

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเรตติงชนิด แบริก

ON STUDY OF CHARACTERISTICS OF FIBER BRAGG GRATING



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**74519**.....
วัน,เดือน,ปี.....**2 ต.ค. 2550**.....

b.....**118252๗**.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับศึกษาเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พ.ศ.2550

ON STUDY OF CHARACTERISTICS OF FIBER BRAGG GRATING



CHANCHIT CHARO

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATIONS ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา 2007 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2007

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษานี้ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG ครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก
นักศึกษา	นางสาวจันทร์จิต ชะโร
รหัสนักศึกษา	47061067
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2550
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้นำเสนอคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก รวมถึงทฤษฎีการผลิตเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์กแบบซิลิกา จุดประสงค์ของการนำเสนอคุณลักษณะเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก คือ มีคุณสมบัติพิเศษในการควบคุมการสะท้อนแสง และการเลื่อนศูนย์กลางของความยาวคลื่นแบร์ก โดยการปรับเปลี่ยนและควบคุมค่าดรรชนีหักเหและคาบเกรตติ้งโดยจำลองการทำงานด้วยการป้อนความเค้นทางกล เพื่อให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้ว โดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งแสดงผลการสะท้อนแสงที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก จากการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ เช่น รัศมีเส้นผ่านศูนย์กลาง ดรรชนีหักเหและคาบเกรตติ้ง ซึ่งคุณสมบัติพิเศษนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญในระบบสื่อสารด้วยแสง

Thesis Title	On Study of characteristics of fiber Bragg grating
Student	Miss Chanchit Charo
Student ID.	47061067
Degree	Master of Engineering
Program	Telecommunications Engineering
Year	2007
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Dr.Kobchai Dejhan

ABSTRACT

This thesis presents the characteristics of fiber Bragg grating, the fabrications of fiber Bragg gratings in silica optical fiber are presented. For the fabrications, the phase mask technique is used and the operation wavelength. The properties of fiber Bragg gratings such as reflectivity and shift of the central Bragg wavelength depend on the refractive index and periodicity of the grating. Both of them are affected by changes in strain. According to Bragg condition and photoelastic effect if there is stress applied to silica optical fiber, the Bragg wavelength and refractive index will be changed respectively. Thus, the reflectivity of fiber Bragg grating will be changed. From the simulations, the reflectivity depends on the radius of fiber, refractive index and grating period. The Bragg gratings can be tuned by applying stress to the optical fibers. The strain tuning is produced by mechanical stresses.

Furthermore, the Bragg gratings can be applied in many devices that are powerful in communication system.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษาจาก รศ.ดร. กอบชัย เดชหาญ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์ และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.สมยศ จุณณะปิยะ และ ผศ.ดร.พิเชฐ ม่วงนวล กรรมการสอบหัวข้อ และโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะ ในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า ขอขอบพระคุณ อาจารย์สมมาตร แสงเงิน ที่คอยให้คำชี้แนะเกี่ยวกับเส้นใยแก้วนำแสง ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.จักร จันทลักษณ์ สำหรับคำแนะนำในเรื่องแรงดันสะท้อน ขอขอบพระคุณบัณฑิตศึกษาและบัณฑิตวิทยาลัย คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความช่วยเหลือในเรื่องต่าง ๆ

สุดท้ายต้องขอขอบคุณกำลังใจอันสำคัญยิ่งจาก บิดา มารดา น้องสาวทั้ง 2 คน และ น้องๆ วงไอน้ำที่คอยเป็นแรงผลักดันให้ตลอดเมื่อขามรู้สึกล้ม

สำหรับคุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ข้าพเจ้าขอบแต่บิดา มารดา ที่เป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

จันทร์จิต ชะโร

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัยและ พื้นฐานของเส้นใยแก้วนำแสง.....	3
2.1 โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้ว.....	3
2.2 ชนิดของเส้นใยแก้ว.....	4
2.2.1 โครงสร้างของเส้นใยแก้ว.....	4
2.2.1.1 เส้นใยแก้วชนิดสเต็ปอินเด็กซ์ (Stepped – Index Fiber).....	5
2.2.1.2 เส้นใยแก้วชนิดเกรดเต็ดอินเด็กซ์ (Graded – Index Fiber)	5
2.2.2 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร (Non – Axisymmetrical Optical Fiber).....	6
2.2.2.1 ชนิด Stress – Induced Birefringence.....	6
2.2.2.2 ชนิด Geometrically Birefringent.....	7
2.2.3 โหมดการเดินทางของแสงในเส้นใยแก้ว.....	7
2.2.3.1 เส้นใยแก้วชนิดโหมดเดี่ยว (single – mode fiber หรือ monomode fiber มักใช้สัญลักษณ์ย่อเป็น SM).....	7
2.2.3.2 เส้นใยแก้วชนิดโหมดรวม (multimode fiber มักใช้สัญลักษณ์ย่อเป็น MM).....	8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3	การทำงานพื้นฐานของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก.....	8
2.4	เทคนิคการเรตติ้ง.....	9
บทที่ 3	จุดประสงค์ของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก.....	11
3.1	จุดประสงค์ของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก.....	11
3.2	การสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์กแบบ ยูนิฟอร์ม.....	12
3.3	ความไวต่อความเครียดของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก.....	13
3.4	ทฤษฎี coupled mode.....	14
3.5	สเปกตรัมการตอบสนองของแบร์กเรตติ้ง.....	19
บทที่ 4	วิธีการจำลองการป้อนแรงเค้นให้เส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก.....	23
4.1	ลักษณะโดยทั่วไปของวัสดุทางวิศวกรรม.....	23
4.2	ทฤษฎีของความเค้น (stress).....	25
4.2.1	ค่าเฉลี่ยของความเค้น.....	26
4.3	ทฤษฎีของความเครียด (Strain).....	29
4.3.1	การเปลี่ยนรูปของวัตถุ.....	29
4.3.2	ความเครียดตั้งฉาก.....	33
4.3.3	ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการขจัด.....	36
4.4	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด.....	36
4.4.1	กฎของฮุก.....	37
4.4.2	มอดุลัสของยัง (Young's modulus).....	39
4.4.3	อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio).....	40
4.5	กฎความเค้นของเส้นใยแก้ว.....	41
4.6	ทฤษฎีของการควบคุมเรตติ้งโดยความเค้นทางกล.....	42
4.7	การจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก โดยการป้อนแรงเค้นเชิงกล.....	43
4.8	ผลทั่วไป.....	44
4.8.1	เปลี่ยนสเปกตรัมการสะท้อนแสง โดยการเปลี่ยนขนาดเส้นผ่าน	

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.8.2 การเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก	
โดยการป้อนความเค้นทางกล.....	47
4.8.2.1 ผลจากการเปลี่ยน ความยาวคาบเรตติ้งของเส้นใยแก้ว.....	47
4.8.2.2 ผลการเปลี่ยนความยาวและ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นใยแก้ว...49	
4.8.2.3 ผลจากการเปลี่ยน ความยาว ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง	
และครรชนีหักเหของเส้นใยแก้ว.....	50
4.9 สรุปผลการควบคุมเรตติ้งโดยความเค้นทางกล.....	53
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	54
บรรณานุกรม.....	56
ภาคผนวก.....	59
ภาคผนวก ก. โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ก	60
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	67
ประวัติผู้เขียน.....	77

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

4.1 พารามิเตอร์การจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วแตรตึงชนิดแบร์ก

โดยการป้อนแรงเค้นเชิงกล.....44



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้ว.....	4
2.2 เส้นใยแก้วชนิดสเต็ปอินเดกซ์.....	5
2.3 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Stress Induced Birefringence แบบ Panda.....	6
2.4 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Stress Induced Birefringence แบบ Bow – Tie.....	6
2.5 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Geometrically Birefringent แบบคอร์เป็นวงรี.....	7
2.6 ลักษณะการเดินทางของแสงในเส้นใยแก้วแบบต่างๆ.....	7
2.7 การทำงานพื้นฐานของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก.....	9
2.8 การฉาย UV ลงบนเส้นใยแก้วเกรตติงโดยใช้เทคนิค phase mask.....	10
3.1 แสดงการกระจายของแสงและ grating wave vectors ใน uniform grating จากสมการ first-order Bragg	11
3.2 ลักษณะลูกฟูกที่อยู่ใน Bragg grating อาจจะเป็นแบบจำลองที่ทำให้เกิดการยุ่งยาก อย่างหนึ่งใน z-invariant waveguide	14
3.3 แสดงการคำนวณสเปกตรัมการตอบสนองการสะท้อนแสงจากความแตกต่าง ของแบร์ริกเกรตติง 5 ค่า ที่ได้จากการเพิ่มความยาว.....	22
4.1 การทดสอบแรงดึงอย่างง่าย.....	23
4.2 ความเค้นเป็นสัดส่วนกับความเครียด.....	24
4.3 วัตถุตกอยู่ภายใต้หน้าตัด.....	25
4.4 ความเค้นบน FBD.....	28
4.5 การเปลี่ยนรูปของวัตถุ.....	29
4.6 การเปลี่ยนรูปของวัสดุจากแนวที่กำหนด.....	31
4.7 การเปลี่ยนความยาวของเส้นในวัตถุที่เปลี่ยนรูป.....	33
4.8 พิกัดทรงกระบอก.....	36
4.9 แนวคิดของความเค้นที่ขยายตามแกน.....	43
4.10 แบบจำลองการทำงานของเส้นใยแก้ว.....	44
4.11 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริกเมื่อกำหนดให้ค่า $n_1 = 1.461$ และ $a = 4\mu\text{m}$	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.12 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์กเมื่อกำหนดให้ค่า $n_1 = 1.461$ และ $a = 2\mu\text{m}$ ซึ่งลดลง.....	45
4.13 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์กเมื่อกำหนดให้ค่าดรรชนี หักเหเป็น $n_1 = 1.460$ ซึ่งลดลงและ $a = 4\mu\text{m}$ ยังเท่าเดิม.....	46
4.14 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์กเมื่อกำหนดให้ขนาด เส้นใยแก้ว $a = 8\mu\text{m}$ ใหญ่ขึ้น และ $n_1 = 1.461$ มีค่าเท่าเดิม.....	46
4.15 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์กเมื่อกำหนดให้ค่าดรรชนี หักเหเพิ่มเป็น $n_1 = 1.462$ และขนาดเส้นใยแก้วเท่าเดิม $a = 4\mu\text{m}$	47
4.16 สเปกตรัมการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีการเปลี่ยนคาบเกรตติง.....	48
4.17 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วและการเลื่อนศูนย์กลาง ความยาวคลื่นที่เปลี่ยนไปประมาณ 8nm ต่อการเกิดความเครียดขึ้น 0.5% ในเส้นใยแก้ว.....	49
4.18 สเปกตรัมการสะท้อนแสงและเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีการเปลี่ยนความยาว และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นใยแก้ว.....	49
4.19 การเพิ่มความเค้นที่เกี่ยวข้องกับรัศมีเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นใยแก้ว.....	50
4.20 การเปลี่ยนความยาว ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางและดรรชนีหักเหของเส้นใยแก้ว.....	51
4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเลื่อนของศูนย์กลางความยาวคลื่น.....	51
4.22 แสดงเกี่ยวกับแรงบีบอัดและการดึงให้เกิดความเค้นกับเส้นใยแก้ว.....	52
4.23 แสดงการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีความเค้นที่เกี่ยวข้องกับการอัดและการดึง.....	52

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ตั้งแต่มีการค้นพบ Photosensitivity ที่เหมาะในการนำมาทำเส้นใยแก้วนำแสงโดยทั่วไป วัสดุที่ใช้ทำเส้นใยแก้วมักเป็นสารประกอบประเภท ซิลิกา หรือ ซิลิกอนไดออกไซด์ (SiO_2) ซึ่งก็คือ แก้วบริสุทธิ์ เนื้อแก้วนี้อาจถูกเจือ (doped) ด้วยสารหรือวัสดุบางอย่าง ที่สามารถควบคุมอัตราการเจือได้ เพื่อทำให้แก้วมีค่าดัชนีหักเหของแสง (refractive index) ตามต้องการ จนมีการให้ความสนใจประดิษฐ์คิดค้น fiber Bragg grating (FBG) จนกลายมาเป็นอุปกรณ์ optical ที่น่าสนใจในการสื่อสารผ่านเส้นใยแก้วนำแสง ในการพัฒนาเกรตติงเส้นใยแก้ว (fiber grating) ได้มีการแข่งขันกันทางด้านเทคโนโลยีสูงมาก รวมทั้งการลดต้นทุน และการเพิ่ม application ต่างๆ อย่างเช่น Wavelength – Division Multiplexers (WDMs), Dispersion Management, Band-pass filters in laser amplifier, Vibration sensor devices และเป็นส่วนประกอบหนึ่งของ DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexing)

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังเพื่อศึกษาคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก fiber Bragg grating (FBG) ซึ่งมีประโยชน์มากถ้าสามารถเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของแสง (refractive index) และคาบของเกรตติง (grating period) ในเส้นใยแก้วได้ ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงเสนอคุณลักษณะพิเศษของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริกและเทคนิคการควบคุมคาบเกรตติง โดยการทำให้เกิดความเครียด(strain) ขึ้น ซึ่งใช้วิธีการจำลองการทำงานการป้อนความเค้น(stress) ทางกล ด้วยคุณลักษณะพิเศษนี้เองจึงทำให้ Bragg gratings ได้ถูกคิดค้นและพัฒนาให้เป็นอุปกรณ์ optical ดังที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก มีคุณสมบัติพื้นฐานคล้ายกับระนาบกระจกคือสามารถปล่อยให้แสงที่มีความยาวคลื่นแสงบางค่าเดินทางผ่านออกไปได้ในขณะเดียวกันแสงในช่วงของความยาวคลื่นที่เหลือจะสะท้อนกลับออกมาจากคุณสมบัติดังกล่าวเราสามารถเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่น Bragg grating ได้ 2 วิธี โดยการพัฒนาดัชนีหักเห (refractive index) และการเปลี่ยนคาบของเกรตติง (grating period) ซึ่งจะสามารถทำได้ด้วยการปรับอุณหภูมิเพื่อเพิ่มความเครียดให้กับเส้นใยแก้ว ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะใช้วิธีการป้อนความเค้นให้กับเส้นใยแก้ว 2 วิธีคือ ปรับความเครียดของเส้นใยแก้ว (strain tuning) โดยให้หลักการป้อนความเค้นทางกล (mechanical stresses)

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

วิธีการเลื่อนยอดศูนย์กลางความยาวคลื่นด้วยการปรับค่าดัชนีหักเหของเส้นใยแก้ว และการเปลี่ยนคาบของเกรตติง โดยการป้อนความเค้นเพื่อให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้ว

1.5 ขอบเขตการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ศึกษาคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริค ซึ่งมีคุณลักษณะเด่น แตกต่างจากเส้นใยแก้วทั่วๆ ไปในเรื่อง ค่าดัชนีหักเหภายในคอร์ที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้เมื่อมีการปรับระยะของคาบเกรตติง โดยการป้อนแรงเค้นเพื่อให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้ว นอกจากนี้ยังมีค่าพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กันในการปรับเปลี่ยน ค่าดัชนีหักเห และการสะท้อนที่เกิดขึ้นภายในคอร์ของเส้นใยแก้ว คุณลักษณะดังกล่าวได้ใช้การจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB ผลที่ได้แสดงการสะท้อนของแสงที่เกิดขึ้นภายในคอร์เส้นใยแก้ว โดยการเปลี่ยนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในคอร์ของเส้นใยแก้ว และเปลี่ยนค่าดัชนีหักเหของแสงภายในคอร์ด้วย นอกจากนี้ได้ทำการจำลองการป้อนแรงเค้นเพื่อให้เกิดความเครียดขึ้น โดยทำให้เกิดการยืดและหดตัวของความยาวเส้นใยแก้วซึ่งจะเป็นผลกับคาบของเกรตติงโดยตรง

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ ขอบเขตการวิจัยและขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัย และพื้นฐานของเส้นใยแก้วนำแสง รวมถึงเทคนิคการผลิตเส้นใยแก้วเกรตติง

บทที่ 3 กล่าวถึงจุดประสงค์ของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริค รวมทั้งการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริคแบบ ยูนิฟอร์ม

บทที่ 4 กล่าวถึงวิธีการจำลองการป้อนแรงเค้นให้กับเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริค แบบ mechanical stress

บทที่ 5 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัย และพื้นฐานของเส้นใยแก้วนำแสง

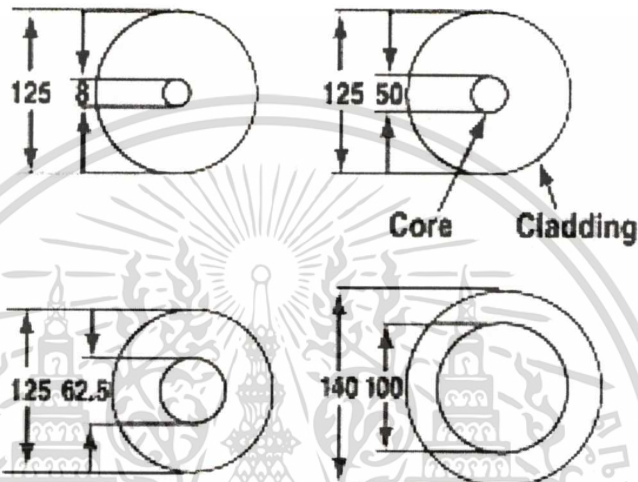
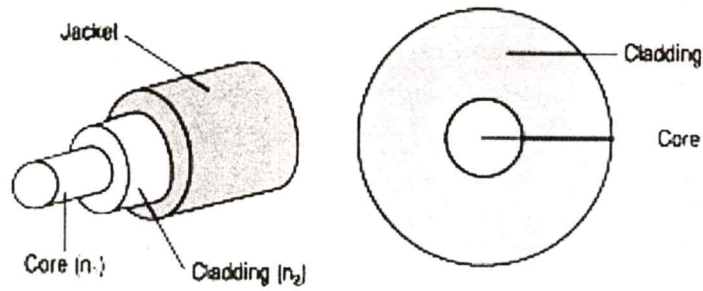
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงพื้นฐานของเส้นใยแก้วนำแสง รวมถึงเทคนิคการผลิตเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก (fiber Bragg grating)

เส้นใยแก้ว[1] หมายถึง ท่อนำสัญญาณแสงที่มีขนาดเล็กตันทรงกระบอกคล้ายเส้นเอ็น ทำจากวัสดุโปร่งแสงโดยทั่วไปจะเป็นสารประกอบประเภท ซิลิกา หรือ ซิลิกอนไดออกไซด์ (SiO_2) ซึ่งก็คือแก้วบริสุทธิ์เนื้อแก้วนี้อาจถูกเจือ (doped) ด้วยสารหรือวัสดุบางอย่าง ที่สามารถควบคุมอัตราการเจือได้เพื่อให้แก้วมีค่าดัชนีหักเหของแสง (refractive index) ตามต้องการ[2]-[4] โครงสร้าง เส้นใยแก้วมีคุณสมบัติที่สำคัญคือมีค่าการลดทอนสัญญาณต่ำ (low attenuation) จึงมีความสามารถในการนำสัญญาณแสงได้ดีมาก การที่เส้นใยแก้วมีค่าการลดทอนสัญญาณที่ต่ำเกิดจากสาเหตุหลักสองประการคือ

- เส้นใยแก้วทำจากวัสดุโปร่งแสงที่มีความบริสุทธิ์ของเนื้อสารสูง
- โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้วที่ประกอบด้วยส่วนของแกนหรือคอร์ (core) เป็นแท่งกลมอยู่ในแนวกึ่งกลางของเส้นใย และถูกล้อมรอบด้วยส่วนของเปลือกหุ้มแกนหรือเคลดดิ้ง (cladding) โดยที่ค่าดัชนีหักเหของคอร์มีค่าสูงกว่าของเคลดดิ้งเล็กน้อย ถือเป็นเทคนิคสำคัญที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์สะท้อนกลับหมด หรือ TIR (Total Internal Reflection) ทำให้แสงที่เดินทางในเส้นใยแก้วถูกจำกัดให้อยู่เฉพาะในส่วนที่เป็นคอร์เท่านั้น พลังงานแสงจึงไม่มีการสูญเสียออกไปในเคลดดิ้งหรือออกนอกเส้นใยแก้ว

2.1 โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้ว

โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้ว ประกอบด้วยส่วนของแกนหรือคอร์ (Core) เป็นแท่งกลมอยู่ในแนวกึ่งกลางของเส้นใย และถูกล้อมรอบด้วยส่วนของเปลือกหุ้มแกนหรือเคลดดิ้ง (Cladding) โดยที่ค่าดัชนีหักเหของคอร์มีค่าสูงกว่าเคลดดิ้งเล็กน้อย ถือเป็นเทคนิคสำคัญที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์สะท้อนกลับหมด หรือ TIR (Total Internal Reflection) ทำให้แสงที่เดินทางในเส้นใยแก้ว ถูกจำกัดให้อยู่เฉพาะในส่วนที่เป็นคอร์เท่านั้น พลังงานแสงจึงไม่มีการสูญเสียออกไปในเคลดดิ้งหรือ ออกนอกเส้นใยแก้ว



รูปที่ 2.1 โครงสร้างหลักของเส้นใยแก้ว

2.2 ชนิดของเส้นใยแก้ว

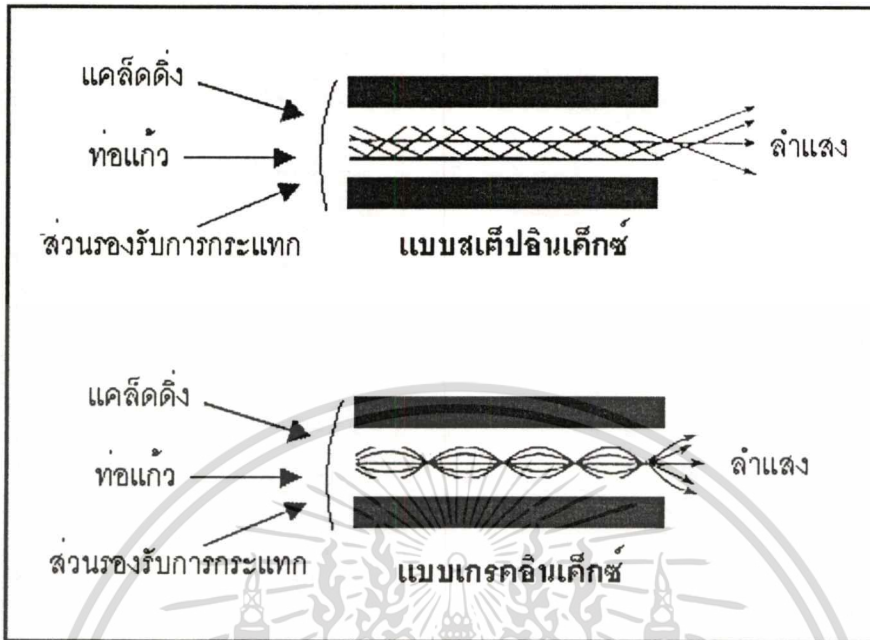
การจำแนกเส้นใยแก้วเป็นประเภทต่างๆ สามารถกำหนดได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับว่าจะใช้สิ่งใดในการพิจารณา โดยทั่วไปนิยมกันมักจะพิจารณาถึงสองสิ่งคือ

2.2.1 โครงสร้างของเส้นใยแก้ว

เส้นใยแก้วชนิดแกนสมมาตร (Axisymmetrical Optical Fiber) เส้นใยแก้วที่มักเห็นใช้งานกันอยู่ทั่วไป มักมีโครงสร้างเป็นแบบแกนสมมาตร (axisymmetry) กล่าวคือ รูปร่างของกราฟที่แสดงค่าดัชนีหักเห (refractive index profile) ในทิศทางที่ออกจากแกนกลางของเส้นใยแก้ว (fiber axis) หรือจุดศูนย์กลางของเส้นใยแก้วในแนวรัศมี (r) จะมีลักษณะที่สมมาตรกัน ซึ่งสามารถจำแนกย่อยออกไปได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.1.1 เส้นใยแก้วชนิดสแต็ปอินเดกซ์ (Stepped – Index Fiber)



รูปที่ 2.2 เส้นใยแก้วชนิดสแต็ปอินเดกซ์

เส้นใยชนิดสแต็ปอินเดกซ์ (มักใช้สัญลักษณ์ย่อว่า SI) หมายถึงเส้นใยแก้วที่ค่าดัชนีหักเหของคอร์และของแคลด์ดิ้งมีค่าคงที่ ในการแสดงค่าดัชนีหักเหของเส้นใยแก้ว มักแสดงด้วยลักษณะของกราฟที่แสดงค่าดัชนีหักเหในแนวภาคตัดขวางหรือแนวหน้าตัดของเส้นใยแก้ว เรียกว่า refractive index profile โดยค่าดัชนีหักเหจะเป็นฟังก์ชันของรัศมี (r) เส้นใยแก้วชนิดสแต็ปอินเดกซ์นี้จะมีกราฟเป็นลักษณะของขั้นบันได ซึ่งแสดงให้เห็นถึงค่าดัชนีหักเหที่มีค่าคงที่แน่นอนในช่วงระยะหนึ่งของแนวรัศมี

2.2.1.2 เส้นใยแก้วชนิดเกรดเด็คอินเดกซ์ (Graded – Index Fiber)

เส้นใยแก้วชนิดเกรดเด็คอินเดกซ์ (ใช้สัญลักษณ์ย่อเป็น GRIN หรือ GI) หรือบางคนจะเรียกว่าเป็นชนิดดรรชนีลาด หมายถึง เส้นใยแก้วที่มีค่าดัชนีหักเหของคอร์เปลี่ยนแปลงไปตามแนวรัศมีที่พุ่งออกจากแกนกลางของเส้นใยแก้ว โดยทั่วไปที่ตำแหน่งในแนวศูนย์กลางของเส้นใยแก้วมักมีค่าดัชนีหักเหสูงสุด จากนั้นค่าดัชนีหักเหจะค่อยๆ ลดลงไปตามระยะทางที่ห่างออกจากแนวศูนย์กลางตามลำดับ จนมีค่าดัชนีหักเหของแคลด์ดิ้งในตำแหน่งที่คอร์ต่อกับแคลด์ดิ้งพอดี ในขณะที่ค่าดัชนีหักเหของแคลด์ดิ้งจะมีค่าคงที่ตลอดเนื้อสารลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของเส้นใยแก้วชนิดเกรดเด็คอินเดกซ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของคอร์อย่างต่อเนื่อง

2.2.2 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร (Non – Axisymmetrical Optical Fiber)

