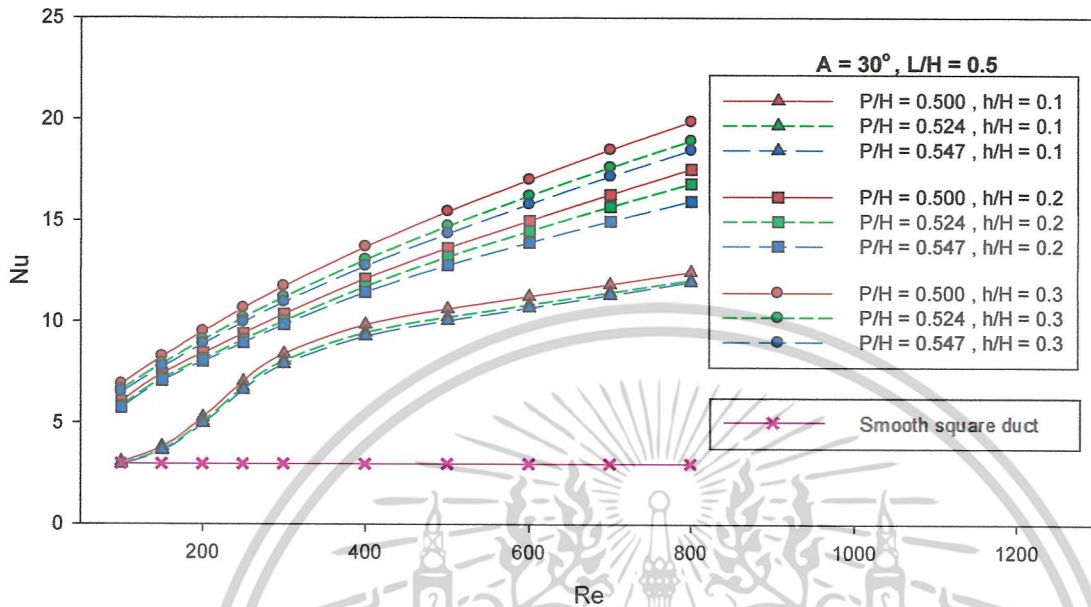
จากรูปที่ 7.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น ค่า f จะมีค่าลดลง สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.547, 0.524 และ 0.500 อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f ที่ค่อนข้างใกล้เคียงกัน แต่มากกว่าที่อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 และ 0.1

จากรูปที่ 7.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า f/f_0 จะมีแนวโน้มการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.547, 0.524 และ 0.500 อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f/f_0 ที่ใกล้เคียงกัน แต่เป็นอัตราส่วนความสูง (h/H) ที่มีค่า f/f_0 มากกว่าอัตราส่วนความสูง (h/H) 0.2 และ 0.1

จากรูปที่ 7.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น พบว่าค่าสมรรถนะเชิงความร้อน η จะมีอัตราการเพิ่มสูงขึ้นเมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 จะให้ค่า η สูงที่สุด เนื่องจากการไหลที่มีอัตราเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าเลขนัสเซลท์ Nu สูงขึ้น ในทำนองเดียวกันค่าตัวประกอบความเสียดทาน f น้อยกว่าที่อัตราส่วนความสูง (h/H) อื่น และที่อัตราส่วนระยะพิตช์อื่น

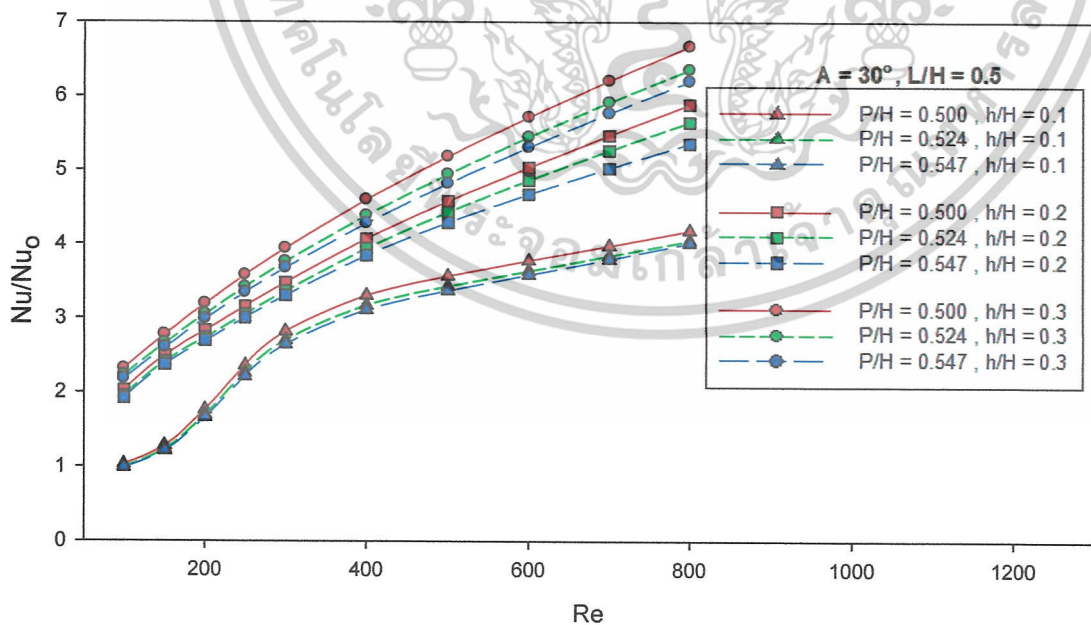
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิศของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu

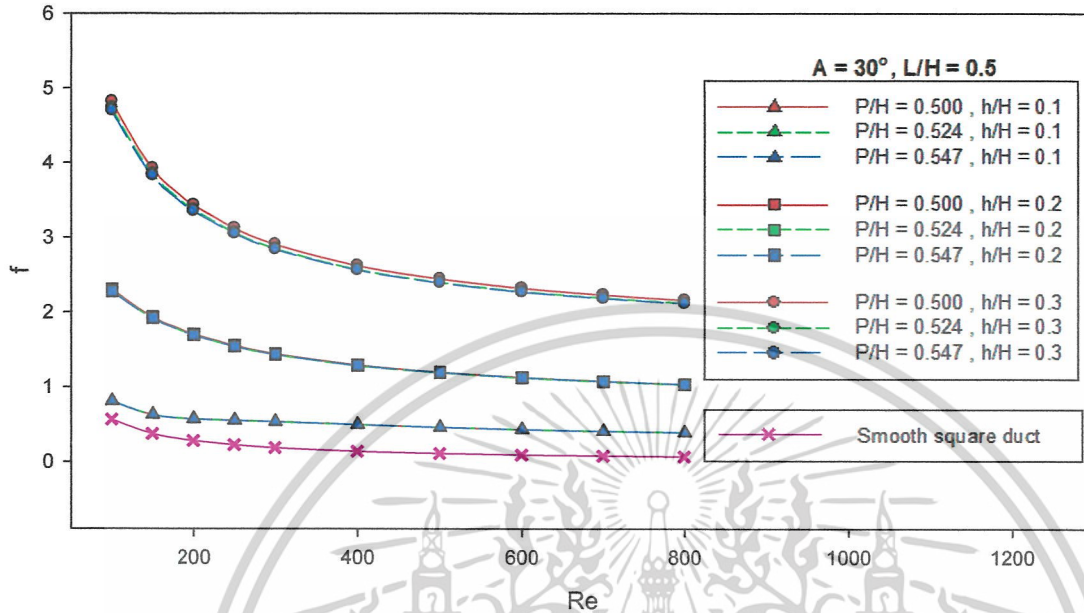
7.2.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิศของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0

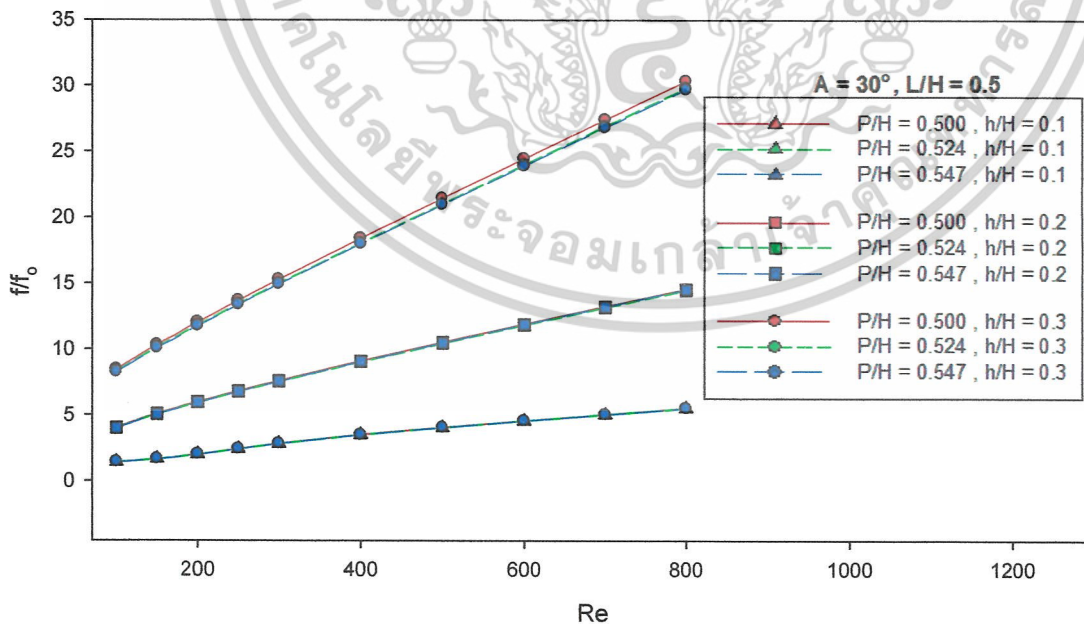
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อ จัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิทช์ของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f

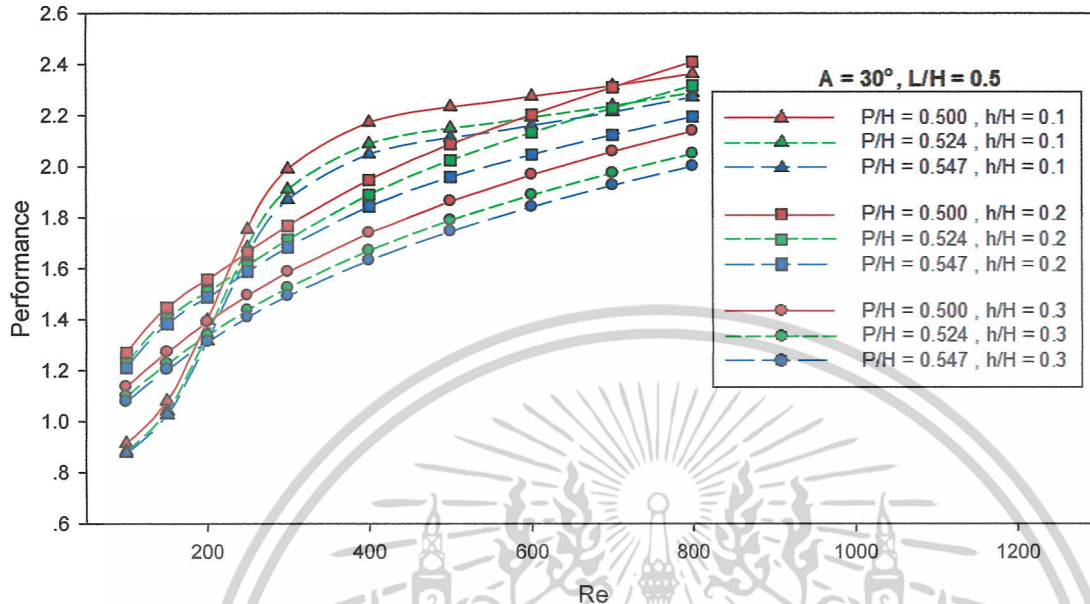
7.2.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิทช์ของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.6 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกันรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิทช์ของแผ่นกัน



