

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การจำลองระบบควบคุมเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ

UAV Flight Path Control Simulation



ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2549

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองระบบควบคุมเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ
UAV Flight Path Control Simulation



จัดทำโดย

นายก้องเกียรติ เรืองไทย

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร.วัชร นัตถวิริยะ

ดร.ปกรณ์ วัฒนจตุรพร

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2549

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2549

ภาควิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การจำลองระบบควบคุมเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ

UAV Flight Path Control Simulation

ผู้จัดทำ

นาย ก้องเกียรติ เรืองไทย

รหัสนักศึกษา 46010026



(ดร. วัชร ภัทรวิริยะ)

อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองระบบควบคุมเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ

นายก้องเกียรติ เรืองไทย	46010026
ดร.วัชระ ฉัตรวิริยะ	อาจารย์ที่ปรึกษา
ดร.ปกรณ์ วัฒนจตุพร	อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2549	

บทคัดย่อ

อากาศยานไร้คนขับ (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) หมายถึง เครื่องบินที่มีการควบคุมการบินด้วยระบบอัตโนมัติโดยไม่ใช้นักบิน ประโยชน์ที่ใช้เป็นไปในด้านการสำรวจและการตรวจการณ์ระยะไกล ที่สามารถประยุกต์ใช้ในงานด้านต่างๆ ทั้งทางทหารและทางพลเรือน ส่วนหนึ่งที่สำคัญในการพัฒนา คือระบบการวางแผนเส้นทาง เพื่อความสะดวกในการออกแบบกระบวนการทำภารกิจ และลดความเสี่ยงในการทดสอบ กระบวนการที่สำคัญของการวางแผนเส้นทางบิน ได้แก่ การออกแบบเส้นทางที่มีระยะทางที่สั้น โดยหลีกเลี่ยงจากสิ่งกีดขวาง รวมถึงการปรับรูปแบบเส้นทางที่เหมาะสมต่อการบิน เนื่องจากธรรมชาติการเคลื่อนที่ของเครื่องบินมีข้อกำหนดต่างๆ กระบวนการที่นี้จะช่วยให้การปฏิบัติการแต่ละครั้งมีประสิทธิภาพ และช่วยลดความสูญเสียลงได้

โครงการนี้นำเสนอกรอบการวางแผนเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ ที่สามารถปรับเปลี่ยนข้อกำหนดของอากาศยาน เช่น ความเร็ว, ความเร็วเชิงมุมในการเลี้ยว ผ่านพารามิเตอร์ในโมเดลให้เหมาะสมกับการทดลองได้

UAV Flight Path Control Simulation

Mr. Kongkiat Ruangthai 46010026

Dr. Watchara Chatwiriya Advisor

Dr. Pakorn Watanachaturaporn Advisor

Academic Year 2549

ABSTRACT

Unmanned Aerial Vehicle (UAV) is aerial vehicle that is controlled by automatic system without pilot. UAV has benefit in exploration and reconnaissance which made a viable option in both military and civil applications. One important part in development process is trajectory generation algorithm to made better decisions on mission planning and reduce risk. Main procedure in trajectory generation algorithm is path planning, generate shortest path while avoid from threats, and trajectory smoother, make feasible path. For the reason that UAVs have dynamics constrain, better algorithm will create mission efficiency and lessen cost.

This project presents a trajectory generation framework with the aim of configurable UAVs dynamics constrain the velocity and heading rate via module parameter to gather the test condition.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก ดร. วัชร ฉัตรวิริยะ และ ดร. ปกรณ์ วัฒนจตุรพร ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมปริญญาโท ข้าพเจ้ามีความซาบซึ้งในความเมตตาอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ และประสบการณ์อันมีคุณประโยชน์ให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ในสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกคน ที่ให้คำแนะนำต่างๆ และคอยให้กำลังใจเสมอมา

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกๆ เรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จ ลุล่วงไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีมาจากปริญญาโทฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบแต่ผู้มีพระคุณ และผู้ที่พึงเห็นประโยชน์ทุกท่าน

นายก้องเกียรติ เรืองไทย

5 กุมภาพันธ์ 2550

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของโครงการ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ.....	1
1.3 ขอบเขตของโครงการ.....	1
1.4 วิธีการดำเนินงาน.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.6 ส่วนประกอบของปฏิญญาพันธ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 กรอบการทำงานของระบบควบคุมเส้นทางการบิน.....	3
2.2 การออกแบบเส้นทางแบบจุดผ่าน.....	4
2.3 ส่วนปรับรูปเส้นทาง.....	5
2.4 กระบวนการค้นหา.....	7
2.4.1 การค้นหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม.....	8
บทที่ 3 การออกแบบโปรแกรม.....	10
3.1 การทำงานของโปรแกรมวางแผนเส้นทางบินสำหรับอากาศยานไร้คนขับ.....	10
3.2 การออกแบบส่วนออกแบบเส้นทาง.....	10
3.2.1 การสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์จากเวกเตอร์.....	11
3.2.2 กระบวนการค้นหาเส้นทางที่ดีจากเส้นทางที่เป็นไปได้.....	13
3.3 การออกแบบส่วนปรับรูปเส้นทาง.....	16
3.4 การออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้งาน.....	18
3.4.1 ส่วนติดต่อกับผู้ใช้งานของหน้าต่างหลัก.....	18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2 ส่วนติดต่อกับผู้ใช้งานของหน้าต่างกำหนดข้อบังคับ.....	19
บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง.....	20
4.1 เริ่มการดำเนินงาน MATLAB®.....	20
4.1.1 ความเป็นมาของโปรแกรม MATLAB®.....	20
4.1.2 ข้อดีและประโยชน์ของ MATLAB®.....	20
4.2 การทดลองโปรแกรม.....	21
4.2.1 การทดสอบการทำงานของส่วนย่อยการสร้างเส้นทางแบบจุดผ่าน.....	21
4.2.2 การทดสอบการทำงานของส่วนการปรับรูปเส้นทาง.....	25
4.2.3 การทดลองการทำงานของโปรแกรมวางแผนเส้นทาง.....	26
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง.....	28
5.1 ปัญหาและอุปสรรค.....	28
5.2 แนวทางในการพัฒนาและประยุกต์ใช้งาน.....	28
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	28
ภาคผนวก.....	29
ภาคผนวก ก.....	30
เอกสารอ้างอิง.....	43

สารบัญรูป

รูปที่ 2.1	กรอบการทำงานของระบบควบคุมเส้นทางการบิน.....	3
รูปที่ 2.2	เส้นทางแบบจุดผ่าน.....	4
รูปที่ 2.3	กราฟไวโรนอยจากจุดคุกคาม.....	5
รูปที่ 2.4	ขอบเขตที่สามารถไปถึงของส่วนปรับรูปเส้นทาง.....	6
รูปที่ 2.5	K-trajectory ที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่.....	7
รูปที่ 3.1	โพลีชาร์ตการทำงานของโปรแกรม.....	10
รูปที่ 3.2	โพลีชาร์ตการทำงานของส่วนออกแบบเส้นทางแบบจุดผ่าน.....	11
รูปที่ 3.3	โพลีชาร์ตการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์จากเวกเตอร์.....	12
รูปที่ 3.4	กราฟตัวอย่างแสดงความสัมพันธ์ของจุดผ่าน.....	12
รูปที่ 3.5	ตัวอย่างเมตริกซ์ความสัมพันธ์.....	13
รูปที่ 3.6	โพลีชาร์ตขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม.....	15
รูปที่ 3.7	ภาพบรรยายแนวความคิดพื้นฐานเบื้องหลังการปรับรูปเส้นทาง.....	16
รูปที่ 3.8	โพลีชาร์ตการทำงานของส่วนปรับรูปเส้นทาง.....	17
รูปที่ 3.9	หน้าต่างหลักของโปรแกรม.....	18
รูปที่ 3.10	หน้าต่างกำหนดข้อบังคับ.....	19
รูปที่ 4.1	กราฟที่ได้จากการเวกเตอร์ลิฟท์จากฟังก์ชันไวโรนอย.....	22
รูปที่ 4.2	กราฟที่ได้จากเมตริกซ์ความสัมพันธ์.....	23
รูปที่ 4.3	เส้นทางผลลัพธ์จากขั้นตอนวิธีการเชิงพันธุกรรม.....	24
รูปที่ 4.4	ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.0$	25
รูปที่ 4.5	ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.5$	25
รูปที่ 4.6	ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.9$	26
รูปที่ 4.7	ผลลัพธ์ของโปรแกรมวางแผนเส้นทาง.....	26
รูปที่ 4.8	ผลลัพธ์ของโปรแกรมวางแผนเส้นทางหลังการแก้ไขปัญหาจุดผ่าน.....	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างเวกเตอร์ผลลัพธ์จากฟังก์ชันไวโรนอย.....	22
ตารางที่ 4.2 พิกัดจุดยอดมุมที่ได้จากการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์.....	23
ตารางที่ 4.3 เมตริกซ์ความสัมพันธ์.....	24



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1. ที่มาและความสำคัญของโครงการ

ในปัจจุบันอากาศยานไร้คนขับมีการนำไปใช้ในงานจริงเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง พร้อมกับมีความสามารถในการทำงานตามแผนการที่ดีขึ้น มีความเสี่ยงลดลง และช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายเมื่อเปรียบเทียบกับอากาศยานที่มีคนขับ

การวางแผนเส้นทางบินเป็นหนึ่งในปัญหาของการที่อากาศยานไร้คนขับจะบินได้ด้วยตัวเอง และเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญมาก เพราะมีผลต่อความปลอดภัยในการบินระหว่างดำเนินการกิจ ส่วนวางแผนเส้นทางที่ดีควรสร้างเส้นทางที่เหมาะสมต่อข้อบังคับทางการบิน หลบหลีกจากอุปสรรค พร้อมทั้งมีระยะทางการบินที่สั้น ซึ่งจะช่วยลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการบินได้

1.2. วัตถุประสงค์ของโครงการ

- 1.2.1. เพื่อศึกษาการวางแผนเส้นทางการบินของอากาศยานไร้คนขับ
- 1.2.2. เพื่อศึกษาและใช้งาน โปรแกรม MATLAB®
- 1.2.3. เพื่อฝึกการเขียนโปรแกรมบนสภาพแวดล้อมของ MATLAB®
- 1.2.4. เพื่อสร้าง โปรแกรมวางแผนเส้นทางบินอากาศยานไร้คนขับ

1.3. ขอบเขตของโครงการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งเน้นการพัฒนา โปรแกรมบนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่

- 1.3.1. ใช้วางแผนเส้นทางบินให้กับอากาศยานไร้คนขับ
- 1.3.2. สามารถแสดงเส้นทางและอุปสรรคได้
- 1.3.3. อุปสรรคอยู่ในรูปแบบของจุดทุกคาม และตำแหน่งของอุปสรรคไม่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดระยะเวลาการบิน
- 1.3.4. สามารถกำหนดตำแหน่งของจุดอุปสรรคได้
- 1.3.5. สามารถกำหนดข้อจำกัดการบินพื้นฐาน ได้แก่ ความเร็ว (velocity) และอัตราการเปลี่ยนทิศทาง (heading rate)
- 1.3.6. สามารถกำหนดอัตราการสุ่มค่า (sampling rate) ในการปรับรูปเส้นทางได้
- 1.3.7. การออกแบบเส้นทางคิดในระนาบ 2 มิติเท่านั้น ไม่คิดความสูงในการบิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4. วิธีการดำเนินงาน

- 1.4.1. ศึกษารายละเอียดการใช้งาน โปรแกรม MATLAB®
- 1.4.2. ศึกษาเกี่ยวกับการออกแบบเส้นทางการบิน, การปรับรูปเส้นทางการบินให้เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ และกระบวนการค้นหาแบบต่างๆ
- 1.4.3. ออกแบบโครงสร้างของโปรแกรม
- 1.4.4. ศึกษาการเขียนโปรแกรมบน MATLAB® และการสร้างส่วนติดต่อกับผู้ใช้แบบกราฟิกด้วย GUIDE
- 1.4.5. พัฒนาโปรแกรม
- 1.4.6. ทดสอบและปรับปรุงโปรแกรม

1.5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1. ได้ศึกษาการวางแผนเส้นทางบินของอากาศยานไร้คนขับ
- 1.5.2. ได้ศึกษาการใช้งาน โปรแกรม MATLAB®
- 1.5.3. ได้โปรแกรมที่เป็นเครื่องมือช่วยวางแผนเส้นทางการบินอากาศยานไร้คนขับ

1.6. ส่วนประกอบของปริญญานิพนธ์

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

- บทที่ 1 บทนำ กล่าวถึงจุดประสงค์ ประโยชน์ที่ได้รับและขอบเขตของโครงการ
- บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง กล่าวถึง ทฤษฎีที่นำมาใช้ในโครงการ โดยสังเขป
- บทที่ 3 การออกแบบและพัฒนา กล่าวถึง การออกแบบและ โครงสร้างของชิ้นงาน
- บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง กล่าวถึง การทดสอบความถูกต้องตามทฤษฎีว่าได้ตามที่ต้องการหรือไม่
- บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป กล่าวถึง บทสรุป, ปัญหาอุปสรรค, แนวทางแก้ไข, และ แนวทางพัฒนาต่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

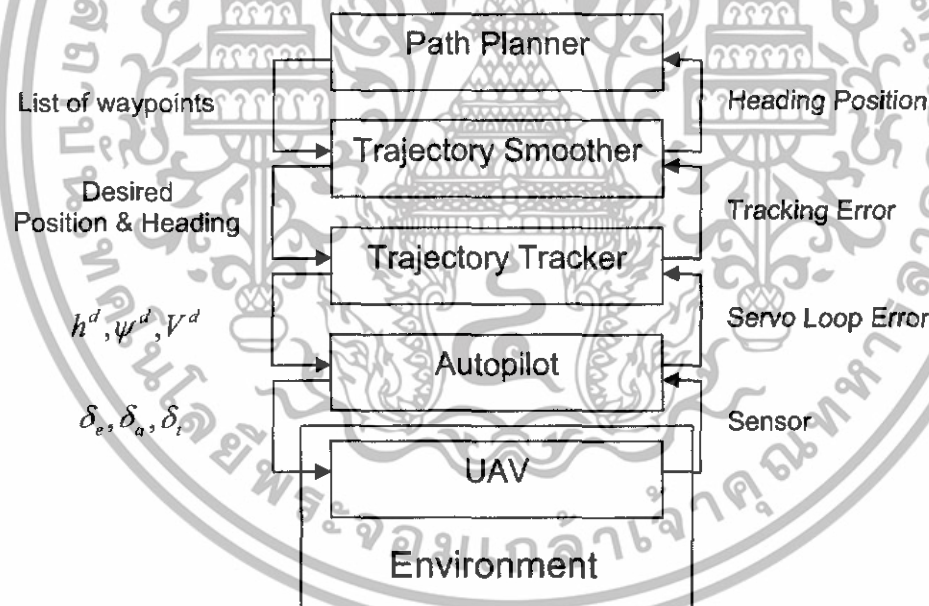
บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

โครงการนี้เป็นกรอการสร้างกรอบจำลองการวางแผนเส้นทางการบินของอากาศยานไร้คนขับ ซึ่งเน้นการทำงานในสองส่วน ได้แก่ ส่วนของการออกแบบเส้นทาง และส่วนของการปรับรูปเส้นทางให้เหมาะสมตามข้อกำหนดของเครื่องบิน อันเป็นส่วนย่อยของระบบการควบคุมเส้นทางการบินของอากาศยานไร้คนขับที่อ้างอิงจาก [1] ที่จะกล่าวถึงในส่วนต่อไป

2.1 กรอบการทำงานของระบบควบคุมเส้นทางการบิน

กรอบการทำงานของระบบควบคุมเส้นทางการบิน[1]ได้มีการแบ่งงานออกเป็น 4 ระดับที่แยกออกจากกันอย่างชัดเจน ได้แก่ ส่วนออกแบบเส้นทาง (Path Planner, PP), ส่วนปรับรูปเส้นทาง (Trajectory Smoother, TS), ส่วนติดตามเส้นทาง (Trajectory Tracker, TT), และส่วนควบคุมการบินอัตโนมัติ (Autopilot) ดังแสดงในภาพ



