

การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

บนรถ

SWINGING UP AND STABILIZING CONTROL OF THE INVERTED PENDULUM  
ON CART



กพ.  
ศ 473 ก  
2548

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 60886  
วัน,เดือน,ปี..... 6 ก.ค. 2549

11541052 - en

b..... 445948215  
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2548

ISBN 974-15-1919-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**SWINGING UP AND STABILIZING CONTROL OF THE INVERTED PENDULUM  
ON CART**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2005**

**ISBN 974-15-1919-2**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2005**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Thesis Title</b>	Swinging up and Stabilizing Control of the Inverted Pendulum on Cart
<b>Student</b>	Mr. Songmoung Nundrakwang
<b>Student ID.</b>	46067010
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Programme</b>	Control Engineering
<b>Year</b>	2005
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Jongkol Ngamwiwit

## ABSTRACT

This thesis presents the hybrid PD - servo state feedback scheme in swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart system. PD controller designed by root locus technique for cart position control is employed in swinging up procedure while the state feedback servo controller designed by pole placement technique is used to stabilize the pendulum at the upright position. The experimental results verify effectiveness of the proposed control scheme in attracting the pendulum angle to the upright position and maintaining it.

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบ  
อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

นักศึกษา

นายสองเมือง นันทขว้าง

รหัสประจำตัว

46067010

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมระบบควบคุม

พ.ศ.

2548

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ. ดร.จกมล งามวิวิทย์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น และการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางรากลควบคุมตำแหน่งรถในการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่ถูกออกแบบด้วยวิธีการวาง โพลในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม จากผลการทดลองเมื่อนำตัวควบคุมนี้ไปประยุกต์ใช้กับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถพบว่า ตัวควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนเอาไว้ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และไม่ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.จกต งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ได้ให้คำปรึกษาแนวทางในการแก้ปัญหา ความคิดริเริ่ม ตลอดจนการฝึกฝนให้ผู้เขียนมีความสามารถในการทำวิจัยได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงให้ความเอาใจใส่ดูแลสอบถามถึงความก้าวหน้าอย่างสม่ำเสมอ ทำให้ผู้เขียนทำงานอย่างมีระบบและใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ถาวร เบญจนาสุทธี ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการแก้ปัญหา ต่างๆ ที่เกิดขึ้นทั้งทางทฤษฎีและทางปฏิบัติแก่ผู้เขียนเสมอมา ทำให้ผู้เขียนเข้าใจปัญหานั้นๆ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดอน อิศรากร ที่ได้ช่วยเหลือให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจให้ผู้เขียนด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณ ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำ วิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวก ให้แก่ผู้เขียนจนสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนเสร็จสิ้น

ขอขอบคุณ โครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) และ Japan International Cooperation Agency (JICA) ที่ได้ให้การสนับสนุนอุปกรณ์และเครื่องมือใน การทำวิจัยครั้งนี้

และท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่รักและเคารพ ที่สนับสนุนให้โอกาส แก่ผู้เขียนได้เล่าเรียนจนถึงวันนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ในห้องวิจัยทุกคนที่ได้ให้ คำปรึกษา แนะนำ และเป็นกำลังใจให้ด้วยดีเสมอมาจนสามารถนำสิ่งต่างๆที่ได้รับมานั้นจัดทำ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้เสร็จสิ้นสมบูรณ์

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สองเมือง นันทขว้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ III ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	X
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	2
<b>บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....</b>	<b>4</b>
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.1.2 ตัวควบคุม.....	5
2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	5
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	6
2.3 การประมาณเชิงเส้น.....	9
2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลต่าง.....	9
2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน.....	11
<b>บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม.....</b>	<b>14</b>
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	14
3.2 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล.....	16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ IV ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
<b>บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....</b>	<b>19</b>
4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม.....	19
4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	23
<b>บทที่ 5 การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง.....</b>	<b>27</b>
5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว.....	27
5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	28
5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	29
5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	30
5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก.....	31
5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	32
5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว.....	34
5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	37
5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	38
5.6.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	38
5.6.2 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก.....	39
5.6.3 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	42
<b>บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>43</b>
6.1 บทสรุป.....	43
6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย.....	44
6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา.....	44

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม.....	45
ภาคผนวก.....	46
ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	47
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....	53
ภาคผนวก ค ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	77
ประวัติผู้เขียน.....	83



# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ.....	13
4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม.....	26



# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ.....	4
2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ.....	5
2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ... ..	6
2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ.....	6
2.5 เปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนคูล์ม.....	13
3.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	14
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ.....	19
4.2 โครงสร้างระบบควบคุมพีดี.....	20
4.3 เส้นทางการของระบบเดิม.....	21
4.4 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	23
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว.....	28
5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ .....	29
5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	30
5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มเมื่อ รบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% เข้าที่เวลา 15 วินาที.....	32
5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	33
5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถในห้องปฏิบัติการ.....	34
5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว.....	35
5.8 ผลการจำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มเพียงอย่างเดียวโดยใช้ค่าอัตราขยาย และตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเหมือนกับการทดลอง.....	36
5.9 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ.....	37
5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	39
5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มเมื่อ รบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% เข้าที่เวลา 15 วินาที.....	40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา VII ก่ออ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.12 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อระบบถูกรบกวนด้วยแรงตามแนวรางเข้าที่เวลา 15 วินาที.....	41
5.13 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	42
ก.1 แผ่นวงจรนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E .....	48
ก.2 แผ่นวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก.....	49
ก.3 การติดตั้งวงจรเชื่อมต่อต่างๆ .....	49
ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง.....	50
ก.5 วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง.....	50
ก.6 แสดงลักษณะของสัญญาณพัลส์ที่เกิดขึ้นเมื่อเอน โคคเคอร์หมุน.....	51
ก.7 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถ.....	51
ก.8 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม.....	52
ก.9 ระบบส่งกำลังของรถราง.....	52

## คำย่อและสัญลักษณ์

$a_i$	หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามคุณลักษณะ
$A$	หมายถึง เมตริกซ์ระบบ
$A_a$	หมายถึง เมตริกซ์ระบบของระบบแต่งเสริม
$B$	หมายถึง เมตริกซ์อินพุต
$B_a$	หมายถึง เมตริกซ์อินพุตของระบบแต่งเสริม
$C$	หมายถึง เมตริกซ์เอาต์พุต
$e$	หมายถึง ค่าผิดพลาดของระบบควบคุม
$f$	หมายถึง ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน
$F$	หมายถึง แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่
$G_c(s)$	หมายถึง ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม
$G_p(s)$	หมายถึง ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ
$I$	หมายถึง เมตริกซ์เอกลักษณ์
$K_d$	หมายถึง ค่าอัตราขยายดิริเวทีฟ
$K_p$	หมายถึง ค่าอัตราขยายพรีออพชั่นนัล
$k_i$	หมายถึง ค่าอัตราขยายอินทิกรัล
$K$	หมายถึง เมตริกซ์อัตราขยายการป้อนกลับสถานะ
$K_a$	หมายถึง เมตริกซ์อัตราขยายของระบบแต่งเสริม
$l$	หมายถึง ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม
$L$	หมายถึง ตัวดำเนินการลากรางจ์
$m$	หมายถึง มวลของเพนดูลัม
$M$	หมายถึง มวลของรถราง
$M_p$	หมายถึง ค่าพุ่งเกินสูงสุด
$M$	หมายถึง เมตริกซ์ความควบคุมได้
$q$	หมายถึง พิกัดทั่วไปของระบบ
$r$	หมายถึง สัญญาณอ้างอิง
$t_s$	หมายถึง ช่วงเวลาเข้าที่
$T$	หมายถึง พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
$T_d$	หมายถึง เวลาเดริเวทีฟ
$T$	หมายถึง เมตริกซ์การแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$u$	หมายถึง	สัญญาณควบคุม
$u_c(t)$	หมายถึง	สัญญาณควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ
$u_i$	หมายถึง	คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่ $i$
$V$	หมายถึง	พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
$x_1$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะมุมของเพนดูลัม
$x_2$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม
$x_3$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะตำแหน่งรถราง
$x_4$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วรถราง
$x$	หมายถึง	เวกเตอร์สถานะของระบบ
$x_a$	หมายถึง	เวกเตอร์สถานะแต่งเสริม
$y$	หมายถึง	สัญญาณเอาต์พุต
$\theta$	หมายถึง	มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง
$\xi$	หมายถึง	เอาต์พุตของตัวอินทิเกรเตอร์

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เมื่อก้าวถึงระบบที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม จะเห็นว่าระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบหนึ่งที่นิยมใช้กัน เนื่องจากเป็นระบบที่มีข้อดีหลายข้อ โดยเฉพาะมีโครงสร้างที่ง่าย มีความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของคุณลักษณะของระบบ และเมื่อก้าวถึงระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้นั้น จะเห็นได้ว่าเป็นระบบที่น่าศึกษาว่าควรจะใช้ตัวควบคุมแบบใดที่สามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบธรรมดาที่ไม่สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นมาจากจุดสมดุลล่างเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีตัวควบคุมต่างๆ ที่ถูกนำไปทดสอบกับระบบดังกล่าว เช่นตัวควบคุมแบบโครงข่ายประสาท (neural network controller) [1] ตัวควบคุมฟัซซี่ (fuzzy controller) [2] ตัวควบคุมโรบัสต์ (robust controller) [3] ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear controller) [4] และตัวควบคุมอาศัยหลักการพลังงาน (controller by energy-based methods) [5] ซึ่งหลักการออกแบบตัวควบคุมเหล่านี้จะมีหลักการค่อนข้างซับซ้อน โดยเฉพาะตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอหลักการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูปแบบหนึ่งซึ่งเป็นหลักการที่ง่าย ไม่ยุ่งยาก และสามารถใช้งานได้ง่าย โดยตัวควบคุมในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี (PD controller) ซึ่งถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางราก (root locus) และทำหน้าที่ในการควบคุมตำแหน่ง ตัวควบคุมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งให้เคลื่อนรถไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม โดยที่รถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อตัวรถวางอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมเท่ากับศูนย์ การเคลื่อนที่ของรถไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขดังกล่าวนี้จะสร้างแรงเหวี่ยงจนเพนดูลัมขึ้นมาอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และตัวควบคุมส่วนที่สองคือตัวควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ (servo state feedback) ซึ่งออกแบบด้วยวิธีการวางโพล (pole-placement method)

ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันดังนี้ โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมมาอยู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนเวลาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. สร้างชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสำหรับใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ทำการออกแบบ
2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้
3. ออกแบบตัวควบคุม และนำไปควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

## 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ออกแบบและสร้างชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสำหรับใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ทำการออกแบบ
2. ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยอาศัยสมการของลากรางจ์ (Lagrange's equation) เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุม
3. ออกแบบและใช้ตัวควบคุมทำการทดลองการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

## 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งออกเป็น 6 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความจำเป็นมาและความสำคัญของหัวข้อวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ในการศึกษาและวิจัย ขอบเขตและขั้นตอนในการวิจัย พร้อมทั้งรายละเอียดของวิทยานิพนธ์ในแต่ละบท

บทที่ 2 เป็นการกล่าวถึงรายละเอียดโครงสร้างและการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในงานวิจัย

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะและการออกแบบตัวควบคุมการป้อนกลับสถานะด้วยวิธีการวางโพล

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานในบทที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5 เป็นการกล่าวถึงการจำลองและการทดลองการใช้ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยอันดับแรก จะทำการจำลองการทำงานของตัวควบคุมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จากนั้นจึงนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมกับชุดทดลองจริง

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เพื่อให้การควบคุมระบบมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ในส่วนท้ายสุดของวิทยานิพนธ์นี้เป็นภาคผนวกซึ่งแสดงถึงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง แนวคิดในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง ผลงานวิจัยที่ได้รับการนำเสนอและตีพิมพ์พร้อมทั้งประวัติของผู้เขียนโดยสังเขป



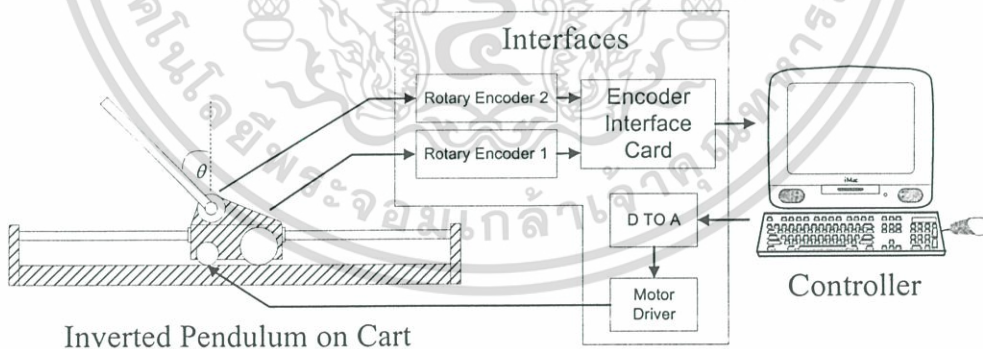
## บทที่ 2

### ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่ได้รับความนิยมในการนำมาทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมต่างๆ เพราะตัวระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีโครงสร้างที่ง่ายไม่ซับซ้อน ไม่มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนและมีความไม่แน่นอนของคุณลักษณะของระบบ เป็นต้น ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมถูกแบ่งเป็นสองชนิดใหญ่ๆ คือ อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนและอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการศึกษาและทดลองตัวควบคุมที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมีโครงสร้างที่ง่ายและไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีกำลังสูงและขนาดใหญ่มากนักในการขับเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

#### 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ออกแบบและสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาและทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สามารถพิจารณาแบ่งออกเป็นส่วนประกอบหลักๆ ได้สามส่วนคือ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุม และส่วนต่อประสาน (interfaces) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุม โดยระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 2.1

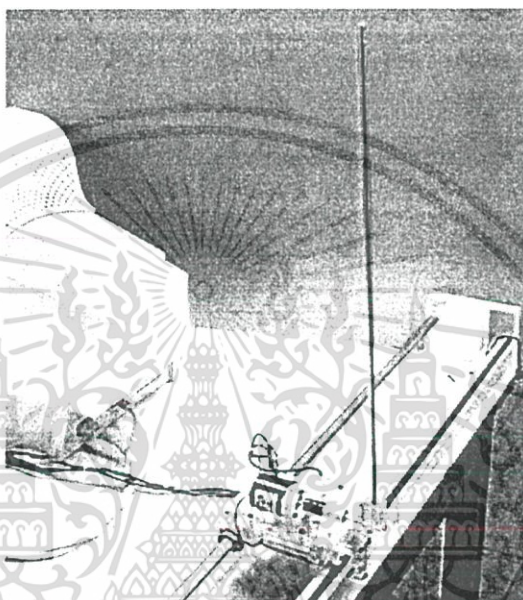


รูปที่ 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

##### 2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในการศึกษาและทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.1 นั้นมีส่วนประกอบที่สำคัญคือ ตัวรถราง เพนดูลัม และอุปกรณ์วัดตำแหน่งรถและมุมของเพนดูลัมที่กระทำกับแนวแกนตั้ง โดยที่ตัวรถรางจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้สามารถเคลื่อนที่ได้สองทิศทางตามแนวนอน โดยรถจะเคลื่อนที่อยู่บนรางซึ่งมีความยาวประมาณหนึ่งเมตร เพนคูล์มทำจากแท่งเหล็กปลอดสนิมถูกยึดติดกับตัวรถผ่านจุดหมุน ณ บริเวณส่วนบนของตัวรถโดยเพนคูล์มสามารถหมุนรอบจุดหมุนนี้ในระนาบของแนวแกนตั้งได้ โดยมุมระหว่างเพนคูล์มกับแนวแกนตั้งถูกวัดโดยเอนโคเดอร์แบบหมุน (rotary encoder) ที่ติดตั้งอยู่ที่จุดหมุนดังกล่าวและมีเอนโคเดอร์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ส่วนล่างของตัวรถเพื่อใช้เป็นตัววัดตำแหน่งของรถ ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถแสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

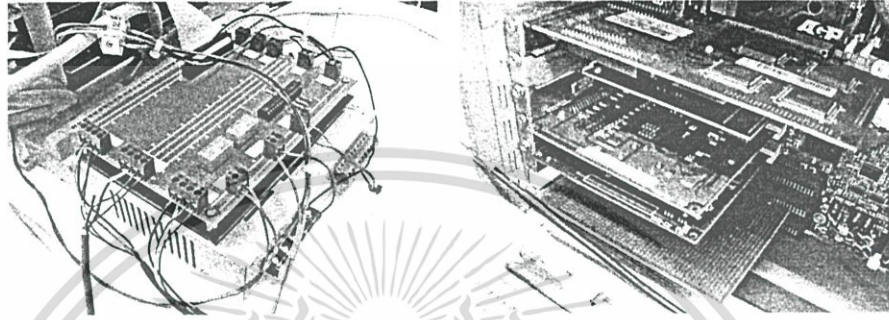
### 2.1.2 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานตามเวลาจริง (real-time program) ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) ถูกนำมาใช้ให้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม (รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนาเพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแสดงในภาคผนวก ข.) โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer)