รูปที่ 7.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3 ท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น

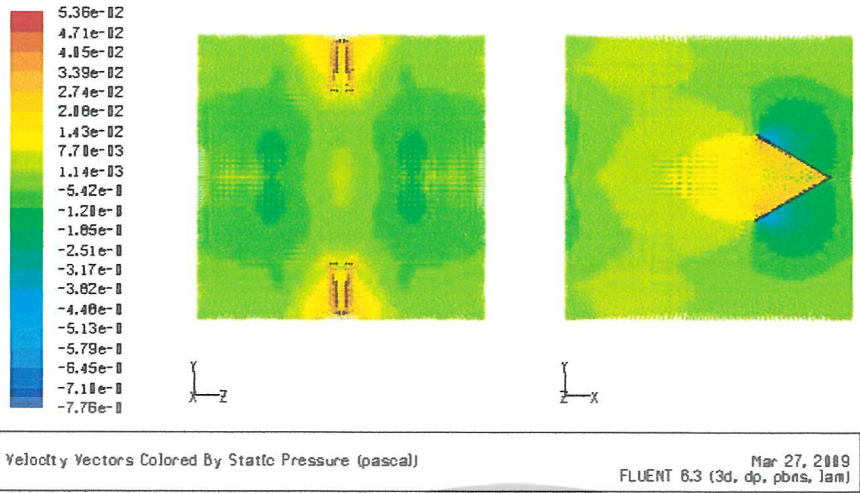
7.3.1 ผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น

ในรูปที่ 7.17 แสดงเวกเตอร์ของความดันภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าเมื่ออากาศได้ไหลเข้าปะทะแผ่นกั้น ทำให้เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงบริเวณมุมด้านหน้าและบริเวณตามความยาวของแผ่นกั้นคู่หน้าดังภาพหน้าตัดและภาพด้านข้าง ส่วนอีกบริเวณที่เกิดเวกเตอร์ของความดันสูงคือบริเวณมุมด้านในของแผ่นกั้นคู่หลังดังภาพด้านข้าง การที่เปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น ผลกระทบที่เกิดขึ้นคือที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 จะมีความดันตกคร่อมสูงที่สุด รองลงมาคือที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.4 และต่ำที่สุดคือที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3 เนื่องจากที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 มีพื้นที่หรือความยาวของแผ่นกั้นในการขวางกระแสการไหลมาก ทำให้เกิดการปะทะของของไหลที่รุนแรงมากกว่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นอื่น ดังนั้นจึงทำให้เกิดความดันสูญเสียหรือความดันตกคร่อมสูงที่สุด

ในรูปที่ 7.18 แสดงเส้นทางการไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 เกิดกระแสการไหลแบ่งออกเป็นสี่ลูก แต่ละลูกจะมีลักษณะการหมุนวนที่เสริมกัน ไหลเข้าไปในทิศทางแกน $x+$ ซึ่งเป็นแกนที่เรากำหนดทิศทางการไหลเริ่มต้น ทำให้การแลกเปลี่ยนความร้อนมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น สาเหตุของการเกิดกระแสการไหลแบบนี้เนื่องจากการจัดวางแผ่นกั้นแบบรูปตัววีกลับด้าน การจัดวางตำแหน่ง และการปรับเปลี่ยนขนาดต่างๆของแผ่นกั้นที่เหมาะสม

ในรูปที่ 7.19 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$ ที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 800 พบว่าที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 หากเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซิลท์บนสเกลของโปรแกรม ไม่เปรียบเทียบปริมาณความเข้มข้นของสีของค่าเลขนัสเซิลท์ดังแสดงในรูปที่ 7.19 ที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์สูงที่สุด รองลงมาคือที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.4 ทั้งสองอัตราส่วนความยาวนี้จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์ที่ใกล้เคียงกัน ส่วนที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3 จะให้ค่าเลขนัสเซิลท์ต่ำที่สุด สาเหตุ เนื่องจากที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H มีผลต่อการขวางกระแสการไหลเป็นอย่างมาก ดังนั้นการแลกเปลี่ยนความร้อนที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นมากๆ จะทำให้เกิดพื้นที่ในการขวางการไหลได้ดียิ่งขึ้นด้วย

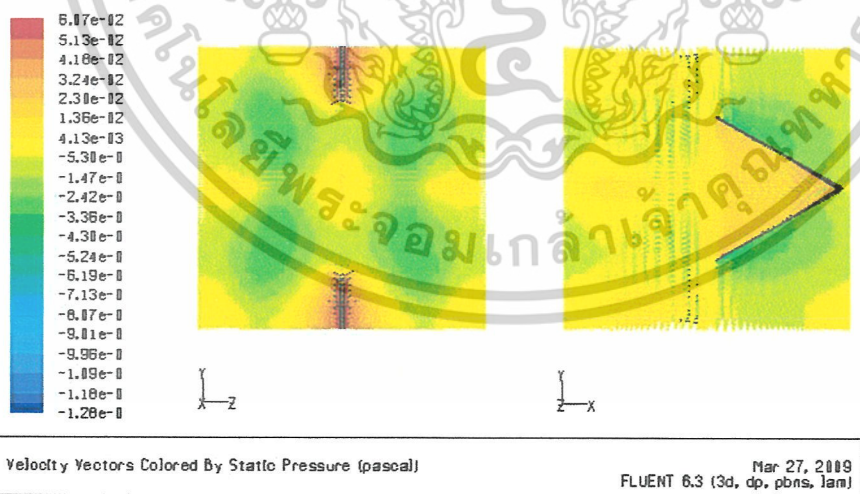
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกันเท่ากับ 0.3



(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกันเท่ากับ 0.4



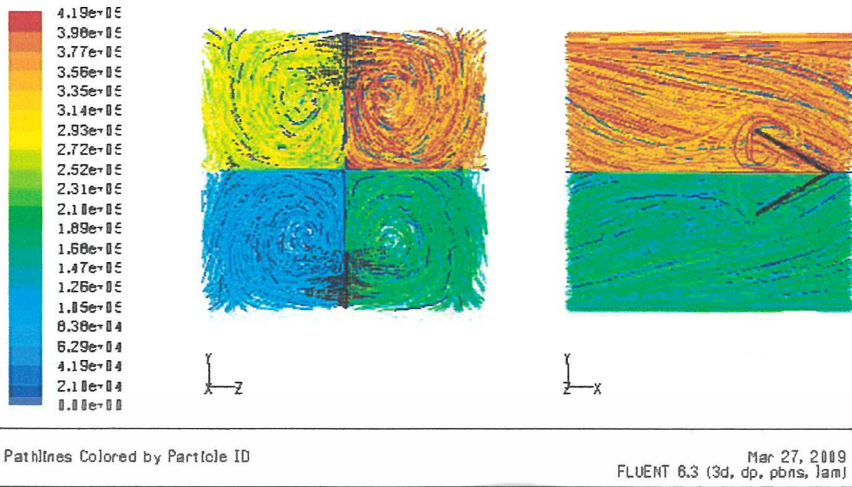
(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกันเท่ากับ 0.5

รูปที่ 7.17 แสดงเวกเตอร์ของความดันในท่อจัตุรัสที่มีแผ่นกันรูปตัววีกลับด้าน พิจารณา

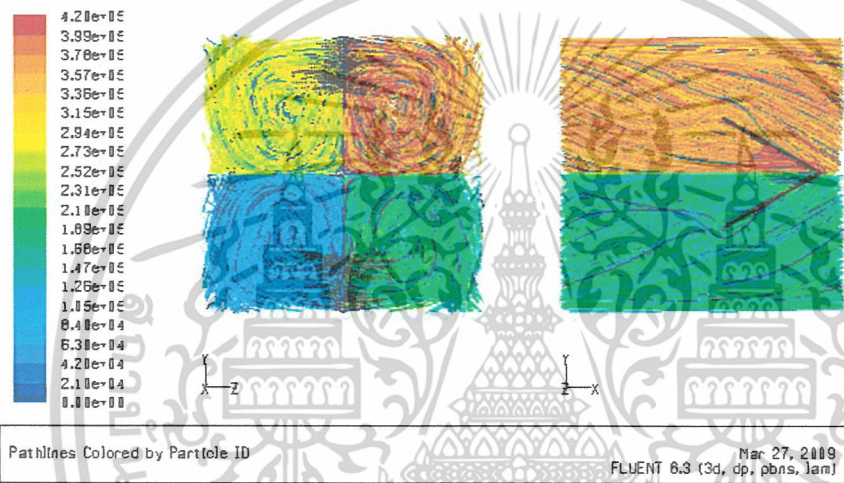
ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกัน

ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

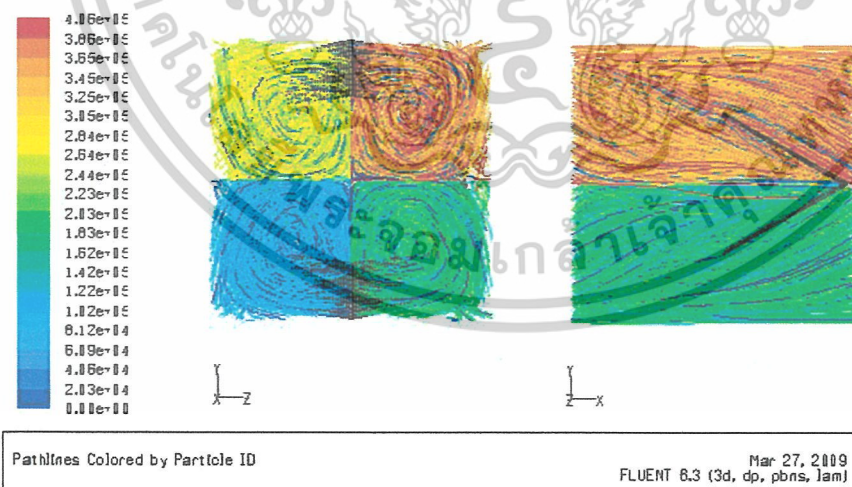
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.3