รูปที่ 2.1 กรอบการทำงานของระบบควบคุมเส้นทางการบิน

โดยในโครงการนี้ลำดับของจุดผ่าน (List of waypoint) จะไม่มีการลงกำหนดเวลา (Timestamp) ในขณะที่เส้นทางการบิน (Trajectory) จะอ้างอิงถึงเส้นโค้งที่มีการลงกำหนดเวลา ซึ่งระบุตำแหน่งของอากาศยานไร้คนขับ ณ เวลาที่เจาะจง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนที่อยู่ในระดับบนสุดของการควบคุมเส้นทาง คือ ส่วนออกแบบเส้นทาง โดยทำงานอยู่ภายใต้กรอบสมมติฐานที่ว่า ส่วนออกแบบเส้นทางนี้รู้ตำแหน่งของอากาศยานไร้คนขับ, รู้ตำแหน่งของเป้าหมาย, และรู้ตำแหน่งกลุ่มของสิ่งคุกคาม แล้วส่วนออกแบบเส้นทางจึงจะสร้างเส้นทาง

$$P = \{v, \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}\}$$

โดย $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ ซึ่งเป็นความเร็วที่เป็นไปได้ และ $\{w_i\}$ เป็นลำดับของจุดผ่าน ที่แสดงถึงส่วนของเส้นทางที่อากาศยานไร้คนขับจะต้องบิน

ส่วนปรับรูปเส้นทาง ในระบบเวลาจริงเส้นทางในรูปของจุดผ่านจะได้รับการแปลงให้อยู่ในรูปของเส้นโค้งที่มีการลงกำหนดเวลา ซึ่งกำหนดโดยตำแหน่งของอากาศยานไร้คนขับ ณ แต่ละชั่วขณะเวลา โดยผลลัพธ์ที่ได้จากส่วนปรับรูปเส้นทาง คือ เส้นทางการบิน

$$z^d(t) = (z_x^d(t), z_y^d(t))^T$$

ส่วนติดตามเส้นทาง มีหน้าที่ทำการแปลง $z^d(t)$ เป็นค่าความเร็วที่ต้องการ V^d , ค่าระดับความสูงที่ต้องการ h^d และค่าทิศทางที่ต้องการ ψ^d จากนั้นส่วนควบคุมการบินอัตโนมัติจะรับค่าเหล่านี้มาแปลงเป็นค่าคำสั่งต่างๆ ในการควบคุมระดับ (Elevator, δ_e), การบังคับทิศทาง (aileron, δ_a) และระดับวาล์ว (valve, δ_v)

ภายในขอบเขตของโครงการนี้เราจะเจาะจงไปที่การทำงานของส่วนการออกแบบเส้นทางและส่วนการปรับรูปเส้นทาง เพื่อนำมาพัฒนาโปรแกรม

2.2 การออกแบบเส้นทางแบบจุดผ่าน

ในหลากหลายวัตถุประสงค์ ไม่ว่าจะเป็นงานด้านการทหารหรืองานพลเรือน ความสามารถในการออกแบบเส้นทางสำหรับอากาศยานไร้คนขับเป็นสิ่งสำคัญ เช่น การลาดตระเวน, การสำรวจ, การค้นหาและกู้ภัย ปฏิบัติการเหล่านี้ต่างต้องการการตอบสนองต่อข้อมูลเพื่อนำทางในการบิน

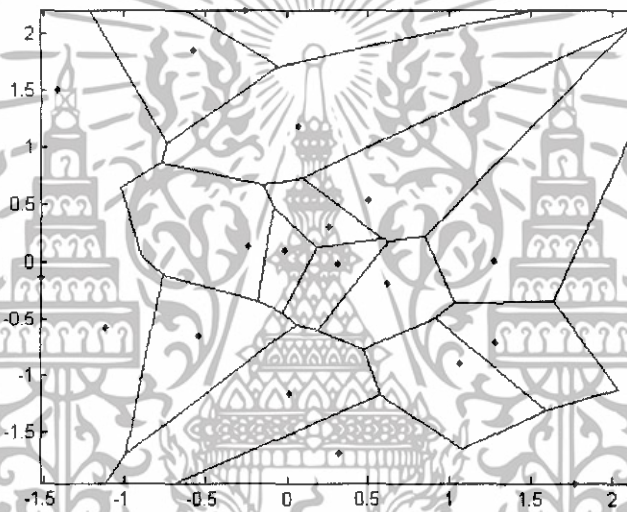
รูปที่ 2.2 เส้นทางแบบจุดผ่าน

ในระบบควบคุมการบิน การออกแบบเส้นทางจะเป็นหน้าที่ของส่วนออกแบบเส้นทาง โดยจะใช้วิธีการแผนภาพโวโรนอยแบบปรับปรุง[2] (Modified voronoi diagram) เป็นเครื่องมือในการสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เส้นทางที่เป็นไปได้ผ่านอุปสรรค ซึ่งจากกราฟที่ได้จากวิธีการไวโรนอยจะถูกนำไปทำการค้นหาเส้นทางผ่านกระบวนการค้นหา เช่น วิธีเอสตาร์ (A*) หรือ วิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm)

ในขอบเขตของโครงการนี้ ได้ออกแบบอุปสรรคให้เป็นจุดคุกคาม (Point threat) ที่จำเป็นต้องหลบหลีก ด้วยรูปแบบของอุปสรรคที่เป็นจุดคุกคามนี้ การสร้างกราฟไวโรนอยสามารถทำได้ด้วยวิธีการปกติจากกระบวนการซึ่งมีอยู่แล้ว สำหรับพื้นที่ของอุปสรรค n จุดใดๆ กราฟไวโรนอยจะประกอบด้วยห้องเป็นจำนวน n ห้อง ซึ่งแต่ละห้องจะล้อมปิดหนึ่งจุดคุกคามไว้ ขณะที่ทุกตำแหน่งภายในห้องจะอยู่ใกล้กับจุดคุกคามที่อยู่ภายในห้องเดียวกันมากกว่าจุดคุกคามอื่น จากการใช้ตำแหน่งของจุดคุกคามในการสร้างกราฟนี้ เส้นทางผลลัพธ์จากเส้นกราฟที่อยู่ในเขต ซึ่งเส้นกราฟเหล่านี้มีระยะห่างจากจุดคุกคามทุกจุดที่อยู่ใกล้ที่สุดเท่ากัน ดังนั้นเส้นกราฟที่ได้จะมีระยะห่างมากที่สุดจากจุดคุกคามที่ใกล้ที่สุด



รูปที่ 2.3 กราฟไวโรนอยจากจุดคุกคาม

เส้นทางที่ได้มาจากส่วนออกแบบเส้นทางนี้เป็นเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดผ่าน ที่ไม่มีการลงกำหนดเวลา และไม่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่สำหรับอากาศยานไร้คนขับ ดังนั้นงานของส่วนปรับรูปเส้นทางจะเข้ามาทำการปรับเส้นทางให้อยู่ในรูปที่มีการลงกำหนดเวลา และเป็นเส้นทางที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ซึ่งสามารถบินตามได้สำหรับอากาศยานไร้คนขับ

2.3 ส่วนปรับรูปเส้นทาง

ส่วนปรับรูปเส้นทางมีหน้าที่ทำการแปลงเส้นทางการบินที่เป็นส่วนของเส้นตรงประกอบกัน ให้เป็นเส้นทางที่เหมาะสมสำหรับการบินของอากาศยานไร้คนขับภายใต้ข้อกำหนดด้านความเร็ว (Velocity) และอัตราการเปลี่ยนทิศทาง (Heading rate)

เริ่มต้นจากการสมมติให้แบบจำลองอากาศยานไร้คนขับอยู่ในรูปสมการการเคลื่อนที่ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v^c \cos(\psi) \\ \dot{y} &= v^c \sin(\psi) \\ \dot{\psi} &= \omega^c\end{aligned}\quad (2.1)$$

โดยกำหนดให้ (x, y) เป็นตำแหน่งของอากาศยานไร้คนขับ, ψ เป็นทิศทางของมัน, v^c เป็นค่าความเร็วเชิงเส้น และ ω^c เป็นอัตราการเปลี่ยนทิศทาง โดยมีข้อกำหนดของอินพุต ดังนี้

$$\begin{aligned}0 < v_{\min} \leq v^c \leq v_{\max} \\ -\omega_{\max} \leq \omega^c \leq \omega_{\max}\end{aligned}\quad (2.2)$$

แนวคิดพื้นฐานเบื้องหลังการสร้างเส้นทางซึ่งเหมาะสมต่อการเคลื่อนที่สำหรับอากาศยานไร้คนขับ และใช้เวลาในการบินน้อยที่สุด คือทำการกำหนดให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของส่วนปรับรูปเส้นทาง สอดคล้องกันกับสมการการเคลื่อนที่ของอากาศยานไร้คนขับ ตามนี้แล้วจะได้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของส่วนปรับรูปเส้นทาง ดังนี้

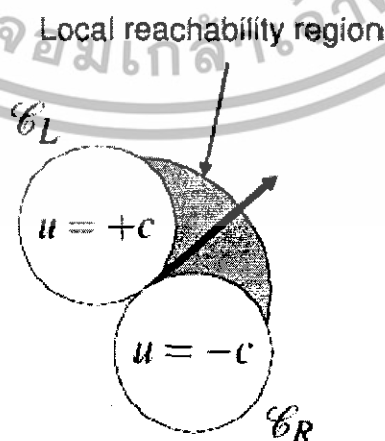
$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= v_r \cos(\psi_r) \\ \dot{y}_r &= v_r \sin(\psi_r) \\ \dot{\psi}_r &= \omega_r\end{aligned}\quad (2.3)$$

โดยมีข้อบังคับว่าแต่ละส่วนย่อย v_r และ ω_r นั้นต้องมีความต่อเนื่องกันในแกนเวลา และตอบสนองต่อข้อบังคับต่อไปนี้

$$\begin{aligned}v_{\min} + \varepsilon_v \leq v_r \leq v_{\max} - \varepsilon_v \\ -\omega_{\max} + \varepsilon_\omega \leq \omega_r \leq \omega_{\max} - \varepsilon_\omega\end{aligned}\quad (2.4)$$

เมื่อ ε_v และ ε_ω เป็นค่าพารามิเตอร์ควบคุมที่มีค่าเป็นบวก ซึ่งจะจำเป็นต้องใช้ในส่วนของการกระบวนการทำส่วนติดตามเส้นทางเพื่อให้สนองต่อข้อบังคับเริ่มแรก (2.2) และเพื่อความสะดวกกำหนดให้ $c = \omega_{\max} - \varepsilon_\omega$

ในกรณีความเร็วคงที่ \hat{v} สมการรัศมีของการเลี้ยวแคบที่สุดจะมีค่าเป็น $R = \hat{v}/c$ ซึ่งรัศมีการเลี้ยวนี้จะนำไปใช้ในการทำนายหาขอบเขตที่สามารถไปถึงได้ (Local reachability region) ดังแสดงในรูปที่ 2.4

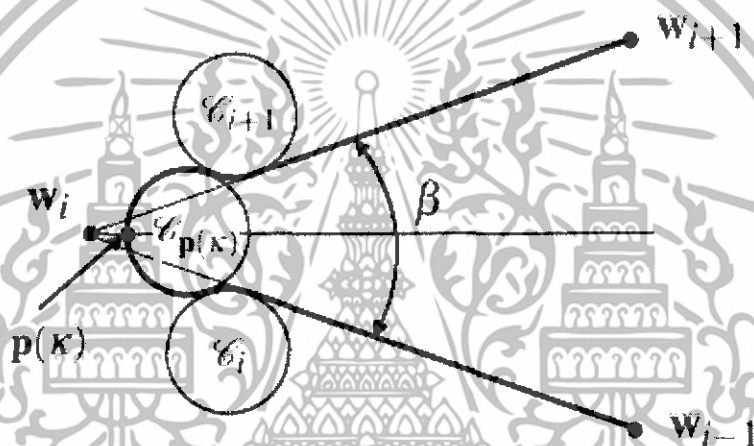


รูปที่ 2.4 ขอบเขตที่สามารถไปถึงของส่วนปรับรูปเส้นทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับเส้นทางที่เหมาะสมกับเวลาแล้ว จะเป็นการเรียงต่อเนื่องกันของส่วนของเส้นตรง เชื่อมต่อกันกับส่วนของเส้นโค้งที่มาจากวงกลมที่มีรัศมีน้อยที่สุด (ไปตามขอบของขอบเขตที่สามารถไปถึงได้) โดยการให้สมมติฐานว่า ω เป็นผลมาจากการควบคุมระหว่างการส่งผ่านจาก ส่วนของเส้นตรงหนึ่งไปยังส่วนถัดไป ในภาคผนวก ก. *Real time dynamic trajectory smoothing* [3] จะมีการอธิบายถึงรายละเอียดของ K-trajectory ต่อไป โดย K-trajectory ได้ถูกนิยามไว้ดังนี้

บทนิยาม 1: ดังแสดงในรูปที่ 2.5 K-trajectory คือ เส้นทางที่ประกอบมาจากการติดตามส่วนของเส้นตรง $\overline{w_{i-1}w_i}$ จนกระทั่งตัดกับ C_i จากนั้นไล่ตามเส้นรอบวงของ C_i ไปจนถึงตัดกับ $C_{p(x)}$ จากนั้นไล่ตามเส้นรอบวงของ $C_{p(x)}$ ไปจนถึงตัดกับ C_{i+1} และไล่ตามเส้นรอบวงของ C_{i+1} ไปจนถึงตัดกับส่วนของเส้นตรง $\overline{w_i w_{i+1}}$



รูปที่ 2.5 K-trajectory ที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่

ค่าคงที่ K ที่แตกต่างกันสามารถถูกเลือกขึ้นมาเพื่อสนองต่อความจำเป็นที่แตกต่างกันได้ ตัวอย่างเช่น ค่าคงที่ K สามารถถูกเลือกขึ้นมาเพื่อยืนยันว่าอากาศยานไร้คนขับได้บินผ่านแต่ละจุดผ่านอย่างชัดเจน หรือค่าคงที่ K สามารถถูกเลือกขึ้นมาจากการค้นหาแบบสองส่วน (bisection search) เพื่อสร้างเส้นทางบินที่มีระยะทางยาวเท่ากับเส้นทางที่เป็นเส้นตรงเดิม [4] ทำให้สะดวกขึ้นในปัญหาที่ต้องการสร้างเส้นทางที่จำเป็นในเรื่องของเวลา

2.4 กระบวนการค้นหา

ส่วนของการออกแบบเส้นทางนั้น กระบวนการค้นหามีหน้าที่สำคัญในการค้นหาเส้นทางที่ดีจากจุดเริ่มต้น ไปยังจุดหมายออกมาจากกลุ่มของเส้นทางที่เป็นไปได้

ในวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ กระบวนการค้นหา (Search algorithm) คือกระบวนการซึ่งรับปัญหาเข้ามาเป็นอินพุต และให้คำตอบเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่นั้นจากการประมวลผลวิธีการแก้ปัญหา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่เป็นไปได้จำนวนหนึ่ง กระบวนการที่ศึกษาโดยนักวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์เพื่อแก้ปัญหา ส่วนมากอยู่ในประเภทหนึ่งของกระบวนการค้นหา เขตของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมด สำหรับปัญหาใดๆ นั้นเรียกว่า เขตค้นหา (search space) การค้นหาครบถ้วน (Brute-force search) หรือ การค้นหาไม่มีรูปแบบ (uninformed search) นั้นใช้วิธีการค้นหาพื้นฐานตามสัญชาตญาณอย่าง ที่สุดในการค้นหาผ่านเขตค้นหา ในขณะที่การค้นหาที่มีรูปแบบ (informed search) ใช้เครื่องมือช่วย ค้นหา (heuristic) เพื่อประยุกต์ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ โครงสร้างของเขตค้นหา เพื่อพยายามลด ระยะเวลาที่ใช้ในการค้นหา

วิธีการค้นหาที่มีรูปแบบใดๆ เครื่องมือช่วยค้นหาที่เฉพาะเจาะจงต่อปัญหาถูกนำมาใช้เพื่อ เป็นแนวทาง โดยเครื่องมือช่วยค้นหาที่ดีจะทำให้การค้นหาที่มีรูปแบบมีประสิทธิภาพสูงกว่าการค้นหา ไม่มีรูปแบบ การค้นหาที่มีรูปแบบที่นำมาทดลองประยุกต์ใช้ในการค้นหาเส้นทางที่ดีใน โครงงานนี้ ได้แก่ การค้นหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm search) และวิธีเอสตาร์แบบ ค้นหาลึกลงไป (Deepening A* search) [8]

