สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

MERGE SORTING ON RECONFIGURABLE MESH-CONNECTED COMPUTER

TO74430

ชัยพฤกษ์ ภักดีพรหมมา

CHAIYAPRUK PAKDEEPROMMA

QW
9839ก
2550

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....74430
วัน,เดือน,ปี.....

.b.....11803861.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2550

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MERGE SORTING ON RECONFIGURABLE MESH-CONNECTED COMPUTER

CHAIYAPRUK PAKDEEPROMMA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER OF SCIENCE IN COMPUTER SCIENCE

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2007

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2007

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล
นักศึกษา	นายชัยพฤกษ์ ภักดีพรหมมา
รหัสประจำตัว	48067510
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิทยาการคอมพิวเตอร์
พ.ศ.	2550
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ. ดร. จีรพร ศรีสวัสดิ์

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ แบบขนานด้วยวิธีผสาน (Merge Sorting) พร้อมด้วยการวิเคราะห์ความซับซ้อนด้านเวลาบนระบบเครือข่ายทั้งหมด 2 แบบ คือ 1) บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติ (Two-Dimensional Bus-Mesh-Connected Computer) 2) บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 2 มิติ (Two-Dimensional Reconfigurable-Mesh-Connected Computer) โดยระบบแรกจะเป็นการนำเอาขั้นตอนวิธีการผสานข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วรายการละ n ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติขนาด n x n ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O(1) ที่มีผู้เสนอไว้แล้วมาปรับปรุงโดยเพิ่มเติมในส่วนของการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O(log n) สำหรับระบบที่ 2 จะเป็นการนำการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ แบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสนี้ไปปรับปรุงเพื่อใช้บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 2 มิติที่มีขนาด n x n ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากันกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสซึ่งเท่ากับ O(log n) แต่ระบบนี้จะเป็นระบบที่ใช้ต้นทุนในการสร้างน้อยกว่าบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis	Merge Sorting on Reconfigurable Mesh-Connected Computer
Student	Mr.Chaiyapruk Pakdeepromma
Student ID	48067510
Degree	Master of Science
Program	Computer Science
Year	2007
Thesis Advisor	Asst. Prof. Dr. Jeeraporn Srisawat

ABSTRACT

This research proposes the parallel merge sorting algorithm on the two-dimensional (2-D) mesh-connected computer along with the time complexity analysis. In particular, the proposed merge sorting algorithm is introduced on two parallel systems: 1) 2-D bus-mesh-connected computer and 2) 2-D reconfigurable-mesh-connected computer. The first method (bus mesh) adapts the idea from the existing merge sorting on the 2-D bus mesh for two n sorted lists of data in $O(1)$ time, in order to sort with two n unsorted lists of data in $O(\log n)$ time. The last one (reconfigurable mesh) is modified from the first method and also can be performed in $O(\log n)$ time. In addition, the interconnection cost of the 2-D reconfigurable mesh is lower than that of the 2-D bus mesh.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้มิอาจจะสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี หากมิได้รับคำแนะนำ คำชี้แจง ความรู้ และความเอาใจใส่จาก ผศ.ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์ ผู้เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งท่านได้สละเวลาให้กับข้าพเจ้าอย่างเต็มที่ จึงใคร่ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.วีระ บุญจริง ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม และดร.เฉลิมศักดิ์ เลิศวงศ์เสถียร คณะกรรมการสอบหัวข้อ และโครงร่างวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะจนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และพี่ๆ ที่สนันสนุนให้ได้เรียนในระดับที่ได้ตั้งใจ อีกทั้งยังได้ดูแลเรื่องค่าใช้จ่ายต่างๆระหว่างศึกษาเป็นอย่างดีอีกด้วย

ขอขอบคุณ นายอัศวิน นิ่มกร นายอภินันท์ เสริมศรี พี่ๆ และเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษาและช่วยอำนวยความสะดวกในด้านต่างๆ

สำหรับคุณงามความดีและประโยชน์อันใดที่เกิดขึ้นจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดา มารดา อาจารย์ทุกท่านซึ่งเป็นที่เคารพรักยิ่ง ตลอดจนญาติพี่น้อง และเพื่อนๆทุกคน

ได้รับทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์จากบัณฑิตวิทยาลัย

ชัยพฤกษ์ ภักดีพรหมมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญรูป VII

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา 2

1.3 สมมติฐานของการศึกษา 3

1.4 ขอบเขตการวิจัย 3

1.5 ขั้นตอนการศึกษาและการดำเนินงานวิจัย 3

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 5

2.1 เครือข่ายแบบตาข่ายบัส 5

2.2 เครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 6

2.2.1 ลักษณะทางสถาปัตยกรรม 6

2.2.2 การแพร่ 8

2.3 การเรียงลำดับข้อมูล 9

2.3.1 การเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรม 9

2.3.2 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนาน 9

2.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 10

2.5 การประเมินผลขั้นตอนวิธีแบบขนาน 12

2.5.1 เวลาที่ใช้ในการทำงานแบบขนาน 12

2.5.2 ความซับซ้อนด้านเวลา 14

บทที่ 3 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน 17

3.1 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.1.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 19
3.1.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว 21
3.1.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม 26
3.2 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 29
3.2.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 30
3.2.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว 32
3.2.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม 39

บทที่ 4 การวิเคราะห์ความซับซ้อนของขั้นตอนวิธี 44
4.1 ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 44
4.1.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 44
4.1.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว 45
4.1.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผล
ที่อยู่ในแนวทแยงมุม 46
4.1.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 49
4.2 ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 50
4.2.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 50
4.2.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว 51
4.2.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผล
ที่อยู่ในแนวทแยงมุม 54
4.2.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 5 การเปรียบเทียบการทำงานขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับและบทสรุป.....59
5.1 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสกับการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล.....59
5.2 บทสรุป.....59
5.3 แนวทางการพัฒนางานวิจัย.....60

เอกสารอ้างอิง.....61

ภาคผนวก.....63
ภาคผนวก ก. ตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส.....64
ภาคผนวก ข. ตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน
บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล.....82

ประวัติผู้เขียน.....100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.1	ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด 4 x 4	5
2.2	ตัวอย่างการแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปยังทั้งแถว	6
2.3	ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด 4 x 4	7
2.4	รูปแบบการเชื่อมภายในทั้งหมดที่เป็นไปได้	7
2.5	ตัวอย่างการเซตสวิตช์เพื่อสลับจากหลักไปแถว (หรือแถวไปหลัก)	8
2.6	ตัวอย่างการเซตสวิตช์เพื่อแพร่สัญญาณข้อมูลไปบนหลักหรือแถวเดียวกัน	8
2.7	รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]	10
2.8	การแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i และ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j	11
2.9	โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง	11
2.10	เวลาที่ใช้ในการสื่อสารในอุดมคติ	13
2.11	การเจริญเติบโตของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^2 + 2x + 12$	15
3.1	รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]	19
3.2	โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)	20
3.3	โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)	20
3.4	ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม	21
3.5	ข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม 2 รายการ	22
3.6	โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i	22
3.7	โหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)	23
3.8	โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i	23
3.9	โหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)	23
3.10	โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i	24
3.11	โหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 1 – m)	24
3.12	โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i	25
3.13	โหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – m)	25
3.14	ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก	25
3.15	รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]	26
3.16	โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i	27
3.17	ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

3.18 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j 27
3.19 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 28
3.20 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1 28
3.21 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i 29
3.22 ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 29
3.23 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] 30
3.24 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i) 31
3.25 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j) 31
3.26 ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม 31
3.27 ข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม 2 รายการ 32
3.28 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนหลักที่ i 33
3.29 โหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1) 33
3.30 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนหลักที่ i 34
3.31 โหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1) 34
3.32 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนแถวที่ i 35
3.33 โหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 1 – m) 35
3.34 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนแถวที่ i 36
3.35 โหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – m) 36
3.36 ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก 36
3.37 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] 38
3.38 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i 38
3.39 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j 38
3.40 โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง 39
3.41 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] 39
3.42 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนแถวที่ i 40
3.43 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1 41
3.44 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j 41
3.45 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนหลักที่ j 42

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
3.46	ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1	42
3.47	ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i	42
3.48	ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม	43
ก1	ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4]	65
ก2	ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)	65
ก3	ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)	65
ก4	ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแต่ละโหนดในแนวทแยงมุม	66
ก5	ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม	66
ก6	ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i	66
ก7	ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)	67
ก8	ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i	67
ก9	ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)	67
ก10	ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i	67
ก11	ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 3) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 3)	68
ก12	ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i	68
ก13	ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 2) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 2)	68
ก14	ตัวอย่างข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก	68
ก15	ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i	69
ก16	ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j	69
ก17	ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง	69
ก18	ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง	69
ก19	ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i	70
ก20	ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j	70
ก21	ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j]	70
ก22	ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..2] และ B[1..2]	71
ก23	ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i	71
ก24	ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1	71
ก25	ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก)	72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

ก26 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j 72

ก27 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง) 72

ก28 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 72

ก29 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1 73

ก30 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก) 73

ก31 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i 73

ก32 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง) 73

ก33 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 74

ก34 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i 74

ก35 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1) 74

ก36 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i 75

ก37 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1) 75

ก38 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i 75

ก39 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 5) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 5) 75

ก40 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i 76

ก41 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 4) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 4) 76

ก42 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก 76

ก43 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 76

ก44 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 77

ก45 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง 77

ก46 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง 77

ก47 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i 77

ก48 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j 78

ก49 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j] 78

ก50 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4] 78

ก51 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 79

ก52 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1 79

ก53 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก) 79

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

ก54 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j 79

ก55 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง) 80

ก56 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 80

ก57 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1 80

ก58 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก) 80

ก59 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i 81

ก60 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง) 81

ก61 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 81

ข1 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4] 83

ข2 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i) 83

ข3 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j) 83

ข4 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแต่ละโหนดในแนวทแยงมุม 84

ข5 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 84

ข6 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i 84

ข7 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1) 85

ข8 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i 85

ข9 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1) 85

ข10 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i 85

ข11 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 3) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 3) 86

ข12 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i 86

ข13 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 2) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 2) 86

ข14 ตัวอย่างข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก 86

ข15 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 87

ข16 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 87

ข17 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง 87

ข18 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง 87

ข19 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i 88

ข20 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j 88

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

ข21 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j] 88

ข22 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..2] และ B[1..2] 89

ข23 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 89

ข24 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1 89

ข25 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก) 90

ข26 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j 90

ข27 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง) 90

ข28 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 90

ข29 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1 91

ข30 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก) 91

ข31 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i 91

ข32 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง) 91

ข33 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 92

ข34 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i 92

ข35 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1) 92

ข36 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i 93

ข37 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1) 93

ข38 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i 93

ข39 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 5) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 5) 93

ข40 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i 94

ข41 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 4) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 4) 94

ข42 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก 94

ข43 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 94

ข44 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 95

ข45 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง 95

ข46 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง 95

ข47 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i 95

ข48 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j 96

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

ข49 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j] 96

ข50 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4] 96

ข51 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i 97

ข52 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1 97

ข53 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก) 97

ข54 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j 97

ข55 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง) 98

ข56 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j 98

ข57 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1 98

ข58 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก) 98

ข59 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i 99

ข60 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง) 99

ข61 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม 99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันความต้องการความเร็วที่เพิ่มขึ้นของระบบคอมพิวเตอร์มีมาอยู่อย่างต่อเนื่อง และมีหลายปัญหาที่ต้องการความเร็วในการคำนวณขั้นสูงมีตั้งแต่การออกแบบแบบจำลองที่เกี่ยวกับตัวเลขจำนวนมากไปจนถึงการจำลองเหตุการณ์ทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ ปัญหาเหล่านี้มักต้องการผลลัพธ์ที่ถูกต้องแม่นยำจากการคำนวณที่ซ้ำซ้อนของข้อมูลเข้าเป็นจำนวนมหาศาล การคำนวณเหล่านี้จะต้องเสร็จภายในเวลาที่ยอมรับได้ สำหรับการทำงานจริงแล้วการคำนวณทางวิศวกรรมและการจำลองเหตุการณ์ต่างๆ ควรจะต้องทำให้เสร็จภายในเวลาระดับวินาทีหรือนาที ในการจำลองเหตุการณ์ต่างๆ หากใช้เวลาแก้ปัญหานานถึงสองสัปดาห์คงไม่เป็นที่ยอมรับได้ ยิ่งในการประมวลผลที่มีความซับซ้อนมากๆ ก็จะยิ่งใช้เวลามากขึ้นด้วย ซึ่งจะเป็นปัญหามากหากงานนั้นมีความจำเป็นจะต้องทราบผลภายในเวลาที่กำหนด ตัวอย่างเช่น การพยากรณ์อากาศหากใช้เวลาถึงสองวันในการพยากรณ์อากาศของวันพรุ่งนี้ การพยากรณ์ก็คงไม่มีประโยชน์ ในบางสาขาวิชาเรียกปัญหาเหล่านี้ว่า "ปัญหาท้าทายยิ่งใหญ่ (Grand Challenge Problems)" ปัญหาเหล่านี้คือปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบภายในเวลาที่ยอมรับได้ หากใช้คอมพิวเตอร์ที่มีอยู่ในปัจจุบัน

การหาคำตอบของปัญหายากๆ และใช้เวลาในการประมวลผลนานๆ ดังกล่าว นอกจากจะต้องเลือกใช้ขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมแล้ว อีกวิธีหนึ่งที่สามารถเพิ่มความเร็วในการคำนวณคือการใช้ระบบคอมพิวเตอร์ที่มีการใช้หน่วยประมวลผล (Processor) หลายๆ หน่วยอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียว (Multiprocessors) หรือการใช้ระบบคอมพิวเตอร์ที่มีการใช้คอมพิวเตอร์หลายๆ เครื่อง (Multiple Computers) มาเชื่อมต่อกัน ซึ่งทั้งสองระบบจะถูกเรียกรวมๆ ว่า ระบบคอมพิวเตอร์แบบขนาน (Parallel Computers) และการใช้ระบบคอมพิวเตอร์ดังกล่าวให้มีประสิทธิภาพ นักวิจัยทางด้านขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์ต้องออกแบบขั้นตอนวิธีแบบขนานสำหรับการหาคำตอบปัญหาต่างๆ ควบคู่กันไปด้วย ตัวอย่างเช่น แบ่งปัญหาทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ แล้วกระจายส่วนย่อยๆ นั้นให้หน่วยประมวลผลแต่ละหน่วยให้ประมวลผลไปพร้อมๆ กันจะสามารถลดความซับซ้อนด้านเวลาให้เป็นค่าคงที่ได้ ดังนั้นการประมวลผลแบบขนานควรจะให้ประสิทธิภาพในการประมวลผลเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ อย่างไรก็ตามการประมวลผลแบบขนานตามขั้นตอนวิธีแบบขนานจะถูกพัฒนามาเฉพาะสำหรับคอมพิวเตอร์แบบขนานแต่ละชนิดที่ถูกออกแบบมาเป็นพิเศษ โดยประกอบด้วยหน่วยประมวลผลหลายๆ หน่วยเชื่อมต่อผ่านเครือข่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Interconnection Network) เช่น ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล เป็นต้น

ปัญหาที่สำคัญปัญหาหนึ่งของขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์ที่สนใจศึกษาในงานวิจัยนี้คือขั้นตอนการเรียงลำดับ ซึ่งการเรียงลำดับเป็นการดำเนินการทั่วไปที่มีการใช้งานมากที่สุดแบบหนึ่งในคอมพิวเตอร์ มีขั้นตอนวิธีจำนวนไม่น้อยที่ต้องการข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้ว เพราะข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วสามารถนำไปใช้งานได้สะดวกกว่าข้อมูลที่ยังไม่ได้ถูกเรียงลำดับ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสาน (Merge Sorting) ที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (Bus Mesh-Connected Computer) โดยจะทำการปรับปรุงขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสจากเดิมที่ต้องใช้ข้อมูลนำเข้า 2 รายการ ที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้ว ให้ครอบคลุมถึงข้อมูลใดๆที่ยังไม่ถูกเรียงลำดับ รวมถึงการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วออกมาใช้งาน นอกจากนี้ยังเสนอการปรับปรุงขั้นตอนวิธีดังกล่าวสำหรับใช้งานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล (Reconfigurable Mesh-Connected Computer) ซึ่งเป็นระบบที่ยืดหยุ่น และใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลต่ำกว่า เมื่อเทียบกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาขั้นตอนวิธีทางคอมพิวเตอร์ (Computer Algorithm) การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสแบบเดิมที่มีอยู่ และนำเสนอวิธีการปรับปรุงความสามารถของการเรียงลำดับข้อมูลด้วยวิธีผสาน ดังนี้

1) ปรับปรุงความสามารถของการเรียงลำดับข้อมูลด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสแบบเดิมที่ต้องใช้ข้อมูลนำเข้า 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้ว โดยจะทำการเพิ่มเติมขั้นตอนวิธีให้สามารถครอบคลุมถึงการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ และการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วออกมาใช้งาน

2) ปรับปรุงขั้นตอนวิธีเพื่อใช้ในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล เนื่องจากระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความยืดหยุ่นสูงและใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลต่ำกว่าระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การเพิ่มประสิทธิภาพ ข้อแรกการปรับปรุงขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n จะทำให้การเรียงลำดับข้อมูลมีความครอบคลุมข้อมูลใดๆ ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O (log n) ข้อสองการนำขั้นตอนวิธีดังกล่าวไปปรับปรุงเพื่อใช้ในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n ซึ่งเป็นอีกระบบที่รองรับการทำงานที่ยืดหยุ่น และเป็นระบบที่สามารถลดต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผล ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O (log n)

1.4 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้มีขอบเขตการวิจัยเพื่อทำการศึกษาขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่าย 2 แบบ คือ ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n และระบบเครือข่ายแบบรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n

1.5 ขั้นตอนการศึกษาและดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้มีขั้นตอนการศึกษาและการดำเนินงานวิจัย ดังนี้

1) ศึกษาขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส
2) ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียงลำดับแบบขนาน
3) ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส และระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล
4) ตั้งสมมติฐานโดยคาดว่าขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส และระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่นำเสนอสามารถครอบคลุมถึงการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O (log n) และการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วออกมาใช้งานด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O (1)
5) นำขั้นตอนวิธีที่ได้ไปปรับปรุงเพื่อใช้ในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล เนื่องจากระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความยืดหยุ่นสูง และใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลต่ำกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6) วิเคราะห์ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีของการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่านแบบตาข่ายบัส และการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล
7) เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการเรียงลำดับแบบอนุกรมด้วยวิธีผสาน และการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสาน และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส และการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล
8) สรุปผล พร้อมเสนอแนวทางการพัฒนางานวิจัย
9) เขียนวิทยานิพนธ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

งานวิจัยนี้มีประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่าย 2 แบบ ดังนี้

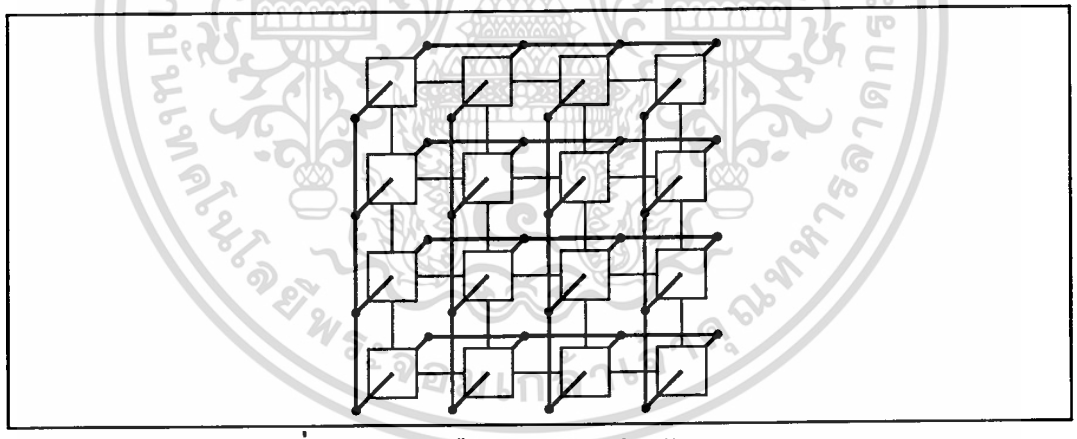
1) ทำให้การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสมีความครอบคลุมข้อมูลทั่วไปมากยิ่งขึ้น
2) สามารถปรับการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานเพื่อประยุกต์บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล ซึ่งเป็นระบบที่ลดต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อของแต่ละหน่วยประมวลผลเมื่อเทียบกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส
3) นำความรู้เกี่ยวกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส และระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลไปประยุกต์ใช้ในขั้นตอนวิธีอื่นๆ ได้ง่ายและกว้างขวางขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 เครือข่ายแบบตาข่ายบัส (Bus Mesh Networks)

ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส [7] คือเครือข่ายแบบตาข่ายสองมิติของหน่วยประมวลผลชนิดหนึ่ง ในระบบนี้หน่วยประมวลผล (Processing Elements) แต่ละหน่วยจะถูกวางไว้เป็นจุดๆ ในลักษณะของตารางเช่นเดียวกับระบบเครือข่ายแบบตาข่ายโดยปกติ หน่วยประมวลผลแต่ละหน่วยถูกเชื่อมต่ออยู่กับเส้นเชื่อมได้สูงสุดไม่เกินสี่เส้น ที่ทุกแถว และทุกหลักของเครือข่ายแบบตาข่ายถูกเสริมด้วยบัสเพื่อใช้เป็นกลไกในการแพร่สัญญาณจากหน่วยประมวลผลหนึ่งผ่านแถวใดๆ (หรือหลักใดๆ) ไปยังหน่วยประมวลผลทุกหน่วยที่อยู่ในแถว (หรือหลัก) เดียวกันด้วยเวลาเท่ากับค่าคงที่ สิ่งนี้เป็นสิ่งที่ทำให้เครือข่ายแบบตาข่ายบัสได้รับความนิยมเป็นอย่างมากเพราะทำให้การแพร่สัญญาณทำได้รวดเร็วมากจนทำให้การพิจารณาค่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง (Diameter) สามารถละทิ้งได้ และเป็นประโยชน์อย่างมากในการใช้งานในเชิงพาณิชย์



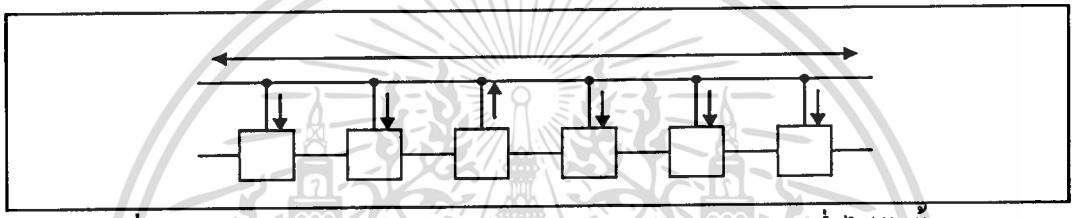
รูปที่ 2.1 ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด 4 x 4

รูปที่ 2.1 เป็นตัวอย่างลักษณะทางสถาปัตยกรรมของระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติ ที่มีขนาด 4 x 4 ซึ่งระบบนี้มีความสามารถในการแพร่สัญญาณในแต่ละแถวและแต่ละหลัก ระบบดังกล่าวประกอบด้วยหน่วยประมวลผลทั้งหมด 16 หน่วย เรียงกันอยู่ในรูปจัตุรัส ซึ่งแต่ละหน่วยจะมีการเชื่อมต่ออยู่กับหน่วยประมวลผลที่ใกล้ที่สุดที่อยู่ข้างเคียง 4 หน่วย แต่ละหน่วยประมวลผลประกอบด้วยเรจิสเตอร์ (Register) สำหรับเก็บข้อมูลชั่วคราว และมีความสามารถในการดำเนินการการคำนวณและตรรกะเบื้องต้น หน่วยประมวลผลสามารถทำคำสั่งการโอนข้อมูลได้ 2 แบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1) การโอนข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปยังหน่วยประมวลผล 1 หน่วยที่ใกล้ที่สุดที่อยู่ข้างเคียงทั้ง 4 หน่วย
2) การแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปทั้งแถวหรือทั้งหลักที่อยู่ในแถวหรือหลักเดียวกัน

อย่างไรก็ตาม ณ เวลาหนึ่งๆ หน่วยประมวลผลแต่ละหน่วยจะสามารถทำคำสั่งการโอนข้อมูลอย่างใดอย่างหนึ่งได้เพียงคำสั่งเดียวเท่านั้น จุดเด่นที่สำคัญของระบบนี้คือหากมีการทำคำสั่งแพร่สัญญาณบนหน่วยประมวลผลเพียงหน่วยประมวลผลเดียวในแถวใดๆ (หรือหลักใดๆ) ระบบจะสามารถส่งข้อมูลดังกล่าวไปให้กับหน่วยประมวลผลทุกหน่วยที่อยู่ในแถว (หรือหลัก) นั้นๆ ด้วยซึ่งใช้เวลาเท่ากับค่าคงที่ ตัวอย่างของการแพร่แสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปยังทั้งแถว

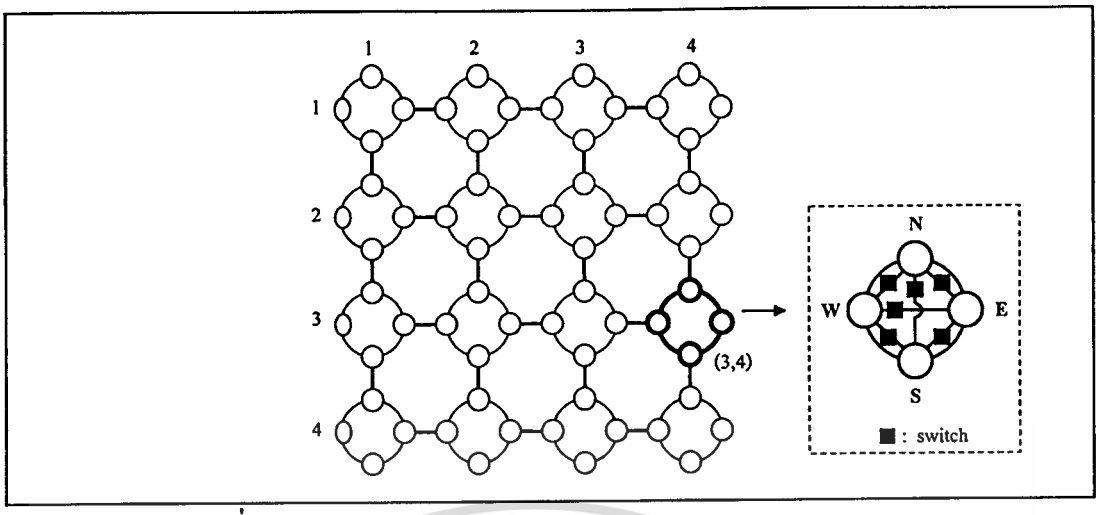
2.2 เครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล (Reconfigurable Mesh Networks)

ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล [2][3] คือเครือข่ายแบบตาข่ายสองมิติของหน่วยประมวลผลที่เชื่อมต่อกันด้วยบัสแบบรีคอนฟิกิวเรเบิล บัสที่อยู่ภายนอกของหน่วยประมวลผลจะถูกกำหนดไว้ตายตัว อย่างไรก็ตามการเชื่อมต่อภายใน (Internal Connection) ระหว่างช่องทางเข้าออก (I/O Port) ของแต่ละหน่วยประมวลผลสามารถปรับแต่งได้เองโดยหน่วยประมวลผลในขณะที่กำลังทำงานตามขั้นตอนวิธี

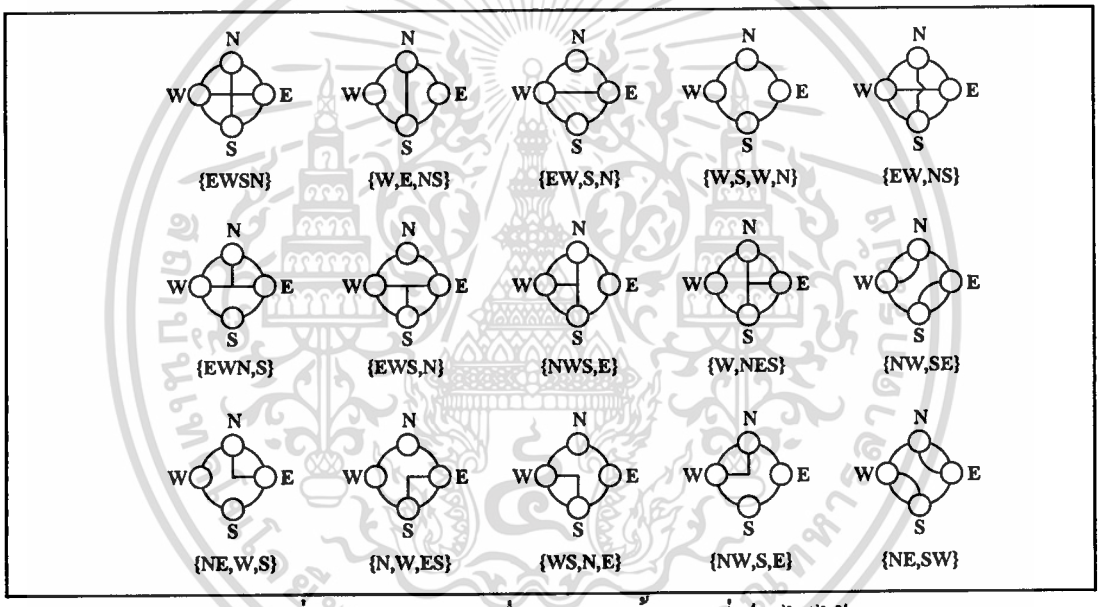
2.2.1 ลักษณะทางสถาปัตยกรรม (Architecture)

ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่มีขนาด m x n จะประกอบไปด้วยแถวลำดับของหน่วยประมวลผลที่เชื่อมต่อกันในลักษณะตาข่ายขนาด m x n ซึ่งวางอยู่บนระบบบัสแบบรีคอนฟิกิวเรเบิล ตัวอย่างของเครือข่ายแบบตาข่ายริคอนฟิกิวเรเบิลขนาด 4 x 4 สามารถดูได้ดังแสดงในรูปที่ 2.3 หน่วยประมวลผลแต่ละหน่วยสามารถดำเนินการทางด้านการคำนวณและตรรกศาสตร์พื้นฐานได้ หน่วยประมวลผลที่ i, j จะหมายถึงหน่วยประมวลผลที่อยู่ที่ตำแหน่งจุดตัดของแถวที่ i กับหลักที่ j เมื่อหน่วยประมวลผลที่ 1, 1 จะหมายถึงหน่วยการประมวลที่อยู่ที่ตำแหน่งมุมบนซ้าย โดยทั่วไปหน่วยประมวลผลที่ i, j จะเขียนในรูปแบบ (i, j)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 ระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด 4 x 4

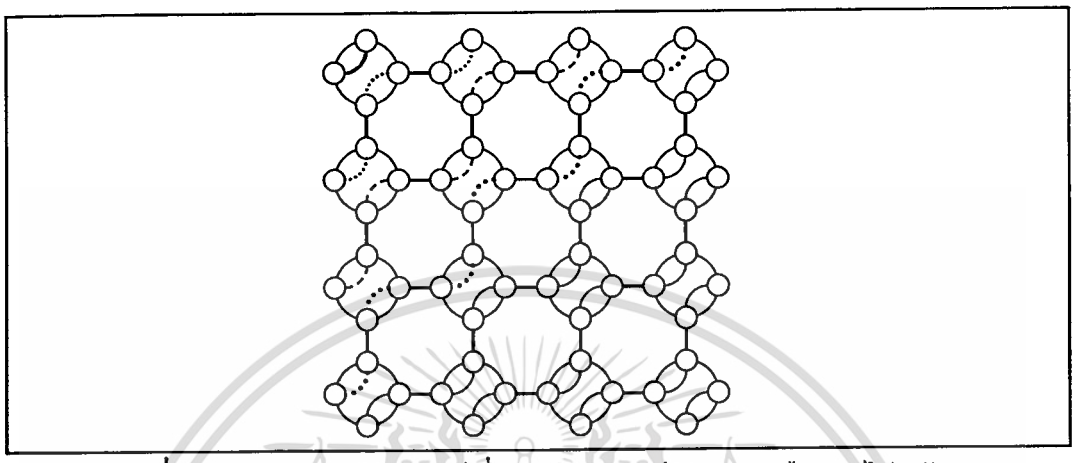


รูปที่ 2.4 รูปแบบการเชื่อมภายในทั้งหมดที่เป็นไปได้

หน่วยประมวลผลแต่ละหน่วยมีช่องทางเข้าออกอยู่ทั้งหมดสี่ช่องทาง (E, W, N, S) สิ่งที่เป็นลักษณะเด่นของระบบนี้คือการเชื่อมต่อภายในที่สามารถปรับแต่งได้ในขณะที่กำลังทำงานตามขั้นตอนวิธี ซึ่งรูปแบบการเชื่อมภายในที่เป็นไปได้นั้นมีทั้งหมด 15 แบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ข้อดีที่สำคัญของระบบเครือข่ายนี้คือเวลาที่ใช้ในการแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปทั้งแถวหรือทั้งหลักที่อยู่ในแถวหรือหลักเดียวกัน และเวลาที่ใช้ในการแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปให้กับอีกหน่วยประมวลผลหนึ่งที่อยู่ ณ ตำแหน่งใดๆ บนเครือข่ายจะใช้เวลาเท่ากับค่าคงที่ หรือมีความซับซ้อนด้านเวลาท่ากับ O(1) ซึ่งเปรียบเสมือนว่ามีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเพียง 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

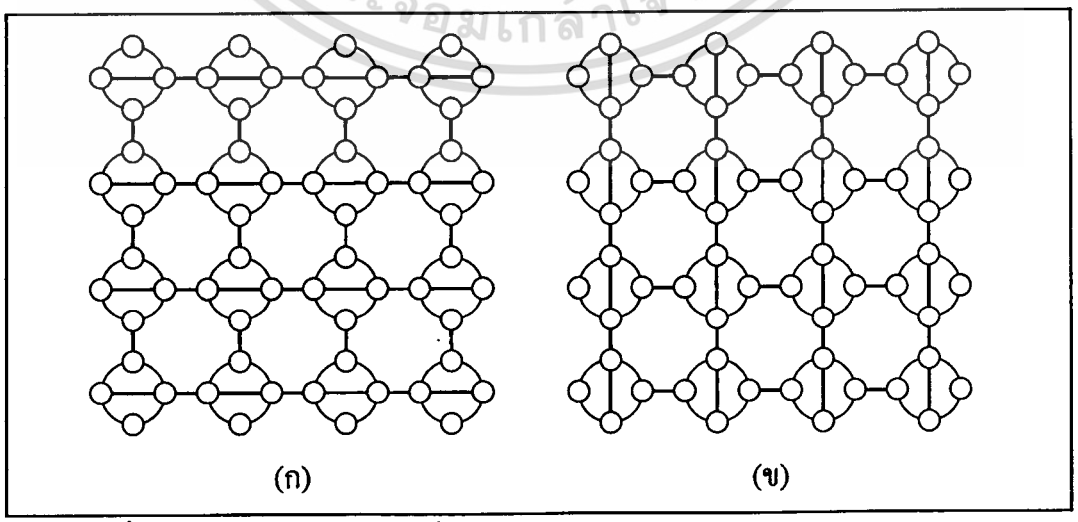
ตัวอย่างความหมายของการเชื่อมต่อ {NW, SE} จะหมายถึง ช่องทาง N (North) เชื่อมต่อกับช่องทาง W (West) ในขณะที่ช่องทาง S (South) เชื่อมต่อกับช่องทาง E (East) รูปที่ 2.5 เป็นการแสดงตัวอย่างการเซตสวิตช์ดังกล่าวข้างต้นสำหรับการสลับจากหลักไปแถว (หรือแถวไปหลัก)



รูปที่ 2.5 ตัวอย่างการเซตสวิตช์เพื่อสลับจากหลักไปแถว (หรือแถวไปหลัก)

2.2.2 การแพร่ (Broadcasting)

การแพร่สัญญาณข้อมูลจากหน่วยประมวลผลหนึ่งไปทั้งแถวหรือทั้งหลักที่อยู่ในแถวหรือหลักเดียวกันในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลนั้นทำได้โดยการเซตสวิตช์ของหน่วยประมวลผลทุกหน่วยให้การเชื่อมต่อภายในเป็นแบบ {EW, S, N} สำหรับการแพร่สัญญาณข้อมูลให้ทุกหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแถวเดียวกัน แสดงดังรูปที่ 2.6 (ก) และเซตสวิตช์ของหน่วยประมวลผลทุกหน่วยให้การเชื่อมต่อภายในเป็นแบบ {W, E, NS} สำหรับการแพร่สัญญาณข้อมูลให้ทุกหน่วยประมวลผลที่อยู่ในหลักเดียวกัน แสดงดังรูปที่ 2.6 (ข)



รูปที่ 2.6 ตัวอย่าการเซตสวิตช์เพื่อแพร่สัญญาณข้อมูลไปบนแถวหรือหลักเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การเรียงลำดับข้อมูล

โจทย์ปัญหาส่วนใหญ่ทางคอมพิวเตอร์ทั้งที่เป็นทฤษฎีขั้นตอนวิธีและการประยุกต์ใช้จะเกี่ยวข้องอย่างมากกับการเรียงลำดับข้อมูลชนิดตัวเลขจากน้อยไปหามากหรือจากมากไปหาน้อย ตลอดจนการจัดลำดับกลุ่มของตัวอักษรต่างๆ [13] การเรียงลำดับนี้มีประโยชน์ในการประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในหลายๆ ปัญหาโดยเฉพาะอย่างยิ่งการค้นหาข้อมูลที่ต้องการภายในระยะเวลาอันรวดเร็ว นอกจากนี้การเรียงลำดับข้อมูลยังมีความสำคัญต่องานด้านต่างๆ ทั้งทางธุรกิจ วิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ที่มีการประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์ ดังนั้นการเรียนรู้เทคนิคการเรียงลำดับจึงจำเป็น เพื่อ

1) สามารถเลือกวิธีการเรียงลำดับที่เหมาะสมกับงานที่ทำมากที่สุด

2) เป็นแนวทางในการคิดค้นวิธีการเรียงลำดับใหม่ๆ ที่ดียิ่งขึ้น

นอกจากนี้การเรียงลำดับยังมีประโยชน์อื่นๆ อีกหลายประการดังนี้

1) ช่วยให้การจัดหมวดหมู่ข้อมูล (Classify) ให้สะดวกขึ้น

2) ช่วยให้การค้นหาข้อมูล (Searching) ให้เร็วขึ้น

ในปัจจุบันการเรียงลำดับข้อมูลสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบใหญ่ๆ คือ

2.3.1 การเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรม

การเรียงลำดับข้อมูลโดยทั่วไปเป็นการเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรม ซึ่งเป็นกระบวนการจัดเรียงลำดับข้อมูลในตาราง หรือแฟ้มข้อมูลให้เรียงตามลำดับข้อมูลจากน้อยไปหามาก (Ascending Sequence) หรือเรียงลำดับข้อมูลจากมากไปหาน้อย (Descending Sequence) ซึ่งขั้นตอนวิธีสำหรับการเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรมแบบต่างๆ นี้ มีผู้คิดขึ้นมากมาย เช่น การเรียงลำดับแบบเร็ว (Quick Sorting) การเรียงลำดับแบบผสาน (Merge Sorting) การเรียงลำดับแบบฮีป (Heap Sorting) โดยที่แต่ละวิธีต่างก็มีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับลักษณะและปริมาณข้อมูลที่จะเรียงลำดับรวมไปถึงประสิทธิภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเรียงลำดับข้อมูลอีกด้วย

2.3.2 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนาน

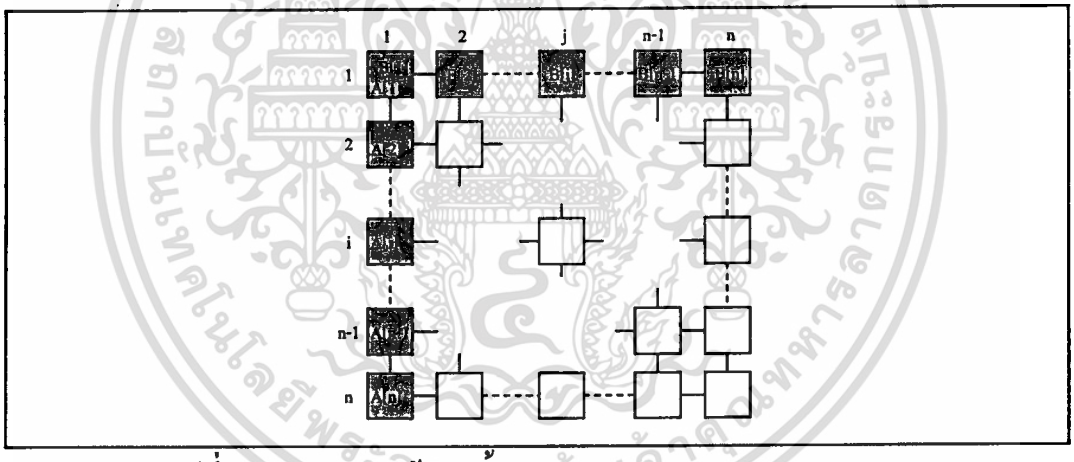
การเรียงลำดับแบบขนานถูกเสนอขึ้นสำหรับการเรียงลำดับข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ เพราะถ้าข้อมูลมีขนาดใหญ่มากๆ การเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรม (Sequential Sort) ที่ใช้เพียงหนึ่งหน่วยประมวลผล จะใช้เวลามากในการเรียงลำดับข้อมูล จากปัญหาดังกล่าวจึงมีการนำการเรียงลำดับแบบขนานมาใช้ โดยการใช้หลายๆ หน่วยประมวลผลและการจัดเก็บข้อมูลจำนวนที่เหมาะสมในแต่ละหน่วยประมวลผล จึงทำให้ความเร็วในการเรียงลำดับข้อมูลสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานนี้ได้ถูกคิดค้นขึ้นโดย Sarnath Ramnath [9] ซึ่งเป็นการเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด n x n และใช้ข้อมูลเข้าขนาด 2n ตัว ซึ่งขั้นตอนวิธีดังกล่าวใช้ความซับซ้อนด้านเวลาเพียง $O(1)$ นับเป็นเวลาที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับการเรียงลำดับข้อมูลแบบอนุกรมที่ต้องใช้ความซับซ้อนด้านเวลาถึง $O(n \log n)$

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสนี้ เป็นขั้นตอนวิธีการผสานข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วรายการละ n ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติขนาด n x n ที่มีผู้เสนอไว้แล้ว โดยการผสานข้อมูล 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติขนาด n x n โดยที่ข้อมูลรายการแรก A[1] ถึง A[n] จะถูกเก็บไว้ที่โหนด PE(1,1) ถึงโหนด PE(n,1) ตามลำดับ และข้อมูลรายการที่สอง B[1] ถึง B[n] จะถูกเก็บไว้ที่โหนด PE(1,1) ถึงโหนด PE(1,n) ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 2.7 ซึ่งวิธีการดังกล่าวมีขั้นตอนการทำงานตามลำดับดังนี้



รูปที่ 2.7 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

ขั้นตอนที่ 1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i ดังนั้นทุกๆโหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] แสดงดังรูปที่ 2.8 (ก) และสำหรับทุก j, ที่ $1 \le j \le n$, โหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j ดังนั้นทุกๆโหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] แสดงดังรูปที่ 2.8 (ข)

ขั้นตอนที่ 2 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, ให้โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนด PE(i+1, j) และโหนด PE(i, j+1) ที่อยู่ข้างเคียง ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 2.9 สำหรับกรณีของโหนด PE(i, n) (โหนดในหลักที่ n) และโหนด PE(n, j) (โหนดในแถวที่ n) ค่าของ A[n+1] และ B[n+1] จะมีค่าเท่ากับ ∞

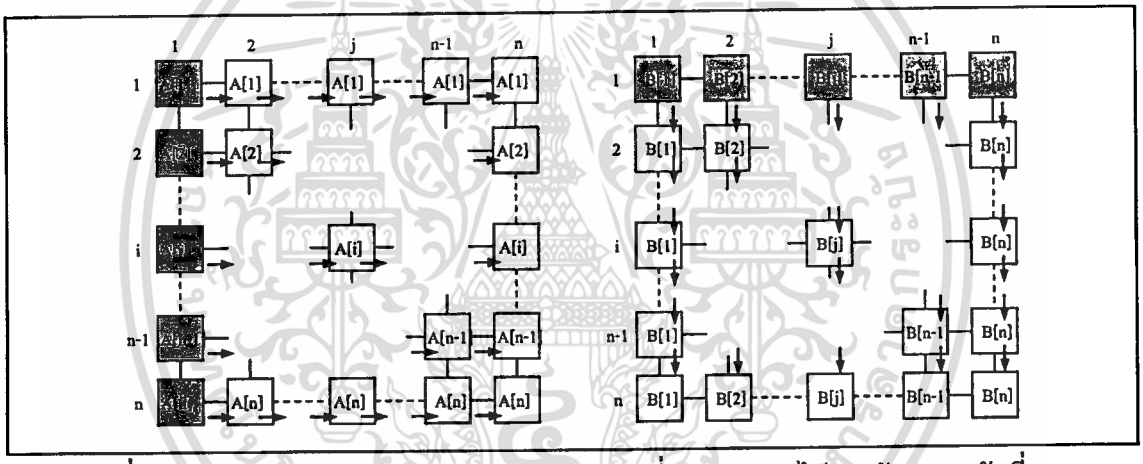
เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า $B[j] < A[i] \le B[j+1]$ แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i