(b) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.4



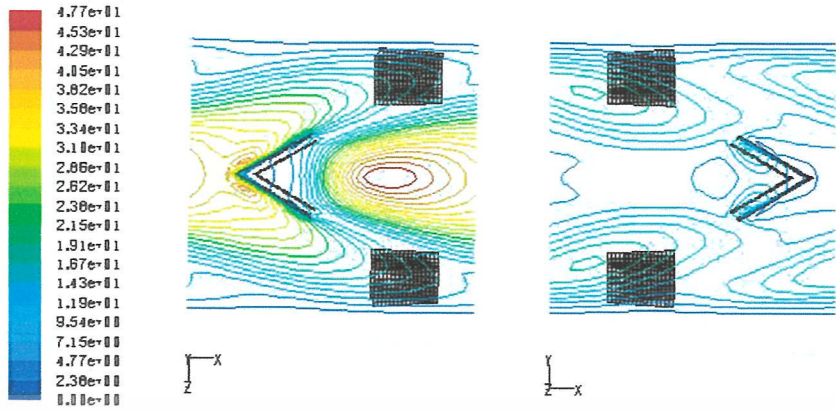
(c) ภาพหน้าตัดและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.5

รูปที่ 7.18 แสดงเส้นทางของไหลภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณา

ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น

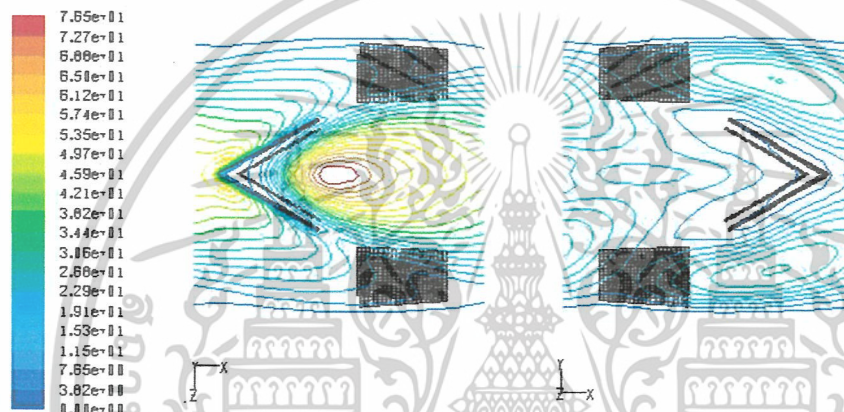
ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



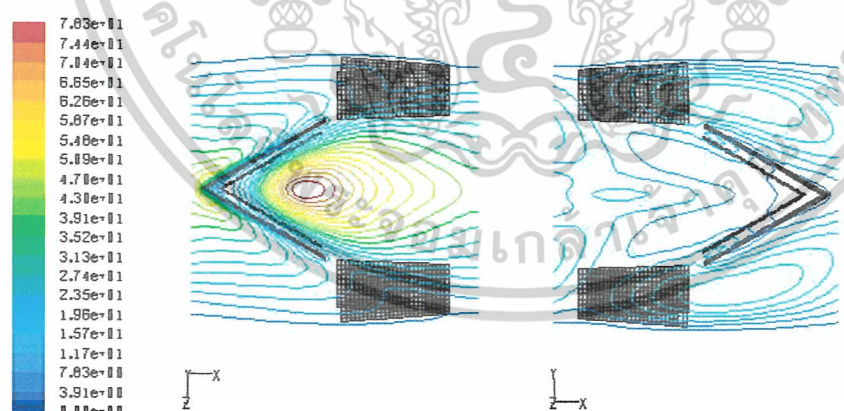
Contours of Surface Nusselt Number Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(a) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.3



Contours of Surface Nusselt Number Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(b) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.4



Contours of Surface Nusselt Number Mar 27, 2009
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, lam)

(c) ภาพด้านบนและภาพด้านข้างที่อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้นเท่ากับ 0.5

รูปที่ 7.19 แสดงการกระจายของค่าเลขนัสเซิลท์ในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน พิจารณา

ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น

ที่อัตราส่วนความสูง $h/H = 0.2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 7.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าความยาวของแผ่นกั้นที่ความยาว $0.5H$ อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu สูงที่สุด

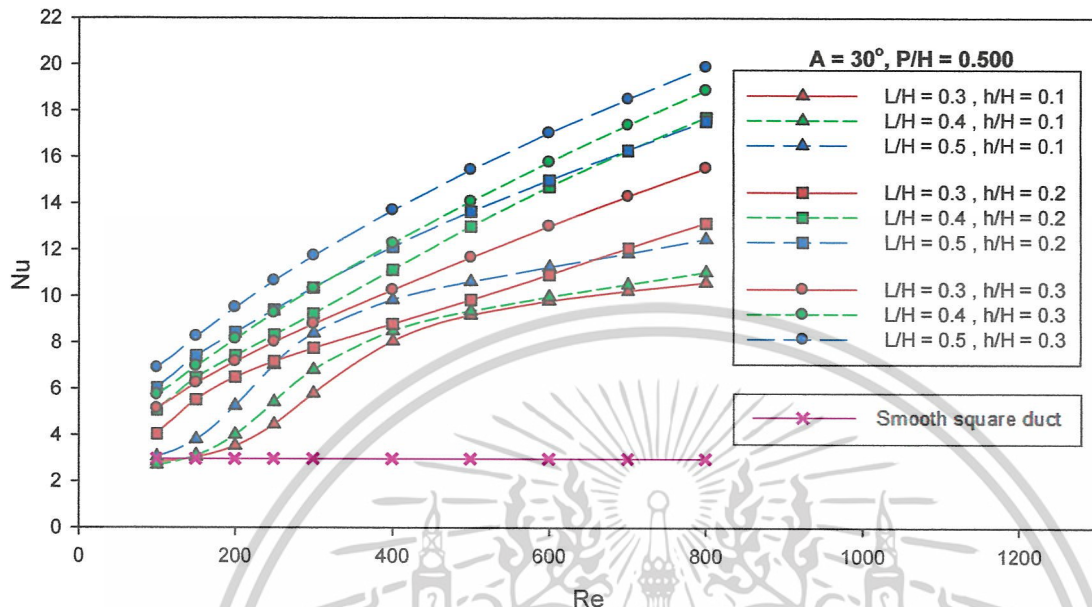
จากรูปที่ 7.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu_0 ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า Nu/Nu_0 ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าความยาวของแผ่นกั้นที่ความยาว $0.5H$ อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu/Nu_0 สูงที่สุด

จากรูปที่ 7.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น ค่า f จะมีค่าลดลง สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าความยาวของแผ่นกั้นที่ความยาว $0.5H$ อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f สูงที่สุด

จากรูปที่ 7.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน f/f_0 ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น อัตราการเพิ่มของค่า f/f_0 จะมีแนวโน้มการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าความยาวของแผ่นกั้นที่ความยาว $0.5H$ อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f/f_0 สูงที่สุด

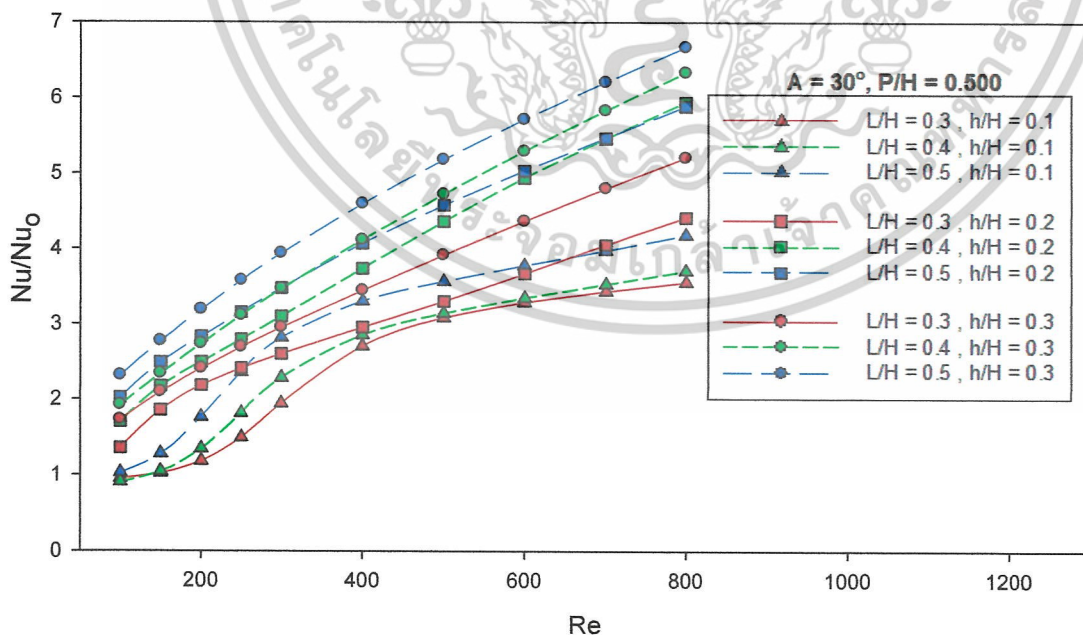
จากรูปที่ 7.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η ของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น พบว่าค่าสมรรถนะเชิงความร้อน η จะมีอัตราการเพิ่มสูงขึ้นเมื่อค่า Re เพิ่มขึ้น สำหรับที่ Re เท่ากับ 800 ท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าความยาวของแผ่นกั้นที่ความยาว $0.4H$ อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 จะให้ค่า η สูงที่สุด เนื่องจากการไหลที่มีอัตราเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์ Nu สูงขึ้น ในทำนองเดียวกันค่าตัวประกอบความเสียดทาน f น้อยกว่าที่อัตราส่วนความสูง (h/H) อื่น และที่ความยาวของแผ่นกั้นอื่น

7.3.2 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าเลขนัสเซิลท์ Nu

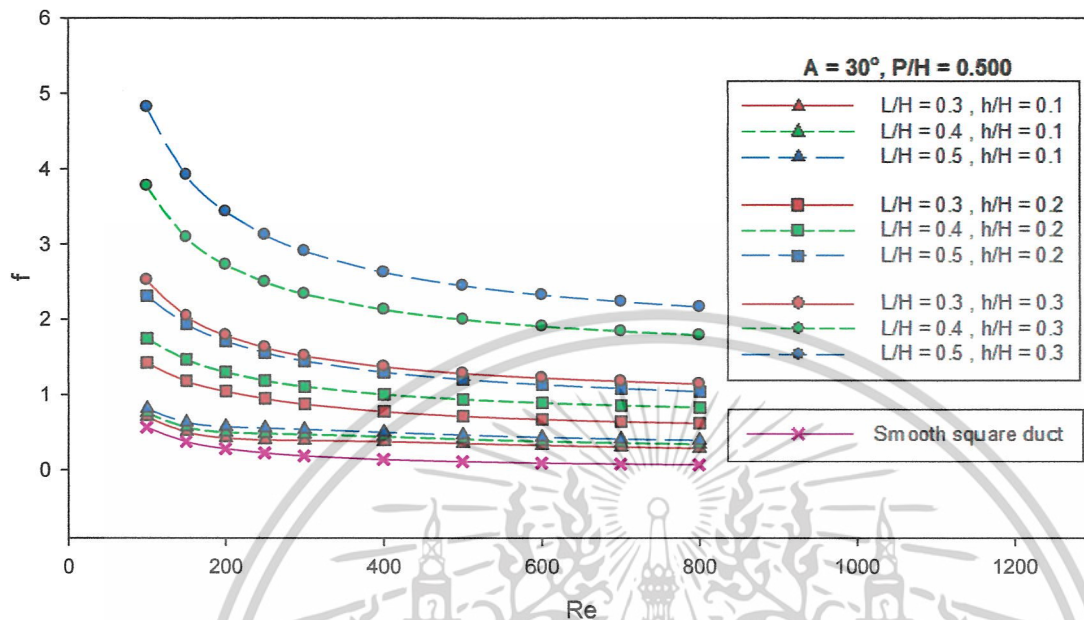
7.3.3 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ Nu/Nu₀

