

**สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง**

**การพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน**

**SOFTWARE DEVELOPMENT FOR BASIC SOLVING**



ร.พ.  
พว 1761  
9550

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 82789  
วัน,เดือน,ปี..... 23 ก.ค. 2551

b. 1194964  
f. ....

**ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต**

**ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์**

**คณะวิทยาศาสตร์**

**สถาบันเทคโนโลยีเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง**

**ปีการศึกษา 2550**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# SOFTWARE DEVELOPMENT FOR BASIC SOLVING



**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE  
FACULTY OF SCIENCE  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2007**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หัวข้อปัญหาพิเศษ**      การพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน  
 SOFTWARE DEVELOPMENT FOR BASIC SOLVING

**ชื่อนักศึกษา**      นางสาวพนีย์ บัวพึ่ง      47050022  
                                  นางสาวพรพิสา แสงแดง      47050023  
                                  นางสาวฤทัย เรืองลือ      47050027

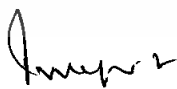
**ภาควิชา**              คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

**สาขาวิชา**            คณิตศาสตร์ประยุกต์

**อาจารย์ที่ปรึกษา**    ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ  
                                  อาจารย์วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2550

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.พนธนี พงศ์สัมพันธ์ ประธานกรรมการ	
อาจารย์ภัทรารุช จันทรเสียม กรรมการ	
ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อาจารย์วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	



(รองศาสตราจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์  
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่ บิดา-มารดา อันเป็นที่รักและเคารพ  
พจนีย์

แต่ คุณพ่อ-คุณแม่ สำหรับการสนับสนุนที่ดีมาตลอด  
พรพิสา

แต่ ครอบครัวสำหรับกำลังใจที่มีให้ตลอดมา  
ฤทัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน	
ชื่อนักศึกษา	นางสาวพจนีย์ บัวพึ้ง	47050022
	นางสาวพรพิสา แสงแดง	47050023
	นางสาวฤทัย เรืองลือ	47050027
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2550	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ	
	อาจารย์วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ	

### บทคัดย่อ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความซับซ้อนและใช้เวลาในการคำนวณด้วยมือ ประกอบกับโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีราคาค่อนข้างสูง จากเหตุผลดังกล่าวทำให้มีการพัฒนาโปรแกรมสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ในเรื่อง การหารากของสมการระบบสมการเชิงเส้น และการแยกตัวประกอบที่มีลักษณะเป็นอิสระที่มีรูปแบบเป็นเว็บเบส(Web base) ที่ใช้ภาษาพีเอชพี(PHP) เอชทีเอ็มแอล(HTML) และจาวาสคริปต์(Java Script) ที่กำหนดรูปแบบให้สามารถเพิ่มและลดโมดูล(Module) ต่างๆได้ตามความต้องการ และโปรแกรมเบื้องต้นนี้สามารถหารากของสมการพหุนามได้ไม่เกินอันดับ 5 แต่ถ้าเป็นฟังก์ชันอื่นๆ จะใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขในการคำนวณ สำหรับการแยกตัวประกอบของฟังก์ชันพหุนามสามารถทำได้ถึงอันดับ 10 และการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นที่จำนวนตัวแปรเท่ากับจำนวนสมการที่มีขนาดไม่เกิน 10

**Title** SOFTWARE DEVELOPMENT FOR BASIC SOLVING

**Students** Ms.Potchanee Buapueng 47050022  
Ms.Pornpisa Saengdaeng 47050023  
Ms.Ruethai Ruanglue 47050027

**Degree** Bachelor of Science

**Department** Mathematics and Computer Science, Faculty of Science

**Programme** Applied Mathematics

**Academic Year** 2007

**Advisor** Dr.Kanchana Kamnungkit  
Mr.Wisan Tangwongcharoen

## ABSTRACT

Mathematics problems are becoming too complicated to solve manually. While software used to find solutions are expensive, this special problem is aiming to develop software for basic solution finding such as root finding, solution finding for the system of linear equations, and factorization. This web base program created in removable modules based on php, html and javascript. The idea is to create a free ware development. This preliminary software can solve by identity equations or the numerical method. The 5th order polynomial equation can be found their roots and factorized the 10th. Finally, the roots of system of linear equations can be done but not more than 10.

## กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษ เรื่องการพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถลุล่วงไปด้วยดี ทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ ดร. กาญจนา คำนึ่งกิจ และ อาจารย์วิสันต์ ตั้งวงษ์เจริญ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่รับผิดชอบปัญหาพิเศษนี้ ที่กรุณาให้คำแนะนำ และเป็นທີ່ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหานี้ นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ได้ให้การสนับสนุนทางด้านกำลังใจ และทุนทรัพย์ ขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ให้การอบรมสั่งสอนทั้งทางทฤษฎีและทางปฏิบัติ แก่คณะผู้จัดทำและขอบคุณเพื่อน ๆ ที่ให้คำปรึกษาในด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษ มา ณ ที่นี้ด้วย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

กล่าวถึงที่มาของปัญหา วัตถุประสงค์ของการจัดทำ ขอบเขตของปัญหา พร้อมทั้งบอกถึง ประโยชน์ที่ได้รับจากโปรแกรมที่จัดทำนี้ และบอกรายละเอียดของขั้นตอนการดำเนินงาน

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ปัจจุบันการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงและประยุกต์ใช้กับงานในหลายๆด้าน โดยเฉพาะการแก้ปัญหาขั้นพื้นฐานทั่วไป ดังนั้นการมีโปรแกรมช่วยคำนวณจะช่วยให้การคำนวณมีความ สะดวกและถูกต้อง นอกจากนี้ในด้านการศึกษากการใช้โปรแกรมช่วยคำนวณยังสามารถช่วยในการตรวจ คำตอบกับการคำนวณด้วยวิธีทำโดยตรงได้ โปรแกรมที่ช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์มีมากมายหลาย โปรแกรม แต่การนำโปรแกรมมาใช้จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อโปรแกรม ที่มีราคาค่อนข้างสูง ซึ่ง อาจเป็นปัญหาต่อการใช้งานของนักศึกษา บุคคลทั่วไป สถานศึกษา และองค์กรที่มีขนาดเล็ก ที่มีปัญหา ในเรื่องของเงินทุน

ทางผู้จัดทำได้เล็งเห็นปัญหาในข้อนี้ จึงมีความต้องการจัดทำโปรแกรมแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานขึ้น เพื่อสามารถนำโปรแกรมมาใช้งานได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย นอกจากนี้ยังเป็น การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ทั้งกับตนเองและผู้อื่น

### 1.2 วัตถุประสงค์ของการทำ

- 1.2.1 นำความรู้ทางคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์มาพัฒนา โปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน
- 1.2.2 โปรแกรมสามารถ ลด เพิ่ม แก้ไข Module ในการคำนวณได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อ การใช้งานในส่วนอื่นๆ ของโปรแกรม
- 1.2.3 ผู้ใช้ทั่วไปสามารถใช้งานโปรแกรมได้โดยไม่เสียค่าลิขสิทธิ์
- 1.2.4 สามารถเป็นแนวทางเพื่อ พัฒนาโปรแกรมต่อไป

### 1.3 ข้อจำกัดและขอบเขตของปัญหา

โครงการพิเศษนี้เป็นการศึกษา และจัดทำโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ซึ่ง สามารถให้บริการผ่านทางอินเทอร์เน็ต

- 1.3.1 ส่วนของผู้ดูแลระบบ ผู้ดูแลระบบจะแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

- 1.3.1.1 ผู้ดูแลระบบหลัก สามารถจัดการได้ทั้งส่วนของ โมดูลและผู้ดูแลระบบทั่วไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3.1.2 ผู้ดูแลระบบทั่วไปสามารถจัดการได้เฉพาะส่วนของโมดูลเท่านั้น

### 1.3.2 ส่วนการคำนวณของโปรแกรม

1.3.2.1 การหารากของสมการ จะแบ่งเป็น 2 ส่วนด้วยกัน คือ

1.3.2.1.1 การหารากสมการพหุนาม สามารถคำนวณได้กำลังสูงสุด คือกำลังห้า โดยสมการพหุนามกำลังห้าสามารถคำนวณได้เฉพาะรูปแบบ

$$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

โดยที่ a, b, c, d, e เป็น จำนวนจริง

1.3.2.1.2 การหารากสมการทั่วไป จะใช้วิธีทาง Numerical ในการคำนวณ

ซึ่งการกรอก Input สามารถกรอกฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้

เช่น ตรีโกณมิติ เอ็กซ์โปเนนเชียล ลอการิทึม เป็นต้น โดยจะมีรูปแบบ

ในการกรอกให้ผู้ใช้ดู ซึ่งจะอยู่ใน Help

1.3.2.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น

สามารถแก้สมการที่จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรเท่านั้น โดยการกรอกค่าสัมประสิทธิ์จะกรอกเป็นจำนวนจริงเท่านั้น

1.3.2.3 การแยกตัวประกอบ

สามารถแยกตัวประกอบได้สูงสุดกำลังสิบ และเป็นสมการพหุนามตัวแปรเดียว การกรอก Input เป็นจำนวนจริงเท่านั้นที่ไม่มี Operator ทางคณิตศาสตร์

### 1.3.3 ส่วนของผู้ใช้

1.3.3.1 ผู้ใช้สามารถเข้าใช้งาน โปรแกรมในส่วนของการคำนวณ ได้โดยไม่ต้องทำการ Login

1.3.3.2 หากผู้ใช้เกิดปัญหาในการใช้โปรแกรมสามารถติดต่อกับผู้ดูแลระบบผ่านทาง Contact us ซึ่งจะเป็นรูปแบบของการส่งเมลล์

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้โปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน

1.4.2 เป็นแนวทางและต้นแบบสำหรับผู้ที่จะนำไปพัฒนาต่อไป

1.4.3 สะดวกสำหรับผู้ที่ต้องการนำโมดูลใหม่ๆมาเพิ่มในโปรแกรม

1.4.4 ประหยัดค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อ โปรแกรม

1.4.5 เนื่องจากเป็น โปรแกรมที่รันผ่านอินเทอร์เน็ตทำให้สะดวกในการใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

- 1.5.1 ทบทวนเนื้อหาเรื่องการหารากของสมการ ระบบสมการเชิงเส้น และ การแยกตัวประกอบ
- 1.5.2 วางแผนและออกแบบ โปรแกรม
- 1.5.3 นำความรู้ในเรื่องการหารากของสมการ ระบบสมการเชิงเส้น และการแยกตัวประกอบ มาประยุกต์ใช้กับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์
- 1.5.4 เขียน โปรแกรม
- 1.5.5 ทดสอบและแก้ไขโปรแกรม
- 1.5.6 สรุปการทำงานของโปรแกรม
- 1.5.7 จัดทำรูปแบบการนำเสนอ
- 1.5.8 ทำเอกสาร อธิบายการใช้งานของโปรแกรม

นอกเหนือจากเนื้อหาภายในบทที่หนึ่งแล้ว ยังประกอบด้วยเนื้อหาจากบทอื่น ๆ อีกซึ่งมีดังนี้บทที่ 2 เป็นเรื่องของหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 เป็นเรื่องของการวิเคราะห์และออกแบบโปรแกรม บทที่ 4 เป็นเรื่องของโปรแกรมและการทดสอบ บทที่ 5 เป็นเรื่องของการสรุปผลการทำงานของระบบและข้อเสนอแนะ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

กล่าวถึงหลักการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในเรื่องของการหาราก เราใช้การแก้สมการกำลังสอง สมการกำลังสาม สมการกำลังสี่ สมการกำลังห้าบางรูปแบบ ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน และระเบียบวิธีของซีแคนต์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้น เราพิจารณาโดยใช้หลักการของเกาส์ ส่วนในเรื่องการแยกตัวประกอบนั้นเรานำเอาทฤษฎีเศษเหลือมาใช้ในการหาคำตอบ

#### 2.1 เอกลัญจน์พีชคณิต

กฎหรือสูตรเพื่อการกระจาย

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3(a^2b + ab^2)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3(a^2b - ab^2)$$

กฎหรือสูตรเพื่อการแยกตัวประกอบ

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots b^{n-1})$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots b^{n-1})$$

#### 2.2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับค่ารากของสมการ

ฟังก์ชัน  $f(x)$  จะมีค่ารากของสมการก็ต่อเมื่อสามารถหาค่า  $x$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  นี้มีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะกล่าวว่า  $f(x)$  มีค่าราก และเรียกค่า  $x$  นี้ว่า ค่ารากของสมการ  $f(x) = 0$

เนื่องจากในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์นั้น มีสมการหรือฟังก์ชันที่ไม่ได้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย แก้สมการแก้สมการหาค่าราก ดังนั้นจึงมีหลักในการวิเคราะห์ค่ารากของสมการเพื่อช่วยให้การแก้ปัญหา มีความสะดวกมากยิ่งขึ้น

#### การวิเคราะห์ค่ารากของสมการ

1. สมการนั้นมีค่ารากที่เป็นจำนวนจริง(Real Roots) หรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สมการนั้นมีค่ารากของสมการเพียงค่าเดียว (Single Roots) หรือมีหลายค่า (Multiple Roots)
3. ถ้าสมการมีค่าราก จะหาค่ารากได้อย่างไร

**สมการพหุนาม** คือสมการที่เขียนในรูป  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกและ  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$  เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนามกำลัง  $n$  โดยที่  $a_n \neq 0$  ในการหาคำตอบของสมการพหุนามกำลัง  $n$  นั้นทำได้โดยพยายามเขียน

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

ให้อยู่ในรูปผลคูณของพหุนามกำลัง 1

### 2.2.1 การแก้สมการกำลังสอง (Quadratic equation)

สำหรับสมการกำลังสองที่เขียนในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $a \neq 0$  การหาคำตอบของสมการดังกล่าวทำได้ดังนี้

จาก  $ax^2 + bx + c = 0$  โดยที่  $a \neq 0$   
จะได้

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

ถ้า  $b^2 - 4ac \geq 0$  จะได้  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 = 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \left(x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = 0$$

ดังนั้น  $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  หรือ  $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

แต่ถ้า  $b^2 - 4ac < 0$  จะได้  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{(4ac - b^2)(-1)}{4a^2}\right)^2 = 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}i\right)^2 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}i\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}i\right) = 0$$

ดังนั้น  $x = \frac{-b \pm \sqrt{4ac - b^2}i}{2a}$

หรือ  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}i}{2a}$

นั่นคือ คำตอบของสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a \neq 0$  คือ

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{เมื่อ } b^2 - 4ac \geq 0$$

และคือ  $\frac{-b \pm \sqrt{|b^2 - 4ac|}i}{2a}$  เมื่อ  $b^2 - 4ac < 0$

### 2.2.2 การแก้สมการกำลังสาม (Cubic equation)

**ทฤษฎีบท** : ทุกพหุนามกำลังสามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง จะมีรากจริงอย่างน้อยรากหนึ่ง

**พิสูจน์** : เราสามารถแปลงพหุนามกำลังสามทุกพหุนาม ให้อยู่ในรูปแบบ  $a(t^3 + pt + q)$

ได้เสมอ จึงเพียงพอที่จะพิสูจน์ทฤษฎีบทเฉพาะกรณีของพหุนามในรูปแบบ  $a(t^3 + pt + q)$

ให้  $P(t) = t^3 + pt + q$  โดยที่  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนจริง แล้วจะแสดงว่ามีจำนวนจริง

$\alpha$  ที่ทำให้  $t^3 + pt + q = (t - \alpha)(t^2 + \beta t + \gamma)$

ให้  $t = u + v$  เป็นรากของพหุนาม  $t^3 + pt + q$  นั่นคือสมมติว่ารากอยู่ในรูปแบบ  $u + v$

แล้วจะหา  $u$  และ  $v$  ซึ่งจะได้

$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0$$

แต่การสมมติรากดังกล่าว เราต้องการให้ได้สมการที่ไม่มีพจน์กำลังหนึ่งและกำลังสอง จึงให้

$$3uv + p = 0 \quad \text{และได้ } u^3 + v^3 = -q \quad \text{ทำให้ได้ระบบสมการ}$$

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ uv = -\frac{p}{3} \end{cases} \quad \text{ซึ่งแสดงว่า } u^3 \text{ และ } v^3 \text{ เป็นรากของสมการ}$$

$$y^2 + qy - \frac{p^3}{27} = 0 \quad \text{นั่นคือ } \{u^3, v^3\} = \left\{ \frac{-3\sqrt{3}q \pm \sqrt{27q^2 + 4p^3}}{6\sqrt{3}} \right\}$$

**การหารากของพหุนามกำลังสาม**  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

ในกระบวนการของคาร์ดานถ้าเราให้  $x = t - \frac{b}{3a}$  แล้ว  $P(x)$  จะเขียนได้ในรูปพหุนาม กำลังสาม

ในตัวแปร  $t$  ซึ่งไม่มีพจน์กำลังสองดังนี้

$$P(x) = P\left(t - \frac{b}{3a}\right) = t^3 + pt + q$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าให้  $t = u + v$  เป็นรากของพหุนาม  $t^3 + pt + q$  แล้วจากการพิสูจน์ของทฤษฎีบท แสดงว่า  $uv = -\frac{p}{3}$  ทำให้ได้ว่า  $u = -\frac{p}{3v}$  หรือ  $v = -\frac{p}{3u}$  ดังนั้นรากของสมการพหุนาม  $t^3 + pt + q$  จะอยู่ในรูปแบบ

$$t = u + v = u - \frac{p}{3u} \quad \text{หรือ} \quad t = u + v = v - \frac{p}{3v} \quad \dots\dots\dots(1)$$

นอกจากนี้การพิสูจน์ของทฤษฎีบท 2.3.2 ยังแสดงว่า  $u^3$  และ  $v^3$  จะเป็นรากของพหุนาม

$$y^2 + qy - \frac{p^3}{27} \quad \text{ทำให้ได้ว่า}$$

$$\{u^3, v^3\} = \left\{ -\frac{1}{2} \left[ q + \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right], -\frac{1}{2} \left[ q - \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right] \right\}$$

ซึ่งแสดงว่า  $u$  และ  $v$  จะเป็นรากของพหุนามกำลังสาม

$$P_1(z) = z^3 + \frac{1}{2} \left[ q + \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right] \quad \text{หรือ} \quad P_2(z) = z^3 + \frac{1}{2} \left[ q - \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right]$$

ตามลำดับ แล้วโดยทฤษฎีบท พหุนามทั้งสองจะมีรากจริงอย่างน้อยหนึ่งรากสำหรับแต่ละพหุนาม ให้  $A$  และ  $B$  เป็นรากจริงของพหุนาม  $P_1(z)$  และ  $P_2(z)$  ตามลำดับ แล้วเซตของรากทั้งหมดของ  $P_1(z)$  คือ  $\{A, \omega A, \omega^2 A\}$  ส่วนเซตของรากทั้งหมดของ  $P_2(z)$  คือ  $\{B, \omega B, \omega^2 B\}$

โดยที่  $\omega$  คือรากปฐมฐาน  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$  ซึ่งเป็นรากที่ 3 ของ 1 โดย (1) เราจะได้เซตทั้งหมดของรากของ  $t^3 + pt + q$  คือ

$$\left\{ A - \frac{p}{3A}, \omega A - \frac{p}{3\omega A}, \omega^2 A - \frac{p}{3\omega^2 A} \right\}$$

$$\text{หรือ} \quad \left\{ B - \frac{p}{3B}, \omega B - \frac{p}{3\omega B}, \omega^2 B - \frac{p}{3\omega^2 B} \right\}$$

แต่เซตทั้งสองเป็นเซตเดียวกันเพราะ  $\omega^2 = \frac{1}{\omega}$  และ  $\omega = \frac{1}{\omega^2}$  ทำให้ได้

$$A - \frac{p}{3A} = B - \frac{p}{3B} = A + B,$$

$$\omega A - \frac{p}{3\omega A} = \omega B - \frac{p}{3\omega B} = \omega A + \omega^2 B,$$

$$\text{และ} \quad \omega^2 A - \frac{p}{3\omega^2 A} = \omega^2 B - \frac{p}{3\omega^2 B} = \omega^2 A + \omega B$$

ทำให้ได้ว่า

$$\begin{aligned} \{A + B, \omega A + \omega^2 B, \omega^2 A + \omega B\} &= \left\{ A - \frac{p}{3A}, \omega A - \frac{p}{3\omega A}, \omega^2 A - \frac{p}{3\omega^2 A} \right\} \\ &= \left\{ B - \frac{p}{3B}, \omega B - \frac{p}{3\omega B}, \omega^2 B - \frac{p}{3\omega^2 B} \right\} \end{aligned}$$

เป็นเซตทั้งหมดของรากของ  $t^3 + pt + q$  เพราะฉะนั้นเซตของรากทั้งหมดของ  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  คือ  $\left\{ A + B - \frac{b}{3a}, \omega A + \omega^2 B - \frac{b}{3a}, \omega^2 A + \omega B - \frac{b}{3a} \right\}$

### 2.2.3 การแก้สมการกำลังสี่ (Quartic equation)

สำหรับการแก้สมการกำลังสี่ที่เขียนอยู่ในรูป  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  นั้นจะอาศัยผลจากการหาคำตอบของสมการกำลังสามมาช่วยด้วยอีกทีหนึ่ง

จาก  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

$$x^4 + ax^3 = -bx^2 - cx - d$$

บวกด้วย  $\frac{a^2 x^2}{4}$  ทั้งสองข้าง

$$\left(x^2 + \frac{ax}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{4} - b\right)x^2 - cx - d$$

จากนั้นจะแบ่งได้เป็น 2 กรณีคือ

1. ถ้าทางขวามืออยู่ในรูป  $(px - q)^2$  หรืออยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$\therefore x^2 + \frac{ax}{2} = \pm(px + q)$$

$$\text{จะได้ว่า } x^2 + \frac{ax}{2} + px + q = 0 \text{ หรือ } x^2 + \frac{ax}{2} - px - q = 0$$

$$\text{นั่นคือ } f(x) = \left(x^2 + \frac{ax}{2} + px + q\right)\left(x^2 + \frac{ax}{2} - px - q\right) = 0$$

2. ถ้าทางขวามือไม่ใช่กำลังสองสมบูรณ์จะทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์โดยบวกด้วย

$$y\left(x^2 + \frac{ax}{2}\right) + \frac{y^2}{4} \text{ ทั้งสองข้าง}$$

$$\left(x^2 + \frac{ax}{2}\right) + \frac{y^2}{2} = \left(\frac{a^2}{4} - b + y\right)x^2 + \left(-c + \frac{ay}{2}\right)x + \left(-d + \frac{y^2}{4}\right)$$

เราจะหาค่า  $y$  ที่ทำให้ทางขวามือเป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$\therefore \left(-c + \frac{ay}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{a^2}{4} - b + y\right)\left(-d + \frac{y^2}{4}\right) = 0$$

$$y^3 - by^2 + (ac - 4d)y + 4bd - a^2d - c^2 = 0$$

แก้สมการกำลังสามหาค่า  $y$  ออกมาจากนั้นแทนค่า  $y$  ลงไปจะได้

$$\left(\left(x^2 + \frac{ax}{2}\right) + \frac{y}{2}\right)^2 = (px + q)^2$$

$$\text{เมื่อ } p^2 = \frac{a^2}{4} - b + y, 2pq = -c + \frac{ay}{2}, q^2 = -d + \frac{y^2}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{ax}{2} + \frac{y}{2} = \pm(px + q)$$

$$\text{นั่นคือ } f(x) = \left(x^2 + \frac{ax}{2} + \frac{y}{2} + px + q\right)\left(x^2 + \frac{ax}{2} + \frac{y}{2} - px - q\right) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.4 การแก้สมการกำลังห้า (Quintic equation)

จากทฤษฎีของ Abel's Impossibility นั้นกล่าวไว้ว่า สมการพหุนามที่มีดีกรีเกินสี่ขึ้นไปนั้นไม่สามารถเขียนผลเฉลยให้อยู่ในรูปแบบพีชคณิตที่มีจำนวนจำกัดของการบวก, ลบ, คูณ,หารและการถอดรากได้

ดังนั้นการแก้สมการกำลังห้าที่เขียนอยู่ในรูปแบบ  $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  นั้น ไม่มีรูปแบบเฉพาะในการคำนวณหาคำตอบ จึงอาศัย Lin-Bairstow algorithm มาเป็นแนวทางในการเขียนโปรแกรมในการคำนวณ ซึ่ง Lin-Bairstow algorithm มีรูปแบบดังนี้

begin

integer (i, j, k, n1, n2, m1);

array (b, c[0 : n + 1]);

BAIRSTOW

for i:= 0 (1) n ; b[i] := a[i]

b[n+1] := 0 ; n2 := entire((n + 1) / 2)

n1 := 2 \* n2

for m1 := 1 (1) n2 ; begin p := 0 ; q := 0

for k := 1 (1) K ; begin

step: for i := 1 (1) n1 ; c[i] := b[i]

for j := n1 - 2, n1 - 4 ; begin

for i := 0 (1) j ; begin

c[i+1] := c[i+1] - p \* c[i]

c[i+2] := c[i+2] - q \* c[i] end end

r0 := c[n1] ; r1 := c[n1 - 1]

s0 := c[n1 - 2] ; s1 := c[n1 - 3]

v0 := -q \* s1 ; v1 := s0 - s1 \* p

det0 := v1 \* s0 - v0 \* s1

if (abs(det0) < eps0) ; begin

p := p + 1 ; q := q + 1 ; go to step end

det1 := s0 \* r1 - s1 \* r0

det2 := r0 \* v1 - v0 \* s1

incrp := det1 / det0 ; incrq := det2 / det0

p := p + incrp ; q := q + incrq

if (abs(r0) < eps1) ; begin

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if (abs(r1) < eps1) ; begin
ex[m1] := 1 ; go to next end end
if (abs(incrp) < eps2) ; begin
if (abs(incrq) < eps2) ; begin
ex[m1] := 2 ; goto next end end
if (abs(incrp / p) < eps3) ; begin
if (abs(incrq / q) < eps3) ; begin
ex[m1] := 3 ; go to next end end end
ex[m1] := 4
next:  S := p/2 ; T := (S * S) - q
if (T >= 0) ; begin T := sqrt(T)
nat[m1] := 1 ; x[m1] := S + T
y[m1] := S - T end
if (T < 0) ; begin nat[m1] := -1 ; x[m1] := S
y[m1] := sqrt(-T) end
if (ex[m1] := 4) ; go to out
for j := 0 (1) (n1 - 2) ; begin
b[j+1] := b[j+1] - p * b[j]
b[j+2] := b[j+2] - q * b[j] ; end
n1 := n1 - 2 ; if (n1 < 1)
out:  begin m := m1 ; return end
if (n1 < 3) ; begin
m1 := m1 + 1 ; ex[m1] := f
p := b[1] / b[0] ; q := b[2] / b[0]
go to next end
end end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.5 ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton – Raphson Method)

การหาค่ารากโดยระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายวิธีหนึ่ง จุดเริ่มต้นของวิธีนี้มีจุดเดียว เมื่อเริ่มต้นที่จุดหนึ่ง เราหาเส้นสัมผัสเส้นโค้ง จุดต่อไป จะเป็นจุดที่เส้นสัมผัสตัดกับแกน  $x$  เมื่อได้จุดใหม่แล้วเราคำนวณระเบียบวิธีต่อไปเรื่อย ๆ

**ทฤษฎีบท** ให้  $f \in C^2[a, b]$  ถ้าที่  $f(p) = 0$  แต่  $f'(P) \neq 0$  แล้วจะมี  $\delta > 0$  ที่ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน สร้างลำดับ  $\{P_n\}_{n=1}^{\infty}$  ที่ลู่เข้าสู่ค่า  $P$  สำหรับทุกค่าประมาณ  $P_0 \in [P - \delta, P + \delta]$

**พิสูจน์** จากระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน

$$P_n = P_{n-1} - \frac{f(P_{n-1})}{f'(P_{n-1})}, n \geq 1$$

$$f'(P) \neq 0, f' = g(P_{n-1}) \text{ เมื่อ } g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

ต้องแสดงว่า  $k \in (0, 1)$  และที่  $g$  ส่งจากช่วง  $[P - \delta, P + \delta]$  ไปยังตัวมันเอง

เนื่องจาก  $f'(P) \neq 0, f'$  ต่อเนื่อง

จะมี  $\delta_1 > 0$  ซึ่ง  $f'(P) \neq 0, \forall x \in [P - \delta_1, P + \delta_1] \subset [a, b]$

$\therefore g$  มีค่าและต่อเนื่องบนช่วง  $[P - \delta_1, P + \delta_1]$

$$\therefore g'(x) = 1 - \left( \frac{f'(x)f'(x) - f(x)f''(x)}{(f'(x))^2} \right)$$

$$= \left( \frac{f(x)f''(x)}{(f'(x))^2} \right), x \in [P - \delta_1, P + \delta_1]$$

เนื่องจาก  $f \in C^2[a, b] \therefore g \in C[P - \delta_1, P + \delta_1]$

จาก  $f(P) = 0 |g'(x)| \leq k, \forall x \in [P - \delta_1, P + \delta_1], \therefore g'(P) = 0$

จาก  $g'$  ต่อเนื่อง สำหรับ  $0 < k < 1$

จะมี  $\delta > 0$  ที่  $0 < \delta < \delta_1$  และ  $|g'(x)| \leq k, \forall x \in [P - \delta, P + \delta]$

$g: [P - \delta, P + \delta] \rightarrow [P - \delta, P + \delta]$

ถ้า  $x \in [P - \delta, P + \delta]$  จากทฤษฎีค่ากลาง ( Mean Value Theorem ) จะมี  $c$  อยู่ระหว่าง  $x$  และ  $P$  ที่

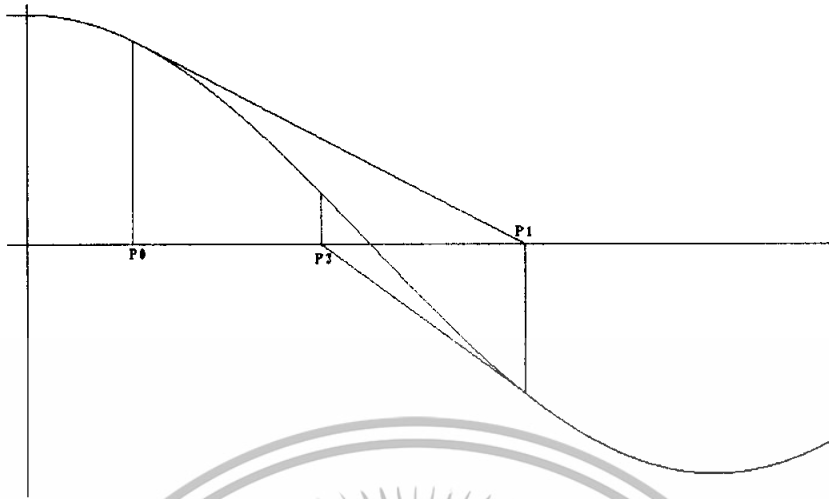
$$|g(x) - g(P)| = |g'(c)| |x - P|$$

$$|g(x) - P| = |g'(c)| |x - P| \leq k |x - P| < |x - P|$$

$a_1$ , เนื่องจาก  $x \in [P - \delta, P + \delta]$  จะได้ว่า  $|x - P| < \delta$

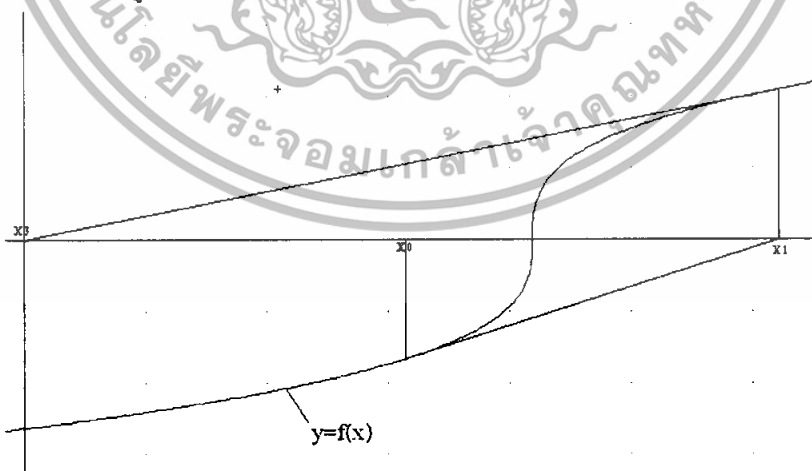
และ  $|g(x) - P| < \delta$  จะได้ว่า  $P - \delta < g(x) < P + \delta$

## ขั้นตอนระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน



รูปที่ 2.1 วิธีนิวตัน-ราฟสัน

1. กำหนดค่า  $P_0$
  2. กำหนดค่า  $f(x)$  หา  $f(P)$
  3. กำหนดค่า  $f'(x)$  หา  $f'(P)$
  4. 
$$P_n = P_{n-1} - \frac{f(P_{n-1})}{f'(P_{n-1})}$$
  5. หา  $f(P_n)$  และ  $f'(P_n)$
  6. ย้อนกลับไปทำข้อ 4 ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งถึงเงื่อนไขที่กำหนด
- การใช้ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันนั้น สิ่งสำคัญคือจุดเริ่มต้น ถ้าจุดเริ่มต้น ห่างจากค่ารากมากเกินไประเบียบวิธีอาจจะไม่ลู่เข้า



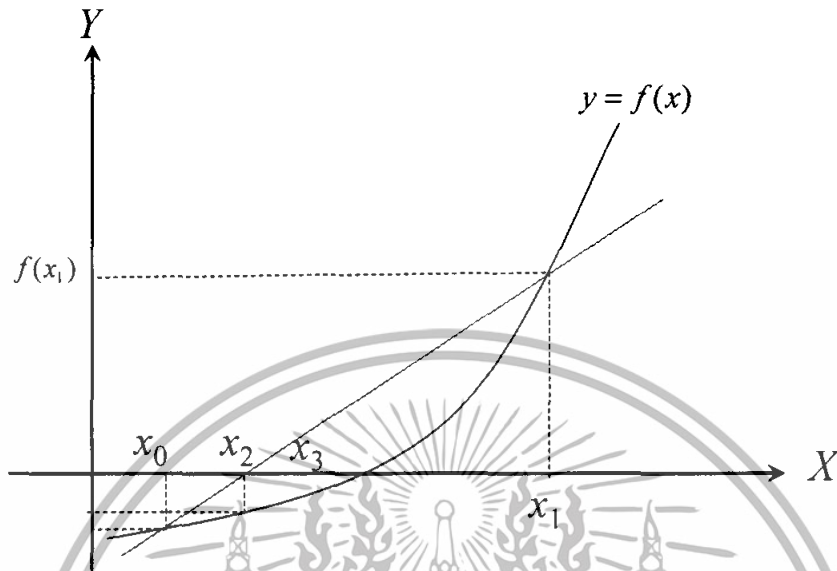
รูปที่ 2.2 ภาพแสดงจุดเริ่มต้นที่ไม่ลู่เข้า

นอกจากนี้เราสามารถนำระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันมาหาค่าประมาณของ  $\sqrt[m]{a}$  นั่นคือ ถ้า  $x$  เป็นค่าประมาณดังกล่าว เราจะได้  $x^m = a \Rightarrow x^m - a = 0 \Rightarrow f(x) = x^m - a$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.6 Secant Method (ระเบียบวิธีเซแคนต์)

เป็นระเบียบวิธีที่ใช้หลักการและขั้นตอนเดียวกันกับระเบียบวิธีของนิวตัน ยกเว้นวิธีการหาค่าเชิงอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จะใช้การประมาณค่าความชันโดยการคำนวณค่าฟังก์ชันที่จุด  $x_0$  และ  $x_1$  แทน



รูปที่ 2.3 วิธีเซแคนต์

เมื่อทราบค่า  $x_n$  และ  $x_{n-1}$  แล้วจะประมาณค่า  $m = f'(x_{n-1})$  ด้วย

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

$$x_2 = x_1 - \frac{y_1}{m}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

ดังนั้นรูปแบบของวิธีเซแคนต์คือ

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})(x_{n-1} - x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}, f(x_{n-1}) \neq f(x_{n-2})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ขั้นตอนการคำนวณของ Secant Method

1. กำหนดค่าเริ่มต้น  $x_0$  และ  $x_1$
2. คำนวณค่า  $f(x_0)$  และ  $f(x_1)$
3. เริ่มการทำซ้ำรอบที่ 1 (1<sup>st</sup> iteration ( $n=n+1$ )) โดยการนำค่าทั้งหมดที่คำนวณไปแทนในสูตรเพื่อหาค่า  $x_2$

$$x_n = x_{n-1} - y_{n-1} \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{y_{n-1} - y_{n-2}}$$

4. ทำการตรวจสอบ error โดยการเปรียบเทียบ  $|x_2 - x_1| < error$  หรือไม่  
YES : ได้  $x_2$  เป็นรากของสมการ  
NO : ทำขั้นตอนต่อไป
5. ทำการตรวจสอบจำนวนรอบ โดยการเปรียบเทียบ  $n >$  จำนวนรอบที่กำหนดหรือไม่  
YES : ได้  $x_2$  เป็นรากของสมการ  
NO : กลับไปทำในขั้นตอนที่ 2 เพื่อคำนวณหาค่า  $f(x)$  ตัวต่อไป

### สรุป Secant Method

- ระเบียบวิธีเซแคนต์ถือได้ว่าเป็นระเบียบวิธีของนิวตันแบบหนึ่งแต่มีประสิทธิภาพการคำนวณที่ง่ายกว่า
- อย่างไรก็ตาม ถ้าการประมาณค่าของฟังก์ชัน  $x$  ที่ติดกันมีค่าใกล้กันมาก อาจทำให้ Round-off error ขึ้นได้ วิธีที่จะหลีกเลี่ยงการเกิด error มีด้วยกัน 2 วิธีคือ
  1. ให้ทำการคงค่าใดค่าหนึ่งไว้ไม่ให้เปลี่ยนแปลง หรือ
  2. แทนค่า  $x$  ด้วยการบวกค่าคงที่ที่มีค่าน้อย ๆ (เช่น 0.00001) ที่ได้มีการกำหนดไว้ตั้งแต่แรกเข้าไป