### 2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถมีส่วนประกอบเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ทำหน้าที่เป็นทั้งช่องทางเข้า (input port) และช่องทางออก (output port) ของข้อมูลระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถโดยใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-6201E ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้าของข้อมูลขนาด 24 บิต เพื่อรับข้อมูลมุมของเพนคูล์มและข้อมูลตำแหน่งของรถจากเอนโคเดอร์แบบหมุนทั้งสองและใช้วงจรเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

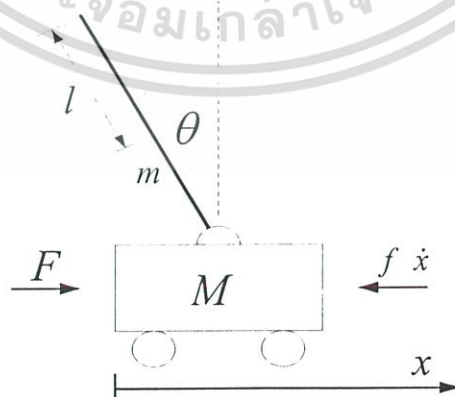
อิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-3345A ทำหน้าที่เป็นช่องทางออกของข้อมูล สัญญาณควบคุม และแปลงสัญญาณควบคุมนี้จากสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกมีค่าระหว่าง +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ แล้วส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์  $\pm 10$  แอมแปร์ เพื่อใช้ขับเคลื่อนรราง วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปทั้งสองและวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถนั้น ใช้วิธีการของลากรางจ์ (Lagrange's method) ภายใต้สมมุติฐานที่ว่าแท่งเพนดูลัมแข็งไม่สามารถงอได้ และแรงเสียดทานสถิตมีค่าน้อยมากจนไม่มีอิทธิพลต่อระบบ ซึ่งวิธีการของลากรางจ์นี้เป็นวิธีที่สะดวกในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเนื่องจากมีพื้นฐานมาจากวิธีพลังงาน ดังนั้น จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาทิศทางเคลื่อนที่และทิศทางของแรงในระบบมากนัก แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อ  $M$  คือ มวลของรถราง ( $kg$ )  
 $m$  คือ มวลของเพนดูลัม ( $kg$ )  
 $l$  คือ ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $m$ )  
 $f$  คือ ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $kg/sec$ )  
 $\theta$  คือ มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง ( $rad$ )  
 $x$  คือ ตำแหน่งของรถ ( $m$ )  
 $F$  คือ แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่ ( $N$ )

เมื่อพิจารณาแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถคันรูปที่ 2.4 โดยใช้สมการของลากรางจ์ จะได้

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

- โดยที่  $L$  คือตัวดำเนินการลากรางจ์  
 $q$  คือพิกัดทั่วไปของระบบ  
 $T$  คือพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  
 $V$  คือพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ

จากพิกัดทั่วไปใดๆ ของระบบ  $q_i$  และตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการของลากรางจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i \quad (2.2)$$

โดย  $u_i$  คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่  $i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสามารถพิจารณาพิกัดทั่วไปได้สองพิกัดคือ พิกัดทั่วไป  $x$  และพิกัดทั่วไป  $\theta$  โดยมีแรงกระทำกับพิกัดทั่วไป  $x$  ส่วนพิกัดทั่วไป  $\theta$  จะไม่มีแรงใดๆ มากระทำ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของลากรางจ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= F - f \dot{x} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสามารถเขียนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - m l \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} m l^2 \dot{\theta}^2 \quad (2.4)$$

$$V = mg(l - l \cos \theta) \quad (2.5)$$

หลังจากแทนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ลงในสมการ (2.1) จะได้ตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ดังนี้

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - m l \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} m l^2 \dot{\theta}^2 - mg(l - l \cos \theta) \quad (2.6)$$

เมื่อดำเนินการตามวิธีของลากรางจ์โดยการแทนค่าตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการที่ (2.6) ลงในสมการของลากรางจ์ สมการที่ (2.3) จะได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังนี้

$$\ddot{x} = \frac{\left( F - f \dot{x} + \frac{3}{4} mg \cos \theta \sin \theta - m l \dot{\theta}^2 \sin \theta \right)}{\left( (M+m) - \frac{3}{4} m \cos^2 \theta \right)} \quad (2.7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\left( mg \sin \theta + \frac{m \cos \theta (F - f \dot{x}) - m^2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{(M+m)} \right)}{\left( \frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 \theta}{(M+m)} \right)}$$

และสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถของสมการที่ (2.7) ในรูปสมการสถานะได้ดังต่อไปนี้

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\left( mg \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 (u - f x_4) - m^2 l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{(M+m)} \right)}{\left( \frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 x_1}{(M+m)} \right)} \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\left( u - f x_4 + \frac{3}{4} mg \cos x_1 \sin x_1 - m l x_2^2 \sin x_1 \right)}{\left( (M+m) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1 \right)}$$

เมื่อ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$ ,  $x_4 = \dot{x}$  และ  $u = F$   
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 การประมาณเชิงเส้น

หลังจากได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถแล้วจะสังเกตเห็นว่า ระบบนี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมจึงมีความจำเป็นที่จะต้องทำการประมาณระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นระบบที่เป็นเชิงเส้น (linearization) เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบเชิงเส้นต่อไป

จาก

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.9)$$

$$y = h(x) \quad (2.10)$$

สามารถประมาณโดย

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.11)$$

โดยที่

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_0, u=u_0} \quad (2.12)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_0, u=u_0} \quad (2.13)$$

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยในส่วนแรกเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ จุดสมมูลล่างของเพนคูล์ม และส่วนที่สองคือการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ จุดสมมูลบนของเพนคูล์ม เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นทั้งสองไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มและตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม ตามลำดับต่อไป

### 2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมมูลล่าง

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมมูลล่างของเพนคูล์ม นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์ม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$  จากสมการที่ (2.12) และ (2.13) สามารถประมาณเชิงเส้นได้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3m \\ \frac{4ml(M+m)-3m^2l}{} \\ 0 \\ 1 \\ \frac{(M+m)-\frac{3}{4}m}{} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ตามลำดับและเมื่อพิจารณาเอาต์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งรถ  $x$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่างในรูปของสมการปริภูมิสถานะ (state space) ได้ดังนี้

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.16)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.17)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่าง จึงมีสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3m \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.18)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.09s^2 + 179.17}{s^4 + 0.24s^3 + 33.43s^2 + 7.21s} \quad (2.20)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า ระบบนี้มีซีโร (zero) อยู่ 2 ตัว และมีโพลอยู่ 4 ตัว โดยมีโพล 1 ตัว อยู่ที่จุดกำเนิด

### 2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุล

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลของเพนดูลัมนั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = 0$  จากสมการที่ (2.12) และสมการที่ (2.13) สามารถประมาณเชิงเส้นได้ดังนี้คือ

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & -3mf \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & -f \\ \frac{3m}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \left((M+m)-\frac{3}{4}m\right) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3m \\ \frac{4ml(M+m)-3m^2l}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ 1 \\ \frac{3m}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

และเมื่อพิจารณาเอาต์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งรถ  $x$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลในรูปแบบของสมการปริภูมิสถานะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y = Cx \quad (2.23)$$

เมื่อ

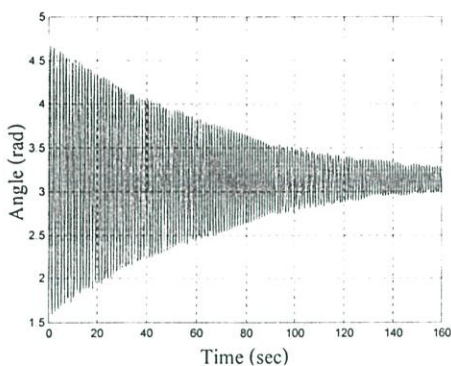
$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.24)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบน จึงมีสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{-3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.25)$$

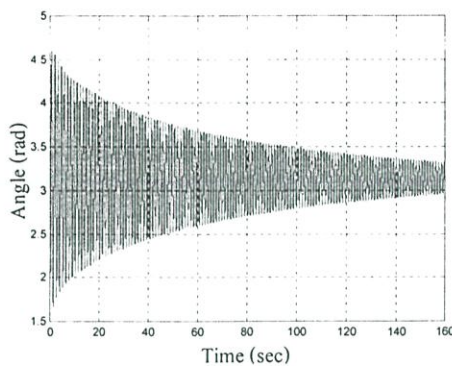
$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

จากสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังสมการที่ (2.18) และสมการที่ (2.25) จะสังเกตเห็นว่ามี ค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของระบบที่ยังไม่ทราบค่า และสามารถหาค่าได้จากการปรับเปลี่ยนค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ด้วยการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลตอบสนองของระบบวงเปิด (open-loop response) ของการแกว่งของเพนดูลัมที่มีค่าใกล้เคียงกับผลตอบสนองระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัมที่ได้จากการทดลองกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมากที่สุด ในการหาผลตอบสนองวงเปิดได้กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0$  และค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0$  ของการทดลองมีค่าเท่ากับ  $[\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  และ 0 ตามลำดับ ซึ่งพบว่า ค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ที่มีค่าเท่ากับ 0.165 จะเป็นค่าที่ทำให้ผลตอบสนองระบบวงเปิดที่ได้จากการจำลองระบบดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ข)



(ก)

ผลของการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์



(ข)

ผลของการทดลองกับระบบจริง

### รูปที่ 2.5 เปรียบเทียบผลตอบสนองระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม

หลังจากทำการชั่งน้ำหนักของรถรางและเพนดูลัม วัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม และหาค่าคงที่แรงเสียดทานด้วยวิธีการทดลองข้างต้นแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ

มวลของรถราง ( $M$ )	0.642 ( $kg$ )
มวลของเพนดูลัม ( $m$ )	0.123 ( $kg$ )
ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $l$ )	0.25 ( $m$ )
ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $f$ )	0.165 ( $kg/sec$ )
ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )	9.8 ( $m/sec^2$ )

จากค่าพารามิเตอร์แสดงในตารางที่ 2.1 จะสามารถหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งจะได้กล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

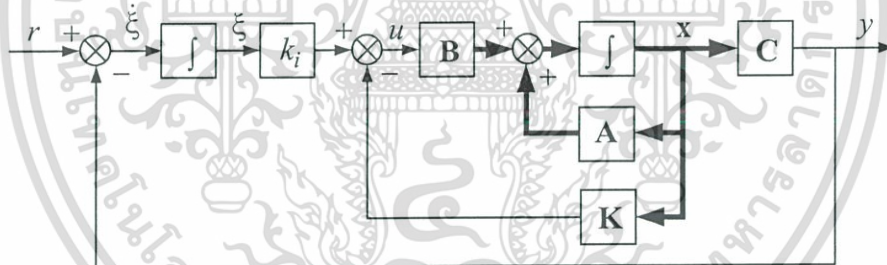
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะและการออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีข้อดีคือ สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้โดยไม่มีค่าความผิดพลาดในสถานะคงตัวและง่ายต่อการออกแบบ

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

ในการควบคุมระบบชนิด 0 (type 0 system) ใดๆ ซึ่งไม่มีตัวอินทิเกรเตอร์ในระบบ ให้สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้โดยปราศจากค่าความผิดพลาดในสถานะคงตัวนั้น สามารถใช้วิธีพื้นฐานของการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะได้โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

จากรูปที่ 3.1 ซึ่งแสดงถึงบล็อกไดอะแกรมที่แสดงถึงโครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะนั้น จะสามารถเขียนสมการอธิบายระบบได้ดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

$$y = Cx \quad (3.2)$$

$$u = -Kx + k_i \xi \quad (3.3)$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cx \quad (3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อ  $x$  คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ  
 $u$  คือ สัญญาณควบคุม  
 $y$  คือ สัญญาณเอาต์พุต  
 $\xi$  คือ เอาต์พุตของตัวอินทิเกรเตอร์  
 $r$  คือ สัญญาณอ้างอิง  
 $A$  คือ เมทริกซ์ระบบ ขนาด  $n \times n$   
 $B$  คือ เมทริกซ์อินพุต ขนาด  $n \times 1$   
 $C$  คือ เมทริกซ์เอาต์พุต ขนาด  $1 \times n$

และสามารถเขียนสมการของระบบแต่งเสริม (augmented system) ของรูปที่ 3.1 ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.5)$$

กำหนดให้  $x_a = \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$ ,  $A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$  และ  $G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  จะสามารถเขียนสมการ

สถานะของระบบแต่งเสริม (3.5) ใหม่ได้ดังนี้

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + G r \quad (3.6)$$

เมื่อ  $A$  และ  $B$  สามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ และ  $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} = n+1$  แล้ว จะสามารถหา  
 กฎการควบคุมหรือสัญญาณ  $u$  ให้กับระบบแต่งเสริมได้เป็น

$$u = -K_a x_a \quad (3.7)$$

โดยที่เมทริกซ์อัตราขยาย  $K_a = [K \quad -k_i]$  เมื่อ  $K = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n]$  เป็นเมทริกซ์อัตราขยาย  
 ป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix) ขนาด  $1 \times n$  และ  $k_i$  เป็นค่าอัตราขยายอินทิกรัล  
 (integral gain)

เมื่อแทนสมการ (3.7) ลงในสมการที่ (3.6) สามารถเขียนสมการระบบป้อนกลับของระบบ  
 แต่งเสริมได้ดังนี้

$$\dot{x}_a = (A_a - B_a K_a) x_a + G r \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจะเป็นระบบป้อนกลับที่มีเสถียรภาพและสมรรถนะตามต้องการได้ โดยการกำหนดค่าเจาะจง (eigenvalue) ของเมตริกซ์  $A_a - B_a K_a$  ซึ่งค่าเจาะจงดังกล่าวจะถูกกำหนดด้วยเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K$  และค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  โดยค่าอัตราขยายทั้งสองนี้สามารถออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ (LQR) หรือวิธีการการวางโพล สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้วิธีการการวางโพลซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

### 3.2 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล

การออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพลหรือการกำหนดโพล (pole assignment) มีวิธีการที่คล้ายคลึงกับการออกแบบโดยใช้เทคนิคเส้นทางราก ซึ่งโพลเด่นของระบบป้อนกลับอาจถูกวางให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้ ส่วนการออกแบบด้วยวิธีการวางโพลนั้นสามารถวางโพลทั้งหมดของระบบให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างอิสระ โดยมีเงื่อนไขว่าระบบนั้นต้องสามารถตรวจวัดค่าตัวแปรทั้งหมดเพื่อใช้ในการป้อนกลับได้ และเป็นระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรตามเวลา (linear time invariant system) เมื่อพิจารณาระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่ได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 3.1 พบว่าสามารถทำการออกแบบค่าเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K$  ค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  ด้วยวิธีการวางโพลโดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ทำการแปลงสมการสถานะของระบบแต่งเสริมสมการที่ (3.6) ให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) โดยอาศัยการแปลงเวกเตอร์สถานะ  $z = T^{-1}x_a$  จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{z} &= T^{-1}A_a Tz + T^{-1}B_a u + T^{-1}Gr \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + T^{-1}Gr \end{aligned} \quad (3.9)$$

เมื่อเมตริกซ์การแปลง (transformation matrix)  $T = MW$  โดย  $M$  คือเมตริกซ์ความควบคุมได้ (controllability matrix)

$$M = [B_a \ : \ A_a B_a \ : \ \cdots \ : \ A_a^{n-1} B_a]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n & 1 \\ a_2 & a_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่  $a_1, a_2, \dots, a_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) ของสมการคุณลักษณะระบบวงเปิดของ

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}_a| = s^{n+1} + a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

และจากสัญญาควบคุมในสมการที่ (3.7) เมื่อแทนตัวแปรสถานะ  $\mathbf{x}_a = \mathbf{Tz}$  จะได้สัญญาควบคุมสำหรับตัวแปรสถานะ  $\mathbf{z}$  ดังนี้

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_a \mathbf{Tz} = -\begin{bmatrix} \hat{k}_0 & \hat{k}_1 & \cdots & \hat{k}_n \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (3.10)$$

จะได้ระบบป้อนกลับของระบบ (3.9) ที่อยู่ในรูปแบบแบบบัญญัติสามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_a \mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{T}) \mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G} r \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -(a_0 + \hat{k}_0) & -(a_1 + \hat{k}_1) & -(a_2 + \hat{k}_2) & \cdots & -(a_n + \hat{k}_n) \end{bmatrix} \mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G} r \end{aligned}$$

โดยมีสมการคุณลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned} &|s\mathbf{I} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_a \mathbf{T} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{T}| \\ &= s^{n+1} + (a_n + \hat{k}_n) s^n + (a_{n-1} + \hat{k}_{n-1}) s^{n-1} + \cdots + (a_0 + \hat{k}_0) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากต้องการวาง โพลหรือค่าเจาะจงของระบบป้อนกลับที่ตำแหน่ง  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$  ซึ่งสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบที่มีค่าเจาะจง ณ ตำแหน่งดังกล่าว ได้เป็น

$$\begin{aligned} & (s - \mu_0)(s - \mu_1) \cdots (s - \mu_n) \\ & = s^{n+1} + \alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

โดยที่  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่ได้รับการออกแบบแล้ว

จากนั้นทำการเทียบสัมประสิทธิ์ระหว่างสมการที่ (3.11) กับสมการที่ (3.12) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} a_0 + \hat{k}_0 &= \alpha_0 \\ a_1 + \hat{k}_1 &= \alpha_1 \\ &\vdots \\ a_n + \hat{k}_n &= \alpha_n \end{aligned}$$

และทำการแก้สมการหาค่า  $\hat{k}_0, \hat{k}_1, \dots, \hat{k}_n$  ดังนั้น จะได้  $[\hat{k}_0 \ \hat{k}_1 \ \cdots \ \hat{k}_n] = \mathbf{K}_a \mathbf{T}$  เพราะฉะนั้นเมตริกซ์อัตราขยายของระบบแต่งเสริม (3.5)  $\mathbf{K}_a$  คือ

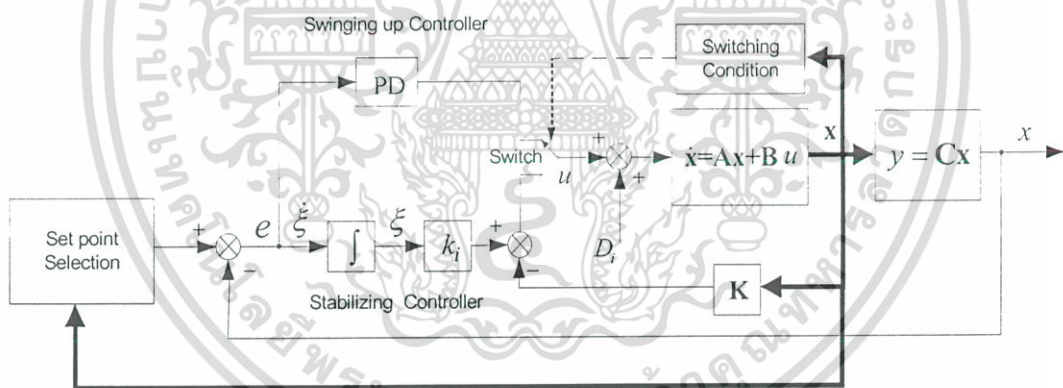
$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= [\hat{k}_0 \ \hat{k}_1 \ \cdots \ \hat{k}_n] \mathbf{T}^{-1} \\ &= [\alpha_0 - a_0 \ \alpha_1 - a_1 \ \cdots \ \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

จากเงื่อนไขที่ระบบ (3.1) จะต้องเป็นระบบที่สามารถควบคุมสถานะได้อย่างสมบูรณ์ และ  $\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = n+1$  ดังนั้นจะสามารถออกแบบระบบป้อนกลับโดยใช้เมตริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}_a$  ดังแสดงในสมการ (3.13) เพื่อให้ระบบป้อนกลับเสถียรและมีสมรรถนะตามต้องการ

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง ขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ โดยตัวควบคุมดังกล่าวจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรอก และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันโดยใช้เงื่อนไขการเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุม ซึ่งในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ เพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 4.1

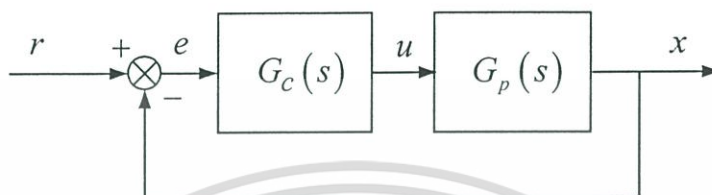


รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่น่าเสนอ

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งให้เคลื่อนรถไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถ และความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม ยกตัวอย่างเช่นรถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อ ตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ และในลักษณะเดียวกัน ถ้ารถจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่สองไปยังตำแหน่งลำดับที่สามได้ก็ต่อเมื่อตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่สองและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ การเปลี่ยนเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งของรถจากตำแหน่งปัจจุบันไปยังตำแหน่งถัดไป จะใช้เงื่อนไขตำแหน่งของรถ และความเร็วเชิงมุมของเพนคูลัมดังกล่าว โดยค่าของตำแหน่งลำดับต่างๆ ของการเคลื่อนรถหาได้จากการลองผิดลองถูกกับระบบจริง เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมเป็นระบบชนิด 1 (type 1 system) ซึ่งมีมีตัวอินทิเกรเตอร์ในระบบอยู่แล้ว จึงเลือกใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรถราง ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรากล โครงสร้างของระบบควบคุมพีดีแสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 โครงสร้างระบบควบคุมพีดี

กำหนดให้ตัวควบคุมพีดีมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_c(s) = K_p(T_d s + 1)$$

โดยที่  $K_p$  คืออัตราขยายพหุคูณขั้นหนึ่ง และ  $T_d$  คือเวลาเดริเวทีฟ และระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมจะมีฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบดังที่ได้แสดงไว้สมการที่ (2.15) แล้วคือ

$$G_p(s) = \frac{6.09s^2 + 179.17}{s^4 + 0.24s^3 + 33.43s^2 + 7.21s}$$

จากรูปที่ 4.2 จะได้อัตราการควบคุมดังนี้

$$u = K_p e + K_d \frac{d}{dt} e$$

โดยที่  $K_d = K_p T_d$  คืออัตราขยายเดริเวทีฟ

ทำการออกแบบตัวควบคุมพีดี เพื่อควบคุมตำแหน่งรถรางให้มีค่าช่วงเวลาเข้าที่ (setting time)  $t_s$  เท่ากับ 0.5 วินาที และมีค่าพุ่งเกินสูงสุด (maximum overshoot)  $M_p$  ที่ 5% เนื่องจากระบบควบคุมมีโพลวงปิดอยู่ 4 ตัว ดังนั้น จึงสามารถกำหนดโพลเด่นของระบบให้มีสมรรถนะตามที่กำหนดได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

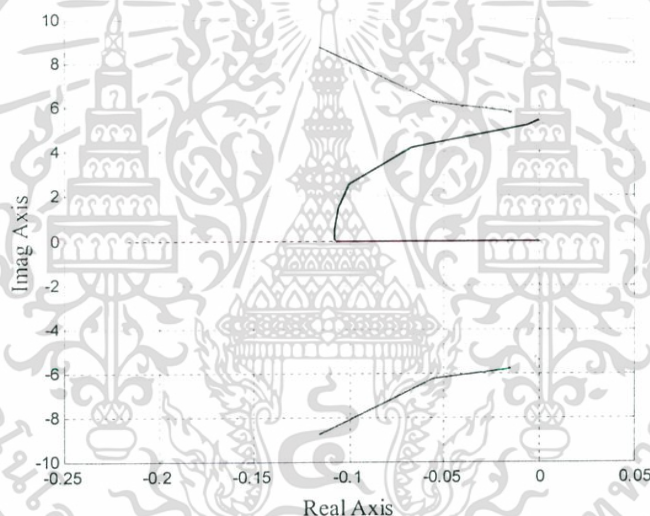
จาก

$$t_s = \frac{4}{\sigma}$$

และ

$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d}$$

โดยที่  $\sigma$  คือส่วนจริงของโพลระบบวงปิด และ  $\omega_d$  คือส่วนจินตภาพของโพลระบบวงปิดจะได้ โพลวงปิดของระบบที่มีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_s$  และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  ตามต้องการ และมีค่าเท่ากับ  $\sigma \pm j\omega_d = -8 \pm 8.39j$  ซึ่งพบว่า จะมีอัตราการหน่วง (damping ratio) เท่ากับ 0.69 เมื่อพิจารณา ระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยซึ่งมีเฉพาะฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  จะสามารถวาดเส้นทางรากได้ดัง รูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 เส้นทางรากของระบบเดิม

จากรูปที่ 4.3 สังเกตเห็นว่าเส้นทางรากของระบบเดิมที่ยังไม่ได้ชดเชย ไม่ผ่านโพลที่ ตำแหน่ง  $-8 \pm 8.39j$  ตามที่ต้องการ ซึ่งหมายความว่าถึงแม้จะชดเชยอัตราขยาย  $K_p$  เข้าไปในระบบ แล้ว ก็ไม่สามารถทำให้ระบบมีโพลเด่นอยู่ที่  $-8 \pm 8.39j$  ตามที่ต้องการได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องเพิ่มซีโร (zero) ลงไปในระบบเพื่อให้สามารถออกแบบระบบให้มีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่ตำแหน่ง  $-8 \pm 8.39j$  ตามต้องการได้ ดังนั้น ถ้าพิจารณาเฉพาะเงื่อนไขมุม

$$\angle G_p(s) = 180^\circ (2k + 1) \quad (4.1)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots$  แล้ว จะพบว่าเมื่อพิจารณามุมของระบบวงเปิดของฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  ที่  $s$  เท่ากับ  $-8 \pm 8.39j$  ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\angle G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 91.92^\circ \neq 180^\circ (2k+1)$$

พบว่าไม่เป็นไปตามเงื่อนไขมุมดังสมการที่ (4.1) เพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขมุมดังกล่าว จึงทำการเสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบเพื่อทำการชดเชย ดังนั้น จะได้

$$\angle G_c(s)G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 180^\circ (2k+1)$$

โดยที่มุมที่ต้องชดเชยให้กับระบบคือ

$$\begin{aligned} \phi &= \angle G_c(s) \\ &= 180^\circ - 91.92^\circ = 88.08^\circ \end{aligned}$$

จากโพลเด่นของระบบวงปิดที่ต้องการเท่ากับ  $-8 \pm 8.39j$  และมุมที่ต้องเพิ่มให้กับระบบ  $\phi$  เท่ากับ  $88.08^\circ$  สามารถหาค่าตำแหน่งซีโรที่เสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบได้จาก

$$-\frac{1}{T_d} = \sigma - \left( \frac{\omega_d}{\tan(\phi)} \right) \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.2) จะได้ค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  เท่ากับ 0.12 วินาที และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขนาด

$$\left| K_p (T_d s + 1) G_p(s) \right|_{s=-8 \pm 8.39j} = 1$$

สามารถหาค่า  $K_p$  ได้จาก

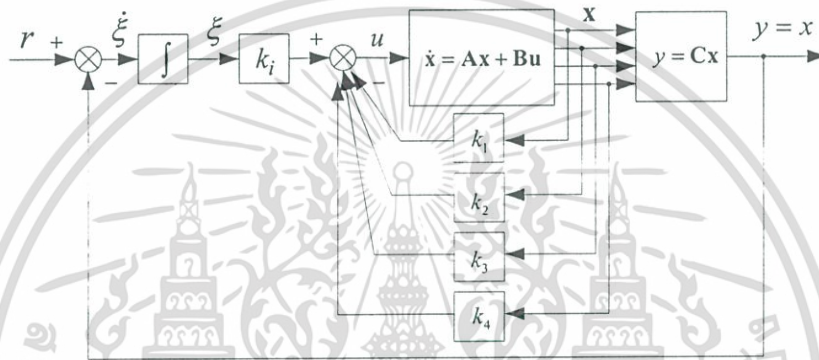
$$K_p = \frac{1}{|T_d s + 1| |G_p(s)|} \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 21.54$$

และจะได้  $K_d = K_p T_d = 2.6$

ค่าอัตราขยายแบบพหุคูณอันดับ  $K_p$  และค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  ที่ได้จากการออกแบบนี้ จะทำให้ระบบ ควบคุมพีดี มีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_r$  เท่ากับ 0.5 วินาที และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  เท่ากับ 5% ตามที่ต้องการ

## 4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถ

เนื่องจากระบบจริงของอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถเป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีแรงเสียดทานสถิตระหว่างรยางค์กับราง ซึ่งส่งผลให้การควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนควิลัมด้วยตัวควบคุมที่ไม่มีตัวอินทิเกรเตอร์เกิดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวถึงแม้ว่าระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถจะเป็นระบบชนิด 1 ก็ตาม เพื่อกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวดังกล่าว จึงเลือกใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนควิลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน ซึ่งจะออกแบบตัวควบคุมนี้ด้วยวิธีการวางโพลดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 3.1 โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถที่แสดงในตารางที่ 2.1 ลงในสมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนสมการที่ (2.25) จะได้เมตริกซ์ระบบ  $A$  และเมตริกซ์อินพุต  $B$  ตามลำดับดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.73 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.2453 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.45 \\ 0 \\ 1.48 \end{bmatrix}$$

โดยจากสมการเอาต์พุตในสมการที่ (2.26) เมตริกซ์เอาต์พุตที่สอดคล้องกับตำแหน่งรถที่สนใจพิจารณา เป็น

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

ดังนั้น สมการของระบบแต่งเสริมที่สอดคล้องกับระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนควิลัมบนรถในสมการที่ (3.6) มีค่าเมตริกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.2453 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.46 \\ 0 \\ 1.47 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะมีสมการคุณลักษณะของระบบวงเปิดดังกล่าวเป็น

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}_a| = s^5 + 0.24s^4 - 33.43s^3 - 7.21s^2 = 0$$

และมีสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิดคือ

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = -7.21, \quad a_3 = -33.43, \quad a_4 = 0.24$$

โดยสามารถหาเมตริกซ์การแปลง  $\mathbf{T}$  ได้เป็น

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a\mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^2\mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^3\mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^4\mathbf{B}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ a_2 & a_3 & a_4 & 1 & 0 \\ a_3 & a_4 & 1 & 0 & 0 \\ a_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4.6 & -1.1 & 149.3 & -41 \\ 4.6 & -1.1 & 149.3 & -41 & 4995.1 \\ 0 & 1.5 & -0.4 & 6.1 & -3 \\ 1.5 & -0.4 & 61 & -3 & 201.4 \\ 0 & 0 & -1.5 & 0.4 & -6.10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -7.21 & -33.43 & 0.24 & 1 \\ -7.21 & -33.43 & 0.24 & 1 & 0 \\ -33.43 & 0.24 & 1 & 0 & 0 \\ 0.24 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0056 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 & 0 \\ 0.0041 & 0.0056 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 \\ 0.0002 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 & 0 \\ 0.0001 & 0.0002 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 \\ 43.7012 & -0.0001 & -1.4864 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากต้องการให้ระบบป้อนกลับมีผลตอบสนองที่มีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และค่าพุ่งเกินสูงสุดเท่ากับ 15% สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งของรถแบบขั้น จึงเลือกตำแหน่งโพลวงปิดที่  $-1 \pm j\sqrt{3}$ ,  $-5$ ,  $-5$  และ  $-5$  โดยจะสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่สอดคล้องกับตำแหน่งโพลดังกล่าวได้เป็น

$$\begin{aligned} & (s+1+j\sqrt{3})(s+1-j\sqrt{3})(s+5)(s+5)(s+5) \\ & = s^5 + 17s^4 + 109s^3 + 335s^2 + 550s + 500 = 0 \end{aligned}$$

ซึ่งพบว่าจะมีสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\alpha_0 = 500, \quad \alpha_1 = 550, \quad \alpha_2 = 335, \quad \alpha_3 = 109, \quad \alpha_4 = 17$$

ดังนั้น จากสมการที่ (3.13) จะสามารถหาค่าเมตริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}_a$  ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= [\alpha_0 - a_0 \quad \alpha_1 - a_1 \quad \cdots \quad \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1} \\ &= [36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22 \quad 11.44] \end{aligned}$$

ซึ่งพบว่า เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  และอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  มีค่าดังนี้

$$\mathbf{K} = [36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22], \quad k_i = -11.44$$

จากค่าอัตราขยายดังกล่าวในข้างต้น จะได้

$$\mathbf{u} = -[36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22 \quad 11.44][x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad \xi]^T$$

ซึ่งเป็นสัญญาณควบคุมที่จะนำไปทดลองเพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในบทต่อไป

### 4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม

จากการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง ขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ ที่ได้กล่าวในหัวข้อ 4.1 และ 4.2 แล้วนั้น สามารถสรุปผลการออกแบบได้ดังตารางที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม		ตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม				
$K_p$	$K_d$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_i$
21.54	2.6	36.14	6.49	-12.58	-8.22	-11.44

ในบทที่ 5 จะนำตัวควบคุมทั้งสองไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเพื่อศึกษาผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลการจำลองโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และผลการทดลองกับระบบจริง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