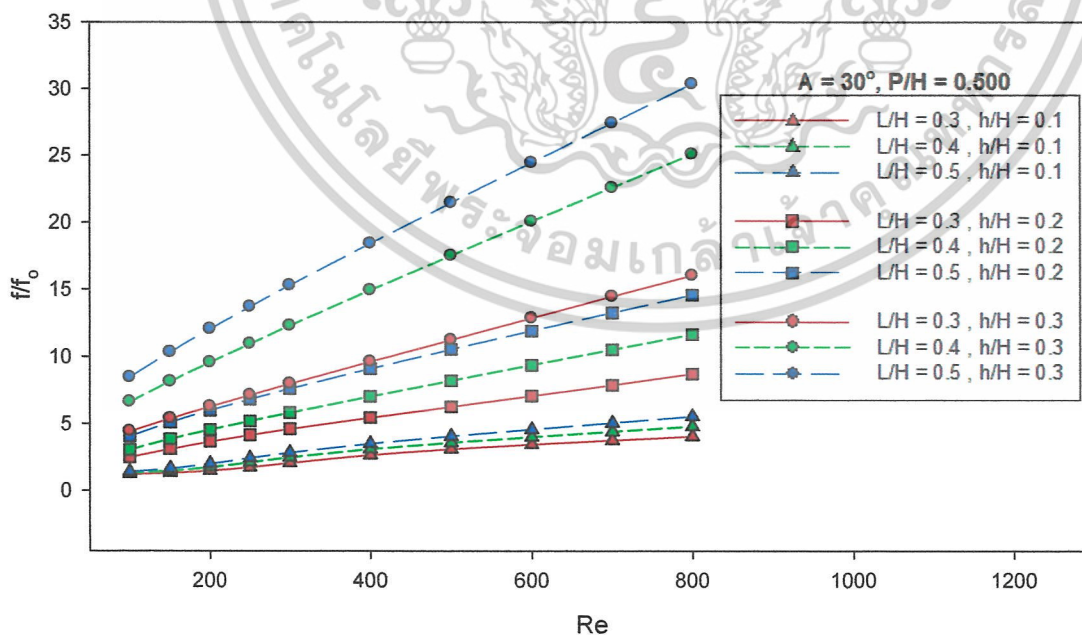
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3.4 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อ จัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าตัวประกอบความเสียดทาน f

7.3.5 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน ของท่อจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น

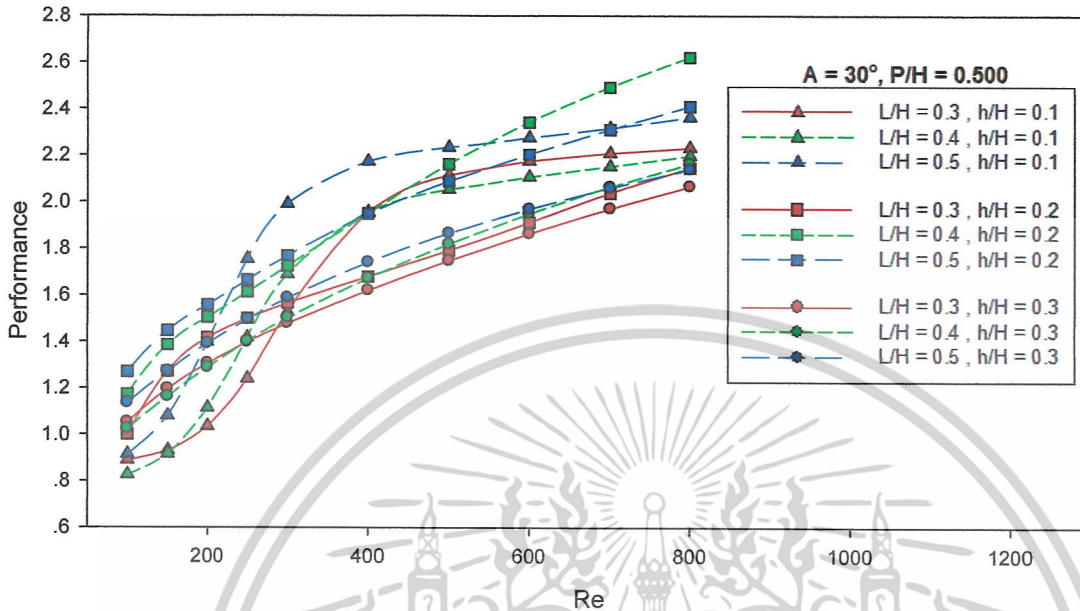


รูปที่ 7.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าอัตราส่วนตัวประกอบ

ความเสียดทาน f/f_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3.6 ผลความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจัดรูสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น



รูปที่ 7.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re กับค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน η

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8

สรุปและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการจำลอง

ในงานวิจัยฉบับนี้ได้ทำการศึกษาค่าเลขนัสเซิลท์ ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์ ค่าตัวประกอบความเสียดทาน ค่าอัตราส่วนตัวประกอบความเสียดทาน และค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านในรูปแบบที่แตกต่างกัน โดยการจำลองจะเป็นการศึกษาถึงอิทธิพลของรูปแบบแผ่นกั้นในท่อจตุรัส ซึ่งหมายถึง การเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น การเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น การเปลี่ยนค่าอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น โดยที่รูปแบบของแผ่นกั้นทั้งหมดจะติดตั้งเป็นแผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังแบบเยื้องกัน และมีอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส (h/H) เท่ากับ 0.1 ,0.2 และ 0.3 ทำการศึกษาตั้งแต่ค่าเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 100 ถึง 800 ซึ่งจากการจำลองสามารถสรุปได้ดังนี้

1. เมื่ออากาศที่ไหลผ่านท่อจตุรัสมีการหมุนวนมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็อัตราการไหลที่เพิ่มขึ้นหรือการติดตั้งแผ่นกั้นไว้ภายในท่อจตุรัส เหล่านี้จะทำให้ท่อจตุรัสดังกล่าวมีความสามารถในการแลกเปลี่ยนความร้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งการไหลแบบหมุนวนจะสามารถสังเกตได้จากค่าตัวประกอบความเสียดทานที่มีค่าเพิ่มขึ้น

2. ในการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) เมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นพบว่าค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นทุกประเภทจะเพิ่มขึ้น และมีผลให้สมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนเพิ่มขึ้นด้วย

3. ที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า Nu/Nu_0 สูงที่สุด รองลงมาคือที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.2 ต่ำสุดคือที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.1 สำหรับที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.3 จะให้ค่า f/f_0 สูงที่สุด รองลงมาคือที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.2 ต่ำสุดคือที่อัตราส่วน (h/H) เท่ากับ 0.1 ค่า Nu/Nu_0 สูงที่สุดคือท่อจตุรัสมีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้น A ที่มุมเท่ากับ 60° อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 ส่วนค่า f/f_0 สูงที่สุดคือท่อจตุรัสมีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้น A ที่มุมเท่ากับ 60° อัตราส่วนระยะพิชช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.5 ซึ่งเป็นขนาดเดิมเดียวกับค่า Nu/Nu_0 สูงสุด

4. ในการทำวิจัยนี้ ทางกลุ่มวิจัยได้ทำการวิเคราะห์ถึงการเปรียบเทียบการเลือกใช้แผ่นกั้น ซึ่งสามารถเปรียบเทียบการเลือกใช้แผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านประเภทต่างๆ ได้จากกราฟแสดงผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสัมพันธ์ของค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน ลักษณะของเส้นกราฟที่มีความชันสูงหรือมีอัตราการเพิ่มสูงในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์ส์นั้นๆ เราไม่ควรนำมาเลือกใช้เนื่องจากมีค่าอัตราการเพิ่มไม่คงที่หรือเปลี่ยนแปลงได้อย่างรวดเร็วในระหว่างที่เพิ่มอัตราการไหล แต่ควรเลือกประเภทของแผ่นกั้นที่มีอัตราการเพิ่มอย่างสม่ำเสมอ อย่างเช่น กราฟแสดงผลความสัมพันธ์ของค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน ของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แบบเปลี่ยนค่ามุมของแผ่นกั้น จะเห็นได้ว่าที่อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.1 ในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ เท่า 100 ถึง 400 มีลักษณะของเส้นกราฟที่มีความชันสูง ซึ่งเราไม่ควรนำมาเลือกใช้ แต่ควรเลือกใช้ที่อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 หรือ 0.3 แทน เนื่องจากที่อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 และ 0.3 นี้จะมีลักษณะของอัตราการเพิ่มอย่างคงที่และสม่ำเสมอ ไม่ว่าจะมีการเพิ่มของอัตราการไหลแต่อย่างใดก็ยังคงมีลักษณะที่คงตัวอยู่ ส่วนในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ เท่ากับ 400 ถึง 800 เราสามารถเลือกใช้แผ่นกั้นได้ทุกอัตราส่วนความสูง (h/H)

5. ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นทุกประเภทพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนก็จะเพิ่มขึ้นด้วย โดยค่า η สูงสุดจะเกิดขึ้นกับท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีกลับด้าน ที่ค่าเลขเรย์โนลด์ส์ Re เท่ากับ 800 มีอัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.2 ทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้น A ที่มุมเท่ากับ 30° อัตราส่วนระยะพิศของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.500 อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.4 ให้ค่า η สูงที่สุดเท่ากับ 2.621