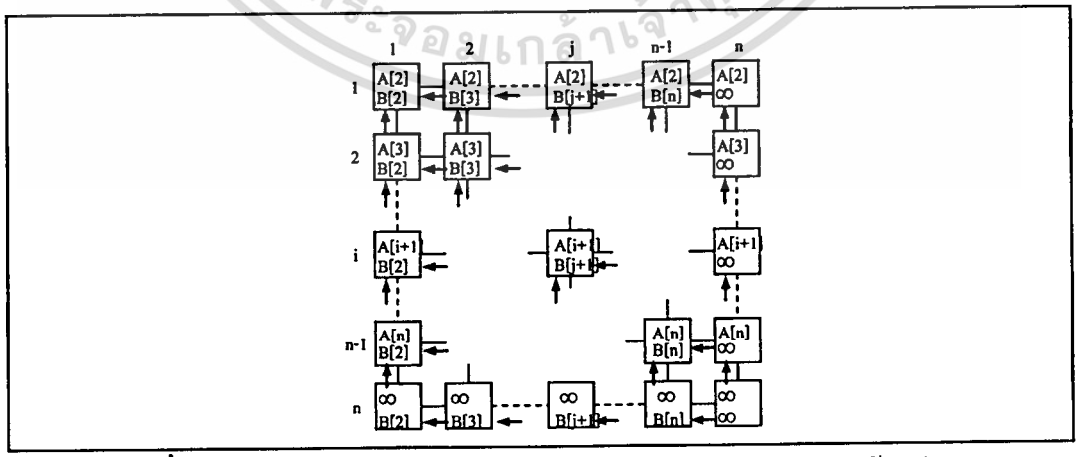
ขั้นตอนที่ 4 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า $A[i] \le B[j] < A[i+1]$ แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j

ขั้นตอนที่ 5 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) และโหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) คำนวณลำดับของ A[i] ซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของ i กับค่าที่รับมา และ B[j] ซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของ j กับค่าที่รับมา ตามลำดับ

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นตอนแล้ว จะได้ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วซึ่งเรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n))



รูปที่ 2.8 การแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i และ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j



รูปที่ 2.9 โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 การประเมินผลขั้นตอนวิธีแบบขนาน

ในการออกแบบขั้นตอนวิธีแบบขนานนั้น จะทราบได้อย่างไรว่าขั้นตอนวิธีที่เราออกแบบขึ้นมาทำงานได้ดีหรือไม่ ในหัวข้อนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงวิธีการประเมินผลขั้นตอนวิธี [12][15] โดยจะนำเสนอทั้งในมุมมองของนักทฤษฎี (Theorists) และนักปฏิบัติ (Practitioners)

2.5.1 เวลาที่ใช้ในการทำงานแบบขนาน (Parallel Execution Time)

ในระบบคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยประมวลผลเพียงหน่วยเดียว การคำนวณหาเวลาในการทำงานทั้งหมด (Running Time) คือ เวลาที่เริ่มต้นการทำงานจนกระทั่งทำงานเสร็จสิ้น ทั้งนี้เวลาจะแบ่งออกเป็นได้ 2 ชนิดคือ เวลาที่ใช้ไปกับหน่วยประมวลผล และเวลาที่ใช้ไปกับอุปกรณ์นำเข้าและออกทั้งหมด (I/O Devices) แต่สำหรับระบบคอมพิวเตอร์แบบขนานที่ใช้ข้อความในการสื่อสารนั้นจะต้องนำเอาเวลาในการสื่อสารมารวมด้วย จึงจะเหมาะสมกับความเป็นจริง

ให้ t_p เป็นเวลาที่ใช้ในการทำงานของโปรแกรมแบบขนานทั้งหมด และ $t_{communication}$ และ $t_{computation}$ เป็นเวลาที่ใช้ในการสื่อสารและการประมวลผลตามลำดับ ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 2.1

$$t_p = t_{communication} + t_{computation} \tag{2.1}$$

เวลาที่ใช้ในการคำนวณสามารถที่จะวัดได้คล้ายๆ กับที่ทำในการวัดเวลาของโปรแกรมบนคอมพิวเตอร์แบบอนุกรม โดยจะวัดเป็นจำนวนขั้นตอน แต่อย่างไรก็ตามในการประมวลผลแบบขนาน จะมีกระบวนการอยู่มากกว่าหนึ่งกระบวนการที่ทำงานพร้อมๆ กัน เราจะเลือกกระบวนการที่ซับซ้อนมากที่สุดหรือกระบวนการที่ใช้เวลานานที่สุดมาวัดหาจำนวนขั้นตอน

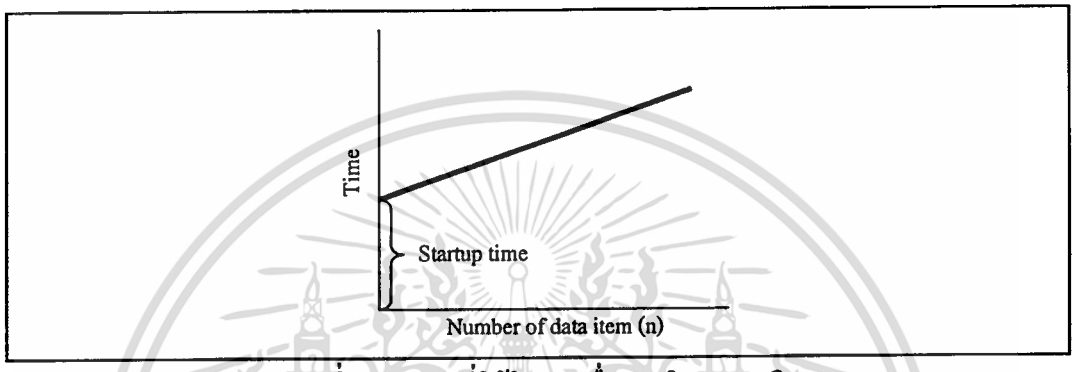
ในการวิเคราะห์เวลาในการคำนวณโดยทั่วๆ ไปนั้น เราจะมีสมมติฐานว่าหน่วยประมวลผลทั้งหมดเป็นรุ่นและแบบเดียวกัน โดยมีความเร็วที่เท่ากันและมีการทำงานที่เหมือนกัน แน่นอนว่าข้อสมมติฐานเช่นนี้อาจเป็นจริงในคอมพิวเตอร์แบบขนานที่ใช้หน่วยความจำร่วมกันหรือแบบที่เป็นเครือข่ายแบบคงที่ แต่จะไม่จริงสำหรับกลุ่มของสถานีงานซึ่งมีจุดเด่นตรงที่คอมพิวเตอร์ที่อยู่ในเครือข่ายไม่จำเป็นจะต้องเหมือนกัน อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์เวลาจำเป็นที่จะต้องใช้สมมติฐานนี้เพื่อให้ง่ายในการคำนวณทางคณิตศาสตร์

ก่อนอื่นเราจะมาวิเคราะห์หาเวลาในการสื่อสาร ในกลุ่มของสถานีงานนั้นเวลาที่ใช้ในการสื่อสารขึ้นกับปัจจัยหลายๆ อย่างด้วยกัน เช่น ลักษณะของการเชื่อมต่อเครือข่าย และความมากน้อยของการใช้เครือข่ายในขณะใดขณะหนึ่ง เป็นต้น ปัจจัยเหล่านี้ทำให้การวิเคราะห์หาค่าที่แน่นอน (Exact Value) ของเวลาที่ใช้ในการสื่อสารทำได้ลำบาก ในที่นี้เราจึงจะใช้การประมาณค่าแทน (Approximation) โดยเราจะสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 2.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$t_{communication} = t_{startup} + nt_{data} \quad (2.2)$$

โดยที่ $t_{startup}$ คือ เวลาที่ใช้ในการส่งข้อความที่มีขนาดเป็นศูนย์ ซึ่งเวลานี้รวมถึงเวลาในการอัดแน่นข้อความที่ต้นทางและขยายข้อความออกที่ปลายทางด้วย ในการวิเคราะห์เราจะมีสมมติฐานว่าเวลาตัวนี้เป็นค่าคงที่ ส่วน t_{data} คือ เวลาที่ใช้ในการส่งข้อมูลหนึ่งคำ (Data Word) ซึ่งถือว่าเป็นค่าคงที่เช่นกัน สำหรับ n คือ จำนวนของคำสั่ง จากสมการนี้ถ้าเราเขียนกราฟจะได้ดังรูป 2.10



รูปที่ 2.10 เวลาที่ใช้ในการสื่อสารในอุดมคติ

ในสถานการณ์จริงเราจะไม่ได้ให้ความสัมพันธ์ที่เป็นเชิงเส้นตรงเหมือนดังรูปเนื่องจากสมการที่เราใช้ไม่ได้คำนึงถึงการแข่งขันกันในการใช้เครือข่ายของกระบวนการ นอกจากนี้สมการยังไม่ได้สะท้อนความเป็นจริงที่ว่ากระบวนการต้นทางและปลายทางอาจไม่ได้ติดต่อกันโดยผ่านเส้นเชื่อมโดยตรง แต่อาจจะต้องผ่านโหนดที่อยู่ระหว่างกลางอีกหลายโหนด

ในการวัดค่าของ $t_{computation}$ เราจะวัดเป็นจำนวนขั้นตอนของขั้นตอนวิธี โดยที่ขั้นตอนคือการดำเนินการ (Operation) ที่ใช้กันมากที่สุดในขั้นตอนวิธีนั้น เช่น การคูณเมตริกซ์ (Matrix) จำนวนของขั้นตอนคือ จำนวนครั้งของการดำเนินการบวกและคูณ เป็นต้น ถ้าจำนวนของขั้นตอนที่ใช้ในการประมวลผลคือ m เราจะได้สมการที่ 2.3

$$t_{computation} = m \quad (2.3)$$

เนื่องจากเราวัดค่าของเวลาในการประมวลผลเป็นจำนวนของขั้นตอน ดังนั้นเราจึงต้องวัดเวลาในการสื่อสาร $t_{communication}$ ให้เป็นจำนวนของขั้นตอนด้วยเพื่อให้สามารถบวกกันได้ ซึ่งตามสมการข้างต้นเราก็จะได้สมการที่ 2.4

$$t_{communication} = q(t_{startup} + nt_{data}) \quad (2.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเราส่งข้อความทั้งหมด q ข้อความ และแต่ละข้อความมีข้อมูลอยู่ n ตัว เมื่อเรากำหนด $t_{computation}$ และ $t_{communication}$ แล้ว เราสามารถที่จะหาเวลาที่ใช้ในการประมวลผลแบบขนานทั้งหมดหรือ t_p ได้ โดยนำเวลาทั้งสองมารวมกัน

จากสมการดังกล่าวข้างต้น ถ้า $t_{startup}$ มีขนาดใหญ่ดังเช่นในกลุ่มของสถานีงาน เราจะเห็นได้ว่าเวลาในการทำงานทั้งหมดจะเพิ่มขึ้นมากไปด้วย เราจึงพยายามแก้ปัญหานี้โดยใช้วิธีการซ่อนเวลาแฝง (Latency Hiding) โดยสามารถทำได้สองวิธี วิธีแรกคือ การพยายามให้การประมวลผลเกิดขึ้นพร้อมๆ กับการสื่อสาร วิธีที่สองคือ การกำหนดให้กระบวนการมากกว่าหนึ่งกระบวนการทำงานโดยใช้หน่วยประมวลผลเดียวกัน แต่วิธีนี้จะต้องระวังไม่ให้หน่วยประมวลผลทำงานมากจนเกินไป เพราะจะทำให้การทำงานทั้งหมดช้าลงได้

2.5.2 ความซับซ้อนด้านเวลา (Time Complexity)

ในทางทฤษฎี เราจะมองขั้นตอนวิธีในลักษณะของฟังก์ชันโดยมีข้อมูลเข้าออก เมื่อมองขั้นตอนวิธีในลักษณะของฟังก์ชันแล้วจะทำให้สามารถหาเวลาที่ใช้ในการทำงานของขั้นตอนวิธีนั้นๆ ได้ เช่น ขั้นตอนวิธี A มีเวลาที่ใช้ในการทำงานเป็น $10x^2 + 5x + 9$ เป็นต้น สำหรับขั้นตอนวิธีแบบขนานก็เช่นเดียวกัน เราสามารถที่จะหาเวลาที่ใช้ในการทำงานทั้งหมด t_p ที่เป็นฟังก์ชันได้ ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงเวลาในการทำงานของขั้นตอนวิธีโดยคร่าวๆ โดยจะไม่แยกรายละเอียดว่าเป็นขั้นตอนวิธีแบบขนานหรือแบบอนุกรม

เพื่อที่จะบอกว่าขั้นตอนวิธีของเราดีหรือไม่ นักคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่จะให้ความสนใจต่ออัตราการเจริญเติบโต (Rate of Growth) ของขั้นตอนวิธี อัตราการเจริญเติบโตคือ ฟังก์ชันที่บอกว่าเวลาที่ใช้จะเพิ่มขึ้นเป็นเท่าใดหากขนาดของข้อมูลเข้าเพิ่มขึ้น เช่น อัตราการเจริญเติบโตของขั้นตอนวิธี A ที่กล่าวไว้ในข้างต้นจะอยู่ในรูปของกำลังสอง (Quadratic) เป็นต้น เราจะสนใจอัตราการเจริญเติบโตในรูปของขอบบน (Upper Bound) และขอบล่าง (Lower Bound) เป็นพิเศษ เพราะมีประโยชน์ในการนำไปใช้

2.5.2.1 สัญลักษณ์โอตัวใหญ่ (Big- O Notation)

สัญลักษณ์โอตัวใหญ่กำหนดขอบเขตบนของเวลาที่ใช้ของขั้นตอนวิธี โดยมีคำนิยามดังนี้

$f(x) = O(g(x))$ ก็ต่อเมื่อมีค่าคงที่บวกสองค่า c และ x_0 ที่ $0 \leq f(x) \leq cg(x)$ สำหรับทุกๆ $x \geq x_0$ เมื่อ f(x) และ g(x) เป็นฟังก์ชันของ x

2.5.2.2 สัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่ (Big- Ω Notation)

สัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่กำหนดขอบเขตล่างของเวลาที่ใช้ของขั้นตอนวิธี โดยมีคำนิยามดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

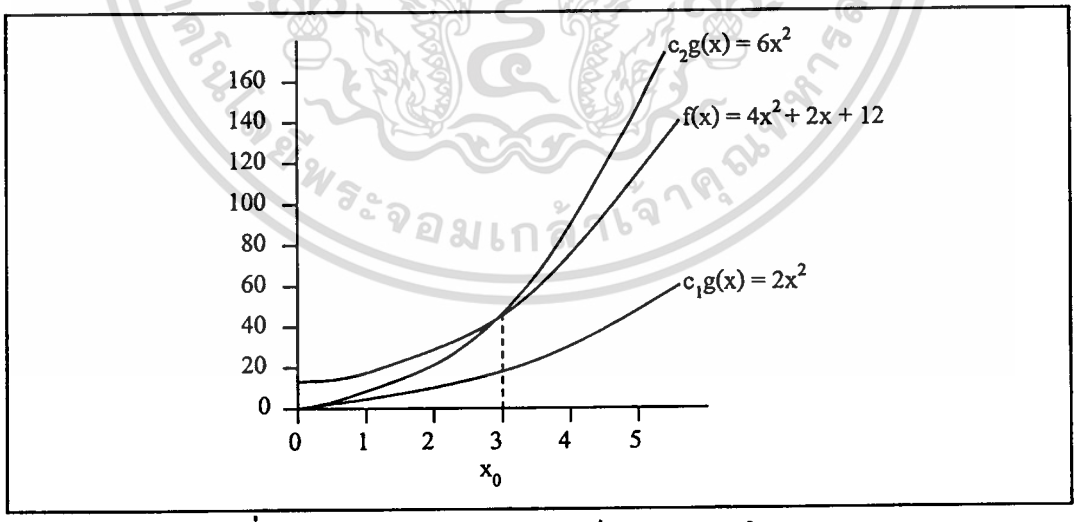
$f(x) = \Omega(g(x))$ ก็ต่อเมื่อมีค่าคงที่บวกสองค่า c และ x_0 ที่ $0 \leq cg(x) \leq f(x)$ สำหรับทุกๆ $x \geq x_0$ เมื่อ f(x) และ g(x) เป็นฟังก์ชันของ x

ถ้า $f(x) = 4x^2 + 2x + 12$ เราอยากจะทราบว่า $f(x) = O(x^2)$ หรือไม่ สามารถหาคำตอบได้โดยหาค่าคงที่สองค่า คือ c และ x_0 ที่ทำให้นิยามของสัญลักษณ์โอตัวใหญ่เป็นจริง ในกรณีนี้เราสามารถที่จะให้คำนิยามเป็นจริงได้โดยให้ $c = 8$ และ $x_0 = 3$ เป็นต้น ซึ่งค่าของ c และ x_0 มีได้หลายชุดที่ทำให้คำนิยามเป็นจริง ในกรณีของสัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่จะคล้ายๆ กัน ถ้าหากเราอยากจะทราบว่า $f(x) = \Omega(x^2)$ หรือไม่ สามารถหาคำตอบได้โดยการหาค่าคงที่สองค่า c และ x_0 ที่ทำให้คำนิยามของสัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่เป็นจริง ในที่นี้คือ $c = 2$ และ $x_0 = 3$ เป็นต้น

สัญลักษณ์ทั้งสองนี้มีประโยชน์มากในการออกแบบและวิเคราะห์ขั้นตอนวิธี เพราะสัญลักษณ์โอตัวใหญ่จะเป็นตัวบ่งชี้ว่าขั้นตอนวิธีที่เราออกแบบมาจะใช้เวลามากที่สุดไม่เกินเท่าใด ในขณะที่สัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่จะเป็นตัวบ่งชี้ว่าขั้นตอนวิธีของเราจะใช้เวลาอย่างน้อยที่สุดเท่าใด บ่อยครั้งเรายังต้องการทราบขอบเขตที่แน่น (Tight Bound) ในกรณีนี้เราต้องใช้สัญลักษณ์เธตา (Theta Notation) ซึ่งมีคำนิยามดังนี้

2.5.2.3 สัญลักษณ์เธตาตัวใหญ่ (Big-Θ Notation)

$f(x) = \Theta(g(x))$ ก็ต่อเมื่อมีค่าคงที่บวกสามค่า c_1, c_2 และ x_0 ที่ $0 \leq c_1 g(x) \leq f(x) \leq c_2 g(x)$ สำหรับทุกๆ $x \geq x_0$ เมื่อ f(x) และ g(x) เป็นฟังก์ชันของ x



รูปที่ 2.11 การเจริญเติบโตของฟังก์ชัน $f(x) = 4x^2 + 2x + 12$

จากคำนิยามข้างต้น จะเห็นได้ว่าสัญลักษณ์เธตาตัวใหญ่คือ การนำเอาคำนิยามของทั้งสัญลักษณ์โอตัวใหญ่มารวมกันกับสัญลักษณ์โอเมกาตัวใหญ่นั่นเอง ซึ่งถ้าหากทั้งสองสัญลักษณ์นี้มีค่าของ g(x) เท่ากัน เราก็จะได้ขอบเขตที่แน่นของเวลาที่ขั้นตอนวิธีนั้นใช้ แสดงดังรูปที่ 2.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2.4 ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีแบบขนาน

ในการหาความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีแบบขนาน เราต้องคำนึงถึงเวลาที่ใช้ไปในการสื่อสารและเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของกระบวนการในระบบ ในหัวข้อนี้จะยกตัวอย่างการหาความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีแบบง่ายๆ ดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u> ต้องการที่จะหาผลรวมของตัวเลข n ตัว โดยใช้กลุ่มของสถานีงานที่มีสมาชิกอยู่สองหน่วยประมวลผล โดยที่ตัวเลขทั้งหมดอยู่ในคอมพิวเตอร์เครื่องที่หนึ่ง ในตอนเริ่มต้นเราจะต้องให้คอมพิวเตอร์แต่ละเครื่องทำการบวกตัวเลขจำนวน n/2 ตัว ซึ่งสามารถใช้ขั้นตอนวิธีในการบวกง่ายๆ ดังนี้

1) คอมพิวเตอร์เครื่องที่หนึ่งส่งตัวเลขจำนวน n/2 ตัวไปยังคอมพิวเตอร์เครื่องที่สอง
2) คอมพิวเตอร์ทั้งสองเครื่องทำการบวกตัวเลขจำนวน n/2 ตัวพร้อมๆ กัน
3) คอมพิวเตอร์ที่สองเครื่องส่งผลลัพธ์ที่ได้กลับไปให้คอมพิวเตอร์เครื่องที่หนึ่ง
4) คอมพิวเตอร์เครื่องที่หนึ่งบวกผลลัพธ์ที่ได้กับผลลัพธ์ที่ตนคำนวณไว้ในขั้นตอนที่ 2

ในการวิเคราะห์หาความซับซ้อนด้านเวลา จะแยกการวิเคราะห์ออกเป็นเวลาที่ใช้ในการสื่อสารและเวลาที่ใช้ในการประมวลผล ขั้นตอนที่ 2 และ 4 เป็นขั้นตอนที่ทำการประมวลผล ในขณะที่ขั้นตอนที่ 1 และ 3 เป็นขั้นตอนที่ทำการสื่อสาร เวลาที่ใช้ในการประมวลผลสำหรับขั้นตอนที่ 2 และ 4 สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ 2.5

$$t_{computation} = (\frac{n}{2} - 1) + 1$$
$$= O(n) \qquad (2.5)$$

และเวลาที่ใช้ในการสื่อสารสำหรับขั้นตอนที่ 1 และ 3 สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ 2.5

$$t_{communication} = (t_{startup} + \frac{n}{2} t_{data}) + (t_{startup} + t_{data})$$
$$= O(n) \qquad (2.6)$$

ดังนั้นความซับซ้อนด้านเวลาที่ใช้ทั้งหมดจะเป็น $O(n)$ ด้วยถ้าประมวลผลโดยใช้สองหน่วยประมวลผล ซึ่งจะเท่ากันกับในการประมวลผลแบบอนุกรมเนื่องจากการคำนวณดังกล่าวเป็นเวลาทางทฤษฎี (Theoretical Time) แต่ถ้าหากคำนึงถึงเวลาที่เป็นวินาทีแล้ว เราสามารถที่จะเพิ่มค่า n ให้มากจนกระทั่งขั้นตอนวิธีแบบขนานใช้เวลาน้อยกว่าขั้นตอนวิธีแบบอนุกรมได้ประมาณ n/2 แม้ว่าความซับซ้อนด้านเวลาจะเท่ากันทางทฤษฎีก็ตาม แต่ถ้าใช้ p หน่วยประมวลผล ความซับซ้อนด้านเวลาจะเป็น $O(n/p)$

เอกสารนี้จัดทำขึ้นไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

บทที่ 3

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยที่เสนอขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่าย 2 ระบบ คือ แบบตาข่ายบัส และแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล โดยผู้วิจัยจะศึกษาขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน บนระบบเครือข่ายแบบตาข่าย กรณีที่มีข้อมูล 2n ตัว บนระบบซึ่งมีจำนวนหน่วยประมวลผลเท่ากับ n x n โดยงานวิจัยนี้จะเริ่มด้วยการปรับปรุงขั้นตอนวิธีการผสานข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วรายการละ n ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติขนาด n x n ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O(1) ที่มีผู้เสนอไว้แล้ว โดยเพิ่มเติมในส่วนของการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ แบบขนานก่อนที่จะเข้าสู่ขั้นตอนการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O(1) และการนำข้อมูลที่ทราบลำดับหลังจากเสร็จสิ้นขั้นตอนการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานแล้วออกมาใช้งาน ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเท่ากับ O(1) ทำให้มีความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดเท่ากับ O(log n) และที่สำคัญที่สุดคือเสนอการปรับปรุงขั้นตอนวิธีดังกล่าวเพื่อใช้ในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล เนื่องจากระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความยืดหยุ่นสูงและใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อของแต่ละหน่วยประมวลผลต่ำกว่าระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส ซึ่งผู้วิจัยแบ่งขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานดังกล่าวบน 2 ระบบดังนี้

1) การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (Merge Sorting on Bus Mesh–Connected Computer)
2) การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล (Merge Sorting on Reconfigurable Mesh–Connected Computer)

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานสำหรับข้อมูลใดๆ ด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายทั้งสองแบบดังกล่าว เป็นวิธีที่เน้นเรื่องการแพร่สัญญาณข้อมูลในทุกแถวพร้อมกัน หรือทุกหลักพร้อมกัน โดยใช้เวลาเท่ากับค่าคงที่ ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งเป็นขั้นตอนวิธีย่อยๆ ตามลำดับดังนี้ สำหรับ $1 \le i, j \le n$

<u>ขั้นตอนที่ 1:</u> การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n หรือแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n

เริ่มต้นโดยการแบ่งข้อมูลขนาด 2n ออกเป็น 2 รายการ คือ A[i], B[j] เก็บไว้ในหลักที่ 1 และแถวที่ 1 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

74430

1.1 โหนด PE(i, 1) , $1 \leq i \leq n$ แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสทุกแถวที่ i จากนั้นโหนด PE(1, j) แพร่ค่า B[j] ไปบนบัสทุกหลักที่ j เพื่อให้โหนดในแนวทแยงมุม PE(i, i) เก็บค่า A[i] และ B[i] ไว้ใน temp_1 และ temp_2

1.2 โหนด PE(i, i), $1 \leq i \leq n$ คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j] ว่ามีค่า 1 (น้อย) หรือ 2 (มาก)

<u>ขั้นตอนที่ 2:</u> การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว บนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m เมื่อ m = 2, 4, 8, ..., 2^i, ..., หรือ n

2.1 เตรียมข้อมูลสำหรับการผสานบนระบบย่อย 2 ระบบขนาด m/2 x m/2 ให้เป็นระบบย่อยขนาด m x m โดยการนำข้อมูลที่อยู่ในแนวทแยงมุมมาไว้ที่หลักที่ 1 และแถวที่ 1 ของระบบย่อยขนาด m x m ก่อนการเรียงลำดับด้วยวิธีผสาน (โดยในรอบแรก m = 2 จะเป็นการผสานระบบย่อยขนาด 1 x 1 เป็น 2 x 2 และในรอบที่ 2, 3, 4, ..., i, ..., log n จะได้ m = 4, 8, 16, ..., 2^i, ..., n ตามลำดับ)

2.2 เรียงลำดับด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (กล่าวแล้วในบทที่ 2) หรือแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

<u>ขั้นตอนที่ 3:</u> การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมสำหรับใช้งานต่อไป

3.1 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i และจากนั้นทุกโหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข

ถ้าลำดับของ A[i] = 2j – 1 แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของหลักที่ j แล้วเก็บค่าดังกล่าวไว้ใน temp_1 ของโหนด PE(j, j)

ถ้าลำดับของ A[i] = 2j แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของหลักที่ j แล้วเก็บค่าดังกล่าวไว้ใน temp_2 ของโหนด PE(j, j)

3.2 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสหลักที่ j และจากนั้นทุกโหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข

ถ้าลำดับของ B[j] = 2i – 1 แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของแถวที่ i แล้วเก็บค่าดังกล่าวไว้ใน temp_1 ของโหนด PE(j, j)

ถ้าลำดับของ B[i] = 2i แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของแถวที่ i แล้วเก็บค่าดังกล่าวไว้ใน temp_2 ของโหนด PE(j, j)

ตัวอย่างเช่น โหนด PE(1, 1) เก็บค่าลำดับที่ 1 และ2, โหนด PE(2, 2) เก็บค่าลำดับที่ 3 และ4, ..., โหนด PE(i, i) เก็บค่าลำดับที่ 2i – 1 และ2i, ..., โหนด PE(m, m) เก็บค่าลำดับที่ 2m – 1 และ2m เมื่อ $1 \leq m \leq n$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 4: ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ 3 เป็นจำนวน log n รอบ

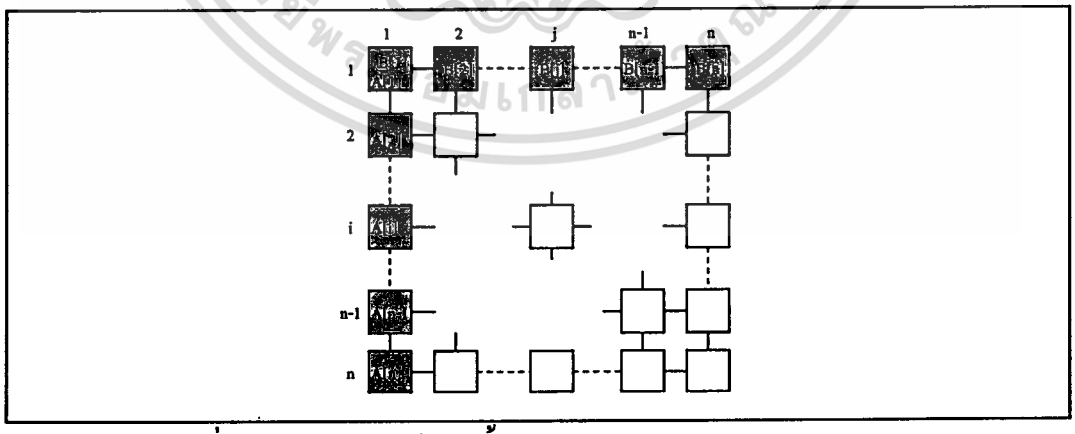
โดยในรอบสุดท้าย โหนด PE(1, 1) เก็บค่าลำดับที่ 1 และ2, โหนด PE(2, 2) เก็บค่าลำดับที่ 3 และ4, ..., โหนด PE(i, i) เก็บค่าลำดับที่ 2i–1 และ2i, ..., โหนด PE(n, n) เก็บค่าลำดับที่ 2n–1 และ 2n ตามลำดับ

3.1 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (Merge Sorting on Bus Mesh–Connected Computer)

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส เป็นวิธีที่เน้นเรื่องการแพร่สัญญาณข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลบนระบบเครือข่ายแบบตาข่าย เพื่อให้การแพร่สัญญาณข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลใช้เวลาสั้นที่สุด ในการปรับปรุงการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส ให้สามารถครอบคลุมถึงการเรียงลำดับข้อมูลที่ไม่ได้เรียงกัน และการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วออกมาใช้งาน ผู้วิจัยได้นำเสนอเป็นขั้นตอนวิธีย่อยๆ ตามลำดับดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส
ขั้นตอนที่ 2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว
ขั้นตอนที่ 3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม
ขั้นตอนที่ 4 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ 3 เป็นจำนวน log n รอบ

3.1.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส



รูปที่ 3.1 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

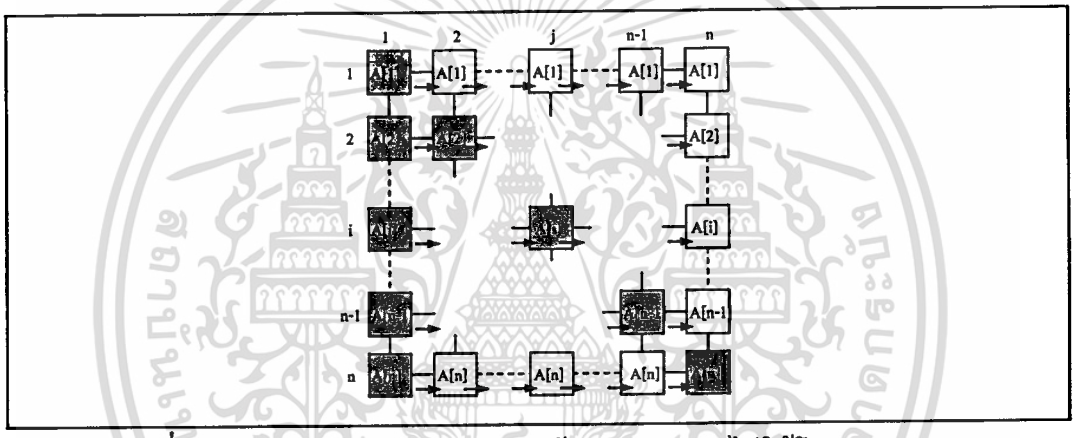
การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ ในขั้นตอนที่ 1 เป็นการจัดเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n ตัวซึ่งยังไม่ได้ถูกเรียงลำดับ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด n x n (PE(1, 1), PE(1, 2), ...,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

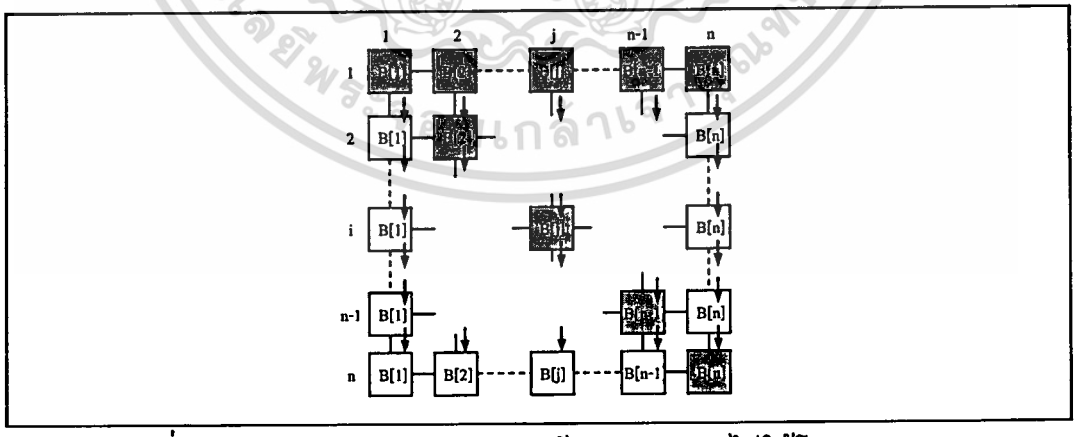
PE(i, j), ..., PE(n, n)) โดยแบ่งข้อมูลเริ่มต้นออกเป็น 2 รายการ รายการละ n ตัว A[1..n] และB[1..n] ดังแสดงในรูปที่ 3.1

กำหนดค่าเริ่มต้นให้โหนด PE(i, i) ในแนวทแยงมุมมีค่า temp_1 = NULL และ temp_2 = NULL จากนั้นทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1.1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i ดังนั้นทุกๆ โหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1 ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และสำหรับทุก j, ที่ $1 \leq j \leq n$, โหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j ดังนั้นทุกๆ โหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] จากนั้นเฉพาะโหนด PE(j, j) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2 ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)



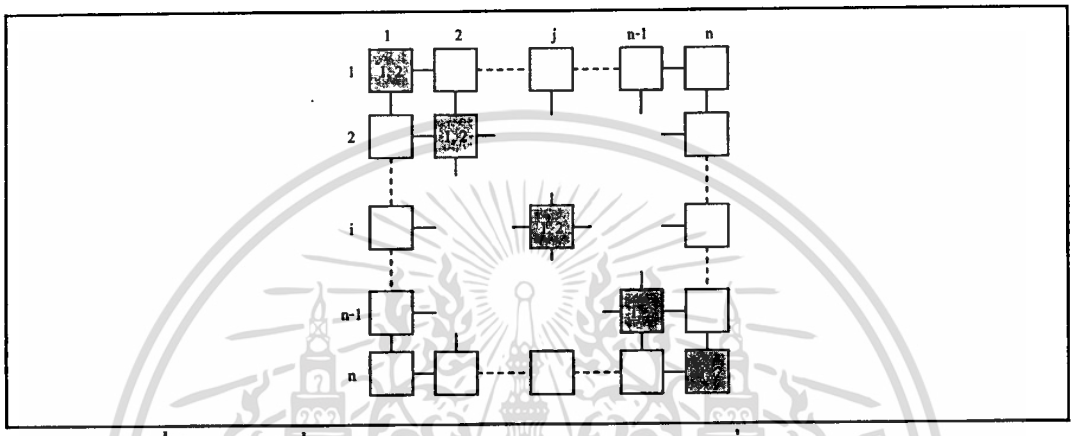
รูปที่ 3.3 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 1.1 แล้ว จะได้ข้อมูลอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่ โหนด PE(1, 1) ถึง โหนด PE(n, n) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของ A[i] และ B[i]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 1.2 สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, i) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า A[i] > B[i] แล้ว, ให้ลำดับของ A[i] = 2 และลำดับของ B[i] = 1 และให้สลับค่าระหว่าง temp_1 และ temp_2, มิฉะนั้น, ให้ลำดับของ A[i] = 1 และลำดับของ B[i] = 2

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอนแล้ว จะได้ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม ดังแสดงในรูปที่ 3.4



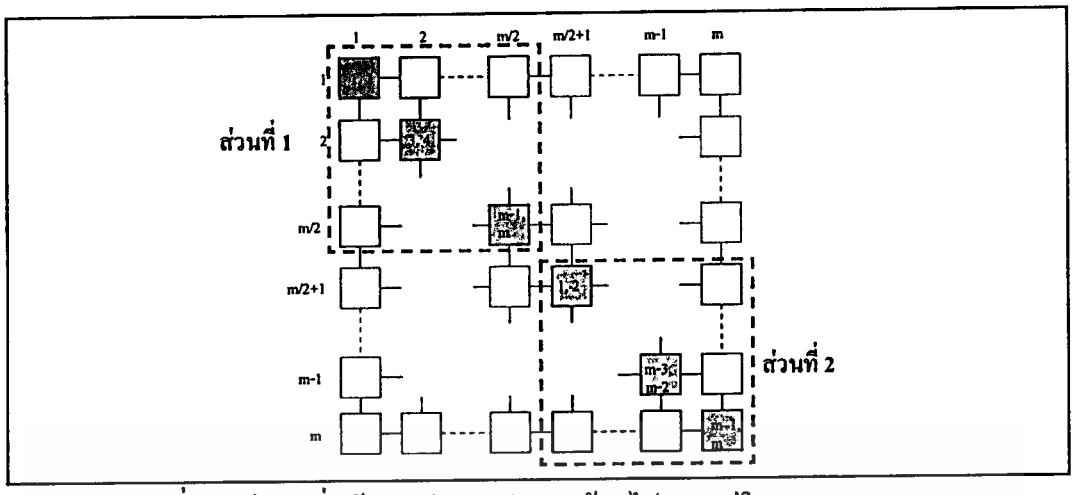
รูปที่ 3.4 ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม

3.1.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว

ก่อนที่จะเริ่มผสานการเรียงข้อมูลซึ่งในรอบแรกจะเริ่มจากระบบย่อยที่เล็กที่สุดก่อน ขนาด 1 x 1 เพื่อผสานเป็นขนาด 2 x 2 จะต้องเตรียมข้อมูลก่อนดังแสดงในหัวข้อ 2.1 ของขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2.1 การเตรียมข้อมูลสำหรับการผสานสำหรับผสานระบบย่อย 2 ระบบ ขนาด 1 x 1 เป็น 2 x 2, 2 x 2 เป็น 4 x 4, 4 x 4 เป็น 8 x 8, ..., m/2 x m/2 เป็น m x m, ..., n/2 x n/2 เป็น n x n และในหัวข้อนี้จะแสดงกรณีทั่วไป คือ เป็นการจัดเรียงข้อมูล 2 รายการ รายการละ m ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด m x m โดยข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม รายการแรกตั้งแต่ โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m/2, m/2) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i โดยผลลัพธ์ที่ต้องการคือข้อมูลที่เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1)) และรายการที่ 2 เริ่มตั้งแต่ โหนด PE(m/2 + 1, m/2 + 1) ถึงโหนด PE(m, m) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 – m และ 2i – m โดยผลลัพธ์ที่ต้องการคือข้อมูลที่เรียงกันอยู่ในแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m)) เพื่อเป็นการเตรียมข้อมูลสำหรับใช้ในการผสานในขั้นต่อไป (ขั้นตอนที่ 2.2) ในส่วนนี้จะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อยตามส่วน ดังแสดงในรูปที่ 3.5 โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

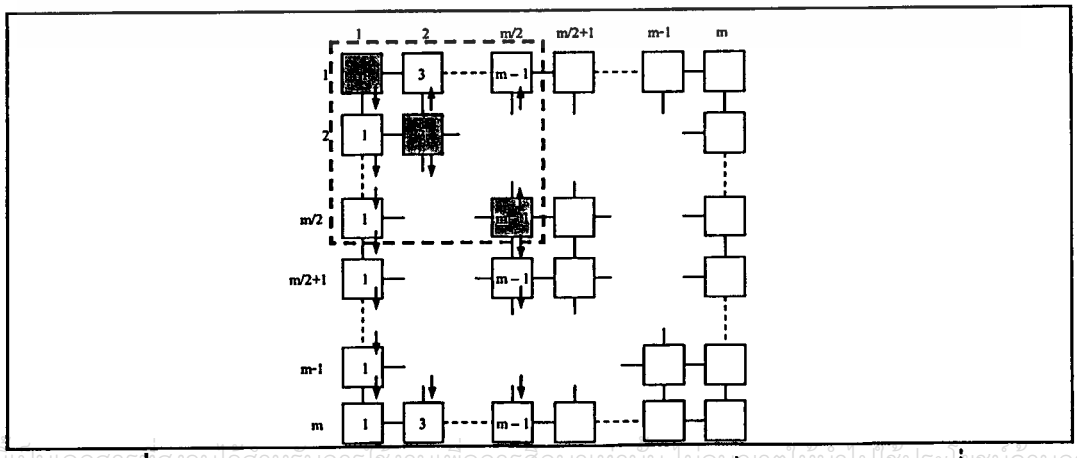


รูปที่ 3.5 ข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม 2 รายการ

<u>ขั้นตอนที่ 2.1.1</u> เป็นการย้ายข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากที่อยู่ในแนวทแยงมุมตั้งแต่ โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m/2, m/2) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i ไปไว้ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1)) ซึ่งข้อมูลจะถูกเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

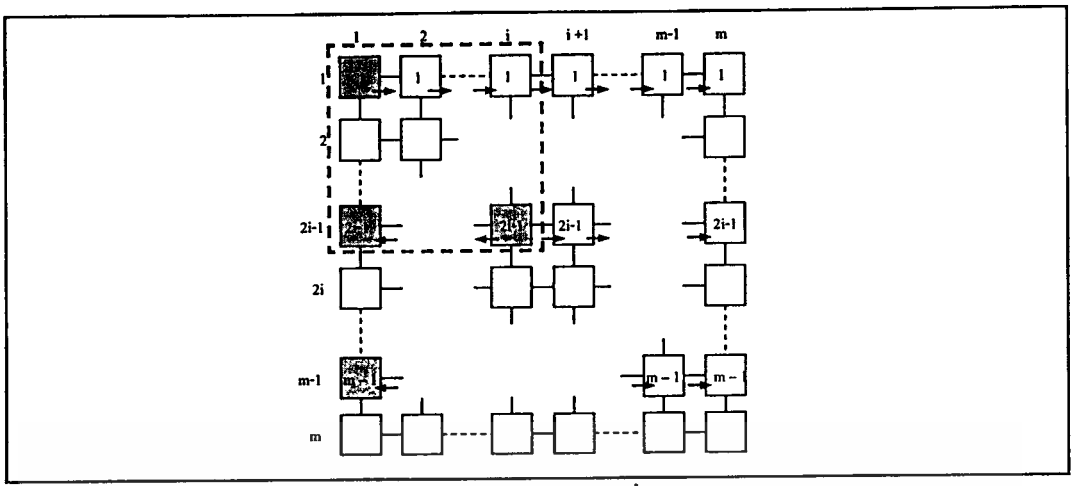
1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le m/2$, โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.6 จากนั้นโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนบัสของแถวที่ 2i – 1 และเฉพาะโหนด PE(2i – 1, 1) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.7

2 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le m/2$, โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.8 จากนั้นโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนบัสของแถวที่ 2i และเฉพาะโหนด PE(2i, 1) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.9