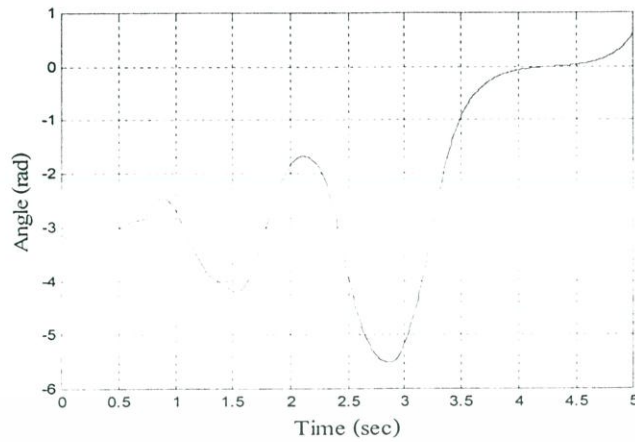
### การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุมที่ได้ทำการออกแบบในบทที่ 4 เพื่อควบคุมการเหวียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะทำการทดลองเพื่อทดสอบประสิทธิภาพตัวควบคุมที่ได้ออกแบบโดยจำลองการควบคุมระบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แมทแล็บ (Matlab) เพื่อให้แน่ใจว่า ตัวควบคุมนี้สามารถทำงานเป็นไปตามที่ต้องการหรือไม่ ก่อนที่จะนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ หากพบข้อผิดพลาดใดๆ ในการออกแบบตัวควบคุมก็จะสามารถทำการแก้ไขได้ง่าย ซึ่งแบ่งการจำลองออกเป็นสามการจำลองดังนี้ การจำลองแรกเป็นการจำลองการควบคุมการเหวียงจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนแต่เพียงอย่างเดียว การจำลองที่สองเป็นการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และท้ายสุดเป็นการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยเหวียงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนแล้ว และหลังจากนั้นจึงรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขึ้น

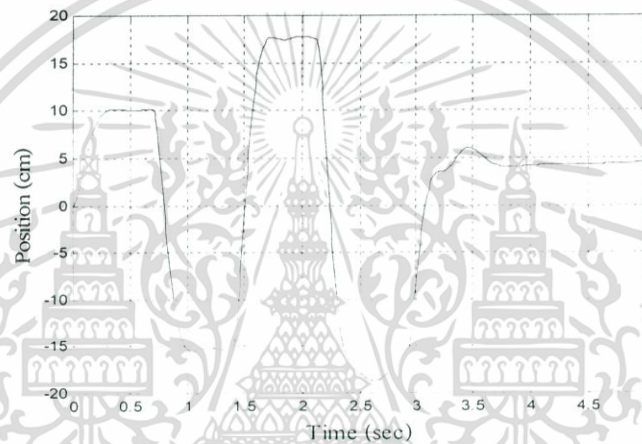
การทดลองส่วนที่สองจะทำการทดสอบประสิทธิภาพตัวควบคุมกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองเช่นเดียวกับการจำลองระบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

#### 5.1 การจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

การจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรถซึ่งได้ทำการออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.1 โดยกำหนดให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางลำดับแรกเท่ากับ 10 เซนติเมตร ลำดับถัดไปเท่ากับ -15 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17.5 เซนติเมตร และลำดับสุดท้ายเท่ากับ 4.5 เซนติเมตร โดยตำแหน่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้หาได้จากการลองผิดลองถูก ในการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้จะกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ สมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ผลการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวแสดงดังรูปที่ 5.1



(ก) มุมของเพนดูลัม



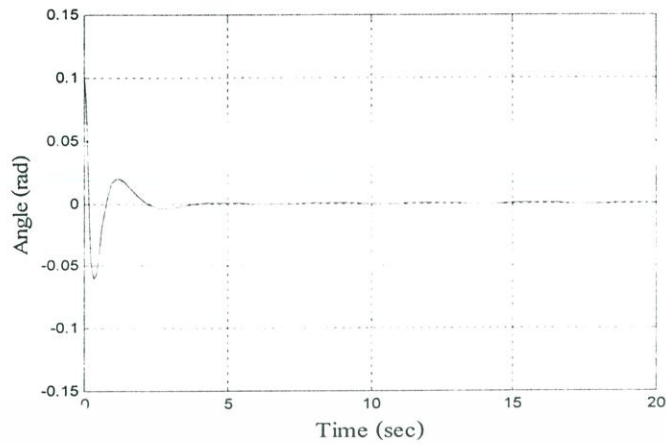
(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

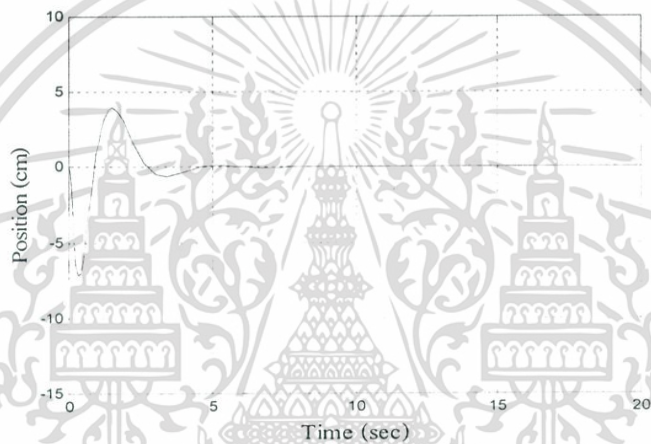
จากผลการจำลองพบว่า เมื่อรถรางเคลื่อนที่ไปตามลำดับที่กำหนดไว้ดังรูปที่ 5.1 (ข) ตัวควบคุมก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมที่ห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ได้ภายในเวลา 4.25 วินาที ดังรูปที่ 5.1 (ก)

## 5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ซึ่งได้ทำการออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.2 ในการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้จะกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 5.2



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

จากผลการจำลองดังรูปที่ 5.2 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ไว้ได้ และสามารถควบคุมให้ตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้ภายในเวลา 5 วินาที ตามต้องการ

### 5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังกล่าวไปแล้วในบทที่ 4 โดยแบ่งการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังกล่าวออกเป็นสามการจำลองดังนี้ การจำลองแรกเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

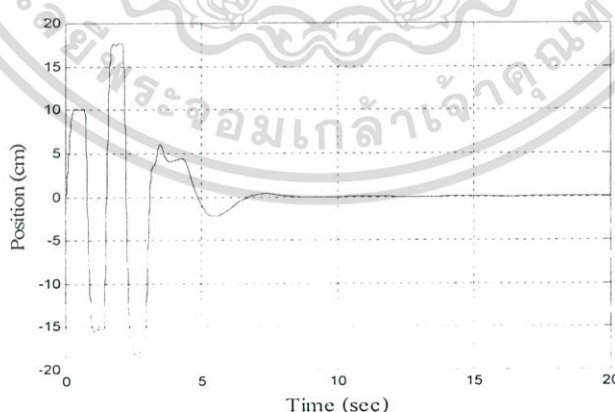
การรบกวนจากภายนอก การจำลองที่สองเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และทำสุดเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

### 5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอกนั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่ ซึ่งผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอกแสดงดังรูปที่ 5.3



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

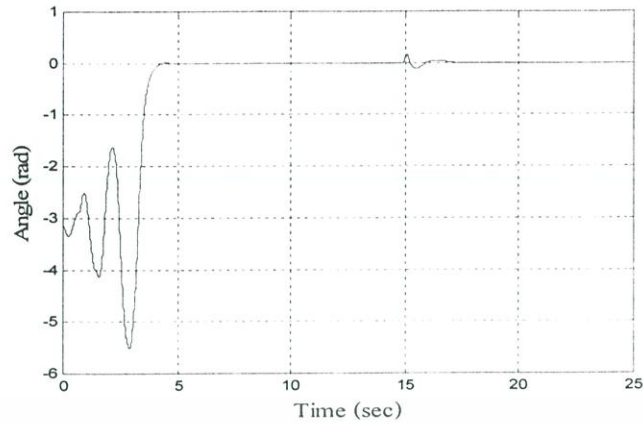
การจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมมูลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ไว้ ซึ่งขนาดของมุมและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเปลี่ยนตัวควบคุมดังกล่าว หาได้จากการลองผิดลองถูก ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.1 และ 5.2 จากผลการจำลองดังรูปที่ 5.3 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้ได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ตำแหน่งของรถรางติดตามสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการ

### 5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

#### บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้เมื่อมีการรบกวนจากภายนอกนั้น มีจุดประสงค์เพื่อทดสอบการกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม โดยการจำลองนี้จะมีลำดับขั้นการจำลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกับการจำลองในหัวข้อ 5.3.1 หลังจากตัวควบคุมทำการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนแล้ว จึงทำการรบกวนสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D_i$  แบบขั้นขนาด 10% เข้าไปยังระบบการเคลื่อนที่ของรถรางดังรูปที่ 4.1 เข้าที่เวลา 15 วินาที ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นดังรูปที่ 5.4 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้ได้ นอกจากนั้นตัวควบคุมยังสามารถกำจัดผลกระทบจากการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นที่เข้ามาในระบบได้ โดยตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ได้อย่างรวดเร็ว และควบคุมให้ตำแหน่งของรถรางเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้โดยไม่มีค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัว (steady-state error) โดยมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที ตามที่ได้ทำการออกแบบไว้ในบทที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) มุมของเพนดูลัม

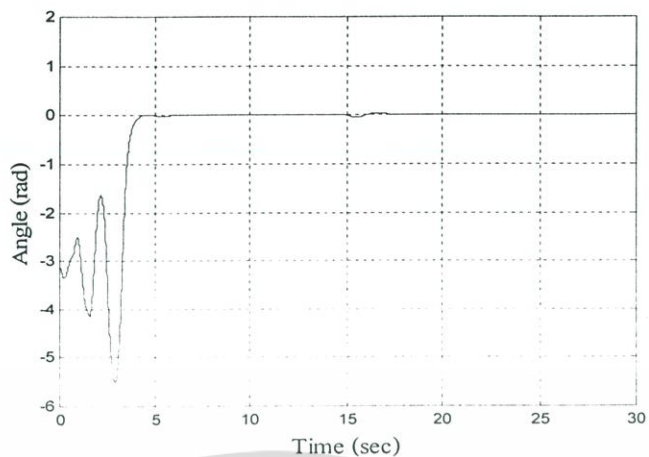


(ข) ตำแหน่งของรถราง

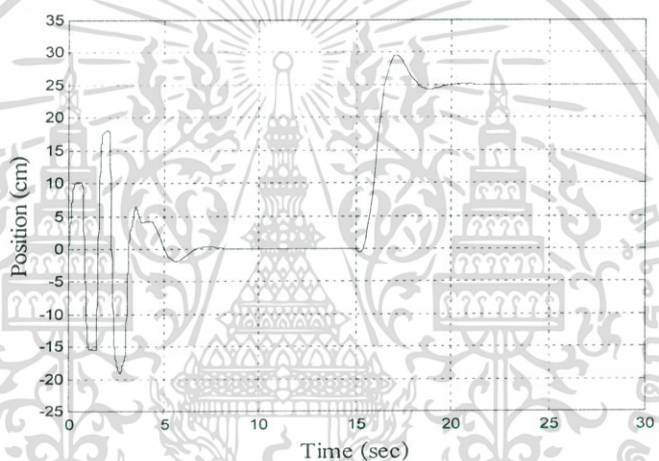
รูปที่ 5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อระบบสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% เข้าที่เวลา 15 วินาที

### 5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมระบบว่าสามารถควบคุมสัญญาณเอาต์พุตให้ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้หรือไม่ โดยการจำลองนี้จะมีลำดับขั้นการจำลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกับการจำลองในหัวข้อ 5.3.1 หลังจากตัวควบคุมทำการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนแล้ว จึงทำการเปลี่ยนสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งรถจากตำแหน่ง 0 เซนติเมตร เป็นตำแหน่ง 25 เซนติเมตร ที่เวลา 15 วินาที



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

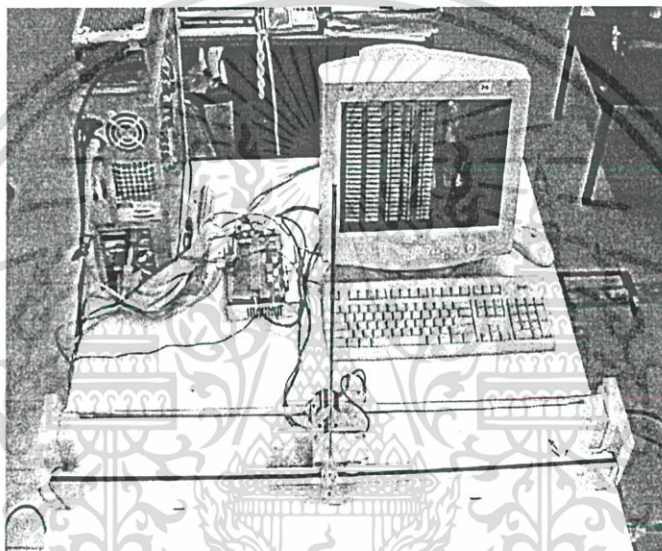
รูปที่ 5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นดังรูปที่ 5.5 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ และเมื่อทำการเปลี่ยนสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งรถจากตำแหน่ง 0 เซนติเมตร ไปเป็นตำแหน่ง 25 เซนติเมตร ตัวควบคุมก็ยังสามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ และสามารถควบคุมตำแหน่งของรถรางให้ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้ โดยไม่มีค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัว โดยมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และมีค่าพุงเกินสูงสุดเท่ากับ 15% ตามต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

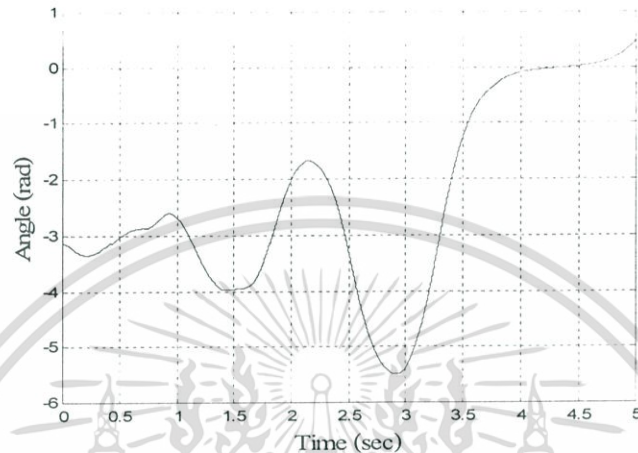
หลังจากได้จำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จนมั่นใจว่าตัวควบคุมที่ทำการออกแบบมีประสิทธิภาพในการทำงานเป็นไปตามที่ต้องการและไม่มีข้อผิดพลาดใดๆ ที่จะก่อให้เกิดอันตรายกับชุดทดลองในการทดลองจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแล้ว อันดับต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาทดลองควบคุมกับระบบจริงในห้องปฏิบัติการ โดยตัวควบคุมจะถูกสร้างขึ้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาซี โดยใช้ค่าเวลาชักตัวอย่างเท่ากับ 0.001 วินาที ภาพถ่ายชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการแสดงดังรูปที่ 5.6



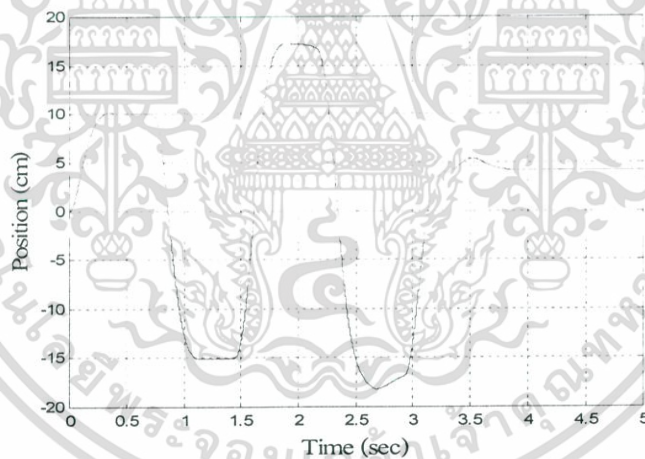
รูปที่ 5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ

ในการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวจะมีขั้นตอนการทดลองเหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่กล่าวไปแล้วในหัวข้อ 5.1 จากการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถพบว่า ต้องทำการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบในหัวข้อ 4.1 อีกเล็กน้อย ตัวควบคุมจึงจะสามารถทำงานได้ตามต้องการ เนื่องจากระบบที่ใช้ทดลองจริงนั้นมีความแตกต่างจากระบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม เช่น ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ใช้ทดลองจริงนั้นมีความไม่เป็นเชิงเส้นและค่าคงที่แรงเสียดทานสถิตของรางรถในแต่ละจุดนั้นไม่เท่ากัน จากการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมพบว่า ตัวควบคุมต้องใช้ค่าอัตราการขยายพหุคูณ  $K_p$  เท่ากับ 25 และค่าอัตราการขยายดิริเวทีฟ  $K_d$  เท่ากับ 3