### 2.3 ระบบสมการเชิงเส้น (System of Linear Equation)

สมการเชิงเส้นทั่วไป มีรูปแบบดังนี้

$$b = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad \text{----- (2.2.1)}$$

โดยที่  $b$  และ  $a_i, i = 1, 2, \dots, n$  เป็นจำนวนจริง

สมการ (2.2.1) เป็นสมการที่  $n$  ตัวแปร คือ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ผลเฉลยของสมการคือ  $s_1, s_2, \dots, s_n$  ซึ่งเมื่อแทนค่า  $x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots, x_n = s_n$  ลงในสมการแล้วสมการเป็นจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าเราพิจารณาสมการเชิงเส้นหลายๆ สมการพร้อมๆ กัน จะเรียกว่า ระบบสมการเชิงเส้น โดยผลเฉลยที่ได้ต้องสอดคล้องกับทุกสมการที่นำมาพิจารณา เช่น ระบบสมการเชิงเส้น  $m$  สมการและ  $n$  ตัวแปร คือ ระบบสมการที่อยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad \text{----- (2.2.2)}$$

$a_{ij}, b_i$  เป็นจำนวนจริง ;  $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$

ถ้า  $x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots, x_n = s_n$  สอดคล้องกับสมการทั้ง  $m$  สมการใน ( 2.2.2 ) แล้ว เราจะกล่าว ว่า  $s_1, s_2, \dots, s_n$  เป็น ผลเฉลย ( **solution** ) ของระบบสมการเชิงเส้น (2.2.2)

ถ้าระบบสมการเชิงเส้น (2.2.2) ไม่มีผลเฉลย เราเรียกระบบสมการเชิงเส้น (2.2.2) ว่า **ระบบไม่สอดคล้อง** ( **inconsistent** ) และถ้ามีผลเฉลยเราจะเรียกว่า **ระบบสอดคล้อง** ( **consistent** )

ถ้า  $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$  เราเรียกระบบสมการว่า **ระบบเอกพันธ์** ( **homogeneous system** ) และผลเฉลย  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$  ของระบบเอกพันธ์จะเรียกว่า **ผลเฉลยชัด** ( **trivial solution** ) และผลเฉลยที่ไม่ใช่ผลเฉลยชัดจะเรียกว่า **ผลเฉลยไม่ชัด** ( **non-trivial solution** )

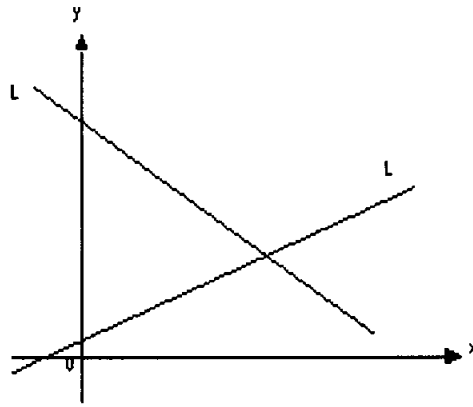
เมื่อพิจารณาถึงผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น จะพบว่ามีได้ 3 แบบ คือ

1. มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียว (unique solution)
2. มีผลเฉลยเป็นจำนวนอนันต์ (infinitely many solution)
3. ไม่มีผลเฉลย (no solution)

เราลองพิจารณาระบบสมการเชิงเส้นที่มี 2 สมการและ 2 ตัวแปร ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 & (a_1 \neq 0, b_1 \neq 0) \\ a_2x + b_2y &= c_2 & (a_2 \neq 0, b_2 \neq 0) \end{aligned}$$

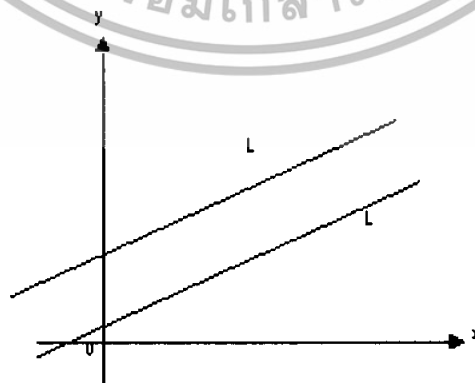
กราฟของสมการทั้งสองนี้ ก็คือ เส้นตรง 2 เส้น สมมติให้เป็น  $L_1$  และ  $L_2$  ตามลำดับ ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นนี้ ก็คือ  $x, y$  ซึ่งสอดคล้องกับสมการทั้งสอง ซึ่งก็คือ จุดตัดของเส้นตรง  $L_1$  และ  $L_2$  นั่นเอง รูปกราฟข้างล่างนี้จะแสดงความเป็นไปได้ของผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นข้างต้น



รูปที่ 2.4 มีผลเฉลยเดียว



รูปที่ 2.5 มีผลเฉลยเป็นจำนวนอนันต์



รูปที่ 2.6 ไม่มีผลเฉลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบสมการเชิงเส้นที่มี 3 สมการและ 3 ตัวแปร

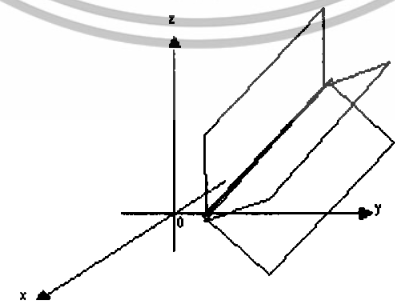
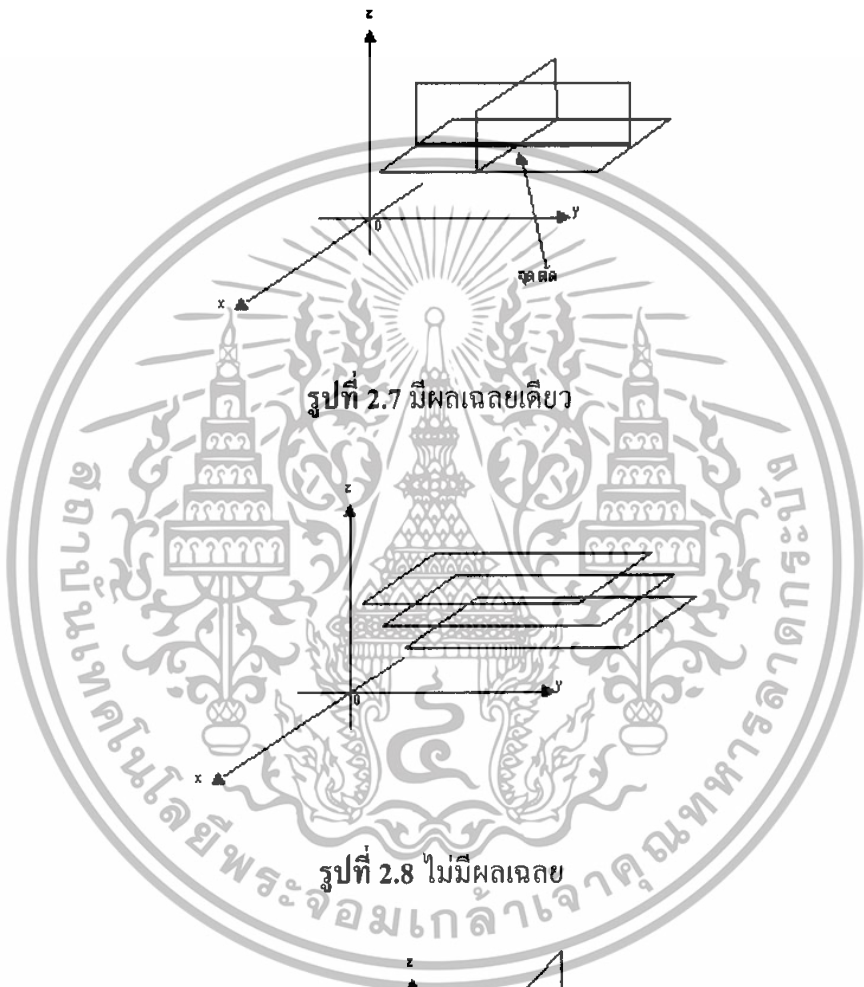
$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \dots(1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \dots(2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \dots(3)$$

โดยที่  $a, b,$  และ  $c,$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมๆ กัน

สมมติว่า สมการ (1) , (2) และ (3) มีกราฟเป็นระนาบ  $p_1, p_2$  และ  $p_3$  ตามลำดับ



**รูปที่ 2.9 มีผลเฉลยเป็นจำนวนอนันต์**

ต่อไปนี้จะเปลี่ยนรูปแบบของระบบสมการเชิงเส้นมาเป็นรูปแบบของเมทริกซ์จากระบบสมการเชิงเส้น

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

$a_{ij}, b_i$  เป็นจำนวนจริง ;  $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$  ระบบสมการ  $m$  สมการ  $n$  ตัวแปรเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้  $AX = B$  โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์  $A$  นี้จะเรียกว่า **เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ (coefficient matrix)** ของระบบสมการเชิงเส้น และจะเรียกเมทริกซ์ที่เกิดจากการเพิ่มสมาชิกของเมทริกซ์  $B$  ต่อท้ายสมาชิกของเมทริกซ์  $A$  ซึ่งเขียนแทนด้วย  $[A:B]$  ว่า **เมทริกซ์แต่งเติม (augmented matrix)** นั่นคือ

$$[A:B] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & : & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & : & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & : & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & : & b_m \end{bmatrix}$$

ถ้า  $A$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $n \times n$  แล้ว  $Ax = B$  ก็จะเป็นระบบสมการเชิงเส้นที่มี  $n$  สมการ และ  $n$  ตัวแปร สมมติว่าเมทริกซ์  $A$  เป็นเมทริกซ์ที่หาตัวผกผันได้ นั่นคือ มี  $A^{-1}$  จะได้

$$A^{-1}(Ax) = A^{-1}B$$

$$x = A^{-1}B$$

ดังนั้น  $x$  จะเป็นผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดซึ่ง มีผลเฉลยเดียวเท่านั้น

การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น โดยวิธีการกำจัดสามารถใช้กับระบบสมการเชิงเส้นที่มี  $m$  สมการ  $n$  ตัวแปร กล่าวคือ จำนวนสมการและจำนวนตัวแปรไม่จำเป็นจะต้องเท่ากัน โดยวิธีหาผลเฉลยที่จะนำเสนอ มีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.1 วิธีการลดตัวแปรของเกาส์ ( Gaussian elimination )

วิธีการลดตัวแปรของเกาส์เป็นวิธีการที่เปลี่ยนรูปจากระบบสมการ  $Ax = B$  เป็นเมทริกซ์เส้นทแยงบน  $Bx = C$  จากระบบสมการ  $Bx = C$  นี้ จะสามารถหาค่า  $x_n$  ได้ทันทีต่อนั้นจึงใช้ค่า  $x_n$  แทนในสมการถัดขึ้นไปได้ค่า  $x_{n-1}$  และนำเอาค่าที่ได้แทนในสมการถัดขึ้นไปเรื่อย ๆ จนได้ค่าของ  $x$  ทุกค่า วิธีการแทนค่าในสมการถัดขึ้นไปนี้เรียกว่า การแทนค่าย้อนกลับ ด้วยเหตุนี้จึงมีผู้เรียกวิธีนี้ว่า การลดตัวแปรของเกาส์และแทนค่าย้อนกลับ

วิธีการลดตัวแปรของเกาส์จะเปลี่ยนรูปแบบ  $Ax = B$  เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน  $Bx = C$  ดังนี้

$$[B:C] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} : c_1 \\ 0 & b_{22} & \cdots & b_{2n} : c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{nn} : c_n \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่าย้อนกลับจะได้

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{c_n}{b_{nn}} \\ x_{n-1} &= \frac{c_{n-1} - b_{n-1n}x_n}{b_{n-1n-1}} \\ &\vdots \\ x_2 &= \frac{c_2 - b_{2n}x_n - b_{2n-1}x_{n-1} - \cdots - b_{23}x_3}{b_{22}} \\ x_1 &= \frac{c_1 - b_{1n}x_n - b_{1n-1}x_{n-1} - \cdots - b_{12}x_2}{b_{11}} \end{aligned}$$

ในการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น โดยวิธีกำจัดเกาส์เขียนนั้น เราสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แต่อย่างไรก็ตามวิธีการหาผลเฉลยดังกล่าวจะถูกกำหนดให้เป็นวิธีที่ลดการสะสมของค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปัดเศษ ( round-off error )

เราทราบว่าเมทริกซ์ใดๆสามารถลดรูป เป็นเมทริกซ์ขั้นบันไดลดรูปตามแถวได้โดยใช้วิธีการกำจัดเกาส์เขียน ซึ่งในการคำนวณตามวิธีนี้มีปัญหาในการคำนวณเกี่ยวกับค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปัดเศษ โดยเฉพาะเมื่อเป็นการหารด้วยจำนวนที่มีค่าน้อยๆเช่น  $\frac{1}{0.00074} \approx 1351$  ในขณะที่  $\frac{1}{0.0007} \approx 1429$  ดังนั้นเพื่อเป็นการหลีกเลี่ยงปัญหาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปัดเศษ เราจึงใช้วิธีที่เรียกว่าวิธีการกำจัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เกาส์เซียนกับตัวหลัก (Gaussian elimination with pivoting) ซึ่งวิธีนี้มีแนวคิดใหม่ในเรื่องของตัวหาร กล่าวคือ จะหารด้วยจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากที่สุดในแถวตั้งนั้นๆ

วิธีการกำจัดเกาส์เซียนกับตัวหลัก (Gaussian elimination with pivoting)

ตัวอย่าง

$$0.0002x_1 - 0.00031x_2 + 0.0017x_3 = 0.00609$$

$$5x_1 - 7x_2 + 6x_3 = 7$$

$$8x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 2$$

ผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้วิธีการกำจัดเกาส์เซียนกับตัวหลักจะทำได้ดังนี้

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0.0002 & -0.00031 & 0.0017 & 0.00609 \\ 5 & -7 & 6 & 7 \\ \boxed{8} & 6 & 3 & 2 \end{array} \right]$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0.75 & -0.375 & 0.25 \\ 5 & -7 & 6 & 7 \\ 0.0002 & -0.00031 & 0.0017 & 0.00609 \end{array} \right] \begin{array}{l} \frac{1}{8}R_1 \rightarrow R_1 \\ \frac{1}{8}R_1 \rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0.75 & -0.375 & 0.25 \\ 5 & -7 & 6 & 7 \\ 0.0002 & -0.00031 & 0.0017 & 0.00609 \end{array} \right] \begin{array}{l} \frac{1}{8}R_1 \rightarrow R_1 \\ \frac{1}{8}R_1 \rightarrow R_3 \end{array}$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0.75 & -0.375 & 0.25 \\ 0 & 1 & -0.382 & -0.532 \\ 0 & -0.00046 & 0.00163 & 0.00604 \end{array} \right] -\frac{1}{10.8}R_2 \rightarrow R_2$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0.75 & -0.375 & 0.25 \\ 0 & 1 & -0.382 & -0.532 \\ 0 & 0 & \boxed{0.00145} & 0.0058 \end{array} \right] 0.00046R_2 + R_3 \rightarrow R_3$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0.75 & -0.375 & 0.25 \\ 0 & 1 & -0.382 & -0.532 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 4.00 \end{array} \right] \frac{1}{0.00145}R_3 \rightarrow R_3$$

ดังนั้นคำตอบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x_3 = 4.03$$

$$x_2 = 1.2$$

$$x_1 = 2.006$$

จากโจทย์จะมีผลเฉลยแม่นยำตรงคือ  $x_1 = -2, x_2 = 1$  และ  $x_3 = 4$

ดังนั้นด้วยวิธีการกำจัดเกาส์เทียบกับตัวหลักจะมีอัตราร้อยละของค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์

$$\left| \frac{0.004}{1} \right| \times 100 = 0.4\%$$

แต่ถ้าหากเราหาคำตอบจากระเบียบวิธี Gaussian Elimination จะได้คำตอบ คือ

$$x_3 = 4.03$$

$$x_2 = 1.26$$

$$x_1 = -1.8$$

ดังนั้นอัตราร้อยละของค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์

$$x_1 : \left| \frac{-0.2}{2} \right| \times 100 = 10\%$$

$$x_2 : \left| \frac{0.26}{1} \right| \times 100 = 26\%$$

$$x_3 : \left| \frac{0.03}{4} \right| \times 100 = 75\%$$

จากค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากทั้งสองวิธีจะเห็นได้ว่าหากเราใช้วิธีการกำจัดเกาส์เทียบกับตัวหลักจะได้ค่าคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่ามาก

มีเมทริกซ์บางเมทริกซ์ซึ่งเมื่อเราเปลี่ยนแปลงสมาชิกในเมทริกซ์เพียงเล็กน้อยแต่กลับมีผลให้ผลเฉลยเปลี่ยนแปลงไปมากเราเรียกเมทริกซ์เหล่านี้ว่าเป็นเมทริกซ์ที่มีสถานะเลว (ill-conditioned)

พิจารณาระบบสมการ

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + 1.005x_2 = 0$$

เราจะได้ผลเฉลยแม่นยำตรง คือ  $x_1 = 201$  และ  $x_2 = -200$  แต่ถ้าให้สัมประสิทธิ์ของระบบสมการมีเลขน้อยสำคัญเท่ากับ 3 ดังนั้นเราจะได้ระบบสมการเป็น

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 + 1.01x_2 = 0$$

ซึ่งจะทำให้ได้ผลเฉลยแม่นยำตรง คือ  $x_1 = 101$  และ  $x_2 = -100$  จะเห็นว่าเมื่อสัมประสิทธิ์ของสมาชิกในเมทริกซ์เปลี่ยนแปลงไป  $\frac{0.005}{1.005} \approx 0.5\%$  มีผลทำให้ผลเฉลยเปลี่ยนแปลงไปประมาณ 50%

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.4 การแยกตัวประกอบ (Factorizing)

การแยกตัวประกอบเป็นพื้นฐานสำคัญที่นำไปสู่การแก้สมการพหุนาม การแยกตัวประกอบมักไม่มีรูปแบบตายตัว แต่มีรูปแบบทั่วไปหลาย ๆ แบบที่ช่วยในการแยกตัวประกอบได้ ดังนี้

### 2.4.1 ตัวประกอบร่วม (Common Monomial Factor)

ตัวประกอบที่ยังไม่ถูกแยก

$$ax + ay$$

$$ax - ay$$

$$ax + ay + az$$

$$ax + ay - az$$

ตัวประกอบที่ถูกแยกแล้ว

$$a(x + y)$$

$$a(x - y)$$

$$a(x + y + z)$$

$$a(x + y - z)$$

### 2.4.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามสามพจน์ธรรมดา (Factorizing a simple Trinomial)

พิจารณากรณีที่  $a = 1$  จะได้ว่า พหุนามสามพจน์คือ  $x^2 + bx + c$

พิจารณาตัวอย่างการแยกตัวประกอบต่อไปนี้

พหุนามที่ยังไม่ถูกแยก	พหุนามที่แยกตัวประกอบแล้ว	ข้อสังเกต
$x^2 + 11x + 28$	$= (x + 4)(x + 7)$	$4 \times 7 = 28, \quad 4 + 7 = 11$
$y^2 - 15y + 36$	$= (y - 3)(y - 12)$	$(-3)(-12) = 36, \quad (-3) + (-12) = -15$
$a^2 - 7a - 30$	$= (a + 3)(a - 10)$	$3(-10) = -30, \quad 3 + (-10) = -7$
$b^2 + 13b - 30$	$= (b + 15)(b - 2)$	$15(-2) = -30, \quad 15 + (-2) = 13$

จากข้อสังเกต เราสรุปเป็นหลักการได้โดยง่ายว่า ถ้า  $x^2 + bx + c$  ถ้าสามารถแยกได้เป็น  $(x + u)(x + v)$  จะสอดคล้องเงื่อนไขคือ  $uv = c$  และ  $u + v = b$

### 2.4.3 ผลต่างกำลังสอง (Difference of squares)

เป็นการแยกตัวประกอบที่อยู่ในรูปแบบ  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

วิธีนี้เราจะพยายามมองให้พหุนามอยู่ในรูปยกกำลังสอง แล้วใช้สูตรดังกล่าว

### 2.4.4 กำลังสองสมบูรณ์ และ กำลังสามสมบูรณ์

มีรูปแบบพหุนาม ดังนี้

กำลังสองสมบูรณ์

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

กำลังสามสมบูรณ์

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.5 ผลต่างกำลังสาม และ ผลบวกกำลังสาม (Sum and Difference of cubes)

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

### 2.4.6 การจับกลุ่มแบบสามพจน์ทั่วไป

รูปทั่วไปของพหุนามสามพจน์ คือ  $ax^2 + bx + c$  โดยที่  $a \neq 1$  และ  $a \neq 0$

วิธีการแยกตัวประกอบแบบนี้ คือ ใช้วิธีจับกลุ่ม โดยแบ่งเทอมกลาง  $bx$  เป็นสองส่วน ดังนี้

$ax^2 + bx + c = ax^2 + ux + vx + c$  โดยที่  $uv = ac, u + v = b$  เมื่อ  $u, v$  เป็นจำนวนเต็มโดยหาได้จากตัวประกอบของผลคูณของ  $ac$

### 2.4.7 การทำกำลังสองสมบูรณ์

เป็นรูปแบบที่ทั่วไปที่สุด สามารถใช้ได้กับทุกข้อ ในการแยกตัวประกอบพหุนามสามพจน์  
 คีรี 2 พิจารณาดังนี้

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left( \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right) \\ &= a \left( x + \frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \right) \left( x + \frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \right) \\ &= a \left( x + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( x + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \end{aligned}$$

### 2.4.8 การแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้ทฤษฎี

1. ทฤษฎีเศษเหลือ (Remainder Theorem) ถ้า  $P(x)$  เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง และ  $a$  เป็นค่าคงตัว แล้ว  $P(a)$  จะเป็นเศษจากการหารของพหุนาม  $P(x) \div (x - a)$

ถ้า  $P(a) = 0$  แสดงว่า  $x - a$  หาร พหุนาม  $P(x)$  ได้ลงตัว

2. ทฤษฎีตัวประกอบ (Factor Theorem) ถ้า  $P(x)$  เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง และ  $a$  เป็นค่าคงที่ จะได้  $x - a$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $P(x)$  ก็ต่อเมื่อ  $P(a) = 0$

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $x^3 + x^2 - 7x - 3$

วิธีทำ ให้  $P(x) = x^3 + x^2 - 7x - 3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } P(-3) &= (-3)^3 + (-3)^2 - 7(-3) - 3 \\ &= -27 + 18 + 21 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

นั่นคือ  $x - (-3) = x + 3$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของพหุนาม  $x^3 + x^2 - 7x - 3$   
 ถ้าพหุนาม  $Q(x)$  เป็นตัวประกอบที่เหลือของพหุนาม  $x^3 + x^2 - 7x - 3$   
 จะได้ว่า  $P(x) = (x+3)Q(x)$   
 เราสามารถหา  $Q(x)$  จากการหารสังเคราะห์ ดังนี้

$$\begin{array}{r} -3 \overline{) 1 \quad 1 \quad -7 \quad -3} \\ \underline{-3 \quad -6 \quad 3 \quad -3} \\ 1 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \end{array}$$

จึงได้  $Q(x) = x^2 - 2x - 1$  มีเศษเหลือคือ 0  
 นั่นคือ สามารถแยกตัวประกอบของ  $x^3 + x^2 - 7x - 3 = (x+3)(x^2 - 2x - 1)$

## 2.5 โครงสร้าง Web base Application

### 2.5.1. ภาษา HTML

#### โครงสร้างพื้นฐานของ HTML

โครงสร้างของ HTML จะประกอบไปด้วยส่วนของคำสั่ง 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็น ส่วนหัว (Head) และส่วนที่เป็นเนื้อหา (Body) โดยมีรูปแบบคำสั่งดังนี้

```
<HTML>
<HEAD>
<TITLE> ชื่อ โปรแกรมหรือข้อมูลที่ต้องการแสดงในส่วนหัว </TITLE>
</HEAD>
<BODY>
คำสั่งหรือข้อความที่ต้องการให้แสดง
</BODY>
</HTML>
```

#### การจัดโครงสร้างแฟ้มเอกสาร

ในความง่ายของภาษา HTML นั้นเพราะภาษานี้ไม่มีโครงสร้างใด ๆ มากำหนดนอก จากโครงสร้างพื้นฐานเท่านั้น หรือ แม้แต่จะไม่มีโครงสร้าง พื้นฐานอยู่ โปรแกรมที่เขียนขึ้นมานั้นก็สามาร เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำงานได้เสมือนมี โครงสร้างทั้งนี้เป็นเพราะ ว่าตัวโปรแกรม เว็บเบราว์เซอร์ จะมองเห็นทุกสิ่งทุกอย่างใน โปรแกรม HTML เป็นส่วนเนื้อหาทั้งสิ้น ยกเว้นใน ส่วนหัว ที่ต้อง มีการกำหนด แยกออกไปให้เห็นชัดเท่านั้น จะเขียน คำสั่ง หรือ ข้อความที่ ต้องการ ให้แสดง อย่างไรก็ได้ เป็นเสมือนพิมพ์งานเอกสารทั่ว ๆ ไปเพียง แต่ ทำตำแหน่ง ใดมีการ ทำตำแหน่ง พิเศษขึ้นมา เว็บเบราว์เซอร์ถึงจะแสดงผล ออกมาตามที่ ถูกกำหนด โดยใช้คำสั่งให้ตรงกับ รหัสที่กำหนดเท่านั้น

### การแสดงผลที่เว็บเบราว์เซอร์

หลังจากมีการพิมพ์โปรแกรมนี้เสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้บันทึกเป็น ไฟล์ที่มีนามสกุล .htm หรือ .html จากนั้นให้เรียกโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ขึ้นมาทำการทดสอบ ข้อมูลที่เราสร้างจะถูก นำมาที่ออกมาแสดงที่จอภาพ ถ้าไม่เขียนอะไรผิด บนจอภาพก็จะแสดงผลตามนั้น ถ้าเรามีการปรับปรุงแก้ไขข้อมูลในโปรแกรมเดิม ให้อยู่ในรูปของ โปรแกรมใหม่ ก็จำเป็น ต้อง โหลดโปรแกรมขึ้นมาใหม่ เพียงแต่เลื่อนเมาส์ไปคลิกที่ปุ่ม Refresh โปรแกรมก็จะทำการ ประมวลผลและแสดงผลออกมาใหม่ ในคำสั่ง HTML ส่วนใหญ่ใช้ตัวเปิด เป็นเครื่องหมาย น้อยกว่า < ตามด้วยคำสั่ง และปิดท้ายด้วยเครื่องหมายมากกว่า > และมีตัวปิดที่มีรูปแบบเหมือนตัวเปิดเสมอ เพียงแต่จะมีเครื่องหมาย / อยู่หน้าคำสั่งนั้น ๆ เช่น คำสั่ง <BODY> จะมี </BODY> เป็นคำสั่งปิด เมื่อใดที่ผู้เขียนลืมหรือพิมพ์คำสั่งผิด จะส่งผลให้การทำงานของโปรแกรม ผิดพลาดทันที

### คำสั่งเริ่มต้นสำหรับ HTML

คำสั่งหรือ Tag ที่ใช้ในภาษา HTML ประกอบไปด้วยเครื่องหมายน้อยกว่า <ตามด้วย ชื่อคำสั่ง และปิดท้ายด้วยเครื่องหมายมากกว่า> เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ตกแต่งข้อความ เพื่อ การแสดงผลข้อมูล โดยทั่วไปคำสั่งของ HTML ส่วนใหญ่จะอยู่เป็นคู่ มีเพียงบาง คำสั่งเท่านั้น ที่มีรูปแบบคำสั่งอยู่เพียงตัวเดียว ในแต่ละคำสั่ง จะมีคำสั่งเปิดและปิด คำสั่งปิดของแต่ละคำสั่งจะมีรูปแบบเหมือนคำสั่งเปิด เพียงแต่จะเพิ่ม / (Slash) นำหน้าคำสั่ง ปิดให้ดู แตกต่าง เท่านั้น และในคำสั่งเปิดบางคำสั่ง อาจมีส่วนขยายอื่นผสมอยู่ด้วย ในการเขียนด้วยตัวอักษร เล็กหรือใหญ่ ทั้งหมดหรือเขียนปนกันก็ได้ไม่มีผลอะไร

### การเติมสีสันให้เอกสาร

ผลการแสดง ที่เกิดขึ้น บนเว็บเพจ เราจะพบว่าเอกสาร ทั่วไปแล้วตัวอักษร ที่ปรากฏบนจอภาพ จะเป็น ตัวอักษรสีดำ บนพื้น สีเทา ถ้าเรา ต้องการ ที่จะ เปลี่ยนสี ของตัวอักษร หรือ สีของ จอภาพ เราสามารถ ทำ ได้โดย การกำหนด แอททริบิวต์ (Attribute) ของตัวอักษร สิ่งที่ต้องการนี้ จะเป็น กลุ่มตัวเลข ฐาน 16 จำนวน 3 ชุด โดยชุดที่ หนึ่ง ทำหน้าที่ แทนค่าสีแดง ชุดที่สอง ทำหน้าที่ แทนสีเขียว และชุดที่สาม ทำหน้าที่แทนสี น้ำเงิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**สีของพื้นฉากหลัง**

รูปแบบ <BGCOLOR = "#สีที่ต้องการ">

**สีของตัวอักษรบนเว็บ**

รูปแบบ <Text = "#รหัสสี">

**สีของตัวอักษรเฉพาะที่**

รูปแบบ <FONT COLOR="#สีที่ต้องการ">...</FONT>

**สีของตัวอักษรที่เป็นจุดคลิกเมาส์**

รูปแบบ <LINK="#รหัสสี" ALINK="#รหัสสี" VLINK"#รหัสสี">

กำหนดอยู่ในส่วนของ BODY โดยกำหนดให้

LINK = สีของตัวอักษรก่อนมีการคลิก

ALIGN = สีของตัวอักษรขณะถูกคลิก

VLINK = สีของอักษรหลังจากคลิกแล้ว

**รูปแบบ ของตัวอักษร****หัวเรื่อง**

รูปแบบ <Hx>ข้อความ</Hx>

**ขนาดตัวอักษร**

รูปแบบ <FONT SIZE=ขนาดตัวอักษร>ข้อความ</FONT>

**ตัวหนา (Bold)**

รูปแบบ <B>ข้อความ</B>

**ตัวเอน (Italic)**

รูปแบบ <I>ข้อความ</I>

**ตัวขีดเส้นใต้ (Underline)**

รูปแบบ <U>ข้อความ</U>

**แบบของตัวอักษร**

รูปแบบ <FONT FACE="font name">ข้อความ</FONT>

**ขนาด Font ทั้งเอกสาร**

รูปแบบ < Basefont size="ขนาดตัวอักษร">

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอักษรแบบพิเศษ

### รูปแบบ

< แทนด้วย &lt;

> แทนด้วย &gt;

& แทนด้วย &amp;

" แทนด้วย &quot;

เว้นวรรค แทนด้วย &nbsp;

## การจัดรูปแบบโฮมเพจ

### การขึ้นบรรทัดใหม่

รูปแบบ <BR>

เป็นคำสั่งสำหรับการสั่งให้แสดงผลในบรรทัดใหม่ให้ใส่คำสั่งนี้ ในตำแหน่งที่เราต้องการ ให้การแสดงผลข้อมูลนั้นขึ้นบรรทัดใหม่

### ย่อหน้าใหม่

รูปแบบ <P ALIGN=align type>ข้อความ</P>

โดย align type สามารถ ใช้ CENTER, LEFT หรือ RIGHT ก็ได้

### เส้นคั่น

รูปแบบ <HR ALIGN=xx COLOR=xx SIZE=xx WIDTH=xx NOSHADE>

การกำหนดค่า

<ALIGN> = CENTER, LEFT, RIGHT

COLOR = ตามสีที่เราต้องการ เป็นรหัสสี R-G-B

SIZE = เป็นตัวเลข บอกขนาด 1 ถึง 7 และ -1 ถึง -7

WIDTH = กำหนด ความหนา ของเส้นเป็น เปอร์เซนต์

NOSHADE = กำหนด ให้เส้น เป็น เส้นทึบ

## การสร้างแบบฟอร์ม

### รูปแบบของฟอร์ม

รูปแบบ <FORM METHOD="..." ACTION="..." ENCTYPE"..."></FORM>

METHOD=GET/POST โดย GET จะส่งได้ไม่เกิน 255 ตัวอักษร ส่วนใหญ่ใช้ส่งค่าตัวแปรและ URL และ POST จะส่งข้อความไปได้ไม่จำกัด ซึ่งนิยมใช้มากกว่า GET

### การสร้างแบบฟอร์ม

รูปแบบ <INPUT TYPE=TEXT NAME="..." SIZE=n MAXLENGTH=n VALUE="...">

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- TYPE=TEXT เป็นการกำหนดค่าให้แสดงตัวรับข้อมูลแบบ TEXT
- NAME="..." ชื่อหัวข้อ เพื่อบอกให้รู้ว่า ค่าที่ได้รับกลับมานั้น เกี่ยวกับอะไร
- SIZE=n เป็นจำนวนขนาดของช่องรับข้อความค่าปกติ 20 ตัวอักษร
- MAXLENGTH=n เป็นจำนวนตัวอักษรที่รับได้สูงสุดในช่องรับนั้น ๆ
- VALUE="..." ข้อความที่อยู่ระหว่างเครื่องหมายคำพูดจะ ปรากฏอยู่ในช่องรับข้อมูลให้โดยอัตโนมัติ

### ช่องป้อนรหัสผ่าน

รูปแบบ < INPUT TYPE=PASSWORD NAME="..." SIZE=n MAXLENGTH=n VALUE="...">

ในช่องที่กรอกรหัสหน้าจอ จะแสดงเป็นสัญลักษณ์ "\*" เครื่องหมายดอกจันแทน เพื่อป้องกันไม่ให้คนอื่นมองเห็น

### ปุ่ม Radio Button

รูปแบบ <INPUT TYPE=RADIO NAME="..." VALUE="..." CHECKED>

ปุ่มเลือกแบบนี้สามารถเลือกได้เพียง ปุ่มเดียวเท่านั้น คำสั่ง CHECKED นั้นมีไว้เพื่อกำหนด ให้ตัวเลือก ถูกเลือก ไว้ก่อนแล้ว

### Checkbox

รูปแบบ < INPUT TYPE=CHECKBOX NAME="..." VALUE="..." CHECKED>

ปุ่มเลือก แบบนี้ สามารถเลือก หลายปุ่ม คำสั่ง CHECKED สามารถกำหนด ได้หลายตัว

### ตัวรับข้อมูลแบบ TEXTAREA

รูปแบบ < TEXTAREA NAME="..." ROWS=n COLS=n WRAP=OFF/VIRTUAL/SOFT/PHYSICAL/HARD >

.....TEXT

</TEXTAREA>

เราสามารถกำหนดขนาดของกรอกรับข้อความ ได้ด้วยตัวเอง

- ROWS=n n หมายถึง จำนวนบรรทัดที่ต้องการ
- COLS=n n หมายถึง จำนวนความกว้างของกรอกรับข้อความ มีหน่วยเป็น 50 ตัวอักษร
- รูปแบบการปิดคำ(Wrap) ปกติไม่ได้ตั้งไว้เราสามารถกำหนดได้ 3 วิธี คือ
  - WRAP=OFF ค่าปกติ ไม่มีการปิดคำขึ้นบรรทัดใหม่ ข้อความจะถูกพิมพ์ไปเรื่อย ๆ จนกว่าผู้กรอกจะ กด Enter
  - WRAP=VIRTUAL หรือ WRAP=SOFT ปิดคำเมื่อสิ้นสุดกรอกรับข้อความ แต่เป็นการปิดคำแบบหลอก ๆ เฉพาะต่อหน้าผู้กรอกเท่านั้น
  - WRAP=PHYSICAL หรือ WRAP=HARD ปิดคำเมื่อสิ้นสุดกรอกรับข้อความ ซึ่งเป็นการปิดจริง ๆ

### การเลือกรายการ (แบบ Drop down menu)

#### รูปแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

< SELECT NAME="..." >

<OPTION SELECTED>คำอธิบายหัวข้อหรือตัวเลือก

<OPTION >คำอธิบายหัวข้อหรือตัวเลือก

<OPTION >คำอธิบายหัวข้อหรือตัวเลือก

</SELECT>

- SELECT เป็นค่าปกติที่ใช้
- OPTION เป็นตัวเลือกที่เราต้องการให้ปรากฏ
- SELECTED เป็นตัวเลือกที่ถูกกำหนดเลือกไว้ก่อน มีได้เพียงตัวเดียว

**ปุ่มยกเลิก และ ตกลง**

**รูปแบบ**

< INPUT TYPE=SUBMIT VALUE="..." >

< INPUT TYPE=RESET VALUE="..." >

- Submit มีหน้าที่ไว้ส่งแบบฟอร์มกลับไปยังเจ้าของฟอร์ม
- Reset มีไว้สำหรับเคลียร์ค่าฟอร์มทั้งหมดให้กลับอยู่ในรูปแบบเดิมก่อนมีการกรอก
- Vaule เป็นการกำหนดคำอธิบายปุ่มแทนค่าปกติคือ Submit Query กับ Reset จะมีหรือไม่มีก็ได้

**การแสดงผลแบบรายการ**

**รายการแบบใช้สัญลักษณ์กำกับ (Bullet lists)**

**รูปแบบ**

<UL> ตัวเปิด

<LI> ข้อมูลที่นำมาแสดง

<LI> ข้อมูลที่นำมาแสดง

</UL> ตัวปิด

สัญลักษณ์ในการกำกับรายการต่าง ๆ และเราสามารถกำหนดลักษณะของสัญลักษณ์ได้โดยใช้คำสั่ง Type=N ซึ่ง N=circle=วงกลม, disc=วงกลมทึบ หรือ square=สี่เหลี่ยม