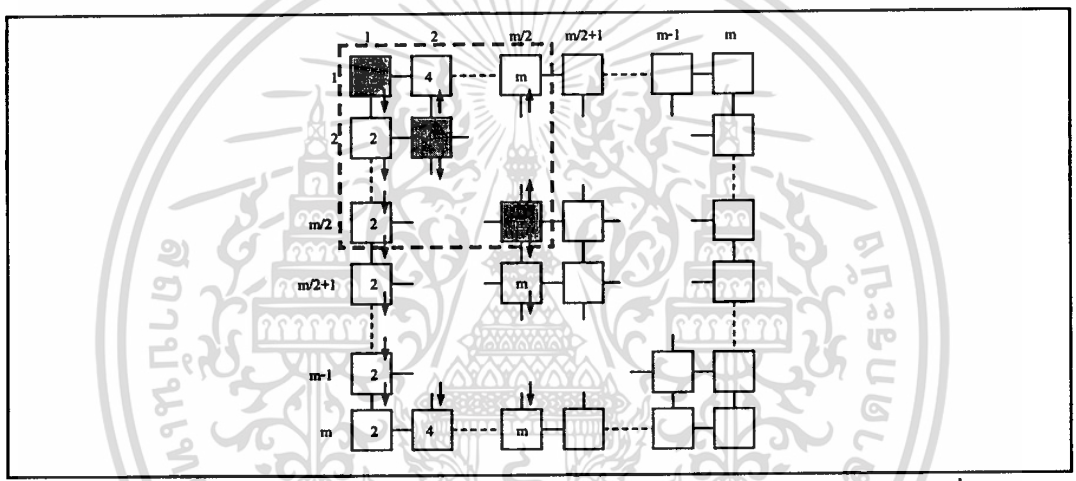


รูปที่ 3.6 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i

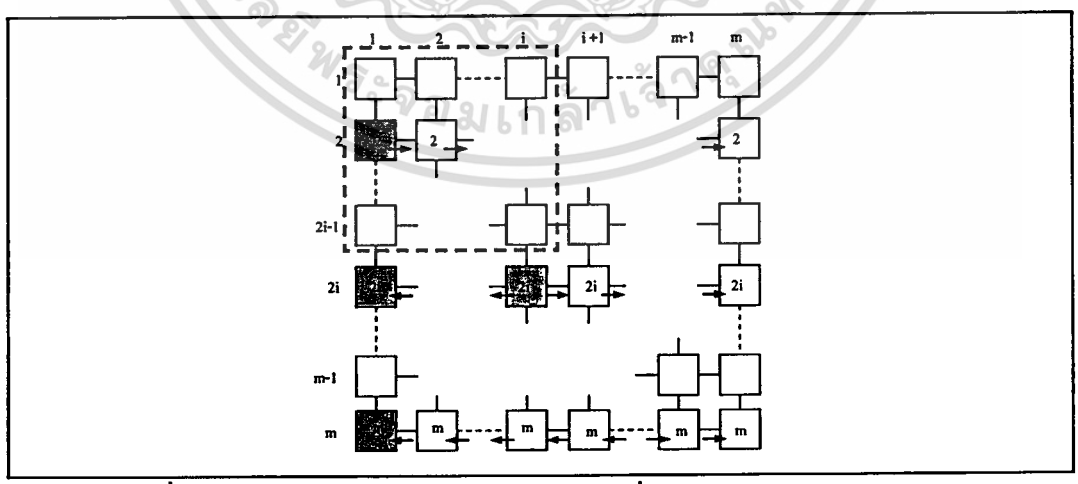
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 โหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)



รูปที่ 3.8 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i



รูปที่ 3.9 โหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

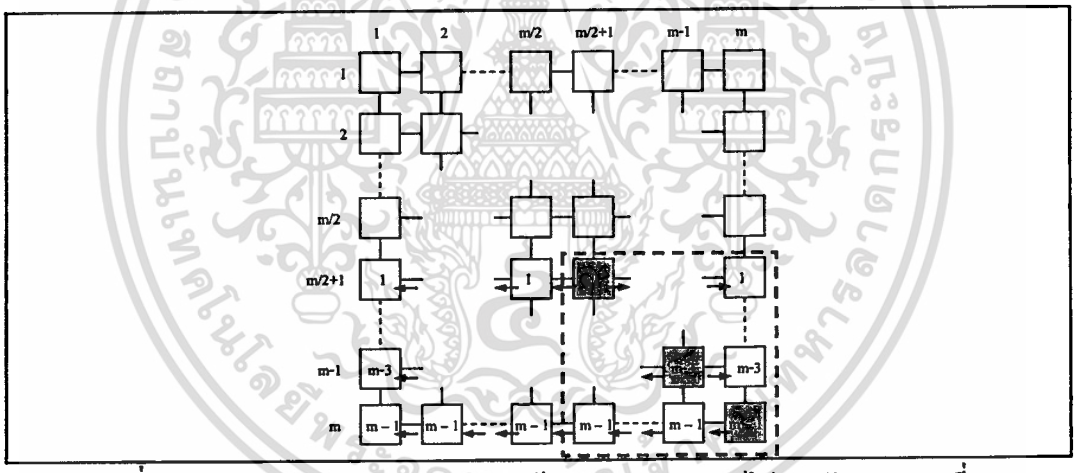
หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 2.1.1 แล้ว จะได้ข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

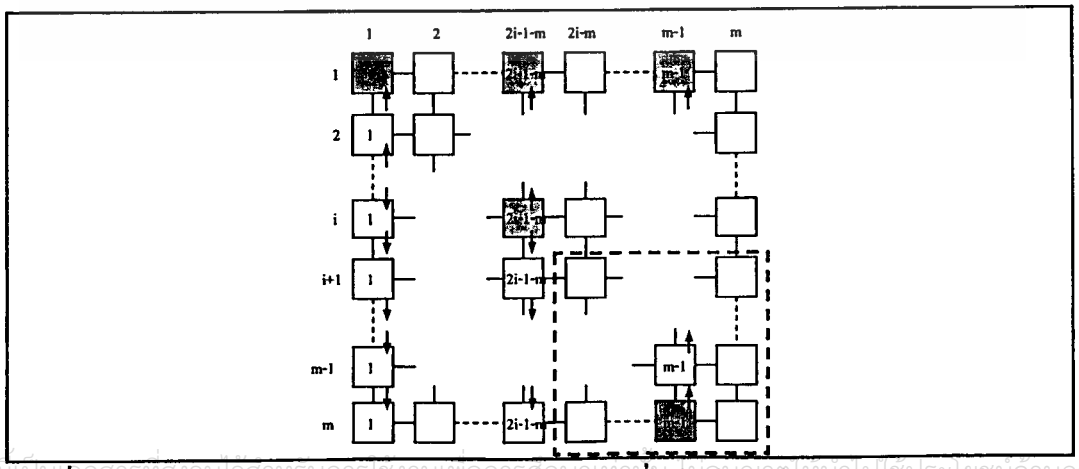
<u>ขั้นตอนที่ 2.1.2</u> เป็นการย้ายข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่โหนด PE(m/2 + 1, m/2 + 1) ถึงโหนด PE(m, m) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 – m และ 2i – m ไปไว้ที่แถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m)) ซึ่งข้อมูลจะถูกเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1 สำหรับทุก i, ที่ m/2 + 1 ≤ i ≤ m, ให้โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.10 จากนั้นโหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนบัสของหลักที่ 2i – 1 – m และเฉพาะโหนด PE(1, 2i – 1 – m), ให้เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.11

2 สำหรับทุก i, ที่ m/2 + 1 ≤ i ≤ m, ให้โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.12 จากนั้นโหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนบัสของหลักที่ 2i – m และเฉพาะโหนด PE(1, 2i – m), ให้เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.13

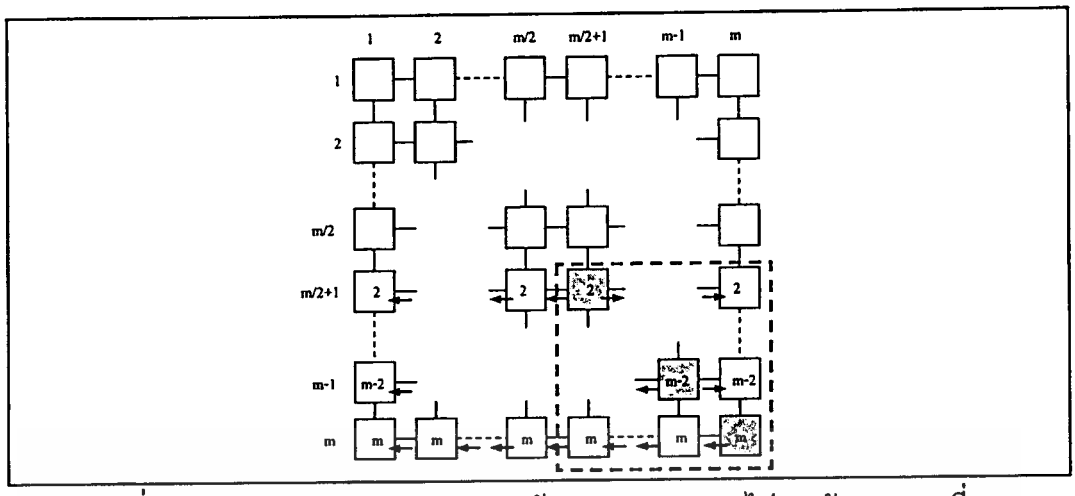


รูปที่ 3.10 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i

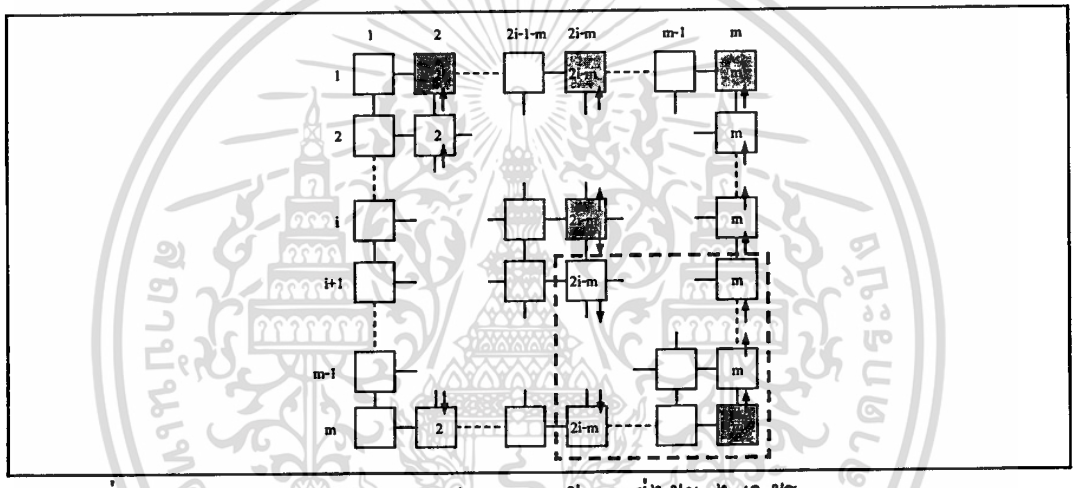


รูปที่ 3.11 โหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 1 – m)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

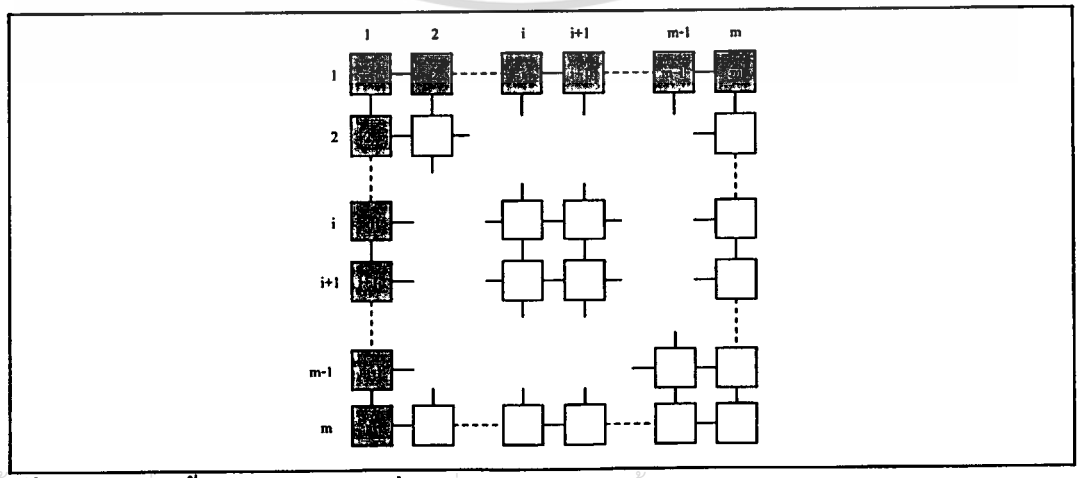


รูปที่ 3.12 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i



รูปที่ 3.13 โหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – m)

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 2.1.2 แล้ว จะได้ข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ที่แถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m))



รูปที่ 3.14 ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ ที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

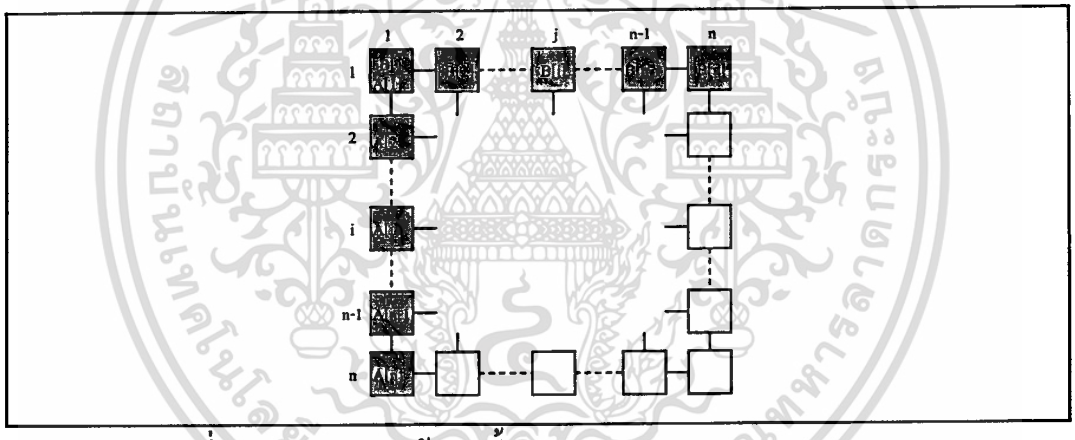
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นหลังจากเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้งหมดแล้วจะได้ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ รายการละ m ตัว ที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมาก อยู่บนแถวแรกและหลักแรก ดังแสดงในรูปที่ 3.14

<u>ขั้นตอนที่ 2.2</u> เรียงลำดับด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (กล่าวแล้วในบทที่ 2)

3.1.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมเพื่อพร้อมที่จะนำออกมาใช้งานหลังจากขั้นตอนการผสาน เป็นการหาที่อยู่ปลายทางของข้อมูลแต่ละตัวที่ทราบลำดับแล้วซึ่งก่อนหน้านี้เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n)) บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด n x n เพื่อนำไปใช้งานต่อ โดยให้รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] ข้อมูลแต่ละตัวประกอบด้วยค่าของข้อมูล และลำดับของข้อมูลนั้นๆ เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n)) ดังแสดงในรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

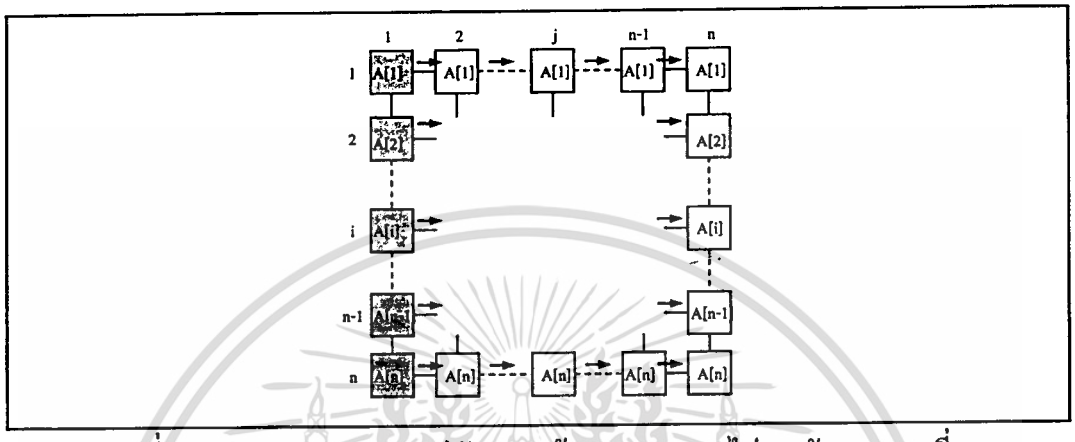
กำหนดค่าเริ่มต้นให้ โหนด PE(i, i) ในแนวทแยงมุมมีค่า temp_1 = NULL และ temp_2 = NULL จากนั้นทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

<u>ขั้นตอนที่ 3.1</u> สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i ดังนั้นทุกๆ โหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] ดังแสดงในรูปที่ 3.16

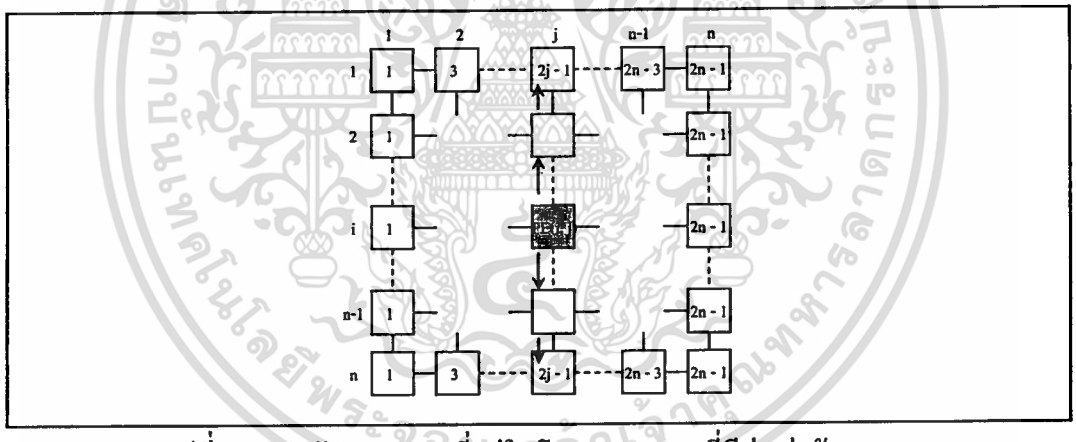
<u>ขั้นตอนที่ 3.1.1</u> สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ A[i] มีค่าเท่ากับ $2j - 1$ (หรือ 1, 3, 5, ..., $2n - 1$) และค่า temp_1 ของโหนด PE(j, j) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของหลักที่ j ดังแสดงในรูปที่ 3.17 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(j, j) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

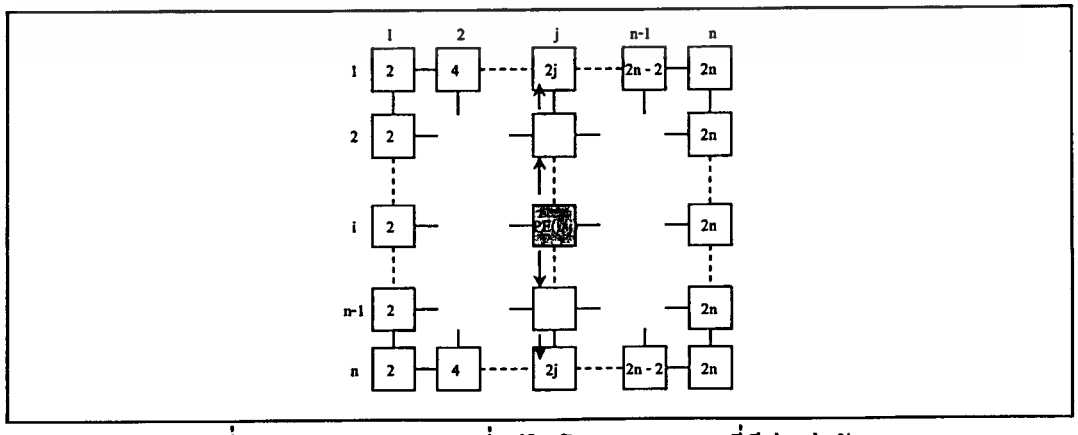
ขั้นตอนที่ 3.1.2 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ A[i] มีค่าเท่ากับ 2j (หรือ 2, 4, 6, ..., 2n) และค่า temp_2 ของโหนด PE(j, j) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของหลักที่ j ดังแสดงในรูปที่ 3.18 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(j, j) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2



รูปที่ 3.16 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i



รูปที่ 3.17 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1



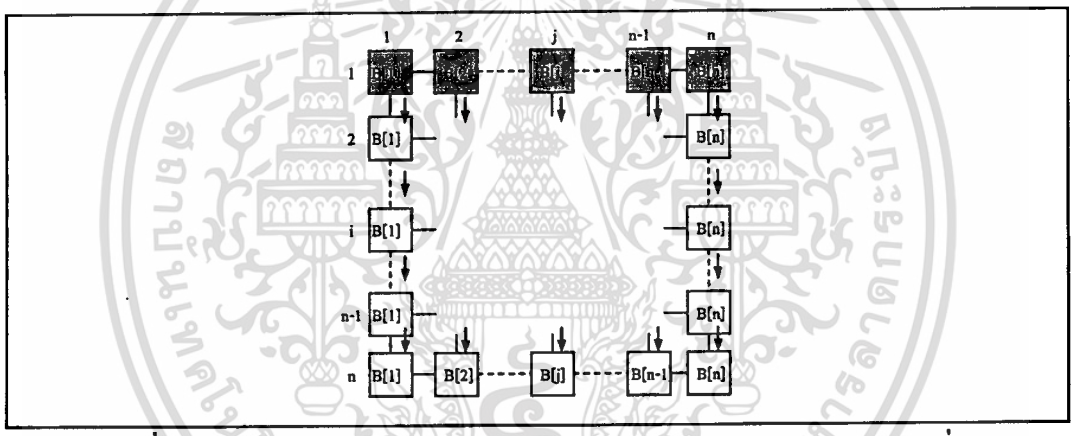
รูปที่ 3.18 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

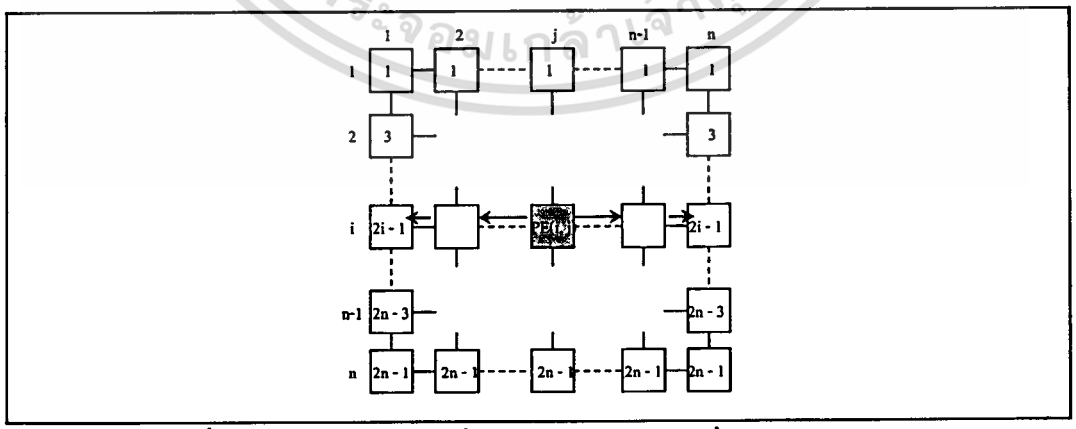
ขั้นตอนที่ 3.2 สำหรับทุก j, ที่ $1 \le j \le n$, โหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j ดังนั้นทุกๆ โหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] ดังแสดงในรูปที่ 3.19

ขั้นตอนที่ 3.2.1 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ B[j] มีค่าเท่ากับ 2i – 1 (หรือ 1, 3, 5, ..., 2n – 1) และค่า temp_1 ของโหนด PE(i, i) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.20 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1

ขั้นตอนที่ 3.2.2 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ B[j] มีค่าเท่ากับ 2i (หรือ 2, 4, 6, ..., 2n) และค่า temp_2 ของโหนด PE(i, i) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.21 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) ให้เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2

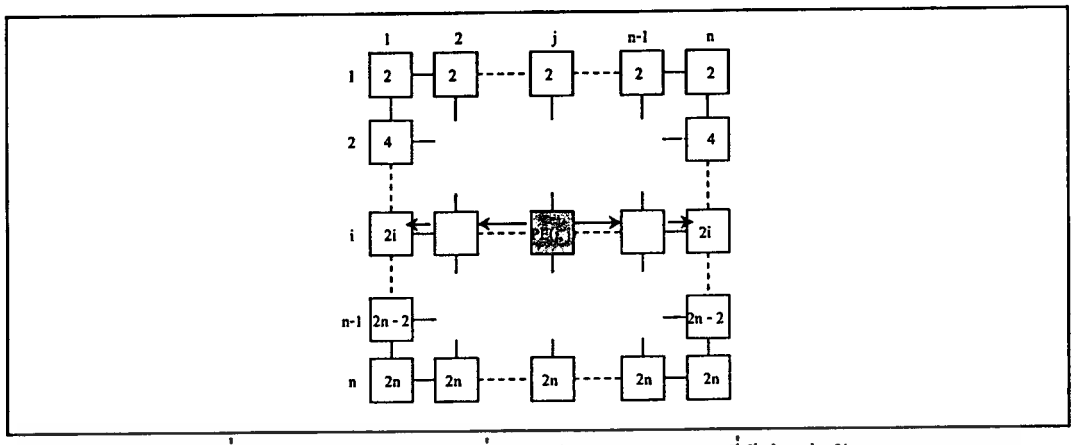


รูปที่ 3.19 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j



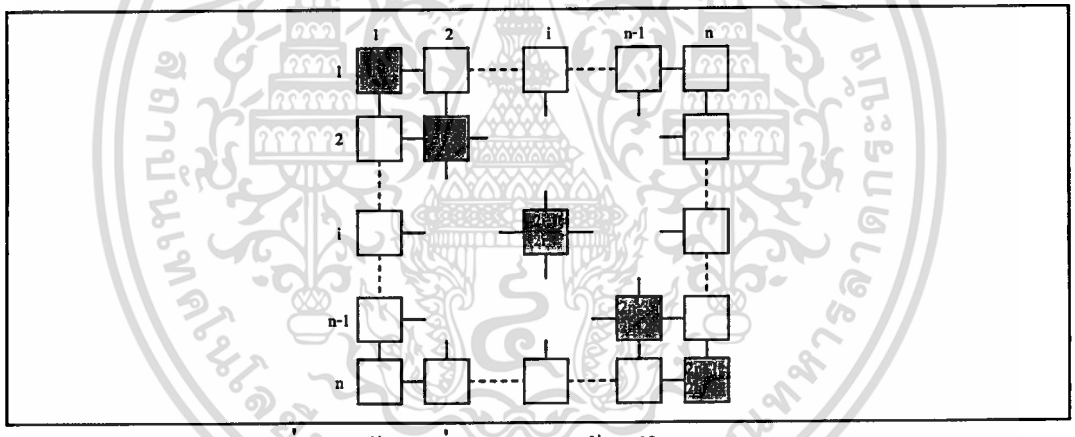
รูปที่ 3.20 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.21 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอนย่อยแล้ว จะได้ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุมตั้งแต่โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, n) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i ดังแสดงในรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

3.2 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล (Merge Sorting on Reconfigurable Mesh Connected Computer)

การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล เป็นวิธีที่เน้นเรื่องการลดต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลของระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส โดยการปรับปรุงขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสเพื่อนำไปใช้ในการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล ผู้วิจัยได้นำเสนอเป็นขั้นตอนวิธีย่อยๆ ตามลำดับดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

ขั้นตอนที่ 2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว

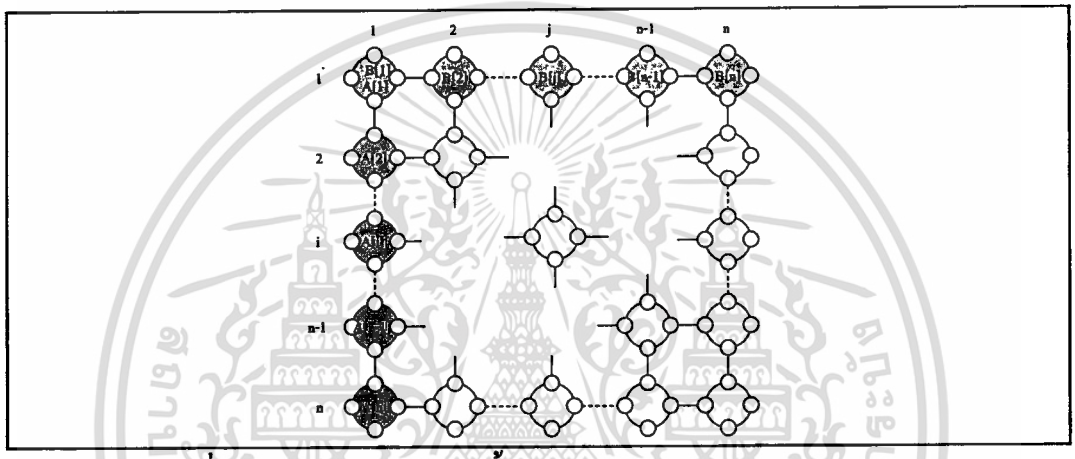
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

ขั้นตอนที่ 4 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ 3 เป็นจำนวน log n รอบ

3.2.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ ในขั้นตอนที่ 1 เป็นการจัดเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n ตัวซึ่งยังไม่ได้ถูกเรียงลำดับ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่มีขนาด n x n (PE(1, 1), PE(1,2), ..., PE(i, j), ..., PE(n, n)) โดยแบ่งข้อมูลเริ่มต้นออกเป็น 2 รายการ รายการละ n ตัว A[1..n] และ B[1..n] ดังแสดงในรูปที่ 3.23



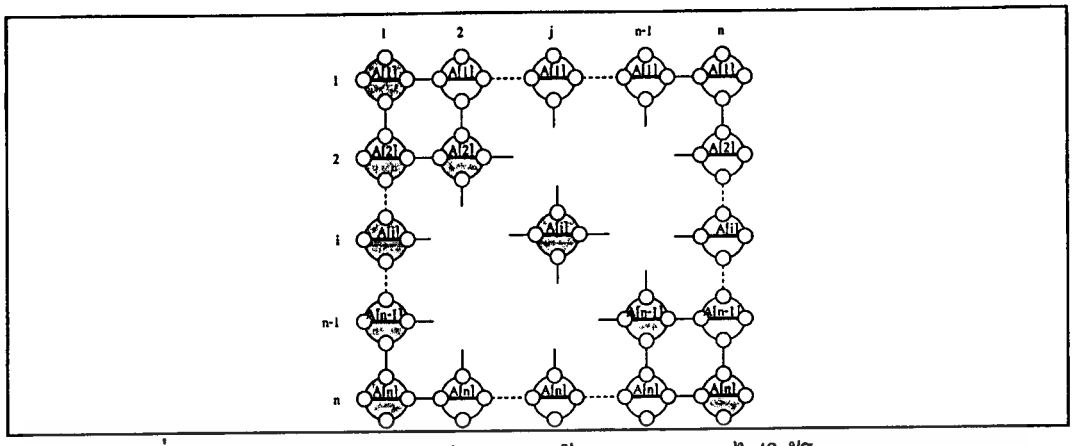
รูปที่ 3.23 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

กำหนดค่าเริ่มต้นให้โหนด PE(i, i) ในแนวทแยงมุมมีค่า temp_1 = NULL และ temp_2 = NULL และทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} จากนั้นทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

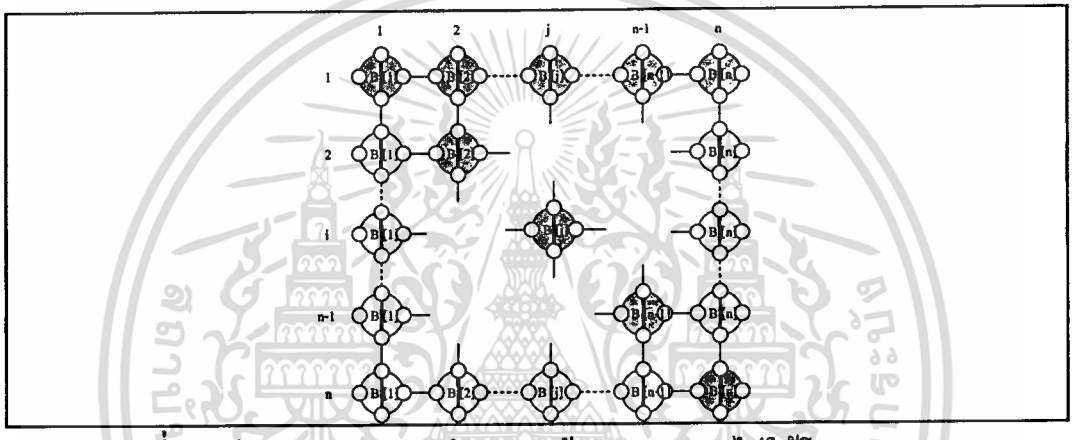
<u>ขั้นตอนที่ 1.1</u> สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i ดังนั้นทุกๆ โหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] ดังแสดงดังรูปที่ 3.24 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1 และสำหรับทุก j, ที่ $1 \leq j \leq n$, ทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วให้โหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j ดังนั้นทุกๆ โหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2 ดังแสดงในรูปที่ 3.25

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 1.1 แล้ว จะได้ข้อมูลอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่ โหนด PE(1, 1) ถึง โหนด PE(n, n) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของ A[i] และ B[i]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



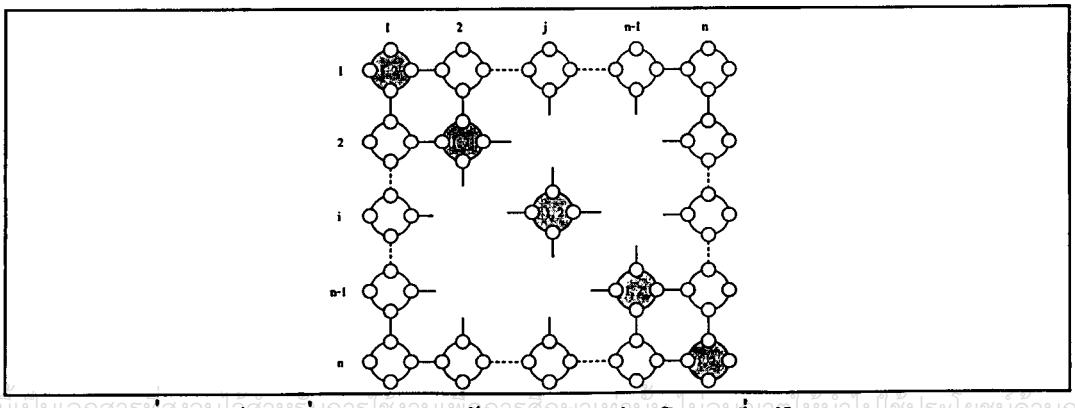
รูปที่ 3.24 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)



รูปที่ 3.25 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)

<u>ขั้นตอนที่ 1.2</u> สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, i) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า A[i] > B[i] แล้ว, ให้ลำดับของ A[i] = 2 และลำดับของ B[i] = 1 และให้สลับค่าระหว่าง temp_1 และ temp_2, มิฉะนั้น, ให้ลำดับของ A[i] = 1 และลำดับของ B[i] = 2

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอนแล้ว จะได้ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม ดังแสดงในรูปที่ 3.26



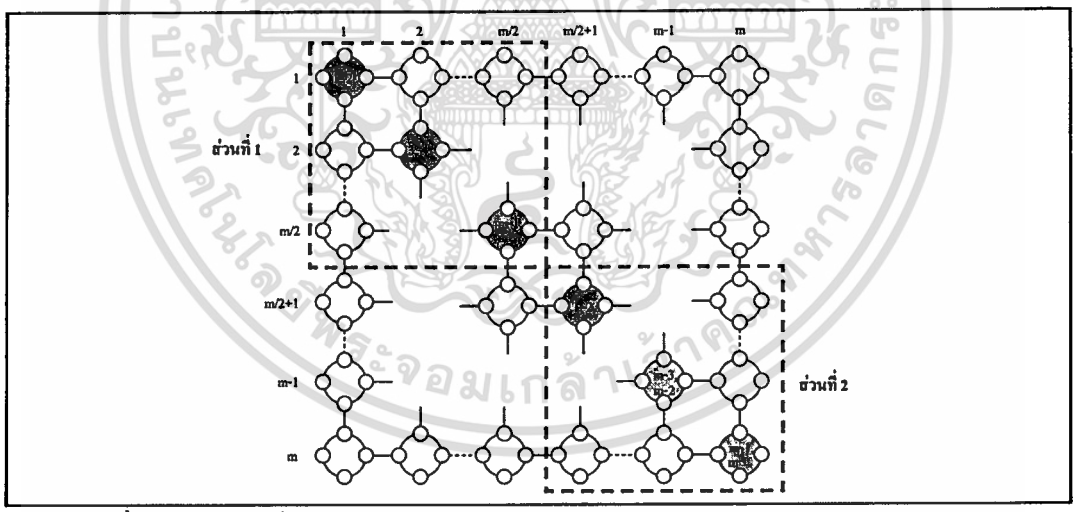
รูปที่ 3.26 ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้ว 2 ตัวบนแต่ละโหนดที่อยู่ในแนวทแยงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว

ก่อนที่จะเริ่มผสานการเรียงข้อมูลซึ่งในรอบแรกจะเริ่มจากระบบย่อยที่เล็กที่สุดก่อน ขนาด 1 x 1 เพื่อผสานเป็นขนาด 2 x 2 จะต้องเตรียมข้อมูลก่อนดังแสดงในหัวข้อ 2.1 ของขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2.1 การเตรียมข้อมูลสำหรับการผสานสำหรับผสานระบบย่อย 2 ระบบ ขนาด 1 x 1 เป็น 2 x 2, 2 x 2 เป็น 4 x 4, 4 x 4 เป็น 8 x 8, ..., m/2 x m/2 เป็น m x m, ..., n/2 x n/2 เป็น n x n และในหัวข้อนี้จะแสดงกรณีทั่วไป คือ เป็นการจัดเรียงข้อมูล 2 รายการ รายการละ m ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด m x m โดยข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม รายการแรกตั้งแต่โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m/2, m/2) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i โดยผลลัพธ์ที่ต้องการคือข้อมูลที่เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1)) สำหรับรายการที่ 2 เริ่มตั้งแต่ โหนด PE(m/2 + 1, m/2 + 1) ถึงโหนด PE(m, m) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 – m และ 2i – m โดยผลลัพธ์ที่ต้องการคือข้อมูลที่เรียงกันอยู่ในแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m)) เพื่อเป็นการเตรียมข้อมูลสำหรับใช้ในการผสานในขั้นต่อไป ในส่วนนี้จะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนย่อย ดังแสดงในรูปที่ 3.27 โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



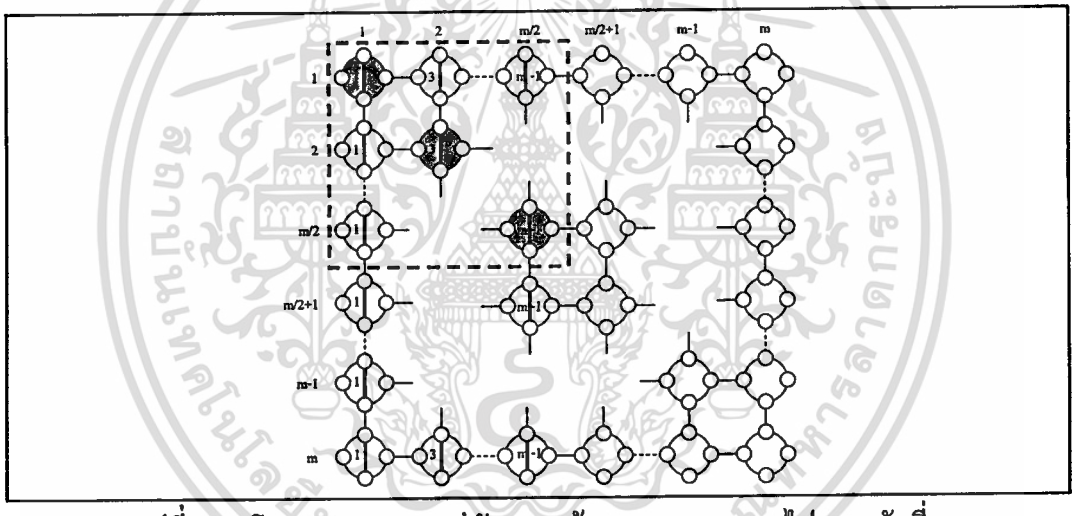
รูปที่ 3.27 ข้อมูลเริ่มต้นถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม 2 รายการ

ขั้นตอนที่ 2.1.1 เป็นการย้ายข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m/2, m/2) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i ไปไว้ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1)) ซึ่งข้อมูลจะถูกเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

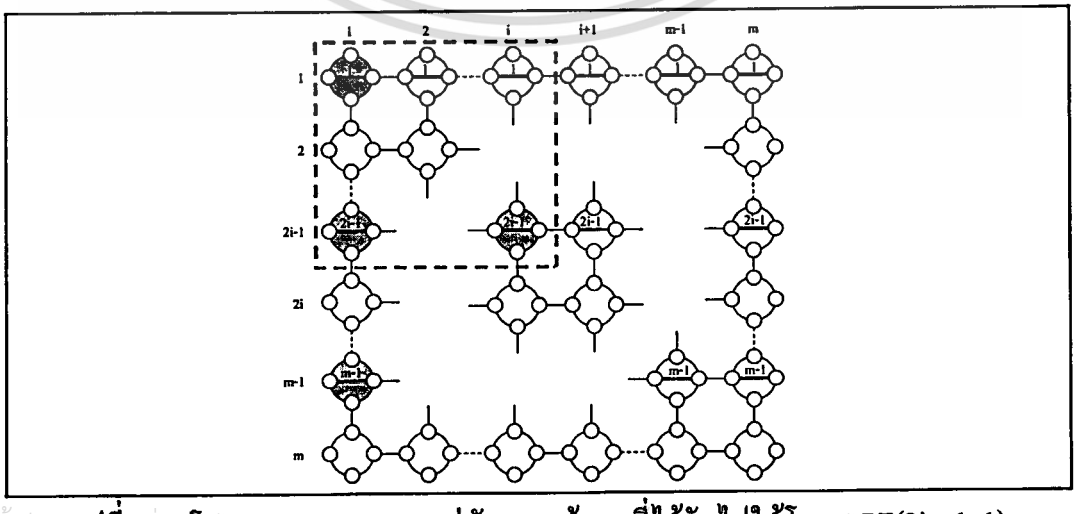
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le m/2$, ให้ทุกโหนดในหลักที่ i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_1 ไปบนหลักที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.28 จากนั้นให้ทุกโหนดในแถวที่ $2i - 1$ เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วโหนด PE($2i - 1$, i) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนแถวที่ $2i - 1$ และเฉพาะโหนด PE($2i - 1$, 1), เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.29

2 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le m/2$, ให้ทุกโหนดในหลักที่ i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_2 ไปบนหลักที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.30 จากนั้นให้ทุกโหนดในแถวที่ 2i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนแถวที่ 2i และเฉพาะโหนด PE(2i, 1), ให้เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.31

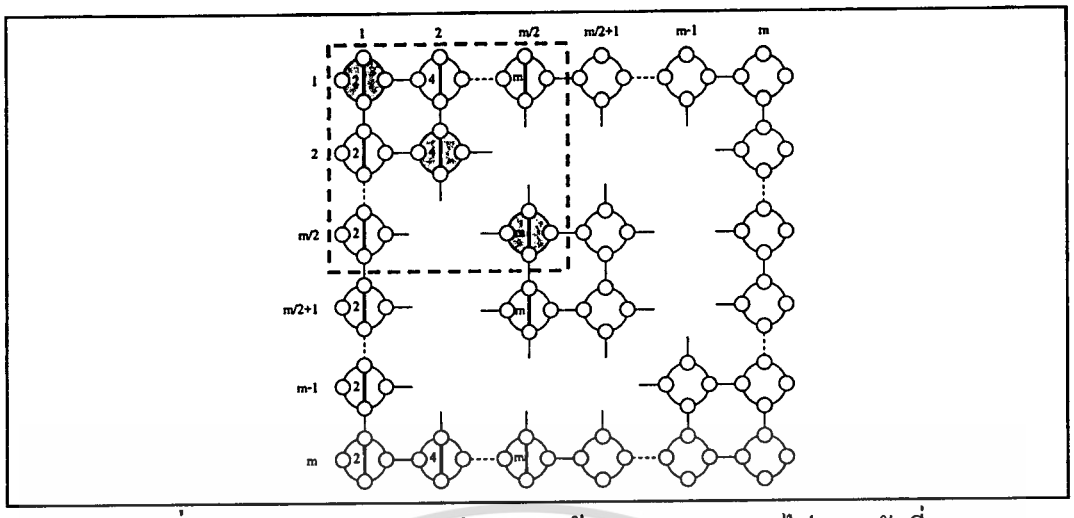


รูปที่ 3.28 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนหลักที่ i

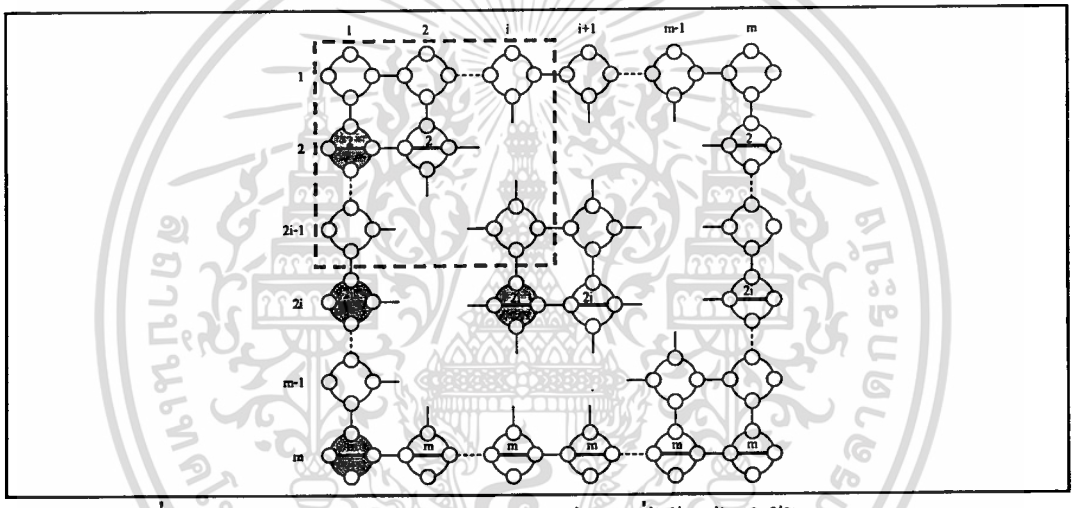


รูปที่ 3.29 โหนด PE($2i - 1$, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE($2i - 1$, 1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.30 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนหลักที่ i



