

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง



สายอากาศที่แพร่กระจายคลื่นรอบทิศทางสำหรับระบบการสื่อสารเคลื่อนที่
Omnidirectional Antenna for Mobile Communication System



ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สายอากาศที่แพร่กระจายคลื่นรอบทิศทางสำหรับระบบการสื่อสารเคลื่อนที่
Omnidirectional Antenna for Mobile Communication System



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2547

ปริญญาโทปีการศึกษา 2547

ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง สายอากาศที่แพร่กระจายคลื่นรอบทิศทางสำหรับระบบการสื่อสารเคลื่อนที่

Omnidirectional Antenna for Mobile Communication System

ผู้จัดทำ

- 1. นายฤทธิชัย รอดแก้ว 45015029
- 2. นายสมโภช พงษ์ศุกกิจจจร 45015037
- 3. นายสรารัฐ สีนุญปุย 45015038


 อาจารย์ที่ปรึกษา
 (ผศ.ดร. ชูวงศ์ พงศ์เจริญพาณิชย์)



สายอากาศที่แพร่กระจายคลื่นรอบทิศทางสำหรับระบบการสื่อสารเคลื่อนที่

Omnidirectional Antenna for Mobile Communication System

โดย นายฤทธิชัย รอดแก้ว 45015029

นายสมโภช พงษ์ศุกกิจจจร 45015037

นายสรารุช สีหนูปุย 45015038

อาจารย์ที่ปรึกษา คร.ชวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์

บทคัดย่อ

โครงการนี้เป็นงานนำเสนอการศึกษาทฤษฎี การคำนวณ การวิเคราะห์ การออกแบบ การสร้าง และการทดสอบสายอากาศแบบรอบทิศทาง เพื่อใช้สำหรับติดตั้งภายในอาคารสำหรับระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะใช้เป็นสายอากาศสำหรับกระจายสัญญาณไปยังลูกข่าย โดยจะเริ่มจากการวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นของสายอากาศอื่น ได้แก่ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น ความกว้างลำคลื่น ค่าการกระพือมในระนาบมุมกวาดและค่าสภาพเจาะจงทิศทาง เพื่อวิเคราะห์หาขนาดของสายอากาศที่เหมาะสม แล้วนำไปสร้างเพื่อนำมาทดสอบเปรียบเทียบกับทฤษฎี สำหรับการประยุกต์ใช้งานในระบบสื่อสารเคลื่อนที่ต่อไป

ABSTRACT

This project is concerned about the study, calculation, analysis, design, fabrication and measurement of omnidirectional antenna for installing in the indoor environment of the mobile communications. The antenna is aimed to distribute the signal to the subscriber. The purpose of this project is to analyze the radiation characteristics such as radiation pattern, beamwidth, azimuth ripple and directivity in order to determine the appropriate parameters to be used as the guideline for the antenna design. The design parameters is used for the antenna construction. The experimental and theoretical results are compared. The analysis results can be applied for the design of the antenna for further mobile communications.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
สารบัญ	II
สารบัญรูป	IV
สารบัญตาราง	VI
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและวัตถุประสงค์	1
1.2 เนื้อหาของปริญญานิพนธ์	1
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	3
2.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างตัวนำทรงกลม	3
2.1.1 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา	3
2.1.2 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลาแบบฮาร์โมนิกส์	5
2.1.3 ระบบพิกัดทรงกลม	6
2.1.4 โหมดของคลื่นทรงกลม	11
2.1.5 โครงสร้างและสมการของสายอากาศแบบร่องเปิดบนตัวนำทรงกลม	13
2.1.6 สมการของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบตัวนำทรงกลม	18
2.2 สมการของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกลม	21
2.2.1 สายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางตามแนวนอน	21
บทที่ 3 ผลการวิเคราะห์	24
3.1 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม	24
3.1.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น	24
3.1.2 ความกว้างลำคลื่นที่ลำตั้งงานลดลงครึ่งหนึ่ง	36
3.1.3 ค่าสภาพเจาะงทศทางสูงสุด	37
3.2 การโพลาไรซ์ของสายอากาศ	38
3.2.1 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น	38
3.2.2 คุณลักษณะการโพลาไรซ์	41
3.2.3 คุณลักษณะการโพลาไรซ์ของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกลม	42
บทที่ 4 การออกแบบสร้างและทดสอบ	44
4.1 การออกแบบสร้างสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม	44
4.2 การออกแบบสร้างสายอากาศแบบร่องแฉกลำดับบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม	45
4.3 การออกแบบสร้างสายอากาศไดโพล	47
4.4 การวัดค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่ง ค่าการสูญเสียย้อนกลับและค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ	49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.4.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบสายอากาศ	50
4.4.2 ระดับขั้นตอนการ Calibration	50
4.5 การวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ	51
4.5.1 การวัดระนาบ XY	52
4.5.2 การวัดระนาบ XZ	52
4.5.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น	53
4.5.4 วิธีการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น	53
บทที่ 5 ผลการคำนวณและทดสอบ	55
5.1 ผลการทดสอบ	55
5.1.1 การวัดค่าอิมพีแดนซ์,ค่าการสูญเสียย้อนกลับ และค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	55
5.1.2 การทดสอบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	57
5.1.3 การทดสอบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวและแบบร่องแฉกลำดับสี่ร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	60
บทที่ 6 สรุปและวิจารณ์	63
ภาคผนวก	64
กิตติกรรมประกาศ	68
เอกสารอ้างอิง	69

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบพิกัดทรงกลมและความสัมพันธ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย	6
2.2 โครงสร้างของสายอากาศแบบทรงกลม	10
2.3 โครงสร้างของสายอากาศแบบช่องเปิดบนผิวตัวนำทรงกลม	13
2.4 โครงสร้างของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบผิวทรงกลม	18
2.5 โครงสร้างของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางตามแนวอน	21
3.1 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีทรงกลม	24
3.2 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสองร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	25
3.3 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสามร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	25
3.4 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสี่ร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	26
3.5 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีวงกลม	36
3.6 การประมาณค่าอินทิเกรตออกเป็นช่วง	37
3.7 การโพลาริซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง θ	39
3.8 การโพลาริซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง ϕ	40
3.9 การโพลาริซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง γ	41
3.10 อัตราส่วนแกนของสนามไฟฟ้าโดยการคำนวณ	42
3.11 ค่ามุมของสนามไฟฟ้าโดยการคำนวณ	43
4.1 แสดงการติดตั้งแท่งทองแดงภายในสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	44
4.2 สายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	45
4.3 แสดงการติดตั้งแท่งทองแดงภายในสายอากาศแบบร่องแถวลำดับบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	46
4.4 สายอากาศแบบร่องแถวลำดับบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	47
4.5 โครงสร้างสายอากาศส่งแบบไดโพล ชนิด Balun	48
4.6 สายอากาศส่งแบบไดโพล ชนิด balun	49
4.7 การจัดวางอุปกรณ์ในการทดสอบสายอากาศ	51
4.8 การตั้งสายอากาศในการวัดค่าในระนาบ XY	52
4.9 การตั้งสายอากาศในการวัดค่าในระนาบ XZ	53
5.1 ค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	55
5.2 ค่าการสูญเสียย้อนกลับที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	56
5.3 ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม	57

ตารางที่ 3.1 ความกว้างลำคลื่นที่กำลังงานลดลงครึ่งหนึ่งในระนาบ xy

36



บทที่

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและวัตถุประสงค์

สายอากาศเป็น โครงสร้างที่ถูกสร้างจากวัสดุที่เป็นตัวนำที่ดี ที่ถูกออกแบบมาเพื่อให้มีรูปร่างและขนาดที่จะกระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นที่ทราบกันดีว่า กระแสที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะแพร่กระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้นสายอากาศจึงเป็น โครงสร้างที่ถูกกระตุ้นด้วยกระแสที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งในปัจจุบันสายอากาศได้รับการพัฒนาให้ตอบสนองความต้องการของการใช้งาน แลเทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สายแบบเคลื่อนที่ไม่ว่าจะเป็นระบบเซลลูลาร์ ระบบ ทรีจีก์ และระบบการสื่อสารดาวเทียมซึ่งได้รับความนิยมเป็นอย่างมากจึงได้มีการศึกษาค้นคว้าวิจัยและพัฒนาสายอากาศเพื่อที่จะประยุกต์ใช้กับระบบเหล่านี้

ในช่วงเวลาที่ผ่านมาได้มีการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับสายอากาศเป็นจำนวนมาก ซึ่งสายอากาศที่มีอยู่ด้วยกันหลายชนิด โดยแบ่งตามลักษณะ โครงสร้าง คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นและการโพลาริเซชันซึ่งสิ่งที่สำคัญที่ต้องคำนึงถึงในการเลือกใช้สายอากาศ คือเราจะนำสายอากาศไปประยุกต์ใช้กับระบบใดเนื่องจากว่าสายอากาศแต่ละชนิดมีคุณสมบัติเฉพาะตัวแตกต่างกันออกไป เช่น สายอากาศสถานีฐานนิยมใช้สายอากาศแบบรอบทิศทาง หรือต้องการใช้ติดต่อสื่อสารระหว่างจุดต่อจุดก็จะต้องใช้สายอากาศแบบมีทิศทางดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะออกแบบสายอากาศสำหรับการสื่อสารจากสถานีฐานที่มีรูปแบบการแพร่กระจายคลื่นแบบรอบทิศทางซึ่งเลือกใช้สายอากาศแบบร่องบนตัวนำทรงกลม

ผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะเป็นประโยชน์ไม่มากนักน้อยในการนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบสายอากาศแบบรอบทิศทาง

1.2 เนื้อหาของปริิญาานิพนธ์

บทที่ 1 จะกล่าวถึงความเป็นมาและวัตถุประสงค์ ขอบเขต ขั้นตอนการศึกษา และเนื้อหาโดยสรุปของปริิญาานิพนธ์ของแต่ละบท

บทที่ 2 อธิบายหลักการของสายอากาศแบบร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม ซึ่งจะอธิบายถึงการพิสูจน์หาสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีฟังก์ชันศักย์เวกเตอร์ ซึ่งจะเริ่มจากสมการคลื่น และพิจารณาโหมดพื้นฐานของสนามในโหมดรวมของตัวนำทรงกลม จากนั้นจะพิจารณาโครงสร้างของสายอากาศแบบร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม และสมการของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

บทที่ 3 แสดงผลการวิเคราะห์สายอากาศแบบร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม ซึ่งจะอาศัยทฤษฎีที่ได้จากบทที่ 2 เป็นการแสดงกระบวนการที่สำคัญในการวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศแบบร่องบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม เช่น การแพร่กระจายคลื่น ค่ามุมยกและมุมกวาดที่สนามสูงสุดทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบของสนามแม่เหล็ก ค่าความกว้างของลำคลื่นที่กำลังงานลดลงครึ่งหนึ่ง ค่าสภาพเจาะจงทิศทางอัตราส่วน ของลำคลื่นด้านหน้าต่อด้านหลัง และการโพลาริเซชัน

บทที่ 4 เป็นการสร้า การทดสอบ และแสดงผลที่ได้จากการทดสอบเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5 เป็นการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและการทดสอบ

บทที่ 6 เป็นการวิจารณ์และการสรุปผลทั้งหมดและเสนอแนะแนวทางในการพัฒนาสายอากาศ

ต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

2.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างตัวนำทรงกลม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ทางทฤษฎีของสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยวิธีฟังก์ชันศักย์เวกเตอร์ (Vector Potentials) ซึ่งเป็นวิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical Technique) ที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายและง่ายสำหรับการหาคำตอบของสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยเริ่มจากสมการแมกซ์เวลล์ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้ากับความเข้มสนามแม่เหล็กจากนั้นนำไปสู่ผลเฉลยของสมการคลื่นในระบบพิกัดทรงกลม โดยในการวิเคราะห์จะพิจารณาบนพื้นฐานของสนามในโหมครวม ซึ่งได้จากผลรวมของสนามในโหมคคลื่นไฟฟ้าตามขวางและโหมคของคลื่นแม่เหล็กตามขวาง ซึ่งจะเริ่มพิจารณาจากสมการแมกซ์เวลล์ที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งในการหาคำตอบของสนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้า เพื่อนำไปอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ เกี่ยวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า[1] ดังนั้นเราจำเป็นต้องแปลงสมการแมกซ์เวลล์นี้เป็นสมการคลื่นที่มีอันดับของอนุพันธ์ที่สูงกว่าเพื่อที่จะให้มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าเพียงตัวแปรเดียว (\vec{E} หรือ \vec{H}) จากนั้นทำการพิสูจน์หาคำตอบของสมการคลื่นซึ่งพิจารณาในระบบพิกัดทรงกลมแสดงดังรูปที่ 2.1 โดยจะพิจารณาในกรณีที่ปราศจากแหล่งกำเนิดและควรสูญเสียเพื่อหาสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กตามขวาง

2.1.1 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา

(Vector Wave Equations of Time-Varying Electromagnetic field)

สมการพื้นฐานสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของค่าปัญหาขอบเขต ได้รับผลเฉลยจาก สมการแมกซ์เวลล์ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง อย่างไรก็ตามสมการแมกซ์เวลล์ จะมีความเกี่ยวข้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งลักษณะดังกล่าวสมการจะมีสนามที่ไม่ทราบค่ามากกว่าหนึ่งค่า ดังนั้นในการใช้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งจึงไม่สามารถที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยในการหาค่าสนามที่ไม่ทราบค่าจำเป็นต้องพิจารณาสมการให้อยู่ในรูปของสมการที่มีอันดับที่สูงขึ้น คือจะทำการพิจารณาเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองจากนั้นก็พิจารณาสมการให้อยู่ในรูปของสมการคลื่นดังนั้นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสำหรับการกำหนดค่าขอบเขตของปัญหาสามารถได้ผลเฉลยจากสมการแมกซ์เวลล์หรือสมการคลื่นซึ่งในการเลือกใช้สมการนั้นจะขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของแต่ละปัญหา

สมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equation) ในรูปของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าแสดงดัง

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{M}i - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}i + \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.2)$$

โดยที่

\vec{E} = ความเข้มสนามไฟฟ้า (volts/meter)

\vec{H} = ความเข้มสนามแม่เหล็ก (amperes/meter)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

\bar{J}_i = ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (amperes/square meter)

\bar{M}_i = ความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก (volts/ square meter)

μ = ค่าความซึมซับได้ (henries/meter)

ϵ = ค่าสภาพยอม (farads/meter)

σ = ค่าความนำ (siemens/meter)

ทำการเคิร์ล (curl) ทั้งสองข้างของสมการที่ (2.1) และ (2.2) โดยสมมติให้อยู่ในตัวกลางเดียวกันสามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \nabla \times \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) \\ &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial (\nabla \times \bar{H})}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \bar{H} &= \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \nabla \times \bar{E} + \epsilon \nabla \times \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right) \\ &= \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \nabla \times \bar{E} + \epsilon \frac{\partial (\nabla \times \bar{E})}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.4)$$

แทนสมการที่ (2.2) ลงในด้านขวาของสมการที่ (2.3) และใช้คุณสมบัติลาปลาเซียนของเวกเตอร์ (Laplacian of vector) ที่แสดงไว้ดังนี้

$$\nabla^2 \bar{F} = \nabla (\nabla \cdot \bar{F}) - \nabla \times \nabla \times \bar{F} \quad (2.5)$$

$$\therefore \nabla \times \nabla \times \bar{F} = \nabla (\nabla \cdot \bar{F}) - \nabla^2 \bar{F} \quad (2.6)$$

แล้วสมการที่ (2.6) ลงในด้านซ้ายของสมการที่ (2.3) ได้ว่า

$$\begin{aligned}\nabla (\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial \left[\bar{J}_i + \sigma \bar{E} + \epsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right]}{\partial t} \\ \nabla (\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} - \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2.7)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ที่แสดงในรูปของความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า (electric flux density) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \cdot \bar{D} = \epsilon \nabla \cdot \bar{E} = q_{ev} \Rightarrow \nabla \cdot \bar{E} = \frac{q_{ev}}{\epsilon} \quad (2.8)$$

นำสมการที่ (2.23) แทนลงในสมการที่ (2.22) ได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{E} = \nabla \times \bar{M}_i + \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla q_{ev} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

ในทำนองเดียวกันแทนสมการที่ (2.1) ลงในด้านขวาของสมการที่ (2.4) และใช้คุณสมบัติลาปลาเซียนของเวกเตอร์ที่แสดงในสมการที่ (2.6) แทนลงในด้านซ้ายของสมการที่ (2.4) จะได้ว่า

$$\nabla (\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} = \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \left(-\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} = \nabla \times \bar{J}_i - \sigma \bar{M}_i - \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ที่แสดงในรูปของความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux density) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \cdot \bar{B} = \mu \nabla \cdot \bar{H} = q_{mv} \Rightarrow \nabla \cdot \bar{H} = \left(\frac{q_{mv}}{\mu} \right) \quad (2.11)$$

นำสมการที่ (2.11) แทนลงในสมการที่ (2.10) จะได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J}_i + \sigma \bar{M}_i + \frac{1}{\mu} \nabla(q_{mv}) + \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

จากสมการที่ (2.9) และ (2.12) จะถูกเรียกว่า สมการเวกเตอร์ของคลื่นของคลื่นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ตามลำดับ

สำหรับสภาวะที่เป็นอิสระจากแหล่งจ่าย (source-free) และตัวกลางที่ไม่เกิดการสูญเสีย (lossless media) จะได้ว่า

$$\bar{J}_i = q_{ev} = \bar{M}_i = q_{mv} = 0, \sigma = 0$$

ดังนั้น รูปแบบของสมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในสมการที่ (2.6) และ (2.12) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

โดยทั่วไปแล้วสมการที่ (2.13) และ (2.14) จะเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดสำหรับการหาเวกเตอร์ของคลื่นของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

2.1.2 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลาแบบฮาร์โมนิกส์ (Vector Wave Equation of Time-Harmonic Electromagnetic Field)

สำหรับสนามที่แปรผันกับเวลาแบบฮาร์โมนิกส์ [2] หมายถึง เวลาที่มีการแปรผันในรูปแบบของ $e^{j\omega t}$ ดังนั้น สามารถที่จะได้สมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก เช่นเดียวกับกรณีของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา โดยกำหนดให้

$$\frac{\partial}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Leftrightarrow (j\omega)^2 = -\omega^2 \quad (2.16)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.9), (2.12), (2.13) และ (2.14) สามารถแสดงได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{H} = -\omega^2 \mu \varepsilon \bar{H} = -k^2 \bar{H} \quad (2.17)$$

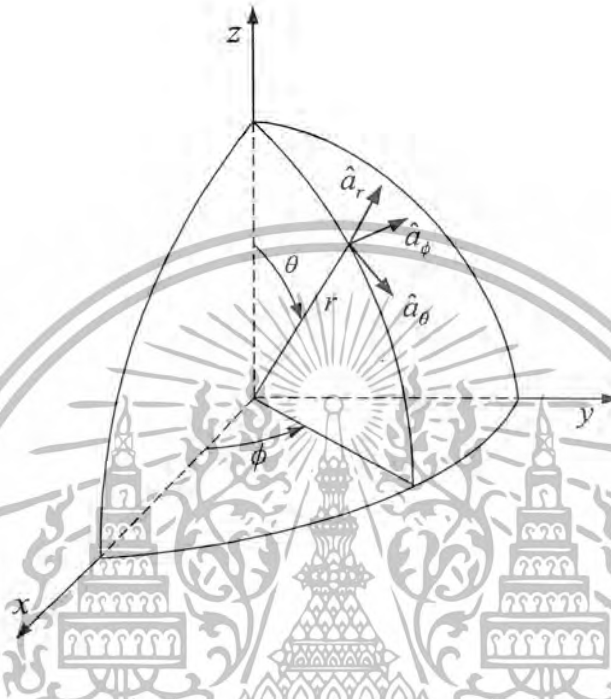
$$\nabla^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J}_i + \sigma \bar{M}_i + j\omega \varepsilon \bar{M}_i + \frac{1}{\mu} \nabla q_{mv} + j\omega \mu \sigma \bar{H} - \omega^2 \mu \varepsilon \bar{H} \quad (2.18)$$

$$\nabla^2 \bar{E} = -\omega^2 \mu \varepsilon \bar{E} = -k^2 \bar{E} \quad (2.19)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = -\omega^2 \mu \epsilon \bar{H} = -k^2 \bar{H} \quad (2.20)$$