**รายการแบบใช้ตัวเลขกำกับ (Numbered lists)**

**รูปแบบ**

<OL> ตัวเปิด

<LI> ข้อมูลที่นำมาแสดง

<LI> ข้อมูลที่นำมาแสดง

</OL> ตัวปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นการกำหนดรายการ โดยใช้ตัวเลขกำกับเช่น 1 หรือ i และเราสามารถกำหนดค่าเริ่มต้นไว้ที่ <OL> โดยใส่ค่า START=n โดย n= ตัวเลขที่ต้องการเริ่ม และ TYPE=n

### รายการแบบกลุ่ม (Preformatted Text)

รูปแบบ <PRE>...</PRE>

การใช้ คำสั่งนี้ไม่สามารถใช้กับภาษาไทยได้ ใช้ได้แต่ภาษาอังกฤษอย่างเดียวข้อความที่อยู่ภายใน คำสั่งจะมีขนาดเท่ากัน ทุกตัว แสดงข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางหรือรายงานแผนผังอย่างง่าย ๆ

### รายการแบบ Extended Quotations

รูปแบบ <BLOCKQUOTE>.....</BLOCKQUOTE>

คำสั่งนี้สามารถแก้ไขปัญหาการใช้ภาษาไทย ได้การแสดงผลข้อความจะเอียงขวาและจัดข้อความให้ตัวอักษรตัวแรก ของบรรทัดเริ่มที่ตำแหน่งเดียวกัน

### การใส่รูปภาพลงในเว็บเพจ

รูปแบบ <IMG ALIGN=align-type BORDER=n HEIGHT=n WIDTH=n HSPACE=n VSPACE=n SRC=address ALT=text>

ALIGN=align-type เป็นการ กำหนด ตำแหน่ง รูปภาพ LEFT = วางภาพที่ตำแหน่งทางซ้าย

RIGHT = วางภาพที่ตำแหน่งทางขวา

TOP = วางภาพ ที่ตำแหน่ง ด้านบน

MIDDLE = วางภาพ ที่ตำแหน่ง กึ่งกลาง

BOTTOM= วางภาพ ที่ตำแหน่ง ด้านล่าง

BORDER=n เป็นการ กำหนด กรอบให้ รูปภาพ n มีค่ามาก กรอบจะ มีความหนา มากขึ้น

HEIGHT=n เป็นการ กำหนด ความสูง ของภาพ

WIDTH=n เป็นการ กำหนด ความกว้าง ของภาพ ถ้าต้องการ ให้ภาพได้ สัดส่วน ให้กำหนด เป็นเปอร์เซ็นต์ โดยไม่ จำกัด ความสูง

VSPACE=n กำหนด ระยะ ห่างบน ล่างของ ภาพ

HSPACE=n กำหนด ระยะ ห่าง ซ้าย - ขวา ของภาพ

SRC =ใส่รูปภาพที่ต้องการลงไป

### การแสดงผลภาพฉากหลัง

รูปแบบ

<BACKGROUND="picture">

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การเชื่อมโยงข้อมูล (Link)

### ประเภทการเชื่อมโยง

- การเชื่อมโยงภายในเว็บไซต์
- การเชื่อมโยงข้อมูลนอกเว็บไซต์
- การเชื่อมโยงข้อมูล FTP
- การเชื่อมโยงข้อมูล E-Mail

### การเชื่อมโยงภายในเว็บไซต์

รูปแบบ <A HREF="ที่อยู่ไฟล์">ข้อความ</A>

\*\*\*หมายเหตุ ถ้าลิงค์อยู่คนละไฟล์เดอร์ <A HREF="..tipcomputer.asp">ทิปคอมพิวเตอร์</A>

### การเชื่อมโยงข้อมูลนอกเว็บไซต์

รูปแบบ <A HREF="http://www.....">ข้อความ</A>

### การเชื่อมโยงข้อมูล FTP

รูปแบบ <FTP://HOSTNAME/FOLDER>ข้อความ</A>

HOSTNAME คือ ชื่อของศูนย์บริการ FTP Server

FOLDER คือ ชื่อไฟล์และไดเรกทอรีที่ผู้ให้บริการสามารถเข้าไปใช้งานได้

### การเชื่อมโยงข้อมูล E-Mail

รูปแบบ <A HREF="mailto:USERNAME@DOMAINNAME">ข้อความ</A>

## 2.5.2 ภาษา PHP

### ความหมายของ PHP

PHP ช่วยในการพัฒนา Web site และความสามารถที่โดดเด่นอีกประการหนึ่งของ PHP นั้น คือ database-enabled web page ทำให้เอกสารของ HTML สามารถที่จะเชื่อมต่อกับระบบฐานข้อมูล (database) ได้อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว จึงทำให้ความต้องการในเรื่องการจัดรายการสินค้าและรับรายการสั่งของตลอดจนการจัดเก็บ ข้อมูลต่างๆ ที่สำคัญผ่านทาง Internet เป็นไปได้ค่อนข้างง่ายดาย

PHP เป็นภาษาจำพวก scripting language คำสั่งต่างๆจะเก็บอยู่ในไฟล์ที่เรียกว่า สคริปต์ (script) และเวลาใช้งานต้องอาศัยตัวแปลชุดคำสั่ง ตัวอย่างของภาษาสคริปต์ก็เช่น JavaScript, Perl เป็นต้น ลักษณะของ PHP ที่แตกต่างจากภาษาสคริปต์แบบอื่นๆ คือ PHP ได้รับการพัฒนาและออกแบบมาเพื่อใช้งานในการสร้างเอกสารแบบ HTML โดยสามารถสอดแทรกหรือแก้ไขเนื้อหาได้โดยอัตโนมัติ ดังนั้นจึงกล่าวว่า PHP เป็นภาษาที่เรียกว่า server-side หรือ HTML-embedded scripting language เป็นเครื่องมือที่สำคัญชนิดหนึ่งที่จะช่วยให้เราสามารถสร้างเอกสารแบบ Dynamic HTML ได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีลูกเล่นมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากว่า PHP ไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของตัว Web Server ดังนั้นถ้าจะใช้ PHP ก็จะต้องดูก่อนว่า Web server นั้นสามารถใช้สคริปต์ PHP ได้หรือไม่ ยกตัวอย่างเช่น PHP สามารถใช้ได้กับ Apache Web Server และ Personal Web Server (PWP) สำหรับระบบปฏิบัติการ Windows 95/98/NT ในกรณีของ Apache เราสามารถใช้ PHP ได้สองรูปแบบคือ ในลักษณะของ CGI และ Apache Module ความแตกต่างอยู่ตรงที่ว่า ถ้าใช้ PHP เป็นแบบโมดูล PHP จะเป็นส่วนหนึ่งของ Apache หรือเป็นส่วนขยายในการทำงานนั่นเอง ซึ่งจะทำงานได้เร็วกว่าแบบที่เป็น CGI เพราะว่า ถ้าเป็น CGI แล้ว ตัวแปลชุดคำสั่งของ PHP ถือว่าเป็นแค่โปรแกรมภายนอก ซึ่ง Apache จะต้องเรียกขึ้นมาทำงานทุกครั้ง ที่ต้องการใช้ PHP ดังนั้น ถ้ามองในเรื่องของประสิทธิภาพในการทำงาน การใช้ PHP แบบที่เป็นโมดูลหนึ่งของ Apache จะทำงานได้มีประสิทธิภาพมากกว่า

## ลักษณะเด่นของ PHP

### ใช้ได้ฟรี

- PHP เป็นโปรแกรมวิ่งข้าง Sever ดังนั้นขีดความสามารถไม่จำกัด
- PHP วิ่งบนเครื่อง UNIX, Linux, Windows ได้หมด
- เรียนรู้ง่าย เนื่องจาก PHP ผังเข้าไปใน HTML และใช้โครงสร้างและไวยากรณ์ภาษาง่ายๆ
- เร็วและมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะเมื่อใช้กับ Apache Xerve เพราะไม่ต้องใช้โปรแกรมจากภายนอก
- ใช้ร่วมกับ XML ได้ทันที
- ใช้กับระบบแฟ้มข้อมูลได้
- ใช้กับข้อมูลตัวอักษรได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- ใช้กับโครงสร้างข้อมูลใช้ได้แบบ Scalar, Array, Associative array
- ใช้กับการประมวลผลภาพได้

### คำอธิบายหรือ Comment ในภาษา PHP

ถ้าเราต้องการเขียนคำอธิบายในส่วนใดๆก็ตามของสคริปต์ เราก็จะสามารถทำได้โดยใช้ /\* ... \*/ เหมือนในภาษาซี หรือ // เหมือนในภาษาจาวา หรือ # เหมือน shell script โปรดสังเกตว่า // ใช้เขียนนำคำอธิบายในภาษบรรทัดหนึ่งๆเท่านั้น ส่วน # ใช้เริ่มต้นของบรรทัดที่เขียนคำอธิบาย

### คำสั่งพื้นฐาน

#### Echo

รูปแบบคำสั่ง Echo “ข้อความที่ต้องการแสดง”;

#### Printf

รูปแบบคำสั่ง (Printf(String format,...);

คำสั่ง Printf จะทำงานเหมือนกับคำสั่ง echo และ print เพื่อส่งข้อมูลไปแสดงที่ Browser

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Flush

โดยปกติคำสั่งที่ใช้ในการส่งข้อมูลไปยัง Browser นั้นจะต้องมีการเก็บข้อมูล ไว้ในหน่วยความจำ ในส่วนที่เรียกว่า Buffer ก่อน และส่งข้อมูลไปก็ต่อเมื่อข้อมูลที่อยู่ใน Buffer นั้นเต็ม Flush นั้นจะทำให้ ข้อมูลที่อยู่ใน Buffer ถูกส่งไปแสดงที่ Browser โดยทันที โดยไม่ต้องรอให้ข้อมูลใน Buffer นั้นเต็ม รูปแบบของคำสั่ง Flush();

## การเขียน PHP ร่วมกับ Html

ภาษา php สามารถแทรกในเอกสาร Html ได้เหมือนกับภาษา Asp โดยจะอยู่ภายใต้เครื่องหมาย

<? ..... ?> ซึ่งสามารถกำหนดได้หลายรูปแบบ เช่น

<? ... ?> (SGML style)

<?php ... ?> (XML style)

<script language="php"> ... </script> (JavaScript style)

<% ... %> (ASP style)

## ชนิดของข้อมูลและตัวแปร

Integer จำนวนเต็มบวก และจำนวนเต็มลบ เลขฐานสิบ ฐานแปด และฐานสิบหก

Float เก็บจำนวนจริงทั้งบวกและลบ ทั้งมีทศนิยม และไม่มีทศนิยม

String เก็บจำนวนตัวเลข และ ข้อความ

Array เก็บข้อมูลที่เป็นชุด หรือ อาร์เรย์

Object เก็บข้อมูลในลักษณะออบเจกต์เพื่อการเรียกใช้ เป็น Class Object หรือ Function

Type juggling เก็บข้อมูลในลักษณะเฉพาะหรือผู้ใช้เพิ่มเข้ามา

## หลักการตั้งชื่อ ตัวแปร

\$var-name=value;

ขอบเขตการตั้งชื่อตัวแปร

- ขึ้นต้นด้วยเครื่องหมาย \$ แล้วตามด้วยตัวอักษร A-Z .a-z
- มีความยาวไม่เกิน 255 ตัวอักษร
- ห้ามมีจุดทศนิยม หรือช่องว่าง
- จะต้องไม่ตรงกับคำสงวน และควรตั้งชื่อ ให้มีความหมายใกล้เคียงกับ ค่าที่เก็บ
- ตัวอักษรเล็กหรือใหญ่จะเป็นตัวแปรต่างกัน
- ถ้าตั้งตัวแปรมาใหม่ แล้วทับตัวแปรเก่า ค่าของตัวแปรเก่าจะหายไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การตรวจสอบชนิดของตัวแปร

```
gettype($var-name);
```

## การตรวจสอบว่าตัวแปรนี้มีค่าว่างหรือไม่

```
empty($var-name);
```

## ตัวแปร Array

อาร์เรย์เป็น โครงสร้างข้อมูลของกลุ่มสมาชิกที่นำมาจัดเรียงต่อเนื่องกัน โดยอาร์เรย์จะจองพื้นที่ในหน่วยความจำเพื่อจัดเก็บข้อมูลในรูปแบบที่ต่อเนื่องกันไป ซึ่งแตกต่างจากตัวแปรธรรมดาที่เราได้ศึกษากันมาแล้วนั้น โดยข้อมูลแต่ละตัวจะมีลำดับของสมาชิก เราเรียกว่า element ซึ่งแต่ละ element จะมี index เป็นตัวชี้ตำแหน่งของข้อมูลในหน่วยความจำ โดยที่อินเด็กซ์ในตำแหน่งแรกและเริ่มจากศูนย์ การใช้คำสั่ง each และ list สำหรับ associative array ถ้าเราต้องการจะเข้าถึงข้อมูลแต่ละคู่ที่ถูกเก็บอยู่ใน associative array เราอาจจะใช้วิธีเรียกผ่านฟังก์ชัน each() และ list() ตามตัวอย่างต่อไปนี้

```
<?
```

```
unset($a);
```

```
$a = array( "a" => 10, "b" => 20, "c" => 30 );
```

```
while (list($key,$value) = each($a)) {
```

```
echo "$key=$value <BR>\n";
```

```
}
```

```
?>
```

ฟังก์ชัน each() จะอ่านข้อมูลที่แต่ละคู่จากอาร์เรย์แบบเชื่อมโยงมาแล้วส่งไปยังฟังก์ชัน list() ซึ่งจะทำหน้าที่แยกเก็บ ซึ่งในกรณีก็คือ เก็บไว้ในตัวแปร \$key และ \$value หลังจากนั้น เราก็สามารถนำค่าของตัวแปรไปใช้งานตามที่ต้องการได้

## ค่าคงที่ Constant

คือ ค่าที่กำหนดแล้ว สามารถเรียกใช้งานได้ทุก ๆ ครั้ง ที่เราประกาศขึ้นมา สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ

### 1. ค่าคงที่ PHP กำหนดมาให้

เป็นค่าที่เราสามารถนำไปใช้งานได้ทันที

E\_ERROR แสดงข้อผิดพลาดที่ parse ตรวจสอบไม่พบ

E\_WARNING แสดงเงื่อนไขให้ทราบ และทำงานต่อไป

E\_PARSE การ parse ทำให้เกิดข้อผิดพลาดใน Program ที่ไม่สามารถตรวจสอบ

E\_NOTICE เมื่อเกิดความผิดพลาด การเอกซิกวิตยังมีต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

`_FILE_` แสดงชื่อ ไฟล์ที่ทำงานอยู่ เพื่อตรวจสอบหาข้อผิดพลาด  
`_LINE_` แสดงจำนวนบรรทัดของไฟล์ เพื่อตรวจสอบหาข้อผิดพลาด  
`PHP_VERSION` แสดง V. ของ PHP ที่ใช้งานอยู่  
`PHP_OS` แสดงระบบปฏิบัติการที่ใช้เป็น Server  
`TRUE` ตรวจสอบค่าจริง  
`FALSE` ตรวจสอบค่าเท็จ

## 2.ค่าคงที่ที่ผู้ใช้กำหนดขึ้นเอง

เราสามารถกำหนดค่าคงที่ เหมือนกับการประกาศตัวแปร

รูปแบบ Define(Constant-name,Value)

**Constant-name** ชื่อ ของค่าคงที่

**Value** ค่าที่จะกำหนดให้

## Operator และ การเปรียบเทียบทางคณิตศาสตร์

Arithmetic Operators โอเปอเรเตอร์ทางคณิตศาสตร์

String Operators โอเปอเรเตอร์เชิงข้อความ

Assignment Operators โอเปอเรเตอร์กำหนดค่า

Bitwise Operators โอเปอเรเตอร์เปรียบเทียบบิต

Logical Operators โอเปอเรเตอร์เชิงตรรกศาสตร์

Comparison Operators โอเปอเรเตอร์เชิงเปรียบเทียบ

Operator Precedence โอเปอเรเตอร์เพิ่ม-ลดค่า

## Arithmetic Operators โอเปอเรเตอร์ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
$\$a + \$b$	บวก	ผลบวกของ \$a และ \$b.
$\$a - \$b$	ลบ	ผลลัพธ์จาก \$b ลบออกจาก \$a.
$\$a * \$b$	คูณ	ผลคูณของ \$a และ \$b.
$\$a / \$b$	หาร	ผลหารของ \$a และ \$b.
$\$a \% \$b$	หารเอาเศษ	เศษจากการหารของ \$a หาร โดย \$b.

### ตารางที่ 2.1 Arithmetic Operators

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## String Operators

เป็นโอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับข้อความซึ่งจะใช้ (.) เพียง โอเปอเรเตอร์เดียว

## Assignment Operators โอเปอเรเตอร์กำหนดค่า

โอเปอเรเตอร์พื้นฐานคือ "=" คือคุณจะต้องคิดว่าค่าทางซ้ายมือของโอเปอเรเตอร์คือผลลัพธ์จากคำสั่งที่กระทำทางขวามือ

เครื่องหมาย	ความหมาย	รูปแบบ	ผลลัพธ์ถ้ากำหนดให้ \$a=2
=	กำหนดค่า	\$a=1	1
+=	เพิ่มค่า	\$a += 1	3
-=	ลบค่า	\$a -= 1	1
*=	คูณค่า	\$a *= 1	2
/=	หารค่า	\$a /= 1	2

ตารางที่ 2.2 Assignment Operators

## Logical Operators โอเปอเรเตอร์เชิงตรรกศาสตร์

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
\$a and \$b	And	จริงก็ต่อเมื่อ \$a และ \$b เป็นจริง
\$a or \$b	Or	จริงถ้า \$a หรือ \$b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง
\$a xor \$b	Or	จริงถ้า \$a หรือ \$b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง, แต่จะไม่จริงถ้าทั้งสองไม่จริง.
! \$a	Not	จริงถ้า \$a ไม่จริง
\$a && \$b	And	จริงทั้ง \$a และ \$b เป็นจริง
\$a    \$b	Or	จริงถ้า \$a หรือ \$b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจริง

ตารางที่ 2.3 Logical Operators

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Comparison Operators โอเปอเรเตอร์เชิงเปรียบเทียบ

ตัวอย่าง	ความหมาย	ผลลัพธ์
$a == b$	เท่ากับ	จริงถ้า $a$ มีค่าเท่ากับ $b$ .
$a != b$	ไม่เท่ากับ	จริงถ้า $a$ มีค่าไม่เท่ากับ $b$ .
$a < b$	น้อยกว่า	จริงถ้า $a$ มีค่าน้อยกว่า $b$ .
$a > b$	มากกว่า	จริงถ้า $a$ มีค่ามากกว่า $b$ .
$a <= b$	น้อยกว่าหรือเท่ากับ	จริงถ้า $a$ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $b$ .
$a >= b$	มากกว่าหรือเท่ากับ	จริงถ้า $a$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $b$ .

ตารางที่ 2.4 Comparison Operators

## Mathematic Functions ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชัน	จุดมุ่งหมาย
max()	ต้องการหาค่าสูงสุด
min()	ต้องการหาค่าต่ำสุด
number_format()	กำหนดรูปแบบการแสดงผลตัวเลขหลักพัน โดยมีเครื่องหมาย (,) ขึ้น
OctDec()	แปลงเลขฐานแปดเป็นฐานสิบ
pi()	หาค่าคงที่ของ pi
pow()	หาค่าของเลขยกกำลัง
rad2deg()	แปลงค่าเรเดียนเป็นองศา
rand()	สร้างตัวเลขแบบสุ่ม
Decbin()	แปลงเลขฐานสิบเป็นฐานสอง
DecHex()	แปลงเลขฐานสิบเป็นฐานสิบหก
DecOct()	แปลงเลขฐานสิบเป็นฐานแปด
deg2rad()	มุมมองศาเป็นเรเดียน
Exp()	หาค่ายกกำลังของ e
getrandmax()	ค่าสูงสุดที่ได้จากการสุ่มตัวเลข
HexDec()	แปลงเลขฐานสิบหกเป็นฐานสิบ
Log()	หาค่า log ฐานธรรมชาติ
Log10()	หาค่า log ฐาน 10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Cos()	หาค่าของ Cosine
BinDec()	แปลงเลขฐานสองเป็นฐานสิบ
Atan()	หาค่า tan
Asin()	หาค่า sine
Acos()	หาค่า arc cosine
Abs()	เมื่อต้องการหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

## ตารางที่ 2.5 Mathematic Functions

### 2.5.3 JavaScript

JavaScript เป็นภาษาโปรแกรม (programming language) ประเภทหนึ่ง ที่เรียกกันว่า "สคริปต์" (script) ซึ่งมีวิธีการทำงานในลักษณะ "แปลความและดำเนินงานไปที่ละคำสั่ง" (interpret) ภาษานี้เดิมมีชื่อว่า LiveScript ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Netscape ด้วยวัตถุประสงค์ เพื่อที่จะช่วยให้เว็บเพจสามารถแสดงเนื้อหา ที่มีการเปลี่ยนแปลงไปได้ ตามเงื่อนไขหรือสภาพแวดล้อมต่าง ๆ กัน หรือสามารถโต้ตอบกับผู้ชมได้มากขึ้น ทั้งนี้เพราะภาษา HTML แต่เดิมนั้น เหมาะสำหรับการใช้แสดงเอกสาร ที่มีเนื้อหาคงที่แน่นอน และไม่มีลูกเล่นอะไรมากมายนัก

เนื่องจาก JavaScript ช่วยให้ผู้พัฒนา สามารถสร้างเว็บเพจได้ตรงกับความต้องการ และมีความน่าสนใจมากขึ้น ประกอบกับเป็นภาษาเปิด ที่ใครก็สามารถนำไปใช้ได้ ดังนั้นจึงได้รับความนิยมเป็นอย่างสูง มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง รวมทั้งได้ถูกกำหนดให้เป็นมาตรฐานโดย ECMA ซึ่งเราจะพบว่าปัจจุบันจะหาเว็บเพจที่ไม่ใช้ JavaScript เลยนั้น ได้ยากเต็มที

การทำงานของ JavaScript จะต้องมีการแปลความคำสั่ง ซึ่งขั้นตอนนี้จะถูกจัดการโดยบราวเซอร์ ดังนั้น JavaScript จึงสามารถทำงานได้ เฉพาะบนบราวเซอร์ที่สนับสนุน ซึ่งปัจจุบันบราวเซอร์เกือบทั้งหมดก็สนับสนุน JavaScript แล้ว อย่างไรก็ตาม สิ่งที่ต้องระวังคือ JavaScript มีการพัฒนาเป็นเวอร์ชันใหม่ๆ ออกมาด้วย (ปัจจุบันคือรุ่น 1.5) ดังนั้น ถ้านำโค้ดของเวอร์ชันใหม่ ไปรันบนบราวเซอร์รุ่นเก่าที่ยังไม่สนับสนุน ก็อาจจะทำให้เกิด error ได้

การทำงานของ JavaScript เกิดขึ้นบนบราวเซอร์ (เรียกว่าเป็น client-side script) ดังนั้นไม่ว่าคุณจะใช้เซิร์ฟเวอร์อะไร หรือที่ไหน ก็ยังคงสามารถใช้ JavaScript ในเว็บเพจได้ ต่างกับภาษาสคริปต์อื่น เช่น Perl, PHP หรือ ASP ซึ่งต้องแปลความและทำงานที่ตัวเครื่องเซิร์ฟเวอร์ (เรียกว่า server-side script) ดังนั้นจึงต้องใช้บนเซิร์ฟเวอร์ ที่สนับสนุนภาษาเหล่านั้นเท่านั้น อย่างไรก็ตาม จากลักษณะดังกล่าวก็ทำให้ JavaScript มีข้อจำกัด คือไม่สามารถรับและส่งข้อมูลต่างๆ กับเซิร์ฟเวอร์โดยตรง เช่น การอ่านไฟล์จากเซิร์ฟเวอร์ เพื่อนำมาแสดงบนเว็บเพจ หรือรับข้อมูลจากผู้ชม เพื่อนำไปเก็บบนเซิร์ฟเวอร์ เป็นต้น ดังนั้น

งานลักษณะนี้ จึงยังคงต้องอาศัยภาษา server-side script อยู่ (ความจริง JavaScript ที่ทำงานบนเซิร์ฟเวอร์เวอร์ก็มี ซึ่งต้องอาศัยเซิร์ฟเวอร์ที่สนับสนุนโดยเฉพาะเช่นกัน แต่ไม่เป็นที่นิยมนัก)

การทำงานของ JavaScript จะมีประสิทธิภาพมาก ถ้ามันสามารถดัดแปลงคุณสมบัติ ขององค์ประกอบต่างๆ บนเว็บเพจ (เช่น สี หรือรูปแบบของข้อความ) และสามารถรับรู้เหตุการณ์ ที่ผู้ชมเว็บเพจโต้ตอบกับองค์ประกอบเหล่านั้น (เช่น การคลิก หรือเลื่อนเมาส์ไปวาง) ได้ ดังนั้นจากภาษา HTML เดิม ที่มีลักษณะสถิต (static) ใน HTML เวอร์ชันใหม่ๆ จึงได้มีการพัฒนาให้มีคุณสมบัติบางอย่างเพิ่มขึ้น และมีลักษณะเป็นอ็อบเจกต์ "object" มากขึ้น การทำงานร่วมกันระหว่างคุณสมบัติใหม่ของ HTML ร่วมกับ JavaScript นี้เอง ทำให้เกิดเป็นสิ่งที่เรียกว่า Dynamic HTML คือภาษา HTML ที่สามารถใช้สร้างเว็บเพจที่มีลักษณะพลวัต (dynamic) ได้นั่นเอง

### การใส่ JavaScript ลงในเว็บเพจ

คุณสามารถใส่ JavaScript ลงใน WebPage ของคุณได้โดยการใส่ Tag `<script>` และ `</script>` ครอบคำสั่งต่างๆของ JavaScript และกำหนด Language เป็น JavaScript ตัวอย่าง

```
<script language="JavaScript">
```

```
    window.open('<cite>คำสั่งต่างๆของ JavaScript</cite><br>');
```

```
</script>
```

Tag `<Script>` นี้จะใช้ได้ทั้งในส่วน Head และ Body ครับ ถ้าเป็นการประกาศ ฟังก์ชัน หรือกำหนดค่าตัวแปรจะ นิยมทำในส่วน `<Head>...</Head>` แต่ถ้าเป็นคำสั่งให้ทำงานจริงจะใส่ในส่วน `<Body>...</Body>`

### JavaScript Comment

ในการเขียน JavaScript ที่ยาวๆ คุณอาจต้องการทำข้อความบอกไว้ว่า โปรแกรมในส่วนนั้นเอาไว้ทำอะไร JavaScript จึงต้องมีเครื่องหมายที่ใช้ทำ Comment เพื่อให้ JavaScript ข้าม Code ในส่วนที่เป็น Comment ไป ใน JavaScript จะใช้ Comment แบบเดียวกับภาษา C++ และ Java นั่นคือ ใช้เครื่องหมาย `//` เพื่อประกาศว่า ทุกสิ่งที่อยู่หลัง `//` เป็น Comment จนจบบรรทัด

### การทำ Include ไฟล์

สามารถใส่ JavaScript ลงในเอกสาร HTML ในลักษณะของ Include file ได้ โดยการใช้ Attribute SRC ของ Tag `<Script>` จากตัวอย่าง

```
<script language="JavaScript" SRC="srcfile.js">
```

```
</Script>
```

ในตัวอย่างไฟล์ `srcfile.js` จะเป็นไฟล์ที่เก็บ Code ของ JavaScript เอาไว้ ดังนั้นเราก็ต้องไปเขียน Code ใน file `srcfile.js` อยู่ดี แต่มันก็มีประโยชน์ในกรณีที่ใช้ Code ซ้ำๆ กันในหลายไฟล์ จะเขียน Code เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใน Include file เพียงครั้งเดียว แล้วไฟล์ไหนจะใช้ก็ใช้ SRC ดึงมาใช้ได้ นอกจากนั้น ยังมีประโยชน์ในการแก้ไขอีกด้วย ถ้าต้องเปลี่ยนอะไรที่เหมือนกันในหลายๆหน้า ถ้าทำเป็น Include file ไว้ จะสามารถแก้แค่รอบเดียว ในตัวอย่างนี้ ไฟล์ srcfile.js ของเรา ก็จะใส่ Code ต่อไปนี้

```
<!--
document.write('This text is type by Javascript in SRC file.');
```

```
-->
```

และไฟล์ HTML ของเราก็จะเรียก ไฟล์ srcfile.js มาใช้ดังนี้

```
<html>
<head><title>Using the SRC Attribute of the script tag.</title>
</head>
<body>
<script language="JavaScript" SRC="srcfile.js">
</script>
</body>
</html>
```

### แสดงผลของ TAG HTML ด้วย JavaScript

ในส่วนนี้จะสอน การใส่ HTML Tag ลงในส่วนที่เป็น JavaScript ซึ่งตัวอย่างที่ผ่านมาใช้คำสั่ง document.write() แล้วถ้าจะทำตัวหนา ตัวเอียง หรือ ตั้ง Font ต่างๆละ จะทำอย่างไร จะใช้คำสั่งอะไร ก็ document.write() เหมือนเดิมแต่เราจะเพิ่ม Tag ต่างๆ ลงในข้อความที่จะให้แสดง ตัวอย่างเช่น

```
<script language="javascript">
document.write('<H1>Hello This text is H1 size</H1>');
```

จากตัวอย่างก็เป็นการ แทรก Tag <H1> ลงไป เพื่อขยาย ข้อความ "Hello This text is H1 size"

### วิธีการป้องกันการแสดงผลผิดพลาดจาก บราวเซอร์ที่ไม่รู้จัก JavaScript

ใน Browser Version เก่าๆ ที่ยังไม่มีการใช้ JavaScript ทำให้เบราว์เซอร์รุ่นเก่าๆอย่าง Internet Explorer 2.0 ไม่เข้าใจคำสั่งภาษา JavaScript ดังนั้นมันจะ อ่านคำสั่งต่างๆของ JavaScript ของเราออกมา ตรงๆ แบบ text ทั่วไป ดังนั้นเบราว์เซอร์รุ่นเก่าจะ เห็นโค้ดทั้งหมด ดังนั้น เราต้องหาวิธีกันไม่ให้เบราว์เซอร์รุ่นเก่าเหล่านั้นอ่าน Script ของเราได้ วิธีแก้คือ ก็ใส่เครื่องหมาย <!-- ...--> ใส่มันครอบ code JavaScript เวลาที่เบราว์เซอร์อ่าน ถ้ารู้จัก JavaScript ของเราก็จะทำงาน ถ้าไม่รู้จัก JavaScript ก็จะข้าม Script ของเราไป เพราะจะเห็นเครื่องหมาย comment นั่นเอง แต่ถ้าจะใช้เทคนิคนี้จริงๆ ขอแนะนำ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้รู้จักแท็ก <Noscript>...</Noscript> อีกตัวหนึ่ง แท็กนี้จะทำให้เบราว์เซอร์ที่ไม่รู้จัก JavaScript แสดงข้อความภายในแท็กออกมา เพื่อบอกให้ผู้ใช้รู้ว่าตรงนี้มี Script ของท่านอยู่ ถ้าอยากดูก็ไปหาเบราว์เซอร์ใหม่ๆมาใช้

```
<html>
<head><title>Using the noscript Tag</title></head>
<body>
<script language="JavaScript">
<!--
document.write("Hello World!");
//-->
</script>
<noscript>
JavaScript Here
</noscript>
</body>
</html>
```

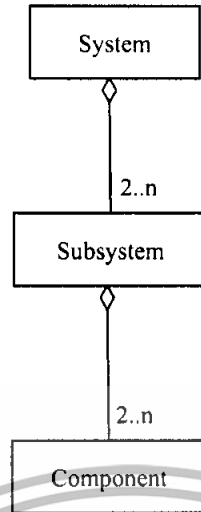
## 2.6 Component Diagram

Component Diagram เป็น Static Diagram ที่ใช้สำหรับจำลองลักษณะทางกายภาพของ Object-Oriented System โดยที่จะแสดงให้เห็นถึง ส่วนประกอบทาง Software ต่าง ๆ ของระบบ รวมถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Component ต่าง ๆ ของระบบ รวมถึงความสัมพันธ์ระหว่าง Component ต่าง ๆ ด้วย Component Diagram จะมีความสัมพันธ์กับ Class Diagram เพราะในแต่ละ Component นั้น จะประกอบไปด้วย Class ที่มีอยู่ในระบบตั้งแต่ 1 Class ขึ้นไป

Component แต่ละตัวนั้นสามารถแบ่งแยกออกเป็น Component ย่อย ๆ ได้เช่นเดียวกัน ซึ่งเมื่อพิจารณาโดยละเอียดแล้ว Component Diagram ก็สามารถจำลองลักษณะการทำงานที่มี Routine ย่อย ๆ อยู่ในโปรแกรมหลักได้

ประโยชน์ที่สำคัญของ Component Diagram คือ สามารถแบ่งระบบงาน(System) ขนาดใหญ่ ออกเป็นระบบย่อย ๆ (Subsystem) ซึ่งแต่ละ Subsystem ก็จะมี Component ต่าง ๆ ประกอบอยู่ การแบ่งออกเป็น Subsystem เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปแล้วว่า สามารถทำให้พัฒนาระบบมีประสิทธิภาพและสนับสนุนหลักการพัฒนาระบบงานแบบเป็นทีมงานที่สามารถแบ่งส่วนย่อยต่างๆให้แต่ละส่วนงานย่อยไปรับผิดชอบได้

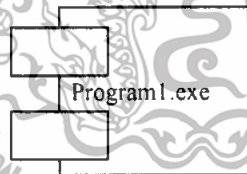
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



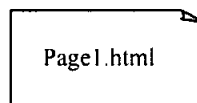
รูปที่ 2.10 Class Diagram ที่จำลองการแบ่งย่อยระบบตามหลักการของ Application Architecture Design

การเขียนและออกแบบ Component Diagram จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับ Class Diagram และ Use Case Diagram โดยสัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับ Diagram ประเภทนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สัญลักษณ์แทน Component และสัญลักษณ์แทน Link หรือ Relationship ระหว่าง Component สัญลักษณ์ที่ใช้แทน Component ต่าง ๆ มีดังนี้

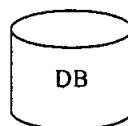
1. โปรแกรมที่สามารถนำไปประมวลผลได้(Executable Program)



2. ไฟล์ หรือ Source Code



3. ฐานข้อมูล(Database)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4. ชุดข้อมูลในฐานะข้อมูล (เช่น Table ใน Relational Database)


สัญลักษณ์ที่ใช้แทน Link มีดังนี้

1. สัญลักษณ์การเรียกใช้งานหรือการขึ้นต่อกัน (Calls, Uses หรือ Dependency)

2. สัญลักษณ์แทนการเชื่อมโยงหรือเชื่อมต่อ (General Connection) เช่นการเชื่อมโยงกันด้วยระบบเครือข่าย Internet

3. สัญลักษณ์แสดงการเป็นส่วนประกอบ (Aggregation)

การแบ่งระบบใหญ่ออกเป็นระบบย่อย ๆ หรือที่เรียกว่า System Decomposition นั้น มีด้วยกันหลายวิธี แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงการแบ่งแยกระบบแบบ Drill Down คือ พยายามแบ่งระบบใหญ่ออกเป็นระบบย่อย ๆ โดยทำการเจาะลงไปในระบบย่อยแต่ละส่วนไปจนถึงขั้นละเอียดสุด โดยวิธีนี้จะแบ่งระบบใหญ่ออกเป็น 3 ส่วนหลัก ๆ ดังนี้

1. Presentation Logic System

Subsystem ในส่วนนี้เป็น Subsystem ที่เกี่ยวข้องกับระบบย่อยที่ติดต่อกับผู้ใช้งานระบบโดยตรง ซึ่งได้แก่ ส่วนที่ติดต่อกับผู้ใช้ (User Interface) ส่วนของการแสดงผลลัพธ์ (Output) และส่วนของการนำเข้า

2. Working Logic Subsystem หรือ Business Logic subsystem

Working Logic Subsystem คือ ส่วนของระบบที่เกี่ยวข้องต่อการทำงานที่เกิดขึ้นจริง ๆ ใน CPU ของเครื่องคอมพิวเตอร์ อาทิ ส่วนของการคำนวณ กลไกการจัดตั้งข้อมูลที่ได้รับมาเพื่อนำมาใช้งาน กลไกการบันทึกข้อมูล เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3. Database Logic Subsystem

Database Logic Subsystem จะจำลองภาพของ Data Item ต่าง ๆ ที่ถูกจัดเก็บอยู่ในสื่อบันทึกข้อมูล ไม่ว่าจะเป็นในรูปของ Database หรือ File ก็ตาม ซึ่งการออกแบบ Database Logic Subsystem นี้ จะมีส่วนสัมพันธ์กับ Persistent Data Design