รูปที่ 3.31 โหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 2.1.1 แล้ว จะได้ข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(m, 1))

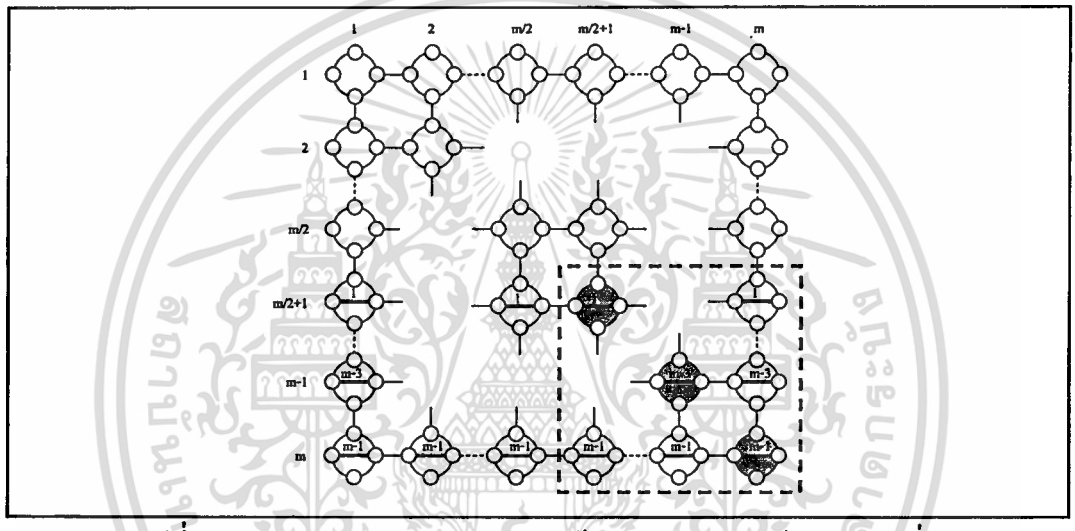
<u>ขั้นตอนที่ 2.1.2</u> เป็นการย้ายข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่โหนด PE(m/2 + 1, m/2 + 1) ถึงโหนด PE(m, m) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 – m และ 2i – m ไปไว้ที่แถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m)) ซึ่งข้อมูลจะถูกเรียงตามลำดับจากน้อยไปมาก โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1 สำหรับทุก i, ที่ m/2 + 1 ≤ i ≤ m, ให้ทุกโหนดในแถวที่ i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_1 ไปบนแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.32 จากนั้นให้ทุกโหนดในหลักที่ 2i – 1 – m เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่

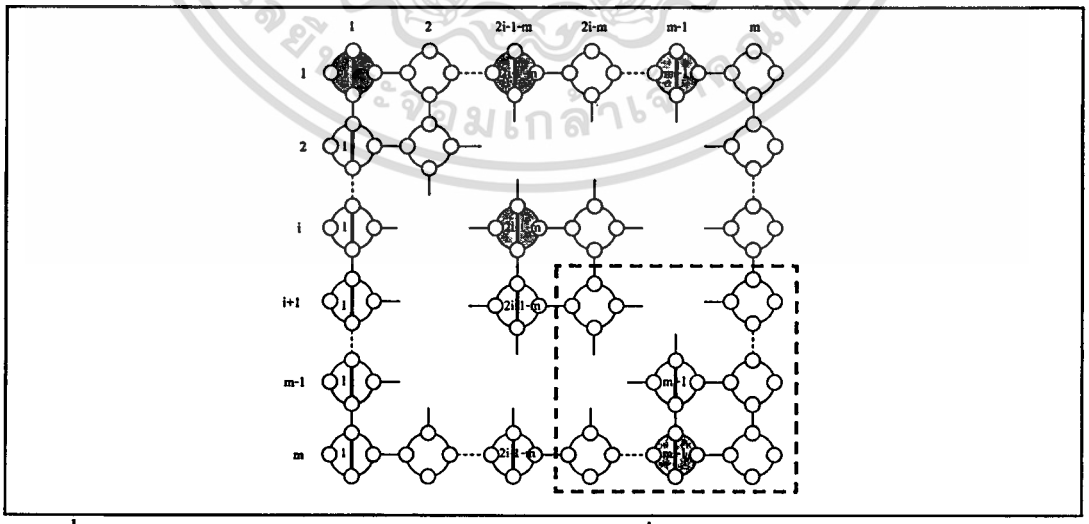
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ในเชิงพาณิชย์ ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้รับไปบนหลักที่ 2i – 1 – m และเฉพาะโหนด PE(1, 2i – 1 – m) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.33

2 สำหรับทุก i, ที่ m/2 + 1 ≤ i ≤ m, ให้ทุกโหนดในแถวที่ i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณค่าของ temp_2 ไปบนแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.34 จากนั้นให้ทุกโหนดในหลักที่ 2i – m เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณค่าของข้อมูลที่ได้รับไปบนหลักที่ 2i – m และเฉพาะโหนด PE(1, 2i – m) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp ดังแสดงในรูปที่ 3.35

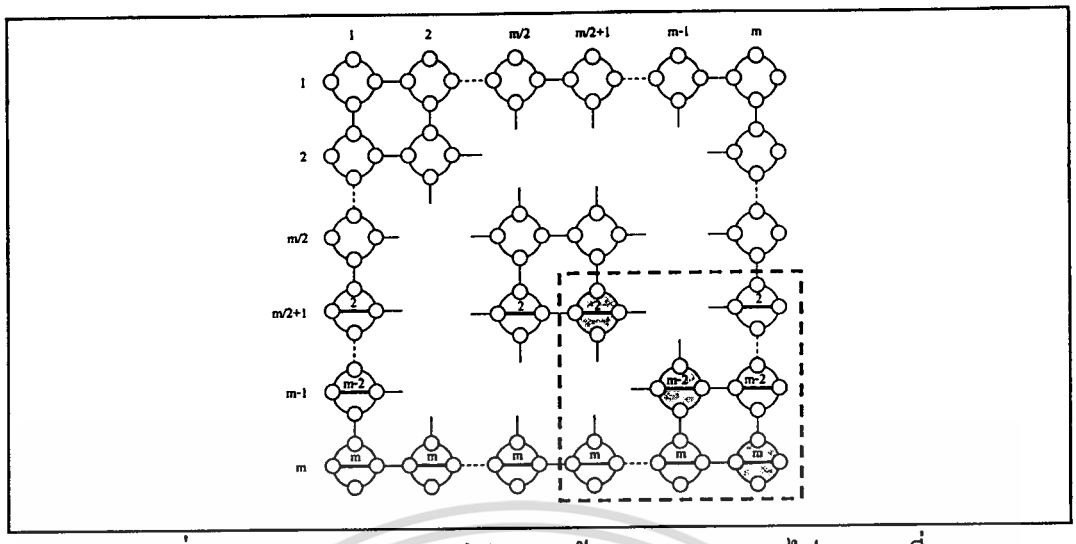


รูปที่ 3.32 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนแถวที่ i

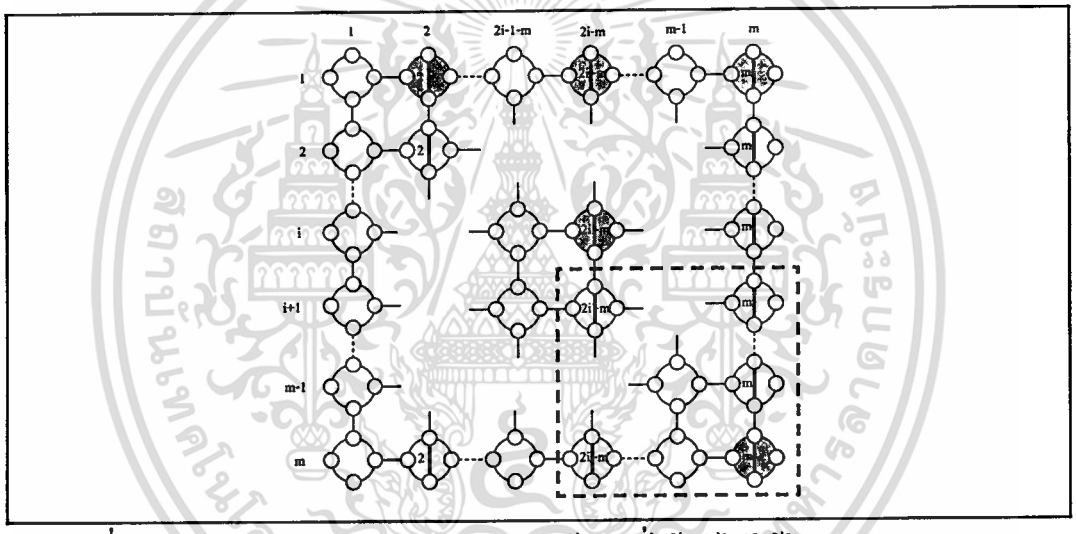


รูปที่ 3.33 โหนด PE(i, 2i – 1 – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 1 – m)

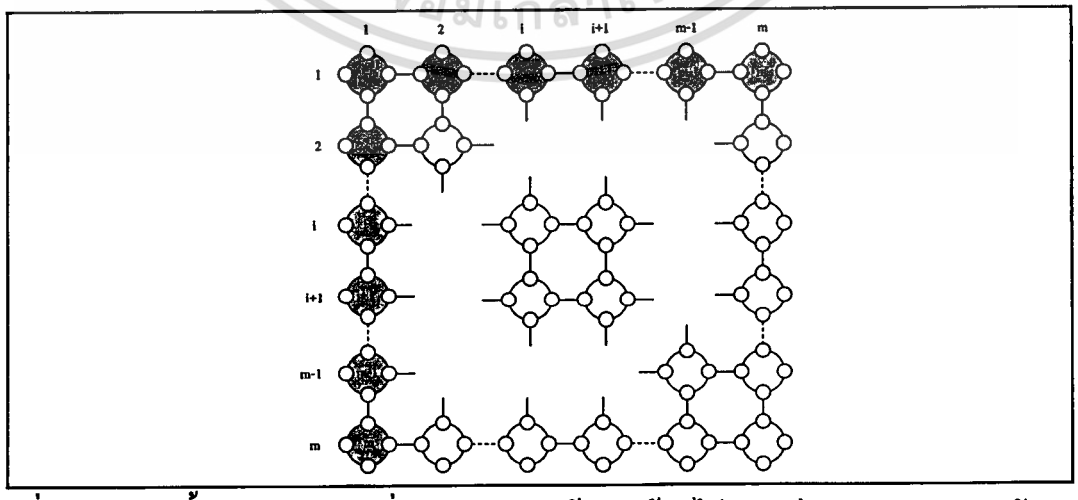
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.34 โหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนแถวที่ i



รูปที่ 3.35 โหนด PE(i, 2i – m) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – m)



รูปที่ 3.36 ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนที่ 2.1.2 แล้ว จะได้ข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ที่แถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, m))

ดังนั้นหลังจากเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้งหมดแล้วจะได้ข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ รายการละ m ตัว ที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมาก อยู่บนหลักแรกและแถวแรก ดังแสดงในรูปที่ 3.36

ขั้นตอนที่ 2.2 เรียงลำดับด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลนี้ เป็นการปรับปรุงขั้นตอนวิธีการผสานข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วรายการละ n ตัว บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส 2 มิติขนาด n x n ที่มีผู้เสนอไว้แล้ว เพื่อให้ขั้นตอนวิธีดังกล่าวสามารถนำไปใช้งานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 2 มิติขนาด n x n ได้ โดยการผสานข้อมูล 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล 2 มิติขนาด n x n โดยที่ข้อมูลรายการแรก A[1] ถึง A[n] จะถูกเก็บไว้ที่โหนด PE(1,1) ถึงโหนด PE(n,1) ตามลำดับ และข้อมูลรายการที่สอง B[1] ถึง B[n] จะถูกเก็บไว้ที่โหนด PE(1,1) ถึงโหนด PE(1,n) ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 3.37

เริ่มต้นให้ทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} จากนั้นทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 2.2.1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \le i \le n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i ดังนั้นทุกๆ โหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] แสดงดังรูปที่ 3.38 และสำหรับทุก j, ที่ $1 \le j \le n$, ทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j ดังนั้นทุกๆ โหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] แสดงดังรูปที่ 3.39

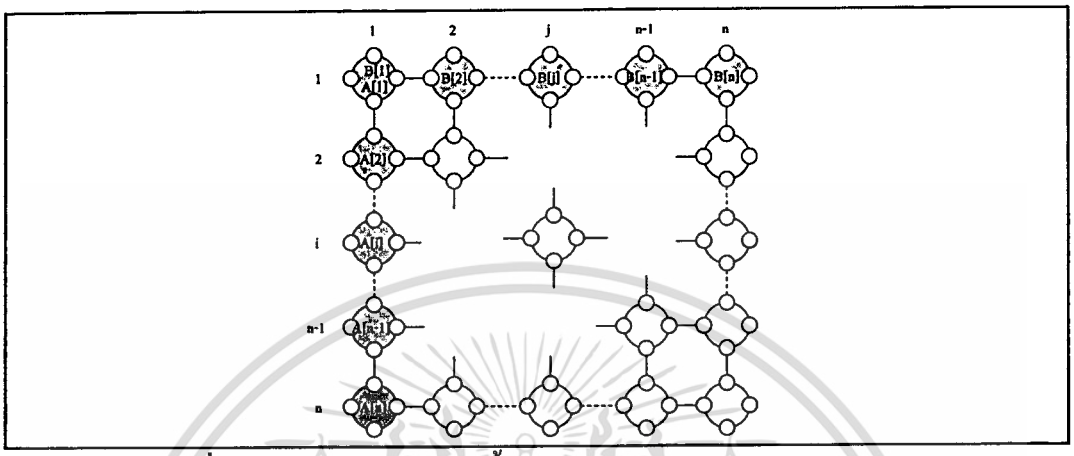
ขั้นตอนที่ 2.2.2 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนด PE(i+1, j) และโหนด PE(i, j+1) ที่อยู่ข้างเคียง ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 3.40 สำหรับกรณีของโหนด PE(i, n) (โหนดในหลักที่ n) และโหนด PE(n, j) (โหนดในแถวที่ n) ค่าของ A[n+1] และ B[n+1] จะมีค่าเท่ากับ ∞

ขั้นตอนที่ 2.2.3 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า $B[j] < A[i] \le B[j+1]$ แล้ว, ให้ทุกโหนดที่อยู่ในแถวที่ i เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณค่า j ไปบนแถวที่ i

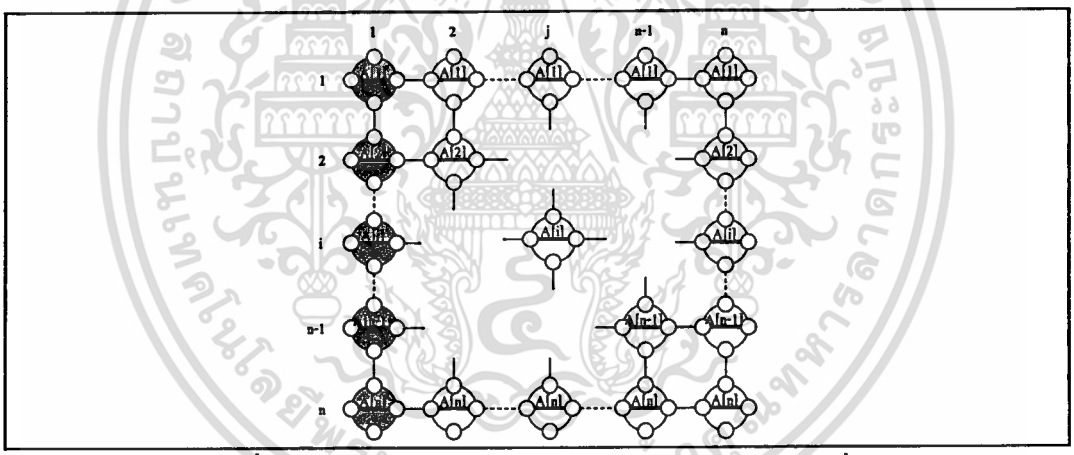
ขั้นตอนที่ 2.2.4 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \le i, j \le n$, โหนด PE(i, j) ตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้า $A[i] \le B[j] < A[i+1]$ แล้ว, ให้ทุกโหนดที่อยู่ในหลักที่ j เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณค่า i ไปบนหลักที่ j

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

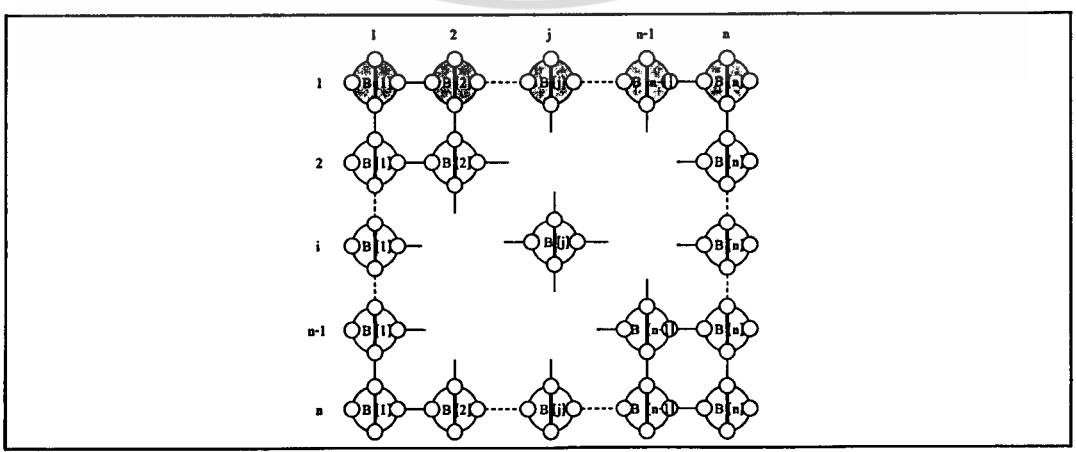
ขั้นตอนที่ 2.2.5 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) และโหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) คำนวณลำดับของ A[i] ซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของ i กับค่าที่รับมา และ B[j] ซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของ j กับค่าที่รับมา ตามลำดับ



รูปที่ 3.37 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

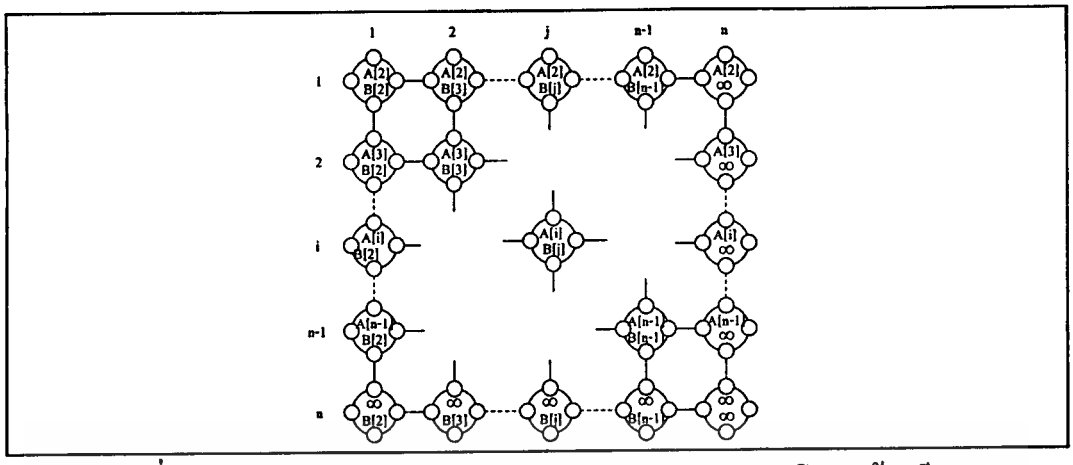


รูปที่ 3.38 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i



รูปที่ 3.39 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

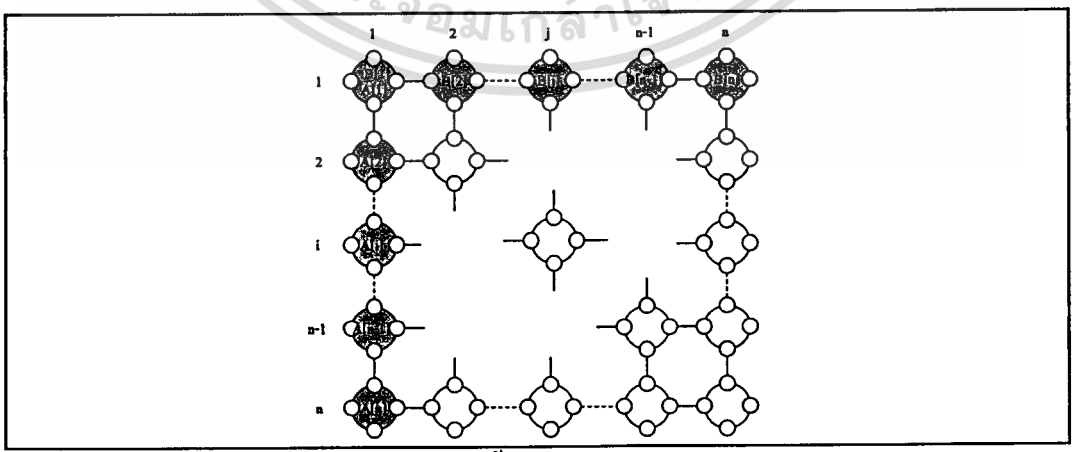


รูปที่ 3.40 โหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] และ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นตอนย่อยแล้ว จะได้ข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วซึ่งเรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n))

3.2.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมเพื่อพร้อมที่จะนำออกมาใช้งานหลังจากขั้นตอนการผสาน เป็นการหาที่อยู่ปลายทางของข้อมูลแต่ละตัวที่ทราบลำดับแล้วซึ่งก่อนหน้านี้เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n)) บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่มีขนาด n x n เพื่อนำไปใช้งานต่อ โดยให้รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n] ข้อมูลแต่ละตัวประกอบด้วยค่าของข้อมูล และลำดับของข้อมูลนั้นๆ เรียงกันอยู่ที่หลักแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, 1)) และแถวแรก (โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(1, n)) ดังแสดงในรูปที่ 3.41



รูปที่ 3.41 รายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..n] และ B[1..n]

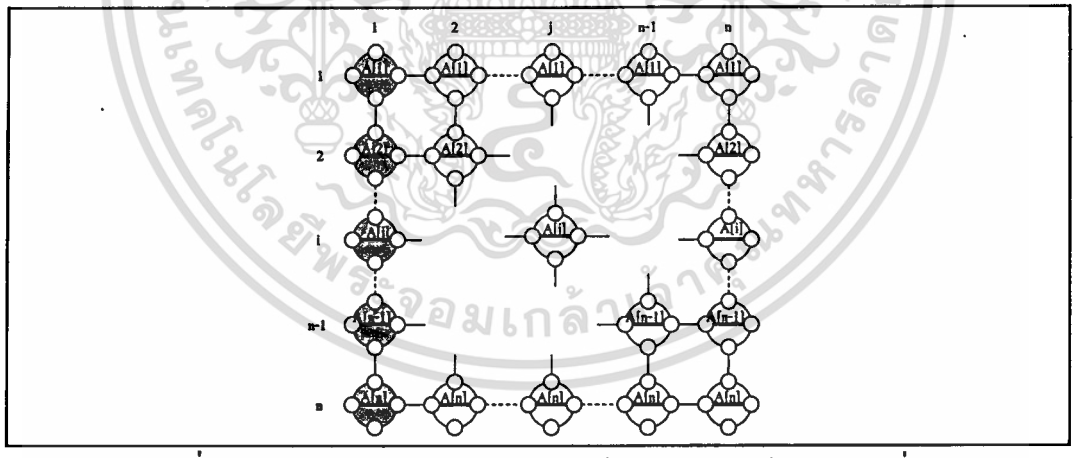
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดค่าเริ่มต้นให้ โหนด PE(i, i) ในแนวทแยงมุมมีค่า temp_1 = NULL และ temp_2 = NULL และทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} จากนั้นทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 3.1 สำหรับทุก i, ที่ $1 \leq i \leq n$, โหนด PE(i, 1) (ทุกโหนดในหลักที่ 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i ดังนั้นทุกๆ โหนดบนแถวที่ i จะเก็บค่าของ A[i] ดังแสดงในรูปที่ 3.42

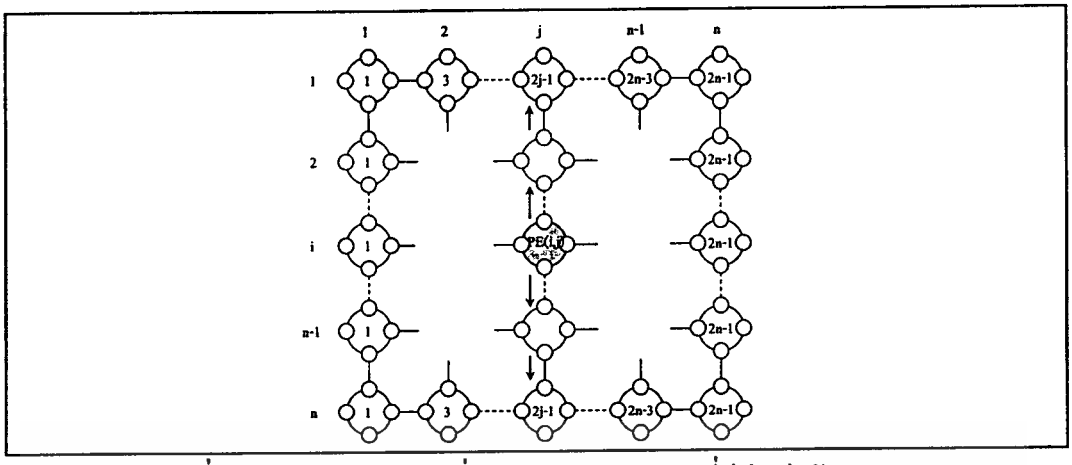
ขั้นตอนที่ 3.1.1 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ A[i] มีค่าเท่ากับ 2j – 1 (หรือ 1, 3, 5, ..., 2n – 1) และค่า temp_1 ของโหนด PE(j, j) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนหลักที่ j ดังแสดงในรูปที่ 3.43 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(j, j) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1

ขั้นตอนที่ 3.1.2 สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ A[i] มีค่าเท่ากับ 2j (หรือ 2, 4, 6, ..., 2n) และค่า temp_2 ของโหนด PE(j, j) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนหลักที่ j ดังแสดงในรูปที่ 3.44 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(j, j) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2

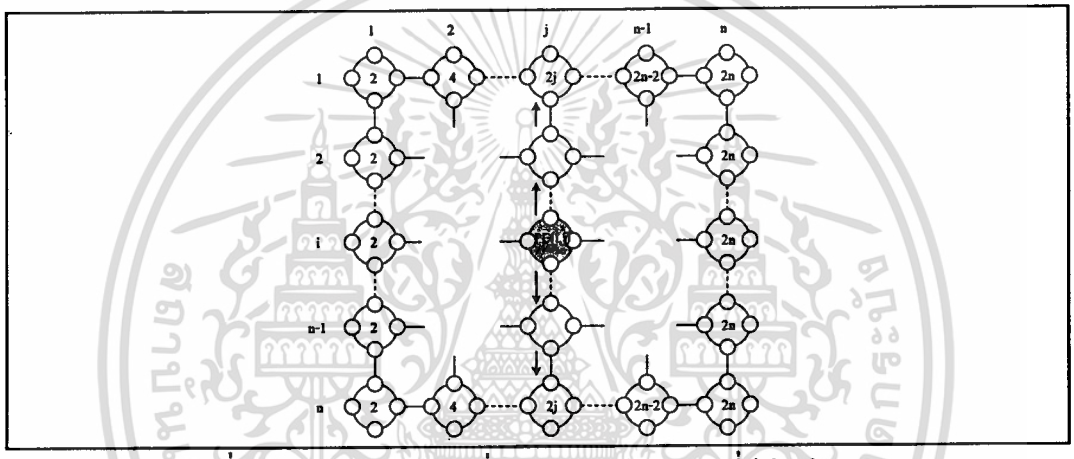


รูปที่ 3.42 โหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนแถวที่ i

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.43 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1



รูปที่ 3.44 ลำดับของ A[i] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2j

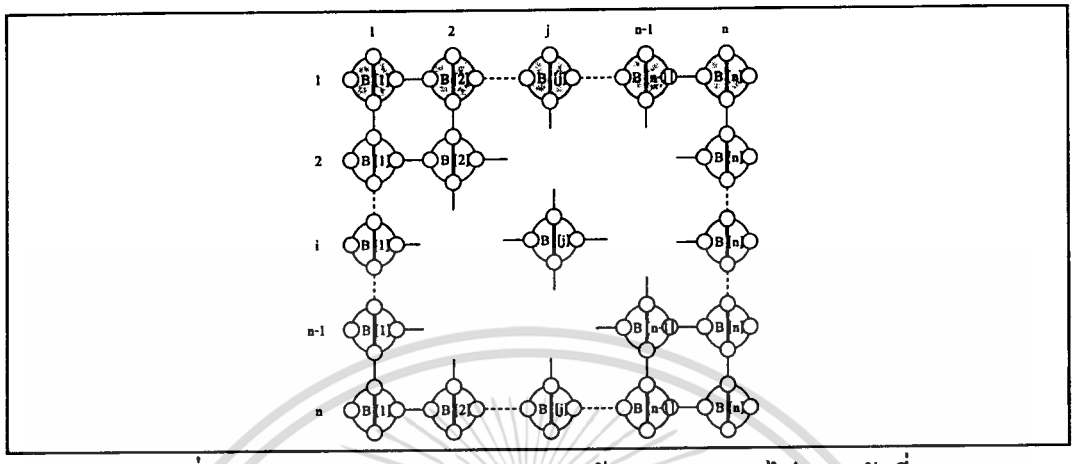
<u>ขั้นตอนที่ 3.2</u> สำหรับทุก j, ที่ $1 \leq j \leq n$, ทุกโหนดเซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {W, E, NS} แล้วโหนด PE(1, j) (ทุกโหนดในแถวที่ 1) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j ดังนั้นทุกๆ โหนดบนหลักที่ j จะเก็บค่าของ B[j] แสดงดังรูปที่ 3.45

<u>ขั้นตอนที่ 3.2.1</u> สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ B[j] มีค่าเท่ากับ 2i – 1 (หรือ 1, 3, 5, ..., 2n – 1) และค่า temp_1 ของโหนด PE(i, i) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.46 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_1

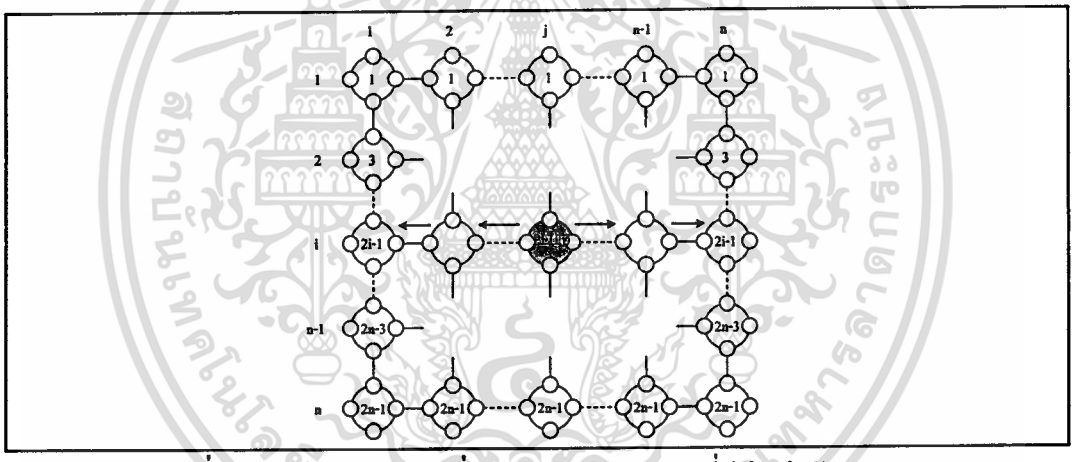
<u>ขั้นตอนที่ 3.2.2</u> สำหรับทุก i และ j, ที่ $1 \leq i, j \leq n$, โหนด PE(i, j) เซตการเชื่อมต่อภายในเป็น {EW, S, N} แล้วตรวจสอบเงื่อนไข, ถ้าลำดับของ B[j] มีค่าเท่ากับ 2i และค่า temp_2 ของโหนด PE(i, i) มีค่าเท่ากับ NULL แล้ว, ให้โหนด PE(i, j) ดังกล่าวแพร่สัญญาณข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

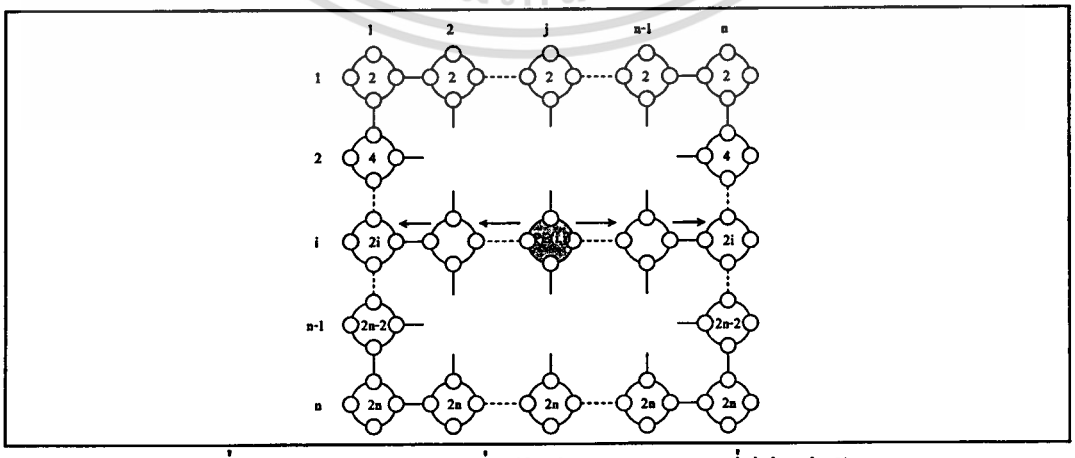
ของ B[j] ไปบนแถวที่ i ดังแสดงในรูปที่ 3.47 จากนั้นเฉพาะโหนด PE(i, i) เก็บค่าที่ได้รับไว้ใน temp_2



รูปที่ 3.45 โหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนหลักที่ j



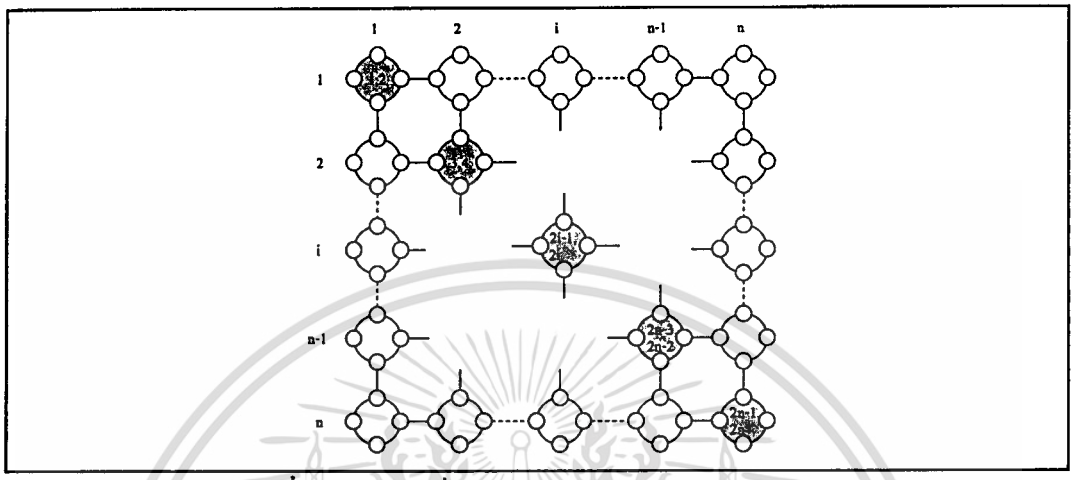
รูปที่ 3.46 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1



รูปที่ 3.47 ลำดับของ B[j] ที่อยู่ในโหนด PE(i, j) ที่มีค่าเท่ากับ 2i

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังเสร็จสิ้นขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอนย่อยแล้ว จะได้ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม ตั้งแต่ โหนด PE(1, 1) ถึงโหนด PE(n, n) โดยที่โหนด PE(i, i) จะเก็บค่าของข้อมูลลำดับที่ 2i – 1 และ 2i ดังแสดงในรูปที่ 3.48



รูปที่ 3.48 ข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
การวิเคราะห์ความซับซ้อนของขั้นตอนวิธี

ในงานวิจัยเรื่องการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่าย 2 ชนิด คือ แบบตาข่ายบัส และแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล ได้มีการออกแบบขั้นตอนวิธีเพื่อทำงานให้ได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการไว้แล้วในบทที่ 3 เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการหาความซับซ้อนด้านเวลาที่ได้จากขั้นตอนวิธีดังกล่าว ซึ่งในการวิเคราะห์ความซับซ้อนด้านเวลาของแต่ละขั้นตอนวิธีจะถูกแบ่งเป็นเวลาในการติดต่อสื่อสาร τ (Communication Time) และเวลาในการคำนวณ δ (Computation Time) กำหนดให้ขั้น 1 ขั้นในการติดต่อสื่อสารเท่ากับขั้น 1 ขั้นในการคำนวณ

4.1 ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

ในส่วนของการติดต่อสื่อสาร หากการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลทำแบบขนาน ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจะขึ้นอยู่กับเส้นทางการติดต่อที่ยาวที่สุด ซึ่งบนระบบเครือข่ายแบบตาขายบัสนี้การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักหรือแถวเดียวกันจะใช้เวลาเท่ากันกับการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่ติดกัน

4.1.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

ในการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n นี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 2 ขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง คือ การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.1

$$\tau = 2 \tag{4.1}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2 (การคำนวณ)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบข้อมูลที่เก็บอยู่ เพื่อสลับค่าให้ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าอยู่ในตัวแปร temp_1 และข้อมูลที่มีค่ามากกว่าอยู่ในตัวแปร temp_2 (ขั้นตอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ 1.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.2

$$\delta = 1 \tag{4.2}$$

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.3

$$\begin{aligned} \Im &= \tau + \delta \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned} \tag{4.3}$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น $O(1)$

4.1.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว

ในการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m เมื่อ m = 2, 4, 8, ..., 2^i, ..., หรือ n นี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 2 ขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1.1 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง แต่ละครั้งประกอบด้วย การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ตามลำดับ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1.1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.4

$$\tau_1 = 4 \tag{4.4}$$

<u>ขั้นตอนที่ 1.2 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.1.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง แต่ละครั้งประกอบด้วย การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ตามลำดับ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1.2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.5

$$\tau_2 = 4 \tag{4.5}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอนย่อย จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.6

$$\begin{aligned}\Im_1 &= \tau_1 + \tau_2 \\ &= 4 + 4 \\ &= 8\end{aligned} \tag{4.6}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> : การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีผู้เสนอไว้แล้ว (ขั้นตอนที่ 2.2) ซึ่งมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น $O(1)$ แสดงได้ดังสมการที่ 4.7

$$\Im_2 = 1 \tag{4.7}$$

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.8

$$\begin{aligned}\Im &= \Im_1 + \Im_2 \\ &= 8 + 1 \\ &= 9\end{aligned} \tag{4.8}$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น $O(1)$

4.1.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

ในการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสนี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 10 ขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.9

$$\tau_1 = 1 \tag{4.9}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.1.1) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.10

$$\delta_1 = 1 \tag{4.10}$$

ขั้นตอนที่ 3 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 3 แสดงได้ดังสมการที่ 4.11

$$\tau_2 = 1 \tag{4.11}$$

ขั้นตอนที่ 4 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.1.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 4 แสดงได้ดังสมการที่ 4.12

$$\delta_2 = 1 \tag{4.12}$$

ขั้นตอนที่ 5 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 5 แสดงได้ดังสมการที่ 4.13

$$\tau_3 = 1 \tag{4.13}$$

ขั้นตอนที่ 6 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 6 แสดงได้ดังสมการที่ 4.14

$$\tau_4 = 1 \tag{4.14}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 7 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.2.1) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 7 แสดงได้ดังสมการที่ 4.15

$$\delta_3 = 1 \tag{4.15}$$

ขั้นตอนที่ 8 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 8 แสดงได้ดังสมการที่ 4.16

$$\tau_5 = 1 \tag{4.16}$$

ขั้นตอนที่ 9 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.2.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 9 แสดงได้ดังสมการที่ 4.17

$$\delta_4 = 1 \tag{4.17}$$

ขั้นตอนที่ 10 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 10 แสดงได้ดังสมการที่ 4.18

$$\tau_6 = 1 \tag{4.18}$$

จากขั้นตอนทั้ง 10 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.19

$$\begin{aligned}\Im &= \tau_1 + \delta_1 + \tau_2 + \delta_2 + \tau_3 + \tau_4 + \delta_3 + \tau_5 + \delta_4 + \tau_6 \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= 10\end{aligned} \tag{4.19}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมสำหรับใช้งานต่อไปบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(1)

4.1.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

ในการทำงานของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสรวมสามารถแสดงได้ตามลำดับดังนี้

1) ขั้นตอนวิธีการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n (หัวข้อ 4.1.1)
2) ขั้นตอนวิธีการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m เมื่อ m = 2, 4, 8, ..., 2^i, ..., หรือ n (หัวข้อ 4.1.2)
3) ขั้นตอนวิธีการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมสำหรับใช้งานต่อไปบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส (หัวข้อ 4.1.3)
4) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ3 เป็นจำนวน log n รอบ

โดยการทำงานตามขั้นตอนทั้ง 4 จะเริ่มจากการนำข้อมูลที่ต้องการเรียงลำดับทั้งหมด 2n ตัวลงในเครือข่ายที่มีขนาด n x n (ขั้นตอนที่ 1) จากนั้นพิจารณาการผสานเครือข่ายดังกล่าวให้เป็นเครือข่ายย่อยที่มีขนาด 2 x 2 จำนวน n/2 เครือข่าย เพื่อใช้สำหรับขั้นตอนวิธีขั้นต่อไปซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีที่ใช้หาลำดับของข้อมูลทั้ง 4 ตัว ที่อยู่ในเครือข่ายย่อยดังกล่าว (ขั้นตอนที่ 2) จากนั้นจะนำข้อมูลซึ่งทราบลำดับแล้วมาเรียงกันจากน้อยไปมากเพื่อให้สามารถนำข้อมูลไปใช้งานได้ (ขั้นตอนที่ 3) แต่หากขณะนี้ ข้อมูลยังไม่ได้ถูกเรียงทั้งหมด (ขั้นตอนที่ 4) นั่นคือยังคงมีเครือข่ายย่อยอยู่ในเครือข่ายทั้งหมด ก็ให้นำเครือข่ายย่อยจำนวน 2 เครือข่ายมารวมกันเป็นเครือข่ายเดียว แล้วกลับไปทำขั้นตอนวิธีที่ใช้หาลำดับของข้อมูลใหม่ (ขั้นตอนที่ 2) จนกว่าข้อมูลทั้งหมดจะถูกเรียงกันจากน้อยไปมาก นั่นคือไม่มีเครือข่ายย่อยในเครือข่ายทั้งหมดแล้ว (ขั้นตอนที่ 3)

ในการทำงานของขั้นตอนที่ 2 เป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายให้เป็นเครือข่ายเดียว นั่นคือ ในรอบที่แรกของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 1 x 1 ซึ่งมีทั้งหมด n เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 2 x 2 ทั้งหมด n/2 เครือข่าย รอบที่ 2 ของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 2 x 2 ซึ่งมีทั้งหมด n/2 เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 4 x 4 ทั้งหมด n/4 เครือข่าย รอบที่ 3 ของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 4 x 4 ซึ่งมีทั้งหมด n/4 เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 8 x 8 ทั้งหมด n/8 เครือข่าย จนรอบสุดท้ายจะได้เครือข่ายที่มีขนาด n x n เพียงเครือข่ายเดียว สังเกตว่าในแต่ละรอบที่ผ่านขั้นตอนที่ 2 จำนวนของเครือข่ายจะลดลงครึ่งหนึ่งของเครือข่ายย่อยเดิม ในขณะที่ขนาดของเครือข่ายกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของเครือข่ายย่อยเดิม ลักษณะดังกล่าวเป็นการเติบโตแบบกำลังสอง ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4.20

$$n = 2^i \tag{4.20}$$

เมื่อ i คือจำนวนรอบที่ผ่านขั้นตอนที่ 2

ดังนั้นหากต้องการทราบจำนวนรอบทั้งหมดก็สามารถหาได้โดยการแก้สมการเพื่อหาค่า i ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4.21

$$i = \log_2 n \tag{4.21}$$

จากหัวข้อ 4.1.1 – 4.1.3 ได้ว่าขั้นตอนวิธีทั้ง 4 มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(1) ทำให้ขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสรวมมีความซับซ้อนด้านเวลารวมเป็น O(1)

แต่การทำงานของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสรวมจะต้องทำงานทั้งหมด log n รอบ เมื่อเรียงลำดับข้อมูล 2n ตัวบนเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด n x n ดังนั้นความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีนี้จึงขึ้นอยู่กับจำนวนรอบที่ใช้

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสรวมมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(log n)