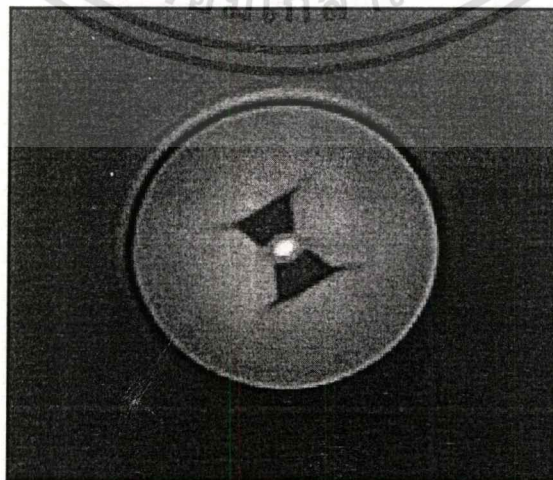
มักถูกออกแบบเพื่อการใช้งานแบบโหมดเดี่ยว ที่มีความสามารถในการรักษาทิศทางของโพลาไรเซชันให้คงเดิมได้ตลอดระยะทางที่แสงเดินทางในเส้นใยแก้ว ซึ่งถือว่ามีความเหมาะสมมากกับระบบสื่อสารด้วยแสงชนิดโคฮีเรนต์ (coherent optical communication) เส้นใยแก้วที่มีคุณสมบัติเช่นนี้เรียกว่าแบบ PMF (Polarization Maintaining Fiber) ซึ่งสามารถจำแนกย่อยออกได้ดังนี้

2.2.2.1 ชนิด Stress – Induced Birefringence

เส้นใยแก้วชนิดนี้ถูกออกแบบให้เคลดคิงเกิดมีความเค้น (stress) มากกระทำในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง อันจะส่งผลให้เกิดความเค้นต่อไปยังคอร์อีกต่อหนึ่ง ผลของการเกิดความเค้นในตำแหน่งที่เหมาะสม จะทำให้ค่าดัชนีหักเหของคอร์ในแต่ละแนวมีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งเป็นคุณสมบัติของไบรีฟรินเจนต์ (birefringent)



รูปที่ 2.3 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Stress Induced Birefringence แบบ Panda



“Bow-Tie” Style PM Fiber

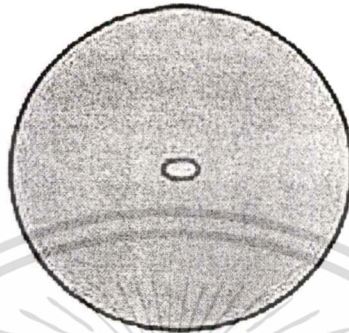
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

รูปที่ 2.4 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Stress Induced Birefringence แบบ Bow – Tie

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดเบี่ยงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มาใช้งานไปใช้

2.2.2.2 ชนิด Geometrically Birefringent

ถูกออกแบบให้มีความเค้น (stress) หรือเกิดแรงกระทำกับส่วนของคอร์โดยตรง โดยการออกแบบรูปร่างของคอร์ให้มีลักษณะโครงสร้างไม่สมมาตรเช่นทำให้คอร์มีรูปร่างเป็นวงรี เหตุผลดังกล่าวเพื่อสร้างคุณสมบัติการเป็นไบรีฟรินเจนต์ (birefringent) ให้กับเส้นใยแก้ว



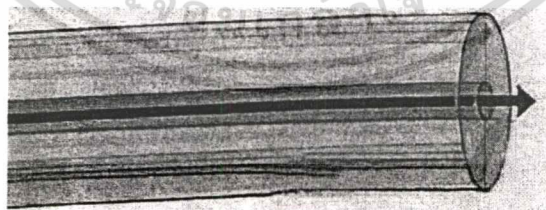
E-core PM fiber

รูปที่ 2.5 เส้นใยแก้วชนิดแกนไม่สมมาตร ชนิด Geometrically Birefringent แบบคอร์เป็นวงรี

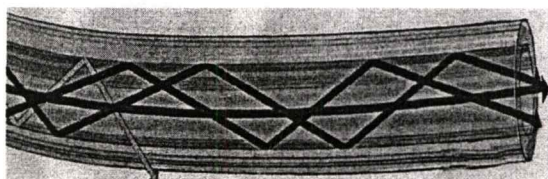
2.2.3 โหมดการเดินทางของแสงในเส้นใยแก้ว

2.2.3.1 เส้นใยแก้วชนิดโหมดเดี่ยว (single – mode fiber หรือ monomode fiber มักใช้สัญลักษณ์ย่อเป็น SM)

เป็นเส้นใยแก้วที่ยอมให้มีโหมดการเดินทางของแสงได้เพียงโหมดเดียวคือโหมดพื้นฐานเท่านั้น โครงสร้างของเส้นใยแก้วชนิดนี้มักเป็นชนิดสเตปอินเด็กซ์ (SI) ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของคอร์เล็กมาก ประมาณ 3 – 7 ไมครอน ส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางของแคลคดิ่งมีค่าประมาณ 80 – 125 ไมครอน

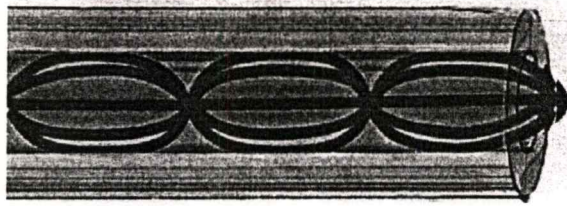


(ก) เส้นใยแก้วชนิดโหมดเดี่ยว SI-SM



(ข) เส้นใยแก้วชนิดโหมดร่วม SI-MM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 2.6 ลักษณะการเดินทางของแสงในเส้นใยแก้วแบบต่างๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค) เส้นใยแก้วชนิดโหมคร่วม GI-MM

รูปที่ 2.6 (ต่อ)

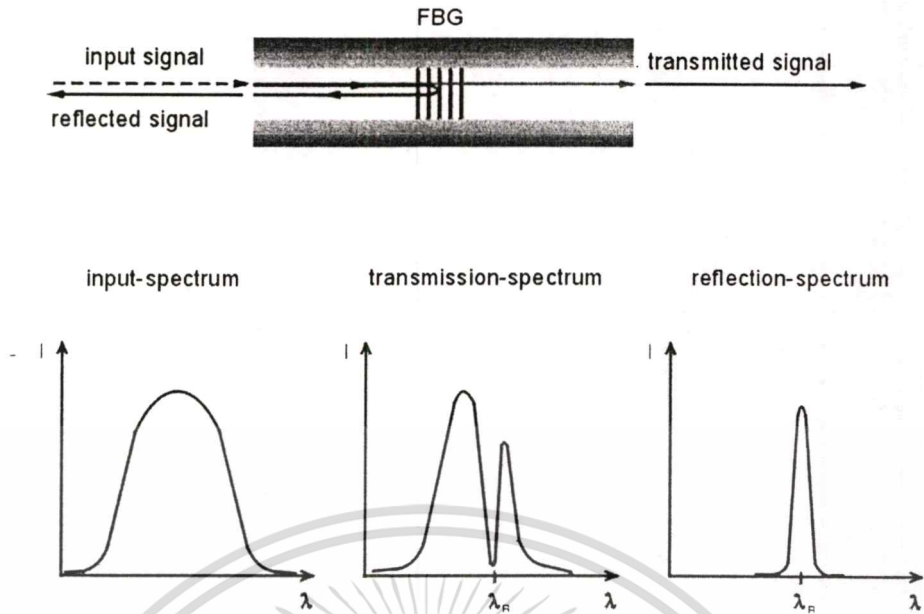
2.2.3.2 เส้นใยแก้วชนิดโหมคร่วม (multimode fiber มักใช้สัญลักษณ์ย่อเป็น MM)

หมายถึงเส้นใยแก้วที่อนุญาตให้มีโหมคการเดินทางของแสงเกิดขึ้นได้หลายโหมค ตามลักษณะของแสงที่ส่งเข้าไป แม้ว่าแสงที่พุ่งเข้าสู่เส้นใยแก้ว จะเกิดจากแหล่งกำเนิดแสงตัวเดียวก็ตาม แสงที่เปล่งออกมาจากแหล่งกำเนิดแสงทั่วไปจะมีทิศทางสะเปะสะปะและสามารถเดินทางเข้าสู่เส้นใยแก้วในมุมที่แตกต่างกัน ทำให้เกิดโหมคการเดินทางได้หลายโหมค โครงสร้างของเส้นใยแก้วชนิดนี้จะมีเส้นผ่านศูนย์กลางของคอร์มากขึ้นถึงประมาณ 62.5 ไมครอน และอาจเป็นได้ทั้งชนิดสเต็ปอินเด็กซ์ (SI) และเกรดเค็ดอินเด็กซ์ (GRIN หรือ GI)

2.3 การทำงานพื้นฐานของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร็ก

ส่วนเส้นใยแก้วเกรตติ้ง (fiber grating) มีโครงสร้างหน้าตาภายนอกเหมือนเส้นใยแก้วธรรมดาทุกประการเพียงแต่ถูกทำให้ดรรชนีหักเหของคอร์ตามความยาวของเส้นใยมีค่าดรรชนีหักเหเปลี่ยนแปลงมากบ้างน้อยบ้างตามระยะทาง แต่จะมีช่วงการเปลี่ยนแปลงที่แน่นอน ซึ่งในช่วงระหว่างจุดที่มีค่าดรรชนีหักเหมากและน้อย ค่าดรรชนีหักเหของคอร์จะมีค่าเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องจากมากไปหาน้อยและจากน้อยไปหามาก ช่วงระยะห่างระหว่างตำแหน่งที่มีค่าดรรชนีหักเหมากที่สุดที่อยู่ใกล้กันเรียกว่า คาบของเกรตติ้งหรือ grating period ซึ่งจะมีค่าไม่มากคือในเทอมของนาโนเมตรถึงไมโครเมตร สำหรับความยาวของช่วงที่ดรรชนีของคอร์มีโครงสร้างเป็นเกรตติ้งเรียกว่า ความยาวเกรตติ้งหรือ grating length เกรตติ้งเส้นใยแก้วที่มีโครงสร้างดังกล่าวนี้ถือเป็นเกรตติ้งเส้นใยแก้วแบบแบร็ก ซึ่งเรียกว่า Fiber Bragg Grating (FBG) [5]

เกรตติ้ง เส้นใยแก้วมีคุณสมบัติพื้นฐานคล้ายกับระนาบกระจกคือ สามารถปล่อยให้แสงที่มีความยาวคลื่นแสงบางค่าเดินทางผ่านออกไปได้ในขณะเดียวกัน แสงในช่วงของความยาวคลื่นที่เหลือจะสะท้อนกลับออกมา เมื่อนำ FBG มาประกอบเข้ากับอุปกรณ์ทางแสงบางอย่าง[6] จะทำให้ได้อุปกรณ์ที่เป็น Dispersion compensator

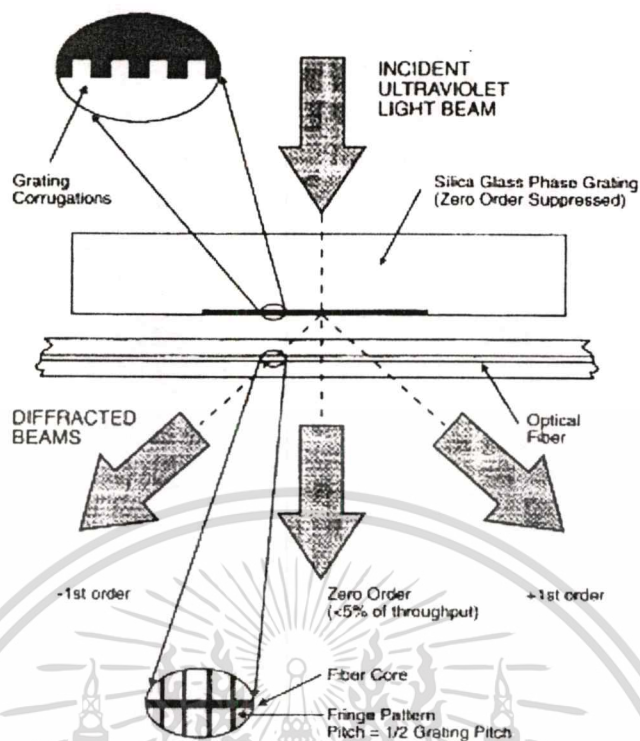


รูปที่ 2.7 การทำงานพื้นฐานของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก

2.4 เทคนิคการผลิต grating

เส้นใยแก้วนำแสงสามารถเปลี่ยนดรรชนีหักเหได้ (refractive index grating) ภายในคอร์ (core) ได้โดยใช้ขบวนการผลิตซึ่งแต่ละเทคนิคนั้นทำให้เกิด Bragg grating หลายแบบเช่น uniform Bragg grating, blazed Bragg grating และ chirped Bragg grating [7]

ในการผลิต Bragg grating ครั้งแรกได้ใช้เทคนิคการเขียนริ้วของเกรตติง ภายในคอร์ [8] – [9] แต่เทคนิคการเขียนจากภายนอกก็มีหลายวิธีอย่างเช่น วิธี interferometric, phase mask และวิธี point-by-point และเทคนิคการผลิตที่นิยมที่สุดคือ phase mask ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ซึ่ง phase mask ผลิตมาจาก flat slab ที่โปร่งแสงนำมาออกแบบให้เป็นร่องคล้ายหวีและนำไปวางบนผิวหน้าของเส้นใยแก้ว จากนั้นฉายแสง UV ลงบน phase mask การกระจายของแสงจะทำให้เกิดริ้วขึ้นบนเส้นใยแก้ว เทคนิคแบบ phase mask ได้พัฒนาขึ้นเรื่อยๆ เพื่อลดความซับซ้อนของขบวนการผลิตจนเป็นวิธีการที่ใช้งานง่าย ในการผลิตเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก [10]-[11]



รูปที่ 2.8 การฉาย UV ลงบนเส้นใยแก้วแกรตติงโดยใช้เทคนิค phase mask

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

จุดประสงค์ของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก

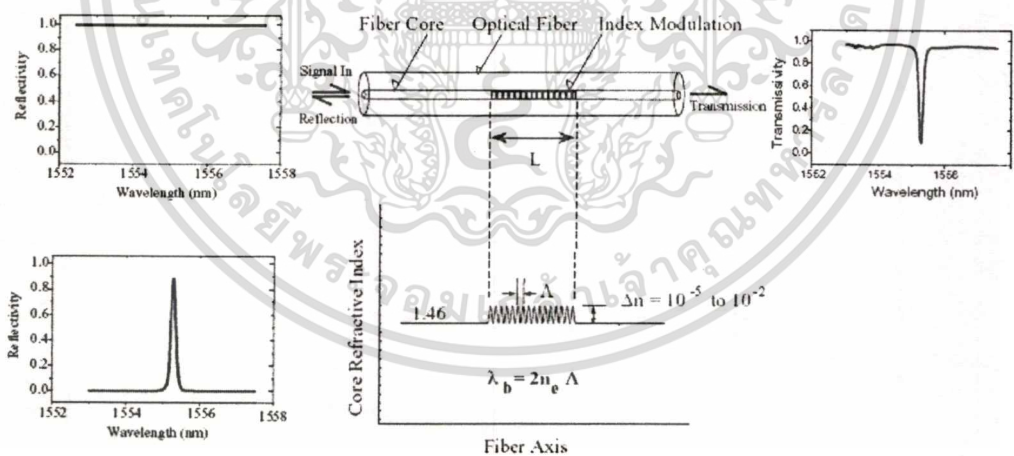
3.1 จุดประสงค์ของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก

เส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก [12] แสดงไว้ในรูปที่ 3.1 ถ้าพิจารณาโครงสร้างพื้นฐานของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์กแล้วจะมีลักษณะเป็นริ้ว ๆ หลาย ๆ ริ้ว [13]-[15] แสงที่เข้ามาภายในคอร์ของเส้นใยแก้วจะเกิดการกระเจิงของแสงเมื่อผ่าน grating plane หาได้จากสมการ 3.1 แสงที่สะท้อนจาก plane แต่ละอันคล้ายกับการเพิ่มสิ่งกีดขวางขึ้นภายในคอร์ของเส้นใยแก้ว ในรูปของ back-reflected peak ที่กึ่งกลางความยาวคลื่น สามารถอธิบายได้จาก

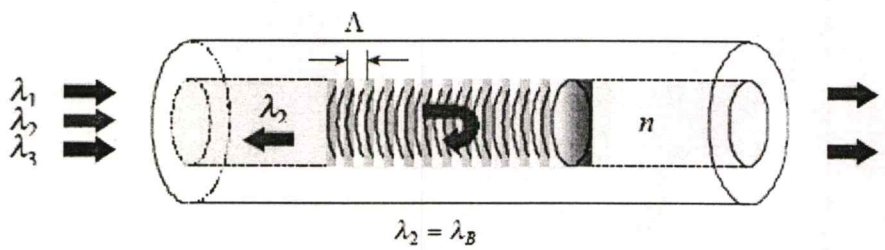
$$\lambda_B = 2n_{eff} \Lambda \quad (3.1)$$

λ_B คือ Bragg wavelength ที่ free-space-centre ของความยาวคลื่นในแสงที่สะท้อนจาก Bragg grating

n_{eff} คือ ผลที่ได้จากครรชนหักเหภายในคอร์ของเกรตติ้ง



$$\lambda_B = 2n\Lambda$$



รูปที่ 3.1 แสดงการกระจายของแสงและ grating wave vectors ใน uniform grating ซึ่งประโยชน์ด้านการค้า
 เอกสารนี้หรือเอกสารที่เกี่ยวข้องทั้งหมดที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้โดยผู้จัดทำขึ้นเพื่อเผยแพร่ฟรีโดยไม่หวังผลตอบแทน
 ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม ขอสงวนสิทธิ์ในเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์กแบบ ยูนิฟอร์ม

ถ้าพิจารณาเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์กแบบ ยูนิฟอร์มภายในคอร์ของเส้นใยแก้วมีค่าดัชนีหักเห n_{core} ซึ่งเขียนได้ในรูปสมการ

$$n(z) = n_{core} + \Delta n \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda}\right) \right] \quad (3.2)$$

โดยใช้ทฤษฎี coupled-mode ในการวิเคราะห์รายละเอียดของการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์กโดยให้ R เป็นค่าการสะท้อนแสง

$$R = \frac{k^2 \sinh^2(SL)}{\Delta\beta^2 \sinh^2(SL) + S^2 \cosh^2(SL)} \quad (3.3)$$

โดยที่ L คือค่าความยาวเฉพาะส่วนที่เป็นเรตติง

$$S \text{ มีค่าเป็น } S = \sqrt{k^2 - \Delta\beta^2}$$

k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การคับปลิง (coupling coefficient)

$$k = \frac{\pi(\delta n + \Delta n)}{\lambda_B} \eta \quad (3.4)$$

δn คือ ค่าขนาดแอมพลิจูดของค่าดัชนีหักเหที่เปลี่ยนแปลงไปจากค่าดัชนีหักเหของคอร์ในช่วงที่เป็นเรตติง

η คือ พารามิเตอร์ที่แสดงค่ากำลังงานแสงที่อยู่ในส่วนคอร์

$$\eta \approx 1 - \frac{1}{V^2} \quad (3.5)$$

V คือ ค่าความถี่นอร์มัลไลซ์ (normalized frequency) มีค่า $V = \frac{2\pi a NA}{\lambda}$

λ_B คือ ค่าความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ก

$\Delta\beta$ คือ ค่าที่เปลี่ยนไปของเวกเตอร์คลื่น (detuning wave vector)

$$\Delta\beta = \beta - \frac{p\pi}{\Lambda} \quad (3.6)$$

Λ คือ ระยะของคาบเรตติง (grating period)

p คือ เลขจำนวนนับ (ในกรณีของ fundamental Bragg order จะได้ว่า $p = 1$)

β คือ ค่าคงที่โมดของการเดินทาง (mode propagation constant) หาได้โดย $\beta = k_0 n_{eff}$ โดยที่ $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ และ n_{eff} คือ ค่าดัชนีหักเหที่มีประสิทธิภาพของโหมดนำคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\beta = \frac{2\pi(n_{eff} + \Delta n)}{\lambda} \quad (3.7)$$

n_{eff} คือ ค่าดัชนีหักเหในคอร์ของเกรตติ้ง

λ คือ ค่าความยาวคลื่นแสงที่เดินทางในเส้นใยแก้ว

Δn คือ ค่าที่เปลี่ยนแปลงของดัชนีหักเหในส่วนของคอร์ของเส้นใยแก้วเกรตติ้ง

เนื่องมาจากปรากฏการณ์โฟโตอีลาสติก (photoelastic effect)

การสะท้อนแสงเพิ่มขึ้นก็จะทำให้ค่าดัชนีหักเหมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นด้วย คล้ายๆ กับ ถ้าความยาวของเกรตติ้งมากขึ้นผลของการสะท้อนก็มากขึ้นด้วยเช่นกัน

3.3 ความไวต่อความเครียดเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก

แบร์กเกรตติ้งเรโซแนนซ์ คือ ศูนย์กลางความยาวคลื่นของแสงที่สะท้อนกลับจาก แบร์กเกรตติ้ง ขึ้นอยู่กับค่าดัชนีหักเหภายในคอร์และ ระยะของคาบเกรตติ้ง ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากสมการ 3.1 ส่วนการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเกิดจากการทำให้เกิดความเครียดสามารถดูได้จากสมการ

$$\Delta\lambda_B = 2\left(\Lambda \frac{\partial n}{\partial L} + n \frac{\partial \Lambda}{\partial L}\right)\Delta L + 2\left(\Lambda \frac{\partial n}{\partial T} + n \frac{\partial \Lambda}{\partial T}\right)\Delta T \quad (3.8)$$

ในเทอมแรกของสมการ 3.8 เป็นผลของความเครียดของเส้นใยแก้ว ซึ่งจะสัมพันธ์กับการเว้นช่องของเกรตติ้งและ ความเครียดในเส้นใยแก้วจะทำให้ค่าดัชนีหักเหเปลี่ยนไปด้วยเช่นกัน ส่วนในเทอมที่สองเป็นผลจากอุณหภูมิ

พิจารณาผลของความเครียดที่ทำให้เกิดการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเขียนได้ในรูปของสมการ

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B(1 - p_e)S_z \quad (3.9)$$

เมื่อ p_e คือผลค่าคงที่ของความเครียด หาได้จาก

$$p_e = \frac{n^2}{2}[p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \quad (3.10)$$

p_{11} และ p_{12} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ทางโฟโตอีลาสติกของแก้ว

n คือ ค่าดัชนีหักเหภายในคอร์

ν คือ Poisson's ratio

และจากสมการ 3.10 ทำให้อยู่ในเทอมของ รัศมี (S_r) และแกน (S_z)

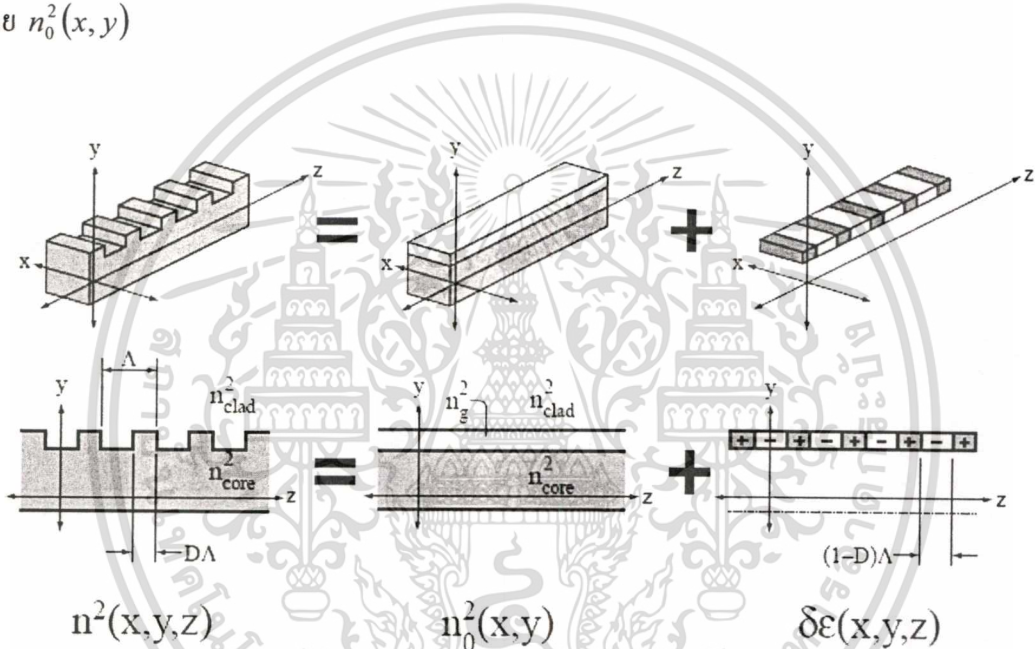
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = S_z - \frac{n^2}{2} [p_{11}S_r + p_{12}(S_r + S_z)] \tag{3.11}$$

ดังนั้น $\Delta\lambda_B$ สามารถนำมาหาความเครียดของเส้นใยแก้วได้ โดยเฉพาะ ถ้าความยาวคลื่นเลื่อนเป็นค่าลบเกิดจากความเครียดจากการกดหรือบีบอัด แต่ถ้าเป็นค่าบวกความเครียดจะเกิดจากการดึง

3.4 ทฤษฎี coupled mode

ก่อนอื่นแสดง ครรชนหักเหของโครงสร้าง และ ครรชนหักเหของ unperturbed waveguide โดย $n_0^2(x, y)$



รูปที่ 3.2 ลักษณะลูกฟูกที่อยู่ใน Bragg grating อาจจะเป็นแบบจำลองที่ทำให้เกิดการยุ่งยากอย่างหนึ่งใน z-invariant waveguide

ดังที่แสดงในไดอะแกรม $n^2(x, y, z)$ จะแสดงถึงครรชนหักเหอย่างสมบูรณ์ด้วยโครงสร้าง $n_0^2(x, y)$ แสดงถึง unperturbed z-invariant waveguide และ $\delta\epsilon(x, y, z)$ เป็นฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลงหมายถึงการเปลี่ยนแปลงแบบ non-zero ภายในบริเวณของเกรตติ้ง

จาก $n^2(x, y, z)$ และ $n_0^2(x, y)$ มีความสัมพันธ์กันโดย

$$n^2(x, y, z) = n_0^2(x, y) + \delta\epsilon(x, y, z) \tag{3.12}$$

เมื่อ $\delta\epsilon(x, y, z)$ เป็นฟังก์ชันระยะของ z ที่แสดงลักษณะลูกฟูกในแบรกกเรตติ้ง ในฟังก์ชันนี้เป็น

เฉพาะ non-zero เท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เช่นเดียวกัน สามารถแสดงสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโครงสร้างที่สมบูรณ์ ได้ $\underline{E}(x, y, z)$ และ $\underline{H}(x, y, z)$ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของ unperturbed waveguide จะเป็น $\underline{E}_0(x, y, z)$ และ $\underline{H}_0(x, y, z)$

$$n_0^2(x, y, z) \rightarrow \underline{E}_0(x, y, z), \underline{H}_0(x, y, z) \quad (3.13)$$

$$n^2(x, y, z) \rightarrow \underline{E}(x, y, z), \underline{H}(x, y, z) \quad (3.14)$$

เป็นไปตามสมการของแมกซ์เวลล์

$$\nabla \times \underline{E} = -jk\eta_0 \underline{H} \quad \nabla \times \underline{E}_0 = -jk\eta_0 \underline{H}_0 \quad (3.15)$$

$$\nabla \times \underline{E} = jk \frac{1}{\eta_0} n^2 \underline{E} \quad \nabla \times \underline{H}_0 = jk \frac{1}{\eta_0} n_0^2 \underline{E}_0 \quad (3.16)$$

ขณะนี้พิจารณาเวกเตอร์ของ S หาได้จาก

$$S \equiv \underline{E}_0^* \times \underline{H} + \underline{E} \times \underline{H}_0^* \quad (3.17)$$

คำนวณหาค่า S โดยใช้สมการที่ 3.15-3.16

$$\nabla \cdot S = -\frac{jk}{n_0} \delta\varepsilon \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} \quad (3.18)$$