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

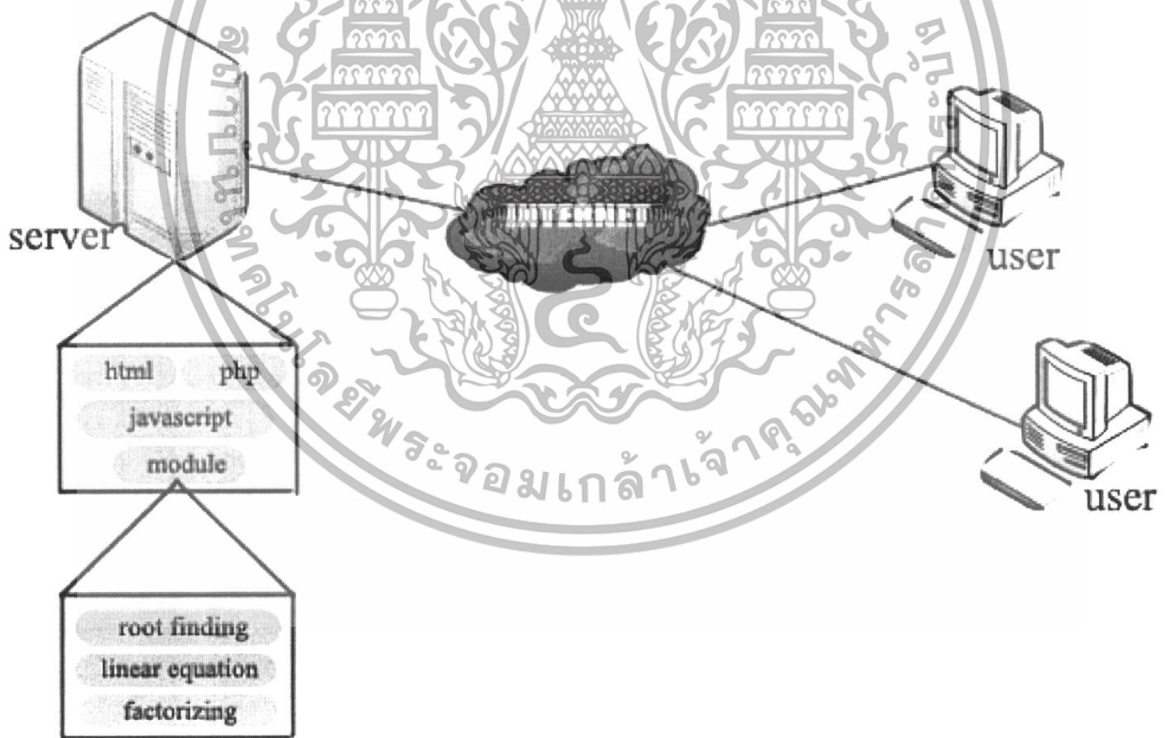
### การวิเคราะห์และออกแบบโปรแกรม

กล่าวถึงการออกแบบโปรแกรม ซึ่งประกอบไปด้วย Class Diagram, Component Diagram และ Flow Chartการทำงานในส่วนของฟังก์ชันการคำนวณต่างๆ พร้อมทั้งมีตารางแสดงขั้นตอนการดำเนินงาน

#### 3.1 ลักษณะโดยรวมของระบบ

ระบบโปรแกรมช่วยคำนวณทางคณิตศาสตร์นี้เป็น Web base ที่ใช้สำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้ที่ต้องการใช้โปรแกรมคำนวณ เพราะผู้ใช้ไม่ต้องเสียค่าลิขสิทธิ์ในการจัดซื้อโปรแกรม

นอกจากนี้ หากมีผู้ใดสนใจที่จะร่วมพัฒนาโปรแกรมนี้อีก โดยการเพิ่มโมดูลใหม่ๆก็สามารถทำได้โดยภาพรวมของระบบเป็นดังนี้



รูปที่ 3.1 ภาพรวมของระบบ

#### 3.2 การออกแบบโปรแกรม

การทำงานของโปรแกรมนั้น แบ่งเป็น 3 ส่วน โดยมีขั้นตอนดังนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการแข่งขันเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.1. ส่วนข้อมูลเข้า (Input)

ผู้ใช้จะต้องใส่สมการที่ต้องการหาคำตอบตามรูปแบบที่เรากำหนด โดยเราจะมีตัวช่วย (Help) เพื่อให้ผู้ใช้สามารถดูได้ว่าสมการแต่ละประเภทมีรูปแบบการใส่ค่าอย่างไร เมื่อรับค่าที่ใส่เข้ามาแล้ว โปรแกรมจะทำการตรวจสอบสมการที่ใส่เข้ามาว่าถูกต้องหรือไม่ หากมีข้อผิดพลาดจะแสดงให้ทราบและให้ผู้ใช้ใส่ข้อมูลเข้ามาใหม่

### 3.2.2. ส่วนการวิเคราะห์และประมวลผล (Analysis and Process)

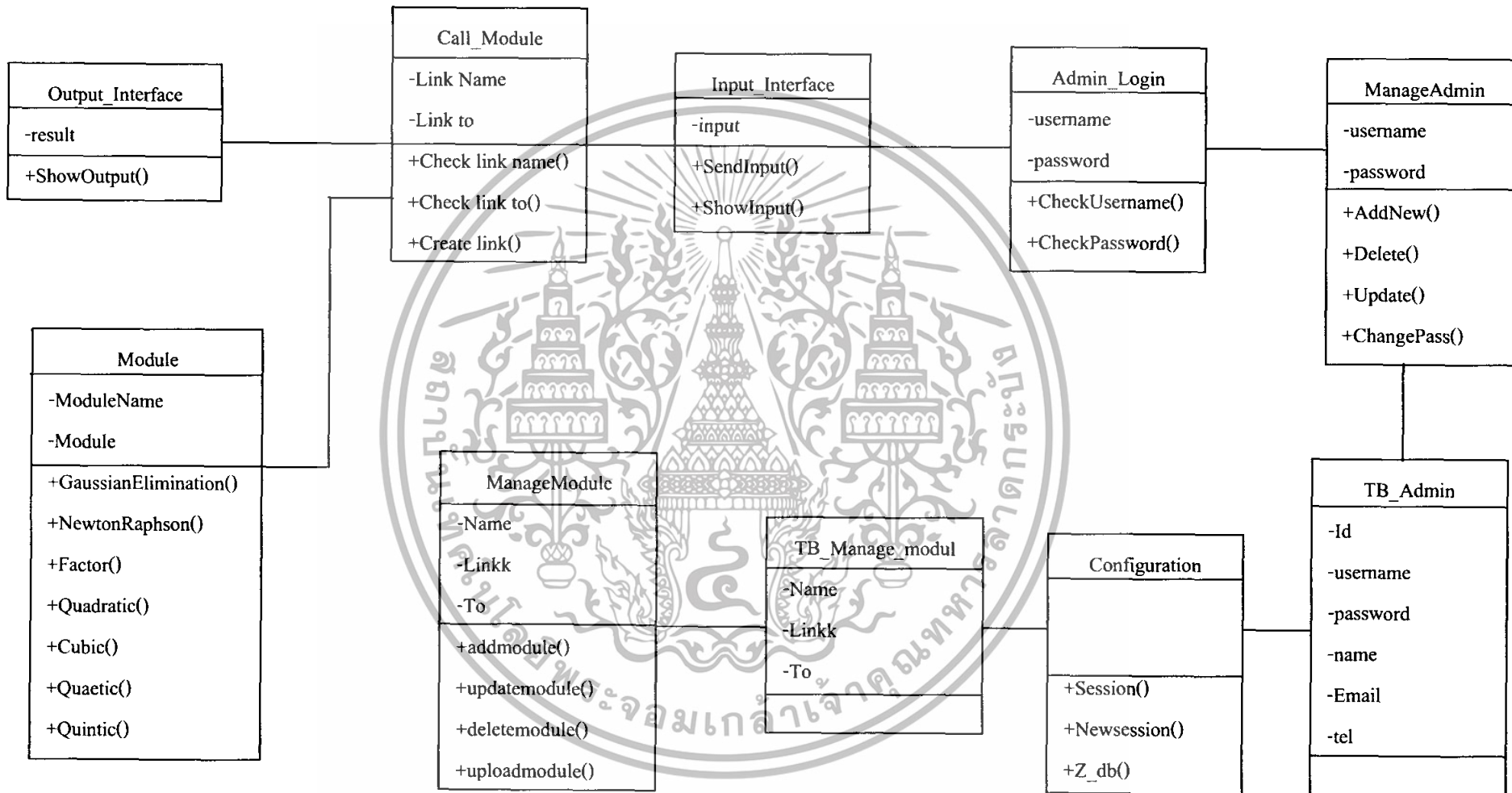
นำสมการที่ใส่เข้ามาทำการตรวจสอบว่าข้อมูลที่ใส่เข้ามามีความถูกต้องหรือไม่ ซึ่งโปรแกรมจะทำการประมวลผลดังนี้

- ข้อมูลถูกต้อง นำข้อมูลที่ได้ไปตรวจสอบว่ารูปแบบสมการเป็นประเภทใดเพื่อนำ สมการที่ได้ไปหาคำตอบ
- หากข้อมูลมีข้อผิดพลาด(ไม่ถูกต้องตามรูปแบบที่กำหนด หรือไม่มีการใส่ข้อมูล) จะแสดงผลให้ทราบและให้ผู้ใช้ใส่ข้อมูลเข้ามาใหม่

### 3.2.3. ส่วนข้อมูลออก (Output)

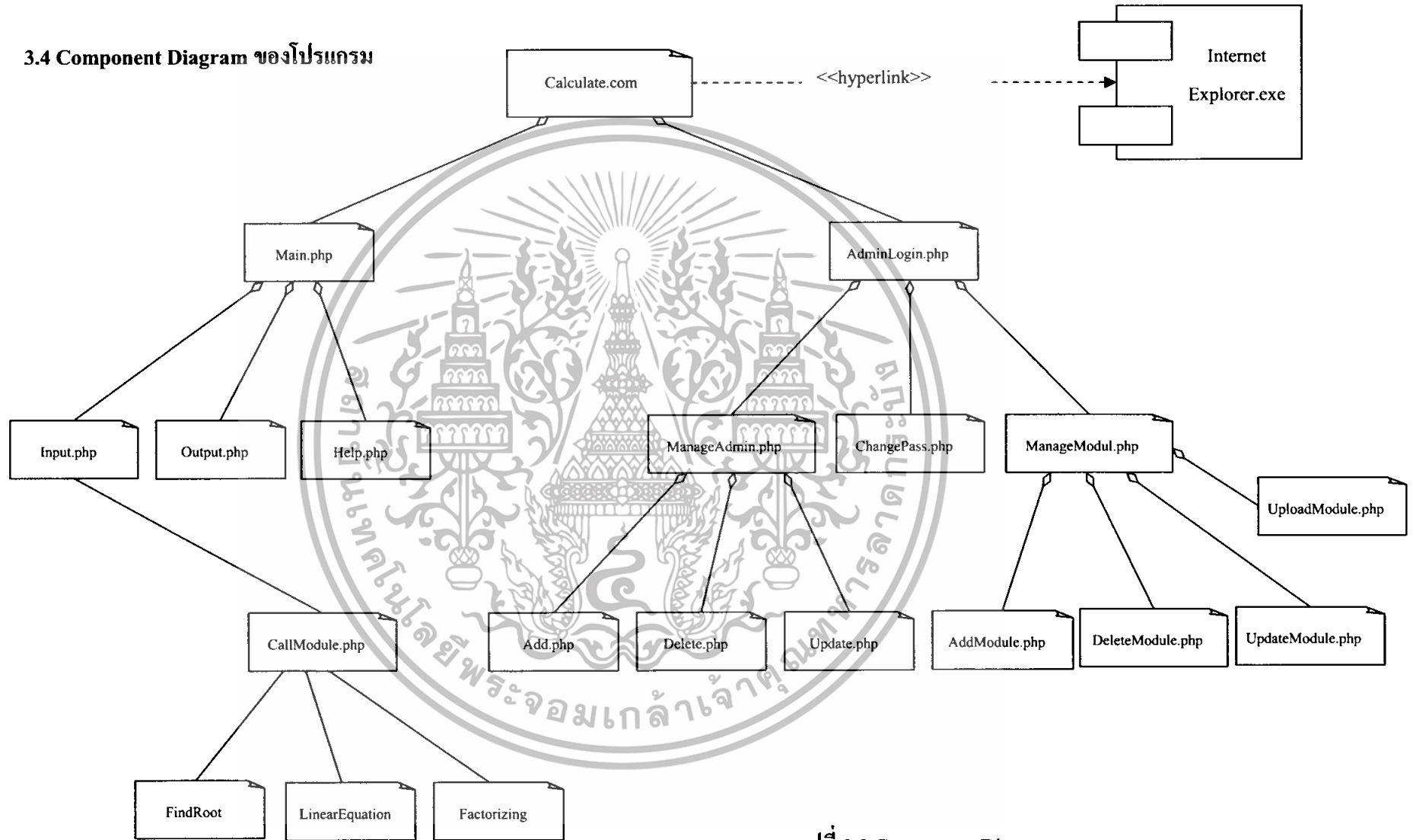
เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการประมวลผลมาแสดงทางจอภาพ

### 3.3 Class Diagram ของโปรแกรม



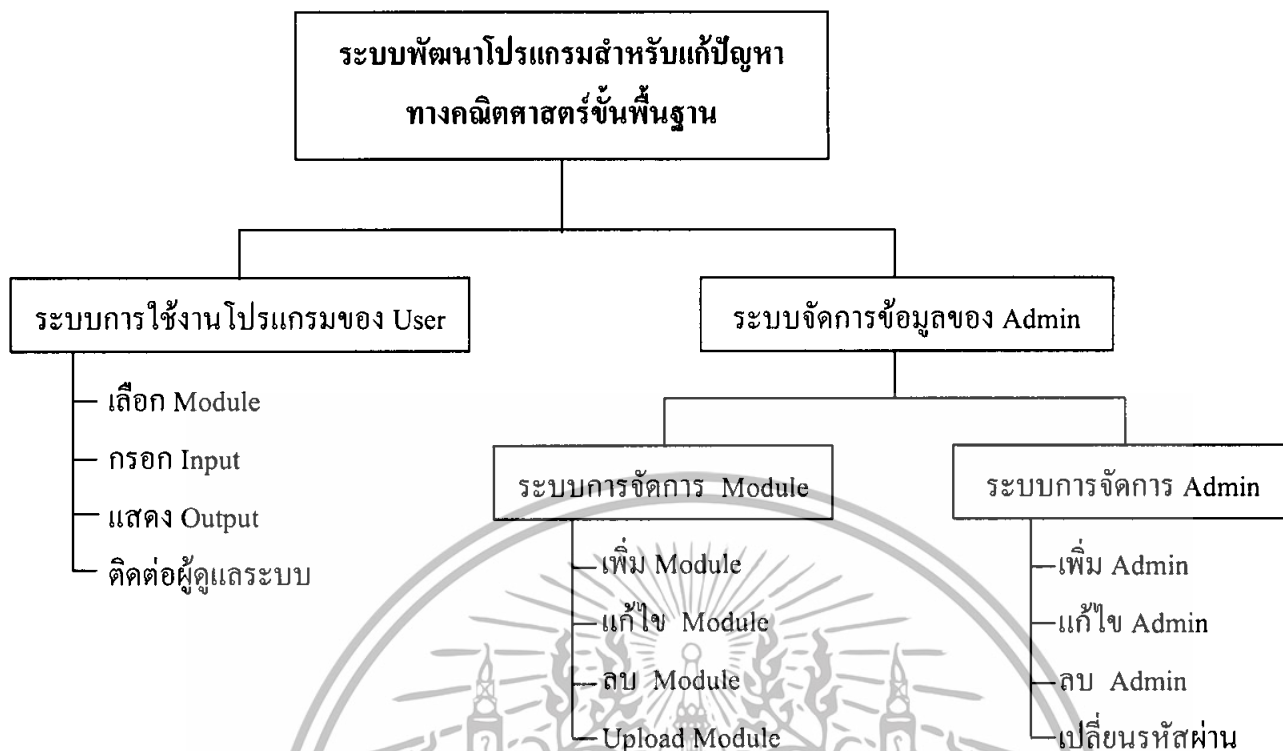
รูปที่ 3.2 Class Diagram

3.4 Component Diagram ของโปรแกรม



รูปที่ 3.3 Component Diagram

### 3.5 Function Diagram แสดงฟังก์ชันต่างๆของโปรแกรม



รูปที่ 3.4 Function Diagram

จาก Diagram ระบบการใช้งานโปรแกรม แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

#### 1. ระบบการใช้งานของ User

การใช้งานของเว็บไซต์เรา ในส่วนของการใช้งาน โปรแกรมผู้ใช้สามารถเข้าใช้ได้ทันที ไม่ต้องทำการ Login หรือสมัครสมาชิกแต่อย่างใด โดยการใช้งานมี 3 ส่วน คือ

- การคำนวณ ในส่วนนี้ผู้ใช้ต้องกรอกสิ่งที่ต้องการคำนวณในช่อง input ผลคำตอบที่ได้จะแสดงให้เห็นในส่วนของ output
- การใช้งาน Help

ในส่วนของ Help เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้ใช้ทราบว่ารูปแบบของฟังก์ชันที่ต้องกรอกเป็นแบบใด เพื่อให้ผู้ใช้สามารถกรอกได้อย่างถูกต้อง

- การติดต่อกับผู้ดูแลโปรแกรม

#### 2. ระบบการจัดการข้อมูลของผู้ดูแล

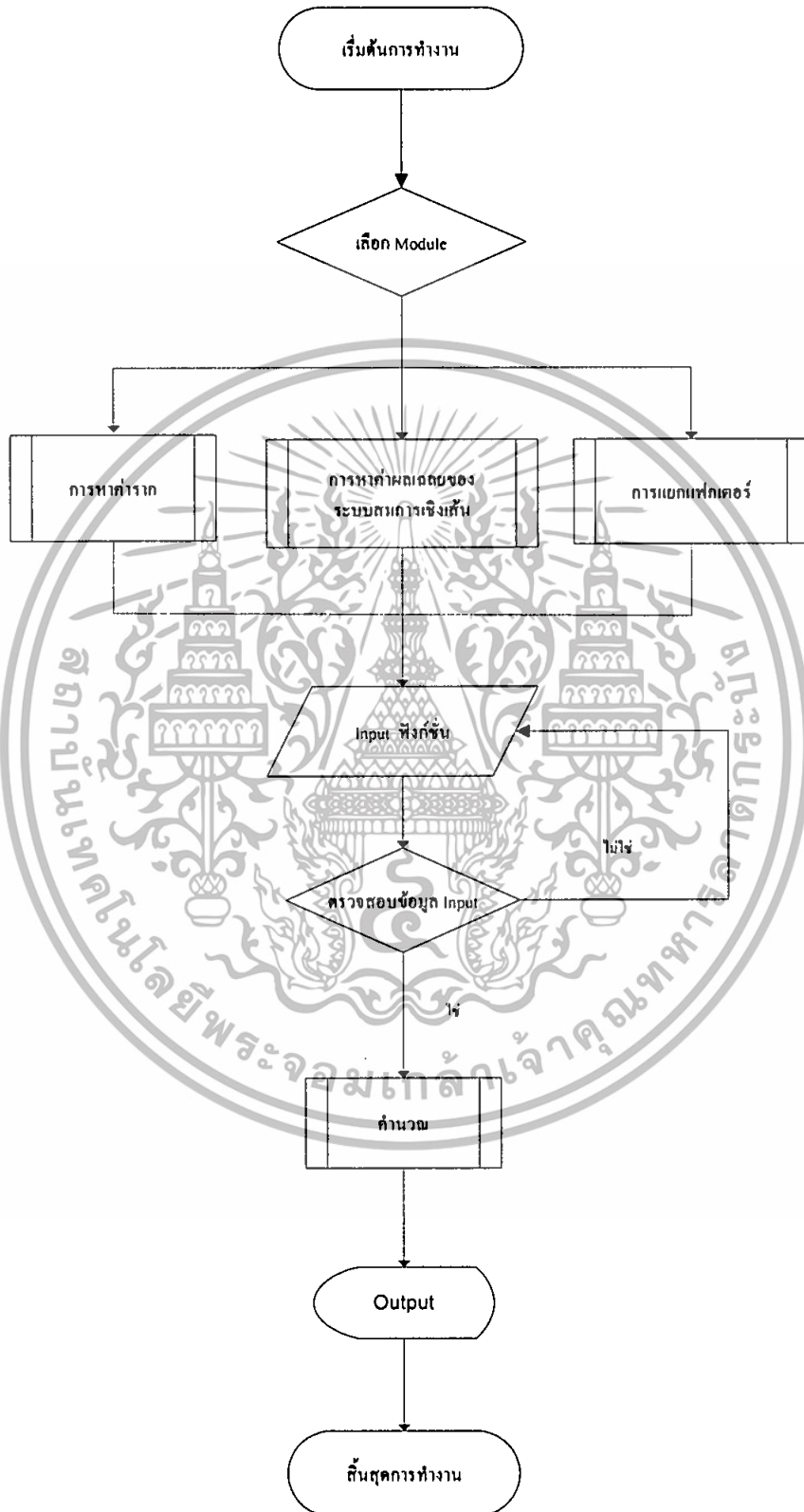
##### 2.1 การจัดการ Module

- กำหนดรูปแบบ Input Form
- เพิ่ม Module
- แก้ไข Module
- ลบ Module

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.6 Flow chart ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

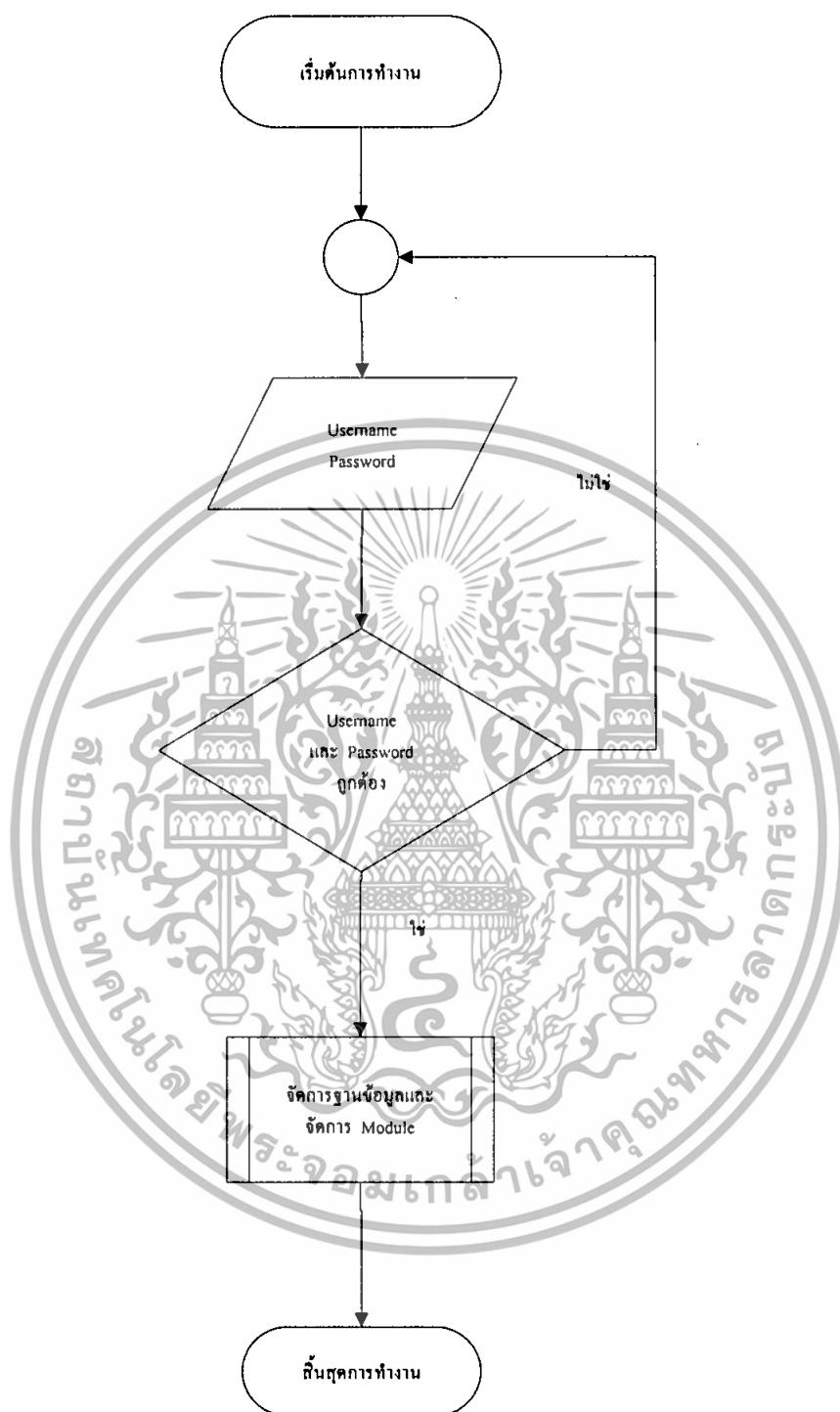
#### 3.6.1 แผนภาพแสดงการคำนวณ



รูปที่ 3.5 Flow chart การทำงานของผู้ใช้ทั่วไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.6.2 แผนภาพแสดงการเข้าสู่โปรแกรมของ Admin

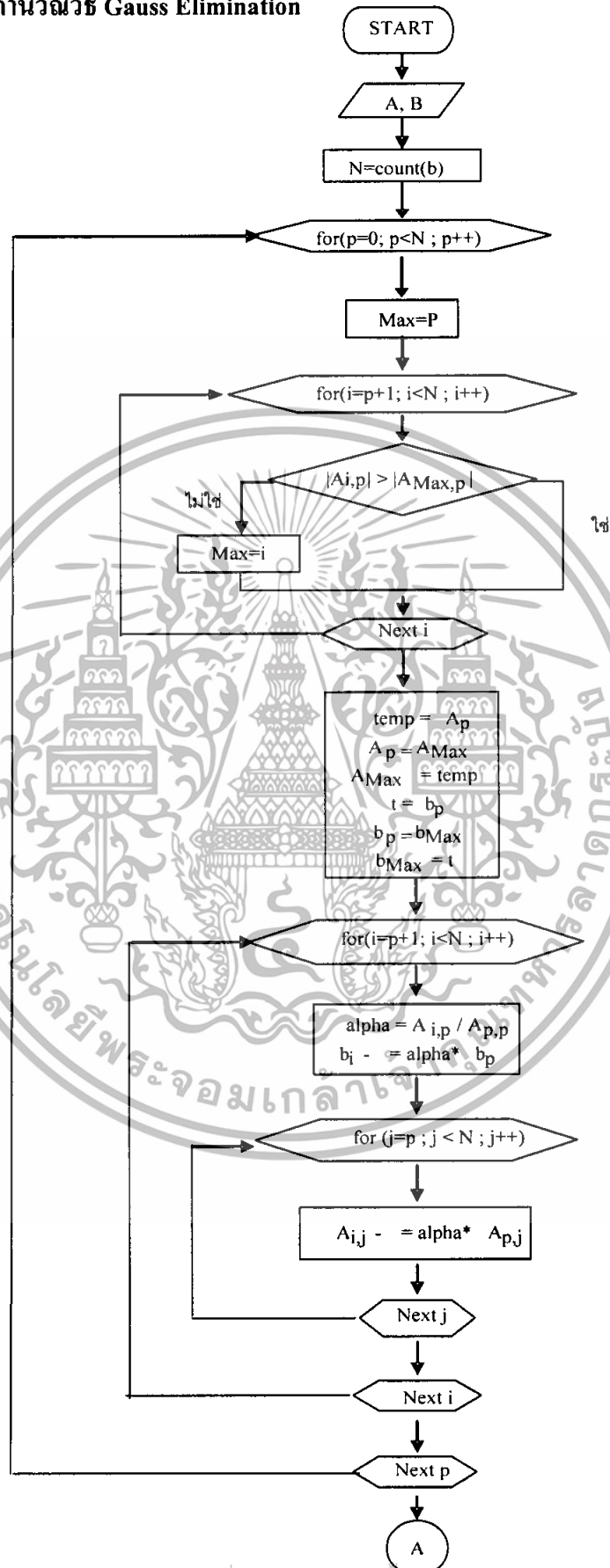


รูปที่ 3.6 Flow chart การเข้าสู่โปรแกรมของ Admin

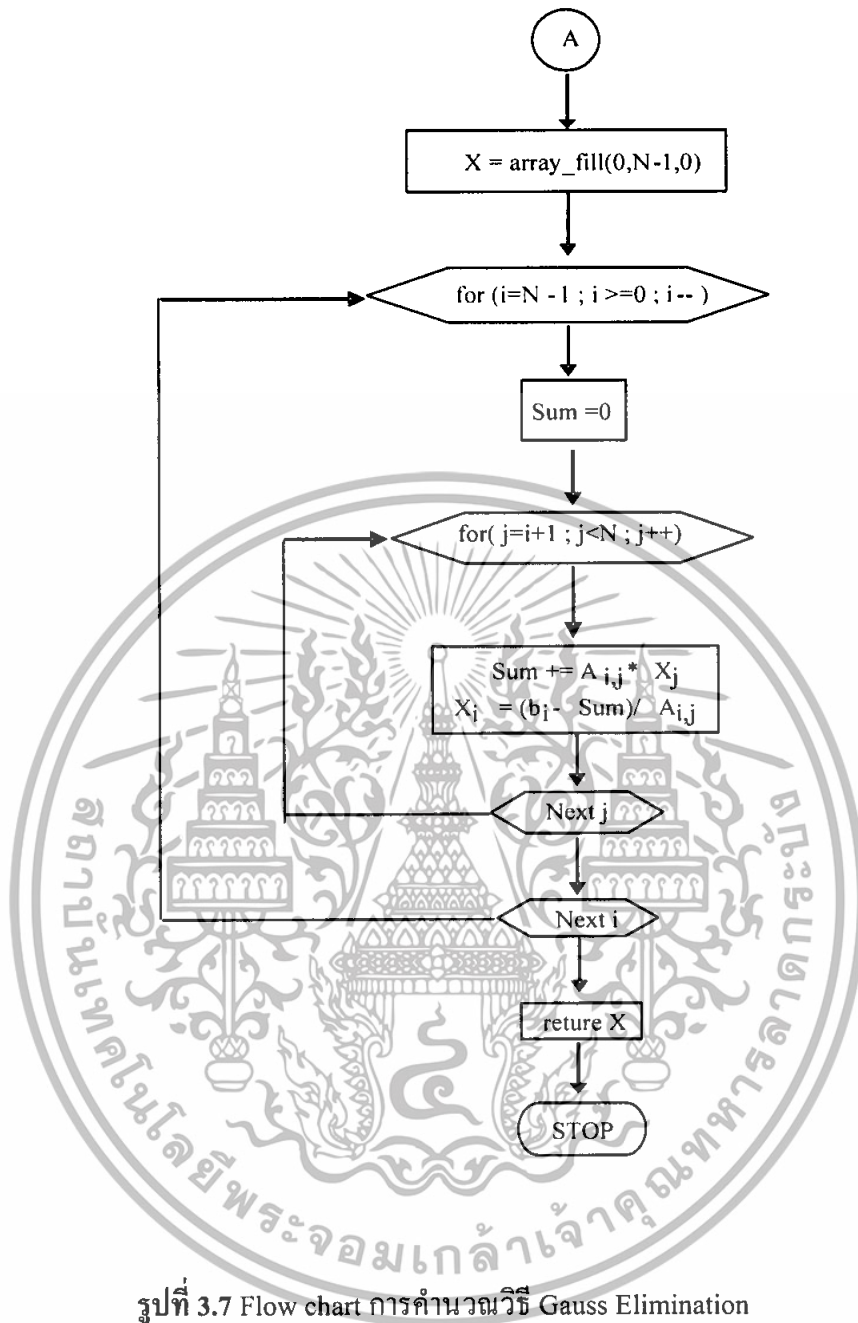
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.7 Flow chart แสดงการคำนวณ

#### 3.7.1 แผนภาพการคำนวณวิธี Gauss Elimination

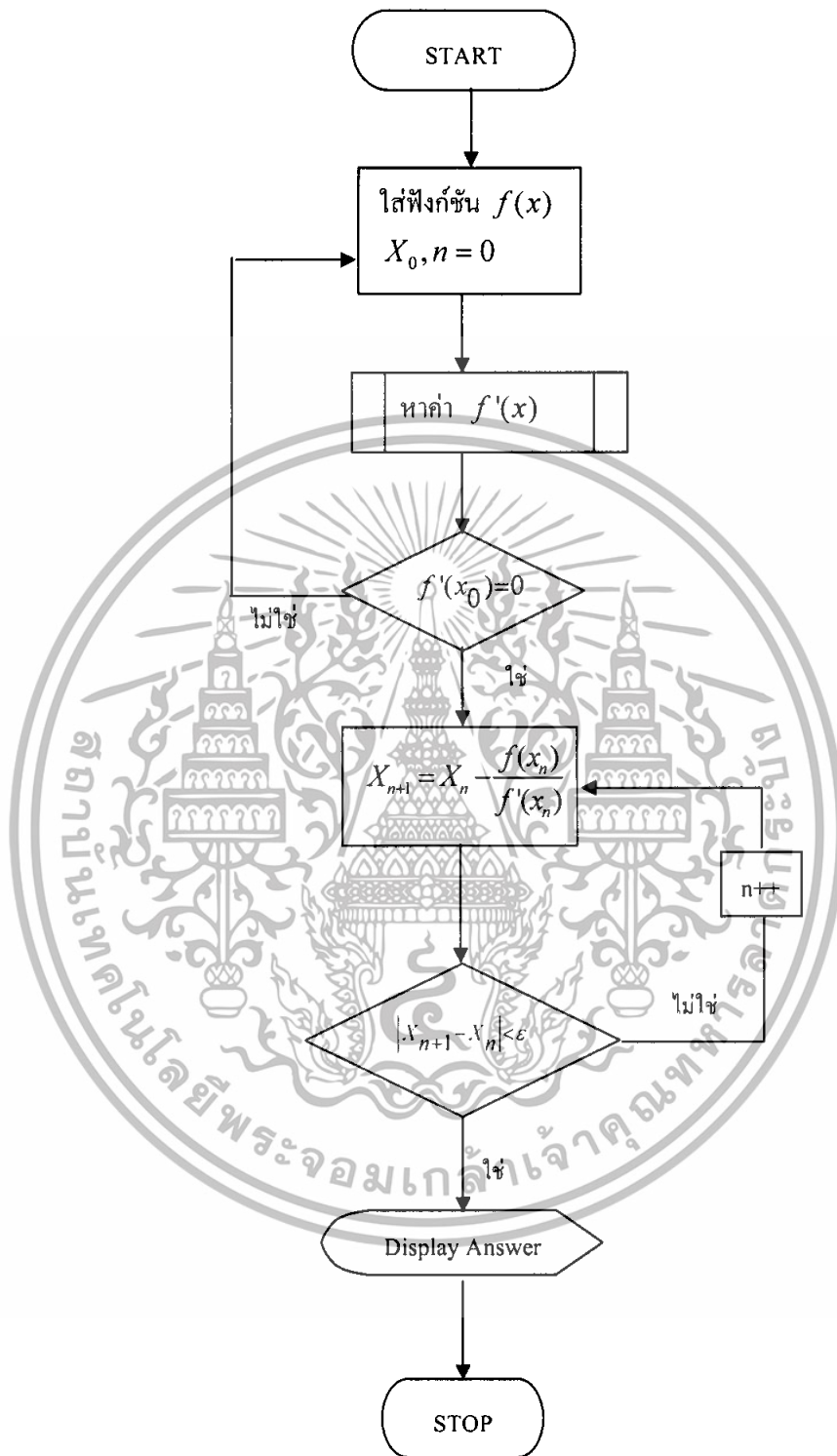


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

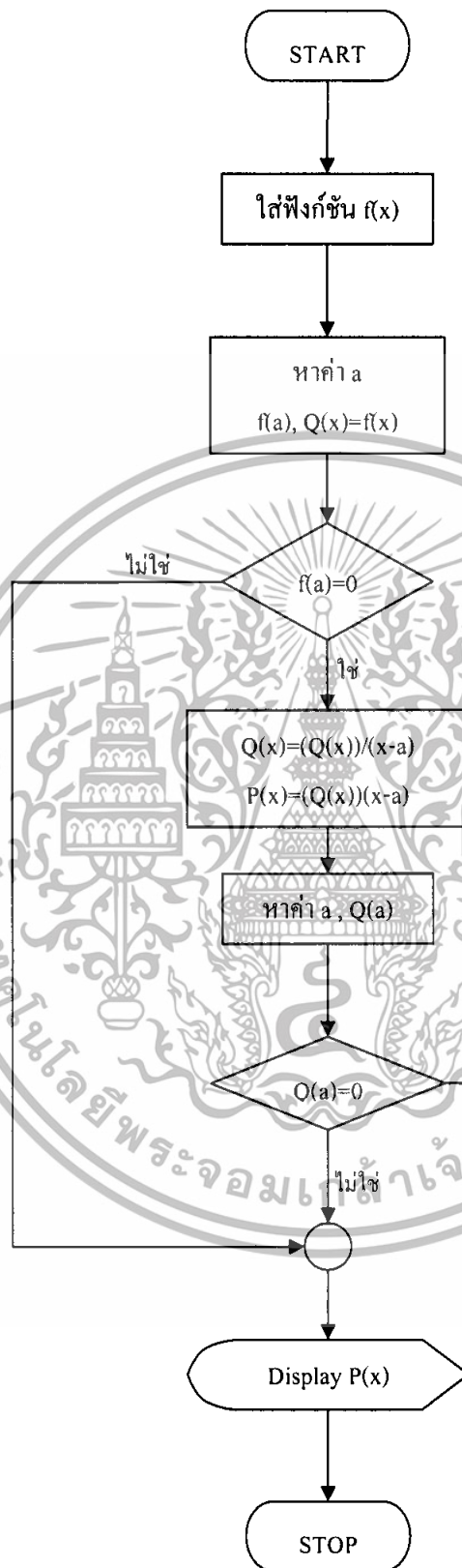
### 3.7.2 แผนภาพการคำนวณวิธี Newton-Raphson



รูปที่ 3.8 Flow chart การคำนวณวิธี Newton-Raphson

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.7.3 แผนภาพการคำนวณวิธีการแยกตัวประกอบ



รูปที่ 3.9 Flow chart การคำนวณวิธีการแยกตัวประกอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.8 รายละเอียดฐานข้อมูล

ฐานข้อมูลของโปรแกรมจะแบ่งเป็น 2 ตาราง คือ ตารางการจัดการ Admin และตารางการจัดการ Module ดังตารางต่อไปนี้

#### 3.8.1 ตาราง plus\_signup

เป็นตารางที่ใช้เก็บข้อมูลต่างๆในส่วนของ Admin ซึ่งจะมีรายละเอียดดังตารางนี้

ชื่อ	ชนิดข้อมูล	ขนาด	หมายเหตุ
id	int	10	รหัสAdmin
userid	varchar	20	Username
password	varchar	20	Password
email	varchar	30	Email
name	varchar	30	ชื่อ-สกุล
address	varchar	50	ที่อยู่
tel	varchar	10	เบอร์โทรศัพท์