4.2 ความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

ในส่วนของการติดต่อสื่อสาร หากการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลทำแบบขนาน ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจะขึ้นอยู่กับเส้นทางการติดต่อที่ยาวที่สุด ซึ่งบนระบบเครือข่ายแบบตาขายรีคอนฟิกิวเรเบิลนี้การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่ตำแหน่งใดๆ ก็ตามจะใช้เวลาเท่ากันกับการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่ติดกัน

4.2.1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

ในการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n นี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 2 ขั้นตอนดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 1 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง คือ การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ตามลำดับ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.22

$$\tau = 2 \tag{4.22}$$

ขั้นตอนที่ 2 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบข้อมูลที่เก็บอยู่ เพื่อสลับค่าให้ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่าอยู่ในตัวแปร temp_1 และข้อมูลที่มีค่ามากกว่าอยู่ในตัวแปร temp_2 (ขั้นตอนที่ 1.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.23

$$\delta = 1 \tag{4.23}$$

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.24

$$\begin{aligned} \Im &= \tau + \delta \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned} \tag{4.24}$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น $O(1)$

4.2.2 การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว

ในการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m นี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1.1 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง แต่ละครั้งประกอบด้วย การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ตามลำดับ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1.1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tau_1 = 4 \tag{4.25}$$

<u>ขั้นตอนที่ 1.2 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.1.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง แต่ละครั้งประกอบด้วย การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ตามลำดับ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1.2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.26

$$\tau_2 = 4 \tag{4.26}$$

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอนย่อย จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im_1$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.27

$$\begin{aligned} \Im_1 &= \tau_1 + \tau_2 \\ &= 4 + 4 \\ &= 8 \end{aligned} \tag{4.27}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2.1 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.2.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้มีการส่งข้อมูลทั้งหมด 2 ครั้ง คือ การส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน และการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.28

$$\tau_1 = 2 \tag{4.28}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2.2 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลที่อยู่ติดกัน (ขั้นตอนที่ 2.2.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้การติดต่อสื่อสารเกิดขึ้นระหว่างหน่วยประมวลผลสองหน่วยที่อยู่ติดกันเท่านั้น และมีการส่งข้อมูลเกิดขึ้นทั้งหมด 2 ขั้นตอน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.29

$$\tau_2 = 2 \tag{4.29}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2.3 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่ 3 ตัว (ขั้นตอนที่ 2.2.3) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.3 แสดงได้ดังสมการที่ 4.30

$$\delta_1 = 1 \tag{4.30}$$

ขั้นตอนที่ 2.4 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.2.3) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.4 แสดงได้ดังสมการที่ 4.31

$$\tau_3 = 1 \tag{4.31}$$

ขั้นตอนที่ 2.5 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่ 3 ตัว (ขั้นตอนที่ 2.2.4) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.5 แสดงได้ดังสมการที่ 4.32

$$\delta_2 = 1 \tag{4.32}$$

ขั้นตอนที่ 2.6 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 2.2.4) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.6 แสดงได้ดังสมการที่ 4.33

$$\tau_4 = 1 \tag{4.33}$$

ขั้นตอนที่ 2.7 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลบวกค่าคงที่ 2 ตัว (ขั้นตอนที่ 2.2.5) ซึ่งเป็นการคำนวณทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ในขั้นตอนนี้จะมีการทำงานทั้งหมด 2 ครั้ง ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2.7 แสดงได้ดังสมการที่ 4.34

$$\delta_3 = 2 \tag{4.34}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากขั้นตอนทั้ง 7 ขั้นตอนย่อย จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im_2$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.35

$$\begin{aligned}\Im_2 &= \tau_1 + \tau_2 + \delta_1 + \tau_3 + \delta_2 + \tau_4 + \delta_3 \\ &= 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \\ &= 10\end{aligned} \tag{4.35}$$

จากขั้นตอนทั้ง 2 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.36

$$\begin{aligned}\Im &= \Im_1 + \Im_2 \\ &= 8 + 10 \\ &= 18\end{aligned} \tag{4.36}$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(1)

4.2.3 การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

ในการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลนี้แบ่งการทำงานออกเป็นขั้นตอน 10 ขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1 (การติดต่อสื่อสาร)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 1 แสดงได้ดังสมการที่ 4.37

$$\tau_1 = 1 \tag{4.37}$$

<u>ขั้นตอนที่ 2 (การคำนวณ)</u> : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.1.1) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 2 แสดงได้ดังสมการที่ 4.38

$$\delta_1 = 1 \tag{4.38}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 3 แสดงได้ดังสมการที่ 4.39

$$\tau_2 = 1 \tag{4.39}$$

ขั้นตอนที่ 4 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.1.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 4 แสดงได้ดังสมการที่ 4.40

$$\delta_2 = 1 \tag{4.40}$$

ขั้นตอนที่ 5 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.1.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 5 แสดงได้ดังสมการที่ 4.41

$$\tau_3 = 1 \tag{4.41}$$

ขั้นตอนที่ 6 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนหลักเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 6 แสดงได้ดังสมการที่ 4.42

$$\tau_4 = 1 \tag{4.42}$$

ขั้นตอนที่ 7 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.2.1) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 7 แสดงได้ดังสมการที่ 4.43

$$\delta_3 = 1 \tag{4.43}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 8 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2.1) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 8 แสดงได้ดังสมการที่ 4.44

$$\tau_5 = 1 \tag{4.44}$$

ขั้นตอนที่ 9 (การคำนวณ) : แต่ละหน่วยประมวลผลเปรียบเทียบระหว่างค่าของข้อมูลที่เก็บอยู่กับค่าคงที่ (ขั้นตอนที่ 3.2.2) ซึ่งเป็นการคำนวณในลักษณะเปรียบเทียบข้อมูล ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมดจึงไม่ได้ขึ้นกับตัวแปรใดๆ ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 9 แสดงได้ดังสมการที่ 4.45

$$\delta_4 = 1 \tag{4.45}$$

ขั้นตอนที่ 10 (การติดต่อสื่อสาร) : แต่ละหน่วยประมวลผลส่งข้อมูลที่ตัวเองเก็บอยู่ไปยังหน่วยประมวลผลอื่น (ขั้นตอนที่ 3.2.2) เนื่องจากการส่งทำแบบขนาน และในขั้นตอนนี้เป็นการส่งข้อมูลระหว่างหน่วยประมวลผลที่อยู่บนแถวเดียวกัน ดังนั้นเวลาที่ใช้สำหรับขั้นตอนที่ 10 แสดงได้ดังสมการที่ 4.46

$$\tau_6 = 1 \tag{4.46}$$

จากขั้นตอนทั้ง 10 ขั้นตอน จะได้ความซับซ้อนด้านเวลาทั้งหมด $\Im$ ที่แสดงได้ดังสมการที่ 4.47

$$\begin{aligned}\Im &= \tau_1 + \delta_1 + \tau_2 + \delta_2 + \tau_3 + \tau_4 + \delta_3 + \tau_5 + \delta_4 + \tau_6 \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= 10\end{aligned} \tag{4.47}$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมสำหรับใช้งานต่อไปบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น $O(1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.4 การเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

ในการทำงานของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลรวมสามารถแสดงได้ตามลำดับดังนี้

1) ขั้นตอนวิธีการเตรียมข้อมูลเริ่มต้นขนาด 2n บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n (หัวข้อ 4.2.1)
2) ขั้นตอนวิธีการผสานการเรียงข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้วบนระบบย่อยขนาด m/2 x m/2 เป็นขนาด m x m เมื่อ m = 2, 4, 8, ..., 2^i, ..., หรือ n (หัวข้อ 4.2.2)
3) ขั้นตอนวิธีการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุมสำหรับใช้งานต่อไปบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล (หัวข้อ 4.2.3)
4) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ3 เป็นจำนวน log n รอบ

โดยการทำงานตามขั้นตอนทั้ง 4 จะเริ่มจากการนำข้อมูลที่ต้องการเรียงลำดับทั้งหมด 2n ตัวลงในเครือข่ายที่มีขนาด n x n (ขั้นตอนที่ 1) จากนั้นพิจารณาการผสานเครือข่ายดังกล่าวให้เป็นเครือข่ายย่อยที่มีขนาด 2 x 2 จำนวน n/2 เครือข่าย เพื่อใช้สำหรับขั้นตอนวิธีขั้นต่อไปซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีที่ใช้หาลำดับของข้อมูลทั้ง 4 ตัว ที่อยู่ในเครือข่ายย่อยดังกล่าว (ขั้นตอนที่ 2) จากนั้นจะนำข้อมูลซึ่งทราบลำดับแล้วมาเรียงกันจากน้อยไปมากเพื่อให้สามารถนำข้อมูลไปใช้งานได้ (ขั้นตอนที่ 3) แต่หากขณะนี้ข้อมูลยังไม่ได้ถูกเรียงทั้งหมด (ขั้นตอนที่ 4) นั่นคือยังคงมีเครือข่ายย่อยอยู่ในเครือข่ายทั้งหมด ก็ให้นำเครือข่ายย่อยจำนวน 2 เครือข่ายมารวมกันเป็นเครือข่ายเดียว แล้วกลับไปทำขั้นตอนวิธีที่ใช้หาลำดับของข้อมูลใหม่ (ขั้นตอนที่ 2) จนกว่าข้อมูลทั้งหมดจะถูกเรียงกันจากน้อยไปมาก นั่นคือไม่มีเครือข่ายย่อยในเครือข่ายทั้งหมดแล้ว (ขั้นตอนที่ 3)

ในการทำงานของขั้นตอนที่ 2 เป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายให้เป็นเครือข่ายเดียว นั่นคือ ในรอบที่แรกของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 1 x 1 ซึ่งมีทั้งหมด n เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 2 x 2 ทั้งหมด n/2 เครือข่าย รอบที่ 2 ของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 2 x 2 ซึ่งมีทั้งหมด n/2 เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 4 x 4 ทั้งหมด n/4 เครือข่าย รอบที่ 3 ของขั้นตอนที่ 2 จะเป็นการรวมเครือข่ายย่อย 2 เครือข่ายที่มีขนาด 4 x 4 ซึ่งมีทั้งหมด n/4 เครือข่าย เป็นเครือข่ายที่มีขนาด 8 x 8 ทั้งหมด n/8 เครือข่าย จนรอบสุดท้ายจะได้เครือข่ายที่มีขนาด n x n เพียงเครือข่ายเดียว สังเกตว่าในแต่ละรอบที่ผ่านขั้นตอนที่ 2 จำนวนของเครือข่ายจะลดลงครึ่งหนึ่งของเครือข่ายย่อยเดิม ในขณะที่ขนาดของเครือข่ายกลับเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของเครือข่ายย่อยเดิม ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นการเติบโตแบบกำลังสอง ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4.48

$$n = 2^i \quad (4.48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ i คือจำนวนรอบที่ผ่านขั้นตอนที่ 2

ดังนั้นหากต้องการทราบจำนวนรอบทั้งหมดก็สามารถหาได้โดยการแก้สมการเพื่อหาค่า i ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 4.49

$$i = \log_2 n \tag{4.49}$$

จากหัวข้อ 4.2.1 – 4.2.3 ได้ว่าขั้นตอนวิธีทั้ง 4 มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(1) ทำให้ขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลรวมมีความซับซ้อนด้านเวลารวมเป็น O(1)

แต่การทำงานของขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลรวมจะต้องทำงานทั้งหมด log n รอบ เมื่อเรียงลำดับข้อมูล 2n ตัวบนเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด n x n ดังนั้นความซับซ้อนด้านเวลาของขั้นตอนวิธีนี้จึงขึ้นอยู่กับจำนวนรอบที่ใช้

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลรวมมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(log n)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
การเปรียบเทียบการทำงานขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับและบทสรุป

ในบทนี้จะเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสกับการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลและบทสรุปของงานวิจัย

5.1 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสกับการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

จากงานวิจัยเรื่อง Efficient Scalable Mesh Algorithms for Merging, Sorting and Selection ของ Ramnath S. ในปี ค.ศ. 1995 ซึ่งเสนอขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานสำหรับข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับแล้ว 2 รายการ รายการละ n ตัวด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่มีขนาด n x n ด้วยความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(1) จากนั้นเมื่อปรับปรุงขั้นตอนวิธีดังกล่าวเพื่อให้สามารถครอบคลุมถึงการเรียงลำดับข้อมูลใดๆ และการนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วออกมาใช้งานตามขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสที่ได้นำเสนอแล้วในบทที่ 3 และจากหัวข้อ 4.1.4 ได้ว่าขั้นตอนวิธีดังกล่าวมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(log n) และเมื่อปรับปรุงขั้นตอนวิธีดังกล่าวเพื่อใช้ในระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่ได้นำเสนอแล้วในบทที่ 3 และจากหัวข้อ 4.2.4 ได้ว่าขั้นตอนวิธีดังกล่าวมีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(log n) เท่ากันกับบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส แต่เนื่องจากระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความยืดหยุ่นสูง และใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลต่ำกว่าระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส ดังนั้นจะได้ว่าขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีประสิทธิภาพดีกว่าขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

5.2 บทสรุป

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส และระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล ที่มีความซับซ้อนด้านเวลาเป็น O(log n) เมื่อเรียงลำดับข้อมูลใดๆ จำนวน 2n ตัว บนระบบเครือข่ายทั้ง 2 ระบบดังกล่าวที่มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขนาด n x n เมื่อเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีนี้กับการเรียงลำดับข้อมูลด้วยวิธีผสานแบบอนุกรมจะได้ความเร็วเปรียบเทียบ (Speed Up) เป็น O(n)

ในส่วนท้ายของงานวิจัยได้แสดงว่าความซับซ้อนด้านเวลาขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสกับการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลเท่ากัน แต่เนื่องจากระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีความยืดหยุ่นสูง และใช้ต้นทุนในการสร้างการเชื่อมต่อระหว่างหน่วยประมวลผลต่ำกว่าระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส ดังนั้นจะได้ว่าขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลมีประสิทธิภาพดีกว่าขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

5.3 แนวทางการพัฒนางานวิจัย

- ออกแบบขั้นตอนวิธีการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลที่ใช้จำนวนหน่วยประมวลผลน้อยลง
- นำเสนอขั้นตอนวิธีใหม่สำหรับการเรียงลำดับข้อมูลที่ง่ายและให้ผลดีกว่าแบบที่ได้มีการนำเสนอไว้แล้ว เช่น วิธีที่มีความซับซ้อนด้านเวลาน้อยกว่า O(log n)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] Berman K.A., Paul J.L. **Fundamentals of Sequential and Parallel Algorithms.** Boston : Powells. 1997.

[2] Jang J.-W., Park H. and Prasanna V.K. "A Fast Algorithm for Computing a Histogram on Reconfigurable Mesh" **IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence,** vol.17, no.2, February 1995. Pp.97-106.

[3] Jang J.-W., Prasanna V.K. "An Optimal Sorting Algorithm on Reconfigurable Mesh" **Proc. IEEE-IPPS, Beverly Hills, California,** March 1992. Pp.130-137.

[4] Jindaluang W., Kantabutra S. "Time-Optimal Parallel Sorting Algorithm on a Completely Overlapping Network" **Proc. ThCSC 2004, Bangkok, Thailand,** December, 2004.

[5] Kantabutra S., Jindaluang W. and Techa-angkoon P. "It's Elementary, My Dear Watson: Time-Optimal Sorting Algorithms on a Completely Overlapping Network" **Proc. ISPA 2005, Nanjing, China,** November, 2005. Pp. 252-262

[6] Kumar V. **Introduction to Parallel Computing : Design and Analysis of Algorithms.** Redwood City, California. Benjamin-Cummings. 1994.

[7] Prasanna V.K., Raghavendra C.S. "Array Processor with Multiple Broadcasting" **Proc. IEEE-ISCA, Boston, Massachusetts,** June 1985. Pp.2-10.

[8] Quinn M.J. **Parallel Computing : Theory and Practice**. 2nd ed. New York : McGraw-Hill. 1994.

[9] Ramnath S. "Efficient Scalable Mesh Algorithms for Merging, Sorting and Selection" **Proc. IEEE-AISPAS, Fukushima, Japan,** March 1995. Pp.280-286.

[10] Techa-angkoon P. "The Closest Pair of Points Finding Algorithm on a Completely Overlapping Network" **Proc. JCSSE 2005, Chonburi, Thailand,** November, 2005.

[11] Techa-angkoon P., Kantabutra S. "Time-Optimal Binary Number Sorting Algorithm on a Completely Overlapping Network with Latency Hiding" **Proc. NECSEC 2005, Khon Kean, Thailand**, March, 2005.

[12] Wilkinson B., Allen M. **Parallel Programming : Techniques and Applications Using Networked Workstations and Parallel Computers.** 2nd ed. Upper Saddle River, New York : Pearson Prentice Hall. 2005.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[13] จุรีพร บุญนิยม. **"การเรียงลำดับแบบขนานด้วยวิธีไบโทนิคบนระบบพีซีคลัสเตอร์."** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2548.

[14] วัฒนา จินดาหลวง. **"การฝังตัวของเมชที่เหมาะที่สุดในเครือข่ายซ้อนเหลื่อมแบบสมบูรณ์."** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 2547.

[15] สรรพวรรธน์ กันตะบุตร. **"เอกสารประกอบการสอนวิชาการประมวลผลแบบขนาน."** เชียงใหม่ : ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 2547.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

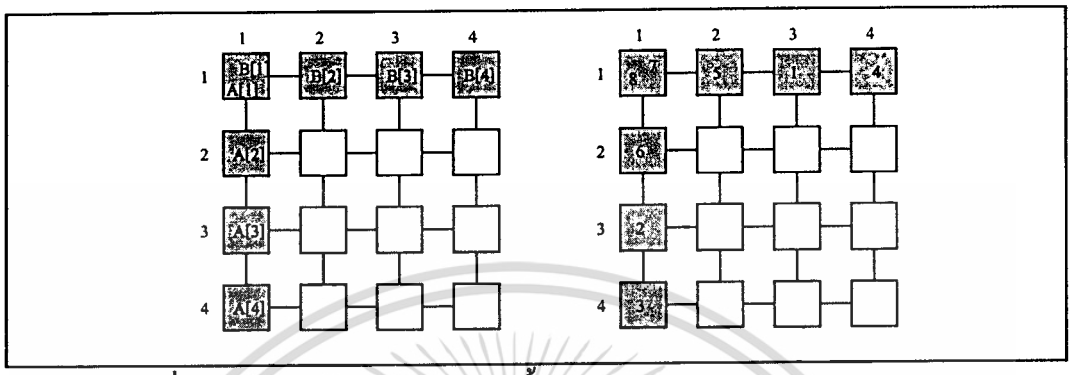
ภาคผนวก ก.

ตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส

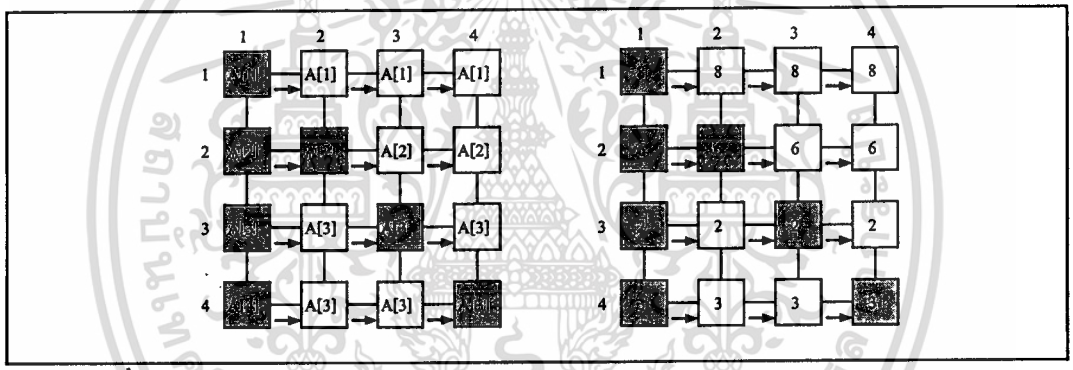
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลขนาด 8 ตัวแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัสขนาด 4 x 4

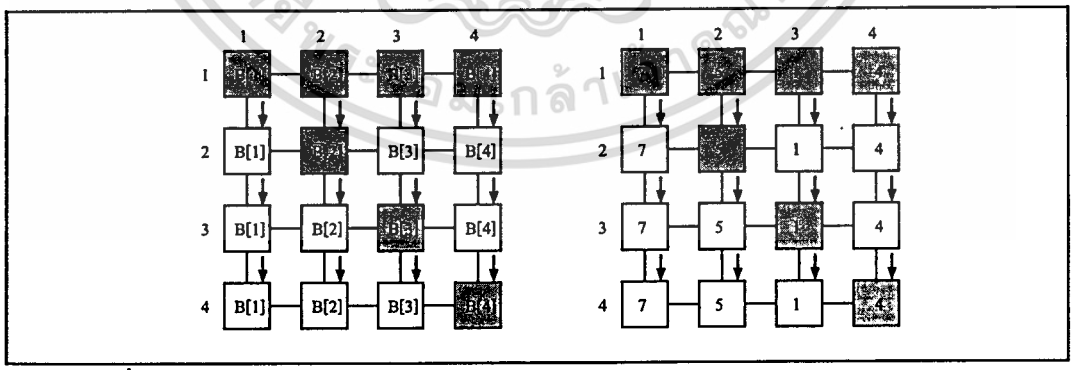
ขั้นตอนที่ 1 การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายบัส



รูปที่ ก1 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4]

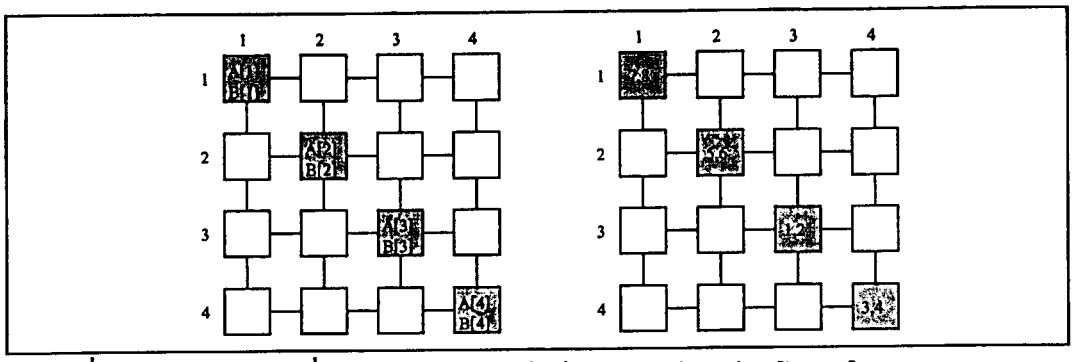


รูปที่ ก2 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)



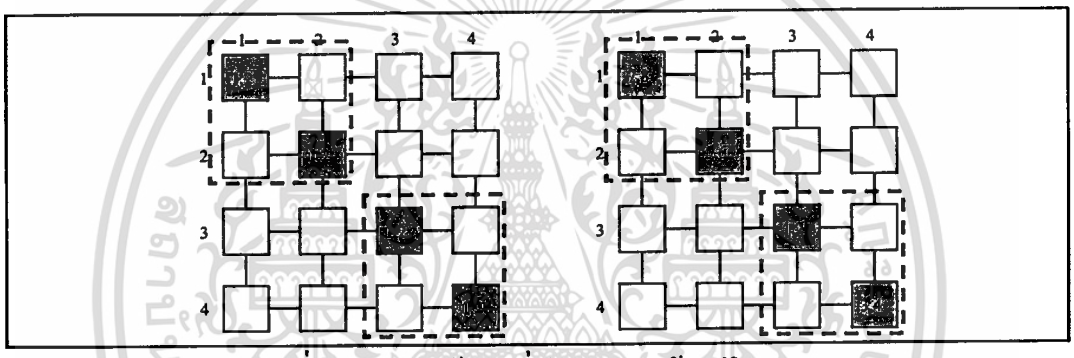
รูปที่ ก3 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

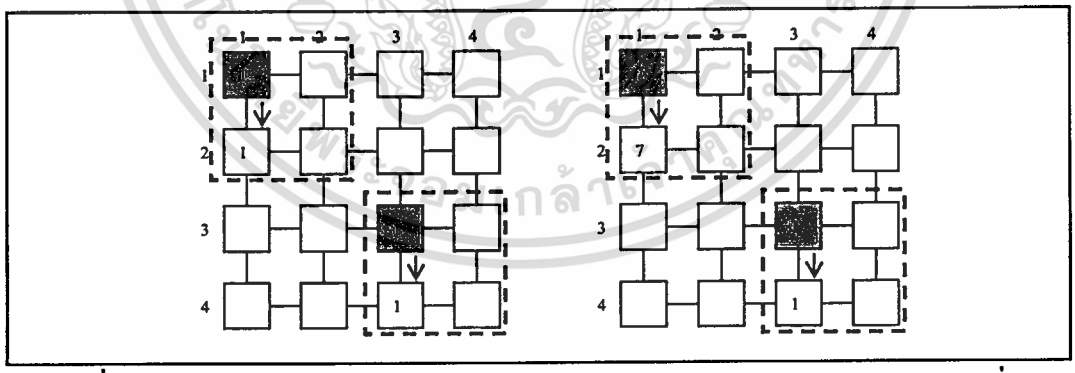


รูปที่ ก4 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแต่ละโหนดในแนวทแยงมุม

ขั้นตอนที่ 2 (รอบที่ 1) การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว บนระบบย่อยขนาด 1 x 1 เป็นขนาด 2 x 2

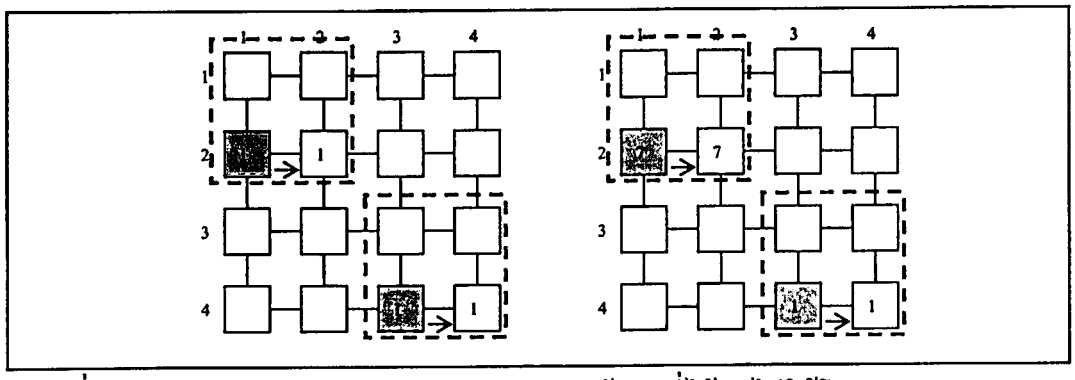


รูปที่ ก5 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

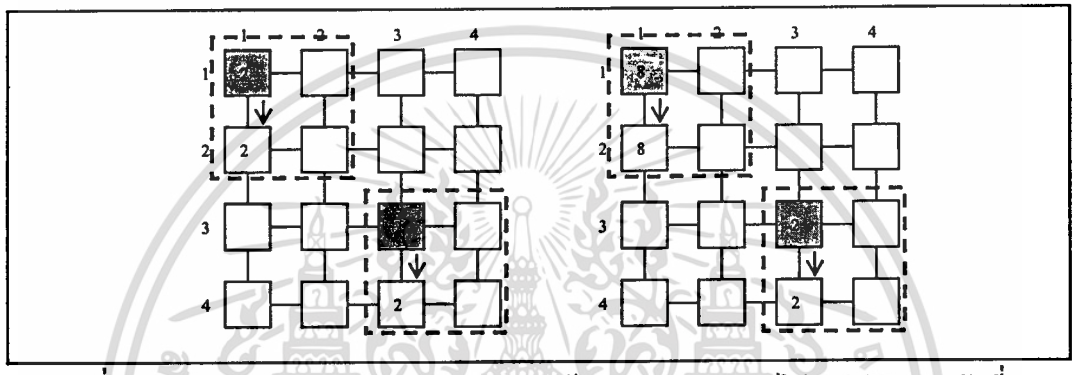


รูปที่ ก6 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i

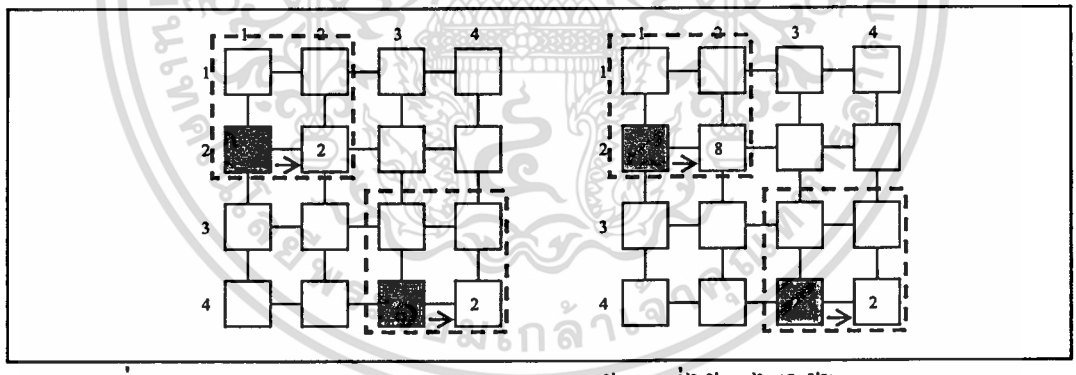
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



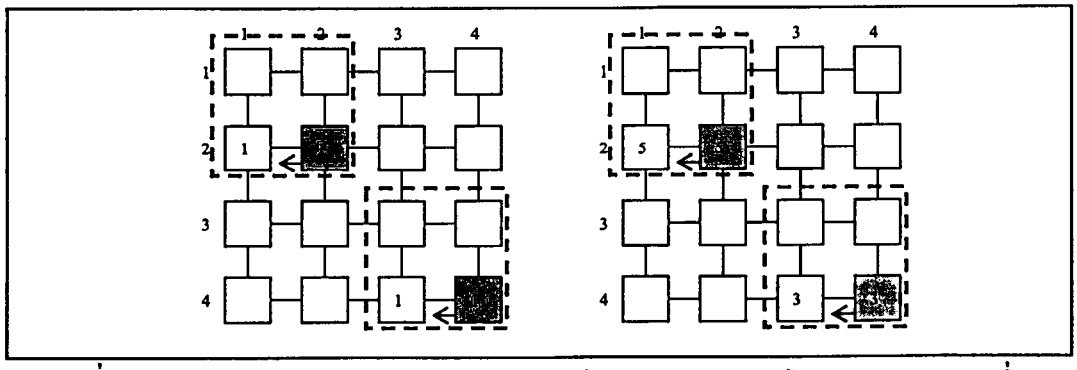
รูปที่ ก7 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)



รูปที่ ก8 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i

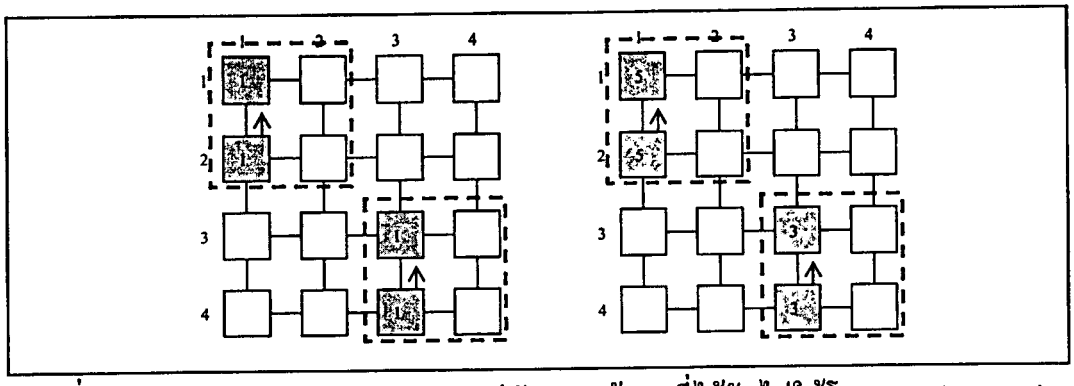


รูปที่ ก9 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

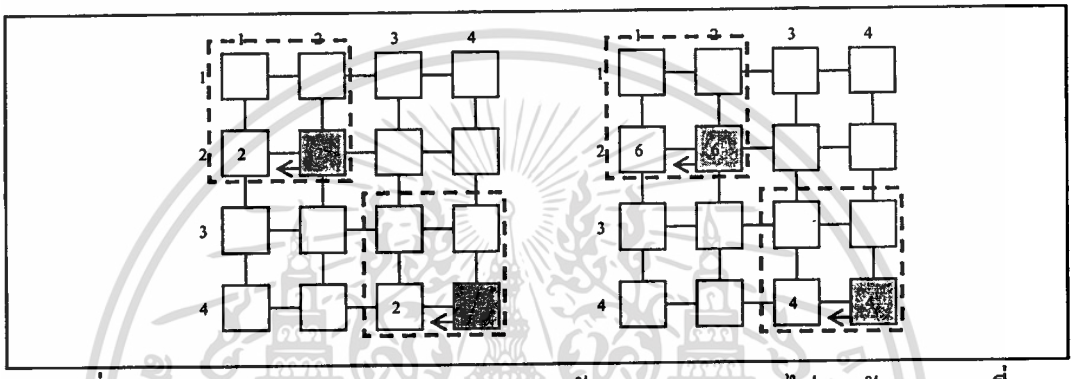


รูปที่ ก10 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i

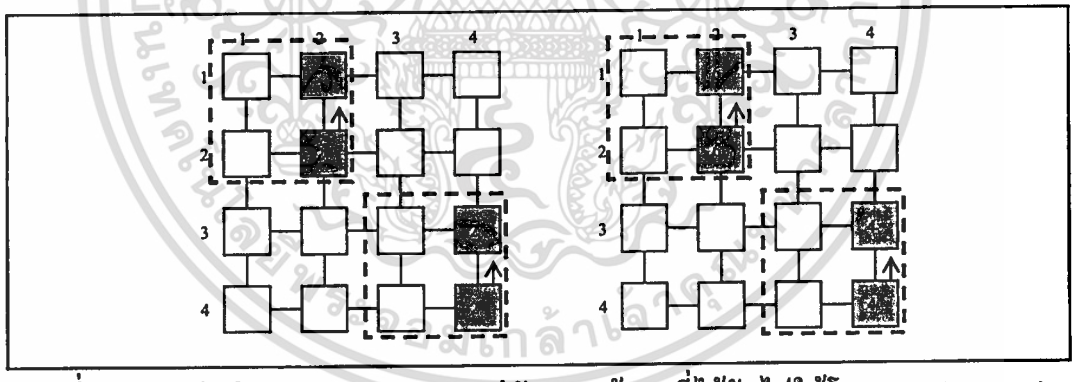
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



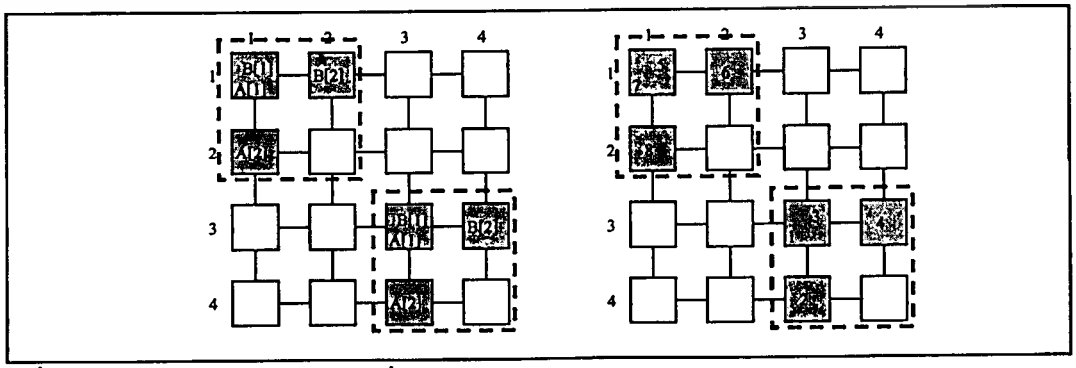
รูปที่ ก11 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 3) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 3)



รูปที่ ก12 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i

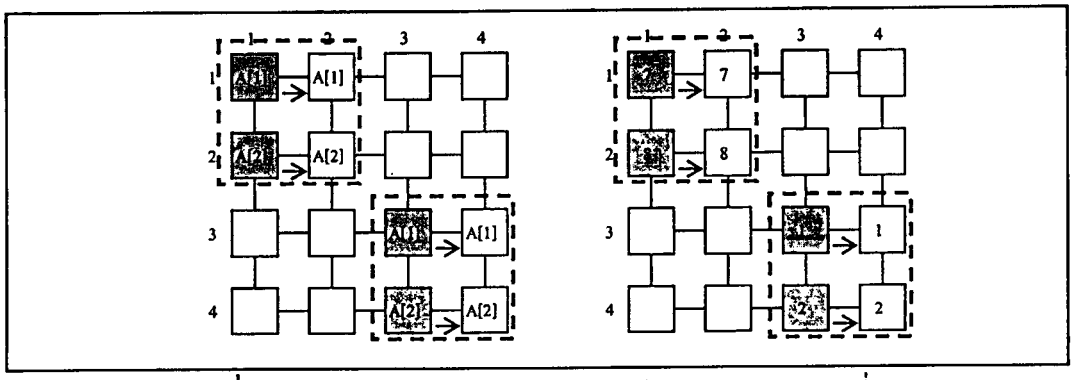


รูปที่ ก13 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 2) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 2)

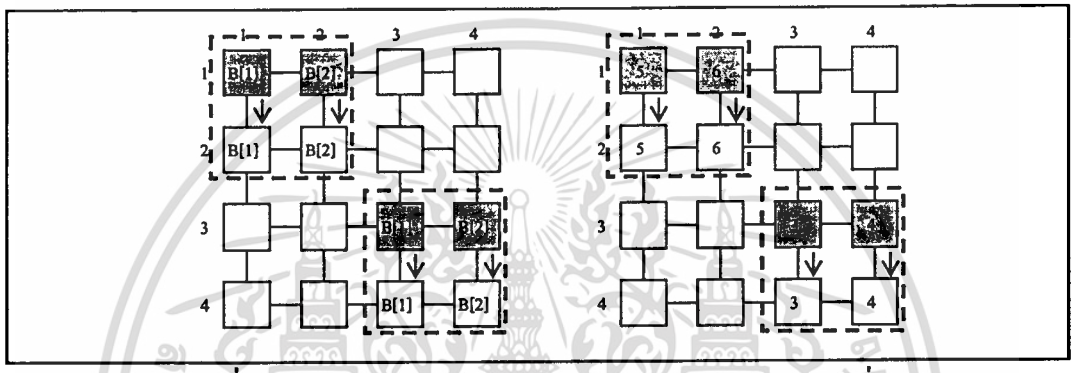


รูปที่ ก14 ตัวอย่างข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

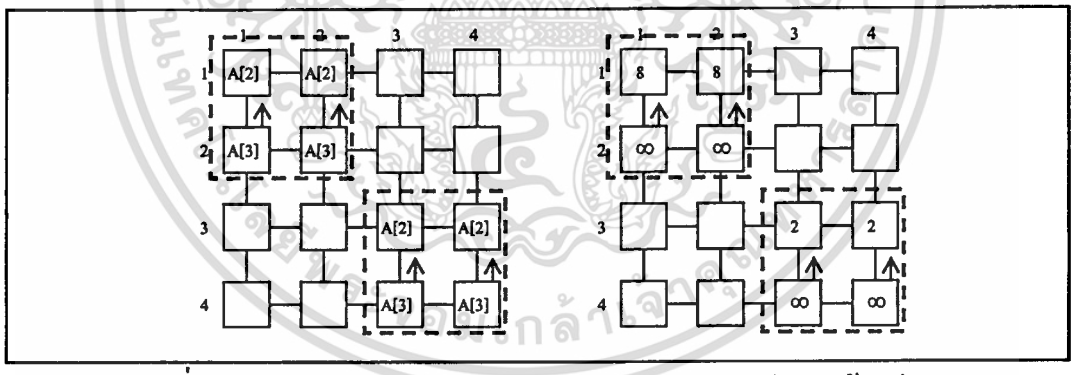
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



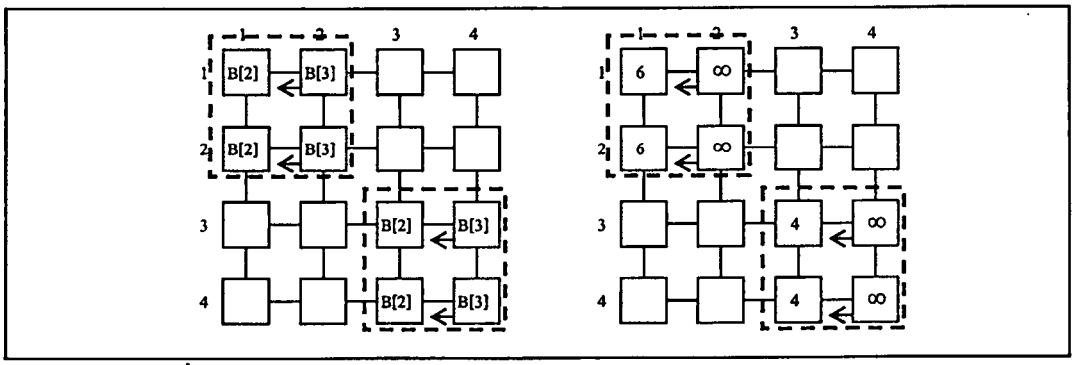
รูปที่ ก15 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i



รูปที่ ก16 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j

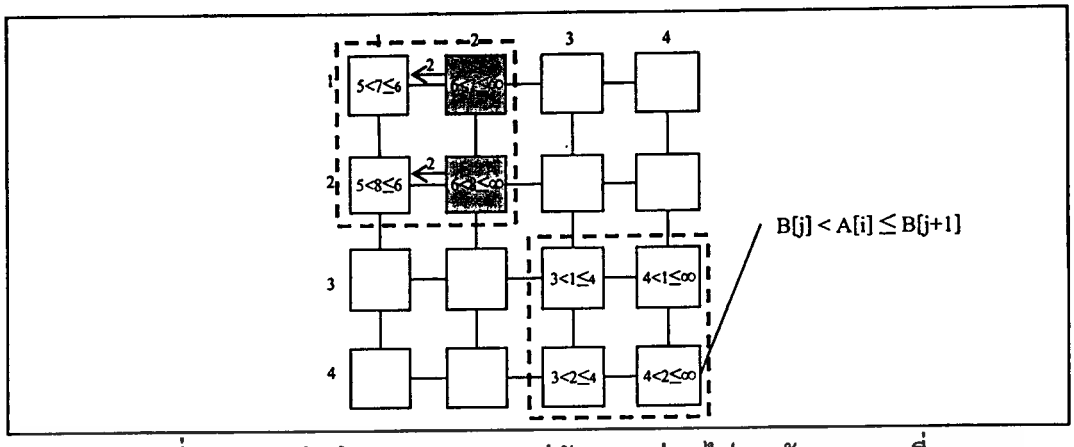


รูปที่ ก17 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง

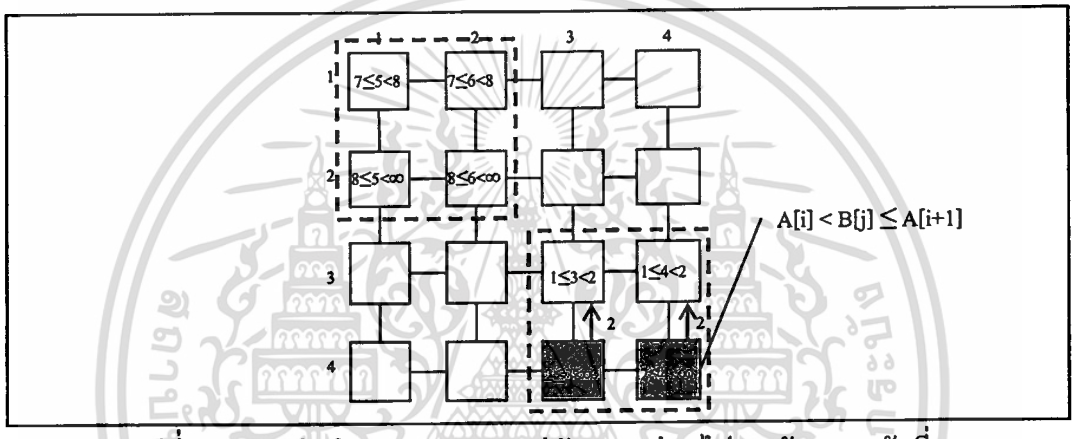


รูปที่ ก18 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

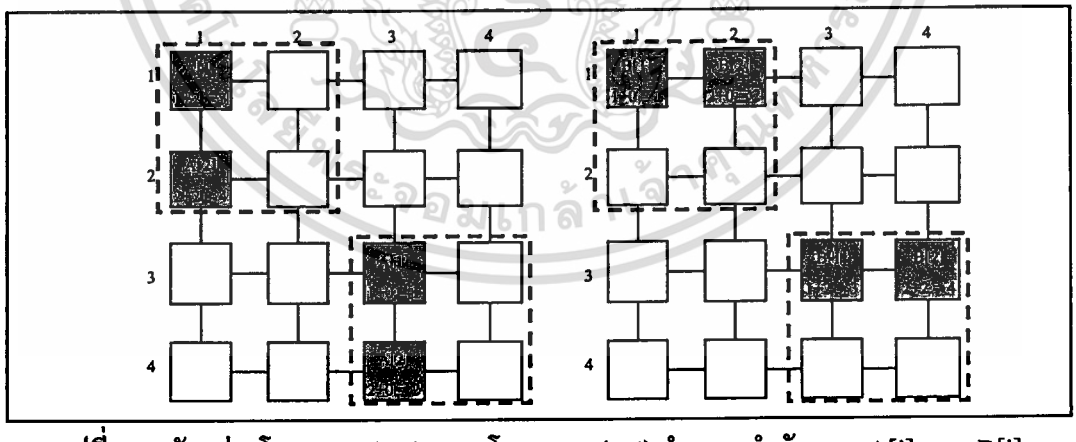
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก19 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i