8.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล และการถ่ายเทความร้อนสามารถใช้เป็นเครื่องมือเพื่อการวิเคราะห์ผลและย้ำความมั่นใจ ก่อนเข้าสู่กระบวนการออกแบบจริงได้ ซึ่งมีความสะดวกและมีค่าใช้จ่ายที่ต่ำกว่าการสร้างแบบจำลองเพื่อใช้ในการทดลอง สำหรับผลการศึกษาในงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการพัฒนาและออกแบบแผ่นกั้นในการจัดวางแบบเยื้องกันภายในท่อจตุรัสให้มีความเหมาะสมได้ ทั้งยังสามารถนำไปเป็นแนวทางการวิจัยในระดับสูงต่อไป เช่น การศึกษาการถ่ายเทความร้อนภายในท่อจตุรัสที่มีแผ่นกั้น โดยใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในการคำนวณสามมิติ การศึกษาอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นกั้นรูปแบบอื่น อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส การจัดวางการเรียงตัวของแผ่นกั้น อัตราส่วนระยะห่างระหว่างแผ่น อัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น และการปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ ของแผ่นกั้น เป็นต้น ในการทำการจำลองนั้นผลที่ได้ไม่สามารถทราบล่วงหน้าได้ ดังนั้นในการทำวิจัยสำหรับการจำลองควรที่จะปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ อย่างละเอียด อย่างมีระบบ มีแบบแผน จะทำให้ได้ค่าการถ่ายเทความร้อนที่ดีที่สุดได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- [1] รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์, การถ่ายเทความร้อน, ภาควิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [2] รศ.ดร.จารุวัตร เจริญสุข, พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ, ภาควิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [3] ชาญณรงค์ วันทา. 2548. “การวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการถ่ายเทความร้อนในแผงวงจรอิเล็กทรอนิกส์” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- [4] SS. Mousavi, K. Hooman, 2006, Heat and fluid flow in entrance region of channel with staggered baffles, *Energy Conversion and Management* 47 (2006) 2011-2019
- [5] Ralph. Webb, Nae-Hyun Kim, December 2004, *Principles of Enhanced Heat Transfer*, Routledge, UK,
- [6] S.V. Patankar, C.H. Liu, E.M. Sparrow, Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area, *ASME J. Heat Transfer* 99 (1977) 180-186.
- [7] C. Berner, F. Durst, D.M. McEligot, Flow around baffles, *Trans. ASME J. Heat Transfer* 106 (1984) 743-749.
- [8] B.W. Webb, S. Ramadhyani, Conjugate heat transfer in a channel with staggered ribs, *Int. J. Heat Mass Transfer* 28 (1985) 1679-1687.
- [9] S. Sripattanapipat, P. Promvongse, Numerical analysis of laminar heat transfer in a channel with diamond-shaped baffles, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 36 (2009) 32-38.
- [10] J.C. Han, Y.M. Zhang, C.P. Lee, Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed and V-shaped angled ribs, *ASME, Journal of Heat Transfer* 113 (1991) 590-596.
- [11] J.C. Han, Y.M. Zhang, High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 35 (1992) 513-523.
- [12] T.M. Liou, J.J. Hwang, Turbulent heat transfers augmentation and friction in periodic fully developed channel flows, *ASME, Journal of Heat Transfer* 114 (1992) 56-64.
- [13] T.M. Liou, J.J. Hwang, Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36 (1993) 931-940.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

บทความประกอบการนำเสนอโครงการ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



การศึกษาโดยใช้ซีเอฟดีเกี่ยวกับสมรรถนะทางความร้อน ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นรูปตัววี¹

วิทยา บุญศิลป์², จารุเกียรติ นาคเกษม², นพดล อนันตกุล², พงษ์เจต พรหมวงศ์³

ทศคัยย่อ

การเพิ่มการแลกเปลี่ยนความร้อนสำหรับการไหลแบบลามินาร์สามมิติในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีเรียงตามกันในการไหลผลเฉลยเชิงตัวเลข ซึ่งแผ่นกั้นรูปตัววีติดตั้งอยู่บนผนังท่อทั้ง 4 ด้าน โดยมีแผ่นกั้นรูปตัววีและแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านถูกจัดวางแบบเยื้องกันสลับกันออกไป การทำการศึกษาได้โดยการสร้างแบบจำลองจากการประยุกต์ใช้ ซีเอฟดี (พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ) โปรแกรม FLUENT ใช้กริดแบบสี่เหลี่ยม ทำพารามิเตอร์ต่างๆของแผ่นกั้นบนเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกมีอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัส h/H เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 กัมมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้นรูปตัววี A ที่มีมุม 30, 45 และ 60 องศา อัตราส่วนระยะพิตช์ของแผ่นกั้น P/H เท่ากับ 0.5, 0.524 และ 0.547 และอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 อัตราการไหลอยู่ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 ถึง 800 ตามลำดับ ผลที่ได้การติดตั้งแผ่นกั้นนี้จะไปขัดขวางการเกิดบาวนด์รีเลย์ของการไหลและของความร้อน และทำให้เกิดการหมุนวนของการไหลบริเวณช่วงห่างระหว่างแผ่นกั้น เมื่ออัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัสและค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์และค่าตัวประกอบความเสียดทานเพิ่มขึ้นด้วย เมื่อพิจารณาสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจัตุรัส h/H เท่ากับ 0.2 มีค่าสูงที่สุด

Abstract

Heat transfer enhancement for three dimensional laminar flows in a square duct fitted with V-shaped baffles connected in tandem has been numerically investigated. The V-shaped baffles mounted on four duct walls are in staggered arrangements with alternately V and reverse-V baffles. The study is made by a CFD (computational fluid dynamics) code, FLUENT using rectangular grid. The baffle parameters based on the duct hydraulic diameter (H) are baffle height ratios (or blockage ratio, h/H) of 0.1, 0.2 and 0.3; half angles of V-baffle, $\lambda = 30^\circ, 45^\circ$ and 60° ; baffle pitch ratios, $P/H = 0.5, 0.524$ and 0.547 ; and baffle length ratios, $L/H = 0.3, 0.4$ and 0.5 . The flow rate is in terms of Reynolds number ranging from 100 to 800. The presence of the baffles causes the interruption of hydrodynamic and thermal boundary layers and gives rise to four longitudinal vortex flows between the two adjacent baffles. The increase in the blockage ratio and Reynolds number leads to the rise in Nusselt number and friction factor. The best thermal performance is found at blockage ratio = 0.2.

© 2008 Department of Mechanical Engineering, KMITL. All rights reserved

Keywords: Heat transfer; Computational fluid dynamics

1. บทนำ

ปัจจุบันเป็นที่ทราบกันดีว่าเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนเป็นอุปกรณ์ที่มีความสำคัญกับกระบวนการการผลิตในภาคอุตสาหกรรมเป็นอย่างมาก เช่น หม้อไอน้ำ เครื่องทำความเย็น และเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนประเภทต่างๆในกระบวนการผลิต เป็นต้น เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนเหล่านี้เป็นอุปกรณ์ที่ใช้พลังงานค่อนข้างมาก ดังนั้นการหาแนวทางในการปรับปรุงเพื่อเพิ่มสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนจึงเป็นการช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในกระบวนการผลิตและยังเป็นการลดการใช้พลังงานในกระบวนการผลิตได้อีกด้วย

¹ ชื่ออังกฤษ "CFD Study on Thermal Performance in a Square Duct with V-Shaped Baffles"

² นักศึกษาภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล. ห้อง 3Q/1 รหัส 49015508 ห้อง 3Q/2 รหัส 49015522 และ 49015529 ตามลำดับ

³ รองศาสตราจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สจล., โทร. 0 2326 4197, อีเมล kppongje@kmitl.ac.th

สัญลักษณ์			
D_h	เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก	Re	เรย์โนลด์นัมเบอร์
f	ตัวประกอบความเสียดทาน	T	อุณหภูมิ
f_o	ตัวประกอบความเสียดทานทางทฤษฎี	u	ความเร็วในแนวแกน x
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน	u_m	ความเร็วเฉลี่ย
i	พลังงานภายใน	v	ความเร็วในแนวแกน y
k	ค่าการนำความร้อน	w	ความเร็วในแนวแกน z
Nu	นัสเซลท์นัมเบอร์	η	สมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน
Nu_o	นัสเซลท์นัมเบอร์ทางทฤษฎี	μ	ความหนืดสัมบูรณ์
P	ความดัน	ρ	ความหนาแน่น

แนวทางหนึ่งที่มีการใช้ในการปรับปรุงเพื่อเพิ่มสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนคือการเพิ่มการหมุนวนของการไหลผ่านเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน ซึ่งการติดตั้งแผ่นกั้นก็เป็นวิธีการหนึ่งในการเพิ่มการหมุนวนของการไหล โดยจากการศึกษาของ S.S. Mousavi, K. Iooman [3] ศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนภายในช่องขนานที่มีแผ่นกั้นแบบแผ่นเรียบวางเอียงกันภายในช่องขนาน ซึ่งได้กำหนดให้จากระยะห่างของแผ่นกั้นคงที่ และปรับเปลี่ยนอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล การศึกษาใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ภายในแบบจำลองการไหลทรงมิติ การไหลเป็นแบบราบเรียบและอยู่ในสภาวะคงตัว (Steady low) ค่าตัวเลขเรย์โนลด์อยู่ในช่วง 50-500 โดยใช้ความยาวจำเพาะของสมการเป็นความสูงความสูงของช่องขนาน ผลการศึกษาพบว่าการเพิ่มอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหลเป็นการเพิ่มขนาดของกระแสหมุนวน ทำให้การถ่ายเทความร้อนของแบบจำลองดีขึ้น

ในการสร้างแบบจำลองการไหลภายในท่อจัสตริสวิเคราะห์การไหลที่เป็นแบบลามินาร์ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์นิยามได้ดังนี้

$$Re = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \quad (1)$$

กำหนดให้สภาวะการไหลเป็นแบบคงตัวสามมิติและการไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ของไหลทำงานเป็นอากาศที่มีคุณสมบัติคงที่ สำหรับการคำนวณความต่อเนื่อง, สมการนาเวียร์-สโตก และสมการพลังงาน [2] ในรูปพิกัด (x, y, z) สามารถแสดงได้ดังนี้

- สมการต่อเนื่อง

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

- สมการโมเมนตัมในแนวแกน x

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

- สมการโมเมนตัมในแนวแกน y

$$\rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

- สมการโมเมนตัมในแนวแกน z

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

- สมการพลังงาน

$$\rho C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

มีพารามิเตอร์ที่ให้ความสนใจในการเพิ่มสมรรถนะในการแลกเปลี่ยนความร้อนคือค่านัสเซลท์นัมเบอร์ (Nusselt number) และค่าตัวประกอบความเสียดทาน (Friction factor) [1]