ถ้าทำการอินทิเกรตสมการ 3.18 จะได้ค่า V

$$\iint_{\partial V} S \cdot dA = -\frac{jk}{n_0} \iiint_V \delta\varepsilon \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} dV \quad (3.19)$$

การอินทิเกรตทางซ้ายมือเป็นจำนวนเต็มของหน้าสัมผัส ที่ dA เป็นจุดใน outward direction ถ้าให้ V เป็น ∞ thin slab กว้าง dz ในช่วงของระนาบ $x-y$ จากสมการ 3.19

$$\frac{d}{dz} \iint S \cdot \hat{z} dA = -\frac{jk}{n_0} \iint \delta\varepsilon \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} dA \quad (3.20)$$

ขณะที่จำนวนเต็มทั้งสองค่ากระทำบนระนาบ $x-y$ ทำให้ง่ายขึ้นโดยการอินทิเกรตบนระนาบ $x-y$

$$\langle f(x, y) \rangle \equiv \iint f(x, y) dx dy \quad (3.21)$$

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าใน โครงสร้างที่สมบูรณ์จะเป็นเชิงเส้นตาม โหมดของ unperturbed waveguide เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\underline{E}(x, y, z) = A_+(z)e_+(x, y) + A_-(z)e_-(x, y) \quad (3.22)$$

$$\underline{H}(x, y, z) = A_+(z)h_+(x, y) + A_-(z)h_-(x, y) \quad (3.23)$$

สนามแม่เหล็กไฟฟ้า $e_{\pm}(x, y)$ และ $h_{\pm}(x, y)$ ที่แสดงไว้ในโหมดของ unperturbed waveguide ที่ความถี่ทางแสง จุดหมายของทฤษฎี coupled mode คือเปลี่ยนสมการแมกซ์เวลล์ ของ \underline{E} และ \underline{H} โดยจัดสมการความแตกต่างเชิงเส้นที่อธิบายด้วยวิธีแบบ scalar coefficients $A_{\pm}(z)$ จากสมการที่ 2.10 จำเป็นจะต้องเชื่อมโยงระหว่าง สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและสัมประสิทธิ์การยึดตัว

อันดับแรกอนุญาตให้ $\underline{E}_0(x, y, z)$ และ $\underline{H}_0(x, y, z)$ ในสมการที่ 3.10 เป็นโหมดการเดินทางไปหน้า (forward-traveling mode) ของ unperturbed waveguide

$$\underline{E}_0(x, y, z) = e_+(x, y)e^{-j\beta_0 z}, \underline{H}_0(x, y, z) = h_+(x, y)e^{-j\beta_0 z} \quad (3.24)$$

เอามาแทนที่ในสมการที่ 3.10 ตาม โหมดการยึดตัว ของสมการ 3.22-3.23

$$\frac{d}{dz} A_+(z) = -j \left[\beta_0 + \frac{k}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon e_0^* \cdot e_+ \rangle \right] A_+(z) - \frac{jk}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon e_+^* \cdot e_- \rangle A_-(z) \quad (3.25)$$

ให้ P แสดง time-averaged power carried โดยโหมดการเดินทางไปหน้า

$$P \equiv \frac{1}{4} \langle (e_+ \times h_+^* + e_+^* \times h_+) \cdot \hat{z} \rangle \quad (3.26)$$

คล้ายๆ กับสมการของ $A_-(z)$ โดยที่มี $\underline{E}_0(x, y, z)$ และ $\underline{H}_0(x, y, z)$ เป็นโหมดการเดินทางย้อน (reverse-traveling mode)

$$\frac{d}{dz} A_-(z) = +j \left[\beta_0 + \frac{k}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon e_-^* \cdot e_- \rangle \right] A_-(z) + \frac{jk}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon e_-^* \cdot e_+ \rangle A_+(z) \quad (3.27)$$

สมการที่ 3.25 และ 3.27 เป็นองค์ประกอบของสมการ a pair of coupled linear differential ที่สัมพันธ์กับค่า forward และ backward mode amplitude ในวงเล็บของสมการ 3.27 เป็นตัวอย่างทับซ้อนของโหมด grating perturbation ($\delta\epsilon$)

สมการ coupled-mode สามารถทำให้ง่ายขึ้นโดยการขยาย $\delta\epsilon(x, y, z)$

$$\delta\epsilon(x, y, z) = \sum_m \delta\epsilon_m(x, y) e^{j2m\pi z/\Lambda} \quad (3.28)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำหนักหอดสมกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

Fourier coefficient ในสมการที่ 3.28 เป็นฟังก์ชันของ x และ y เท่านั้น สามารถทำให้อยู่ในเทอมของ $\delta\epsilon(x, y, z)$

$$\delta\epsilon_m(x, y) = \frac{1}{\Lambda} \int_{z_0}^{z_0+\Lambda} \delta\epsilon(x, y, z) e^{j2m\pi z/\Lambda} dz \quad (3.29)$$

เมื่อ periodic perturbation คือค่าจริง และ Fourier coefficients มีความสัมพันธ์กับ $\delta\epsilon_{-m} = \delta\epsilon_m^*$ และเอามาแทนที่ในสมการ 3.28 ใน coupled mode ทำให้ได้สมการ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_+(z) = & -j \left[\beta_0 + \frac{k}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_0 e_+^* \cdot e_+ \rangle \right] A_+(z) \\ & - \frac{jk}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_1 e_+^* \cdot e_- \rangle e^{-j2\pi z/\Lambda} A_-(z) + \dots \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} A_-(z) = & +j \left[\beta_0 + \frac{k}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_0 e_-^* \cdot e_- \rangle \right] A_-(z) \\ & + \frac{jk}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_{-1} e_-^* \cdot e_+ \rangle e^{+j2\pi z/\Lambda} A_+(z) + \dots \end{aligned} \quad (3.31)$$

ซึ่งจากสมการจะมีเฉพาะในเทอมของ phase-matched เท่านั้น แต่ละเทอมของ Fourier expansion จะเกี่ยวข้องกับค่าของ $\delta\epsilon_1$ ผลที่ได้จะคล้ายกับระยะของ $A_+(z)$ เช่นเดียวกับ $A_-(z)$ เมื่อเราคูณฟังก์ชัน $A_+(z)$ ด้วย $m = -1$ Fourier coefficient ก็จะมีฟังก์ชันเหมือนกับ $A_-(z)$

จากสมการ 3.30 สำหรับแบร์ริกเกรตติงอันดับหนึ่ง (first-order Bragg grating) นั้น ให้ $m = 0$ และ $m = \pm 1$ ในสมการ Fourier coefficients ของ coupled-mode ซึ่งใน $m = 0$ จะเปลี่ยนในค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant) และเป็นส่วนประกอบในเมตริกซ์การเชื่อมต่อ (coupling matrix) ขณะที่ $m = \pm 1$ ในเทอมของโหมดการเดินหน้า และโหมดการย้อนกลับเราสามารถจับสมการทั้งสองให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นจากการหาค่าของ β และ κ แต่ละค่าเกี่ยวข้องกับระหว่าง unperturbed waveguide modes และ grating perturbation

$$\beta \equiv \beta_0 + \frac{k}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_0 e_\pm^* \cdot e_\pm \rangle \quad (3.32)$$

$$\kappa = -\frac{jk}{4P\eta_0} \langle \delta\epsilon_1 e_+^* \cdot e_- \rangle \quad (3.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาก่อนและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ coupled mode สามารถทำให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} A_+(z) \\ A_-(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\beta & \kappa e^{-j2\pi/\Lambda} \\ \kappa^* e^{+j2\pi/\Lambda} & j\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_+(z) \\ A_-(z) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

ความสำคัญของค่าคงตัวการเชื่อมต่อเชิงซ้อน (complex coupling constant (κ)) เป็นลักษณะการส่งผ่านกำลังระหว่างโหมดการเดินหน้าและ โหมดการย้อนกลับซึ่งค่า κ ที่ถูกกล่าวถึงในลักษณะการสะท้อนแสงต่อหน่วยความยาวของเกรตติง ระยะของ κ จะเกี่ยวข้องกับระยะของ $\delta\epsilon_1$ สำหรับเกรตติง ที่เป็นสัดส่วนกับ $z=0$ ค่าของ Fourier coefficients นั้นเป็นค่าจริง ดังนั้น κ จะเป็นค่าที่สมมุติขึ้นแต่เกรตติง ที่เป็นสัดส่วนในสมการ coupled mode อย่างเช่นในสมการที่ 3.34 จะได้ค่าครรชนีหักเหที่เปลี่ยนไปเป็นค่าจริง

โดยทำการเลือก unperturbed waveguide ที่เหมาะสม $m=0$ ค่า Fourier coefficient สามารถกำจัดได้ ด้วยการเลือก $n_0^2(x, y)$ ที่ z -averaged ค่าของ $n^2(x, y, z)$ คือ

$$n_0^2(x, y) = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda n^2(x, y, z) dz \quad (3.35)$$

การพิสูจน์จะง่ายกว่านี้ถ้าให้ $\delta\epsilon_0(x, y) = 0$ และนั่นจะไม่มี การเปลี่ยนแปลงในค่าคงตัวการแพร่กระจายตามผลของ perturbation

ถ้าลองพิจารณาที่ลิมิต ตามที่ $\kappa \rightarrow 0$ สมการ decouple และ วิธีสำหรับ $A_\pm(z)$ เป็นในรูปของ $e^{\mp j\beta z}$ บ่อยครั้งที่เหมาะมากกับ factor ที่มีการสั่นในรูปของ $A_\pm(z)$ ผลที่ได้ก็คือ สมการ coupled-mode สำหรับฟังก์ชัน slowly-varying envelope การสั่นอย่างรวดเร็วเป็นการเคลื่อนย้ายโดยไม่คงที่

$$A_\pm(z) = a_\pm(z) e^{\mp j\beta z/\Lambda} \quad (3.36)$$

เมื่อนำเข้ามาแทนที่ ทำให้สมการ coupled mode ง่ายขึ้น

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} a_+(z) \\ a_-(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\delta & \kappa \\ \kappa^* & j\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_+(z) \\ a_-(z) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

ตรงที่ δ เป็นตัววัดของหักเหจากเงื่อนไขของแบร์กโดยให้

$$\delta \equiv \beta - \frac{\pi}{\Lambda} \quad (3.38)$$

3.5 สเปกตรัมการตอบสนองของแบร์ริ่งเกรตติง

ในการวิเคราะห์สามารถอธิบายได้ง่ายๆ ว่า ถ้าเราสมมุติให้ทั้งสนามมีการสั่นที่คล้ายกับความถี่แสดง $\omega = kc$ ขนาดของ β_0 และ ความสัมพันธ์ของ e_{\pm} และ h_{\pm} ซึ่งเป็นที่เข้าใจแล้วว่าเป็นค่าของค่าคงตัวการแพร่กระจายและโหมดแม่เหล็กไฟฟ้า สำหรับ unperturbed waveguide ที่ (ω) แต่จำเป็นต้องใช้ค่าใหม่ คือ k ดังนั้นจากสมการ 3.32-3.33 จำเป็นต้องมีการคำนวณโดยใช้โหมดใหม่ อันดับในการคิดสเปกตรัมการตอบสนองของแบร์ริ่งเกรตติง จะต้องทำซ้ำหลายๆ ครั้ง สำหรับความถี่แสงอื่นๆ ที่พิจารณา ขณะที่อาจจะง่ายสำหรับในมิติเดียว โขดคี่ที่ในกรณีส่วนใหญ่ เป็นโหมดหน้าตัดข้าง ไม่ทำการเปลี่ยนแปลงที่นอกเหนือแถบความถี่ที่ใช้งาน ดังนั้นพอทำการละเอียดส่วนที่เปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อยในโหมดแม่เหล็กไฟฟ้าและ ง่ายต่อการเปลี่ยนความถี่ ดังเช่น เปลี่ยนในค่าคงที่การแพร่กระจาย (β) ถ้าค่าคงที่การแพร่กระจาย $\beta(\omega)$ เป็น first order และ กึ่งกลางความถี่ ω_c จะได้

$$\begin{aligned}\beta_0(\omega) &= \beta_0(\omega_c) + \left. \frac{d\beta_0}{d\omega} \right|_{\omega_c} (\omega - \omega_c) \\ &= \beta_0(\omega_c) + \frac{1}{v_g} (\omega - \omega_c)\end{aligned}\quad (3.39)$$

เมื่อ v_g คือความเร็วกลุ่ม (group-velocity) ของ unperturbed waveguide ใช้ประโยชน์ของความสัมพันธ์ δ อาจจะ ขยายเป็น first-order ในเทอมของการหักเหจากกึ่งกลางความถี่ ω_c

$$\delta(\omega) = \beta(\omega_c) - \frac{\pi}{\Lambda} + \frac{1}{v_g} (\omega - \omega_c)\quad (3.40)$$

จากสมการด้านบนเราสมมุติให้ unperturbed waveguide geometry มีรายละเอียดแสดงในสมการที่ 3.35 ตั้งแต่ยังไม่เปลี่ยน first-order ในค่าคงตัวการแพร่กระจายโดยทั่วไปแล้วกึ่งกลางความถี่ ω_c เป็นตัวตัดสินพร้อมกับความถี่แบร์ริ่ง Bragg frequency $\beta(\omega_c) = \pi / \Lambda$

$$\delta(\omega) = \frac{1}{v_g} (\omega - \omega_c)\quad (3.41)$$

ความหมายของสัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ κ เหมือนกับ depends upon (ω) ทั้งสองผ่านเข้าไปในสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ที่มีการทับซ้อนและ ผ่านเข้าไปเป็นจำนวนเต็มที่ยื่นอยู่กับ $k = \omega/c$ เมื่อไรก็ตามที่เปลี่ยนแปลงแม้เล็กน้อยและสามารถละเอียดได้บนแถบความถี่ใช้งาน เราควรทำให้ k เป็นความถี่อิสระที่คำนวณได้ที่กึ่งกลางความถี่ ω_c

ดังนั้นสามารถคำนวณสเปกตรัมผลการตอบสนองของแบร์ริ่งเกรตติงโดยสมการ coupled mode แสดง δ ตามที่เปลี่ยนการวัดการหักเหพิจารณาแบร์ริ่ง อธิบายไว้ในสมการที่ 3.41

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ดูแลเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ coupled mode ในสมการ 3.37 ประกอบด้วย ระบบ 2x2 ของสมการ homogeneous differential เทคนิคมาตรฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาเช่น ระบบของสมการเชิงอนุพันธ์เป็นการจำแนกเวกเตอร์เจาะจง เป็นสมการ coupled mode

$$\begin{bmatrix} a_+(z) \\ a_-(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 z} & 0 \\ 0 & e^{\gamma_2 z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_+(0) \\ a_-(0) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

เมื่อ v_1 และ v_2 เป็นเวกเตอร์เจาะจงของเมตริกซ์การเชื่อมต่อ และ γ_1 และ γ_2 เป็นไปตามส่วนของค่าเจาะจงเมื่อนำเอาค่าเจาะจง รวมกับเวกเตอร์เจาะจงจะได้

$$\gamma_1 = +\gamma, \quad v_1 = \begin{bmatrix} \gamma - j\delta \\ \kappa^* \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\gamma_2 = -\gamma, \quad v_2 = \begin{bmatrix} -\kappa \\ \gamma - j\delta \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

ค่า γ หาได้จาก

$$\gamma \equiv \sqrt{|\kappa|^2 - \delta^2} \quad (3.45)$$

นำเข้ามาแทนที่ค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจงจากสมการ 3.43 และ 3.42 จะได้วิธีการวิเคราะห์ สมการ coupled mode

$$\begin{bmatrix} a_+(z) \\ a_-(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma z) - j\frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma z) & \frac{\kappa}{\gamma} \sinh(\gamma z) \\ \frac{\kappa^*}{\gamma} \sinh(\gamma z) & \cosh(\gamma z) + j\frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_+(0) \\ a_-(0) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

จากสมการข้างบนให้วิธีของสมการ coupled mode ในรูปของเมตริกซ์ถ่ายโอนถ้ามี โหมดเดินทางและโหมดย้อนกลับที่ $z=0$ เราจะสามารถคำนวณที่บริเวณอื่นๆ ของ z โดยใช้สมการที่ 3.46

บ่อยครั้งที่พิจารณาในขอบเขต a_+ และ a_- ที่ $z=0$ จากตัวอย่างเกรตติ้งเกิดขึ้นที่ $z=0$ และขยายไปตามความยาว L ขณะที่เข้าจากด้านซ้ายมือของเกรตติ้ง เราสามารถคำนวณการสะท้อนและการส่งผ่านของเกรตติ้งได้ และต่อไปจะสมมุติไม่ให้แสงเข้าจากด้านขวามือ แทนที่ด้วยขอบเขต

เอกสารที่พิจารณาในสมการเมตริกซ์ถ่ายโอนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma L) - j \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma L) & \frac{\kappa}{\gamma} \sinh(\gamma L) \\ \frac{\kappa^*}{\gamma} \sinh(\gamma L) & \cosh(\gamma L) + j \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

ที่ r เป็นการสะท้อนแสง และ t เป็นการส่งผ่านแสง ของแบร์กเกรตติงสมการที่สอง ในสมการ 3.47 สามารถหาค่าของ r ได้

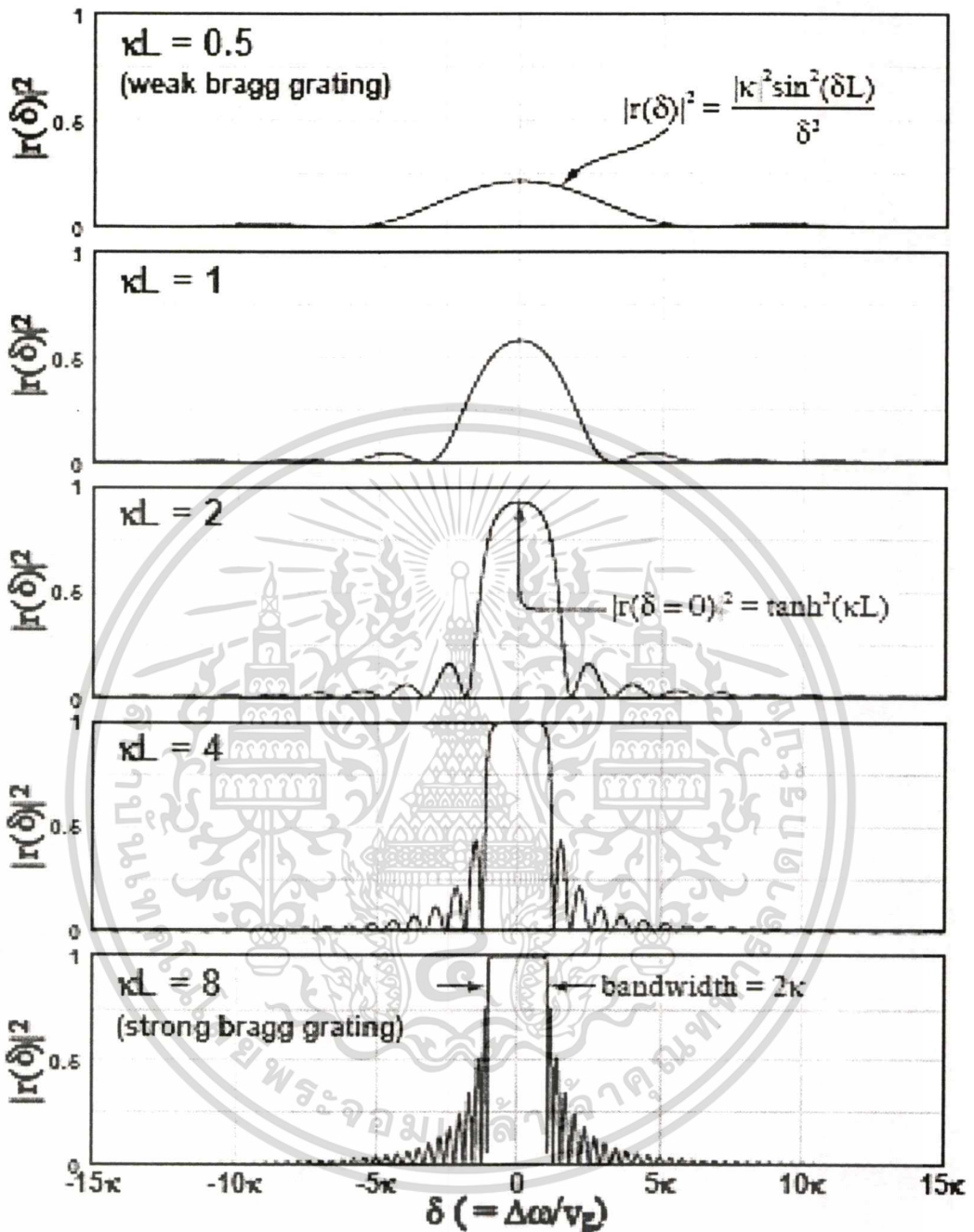
$$r(\delta) = \frac{\frac{\kappa^*}{\gamma} \tanh(\gamma L)}{1 + j \frac{\delta}{\gamma} \tanh(\gamma L)} \quad (3.48)$$

เมื่อ γ เป็นฟังก์ชันของ δ ตามที่อธิบายไว้ในสมการ 3.45 ขนาดของฟังก์ชันการส่งผ่านข้อมูล (t) สามารถแสดงได้ใน

$$t(\delta) = \frac{\sec h(\gamma L)}{1 + j \frac{\delta}{\gamma} \tanh(\gamma L)} \quad (3.49)$$

การสะท้อนแสงของ แบร์กเกรตติงแบบยูนิฟอร์มจะเกิดขึ้นเมื่อ $\delta = 0$

$$R_{\max} = |r(\delta = 0)|^2 = \tanh^2(\kappa L) \quad (3.50)$$



รูปที่ 3.3 แสดงการคำนวณสเปกตรัมการตอบสนองการสะท้อนแสงจากความแตกต่างของ
แบร์ริเกรตติ้ง 5 ค่า ที่ได้จากการเพิ่มความยาว

จากรูปที่ 3.3 แสดงสเปกตรัมการสะท้อนแสงที่ได้จากการคำนวณสำหรับความแตกต่างกัน
ของแบร์ริเกรตติ้งทั้ง 5 ค่า ที่ได้จากการเพิ่มความยาว ซึ่งจากในรูปเราสามารถบ่งบอกได้ว่าความแตกต่าง
ที่เกิดขึ้นเมื่อค่า κL มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับ 1 สเปกตรัมการตอบสนองแสงของแบร์ริเกรตติ้งสามารถ
ประมาณค่าได้อย่างแม่นยำด้วย Fourier transform ของลักษณะเกรตติ้ง
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

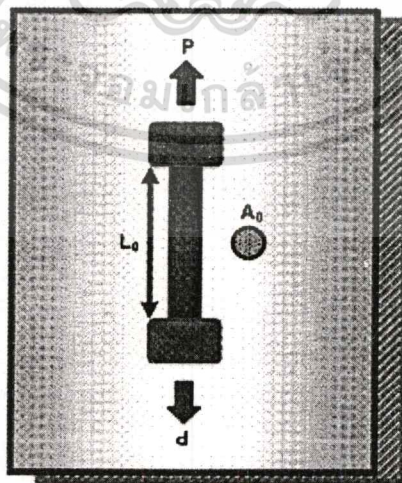
บทที่ 4

วิธีการจำลองการป้อนแรงค้ำให้เส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก

เส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์กคือ ค่าธรรมเนียมหักเหที่ถูกรบกวนตามความยาวของเส้นใยแก้วที่เกิดขึ้นภายในคอร์ซึ่งถูกแสงแทรกเข้าไปและทำให้เกิดการสะท้อน โดยจำกัดความของ ความยาวคลื่นแบร์กคือคาบเกรตติ้ง (grating period) และผลการสะท้อนของแสง การเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของแบร์กเกรตติ้ง ทำได้ 2 วิธีคือ การเปลี่ยนค่าธรรมเนียมหักเหของเส้นใยแก้ว และการเปลี่ยนคาบเกรตติ้ง สามารถเปลี่ยนได้ด้วยการปรับอุณหภูมิหรือการปรับความเครียดของเส้นใยแก้ว การปรับความเครียด (strain tuning) จะเทคนิคการป้อนความเค้นทางกล (mechanical stresses ในบทนี้ทำการจำลองการทำงานการปรับแบร์กเกรตติ้งที่ผลิตจากซิลิกา โดยจะอธิบายเทคนิคการป้อนความเค้นทางกลและตัวอย่างการป้อนความเค้น ที่สัมพันธ์กับความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้ว นอกจากนี้จะแสดงผลการจำลองการทำงาน การสะท้อนแสงและการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นตามแกนความเค้นที่ได้ป้อนให้เส้นใยแก้ว

4.1 ลักษณะโดยทั่วไปของวัสดุทางวิศวกรรม

พื้นฐานวัสดุแต่ละชนิดจะมีคุณสมบัติแตกต่างกันไปและการหาคุณสมบัติของวัสดุเช่น โมดูลัส ความยืดหยุ่น [16] ค่าความเค้นจากการทดสอบที่เป็นพื้นฐานคือการทดสอบแรงดึงอย่างง่าย (simple tension test)



รูปที่ 4.1 การทดสอบแรงดึงอย่างง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

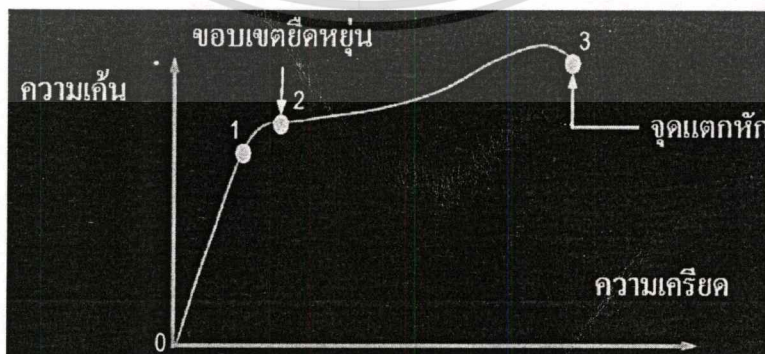
แรงกระทำที่กระทำต่อวัสดุ จะเป็นแรงกระทำตามแนวแกนเพียงแนวเดียว และนิยามที่จะกำหนดให้แรงดึงที่ใช้เป็นฟังก์ชันของระยะยืดตัว หรือในทางวิศวกรรมอาจกล่าวได้ว่ากำหนดให้ ความเค้นเป็นฟังก์ชันของความเครียดก็ได้ โดยความเค้นที่เกิดขึ้นจะกระจายเท่าเทียมกันตลอดหน้าตัดและมีขนาดเท่ากับ P/A เมื่อ P คือแรงดึง และ A คือพื้นที่หน้าตัดเริ่มต้นของวัสดุ และความเค้นที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับ $\Delta L/L_0$ เมื่อ L_0 คือความยาวเดิมของวัสดุ และ L_n คือความยาวที่เปลี่ยนไป เมื่อวัสดุได้รับแรงดึง P อย่างไรก็ตามในความเป็นจริงค่าความเค้นและความเครียดจะไม่เป็นไปตามนี้ สาเหตุเพราะหากเราเพิ่มแรงกระทำแล้วทำให้ความยาวเปลี่ยนไป พื้นที่หน้าตัดของวัสดุจะเปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นหากเราต้องการหาค่าความเค้นจริง (true stress) ต้องหาจาก P/A_t เมื่อ A_t คือพื้นที่หน้าตัดขณะที่แรง P กระทำในทำนองเดียวกัน สำหรับค่าความเครียดจริงที่เกิดขึ้นจะสามารถหาได้โดย

$$dS_t = \frac{dL_t}{L_t} \quad (3.1)$$

เมื่อ L_t คือความยาวจริงในขณะนั้นๆ หากเราอินทิเกรตหาค่าความเครียดเมื่อวัสดุเปลี่ยนความยาว

$$\begin{aligned} S_t &= \int_L^{L_t} \frac{dL_t}{L_t} = \ln\left(\frac{L_t}{L}\right) \\ &= \ln\left(\frac{L + \Delta L}{L}\right) \\ S_t &= \ln(1 + S) \end{aligned} \quad (3.2)$$