โดยตำแหน่งของการเคลื่อนที่ของรอรากลำดับแรกเท่ากับ 10 เซนติเมตร ลำดับถัดไปเท่ากับ -15 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร และลำดับสุดท้ายคือ 4.3 เซนติเมตร ตัวควบคุมจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ตามต้องการ ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวแสดงดังรูปที่ 5.7



(ก) มุมของเพนดูลัม

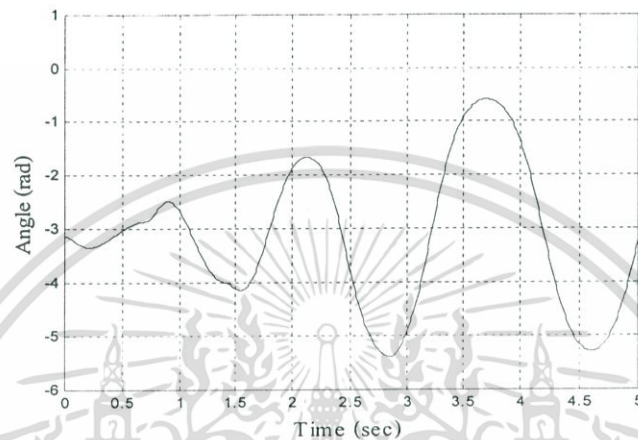


(ข) ตำแหน่งของรอร่าง

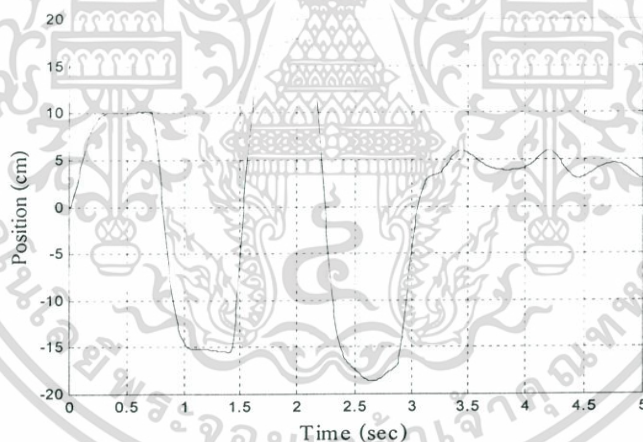
รูปที่ 5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

จากผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวดังรูปที่ 5.7 แสดงให้เห็นว่า เมื่อรอร่างเคลื่อนที่ไปตามลำดับที่กำหนดไว้ดังรูปที่ 5.7 (ข) ตัวควบคุมก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมที่ห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ได้ภายในเวลา 4.2 วินาที ดังรูปที่ 5.7 (ก)

หลังจากนั้นทำการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยใช้ค่าอัตราขยายพหุพหุอันดับ  $K_p$  ค่าอัตราขยายดิริเวทีฟ  $K_d$  และตำแหน่งของการเคลื่อนที่ของรถรางเหมือนกับการทดลองกับชุดทดลองจริงดังกล่าวข้างต้น ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวโดยใช้ค่าอัตราขยายและตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเหมือนกับการทดลองกับชุดทดลองจริงแสดงดังรูปที่ 5.8



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.8 ผลการจำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวโดยใช้ค่าอัตราขยายและตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเหมือนกับการทดลอง

จากผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวโดยใช้ค่าอัตราขยายและตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเหมือนกับการทดลองกับชุดทดลองจริง ดังรูปที่ 5.8 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมไม่สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมที่ห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ เนื่องจากความแตกต่างกันของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ทดลองจริง กับระบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจำลอง ดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับชุดทดลองจริงจะมีขั้นตอนการทดลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.2 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

จากผลการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังรูปที่ 5.9 เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งของรถอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และค่ามุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ดังรูปที่ 5.8 (ก) และรูปที่ 5.8 (ข) แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่บริเวณจุดสมดุลบนและยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรถรางให้เข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงได้ภายในเวลา 5 วินาที โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย สังเกตจากตำแหน่งของรถรางจะมีเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเคลื่อนที่ไปมาผ่านจุดอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร เป็นช่วงแคบๆ ประมาณ  $\pm 0.75$  เซนติเมตร ซึ่งเป็นผลมาจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานสถิต ณ ตำแหน่งอ้างอิงดังกล่าว

## 5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับชุดทดลองจริงในห้องปฏิบัติการ โดยใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังกล่าวไปแล้วในบทที่ 4 โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก การทดลองที่สองเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และท้ายสุดเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

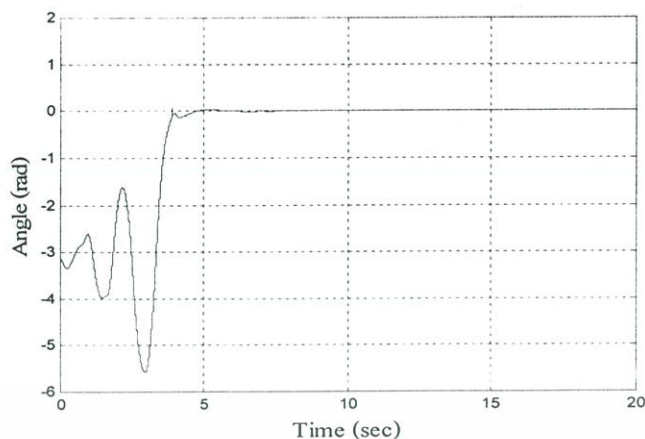
### 5.6.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

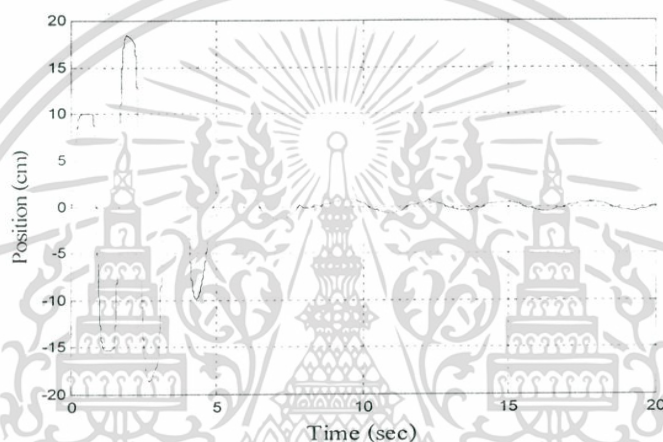
การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่และมีผลตอบสนองแตกต่างจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.3.1 มากน้อยเพียงใด โดยการจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ไว้ โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการทดลองในหัวข้อที่ 5.4 และ 5.5 จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.10 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ตำแหน่งของรถรางติดตามสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการและมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย โดยที่รถรางนั้นจะมีการเคลื่อนที่ไปมาผ่านจุดอ้างอิงดังกล่าว เป็นช่วงแคบๆ ประมาณ  $\pm 0.75$  เซนติเมตร คล้ายกับผลการทดลองดังรูป 5.9 (ข)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปเผยแพร่บนสื่อออนไลน์

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) มุมของเพนดูลัม



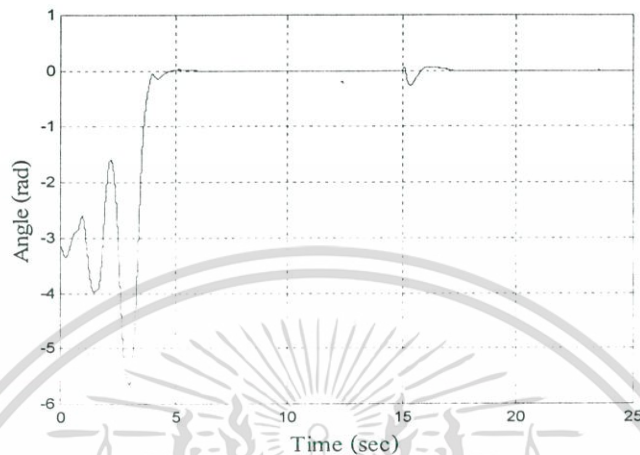
(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

### 5.6.2 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อทดสอบการกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสองส่วน ในส่วนแรกเป็นการทดลองรบกวนสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้น โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกับการทดลองในหัวข้อ 5.6.1 หลังจากตัวควบคุมทำการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนแล้ว จึงทำการรบกวนสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโดยป้อนสัญญาณเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต  $D_i$  แบบขั้นขนาด 10% เข้าไปยังระบบการเคลื่อนที่ของรถรางคังรูปที่ 4.1 เข้าที่เวลา 15 วินาที ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์เตอร์เพนคูล์มบรรณเมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นแสดงคังรูปที่ 5.11



(ก) มุมของเพนคูล์ม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์เตอร์เพนคูล์มเมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% เข้าที่เวลา 15 วินาที

จากผลการทดลองคังรูปที่ 5.11 แสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบจากการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นได้ โดยสามารถควบคุมให้มุมของเพนคูล์มเข้าสู่จุดสมดุล (0 เรเดียน) และควบคุมให้ตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย และมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที ตามที่ได้ออกแบบไว้

ส่วนการทดลองที่สองจะทำการทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยแรงตามแนวราง โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆของตัวควบคุมเหมือนกับการทดลองในหัวข้อ 5.6.1 หลังจากตัวควบคุมทำการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนแล้ว จึงทำการรบกวนระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยแรงตามแนวรางเข้าที่เวลา 15 วินาที



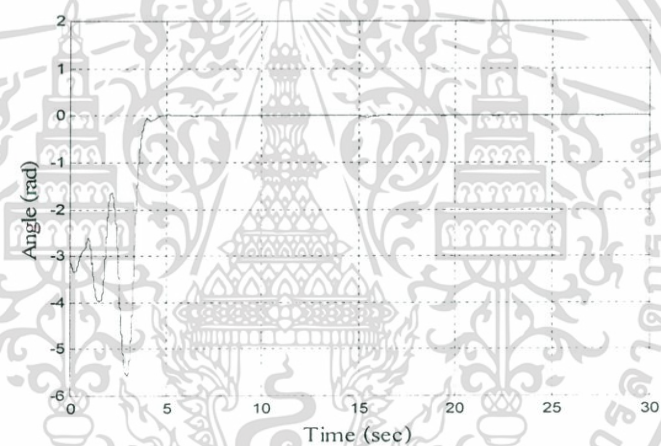
รูปที่ 5.12 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อระบบถูกรบกวนด้วยแรงตามแนวรางเข้าที่เวลา 15 วินาที

จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.12 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบจากการรบกวนระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยแรงตามแนวรางได้อย่างรวดเร็ว โดยตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมกลับเข้าสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และควบคุมให้ตำแหน่งของรถกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิง ที่ 0 เซนติเมตรได้อีกหลังจากทำการรบกวนระบบด้วยแรงตามแนวรางเข้าที่

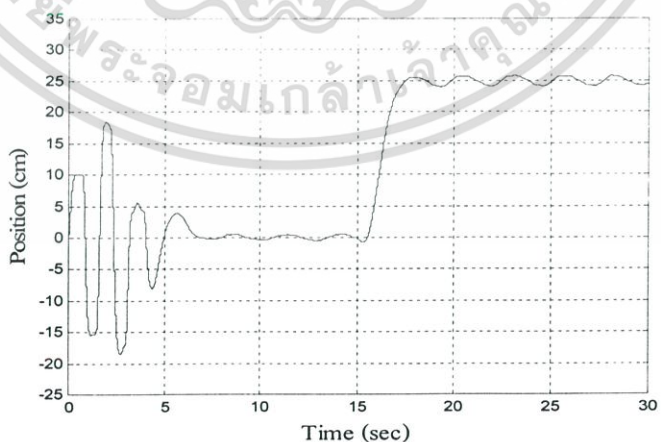
เวลา 15 วินาที เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.6.3 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมระบบว่าสามารถควบคุมสัญญาณเอาต์พุตให้ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้หรือไม่ และมีผลตอบสนองแตกต่างจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.3.3 มากน้อยเพียงใด โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกับการทดลองในหัวข้อ 5.6.1 จากนั้นทำการเปลี่ยนสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งรถจากตำแหน่ง 0 เซนติเมตร ไปเป็นตำแหน่ง 25 เซนติเมตร ที่เวลา 15 วินาที จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.13 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมตำแหน่งของรถรางให้ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้ โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อยและมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที



(ข) มุมของเพนคูล์ม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.13 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมมูลบนไว้ โดยตัวควบคุมดังกล่าวจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรากล และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมมูลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกัน โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมมูลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้ ในการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวจะต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถก่อน และได้ใช้วิธีการของลากรางจ์เป็นวิธีการหาแบบจำลองของระบบ โดยพิจารณาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมของระบบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ได้นี้เป็นระบบไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น จึงได้ประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นเพื่อนำไปออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวต่อไป

การจำลองและการทดลองได้แบ่งออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบนแต่เพียงอย่างเดียว การทดลองที่สองเป็นการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมมูลบน และท้ายสุดเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบนและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

จากผลการจำลองและผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบนได้โดยต้อง ปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบอีกเล็กน้อยเนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของชุดทดลองจริง ส่วนตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมนั้นก็สามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมมูลบนได้ถึงแม้จะมีการรบกวนจากภายนอกและยังสามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงของตำแหน่งรถที่เปลี่ยนแปลงได้ แต่ในการติดตามสัญญาณอ้างอิงดังกล่าวยังมีค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อยเนื่องจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานสถิตของรางรถ และเมื่อตัวควบคุมทั้งสองทำงานร่วมกันก็สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย

เนื่องจากระยะทางในการเคลื่อนที่ของรถรางถูกจำกัดที่ 1 เมตร ด้วยโครงสร้างของ ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ซึ่งเป็นปัญหาต่อการทดลองตัวควบคุมที่มีผลตอบสนองที่เร็ว และต้องการระยะทางในการเคลื่อนที่ของรถรางมากกว่า 1 เมตร และเมื่อมีข้อผิดพลาดในการทดลอง ตัวรถรางอาจวิ่งชนขอบรถรางด้านใดด้านหนึ่งจนเกิดความเสียหายได้ ถึงแม้ว่าชุดทดลอง จะมีการป้องกันด้วยฟองน้ำเพื่อลดแรงกระแทกที่เกิดจากการชนแล้วก็ตาม

ในการออกแบบรางของรถรางโดยใช้เฟืองสะพานพลาสติกมาต่อกันเป็นรางยาว 1 เมตร จะทำให้รางที่ได้มีค่าแรงเสียดทานสถิตแต่ละจุดไม่เท่ากัน โดยเฉพาะบริเวณจุดต่อของเฟืองสะพาน แต่ละชิ้น ส่งผลให้ตัวควบคุมไม่สามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวของตำแหน่งรถได้

## 6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

สำหรับข้อเสนอแนะการวิจัยและพัฒนา คือ การศึกษาและนำตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและ รักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบที่มีความซับซ้อน มากขึ้น เช่น ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบสองข้อต่อ (double inverted pendulum) เป็นต้น และใน การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนั้นควรพิจารณาถึงความเร็วเริ่มต้นและความเร่ง ของรถรางด้วย

การพัฒนาและออกแบบชุดทดลองให้มีระยะการเคลื่อนที่ของรถรางมากขึ้น จะทำให้ รถรางสามารถทำความเร็วและความเร่งได้สูงขึ้นในการเคลื่อนที่แต่ละครั้งและซึ่งจะทำให้สามารถ เหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้โดยใช้จำนวนครั้งในการเคลื่อนที่น้อยลง

ตัวรถรางควรออกแบบโดยใช้เฟืองสะพานที่ทำจากโลหะชิ้นเดียวซึ่งมีความเที่ยงตรงสูง แทนเฟืองสะพานที่ทำพลาสติกที่ใช้อยู่เดิม เพื่อลดผลกระทบจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรง เสียดทานสถิตของเฟืองสะพานที่ทำจากพลาสติก

## บรรณานุกรม

- [1] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for swing-up of an inverted pendulum using qubit neural network," Proceedings of the 41st SICE Annual Conference, Vol. 2, pp. 765-770, 5-7 August 2002.
- [2] S. Yasunobu and M. Mori, "Swing up fuzzy controller for inverted pendulum based on a human control strategy," Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol.3, pp. 1621-1625, 1-5 July 1997.
- [3] M. Yamakita et. al. "Robust swing up control of double pendulum," Proceedings of the American Control Conference, Vol. 1, pp. 290-295, 21-23 June 1995.
- [4] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, "Nonlinear control of swing-up inverted pendulum," Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on control application, pp. 259-264, 15-18 Sept. 1996.
- [5] K. Yoshida, "Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods," Proceedings of the American Control Conference, Vol. 6, pp. 4045-4047, 2-4 June 1999