ค่านัสเซลท์นัมเบอร์นิยามได้ดังนี้

$$Nu = \frac{h D_h}{k} \quad (7)$$

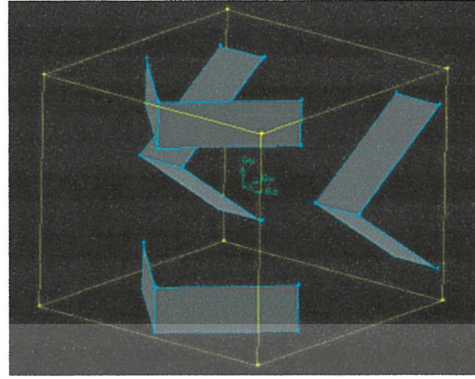
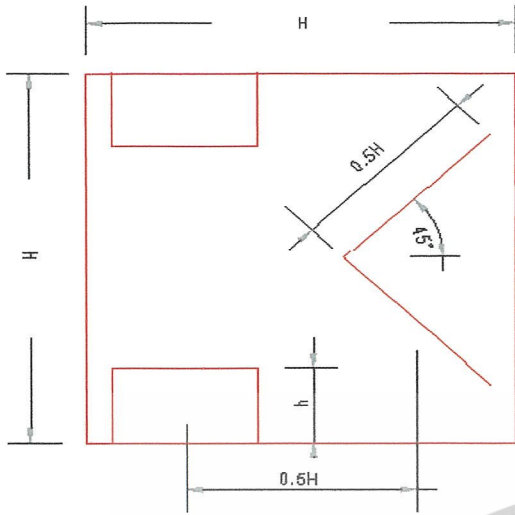
ค่าตัวประกอบความเสียดทานนิยามได้ดังนี้

$$f = \frac{-(dp/dx) D_h}{\rho u_m^2 / 2} \quad (8)$$

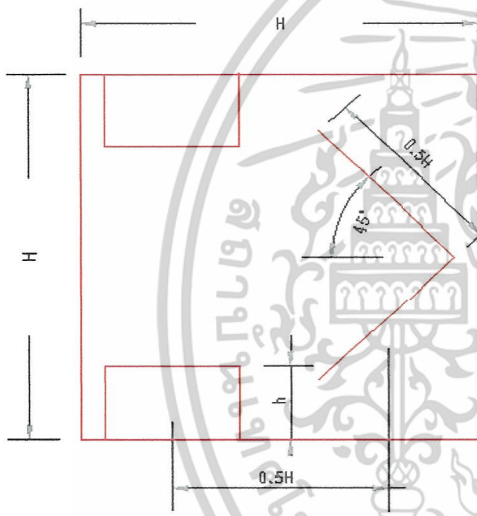
สมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน (Performance)[4] ทำได้จากสมการ

$$\eta = \frac{(Nu / Nu_o)}{(f / f_o)^{1/3}} \quad (9)$$

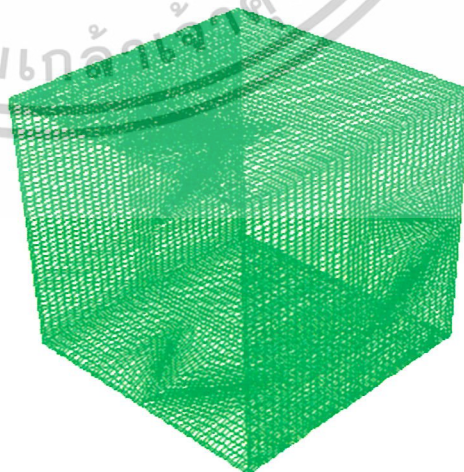
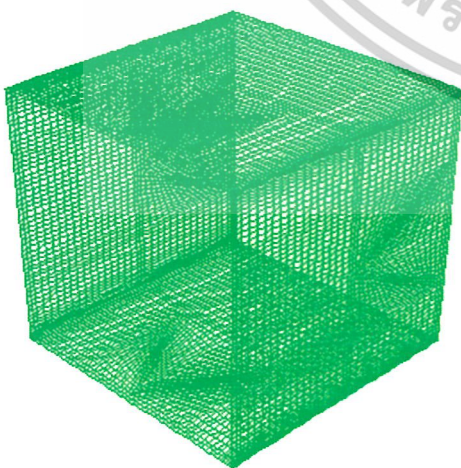
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



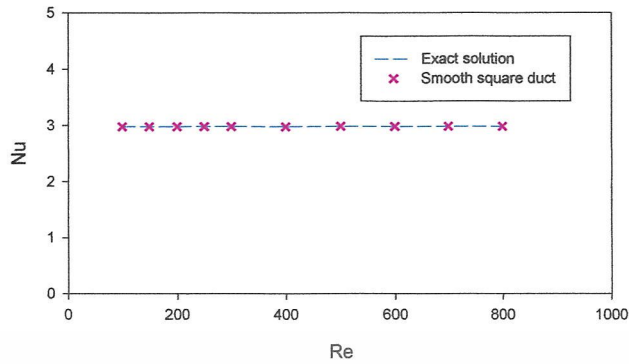
รูปที่ 1 แสดงขนาดของสัดส่วนและแบบจำลองสามมิติของท่อจตุรัสมีแผ่นกั้นแบบรูปตัววี



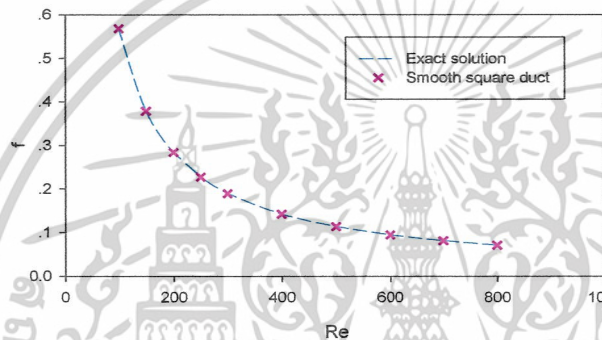
รูปที่ 2 แสดงขนาดของสัดส่วนและแบบจำลองสามมิติของท่อจตุรัสมีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีกลับด้าน



รูปที่ 3 แสดงแบบจำลองสามมิติของกริดที่ใช้ในท่อจตุรัสมีแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัย และผู้จัดทำแนะนำให้ผู้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวเลขที่นิมเบอร์ของท่อจตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง



รูปที่ 5 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง

3. การกำหนดลักษณะของปัญหา

งานวิจัยนี้กำหนดให้ท่อสี่เหลี่ยมจตุรัสติดตั้งแผ่นกั้นแบบรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้าน ทำมุมเป็นครึ่งหนึ่งของแผ่นกั้น A ที่มุมเท่ากับ $0^\circ, 45^\circ$ และ 60° มีอัตราส่วนระยะพิชระหว่างแผ่นกั้นคู่หน้ากับแผ่นกั้นคู่หลัง P/H เท่ากับ 0.500, 0.524 และ 0.547 มีอัตราส่วนความยาวของแผ่นกั้น L/H เท่ากับ 0.3, 0.4 และ 0.5 โดยที่ทั้งหมดจะใช้อัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 สำหรับการจำลองแผ่นกั้นถูกจัดวางเป็นคู่หน้าและคู่หลัง โดยที่แผ่นกั้นคู่หน้าและแผ่นกั้นคู่หลังจัดวางแบบเยื้องกัน ดังแสดงในรูปที่ 1 ถึง 3 กำหนดให้เป็น

3. การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution)

เนื่องจากผลเฉลยที่ได้เนื่องจากการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นค่าที่ได้จากการประมาณ การคำนวณย่อมมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ดังนั้นในการนำโปรแกรมมาใช้งาน ต้องมีการตรวจสอบโปรแกรมว่าให้ผลเฉลยถูกต้องหรือไม่ การตรวจสอบโปรแกรมนี้จะนำผลที่ได้จากโปรแกรมมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำ

โดยผลเฉลยแม่นยำจะได้ค่าตัวเลขที่นิมเบอร์และค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อจตุรัสที่มีอุณหภูมิผิวคงที่และการไหลแบบลามินาร์ปรับตัวเต็มที่แล้ว [1] ดังนี้

$$Nu_o = 2.98 \tag{10}$$

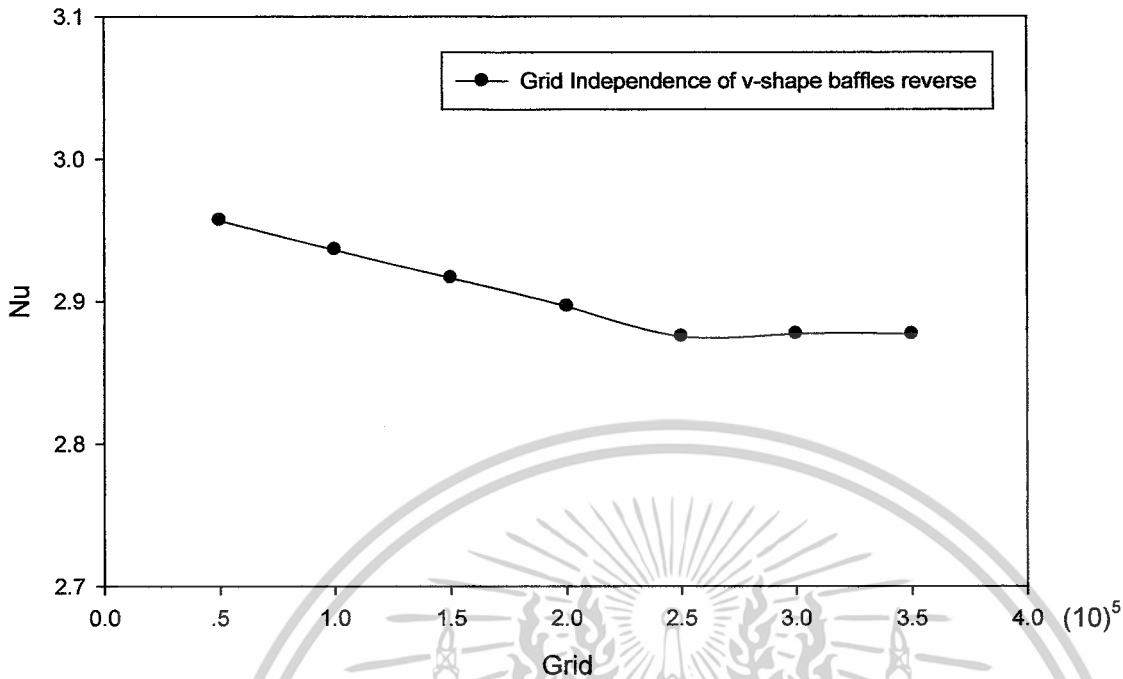
$$f_o = \frac{57}{Re} \tag{11}$$

เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากโปรแกรมจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำประมาณ 0.062% และ 0.14% ซึ่งแสดงดังรูปที่ 4 และรูปที่ 5 ผลที่ได้จากทั้งโปรแกรมและจากผลเฉลยแม่นยำให้ผลที่สอดคล้องกันอย่างดีและมีความน่าเชื่อถือได้ ทำให้ยืนยันได้ว่าแบบจำลองการไหลสามมิติ รวมทั้งโปรแกรมที่ใช้พื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมสามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการคำนวณด้านกล

2.1 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ

- 2.1.1 สภาวะทางเข้าและทางออกเป็นแบบ Periodic Translational
- 2.1.2 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังให้ความเร็วมีค่าเท่ากับศูนย์ (No-slip condition) เป็นผนังที่อยู่กับที่ (Stationary wall)
- 2.1.3 กำหนดให้ค่าฟลักซ์ความร้อนของแผ่นกั้นมีค่าเท่ากับศูนย์คือเงื่อนไขแบบอะเดียแบติก (Adiabatic boundary condition)
- 2.1.4 กำหนดให้ที่ผนังทุกด้านของท่อจตุรัสมีอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant surface temperature) ที่อุณหภูมิ 310 K

ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้ออกมาเป็นเครื่องมือในการคำนวณด้านกลเพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลในการถ่ายเทความร้อนสำหรับงานวิจัยนี้ได้ใช้

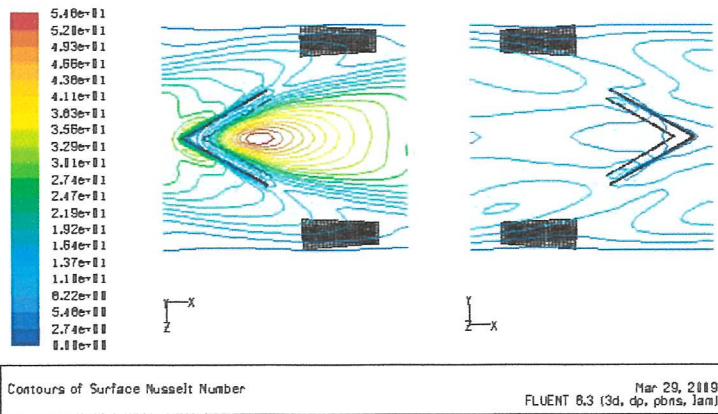


รูปที่ 6 แสดงการเปรียบเทียบของการหาความเป็นอิสระของกริดของท่อจตุรัสที่ติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีระหว่างจำนวนกริดกับค่า Nusselt ที่ผนังเบอร์

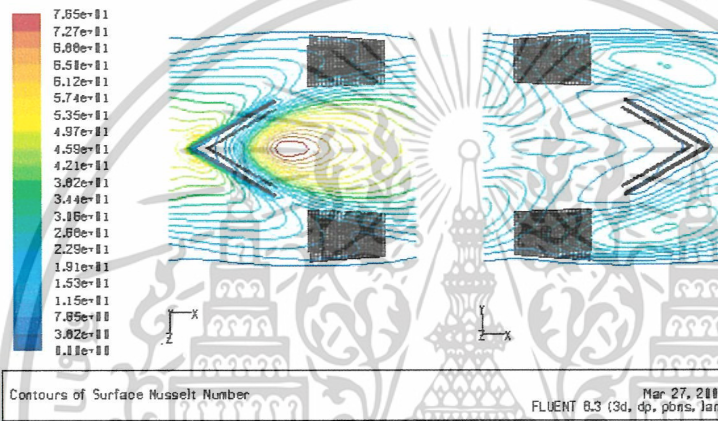
4.ความเป็นอิสระของกริด (Grid independence)

สำหรับการไหลในท่อจตุรัสที่ติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านนี้ โดเมนที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยเป็นเอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมแบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) การหาผลกระทบของกริดที่มีผลต่อคำตอบ ได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยใช้จำนวนของกริดที่แตกต่างกัน โดยการหาผลเฉลยที่ไม่ขึ้นอยู่กับกริด ทำการทดลองกริดในท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีและรูปตัววีกลับด้านที่จำนวนกริดเท่ากับ 50,000 100,000 150,000 200,000 250,000 300,000 และ 350,000 ได้ความเป็นอิสระของกริด (Grid independence) ที่จำนวนกริดเท่ากับ 250,000 ขึ้นไป แต่สำหรับการทดลองหรือการทำวิจัยนี้ใช้จำนวนกริดในการคำนวณวิธีเชิงตัวเลขเท่ากับ 150,000 เนื่องจากความสามารถทางทรัพยากรของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทำการจำลองนี้ มีจำกัด ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนจากความเป็นอิสระของกริด (Grid independence) อยู่ประมาณ 1.43% ซึ่งถือว่ายอมรับได้ ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดเท่ากับ 150,000 ไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆต่อไป

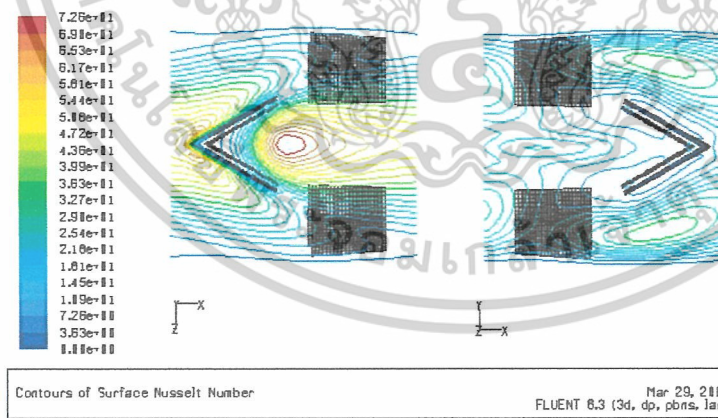
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7 แสดงแบบจำลองการกระจายของค่าเลขนัสเซลที่ผิวของท่อจตุรัสติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน โดยภาพด้านบนและภาพด้านข้าง ที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส $h/H = 0.1$



รูปที่ 8 แสดงแบบจำลองการกระจายของค่าเลขนัสเซลที่ผิวของท่อจตุรัสติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน โดยภาพด้านบนและภาพด้านข้าง ที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส $h/H = 0.2$

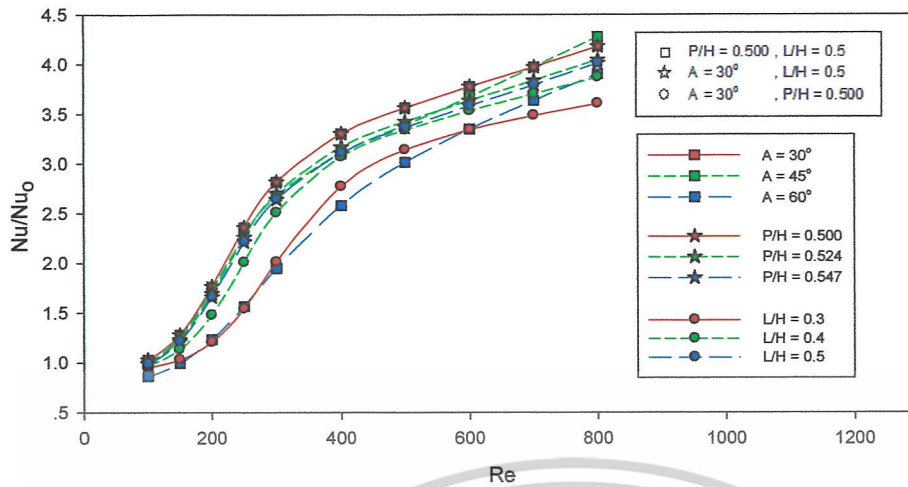


รูปที่ 9 แสดงแบบจำลองการกระจายของค่าเลขนัสเซลที่ผิวของท่อจตุรัสติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน โดยภาพด้านบนและภาพด้านข้าง ที่อัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อจตุรัส $h/H = 0.3$

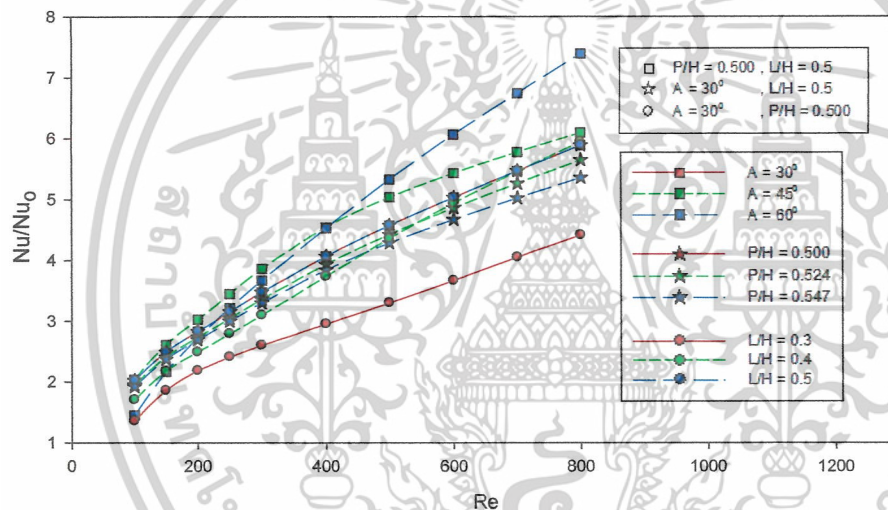
5.ผลลัพธ์จากการสร้างแบบจำลอง

จากรูปที่ 7 ถึง รูปที่ 9 แสดงแบบจำลองการกระจายของค่าเลขนัสเซลที่ผิวของท่อจตุรัสติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน ที่แต่ละอัตราส่วนความสูง (h/H) เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 ที่เลขเรย์โนลด์สเท่ากับ 800 โดยเลือกแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน ที่ให้ค่าสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนสูงสุด ซึ่งจากรูปจะเกิดค่าเลขนัสเซลที่มากที่สุดไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา

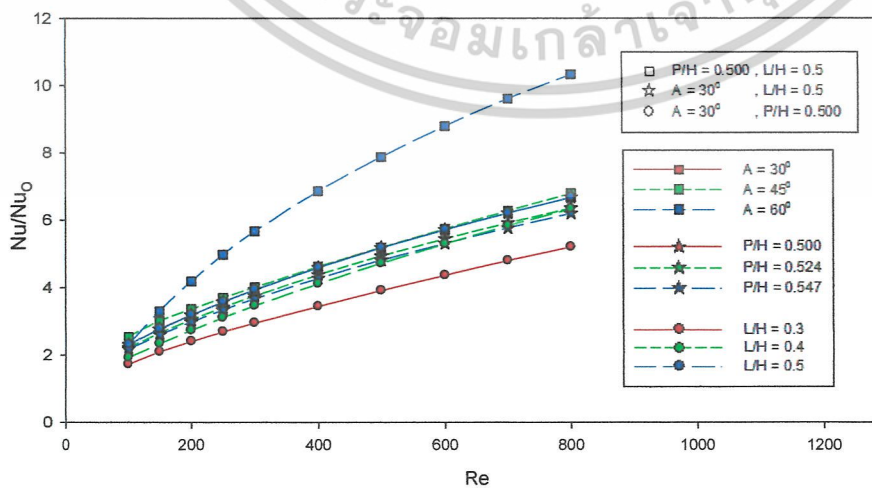
บริเวณมุมด้านหน้าและมุมด้านในของแผ่นกั้นคู่หน้าดังภาพด้านบน ส่วนแผ่นกั้นคู่หลังจะเกิดค่าเลขนัสเซลที่ต่ำ เนื่องจากอิทธิพลของกระแสการไหลอันเกิดจากการจัดวางตำแหน่งของแผ่นกั้น และการปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ ของแผ่นกั้น ขนาดของแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้านนี้ ทามุมเป็นครึ่งหนึ่ง A ที่มีมุม 30° P/H เท่ากับ 0.500 และ L/H เท่ากับ 0.4 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 10 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า Nu ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.1