จากสมการ 3.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดจริง (true strain, S_t) กับความเครียดทางวิศวกรรมอย่างไรก็ตามหากว่าค่าความเครียดที่เกิดขึ้นมีค่าไม่มากนัก ($S \rightarrow 0$)



รูปที่ 4.2 ความเค้นเป็นสัดส่วนกับความเครียด

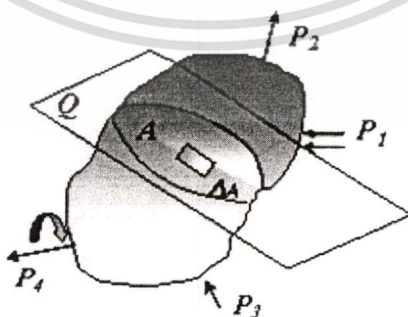
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากช่วงกราฟ 0 ถึง 1 ที่เป็นเชิงเส้นขึ้นไปเป็นช่วงการยืดของวัสดุเป็นไปตามกฎของฮุก เมื่อหยุดออกแรงกระทำ วัสดุจะหดกลับสู่รูปร่างเดิม จากจุด 1 ถึง 2 ความเค้นไม่เป็นสัดส่วนกับความเครียด ในบริเวณ 0 ถึง 2 เป็นช่วงที่ยืดหยุ่นและเรียกตรงจุด 2 ว่า ขอบเขตยืดหยุ่น ถ้าวัสดุยังคงถูกแรงดึงต่อไป เลยจุด 2 ความเครียดจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อยกเลิกแรง วัสดุจะไม่หดกลับมาเท่ารูปร่างเดิม ถ้าดึงต่อไปถึงจุด 3 ทำให้เกิดความเครียดมากจนถึงจุดแตกหัก (fracture point) วัสดุนั้นจะเสียความยืดหยุ่น ไปจนหมดสิ้น และไม่กลับคืนสู่รูปร่างเดิมอีกต่อไป

4.2 ทฤษฎีของความเค้น (stress)

ความเค้นคือ อัตราส่วนของแรงต่อพื้นที่หน้าตัด ถ้าหากแรงกระทำบนหน้าตัดที่เกิดขึ้นอยู่ในแนวตั้งฉากกับหน้าตัดและมีทิศทางออกจากหน้าตัด เรียกว่า ความเค้นดึง (tensile stress) หากแรงที่ตั้งฉากนั้นมีทิศทางพุ่งเข้าหาหน้าตัดเราจะเรียก ความเค้นกด (compressive stress) แต่ถ้าหากความเค้นนั้นมีทิศทางขนานไปกับหน้าตัดเราจะเรียกความเค้นนั้นว่า ความเค้นเฉือน (shear stress) [17]-[18]

ความเค้นที่จุดพิจารณาวัตถุใดๆ ซึ่งจะเป็นวัตถุที่ทำจากวัสดุประเภทใดหรือมีรูปร่างอย่างไรก็ได้ แต่ที่สำคัญวัสดุนั้นจะต้องเป็นวัสดุที่เป็นสารเนื้อเดียวและมีความต่อเนื่อง (Homogeneous and Continuous) นั่นคือ ไม่มีวัสดุอื่นร่วมประกอบอยู่ด้วยและในโดเมนของวัตถุนั้นจะต้องไม่มีส่วนใดเลยที่ขาดหายไป หากให้วัตถุนั้นตกอยู่ภายใต้แรงกระทำแบบต่างๆที่ผิวของวัตถุ ไม่ว่าจะเป็นแรงกระทำที่จุด แรงกระทำแบบกระจายหรือแรงบิดก็ตาม ดังที่แสดงในรูปที่ 4.3 กำหนดให้ระนาบ Q ตัดผ่านวัตถุนั้นซึ่งระนาบ Q จะมีทิศทางใดๆ ก็ได้และการกำหนดทิศทางของระนาบเราจะใช้ทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับหน้าตัดเป็นตัวกำหนด และเมื่อระนาบ Q ตัดผ่านวัตถุจะทำให้เกิดพื้นที่ตามรอยตัดของระนาบ Q เกิดเป็นผิวระนาบ A บนวัตถุ โดยให้ระนาบด้านที่มีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) พุ่งออกจากรอยตัดของวัตถุเป็นด้านบวกของหน้าตัดและอีกด้านหนึ่งเป็นด้านลบ



รูปที่ 4.3 วัตถุตกอยู่ภายใต้หน้าตัด

นอกเหนือจากนั้น FBD ที่เขียนขึ้นอาจจะเขียนทั้งวัตถุหรือส่วนของวัตถุโดยส่วนของวัตถุนี้นิยมเขียนเป็นลูกบาศก์ ซึ่งลูกบาศก์นี้จะเป็นส่วนย่อยส่วนหนึ่งของวัตถุทั้งชิ้น สำหรับแรงกระทำกับวัตถุ หรือบน FBD นั้น สามารถแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

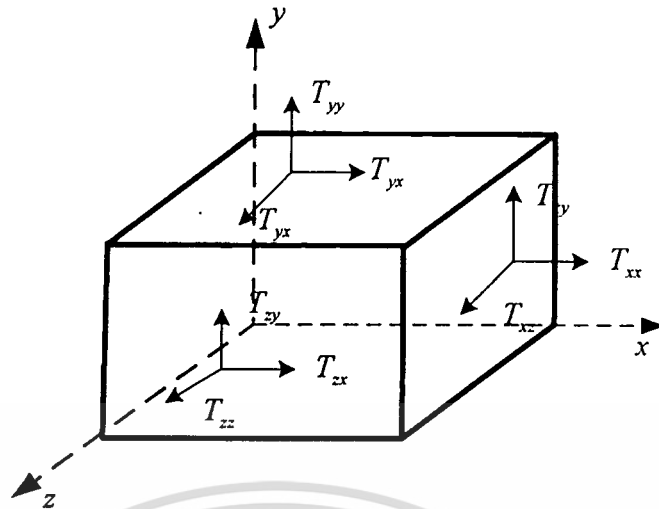
แรงที่ผิว (Surface Force หรือ Surface Traction) คือแรงที่กระทำขึ้นที่ผิวของวัตถุโดยแรงประเภทนี้จะต้องมีการสัมผัสเข้ากับที่ผิวของวัตถุโดยตรง ซึ่งอาจจะเป็นแรงที่กระทำเป็นจุดหรือแรงที่กระทำแบบกระจายไปบนผิวก็ได้ เนื่องจากแรงนี้กระทำต่อพื้นที่บนผิวของวัตถุ ดังนั้นจึงนิยมที่จะกำหนดให้แรงนี้ เป็นแรงต่อหน่วยพื้นที่อย่างไรก็ตามในบางกรณีอาจกำหนดเป็นแรง หรือแรงต่อหน่วยความยาว

แรงของวัตถุ (Body Force) คือแรงที่กระทำต่อวัตถุโดยไม่มีการสัมผัสกับวัตถุโดยตรง ตัวอย่างเช่น แรงโน้มถ่วง แรงจากสนามแม่เหล็ก หรือแรงเฉื่อยของวัตถุ เนื่องจากแรงนี้กระจายไปตลอดทั้งปริมาตรของวัตถุ ดังนั้นแรงนี้จึงนิยมที่จะนิยามว่าเป็น แรงต่อหน่วยปริมาตร และเราจะใช้สัญลักษณ์ B และสามารถแยกเป็นแรงตามแนวต่างๆ ได้เป็น B_x, B_y และ B_z ตามระบบแกนฉาก x, y, z

แรงทั้งสองชนิดที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้เกิดความเค้นขึ้นในจุดต่างๆของวัตถุตามที่เราได้พิจารณามาแล้วจากนั้นในวัตถุที่เราพิจารณาหากเราตัดชิ้นส่วนเป็นรูปหกด้านมุมฉากออกจากวัตถุนั้น โดยกำหนดทิศทางของแนวแกนโดยใช้ระบบแกนฉาก x, y, z เป็นระบบแกนเริ่มต้นค่าหนึ่ง โดยทิศทางของระบบแกนนี้จะอยู่ในทิศทางใดก็ได้เมื่อเทียบกับวัตถุ แต่เมื่อกำหนดทิศทางของระบบแกนลงไปแล้ว ระนาบทั้งหกด้านจะต้องตั้งฉากกับแกนทั้งสาม กำหนดให้จุดกำเนิดของระบบแกนเป็นจุด O ซึ่งจะเป็นจุดใดๆ ในวัตถุ จากนั้นพิจารณา FBD ของวัตถุรูปหกด้านมุมฉาก ค่าเวกเตอร์ความเค้นที่กระทำบนระนาบต่างๆ ทั้งหมดของรูปหกเหลี่ยมมุมฉากนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 4.4 จากนั้นเราจะกำหนดสัญลักษณ์ของความเค้นที่ใช้กับระนาบและทิศทางของเวกเตอร์ความเค้นเมื่อเทียบกับแนวแกนทั้งสาม โดยใช้หลักดังนี้

การกำหนดระนาบที่ตั้งฉากกับแกนและมีเวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยที่มีทิศทางชี้ออกไปจากวัตถุ (unit outward normal vector) จะเรียกชื่อระนาบตามแกนนั้น เช่น

- หากเวกเตอร์หนึ่งหน่วยชี้ไปทาง $+x$ เราจะเรียกระนาบนี้ว่าระนาบ $+x$
 - หากเวกเตอร์หนึ่งหน่วยชี้ไปทาง $-x$ เราจะเรียกระนาบนี้ว่าระนาบ $-x$
- ซึ่งจะใช้ในการทำนองเดียวกันสำหรับระนาบ $+y, +z$ และ $-z$



รูปที่ 4.4 ความเค้นบน FBD

การกำหนดความเค้นจะใช้ดรรชนี 2 ตัวโดยดรรชนีตัวแรกจะกำหนดหน้าตัด x, y หรือ z ส่วนดรรชนีตัวที่สอง จะกำหนดทิศทางของความเค้นว่ามีทิศทางไปในแนวแกนใดคั้งนั้น T_{ij} หมายถึง ความเค้น บนระนาบ i (ทั้งบวก i และ $-i$) และทิศทางที่กระทำจะมีทิศทางไปในแนวแกน j (ทั้งบวก j และ $-j$) เช่น T_{xx} จะหมายถึง ความเค้นที่กระทำบนระนาบ x และมีทิศทางของความเค้นตามแนวแกน x

การกำหนดเครื่องหมาย หากความเค้นกระทำบนหน้าตัดบวกและทิศทางไปทางบวกความเค้นจะมีค่าเป็นบวก หากความเค้นกระทำบนหน้าตัดลบ และทิศทางไปทางลบความเค้นจะมีค่าเป็นบวก หากเป็นกรณีอื่น ความเค้นนั้นจะมีเครื่องหมายเป็นลบ บนระนาบหนึ่งจะมีความเค้น 3 แนว เช่นบนระนาบ x จะมีความเค้นที่กระทำได้ใน 3 แนว คือ แนวแกน x แนวแกน y และแนวแกน z นั้นคือ คั้งนั้นจะได้ว่า

- ความเค้น T_{xx}, T_{xy}, T_{xz} กระทำอยู่บนหน้าตัด x
- ความเค้น T_{yy}, T_{yx}, T_{yz} กระทำอยู่บนหน้าตัด y
- ความเค้น T_{zx}, T_{zy}, T_{zz} กระทำอยู่บนหน้าตัด z

คั้งนั้นจากวิธีการกำหนดสัญลักษณ์ของความเค้นที่จุดใดๆบน FBD โดยทั่วไปแล้วจะมีความเค้นอยู่ 9 ค่า และนิยมเขียนรวมกันเป็นรูปของเทนเซอร์ เรียกว่า เทนเซอร์ความเค้น (Stress Tensor, T_S) โดยกำหนดให้

$$T_S = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งความเค้นนี้จะไม่เป็นเวกเตอร์เพราะค่าความเค้น T_{ij} จะบอกทั้งขนาดและทิศทางของทั้งหน้าตัดที่ความเค้นกระทำและทิศทางของความเค้นด้วย

สมการความสมดุลในระบบแกนทรงกระบอก (lindrical coordinate)

$$\frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} + \frac{T_{rr} - T_{\theta\theta}}{r} + B_r = 0 \quad (3.7a)$$

$$\frac{\partial T_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{z\theta}}{\partial z} + \frac{T_{r\theta}}{r} + B_\theta = 0 \quad (3.7b)$$

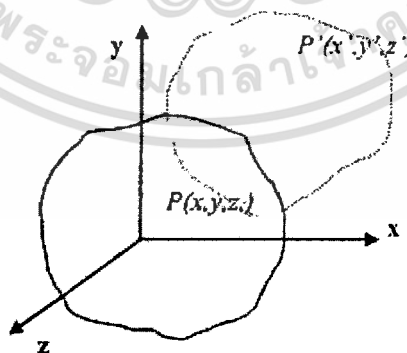
$$\frac{\partial T_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} + \frac{2T_{rz}}{r} + B_z = 0 \quad (3.7c)$$

4.3 ทฤษฎีของความเครียด (Strain)

ความเครียดคือปริมาณที่ใช้วัดการเปลี่ยนรูปของวัตถุเมื่อเทียบกับสภาพเดิม ในการศึกษาด้านทฤษฎีความยืดหยุ่น โดยทั่วไปขั้นต้นจะเป็นการศึกษาความเค้น และความเครียดแยกจากกันก่อน จากนั้นจึงจะนำเอาลักษณะการตอบสนองของวัสดุมาประกอบเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

4.3.1 การเปลี่ยนรูปของวัตถุ

กำหนดให้วัตถุหนึ่ง ซึ่งสภาพเริ่มต้นเป็นสภาพไร้แรงกระทำ สมมุติว่าในสภาพเริ่มต้น วัตถุ มีขนาดครอบคลุมปริมาตร R จากนั้นเกิดแรงกระทำในวัตถุนั้นเกิดการเปลี่ยนรูปไปเป็น R'



รูปที่ 4.5 การเปลี่ยนรูปของวัตถุ

จากนั้นพิจารณาจุด P ใดๆ ในวัตถุนั้นในเบื้องต้นขณะที่วัตถุยังไม่เกิดการเปลี่ยนรูปจุด P จะมีพิกัดที่ต่อแกนพิกัดจากหนึ่งเป็น $P(x, y, z)$ และเมื่อวัตถุนั้นเกิดการเปลี่ยนรูปขึ้น จุด P จะเปลี่ยนไปอยู่ตำแหน่งใหม่เป็นจุด P' ซึ่งจุดนี้จะมิพิกัดที่เทียบต่อแกนพิกัดดั้งเดิมเป็น $P'(x', y', z')$

อย่างไรก็ตามการเปลี่ยนรูปของวัตถุที่เกิดขึ้นควรจะหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของจุดใดๆ ในวัตถุเมื่อสภาพก่อนที่จะเกิดการเปลี่ยนรูปและหลังการเปลี่ยนรูปได้ โดยเรากำหนดให้ความสัมพันธ์ของจุด P และ P' คือ

$$\begin{aligned}x' &= x'(x, y, z) \\y' &= y'(x, y, z) \\z' &= z'(x, y, z)\end{aligned}\tag{3.8}$$

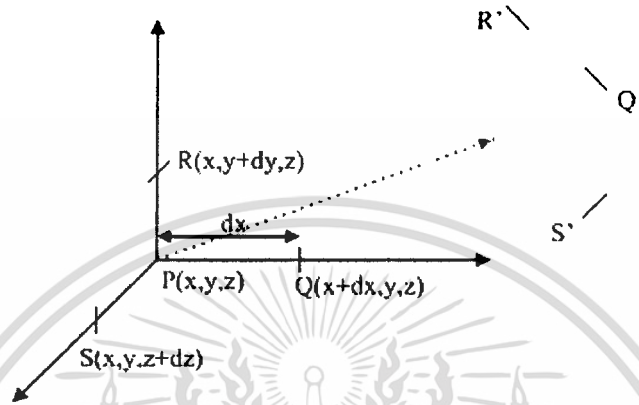
สมการที่ 3.8 เป็นฟังก์ชันการส่ง (mapping function) ของการเปลี่ยนรูปของวัตถุ โดยค่า (x, y, z) นี้จะมีโดเมนอยู่ใน R ส่วน (x', y', z') จะมีโดเมนอยู่ใน R' สำหรับข้อจำกัดของฟังก์ชัน x', y', z' ก็คือฟังก์ชันนี้จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องและหาอนุพันธ์ได้ ถ้าหากฟังก์ชันไม่เป็นเช่นนั้นจะหมายความว่าวัตถุที่เปลี่ยนรูปไปนั้นเกิดการฉีกขาดขึ้นได้ นอกเหนือจากนั้นฟังก์ชันนี้ต้องเป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าเพียงค่าเดียวไม่เช่นนั้นจะหมายความว่าจุดสองจุดใดๆ ก่อนที่จะเกิดการเปลี่ยนรูปของวัตถุจะย้ายไปซ้อนกันเป็นจุดเดียวกันเมื่อวัตถุเปลี่ยนรูปไปแล้ว ซึ่งเป็นไปไม่ได้สำหรับวัตถุที่เราพิจารณาในงานทางวิศวกรรม นอกเหนือจากนั้นเราจะสนใจวัสดุในช่วงยืดหยุ่น ดังนั้นเมื่อเรานำแรงมากระทำวัตถุจะกลับคืนเข้าสู่รูปเดิม ดังนั้นจากข้อกำหนดของฟังก์ชันที่ใช้ในการเปลี่ยนรูปทำให้เราสามารถหาความสัมพันธ์ย้อนกลับจากจุด P' ที่วัตถุเปลี่ยนรูปไปแล้ว กลับมาเป็นจุด P ก่อนที่วัตถุจะเกิดการเปลี่ยนรูป โดยใช้ความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}x &= x(x', y', z') \\y &= y(x', y', z') \\z &= z(x', y', z')\end{aligned}\tag{3.9}$$

ซึ่งสมการ (3.9) นี้เป็นการบอกความสัมพันธ์ย้อนกลับของสภาพที่เปลี่ยนรูปไปแล้วกับวัตถุในสภาพเดิม สำหรับการกำหนดพิกัดที่นิยมใช้กันทั่วไปมีอยู่สองระบบพิกัดคือ ระบบพิกัดหนึ่งจะเป็นระบบพิกัดที่คงที่แล้วสังเกตการเปลี่ยนแปลงของสิ่งที่เกิดขึ้นในวัตถุ การใช้พิกัดแบบนี้จะเรียกว่า แบบลากรองจ์ (Lagrangian) หรือ แบบพิกัดวัตถุ (material coordinate) เพราะเป็นการใช้พิกัดเดิม (x, y, z) ของวัตถุส่วนพิกัดอีกประเภทหนึ่งคือพิกัดที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามวัตถุอยู่ตลอดเวลา ซึ่งคือ แบบออยเลอร์ (Eulerian หรือ Spatial Coordinate) เพราะเป็นการใช้พิกัดใหม่ (x', y', z') ในการกำหนดพิกัด สำหรับในวิชากลศาสตร์ของแข็งนั้น เราจะใช้ระบบพิกัดของวัตถุส่วนระบบพิกัดแบบออยเลอร์นั้นจะนิยมใช้กับของไหลเพราะมีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา พิจารณาจุด $P(x, y, z)$ ที่อยู่ในวัตถุในสภาพที่ยังไม่เปลี่ยนรูป หลังจากทีวัตถุเคลื่อนที่ไปแล้วจุดนี้จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่จุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$P'(x+u, y+u, z+w)$ ตามรูปที่ 3.6 โดย u, v และ w คือการเคลื่อนที่ของจุด P ไปตามแกน x, y และ z ตามลำดับ จากนั้นหากว่าเราพิจารณาจุด Q ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ห่างจาก P ออกไปทางแกน x เป็นระยะ dx ก่อนที่จะมีการเปลี่ยนรูป นั่นคือ $Q(x+dx, y, z)$ ตามรูปที่ 3.6 ชั้นแรกเราจะหาว่าจุด Q จะเปลี่ยนไปอยู่ที่ตำแหน่งใดหลังจากที่วัตถุได้มีการเปลี่ยนรูปไป



รูปที่ 4.6 การเปลี่ยนรูปของวัสดุจากแนวที่กำหนด

หากเราต้องการหาระยะที่ Q เคลื่อนที่ไปตามแกน x จากที่กำหนดให้ระยะที่จุด P เคลื่อนที่ไปตามแกน x คือ $u(x, y, z)$ ดังนั้นที่จุด Q ถัดจาก P ตามแกน x มาเป็นระยะ dx ก็ควรจะมีการเคลื่อนที่ $u(x+dx, y, z)$ ดังนั้นเรากระจายฟังก์ชัน u ออกไปโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series expansion) เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ของจุดสองจุดตามแกน x ได้เป็น

$$u(x+dx, y, z) = u(x, y, z) + dx \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{2!} (dx)^2 \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) + \dots \quad (3.10)$$

เนื่องจาก dx มีค่าน้อยดังนั้นเทอมที่ยกกำลังของ dx จะมีค่าน้อยลงมาก ดังนั้นหากว่าเราตัดเทอมที่ไม่เชิงเส้นหรือมีลำดับยกกำลัง dx สูงๆออก

$$u(x+dx, y, z) = u(x, y, z) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx \quad (3.11)$$

ดังนั้นสมการ (3.11) จะแสดงถึงการเคลื่อนที่ของจุดที่ห่างจาก (x, y, z) ไปตามแกน x เป็นระยะ dx หรือจุด $(x+dx, y, z)$ ว่าจะเกิดขึ้นเท่าใด ทำนองเดียวกันเราสามารถหาการเคลื่อนที่ของจุด Q ไปตามแกนต่างๆ ได้ดังนี้

ระยะที่ Q จะเคลื่อนที่ไปตาม y :

$$v(x+dx, y, z) = v(x, y, z) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) dx \quad (3.12)$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระยะที่ Q จะเคลื่อนไปตาม z :

$$w(x + dx, y, z) = w(x, y, z) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (3.13)$$

เพราะฉะนั้นพิกัดของจุด Q'

$$Q' = Q' \left(x + dx + u + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dx, y + v + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) dx, z + w + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \right) \quad (3.14)$$

โดยการขจัดหรือการเคลื่อนที่ (u, v, w) จะเป็นฟังก์ชันของ (x, y, z) นั่นคือการขจัดที่จุดใดๆ จะขึ้นกับว่าจุดนั้นมีตำแหน่งอยู่ที่ใดในวัตถุที่กำลังพิจารณา ดังนั้นเราจึงนิยมเรียก u, v และ w ว่าสนามการขจัด (displacement field)

จากนั้นพิจารณาจุด R ซึ่งห่างจาก P ไปตามแกน y เป็นระยะ dy หรือ $R(x, y + dy, x)$ ทำนองเดียวกันกับที่เราพิจารณาในกรณีที่ผ่านมา เราจะได้การเคลื่อนที่ของ R ตามแกน x, y และ z เป็นดังนี้

$$u(x, y + dy, z) = u(x, y, z) + \frac{\partial u}{\partial y} dy \quad (3.15a)$$

$$v(x, y + dy, z) = v(x, y, z) + \frac{\partial v}{\partial y} dy \quad (3.15b)$$

$$w(x, y + dy, z) = w(x, y, z) + \frac{\partial w}{\partial y} dy \quad (3.15c)$$

และสำหรับจุด S ที่อยู่ห่างจากจุด P มาตามแกน z เป็นระยะ dz หรือ $S(x, y, z + dz)$ จะมีการเคลื่อนที่ไปตามแกน x, y และ z เป็น

$$u(x, y, z + dz) = u(x, y, z) + \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (3.16a)$$

$$v(x, y, z + dz) = v(x, y, z) + \frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (3.16b)$$

$$w(x, y, z + dz) = w(x, y, z) + \frac{\partial w}{\partial z} dz \quad (3.16c)$$

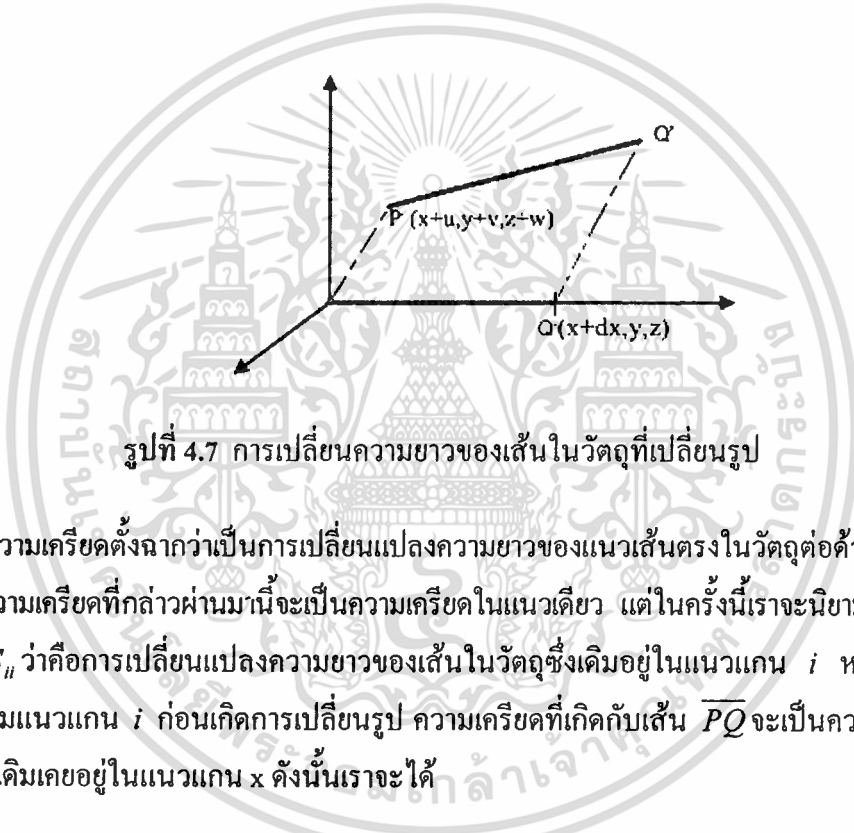
ผลที่เราได้จากสมการ 3.15 และสมการ 3.16 คือการเคลื่อนที่ของจุดที่อยู่รอบๆ จุด P ไปตามแกนต่างๆ ว่ามีความสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ของจุด P อย่างไร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2 ความเครียดตั้งฉาก