เมื่อ $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ และ k คือค่าคงที่เฟส (phase constant)

2.1.3 ระบบพิกัดทรงกลม (Spherical Coordinate System)



รูปที่ 2.1 ระบบพิกัดทรงกลมและความสัมพันธ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เนื่องจากรูปทรงที่พิจารณาเป็นโครงสร้างทรงกลมดังนั้นการอธิบายถึงปัญหาขอบเขตสำหรับสนาม \bar{E} และ \bar{H} จึงจำเป็นที่จะต้องเลือกใช้ระบบพิกัดทรงกลมซึ่งเมื่อพิจารณาสมการคลื่นในภาวะที่เป็นอิสระจากแหล่งจ่าย และไม่สูญเสียอันเนื่องมาจากตัวกลาง ดังนั้นสมการสนามไฟฟ้าในระบบพิกัดทรงกลมกำหนดได้เป็น

$$\bar{E}(r, \theta, \phi) = E_r(r, \theta, \phi) \hat{a}_r + E_\theta(r, \theta, \phi) \hat{a}_\theta + E_\phi(r, \theta, \phi) \hat{a}_\phi \quad (2.21)$$

เมื่อ (r, θ, ϕ) คือค่าตัวแปรในระบบพิกัดทรงกลมดังแสดงในรูปที่ 2.1 เมื่อแทนสมการ(2.21) ลงในสมการ (2.19) จะได้

$$\nabla^2 (E_r \hat{a}_r + E_\theta \hat{a}_\theta + E_\phi \hat{a}_\phi) = -k^2 (E_r \hat{a}_r + E_\theta \hat{a}_\theta + E_\phi \hat{a}_\phi) \quad (2.22)$$

จากสมการ(2.22) แทนค่าสนามไฟฟ้าในระบบพิกัดทรงกลมจะได้รูปแบบคำตอบดังนี้

$$\nabla^2 E_r - \frac{2}{r^2} \left(E_r + E_\theta \cot \theta + \csc \theta \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} \right) = -k^2 E_r \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 E_\theta - \frac{2}{r^2} \left(E_\theta \csc^2 \theta - 2 \frac{\partial E_r}{\partial r} + 2 \cot \theta \csc \theta \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} \right) = -k^2 E_\theta \quad (2.24)$$

$$\nabla^2 E_\phi - \frac{1}{r^2} \left(E_\phi \csc^2 \theta - 2 \csc \theta \frac{\partial E_r}{\partial r} - 2 \cot \theta \csc \theta \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} \right) = -k^2 E_\phi \quad (2.25)$$

จากสมการ (2.23) ถึง (2.25) จะมีองค์ประกอบของสนามไฟฟ้ามากกว่าหนึ่งองค์ประกอบซึ่งยากต่อการหาคำตอบ ดังนั้นเราจึงใช้วิธีการแก้สมการ โดยแยกตัวแปรซึ่งสอดคล้องกับ

$$\nabla^2 \Pi(r, \theta, \phi) = -k^2 \Pi(r, \theta, \phi) \quad (2.26)$$

โดยกำหนดให้ $\Pi(r, \theta, \phi)$ คือฟังก์ชันสเกลาร์ในระบบพิกัดทรงกลม (Scalar Function) สมมติให้มีคำตอบอยู่ในรูป

$$\Pi(r, \theta, \phi) = f(r)g(\theta)h(\phi) \quad (2.27)$$

จากสมการ (2.26) เมื่อพิจารณาในระบบพิกัดทรงกลมสามารถกระจายรูปสมการได้

$$- \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \phi^2} = -k^2 \Pi \quad (2.28)$$

เมื่อแทนสมการ (2.27) ลงใน (2.28) จะได้

$$gh \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + fh \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial g}{\partial \theta} \right) + fg \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 h}{\partial \phi^2} = -k^2 fgh \quad (2.29)$$

จากสมการ (2.29) คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $(r^2 \sin^2 \theta / fgh)$ เพื่อให้พจน์ท้ายของสมการทางด้าน

ซ้ายอยู่ในรูปของฟังก์ชัน ϕ เพียงอย่างเดียวแล้วเปลี่ยน $\frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \frac{d}{dx}$ จะได้

$$\frac{\sin^2 \theta}{f} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{g} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dg}{d\theta} \right) + \frac{1}{h} \frac{d^2 h}{d\phi^2} = -(kr \sin \theta)^2 \quad (2.30)$$

จะเห็นว่าพจน์สุดท้ายของสมการทางด้านซ้ายอยู่ในรูปของฟังก์ชัน ϕ เท่านั้นจึงกำหนดใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{h} \frac{d^2 h}{d\phi^2} = -m^2 \Rightarrow \frac{d^2 h}{d\phi^2} = -m^2 h \quad (2.31)$$

โดยที่ m เป็นค่าคงที่ จากนั้นแทนสมการ (2.31) ลงใน (2.30) แล้วหารทั้งสองข้างด้วย $(\sin^2 \theta)$

$$\frac{1}{f} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) + (kr)^2 + \frac{1}{g \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dg}{d\theta} \right) - \left(\frac{m}{\sin \theta} \right)^2 = 0 \quad (2.32)$$

จากสมการ (2.32) สองพจน์หลังจะอยู่ในรูปของฟังก์ชัน θ ดังนั้นสองพจน์สุดท้ายสามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{g \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dg}{d\theta} \right) - \left(\frac{m}{\sin \theta} \right)^2 = -n(n+1) \quad (2.33)$$

รูปแบบของสมการ(2.33) จะเรียกว่าสมการเชิงอนุพันธ์เลอจองด์ (Legendre Differential Equation) หลังจากนั้นแทน (2.33) ลงใน (2.32) จะสามารถลดรูปได้

$$\frac{1}{f} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) + (kr)^2 - n(n+1) = 0 \quad (2.34)$$

คำตอบจากการแก้สมการ (2.26) โดยวิธีการแยกตัวแปรสามารถจัดรูปให้อยู่ในฟังก์ชันที่เป็นอิสระต่อกันได้ดังนี้

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) + [(kr)^2 - n(n+1)] f = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dg}{d\theta} \right) + \left[n(n+1) \left(\frac{m}{\sin \theta} \right)^2 \right] g = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{d^2 h}{d\phi^2} = -m^2 h \quad (2.37)$$

จากสมการที่ผ่านมา m, n เป็นค่าคงที่ (โดยทั่วไปคือจำนวนเต็ม) ดังนั้นคำตอบโดยทั่วไปที่ได้จากการแก้สมการ (2.35), (2.36), และ (2.37) คือ

$$f_1(r) = A_1 j_n(kr) + B_1 y_n(kr) \quad (2.38)$$

หรือ

$$f_1(r) = C_1 h_n^{(1)}(kr) + D_1 h_n^{(2)}(kr) \quad (2.39)$$

และ

$$g_1(\theta) = A_2 P_n^m(\cos\theta) + B_2 P_n^m(-\cos\theta) \quad n \neq \text{จำนวนเต็ม} \quad (2.40)$$

หรือ

$$g_2(\theta) = C_2 P_n^m(\cos\theta) + D_2 Q_n^m(\cos\theta) \quad n = \text{จำนวนเต็ม} \quad (2.41)$$

และ

$$h_1(\phi) = A_3 e^{-jm\phi} + B_3 e^{+jm\phi} \quad (2.42)$$

หรือ

$$h_2(\phi) = C_3 \cos(m\phi) + D_3 \sin(m\phi) \quad (2.43)$$

โดยที่

$j_n(kr)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลของทรงกลมชนิดที่ 1

$y_n(kr)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลของทรงกลมชนิดที่ 2

มีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันเบสเซลดังสมการ

$$j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{n+1/2}(kr) \quad (2.44)$$

$$y_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} Y_{n+1/2}(kr) \quad (2.45)$$

$h_n^{(1)}(kr)$ คือ ฟังก์ชันแรงแกลของทรงกลมชนิดที่ 1

$h_n^{(2)}(kr)$ คือ ฟังก์ชันแรงแกลของทรงกลมชนิดที่ 2

มีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแรงแกลดังสมการ

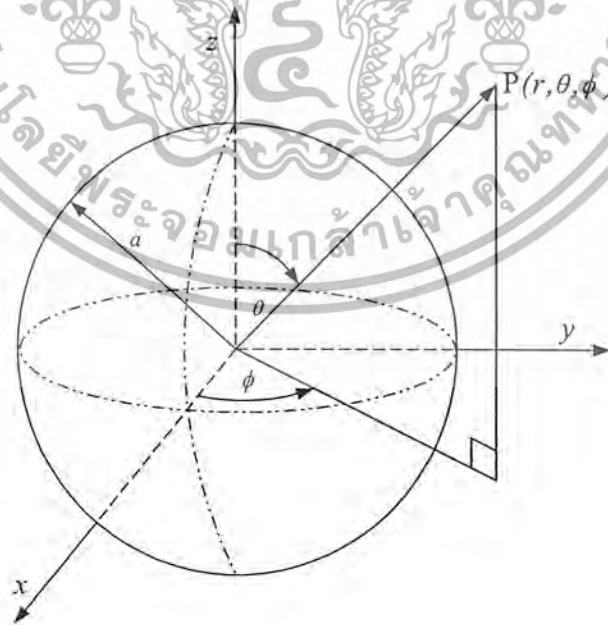
$$h_n^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+1/2}^{(1)}(kr) \quad (2.46)$$

$$h_n^{(2)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+1/2}^{(2)}(kr) \quad (2.47)$$

และ

$P_n^m(\cos\theta)$ คือ ฟังก์ชันเลอจองด์ชนิดที่ 1

$Q_n^m(\cos\theta)$ คือ ฟังก์ชันเลอจองด์ชนิดที่ 2



รูปที่ 2.2 โครงสร้างของสายอากาศแบบทรงกลม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยทั่วไปแล้วสำหรับโครงสร้างสายอากาศแบบตัวนำทรงกลม แสดงดังรูปที่ 2.2 ผลเฉลยของสมการคลื่นที่เหมาะสมแสดงให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\Pi_r = \gamma_n(kr) \zeta_n^m(\cos \theta) [A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi] \quad (2.48)$$

ซึ่งในที่นี้เรากำหนดให้ $\cos m\phi$ และ $\sin m\phi$ เป็นผลเฉลยของสนามในทิศ ϕ และ $\zeta_n^m(\cos \theta)$ เป็นคำตอบโดยทั่วไปของ Associated Legendre Functions ซึ่งเป็นผลเฉลยของสนามในทิศ θ ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น $AP_n^m(\cos \theta) + BQ_n^m(\cos \theta)$ โดยที่ A และ B เป็นค่าคงที่นอกจากนั้น $\gamma_n(kr)$ เป็นคำตอบโดยทั่วไปของ Spherical Hankel Functions ซึ่งเป็นผลเฉลยของสนามในทิศ r และมีรูปทั่วไปเป็น $Ch_n^{(1)}(kr) + Dh_n^{(2)}(kr)$ โดยที่ C และ D เป็นค่าคงที่ดังนั้นสนามรวมทั้งหมดก็จะเกิดจากการรวมกันของสนามในโหมดคลื่นแม่เหล็กตามขวางและโหมดคลื่นไฟฟ้าตามขวาง โดยในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะคลื่นที่เดินทางออกมาสู่ภายนอกดังนั้นเราจะแทน $\gamma_n(kr)$ ด้วย Spherical Hankel Functions ชนิดที่ 2 $h_n^{(2)}(kr)$ ทั้งในโหมดคลื่นแม่เหล็กตามขวางและโหมดคลื่นไฟฟ้าตามขวาง และสำหรับ $\zeta_n^m(\cos \theta)$ จะแทนด้วย Associated Legendre Functions ชนิดที่ 1 $P_n^m(\cos \theta)$ ทั้งในโหมดคลื่นแม่เหล็กตามขวางและโหมดคลื่นไฟฟ้าตามขวางเพื่อที่จะให้ฟังก์ชันหาค่าได้ที่ $\theta = 0$ และ $\theta = \pi$ โดยที่ค่า $m = 0, 1, 2, \dots$ และ $n = m, m+1, m+2, \dots$

2.1.4 โหมดของคลื่นทรงกลม

เนื่องจากรูปทรงของสายอากาศมีโครงสร้างเป็นทรงกลมดังนั้นในการพิจารณาถึงปัญหาค่าขอบเขตสำหรับสนาม \vec{E} และ \vec{H} จึงจำเป็นต้องเลือกพิจารณาในระบบพิกัดทรงกลมซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปร r, θ, ϕ โดยที่ r คือรัศมีของทรงกลม θ คือมุมในระนาบมุมยก ϕ คือมุมในระนาบมุมกวาด ซึ่งผลเฉลยโดยทั่วไปของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของสายอากาศทรงกลมบริเวณนอกแหล่งกำเนิดสามารถที่จะแสดงได้ด้วยผลรวมของโหมดพื้นฐานในทุกๆ โหมดของคลื่นในระบบพิกัดทรงกลม ดังนั้นเราสามารถที่จะแสดงโหมดของคลื่นทรงกลมได้ 2 ประเภทดังนี้

1.) โหมดคลื่นแม่เหล็กตามขวาง (Transverse Magnetic Mode: TM^r)

$$\vec{E}_\Pi = \nabla \times \nabla \times (r \vec{\Pi}) \quad \vec{H}_\Pi = j\omega \epsilon \nabla \times (r \vec{\Pi}) \quad (2.49)$$

$$E_r = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Pi_r) + k^2(r\Pi_r) \quad H_r = 0 \quad (2.50)$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta}(r\Pi_r) \quad H_\theta = \frac{j\omega\epsilon}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(r\Pi_r) \quad (2.51)$$

$$E_\phi = \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \phi}(r\Pi_r) \quad H_\phi = \frac{-j\omega\epsilon}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(r\Pi_r) \quad (2.52)$$

2.) โหมดคลื่นไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electric Mode: TE^r)

$$\bar{E}_{\Pi^*} = -j\omega\mu \nabla \times (r\bar{\Pi}^*) \quad \bar{H}_{\Pi^*} = \nabla \times \nabla \times (r\bar{\Pi}^*) \quad (2.53)$$

$$E_r = 0 \quad H_r = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Pi_r^*) + k^2(r\Pi_r^*) \quad (2.54)$$

$$E_\theta = \frac{-j\omega\mu}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(r\Pi_r^*) \quad H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta}(r\Pi_r^*) \quad (2.55)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(r\Pi_r^*) \quad H_\phi = \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \phi}(r\Pi_r^*) \quad (2.56)$$

ดังนั้นผลรวมของสนามที่เกิดจากโหมดของคลื่นแม่เหล็กตามขวางและไฟฟ้าตามขวาง[3]แสดงดัง

$$E_r = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n(n+1)}{r} h_n^{(2)}(kr) P_n^m(\cos\theta) [A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi] \quad (2.57)$$

$$E_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r h_n^{(2)}(kr)] \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) [A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi] \\ + j\omega\mu \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m}{\sin\theta} h_{n'}^{(2)}(kr) P_{n'}^m(\cos\theta) [C_{n'm} \sin m\phi - D_{n'm} \cos m\phi] \quad (2.58)$$

$$E_\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-m}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial r} [r h_n^{(2)}(kr)] P_n^m(\cos\theta) [A_{nm} \sin m\phi - B_{nm} \cos m\phi] \\ + j\omega\mu \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} h_{n'}^{(2)}(kr) \frac{d}{d\theta} P_{n'}^m(\cos\theta) [C_{n'm} \cos m\phi + D_{n'm} \sin m\phi] \quad (2.59)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_r = \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{n'(n'+1)}{r} h_{n'}^{(2)}(kr) P_n^m(\cos\theta) [C_{n'm} \cos m\phi + D_{n'm} \sin m\phi] \quad (2.60)$$

$$H_\theta = \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r h_{n'}^{(2)}(kr)] \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) [C_{n'm} \cos m\phi + D_{n'm} \sin m\phi] \\ - j\omega\epsilon \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m}{\sin\theta} h_n^{(2)}(kr) P_n^m(\cos\theta) [A_{nm} \sin m\phi - B_{nm} \cos m\phi] \quad (2.61)$$

$$H_\phi = \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-m}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial r} [r h_{n'}^{(2)}(kr)] P_n^m(\cos\theta) [C_{n'm} \sin m\phi - D_{n'm} \cos m\phi] \\ - j\omega\epsilon \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} h_n^{(2)}(kr) \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) [A_{nm} \cos m\phi + B_{nm} \sin m\phi] \quad (2.62)$$

2.1.5 โครงสร้างและสมการของสายอากาศแบบช่องเปิดบนตัวนำทรงกลม



รูปที่ 2.3 โครงสร้างของสายอากาศแบบช่องเปิดบนผิวตัวนำทรงกลม

ซึ่งเราจะพิจารณาสายอากาศทรงกลมที่มีพื้นที่ช่องเปิดเท่ากับ S_p ดังในรูปที่ (2.3) โดยสายอากาศทรงกลมมีรัศมี a ซึ่งเราจะสมมุติให้สนามที่ช่องเปิดของสายอากาศทรงกลมแสดงดังสมการ (2.63)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_\theta(a, \theta, \phi) = f_1(\theta, \phi) \quad \text{และ} \quad E_\phi(a, \theta, \phi) = f_2(\theta, \phi) \quad (2.63)$$

ดังนั้นในการหาค่าสัมประสิทธิ์ $A_{nm}, B_{nm}, C_{nm}, D_{nm}$ ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ที่เราไม่ทราบค่าเราจึงประยุกต์ใช้ทฤษฎีของ Lorentz reciprocity theorem ดังแสดงในสมการ

$$\int_{S_{op}} (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2) \cdot \hat{n} ds = \int_{S_{op}} (\bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot \hat{n} ds \quad (2.64)$$

โดยเราให้สนาม \bar{E}_1, \bar{H}_1 เป็นค่าสนามที่ผิวของสายอากาศทรงกลมและสำหรับ \bar{E}_2, \bar{H}_2 แทนสนามที่โหนดใดๆ โดยที่ \hat{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางในแนวรัศมี ดังนั้นจากสมการ (2.64) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\int_{S_{op}} (E_{\theta 1} H_{\phi 2} - E_{\phi 1} H_{\theta 2}) ds = \int_{S_{op}} (E_{\theta 2} H_{\phi 1} - E_{\phi 2} H_{\theta 1}) ds \quad (2.65)$$

จากสมการ (2.35) เรากำหนดให้ $\bar{E}_{\theta 1}$ และ $\bar{E}_{\phi 1}$ เป็นค่าสนามที่ขอบเขต $f_1(\theta, \phi)$ และ $f_2(\theta, \phi)$ และแทน \bar{E}_2 และ \bar{H}_2 ด้วยสมการ (2.57) ถึง (2.62) ซึ่งเป็นสมการของสนามแม่เหล็กตามขวางและสนามไฟฟ้าตามขวาง ดังนั้นเราสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ โดยอาศัยคุณสมบัติออร์โธโกนัล [4] (orthogonal property) ของฟังก์ชันเลอจองด์และฟังก์ชันตรีโกณมิติดังสมการ (2.66) และ (2.67)

$$\int_0^\pi \left\{ \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) + \frac{m^2}{\sin^2\theta} P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta) \right\} \sin\theta d\theta = \begin{cases} 0 & , n \neq n' \\ \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} & , n = n' \end{cases} \quad (2.66)$$