2.4.1 การค้นหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม

ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเป็นเทคนิคค้นหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมผ่านการวิวัฒนาการทาง ธรรมชาติ ประกอบด้วยแนวคิดในกระบวนการค้นหาผู้รอดชีวิต ซึ่งวิธีของการค้นหาไม่จำเป็นที่ จะต้องสำรวจทุกๆ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในเขตค้นหาเพื่อได้รับผลลัพธ์ที่ถูกต้อง วิธีเชิงพันธุกรรม ขึ้นอยู่กับกระบวนการวิวัฒนาการทางธรรมชาติ โดยในธรรมชาติค่าที่เหมาะสมส่วนใหญ่จะเป็นผู้ที่ รอดชีวิต ดังนั้นรุ่นถัดไปควรจะเป็นตัวที่เหมาะสมและดียิ่งขึ้น เพราะว่ามันจะได้รับการถ่ายทอดสิ่ง ที่ดีมาจากรุ่นพ่อแม่ แนวความคิดเดียวกันนี้ได้ถูกนำมาประยุกต์กับปัญหา โดยในขั้นแรก คือ การ คัดเอาวิธีการแก้ปัญหา แล้วจึงนำมาพร้อมกับวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดเพื่อสร้างวิธีการ แก้ปัญหารุ่นใหม่ซึ่งควรจะดีกว่ารุ่นก่อน เราจะรวมการเปลี่ยนรูปแบบแบบสุ่มเป็น โอกาสที่จะเกิด อุบัติเหตุได้ในธรรมชาติ

กระบวนการวิธีเชิงพันธุกรรม ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

- การเข้ารหัส (Encoding)
- การประเมินค่า (Evaluation)
- การแลกเปลี่ยนยีน (Crossover)
- การกลายพันธุ์ (Mutation)
- การถอดรหัส (Decoding)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเข้ารหัส เป็นการแทนรูปแบบปัญหาให้อยู่ในรูปของโครโมโซม บ่อยครั้งที่กระบวนการ การเข้ารหัส เป็นกระบวนการที่ยากที่สุดของการแก้ปัญหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม เมื่อนำมันมาประยุกต์ใช้กับปัญหาเฉพาะทาง มันยากที่จะหาวิธีแทนรูปแบบปัญหาที่เหมาะสมต่อการนำไปใช้ต่อในกระบวนการแลกเปลี่ยนยีน ในการเข้ารหัส เราจำเป็นต้องหาวิธีการแทนรูปแบบปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดเพื่อสร้างประชากร

ฟังก์ชันการประเมินค่ามีบทบาทสำคัญในวิธีเชิงพันธุกรรม เราใช้ฟังก์ชันการประเมินค่านี้ในการตัดสินใจว่าโครโมโซมตัวไหนเป็นตัวที่ดี ค่าความเหมาะสมถูกใช้ในการกำหนดค่าความน่าจะเป็นในการเลือกโครโมโซมต้นแบบสำหรับรุ่นถัดไป

การแลกเปลี่ยนยีนที่ปรกติที่สุดนั้นคือการสุ่มเลือกสองโครโมโซมมาทำการแลกเปลี่ยนยีน สุ่มเลือกจุดตัด และสลับยีนทั้งหมดที่อยู่หลังจุดตัดนั้น จากกระบวนการนี้เราจะมีโครโมโซมใหม่สองตัวที่ถูกเพิ่มในประชากรในรุ่นถัดไปโดยหวังว่าโครโมโซมใหม่ที่ได้จะดีกว่าของเดิม อย่างไรก็ตามไม่ใช่โครโมโซมทุกตัวที่ถูกใช้ในการแลกเปลี่ยนยีน ค่าความเหมาะสมของโครโมโซมจากฟังก์ชันการประเมินค่าจะถูกใช้ในการกำหนดค่าความน่าจะเป็นของการแลกเปลี่ยนยีน โดยโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมมากที่สุดจะถูกเลือกมากกว่า

บทที่ 3

การออกแบบโปรแกรม

3.1 การทำงานของโปรแกรมวางแผนเส้นทางบินสำหรับอากาศยานไร้คนขับ

โปรแกรมวางแผนเส้นทางบินสำหรับอากาศยานไร้คนขับในโครงการนี้ ได้ออกแบบมาเพื่อใช้ในการวางแผนเส้นทางบินจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดหมาย โดยหลีกเลี่ยงจากจุดอุปสรรค และแสดงผลเส้นทางที่ได้ โดยโปรแกรมวางแผนเส้นทางบินสำหรับอากาศยานไร้คนขับมีส่วนประกอบหลักดังนี้

3.1.1 ส่วนออกแบบเส้นทาง (Path Planner)

3.1.2 ส่วนปรับรูปเส้นทาง (Trajectory Smoother)

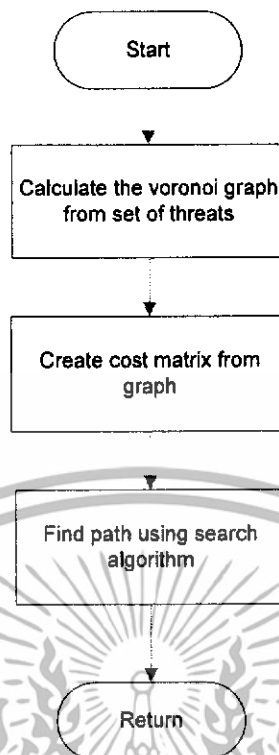
และมีโฟลว์ชาร์ตการทำงานของโปรแกรมดังแสดงในรูป



รูปที่ 3-1 โฟลว์ชาร์ตการทำงานของโปรแกรม

3.2 การออกแบบส่วนออกแบบเส้นทาง

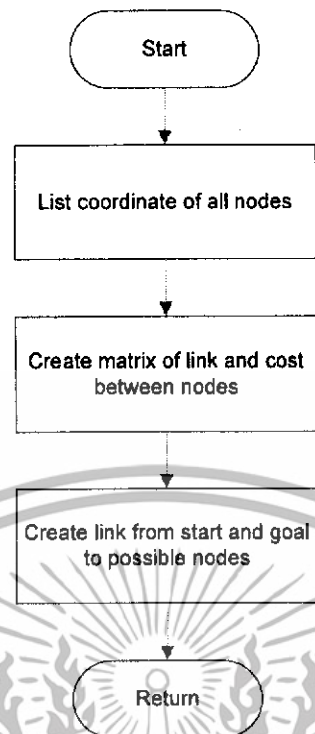
ส่วนออกแบบเส้นทางมีหน้าที่ในการสร้างเส้นทางแบบจุดผ่านที่หลบเลี่ยงจากจุดอุปสรรค และเป็นเส้นทางที่สั้นที่สุด โดยมีขั้นตอนในการทำงานดังนี้



รูปที่ 3.2 โพลีชาร์ตการทำงานของส่วนออกแบบเส้นทางแบบจุดผ่าน

3.2.1 การสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์จากเวกเตอร์

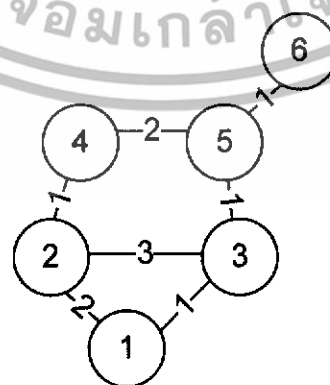
เนื่องจากฟังก์ชัน voronoi() ที่ใช้ในการสร้างเส้นทางที่เป็นไปได้ มีผลลัพธ์อยู่ในรูปเซตของเวกเตอร์ตามแนวแกน x และแกน y ที่แสดงถึงเส้นแบ่งห้องกรอบจุดอุปสรรคต่างๆ ตามแผนภาพไวโรนอยนั้น ไม่เหมาะสมต่อการนำมาค้นหาเส้นทางที่ดีที่สุดผ่านกระบวนการค้นหา จึงจำเป็นต้องแปลงให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละจุดผ่าน และระยะทางระหว่างจุดผ่านที่มีความสัมพันธ์กัน



รูปที่ 3.3 โพลีชาร์ตการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์จากเวกเตอร์

โครงสร้างของข้อมูลที่เก็บอยู่ในเมตริกซ์ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของแต่ละจุดผ่าน หรือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ (Adjacency matrix) [5] ของกราฟทั่วไป เป็นเมตริกซ์ที่แถวและหลักอ้างอิงถึงจุดยอดของกราฟ (จุดผ่าน) ดังนั้นเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของกราฟ G ใดๆที่มีจำนวนจุดยอดจำกัดเป็นจำนวน n จะมีขนาดเป็น $n \times n$ และค่าในตำแหน่ง (i, j) แสดงถึงค่าใช้จ่าย (ระยะทาง) ในการเดินทางจากจุดผ่าน i ไปยังจุดผ่าน j เนื่องจากการเดินทางระหว่างจุดผ่านในโครงงานนี้ไม่มีทิศทาง (undirected) ดังนั้นเมตริกซ์ความสัมพันธ์นี้จะมีลักษณะสมมาตร (symmetric)

ตัวอย่างเมตริกซ์ความสัมพันธ์สามารถอธิบายได้ดังนี้ โดยกำหนดความสัมพันธ์ของแต่ละจุดผ่านดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 กราฟตัวอย่างแสดงความสัมพันธ์ของจุดผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความสัมพันธ์ระหว่างจุดผ่านที่แสดงในรูปที่ 3.4 นั้น เราสามารถแปลงให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ได้เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \text{inf} & 2 & 1 & \text{inf} & \text{inf} & \text{inf} \\ 2 & \text{inf} & 3 & 1 & \text{inf} & \text{inf} \\ 1 & 3 & \text{inf} & \text{inf} & 1 & \text{inf} \\ \text{inf} & 1 & \text{inf} & \text{inf} & 2 & \text{inf} \\ \text{inf} & \text{inf} & 1 & 2 & \text{inf} & 1 \\ \text{inf} & \text{inf} & \text{inf} & \text{inf} & 1 & \text{inf} \end{bmatrix}$$

รูปที่ 3.5 ตัวอย่างเมตริกซ์ความสัมพันธ์

จากตัวอย่าง สำหรับจุดผ่านที่ไม่มีความสัมพันธ์กันค่าใช้จ่ายจะมีค่าเป็นอนันต์ และเนื่องจากเราไม่ต้องการให้มีการวนกลับในตัวเอง (Self loop) ดังนั้นค่าใช้จ่ายในส่วนนี้จะมีค่าเป็นอนันต์ด้วยเช่นเดียวกัน เมื่อเราทำการแปลงกราฟของเส้นทางที่เป็นไปได้ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์แล้วจึงเข้าสู่กระบวนการค้นหาเส้นทางที่ดีจากเส้นทางที่เป็นไปได้ต่อไป

3.2.2 กระบวนการค้นหาเส้นทางที่ดีจากเส้นทางที่เป็นไปได้

เมตริกซ์ความสัมพันธ์ที่ได้จากส่วนก่อนหน้านี้นี้ แสดงถึงเส้นทางที่เป็นไปได้ในการบินโดยหลีกเลี่ยงจากจุดอุปสรรคให้มากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ แต่ไม่ได้แสดงว่าเส้นทางใดเป็นเส้นทางที่ดีในการบินจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดหมาย ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีกระบวนการค้นหาเส้นทางที่ดีออกมาจากเส้นทางที่เป็นได้

3.2.2.1 กระบวนการค้นหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม

กระบวนการค้นหาด้วยวิธีเชิงพันธุกรรมที่ใช้ในการค้นหาเส้นทางที่ดีมีขั้นตอนการทำงานหลักดังต่อไปนี้ [9]

ขั้นตอนที่ 1: แทนเขตของปัญหาให้อยู่ในรูปของโครโมโซม ในที่นี้โครโมโซมจะแทนเส้นทางที่เป็นไปได้จากจุดเริ่มต้นไปถึงจุดหมาย จากนั้นกำหนดจำนวนของประชากรเป็น N และความน่าจะเป็นในการแลกเปลี่ยนยีนเป็น P_c

ขั้นตอนที่ 2: กำหนดฟังก์ชันวัดความเหมาะสม (Fitness) เพื่อประเมินประสิทธิภาพของแต่ละโครโมโซมในขอบเขตของปัญหา ในที่นี้คือระยะทางตลอดเส้นทางจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดหมาย

ขั้นตอนที่ 3: ทำการสุ่มสร้างโครโมโซมประชากรเริ่มต้นให้มีจำนวนเป็น N

ขั้นตอนที่ 4: คำนวณความเหมาะสมของแต่ละโครโมโซม

ขั้นตอนที่ 5: เลือกคู่ของโครโมโซมเพื่อทำการแลกเปลี่ยนยีนจากกลุ่มประชากร ปัจจุบัน โครโมโซมดั่งต้นนี้จะถูกเลือกด้วยความน่าจะเป็นที่สัมพันธ์กับความเหมาะสมของมัน โครโมโซมที่มีความเหมาะสมมากย่อมมีความน่าจะเป็นที่จะได้รับเลือกมากกว่าโครโมโซมที่มีความเหมาะสมน้อยกว่า

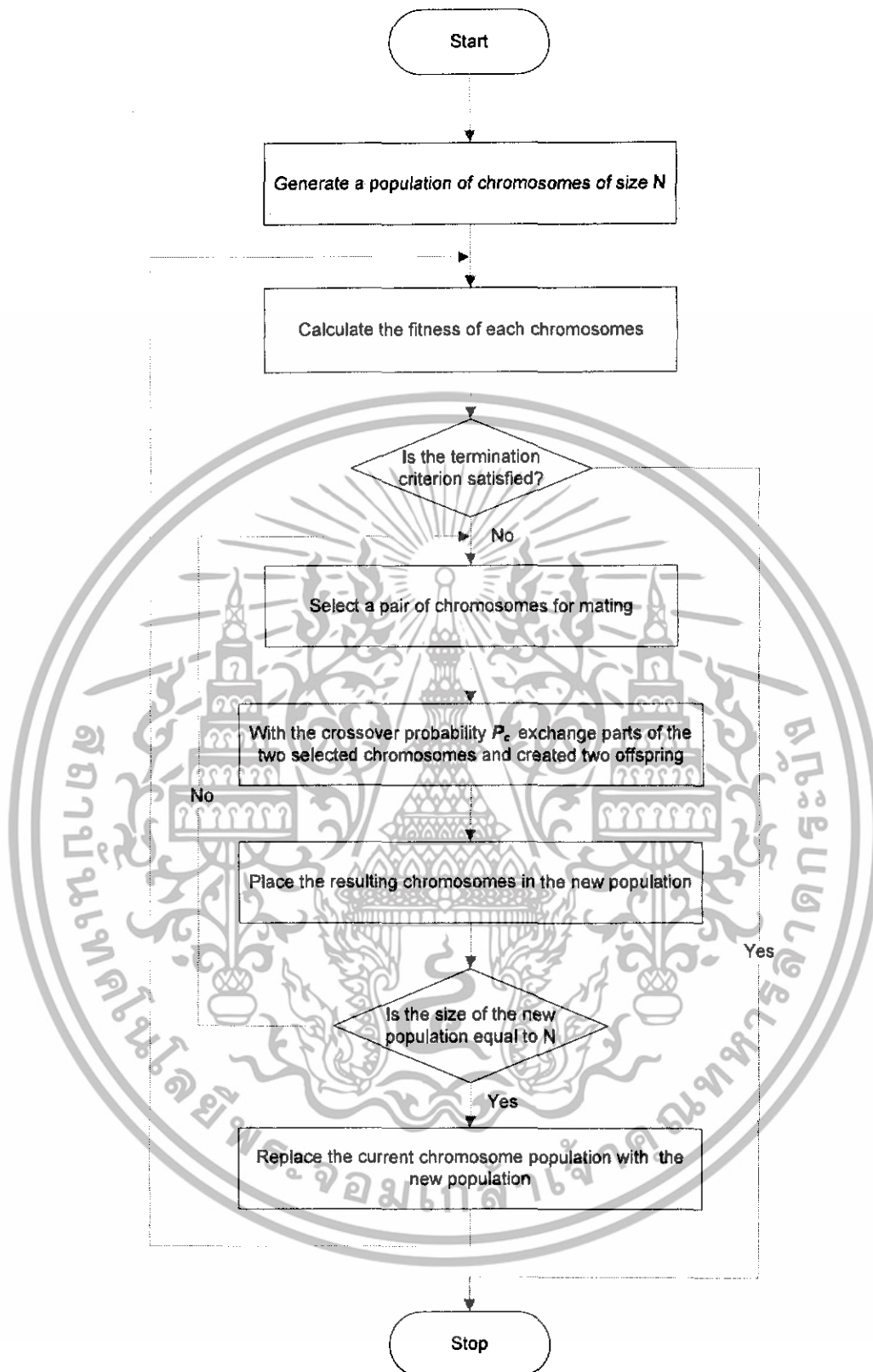
ขั้นตอนที่ 6: สร้างคู่ของโครโมโซมกำเนิดใหม่จากตัวดำเนินการทางพันธุกรรม การแลกเปลี่ยนยีน