พิจารณาเส้น \overline{PQ} ในรูปที่ 3.7 ซึ่งเดิมเส้นนี้มีความยาวก่อนที่จะเกิดการเปลี่ยนรูปเท่ากับ dx จากนั้นเมื่อวัตถุเปลี่ยนรูปไปเส้น \overline{PQ} นี้จะเปลี่ยนไปเป็นเส้นตรง $\overline{P'Q'}$ พิจารณาจะเห็นว่ารูปนี้แสดงในสองมิติ อย่างไรก็ตามแม้ว่ารูปนี้จะเป็นการแสดงในสองมิติแต่ผลที่ได้จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับระบบในสามมิติได้ ซึ่งความยาวของเส้นตรง $\overline{P'Q'}$ จะยาวเท่ากับ

$$\overline{P'Q'} = \left\{ 1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} dx \quad (3.17)$$



รูปที่ 4.7 การเปลี่ยนความยาวของเส้นในวัตถุที่เปลี่ยนรูป

เรานิยามความเครียดตั้งฉากว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงความยาวของแนวเส้นตรงในวัตถุต่อด้วยความยาวเดิม แต่ความเครียดที่กล่าวผ่านมานี้จะเป็นความเครียดในแนวเดียว แต่ในครั้งนี้อาจนิยามความเครียดตั้งฉาก S_{xx} ว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงความยาวของเส้นในวัตถุซึ่งเดิมอยู่ในแนวแกน i หารด้วยความยาวเดิมตามแนวแกน i ก่อนเกิดการเปลี่ยนรูป ความเครียดที่เกิดกับเส้น \overline{PQ} จะเป็นความเครียดกับเส้นตรงที่เดิมเคยอยู่ในแนวแกน x ดังนั้นเราจะได้

$$S_{xx} = \frac{\overline{P'Q'} - \overline{PQ}}{\overline{PQ}}$$

$$S_{xx} = \frac{\left\{ 1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} dx - dx}{dx}$$

$$S_{xx} = \left\{ 1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - 1 \quad (3.18)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา $(1+x)^m$ ถ้า $|x| < 1$ สามารถกระจายเป็นอนุกรมโดยใช้ทฤษฎีบททวินาม (binomial theorem) จะได้ว่า

$$(1+x)^m = 1 + mx + m(m-1)\frac{x^2}{2!} + m(m-1)(m-2)\frac{x^3}{3!} + \dots [m(m-1)\dots(m-n+1)]\frac{x^n}{n!} + \dots \quad (3.19)$$

ดังนั้นในเมื่อ $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x}$ ต่างมีค่าน้อยกว่า 1 มากดังนั้น

$$S_{xx} = 1 + \frac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} - \frac{1}{8} \left\{ 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}^2 + \dots - 1$$

หรือ

$$S_{xx} = 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} - \frac{1}{8} \left\{ 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}^2 + \dots \quad (3.20)$$

หากตัดอนุพันธ์อันดับที่สูงๆ เช่นตั้งแต่กำลังสามขึ้นไป จะได้ว่า

$$S_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (3.21a)$$

ในการทำงานเดียวกันเราสามารถหาค่าความเครียดตั้งฉากตามแนวแกน y และ z ได้เป็น

$$S_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (3.21b)$$

$$S_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (3.21c)$$

สมการ 3.21 เป็นสมการอนุพันธ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดตั้งฉากและการขจัดของจุดใดๆ ในวัสดุเมื่อเกิดการเปลี่ยนรูป ความเครียดเชิงเส้นจากสมการที่ 3.21 เราจะพบว่าความเครียดและการขจัดไม่ได้มีการแปรผันเป็นเชิงเส้นกับการขจัดหรือการเปลี่ยนรูป ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะทำให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความยุ่งยากมากขึ้น หรือในบางกรณีอาจไม่สามารถที่จะหาคำคำตอบที่แท้จริงได้ อย่างไรก็ตามในกรณีที่การเปลี่ยนรูปหรือการขจัดที่เกิดขึ้นที่จุดใดๆ ของวัตถุ

มีค่าน้อย ยกตัวอย่างเช่นการเปลี่ยนรูปก่อนที่จะเกิดการเปลี่ยนรูปในช่วงยืดหยุ่น เเทมที่มีคุณสมบัติไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่เป็นเชิงเส้นของความเครียดหรือเทอมที่เป็นผลคูณของอนุพันธ์ของการขจัดจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเทอมที่แสดงคุณสมบัติเชิงเส้น ดังนั้นในการเปลี่ยนรูปช่วงนี้เราอาจประมาณค่าของความเครียดได้โดยการตัดเทอมที่มีคุณสมบัติไม่เชิงเส้นออกจากการพิจารณา ซึ่งจะทำให้เราลดรูปความเครียดลงไป และทำให้ความเครียดมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับการขจัด นั่นคือในทางวิศวกรรมสำหรับการขจัดที่มีค่าน้อยเราจะได้ความสัมพันธ์ความเครียดเชิงเส้นเป็น

$$S_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.22a)$$

$$S_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.22b)$$

$$S_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.22c)$$

การเปลี่ยนรูปของความเครียดเนื่องจากความเครียดสามารถเขียนเป็นเทนเซอร์ความเครียดให้อยู่ในรูป

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{xy} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{xz} & S_{yz} & S_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

ความเครียดบนระนาบ (plain strain) ซึ่งก็จะคล้ายกับระนาบความเค้นคือกำหนดให้ค่าความเครียดที่ไม่เป็นศูนย์คือ S_{xx}, S_{yy}, S_{xy} ส่วนความเครียดที่เหลือมีค่าเป็นศูนย์ สำหรับการหาค่าความเครียดหลักก็จะใช้วิธีการเดียวกับการหาค่าความเค้นหลักบนระนาบ ซึ่งจะได้ว่าความเครียดหลักจะมีค่าเท่ากับ

$$S_1 = \frac{S_{xx} + S_{yy}}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(S_{xx} - S_{yy})^2 + S_{xy}^2} \quad (3.24a)$$

$$S_2 = \frac{S_{xx} + S_{yy}}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(S_{xx} - S_{yy})^2 + S_{xy}^2} \quad (3.24b)$$

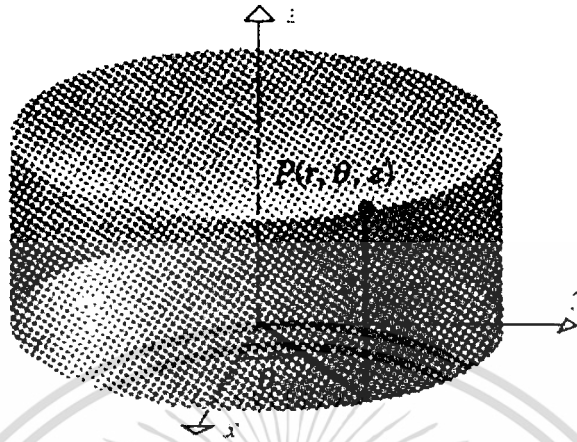
สำหรับทิศทางของความเครียดหลักจะเท่ากับ

$$\tan 2\theta = \frac{2S_{xy}}{S_{xx} - S_{yy}} \quad (3.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการขจัด

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในพิกัดทรงกระบอก (r, θ, z)



Cylindrical coordinates
 (r, θ, z)
 $(r \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi)$

รูปที่ 4.8 พิกัดทรงกระบอก

$$S_r = \frac{\partial u}{\partial r}$$

$$S_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$$

$$S_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

(3.26)

ขณะที่ให้ S_r, S_θ, S_z เป็นความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วและ r, θ, z คือการเคลื่อนที่ตามแนวแกน

4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด

เมื่อพิจารณาความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นภายในเนื้อวัตถุ โดยไม่มีการพิจารณาว่าวัสดุ นั้นเป็นวัสดุประเภทใด ดังนั้นทฤษฎีทั้งสองเรื่องจะไม่ขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุ นั่นคือความเค้นจะขึ้นอยู่กับภาระกระทำ และความเครียดจะขึ้นอยู่กับารเปลี่ยนรูปของวัตถุ ถ้าหากเราสามารถเอกลากรนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นหากหาอนุพันธ์ของ (a) เทียบต่อ S_{yy} และหาอนุพันธ์ของ (b) เทียบต่อ S_{xx} จะได้

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial S_{yy} \partial S_{xx}} = C_{12} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial^2 U_0}{\partial S_{xx} \partial S_{yy}} = C_{21} \quad (3.30)$$

สำหรับฟังก์ชันต่อเนื่องโดยทั่วไปเราจะได้

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y \partial x} \quad (3.31)$$

นั่นคือลำดับของอนุพันธ์ไม่มีผลต่อค่าของอนุพันธ์ที่ได้ ทำให้

$$C_{12} = C_{21} \quad (3.32)$$

ในการทำงานเดียวกันเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (3.33)$$

สำหรับวัสดุแอนไอโซทรอปิกจะมีสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นที่เป็นอิสระต่อกันเพียง 21 ค่าถ้าเราเขียนสมการ (3.33) ใหม่จะได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{xy} \\ T_{xz} \\ T_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

หรือสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\text{เมื่อ} \quad S_1 = S_{xx}, S_2 = S_{yy}, S_3 = S_{zz}, S_4 = S_{xy}, S_5 = S_{xz}, S_6 = S_{yz}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
และ $T_1 = T_{xx}, T_2 = T_{yy}, T_3 = T_{zz}, T_4 = T_{xy}, T_5 = T_{xz}, T_6 = T_{yz}$
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นนั้นสมมาตรตามสมการ 3.33 กฎของฮุกสำหรับวัสดุแอนไอโซทรอปิก สมการ 3.35 จึงสามารถเขียนได้ในรูป

$$T_i = C_{ij}S_j \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.36)$$

สมการนี้เรียกว่า กฎของฮุกสำหรับวัสดุแอนไอโซทรอปิก ซึ่งสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นนี้ต้องหามาจากการทดลอง

4.4.2 มอดูลัสของยัง (Young's modulus)

หรือเรียกอีกอย่างว่ามอดูลัสของสภาพความยืดหยุ่น (modulus of elasticity หรือ elastic modulus) เป็นค่าบอกระดับความแข็งเกร็ง (stiffness) ของวัสดุ หากจากค่าลิมิตของอัตราการผลิตเปลี่ยนแปลงของความเค้นต่อความเครียด ที่ค่าความเค้นน้อย สามารถหาค่าความชันของกราฟความสัมพันธ์ ความเค้น-ความเครียด (stress – strain curve) ที่ได้จากการทดลองดึง (tensile test)

ค่ามอดูลัสของยังตั้งชื่อตามชาวอังกฤษ โทมัส ยัง (Thomas Young) ซึ่งเป็นทั้งนักฟิสิกส์ แพทย์ แพทย์นรีเวช และผู้ที่ศึกษาวิชาเกี่ยวกับวัฒนธรรมและวัตถุโบราณของอียิปต์

นอกจากหน่วย SI แล้วค่ามอดูลัสของสภาพความยืดหยุ่นคือ ปาสกาล (pascal) ในกรณีของวัตถุทั่วไป ที่มีค่าที่สูง จะใช้หน่วยเมกะปาสกาล (Megapascal) และกิกะปาสกาล (Gigapascal) และนอกจากหน่วย SI แล้วค่ามอดูลัสของสภาพความยืดหยุ่นยังสามารถระบุในหน่วยอื่น เช่น ปอนด์ต่อตารางนิ้ว (psi – pounds per square inch)

การใช้งานของค่ามอดูลัสของยัง นั้นมีประโยชน์ในการคำนวณพฤติกรรมในการรับแรงของวัสดุตัวอย่าง เช่น สามารถใช้ในการคาดคะเน ความยืดของลวดในขณะที่รับแรงดึง หรือคำนวณระดับแรงดันที่ตกลงบนแท่งวัสดุแล้วทำให้แท่งวัสดุกว้างขึ้น ในการคำนวณจริงอาจมีค่าอื่นๆ เกี่ยวข้องด้วยเช่น มอดูลัสของแรงเฉือน (shear modulus) ความหนาแน่น (density) อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio)

ความเป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นในวัสดุหลายประเภท ค่ามอดูลัสของยังนั้นมีค่าคงที่ที่ระดับความยืดตัวช่วงหนึ่ง วัสดุประเภทนี้เรียกว่าเป็นวัสดุเชิงเส้น และมีคุณสมบัติเป็นไปตามกฎของฮุก (Hook's law) ตัวอย่างของวัสดุเชิงเส้นคือ เหล็ก (steel) เส้นใยคาร์บอน (carbon fiber) และแก้ว (glass) ส่วนยาง (rubber) นั้นเป็นวัสดุไม่เป็นเชิงเส้น

โลหะหลายชนิด รวมทั้งเซรามิก และวัสดุอื่นๆ นั้นเป็นวัสดุไอโซทรอปิก (isotropic) คือมีคุณสมบัติไม่ขึ้นกับทิศทาง แต่ก็มีวัสดุบางประเภท โดยเฉพาะวัสดุผสมที่มีโครงสร้างเป็นเส้นใย หรือ โครงสร้างในลักษณะเดียวกันเป็นผลให้คุณสมบัติการรับแรงของวัสดุนั้นขึ้นอยู่กับทิศทาง คือเป็นวัสดุ แอนไอโซทรอปิก (anisotropic) ตัวอย่างเช่น เส้นใยคาร์บอนนั้นจะมีความแข็งเกร็งมาก

(ค่ามอดูลัสของยังสูง) หากรับแรงตามแนวเส้นใย (ในแนวขนานกับแนวเส้นใย) วัสดุอื่นก็มีไม้ และ คอนกรีตเสริมแรง (reinforced concrete)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนการคำนวณมอดูลัสของสภาพยืดหยุ่น E หาได้จากการหาร ค่าความเค้น ด้วยค่าความเครียด

$$E = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\Delta L} \quad (3.37)$$

โดยในหน่วย SI

- E คือ ค่านมอดูลัสของสภาพยืดหยุ่นในหน่วย ปาสกาล

F คือ แรงในหน่วย นิวตัน

A พื้นที่หน้าตัดรับแรงในหน่วย ตารางเมตร

ΔL คือ ส่วนที่ยืดออกของวัสดุในหน่วย เมตร

สำหรับค่าของ Young's modulus(E) ของซิลิก้า คือ 3.527×10^{11} N/m²

4.4.3 อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)

การผิดรูปยืดหยุ่นตามแนวยาวของโลหะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของมิติที่สัมพันธ์กัน ความเค้นดึง (T) จะทำให้เกิดความเครียดในแนวแกน $+S_z$ และการหดตัวต่อมาของ $-S_x$ และ $-S_y$ สำหรับคุณสมบัติโลหะที่เป็นเนื้อเดียวกัน S_x และ S_y จะมีค่าเท่ากัน

$$\text{อัตราส่วน } \nu = \frac{S(\text{lateral})}{S(\text{longitudinal})} = -\frac{S_x}{S_z} = -\frac{S_y}{S_z} \quad (3.38)$$

เป็นการยืดหยุ่นที่เปลี่ยนตามแกนของ แรงดึง หรือการบีบอัด ถ้าเส้นใยแกว่ยาวขึ้นตามแกน แรงดึงนั้นก็ถือการลดรัศมีเส้นผ่านศูนย์กลาง Poisson ratio จะอธิบายไว้ในรูป ν

$$\nu = -\frac{S_r}{S_z} \quad (3.39)$$

S_z เป็นความเครียดที่เหมาะสมต่อแรงเค้นใน แกน z

S_r เป็นความเครียดในรัศมี ถ้าเป็นเครื่องหมายลบแสดงว่ามีการลดรัศมีเส้นผ่านศูนย์กลาง ลงแต่ S_r เป็นบวกคือการขยายออกไป

ดังนั้นถ้าปัจจัยสำคัญของเรื่องนี้เกิดขึ้นพร้อมกันจากการขยายความเค้นในทิศทางแนวแกน z หรือ r ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทางของ z โดยตรง กำหนดให้ความเค้น T_z เป็น T_z/E การเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันของความเค้นที่ยืดออก T_r จะทำให้เกิดการหดตัวทางด้านข้าม ในทิศทาง z โดยมีค่าเท่ากับ $\nu(T_r/E)$ ดังนั้นเป็นผลให้เกิดการผิดรูป หรือ ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง จะเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_z = \frac{T_z}{E} - v \frac{T_r}{E} \quad (3.40)$$

คล้ายกับการรวมความเครียดในแนวรัศมี r คือ

$$S_r = \frac{T_r}{E} - v \frac{T_z}{E} \quad (3.41)$$

นอกจากนี้การยืดออกของผลัฟท์ที่เราเห็นนั้นสามารถแสดงเป็นสูตรในกรณีของความเครียด โดยที่เกิดขึ้นในเวลาพร้อมกันที่มีการเพิ่มความเค้น 3 แกน

$$S_r = \frac{1}{E} [T_r - v(T_\theta + T_z)]$$

$$S_\theta = \frac{1}{E} [T_\theta - v(T_z + T_r)] \quad (3.42)$$

$$S_z = \frac{1}{E} [T_z - v(T_r + T_\theta)]$$

สมการข้างต้นนี้เป็นผลของการกดซึ่งจำเป็นที่จะต้องแสดงเครื่องหมายด้วย ถ้าเป็นเครื่องหมายบวกคือ การทำให้ยืดออกแต่ ถ้าเป็นลบจะเป็นการหดตัวของเส้นใยแก้ว

4.5 กฎความเค้นของเส้นใยแก้ว

เมื่อมีการป้อนความเค้นต่อเส้นใยแก้ว ธรรมชาติหักเห และคุณสมบัติอื่นๆ ของเส้นใยแก้ว อย่างเช่น ความยาวและรัศมีเส้นผ่านศูนย์กลางที่เปลี่ยนไป ขึ้นอยู่กับกฎความเค้นและแสง (stress-optic law)[19] ซึ่งสถานะของการกระจายความเค้น (stress distribution (T)) จะสัมพันธ์กับธรรมชาติหักเห (refractive index (Δn))

$$n_1 - n_0 = c_1 T_1 + c_2 (T_2 + T_3) \quad (3.43a)$$

$$n_2 - n_0 = c_1 T_2 + c_2 (T_3 + T_1) \quad (3.43b)$$

$$n_3 - n_0 = c_1 T_3 + c_2 (T_1 + T_2) \quad (3.43c)$$

เมื่อ T_i คือ principal stresses

n_i คือ refractive index along principal directions

n_0 คือ refractive index of unstressed material

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือการสงวนสิทธิ์ในบางประการซึ่งไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น

c_α คือ สัมประสิทธิ์ความเค้นและแสงแบบสัมพันธ์ (stress-optic coefficients)
สมมติให้ความเค้นที่ระนาบ $T_3 = 0$

$$n_1 - n_0 = c_1 T_1 + c_2 T_2 \quad (3.44a)$$

$$n_1 - n_0 = c_1 T_2 + c_2 T_1 \quad (3.44b)$$

การเรียกกลับการเลื่อนเฟส

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_2 - n_1) \quad (3.45a)$$

$$\phi = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_2 - n_1) = \frac{2\pi h c}{\lambda} (T_1 - T_2) \quad (3.45b)$$

เมื่อ $c = c_2 - c_1$

ทำให้ได้สมการ

$$\Delta n_i = C \cdot T_i \quad (3.46)$$

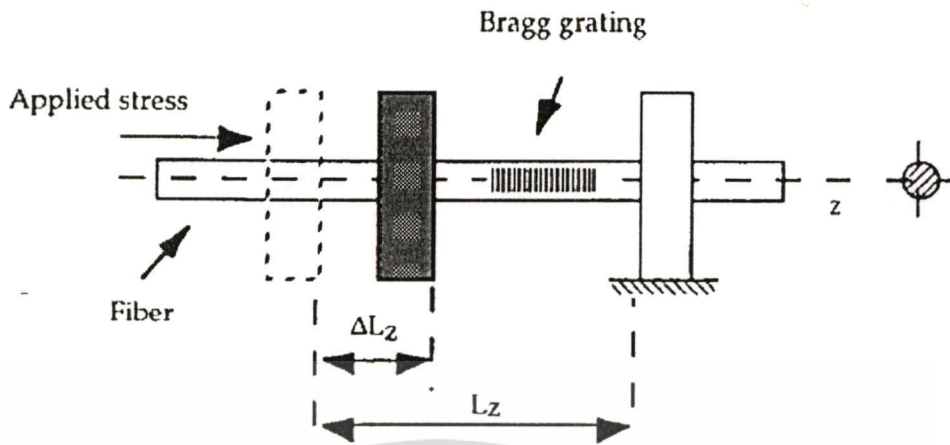
C คือสัมประสิทธิ์ความเค้นและแสงแบบสัมพันธ์ (stress-optic coefficient)

4.6 ทฤษฎีของการควบคุมเกรตติงโดยความเค้นทางกล

การปรับจุดศูนย์กลางความยาวคลื่นของแบร็กเกรตติงโดยการใช้ความเค้นทางกล โดยเฉพาะการปรับระยะจะต้องได้สัดส่วนกัน ดังนั้นกำหนดให้ Silica Poisson ratio , $\nu = 0.17$ [20] จะได้สมการการยืดหยุ่นของวัสดุตามขอบเขตและในแกน z โดยแสดงในสมการ

$$T_z = E \cdot S_z \quad (3.47)$$

เมื่อ E คือ Silica Young's modulus และ S_z เป็นความเครียดที่เหมาะสมต่อแรงเค้นในแกน z จากรูปที่ 3.9 แสดงการขยายตามแกนความเค้นของเส้นใยแก้ว ตามอัตราส่วนปัวซองของ ถ้าเส้นใยแก้วขยายออกไปตามแกน z นั่นก็คือการลดทิวทางการแผ่รัศมี



รูปที่ 4.9 แนวคิดของความเค้นที่ขยายตามแกน

ขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์ของโฟโตอิลาสติก เมื่อมีการประยุกต์ในรูปของการป้อนความเค้นซึ่งค่าดรรชนีหักเหเปลี่ยนไป (Δn_r และ Δn_z) โดย

$$\begin{bmatrix} \Delta n_r \\ \Delta n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_2 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r \\ T_z \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

เมื่อ T_r และ T_z เป็นความเค้นที่ตั้งฉาก (normal stresses) ในทิศทาง r และ z ตามลำดับ C_1 และ C_2 คือ stress optic coefficients ของซิลิกา

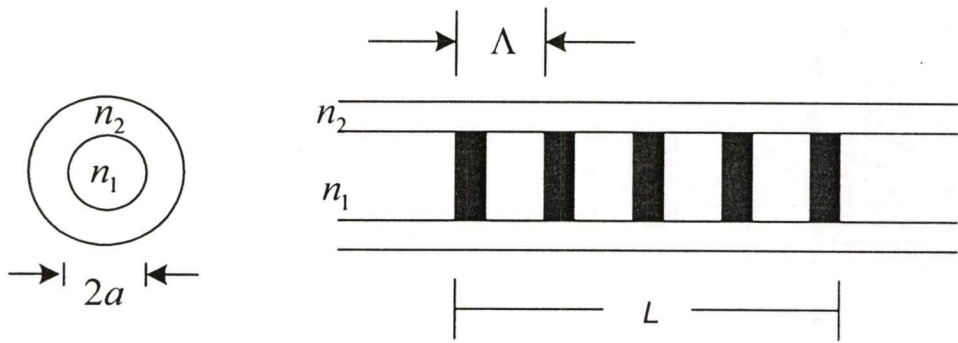
สมการ 3.3 การสะท้อน เป็นฟังก์ชันของความยาวเกรตติง รัศมีของคอร์และ ดรรชนีหักเห ดังนั้นการเลื่อนของความยาวคลื่นแบร์ก

ในส่วนต่อไปเป็นการจำลองการทำงาน โดยการปรับเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ก โดยเกี่ยวข้องกับความเค้น ซึ่งจะแสดงการเปลี่ยนการสะท้อนแสงเมื่อ รัศมีเส้นผ่านศูนย์กลาง ดรรชนีหักเห และคาบเกรตติงของเส้นใยแก้วที่เปลี่ยนไป นอกจากนี้ยังแสดงการเลื่อนของศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อความเครียดเกี่ยวข้องกับเส้นใยแก้ว

4.7 การจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ก โดยการป้อนแรงเค้นเชิงกล

โปรแกรม Matlab สามารถจำลองการทำงาน ค่าพารามิเตอร์และผลการจำลองการทำงานทั้งหมดได้จาก รูปที่ 4.9 และตารางที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 แบบจำลองการทำงานของเส้นใยแก้ว

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์การจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ริ่ง โดยการป้อนแรงเค้นเชิงกล

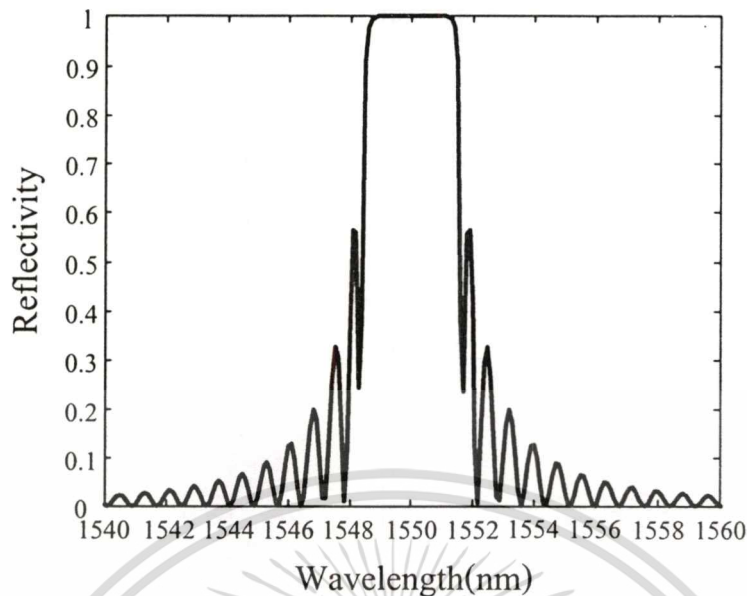
Core refractive index ($n_1 = n_{eff}$)	1.461
Cladding refractive index (n_2)	1.457
Radius of core (a)	4 μm
Length of grating (L)	1 cm
Grating period (Λ)	530 nm
Bragg wavelength (λ_B)	1550 nm
Young's modulus of Silica (E)	$3.527 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
Poisson ratio of Silica (ν)	0.17
Stress-optic coefficient of Silica (c_1, c_2)	$0.322 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}, 0.317 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$

ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในตารางที่ 4.1 และ การสะท้อนแสงสามารถคำนวณและแสดงได้จากการเปลี่ยนขนาดเส้นใยแก้ว radius (a) ครรชนีหักเห (refractive index (n)) และคาบเกรตติ้ง (grating period (Λ)) ของเส้นใยแก้ว

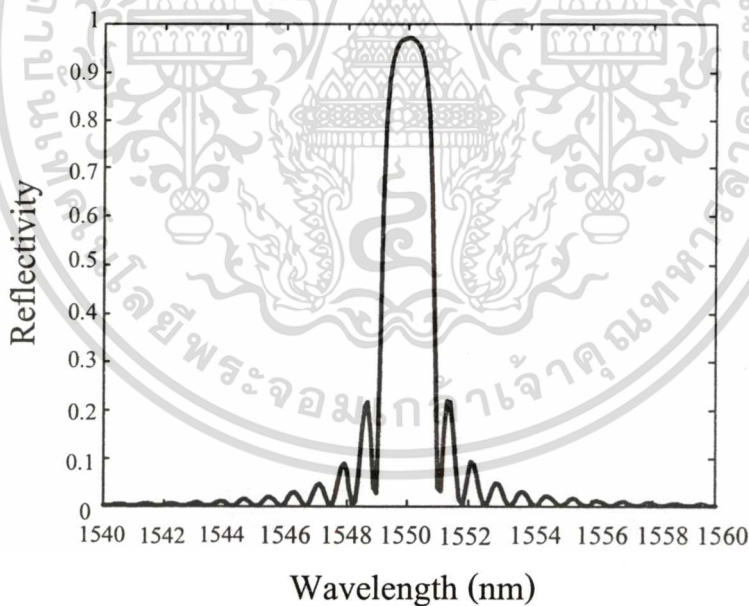
4.8 ผลทั่วไป

4.8.1 เปลี่ยนสเปกตรัมการสะท้อนแสง โดยการเปลี่ยนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นใยแก้วและค่าครรชนีหักเห