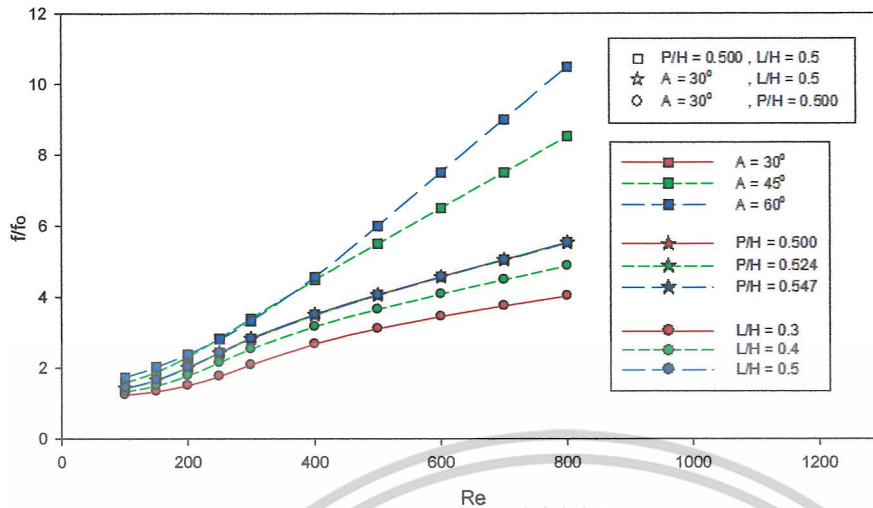
รูปที่ 11 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า Nu ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.2



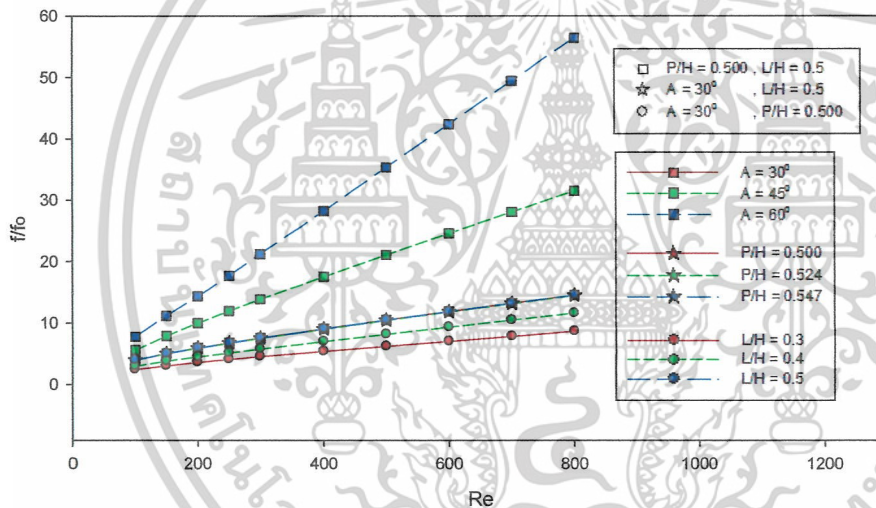
รูปที่ 12 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า Nu ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

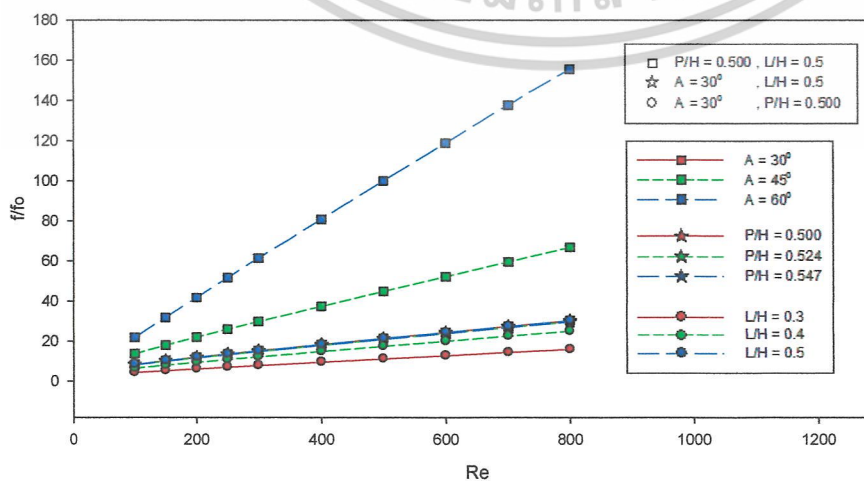
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 13 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า f ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกันรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกัน ที่ h/H เท่ากับ 0.1

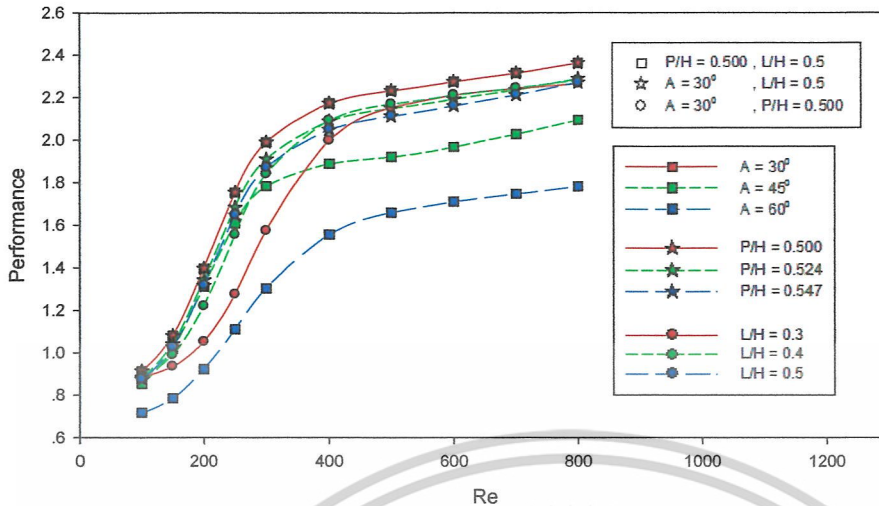


รูปที่ 14 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า f ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกันรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกัน ที่ h/H เท่ากับ 0.2

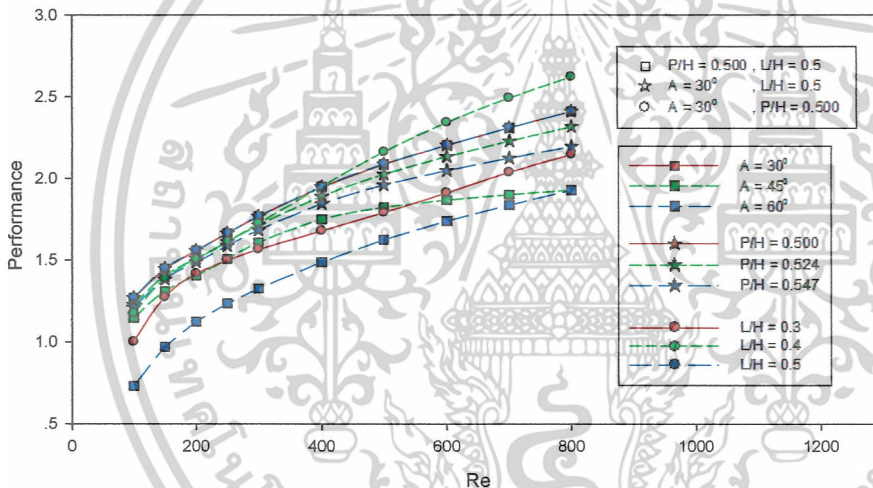


รูปที่ 15 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า f ratio ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกันรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกัน ที่ h/H เท่ากับ 0.3

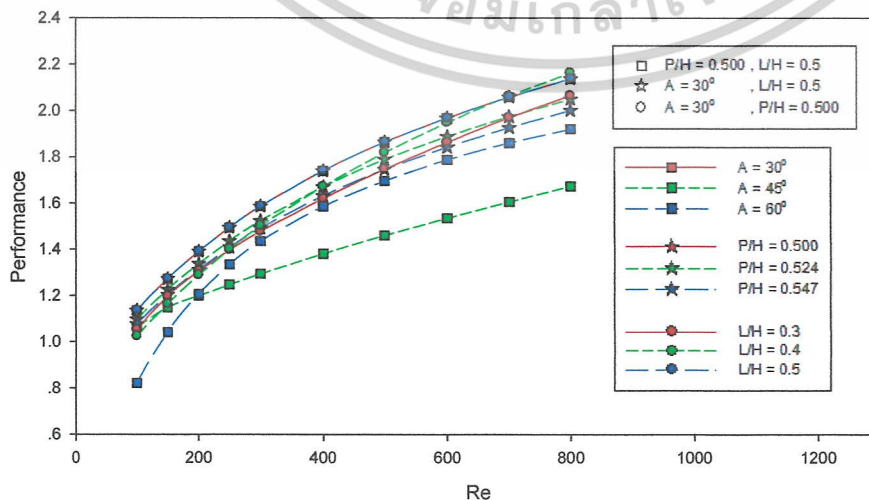
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 16 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า η ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.1



รูปที่ 17 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า η ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.2



รูปที่ 18 แสดงการแปรเปลี่ยนค่า η ของท่อจตุรัสแบบติดตั้งแผ่นกั้นรูปตัววีกลับด้าน แต่ละรูปแบบของแผ่นกั้น ที่ h/H เท่ากับ 0.3 ด้านการค่า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นาย วิทยา บุญศิลป์ เกิดวันที่ 24 มีนาคม 2528 จังหวัดอุทัยธานี โดยมีประวัติการศึกษาดังนี้
 พ.ศ. 2543-2546 ปวช. สาขาช่างกลโรงงาน วิทยาลัยเทคนิคอุทัยธานี
 พ.ศ. 2546-2548 ปวส. สาขาช่างเทคนิคการผลิต วิทยาลัยเทคนิคนครสวรรค์
 พ.ศ. 2549-2552 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

นาย จารุเกียรติ นาคเกษม เกิดวันที่ 26 พฤษภาคม 2528 จังหวัดชลบุรี โดยมีประวัติการศึกษาดังนี้
 พ.ศ. 2543-2546 ปวช. สาขาช่างยนต์ วิทยาลัยเทคนิคสัตหีบ
 พ.ศ. 2546-2548 ปวส. สาขาช่างยนต์ วิทยาลัยเทคนิคสัตหีบ
 พ.ศ. 2549-2552 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

นาย นพดล อนันตกุล เกิดวันที่ 4 มิถุนายน 2527 จังหวัดชลบุรี โดยมีประวัติการศึกษาดังนี้
 พ.ศ. 2543-2546 ปวช. สาขาช่างยนต์ วิทยาลัยเทคนิคสัตหีบ
 พ.ศ. 2546-2548 ปวส. สาขาช่างยนต์ วิทยาลัยเทคนิคสัตหีบ
 พ.ศ. 2549-2552 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้