และ

$$\int_0^{2\pi} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases}^2 m\phi d\phi = \pi(1 \pm \delta_m) \quad \text{โดยที่} \quad \delta_m = \begin{cases} 0 & m \neq 0 \\ 1 & m = 0 \end{cases} \quad (2.67)$$

สามารถแบ่งวิธีการหาสัมประสิทธิ์ออกเป็น 2 กรณีคือ

–กรณีที่ 1 \bar{E}_2 และ \bar{H}_2 เป็นคลื่นแม่เหล็กตามขวาง ดังนั้นจากสมการ (2.57) ถึง (2.62)

$$E_{r2} = \frac{n(n+1)}{r'} h_n^{(2)}(kr') P_n^m(\cos\theta') \begin{cases} A_{nm} \cos m\phi' \\ B_{nm} \sin m\phi' \end{cases} \quad (2.68)$$

$$E_{\theta2} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \begin{cases} A_{nm} \cos m\phi' \\ B_{nm} \sin m\phi' \end{cases} \quad (2.69)$$

$$E_{\phi2} = \frac{m}{r' \sin\theta'} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] P_n^m(\cos\theta') \begin{cases} A_{nm} \sin m\phi' \\ -B_{nm} \cos m\phi' \end{cases} \quad (2.70)$$

$$H_{r2} = 0 \quad (2.71)$$

$$H_{\theta2} = -\frac{j\omega\epsilon m}{\sin\theta'} h_n^{(2)}(kr') P_n^m(\cos\theta') \begin{cases} A_{nm} \sin m\phi' \\ -B_{nm} \cos m\phi' \end{cases} \quad (2.72)$$

$$H_{\phi2} = -j\omega\epsilon h_n^{(2)}(kr') \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \begin{cases} A_{nm} \cos m\phi' \\ B_{nm} \sin m\phi' \end{cases} \quad (2.73)$$

โดยเครื่องหมายไฟม์ (') บอกถึงตำแหน่งของแหล่งกำเนิดที่พิจารณาซึ่งในที่นี้พิจารณาที่ $r = a$ จากนั้นแทน(2.69), (2.70), (2.72) และ (2.73) ที่เป็นฟังก์ชันคู่ลงในสมการ (2.65) จะได้

$$\iint \begin{bmatrix} f_1(\theta, \phi) \times -j\omega\epsilon h_n^{(2)}(ka) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \cos m\phi' \\ -f_2(\theta, \phi) \times -\frac{j\omega\epsilon m}{\sin\theta'} h_n^{(2)}(ka) P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \sin m\phi' \end{bmatrix} a^2 \sin\theta' d\theta' d\phi' =$$

$$\iint \left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \cos m\phi' \times -j\omega\epsilon h_n^{(2)}(ka) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \cos m\phi' \right. \\ \left. \frac{m}{a \sin\theta'} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \sin m\phi' \times -\frac{j\omega\epsilon m}{\sin\theta'} h_n^{(2)}(ka) P_n^m(\cos\theta') A_{nm} \sin m\phi' \right] \\ \times a^2 \sin\theta' d\theta' d\phi' \quad (2.74)$$

เมื่อจัดรูปสมการ (2.74) จะได้ดังนี้

$$\iint \left[f_1(\theta, \phi) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' - \frac{m}{\sin\theta'} f_2(\theta, \phi) P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' = \\ \int_0^\pi \left[\left(\frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \right)^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 m\phi' d\phi' + \frac{m^2}{\sin^2\theta'} (P_n^m(\cos\theta'))^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 m\phi' d\phi' \right] \sin\theta' d\theta' \\ \times A_{nm} \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] \quad (2.75)$$

จากคุณสมบัติของ (2.66) และ (2.67) เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (2.75) เมื่อจัดรูปใหม่จะได้

$$A_{nm} = \iint \left[f_1(\theta, \phi) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' - \frac{m}{\sin\theta'} f_2(\theta, \phi) P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' \\ \times \frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \frac{a}{\pi} \left(1 / \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')]_{r'=a} \right) \quad (2.76)$$

โดยวิธีการเดียวกันนี้พิจารณาเทอมที่เป็นฟังก์ชันคี่แล้วแทนค่าลงใน (2.65) จะได้

$$B_{nm} = \iint \left[f_1(\theta, \phi) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' + \frac{m}{\sin\theta'} f_2(\theta, \phi) P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' \\ \times \frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \frac{a}{\pi} \left(1 / \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')]_{r'=a} \right) \quad (2.77)$$

—กรณีที่ 2 \bar{E}_2 และ \bar{H}_2 เป็นคลื่นไฟฟ้าตามขวาง ดังนั้นจากสมการ (2.57) ถึง (2.62) จะได้

$$E_{r2} = 0 \quad (2.78)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{\theta 2} = \frac{j\omega\mu m}{\sin\theta'} h_n^{(2)}(kr') P_n^m(\cos\theta') \begin{Bmatrix} C_{nm} \sin m\phi' \\ -D_{nm} \cos m\phi' \end{Bmatrix} \quad (2.79)$$

$$E_{\phi 2} = j\omega\mu h_n^{(2)}(kr') \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \begin{Bmatrix} C_{nm} \cos m\phi' \\ D_{nm} \sin m\phi' \end{Bmatrix} \quad (2.80)$$

$$H_{r 2} = \frac{n(n+1)}{r'} h_n^{(2)}(kr') P_n^m(\cos\theta') \begin{Bmatrix} C_{nm} \cos m\phi' \\ D_{nm} \sin m\phi' \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

$$H_{\theta 2} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \begin{Bmatrix} C_{nm} \cos m\phi' \\ D_{nm} \sin m\phi' \end{Bmatrix} \quad (2.82)$$

$$H_{\phi 2} = \frac{-m}{r' \sin\theta'} \frac{\partial}{\partial r'} [r' h_n^{(2)}(kr')] P_n^m(\cos\theta') \begin{Bmatrix} C_{nm} \sin m\phi' \\ -D_{nm} \cos m\phi' \end{Bmatrix} \quad (2.83)$$

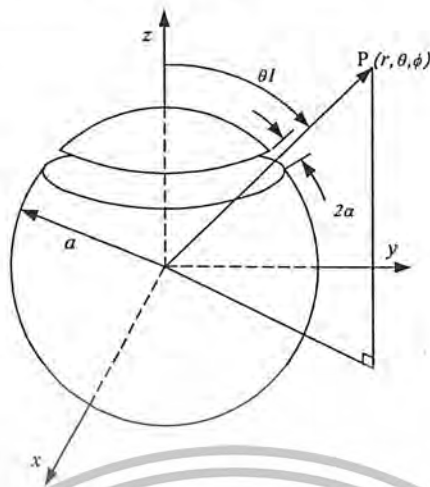
ด้วยวิธีเดียวกันที่ใช้หาสัมประสิทธิ์ของ A_{nm} และ B_{nm} เมื่อพิจารณาเทอมของฟังก์ชันคู่แล้วแทนสมการ(2.79),(2.80),(2.82) และ (2.83) ลงใน (2.64) จะได้

$$C_{nm} = \iint \left[\frac{m}{\sin\theta'} f_1(\theta, \phi) P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' + f_2(\theta, \phi) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' \times \frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)! j\pi\omega\mu h_n^{(2)}(ka)} \quad (2.84)$$

พิจารณาเทอมฟังก์ชันคู่แล้วแทนสมการ (2.79), (2.80), (2.82) และ (2.83) ลงใน (2.65)จะได้

$$D_{nm} = - \iint \left[\frac{m}{\sin\theta'} f_1(\theta, \phi) P_n^m(\cos\theta') \cos m\phi' + f_2(\theta, \phi) \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \sin m\phi' \right] \sin\theta' d\theta' d\phi' \times \frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)! j\pi\omega\mu h_n^{(2)}(ka)} \quad (2.85)$$

2.1.6 สมการของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบผิวทรงกลม



รูปที่ 2.4 โครงสร้างของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบผิวทรงกลม

เมื่อพิจารณาถึงคุณลักษณะของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบผิวตัวนำทรงกลมโดยสายอากาศมีรัศมีเท่ากับ a และมีตำแหน่งของปากร่องอยู่ที่ $\theta' = \theta_1$ ความกว้างของปากร่องมีขนาดเท่ากับ 2α ตามมุม θ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยในขั้นแรกเราจะทำการสมมติให้ค่าของสนามที่กระจายอยู่บนผิวของสายอากาศเป็นไปตามฟังก์ชัน

$$E_{m\theta}(r', \theta', \phi') = \begin{cases} E_m \cos m\phi', & \theta_1 - \alpha < \theta' < \theta_1 + \alpha \\ 0, & 0 \leq \theta' < \theta_1 - \alpha, \theta_1 + \alpha < \theta' \leq \pi \end{cases} \quad (2.86)$$

และ

$$E_{m\phi}(r', \theta', \phi') = 0 \quad (\text{ตลอดผิวทรงกลม}) \quad (2.87)$$

โดยกำหนดให้ E_m เป็นค่าคงที่และด้วยเงื่อนไขนี้เราสามารถที่จะหาสัมประสิทธิ์ของ A_{nm}, B_{nm}, C_{nm} และ D_{nm} ได้โดยการแทนสมการที่ (2.86) และ (2.87) ลงในสมการ (2.76), (2.77) และสมการ (2.84), (2.85) ดังนั้นในการหาค่าสัมประสิทธิ์จะแสดงได้ดังสมการ

$$A_{nm} = \frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \frac{aE_m}{\frac{\partial}{\partial r'}[r'h_n^{(2)}(kr')]_{r'=a}} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \sin\theta' d\theta' \quad (2.88)$$

$$B_{nm} = 0 \quad (2.89)$$

$$C_{nm} = 0 \quad (2.90)$$

$$D_{nm} = -\frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \frac{mE_m}{j\omega\mu h_n^{(2)}(ka)} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} P_n^m(\cos\theta') d\theta' \quad (2.91)$$

นำสัมประสิทธิ์ทั้งหมดที่ได้จากสมการ (2.88) ถึง (2.91) แทนลงในสมการ (2.57) ถึง (2.62) แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้ผลรวมของสนามทั้งหมดดังนี้

$$\begin{aligned} E_{mr}(r, \theta, \phi) &= -E_m \sum_{n=m}^{\infty} L_{mn}^{TM} \frac{n(n+1)}{kr} \frac{kah_n^{(2)}(kr)}{[kah_n^{(2)}(ka)]'} P_n^m(\cos\theta) \cos m\phi \\ E_{m\theta}(r, \theta, \phi) &= -E_m \sum_{n=m}^{\infty} \left\{ L_{mn}^{TE} \frac{h_n^{(2)}(kr)}{h_n^{(2)}(ka)} \frac{mP_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} + L_{mn}^{TM} \frac{a [krh_n^{(2)}(kr)]' dP_n^m(\cos\theta)}{r [kah_n^{(2)}(ka)]' d\theta} \right\} \cos m\phi \\ E_{m\phi}(r, \theta, \phi) &= E_m \sum_{n=m}^{\infty} \left\{ L_{mn}^{TE} \frac{h_n^{(2)}(kr)}{h_n^{(2)}(ka)} \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} + L_{mn}^{TM} \frac{a [krh_n^{(2)}(kr)]' mP_n^m(\cos\theta)}{r [kah_n^{(2)}(ka)]' \sin\theta} \right\} \sin m\phi \\ H_{mr}(r, \theta, \phi) &= -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_m \sum_{n=m}^{\infty} L_{mn}^{TE} \frac{n(n+1)}{kr} \frac{h_n^{(2)}(kr)}{h_n^{(2)}(ka)} P_n^m(\cos\theta) \sin m\phi \\ H_{m\theta}(r, \theta, \phi) &= -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_m \sum_{n=m}^{\infty} \left\{ L_{mn}^{TE} \frac{[krh_n^{(2)}(kr)]' dP_n^m(\cos\theta)}{[krh_n^{(2)}(ka)]' d\theta} - L_{mn}^{TM} \frac{a [krh_n^{(2)}(kr)]' mP_n^m(\cos\theta)}{r [kah_n^{(2)}(ka)]' \sin\theta} \right\} \sin m\phi \\ H_{m\phi}(r, \theta, \phi) &= -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_m \sum_{n=m}^{\infty} \left\{ L_{mn}^{TE} \frac{[krh_n^{(2)}(kr)]' mP_n^m(\cos\theta)}{[krh_n^{(2)}(ka)]' \sin\theta} - L_{mn}^{TM} \frac{[kah_n^{(2)}(kr)]' dP_n^m(\cos\theta)}{[kah_n^{(2)}(ka)]' d\theta} \right\} \cos m\phi \end{aligned} \quad (2.92)$$

โดยที่

$$[krh_n^{(2)}(kr)]' = \frac{\partial}{\partial(kr)} [krh_n^{(2)}(kr)] \quad (2.93)$$

$$L_{mn}^{TE} = -\frac{2n+1}{2n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_{\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} m P_n^m(\cos \theta') d\theta' \quad (2.94)$$

$$L_{mn}^{TM} = -\frac{2n+1}{2n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_{\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos \theta') \sin \theta' d\theta' \quad (2.95)$$

และเราสมมติให้แรงดันระหว่างปากกรองแสดงได้ดังสมการ

$$V_m = \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} E_m a d\theta = 2a\alpha E_m \quad (2.96)$$

ดังนั้นเมื่อพิจารณาการแพร่กระจายคลื่นที่บริเวณสนามระยะไกลของสายอากาศ สามารถหาได้โดยการใช้ นิพจน์เชิงเส้นกำกับ (Asymptotic Expression) ซึ่งเป็นการประมาณค่าฟังก์ชันเมื่อ $r \rightarrow \infty$ แสดงดังสมการ

$$h_n^{(2)}(kr) \approx \frac{j^{n+1}}{kr} e^{-jkr} \quad (2.97)$$

$$\frac{\partial}{\partial(kr)} [kr h_n^{(2)}(kr)] \approx j^{n+1} \left[\frac{(n+1)}{kr} - j \right] e^{-jkr} \quad (2.98)$$

ดังนั้นจากสมการ(2.92) จะ ได้สนามระยะไกล

$$E_{mr}(r, \theta, \phi) \approx 0$$

$$E_{m\theta}(r, \theta, \phi) \approx -\frac{e^{-jkr}}{r} \frac{V_m}{ka} \sum_{n=m}^{\infty} (j^n) \left\{ j \frac{L_{mn}^{TE}}{2\alpha h_n^{(2)}(ka)} \frac{1}{\sin \theta} m P_n^m(\cos \theta) + \frac{L_{mn}^{TM}}{2\alpha [kah_n^{(2)}(ka)]'} \frac{ka}{d\theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \right\} \cos m\phi$$

$$E_{m\phi}(r, \theta, \phi) \approx \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{V_m}{ka} \sum_{n=m}^{\infty} (j^n) \left\{ j \frac{L_{mn}^{TE}}{2\alpha h_n^{(2)}(ka)} \frac{1}{d\theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} + \frac{L_{mn}^{TM}}{2\alpha [kah_n^{(2)}(ka)]'} \frac{ka}{\sin \theta} \frac{m P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \right\} \sin m\phi$$

$$H_{mr}(r, \theta, \phi) \approx 0$$

$$H_{m\theta}(r, \theta, \phi) \approx -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{m\phi}(r, \theta, \phi)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

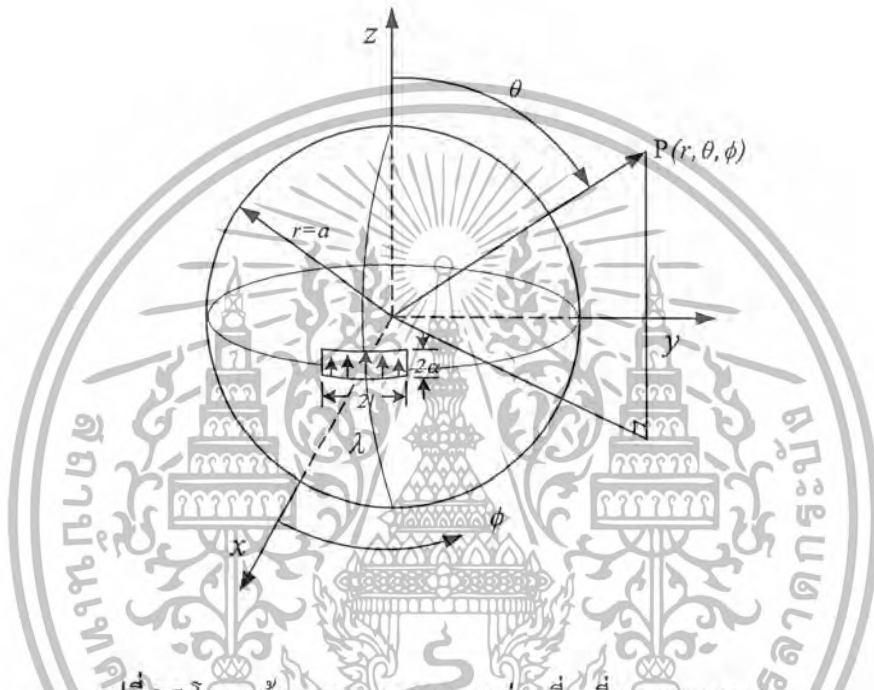
$$H_{m\phi}(r, \theta, \phi) \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{m\theta}(r, \theta, \phi)$$

(2.99)

2.2 สมการของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกลม

จากหัวข้อที่ผ่านมาแสดงถึงการพิสูจน์หาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของสายอากาศแบบร่องรอบผิวตัวนำทรงกลม ซึ่งเมื่อเปลี่ยนมาพิจารณาเป็นสายอากาศแบบร่องที่มีที่เป็นช่องเปิดสามารถหาสมการสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

2.2.1 สายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางตามแนวอน



รูปที่ 2.5 โครงสร้างของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางตามแนวอน

ในที่นี้จะทำการวิเคราะห์สายอากาศร่องเดี่ยวขนาดความยาว 0.5λ และความกว้างพิจารณาให้มีค่าแคบมากดังแสดงในรูปที่ 2.5 ซึ่งสายอากาศชนิดนี้มีตำแหน่งกึ่งกลางของร่องอยู่ที่มุม $\theta = \pi/2$ และมุม $\phi = 0$ องศา มีรัศมีของสายอากาศเท่ากับ a และมีขนาดความกว้างและความยาวของปากร่องเท่ากับ 2α และ $2l$ ตามลำดับ ซึ่งในการคำนวณหาสนามโดยทั่วไปเป็นเรื่องที่ยากมาก แต่อย่างไรก็ตามถ้าเราสมมติสนามที่บริเวณปากร่องขึ้นมารคำนวณก็จะง่ายขึ้น โดยการประยุกต์ทฤษฎีของสายอากาศร่องเดี่ยวรอบผิวทรงกลม ดังที่ได้แสดงมาแล้ว ซึ่งในที่นี้เราสมมติให้สนามที่บริเวณปากร่อง มีการกระจายแรงดันอยู่ในรูปฟังก์ชันไซน์รูปแบบของสมการที่เหมาะสมแสดงได้ดังสมการที่ (2.100)

$$V(\phi') = \begin{cases} V \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(l - a|\phi'|)\right] & |a\phi'| \leq l \\ 0 & |a\phi'| > l \end{cases} \quad (2.100)$$