รูปที่ 4.11 แสดงการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ริ่งที่ค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดดูได้จากตารางที่ 4.1 ซึ่งกำหนดให้ $n_1 = 1.461$ และ $a = 4 \mu\text{m}$ จะได้สเปกตรัมการสะท้อนแสงที่ยังไม่มีการเปลี่ยนค่า ครรชนีหักเห n_1 และขนาดเส้นใยแก้ว a ซึ่งแถบความกว้างของสเปกตรัมจะอยู่เอกลสในกว้างความยาวคลื่น 1548.5-1551.5 nm เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



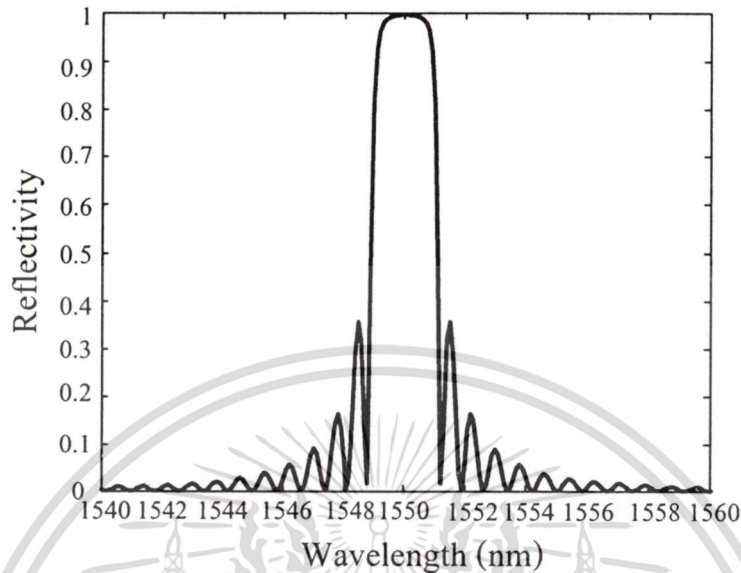
รูปที่ 4.11 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร์ริ่งเมื่อกำหนดให้ค่า $n_1 = 1.461$ และ $a = 4 \mu\text{m}$



รูปที่ 4.12 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร์ริ่งเมื่อกำหนดให้ค่า $n_1 = 1.461$ และ $a = 2 \mu\text{m}$ ซึ่งลดลง

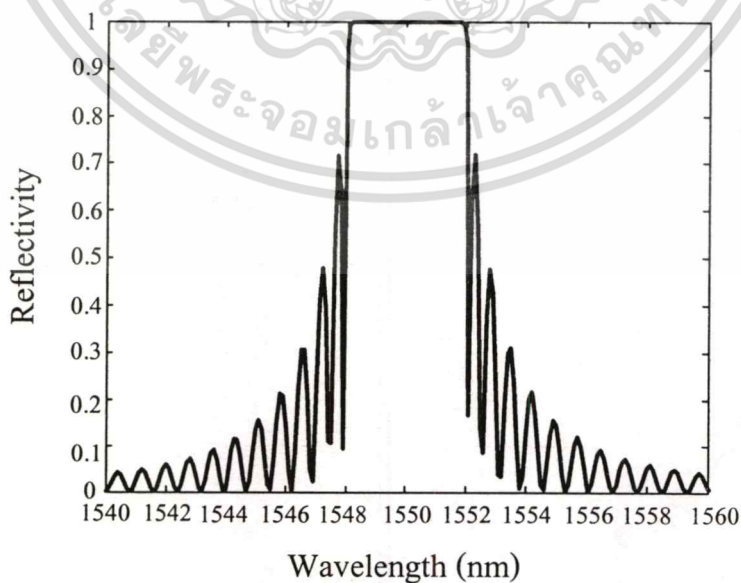
รูปที่ 4.12 แสดงสเปกการสะท้อนแสงเมื่อมีการลดขนาดเส้นใยแก้วลงเหลือ $a = 2 \mu\text{m}$ แต่ค่าดัชนีหักเหภายในคอร์ยังเท่าเดิมคือ $n_1 = 1.461$ ทำให้ความกว้างของแถบการสะท้อนแสง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แถบลงเหลือประมาณช่วงความยาวคลื่น 1549-1551 nm และนอกจากแถบความกว้างของความยาวคลื่นจะแคบลงแล้วความเข้มแสงยังลดลงอีกด้วย



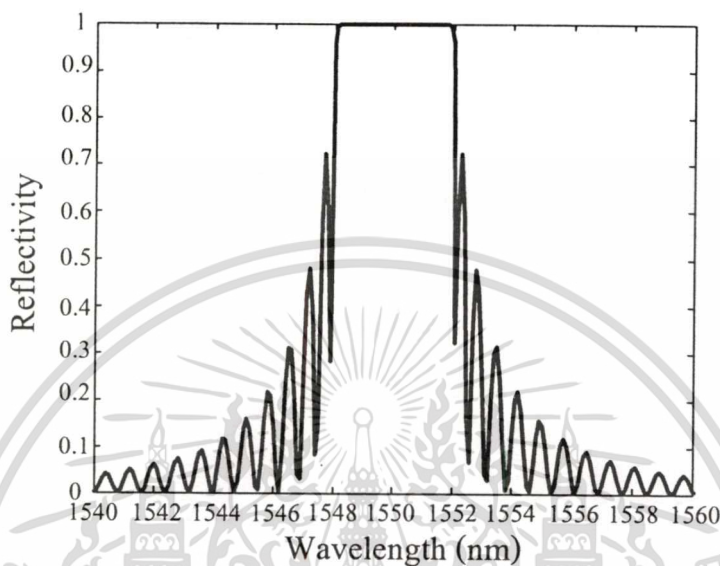
รูปที่ 4.13 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วกรตตั้งชนิดแบร์ริกเมื่อกำหนดให้ค่าดรรชนีหักเหเป็น $n_1 = 1.460$ ซึ่งลดลงและ $a = 4 \mu\text{m}$ ยังเท่าเดิม

รูปที่ 4.13 แสดงสเปกตรัมการสะท้อนแสงเมื่อมีการลดค่าดรรชนีหักเหเป็น $n_1 = 1.460$ แต่กำหนดให้ขนาดเส้นใยแก้วเท่าเดิมคือ $a = 4 \mu\text{m}$ ทำให้ได้แถบความยาวคลื่นอยู่ประมาณในช่วง 1548.8-1551.2 nm



รูปที่ 4.14 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วกรตตั้งชนิดแบร์ริกเมื่อกำหนดให้ขนาดเส้นใยแก้วเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า $a = 8 \mu\text{m}$ ใหญ่ขึ้น และ $n_1 = 1.461$ มีค่าเท่าเดิม
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.14 จะเห็นได้ว่าถ้ามีการเพิ่มขนาดเส้นใยแก้วให้ใหญ่ขึ้นความเข้มของสเปกตรัมการสะท้อนแสงจะมากขึ้น และในขณะเดียวกันแถบความกว้างของความยาวคลื่นจะกว้างขึ้นด้วยจะอยู่ประมาณ 1548-1552 nm



รูปที่ 4.15 สเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรดตั้งชนิดแบร์ริ่งเมื่อกำหนดให้ค่าดรรชนีหักเหเพิ่มเป็น $n_1 = 1.462$ และขนาดเส้นใยแก้วเท่าเดิม $a = 4 \mu\text{m}$

รูปที่ 4.15 แสดงสเปกตรัมการสะท้อนแสงเมื่อเพิ่มค่าดรรชนีหักเหเป็น $n_1 = 1.462$ ความเข้มของการสะท้อนแสงแรงขึ้นและ ความกว้างของช่วงความยาวคลื่นประมาณ 1548-1552 nm

จากรูปที่ 4.12 ถึง 4.15 แสดงสเปกตรัมการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเกรดตั้งชนิดแบร์ริ่ง ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าการเปลี่ยนค่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายในคอร์ของเส้นใยแก้ว และค่าดรรชนีหักเห ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง และค่าดรรชนีหักเหลดลงการสะท้อนแสงจะลดลงและแถบความยาวคลื่นจะแคบลงด้วย ในทางกลับกันถ้าการสะท้อนแสงและแถบความยาวคลื่นแสงเพิ่มขึ้น ก็แสดงว่าขนาดเส้นใยแก้วใหญ่ขึ้น และค่าดรรชนีหักเหมากขึ้น

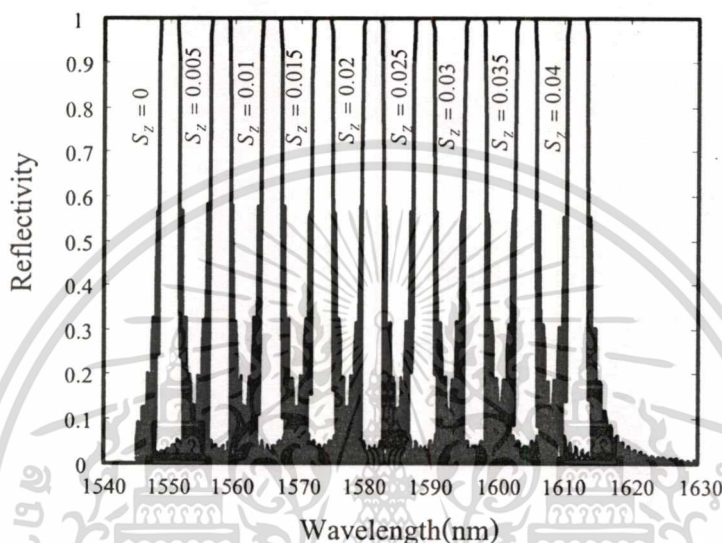
4.8.2 การเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วเกรดตั้งชนิดแบร์ริ่ง โดยการป้อนความเค้นทางกล

เมื่อมีการป้อนความเค้นให้กับเส้นใยแก้วทำให้เส้นใยแก้วเกิดความเครียดขึ้น โดยคาบเกรตตั้งภายในคอร์เกิดการเปลี่ยนแปลง เพราะฉะนั้นซึ่งทำให้ศูนย์กลางความยาวคลื่นแสงเกิดการเลื่อนตามขนาดของคาบเกรตตั้ง พิจารณาได้ใน 3 กรณีด้านล่างนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

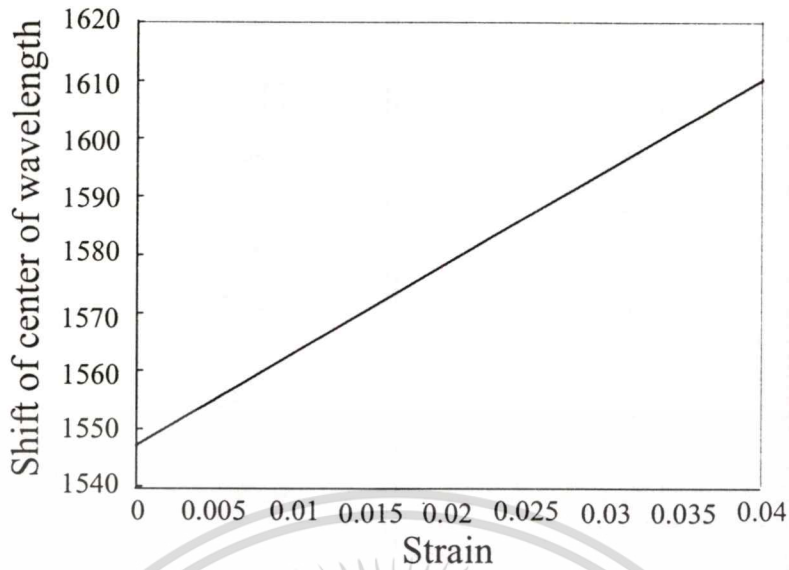
4.8.2.1 ผลจากการเปลี่ยน ความยาวคาบเกรตติงของเส้นใยแก้ว

ในการจำลองการทำงาน สมมุติให้มีการเปลี่ยนเฉพาะคาบเกรตติง โดยที่ขนาดของเส้นใยแก้ว และค่าดัชนีหักเหมีค่าเท่าเดิม แสดงความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วตามแนวแกน z เมื่อมีการเปลี่ยน คาบเกรตติงโดยการยืดเส้นใยแก้วออกซึ่งทำให้เกิดการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วไปทางขวา ดังได้จากรูปที่ 4.16



รูปที่ 4.16 แสดงสเปกตรัมการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีการเปลี่ยนคาบเกรตติง

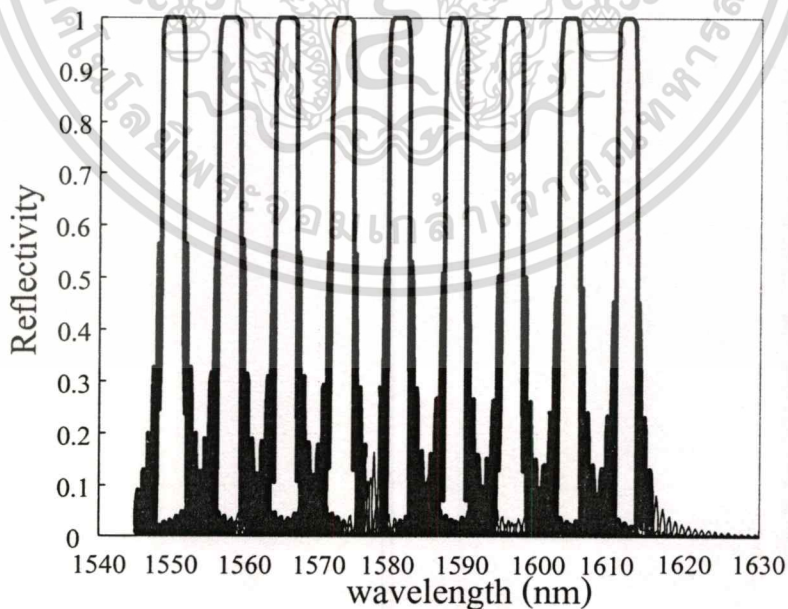
รูปที่ 4.16 แสดงสเปกตรัมการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นผลจากความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วตามแนวแกน z ทำการค่อยๆ ยืดเส้นใยแก้วออก โดยกำหนดให้ป้อนความเค้นเพิ่มขึ้นทีละ 0.5% เป็นจำนวนต่อเนื่องกัน 8 ช่วงเวลา ผลที่ได้คือเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นในคาบเกรตติง (โดยการยืดเส้นใยแก้ว) ทำให้ศูนย์กลางความยาวคลื่นเลื่อนไปทางขวา และจะเลื่อนประมาณ 8 nm ต่อความเครียด S_z ที่ป้อนให้ 0.5%



รูปที่ 4.17 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วและการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นที่เปลี่ยนไปประมาณ $8nm$ ต่อการเกิดความเครียดขึ้น 0.5% ในเส้นใยแก้ว

4.8.2.2 ผลการเปลี่ยนความยาวและ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นใยแก้ว

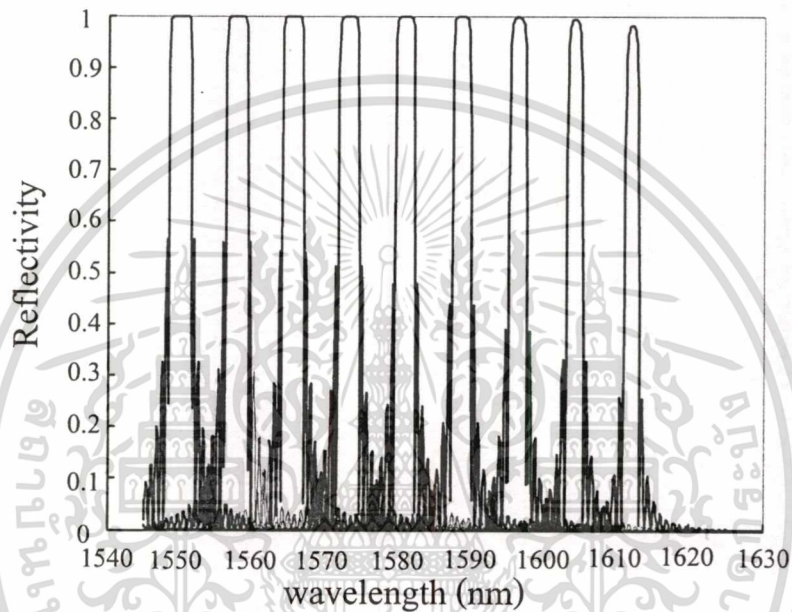
โดยทั่วไปแล้วเมื่อมีการยืดเส้นใยแก้วออกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นใยแก้วจะลดลงขึ้นอยู่กับอัตราส่วนปัวซองของตามสมการ 4.39 และการสะท้อนแสงจะเปลี่ยนตามรูปที่ 4.20



รูปที่ 4.18 สเปกตรัมการสะท้อนแสงและเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีการเปลี่ยนความยาวและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นใยแก้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.18 แทบไม่มีความแตกต่างจากรูป 4.16 เลขการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นจะเห็นความแตกต่างไม่มากนักเนื่องจากเปลี่ยนคาบเกรตติ้งอย่างช้าๆ โดยการค่อยๆ คึงให้เส้นใยแก้วมีการยืดออกตามแกน z รัศมีของเส้นผ่านศูนย์กลางก็จะเปลี่ยนไปอย่างช้าๆ แต่ถ้าป้อนความเค้นมากขึ้นจะเป็นการเปลี่ยนแปลงของ สเปกตรัมชัดเจนยิ่งขึ้นในรูปที่ 4.19 จะเห็นได้ว่ายิ่งเพิ่มความเค้นมากขึ้นนอกจากเกิดการเลื่อนศูนย์กลางของความยาวคลื่นแล้วการสะท้อนแสงก็ลดลงและขนาดของแถบความคลื่นก็แคบลงด้วย

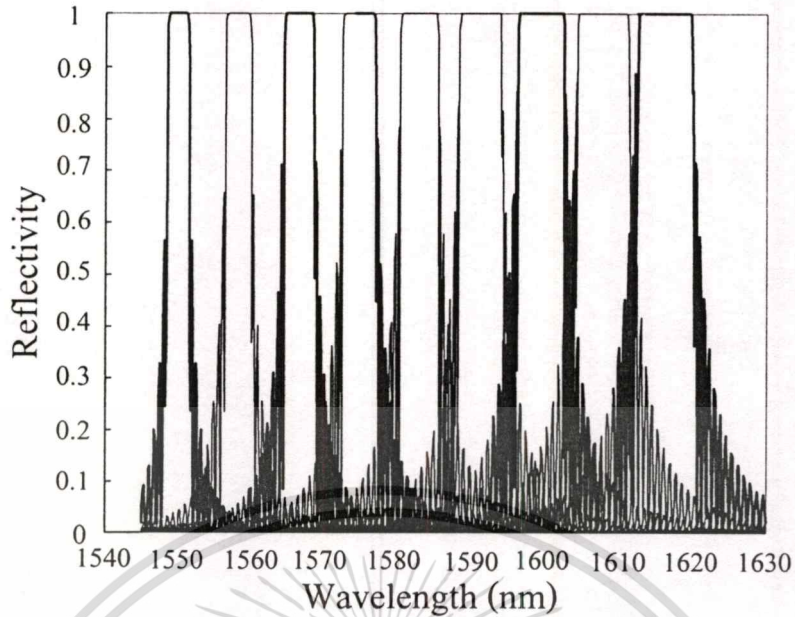


รูปที่ 4.19 แสดงการเพิ่มความเค้นที่เกี่ยวข้องกับรัศมีเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นใยแก้ว

4.8.2.3 ผลจากการเปลี่ยน ความยาว ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และ ดรรชนีหักเห ของเส้นใยแก้ว

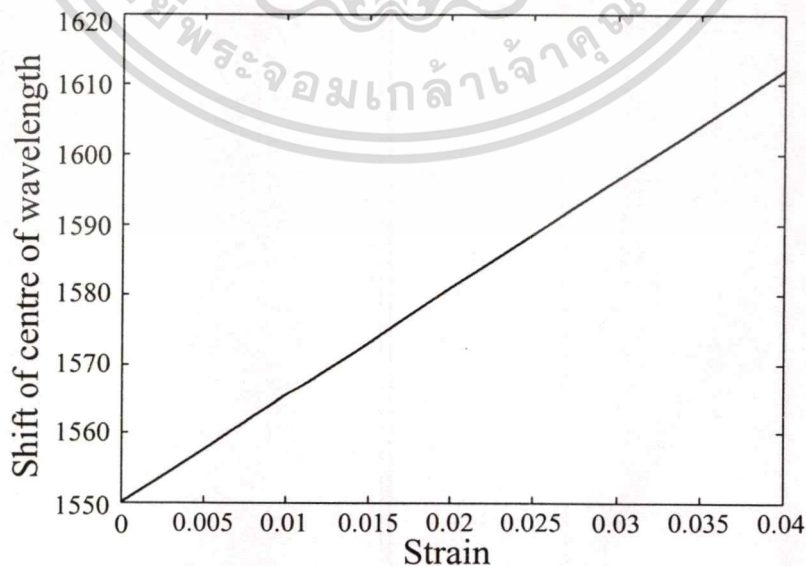
จากที่ผ่านมามีการทำให้เส้นใยแก้วขยายตามแกน z ทำให้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นใยแก้วลดลงและค่าดรรชนีหักเหลดลงด้วย แต่ถ้าจำลองการเพิ่มค่าดรรชนีหักเหแถบความกว้างของความยาวคลื่นก็จะกว้างขึ้นด้วยดังแสดงในรูปที่ 4.20

รูปที่ 4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความเครียดของเส้นใยแก้ว และการเลื่อนศูนย์กลางของความยาวคลื่นที่เป็นแบบเชิงเส้น



รูปที่ 4.20 แสดงการเปลี่ยนความยาว ขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางและดรรชนีหักเหของเส้นใยแก้ว

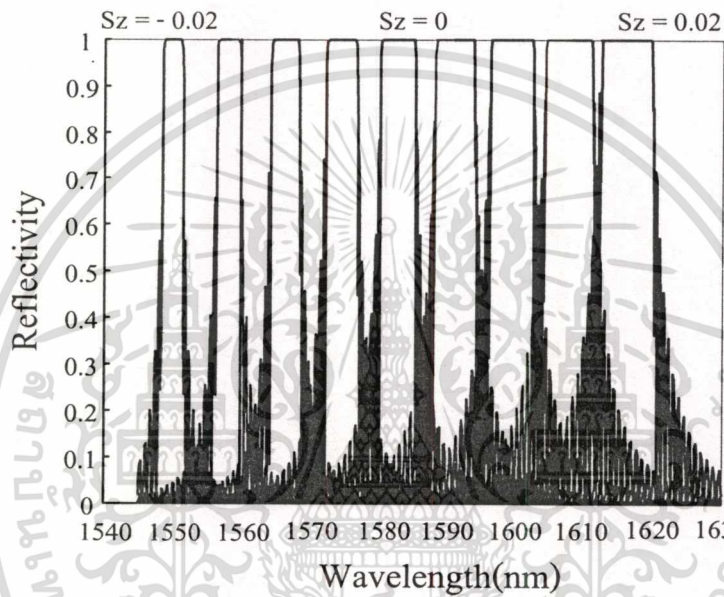
จากสเปกตรัมการสะท้อนแสงในรูปที่ 4.20 จะเห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงเกิดจากการยืดเส้นใยแก้วออกตามแนวแกน z ขณะที่เส้นใยแก้วยืดออกนั้นขนาดของคาบเกรตติ้งก็ขยายด้วยจึงทำให้เกิดการเลื่อนของศูนย์กลางความยาวคลื่นในขณะเดียวกันค่าดรรชนีหักเหก็จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งผลจากการที่ค่าดรรชนีหักเหเพิ่มขึ้นนั้นทำให้มีการสะท้อนของแสงมากขึ้นและ แถบความกว้างของความยาวคลื่นแต่ละสเปกตรัมกว้างขึ้นด้วย



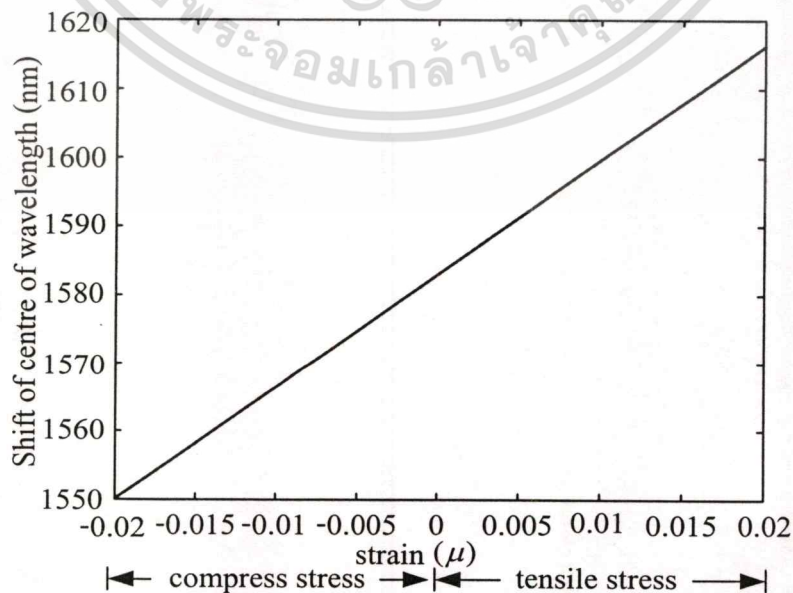
รูปที่ 4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเลื่อนของศูนย์กลางความยาวคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการเปรียบเทียบระหว่างแรงดึง และ แรงกดที่ทำให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้ว รูปที่ 4.22 ตรงกลางของสเปกตรัมแสดงการสะท้อนแสงเมื่อไม่มีความเค้นมากระทำในเส้นใยแก้ว ส่วนสเปกตรัมจากทางซ้ายสุดจุดกลางเป็นผลของแรงกดที่ทำให้เกิดความเครียดขึ้นในคอร์ของเส้นใยแก้ว การสะท้อนที่ลดลงเพราะว่าครรชนหักเหลดลงตามแรงเค้นที่มากระทำเพราะปกติของความเค้นในเส้นใยแก้วจะตรงข้ามกับการสะท้อนแสงแถบความกว้างจะลดลงทุกๆ 4 nm เมื่อมีการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่น 8nm แต่ถ้าทำการดึงเส้นใยแก้วให้ยืดออกสเปกตรัมจะเลื่อนไปทางด้านขวาส่วนทางด้านคาบเกรตดึง และ ครรชนหักเหจะเพิ่มขึ้นด้วยตามลำดับ



รูปที่ 4.22 แสดงเกี่ยวกับแรงบีบอัดและการดึงให้เกิดความเค้นกับเส้นใยแก้ว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.23 แสดงการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีความเค้นที่เกี่ยวข้องกับการอัดและการดึง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดเบบสงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.9 สรุปผลการควบคุมเกรตติ้งโดยความเค้นทางกล