ตารางที่ 3.1 plus\_signup

#### 3.8.2 ตาราง manage\_mo

เป็นตารางที่ใช้เก็บข้อมูลในส่วนของ Module ซึ่งจะมีรายละเอียดดังตารางนี้

ชื่อ	ชนิดข้อมูล	ขนาด	หมายเหตุ
mo_name	varchar	30	ชื่อ Module ที่ต้องการสร้าง Link
mo_link	varchar	20	ชื่อ Link ที่ต้องการให้แสดง
mo_to	varchar	20	ชื่อหน้าที่จะแสดงผลของการ Link

ตารางที่ 3.2 manage\_mo

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

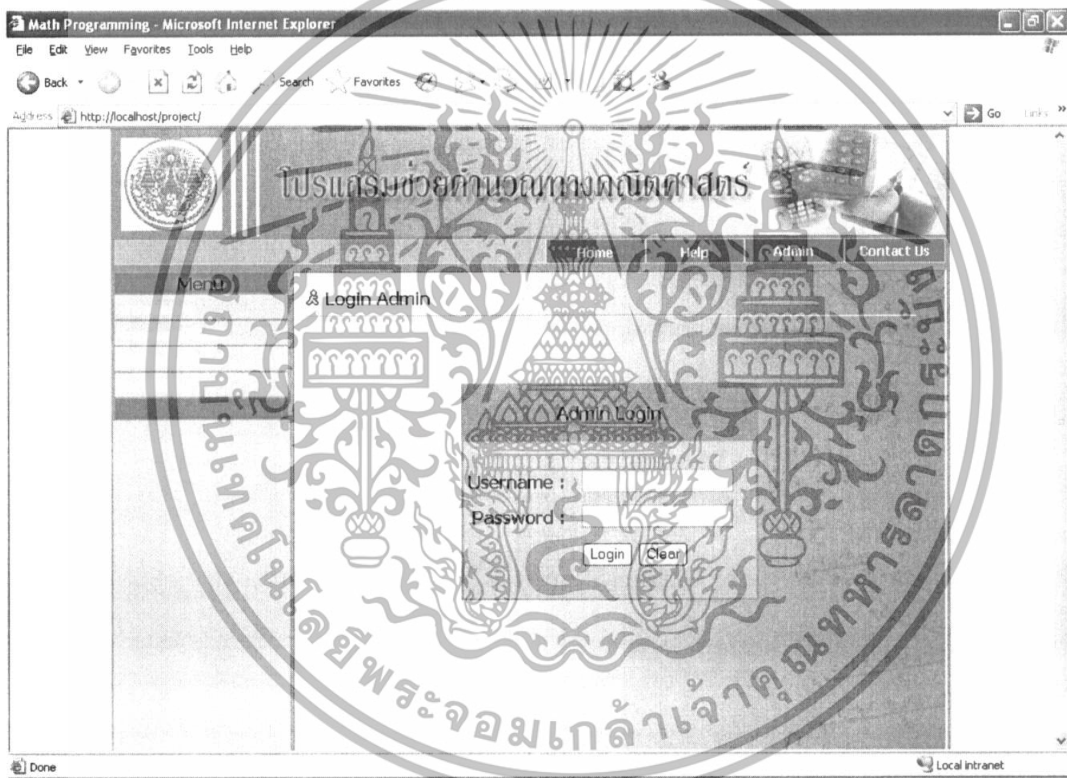
## บทที่ 4

### โปรแกรมและการทดสอบ

ในบทนี้จะอธิบายถึงส่วนต่าง ๆ ของโปรแกรม ตัวอย่าง ข้อจำกัดของโปรแกรม และการใช้งานดังต่อไปนี้

#### 4.1 ส่วนของผู้ดูแลระบบ

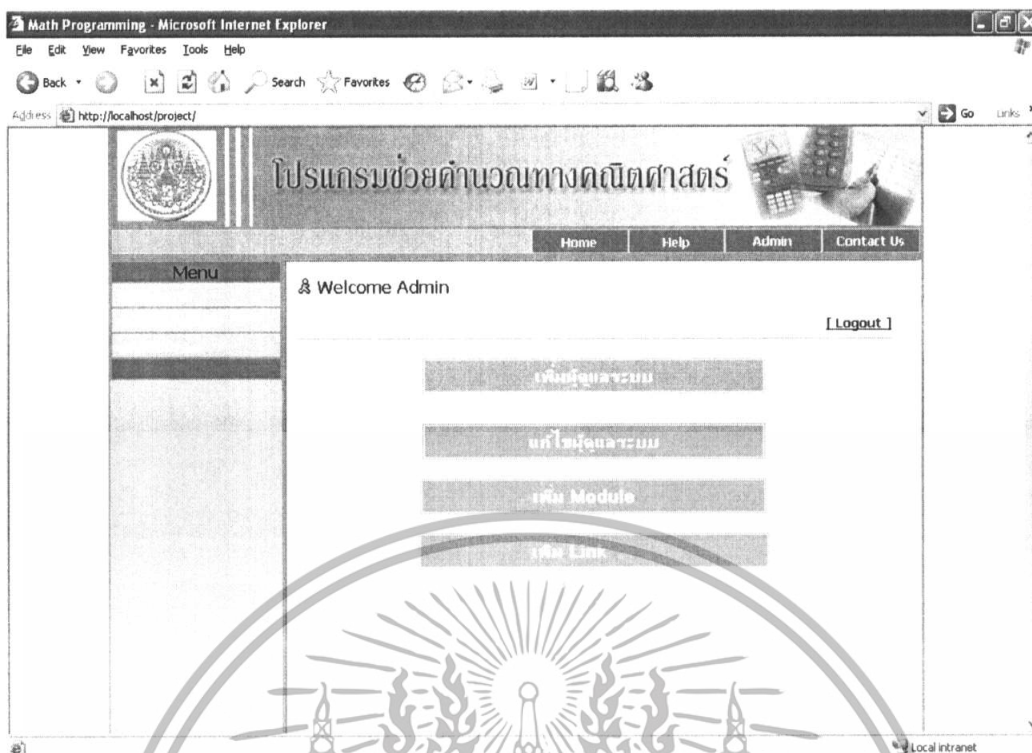
ในส่วนของ Admin จะแบ่งส่วนการทำงานเป็น 2 ส่วน คือ การจัดการ Admin และการจัดการ Module



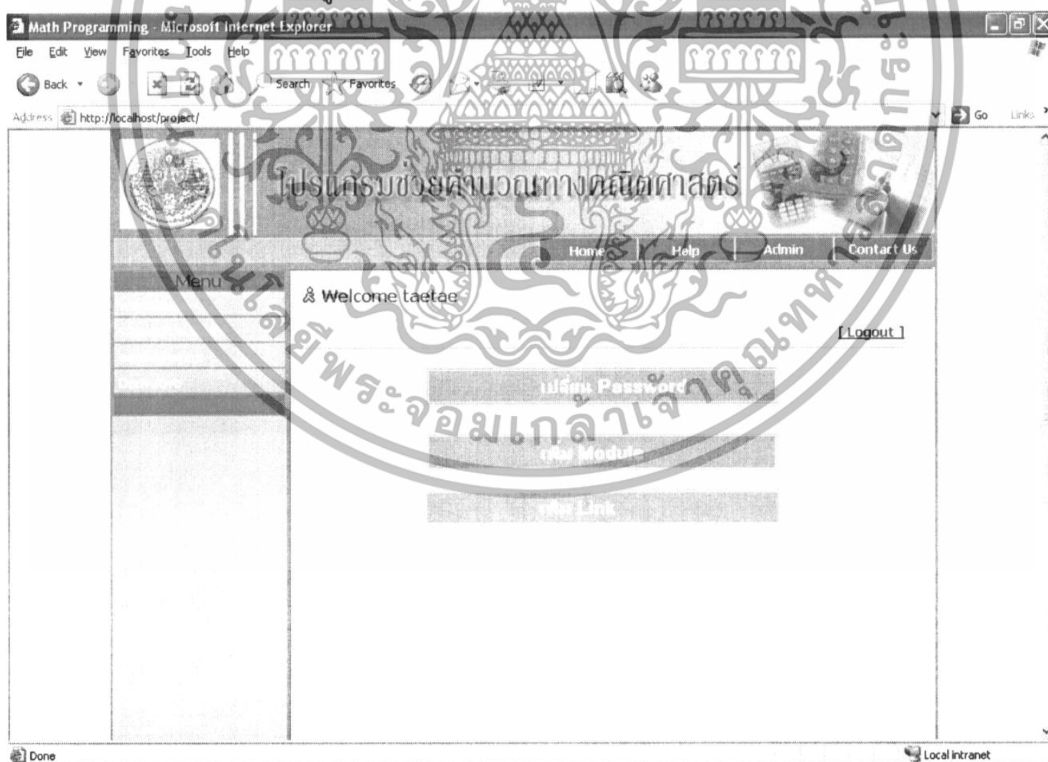
รูปที่ 4.1 หน้าจอ Login

สำหรับ Admin หลัก เมื่อ Login สำเร็จจะเข้าสู่หน้าเมนูของการจัดการ Admin และ Module ดังรูปที่ 4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



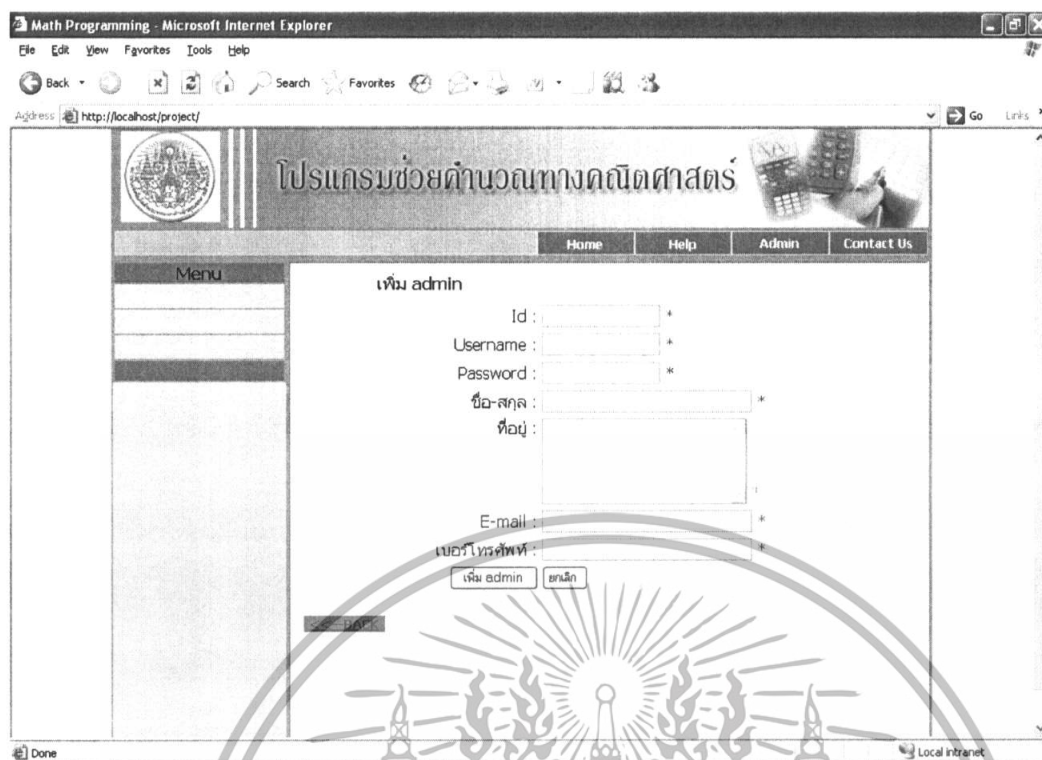
รูปที่ 4.2 หน้าจอหลักการจัดการ Admin และ Module สำหรับ Admin ทั่วไป จะแสดงดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 หน้าจอหลักการจัดการ Module ของ Admin ทั่วไป

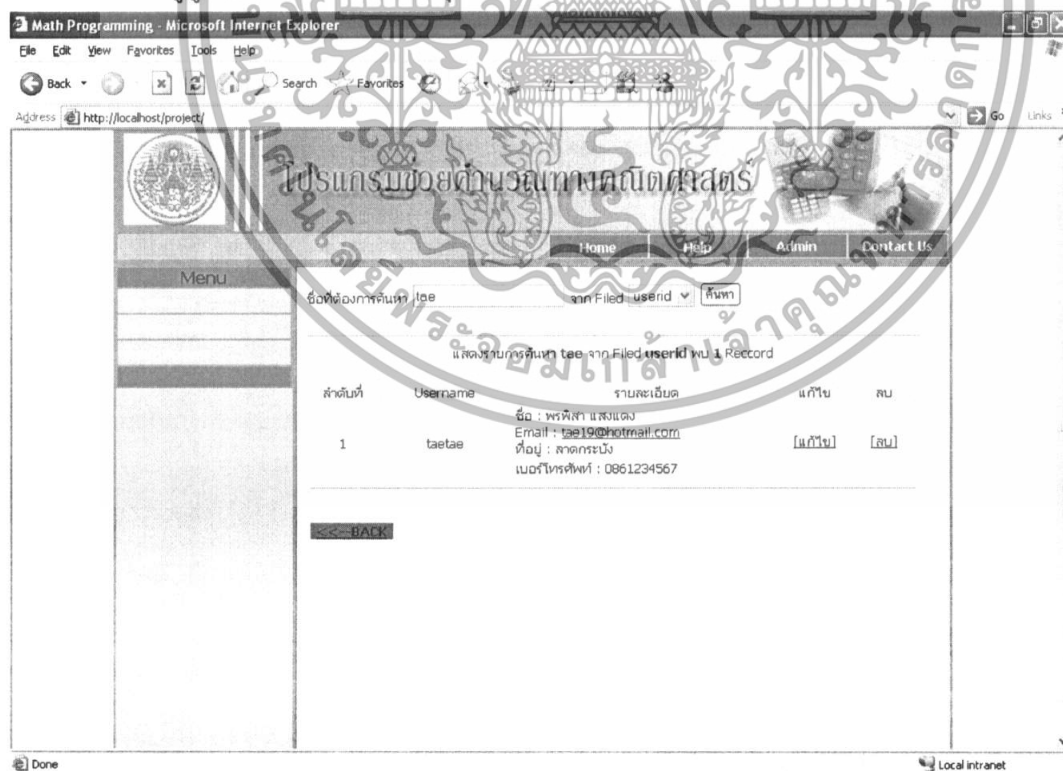
เมื่อคลิกเพิ่มผู้ดูแลระบบ จะแสดงดังรูปที่ 4.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 หน้าจอการเพิ่มผู้ดูแลระบบ

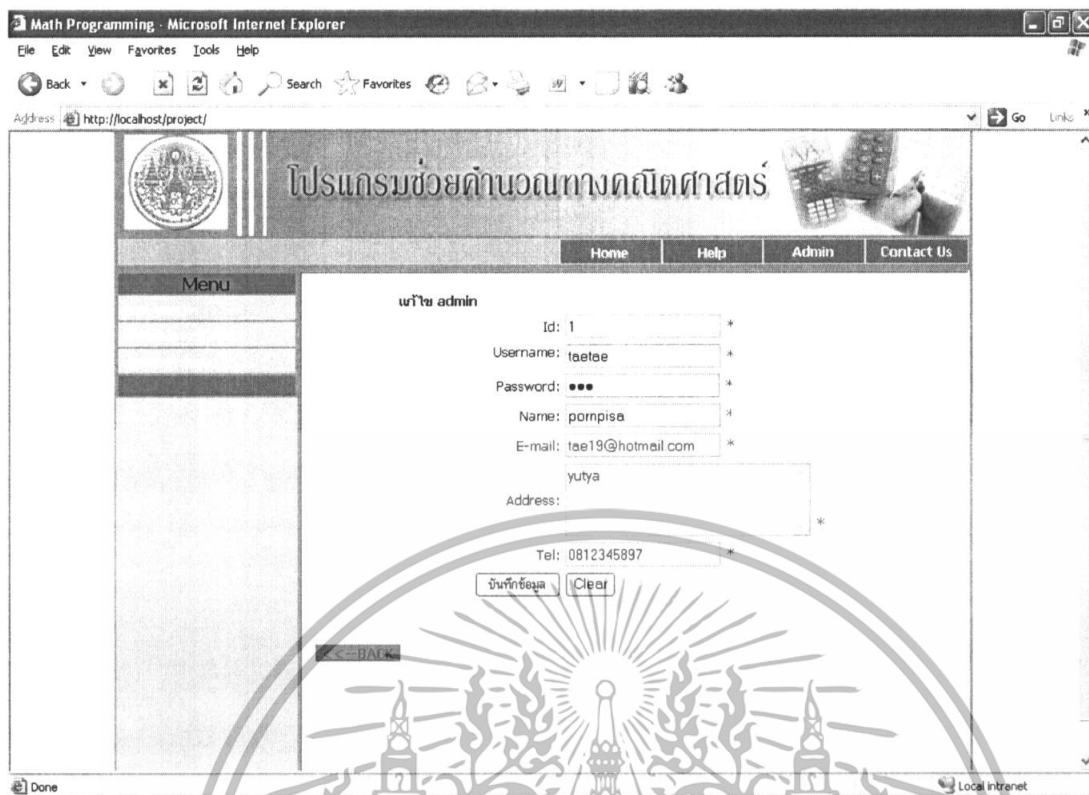
เมื่อคลิกแก้ไขผู้ดูแลระบบ จะแสดงดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 หน้าจอการแก้ไขและลบผู้ดูแลระบบ

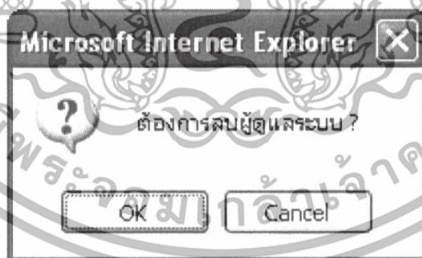
เมื่อคลิกที่แก้ไข จะแสดงดังรูปที่ 4.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 หน้าจอการแก้ไขผู้ดูแลระบบ

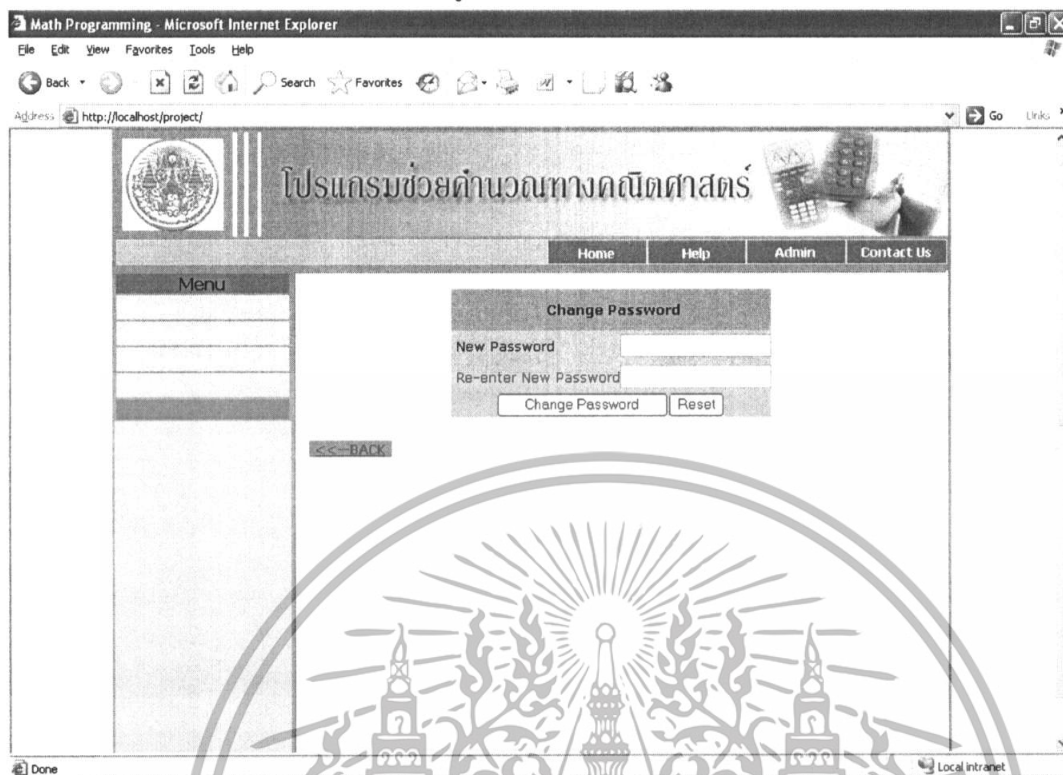
เมื่อคลิกที่ลบ ระบบจะทำการลบผู้ดูแลระบบนั้นออกจากฐานข้อมูล โดยจะขึ้นข้อความเตือนอีกครั้งว่าต้องการที่จะลบผู้ดูแลระบบหรือไม่ดังรูปที่ 4.7 และเมื่อทำการคลิก OK จะทำการลบแสดงดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.7 หน้าต่างเตือนถามอีกครั้งว่าต้องการลบผู้ดูแลระบบหรือไม่

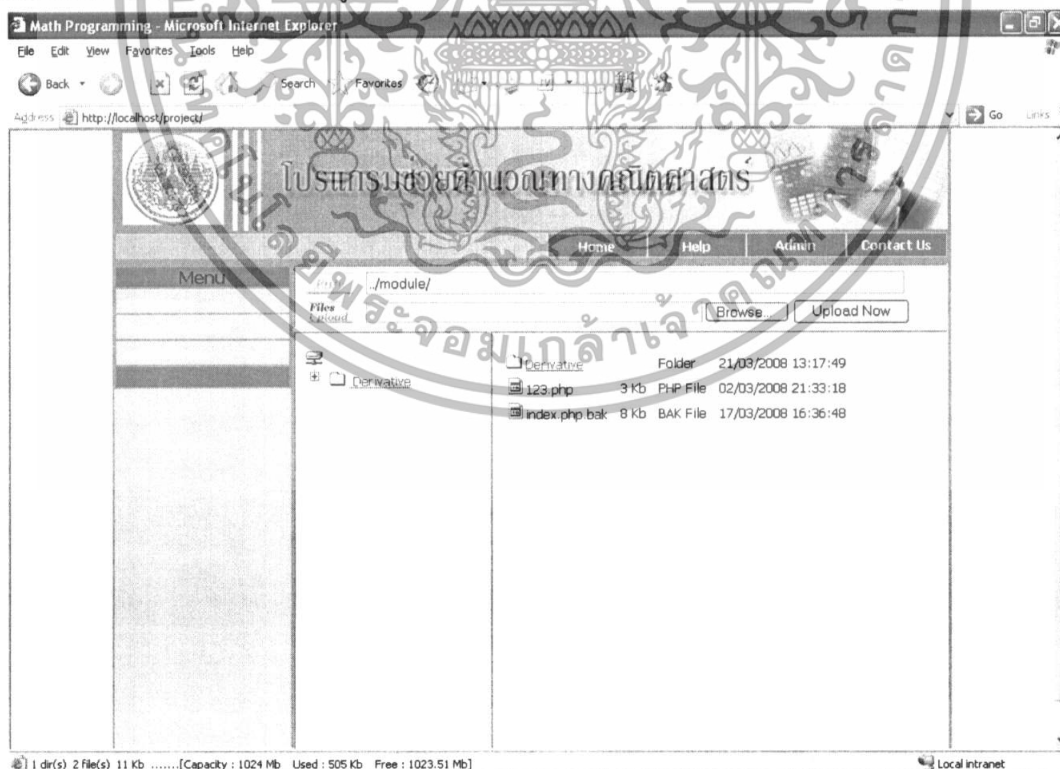
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อคลิกที่เปลี่ยน Password จะแสดงดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 หน้าจอการเปลี่ยน Password

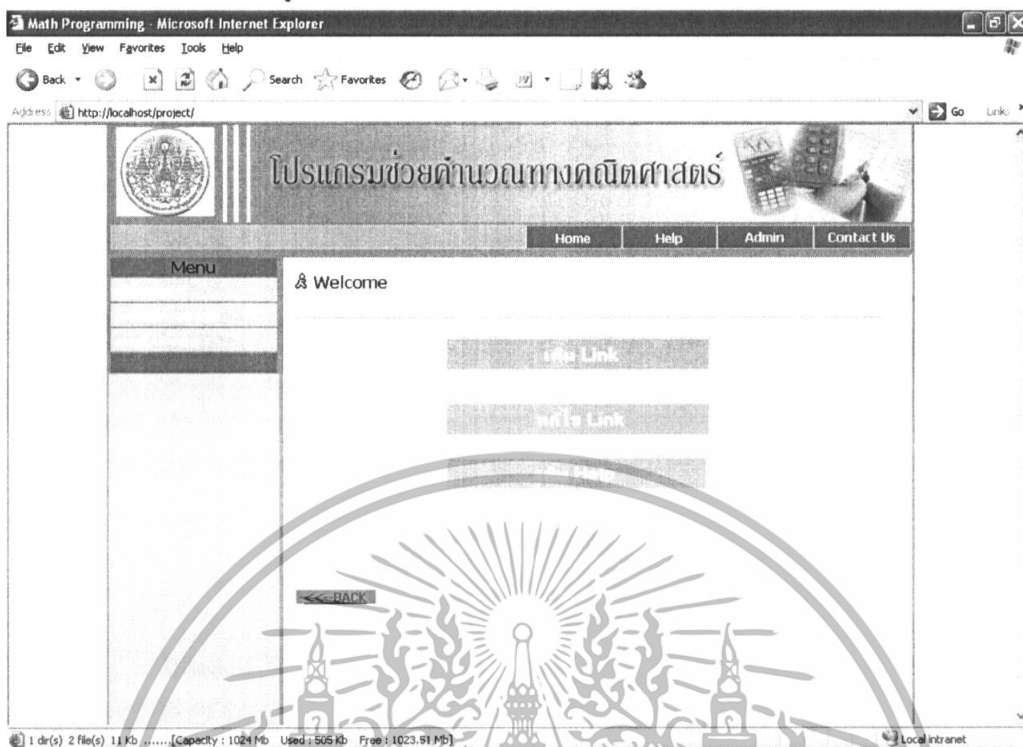
เมื่อคลิกที่เพิ่ม Module จะแสดงดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 หน้าจอการเพิ่ม Module

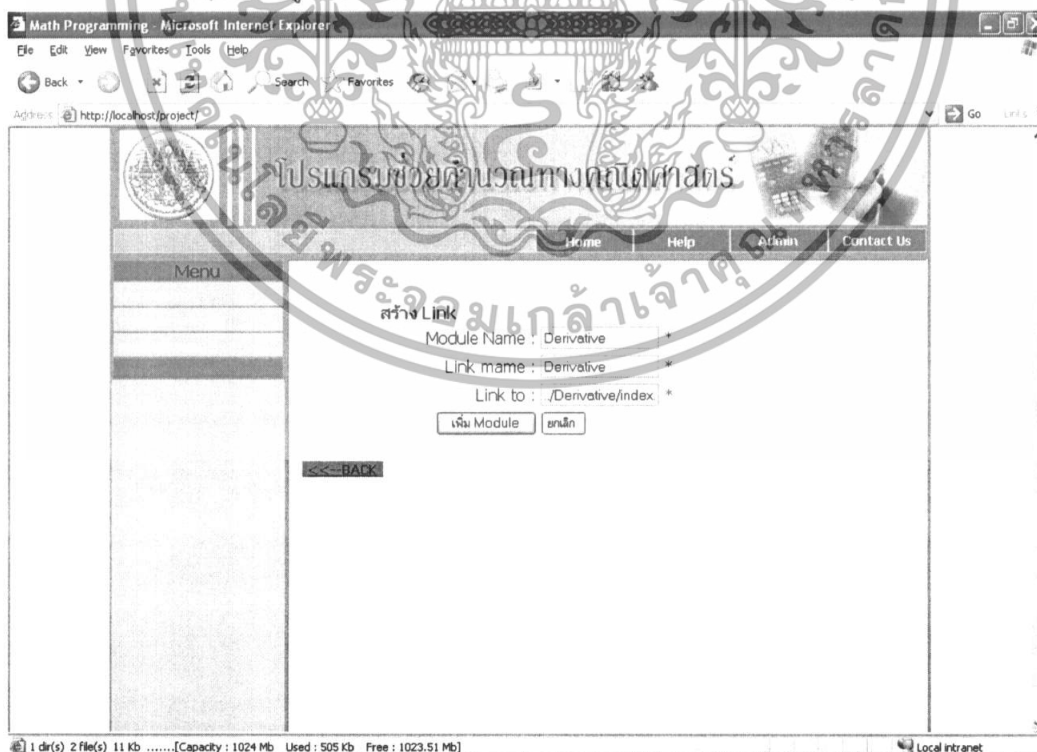
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อคลิกที่เพิ่ม Link จะแสดงดังรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 หน้าจอการเพิ่ม Link

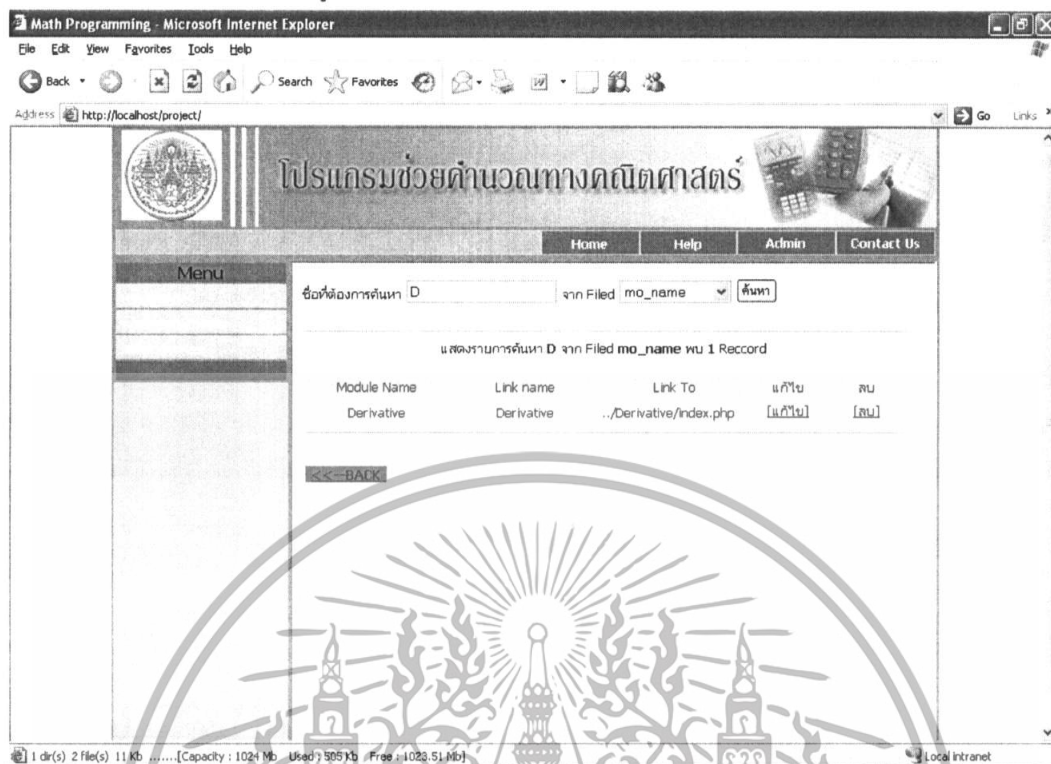
เมื่อคลิกที่เพิ่ม Link จะแสดงดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 หน้าจอการสร้าง Link

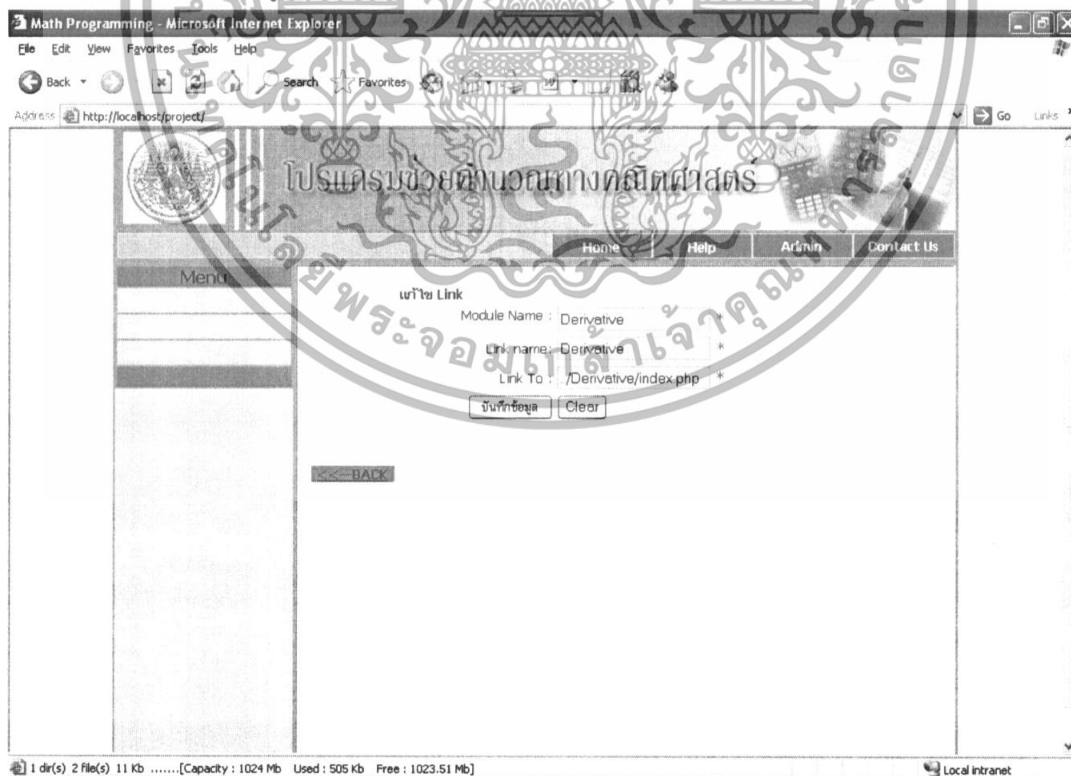
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อคลิกที่แก้ไข Link จะแสดงดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 หน้าจอการแก้ไขและลบ Link

เมื่อคลิกที่แก้ไข จะแสดงดังรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 หน้าจอการแก้ไข Link

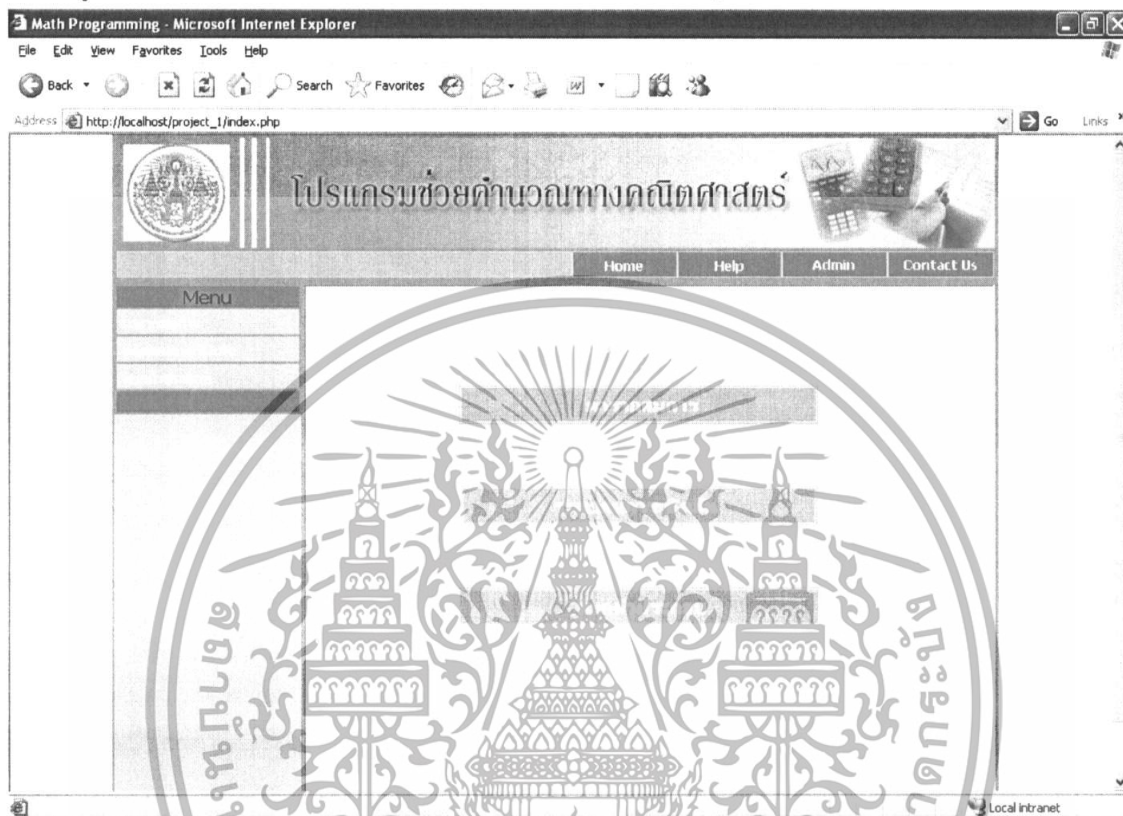
เมื่อคลิกที่ลบ ระบบจะทำการลบ Link นั้นออกจากฐานข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อต้องการออกจากระบบให้กด **[Logout]** แล้วจะกลับไปสู่หน้าหลักของโปรแกรม

## 4.2 ส่วนของผู้ใช้

ผู้ใช้สามารถเข้าใช้โปรแกรมได้เลยโดยไม่ต้องทำการ Login หรือ สมัครสมาชิกแต่อย่างใด

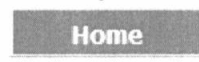


รูปที่ 4.14 หน้าจอหลักของโปรแกรม

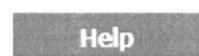
ดังรูปที่ 4.1 เป็นหน้าจอหลักของโปรแกรมจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนหลัก คือ