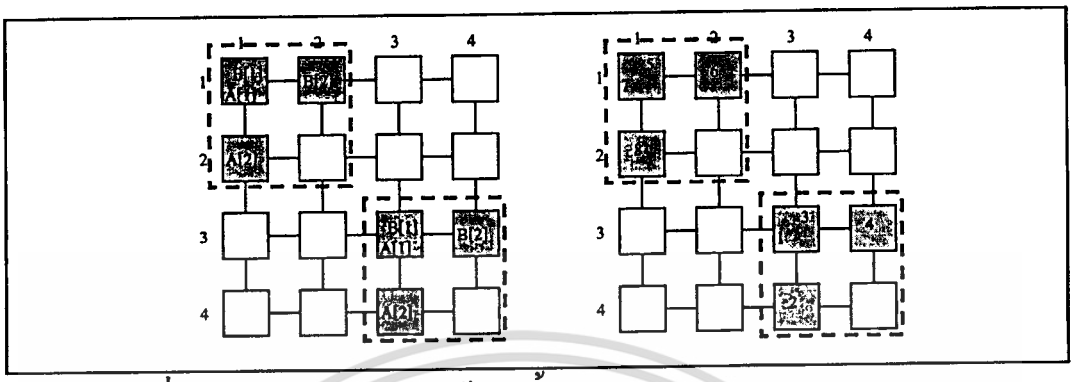
รูปที่ ก20 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j



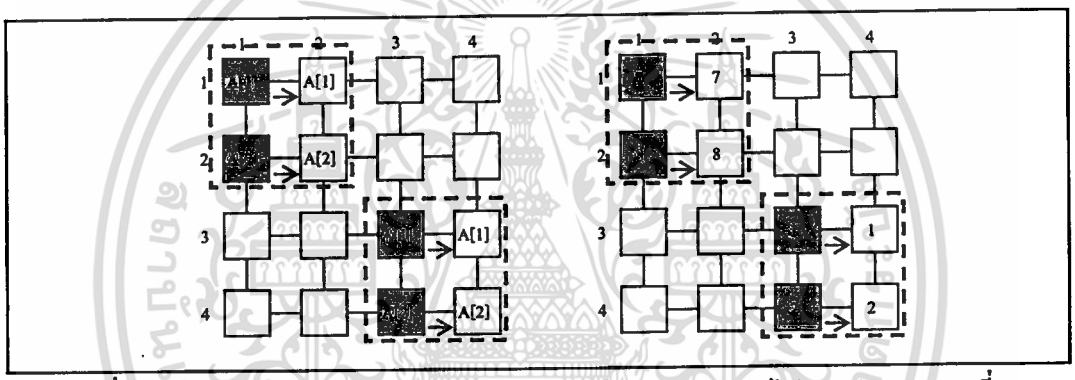
รูปที่ ก21 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

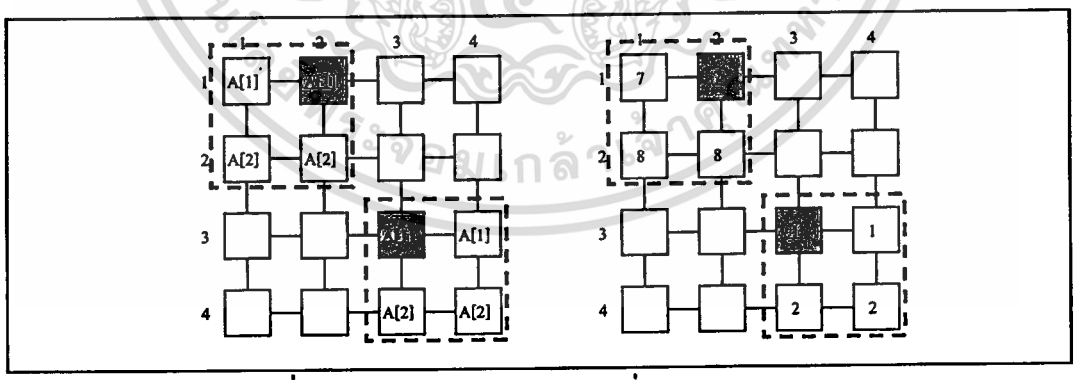
ขั้นตอนที่ 3 (รอบที่ 1) การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม



รูปที่ ก22 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..2] และ B[1..2]

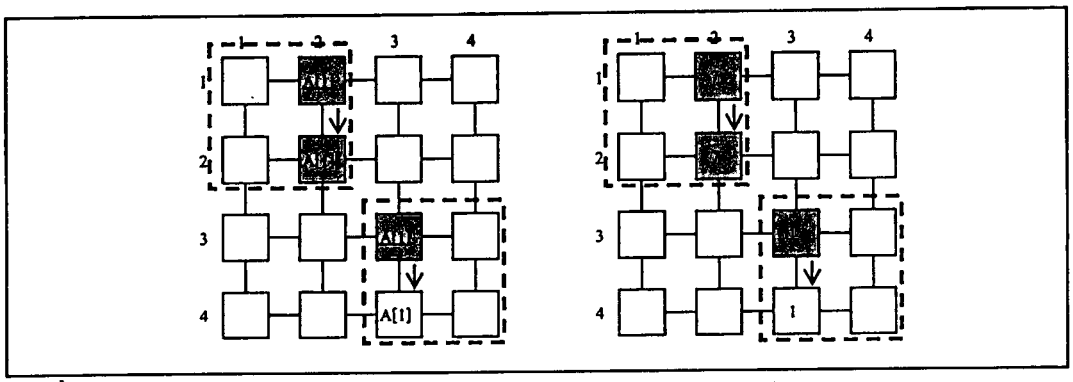


รูปที่ ก23 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i

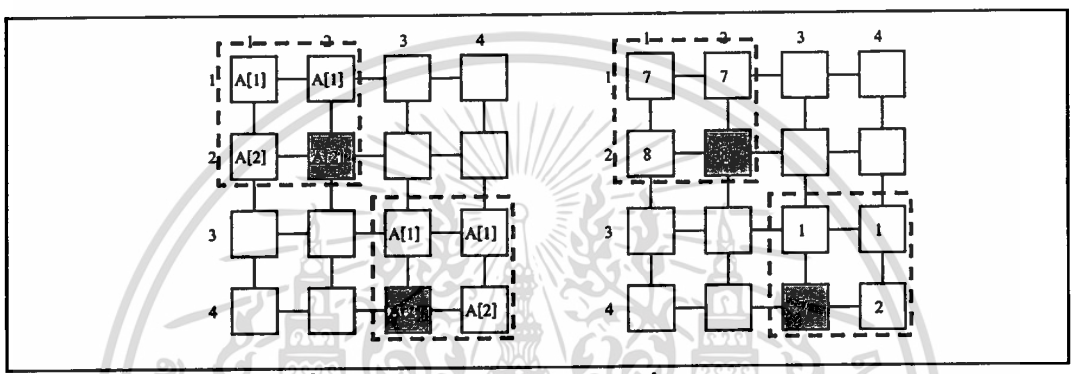


รูปที่ ก24 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1

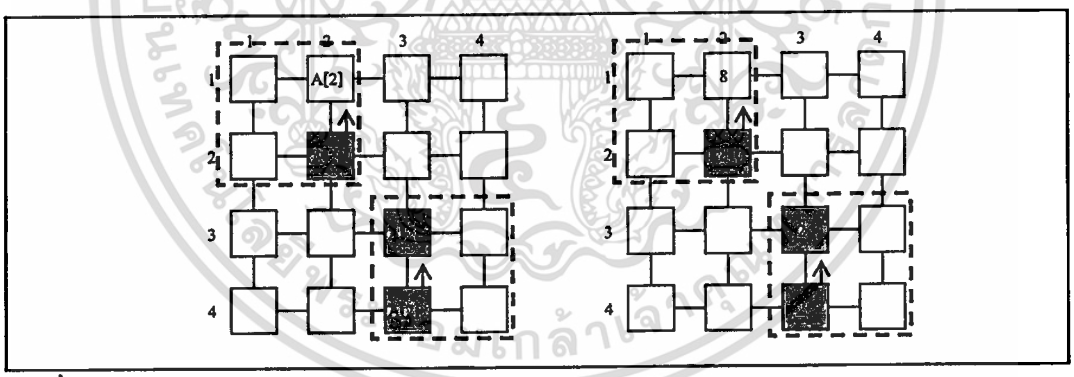
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



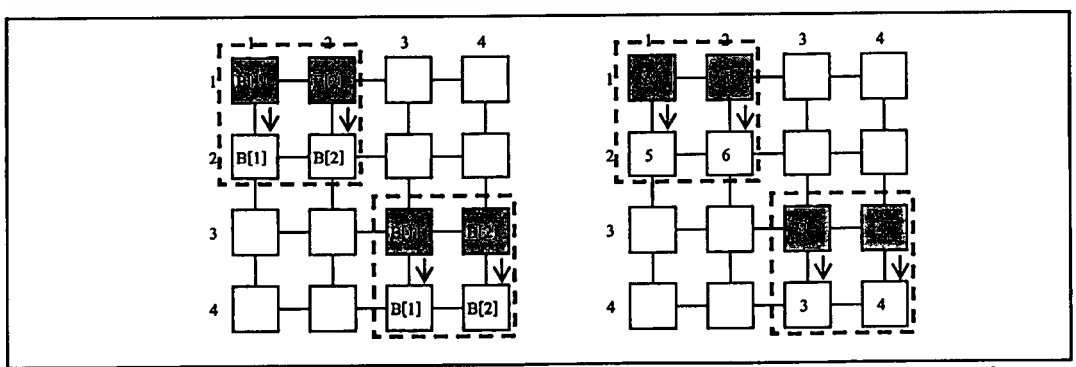
รูปที่ ก25 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก)



รูปที่ ก26 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j

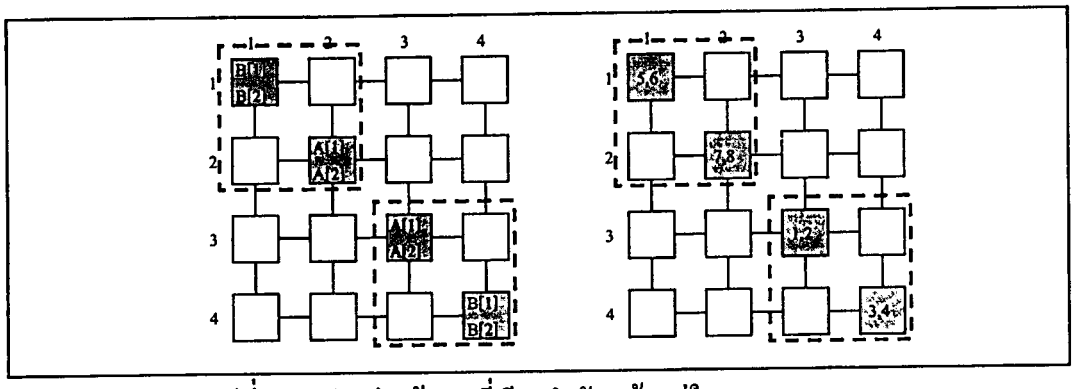


รูปที่ ก27 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง)



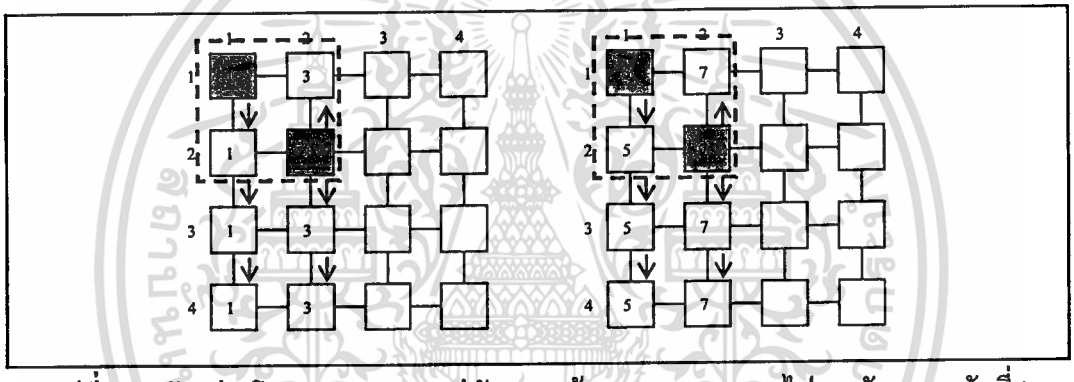
รูปที่ ก28 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

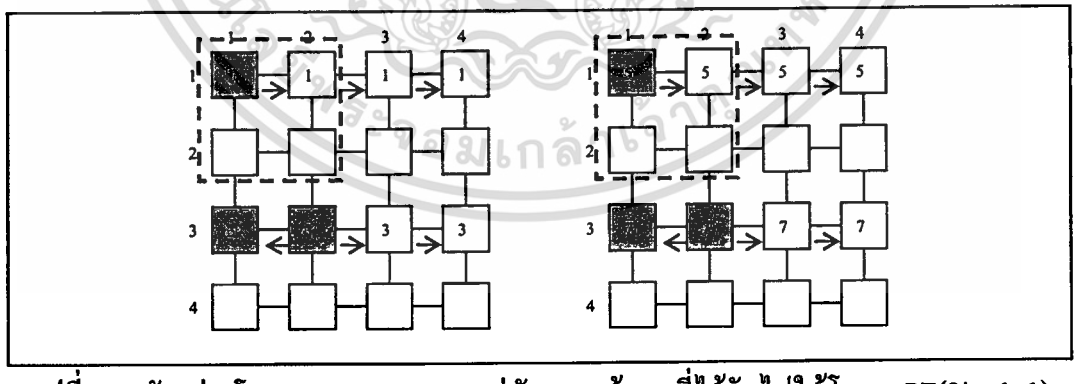


รูปที่ ก33 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

ขั้นตอนที่ 2 (รอบที่ 2) การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว บนระบบย่อยขนาด 2 x 2 เป็นขนาด 4 x 4

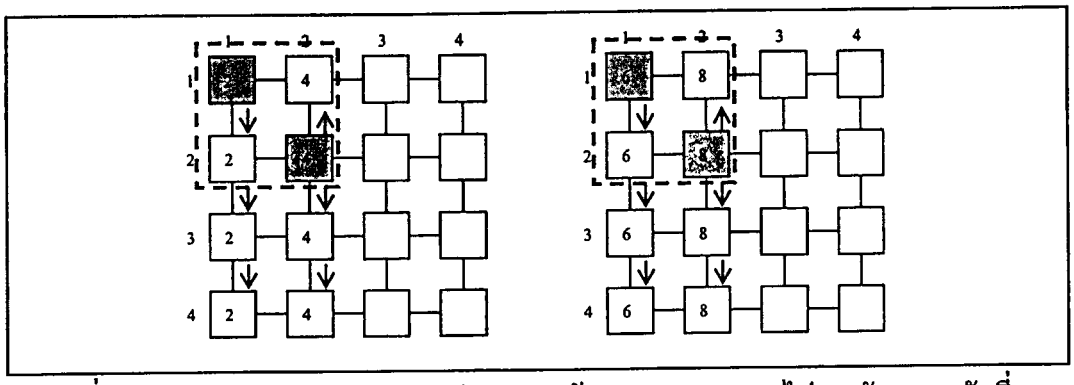


รูปที่ ก34 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของหลักที่ i

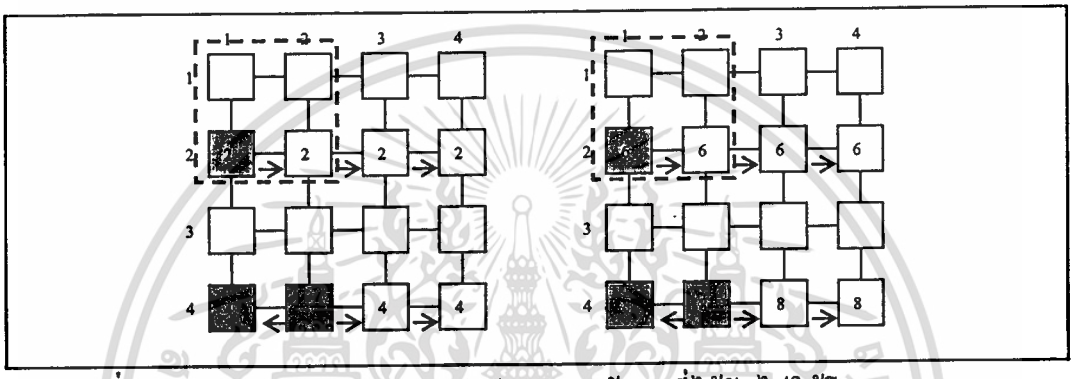


รูปที่ ก35 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)

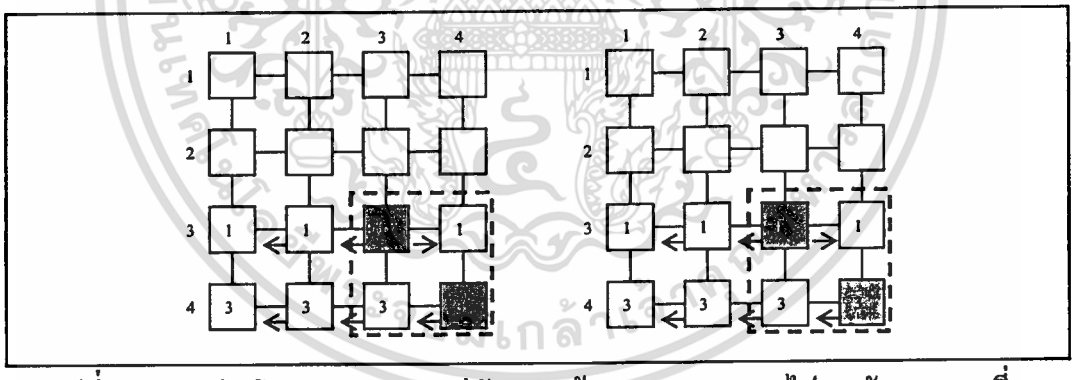
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



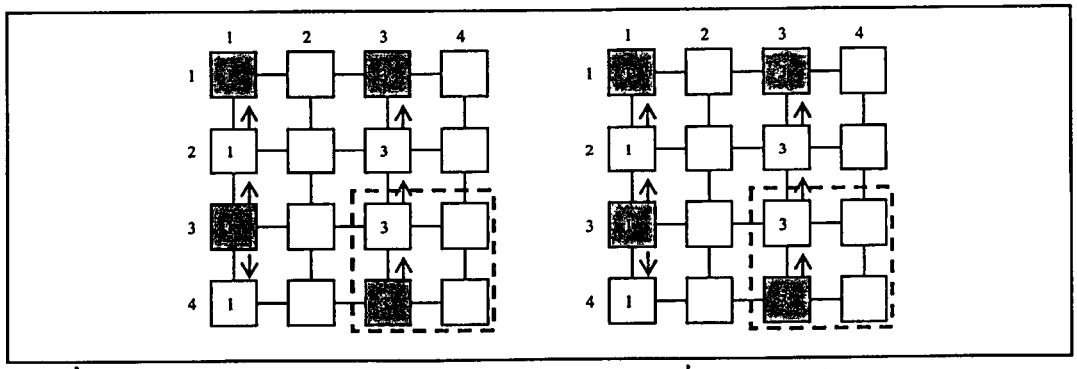
รูปที่ ก36 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของหลักที่ i



รูปที่ ก37 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

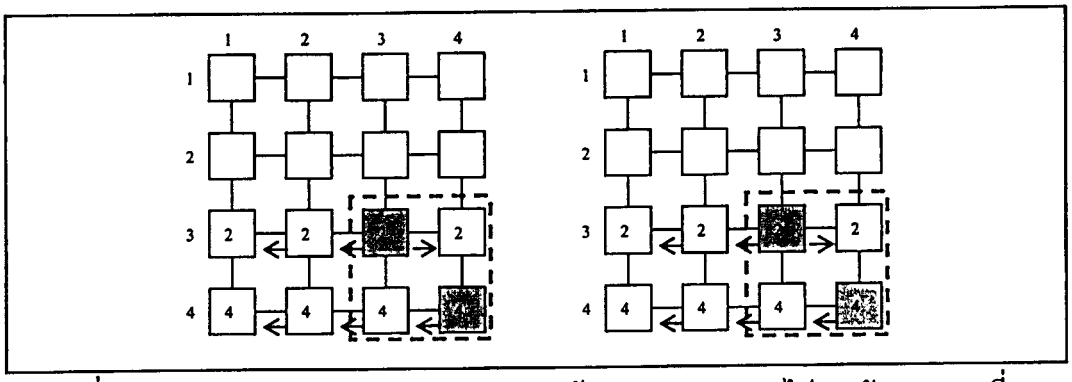


รูปที่ ก38 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนบัสของแถวที่ i

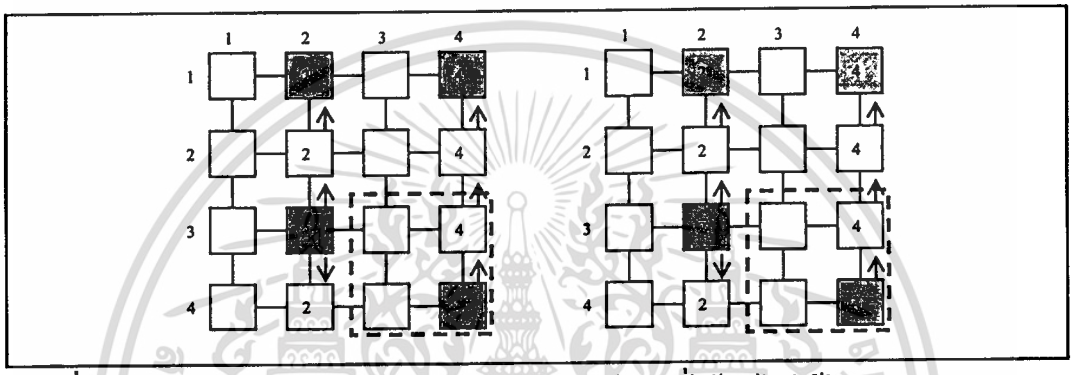


รูปที่ ก39 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 5) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 5)

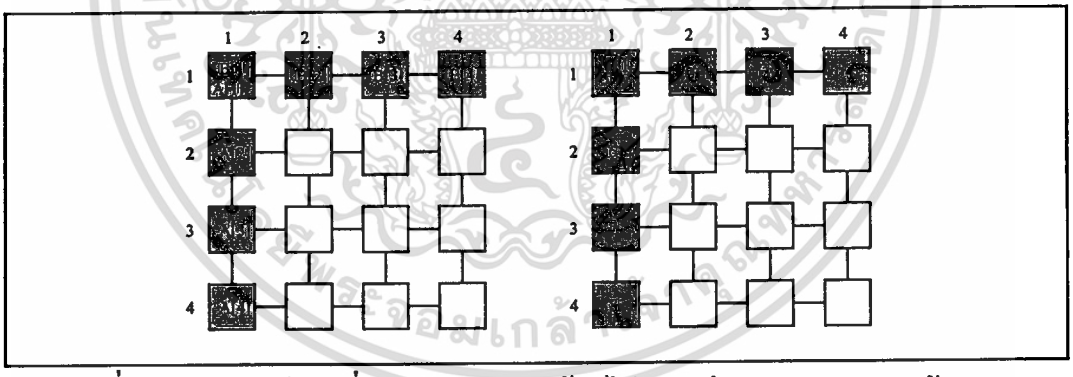
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



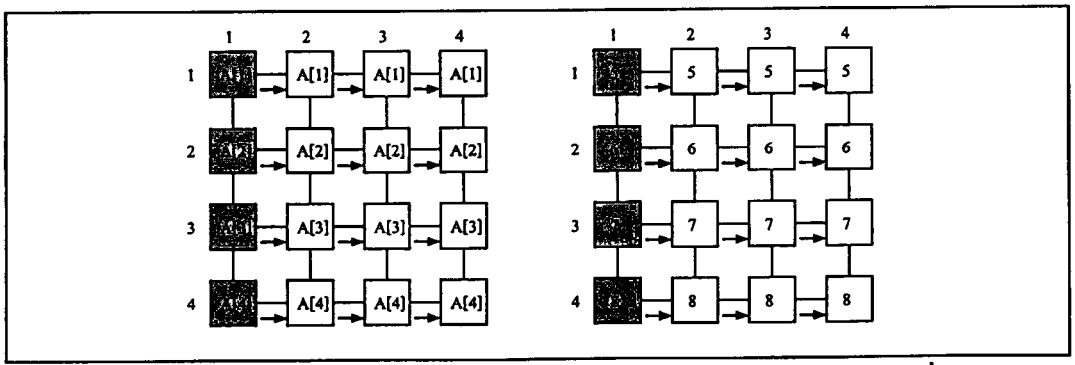
รูปที่ ก40 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนบัสของแถวที่ i



รูปที่ ก41 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 4) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 4)

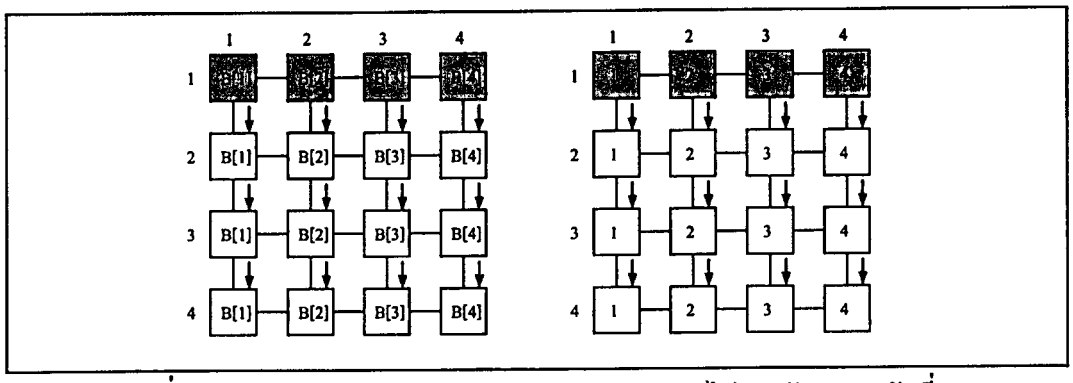


รูปที่ ก42 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

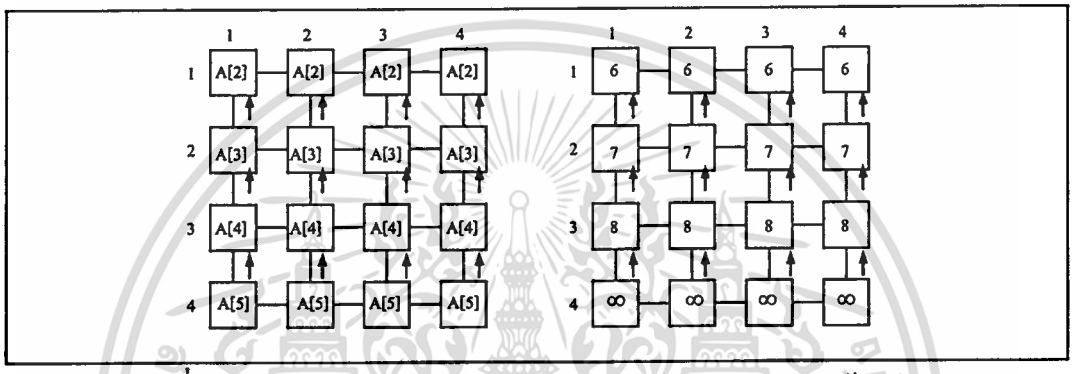


รูปที่ ก43 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i

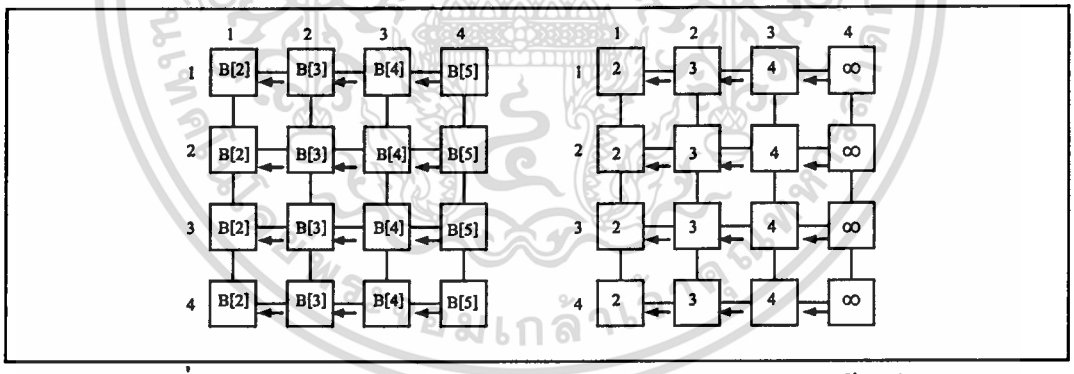
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



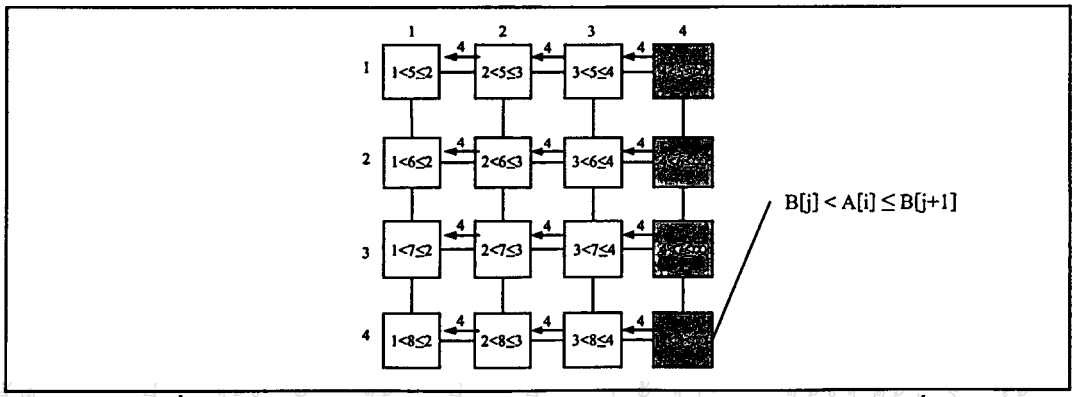
รูปที่ ก44 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j



รูปที่ ก45 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง

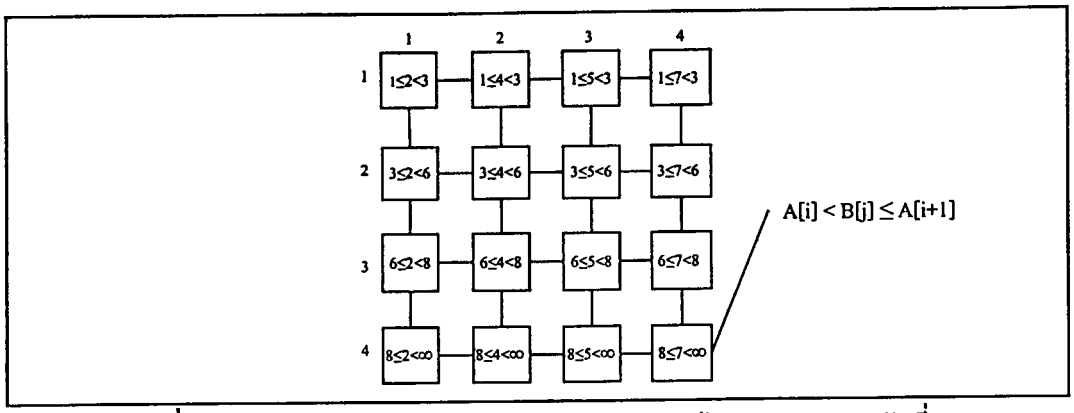


รูปที่ ก46 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

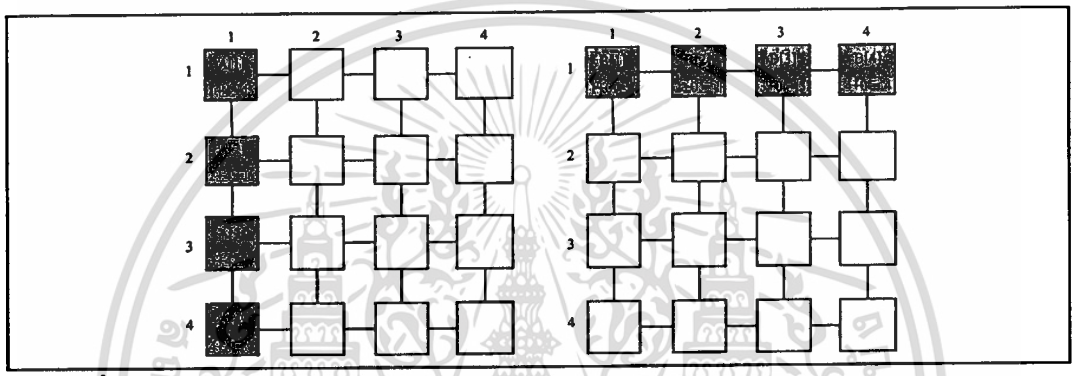


รูปที่ ก47 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนบัสของแถวที่ i

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

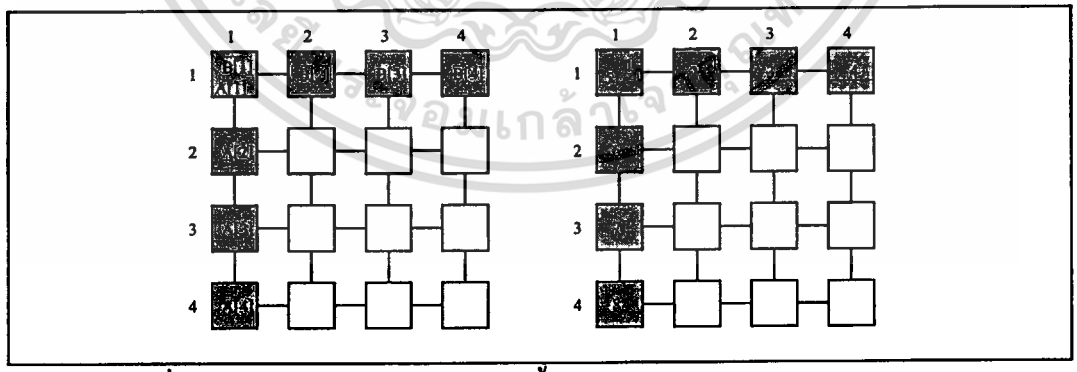


รูปที่ ก48 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนบัสของหลักที่ j



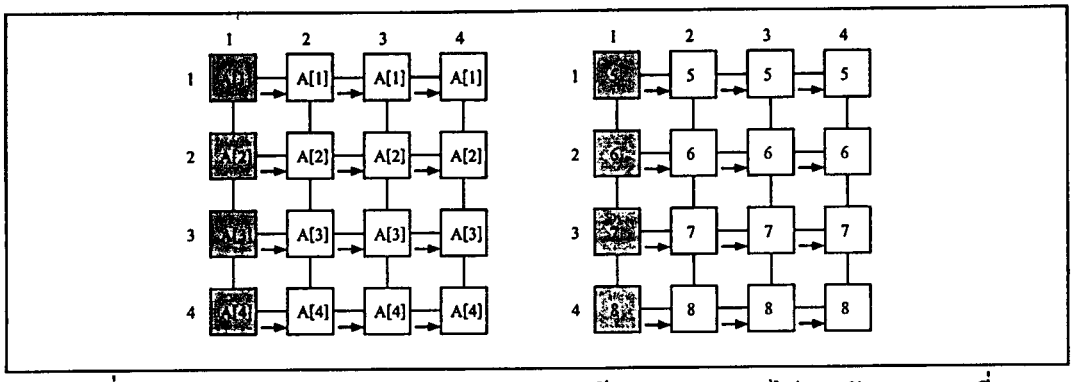
รูปที่ ก49 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j]

<u>ขั้นตอนที่ 3 (รอบที่ 2)</u> การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

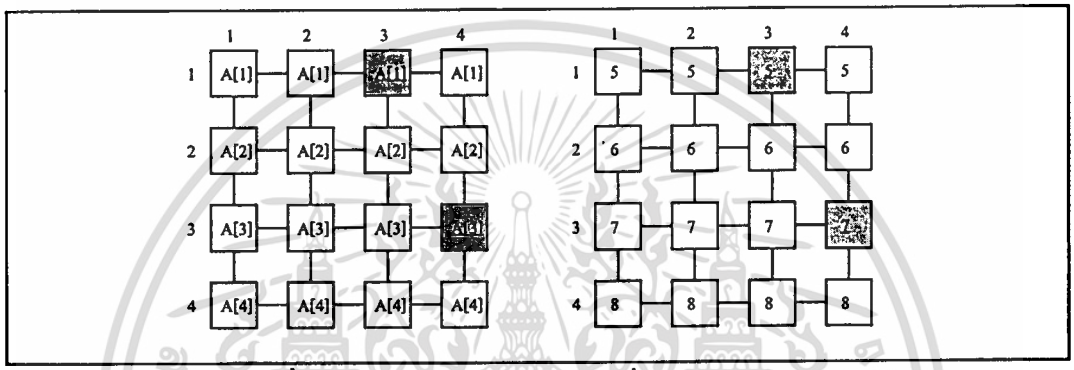


รูปที่ ก50 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4]

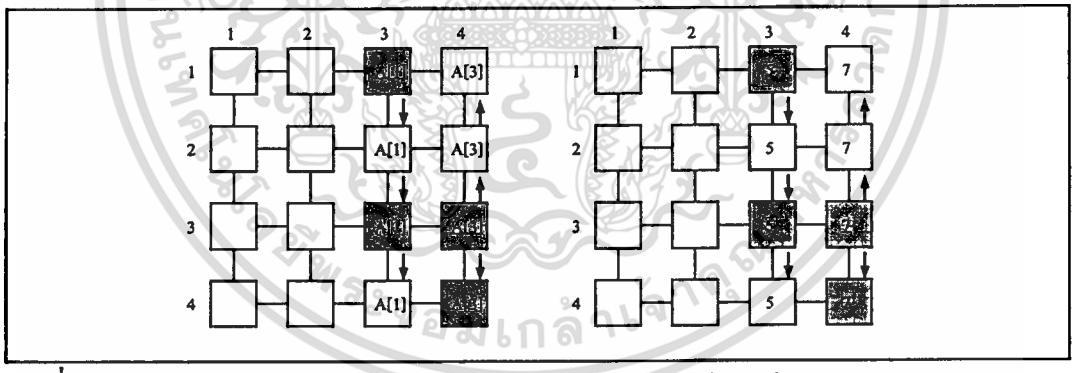
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



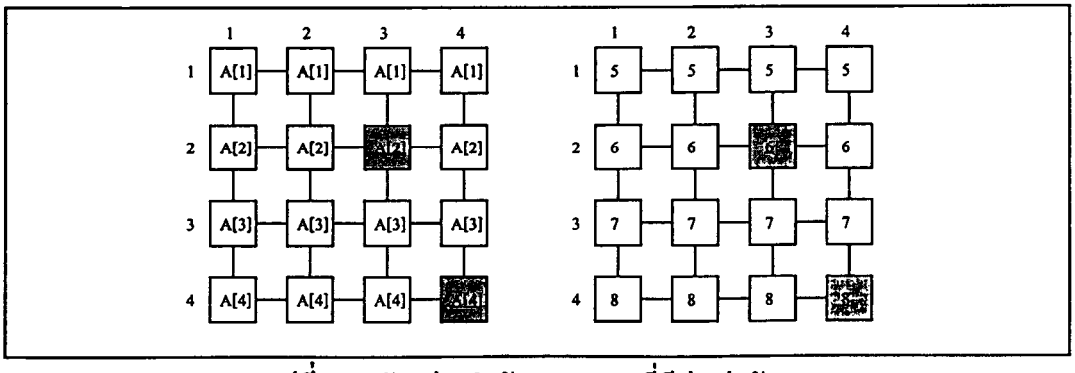
รูปที่ ก51 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนบัสของแถวที่ i



รูปที่ ก52 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1

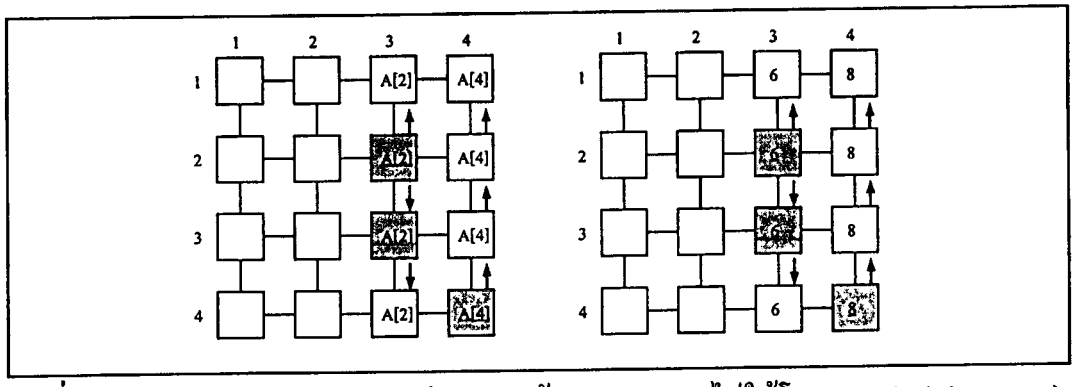


รูปที่ ก53 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก)

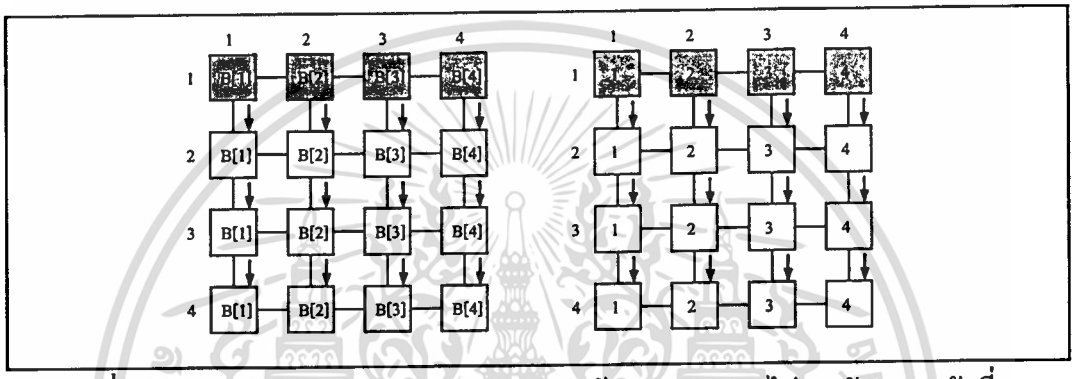


รูปที่ ก54 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j

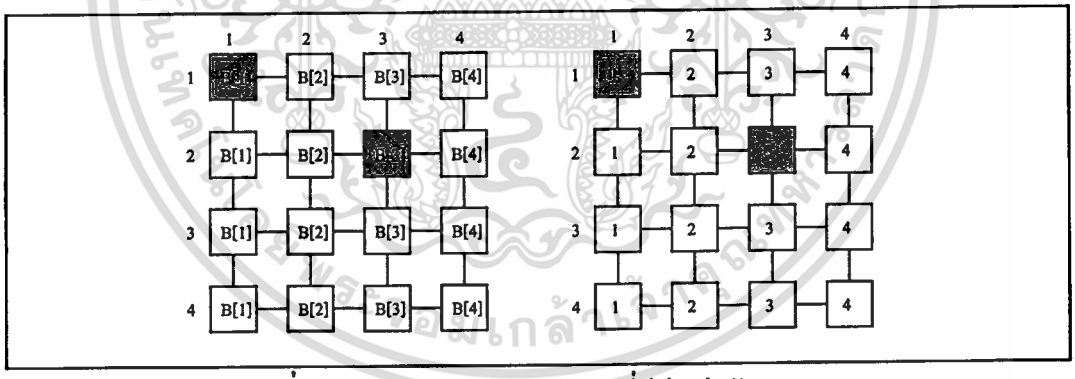
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



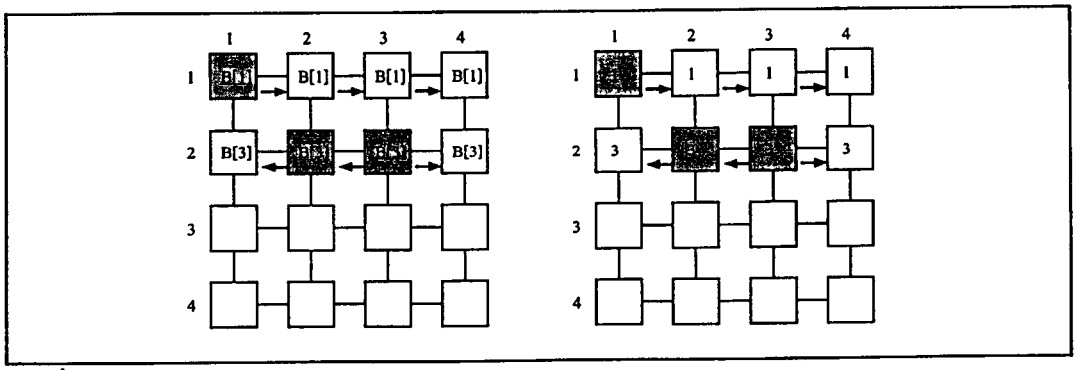
รูปที่ ก55 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง)



รูปที่ ก56 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนบัสของหลักที่ j

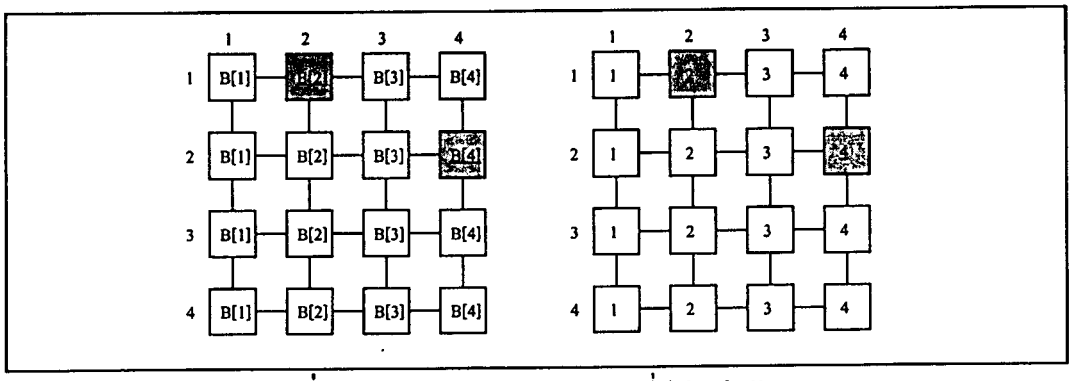


รูปที่ ก57 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1

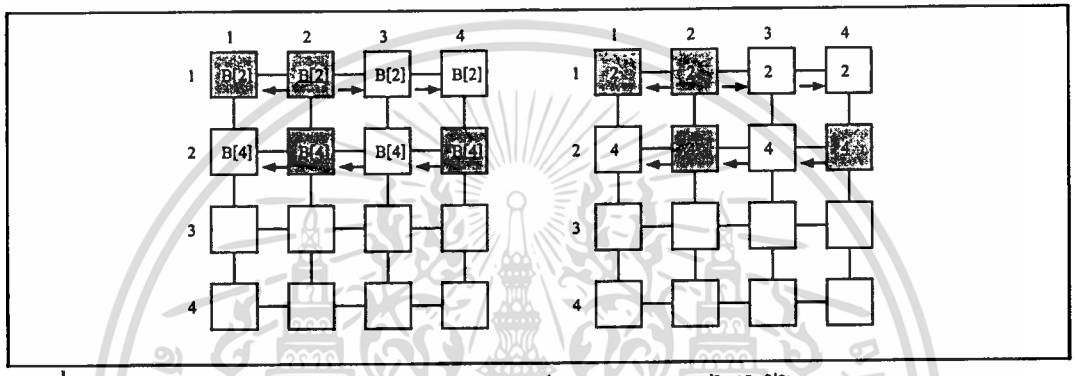


รูปที่ ก58 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก)

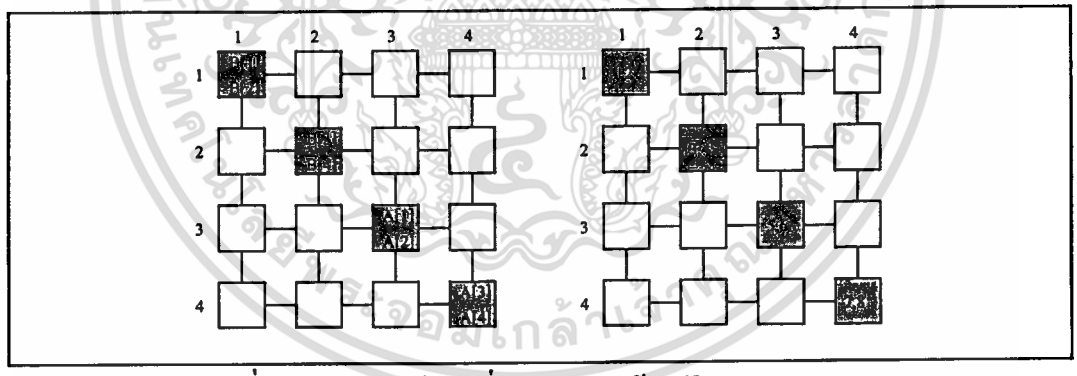
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก59 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i



รูปที่ ก60 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง)



รูปที่ ก61 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

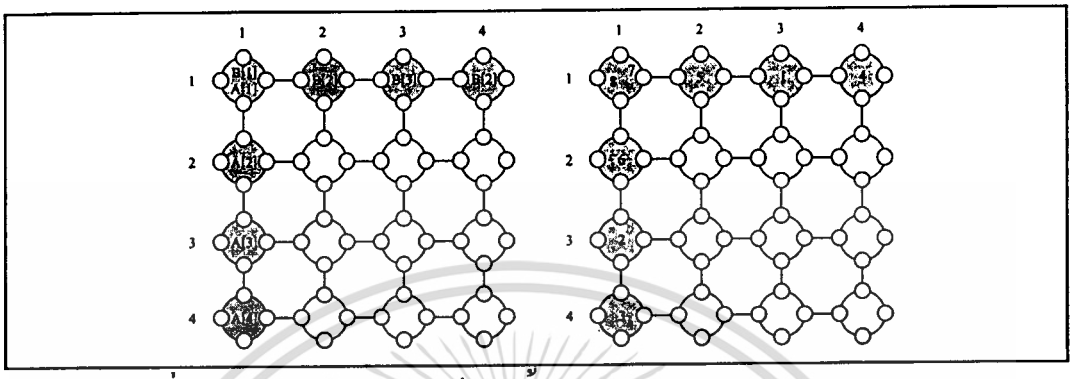
ภาคผนวก ข.

ตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลแบบขนานด้วยวิธีผสาน บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล

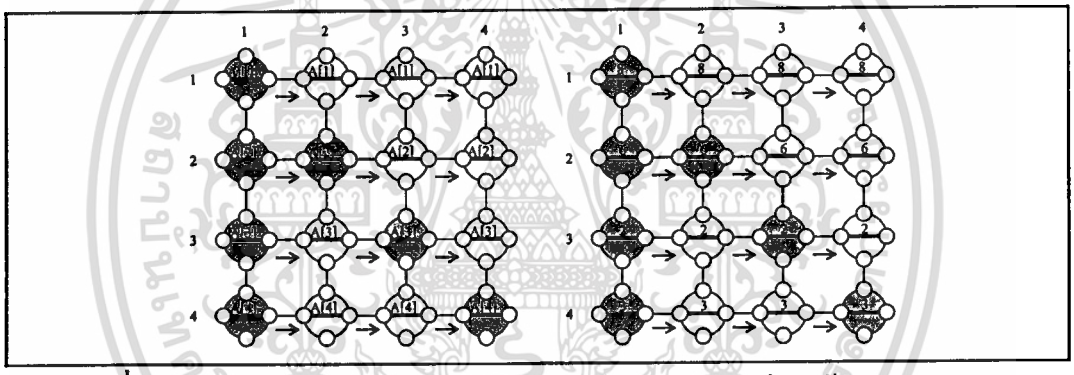
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงตัวอย่างการเรียงลำดับข้อมูลขนาด 8 ตัวแบบขนานด้วยวิธีผสานบนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิลขนาด 4 x 4

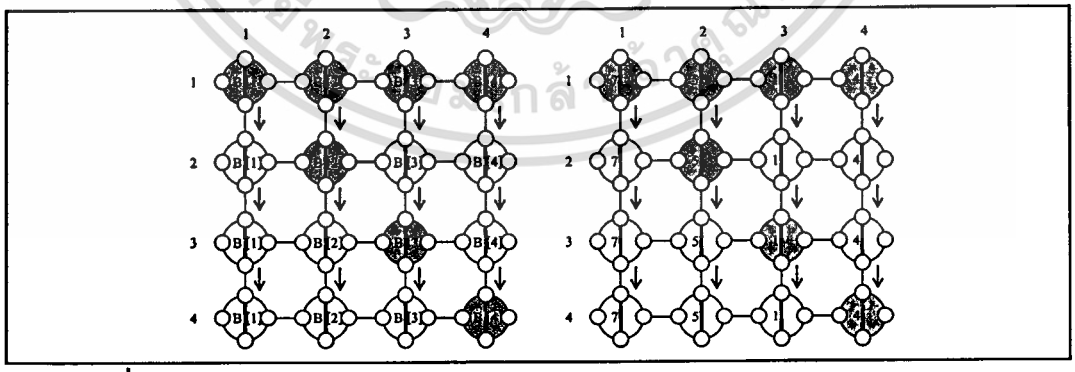
<u>ขั้นตอนที่ 1</u> การเตรียมข้อมูลเริ่มต้นใดๆ บนระบบเครือข่ายแบบตาข่ายรีคอนฟิกิวเรเบิล



รูปที่ ข1 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4]

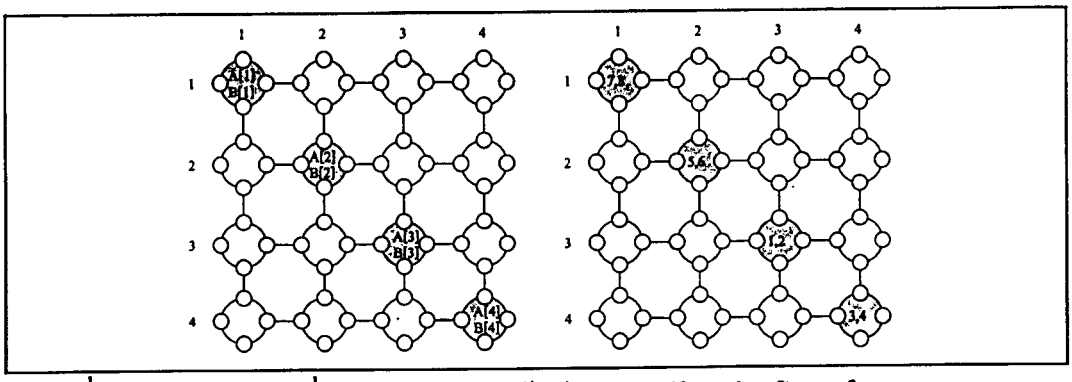


รูปที่ ข2 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(i, i)



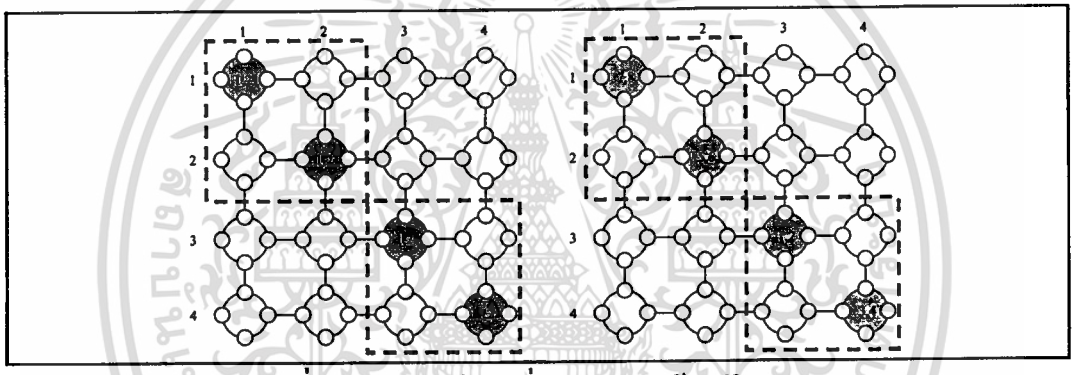
รูปที่ ข3 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(j, j)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

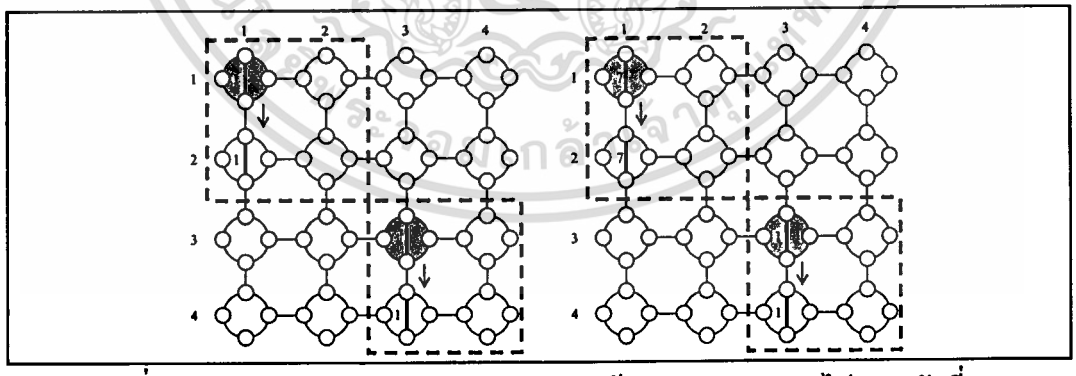


รูปที่ ข4 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่ในแต่ละโหนดในแนวทแยงมุม

<u>ขั้นตอนที่ 2 (รอบที่ 1)</u> การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว บนระบบย่อยขนาด 1 x 1 เป็นขนาด 2 x 2

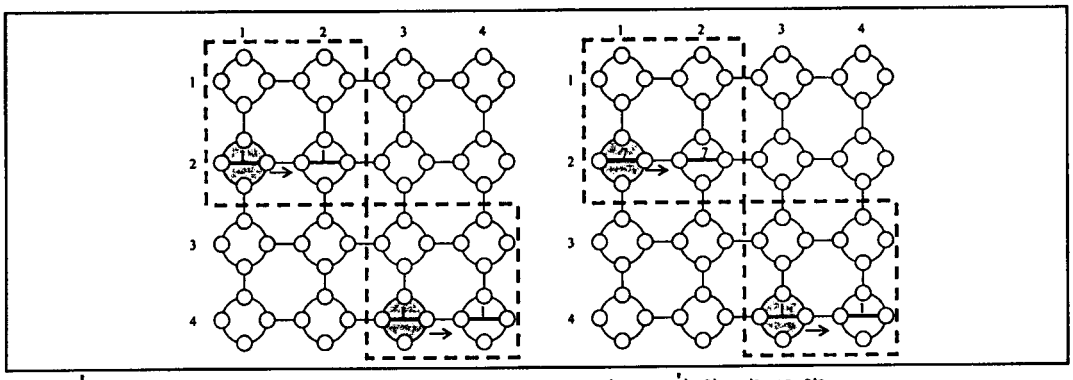


รูปที่ ข5 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

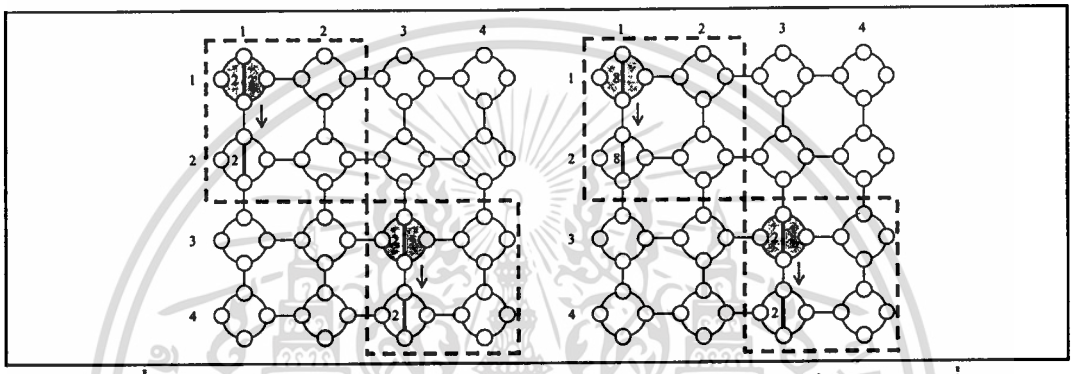


รูปที่ ข6 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนหลักที่ i

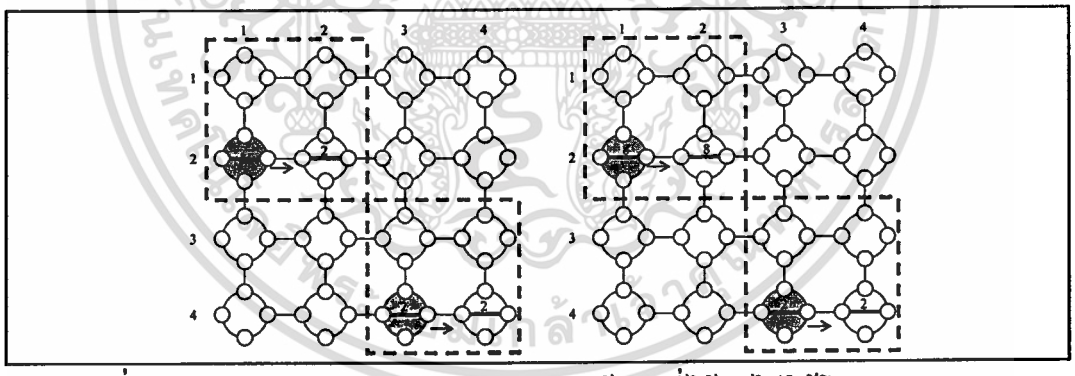
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



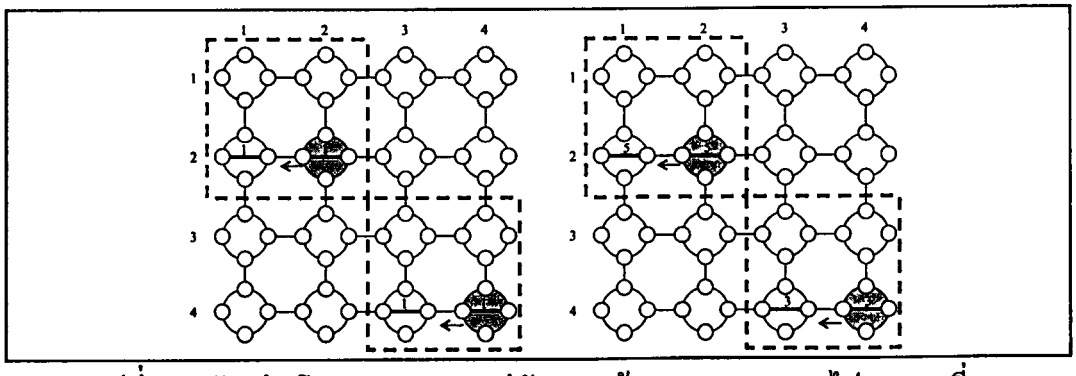
รูปที่ ข7 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)



รูปที่ ข8 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนหลักที่ i

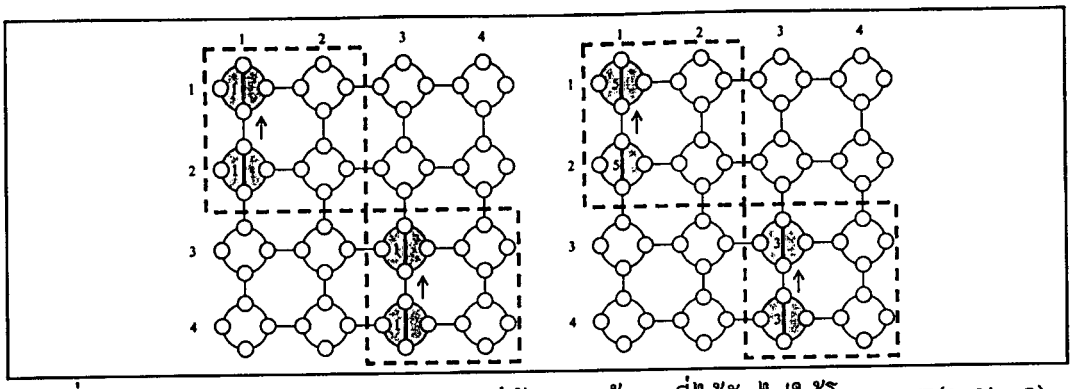


รูปที่ ข9 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

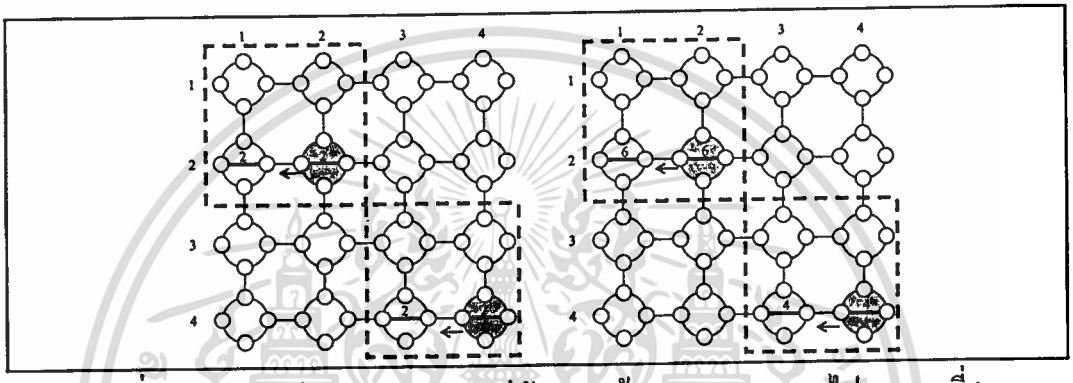


รูปที่ ข10 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนแถวที่ i

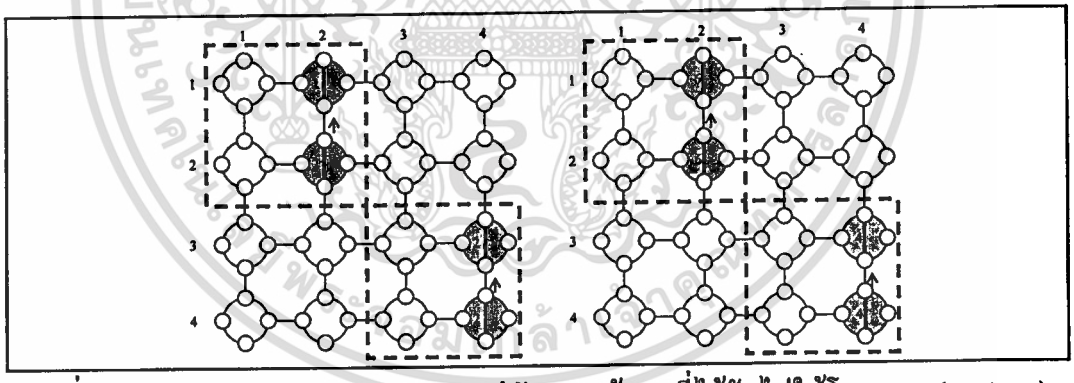
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



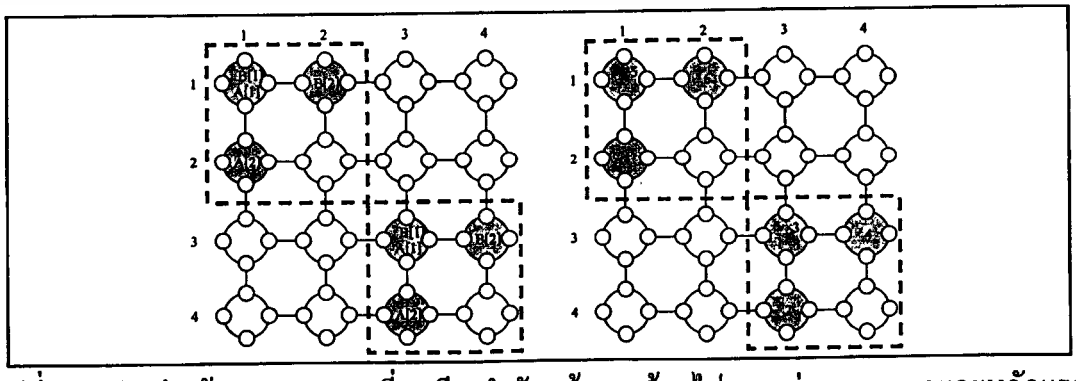
รูปที่ ข11 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 3) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 3)



รูปที่ ข12 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนแถวที่ i

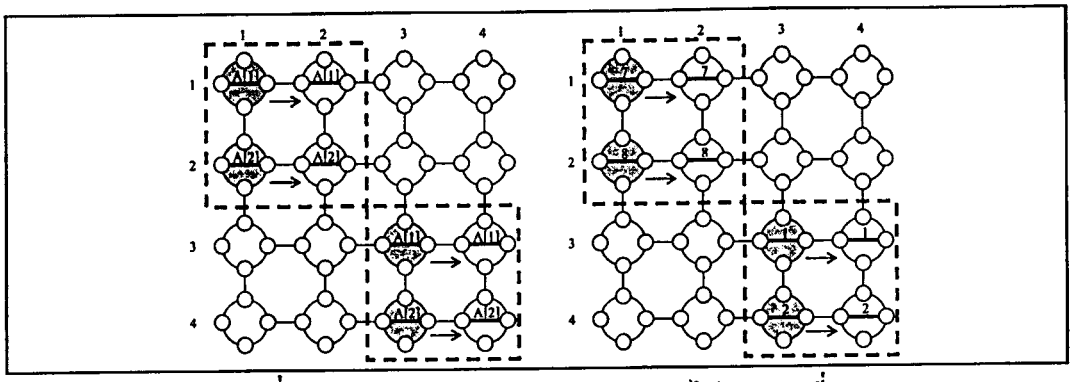


รูปที่ ข13 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 2) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 2)

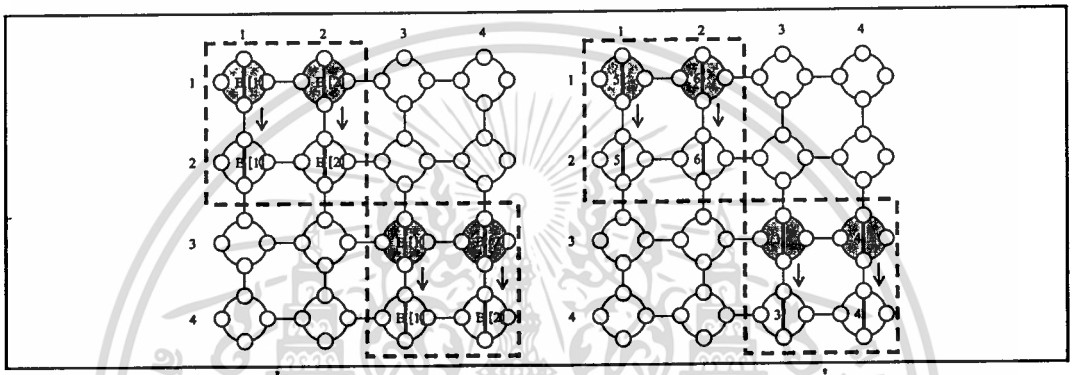


รูปที่ ข14 ตัวอย่างข้อมูล 2 รายการที่ถูกเรียงลำดับแล้วจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

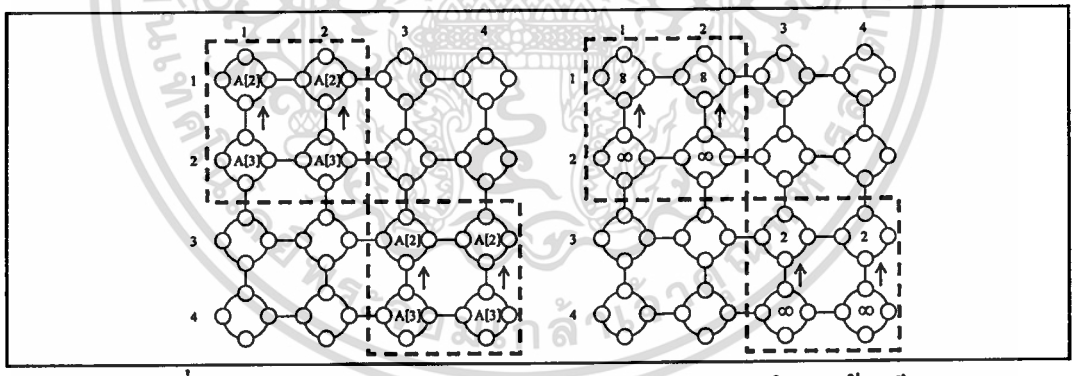
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



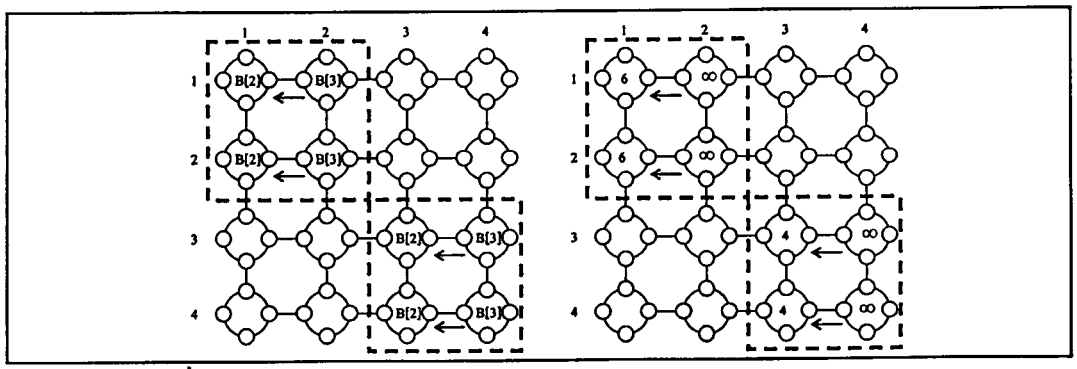
รูปที่ ข15 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i



รูปที่ ข16 ตัวอย่างการแพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j

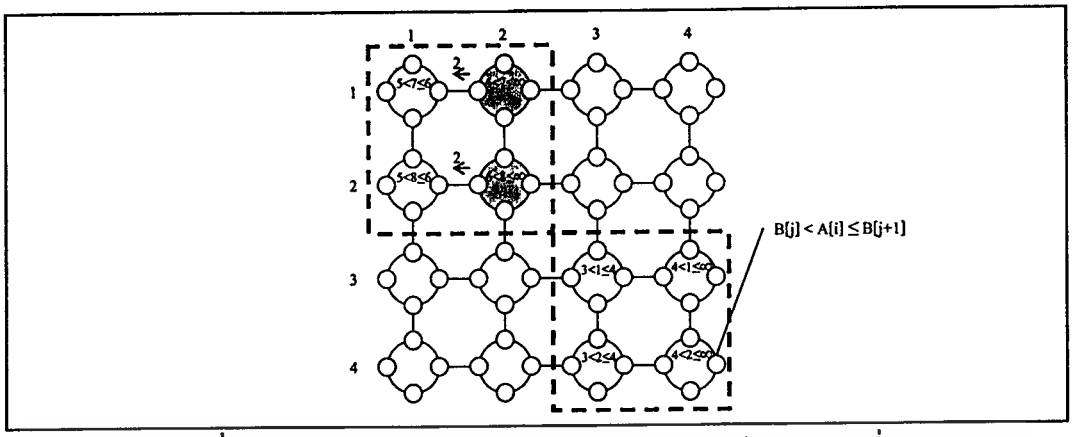


รูปที่ ข17 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง

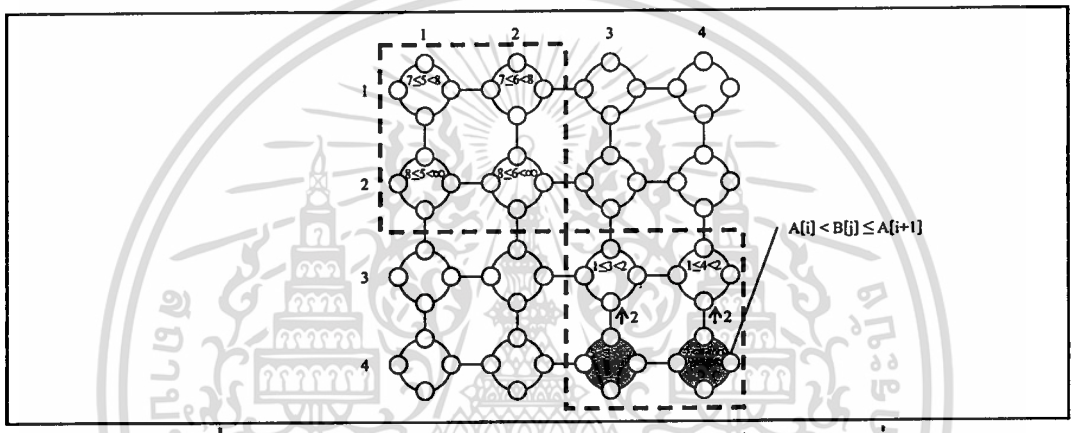


รูปที่ ข18 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

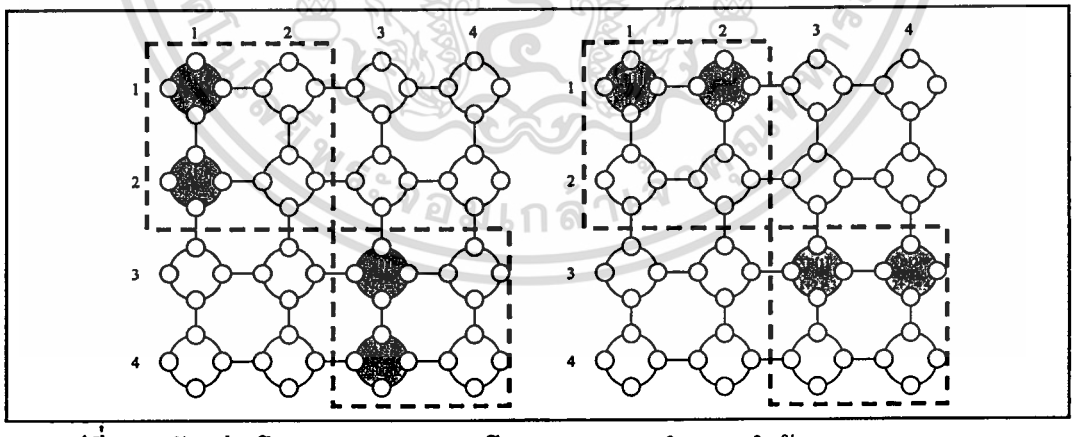
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ข19 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนแถวที่ i



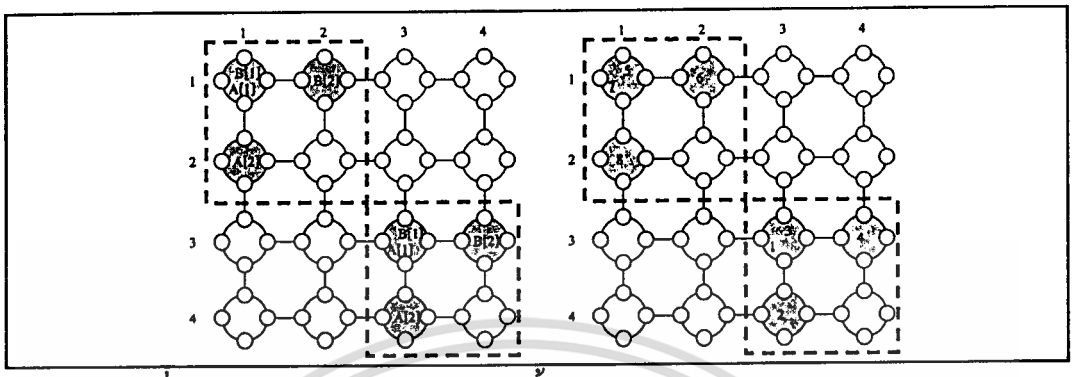
รูปที่ ข20 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนหลักที่ j



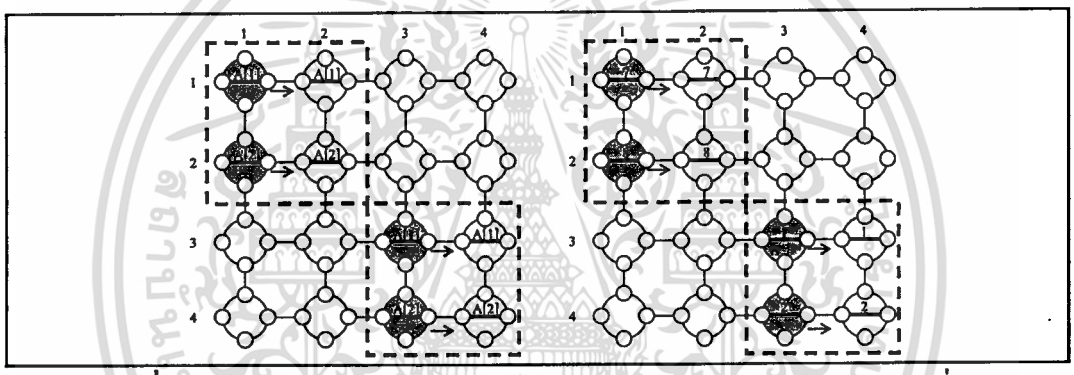
รูปที่ ข21 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

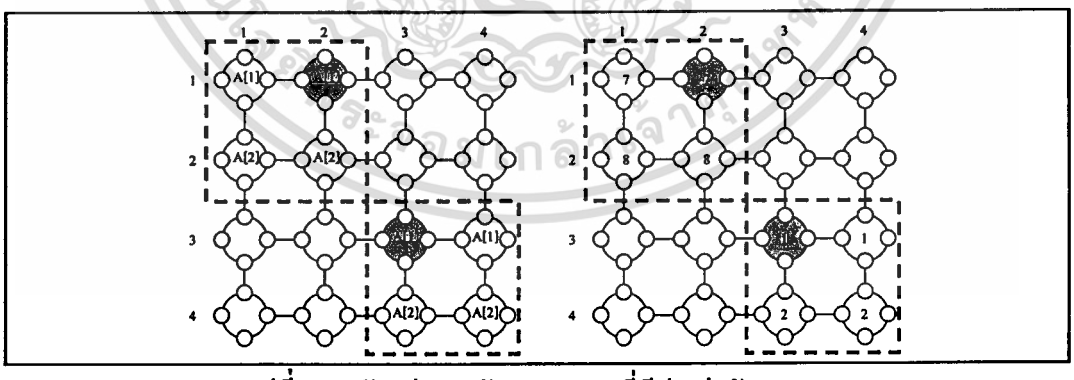
<u>ขั้นตอนที่ 3 (รอบที่ 1)</u> การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม



รูปที่ ข22 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..2] และ B[1..2]

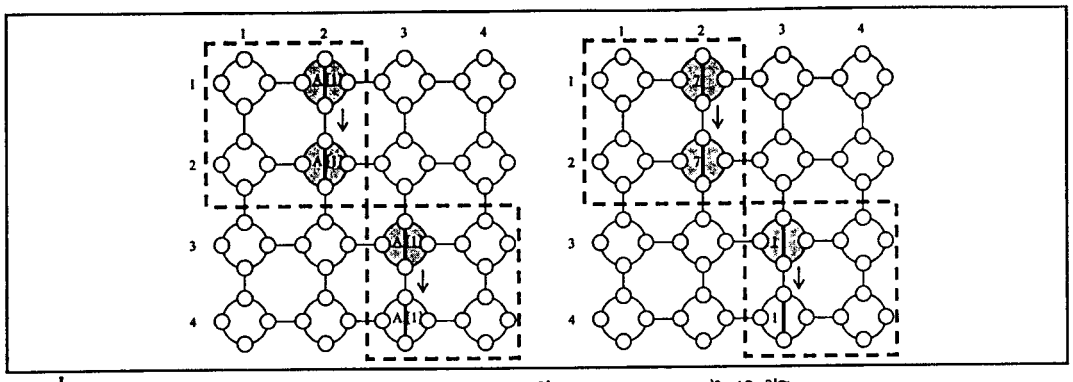


รูปที่ ข23 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนแถวที่ i

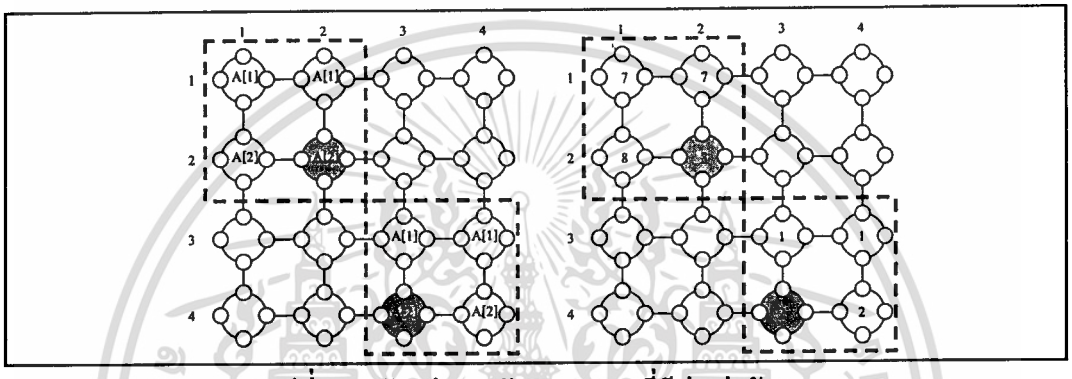


รูปที่ ข24 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1

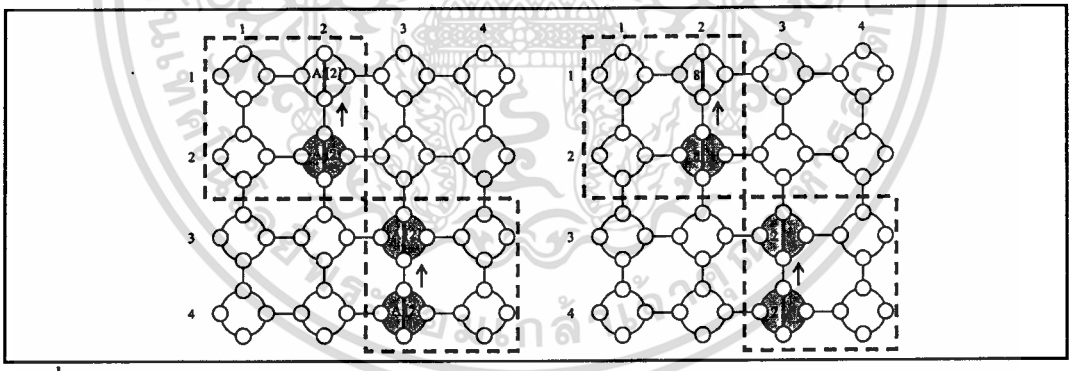
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



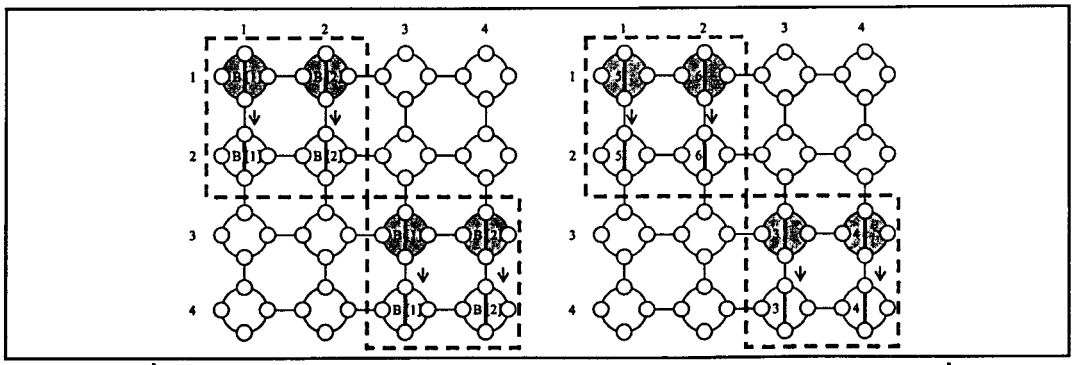
รูปที่ ข25 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก)



รูปที่ ข26 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j

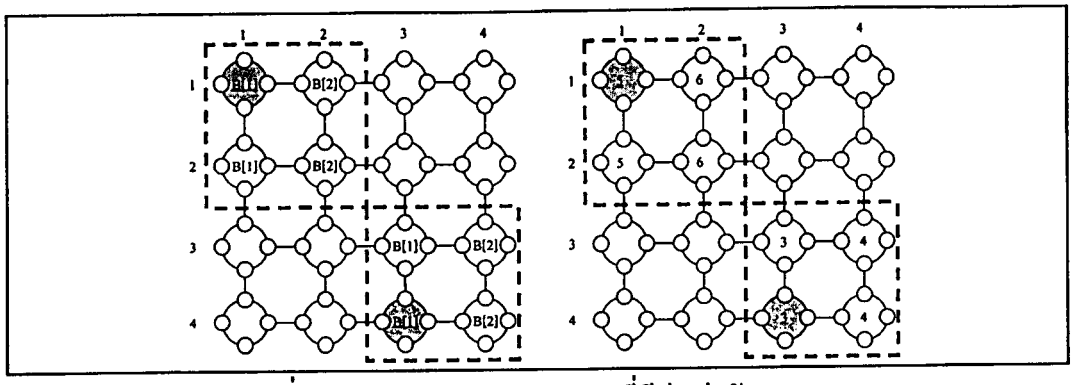


รูปที่ ข27 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง)