เริ่มตั้งแต่การกล่าวถึงความเค้น และความเครียดของเส้นใยแก้ว การคำนวณหาความเค้นที่กระทำต่อเส้นใยแก้ว จากอัตราส่วนปัวซองของถ้ามีการเปลี่ยนจะทำให้เกิดความเครียดแนวตั้งฉากตามหลักการของ stress-optic อธิบายได้ที่ระดับของความเค้นที่กระทำต่อเส้นใยแก้วสัมพันธ์กับค่าดัชนีหักเหแบบเชิงเส้น สุดท้ายเป็นการจำลองการทำงานของกรตติ้งเส้นใยแก้วเกรตติ้งชนิดแบร์ก โดยใช้เทคนิคความเค้นทางกล ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และดัชนีหักเหลดลงการสะท้อนของแสงก็จะลดลงด้วย แต่ถ้ามีการเปลี่ยนคาบเกรตติ้งจะมีการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นดังนั้นเมื่อใช้เทคนิคความเค้นทางกลกระทำกับเส้นใยแก้วค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 ค่าจึงเป็นค่าหลักของการเกิดการสะท้อนแสง และความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นจะเป็นเชิงเส้นกับความเครียดที่เกิดขึ้น ถ้าให้ความเค้นโดยการดึงเส้นใยแก้วจุดศูนย์กลางของความยาวคลื่นจะเลื่อนไปทางขวาเนื่องจากคาบเกรตติ้งมีขนาดกว้างขึ้น และที่แถบความกว้างของความยาวคลื่นมากขึ้นก็เนื่องจากค่าดัชนีหักเหมากขึ้น ตรงกันข้ามกับการกดที่กระทำต่อเส้นใยแก้วจุดศูนย์กลางของความยาวคลื่นจะเลื่อนไปทางซ้ายเนื่องจากคาบเกรตติ้งมีขนาดสั้นลงและที่แถบความกว้างของความยาวคลื่นแคบลงและการสะท้อนแสงลดลงเพราะค่าดัชนีหักเหลดลง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

จากคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริก ที่มีคุณสมบัติพื้นฐานคล้ายกับระนาบกระจก คือสามารถปล่อยให้แสงที่มีความยาวคลื่นแสงบางค่าเดินทางผ่านออกไปได้ ในขณะที่เดียวกันแสงในช่วงของความยาวคลื่นที่เหลือจะสะท้อนออกมา และข้อดีของเส้นใยแก้วไม่ว่าจะเป็นขนาดเล็ก น้ำหนักเบา ทนต่อสัญญาณรบกวนเนื่องจากเป็นอิสระทางไฟฟ้า สนามแม่เหล็กและเป็นอิสระทางเคมี มีความปลอดภัยในการสื่อสารข้อมูล และมีช่วงความถี่ที่ใช้งานที่กว้าง และสามารถปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ทางกายภาพได้ไม่ว่าจะเป็น ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ครรชนหักเหและคาบของเรตติง ซึ่งค่าเหล่านี้สามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมเพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานต่างๆ ได้โดยการป้อนความเค้นเพื่อให้เกิดความเครียดขึ้นให้เส้นใยแก้ว

การนำเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกมาประยุกต์ใช้งานสามารถทำได้หลายประเภทไม่ว่าจะเป็นอุปกรณ์ในระบบเทคโนโลยี DWDM ซึ่งจะเป็นส่วนของอุปกรณ์ที่ใช้สำหรับชดเชยปรากฏการณ์ดิสเพอร์ชันที่เกิดขึ้นกับสัญญาณพัลส์แสงที่เดินทางในเส้นใยแก้วซึ่ง ซึ่งมีหลักการที่ค่อนข้างซับซ้อนและแปลกใหม่ จึงได้มีการใช้เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกมาเป็นอุปกรณ์ชดเชยปรากฏการณ์ดิสเพอร์ชัน และเป็นอุปกรณ์ในส่วน Optical Add/Drop Multiplexer (OADM) ทำหน้าที่ให้สถานีในระบบสื่อสารสามารถรับข้อมูลแสงเฉพาะช่องสัญญาณที่กำหนด และใส่ข้อมูลไปยังปลายทางโดยใช้ช่องสัญญาณ (ความยาวคลื่นแสง) ที่กำหนดด้วยเช่นกัน อีกทั้ง OADM ยังสามารถแทรกเพิ่มเข้าไปในสายส่งเดิมในช่วงระหว่างสถานีได้อีกด้วย หลักการทำงานพื้นฐานของ OADM ซึ่งจะใช้เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกเป็นอุปกรณ์หลักในการเลือกช่องสัญญาณที่ เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกสะท้อนความยาวคลื่นแสงกลับผ่าน circulator เพื่อ drop ช่องสัญญาณออกไป ในทำนองเดียวกันข้อมูลในช่องสัญญาณจะถูกส่งออกหรือ add เข้าไปที่อีกด้านหนึ่งของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกซึ่งแสงจะเดินทางผ่าน circulator ผ่านเข้าไปให้เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกแล้วสะท้อนกลับผ่าน circulator ส่งออกไปยังปลายทาง ลักษณะของ เส้นใยแก้วและ circulator ที่เป็นเส้นใยแก้วในทางปฏิบัติมีขนาดเล็กและยาวประมาณ 5-15 เซนติเมตร นอกจากนี้ยังนำไปเป็นส่วนประกอบของชุดหยั่งสัญญาณต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น ความสั้นสะเทือน อุณหภูมิ ซึ่งมีประโยชน์มากในวงการอุตสาหกรรมในการหยั่งสัญญาณผลิตภัณฑ์ เนื่องจากเส้นใยแก้วมีขนาดเล็ก น้ำหนักเบาต่อการนำไปฝังตัวในโครงสร้างของวัตถุต่างๆ

ด้วยเหตุนี้จึงได้ทำการศึกษาคุณลักษณะของเส้นใยแก้วเรตติงชนิด แบร์ริก โดยการป้อนความเค้นทางกลเพื่อให้เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริกเกิดความเครียดขึ้น ซึ่งทำให้เกิดการสะท้อนของแสงและการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเปลี่ยนไปตามค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพต่างๆ เช่น ขนาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่นิยญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการเลียนแบบการทำงานทำให้พบว่า เมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นใยแก้วเล็กลง แลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงก็จะเล็กลงด้วยในทางกลับกันถ้า ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นใยแก้วเพิ่มขึ้น แลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงก็จะเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ค่าครรรชนีหักเหของเส้นใยแก้ว ก็มีผลต่อแลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงเช่นกันคือ เมื่อมีการเพิ่มค่าครรรชนีหักเหแลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงก็จะเพิ่มขึ้น แต่ถ้ามีการลดค่าครรรชนีหักเหแลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงก็จะลดลงด้วยเช่นกัน

การป้อนความเค้นเชิงกลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของความยาวของเส้นใยแก้ว คาบเกรตติงที่อยู่ภายในเส้นใยแก้วก็เกิดการเปลี่ยนแปลงด้วย(ยืดเส้นใยแก้วออก) ผลที่เกิดขึ้นก็คือ ศูนย์กลางของความยาวคลื่นจะถูกเคลื่อนขยับเพิ่มความกว้างของคาบเกรตติงศูนย์กลางของความยาวคลื่นก็จะเคลื่อนมากขึ้น

แต่เมื่อมีการป้อนแรงเค้นทำให้เส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบร์ริก เกิดการยืดออกและหดเข้า ผลที่ได้คือ ถ้าทำการป้อนแรงกดเส้นใยแก้วจะมีความยาวลดลงในขณะที่เดียวกันรัศมีเส้นผ่าศูนย์กลางจะเพิ่มขึ้น แลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงจะแคบลงเนื่องจากค่าครรรชนีหักเหลดลง และการศูนย์กลางความยาวคลื่นจะค่อยเลื่อนไปทางซ้ายเนื่องจากคาบเกรตติงค่อยสั้นลง แต่ในทางกลับกัน ถ้าทำการป้อนแรงดึงให้กับเส้นใยแก้ว ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางจะเพิ่มขึ้น ความยาวจะมากขึ้น เป็นผลให้แลบบเปกตรัมการสะท้อนของแสงกว้างขึ้นเพราะค่าครรรชนีหักเหมากขึ้น และเคลื่อนไปทางขวา เพราะคาบเกรตติงค่อยๆ ยาวขึ้นตามความยาวของเส้นใยแก้วที่ถูกดึงคือ ดังแสดงในรูปที่ 4.22

บรรณานุกรม

- [1] อธิคม ฤกษ์บุตร, “เส้นใยแก้วและการประยุกต์ใช้งานเบื้องต้น” มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร.,2543.
- [2] J. C. Palais, “Fiber Optic Communications”, 4th ed., Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA., 1998.
- [3] D.C. Agarwal, “Fiber Optic Communication” 2nd Edn. Wheeler Publishing., 1993.
- [4] J. M. Senior, “Optic Fiber Communication : Principle and Application”, Prentice Hall, 1991.
- [5] R. Kashyap “Fiber Bragg Gratings”, Academic Press., UK.,1999.
- [6] V. Mizrahi and J. E. Sipe., “Optical properties of photosensitive fiber phase gratings”, J. Lightwave Technol. , pp. 1513-1517.,1993.
- [7] S. Barcelos, M. N. Zervas and R. Laming “Characterization of chirped fiber Bragg grating for dispersion compensation”, Opt. Fiber Technol., pp. 213-215., 1996.
- [8] I. Bennion, J. A. R. Williams, L. Zhang, K. Sugden and N. J. Doran, “UV written in-fiber Bragg gratings”, in Opt. And Quan. Electron., pp. 93-130., 1996
- [9] F. Bhakti, J. Larrey, P. Sansonetti and B. Poumellec., “ Impact of in-fiber and out-fiber diffusion on central wavelength of UV-written long period gratings,” in Bragg Gratings, Photosensitivity and Poling in Glass Fibers and Waveguides: Fundamentals and Applications, Vol. 17, 1997 OSA Technical Series (Optical Society of America, Washington, DC, 1997), paper BSuD2, pp. 55-57., 1997.
- [10] T. Erdogan and V. Mizrahi, “Characterization of UV induced birefringence in photosensitive Ge-doped silica optical fibers”, J. Opt. Soc. Am. B., pp. 2100-2105., 1994.
- [11] F. Ouellette, P. A. Krug and R. Pasman, “Characterisation of long phase masks for writing fiber Bragg gratings”, Optical Fiber Technol., pp. 281-284., 1996.
- [12] P. Lambelet, P. Y. Fonjallaz, H. G. Limberger, R. P. Salathe, C. Zimmer and H. H. Gilgen “Bragg grating characterization by optical low-coherence reflectometry”, IEEE Phot. Technol. Lett., pp. 565-567., 1993.
- [13] W. Primark and D. Post, “Photoelastic constants of vitreous silica and its elastic coefficient of refractive index”, J. Appl. Phys., 1959.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

**โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วกรตตั้ง
ชนิดแบร์ริค โดยการเปลี่ยนการสะท้อนของแสงโดยการ
เปลี่ยนรัศมีเส้นใยแก้ว ดรชนีหักเห**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%*****
% Reflectivity of Bragg grating
%*****

clear;

lamda=[1535:0.1:1650]*1e-9;

n1=1.462;
n2=1.457;

a=4e-6;

L=0.001;

lamdaB=1550e-9;
A=lamdaB/(2*n1); %A=grating period
NA=sqrt(n1^2-n2^2);
deltan=n1-n2;
V=2*pi*a*NA./lamda;
n=1-1./V.^2;
k=pi*deltan.*n./lamdaB;
B=2*pi*n1./lamda; %B=mode propagation constant
deltaB=B-pi./A;
s=sqrt(k.^2-deltaB.^2);
R=(k.^2.*(sinh(L.*s)).^2)./(deltaB.^2.*(sinh(L.*s)).^2+s.^2.*(cosh(L.*s)).^2);
figure;
plot(lamda*1e9,R);
axis([1540 1560 0 1]);
xlabel('wavelength (nm)');
ylabel('reflectivity');

end

```

เปลี่ยน การสะท้อนแสง โดยการเปลี่ยนขนาดเส้นใยแก้ว และค่าครรชนีหักเห

- [14] G. Chen, S. Jian and Y. Ling, "Analysis of dispersion compensation using linearly chirped fiber gratings with uniform coupling profile", in SPIE-Int. Soc. Opt. Eng. Proceeding of Spie, 2832, pp 2-22, 1996.
- [15] P. Y. Fonjallaz, H. G. Limberger, R. P. Salathe, F. Cochet and B. Leuenberger, "Tension increase correlated to refractive index change in fibers containing UV written Bragg grating", Opt. Lett., pp. 1346-1348., 1995.
- [16] P. L. Chu and T. Whitbread, "Measurement of stress in optical fiber and perform", Appl. Opt., pp. 4241-4245., 1982.
- [17] P. K. Bachmann, W. Hermann, H. Wher and D. U. Weichert, "Stress in optical waveguides. 1: Preforms", Appl. Opt., pp. 1093-1098., 1986.
- [18] G. W. Scherer, "Stress-induced index profile distribution in optical waveguides", Appl. Opt.. 2000.
- [19] J.W. Dally and W.F. Riley, "Experimental stress analysis", CHE, 1991.
- [20] D. Coyne, "Beamsplitter coating strain induced radius of curvature", CA, 2005.
- [19] C. R. Giles, "Lightwave applications of fiber Bragg gratings", in J Lightwave Technol., pp. 1391-1404, 1997.
- [20] J. E. Sipe, B. J. Eggleton and T. A. Strasser., "Evolution of transmission dispersion characteristics of nonuniform gratings for DWDM system", ibid., paper TuA2, pp. 3-4., 1998.
- [21] D.J. Inman, **Engineering Vibration. Second Edition**, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [22] D.S. Steinberg, "Vibration Analysis for Electronic Equipment", Second Edition, John Wiley and Sons, Toronto, 1988.
- [23] M. Komachiya, R. Minamitani, T. Fumino, T. Sakaguchi and S. Watanabe, **Proof-testing and probabilistic lifetime estimation of glass fibers for sensor applications**, Applied Optics., pp 2767-2774 ,1999.
- [24] S. Sang-ngem and A. Roeksabutr, "**DWDM Demultiplexer Using Compound Optical Ring Resonator with Fiber Bragg Grating**", IEEE-APCCAS 2006, pp. 1909-1912, 4-7 December 2006.
- [25] A. Roeksabutr, "**Technology DWDM**", Telecommunication Engineering, Mahanakorn University of Technology, Thailand.
- [26] F. Bilodeau, D.C. Johnson, S. Theriault, B. Malo, J. Albert and K. O. Hill, "**An all-fiber dense-wavelength-division multiplexer/demultiplexer using photoimprinted Bragg gratings**", in IEEE Photon. Technol. Lett., pp 388-390, 1995.

- [27] L. Dong, P. Hua, T. Birks, A. Reekie, L. and P. J. Russell, “**Novel add/drop filters for wavelength-division-multiplexing optical fiber systems using a Bragg grating assisted mismatched coupler**” in IEEE photon. Technol. Lett., pp. 1656-1658, 1996.
- [28] I. Baumann, J. Seifert, W. Nowak and M. Sauer, “**Compact all-fiber add drop-multiplexer using fiber Bragg grating**” in IEEE Photon. Technol. Lett., pp 1331-1333.,1996.
- [29] A. Iocco, H. G. Limberger, R. P. Salathe, L. A. Everall, K. E. Chisholm, J. A. R. Williams and I. Bennion “**Bragg grating fast tunable filter for wavelength division multiplexing**” in J. Lightwave Technol., pp. 1217-1221, 1999.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%*****
%      Shift of central wavelength by changing the grating period
%*****

clear;

lamda=[1545:0.1:1630]*1e-9;
n1=1.461;
n2=1.457;
a=4e-6;
L=0.001;

lamdaB=1550e-9;
A=lamdaB/(2*n1);      %A=grating period
NA=sqrt(n1^2-n2^2);
deltan=n1-n2;
V=2*pi*a*NA./lamda;
n=1-1./V.^2;
k=pi*deltan.*n./lamdaB;
B=2*pi*n1./lamda;    %B=mode propagation constant
Sz=0;                %set an initial strain in z axis
AA=A;
figure;
hold on;
for n=0:8
    A=AA+AA*(n*Sz);
    deltaB=B-pi./A;
    s=sqrt(k.^2-deltaB.^2);
    R=(k.^2.*(sinh(L.*s)).^2)./(deltaB.^2.*(sinh(L.*s)).^2+s.^2.*(cosh(L.*s)).^2);
    plot(lamda*1e9,R);
    xlabel('wavelength(nm)')
    ylabel('reflectivity')
end

```

.....

การเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วเรตติ้งชนิดแบร์ริ่งเมื่อมีการเปลี่ยน ความยาวคาบเรตติ้งของเส้นใยแก้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนเพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%*****
%   changing length and radius of fiber
%*****

clear;

lamda=[1545:0.1:1630]*1e-9;

n1=1.461;
n2=1.457;

a=4e-6;

L=0.001;

poi=0.17;

lamdaB=1550e-9;

A=lamdaB/(2*n1);           %A=grating period
NA=sqrt(n1^2-n2^2);
deltan=n1-n2;
B=2*pi*n1./lamda;         %B=mode propagation constant
Sz=0.005;                 %set an initial strain in z axis
Sr=0;
AA=A;
aa=a;
figure;
hold on;

for n=0:8;

    A=AA+AA*(n*Sz);

    Sr=(-1)*poi*(Sz*n);   %strain in r axis

    a=aa+aa*(20.*Sr);

    V=2*pi*a*NA./lamda;

    n=1-1./V.^2;

    k=pi*deltan.*n/lamdaB;

    deltaB=B-pi./A;

    s=sqrt(k.^2-deltaB.^2);

    R=(k.^2.*(sinh(L.*s)).^2)./(deltaB.^2.*(sinh(L.*s)).^2+s.^2.*(cosh(L.*s)).^2);

    plot(lamda*1e9,R);

```

```
xlabel('wavelength (nm)')
```

```
ylabel('reflectivity')
```

```
end
```

การเปลี่ยน ความยาวและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ความยาวคลื่นของเส้นใยแก้ว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%*****
%   changing the length  radius and refractive index of fiber
%*****

clear;

lamda=[1545:0.1:1630]*1e-9;
a=4e-6;
L=0.001;

n1=1.461;
n2=1.457;

lamdaB=1550e-9;
A=lamdaB/(2*n1);      %A=grating period
E=3.527e9;           %Young's Modulus of Silica
poi=0.17;            %poisson ratio of Silica
c=[0.322 0.317;0.317 0.322]*1e-10; %stress-optic coefficient of Silica
Sz=[0.005];          %set an initial strain in z axis
Sr=0;
nn1=n1;
AA=A;
aa=a;
index=0;
figure;
hold on;

for n=0:8

    index=index+1;

    Tz=E.*(Sz*n);      %stress in z axis
    Sr=(-1)*poi*(Sz*n); %strain in r axis
    Tr=E.*Sr;         %stress in r axis
    T=[Tr;Tz];
    rindex=c*T;       %stress-optic law
    nn=rindex(2,1);

    n1=nn1+nn;
    NA=sqrt(n1^2-(n2^2));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

deltan=n1-n2;
B=2*pi*n1./lamda;
a=aa+aa*Sr;
A=AA+AA*(n*Sz);
V=2*pi*a*NA./lamda;
n=1-1./V.^2;
k=pi*deltan.*n/lamdaB;
deltaB=B-pi./A;
s=sqrt(k.^2-deltaB.^2);
R=(k.^2.*(sinh(L.*s)).^2)./(deltaB.^2.*(sinh(L.*s)).^2+s.^2.*(cosh(L.*s)).^2);
[max_R,y]=max(R);
z(index)=lamda(y);
plot(lamda*1e9,R);
xlabel('wavelength(nm)')
ylabel('reflectivity')
end

Z=z;
strain=[-0.02:0.005:0.02];
figure;
plot(strain,Z)
xlabel('strain')
ylabel('Shift of centre of wavelength')

```

การเปลี่ยน ความยาว, ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และ ครรชนหักเหของเส้นใยแก้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. C. Charo and K. Dejhan, “Charateristics of fiber Bragg grating for vibration sensor,” The Proceeding of 45th Kasetsart University Annual Conference, pp. 70-77, Bangkok, Thailand , 30 January – 2 February ,2007.



เนื่องในวโรกาสเฉลิมฉลองพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว
มีพระชนมายุครบ ๘๐ พรรษา

เรื่องเป็นการประชุมทางวิชาการ ครั้งที่ ๔๕ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
The Proceeding of 45th Kasetsart University Annual Conference

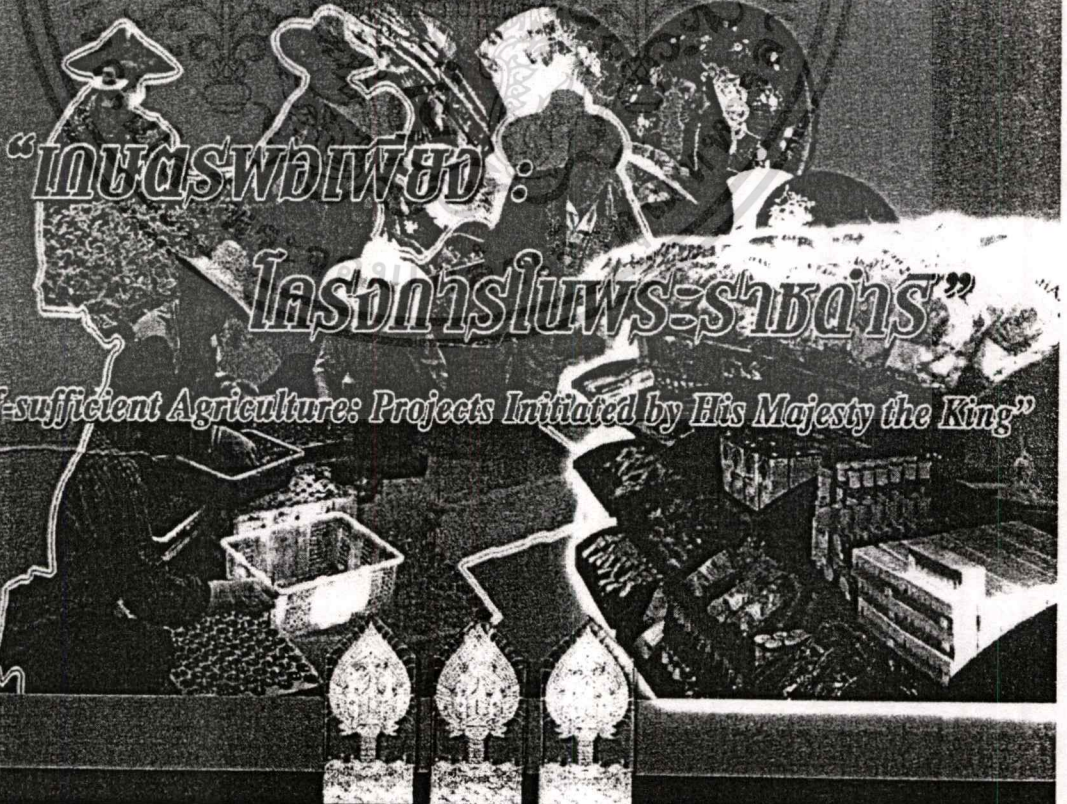
เล่มที่ ๕

สาขาสถาปัตยกรรมศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์

(Subject: Architecture and Engineering)

สาขาทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม

(Subject: Natural Resources and Environment)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



คุณลักษณะเส้นใยแก้วเบรตติงชนิดแบร็กเมื่อนำมาเป็นอุปกรณ์หึ่งสัญญาณสำหรับการ
สั่นสะเทือน

CHARACTERISTICS OF FIBER BRAGG GRATING FOR VIBRATION SENSOR

จันทร์จิตร ชะไร¹ และ กอบชัย เดชหาญ¹
Chanichil Chai¹ and Kobchay Dejhan¹

บทคัดย่อ

บทความนี้มีเสนอคุณลักษณะเส้นใยแก้วเบรตติงชนิดแบร็ก ที่มีคุณลักษณะพิเศษในการสะท้อนของแสง และการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นที่ปรับค่าได้ ดังนั้นการจำลองการทำงาน ของเส้นใยแก้วเบรตติงชนิดแบร็ก จะแสดงผล การสะท้อนแสงและการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นที่เปลี่ยนไปตามการปรับค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพ เช่น ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ตรีซนัฟทิคและคาบของเบรตติง ซึ่งเหมาะในการนำไปประยุกต์เป็น อุปกรณ์หึ่งสัญญาณ (sensors) และอุปกรณ์สำคัญอื่นๆในระบบสื่อสารด้วยแสง
คำสำคัญ : เส้นใยแก้วเบรตติงชนิด แบร็ก, การสะท้อนแสง, ตรีซนัฟทิค

ABSTRACT

This paper presents the characteristics of fiber Bragg grating. The characteristics of fiber Bragg gratings such as reflectivity, central Bragg wavelength shifting. Having changed the strain, the strain tuning is produced by mechanical stresses. From the simulations, the reflectivity depends on various parameters changed such as radius of fiber, refractive index and grating period. The Bragg gratings can be tuned by applying the stress to the optical fibers. Furthermore, the Bragg gratings can be applied for vibration sensor and many devices that are powerful in communication system.