1. แถบเมนูด้านบนประกอบด้วย Home, Help, Admin และ Contact Us

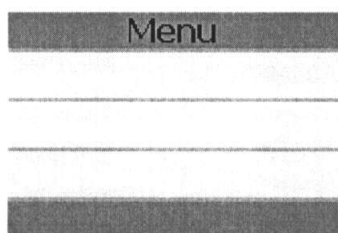


จะช่วยให้ผู้ใช้สามารถกลับมายังหน้าหลักได้ทันทีที่ต้องการ



จะลิงค์ไปยังหน้าที่แสดงคู่มือการใช้งานโปรแกรมในส่วนของการ

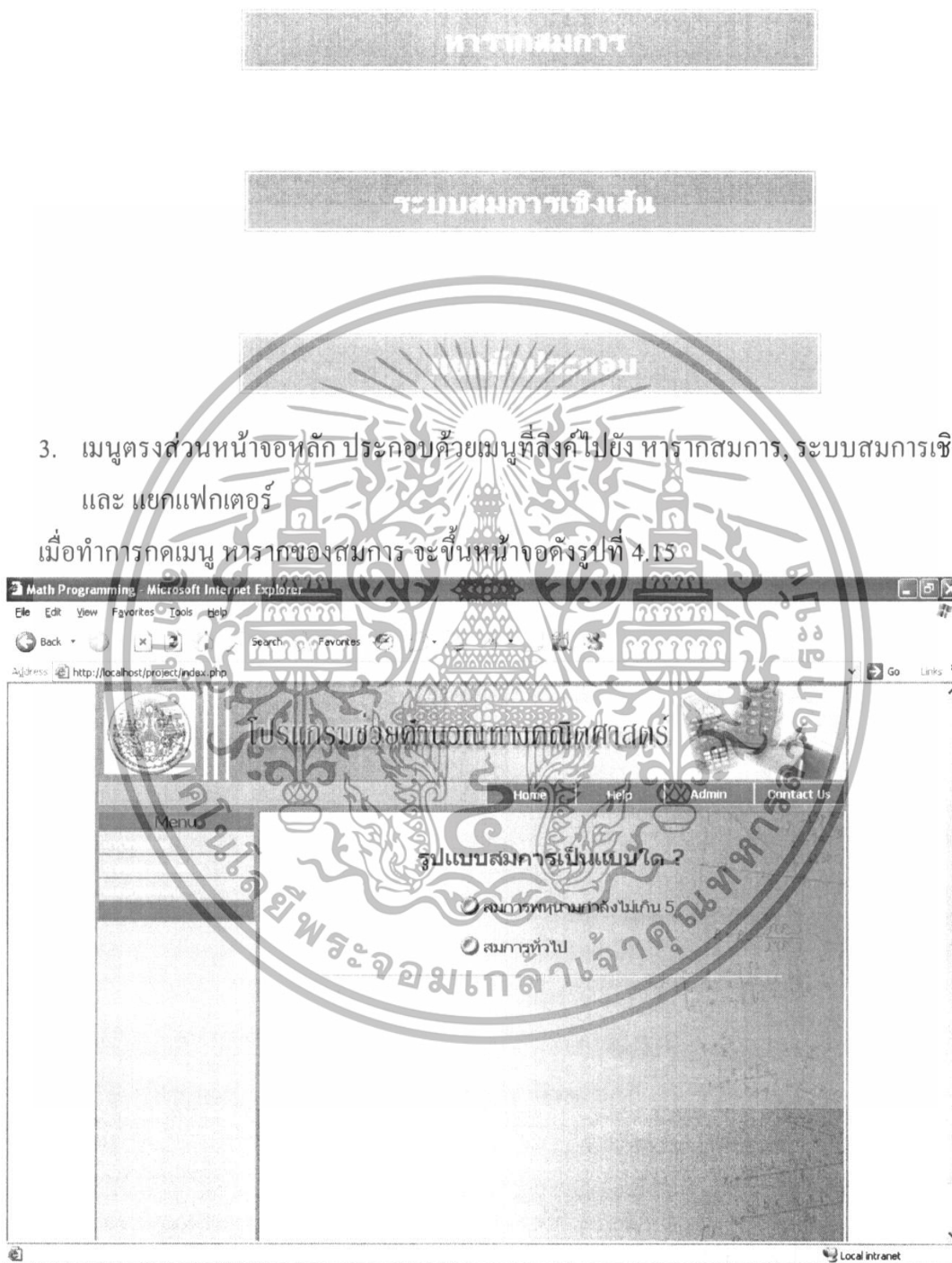
คำนวณด้วยวิธีต่าง ๆ



2. แถบเมนูด้านซ้าย ประกอบด้วยเมนูที่ลิงค์ไปยัง หารากสมการ, ระบบสมการเชิงเส้น และ แยกตัวประกอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในส่วนของเมนูด้านซ้ายนี้มีไว้เพื่อความสะดวกต่อผู้ใช้ในกรณีที่ผู้ใช้อยู่นำที่ไม่ใช่หน้าจอหลัก และต้องการกลับไปยังส่วนเริ่มแรกของการคำนวณในแต่ละวิธี ผู้ใช้จะสามารถเข้าสู่การคำนวณของแต่ละวิธีได้เลยโดยไม่ต้องทำการกดปุ่มย้อนกลับ

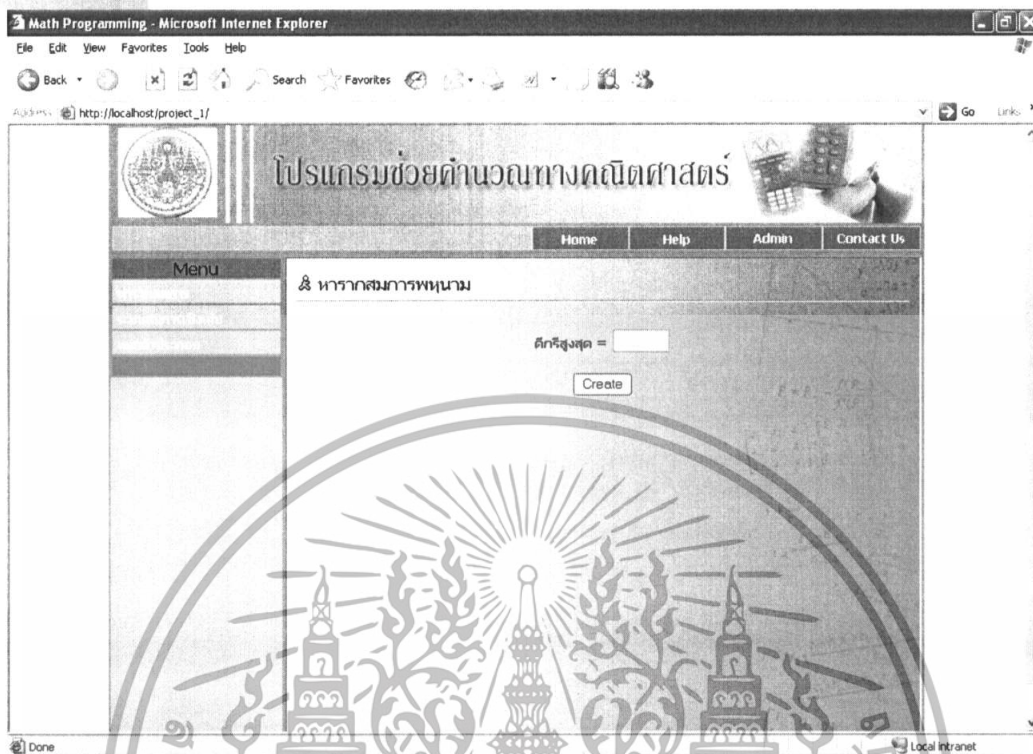


รูปที่ 4.15 หน้าจอเมื่อกดเมนู หารากสมการ

ในการหารากของสมการนั้นเราจะแบ่งเป็นสองส่วน คือ หากสมการที่ต้องการหารากของสมการมีกำลังไม่เกิน 4 ผู้ใช้สามารถเลือก  สมการพหุนามกำลังไม่เกิน 5 ซึ่งจะให้คำตอบตามจำนวนดีกรีทั้งในรูปของจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อน หากสมการที่ต้องการหารากเป็นสมการกำลัง 5 ขึ้นไปจะมีเอกสารถูกเป็นเอกสารหลังจมนเรสสำหรับใช้ในการเขียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออยู่ในตำแหน่งนี้ผู้ใช้จะไม่สามารถนำไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

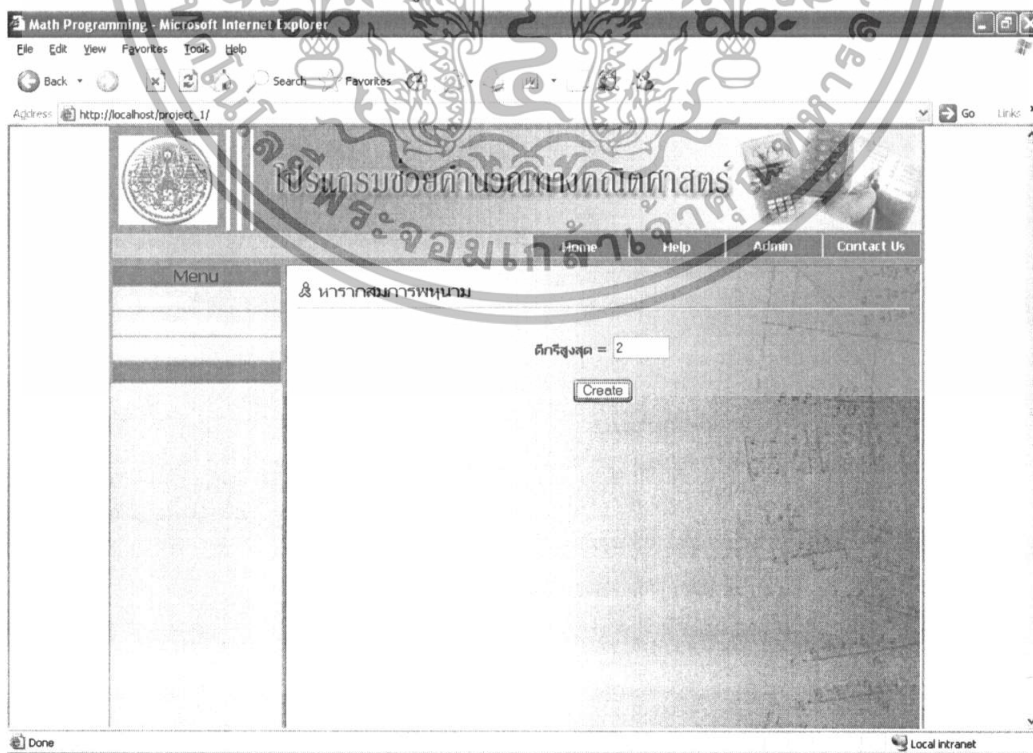
ข้อจำกัดซึ่งสามารถหาได้เป็นบางกรณีเท่านั้น ทั้งนี้ผู้ใช้สามารถหาโดยใช้วิธีทาง Numerical ได้ โดยเลือก

## ● สมการทั่วไป



รูปที่ 4.16 หน้าจอการหารากสมการพหุนาม

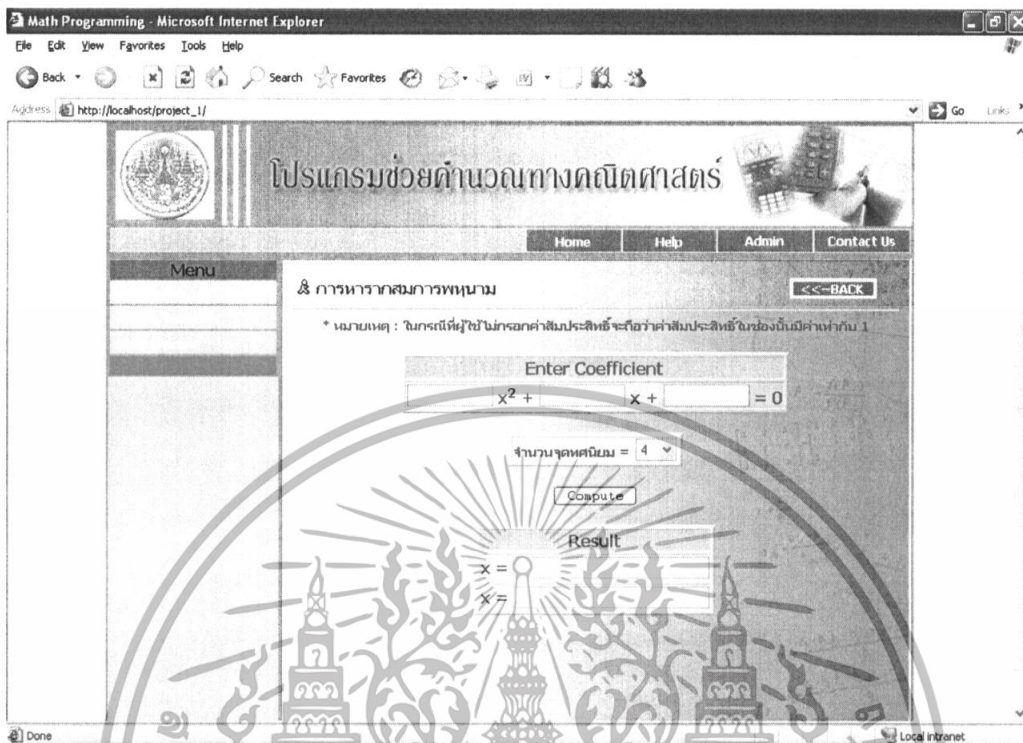
ในส่วนแรกของการหารากสมการพหุนามจะขึ้นของผู้ใช้ใส่จำนวนดีกรีสูงสุดของสมการพหุนามที่ต้องการหาคำรากลงไป ดังแสดงในรูปที่ 4.17



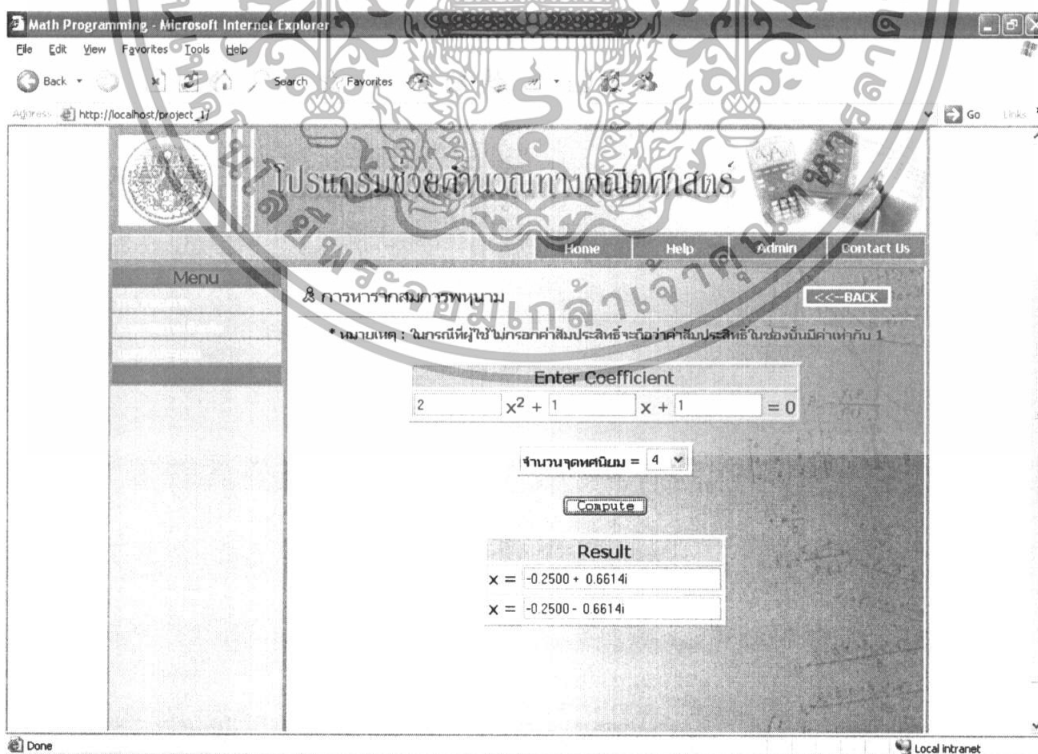
รูปที่ 4.17 หน้าจอแรกการหารากสมการพหุนามเมื่อทำการกรอกจำนวนดีกรีสูงสุดเท่ากับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.17 เมื่อทำการกด **Create** จะแสดงหน้าจอที่ให้ผู้ใช้งานกรอกค่าสัมประสิทธิ์ลงไป ดังรูปที่ 4.18



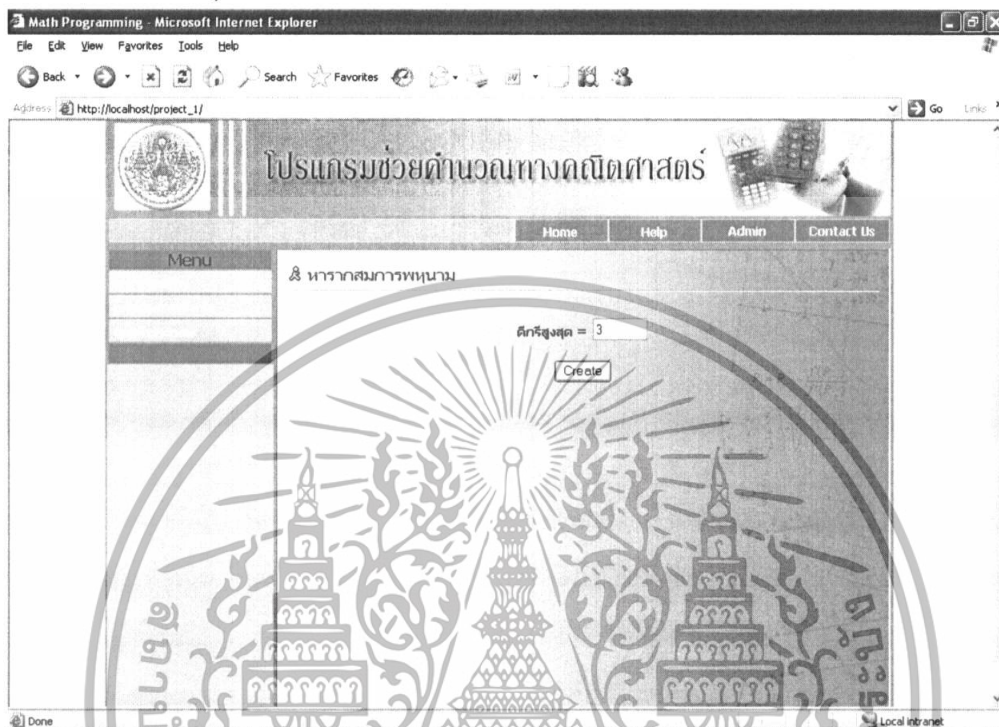
รูปที่ 4.18 หน้าจอเมื่อใส่ค่าตัวแปรสูงสุดเท่ากับ 2



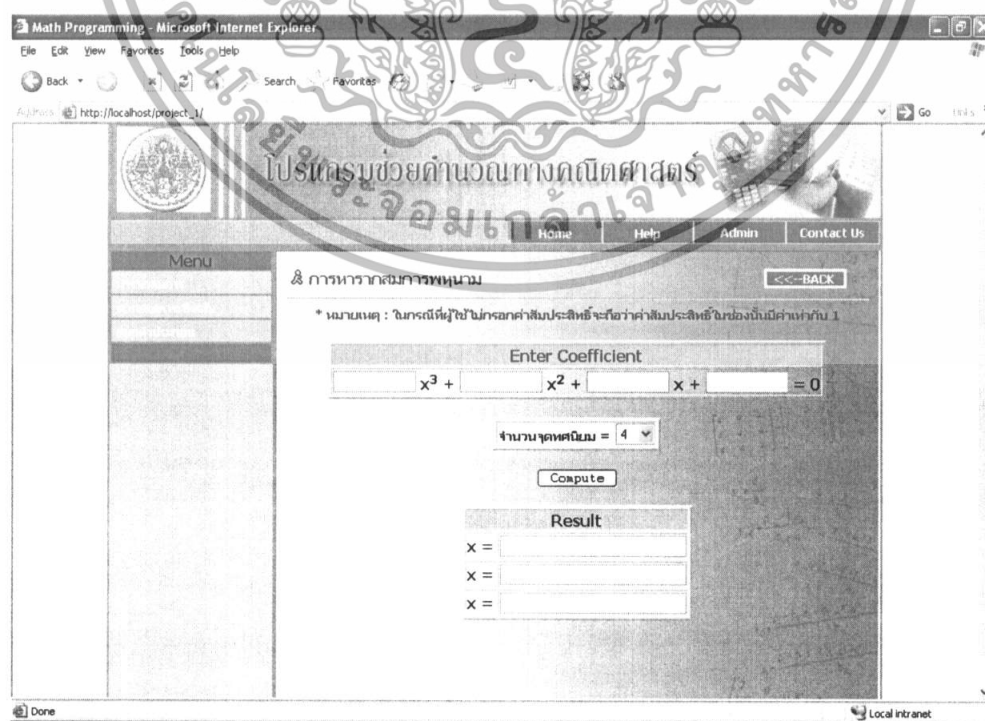
รูปที่ 4.19 เมื่อใส่ค่าสัมประสิทธิ์ลงไปและทำการกด Compute

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อใส่ค่าสัมประสิทธิ์ลงไปและทำการกดปุ่ม Compute ผลของการหารากสมการก็จะออกมาในตาราง Result ซึ่งการกรอกค่าสัมประสิทธิ์นั้นต้องกรอกค่าที่เป็นจำนวนจริงเท่านั้น หากผู้ใช้ไม่ทำการกรอกค่าสัมประสิทธิ์ที่ช่องใด โปรแกรมจะถือว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่ช่องนั้นจะมีค่าเท่ากับ 1 และนอกจากนี้ยังสามารถกำหนดจำนวนจุดทศนิยมได้อีกด้วย

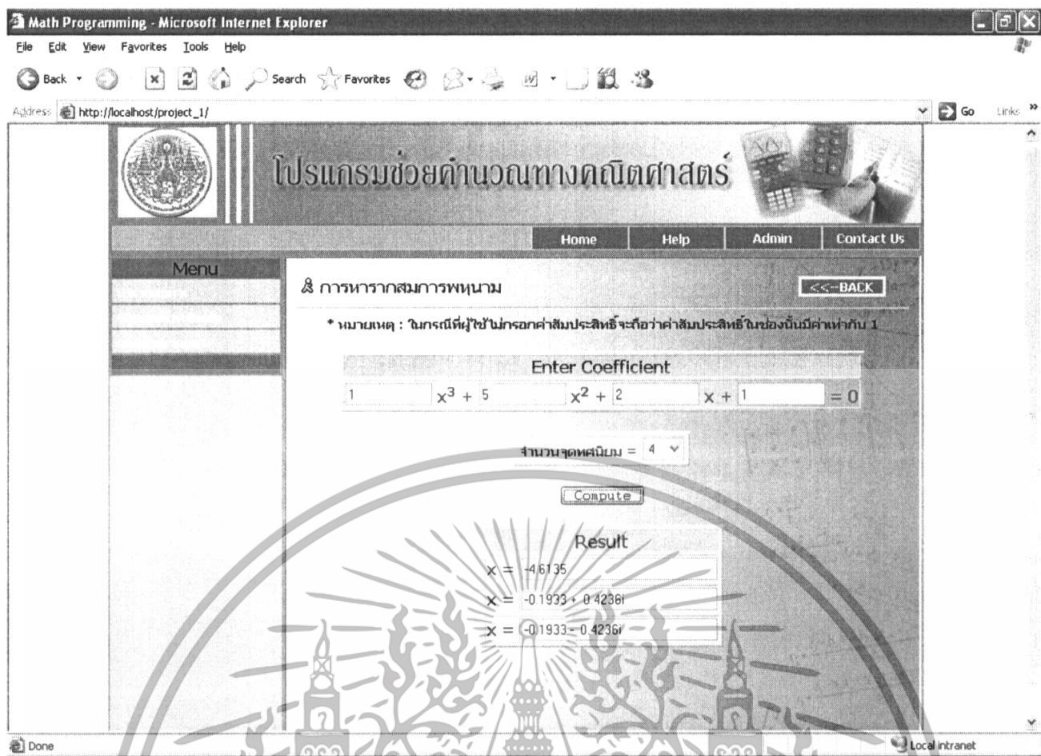


รูปที่ 4.20 หน้าจอแรกการหารากสมการพหุนามเมื่อทำการกรอกจำนวนดีกรีสูงสุดเท่ากับ 3

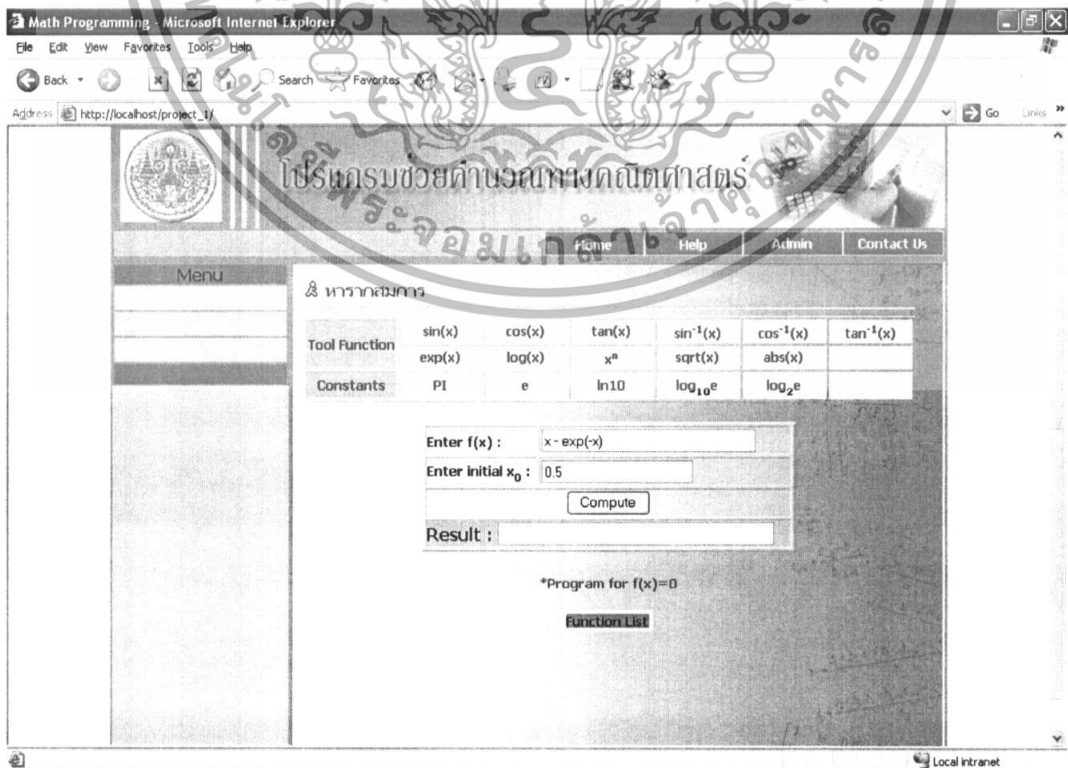


รูปที่ 4.21 การใส่ค่าดีกรีสูงสุดเท่ากับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



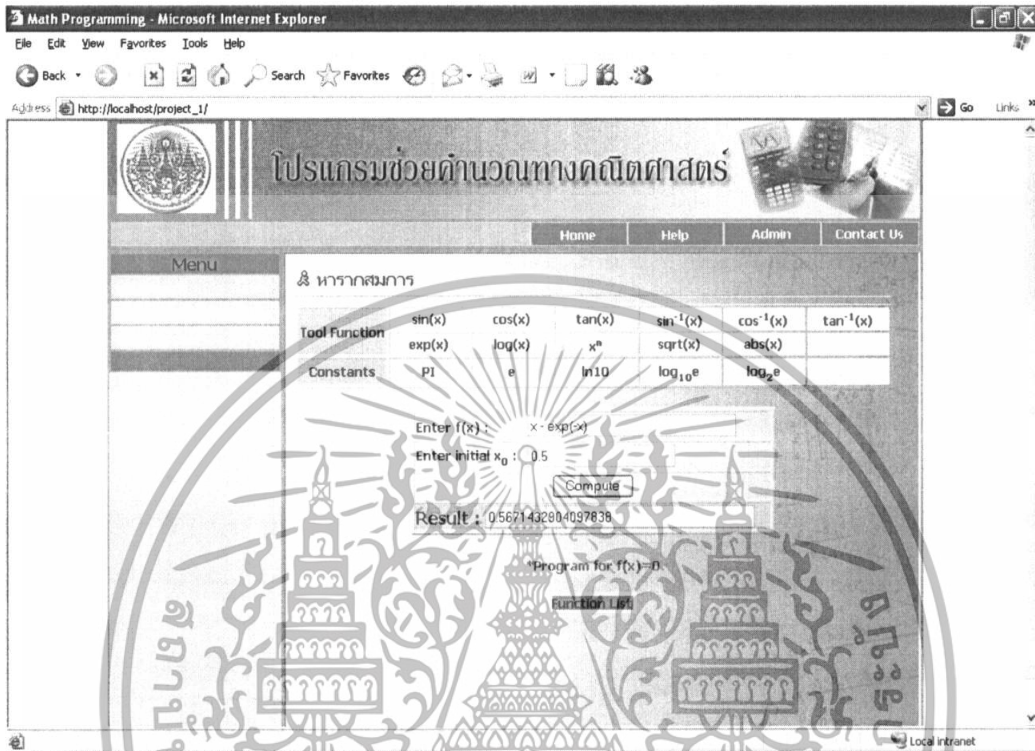
รูปที่ 4.22 เมื่อใส่ค่าสัมประสิทธิ์ลงไปและทำการกด Compute หากต้องการหารากทั่วไปซึ่งไม่สามารถใช้วิธีการหารากสมการพหุนามได้ ให้เลือกการหารากสมการทั่วไป ดังแสดงในรูปที่ 4.23



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการเลือกการหารากสมการทั่วไป หากต้องการนำเข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

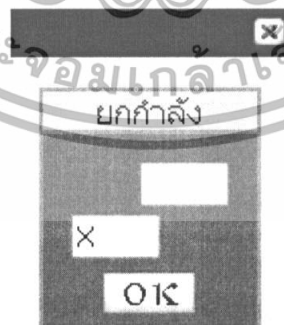
หน้าจอจะขึ้นช่องให้กรอกฟังก์ชันลงไป ซึ่งรูปแบบฟังก์ชันในการกรอกจะมีการกำหนดไว้ให้ ผู้ใช้ทำการกรอกให้ถูกต้องไม่เช่นนั้นค่าที่ได้อาจผิดพลาดได้ ซึ่งรูปแบบการกรอกผู้ใช้สามารถดูได้ที่ Function List ของการหารากสมการทั่วไป

เมื่อใส่สมการและทำการกดปุ่ม **Compute** จะแสดงผลดังรูปที่ 4.24



รูปที่ 4.24 ตัวอย่างผลการคำนวณ

หากต้องการกรอกฟังก์ชันพหุนามยกกำลัง  $n$  ให้คลิกที่ Tool Function เลือก หน้าต่างให้กรอกยกกำลัง ดังนี้



รูปที่ 4.25 หน้าต่างสำหรับกรอกค่าฟังก์ชันพหุนามยกกำลัง  $n$

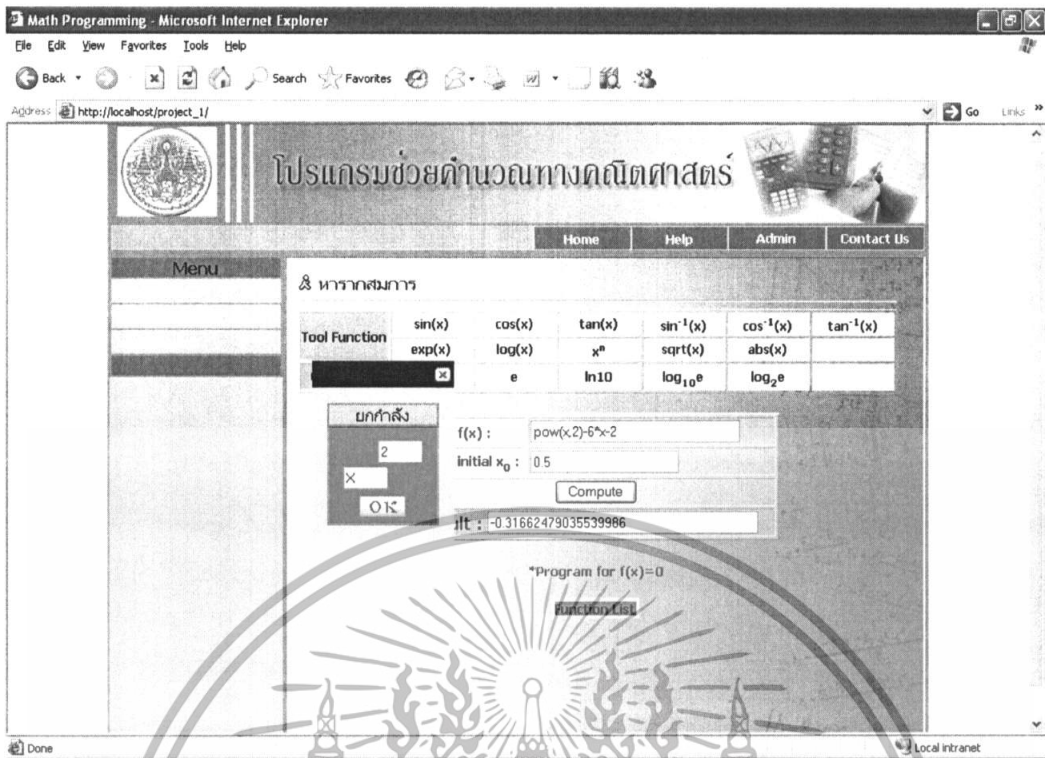
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อคลิกที่ Function List จะขึ้นหน้าต่างแสดงฟังก์ชันทั้งหมดที่สามารถกรอกได้ แสดงดังรูปที่

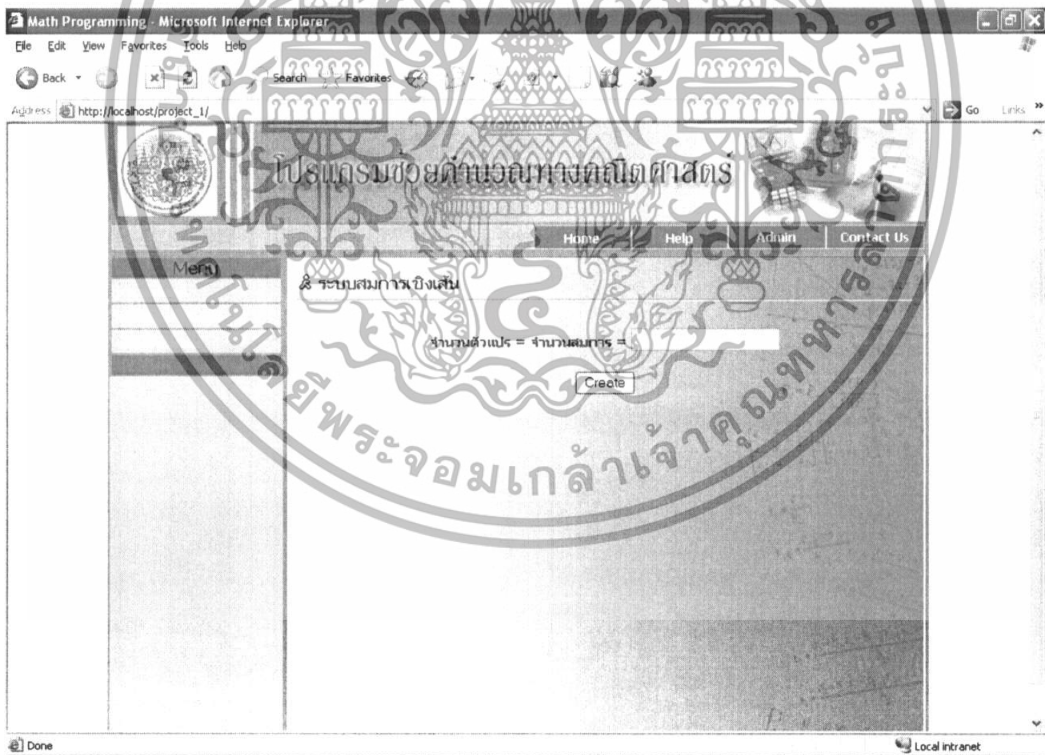
Function	Description
abs(x)	absolute value of x
acos(x)	angle (radians) whose cosine is x
asin(x)	angle (radians) whose sine is x
atan(x)	angle (radians) whose tangent is x
cos(x)	cosine of the angle x (radians)
cosX	cos(x)
exp(x)	e to the power x
log(x)	natural logarithm of x
pow(x,n)	x raised to the power n
sin(x)	sine of the angle x (radians)
sqrt(x)	square root of x
tan(x)	tangent of x (radians)
Constants	Description
E	e (base of natural logarithms)
LN10	The natural logarithm of 10
LOG10E	The base 10 logarithm of e
LOG2E	The base logarithm of e
PI	3.14159265....