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



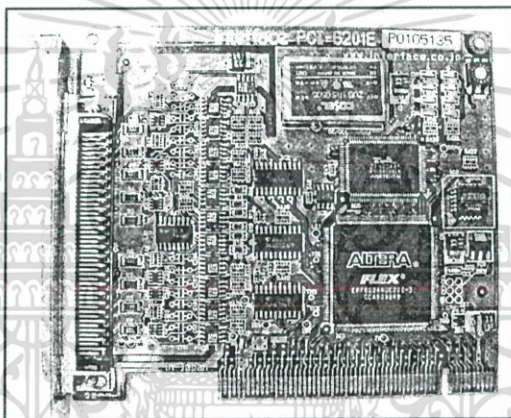
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการเหยียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมภาษาซีที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

### ก.2 วงจรนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนดูลัม

วงจรถับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนดูลัมจะมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-6201E ซึ่งเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปที่สามารถต่อใช้งานร่วมกับเอนโคเดอร์มากที่สุดได้ถึง 4 ตัว ความละเอียดในการวัดสูงสุดได้ถึง 24 บิต โดยภาพถ่ายแผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์ เบอร์ PCI-6201E แสดงดังรูปที่ ก.1 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.1 แผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E

### ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

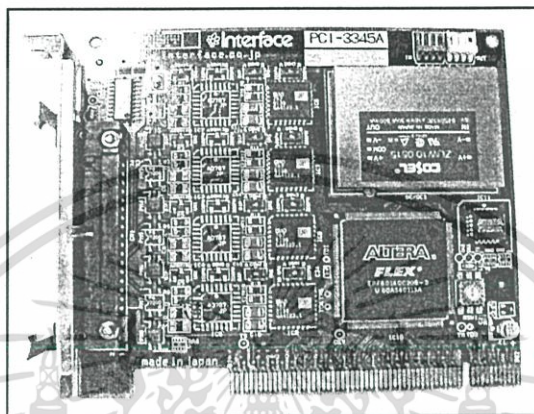
วงจรถแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกจะมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-3345A ซึ่งเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรถับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนรถ โดยวงจรถรับข้อมูลดิจิทัลขนาด 12 บิตจากคอมพิวเตอร์และจะแปลงข้อมูลนี้เป็นสัญญาณอนาล็อกอยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้ามีขนาด  $-10$  โวลต์ ถึง  $+10$  โวลต์ (ขนาดแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากแผ่นวงจร) เพื่อส่งแรงดันนี้เข้าสู่วงจรถรับกระแสของมอเตอร์เพื่อใช้ขับเคลื่อนรถ โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิทัลที่ส่งมาให้ แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าส่งค่า FFFH เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

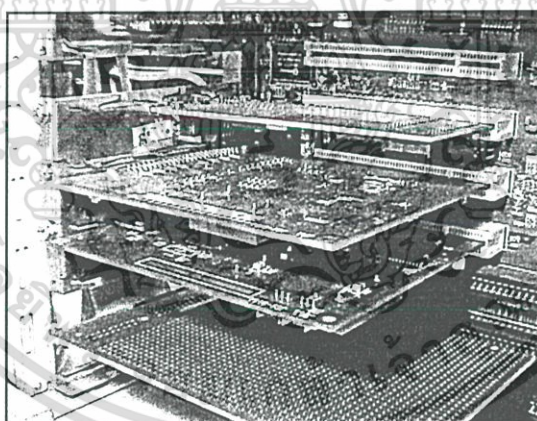
ถ้าส่งค่า 7FFH เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

ถ้าส่งค่า 000H เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ  $-10$  โวลต์

เนื่องจากแผ่นวงจรรหัส PCI-3345A มีขนาด 12 บิต จึงมีความละเอียด 4095 ระดับจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง  $\pm 10$  โวลต์ ดังนั้นจะได้ความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลดิจิทัลเท่ากับ  $20/4095=0.0049$  โวลต์ต่อข้อมูลดิจิทัล 1 ระดับ ภาพถ่ายแสดงวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกแสดงดังรูปที่ ก.2 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.2 แผ่นวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก



รูปที่ ก.3 การติดตั้งวงจรเชื่อมต่อต่างๆ

#### ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor)

วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง จะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จากนั้นจะแปลงแรงดันให้เป็นสัญญาณ PWM เพื่อใช้ขับมอเตอร์ โดยสัญญาณ PWM จะมีขนาด  $\pm 24$  โวลต์และมีความถี่ของสัญญาณ 25 กิโลเฮิรซ์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle) จะขึ้นอยู่กับแรงดันอินพุตที่รับมาจากวงจรแปลง

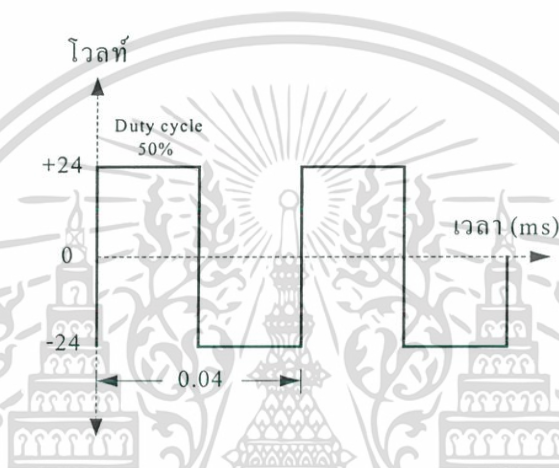
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันอินพุตจะทำให้วัฏจักรหน้าที่เปลี่ยนแปลงแบบเป็นเชิงเส้น แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

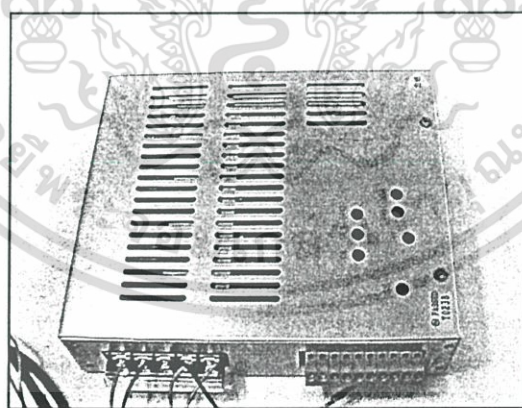
ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ +10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 100% มอเตอร์จะหมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 0 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 50% มอเตอร์จะหยุดหมุน

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ -10 โวลต์จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 0% มอเตอร์จะหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด โดยลักษณะของสัญญาณ PWM แสดงดังรูปที่ ก.4 และภาพถ่ายของวงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.5



รูปที่ ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

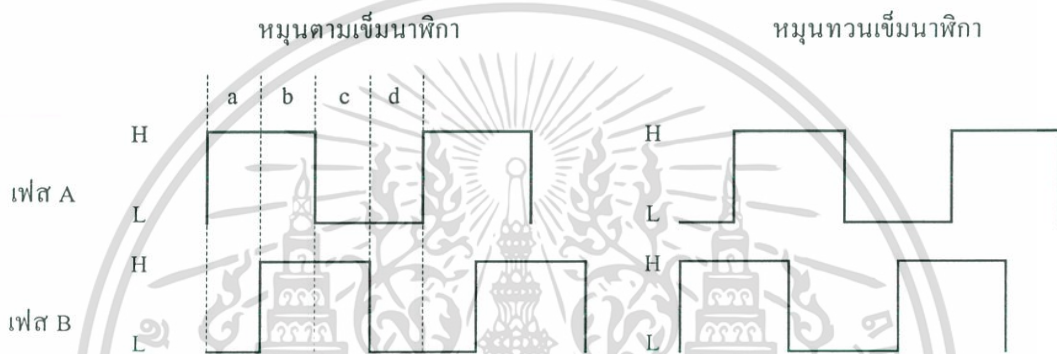


รูปที่ ก.5 วงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

### ก.5 เอนโคเดอร์แบบหมุน

เอนโคเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดอร์ตานั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

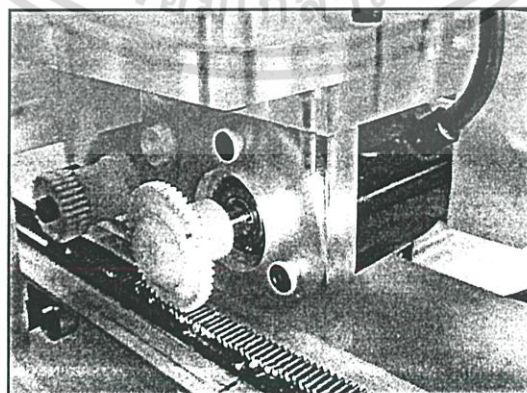
สามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเอนโคเดอร์ที่ใช้ในระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถจะเป็นเอนโคเดอร์แบบหมุนมีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากเมื่อเอนโคเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของ เอนโคเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่วงจรนับ ซึ่งวงจรนับจะทำการแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ ก.6 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ  $360/8000 = 0.045$  องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์



รูปที่ ก.6 แสดงลักษณะของสัญญาณพัลส์ที่เกิดขึ้นเมื่อเอนโคเดอร์หมุน

#### ก.5.1 เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง

เอนโคเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนล่างของรถราง โดยที่เพลลาของเอนโคเดอร์แบบหมุนต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบอยู่กับเฟืองสะพานของรางรถ การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถแสดงดังรูปที่ ก.7

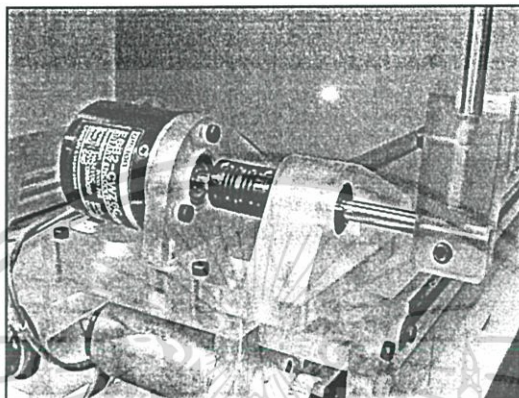


รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.5.2 เอนโคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมเพนคูล์ม

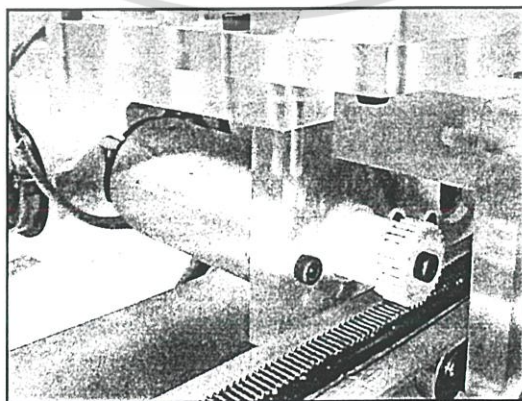
เอนโคคเตอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนบนของรถ โดยที่เพลลาของเอนโคคเตอร์แบบหมุนถูกต่อกับเพลลาของแท่งเพนคูล์มด้วยตัวเชื่อมต่อ (coupling) ที่ทำจากพลาสติก โดยที่เพลลาของแท่งเพนคูล์มนี้สามารถหมุนได้ในระนาบของแนวแกนตั้ง การติดตั้งเอนโคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.8



รูปที่ ก.8 การติดตั้งเอนโคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

### ก.6 ระบบส่งกำลังของรถราง

ระบบส่งกำลังของรถรางประกอบด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของมอเตอร์กระแสตรงถูกต่อกับเฟืองพลาสติกกลมโดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้อยู่กับเฟืองสะพานของรางรถ ระบบส่งกำลังที่ใช้เฟืองมีข้อดีคือ มีค่าแรงเสียดทานในระบบต่ำเมื่อเทียบกับระบบส่งกำลังที่ใช้สายพาน จึงไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่และไม่มีการสะสมพลังงานในสายพานเมื่อมอเตอร์หมุนซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิดเรโซแนนซ์ (resonance) ของระบบส่งกำลัง โดยระบบส่งกำลังของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.9



รูปที่ ก.9 ระบบส่งกำลังของรถราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกึ่งหนึ่งเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ข.1 โปรแกรมหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบรรด (โปรแกรมแมตแล็บ)

### ข.1.1 พิจารณา ณ จุดสมดุลต่างของเพนดูลัม

```
format short;
```

```
clear all
```

```
syms x1 x2 x3 x4 m M l u f g
```

```
x1_dot=x2;
```

```
x2_dot=(m*g*sin(x1)+(m*cos(x1)*(u-f*x4)-m^2*l*x2^2*cos(x1)*sin(x1))/(M+m))/(4*m*l/3-  
(m^2*l*(cos(x1)^2)/(M+m));
```

```
x3_dot=x4;
```

```
x4_dot=(u-f*x4+(3*m*g*cos(x1)*sin(x1)/4)-m*l*x2^2*sin(x1))/((M+m)-3*m*(cos(x1)^2)/4);
```

```
a11=diff(x1_dot,x1);
```

```
a11=subs(a11,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a12=diff(x1_dot,x2);
```

```
a12=subs(a12,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a13=diff(x1_dot,x3);
```

```
a13=subs(a13,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a14=diff(x1_dot,x4);
```

```
a14=subs(a14,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a21=diff(x2_dot,x1);
```

```
a21=subs(a21,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a22=diff(x2_dot,x2);
```

```
a22=subs(a22,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a23=diff(x2_dot,x3);
```

```
a23=subs(a23,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a24=diff(x2_dot,x4);
```

```
a24=subs(a24,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a31=diff(x3_dot,x1);
```

```
a31=subs(a31,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

```
a32=diff(x3_dot,x2);
```

```
a32=subs(a32,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

a33=diff(x3_dot,x3);
a33=subs(a33,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
a34=diff(x3_dot,x4);
a34=subs(a34,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
a41=diff(x4_dot,x1);
a41=subs(a41,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
a42=diff(x4_dot,x2);
a42=subs(a42,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
a43=diff(x4_dot,x3);
a43=subs(a43,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
a44=diff(x3_dot,x4);
a44=subs(a44,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
b1=diff(x1_dot,u)
b1=subs(b1,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
b2=diff(x2_dot,u)
b2=subs(b2,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
b3=diff(x3_dot,u)
b3=subs(b3,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
b4=diff(x4_dot,u)
b4=subs(b4,{x1,x2,x3,x4,u},[pi 0 0 0 0]);
A=[a11 a12 a13 a14;
    a21 a22 a23 a24;
    a31 a32 a33 a34;
    a41 a42 a43 a44]
B=[b1;
    b2;
    b3;
    b4]
C=[0 0 1 0]
M=0.642;
m=0.123;
l=0.25;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

g=9.8;
f=0.165;
A=[0 1 0 0;
(-3*(M+m)*m*g)/((4*m*(M+m)-(3*m^2)) 0 0 (3*m*0.165)/(4*m*(M+m)-3*m^2);
0 0 0 1;
(3*m*g)/(4*((M+m)-(3*m/4))) 0 0 -0.165/((M+m)-(3*m/4));]
B=[0;-3*m/(4*m*(M+m)-3*m^2);0;1/((M+m)-3*m/4);]
C=[0 0 1 0];
D=0;
[n1,d1]=ss2tf(A,B,C,D)

```

### ข.1.2 พิจารณา ณ จุดสมดุลบนของเพนดูลัม

```

format short;
clear all
syms x1 x2 x3 x4 m M l u f g
x1_dot=x2;
x2_dot=(m*g*sin(x1)+(m*cos(x1)*(u-f*x4)-m^2*x2^2*cos(x1)*sin(x1))/(M+m))/(4*m*l/3-
(m^2*l*(cos(x1)^2)/(M+m)));
x3_dot=x4;
x4_dot=(u-f*x4+(3*m*g*cos(x1)*sin(x1)/4)-m*x2^2*sin(x1))/((M+m)-3*m*(cos(x1)^2)/4);
a11=diff(x1_dot,x1);
a11=subs(a11,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a12=diff(x1_dot,x2);
a12=subs(a12,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a13=diff(x1_dot,x3);
a13=subs(a13,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a14=diff(x1_dot,x4);
a14=subs(a14,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a21=diff(x2_dot,x1);
a21=subs(a21,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a22=diff(x2_dot,x2);
a22=subs(a22,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

a23=diff(x2_dot,x3);
a23=subs(a23,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a24=diff(x2_dot,x4);
a24=subs(a24,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a31=diff(x3_dot,x1);
a31=subs(a31,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a32=diff(x3_dot,x2);
a32=subs(a32,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a33=diff(x3_dot,x3);
a33=subs(a33,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a34=diff(x3_dot,x4);
a34=subs(a34,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a41=diff(x4_dot,x1);
a41=subs(a41,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a42=diff(x4_dot,x2);
a42=subs(a42,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a43=diff(x4_dot,x3);
a43=subs(a43,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
a44=diff(x3_dot,x4);
a44=subs(a44,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
b1=diff(x1_dot,u)
b1=subs(b1,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
b2=diff(x2_dot,u)
b2=subs(b2,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
b3=diff(x3_dot,u)
b3=subs(b3,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
b4=diff(x4_dot,u)
b4=subs(b4,{x1,x2,x3,x4,u},[0 0 0 0 0]);
A=[a11 a12 a13 a14;
    a21 a22 a23 a24;
    a31 a32 a33 a34;
    a41 a42 a43 a44]