Key Word : Fiber Bragg grating, reflectivity, refractive index.

e-mail : chanichil@telemail.cict.ac.th

คำนำ

จากคุณลักษณะพิเศษของเส้นใยแก้วเบรตติงชนิดแบร็ก และข้อดีของเส้นใยแก้วไม่ว่าจะเป็น ขนาดเล็ก น้ำหนักเบาถ่ายต่อการนำไปฝังตัวในโครงสร้างของวัตถุต่างๆทุนคือสัญญาณรบกวนเนื่องจากเป็นอิสระทางไฟฟ้า สนามแม่เหล็ก และอิสระทางเคมี มีความปลอดภัยในการสื่อสารข้อมูล และมีช่วงความถี่ที่ใช้งานที่กว้าง Berkoff (1996) ด้วยเหตุผลนี้จึงได้มีการนำเส้นใยแก้วเบรตติงชนิดแบร็ก มาเป็นองค์ประกอบใน อุปกรณ์หึ่งสัญญาณ (sensor) ที่มีการทำงานแบบ real time ตรวจจับได้หึ่งฉุนหึ่ง

¹ ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ถนนลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520

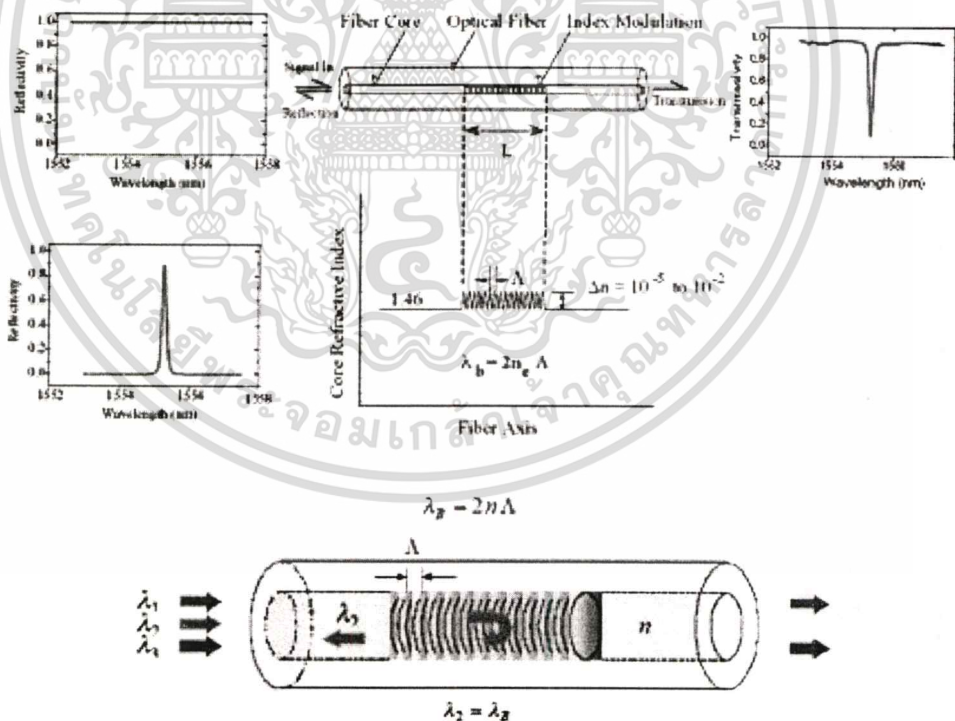
Department of Telecommunication, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Chosongkhong Road, Ladkrabang, Bangkok 10520

และแรงกดดันในสภาพแวดล้อม ตรวจวัดความเครียดและแรงดันสะท้อนในวัตถุ ซึ่งโดยพื้นฐานทางกายภาพแล้ว การใช้เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริมาทำชุดยังตั้งอยู่ โดยให้หลักการป้อนแรงดันหรือ อุณหภูมิซึ่งจะทำให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริ เพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงศูนย์กลางความยาวคลื่นของแสงที่สะท้อนในเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริ และการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริ นี้จะเป็นสเปกตรัมแคบๆ ที่มีศูนย์กลางความยาวคลื่นเปลี่ยนไปตามสัดส่วนของ คาบเรตติง (Λ) และดรรชนีหักเห (n) นอกจากนี้ ความยาวคลื่นที่สะท้อนสูงสุดสามารถอ้างอิงได้จาก ความยาวคลื่นแบร์ริ (λ_B) กำหนดให้ $\lambda_B = 2n\Lambda$ เพราะอุณหภูมิและ แรงดันมีผลโดยตรงกับค่า Λ และ n ซึ่งถ้าค่าใดค่าหนึ่งเปลี่ยนไปความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วก็จะมีผลโดยตรงกับ λ_B ที่ความยาวคลื่น 1550 nm (C-Band) เป็นความยาวคลื่นหลักที่ใช้ในการส่งผ่านข้อมูลทางการสื่อสาร

หลักการและขั้นตอนวิธี

2.1 หลักการ

เส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริ มีคุณสมบัติพื้นฐานคล้ายกับระบบกระจก คือสามารถปล่อยให้แสงที่มีความยาวคลื่นแสงบางค่าเดินทางผ่านออกไปได้ ในขณะที่เดียวกันแสงในช่วงของความยาวคลื่นที่เหลือจะสะท้อนกลับออกมา ดังแสดงในรูปที่ 1 Chiarelli (1999)



รูปที่ 1 การทำงานพื้นฐานของเส้นใยแก้วเรตติงชนิดแบร์ริ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



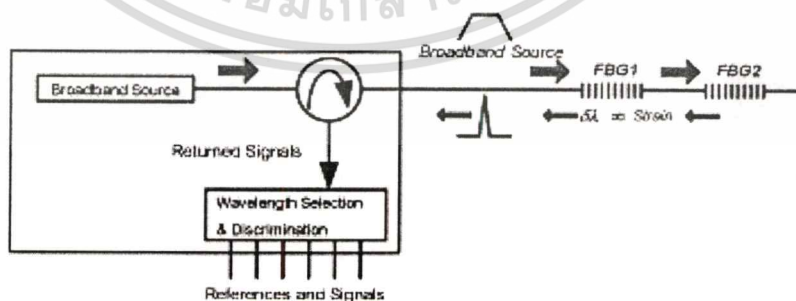
เส้นใยแก้วเคลือบด้วยชั้นซิลิโคน เป็นเส้นใยแก้วที่ถูกผลิตให้มี ครอบคลุมในคอร์เปลี่ยนแปลงเป็น ระยะเวลา ตลอดเส้น โดยโครงสร้างจะทำการเจือสารที่เป็นวัสดุไวต่อแสง ซึ่งการเจือสารและฉายแสง UV ให้มี ความเข้มเป็นระยะ จะทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า การหักเหแสงที่สะท้อนแยกเป็นสเปกตรัม ขึ้นอยู่กับค่าทาง คณิตศาสตร์และเคมีของระยะโครงสร้างเกรตติง ดังนั้น ถ้าค่าทางคณิตศาสตร์ และค่าทางเคมีของเส้นใยแก้ว เกรตติงชนิดแบบริกเปลี่ยนไปไม่ว่าจากเกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพแวดล้อม หรือ ทำให้ความยาวคลื่นของการสะท้อน แสงเปลี่ยนไปอย่างเหมาะสม ด้วยคุณสมบัตินี้ทำให้เส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบบริกได้รับการเสนอให้นำมาประยุกต์ เป็นอุปกรณ์เชิงสัญญาณ

บทความนี้นำคุณลักษณะพิเศษของเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบบริกมาจำลองการทำงานของอุปกรณ์เชิง สัญญาณความถี่สูงในผลิตภัณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับอุตสาหกรรมยานยนต์เนื่องจากผลิตภัณฑ์ต่างๆที่ประกอบ กันขึ้นมาเป็นรถยนต์ จำเป็นต้องมีการตรวจสอบความทนทานของผลิตภัณฑ์ต่อความถี่สูง ซึ่งขึ้นส่วน ประกอบต่างๆในรถยนต์ไม่ว่าจะเป็น ชิ้นส่วนทางด้านโครงสร้าง เช่น ตัวถัง ปีกนก เพลาลงกำลัง ระบบขับเคลื่อนช่วง ล่าง ชิ้นส่วนทางกลเพื่ออำนวยความสะดวกร่วมเช่น หน้าต่างกระจกไฟฟ้า คอมพิวเตอร์บอร์ด ชิ้นส่วนทางด้าน อิเล็กทรอนิกส์ที่มีมากขึ้นในรถยนต์ปัจจุบัน เช่น กล้องควบคุมเครื่องยนต์อิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น

2.2 ระบบอุปกรณ์ชุดหนึ่งสัญญาณเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบบริก

จากรูปที่ 2 แสดงการทำงานพื้นฐานของระบบอุปกรณ์ชุดหนึ่งสัญญาณที่ใช้เส้นใยแก้วเกรตติงชนิด แบบริก Chou (2004) ใช้ความยาวคลื่น 1550 nm และ กำลัง 1 mW ความกว้างของสเปกตรัม 30 nm ให้ความ ยาวคลื่นแบบริก (Bragg wavelengths) เป็น λ_{Bm} ผ่าน 3-port optical circulator สัญญาณที่ย้อนกลับจาก ชุด หนึ่งสัญญาณเส้นใยแก้วเกรตติงชนิดแบบริกจะถูก drop ที่ขั้วที่ 3 ของ circulator และ จะดำเนินการผ่าน optical signal processing circuitry เพื่อทำการแยก และ วัดความยาวคลื่นความเร็วสูง ซึ่งชุดหนึ่งสัญญาณที่เป็นแบบ ความเร็วสูงตัวดำเนินการจะทำงานแบบระบบขนาน

ความเครียดทางพลวัต (Dynamic strain) ที่เกิดขึ้นสามารถวัดได้จากการสะท้อนแสง และการเลื่อนของ ศูนย์กลางความยาวคลื่น จากการเปลี่ยนของค่าพารามิเตอร์ในเส้นใยแก้วเมื่อมีการทำให้เกิดความเครียดขึ้น การ เปลี่ยนความยาวของเส้นใยแก้ว (อาจเกิดจากการดึงหรือการกด) การสะท้อนแสงของความยาวคลื่นแบบริก (λ_{Bm}) จะเปลี่ยนไป กำหนดให้ $\delta\lambda_{Bm}$ เป็นเชิงเส้นกับ ความเครียดที่เกิดขึ้น (ϵ) ในเส้นใยแก้ว



รูปที่ 2 การทำงานพื้นฐานของระบบอุปกรณ์ชุดหนึ่งสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การหั่งสัญญาณความสั่นสะเทือนในผลิตภัณฑ์

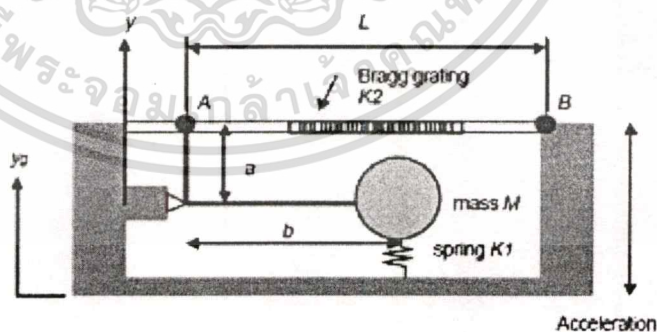
การสั่นแบบไซน์ (Sine) พบได้บ่อยในเครื่องจักรหรืออุปกรณ์ที่มีการหมุนหรือ เคลื่อนที่กลับไปมา เช่น มอเตอร์ไฟฟ้า ล้อรถ เครื่องยนต์ เทอร์โบน์ เฝือง สปริง การสั่นแบบไซน์ไซด์เองมีประโยชน์แก่ การทดสอบ คุณลักษณะเฉพาะทางพลวัต (Dynamics) ของโครงสร้าง และเพื่อตรวจสอบสภาวะความถี่พ้อง (Resonance) Inman (2001)

การสั่นแบบสุ่ม (Random vibration) Steinberg (1988) ความเสียหายที่เกิดขึ้นจากการสั่นแบบสุ่ม มี ขยู่ 4 พื้นฐานที่ต้องพิจารณาและควบคุมเพื่อให้ระบบอิเล็กทรอนิกส์มีความน่าเชื่อถือ ซึ่งเกิดจากสภาวะต่อไปนี้ ระดับความถี่การสั่นสูง, ระดับความถี่ต่ำ, ขนาดระยะเวลาการเคลื่อนที่มากเกินไป และสัญญาณไฟฟ้าเกินระดับ คลาดเคลื่อนที่ยอมรับ

สองพิจารณาในระดับความถี่สูงก่อน ส่วนประกอบอิเล็กทรอนิกส์มากมายจะทำงานผิดพลาดเมื่อเกิดการ กระตุ้นที่ความถี่ธรรมชาติของมันเอง แต่จะไม่เสียหายร้ายแรงจากการสั่น เพียงแต่เกิดการทำงานไม่เป็นไปตาม ต้องการเท่านั้น ส่วนที่ระดับความถี่ต่ำจะเกิดขึ้นในส่วนโครงสร้างต่างๆ และจะเกิดความเสียหายร้ายแรง ความมาโดยตามารถหลีกเลี่ยงได้โดยการเพิ่มความถี่ตั้งสปริง เพื่อเปลี่ยนความถี่ธรรมชาติให้สูงขึ้น จะทำให้ลด ระยะเวลาการเคลื่อนที่และลดความถี่ที่เกิดขึ้น ขนาดระยะเวลาการเคลื่อนที่มากเกินไปบางครั้งจะทำให้อุปกรณ์ที่มีการ เชื่อมต่อกันแตกหักได้

สำหรับสัญญาณแบบช็อค เป็นการส่งผ่านพลังงานให้ระบบทางกลอย่างรวดเร็วเป็นผลให้ ความดัน ความเร็ว ความเร่ง หรือระยะเลื้อนที่เพิ่มมากขึ้น ขณะที่มีการถ่ายพลังงานจะเกี่ยวข้องกับกระตุ้นความถี่ ธรรมชาติของระบบ ซึ่งจะมีหลายความถี่ธรรมชาติที่ถูกกระตุ้น ความเสียหายจากสัญญาณแบบช็อคนี้ เนื่องจาก ระดับความถี่สูงและ ก่อให้เกิดการแตกหักหรือตัดตัวของโครงสร้าง ระดับความถี่ที่สูงทำให้อุปกรณ์ที่อยู่ ใกล้ชิดกันเกิดการกระแทกขึ้น

ดังนั้นความเสียหายที่เกิดจากการสั่นสะเทือนจึงต้องมีการเฝ้าสังเกต และคุณลักษณะพิเศษของเส้นโย แก้วเวลาดตั้งชนิดแบร์ก สามารถนำมาใช้ในการทดสอบอุปกรณ์ยังสัญญาณได้ Komachiya (1999), Mita (2000)



รูปที่ 3 ตัวเครื่องจักรที่นำเส้นโยแก้วเวลาดตั้งชนิดแบร์กมาติดตั้งเพื่อเป็นอุปกรณ์ยังสัญญาณการสั่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 ขั้นตอนวิธีการจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็กเมื่อนำมาเป็นอุปกรณ์นัยสัญญาณสำหรับการสัมผัสเทียบ

การเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นของเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็ก จะต้องปรับค่าแรงเค้นให้ได้สัดส่วนดังนั้นการเปรียบเทียบความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็ก แสดงตามสมการ

$$S_x = -\nu S_z$$

โดยที่ ν คือ Poisson ratio of Silica ($\nu = 0.17$)

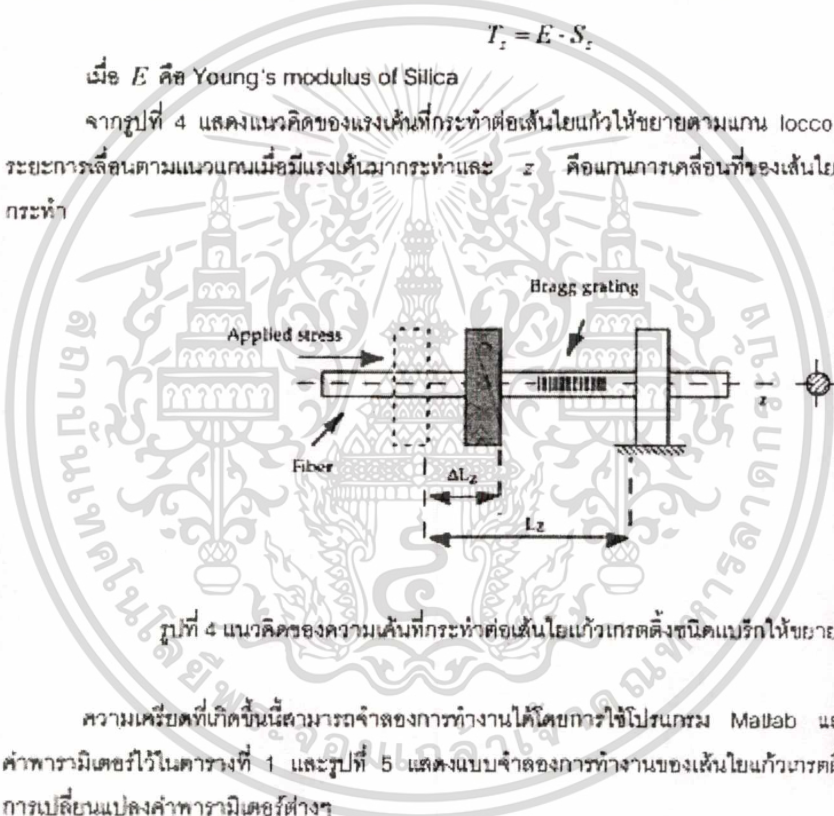
S_x คือ ความเครียดที่เกิดขึ้นตามแนวแกน x ที่กระทำโดยแรงเค้น

เมื่อแรงเค้น (stress) ที่ป้อนให้กับเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็กมีความสัมพันธ์กับ ความเครียด (strain) ที่เกิดขึ้นจากการยืดและหดรของเส้นใยแก้วนำแสงตามทิศทางของแนวแกน z แสดงได้ในสมการ

$$T_z = E \cdot S_z$$

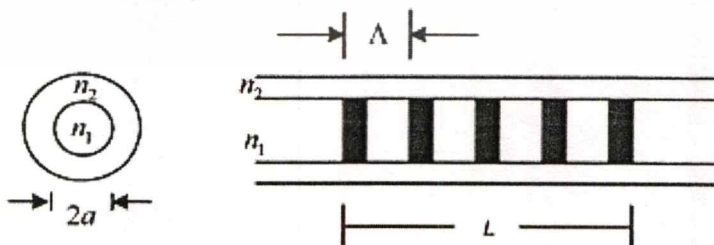
เมื่อ E คือ Young's modulus of Silica

จากรูปที่ 4 แสดงแนวคิดของแรงเค้นที่กระทำต่อเส้นใยแก้วนำแสงให้ขยายตามแกน z คือ ระยะการเลื่อนตามแนวแกนเมื่อมีแรงเค้นกระทำและ z คือ แกนการเคลื่อนที่ของเส้นใยแก้วนำแสงที่มีแรงเค้นมากระทำ



รูปที่ 4 แนวคิดของความเค้นที่กระทำต่อเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็กให้ขยายตามแกน

ความเครียดที่เกิดขึ้นนี้สามารถจำลองการทำงานได้โดยการใช้โปรแกรม Matlab และได้มีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ไว้ในตารางที่ 1 และรูปที่ 5 แสดงแบบจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็กเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ



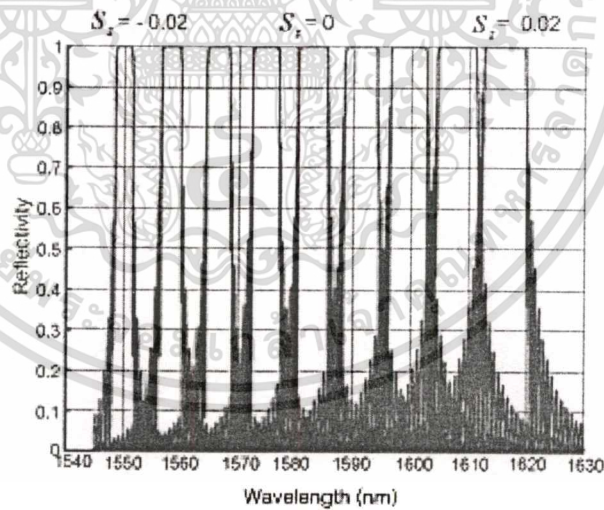
รูปที่ 5 แบบจำลองการทำงานของเส้นใยแก้วนำแสงติดตั้งชนิดแบร็ก

Core refractive index (n_1)	1.461
Cladding refractive index (n_2)	1.457
Radius of core (a)	4 μm
Length of grating (L)	1 cm
Grating period (Λ)	530 nm
Bragg wavelength (λ_B)	1550 nm
Young's modulus of Silica (E)	$3.527 \times 10^{11} N / m^2$
Poisson ratio of Silica (ν)	0.17
Stress-optic coefficient of Silica (c_1, c_2)	$0.322 \times 10^{-10} m^2 kg^{-1}, 0.317 \times 10^{-10} m^2 kg^{-1}$

ตารางที่ 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของเส้นใยแก้วนำแสงตั้งชนิดแบบริก

ผลการทดลอง

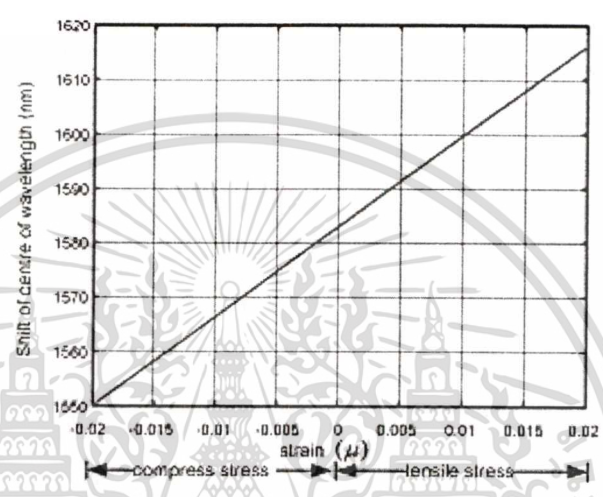
3.1 แสดงคุณลักษณะการสะท้อนของแสงและการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่นเมื่อมีการป้อนแรงเค้นด้วยการดึงและการกดให้กับเส้นใยแก้วนำแสงตั้งชนิดแบบริก



รูปที่ 6 แสดงการสะท้อนของแสงเมื่อป้อนแรงเค้นด้วยการดึงและการกดเพื่อให้เกิดความเครียดขึ้นในเส้นใยแก้วนำแสงตั้งชนิดแบบริก

จากสเปกตรัมการสะท้อนของแสงบอกได้ถึงความเครียดที่เกิดขึ้น ในเส้นใยแก้วนำแสงตั้งชนิดแบบริก โดยสเปกตรัมอันดับที่ 5 นับจากทางซ้ายแสดงการสะท้อนของแสงที่ไม่มีแรงเค้นมากจะทำให้เกิดความเครียด มีที่نگกลางความยาวคลื่นอยู่ที่ประมาณ 1584 nm ส่วนสเปกตรัมอันดับที่ 1 นับจากทางซ้ายจุดกึ่งกลางของสเปกตรัมจะ

เลื่อนไปทางซ้ายที่ความยาวคลื่นประมาณ 1550 nm และความกว้างของแถบความยาวคลื่นจะแคบ เป็นผลมาจาก การบิชนแรงเค้นให้กับเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็กโดยการกด (S_c) ซึ่งเป็นความเครียดที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงเค้นมากกระทำ จึงเป็นค่าลบและสเปกตรัมอันดับที่ 9 นับจากทางซ้ายเช่นกันจุดกึ่งกลางของสเปกตรัมจะเลื่อนไปทางขวาที่ความยาวคลื่นประมาณ 1616 nm และความกว้างของแถบความยาวคลื่นจะกว้างกว่าสเปกตรัมอันดับอื่นๆ เป็นผลมาจาก การให้แรงเค้นกับเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็กโดยการดึง (S_t) จึงเป็นค่าบวก



รูปที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่น และความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็ก เมื่อมีแรงเค้นมากกระทำโดยการกดและการดึง

จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนศูนย์กลางของความยาวคลื่น และความเครียดที่เกิดขึ้นในเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็ก เมื่อมีแรงเค้นมากกระทำโดยการกดและการดึง จะเห็นเชิงเส้นกันและจะเห็นได้ว่าเมื่อมีการบิชนแรงเค้นแบบการกดจะทำให้จุดศูนย์กลางความยาวคลื่นลดลงเนื่องจากระยะของคาบเกรตติง (Λ) ลดลงและในทางตรงกันข้าม เมื่อให้แรงเค้นโดยการดึงเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็กให้ยืดออกจุดศูนย์กลางความยาวคลื่นก็จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ตามระยะของคาบเกรตติง (Λ) ที่ยืดออก ซึ่งสามารถดูได้จากกราฟ โดยหลักการนี้สามารถนำไปประยุกต์เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์

บทสรุป

เริ่มตั้งแต่การกล่าวถึง ความเค้น (stress) และความเครียด (strain) ของเส้นใยแก้ว ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงทิศทางต่อไปนี้จะทำให้เกิดความเครียดในแนวตั้งฉากหลักการของ stress-optic อธิบายได้ที่ระดับของ การบิชนแรงเค้นให้เส้นใยแก้วสัมพันธ์กับดัชนีหักเห (refractive index) แบบเชิงเส้น จุดท้ายเป็นการ จำลองการทำงาน ของเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็ก โดยใช้เทคนิคความเค้นทางกล (mechanical stress) เพื่อให้สอดคล้องกับการ สันตะเหือนตามที่ได้สาธิต ส่วนการสะท้อนแสงของเส้นใยแก้วทรงตั้งชนิดแบร็กขึ้นอยู่กับ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (radius), ดรรชนีหักเห (refractive index) และ คาบเกรตติง (grating period) ในเส้นใยแก้ว ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางลดลง ดรรชนีหักเหลดลงการสะท้อนของแสงก็จะลดลงด้วย แต่ถ้ามีการสะท้อนของแสงเพิ่มขึ้น

ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และดรรชนีหักเหจะเพิ่มขึ้นด้วย นอกจากนี้เมื่อเปลี่ยนค่าดรรชนีหักเห จะทำให้เกิดการเลื่อนจุดศูนย์กลางความยาวคลื่นแบร็กคิง ดังนั้นเมื่อให้เทคนิคความเค้นทางกล (mechanical stress) กระทำกับเส้นใยแก้ว ค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 ค่าจึงเป็นค่าหลักของการเกิดการสะท้อนของแสงความถี่ในช่วงการเลื่อนศูนย์กลางความยาวคลื่น และการทำให้เกิดความเครียดขึ้นกับเส้นใยแก้ว เป็น เส้นใย ถ้าให้ความเค้นกับเส้นใยแก้วโดยการดึง จุดศูนย์กลางของความยาวคลื่นแบร็กคิง จะเลื่อนไปทางขวา ตรงกันข้ามกับการกดที่กระทำต่อเส้นใยแก้ว จุดศูนย์กลางของความยาวคลื่นแบร็กคิง จะเลื่อนไปทางซ้าย ซึ่งคุณลักษณะเหล่านี้เองสามารถนำไปประยุกต์เป็นอุปกรณ์ยังสัญญาณการตัดสินใจในผลิตภัณฑ์ต่างๆ ได้เป็นอย่างดี

เอกสารอ้างอิง

- T.A. Berkoff and A.D. Kersey, 1996, Experimental demonstration of a fiber Bragg grating accelerometer, *Photonics Technology Letters IEEE, Volume 8, Issue 12* :1677 – 1679.
- A. Chiarelli. 1999, Troubleshooting fiber Bragg grating fabrication with modeling, *Workshop: Analysis and Modeling of Optical Devices, The university of Minnesota, USA.*
- K. Chau, B. Moslehi, G. Song and V. Sethi. 2004, Experimental demonstration of fiber Bragg grating strain sensors for structural vibration control, *Smart Structures and Materials; Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical and Aerospace Systems, Volume 5391*: 753-764.
- D.J. Inman. 2001, *Engineering Vibration. Second Edition*, Prentice Hall, New Jersey.
- D.S. Steinberg. 1988, "Vibration Analysis for Electronic Equipment", Second Edition, John Wiley and Sons, Toronto.
- M. Komachiya, R. Minamitani, T. Fumino, T. Sekaguchi and S. Watanabe, 1999, Proof-testing and probabilistic lifetime estimation of glass fibers for sensor applications, *Applied Optics*: 2767-2774.
- A. Mita and I. Yokoi. 2000, Fiber Bragg grating accelerometer for structural health monitoring, *Fifth International Conference on Motion and Vibration Control, Sydney, Australia.*
- A. Iocco, H. G. Limberger, R. P. Salathe, L. A. Everall, K. E. Chisholm, J. A. R. Williams and I. Bennion. 1999, Bragg grating fast tunable filter for wavelength division multiplexing, *Journal of Lightwave Technology, Vol 17*: 1217-1221.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นางสาวจันทร์จิต ชะโร เกิดเมื่อวันที่ 26 พฤษภาคม พ.ศ.2523 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม จากภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะ วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในระดับ ปริญญาโท-หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม ภาควิชาวิศวกรรม โทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปี การศึกษา 2547 โดยในปี พ.ศ.2544 ได้เข้าทำงานในตำแหน่ง Product Support Engineer บริษัท อินเทอร์เน็ต คอมมิวนิเคชั่น (จำกัด) มหาชน และในปี พ.ศ. 2547 ได้เข้าทำงานในตำแหน่ง Sales Engineer Network and Cable Test Tools บริษัทเมเซอร์โทรนิคส์ จำกัด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้