และ $V(\phi')$ สามารถกระจายให้อยู่ในรูปผลรวมของโหมดแรงดันดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V(\phi') = \sum_{m=0}^{\infty} V_m \cos m\phi' \quad (2.101)$$

เพื่อที่จะหาค่าแรงดันแต่ละโหมดสามารถประยุกต์ใช้คุณสมบัติการตั้งฉากแสดงดังสมการที่ (2.102)

$$\int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos n\phi d\phi = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi, & m = n \neq 0 \end{cases} \quad (2.102)$$

จากนั้นคูณสมการ (2.100) และ (2.101) ด้วยฟังก์ชันโคไซน์แล้วอินทิเกรตทั้งสองสมการจะได้

$$\sum_{m=0}^{\infty} V_m \int_0^{2\pi} \cos m\phi' \cos n\phi' d\phi' = V \int_{-l/a}^{l/a} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (l - a|\phi'|) \right] \cos n\phi' d\phi' \quad (2.103)$$

เมื่ออินทิเกรตแล้วจัดรูปสมการก็ได้ดังสมการ

$$V_m = \frac{2V}{(1+\delta_m)\pi} \int_0^{l/a} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (l - a\phi') \right] \cos m\phi' d\phi' \quad (2.104)$$

$$V_m = \begin{cases} \sin kl \left[\frac{\sin \frac{(ka+m)l}{a}}{ka+m} + \frac{\sin \frac{(ka-m)l}{a}}{ka-m} \right] + \\ \cos kl \left[\frac{\cos \frac{(ka+m)l}{a} - 1}{ka+m} + \frac{\cos \frac{(ka-m)l}{a} - 1}{ka-m} \right] \end{cases} \quad (2.105)$$

$$V_m = \begin{cases} \frac{V}{\pi ka} (1 - \cos kl) & m = 0 \\ \frac{V}{\pi} \frac{2ka}{(ka)^2 - m^2} \left[\cos \left(m \frac{l}{a} \right) - \cos kl \right] & m \neq ka, m \neq 0 \\ \frac{V}{\pi} \frac{l}{a} \sin kl & m = ka \end{cases} \quad (2.106)$$

จากนั้นแทน V_m ลงในสมการ(2.99) จะได้สมการสนามไฟฟ้าระยะไกลของสายอากาศร่องเดี่ยวที่วางตามแนวนอนดังสมการ

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi\alpha r} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{V_m}{ka} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (j^n) \cos m\phi$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} &+(j) \frac{m}{\sin \theta} P_n^m \cos(\theta) \frac{1}{h_n^{(2)}(ka)} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} m P_n^m \cos(\theta') d\theta' \\ &+ \frac{d}{d\theta} P_n^m \cos(\theta) \frac{ka}{\frac{\partial}{\partial(ka)} [kah_n^{(2)}(ka)]} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} \frac{d}{d\theta'} P_n^m \cos(\theta') \sin(\theta') d\theta' \end{aligned} \right.$$

(2.107)

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = -\frac{e^{-jkr}}{4\pi\alpha r} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{V_m}{ka} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (j^n) \sin m\phi$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} &+(j) \frac{d}{d\theta} P_n^m \cos(\theta) \frac{1}{h_n^{(2)}(ka)} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} m P_n^m \cos(\theta') d\theta' \\ &+ \frac{m}{\sin \theta} P_n^m \cos(\theta) \frac{ka}{\frac{\partial}{\partial(ka)} [kah_n^{(2)}(ka)]} \int_{\theta_1-\alpha}^{\theta_1+\alpha} \frac{d}{d\theta'} P_n^m \cos(\theta') \sin(\theta') d\theta' \end{aligned} \right.$$

(2.108)

บทที่ 3

ผลการวิเคราะห์

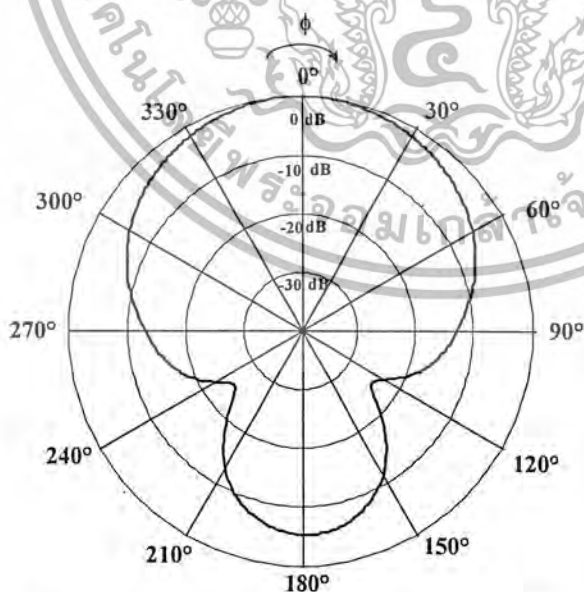
3.1 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

จากสมการสนามระยะไกลที่ได้จะทำกรวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนผิวตัวนำทรงกลม เพื่อหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยจะพิจารณาจากรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ(Radiation Pattern) ความกว้างของลำคลื่นที่กำลังงานลดลงครึ่งหนึ่ง (Half Power Beamwidth : HPBW) อัตราส่วนของลำคลื่นด้านหน้าต่อด้านหลัง(Front to Back Ratio) และค่าสภาพเจาะจงทิศทาง(Directivity)

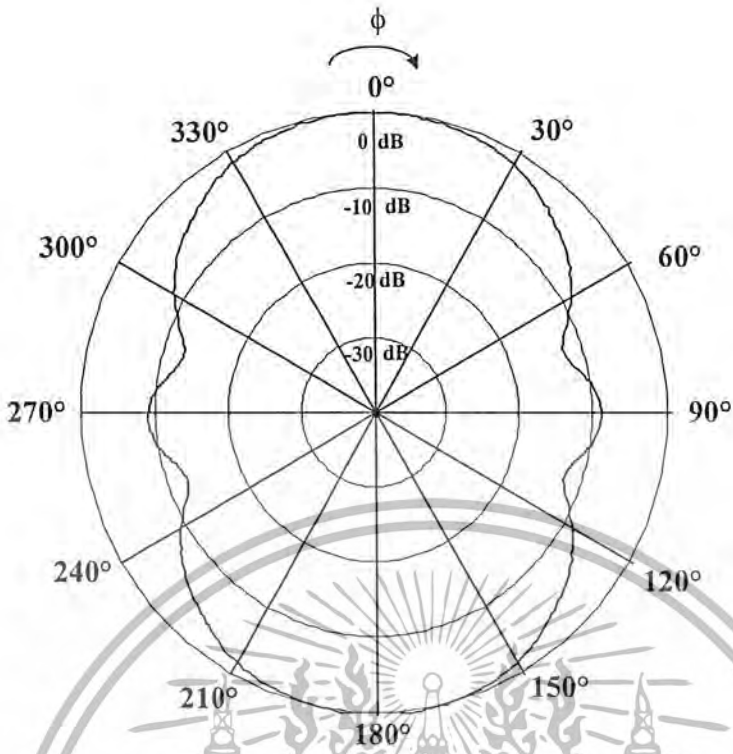
3.1.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น (Radiation Pattern)

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น คือรูปภาพหรือฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่เป็นตัวบ่งบอกว่าทิศทางต่างๆรอบตัวของสายอากาศมีขนาดความเข้มหรือกำลังงานที่แพร่กระจายเป็นอย่างไร ซึ่งแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของสนามหรือกำลังงานกับทิศทางการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศซึ่งแสดงอยู่ในรูปของมุมในหน่วยองศาหรือเรเดียน โดยจะคิดในบริเวณที่เป็นสนามระยะไกล(Far Field)

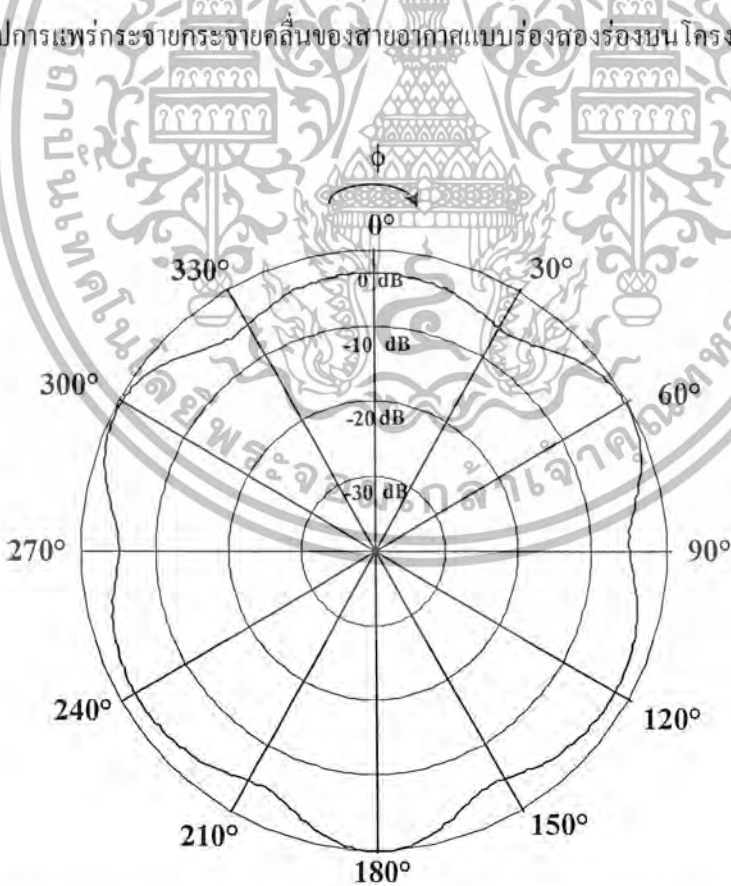
ผลการคำนวณแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางแบบแนวนอนบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม โดยใช้ความยาวของร่องมีขนาดเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นพิจารณาความกว้างของร่องและจำนวนร่องโดยแสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ xy แสดงดังในรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.4 ซึ่งจะพิจารณาที่บริเวณสนามระยะไกลและเปลี่ยนแปลงจำนวนร่องของทรงกลมเป็นค่าต่างๆ



รูปที่ 3.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

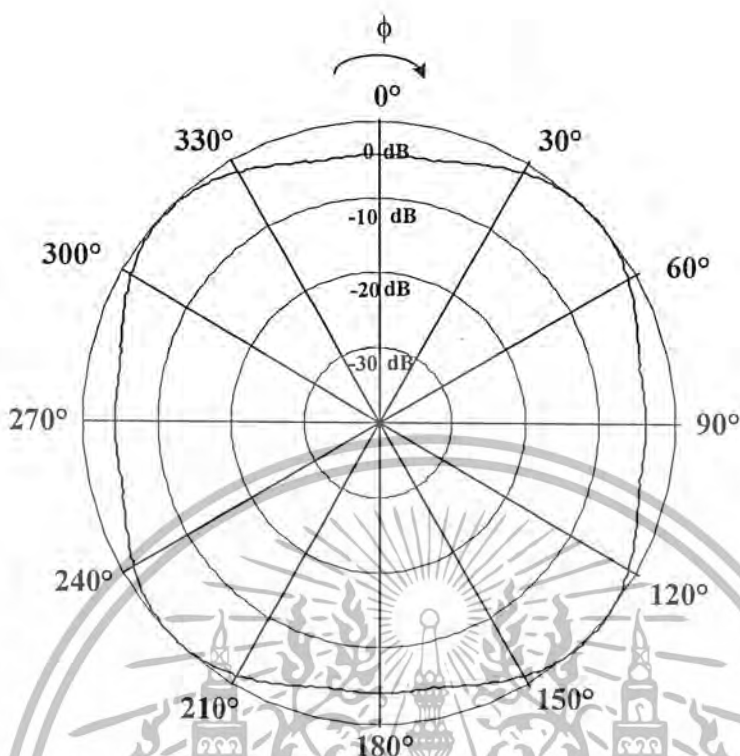


รูปที่ 3.2 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสองร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม



รูปที่ 3.3 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสามร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

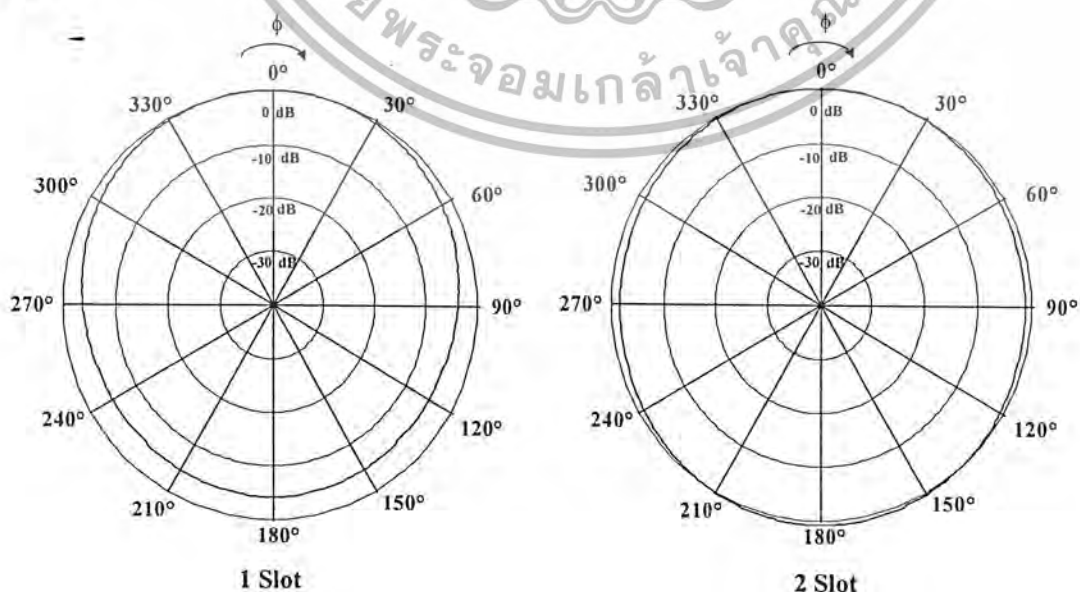


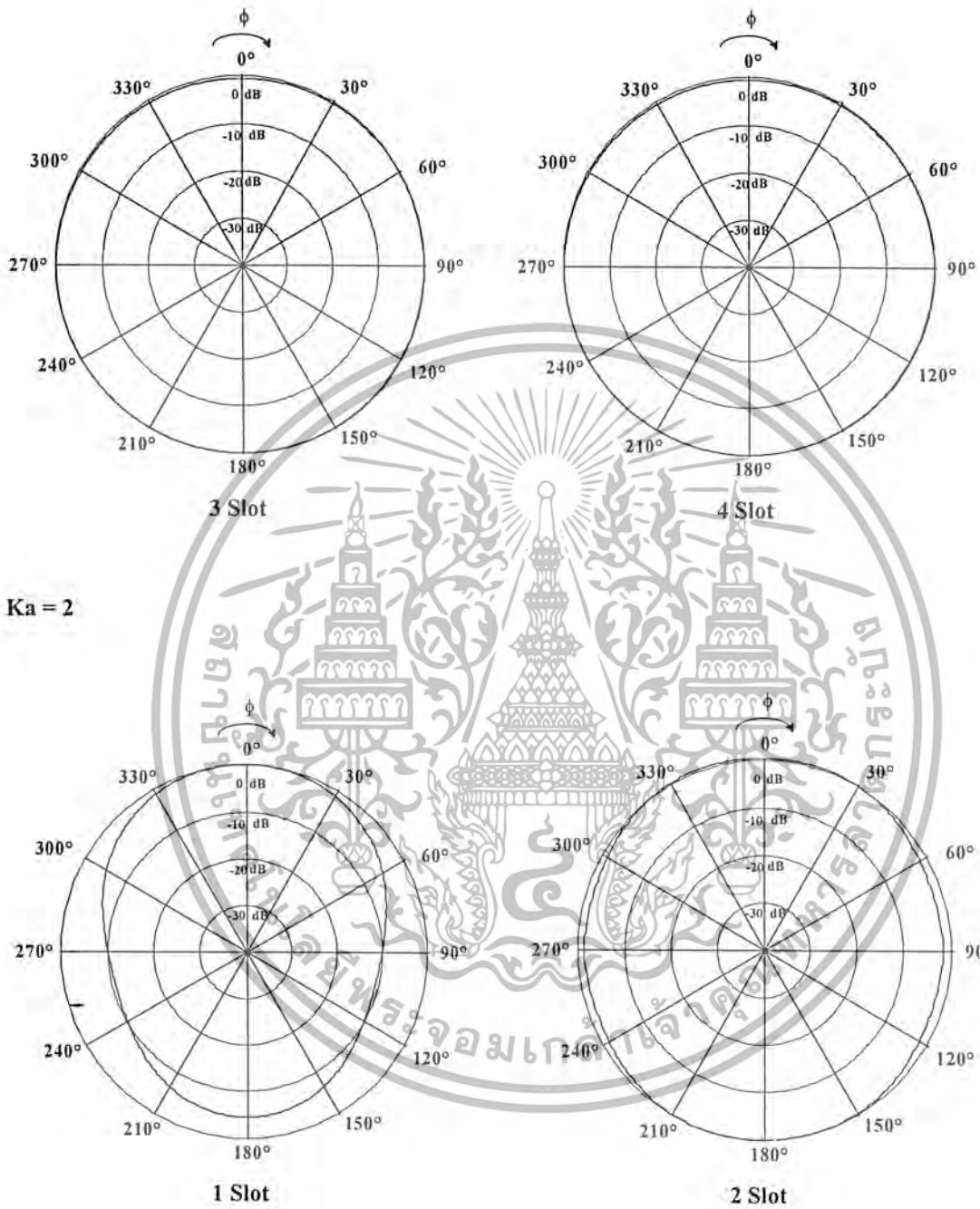
รูปที่ 3.4 แบบรูปการแพร่กระจายกระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องสี่เหลี่ยม โครงสร้างตัวนำทรงกลม

จากรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.4 จะเห็นได้ว่าเมื่อมีจำนวนร่องมากขึ้นรูปแบบการแพร่กระจายคลื่นจะมีการแพร่กระจายคลื่นแบบรอบตัวมากขึ้น