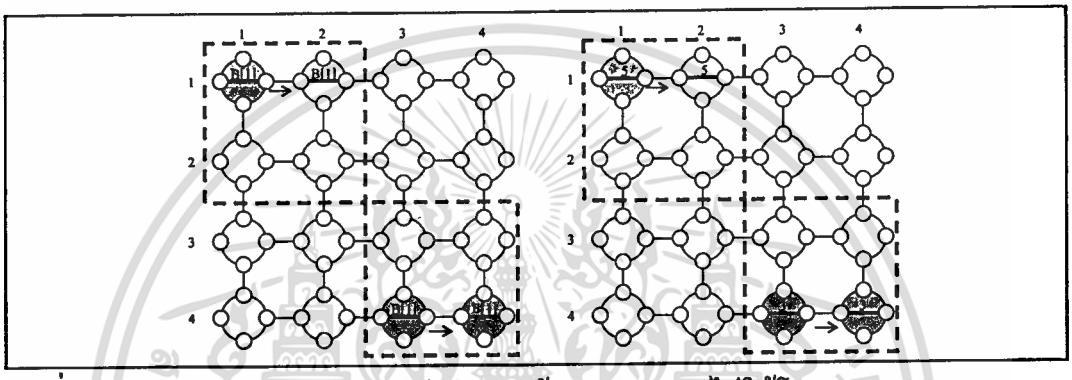


รูปที่ ข28 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนหลักที่ j

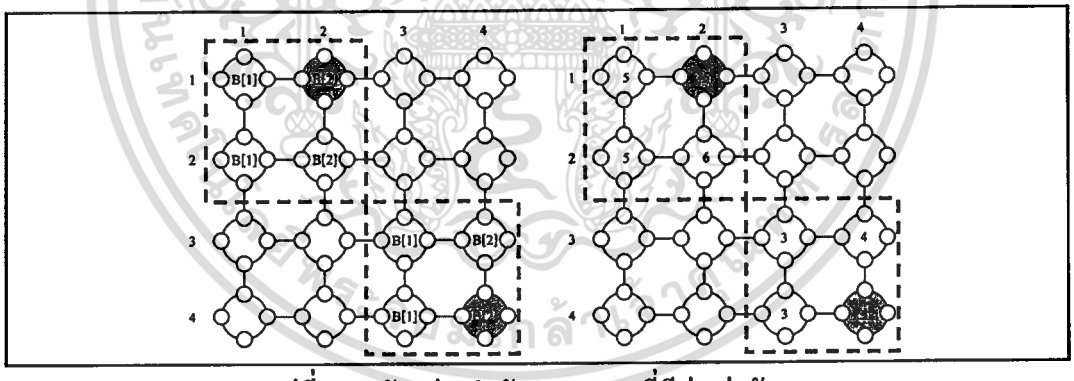
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



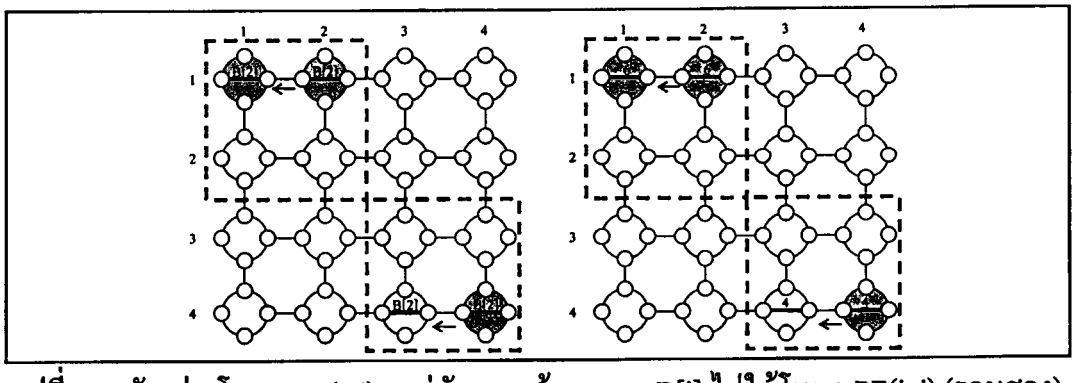
รูปที่ ข29 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1



รูปที่ ข30 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก)

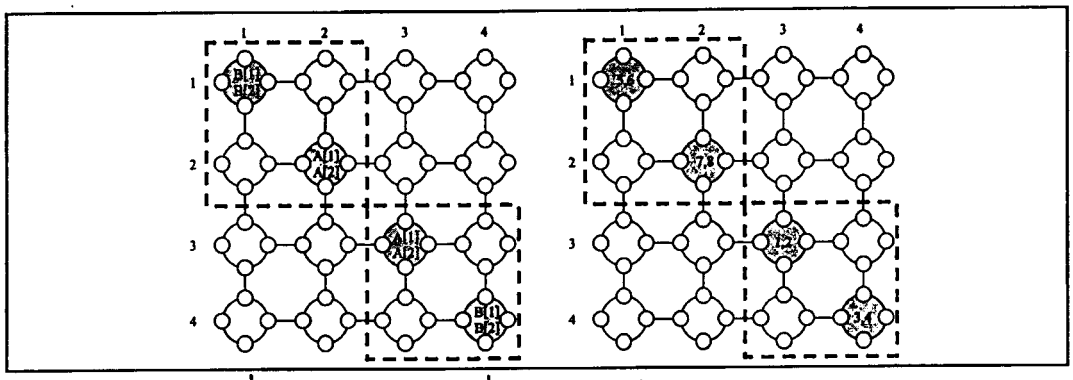


รูปที่ ข31 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i



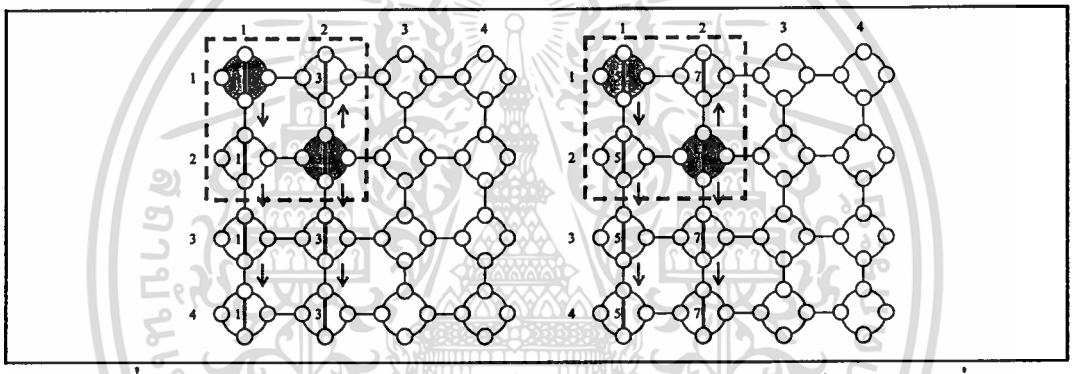
รูปที่ ข32 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

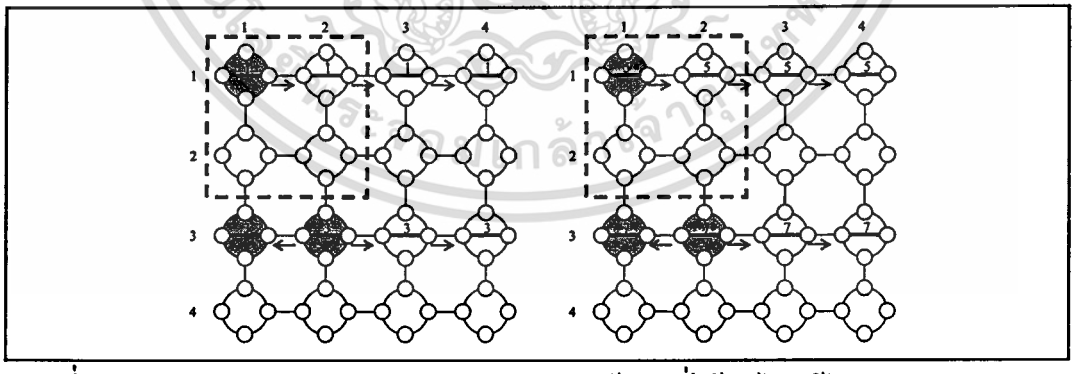


รูปที่ ข33 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

<u>ขั้นตอนที่ 2 (รอบที่ 2)</u> การผสานการเรียงลำดับข้อมูลย่อย 2 รายการที่เรียงแล้ว บนระบบย่อยขนาด 2 x 2 เป็นขนาด 4 x 4

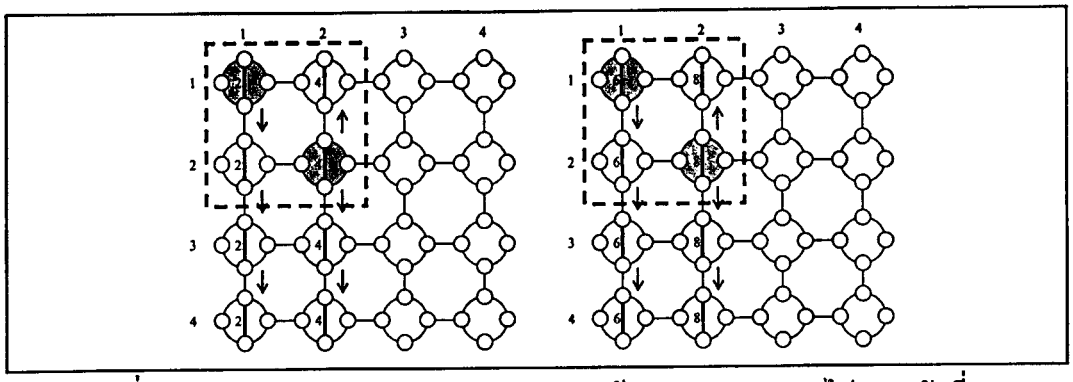


รูปที่ ข34 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนหลักที่ i

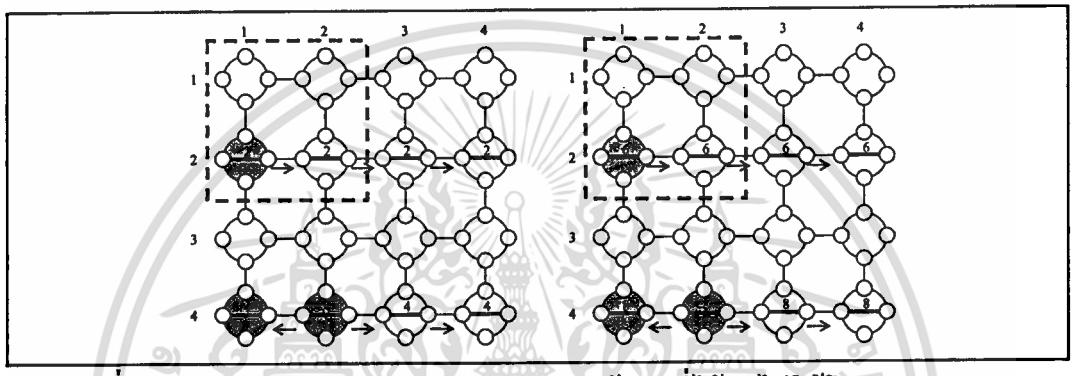


รูปที่ ข35 ตัวอย่างโหนด PE(2i – 1, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i – 1, 1)

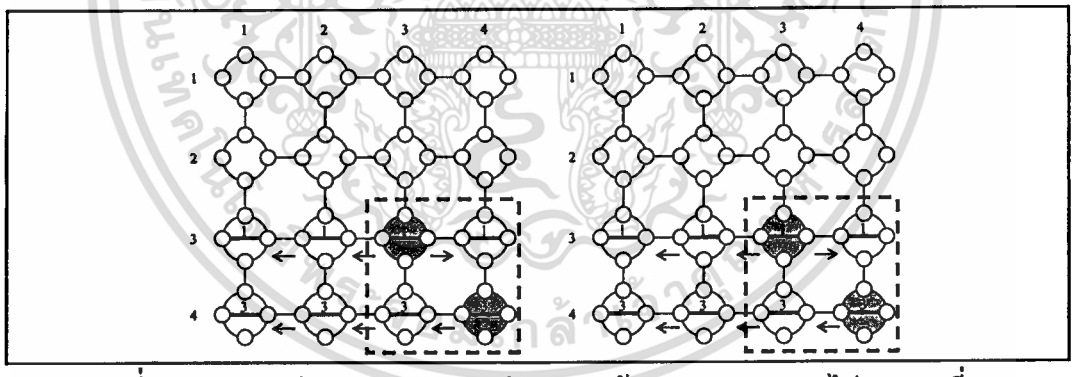
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



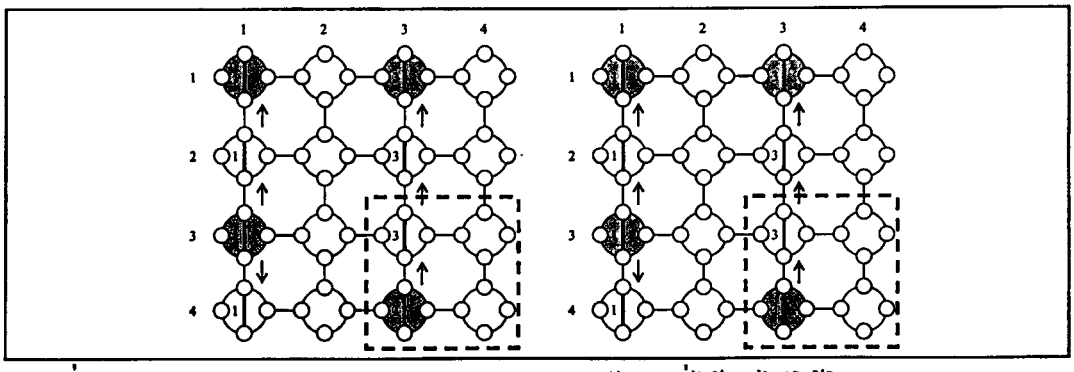
รูปที่ ข36 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนหลักที่ i



รูปที่ ข37 ตัวอย่างโหนด PE(2i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(2i, 1)

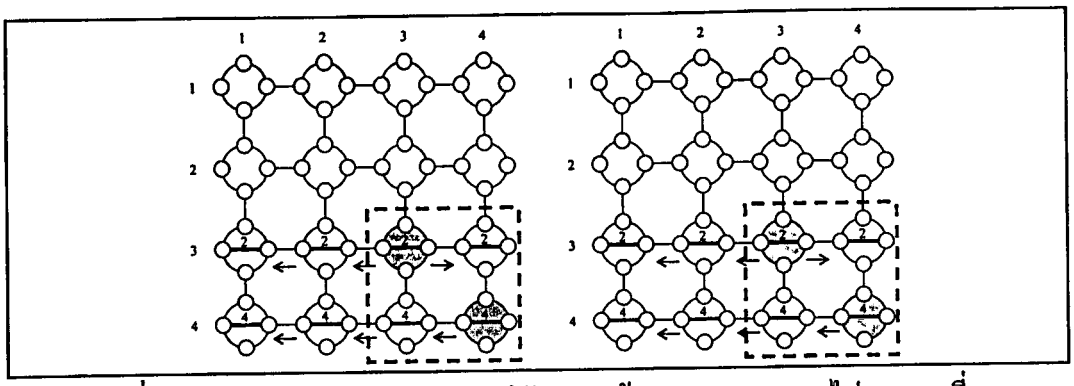


รูปที่ ข38 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_1 ไปบนแถวที่ i

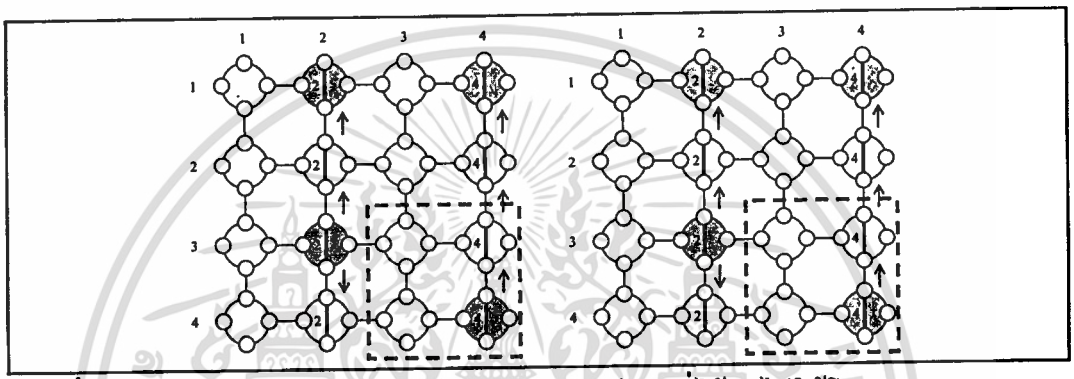


รูปที่ ข39 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 5) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 5)

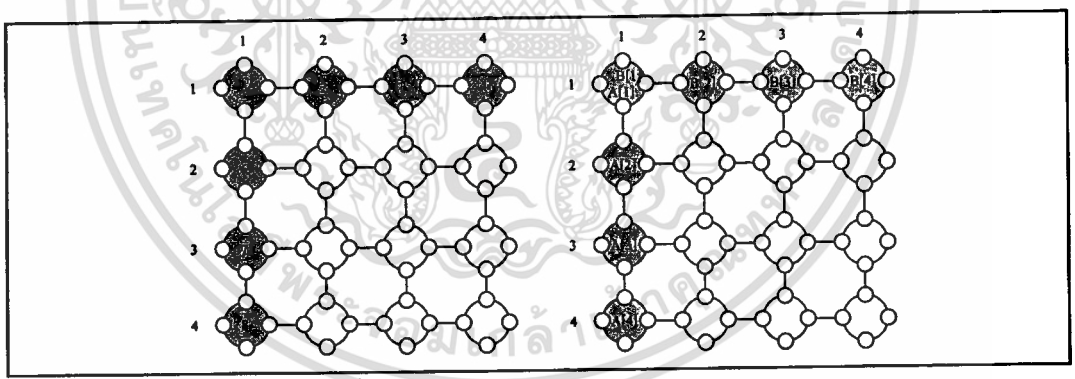
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



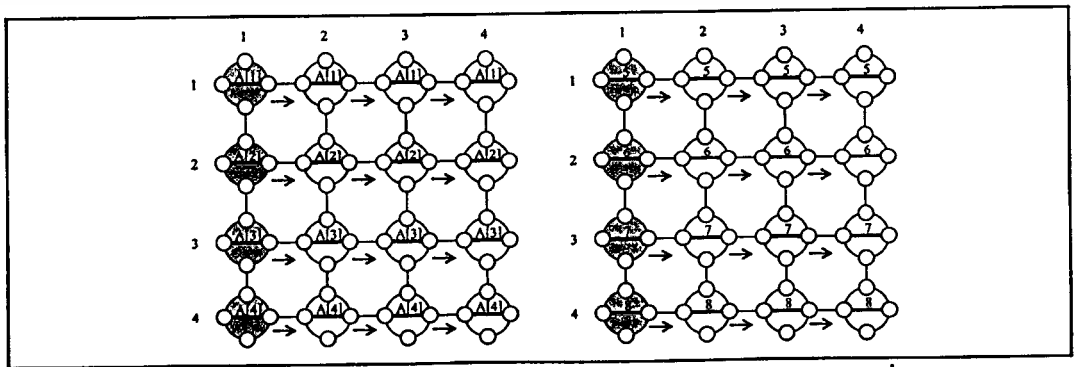
รูปที่ ข40 ตัวอย่างโหนด PE(i, i) แพร่สัญญาณข้อมูลของ temp_2 ไปบนแถวที่ i



รูปที่ ข41 ตัวอย่างโหนด PE(i, 2i – 4) แพร่สัญญาณข้อมูลที่ได้รับไปให้โหนด PE(1, 2i – 4)

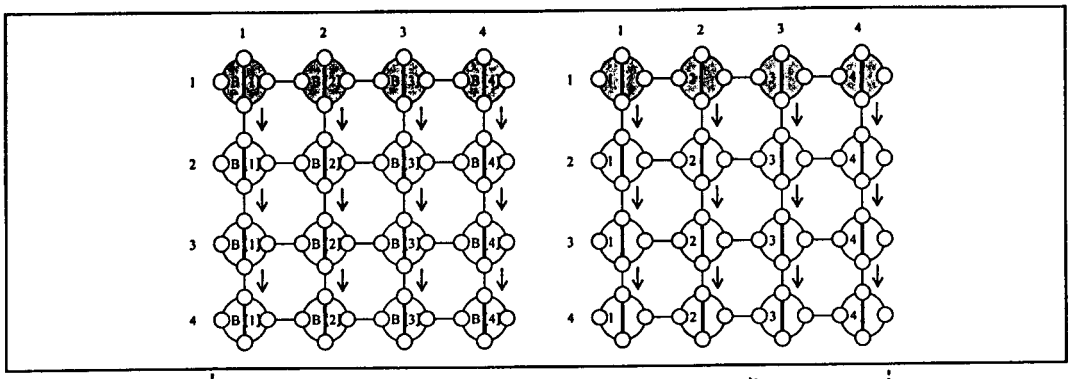


รูปที่ ข42 ตัวอย่างข้อมูลที่ถูกเรียงลำดับจากน้อยไปมากอยู่บนแถวแรกและหลักแรก

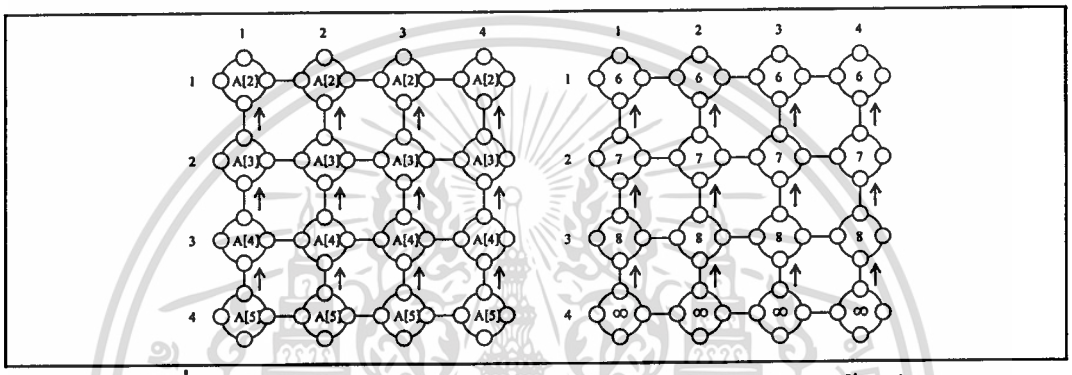


รูปที่ ข43 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณ A[i] ไปบนแถวที่ i

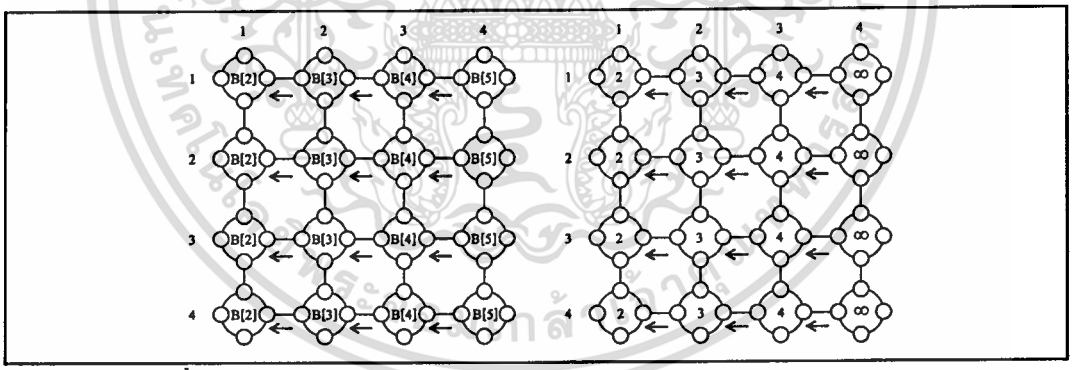
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



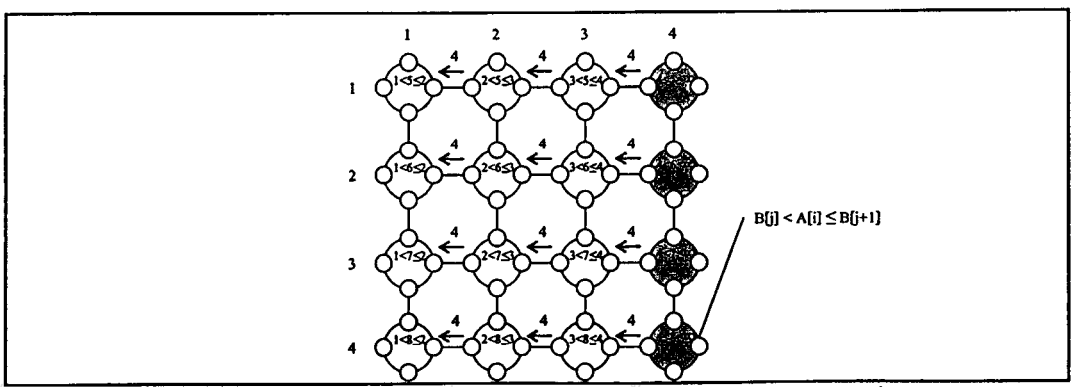
รูปที่ ข44 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณ B[j] ไปบนหลักที่ j



รูปที่ ข45 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ A[i+1] จากโหนดข้างเคียง

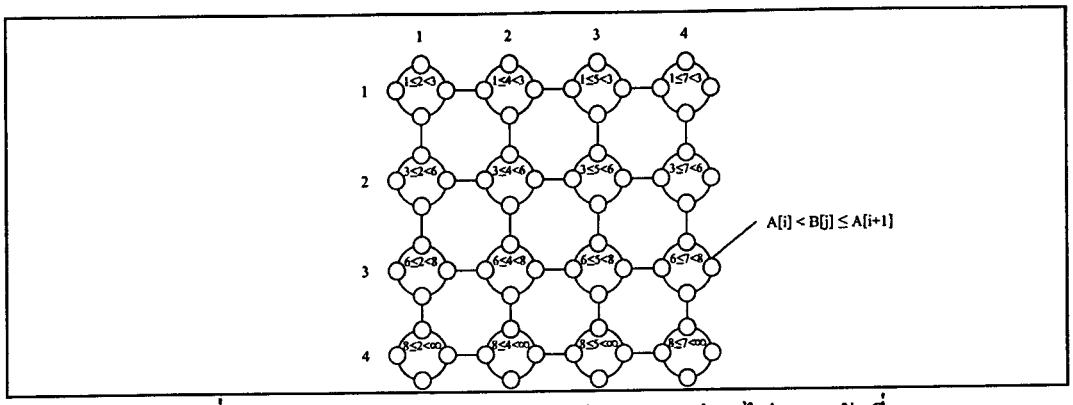


รูปที่ ข46 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) อ่านค่าของ B[j+1] จากโหนดข้างเคียง

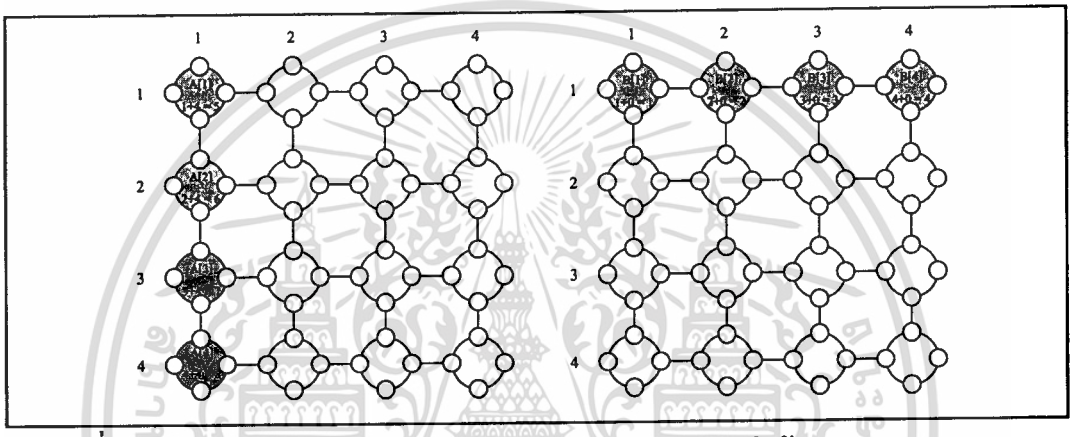


รูปที่ ข47 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า j ไปบนแถวที่ i

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

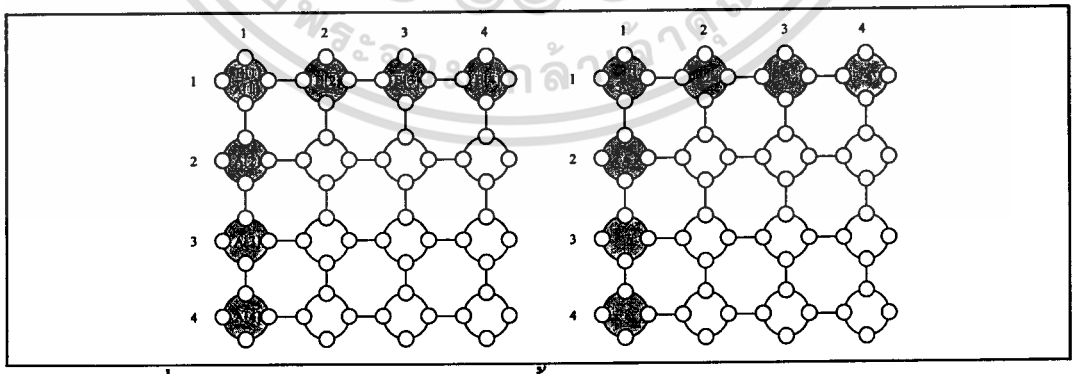


รูปที่ ข48 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณค่า i ไปบนหลักที่ j



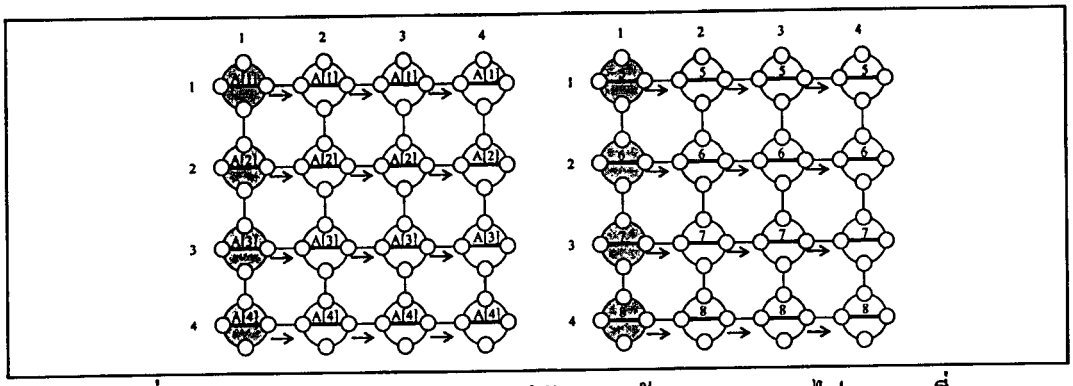
รูปที่ ข49 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) และ โหนด PE(1, j) คำนวณลำดับของ A[i] และ B[j]

<u>ขั้นตอนที่ 3 (รอบที่ 2)</u> การนำข้อมูลที่ทราบลำดับแล้วมาไว้ในหน่วยประมวลผลที่อยู่ในแนวทแยงมุม

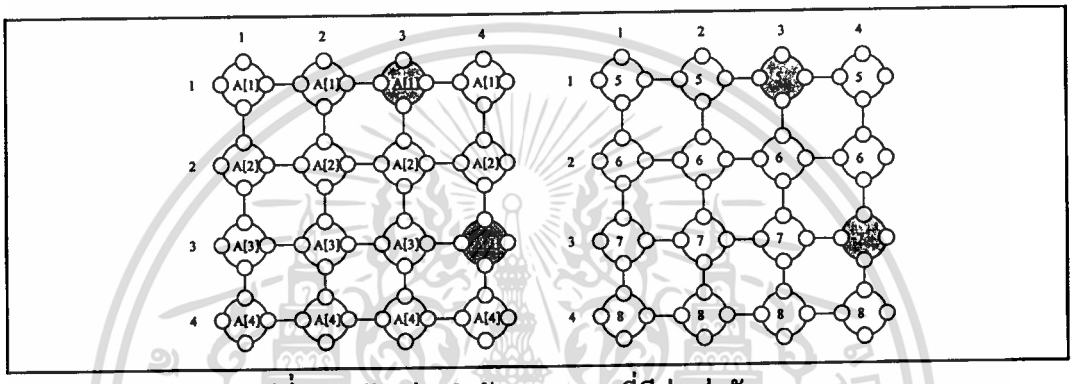


รูปที่ ข50 ตัวอย่างรายการของข้อมูลทั้งหมด 2 รายการ A[1..4] และ B[1..4]

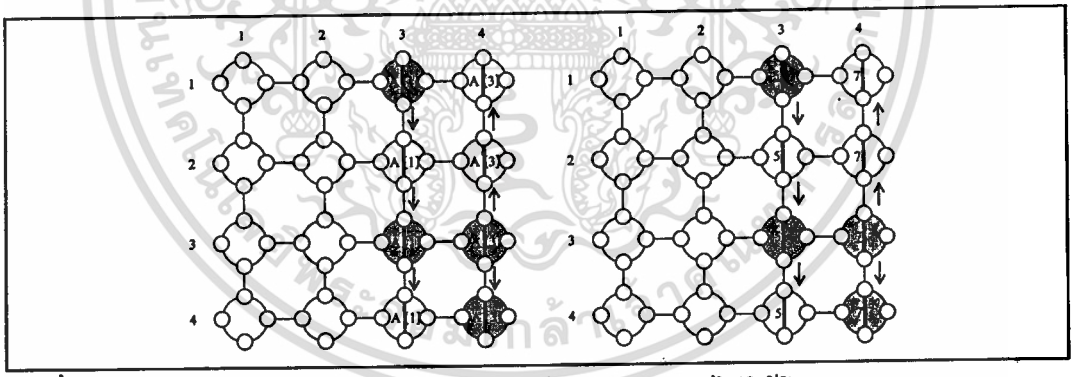
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



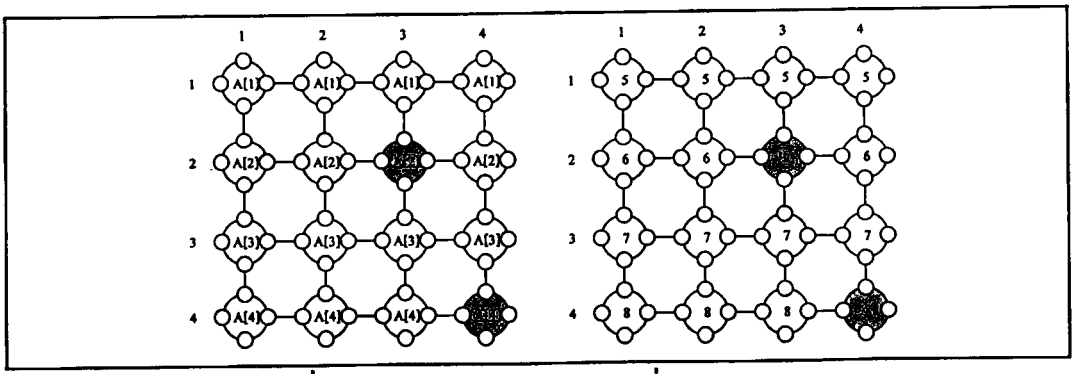
รูปที่ ข51 ตัวอย่างโหนด PE(i, 1) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปบนแถวที่ i



รูปที่ ข52 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j – 1

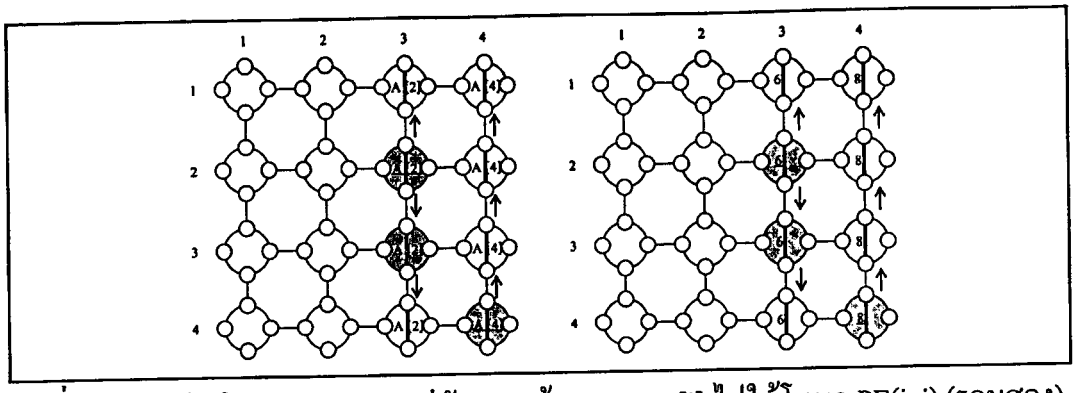


รูปที่ ข53 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบแรก)

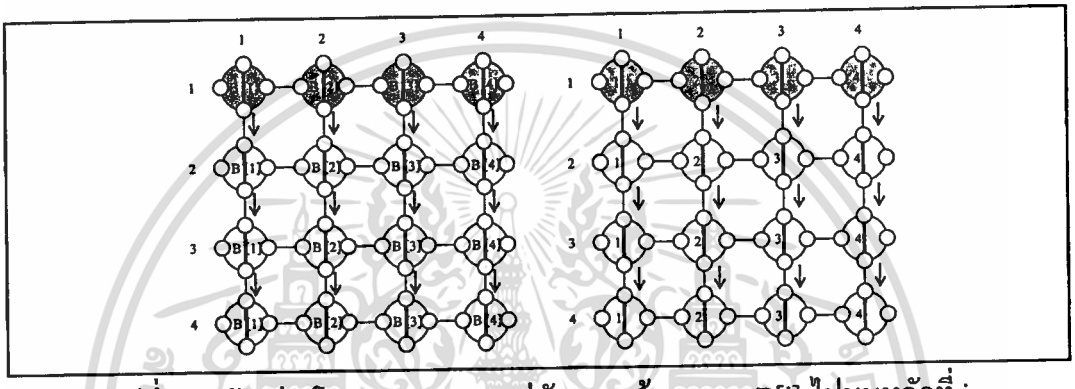


รูปที่ ข54 ตัวอย่างลำดับของ A[i] ที่มีค่าเท่ากับ 2j

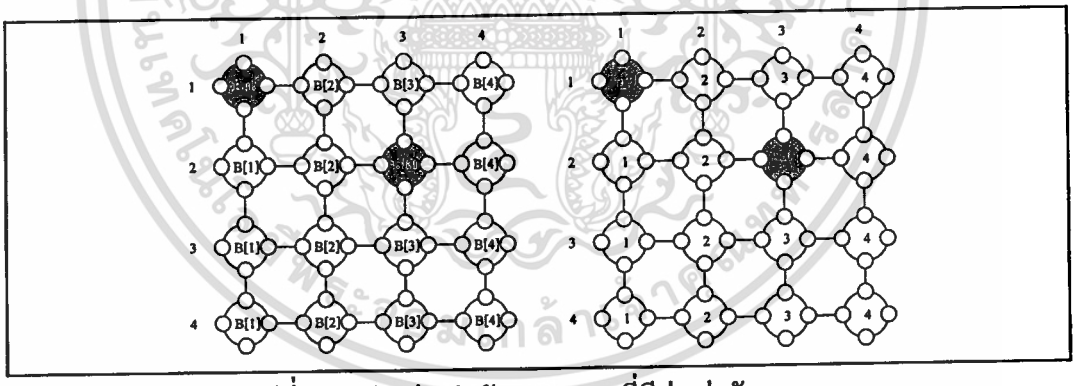
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



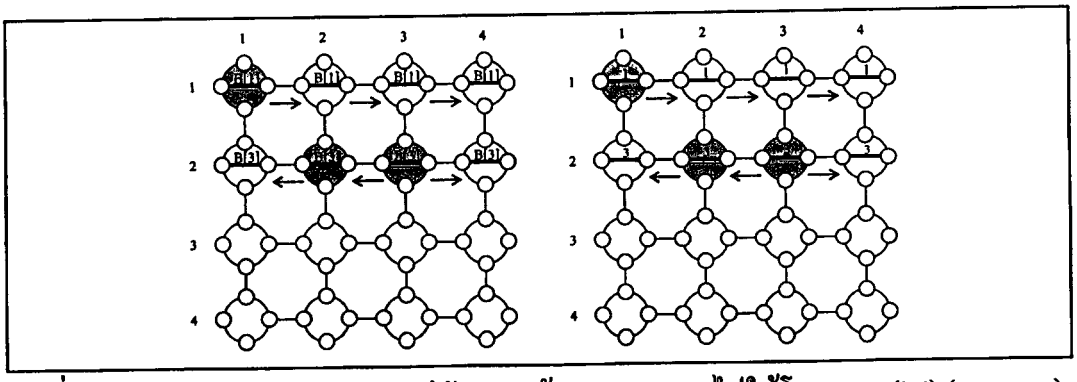
รูปที่ ข55 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ A[i] ไปให้โหนด PE(j, j) (รอบสอง)



รูปที่ ข56 ตัวอย่างโหนด PE(1, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปบนหลักที่ j

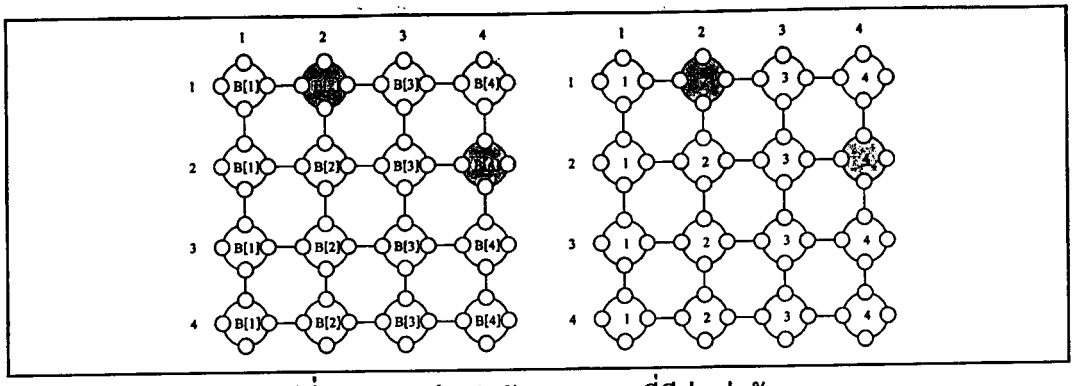


รูปที่ ข57 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i – 1

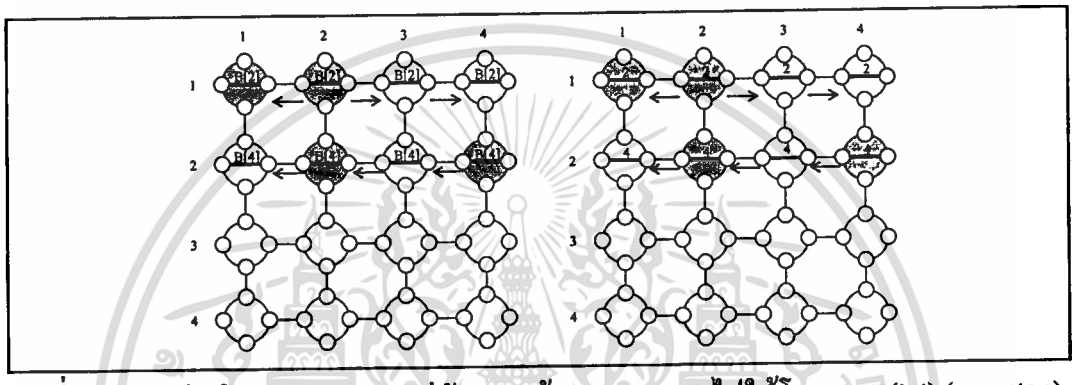


รูปที่ ข58 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบแรก)

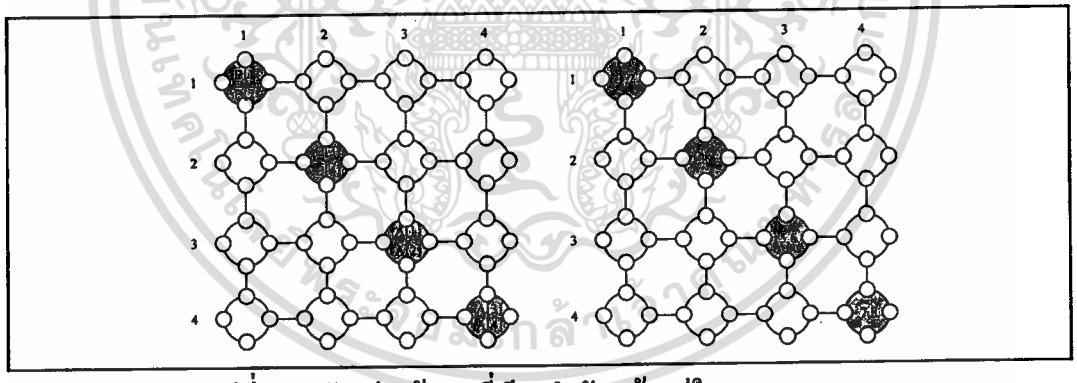
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ข59 ตัวอย่างลำดับของ B[j] ที่มีค่าเท่ากับ 2i



รูปที่ ข60 ตัวอย่างโหนด PE(i, j) แพร่สัญญาณข้อมูลของ B[j] ไปให้โหนด PE(i, i) (รอบสอง)



รูปที่ ข61 ตัวอย่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วอยู่ในแนวทแยงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ – สกุล	นายชัยพฤกษ์ ภักดีพรหมมา
วัน เดือน ปีเกิด	11 ธันวาคม 2525
ที่อยู่	22 หมู่ 4 ตำบลทรายขาว อำเภอพาน จังหวัดเชียงราย 57120
ประวัติการศึกษา	2548 จบการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้