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$B=[b_1;$$

$$b_2;$$

$$b_3;$$

$$b_4]$$

$$C=[0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

$$M=0.642;$$

$$m=0.123;$$

$$l=0.25;$$

$$g=9.8;$$

$$f=0.165;$$

$$A=[0 \ 1 \ 0 \ 0;$$

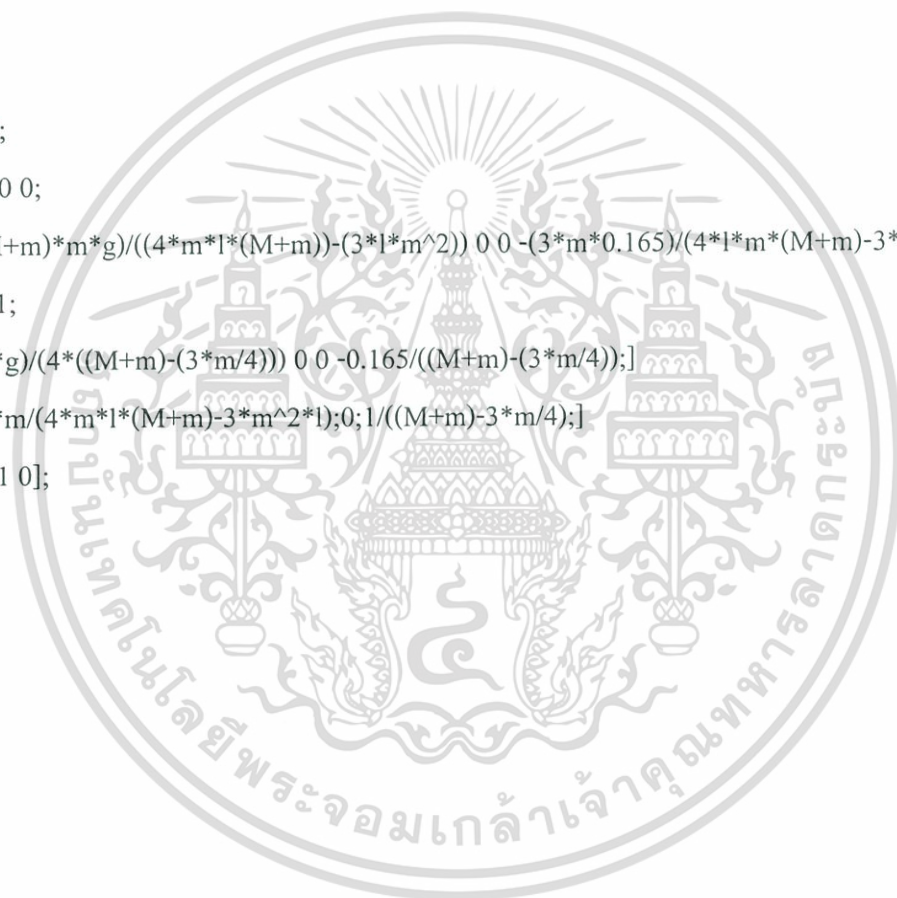
$$(3*(M+m)*m*g)/((4*m*l*(M+m)-(3*l*m^2)) \ 0 \ 0 \ -(3*m*0.165)/(4*l*m*(M+m)-3*l*m^2);$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1;$$

$$(3*m*g)/(4*((M+m)-(3*m/4))) \ 0 \ 0 \ -0.165/((M+m)-(3*m/4));]$$

$$B=[0; 3*m/(4*m*l*(M+m)-3*m^2*l); 0; 1/((M+m)-3*m/4);]$$

$$C=[0 \ 0 \ 1 \ 0];$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ข.2 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PD ด้วยวิธี เส้นทางการาก (โปรแกรมแมตแล็บ)

```

format short;
clear all
nump=[6.0942 0 179.17];
denp=[1 0.2453 33.4314 7.212 0];
"ds 0.5 sec. Mp 5%"
ts=0.5; Mp=0.05;
dd=4/ts;
wd=-pi*dd/log(Mp);
s1=-dd+wd*j
Gp=polyval(nump,s1)/polyval(denp,s1);
phi=pi-angle(Gp)
x=wd/tan(phi)
zz=dd+x
Td=1/zz
Kp=1/(abs(Td*s1+1)*abs(Gp))

```



### ข.3 โปรแกรมหาพหามิตอร์ของ ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ด้วยวิธีการวางโพล (โปรแกรมเมตแล็บ)

```

format short;
clear all
M=0.642;
m=0.123;
l=0.25;
g=9.8;
f=0.165;
A=[0 1 0 0;
(3*(M+m)*m*g)/((4*m*(M+m)-(3*m^2)) 0 0 -(3*m*0.165)/(4*m*(M+m)-3*m^2);
0 0 0 1;
(3*m*g)/(4*((M+m)-(3*m/4))) 0 0 -0.165/((M+m)-(3*m/4));]
B=[0;3*m/(4*m*(M+m)-3*m^2);0;1/((M+m)-3*m/4);]
C=[0 0 1 0];
ahat=[A zeros(4,1);-C 0];
bhat=[B;0];
j=[-1+i*sqrt(3) -1-i*sqrt(3) -5 -5 -5];
khat=acker(ahat,bhat,j)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### ข.4 โปรแกรมควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเฟนดูล์มบนรถ (โปรแกรมภาษาซี)

```

#include <stdio.h>
#include <bios.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <time.h>
#include <dos.h>
#include <process.h>
#include <math.h>
#include "DA.H"
#include "GETBAR.H"

void interrupt (*oldIrq3)(void);
void interrupt countToggle(void);

#define drive_port 0x378 // Number of drive port
#define file_out "c:\\data.m" // open file (name is data.m)
#define cls(l); { short i; for(i=l; i<25; i++) lineclr(i); }
#define Locate(x,y) printf("\x1b[%d;%dH", (y)+1, (x)+1)
#define lineclr(l) printf("\x1b[s\x1b[%d;IH\x1b[OK\x1b[u", l+1)
#define range DA_10V
#define IRQ3 0x0B // IRQ3 address

PCI_CONFIG PciData;
DASMPCHREQ SmplChReq[2];
DABOARDSPEC BoardSpec;
HANDLE OpenBoard(void);
void INITIAL_DTOA(void);
void CLOSE_DTOA(void);

```

```

int hexout = 2047;

float volt = 0.0;

WORD DaData[1];

int swith = 1;

int key = 0;

int key_1 = 0;

long count = 0;

float time_r = 0.0;

HANDLE hDevice;

float f_hat = 0.0;

float fs2 = 0.13 ;

float fc2 = 0.097 ;

float fs1 = 0.19 ;

float fc1 = 0.136 ;

// parameter of encoder

int adr0,adr1,bus_info = 0.0;

int lByte = 0.0;

int mByte = 0.0;

int hByte = 0.0;

long dwCounter1 = 0.0;

long dwCounter2 = 0.0;

long dwCounter3 = 0.0;

int direction_1 = 0.0;

int direction_2 = 0.0;

// parameter of controller

float distance = 0.00;

float step_time = 0.001;

float eer = 0.00;

float eer_old = 0.00;

float x = 0.00;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

float x_old = 0.00;
float x_dot = 0.00;
float th_1_old = 0.00;
float th_2_old = 0.00;
float th_1 = 0.00;
float th_2 = 0.00;
float th_1_dot = 0.00;
float th_2_dot = 0.00;
float ui_old = 0.00;
float ui = 0.00;
float u = 0.00;
float khat_1 = 36.13;
float khat_2 = 6.49;
float khat_3 = -12.58;
float khat_4 = -8.22;
float khat_5 = 11.44;
float kp = 30 ;
float kd = 5 ;
float eer_dot = 0.0 ;
float setpoint = 0,0;
float step[5];
float di = 0 ;
int n = 0 ;
int main(void){
// open file
FILE *data_fout;
clrscr();
data_fout = fopen(file_out,"wt+");
fprintf(data_fout,"sm = [\n");

// Initial Digital to Analog PCI Card (PCI-3345A)
INITIAL_DTOA();

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

hDevice = OpenBoard();
DaGetDeviceInfo(hDevice, &BoardSpec);
SmplChReq[0].ulChNo = 1;
SmplChReq[0].ulRange = range;

```

```
// Initial Encoder PCI Card (PCI-6201E)
```

```

PciGetConfigRegEx(1, 0x1147, 6201, 0x1147, 0x0011, &bus_info, &PciData);
adr0=PciData.BaseAddresses[0]&0xffff;
adr1=PciData.BaseAddresses[1]&0xffff;
outp(adr0+0x08,0x06); // time of encoder 1
outp(adr0+0x09,0x06); // time of encoder 2
outp(adr0+0x0A,0x06); // time of encoder 3
outp(adr0+0x0d,0x01); // reset counter

step[0] = 0.10 ;
step[1] = -0.15 ;
step[2] = 0.17 ;
step[3] = -0.17 ;
step[4] = 0.043 ;
setpoint = step[0];
while( !kbhit())
{
// in data of encoder_2 (th_1)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

// in data of encoder_1 (x)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
// Modify data of encoder_2 (th_1)
if ( dwCounter2 > 0x7fffff)
{
    direction_1 = 2 ;
    dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2 ;
}
else
{
    direction_1 = 1 ;
}
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000 ;
}
if ( direction_1 == 2 )
{
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2 ;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000 ;
th_1 = dwCounter2*0.045 ;
th_1 = th_1 * 0.0175 ;

```

```

// Modify data of encoder_1 (x)

```

```

if ( dwCounter1 > 0x7fffff)
{
    dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1 ;
}
else
{

```

```

    dwCounter1 = dwCounter1*-1 ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    }

    distance = dwCounter1*0.0000083437 ;
printf(" distane : %06lX ", dwCounter1);
printf(" : %3.4lf ", distane);
printf(" th_1 : %3.4lf\n", th_1);
}

if( th_1 < 0 )
{
    th_1 = th_1 * -1 ;
}

th_1_old = th_1;
x_old = distane ;
oldIrq3 = getvect(IRQ3); /* save the old interrupt vector */
setvect(IRQ3, countToggle); /* install the new interrupt handler */
outportb(0x21, ( inportb(0x21) & 0xF7 )); /* Unmask (Enable) IRQ3 */
label:
if ( key_1 == 1 )
{
    goto out_5;
}

if ( key == 0 )
{
    goto out_3;
}

while( key == 1 )
{
    // Modify data of encoder_2 (th_1)
    if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
    {
        direction_1 = 2 ;

        dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2 ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    }
else
{
    direction_1 = 1 ;
}
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000 ;
}
if( direction_1 == 2 )
{
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2 ;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000 ;
th_1 = dwCounter2*0.045 ;
th_1 = th_1 * 0.0175 ;

// Modofly data of encoder_1 (x)
if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
{
    dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1 ;
}
else
{
    dwCounter1 = dwCounter1*-1 ;
}

distance = dwCounter1*0.0000083437 ;
x = distance ;
eer = setpoint - x ;
x_dot = ( x - x_old )/step_time ;
eer_dot = ( eer - eer_old )/step_time ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

u = kp*eer + kd*eer_dot ;
if(x_dot == 0)
    {if(u >= 0)
        f_hat = fs1 ;
    else
        f_hat = -fs2 ;
    }
else
    {if(x_dot > 0)
        f_hat = fc1 ;
    if(x_dot < 0)
        f_hat = -fc2;
    }
volt = u + f_hat ;
if (volt > 10)
    volt = 10;
if (volt < -10)
    volt = -10;
    volt = volt*1;
hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0] );
if( th_1 < 0 )
    {
        th_1 = th_1 * -1 ;
        di = 1 ;
    }
else
    {
        di = 2 ;
    }

```

```
th_1_dot = ( th_1 - th_1_old )/step_time ;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if ( th_1 < 3.0 )
{
if ( x > 0 )
{
if ( di == 1 )
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
else
{
if ( di == 2 )
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
}
}
else
{
goto out;
}
}
}

out_1:
if ( ( setpoint*x ) > 0 )

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        if( th_1_dot > 0 )
        {
            n = n+1 ;
            if( n > 4 )
            {
                n = 4 ;
            }
        }
    else
    {
        goto out;
    }
}
else
{
    goto out;
}
setpoint = step[n];
out:
if( th_1 < 0.015 )
{
    step[0] = setpoint ;
    step[1] = setpoint ;
    step[2] = setpoint ;
    step[3] = setpoint ;
    step[4] = setpoint ;
    key_1 = 1 ;
    key = 0 ;
    goto out_2 ;
}
eer_old = eer ;
x_old = x ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

th_1_old = th_1 ;
fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f% \n",time_r,distance,x,x_dot);
time_r = time_r + step_time ;
key = 0;
count = 0;
}

```

```

if ( key_1 == 0 )
{
goto out_3 ;
}
out_2 :
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

```

```

if ( dwCounter2 > 0x7fffff )
{
direction_1 = 2 ;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2 ;
}
else
{

```

```
direction_1 = 1 ;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    }
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000 ;
}
if ( direction_1 == 2 )
{
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2 ;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000 ;
th_1 = dwCounter2*0.045 ; // 1 puls is 0.045 degree
th_1 = th_1 * 0.0175 ;
// Modofly data of encoder_1(x)
if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
{
    dwCounter1 = 0xffff - dwCounter1 ;
}
else
{
    dwCounter1 = dwCounter1*-1 ;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437 ;
th_1_old = th_1 ;
x_old = distane ;
setpoint = 0.0 ;

out_5 :
while( key == 1 )
{
// Modify data of encoder_2 (th_1)
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

direction_1 = 2 ;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2 ;
}
else
{
direction_1 = 1 ;
}
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000 ;
}
if ( direction_1 == 2 )
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2 ;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000 ;
th_1 = dwCounter2*0.045 ; // 1 puls is 0.045 degree
th_1 = th_1 * 0.0175 ;
eer = setpoint - x ;
x_dot = ( x - x_old )/step_time ;
th_1_dot = ( th_1 - th_1_old )/step_time ;
ui = ui_old + ( eer_old + eer )*step_time/2 ;
u = -( khat_1*th_1 + khat_2*th_1_dot + khat_3*x + khat_4*x_dot ) - khat_5*ui
if (x_dot == 0)
{if (u >= 0)
f_hat = fs1 ;
else
f_hat = -fs2 ;
}
else
{if (x_dot > 0)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        if(x_dot < 0)
            f_hat = -fc2;
        }

    volt = u + f_hat ;
    ui_old = ui ;
    eer_old = eer ;
    x_old = x ;
    th_l_old = th_l ;
    if(volt > 10)
        volt = 10;
    if(volt < -10)
        volt = -10;
    volt = volt*0.38;
    hexout=((volt+10)/20)*4095;
    DaData[0] = hexout;
    DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0] );
    fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f%\n",time_r,th_l,th_l_dot,x);
    time_r = time_r + step_time ;
    key = 0;
    count = 0;
}
out_3 :
    if ( count <= 0xfffff)
        {
            count = count + 1;
            goto label;
        }
    else
        {
            setvect(IRQ3, oldIrq3);
            outportb(0x21, (inportb(0x21) | 0x08) );

            fprintf(data_fout,"];\n");

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    outp(drive_port,0);
    DaClose(hDevice);
    CLOSE_DTOA();
}
return(0);
}

```

```
void interrupt countToggle(void)
```

```

{
    disable();
    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x02);
    mByte=inp(adr0+0x02);
    hByte=inp(adr0+0x02);
    dwCounter3= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x01);
    mByte=inp(adr0+0x01);
    hByte=inp(adr0+0x01);
    dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x00);
    mByte=inp(adr0+0x00);
    hByte=inp(adr0+0x00);
    dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

    key = 1;
    outportb(0x20, 0x20);
    enable();
}

```

```
HANDLE OpenBoard(void)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
HANDLE          hDevice;
hDevice = DaOpen(3345, 0x0001, 0);
return hDevice;
}

```

```
void CLOSE_DTOA(void)
```

```

{
char *pString;
pString = "/R";
spawnl(P_WAIT,"dadrvi.exe",pString,NULL);
}

```

```
void INITIAL_DTOA(void)
```

```

{
char *pString;
pString = "/B=1";
spawnl(P_WAIT,"dadrvi.exe",pString,NULL);
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Hybrid PD - Servo State Feedback Control Algorithm for Swing up Inverted Pendulum System

Songmoung Nundrakwang\*, Taworn Benjanarasuth\*, Jongkol Ngamwiwit\*  
and Noriyuki Komine\*\*

\* Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand  
(Tel : +66-2-326-4221, Fax: +66-2-326-4225, E-mail: knjongko@kmitl.ac.th)

\*\* Dept. of Applied Computer Engineering, School of Information Technology and Electronics,  
Tokai University, Hiratsuka-Shi, Kanagawa-Ken 259-1292, Japan  
(Tel: +81-463-58-1211, Fax: +81-463-50-2240, E-mail: komine@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp)

**Abstract:** In this paper, a hybrid PD-servo state feedback control algorithm for swing up inverted pendulum system is proposed. It consists of two parts. The first part is the PD position control for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and the second part is the servo state feedback control for stabilizing the inverted pendulum in upright position. The first controller is PD controller and it is tuned to control the position of the pendulum by moving the cart back and forth until the pendulum swings up around the upright position. Then the second controller will be switched to stabilize the inverted pendulum in its upright position. The controller in this stage is the servo state feedback controller designed by pole placement. Experimental results of PD type swinging up control system, of stabilizing servo state feedback control system and of the proposed hybrid PD-servo state feedback control system to swing up and stabilize inverted pendulum show that the proposed method is effective and reliable for actual implementation while it is simple.