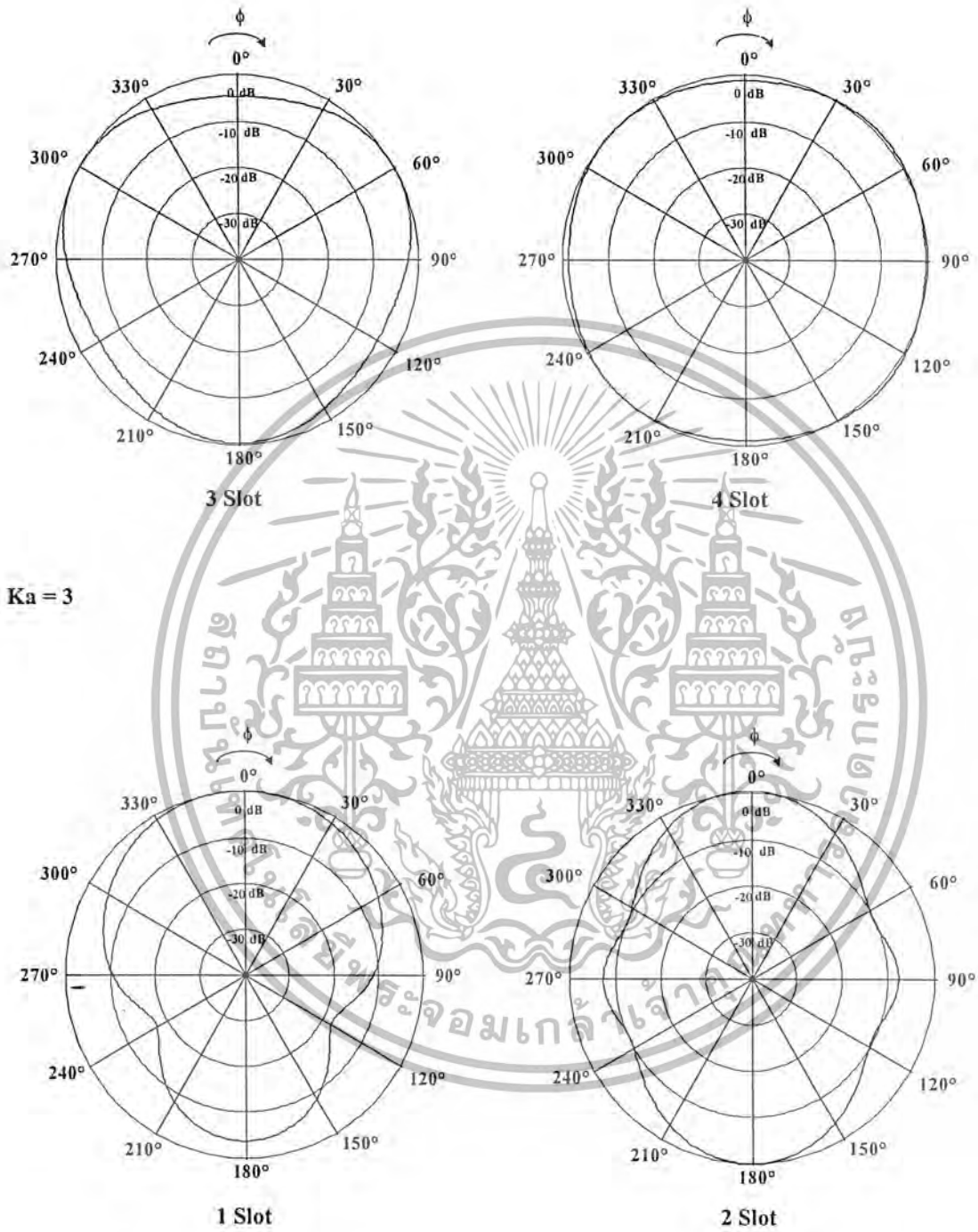
และเมื่อพิจารณาที่บริเวณสนามระยะไกลและเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีประสิทธิผล (Ka) ของทรงกลมเป็นค่าต่างๆ โดยที่ a คือรัศมีของสายอากาศ และ k คือเลขคลื่นมีค่าเท่ากับ $2\pi / \lambda$

$Ka = 1$

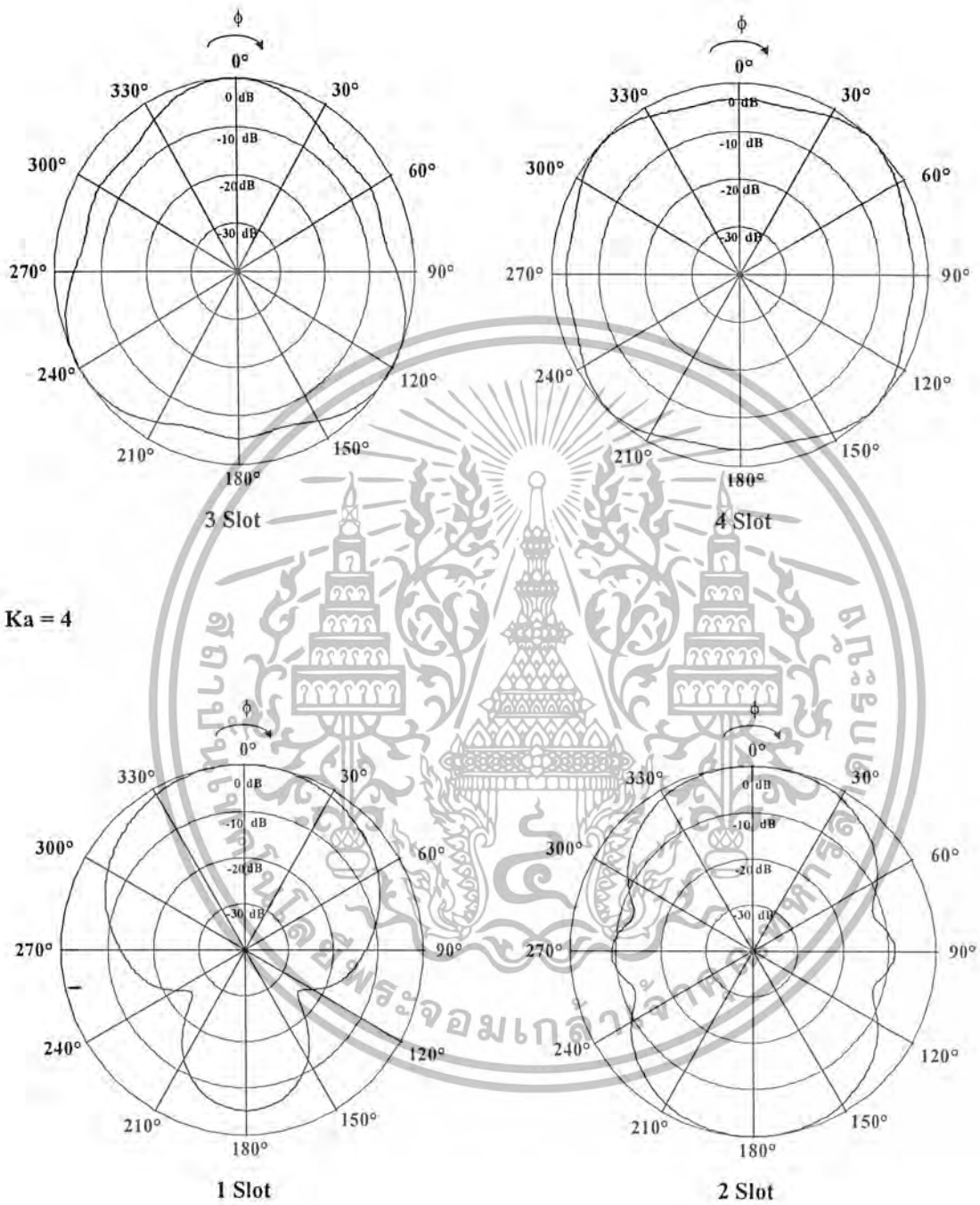




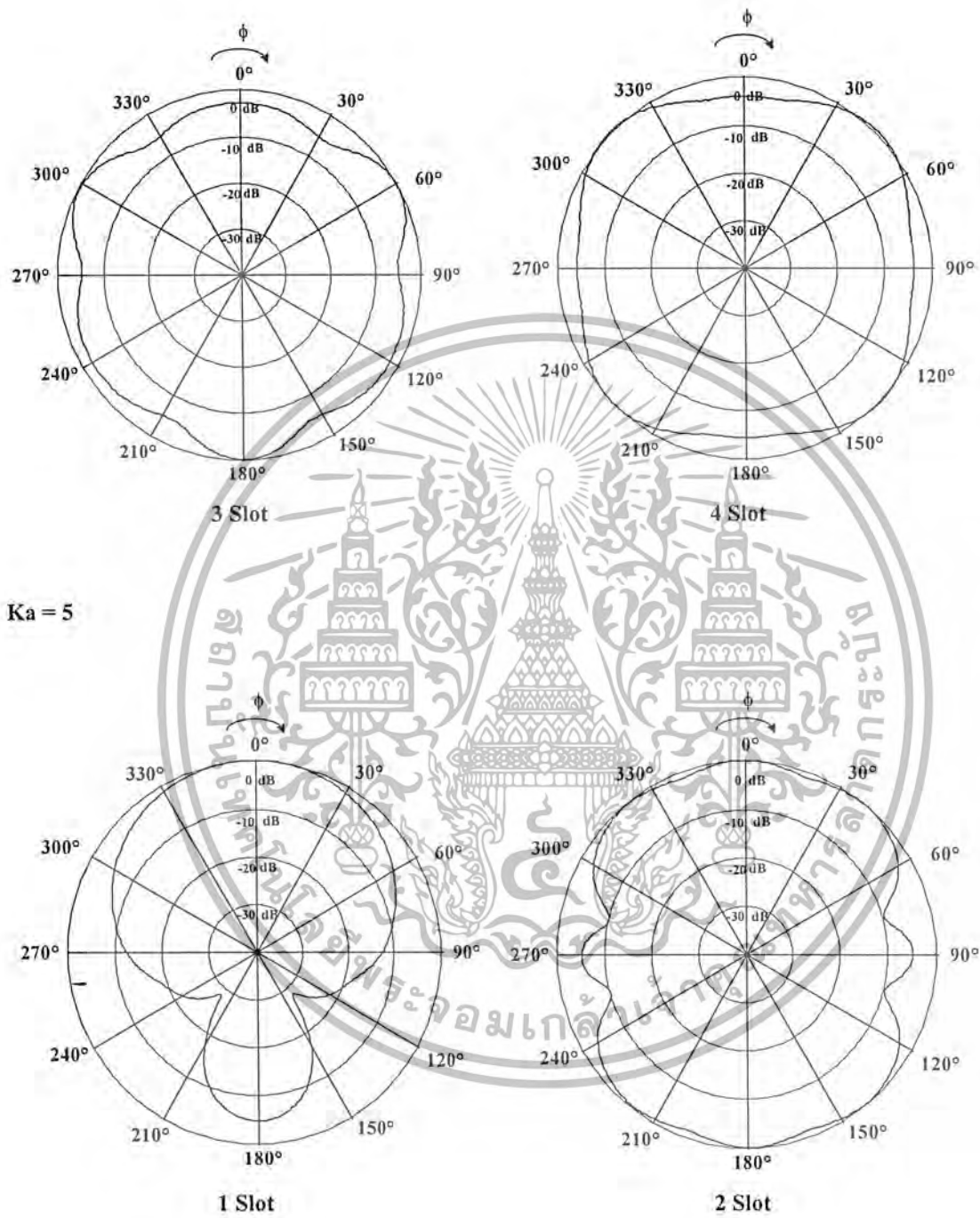
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



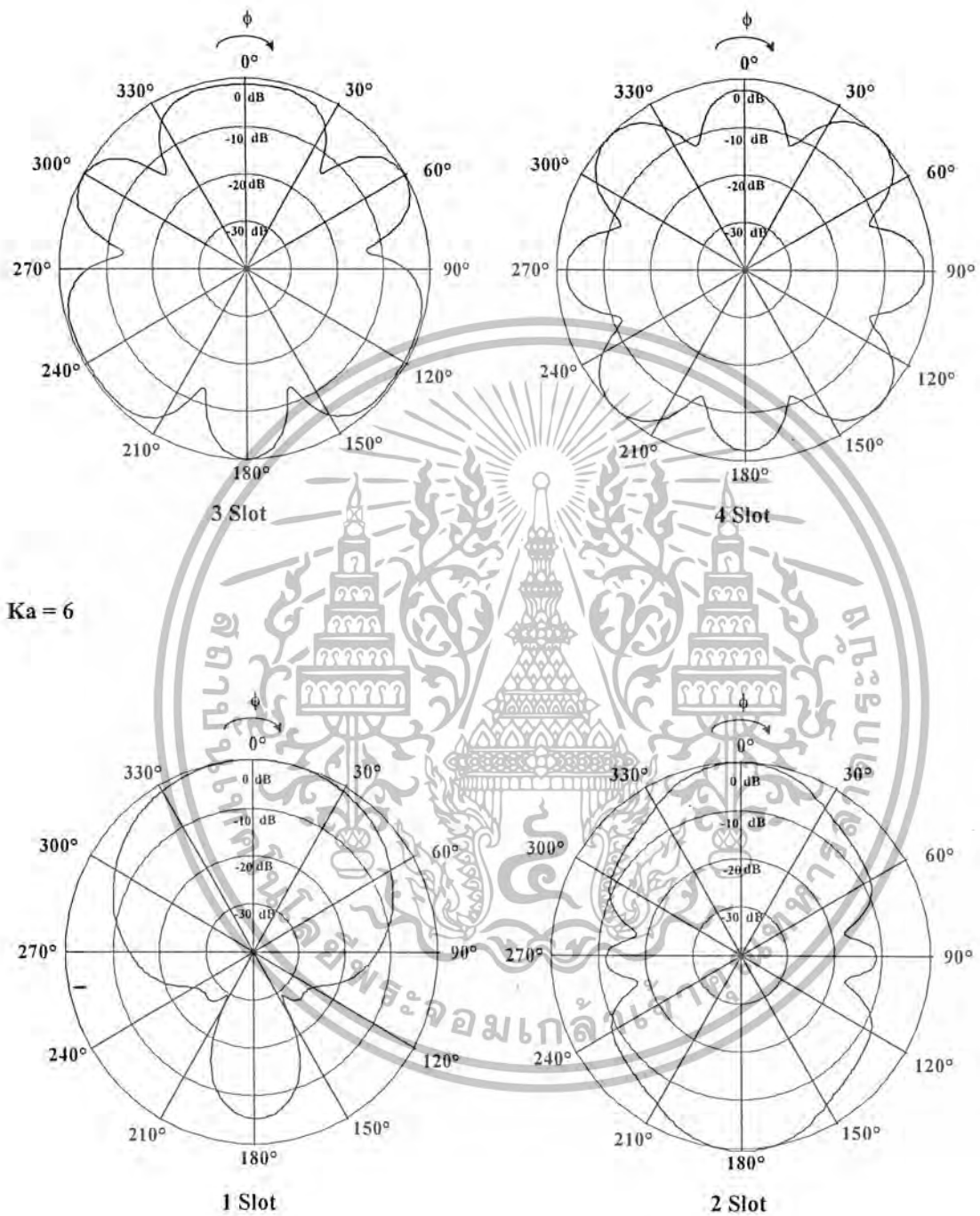
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



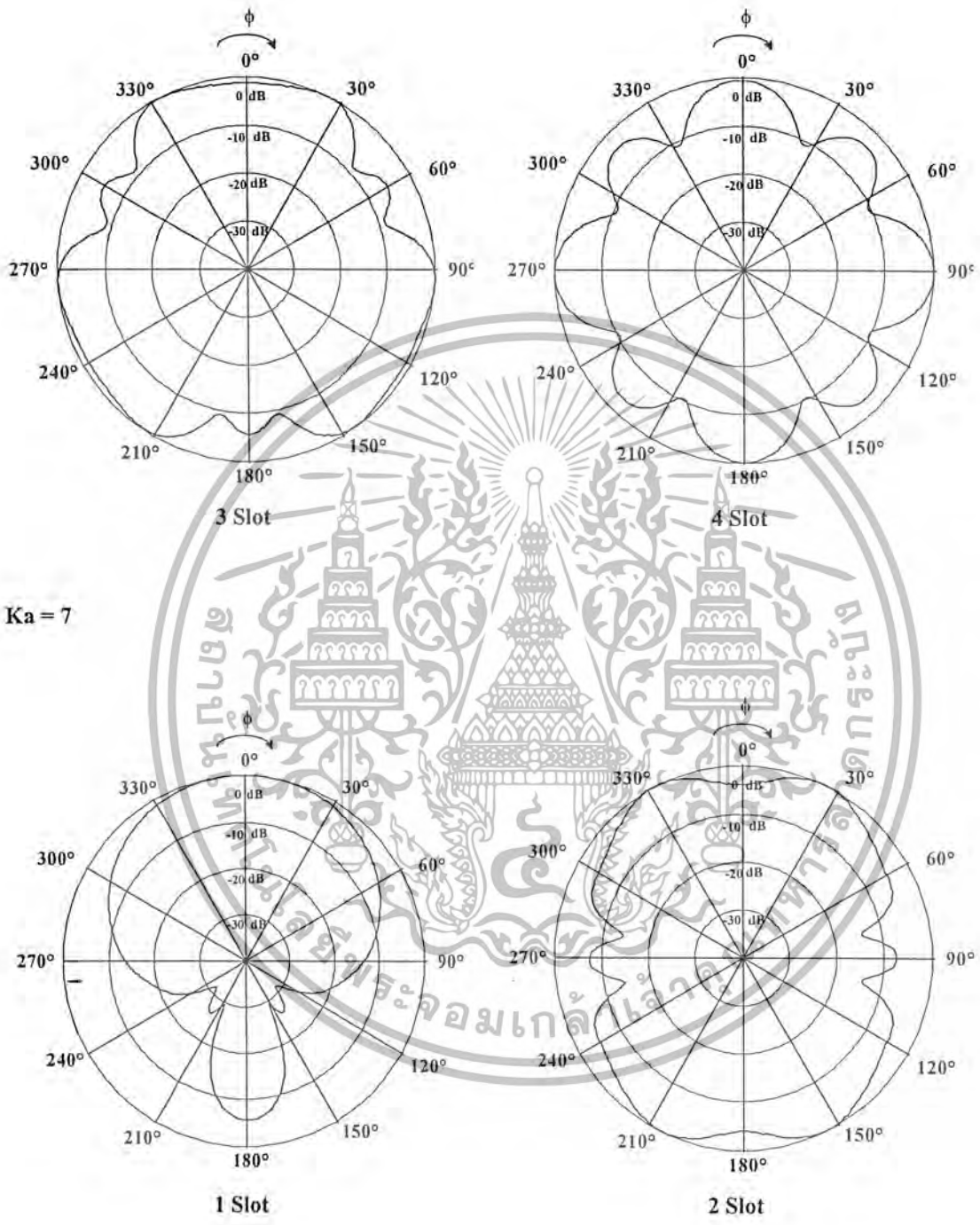
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



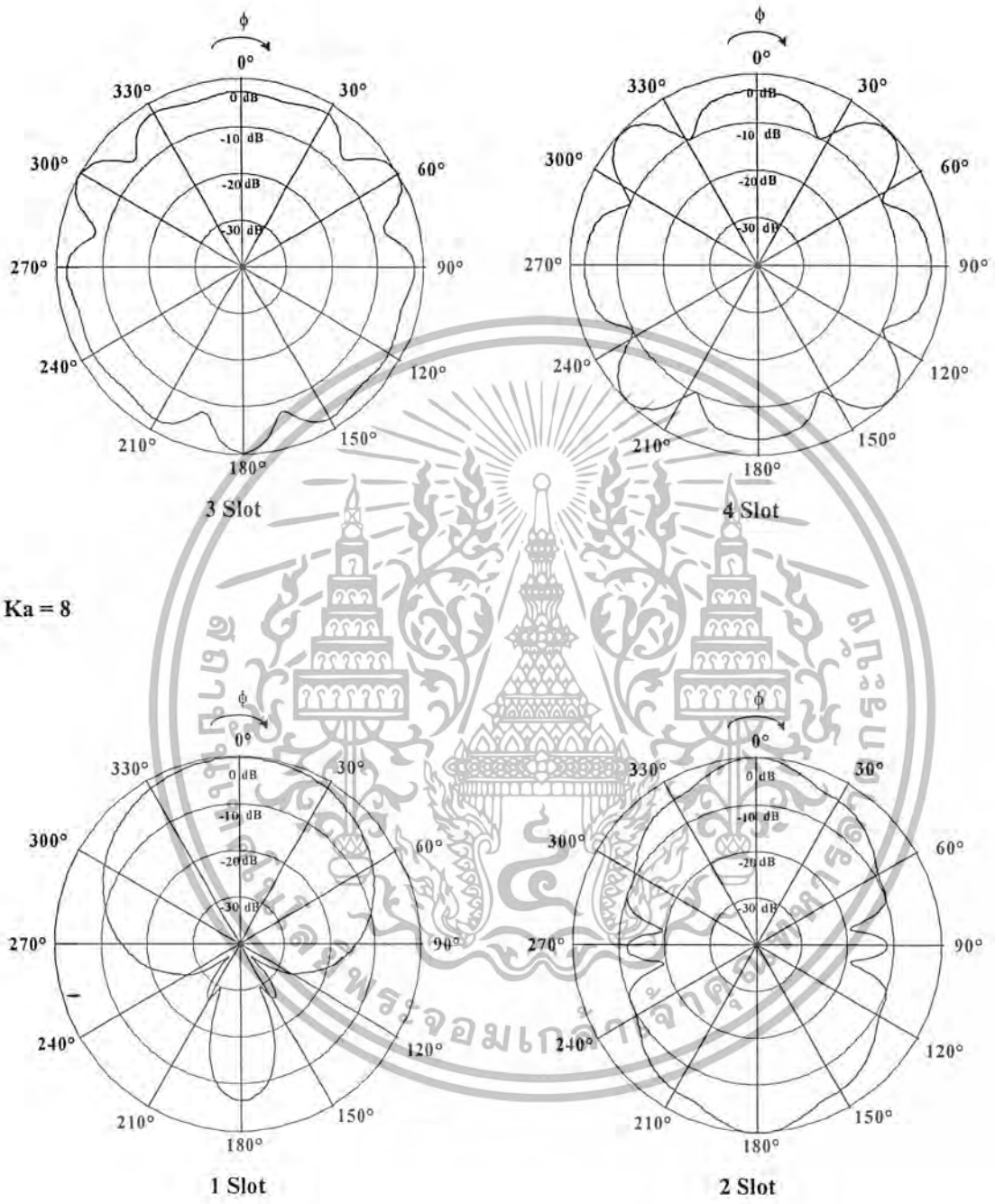
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