รูปที่ 4.26 หน้าต่าง Function List

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



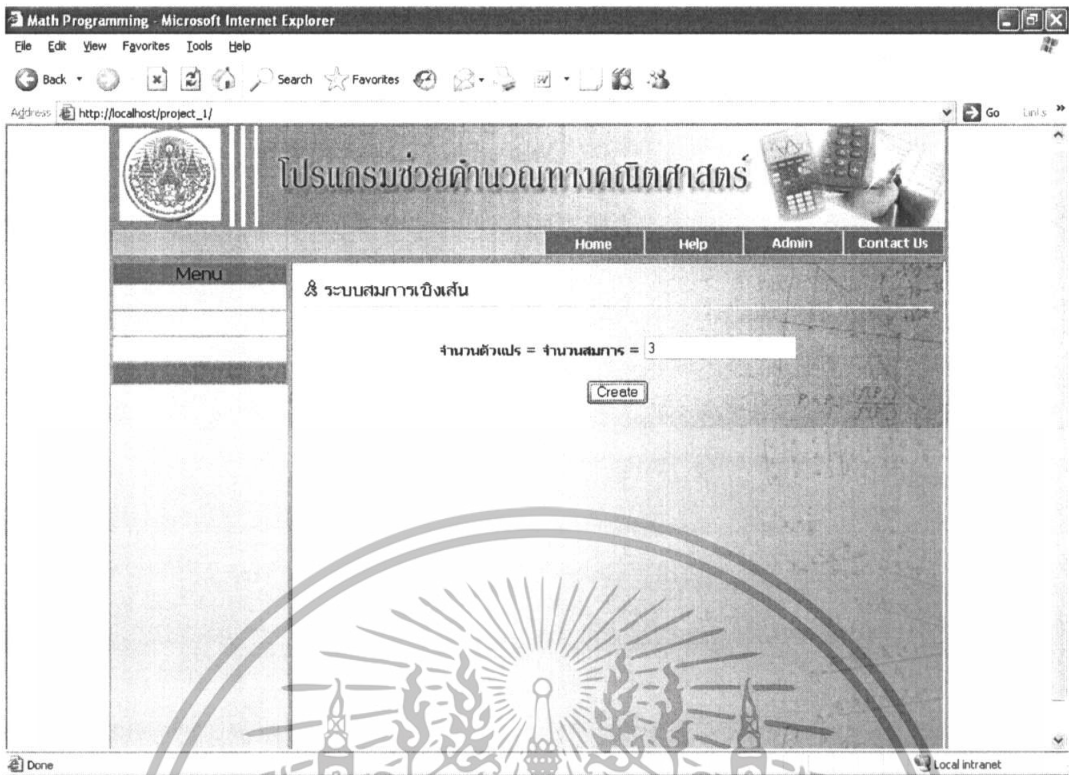
รูปที่ 4.27 ตัวอย่างผลการคำนวณ



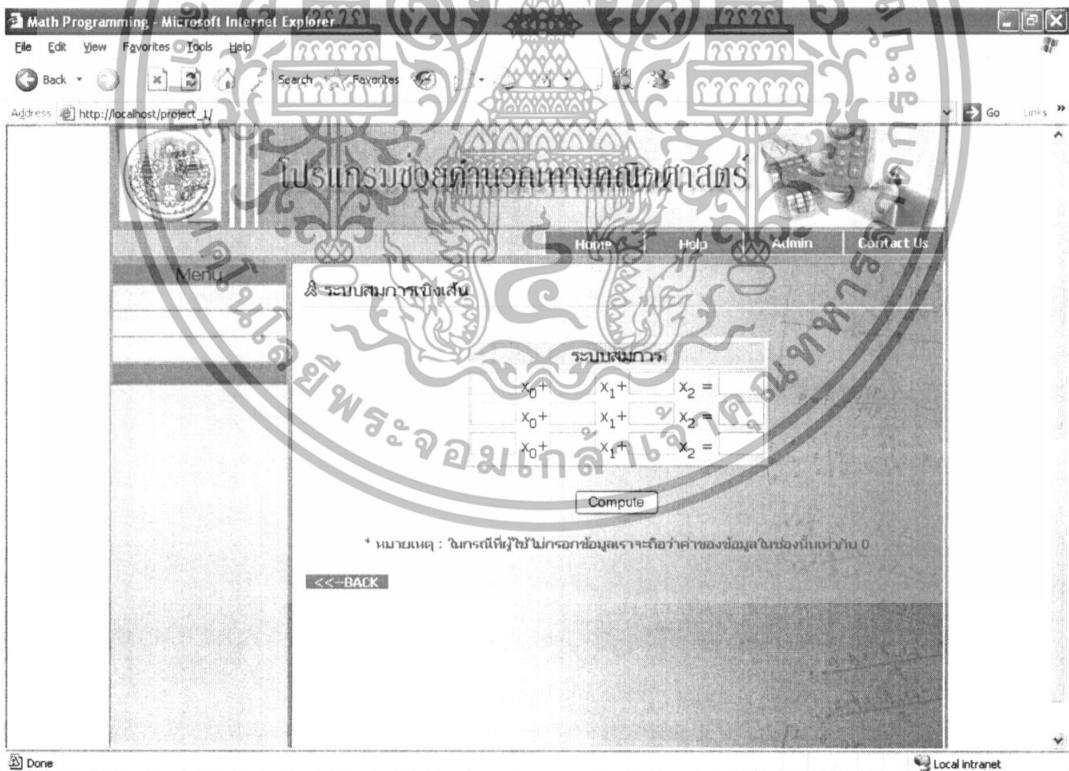
รูปที่ 4.28 หน้าจอแรกของระบบสมการเชิงเส้น

ในส่วนแรกของการหารากของระบบสมการเชิงเส้น กำหนดให้ผู้ใช้ทำการกรอกค่า จำนวนตัวแปรและจำนวนสมการลงไป โดยข้อจำกัดของโปรแกรม คือ จำนวนสมการต้องมีค่าเท่ากับจำนวนตัวแปร ดังแสดงในรูปที่ 4.29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



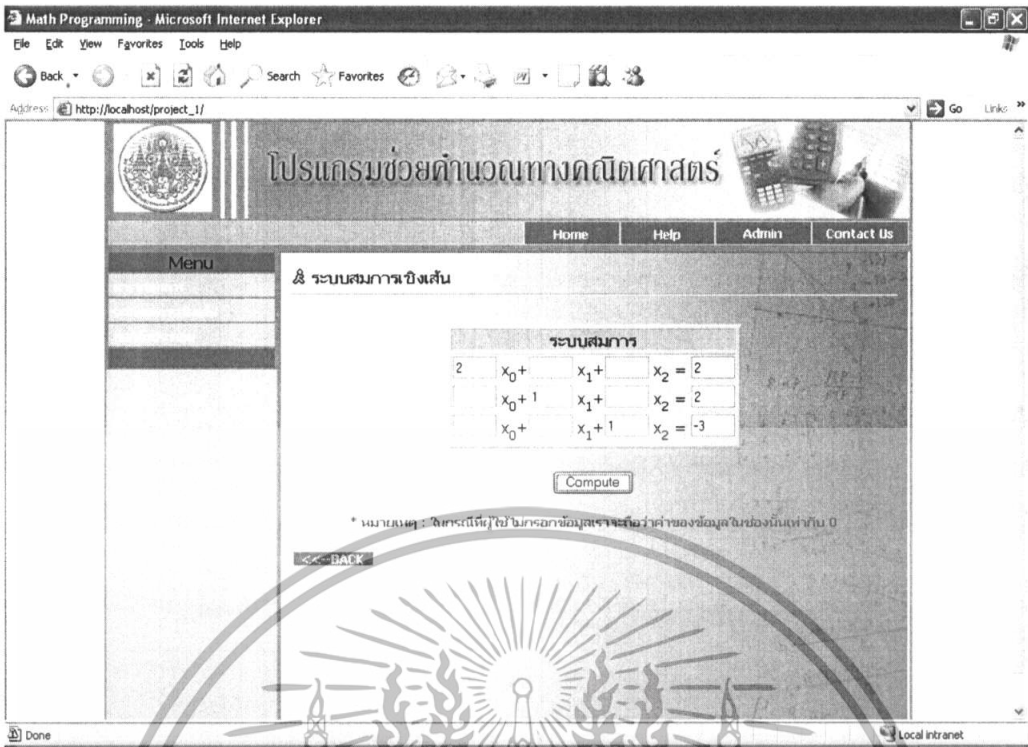
รูปที่ 4.29 การกรอกค่าจำนวนตัวแปรและจำนวนสมการ



รูปที่ 4.30 ส่วนของการกรอกค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร

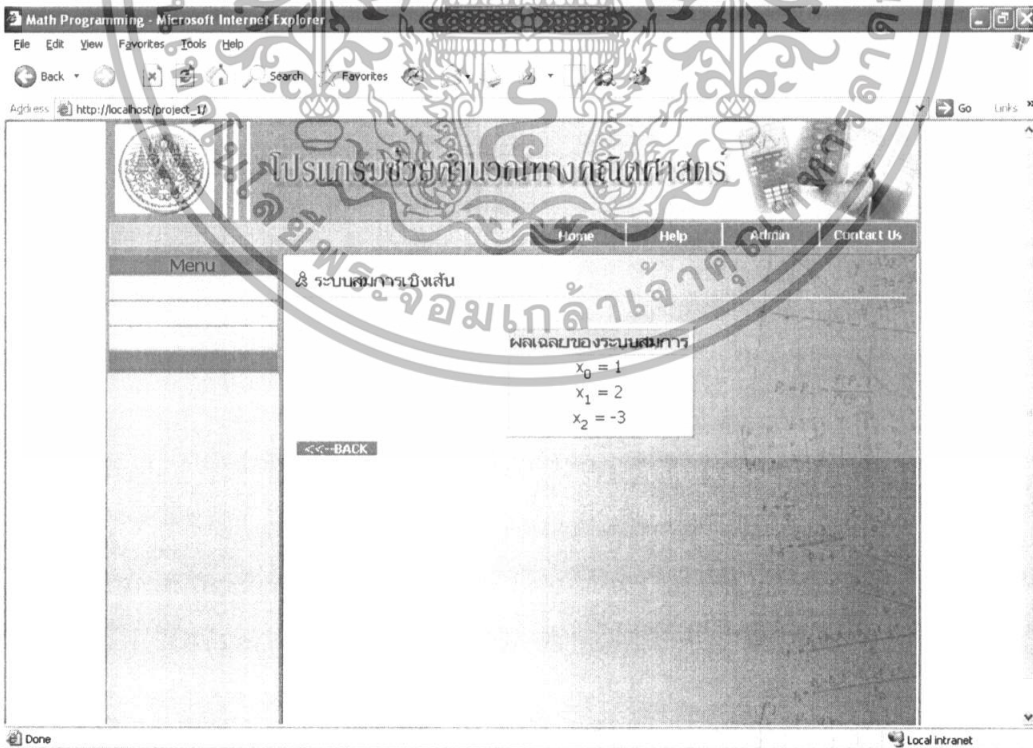
การกรอกค่าสัมประสิทธิ์เราจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ เมทริกซ์ A ละเมทริกซ์ B โดยที่เมทริกซ์ A คือค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x และเมทริกซ์ B คือค่าคงที่ของแต่ละสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



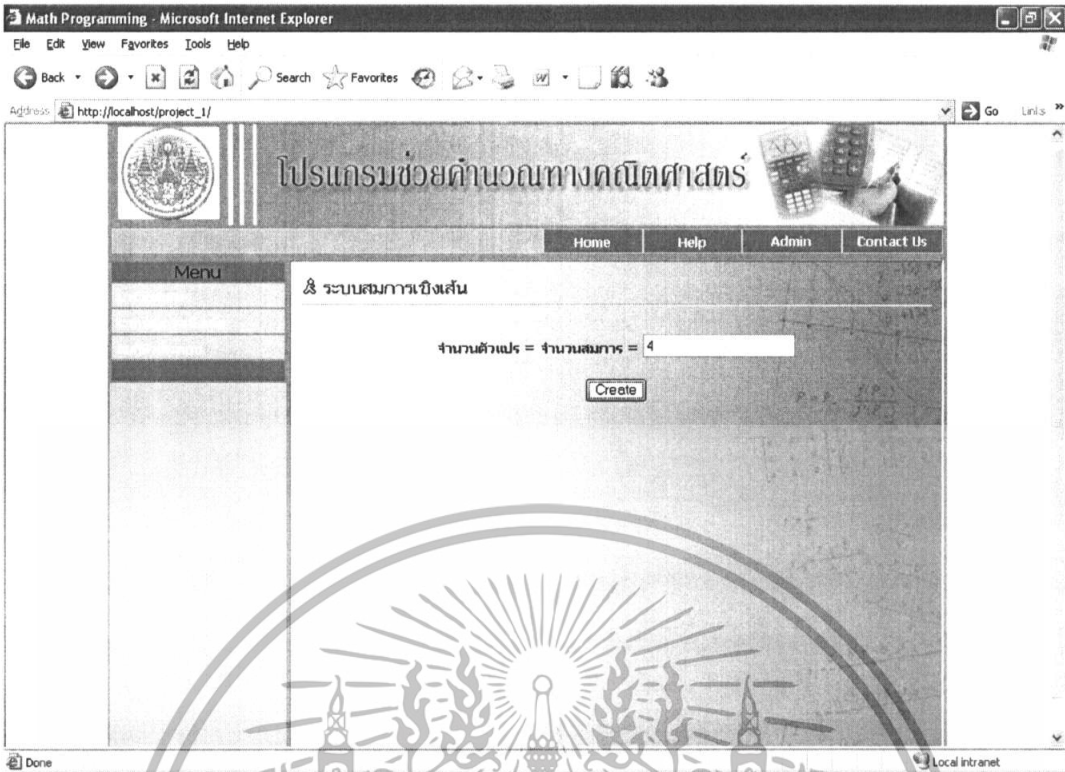
รูปที่ 4.31 การกรอกค่าสัมประสิทธิ์

ในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์มีค่าเท่ากับศูนย์ผู้ใช้สามารถจะได้ไม่ต้องทำการกรอก โปรแกรมจะกำหนดให้ช่องที่ไม่ได้ทำการกรอกค่าสัมประสิทธิ์มีค่าเท่ากับศูนย์ทันที  
จากรูปที่ 4.31 แสดงผลการคำนวณได้ดังรูปที่ 4.32

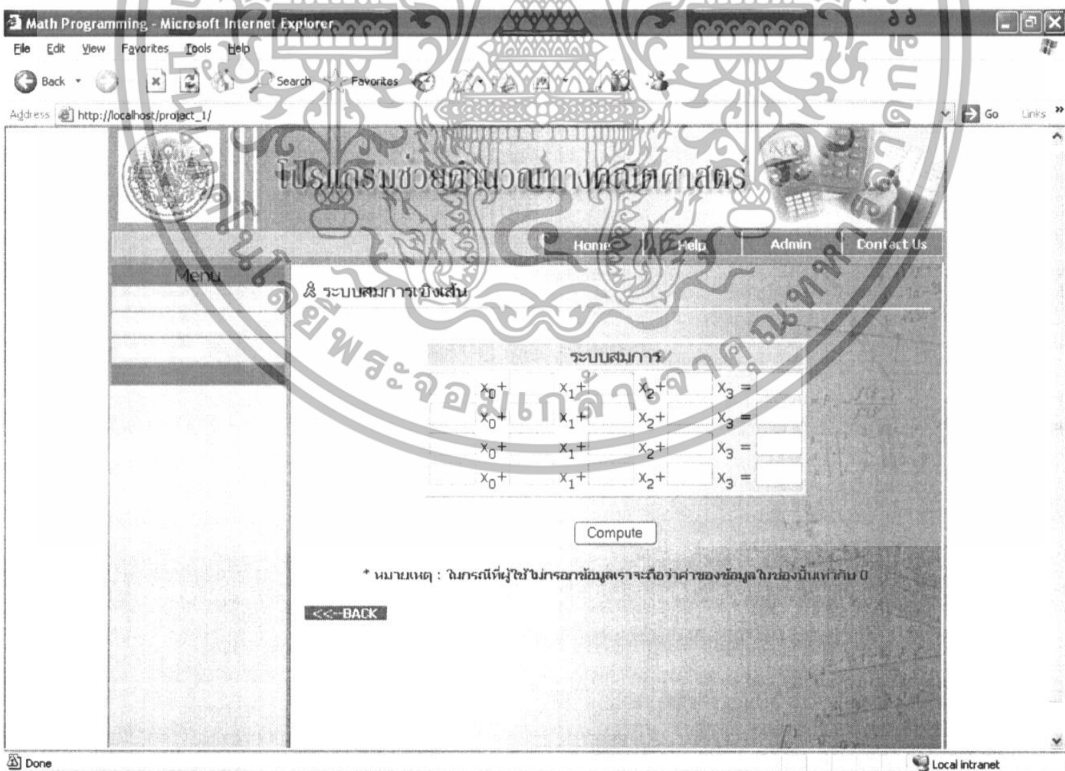


รูปที่ 4.32 ผลการคำนวณจากรูปที่ 4.31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

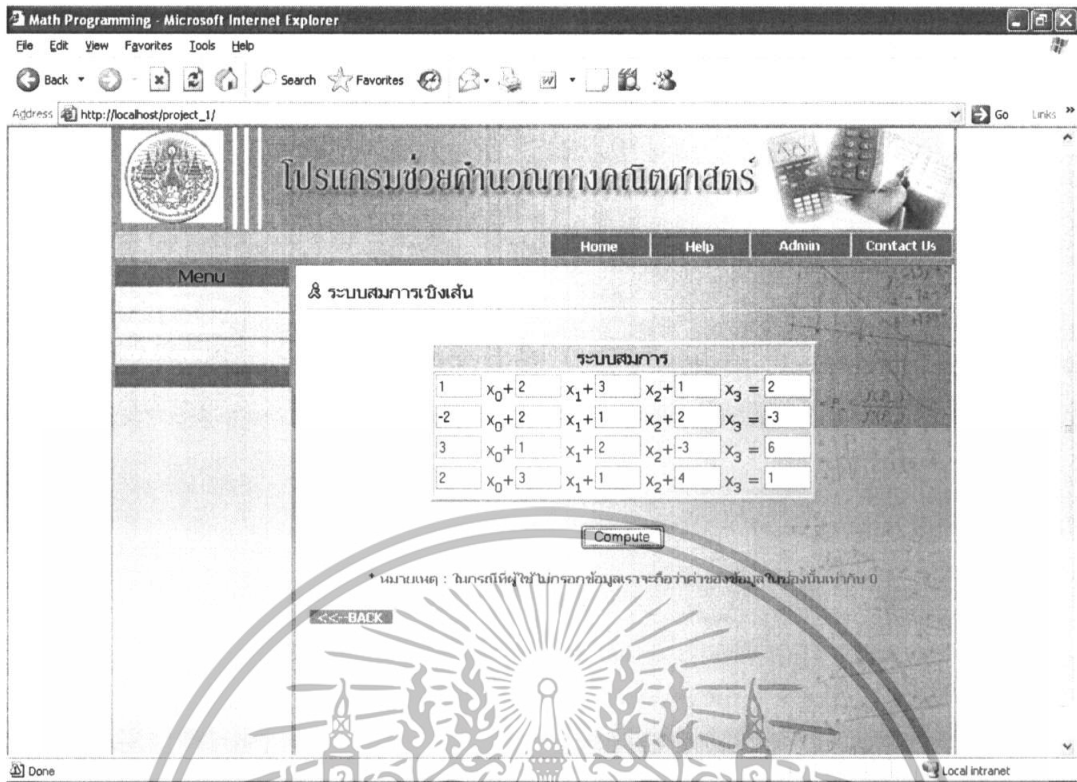


รูปที่ 4.33 การกรอกจำนวนตัวแปรและจำนวนสมการเท่ากับ 4

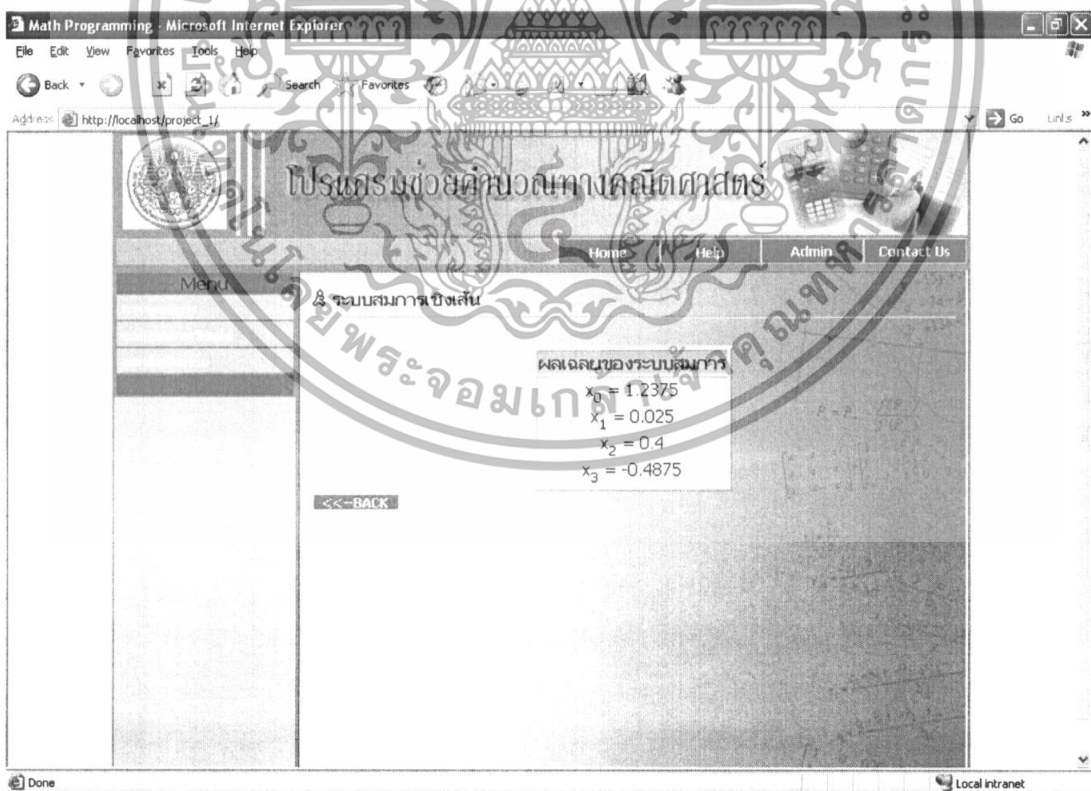


รูปที่ 4.34 ตัวอย่างส่วนของการกรอกค่าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

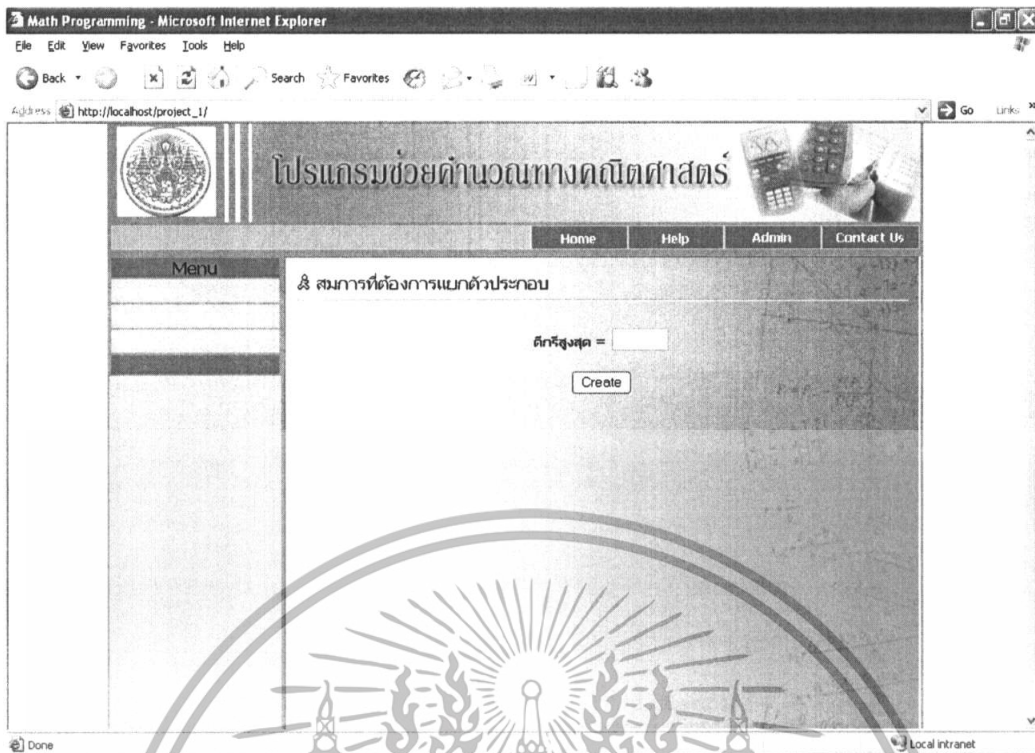


รูปที่ 4.35 ตัวอย่างการกรอกสัมประสิทธิ์เมื่อจำนวนสมการเท่ากับ 4



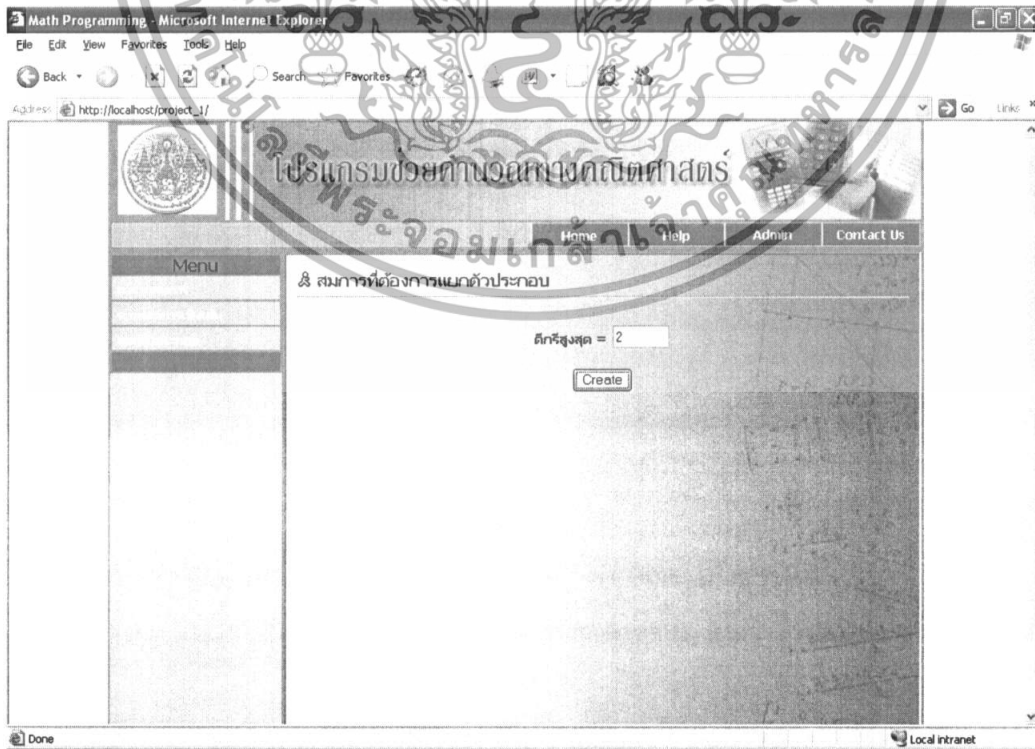
รูปที่ 4.36 ตัวอย่างผลการคำนวณเมื่อกรอกค่าสัมประสิทธิ์ในรูปที่ 4.37

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



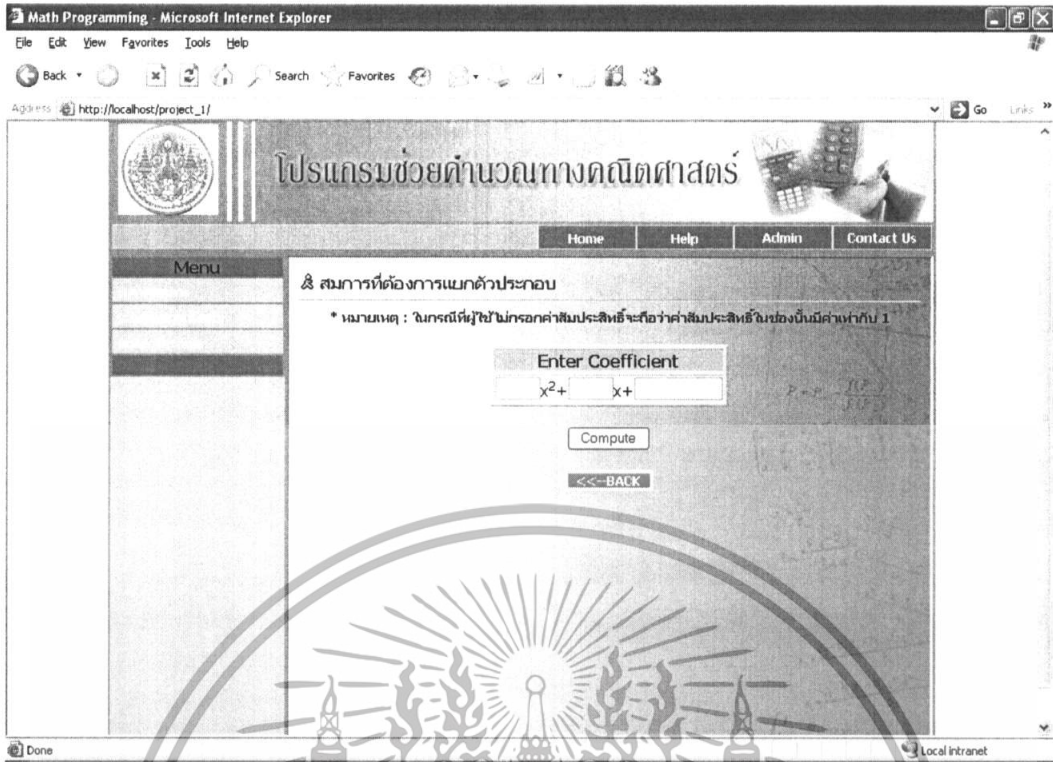
รูปที่ 4.37 หน้าแรกของการแยกตัวประกอบ

ในส่วนของหน้าแรกนี้จะให้ผู้ใช้กรอกค่าตัวสูงสุดของสมการลงไป โดยข้อจำกัดของโปรแกรมของเราก็คือ สามารถแยกตัวประกอบได้เฉพาะสมการพหุนามเท่านั้น ดังตัวอย่างการใช้โปรแกรมในรูปที่ 4.38 – 4.39

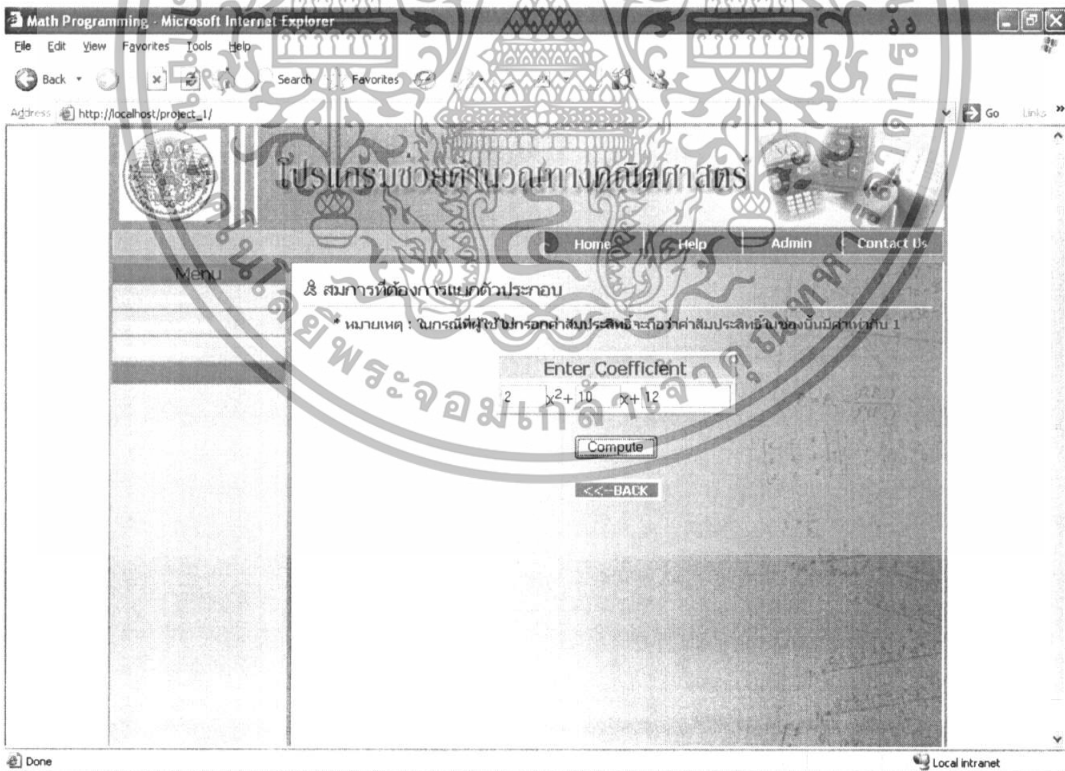


รูปที่ 4.38 ตัวอย่างการกรอกตัวสูงสุดเท่ากับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

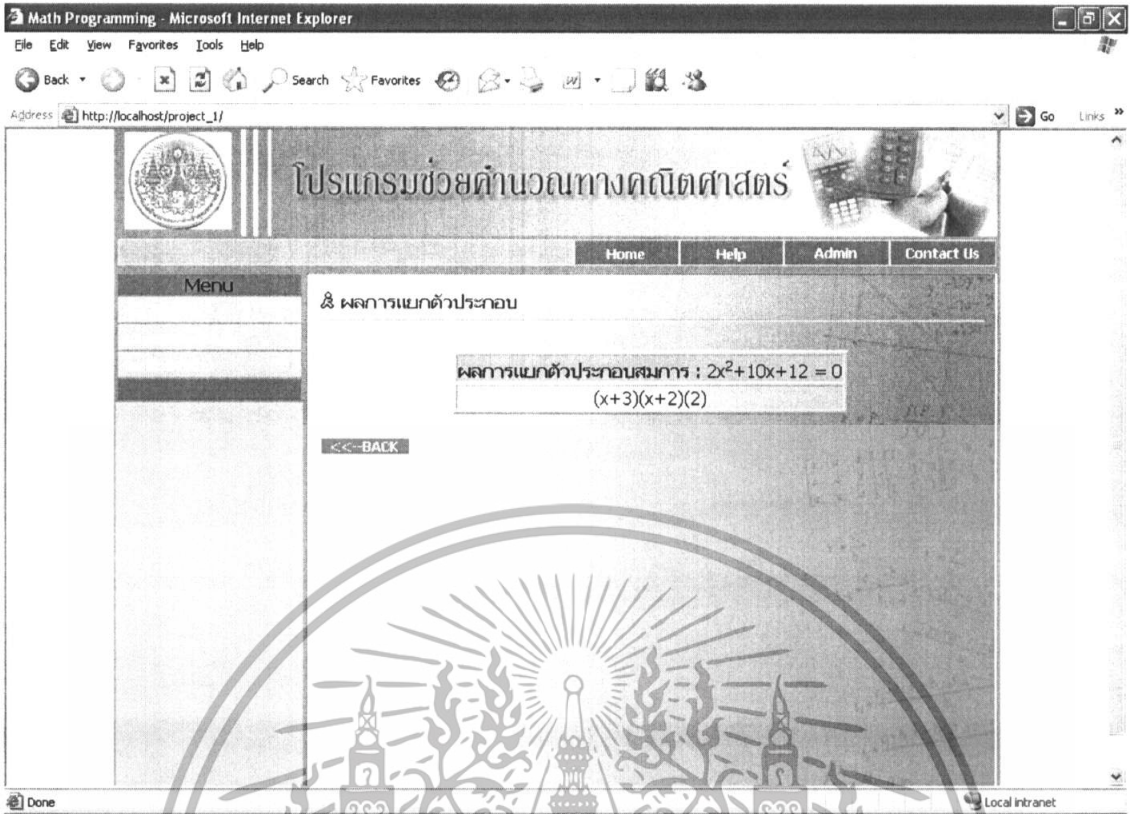


รูปที่ 4.39 ตัวอย่างหน้าจอการกรอกสัมประสิทธิ์เมื่อดีกรีสูงสุดเท่ากับ 2

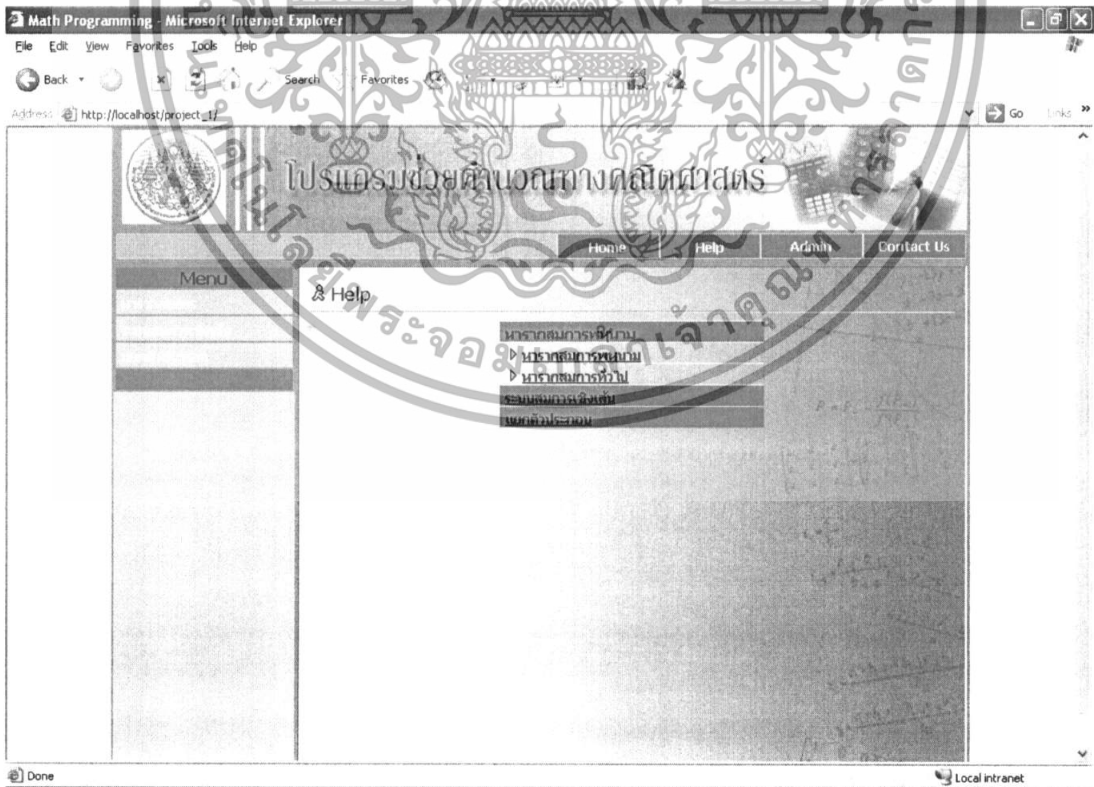


รูปที่ 4.40 ตัวอย่างการกรอกสัมประสิทธิ์เมื่อดีกรีสูงสุดเท่ากับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