**Keywords:** Inverted Pendulum, Swinging-up Control, PD Position Control, Pole-placement Method

### 1. INTRODUCTION

As a practical plant, swing up inverted pendulum is an old but challenging problem in the field of nonlinear control study. An inverted pendulum, consisting of a cart and pendulum system, has a structure where the pendulum is hinged to the cart via a pivot and only the cart is actuated. Swing up inverted pendulum has many advantages in theoretical study such as simple structure, nonlinear and uncertain characteristic. There are many control methods are tested in swing up inverted pendulum. For example, swing up control using Qubit neural network [1], fuzzy control algorithm [2], robust swing up control [3], nonlinear control [4] and energy-based methods [5]. Though good performances can be obtained by using these algorithms, they are very complicated to implement and their parameters are not easy to design.

In this paper, a controller designed by using hybrid PD-servo state feedback control algorithm to swing up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and to stabilize inverted pendulum in upright position is proposed. It composes of two parts. The first part is the PD position control and the second part is the servo state feedback control. In the first part, the controller is a PD controller for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The PD controller is tuned by using trial and error method to obtain the appropriate gains resulting in fast step response with small overshoot. The PD controller controls the motion of the pendulum by moving the cart back and forth within a limited travel of the cart. The cart will be controlled to move to the opposite direction when the angular velocity of the pendulum at the stop point of each travelling is zero. The cart movement will be repeated to next assigned cart position until the inverted pendulum swung up around the upright position. When this condition has been reached, the second part, which is a servo state feedback controller, will be switched to stabilize the inverted pendulum in its upright position. In this

paper, this servo state feedback controller is designed by pole placement method.

The proposed control scheme is implemented to control the inverted pendulum on cart as shown in Fig. 3. The effectiveness of the proposed method and the reliability of actual implementation have been shown by the experimental results.

### 2. MATHEMATICAL MODEL

The inverted pendulum on cart to be controlled is shown in Fig.1. Its structure composes of a cart and pendulum where the pendulum is hinged to the cart via a pivot and only the cart is actuated.  $\theta$  is the pendulum angle (rad),  $x$  is the cart position (m),  $M$  is the mass of the cart (kg),  $m$  is the mass of the pendulum (kg),  $l$  is the distances from turning center to center of mass of the pendulum (m),  $f$  is the cart's friction coefficient (kg/s) and  $F$  is the force applied to the cart (N).

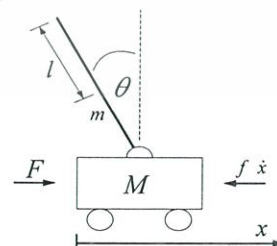


Fig. 1 Inverted pendulum on cart.

Lagrange's equations are applied with respect to  $\theta$  and  $x$  coordinates and the state variables are consequently assigned as  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$  and  $x_4 = \dot{x}$  where the input  $u$  is the applied force  $F$ . The nonlinear state space model of inverted pendulum on cart system can then be obtained as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left( mg \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 (u - f \dot{x}) - m^2 l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{(M+m)} \right)}{\left( \frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 x_1}{(M+m)} \right)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left( u - f x_1 + \frac{3}{4} mg \cos x_1 \sin x_1 - ml x_2^2 \sin x_1 \right)}{\left( (M+m) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1 \right)} \end{aligned} \quad (1)$$

The inverted pendulum system has two distinct equilibrium points concerning the pendulum angle. The first equilibrium point is at the upright position which is unstable and the second equilibrium point is at the hanging position.

In order to design an appropriate controller, the system is linearized about the upright position of the inverted pendulum. The following linear state equation for the inverted pendulum on cart can be obtained as

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2)$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{-3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix},$$

and where  $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T$ . In this case, the input  $u$  or the applied force  $F$  is generated by DC motor to move the cart of the inverted pendulum system.

As the main interest is to control the position  $x$  of the cart of the inverted pendulum system; therefore, the following output equation

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3)$$

can be given, where  $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$ .

### 3. CONTROL SYSTEM STRUCTURE

The overall structure of the proposed system is shown in Fig. 2. The first controller is a PD controller for controlling the inverted pendulum to its upright position and the second controller is a servo state feedback controller for stabilizing the inverted pendulum when it is in its upright position. The details of each controller will be described in the following sub-sections.

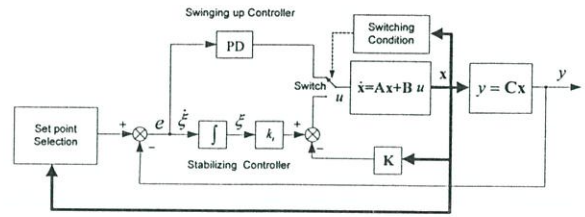


Fig. 2 Structure of the proposed control system.

#### 3.1 PD position control

The objective task for the PD position control shown in Fig. 2 is to swing up the inverted pendulum from the natural pendent position to around the upright position before switching to the stabilizing control mode. In this paper, the transfer function of the PD controller is given by

$$u(t) = k_p e(t) + k_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (4)$$

where  $k_p$  is the proportional gain,  $k_d$  is the derivative gain and  $e$  is the cart position error. The PD controller will control the cart to move back and forth consecutively depending on pre-assigned cart position of which the pendulum staying at the natural pendent position is excited. The back and forth movement of the cart will be occurred when the angular velocity of the pendulum at the present position is zero. The PD controller in this paper is proposed to tune to achieve the fast response without overshoot. These movements proceed until the pendulum can be swung up around the upright position where the second controller will be switched to stabilize the pendulum.

#### 3.2 Servo state feedback control

The objective task of the servo state feedback control shown in Fig. 2 is to stabilize the inverted pendulum around the upright position. From Fig. 2, it is seen that

$$\dot{\xi} = r - y = r - \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (5)$$

Since an integral is added to tract the output of the system without steady-state error; therefore, the following augmented system for designing a servo state feedback controller can be obtained as

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (6)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

and its control law will be given by

$$u(t) = -\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -k_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

where  $\mathbf{K}$  is the state feedback gain matrix,  $k_i$  is the integral gain,  $\xi$  is the output of the integral controller and  $r$  is the reference signal. The gains  $\mathbf{K}$  and  $k_i$  can either be assigned by linear quadratic regulator (LQR) approach or pole-placement method.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการวิจัยเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4. EXPERIMENTAL RESULTS

In this section, the proposed hybrid PD-servo state feedback control algorithm for swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart will be implemented. The experimental apparatus is shown in Fig. 3. The parameter values of the inverted pendulum system for obtaining its mathematical model are shown in Table 1.

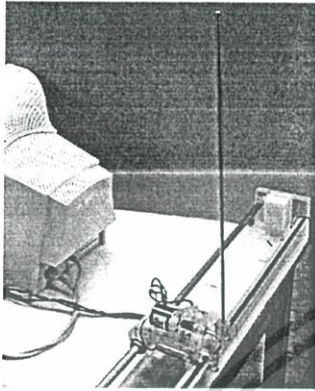


Fig. 3 Experimental apparatus

Table 1 Parameter values of inverted pendulum

$M$ (kg)	$m$ (kg)	$l$ (m)	$f$ (kg/s)
0.642	0.123	0.25	0.165

The linear model of the system must be known for assigning the proposed controllers. By utilizing the values shown in Table 1, the linear model of the inverted pendulum on cart in eq. (2) can be obtained, where

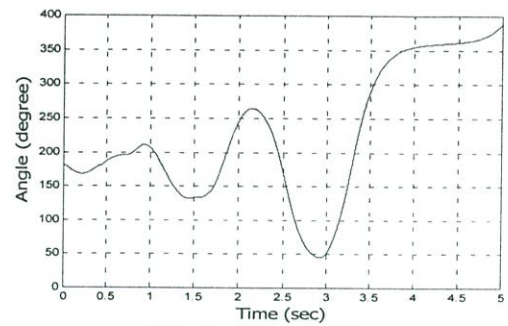
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 24.77 & 0 & 0 & -7.35 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.19 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.45 \\ 0 \\ 1.48 \end{bmatrix}$$

It can be noticed here that the model of the inverted pendulum on cart has the open-loop poles at  $s = 0, 4.77, -5.17, 0.20$  of which the system is unstable.

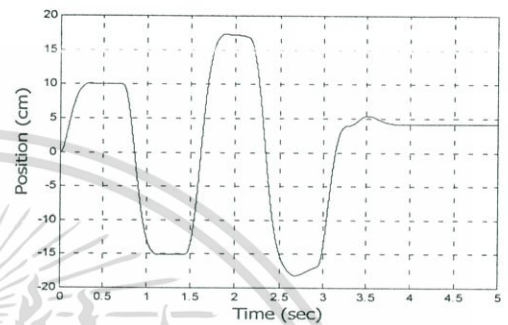
### 4.1 Swing up responses

The objective task of the PD position control is to bring the inverted pendulum up around the upright position as fast as possible. By using the trial and error method, the desired proportional gain  $k_p$  and derivative gain  $k_d$  of PD type swinging up controller are selected as 30 and 5 respectively. The sequential travelling positions of cart are assigned to be 10, -15, 17, -18 and 5 cm respectively. The pendulum can be swung up around the upright position using zero angular velocity condition occurred at the stop point of the present position to move the cart to the next assigned position.

The experimental results obtained from a real machine are shown in Fig. 4. It is shown in Fig. 4 (a) that the PD controller can swing pendulum up to around the upright position (360 degrees) within 4.5 seconds while the moving response of the cart corresponding to the pre-assigned positions is shown in the Fig. 4 (b).



(a) Angle of pendulum



(b) Cart position

Fig. 4 Experimental results of swinging up control.

### 4.2 Stabilizing responses

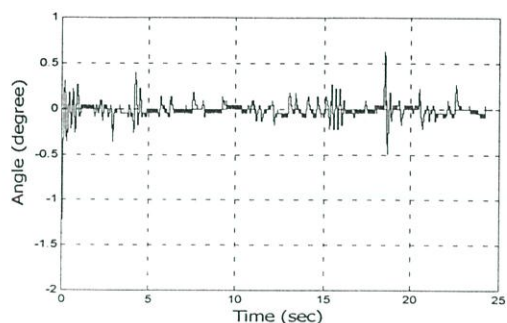
The gains  $K$  and  $k_i$  of the servo state feedback control which has a main task of stabilizing the inverted pendulum are assigned by using pole-placement method. In this experiment, it is desired that the percent overshoot is 15% and the settling time is 5 seconds. Hence, the corresponding closed-loop poles of the inverted pendulum system are at  $s = -1 \pm j\sqrt{3}, -5, -5$  and  $-5$ . This yields  $K = [70.46 \ 15.27 \ -17.83 \ -34.50]$  and  $k_i = -16.21$ . The initial values of the cart position  $x$  and the pendulum angle  $\theta$  are zeroes.

Applying the servo state feedback controller to the actual system, the stabilizing responses are obtained. Figure 5 shows responses of the cart position and the angle of pendulum. The experimental result shows that the controller has good performance in controlling the cart position and pendulum angle around the zero-degree lines.

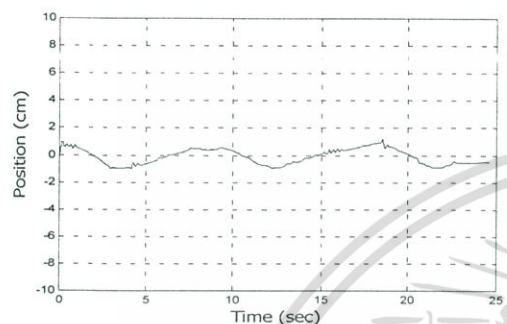
### 4.3 Swing up and stabilizing responses

In this sub-section, the simultaneous control of the inverted pendulum from swinging up control to stabilizing control will be investigated. The stabilizing control will be switched when the pendulum is around the upright position. The switching condition is selected as  $|\theta| < 0.25$  rad and  $|\dot{\theta}| < 0.1$  rad/s.

The experimental results of proposed control system are shown in Fig. 6. It can be seen from Fig. 6 (a) that the pendulum can be swung up from the natural pendent position to upright position around 5 seconds by PD controller and then the system is switched to stabilizing control mode to stabilize the pendulum in its upright position. It can also be seen that the cart position response oscillates around the zero-degree line.



(a) Angle of pendulum



(b) Cart position

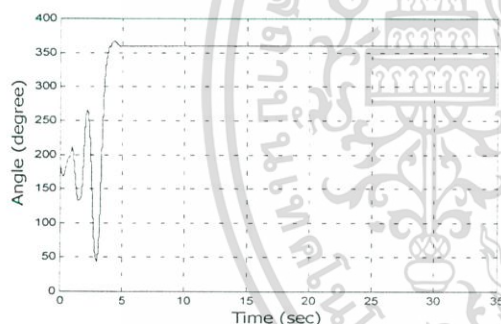
Fig. 5 Experimental results of stabilizing control.

## 5.CONCLUSION

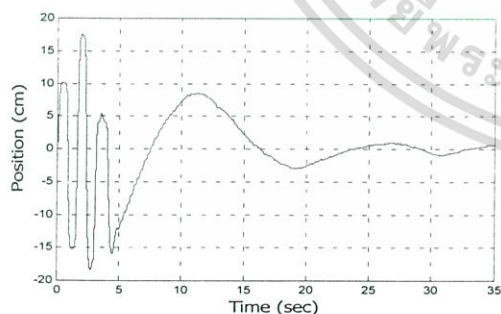
The hybrid PD-servo state feedback control algorithm consisting of the PD position control for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and the servo state feedback control for stabilizing the inverted pendulum in its upright position has been proposed in this paper. According to the cooperative tasks of PD controller and servo state feedback controller, the control of inverted pendulum on cart has been realized. In conclusion, the proposed method is effective and yields the desired system performance despite its simplicity in design.

## REFERENCES

- [1] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for swing-up of an inverted pendulum using qubit neural network," *Proceedings of the 41st SICE Annual Conference*, Vol. 2, pp. 765-770, 5-7 August 2002.
- [2] S. Yasunobu and M. Mori, "Swing up fuzzy controller for inverted pendulum based on a human control strategy," *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol.3, pp. 1621-1625, 1-5 July 1997.
- [3] M. Yamakita et. al. "Robust swing up control of double pendulum," *Proceedings of the American Control Conference*, Vol. 1, pp. 290-295, 21-23 June 1995.
- [4] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, "Nonlinear control of swing-up inverted pendulum," *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on control application*, pp. 259-264, 15-18 Sept. 1996.
- [5] K. Yoshida, "Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods," *Proceedings of the American Control Conference*, Vol. 6, pp. 4045-4047, 2-4 June 1999.



(a) Angle of pendulum



(b) Cart position

Fig. 6 Experimental results of swinging up and stabilizing controls of inverted pendulum.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

นายสองเมือง นันทขำวง เกิดเมื่อวันที่ 24 สิงหาคม พ.ศ. 2521 ที่ตำบลเกาะช้าง อำเภอแม่สาย จังหวัดเชียงราย สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนสตรีวิทยา 2 จังหวัดกรุงเทพฯ ในปี พ.ศ. 2536 สำเร็จการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) จากวิทยาลัยเทคนิคเชียงราย ในปี พ.ศ. 2539 และระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตภาคพายัพจังหวัดเชียงใหม่ในปี พ.ศ. 2541 หลังจากนั้น เข้าศึกษาในระดับปริญญาตรีที่ คณะวิศวกรรมศาสตร์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) และสำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุมในปี พ.ศ. 2545 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทในสาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุมคณะบัณฑิตวิทยาลัย สจล. ในขณะที่ศึกษาอยู่ ณ สจล. ได้เข้าร่วมการแข่งขัน Micro Robot Maze Contest 2004 ณ เมืองนาโกยา และการแข่งขัน Micromechanism Contest 2005 ณ เมืองโตเกียวประเทศญี่ปุ่น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้