ขั้นตอนที่ 7: เพิ่มโครโมโซมกำเนิดใหม่ลงในกลุ่มประชากรใหม่

ขั้นตอนที่ 8: ทำซ้ำขั้นตอนที่ 5 จนกว่าจำนวนประชากรโครโมโซมของกลุ่มประชากรใหม่จะมีขนาดเท่ากับจำนวนประชากรเริ่มต้น N

ขั้นตอนที่ 9: แทนที่ประชากรโครโมโซมรุ่นพ่อแม่ด้วยประชากรโครโมโซมรุ่นใหม่

ขั้นตอนที่ 10: ไปยังขั้นตอนที่ 4 และทำซ้ำไปจนกว่าจะบรรลุเงื่อนไขหยุด



รูปที่ 3.6 โฟลว์ชาร์ตขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในปัญหาการหาเส้นทางที่เหมาะสมผ่านจุดผ่านที่เป็นไปได้ด้วยวิธีการเชิงพันธุกรรม ได้ทำการกำหนดการแทนค่าในรูปของ โครโมโซม โดยยีนแต่ละตัวเป็นตัวแทนของจุดผ่านที่เป็นไปได้ และ โครโมโซมเป็นลำดับของจุดผ่านตั้งแต่จุดเริ่มต้น ไปจนถึงจุดหมาย

3.3 การออกแบบส่วนปรับรูปเส้นทาง

ส่วนปรับรูปเส้นทางมีหน้าที่ในการแปลงเส้นทางที่เป็นเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดผ่านที่ได้มาจากการออกแบบเส้นทางให้อยู่ในรูปของเส้นโค้งที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ และเป็นเส้นทางที่สั้นที่สุด

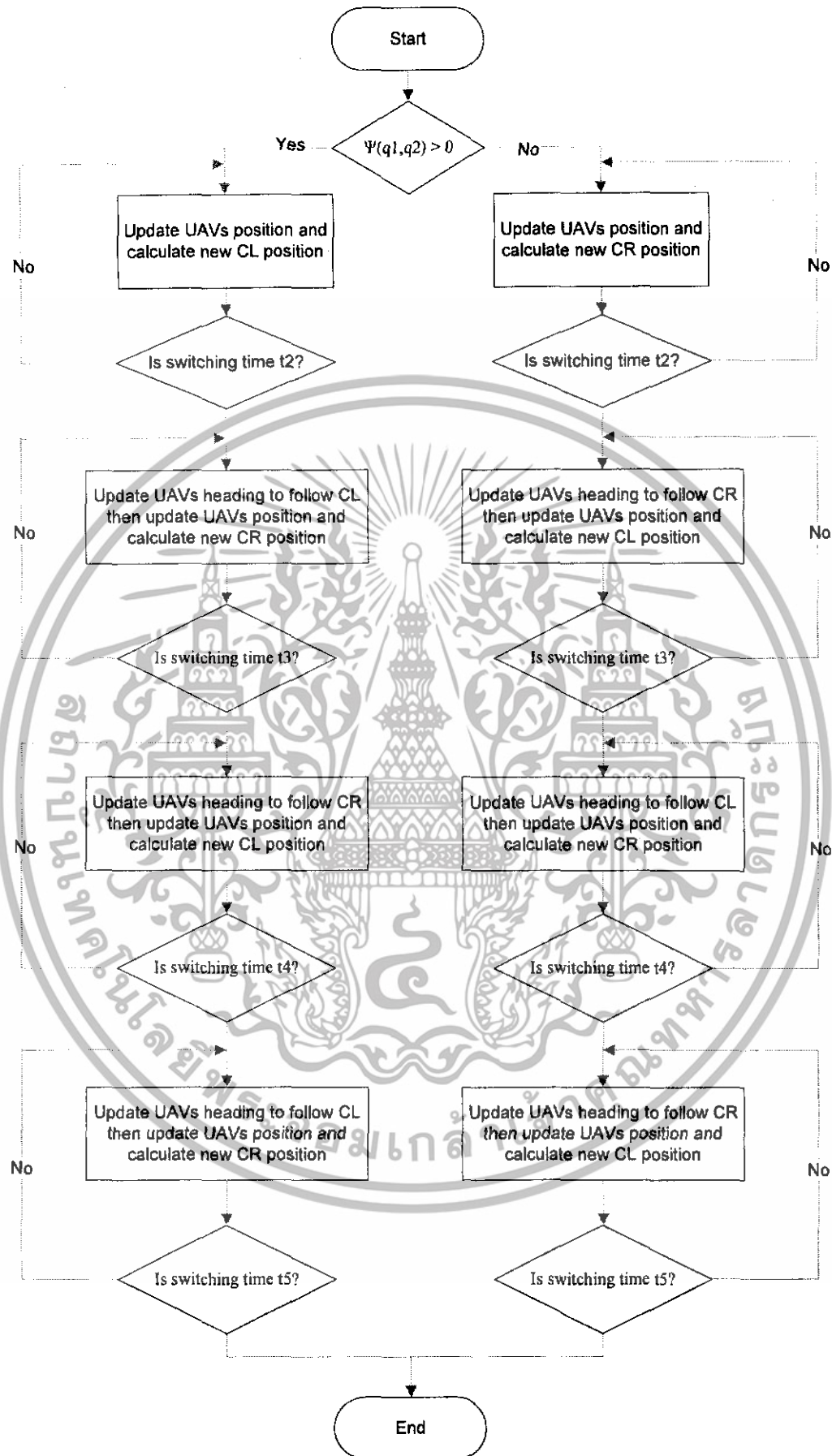
แนวคิดในการออกแบบการทำงานส่วนปรับรูปเส้นทางมีส่วนสำคัญอยู่ที่การค้นหาจุดเวลาปรับเปลี่ยน (Switching time) ที่เป็นจุดเลี้ยวของอากาศยานไร้คนขับในการเปลี่ยนเส้นทางจากส่วนของเส้นตรงหนึ่ง ไปยังส่วนของเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งซึ่งเชื่อมต่อกันด้วยจุดผ่าน จุดเลี้ยวที่เกิดขึ้นนั้นได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.7 ภาพบรรยายแนวความคิดพื้นฐานเบื้องหลังการปรับรูปเส้นทาง

เห็นได้ว่าในการเปลี่ยนเส้นทางของอากาศยานไร้คนขับจากส่วนของเส้นตรงหนึ่ง ไปยังส่วนถัดไปนั้นจะเกิดจุดปรับเปลี่ยนขึ้น 4 ตำแหน่ง ได้แก่ t_2 , t_3 , t_4 , และ t_5 จากนั้นจึงนำมาเขียนเป็นโพลีชาร์ตการทำงานของส่วนการปรับรูปเส้นทาง

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง



รูปที่ 3.8 โพลีชาร์ตการทำงานของส่วนปรับรูปเส้นทาง

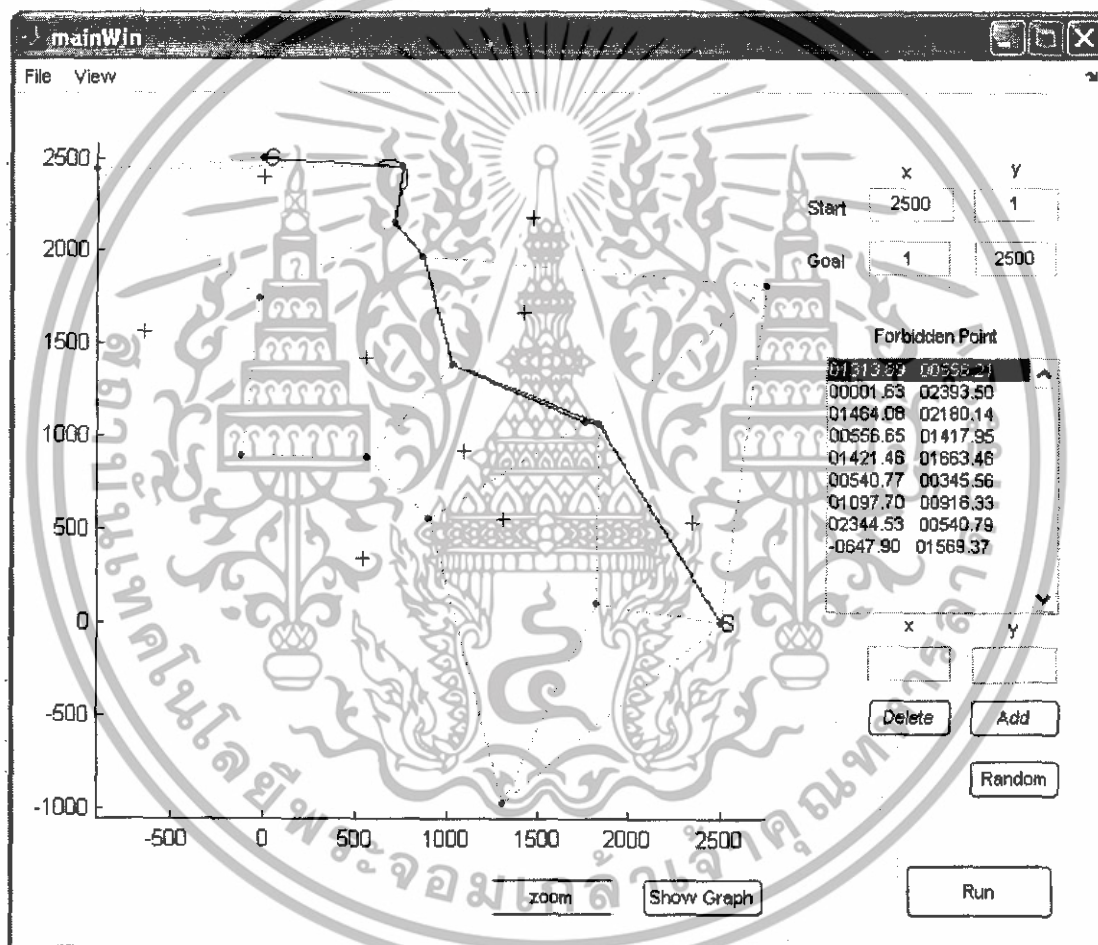
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 72996
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยแนวทางในการตรวจจับจุดปรับเปลี่ยน t_2 , t_3 , t_4 , และ t_5 นั้นได้อธิบายโดยละเอียด อยู่ในภาคผนวก ก.

3.4 การออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้งาน

3.4.1 ส่วนติดต่อกับผู้ใช้งานของหน้าต่างหลัก

ส่วนนี้เป็นส่วนที่ใช้แสดงผลเส้นทาง และจุดอุปสรรคที่ได้จากโปรแกรมในระนาบ 2 มิติ พร้อมกับมีหน้าที่ในการรับค่าจุดเริ่มต้น จุดหมายและจุดอุปสรรคจากผู้ใช้งาน โดยจุดอุปสรรคสามารถกำหนดเองหรือสุ่มขึ้นมาจากขอบเขตของจุดเริ่มต้นถึงจุดหมายก็ได้

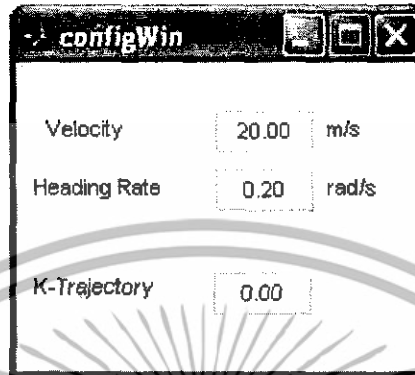


รูปที่ 3.9 หน้าต่างหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2 ส่วนติดต่อกับผู้ใช้งานของหน้าต่างกำหนดข้อบังคับ

ในส่วนนี้เป็นส่วนที่กำหนดค่าบังคับทางการบินของอากาศยานไร้คนขับ ได้แก่ ความเร็ว อัตราเปลี่ยนแปลงทิศทาง และค่าคงที่ K สำหรับการปรับรูปเส้นทางให้เหมาะสมกับภารกิจ



รูปที่ 3.10 หน้าต่างกำหนดข้อบังคับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การทดลอง และผลการทดลอง

4.1 เริ่มการดำเนินงาน MATLAB®

MATLAB® เป็นสภาพแวดล้อมในการในการคำนวณทางคณิตศาสตร์และภาษาโปรแกรม ซึ่งได้รับการสร้างสรรค์โดย The MathWorks โดย MATLAB® นั้นสามารถทำการจัดการกับ เมตริกซ์, แสดงกราฟฟังก์ชันและข้อมูล, มีชุดของคำสั่งในการแก้ปัญหาต่างๆ, สร้างส่วนติดต่อกับ ผู้ใช้, และต่อเชื่อมกับโปรแกรมในภาษาอื่นได้อย่างง่ายดาย แม้ว่าโดยตัวของ MATLAB® เองจะมีความชำนาญเป็นพิเศษในการประมวลผลทางคณิตศาสตร์ กล้องเครื่องมือเสริมในการติดต่อกับ Maple symbolic engine ก็ทำให้มันเป็นส่วนหนึ่งของระบบ computer algebra

MATLAB® ได้รับการใช้งานอย่างกว้างขวางจากกลุ่มผู้ใช้งานมากกว่าหนึ่งล้านคนทั้งจากในแวดวงอุตสาหกรรม และการศึกษา¹

4.1.1 ความเป็นมาของโปรแกรม MATLAB®

MATLAB® ย่อมาจาก “matrix laboratory” MATLAB® ได้รับการพัฒนาขึ้นมาในช่วงปลายทศวรรษที่ 1970 โดยนาย Cleve Moler ประธานหน่วยงานวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ของ University of New Mexico ซึ่งตัดสินใจที่จะให้นักศึกษาในมหาวิทยาลัยได้ใช้ LINPACK และ EISPACK โดยไม่จำเป็นต้องศึกษา Fortran แนวคิดนี้ได้กระจายอย่างรวดเร็วไปยังมหาวิทยาลัยต่างๆ และได้รับการตอบรับอย่างมากจากผู้คนในชุมชนคณิตศาสตร์ประยุกต์ (Applied Mathematics Community) ต่อมานาย Jack Little วิศวกรได้พบกับ MATLAB® เมื่อครั้งที่ Moler ได้มาเยี่ยม Stanford University ในปี 1983 และได้เห็นถึงศักยภาพในเชิงธุรกิจของมัน เขาได้ร่วมมือกับ Moler และ Steve Bangert ในการพัฒนา MATLAB® ขึ้นมาใหม่ด้วยภาษา C และได้ก่อตั้งบริษัท MathWorks ขึ้นในปี 1984 เพื่อดำเนินการพัฒนาต่อไป ไอบรรษัทที่ได้รับการเขียนขึ้นมาใหม่นี้เป็นที่รู้จักกันชื่อ JACKPAC

4.1.2 ข้อดีและประโยชน์ของ MATLAB®

สำหรับโปรแกรม MATLAB® มีข้อดีอย่างไร ทำไมถึงนำใช้งานกว่าภาษาโปรแกรมอื่นๆ และแตกต่างจาก โปรแกรมภาษาอื่นอย่างไร ในหัวข้อนี้จึงได้จำแนกลักษณะเด่นที่ง่ายต่อการใช้งานของโปรแกรม MATLAB® ดังนี้คือ

¹ Richard Goering, "Matlab edges closer to electronic design automation world," *EE Times*, 10/04/2004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- มีฟังก์ชันคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้ในการคำนวณมากมายตลอดจนเราสามารถสร้างฟังก์ชันขึ้นมาใช้เองได้ในสาขาที่ต้องการ
- อัลกอริทึมพัฒนาได้ง่ายไม่ยุ่งยาก สามารถแก้ไขปัญหาทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ง่าย และรวดเร็วกว่าโปรแกรมภาษาอื่นๆ เช่น C, Fortran, Basic เป็นต้น
- มีโครงสร้างแบบจำลอง (Simulink) ซึ่งเป็นแพ็คเกจที่เรานำไปสร้างบล็อกไดอะแกรมเพื่อใช้ทดสอบ และประเมินผลระบบไดนามิกต่างๆ ก่อนนำไปใช้งานจริง
- สามารถวิเคราะห์และตรวจสอบข้อมูลได้ง่ายและรวดเร็ว
- นำไปใช้ในงานด้านกราฟิกได้เป็นอย่างดีทั้งในด้านการแสดงภาพตั้งแต่สองมิติที่เป็น rectangular, polar, stair, bar รวมทั้งภาพสามมิติในรูปแบบพื้นผิว (surface) และระดับสูงต่ำ (contour) ตลอดจนสามารถนำภาพมาต่อกัน และเก็บไว้เพื่อที่จะสร้างเป็นภาพเคลื่อนไหวได้อีกด้วย
- ประยุกต์ใช้ในการสร้างรูปแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้ (Graphical User Interface) ได้โดยการเลือกใช้อุปกรณ์และเมนูต่างๆ โดยโปรแกรม MATLAB® จะมีเครื่องมือให้เลือกใช้ เช่น เมนู, รายการ, ปุ่มกด, และวัตถุต่างๆ เพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกนำไปใช้ในการทำงาน ปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้ใช้กับโปรแกรมได้
- ทำการประมวลผลร่วมกับโปรแกรมอื่นได้ เช่น Fortran, Borland C/C++, Microsoft Visual C++ และ Watcom C/C++ ด้วยการเขียนฟังก์ชันที่เป็นไฟล์ mex โดยโปรแกรม MATLAB® จะเรียกใช้รoutines จากโปรแกรมภาษา C และ Fortran
- โปรแกรม MATLAB® เป็นระบบ interactive ซึ่งส่วนของข้อมูลพื้นฐานเป็นอาร์เรย์ที่ไม่ต้องการมิติ ทำให้โปรแกรม MATLAB® สามารถทำการแก้ไขปัญหาทางเทคนิคต่างๆ ได้มาก ใช้เวลาในการประมวลผลน้อย และดีกว่าโปรแกรมภาษา C และ Fortran