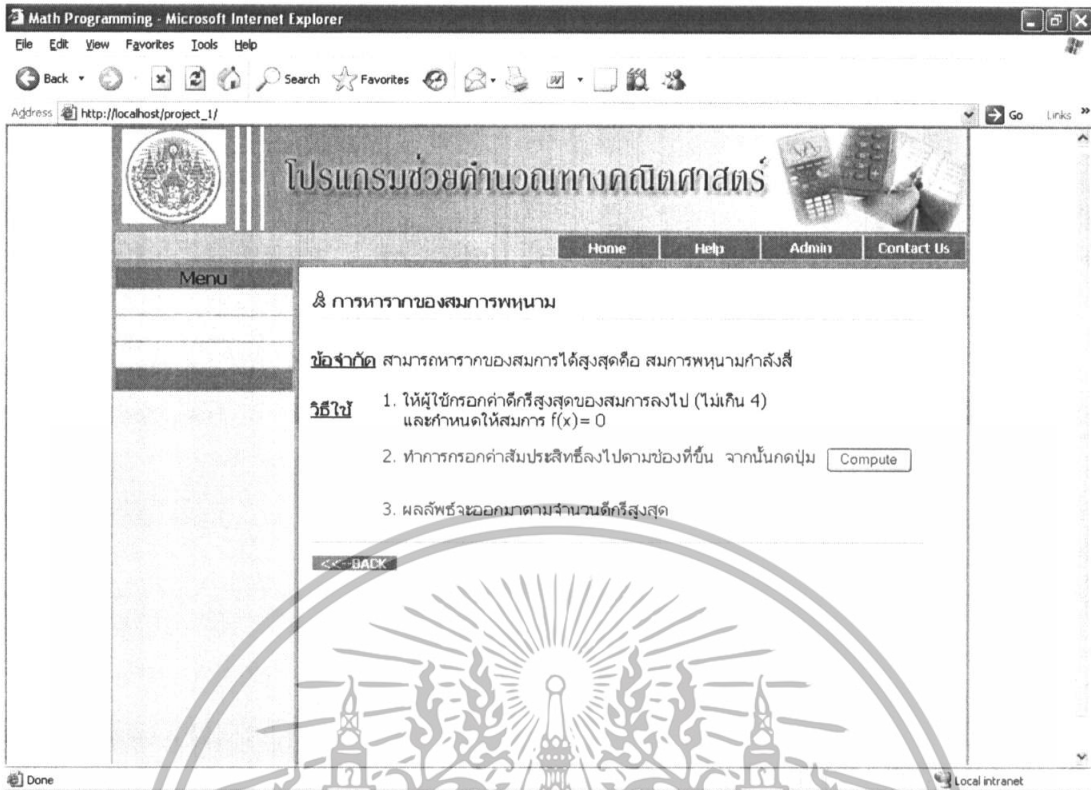


รูปที่ 4.41 ตัวอย่างผลการคำนวณเมื่อค่าสัมประสิทธิ์จากรูปที่ 4.42

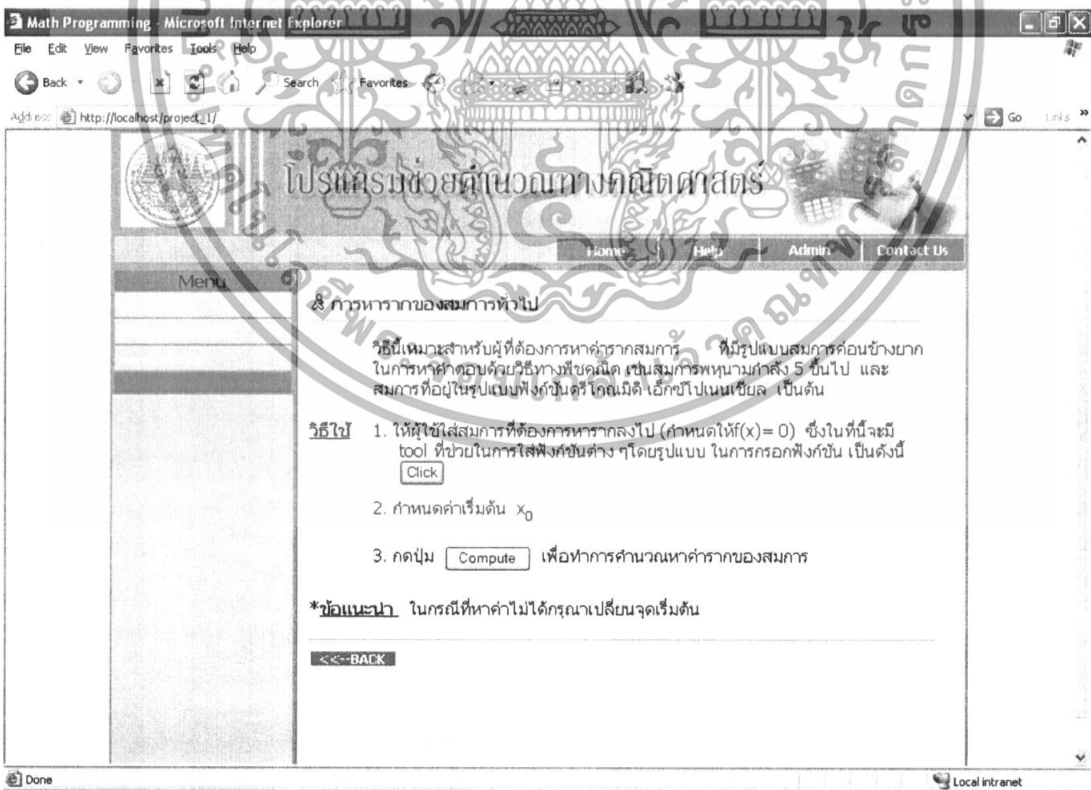


รูปที่ 4.42 หน้าจอหลักของเมนู Help

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



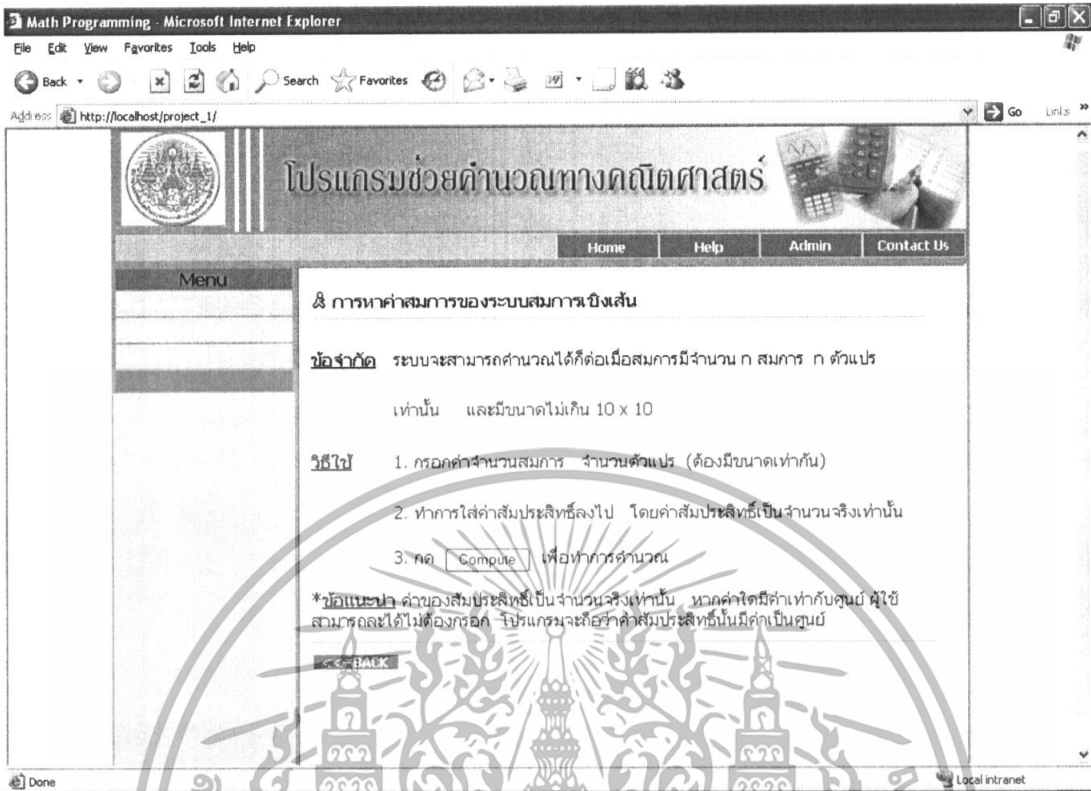
รูปที่ 4.43 หน้าจอ Help ของการหาค่าสมการพหุนาม



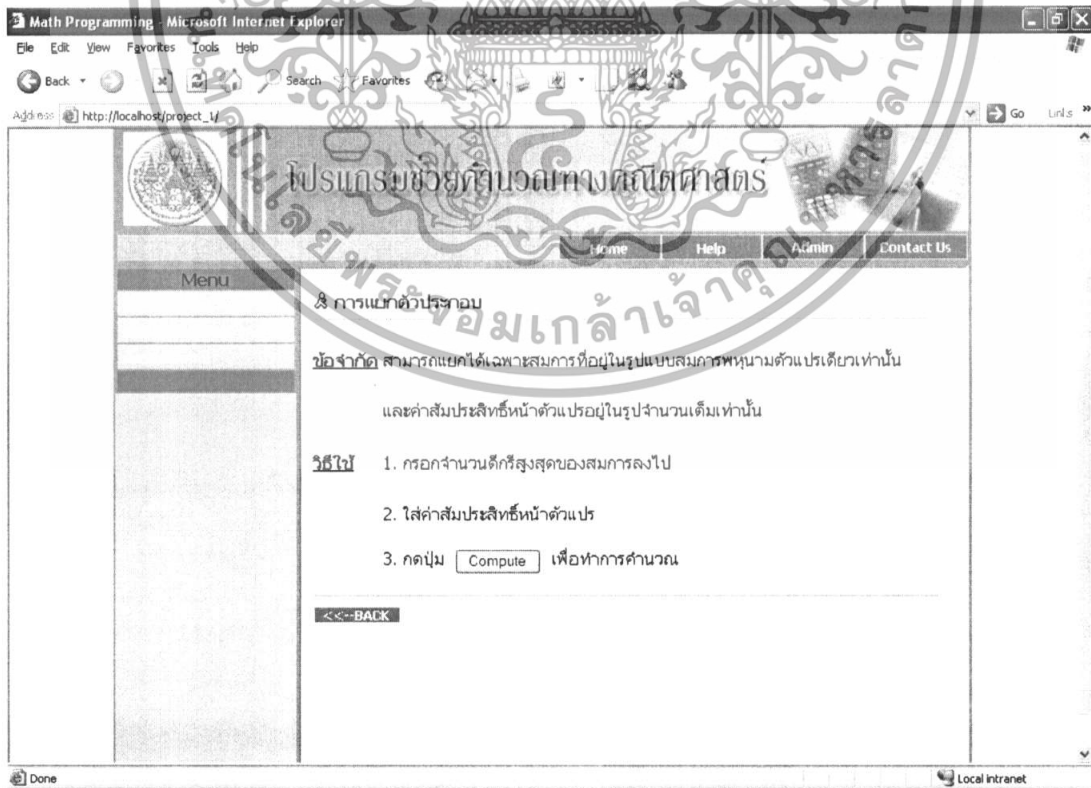
รูปที่ 4.44 หน้าจอ Help ของการหาค่าสมการทั่วไป

เมื่อทำการกดปุ่ม  จะแสดงรูปแบบการกรอกฟังก์ชัน ดังแสดงในรูปที่ 4.26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.45 หน้าจอ Help ของการหาค่าสมการของระบบสมการเชิงเส้น



รูปที่ 4.46 หน้าจอ Help ของการแยกตัวประกอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการทำงานของโปรแกรมและข้อเสนอแนะ

กล่าวถึงผลการทำงานของโปรแกรม ทั้งในส่วนของผู้ดูแล และส่วนของผู้ใช้ พร้อมทั้งข้อจำกัดของโปรแกรมนี้อย่างละเอียด

#### 5.1 สรุปผลการออกแบบและพัฒนาโปรแกรม

จากการออกแบบพัฒนา และทดสอบโปรแกรม ได้ผลสรุปการทดสอบดังต่อไปนี้

##### 5.1.1 คุณสมบัติของโปรแกรม

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน เป็นการนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับความรู้ทางคอมพิวเตอร์ จัดทำโปรแกรมนี้อขึ้น เพื่อไว้ช่วยคำนวณหาคำตอบในเรื่องการหารากของสมการ ระบบสมการเชิงเส้น และการแยกตัวประกอบ สามารถประหยัดเวลาในการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว และสามารถนำ โปรแกรมมาใช้งานได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่ายอีกด้วย

##### 5.1.1.1 ส่วนของผู้ควบคุมและดูแลระบบ

ในส่วนผู้ดูแลระบบจะแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

5.1.1.1.1 ผู้ดูแลโปรแกรมหลัก มีหน้าที่ในส่วนจัดการ Module และ ผู้ดูแลโปรแกรมรองของโปรแกรม

- จัดการผู้ดูแลระบบรองของโปรแกรม  
สามารถเพิ่ม แก้ไข ลบ สิทธิการใช้งานต่างๆของผู้ดูแลโปรแกรมรองได้
- จัดการ Module  
สามารถเพิ่ม แก้ไข ลบ Module ต่างๆที่เข้ามาในโปรแกรมได้
- จัดการ Link

สามารถจัดการ Link ต่างๆที่เข้ามาในโปรแกรมได้

5.1.1.1.2 ผู้ดูแลโปรแกรมรอง มีหน้าที่ในส่วนจัดการ Module ของโปรแกรม สามารถเพิ่ม แก้ไข ลบ ได้เฉพาะ Module และ Link ต่างๆ ที่ผู้ดูแลโปรแกรมรองได้นำเข้ามาในโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.1.1.2 ส่วนของผู้ใช้

ผู้ใช้คือผู้ที่สามารถเข้ามาใช้งานระบบการพัฒนาโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน สามารถเรียกใช้ Module ตามที่ต้องการ เพื่อช่วยในการคำนวณได้

- เลือก Module ที่ต้องการคำนวณ

โปรแกรมจะประกอบไปด้วย Module การหารากของสมการ, Module สมการเชิงเส้น และ Module การแยกตัวประกอบ

- กรอก Input

สามารถกรอก Input ได้ตามรูปแบบที่กำหนดของแต่ละ Module ซึ่งสามารถดูได้ใน Help

- Output จาก โปรแกรม

หลังจากกรอก Input โปรแกรมจะทำการประมวลผลและได้ Output ตามที่ต้องการ

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ซึ่งเป็นการใช้งานผ่านทางอินเทอร์เน็ต ถือว่าสะดวกต่อการใช้งาน และเป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อโปรแกรม โดยจะขอเสนอแนะแนวทางการพัฒนาต่อไปดังนี้

5.2.1 ควรพัฒนาให้อยู่ในรูปแบบของ Web Service เพื่อให้ผู้ใช้สามารถ Download โปรแกรม และ Module ไปรันที่เครื่องของผู้ใช้ได้ ซึ่งสะดวกในการพัฒนาต่อไป

5.2.2 ควรพัฒนาโปรแกรมในเรื่องการหารากสมการให้สามารถคำนวณคิกริสูงกว่านี้ได้ โดยอาจใช้ทฤษฎีของ Bairstow

5.2.3 ควรพัฒนาโปรแกรมในเรื่องการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น ให้อยู่ในรูปแบบ  $n \times m$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## รายการอ้างอิง

- [1] ไมตรี โพธิ์สุข, “การวิเคราะห์เชิงตัวเลขพื้นฐาน”, โครงการตำราคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง, 2549.
- [2] ไมตรี โพธิ์สุข, “พีชคณิตเชิงเส้น”, โครงการตำราคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง, 2546.
- [3] กิตติ ภัคดีวิณะกุล, “คัมภีร์ PHP”, กรุงเทพฯ: เคทีพี คอมพ์ แอนด์ คอนซัลท์ จำกัด, 2548.
- [4] กิตติ ภัคดีวิณะกุล และ กิตติพงษ์ กลมกล่อม, “UML วิเคราะห์และออกแบบระบบเชิงวัตถุ”, กรุงเทพฯ : เคทีพี คอมพ์ แอนด์ คอนซัลท์ จำกัด, 2547.
- [5] กิตติศักดิ์ เจริญโกคานนท์, “คู่มือเรียนเขียนเว็บอีคอมเมิร์ซด้วย PHP5”, กรุงเทพฯ : ชัคเชสมิเดีย จำกัด, 2550.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

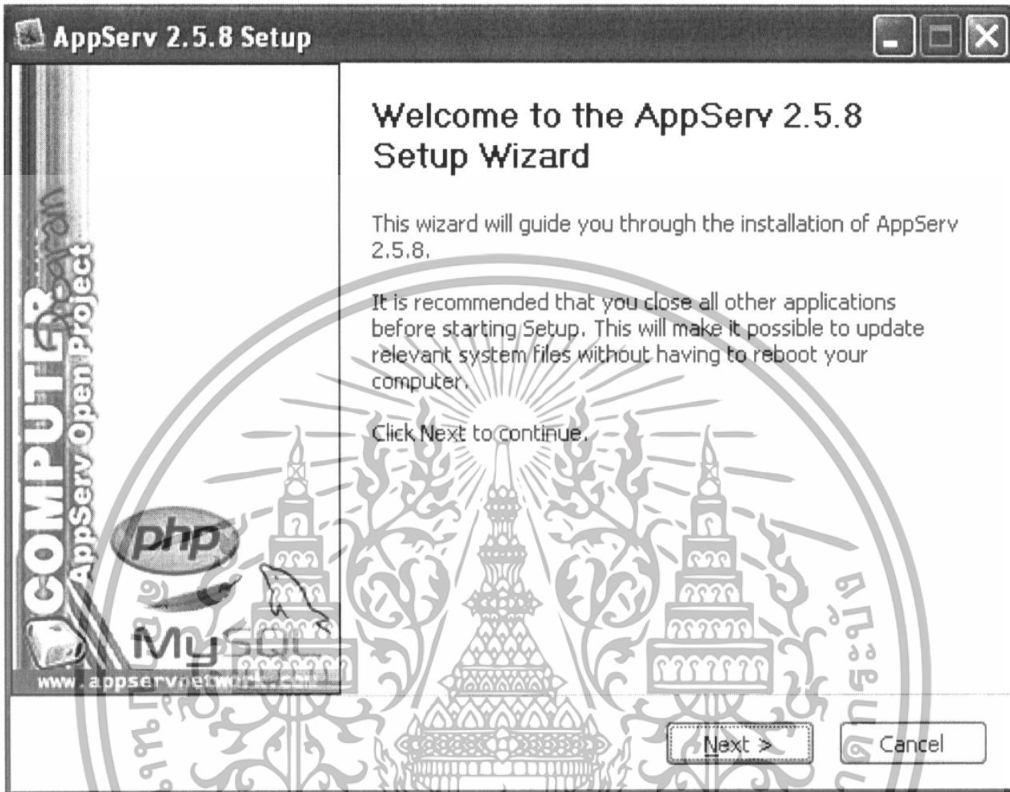


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การติดตั้งโปรแกรม

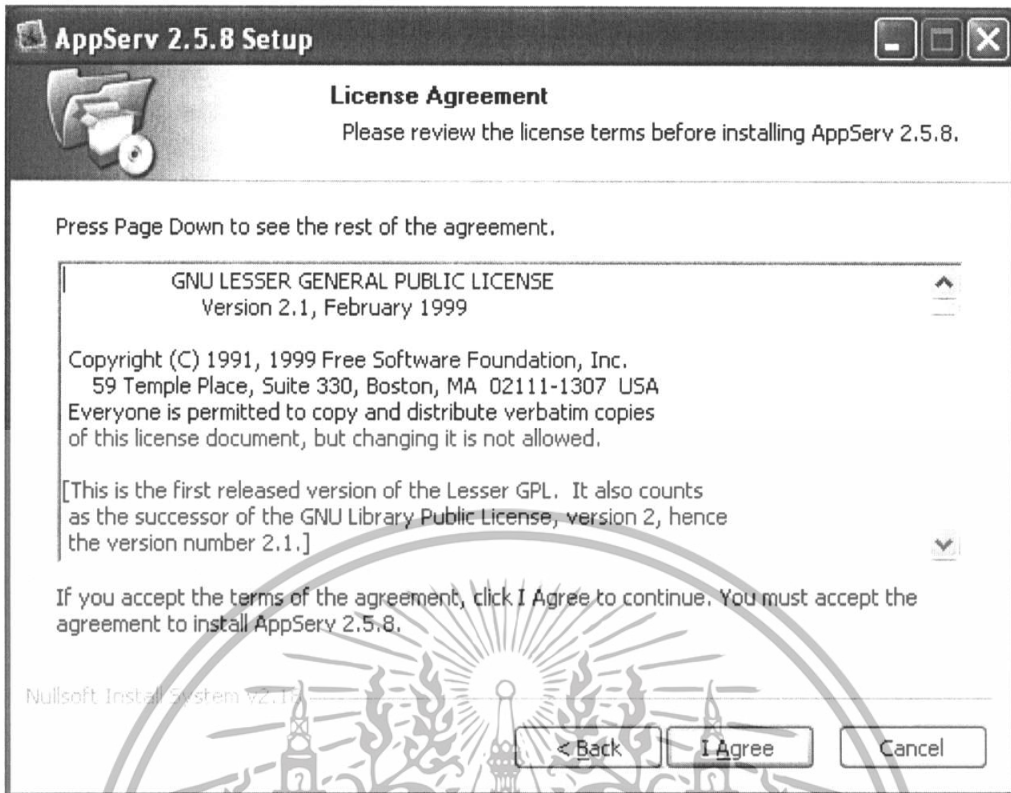
### ขั้นตอนการติดตั้ง Appserv

1. ดับเบิลคลิกไฟล์ `appserv-win32-x.x.x.exe` เพื่อทำการติดตั้ง จะปรากฏหน้าจอตามรูป



รูปที่ ก-1 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม Appserv

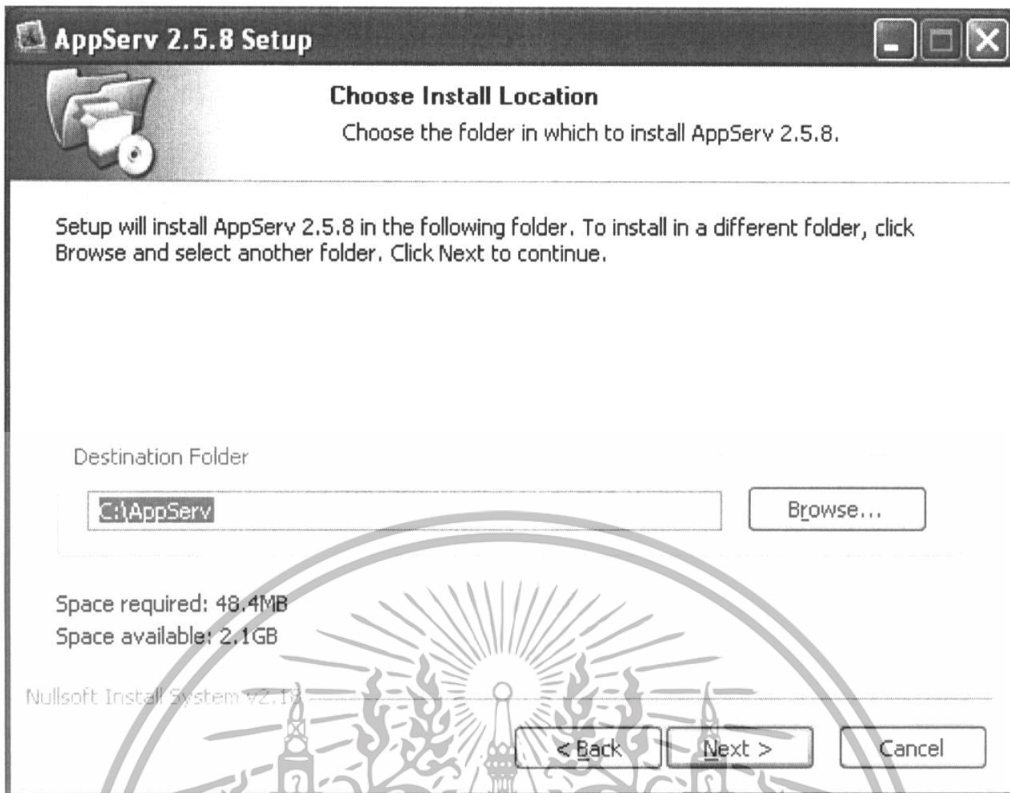
2. เข้าสู่ขั้นตอนเงื่อนไขการใช้งานโปรแกรม โดยโปรแกรม AppServ ได้แจกจ่ายในรูปแบบ GNU License หากผู้ติดตั้งอ่านเงื่อนไขเสร็จสิ้นแล้วหากยอมรับเงื่อนไขให้กด Next เพื่อเข้าสู่การติดตั้งในขั้นต่อไป แต่หากว่าไม่ยอมรับเงื่อนไข ให้กด Cancel เพื่อออกจาก การติดตั้งโปรแกรม AppServ ดังรูป



รูปที่ ก-2 รายละเอียดเงื่อนไขการ GNU License

3. เข้าสู่ขั้นตอนการเลือกปลายทางที่ต้องการติดตั้ง โดยค่าเริ่มต้นปลายทางที่ติดตั้งจะเป็น C:\AppServ หากต้องการเลือกเปลี่ยนทางที่ติดตั้ง ให้กด Browse แล้วเลือกปลายทางที่ต้องการ ตามรูปด้านล่างเมื่อเลือกปลายทางเสร็จสิ้นให้กดปุ่ม Next เพื่อเข้าสู่ขั้นตอนการติดตั้งต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

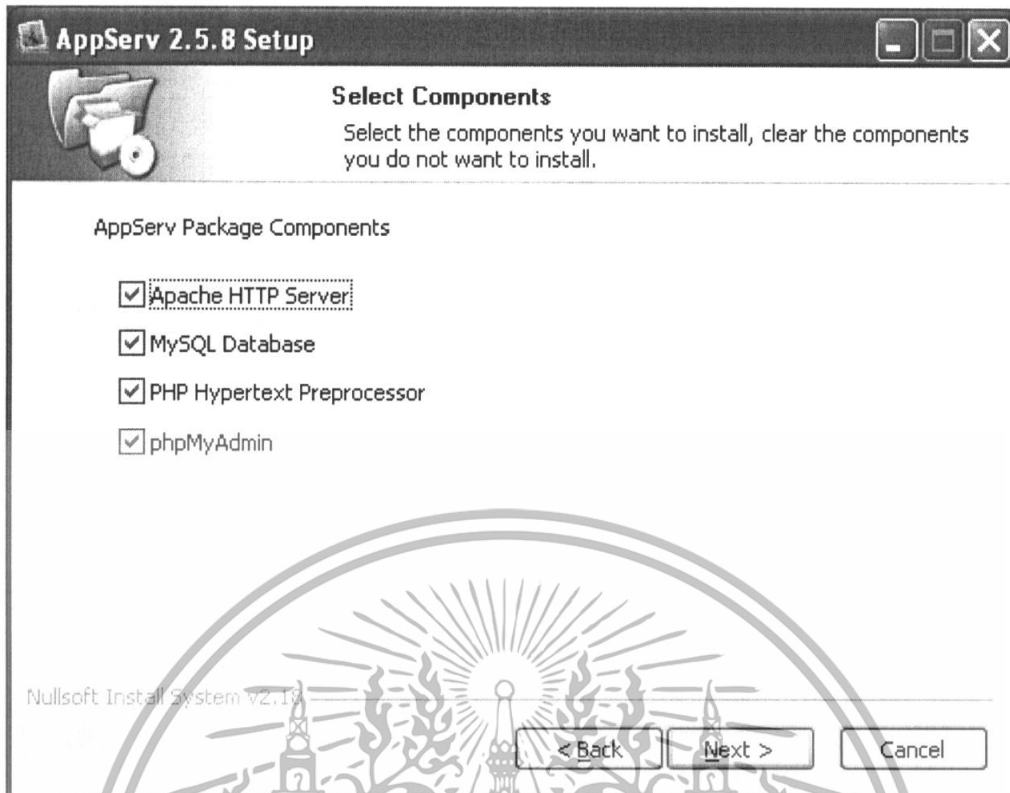


รูปที่ ก-3 เลือกปลายทางการติดตั้งโปรแกรม Appserv

4. เลือก Package Components ที่ต้องการติดตั้ง โดยค่าเริ่มต้นนั้นจะให้เลือกทุก Package แต่หากว่าผู้ใช้งานต้องการเลือกเฉพาะบาง Package ก็ตามเลือกตามข้อที่ต้องการออก โดยรายละเอียดแต่ละ Package มีดังนี้

- Apache HTTP Server คือ โปรแกรมที่ทำหน้าที่เป็น Web Server
- MySQL Database คือ โปรแกรมที่ทำหน้าที่เป็น Database Server
- PHP Hypertext Preprocessor คือ โปรแกรมที่ทำหน้าที่ประมวลผลการทำงานของ ภาษา php
- phpMyAdmin คือ โปรแกรมที่ใช้ในการบริหารจัดการฐานข้อมูล MySQL ผ่านเว็บไซต์ เมื่อทำการเลือก Package ตามรูปเรียบร้อยแล้ว ให้กด Next เพื่อเข้าสู่การติดตั้งต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก-4 เลือก package Components ที่ต้องการติดตั้ง

5. กำหนดค่าคอนฟิกของ Apache Web Server มีทั้งหมดด้วยกัน 3 ส่วน ตามรูปด้านล่างคือ

- Server Name คือช่องสำหรับป้อนชื่อของคุณ เช่น `www.appservnetwork.com`
- Admin Email คือ ช่องสำหรับป้อนชื่ออีเมลผู้ดูแลระบบ เช่น `root@appservnetwork.com`
- HTTP Port คือ ช่องสำหรับระบุ Port ที่จะเรียกใช้งาน Apache Web Server

โดยทั่วไปแล้ว Protocol HTTP นั้นจะมีค่าหลักคือ 80 หากว่าท่านต้องการหลีกเลี่ยงการใช้ Port ก็สามารรถแก้ไขได้ หากมีการเปลี่ยนแปลง Port การเข้าใช้งาน Web Server แล้วทุกครั้งที่เราเรียกใช้งานเว็บไซต์ จำเป็นที่จะต้องระบุหมายเลข Port ด้วย เช่น หากเลือกใช้ Port 99 ในการเข้าเว็บไซต์ทุกครั้งต้องใช้ `http://appservnetwork.com:99` จึงจะสามารถใช้งานได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**AppServ 2.5.8 Setup**

**Apache HTTP Server Information**  
Please enter your server's information.

Server Name (e.g. www.appservnetwork.com)  
localhost

Administrator's Email Address (e.g. webmaster@gmail.com)  
admin@hotmail.com

Apache HTTP Port (Default : 80)  
80

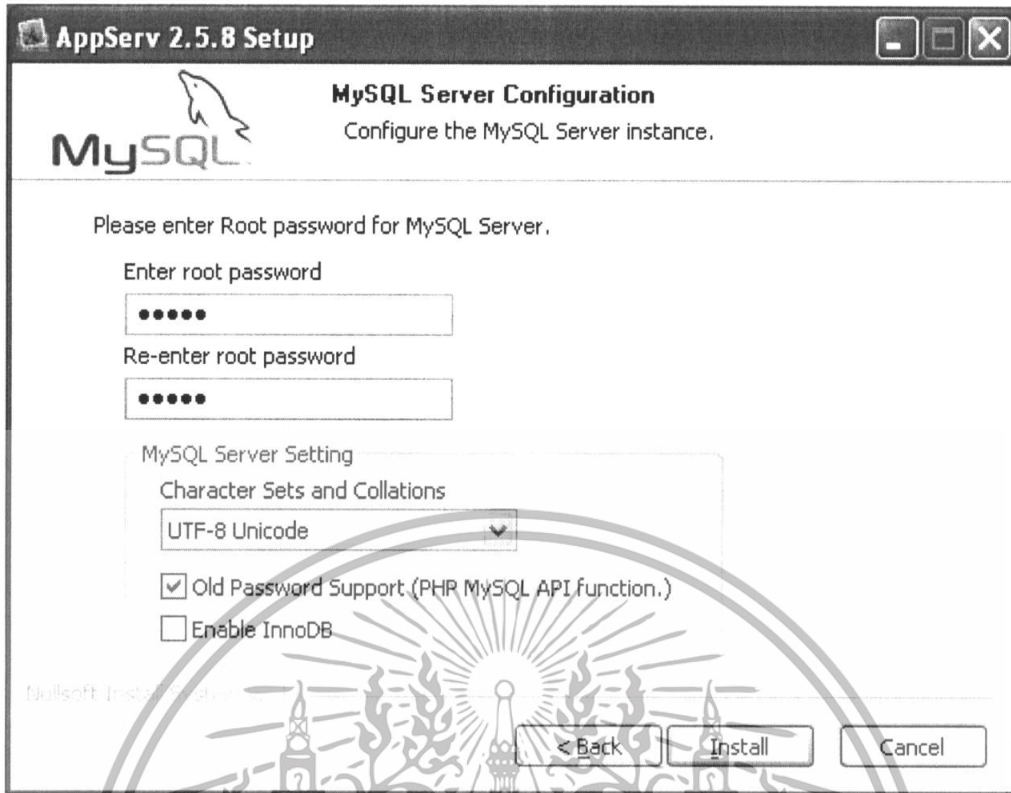
Nullsoft Install System v2.11

< Back    Next >    Cancel

รูปที่ ก-5 กำหนดค่าคอนฟิก Apache Web Server

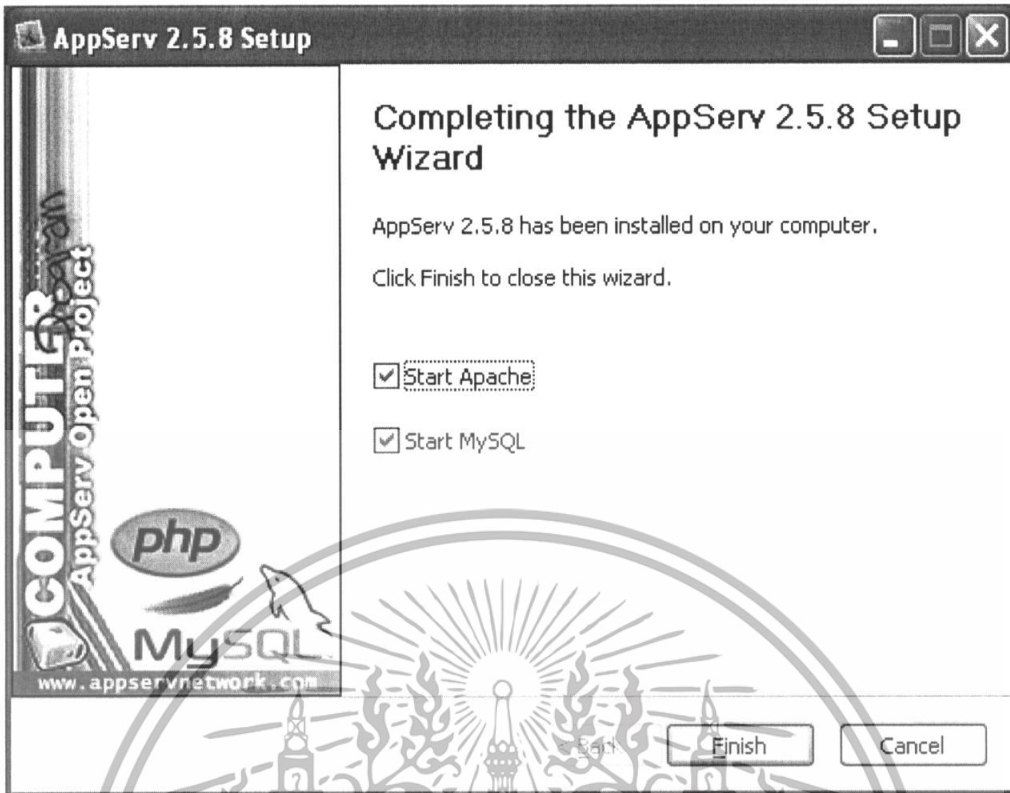
6. กำหนดค่าคอนฟิกของ MySQL Database มีอยู่ด้วยกันทั้งหมด 3 ส่วน ตามรูปด้านล่าง คือ
- Root Password คือช่องสำหรับป้อนรหัสผ่านการใช้งานฐานข้อมูลของ Root หรือผู้ดูแลระบบ ทุกครั้งที่เข้าใช้งานฐานข้อมูลในลักษณะที่เป็นผู้ดูแลระบบ ให้ระบุ user คือ root
  - Character Sets ใช้ในการกำหนดค่าระบบภาษาที่ใช้ในการจัดเก็บฐานข้อมูล , เรียงลำดับฐานข้อมูล , Import ฐานข้อมูล , Export ฐานข้อมูล , ติดต่อฐานข้อมูล
  - Old Password หากท่านมีปัญหาเกี่ยวกับการใช้งาน PHP กับ MySQL API เวอร์ชันเก่า โดยเจอ Error Client does not support authentication protocol requested by Server; consider upgrading MySQL client ให้เลือกในส่วนของ Old Password เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเหล่านี้
  - Enable InnoDB หากท่านต้องการใช้งานฐานข้อมูลในรูปแบบ InnoDB ให้เลือกในส่วนนี้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก-6 กำหนดค่าคอนฟิกของ MySQL Database

7. ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม Appserv สำหรับขั้นตอนสุดท้ายนี้จะมีให้เลือกว่า ต้องการสั่งให้มีการรัน Apache และ MySQL ทันทีหรือไม่ จากนั้นกดปุ่ม Finish เพื่อเสร็จสิ้นการติดตั้งโปรแกรม Appserv



รูปที่ ก-7 หน้าจอขั้นตอนสิ้นสุดการติดตั้งโปรแกรม Appserv

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้