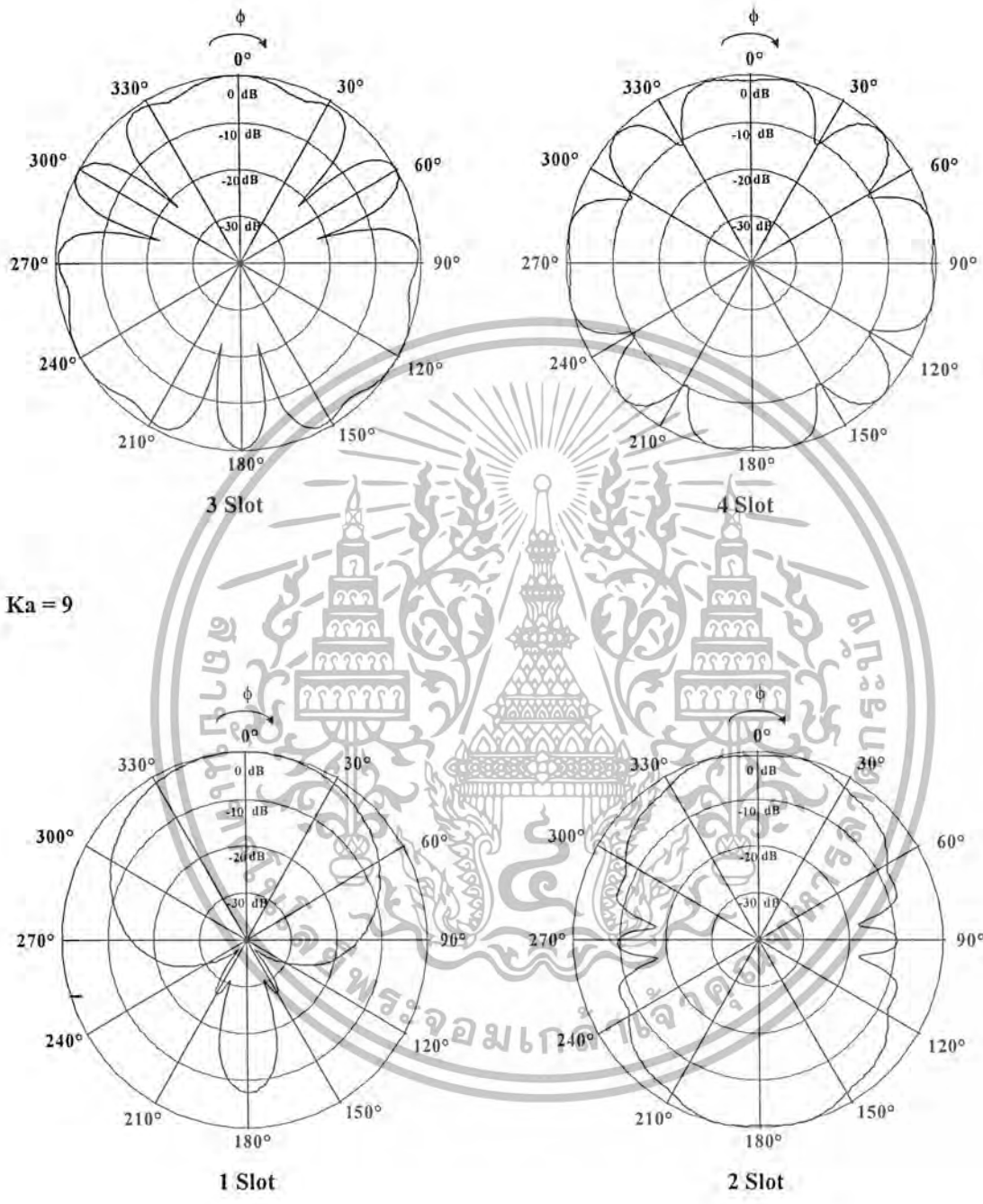
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



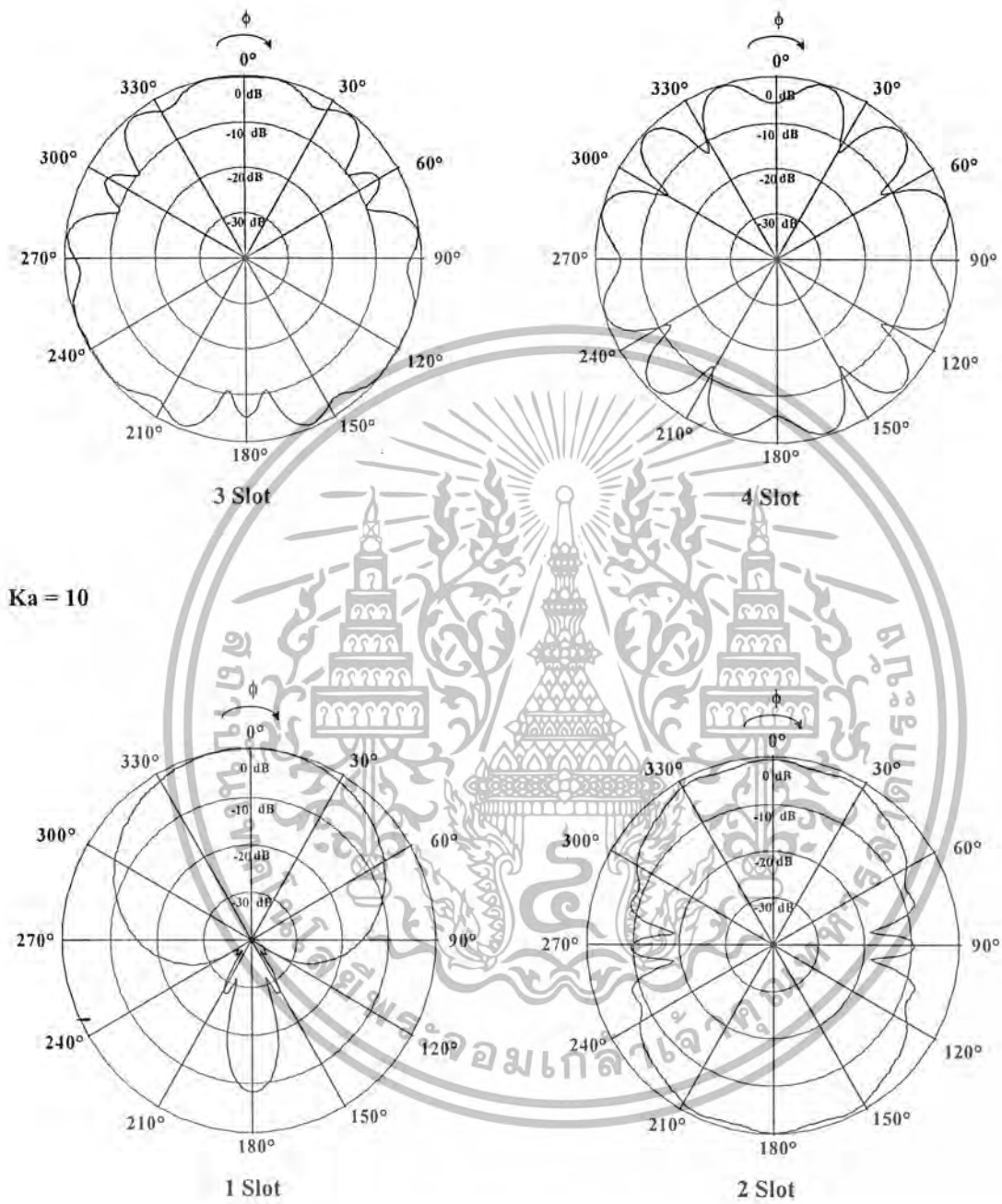
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



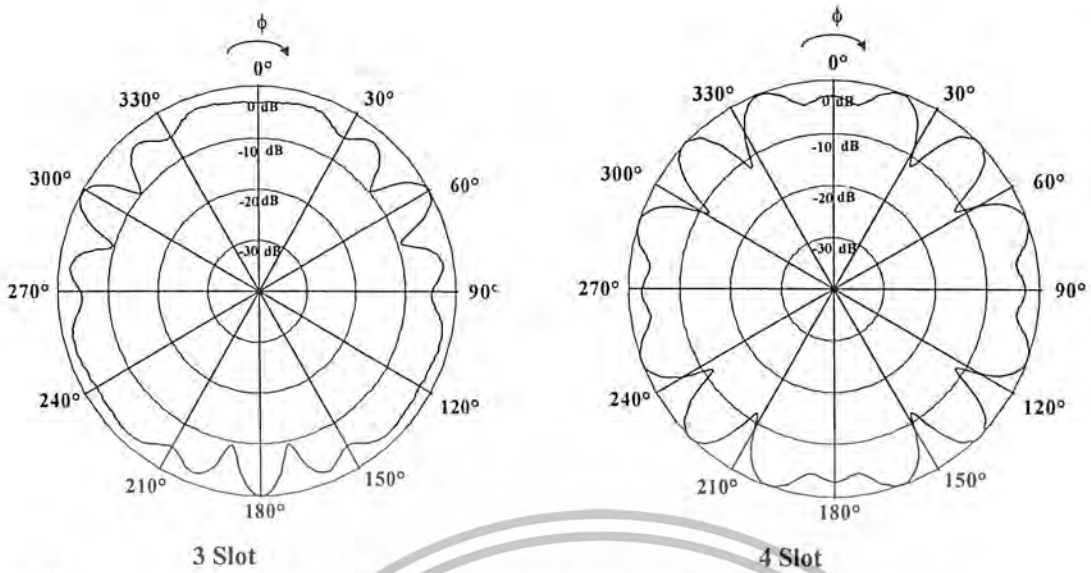
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อเปลี่ยนแหล่งรัศมีทรงกลม

จากรูปที่ 3.5 เมื่อรัศมีของทรงกลมมีค่าน้อยลักษณะการแพร่กระจายคลื่นจะมีลักษณะการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบรอบทิศทางมากกว่าทรงกลมที่มีรัศมีมาก

3.1.2 ความกว้างลำคลื่นที่กึ่งกำลังลดลงครึ่งหนึ่ง (Half Power Beamwidth)

ค่าความกว้างลำคลื่นที่กึ่งกำลังลดลงครึ่งหนึ่ง เป็นคุณลักษณะหนึ่งที่สำคัญของสายอากาศ ทั้งนี้เพราะว่าความกว้างของลำคลื่นที่กึ่งกำลังลดลงครึ่งหนึ่งเป็นสิ่งที่ใช้บอกคุณสมบัติของสายอากาศ โดยค่าความกว้างของลำคลื่นเป็นมุมที่วัดระหว่างจุดที่ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นในลำคลื่นหลักมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดหรือถ้าเทียบเป็นอัตราส่วนเดซิเบล คือกำลังงานที่ลดลงมา 3dB จากค่ากำลังสูงสุด สำหรับกรณีที่ลำคลื่นสมมาตรแสดงได้เป็นดังสมการที่ (3.1)

$$HPBW = 2|\theta_{U=0dB} - \theta_{U=3dB}| \tag{3.1}$$

ตารางที่ 3.1 ความกว้างลำคลื่นที่กึ่งกำลังลดลงครึ่งหนึ่งในระนาบ xy

จำนวนร่อง	ความกว้างลำคลื่นที่กึ่งกำลังลดลงครึ่งหนึ่งในระนาบ xy
1	82
2	74
3	34
4	50

3.1.3 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางสูงสุด (Maximum Directivity)

เป็นคุณสมบัติสำคัญที่ต้องพิจารณา โดยค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศคืออัตราส่วนของความเข้มการแผ่กระจายคลื่นที่มากที่สุดของสายอากาศที่พิจารณาต่อความเข้มการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศไอโซทรอปิกแสดงได้ดังสมการ

$$D = 4\pi \frac{U_{\max}}{P_{rad}} \quad (3.2)$$

โดยที่

D = ค่าสภาพเจาะจงทิศทาง

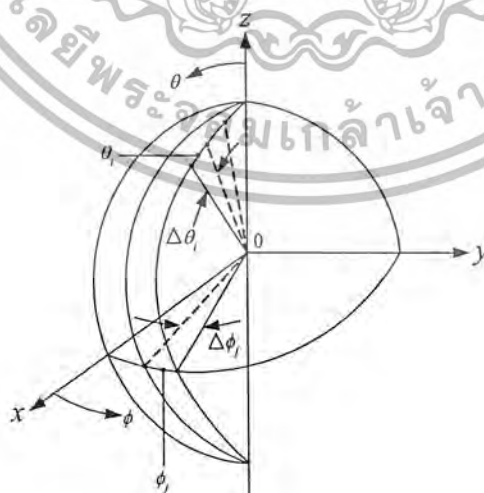
U_{\max} = ค่าสูงสุดของความเข้มของการแผ่กระจายคลื่น (W/หน่วยมุมตัน)

P_{rad} = กำลังงานที่แผ่กระจายทั้งหมด (W)

$$U(\theta, \phi) = \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2 \right] \quad (3.3)$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U \sin\theta d\theta d\phi \quad (3.4)$$

แต่กำลังงานที่แผ่กระจายทั้งหมดของสายอากาศแบบรูปร่างเดียวครึ่งความยาวคลื่นบนผิวทรงกลมไม่สามารถที่จะอินทิเกรตหาค่าได้โดยตรงดังนั้นจึงใช้วิธีเชิงตัวเลข[5] (Numerical Method) ในการประมาณค่าคำตอบของกำลังงานที่แผ่กระจายดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การประมาณค่าอินทิเกรตออกเป็นช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$P_{rad} = \left(\frac{\pi}{n}\right) \left(\frac{2\pi}{m}\right) \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N F(\theta_i, \phi_j) \sin \theta_i \right] \quad (3.5)$$

โดยที่

$$\theta_i = \frac{\pi}{2N} + (i-1) \frac{\pi}{N}; i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.6)$$

$$\phi_j = \frac{2\pi}{2M} + (j-1) \frac{2\pi}{M}; j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.7)$$

3.2 การโพลาไรซ์ของสายอากาศ

การโพลาไรซ์ของการแพร่กระจายคลื่นคือ คุณสมบัติการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งสามารถจะอธิบายได้โดยการพิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยสังเกตที่ตำแหน่งใดๆ ซึ่งโดยทั่วไปจะทำการพิจารณาขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ถ้าลักษณะการกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีลักษณะเป็นอย่างไรแล้วก็จะกล่าวได้ว่าสนามไฟฟ้านั้นมีการโพลาไรซ์แบบนั้น ซึ่งการกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าอาจแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะซึ่งได้แก่ การกวาดเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นวงกลมซึ่งจะเรียกลักษณะแบบนี้ว่าสนามไฟฟ้ามีการโพลาไรซ์แบบวงกลม (Circular Polarization) การกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นวงรีก็จะเรียกว่าสนามไฟฟ้ามีลักษณะการโพลาไรซ์แบบวงรี (Elliptical Polarization) และการกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นแนวเส้นตรงตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นก็จะเรียกว่าสนามไฟฟ้ามีลักษณะการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (Linear Polarization) ในกรณีของการโพลาไรซ์แบบวงกลมและแบบวงรีนั้นการกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะมีอยู่ด้วยกัน 2 ลักษณะคือการกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าไปทางขวามือหรือเรียกว่าเป็นการหมุนตามเข็มนาฬิกา (clockwise polarization) และการกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าไปทางซ้ายมือหรือเรียกว่าเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา

3.2.1 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (Linear Polarization)

เมื่อทำการพิจารณาสถิตหรือสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยที่แกน θ, ϕ แทนแกนที่เป็นองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ξ_θ, ξ_ϕ ตามลำดับและคลื่นเคลื่อนที่ออกมาในทิศทาง r ซึ่งมุมทิศทางเป็นบวกหรือเคลื่อนที่เดินทางออกจากตัวเราออกไป และพิจารณาที่เวลา $e^{j\omega t}$ ดังนั้นสนามไฟฟ้าชั่วขณะสามารถเขียนได้ดังสมการ (3.8) และ (3.9)

$$\begin{aligned} \bar{\xi}(r, \theta, \phi; t) &= \text{Re} \left[\bar{E}(r, \theta, \phi) e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[\bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t} \right] \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \text{Re}[\hat{a}_\theta \bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t} + \hat{a}_\phi \bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t}] \\
&= \text{Re}[\hat{a}_\theta E_\theta^+ e^{j(\omega t - kr)} + \hat{a}_\phi E_\phi^+ e^{j(\omega t - kr)}] \\
&= \hat{a}_\theta E_{\theta 0}^+ \cos(\omega t - kr + \beta_\theta) + \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t - kr + \beta_\phi) \quad (3.8)
\end{aligned}$$

$$= \hat{a}_\theta \xi_\theta + \hat{a}_\phi \xi_\phi \quad (3.9)$$

โดยที่ E_θ^+, E_ϕ^+ คือ ค่าเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้า

$E_{\theta 0}^+, E_{\phi 0}^+$ คือค่าจริงของสนามไฟฟ้า

ξ_θ, ξ_ϕ คือ องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะในแนว θ, ϕ ตามลำดับ

ในการพิจารณาจะดูที่การเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะ (Instantaneous Electric Field) ($\bar{\xi}$) ที่ระยะทาง r ใดๆ โดยที่จากสมการที่ (3.8) เมื่อกำหนดให้ $r=0$ ($kr=0$) ซึ่งเราสนใจการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าตามเวลามากกว่าการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่ง (r) และในการพิจารณาการโพลาไรซ์นี้จะพิจารณาโดยการมองตามหลักคลื่นที่เคลื่อนที่ไป เพื่อเป็นการง่ายในขั้นแรกจะทำการกำหนดให้ $E_{\theta 0}^+ = 0$ ดังนั้นสมการที่ (3.8) จะได้ว่า

$$\bar{\xi}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t + \beta_\phi) \quad (3.10)$$

ซึ่งเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในแนวแกนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ξ_ϕ เท่านั้น และจะเรียกว่าเป็นการโพลาไรซ์ในทิศทาง θ หรือในแนวตั้ง แสดงในรูปที่ 3.7