4.2 การทดลองโปรแกรม

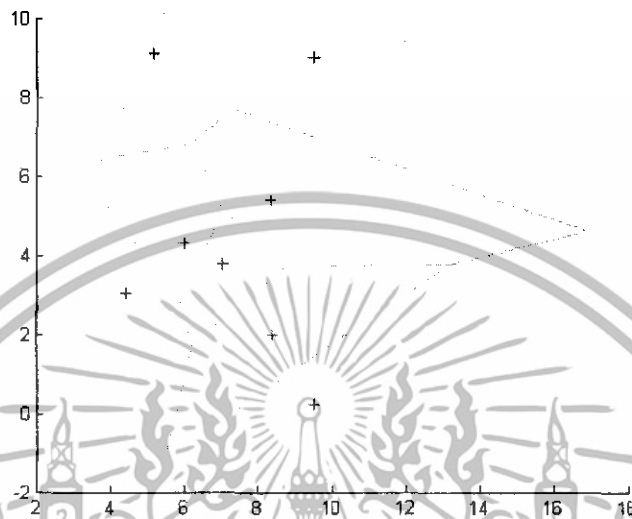
การทดลองโปรแกรมในส่วนแรกจะเป็นการทดสอบความถูกต้องในการทำงานของแต่ละส่วนย่อยในโปรแกรม จากนั้นจะเป็นการทดลองสร้างเส้นทาง โดยกำหนดจุดอุปสรรคให้กับโปรแกรม และกำหนดข้อบังคับทางการบินต่างๆ เพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้

4.2.1 การทดสอบการทำงานของส่วนย่อยการสร้างเส้นทางแบบจุดผ่าน

ส่วนประกอบของส่วนย่อยในการสร้างเส้นทางแบบจุดผ่านที่ต้องได้รับการทดสอบ ได้แก่ การสร้างเส้นทางที่เป็นไปได้รวมถึงการแปลงให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์อย่างถูกต้อง และส่วนของกระบวนการค้นหาเส้นทางที่ดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนของการแปลงเส้นทางให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ ได้ทำการทดสอบโดยการสุ่มเลือกจุดอุปสรรคขึ้นมาจำนวนหนึ่ง แล้วทำการสร้างเส้นทางที่เป็นไปได้จากฟังก์ชันไวโรนอย โดยมีตัวอย่างผลลัพธ์ในการทดสอบเป็นดังนี้



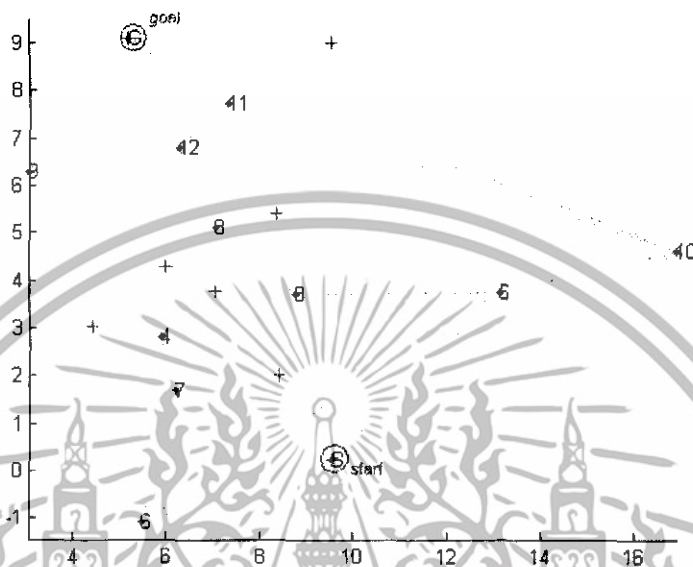
รูปที่ 4.1 กราฟที่ได้จากการเวกเตอร์ลิพธ์จากฟังก์ชันไวโรนอย

	vx1	vx2	vy1	vy2
1	7.0525	5.899	5.1038	2.8041
2	13.14	5.4791	3.7444	-1.0948
3	6.2064	8.7774	1.7008	3.6939
4	5.899	6.2064	2.8041	1.7008
5	3.0796	5.899	6.2826	2.8041
6	6.2064	5.4791	1.7008	-1.0948
7	16.924	13.14	4.5948	3.7444
8	8.7774	7.0525	3.6939	5.1038
9	7.3273	16.924	7.7128	4.5948
10	7.0525	6.2713	5.1038	6.8096
11	13.14	8.7774	3.7444	3.6939
12	6.2713	3.0796	6.8096	6.2826
13	7.3273	6.2713	7.7128	6.8096

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างเวกเตอร์ผลลัพธ์จากฟังก์ชันไวโรนอย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการแปลงผลลัพธ์จากรูปของเวกเตอร์ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์ โดยผ่านฟังก์ชันการแปลง โดยได้ผลลัพธ์ดังนี้



รูปที่ 4.2 กราฟที่ได้จากเมตริกซ์ความสัมพันธ์

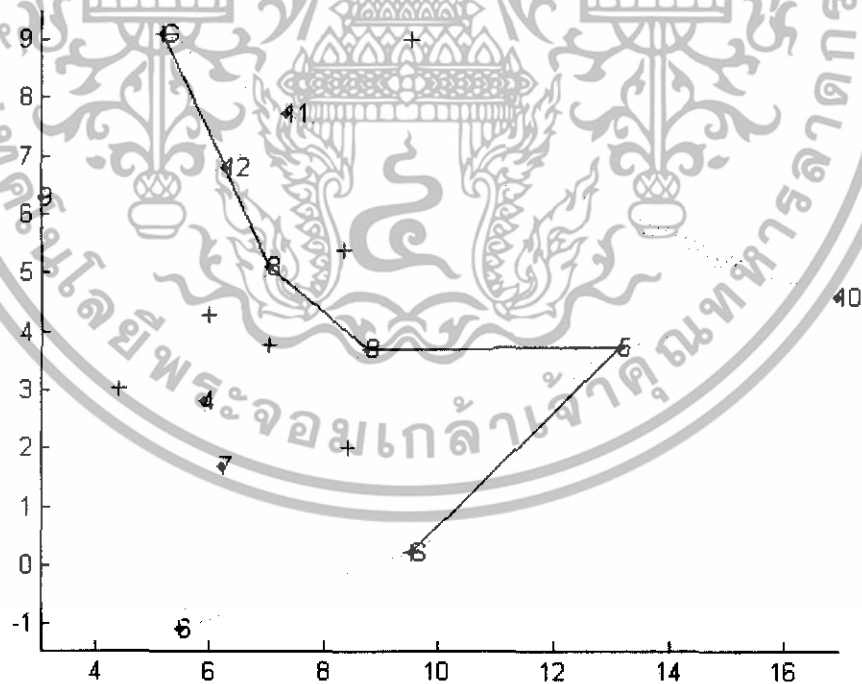
	x	y
1	9.5278	0.2221
2	5.187	9.1024
3	7.0525	5.1038
4	5.899	2.8041
5	13.14	3.7444
6	5.4791	-1.0948
7	6.2064	1.7008
8	8.7774	3.6939
9	3.0796	6.2826
10	16.924	4.5948
11	7.3273	7.7128
12	6.2713	6.8096

ตารางที่ 4.2 พิกัดจุดยอดมุมที่ได้จากการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Inf	Inf	Inf	Inf	5.04	4.25	Inf	Inf	Inf	8.59	Inf	Inf
2	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	3.52	12.5	2.55	2.53
3	Inf	Inf	Inf	2.57	Inf	Inf	Inf	2.22	Inf	Inf	Inf	1.87
4	Inf	Inf	2.57	Inf	Inf	Inf	1.14	Inf	4.47	Inf	Inf	Inf
5	5.04	Inf	Inf	Inf	Inf	9.06	Inf	4.36	Inf	3.87	Inf	Inf
6	4.25	Inf	Inf	Inf	9.06	Inf	2.88	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
7	Inf	Inf	Inf	1.14	Inf	2.88	Inf	3.25	Inf	Inf	Inf	Inf
8	Inf	Inf	2.22	Inf	4.36	Inf	3.25	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
9	Inf	3.52	Inf	4.47	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	3.23
10	8.59	12.5	Inf	Inf	3.87	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	10.0	Inf
11	Inf	2.55	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	10.0	Inf	1.38
12	Inf	2.53	1.87	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	3.23	Inf	1.38	Inf

ตารางที่ 4.3 เมตริกซ์ความสัมพันธ์

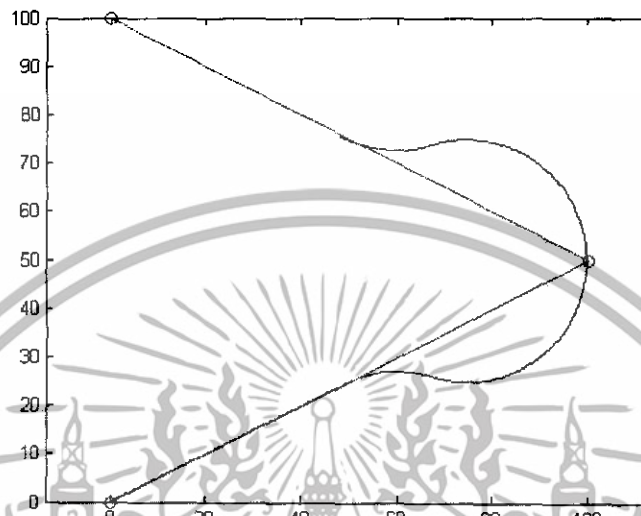


รูปที่ 4.3 เส้นทางผลลัพธ์จากขั้นตอนวิธีการเชิงพันธุกรรม

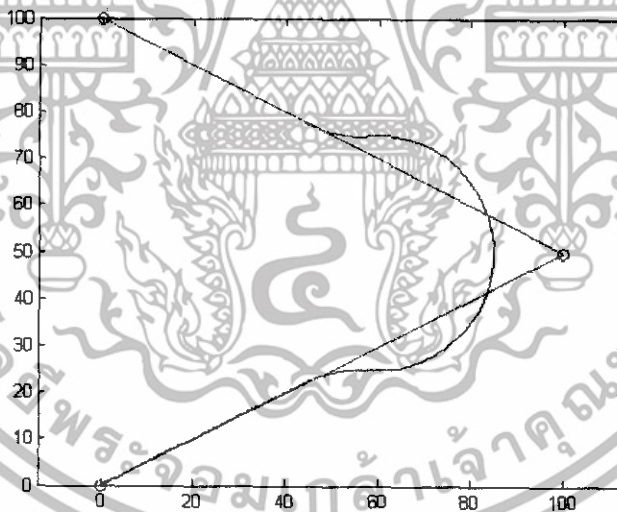
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 การทดสอบการทำงานของส่วนการปรับรูปเส้นทาง

ส่วนของการปรับรูปเส้นทางให้อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสมต่อการบินของอากาศยานไร้คนขับได้ทำการทดสอบโดยการเลือกจุดผ่านขึ้นมาแล้วทำการปรับรูปเส้นทางภายใต้ค่าคงที่ K ต่างๆกัน มีตัวอย่างผลลัพธ์ในการทดสอบเป็นดังนี้

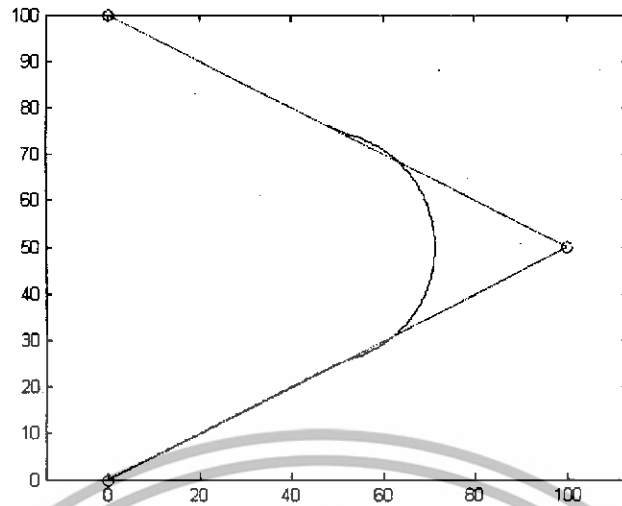


รูปที่ 4.4 ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.0$



รูปที่ 4.5 ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.5$

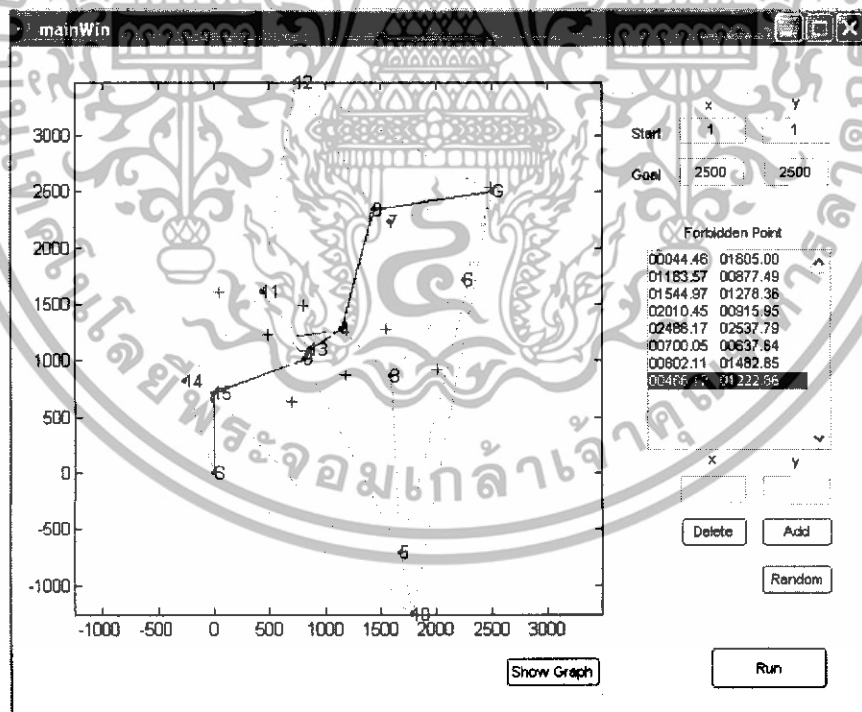
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ผลลัพธ์จากการปรับรูปเส้นทางเมื่อค่าคงที่ $K = 0.9$

4.2.3 การทดสอบการทำงานของโปรแกรมวางแผนเส้นทาง

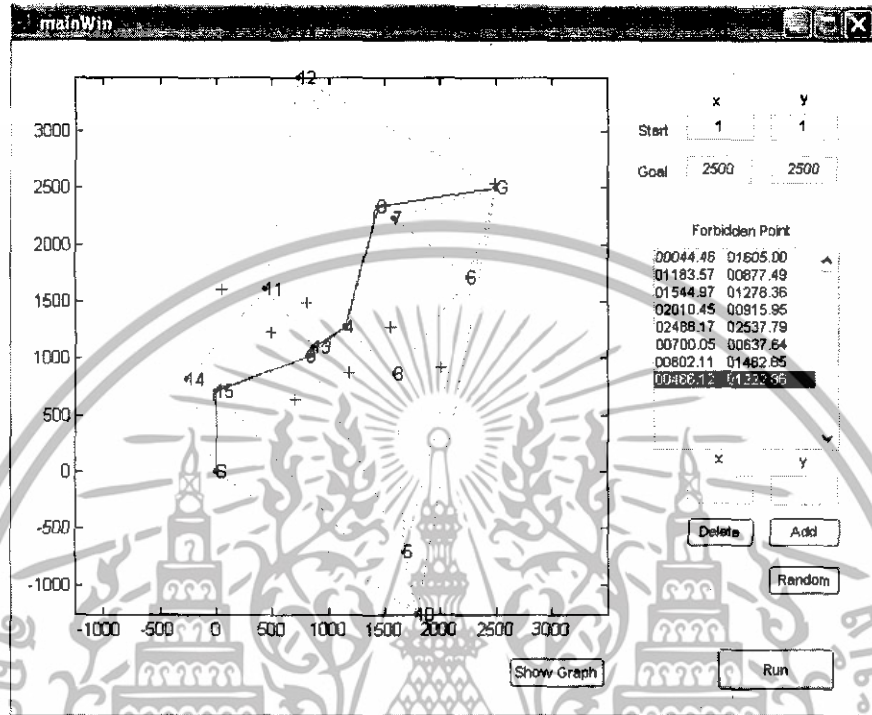
เมื่อนำส่วนประกอบหลักมาประกอบกันแล้วได้ทำการทดสอบการทำงานของโปรแกรม และได้ผลลัพธ์ดังแสดงในภาพ



รูปที่ 4.7 ผลลัพธ์ของ โปรแกรมวางแผนเส้นทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการทดสอบ โปรแกรมพบว่าเกิดปัญหาในขั้นตอนการปรับรูปเส้นทาง จากกรณีที่จุดผ่านบางจุดมีระยะใกล้กันมากเกินไปจนกว่าที่อากาศยานไร้คนขับจะสามารถเปลี่ยนทิศทางได้ตามข้อกำหนด จึงได้ทำการแก้ไขปัญหานี้ และได้ผลลัพธ์หลังการแก้ไขดังรูป



รูปที่ 4.8 ผลลัพธ์ของโปรแกรมวางแผนเส้นทางหลังการแก้ไขปัญหาจุดผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง

5.1 ปัญหาและอุปสรรค

- การพัฒนาโปรแกรมด้วย MATLAB® มีลักษณะการทำงานที่แตกต่างจากภาษาโปรแกรมอื่นๆ ทั้งในส่วนของโครงสร้างข้อมูล การใช้งานฟังก์ชันต่างๆ หรือการสร้างส่วนติดต่อกับผู้ใช้ ซึ่งจำเป็นต้องมีการศึกษาให้เข้าใจถึงการทำงาน
- การทำความเข้าใจขั้นตอนกระบวนการต่างๆ ในโครงการนี้หลายส่วนมีการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการที่จะทำความเข้าใจจำเป็นต้องมีการศึกษาเพิ่มเติมเพื่อนำมาออกแบบเป็นขั้นตอนกระบวนการที่สามารถแทนการทำงานได้ด้วยภาษาโปรแกรม

5.2 แนวทางในการพัฒนาและประยุกต์ใช้งาน

โปรแกรมวางแผนเส้นทางอากาศยานไร้คนขับนี้สามารถนำไปพัฒนาเพิ่มเติมร่วมกับงานส่วนอื่นๆ เช่น ในส่วนของระบบผู้เชี่ยวชาญที่จะช่วยตัดสินใจว่าเส้นทางที่ได้จากการวางแผนนั้นมีความเสี่ยงในการปฏิบัติการกิจเท่าไร เมื่อมีข้อมูลของสภาพแวดล้อมและตัวอากาศยานไร้คนขับหรือทำงานร่วมกับระบบสารสนเทศเพื่อการสำรวจ ที่จะช่วยในการกำหนดจุดหมาย หรือจุดอุปสรรคต่างๆ จากสภาพแวดล้อมจริง

นอกจากนี้ยังมีแนวทางในการพัฒนาความสามารถของโปรแกรมให้สูงขึ้นไปอีก เช่น เพิ่มเพิ่มในส่วนของการติดตามเส้นทางการบิน ส่วนของการควบคุมอากาศยานไร้คนขับ หรือพัฒนาการวางแผนเส้นทางแบบหลายเป้าหมาย การวางแผนเส้นทางสำหรับกลุ่มของอากาศยานไร้คนขับในการทำงานร่วมกัน เป็นต้น

5.3 ข้อสรุปข้อเสนอแนะ

เนื่องจากไม่ได้ทำการทดลองในระบบจริง ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ลักษณะเส้นทางที่ได้จากโปรแกรมวางแผนเส้นทางนี้ว่าเหมาะสมต่อการนำไปใช้ในระบบเวลาจริงหรือไม่ ในด้านการควบคุมอากาศยานไร้คนขับให้ติดตามเส้นทาง รวมทั้งในการประมวลผลจะสามารถตอบสนองต่อสถานการณ์ได้ทันเวลาหรือไม่ภายใต้ทรัพยากรระบบที่จำกัด และอาจมีความคลาดเคลื่อนจากอุปกรณ์ตรวจจับต่างๆ

การพัฒนาระบบวางแผนเส้นทางบินนี้ ควรพัฒนาควบคู่กันไปกับส่วนของการควบคุมการบินเพื่อติดตามเส้นทาง และนำเส้นทางที่ได้จากการวางแผนไปทดลองใช้งานเพื่อหาจุดบกพร่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Beard, R., Kingston, D., Quigley, M., Snyder, D., Christiansen, R., Johnson, W., McLain, T., and Goodrich, M., “Autonomous Vehicle Technologies for Small Fixed Wing UAVs”, AIAA, 2003.
- [2] Sedgewick, R., 1988, **Algorithms**, Addison-Wesley, 2nd Ed.
- [3] Beard, R., Anderson, E., and McLain, T., “Real Time Dynamic Trajectory Smoothing for Uninhabited Aerial Vehicles”, Submitted to IEEE Transactions on Control Systems Technology, February 2003.
- [4] Anderson, E. P., “Constrained Extremal Trajectories and Unmanned Air Vehicle Trajectory Generation”, Master’s thesis, Brigham Young University, Provo, Utah 84602, April 2002, <http://www.ee.byu.edu/ee/robotics/publications/thesis/ErikAnderson.ps>.
- [5] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein, 2001, **Introduction to Algorithms**, 2nd Ed. MIT Press and McGraw-Hill. Section 22.1: Representations of graphs, pp. 527–531.
- [6] Richard L. Burden and J. Douglas Faires, 1988, **Numerical Analysis**, PWS-KENT Publishing Company, Boston, 4th Ed.
- [7] Thomas L. Vincent and Walter J. Grantham, 1997, **Nonlinear and Optimal Control Systems**, John Wiley & Sons, Inc.
- [8] เกียรติศักดิ์ คิวขุนทด และ วิศิษฐ์ หิรัญกิตติ “การวางแผนเส้นทางบินที่มีจำนวนจุดหมายไม่จำกัดโดยวิธีเอสตาร์แบบค้นหาลึกลงไป” สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [9] Michael Negnevitsky, 2005, **Artificial Intelligence A Guide to Intelligent Systems**, Addison-Wesley, 2nd Ed.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

Real Time Dynamic Trajectory Smoothing [4]

วิเคราะห์ปัญหาและการเริ่มต้น

ในการอธิบายปัญหา เราจะสร้างสมมติฐานว่าอากาศยานไร้คนขับ นั้นบินด้วยความสูงคงที่ และมีอุปกรณ์การบินอัตโนมัติที่จะวนรอบรับคำสั่งควบคุมความเร็วและทิศทาง ต่อมาเราให้แนวทางในการบินอัตโนมัติเพื่อคงระดับความเร็ว และทิศทางเป็นสมการลำดับที่หนึ่ง:

$$\dot{z}_x = v \cos \psi \quad (1)$$

$$\dot{z}_y = v \sin \psi \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = \alpha_\psi (\psi^c - \psi) \quad (3)$$

$$\dot{v} = \alpha_v (v^c - v) \quad (4)$$

โดย α_ψ และ α_v เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการทำงานของระบบการบินอัตโนมัติ นอกจากนี้ส่วนข้อบังคับด้านอัตราการเปลี่ยนทิศทาง และความเร็วของอากาศยานไร้คนขับ ที่สำคัญได้แก่:

$$-c \leq \psi \leq c \quad (5)$$

$$0 < v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \quad (6)$$

บทนิยาม 1: เส้นทาง $z^d(t) = (z_x^d, z_y^d)^T$ จะเป็นเส้นทางที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ (dynamically feasible) ถ้า มีอินพุต $\psi^c(t)$ และ $v^c(t)$ ที่ทำให้ถ้า $z(0) = z^d(0)$ แล้ว $z(t) = z^d(t)$ และไม่ขัดต่อสมการการเคลื่อนที่ (1)-(4) และข้อบังคับ (5)-(6) สำหรับทุก $t \geq 0$

ค่าอินพุตที่ใส่ให้กับตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ (Dynamic Trajectory Smoother, DTS) จะเป็นส่วนของเส้นทางแบบจุดผ่าน

$$P = \{v, \{w_1, w_2, \dots, w_N\}\}$$

โดย $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ เป็นความเร็วที่ต้องการของ UAV และ $w_i \in \mathcal{H}^2$ แสดงถึงจุดผ่านที่อยู่บนพิกัดความเฉื่อย (inertial coordinate)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

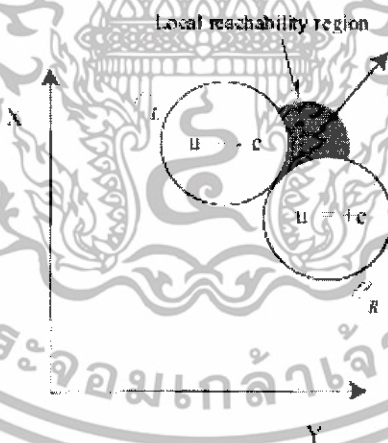
ความคิดพื้นฐานที่นำไปสู่เป้าหมายของเราคือ ให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับสมการการเคลื่อนที่ของอากาศยานไร้คนขับแก้ตัวสร้างเส้นทาง ในทางปฏิบัติตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่จะได้รับสมการอนุพันธ์ต่อไปนี้

$$\dot{z}_x = \hat{v} \cos \hat{\psi} \quad (7)$$

$$\dot{z}_y = \hat{v} \sin \hat{\psi} \quad (8)$$

$$\dot{\hat{\psi}} = u \quad (9)$$

โดย $u \in [-c, c]$ เป็นค่าอินพุตซึ่งถูกเลือกให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ เราสมมติให้เส้นทางถูกบินผ่านด้วยค่าความเร็วคงที่ $\hat{v} \in [v_{\min}, v_{\max}]$ สังเกตว่า ถ้า $\hat{z}(0) = z(0)$ แล้วสมการ (7) - (9) จะได้รับการยืนยันว่าเส้นทางที่สร้างมานั้นเหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ สมการ (7) - (9) ถูกแก้ได้โดยตัวแก้สมการอนุพันธ์ทั่วไปแบบวิธีการคงที่ (fix-step ODE solver) และได้รับผลในแบบเวลาจริง หรือในอีกความหมายหนึ่ง ผลลัพธ์จากตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่ที่มีการโต้ตอบในขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงของการเคลื่อนที่ของอากาศยานไร้คนขับได้ทันที ถ้ากระบวนการของริง-กูดตา (Runge-Kutta) ลำดับที่สี่ [6] ถูกนำมาใช้แล้ว u จะต้องถูกคำนวณสี่ครั้งต่อแต่ละรอบของการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้นเห็นได้ว่า ความซับซ้อนของการคำนวณขึ้นอยู่กับค่าการคำนวณของ u



รูปที่ 1 ขอบเขตที่สามารถไปถึงได้

สังเกตว่า ถ้า $u = +c$ แล้วตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่ที่ทำให้สมการ (7)-(8) วาดออกมาได้เป็นวงกลมทางด้านขวามือ ดังที่แสดงในรูปที่ 1 เช่นเดียวกัน ถ้า $u = -c$ แล้วตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่จะวาดออกมาเป็นวงกลมทางด้านซ้ายมือ จากที่แสดงในรูปที่ 1 ขอบเขตที่สามารถไปถึงได้ของตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่ได้ถูกจำกัดขอบเขตด้วยวงกลมสองวง รัศมีของวงกลมที่กำหนดขอบเขตที่สามารถไปถึงได้นี้หาได้จาก $R = \hat{v}/c$ สังเกตได้ว่าเมื่อค่าความเร็วที่ต้องการมีค่าเพิ่มขึ้น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รัศมีวงเลี้ยวแคบสุดจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ถ้า $(\hat{z}, \hat{\psi})$ โดย $\hat{z} = (\hat{z}_x, \hat{z}_y)^T$ เป็นขอบนอกของตัวปรับ
เส้นทางการเคลื่อนที่แล้ว จุดศูนย์กลางของวงกลมที่จำกัดขอบเขตที่สามารถไปถึงได้หาได้จาก

$$c_R(t) = \hat{z}(t) + R \begin{pmatrix} -\sin(\hat{\psi}(t)) \\ \cos(\hat{\psi}(t)) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$c_L(t) = \hat{z} + R \begin{pmatrix} \sin(\hat{\psi}(t)) \\ -\cos(\hat{\psi}(t)) \end{pmatrix} \quad (11)$$

วงกลมที่มีรัศมี R ที่มีลักษณะเหมือนกันนี้ ได้แสดงถึงโดย c_L และ c_R เมื่อขอบเขตที่สามารถไปถึง
ได้ถูกกำหนดโดยวงกลมที่ทราบจุดศูนย์กลาง และรัศมี การหาจุดตัดของขอบเขตที่สามารถไปถึงได้
กับเส้น หรือวงกลม สามารถทำได้โดยวิธีการที่มีประสิทธิภาพจากการคำนวณ

ในส่วนต่อไป เราจะอธิบายถึงกลุ่มของเส้นทางที่เหมาะสม และแสดงให้เห็นว่าเส้นทาง
เหล่านั้นสนองต่อเงื่อนไขที่จำเป็นของ Pontryagin สำหรับการลดเวลาในการเดินทางจากส่วนของ
จุดผ่านหนึ่งไปยังส่วนถัดไปลงได้มากที่สุด และอยู่ภายใต้สมการการเคลื่อนที่ (1)-(4) และ
ข้อกำหนด (5)-(6) ตามลำดับ เพื่อความถูกต้องแล้วเราจะกล่าวถึงหลักการน้อยที่สุดของ Pontryagin
[7] ไว้ดังนี้

บทนิยาม 2: กำหนดให้ระบบการเคลื่อนที่ $\dot{x} = f(x, u)$ ที่มีค่าเริ่มต้น x_0 มีเซตข้อกำหนด
ขอบเขต $X = \{x \in \mathcal{X}^n : g(x) = 0\}$ และเซตข้อกำหนดควบคุม $U = \{u \in \mathcal{X}^m : h(u) \geq 0\}$ เมื่อ
 $f, g : \mathcal{X}^n \rightarrow \mathcal{X}^q$ เมื่อ h สามารถเปลี่ยนแปลงได้อย่างต่อเนื่อง และทั้ง $\frac{\partial g}{\partial x}$ กับ $\frac{\partial h}{\partial u}$ เป็นแบบเต็ม
ขั้น (full rank) กลวิธีในการควบคุม $u^*(t)$ เป็นกลวิธีภายนอกที่ใส่ใจต่อฟังก์ชันความสูญเสีย
 $J = \int_0^T l(x, u) dt$ เมื่อ l สามารถเปลี่ยนแปลงได้อย่างต่อเนื่อง ถ้ามีฟังก์ชันอนุพันธ์ต่อเนื่อง
 $\lambda(t) \in \mathcal{X}^q$ และค่าคงที่ $\rho \in \mathcal{X}^q$ ที่สนองต่อสมการเหล่านี้

$$\dot{x}^* = \frac{\partial H}{\partial \lambda}(x^*, u^*, \lambda^*) \quad (12)$$

$$\dot{\lambda}^* = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*, u^*, \lambda^*) \quad (13)$$

$$\lambda^*(T) = \frac{\partial g}{\partial x}(x^*(T))^T \rho \quad (14)$$

$$g(x^*(T)) = 0 \quad (15)$$

$$u^*(t) = \arg \min_{u \in U} H(x^*, u^*, \lambda^*) \quad (16)$$

$$H(x^*, u^*, \lambda^*) = 0 \quad (17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $H(x, u, \lambda) = l(x, u) + \lambda^T f(x, u)$ เป็น Hamiltonian [7] ของระบบนี้

เส้นทางที่ใช้เวลาเดินทางน้อยที่สุด คือ เส้นทางที่ใส่ใจต่อฟังก์ชันความสูญเสีย $J = \int_0^T dt$

เส้นทางบินที่ดีที่สุด

ในส่วนนี้ เราจะอธิบายกลุ่มเส้นทางที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่ ซึ่งเรียกว่า K-trajectory