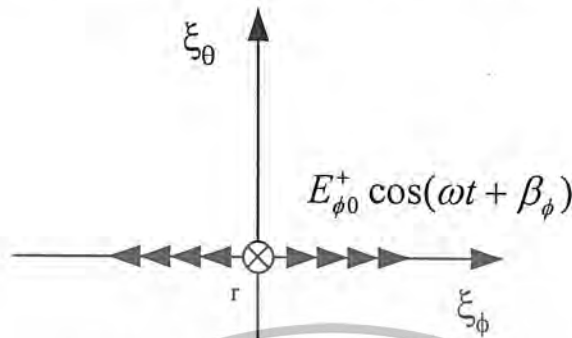
รูปที่ 3.7 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง θ

หรือในกรณีที่มีเฉพาะองค์ประกอบในแนว ξ_ϕ เท่านั้นคือกำหนดให้ $\xi_\theta = 0$ สนามไฟฟ้าชั่วขณะจากสมการที่ (3.8) จะได้ว่า

$$\bar{\xi}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t + \beta_\phi) \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในแนวแกนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ξ_θ เท่านั้น และจะเรียกว่าเป็นการโพลาไรซ์ในทิศทาง ϕ หรือในแนวนอน แสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง ϕ

เมื่อมีองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ทั้งในแนว ξ_θ และ ξ_ϕ และเมื่อ $\beta_\theta = \beta_\phi = \beta$ จะได้ว่า

$$\bar{\xi}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\theta E_{\theta 0}^+ \cos(\omega t + \beta) + \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t + \beta) \quad (3.12)$$

ขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าคือ

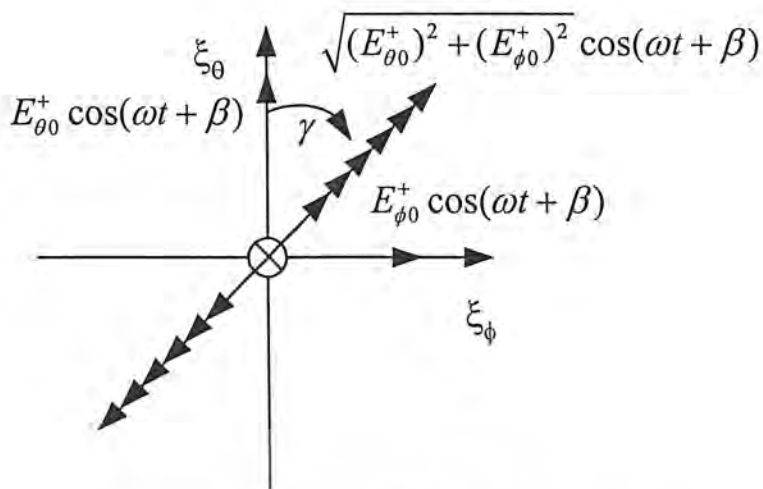
$$\bar{\xi}(r, \theta, \phi; t) = \sqrt{(E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\omega t + \beta) \quad (3.13)$$

ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะเป็นแนวเส้นตรงในทุกๆ เวลาที่เปลี่ยนแปลงไปแต่มุมที่เบี่ยงเบนจากแกนอ้างอิงโดยในที่นี้ให้เป็นแกนที่เป็น θ การเบี่ยงเบนนี้จะทำมุม γ กับแกนอ้างอิงโดยที่มุม γ สามารถหาได้จาก

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{\xi_\phi}{\xi_\theta} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{E_{\phi 0}^+}{E_{\theta 0}^+} \right] \quad (3.14)$$

- **หมายเหตุ** ขนาดของเฟสระหว่างองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนว θ, ϕ คือ $n\pi, n = 0, 1, 2, \dots$

ซึ่งเรียกได้ว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง γ แสดงได้ดังรูปที่ 3.9 ดังนี้



รูปที่ 3.9 การโพลาริซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง γ

3.2.2 คุณลักษณะการโพลาริซ์

อัตราส่วนแกน (Axial Ratio) ของสนามไฟฟ้า คืออัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนรอง ซึ่งในกรณีทั่วไปสามารถหาอัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนรองได้ดังนี้

$$AR = \pm \frac{\text{Major}}{\text{Minor}} = \pm \frac{OA}{OB}, 1 \leq |AR| \leq \infty \quad (3.15)$$

โดยที่ $AR = 1$ เป็นการโพลาริซ์แบบวงกลม

$1 < AR < \infty$ เป็นการโพลาริซ์แบบวงรี

$AR = \infty$ เป็นการโพลาริซ์แบบเชิงเส้น

เมื่อ

$$OA = \left[\frac{1}{2} \left\{ (E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2 + \left[(E_{\theta 0}^+)^4 + (E_{\phi 0}^+)^4 + 2(E_{\theta 0}^+)^2 (E_{\phi 0}^+)^2 \cos(2\Delta\beta) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

$$OB = \left[\frac{1}{2} \left\{ (E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2 - \left[(E_{\theta 0}^+)^4 + (E_{\phi 0}^+)^4 + 2(E_{\theta 0}^+)^2 (E_{\phi 0}^+)^2 \cos(2\Delta\beta) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (3.17)$$

โดยที่

$$E_{\theta 0}^+ = E_R + E_L$$

$$E_{\phi 0}^+ = E_R - E_L$$

$$\Delta\beta = \beta_\theta - \beta_\phi$$

โดยที่ความต่างเฟส (Phase Difference) จะพิจารณาอยู่ที่ $-180^\circ < \Delta\beta < 180^\circ$

$\Delta\beta$ คือค่าความต่างเฟส เมื่อ $\Delta\beta$ มีค่าเป็นลบแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบหมุนซ้าย เมื่อมีค่าเป็นบวกแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบหมุนขวา และเมื่อ $\Delta\beta = 0$ องศา และ ± 180 องศา จะแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น

มุมเอียงของวงรีเมื่อเทียบกับแกนขององค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนว θ ซึ่งเราใช้เป็นแกนอ้างอิงตั้งนั้น มุมของการเอียง (Tilt Angle) จะกำหนดได้โดย

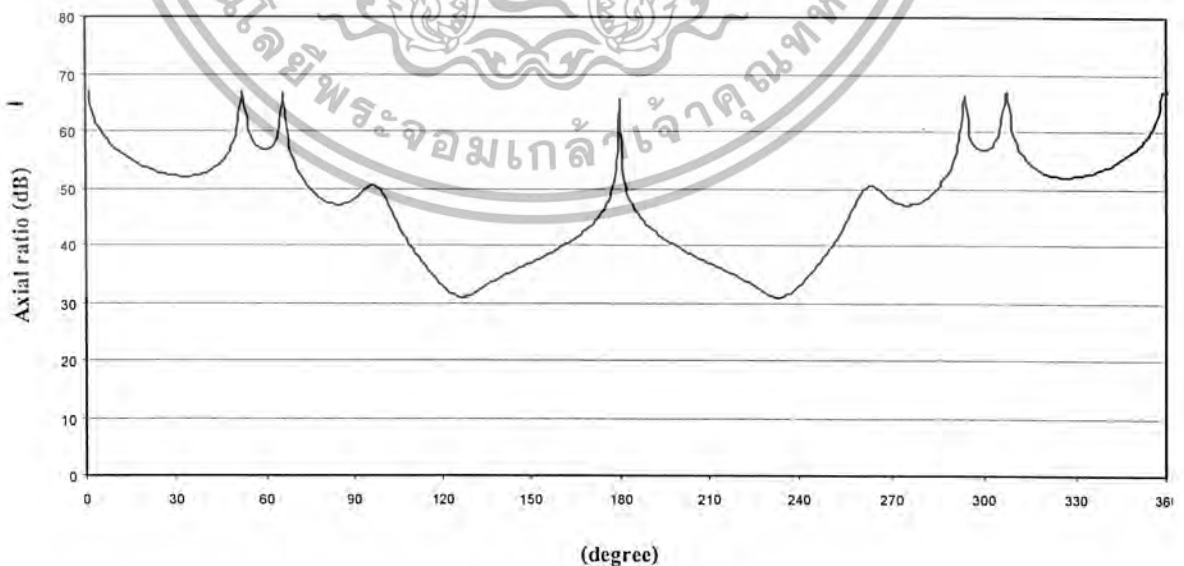
$$\tau = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_{\theta 0}^+ E_{\phi 0}^+}{(E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\beta_\theta - \beta_\phi) \right] \text{ เมื่อ } E_{\theta 0}^+ \geq E_{\phi 0}^+ \quad (3.18)$$

$$\tau = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_{\theta 0}^+ E_{\phi 0}^+}{(E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\beta_\theta - \beta_\phi) \right] \text{ เมื่อ } E_{\theta 0}^+ < E_{\phi 0}^+ = E_R + E_L \quad (3.19)$$

โดยที่ $-90^\circ < \tau < 90^\circ$

3.2.3 คุณลักษณะการโพลาไรซ์ของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกลม

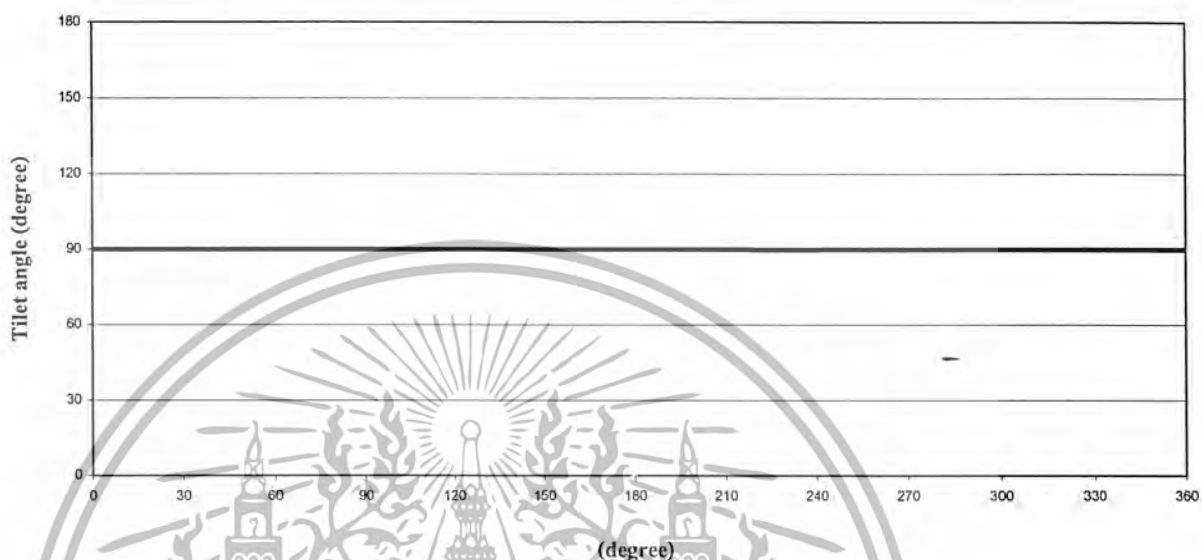
การโพลาไรซ์ของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกลม พิจารณาจากคุณสมบัติทิศทางของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายออกไปโดยที่ชนิดของการโพลาไรซ์จะพิจารณาจากมุมเอียงของแกนและอัตราส่วนแกนของสนามไฟฟ้าที่แปรผันตามเวลา ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาการโพลาไรซ์ของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวที่วางแนวบนตัวนำทรงกลม จากผลการคำนวณจะเห็นได้ว่าเมื่อร่องวางในแนวอนการโพลาไรซ์เป็นแบบเชิงเส้นในแนวตั้งแสดงดังรูปที่ 3.10 และรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.10 อัตราส่วนแกนของสนามไฟฟ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.10 จะเห็นว่าที่ตำแหน่งของปากกรองที่ $\phi = 0$ อัตราส่วนแกนของสนามไฟฟ้ามีค่าเข้าสู่ศูนย์นั่นคือดังนั้นจึงสรุปได้ว่าร่องเคี้ยวบน โครงสร้างค้ำน้ำหนักทรงกลมจะให้การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น



รูปที่ 3.11 ค่ามุมของสนามไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.11 ค่ามุมของสนามไฟฟ้าเมื่อวางร่องแบบแนวอนสนามไฟฟ้าเท่ากับ 0° จะเป็นการโพลาไรซ์แบบแนวตั้งและเมื่อวางร่องแบบแนวตั้งสนามไฟฟ้าเท่ากับ 90° จะเป็นการโพลาไรซ์แบบแนวอน

บทที่ 4

การออกแบบสร้างและทดสอบ

4.1 การออกแบบสร้างสายอากาศแบบร่องเตี้ยบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

การออกแบบสายอากาศได้ออกแบบสร้างที่ความถี่ 1,900 MHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้งานของระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ โดยจะทำการสร้างสายอากาศแบบร่องเตี้ยบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมที่วางร่องตามแนวนอน โดยรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 10 เซนติเมตร ($ka=3.98$), $\lambda = 0.1578$ เมตร เพื่อทำการศึกษาวิเคราะห์การแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ออกจากปากร่อง

ในการสร้างชิ้นงานจะเริ่มจากการนำลูกกลอยทองแดงมาทำการกรนด้วยความร้อนเพื่อนำก้านจับออกและทำการผ่าลูกกลอยเป็น 2 ส่วนแล้วทำการเจาะรูบริเวณกึ่งกลางส่วนล่างสำหรับยึดตัว Connector ชนิด N type จากนั้นก็จะทำการเจาะรูในส่วนของขอบให้ได้ร่องที่มีความยาวของร่องเท่ากับ $\lambda/2$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 7.89 เซนติเมตร ทั้งสองส่วน ในส่วนที่ยึดกับ Connector จะทำการบัดกรีแท่งทองแดงเข้ากับตัว Connector เพื่อใช้เป็นตัวแพร่กระจายคลื่นภายในทรงกลมดังแสดงในรูปที่ 4.1 จากนั้นจะทำการประกอบชิ้นงานทั้งสองส่วนเข้าด้วยกันดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.1 การติดตั้งแท่งทองแดงภายในสายอากาศแบบร่องเตี้ยบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม



รูปที่ 4.2 สายอากาศแบบร่องเดี่ยวบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม

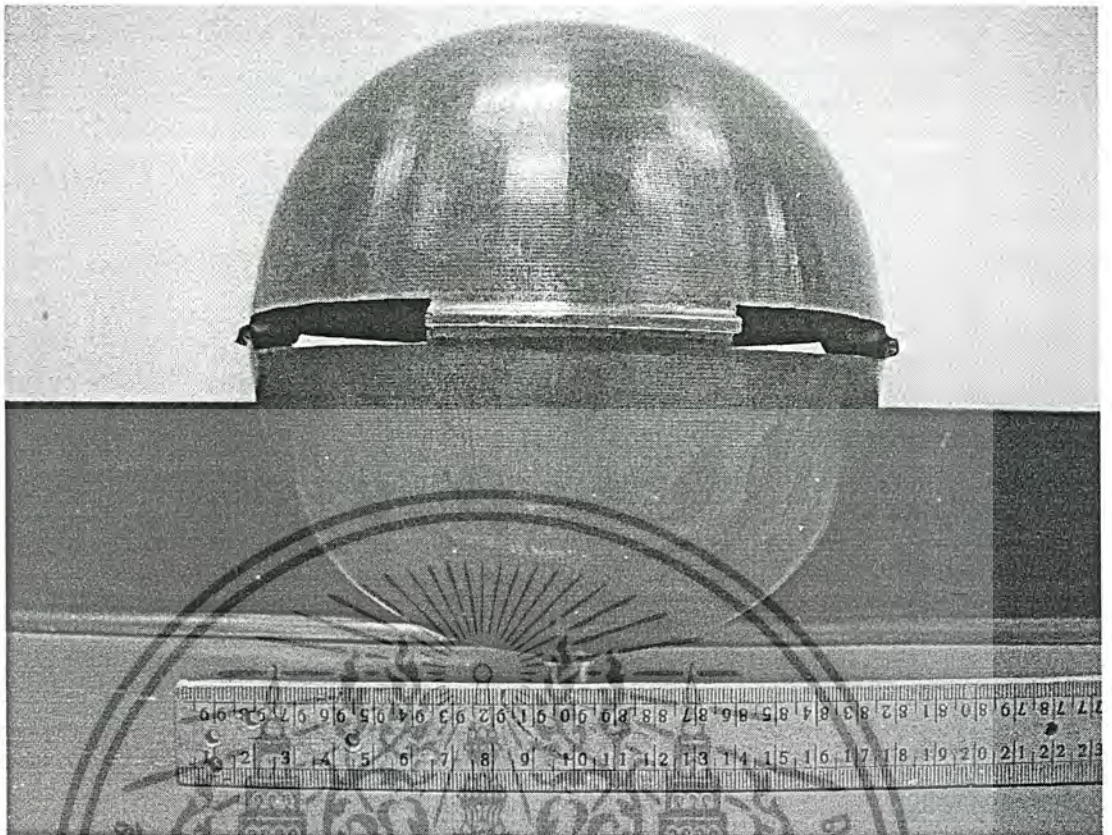
4.2 การออกแบบสร้างสายอากาศแบบร่องแถวลำดับบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

การออกแบบสายอากาศได้ออกแบบสร้างที่ความถี่ 1,900 MHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้งานของระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ โดยจะทำการสร้างสายอากาศแบบร่องแถวลำดับบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมที่วางร่องตามแนวนอน โดยรัศมีของทรงกลมเท่ากับ 10 เซนติเมตร ($ka=3.98$), $\lambda = 0.1578$ เมตร เพื่อทำการศึกษาวิเคราะห์การแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ออกจากปากร่อง

ในการสร้างชิ้นงานจะเริ่มจากการนำลูกกลอยทองแดงมาทำการร่นด้วยความร้อนเพื่อนำก้านจับออกและทำการผ่าลูกกลอยเป็น 2 ส่วนแล้วทำการเจาะรูบริเวณกึ่งกลางส่วนล่างสำหรับยึดตัว Connector ชนิด

N type จากนั้นก็จะทำการเจาะรูในส่วนของขอบให้ได้ร่องแต่ละร่องมีความยาวของร่องเท่ากับ $\lambda/2$ ซึ่งมี