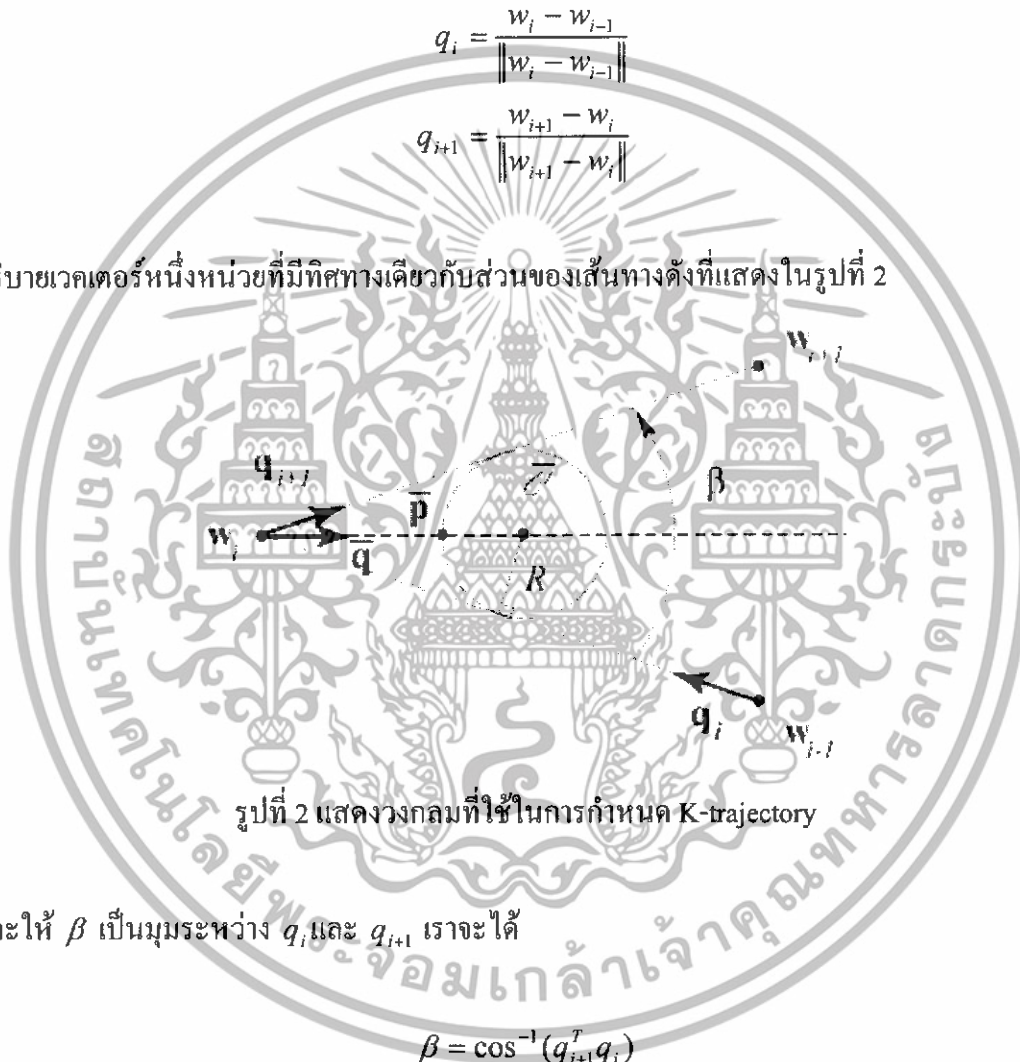
พิจารณาถึงเส้นทางจากจุดผ่าน ที่กำหนดขึ้นมาจากจุดผ่านสามจุดคือ w_{i-1}, w_i และ w_{i+1}

และให้

$$q_i = \frac{w_i - w_{i-1}}{\|w_i - w_{i-1}\|}$$

$$q_{i+1} = \frac{w_{i+1} - w_i}{\|w_{i+1} - w_i\|}$$

อธิบายเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับส่วนของเส้นทางดังที่แสดง ในรูปที่ 2



รูปที่ 2 แสดงวงกลมที่ใช้ในการกำหนด K-trajectory

และให้ β เป็นมุมระหว่าง q_i และ q_{i+1} เราจะได้

$$\beta = \cos^{-1}(q_{i+1}^T q_i)$$

ดังที่แสดงในรูปที่ 2 ให้ \bar{C} เป็นวงกลมที่มีรัศมี $R = \hat{v}/c$ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นแบ่งครึ่งของมุมที่เกิดขึ้นมาจากจุดผ่านสามจุด และวงกลมนี้จะมีจุดตัดกับทั้งส่วนของเส้นตรง $\overline{w_{i-1}w_i}$ และ $\overline{w_iw_{i+1}}$ เพียงแค่เส้นละจุดเดียวเท่านั้น ส่วนเส้นแบ่งครึ่งมุม β จะตัดกับวงกลมนี้สองจุด กำหนดให้ \bar{p} เป็นจุดตัดที่อยู่ใกล้กับ w_i มากที่สุด จากรูปที่ 2 เราสามารถเห็นได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{R}{\|\bar{p} - w_i\| + R}$$

ทำการจัดรูปสมการดังกล่าว จะได้ระยะห่างระหว่าง w_i และ \bar{p} เป็น

$$\|\bar{p} - w_i\| = R \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} - 1 \right)$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับเส้นแบ่งครึ่งมุมที่เกิดจากจุดผ่านสามจุดหาได้จาก

$$\bar{q} = \frac{q_{i+1} - q_i}{\|q_{i+1} - q_i\|} \quad (18)$$

เพราะฉะนั้นจุด \bar{p} หาได้จาก

$$\bar{p} = w_i + R \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} - 1 \right) \bar{q}$$

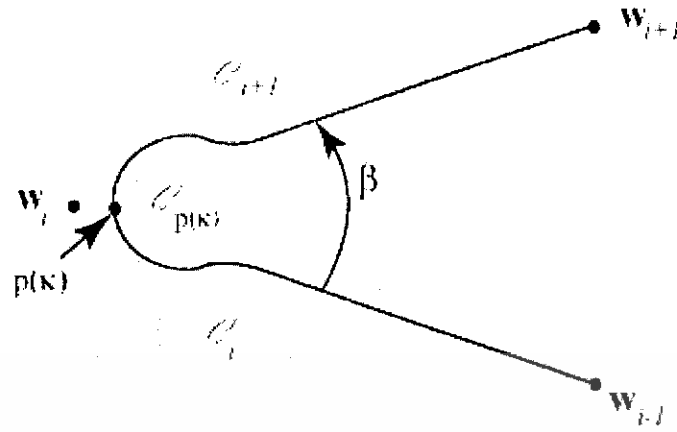
กำหนดให้ $p(\kappa)$ อธิบายจุดตัวแปรบนส่วนของเส้นตรงระหว่าง w_i และ \bar{p} บนเส้นแบ่งครึ่งมุม

$$p(\kappa) = w_i + \kappa R \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} - 1 \right) \bar{q} \quad (19)$$

เมื่อ $\kappa \in [0,1]$ จะเห็นได้ว่า $p(0) = w_i$ และ $p(1) = \bar{p}$

กำหนดให้ $C_{p(\kappa)}$ เป็นวงกลมรัศมี $R = \hat{v}/c$ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่บนทิศของ \bar{q} และตัดกับจุด $p(\kappa)$ จากนั้นกำหนดให้ C_i เป็นวงกลมรัศมี R ที่อยู่ในตำแหน่งซึ่งตัดกับ $C_{p(\kappa)}$ และ w_{i-1} , เพียงแต่อย่างละจุดเดียว และกำหนด C_{i+1} ไว้คล้ายกัน ดังแสดงในรูปที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



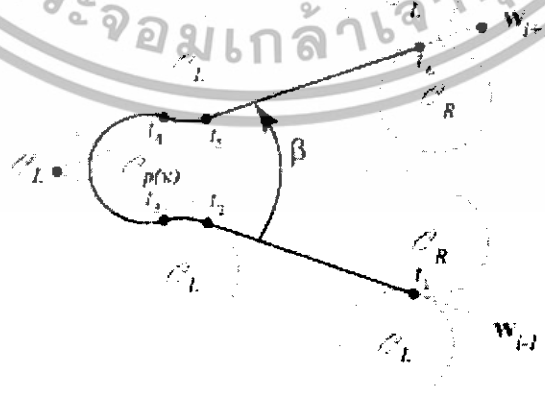
รูปที่ 3 K-trajectory ที่เหมาะสมต่อการเคลื่อนที่

บทนิยาม 3: K-trajectory ได้ถูกกำหนดให้เป็นเส้นทางที่ถูกสร้างขึ้นมาจากส่วนของเส้น
 ต่อไปนี้ $\overline{w_{i-1}w_i}$ จนกระทั่งตัดกับ C_i วนตามไปจนตัดกับ $C_{p(K)}$ วนตามไปจนตัดกับ C_{i+1} แล้ว
 วนตามไปจนตัดกับส่วนของเส้นตรง $\overline{w_iw_{i+1}}$ ดังแสดงในรูปที่ 3

ทฤษฎีบท 4: K-trajectory ที่แสดงในรูปที่ 3 เป็นเส้นทางซึ่งเป็นหนึ่งเดียว, เหมาะสมต่อ
 การเคลื่อนที่ และใช้เวลาน้อยที่สุดในการส่งผ่านจากเส้นทาง $\overline{w_{i-1}w_i}$ ไปยัง $\overline{w_iw_{i+1}}$ โดยผ่านจุด
 $p(K)$

การปรับเส้นทางการเคลื่อนที่

ในส่วนนี้เราจะแนะนำกระบวนการแบบเวลาจริง ที่ใช้สร้างเส้นทาง K-trajectory ถ้า $K = 1$
 แล้วเส้นทางการส่งผ่าน K-trajectory จากเส้นทาง $\overline{w_{i-1}w_i}$ ไปยัง $\overline{w_iw_{i+1}}$ จะใช้เวลาสั้นที่สุด และ
 ถ้า $K = 0$ แล้วเส้นทาง K-trajectory ที่ได้จะเป็นเส้นทางที่ใช้เวลาน้อยที่สุดในการส่งผ่าน โดยบังคับ
 ให้ผ่านจุด w_i



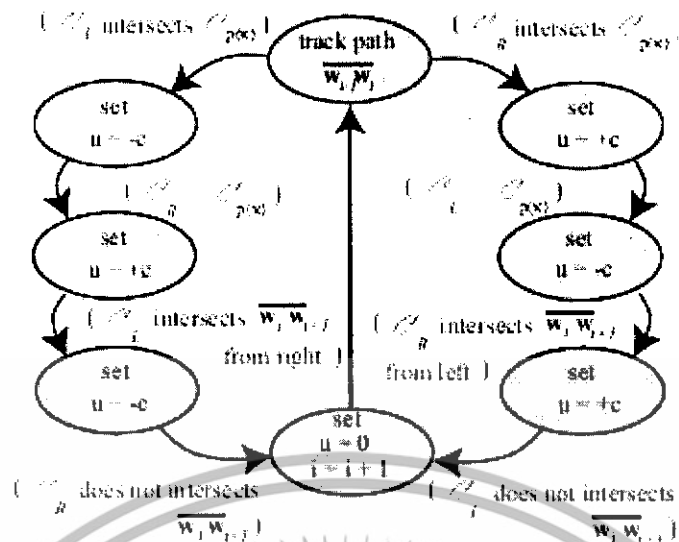
รูปที่ 4 ภาพบรรยายแนวความคิดพื้นฐานเบื้องหลังการเลือก u

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แนวความคิดพื้นฐานของกระบวนการนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4 ซึ่งข้อบังคับในการเคลื่อนย้าย และขาที่ให้ไว้โดยสมการ (10)-(11) ถูกแสดงโดย C_L และ C_R ในแต่ละช่วงของเวลาที่ต่างกัน ความคืบหน้าของเวลาแสดงโดย t_1, \dots, t_6 ในส่วนของข้อบังคับการเคลื่อนย้าย C_R ที่ไม่ได้ถูกแสดง ณ ช่วงเวลา t_2 และ t_5 เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งเหยิงของภาพ ที่ขณะเวลา t_1 ตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่กำลังติดตามส่วนของเส้นทางจากจุดผ่าน $\overline{w_{i-1} w_i}$ เมื่อวงกลมการเคลื่อนย้าย C_L ตัดกับ วงกลม $C_{p(x)}$ ที่เวลา t_2 ค่า u จะถูกเปลี่ยนเป็น $-c$ และจะทำตามข้อบังคับการเคลื่อนย้ายไป จนกระทั่งวงกลมการเคลื่อนย้าย C_R ซ้อนทับกันพอดีกับ $C_{p(x)}$ ที่เวลา t_3 จากนั้นตัวแปร u ภายใน ตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่จะถูกเปลี่ยนแปลงเป็น $+c$ และทำตามข้อบังคับการเคลื่อนย้ายไป จนกระทั่งข้อบังคับการเคลื่อนย้าย C_L ตัดกับเส้นทางจากจุดผ่าน $\overline{w_i w_{i+1}}$ ที่เวลา t_4 แล้วตัวแปร u จะ ถูกเปลี่ยนแปลงอีกครั้งเป็น $-c$ ไปจนถึงส่วนของเส้นทางจากจุดผ่านที่เวลา t_5 ที่ซึ่งค่า u ถูกเปลี่ยน กลับเป็นศูนย์

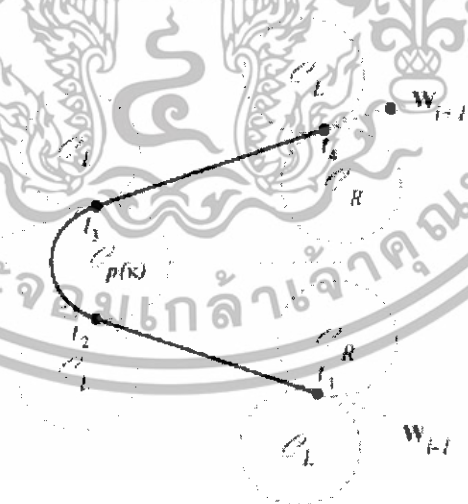
สำหรับ $\mathcal{K} \in [0,1)$ แผนภาพโพลาร์ซาร์ตของแผนการเลือกค่า u ของตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5 ในสถานะปกติของกระบวนการปรับเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นการ รักษาเส้นทางจากจุดผ่านในขณะนั้น เมื่อสมการอนุพันธ์ทั่วไป (7)-(9) ได้ถูกแก้โดยใช้ตัวแก้แบบ อัตราส่วนตัวอย่างคงที่ มันเป็นไปได้ที่จะรักษาเส้นทางเอาไว้ได้โดยเพียงแค่การตั้งค่า $u = 0$ โดย ส่วนของกระบวนการรักษาเส้นทางจำเป็นต้องมีกระบวนการในการควบคุมต่อไป ขณะที่ตัวปรับ เส้นทางการเคลื่อนที่เริ่มรักษาเส้นทางปัจจุบัน ตำแหน่งของของ $C_{p(x)}$ จะถูกคำนวณ ถ้าการเคลื่อน เป็นไปในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แล้ววงกลมข้อบังคับ C_L จะถูกตรวจสอบจนกระทั่งมันเกิดการ ตัดกันกับ $C_{p(x)}$ เกิดเป็นจุดที่ $u \leftarrow -c$ (t_2 ในรูปที่ 4) เมื่อ $u = -c$ การทำงานของตัวปรับเส้นทาง การเคลื่อนที่จะทำให้ C_L หยุตอยู่กับที่ แล้ววงกลมข้อบังคับ C_R จะถูกตรวจสอบแทนไป จนกระทั่งมันซ้อนทับกันพอดีกับ $C_{p(x)}$ และจะเป็นเวลาที่ $u \leftarrow +c$ (เวลา t_3) ตอนนี้ C_R จะถูก ทำให้หยุตอยู่กับที่ และกลับไปตรวจสอบ C_L จนกระทั่งมันตัดกับส่วนของเส้นตรง $\overline{w_i w_{i+1}}$ เป็น ขณะที่ $u \leftarrow -c$ (เวลา t_4) จากนั้นวงกลมข้อบังคับ C_L จะกลับมาหยุตอยู่กับที่ และ C_R จะถูก ตรวจสอบไปจนกระทั่งมันไม่ตัดกับ $\overline{w_i w_{i+1}}$ อีกต่อไป เป็นจุดที่การติดตามเส้นทางกลับมาทำงาน ต่อไป (เวลา t_5) ขั้นตอนที่คล้ายกันนี้เกิดขึ้นกับการเคลื่อนย้ายในทางด้านทวนเข็มนาฬิกาเช่นกัน

จากที่กล่าวมาเห็นได้ว่า เวลาสับเปลี่ยนจะถูกพิจารณาโดยการหาวงกลม และการตัดกัน ของเส้น



รูปที่ 5 โพลีชาร์ตของกระบวนการปรับเส้นทางเคลื่อนที่สำหรับ $K \in [0,1)$

ถ้า $K = 1$ แล้วกระบวนการปรับเส้นทางเคลื่อนที่ที่สามารถพิจารณาได้ง่ายขึ้น คล้ายกับในกรณีที่ $K \in [0,1)$ ขั้นตอนแรกคือทำการระบุ $C_{p(x)}$ และหาทิศทางของการเลี้ยว ดังที่แสดงในรูปที่ 6 สำหรับการเลี้ยวตามเข็มนาฬิกา ตัวปรับเส้นทางเคลื่อนที่จะทำการติดตามเส้นทางเส้นตรง $w_{i-1}w_i$ ไปจนกระทั่ง C_R ซ้อนทับกันพอดีกับ $C_{p(x)}$ ที่จุดซึ่ง $u \leftarrow +c$ (t_2 ในรูปที่ 6) แล้ว C_R จะหยุดอยู่กับที่ และเปลี่ยนไปตรวจสอบ C_L ไปจนกระทั่งวงกลมทั้งสองหลุดออกจากเส้น w_iw_{i+1} (เวลา t_3) เป็นเวลาที่กลับมาดำเนินการติดตามเส้นทางต่อไป



รูปที่ 6 กระบวนการ DTS สำหรับ $K = 1$

ทฤษฎีต่อไปนี้เป็นที่ยืนยันว่ากระบวนการปรับเส้นทางเคลื่อนที่ทำให้เกิดผลเป็น K -trajectory ที่ดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 5: กระบวนการปรับรูปเส้นทางการเคลื่อนที่ที่บรรยายในรูปที่ 5 ทำให้เกิดผลเป็น K-trajectory ที่ดีที่สุด

กระบวนการปรับรูปเส้นทางการเคลื่อนที่สามารถปรับแต่งเพื่อการทำงานในหลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับการใช้งาน ตัวอย่างเช่น เราอาจต้องการเลือกค่า K ที่ทำให้เส้นทางผ่านจากจุดผ่านเป็นระยะทาง D หรือตัวอย่างในรูปแบบที่ต้องการทำให้แน่ใจว่าอุปกรณ์ตรวจจับร่องรอยการบินที่ติดอยู่บนอากาศยานไร้คนขับได้ผ่านบนจุดผ่านถ้า $D \in [0, R(1/\sin \frac{\beta}{2} - 1)]$ แล้วใช้สมการ (19) จะเห็นเป็นที่แน่ชัดว่าตัวเลือกของที่เหมาะสมของ K คือ

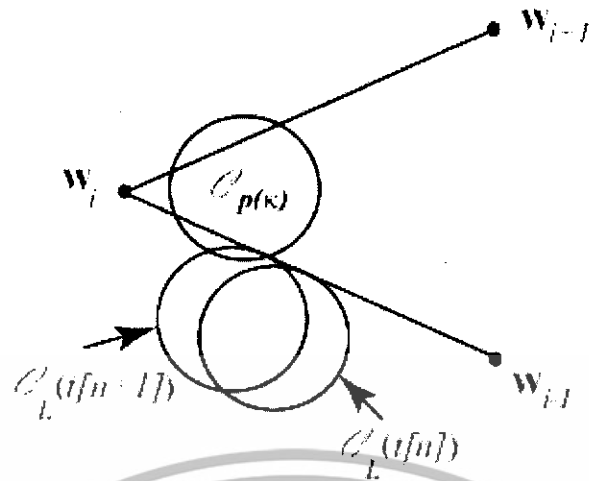
$$K^* = \frac{D \sin \frac{\beta}{2}}{R(1 - \sin \frac{\beta}{2})}$$

ถ้าเราต้องการให้เส้นทางผ่านเหนือจุดผ่านแล้วเราต้องเลือกค่า $K^* = 0$ ในอีกทางหนึ่ง ถ้าเราต้องการเปลี่ยนเส้นทางจากจุดผ่านด้วยการเลี้ยวเพียงแค่ครั้งเดียวแล้ว เราต้องทำการเลือกค่า $K^* = 1$

การนำมาพัฒนาใช้งานในทางปฏิบัติ

ในส่วนนี้เรากล่าวถึงประเด็นการนำไปใช้ให้เกิดผลในทางปฏิบัติ ซึ่งต้องระบุเพื่อให้มั่นใจว่า กระบวนการปรับเส้นทางการเคลื่อนที่มีการทำงานที่สมบูรณ์ เมื่อถูกนำไปใช้งานบนอุปกรณ์ดิจิทัล ความต้องการในการใช้งานแบบเวลาจริงที่สมการอนุพันธ์ (7)-(8) ต้องถูกแก้ผ่านตัวแก้ปัญหาสมการอนุพันธ์ทั่วไป (ตัวอย่างเช่นวิธีการของ Runge-Kutta) แบบขั้นเวลาคงที่ (fixed time-step) ซึ่งวิธีการแบบขั้นเวลาคงที่นี้ ได้สร้างปัญหาบางอย่างสำหรับการตรวจหาเวลาปรับเปลี่ยน (switching-time) จากตัวอย่างในรูปที่ 4 ซึ่งอนุญาตให้ตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ติดตามเส้นทางส่วนของเส้นตรง w_{r-1}, w_r และกระบวนการนี้กำลังมองหาการตัดกันของ C_L กับ $C_{p(x)}$ เพื่อที่จะตรวจหาเวลาปรับเปลี่ยน t_2 จากนั้นเราจะมีเหตุการณ์ดังแสดงในรูปที่ 7 ซึ่งวงกลม C_L อาจไม่ตัดกับวงกลม $C_{p(x)}$ อย่างพอดีที่เวลาจากการสุ่มตัวอย่าง เพราะฉะนั้นเราจึงต้องการวิธีการที่สมบูรณ์ สำหรับการตรวจจับการตัดกันของวงกลม และเส้น ยิ่งกว่านั้นยังต้องชี้ให้เห็นเมื่อการตัดกันนั้นได้พลาดไปแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

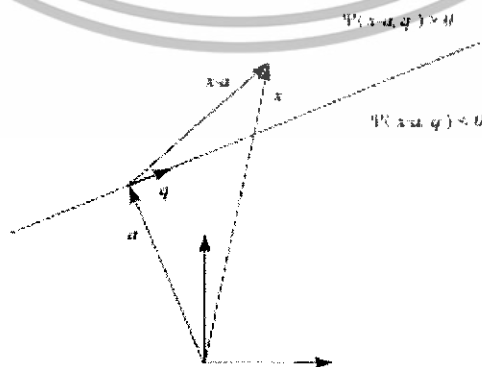


รูปที่ 7 ผลจากการที่อัตราสุ่มตัวอย่างคงที่ของการตรวจจับเวลาปรับเปลี่ยน

ก่อนจะถึงจุดนั้น เราได้กำหนดฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} \Psi(a, b) &= \text{sign} \left\{ \left[\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \hat{k} \right\} \\ &= \text{sign}[a_x b_y - b_x a_y] \end{aligned} \quad (20)$$

เมื่อ \hat{k} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ชี้เข้าไปในระนาบ ฟังก์ชัน Ψ สามารถใช้ได้หลายกรณี อย่างแรก ถ้า q_i และ q_{i+1} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศเดียวกับเวกเตอร์ w_{i-1}, w_i และ w_i, w_{i+1} ดังที่แสดงในรูปที่ 2 แล้วทิศทางของการเลี้ยวได้จาก $\Psi(q_i, q_{i+1})$ กรณีที่ $\Psi(q_i, q_{i+1}) > 0$ แสดงว่าการเลี้ยวจากเส้นทางปัจจุบัน ไปยังเส้นทางถัดไปมีทิศตามเข็มนาฬิกา (เลี้ยวไปทางด้านขวามือ) และถ้า $\Psi(q_i, q_{i+1}) < 0$ แสดงว่าการเลี้ยวมีทิศทวนเข็มนาฬิกา (เลี้ยวไปทางด้านซ้ายมือ) นอกจากนี้ฟังก์ชัน Ψ ยังสามารถใช้แบ่งระนาบ \mathcal{R}^2 ออกเป็นสองส่วนแยกจากกัน ดังแสดงในรูปที่ 8 โดยอ้างอิงจากรูปที่ 4 เราจะกล่าวถึงการตรวจจับที่สมบูรณ์ของเวลาปรับเปลี่ยน t_2 จนถึง t_5



รูปที่ 8 Ψ แบ่งระนาบ \mathcal{R}^2 ออกเป็นสองส่วนแยกออกจากกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สละส่วนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เวลาปรับเปลี่ยน t_2 กำหนดให้จุดศูนย์กลางของวงกลม C_L เป็น c_L และให้จุดศูนย์กลางของวงกลม $C_{p(\mathcal{K})}$ เป็น $p(\mathcal{K})$ ดังที่เห็นในรูปที่ 9 ซึ่งระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของ C_L กับ $C_{p(\mathcal{K})}$ หาได้จาก $\|c_L - p(\mathcal{K})\|$ ก่อนถึง เวลาปรับเปลี่ยน t_2 ระยะห่างนี้มีค่ามากกว่า $2R$ และหลังจากเวลาปรับเปลี่ยน t_2 ระยะห่างนี้จะน้อยกว่า $2R$ เพราะฉะนั้นเวลาปรับเปลี่ยน t_2 สามารถระบุได้จากการตรวจสอบค่า $\|c_L - p(\mathcal{K})\|$ โดยยอมรับว่าในบางค่าเวลาตัวอย่าง ค่านี้จะมีขนาดน้อยกว่า $2R$ อย่างไม่ก็ตาม ถ้า $\mathcal{K} \approx 1$ แล้วเป็นไปได้ที่ $\|c_L - p(\mathcal{K})\| > 2R$ ในขณะที่เวลาตัวอย่างทั้งก่อน และหลังการตัดกันที่เวลา t_2 ดังที่แสดงในรูปที่ 9



เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบว่าเมื่อไรที่ c_L เคลื่อนที่จากครึ่งระนาบ S_1 ไปยังอีกครึ่งระนาบ S_2 ซึ่งสามารถทำได้โดยการตรวจสอบเครื่องหมายของ $\Psi(c_L - p(\mathcal{K}), R(\pi/2)q_i)$ เมื่อ

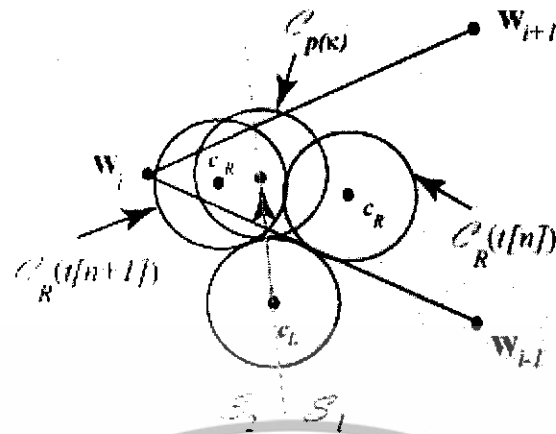
$$R(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

ถ้า $\Psi(c_L - p(\mathcal{K}), R(\pi/2)q_i) > 0$ แล้ว $c_L \in S_1$ ไม่เช่นนั้น $c_L \in S_2$

เวลาปรับเปลี่ยน t_3 สามารถตรวจจับได้จากการผ่านครึ่งระนาบ ดังแสดงในรูปที่ 10 t_3 เกิดขึ้นเมื่อจุดศูนย์กลางของวงกลม C_R (c_R) ส่งผ่านจาก S_1 ไปยัง S_2 ซึ่งสามารถตรวจจับได้โดยฟังก์ชัน

$$\Psi\left(c_R - c_L, \frac{p(\mathcal{K}) - c_L}{\|p(\mathcal{K}) - c_L\|}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 10 เวลาปรับเปลี่ยน t_3

เวลาปรับเปลี่ยน t_4 การตรวจจับเวลาปรับเปลี่ยน t_4 อย่างสมบูรณ์สามารถทำได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้เป็นขั้นแรก สะท้อนตำแหน่งของ c_L ที่ตำแหน่งเวลาปรับเปลี่ยน t_3 ผ่านเส้นแบ่งครึ่งมุม β ซึ่งเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่แทนเส้นแบ่งครึ่งมุม β หาได้จากสมการ (18) การสะท้อนของเวกเตอร์ผ่านเส้นที่ระบุโดย \bar{q} นั้นหาได้จาก Householder transformation

$$H(\bar{q}) = \begin{pmatrix} 1 - 2\bar{q}_y^2 & 2\bar{q}_x\bar{q}_y \\ 2\bar{q}_x\bar{q}_y & 1 - 2\bar{q}_x^2 \end{pmatrix}$$

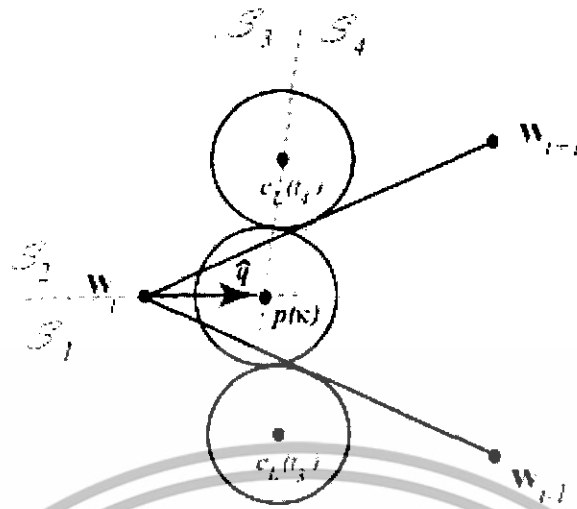
เพราะฉะนั้นดังแสดงในรูปที่ 11 เราจะได้

$$c_L(t_4) = w_i + H(\bar{q})(c_L(t_3) - w_i)$$

ขั้นตอนต่อไปคือรอให้ c_L ข้ามเข้าไปในอีกครึ่งระนาบที่กำหนดโดย \bar{q} ซึ่งบรรจุ $c_L(t_4)$ ไว้เมื่ออ้างอิงจากรูปที่ 11 พบว่าเรากำลังสนใจการส่งผ่านจากครึ่งระนาบ S_1 ไปยัง S_2 ที่จะได้รับ การขึ้นชั้นโดยสมบูรณ์เมื่อ

$$\Psi(c_L - w_i; \bar{q})$$

เปลี่ยนแปลงจาก -1 เป็น +1

รูปที่ 11 เวลาปรับเปลี่ยน t_4

ขั้นตอนสุดท้ายคือการมองหาการตัดของ C_L กับส่วนของเส้นตรง $w_i w_{i+1}$ เมื่ออ้างอิงกับรูปที่ 11 สิ่งนี้จะได้รับการยืนยันโดยสมบรูณ์เมื่อ c_L ข้ามผ่านครึ่งระนาบ S_3 ไปยังครึ่งระนาบ S_4 หรืออาจกล่าวได้ว่า เมื่อ

$$\Psi \left(c_L - c_L(t_4), \frac{p(K) - c_L(t_4)}{\|p(K) - c_L(t_4)\|} \right)$$

เปลี่ยนแปลงจาก -1 เป็น +1

เวลาปรับเปลี่ยน t_5 การตรวจจับเวลาปรับเปลี่ยน t_5 จะคล้ายกันกับการตรวจจับเวลาปรับเปลี่ยน t_3

ส่วนสุดท้ายของปัญหาการใช้งาน คือพร้อมรับความจริงว่าที่เวลาปรับเปลี่ยน t_5 นั้นตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่อาจไม่ได้ถูกจัดให้อยู่ในแนวเดียวกันกับส่วนของเส้นทางจากจุดผ่าน $w_i w_{i+1}$ อย่างถูกต้อง เพราะฉะนั้นการตั้งค่า $u = 0$ จะส่งผลให้ตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่ที่หลงออกจากส่วนของเส้นทางจากจุดผ่านได้ ระยะเวลาที่อยู่ในส่วนของเส้นทางการตรง เราจำเป็นต้องมีกระบวนการในการติดตามเส้นทางที่ส่งผลให้ตัวปรับเส้นทางการเคลื่อนที่สามารถติดตามเส้นทางได้อย่าง asymptotic² ในขณะที่ยังตอบสนองต่อข้อบังคับ $-c \leq u \leq c$

²

Asymptotic มีความหมายถึงการเข้าใกล้ค่า หรือ เส้นโค้ง อย่างเป็นอิสระ และ ใกล้เคียง (มีการใช้ limit บางประเภท)
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนเวลาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นาเบเซประยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้