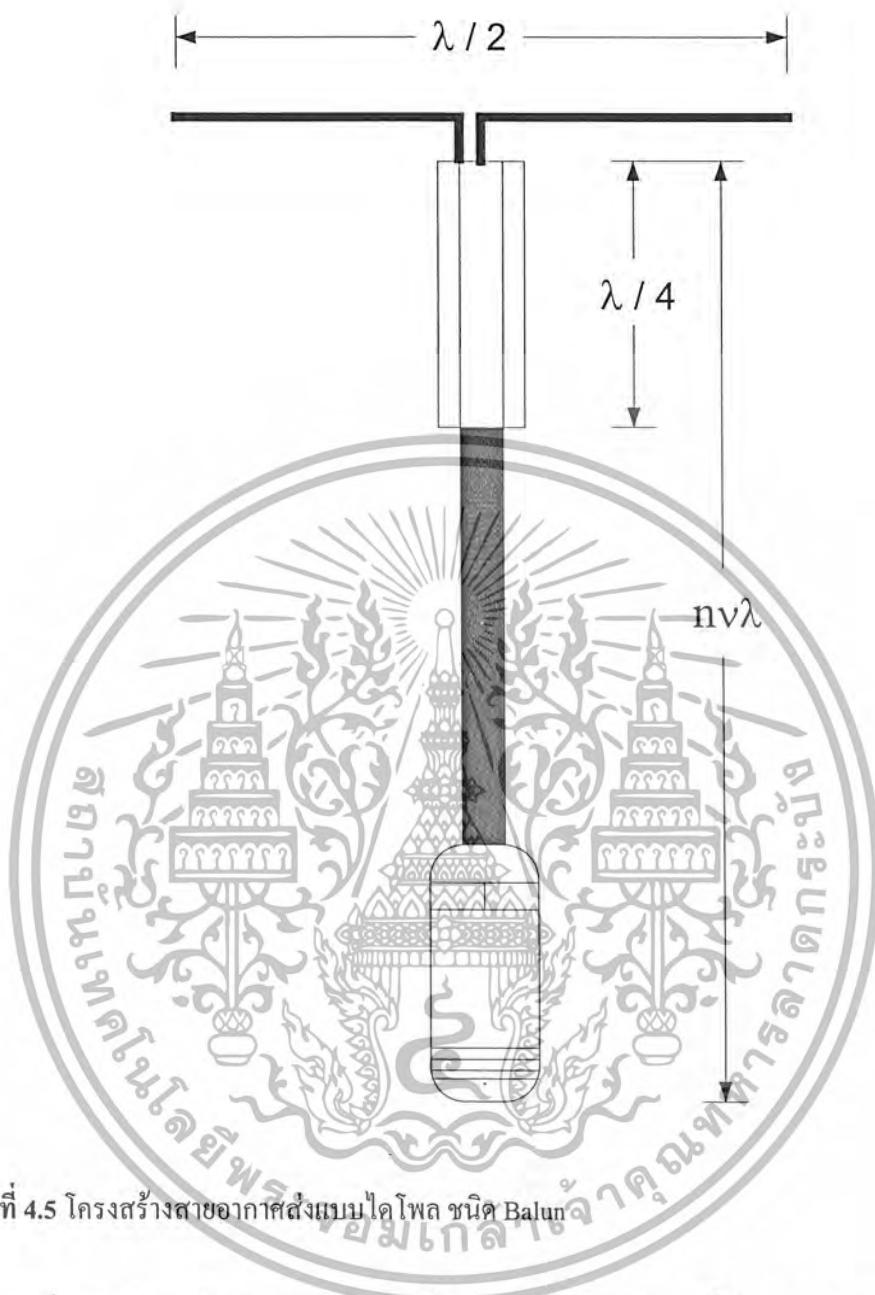
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 สายอากาศแบบร่องแฉกลำดับบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

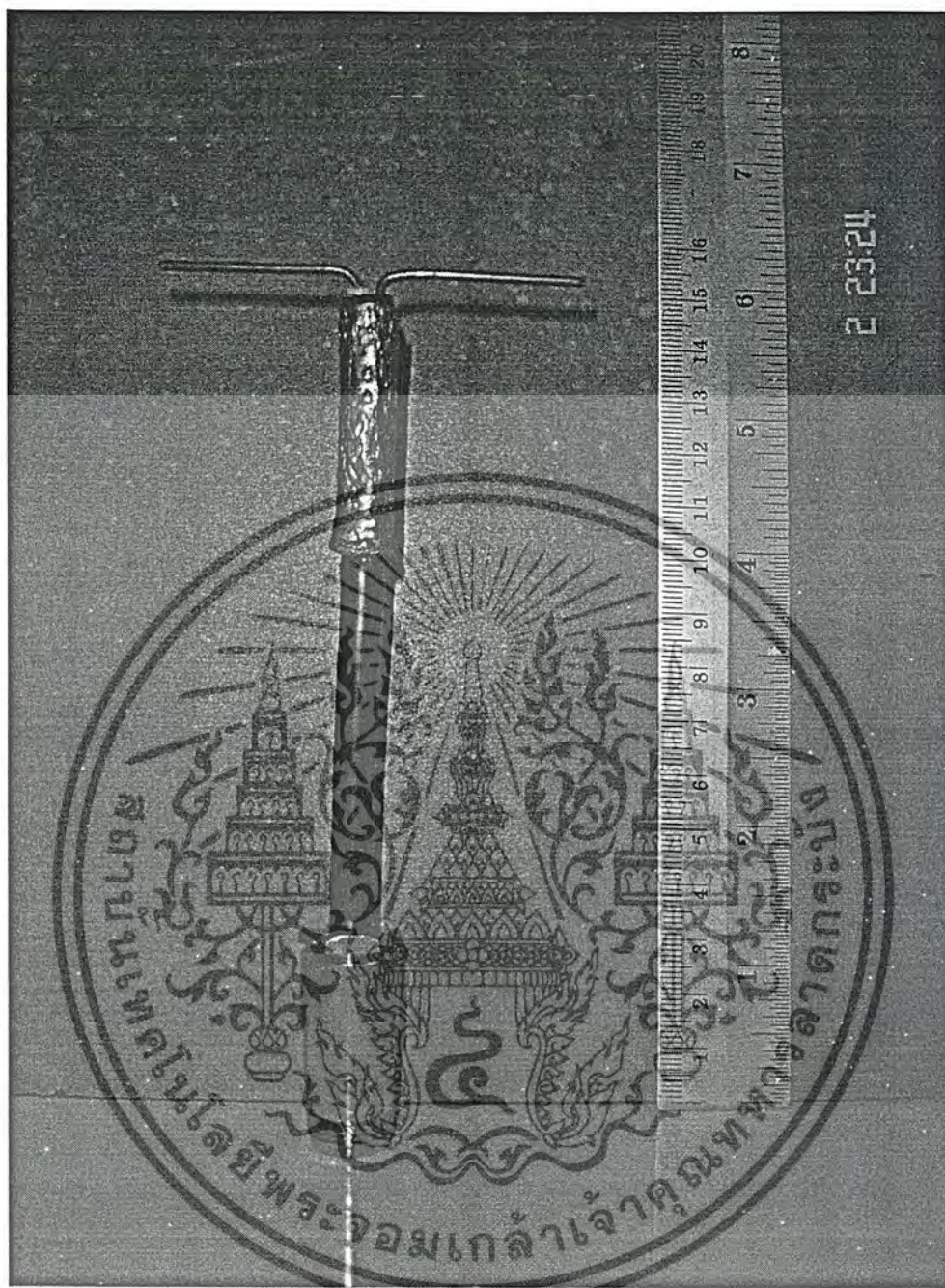
4.3 การออกแบบสร้างสายอากาศโคโพล

ในส่วนของสายอากาศโคโพลจะสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นตัวส่งสัญญาณให้กับสายอากาศทรงกลมในการทดลองโดยจะใช้สายโคเอกเซียลเบอร์ SD-FB มาทำสายอากาศโคโพลชนิด Balun โดยความยาวของสายจะมีความยาวที่หาได้จาก n (ค่าจำนวนเท่า) * v (ค่าเปอร์เซ็นต์ความเร็วของคลื่นที่เดินทางภายในสายนำสัญญาณ) * λ (ความยาวคลื่นที่ใช้งาน) ในส่วนที่ทำเป็นสายอากาศจะมีปลอกโลหะยาว $\lambda/4$ ครอบสายสัญญาณอยู่โดยส่วนล่างจะเชื่อมต่อกับกราวด์ ตัวสายอากาศจะใช้ทองแดงของตัวสายสัญญาณ 2 เส้นพันตั้งฉากกับสายสัญญาณ โดยเส้นทองแดงจะอยู่ในแนวเดียวกันยาว $\lambda/2$ มีลักษณะโครงสร้างในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 โครงสร้างสายอากาศส่งแบบไดโพล ชนิด Balun

จากรูปที่ 4.3 นำมาสร้างสายอากาศไดโพลที่ย่านความถี่ 1900 MHz ซึ่งมีค่า $\lambda = 15.78$ cm , $v = 77\%$ และให้ $n = 1$ ต่อเข้ากับ connector ชนิด N type จะได้สายอากาศไดโพลดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.6 สายอากาศส่งแบบไดโพล ชนิด balun

4.4 การวัดค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่ง ค่าการสูญเสียย้อนกลับและค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ

ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่ง (VSWR) เนื่องจากในทางปฏิบัติจริงนั้น สายอากาศของเราจะไม่สามารถที่จะปรับให้มีค่าอิมพีแดนซ์ได้เท่ากับค่าอิมพีแดนซ์ของเครื่องรับหรือเครื่องส่งได้ ดังนั้นเมื่อมีการต่อสายอากาศเข้ากับเครื่องรับหรือเครื่องส่ง ผลก็จะทำให้กำลังงานส่วนหนึ่งเกิดการสะท้อนกลับที่จุดอินพุตของสายอากาศ ดังนั้นเพื่อเป็นการบ่งบอกแก่ผู้นำสายอากาศไปใช้งานว่าสายอากาศตัวนี้หากนำไปใช้งานแล้ว

จะสามารถรับกำลังงานที่ส่งมาจากเครื่องส่ง ได้มากขึ้นเพียงใดจะสามารถบอกได้ด้วยค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่ง

4.4.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบสายอากาศ

1. เครื่อง Network Analyzer
2. สายอากาศทรงกลมและสายอากาศไดโพล
3. สายนำสัญญาณ
4. ชุด Calibration Kit

4.4.2 ระดับขั้นตอนการ Calibration

1. ทำการปรับสถานะเครื่อง Network Analyzer เป็นแบบ two port (S 22)
2. กดปุ่ม START ป้อนความถี่เริ่มต้น ตามหน่วยของความถี่
3. กดปุ่ม STOP ป้อนความถี่สุดท้าย ตามหน่วยของความถี่
4. กดปุ่ม MKR (Marker)
 - 4.1 ให้ Marker 1 อยู่ที่ความถี่ที่ต้องการ
 - 4.2 ให้ Marker 2 อยู่ที่ความถี่เริ่มต้น
 - 4.3 ให้ Marker 3 อยู่ที่ความถี่สิ้นสุด
5. กดปุ่ม CAL (Calibration) เลือกที่ S 22 เป็นการทำการ Calibrate เครื่อง โดยจะขึ้นข้อความ OPEN, SHORT, LOAD
6. นำตัว Calibrator แบบ OPEN มาต่อกับสายนำสัญญาณแล้วกดปุ่ม OPEN แล้วทำการเลือกกว่าเป็นชนิดตัวผู้หรือชนิดตัวเมีย แล้วเลือก Done แล้วทำการถอดตัว Calibrator ออก
7. นำตัว Calibrator แบบ SHORT มาต่อกับสายนำสัญญาณแล้วกดปุ่ม SHORT แล้วทำการเลือกกว่าเป็นชนิดตัวผู้หรือชนิดตัวเมีย แล้วเลือก Done แล้วทำการถอดตัว Calibrator ออก
8. นำตัว Calibrator แบบ Broadband Load มาต่อกับสายนำสัญญาณแล้วกดปุ่ม Broadband แล้วกด Done สองครั้ง ทางจอภาพจะแสดงตัวหนึ่งคือ "Cor"(Calibration) แล้วทำการถอดตัว LOAD ออก
9. ทำการกดปุ่ม Format จะมีเมนูให้เลือก ทำการเลือกที่ Smith Chart
10. นำตัว Calibrator แบบ SHORT มาต่อเข้ากับสายนำสัญญาณอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำการปรับสเกล โดยกดปุ่ม Electrical delay เพื่อเลื่อนไปที่ตำแหน่งของลูกศรไปที่ตำแหน่งขวาสุดของ Smith Chart หรือนำตัว Calibrator แบบ OPEN มาต่อเข้ากับสายนำสัญญาณอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำการปรับสเกลโดยกดปุ่ม Electrical delay เพื่อเลื่อนไปที่ตำแหน่งของลูกศรไปที่ตำแหน่งขวาสุดของ Smith Chart
11. ขั้นตอนที่ 1-10 เป็นขั้นตอนการ Calibration เครื่อง
12. จากนั้นนำสายอากาศที่ต้องการวัดมาทำการต่อเข้ากับเครื่อง Network Analyzer
13. กดปุ่ม Format เครื่องจะแสดง Log Mag, Smith Chart, SWR, Phase และ Delay

14. เลือกที่ SWR เครื่องจะแสดงค่า SWR ของสายอากาศที่วัดออกมา ถ้าค่าที่วัดได้ยังไม่เข้าใกล้ 1 ให้ทำการปรับแต่งความยาวของโพรบของสายอากาศ จนกว่าจะได้ค่า SWR ที่เข้าใกล้ 1 มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ หลังจากนั้นทำการกดปุ่ม COPY เพื่อทำการพิมพ์รูปออกมา

15. ทำการเลือกที่ Log Mag และ Smith Chart แล้วทำการกดปุ่ม COPY เพื่อทำการพิมพ์รูปออกมา

4.5 การวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ (Radiation Pattern)

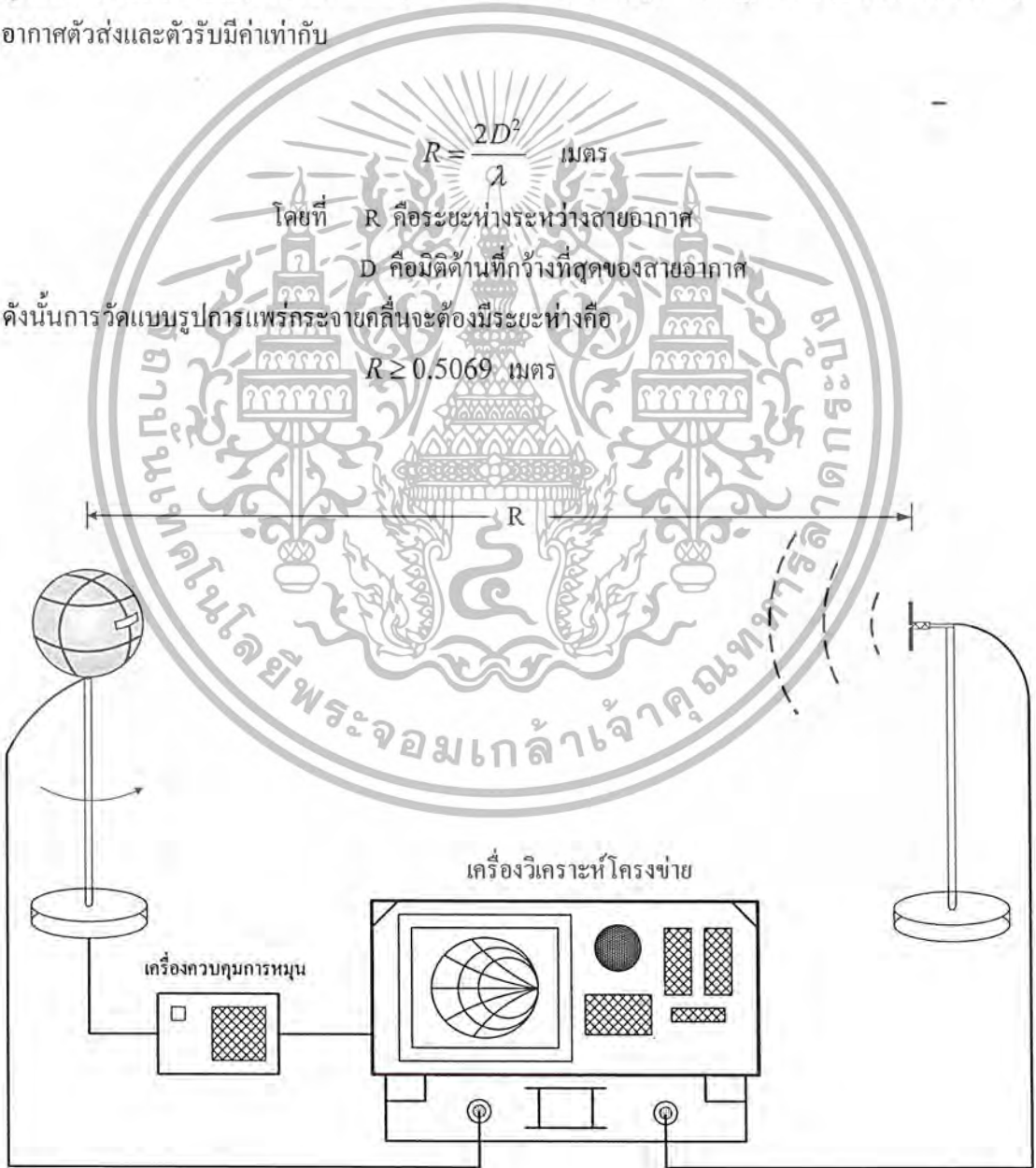
การวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ (Radiation Pattern) จะทำการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นทั้งระนาบ xy หรือระนาบมุมกวาด (Azimuth Plane) และระนาบ xz หรือระนาบมุมยก (Elevation Plane) การวัดจะพิจารณาที่สนามระยะไกล (Far Field) ซึ่งระยะห่างระหว่างสายอากาศตัวส่งและตัวรับมีค่าเท่ากับ

$$R = \frac{2D^2}{\lambda} \text{ เมตร}$$

โดยที่ R คือระยะห่างระหว่างสายอากาศ
D คือมิติด้านที่กว้างที่สุดของสายอากาศ

ดังนั้นการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะต้องมีระยะห่างคือ

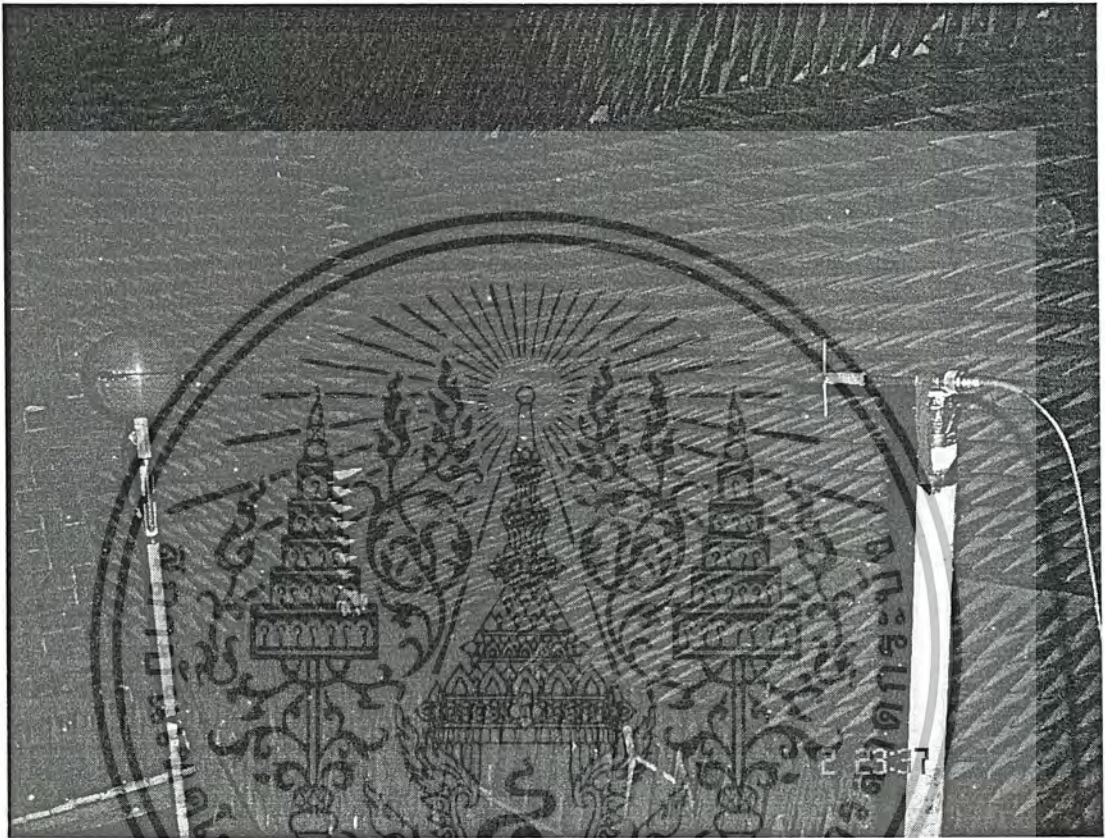
$$R \geq 0.5069 \text{ เมตร}$$



รูปที่ 4.7 การจัดวางอุปกรณ์ในการทดสอบสายอากาศ

4.5.1 การวัดระนาบ XY

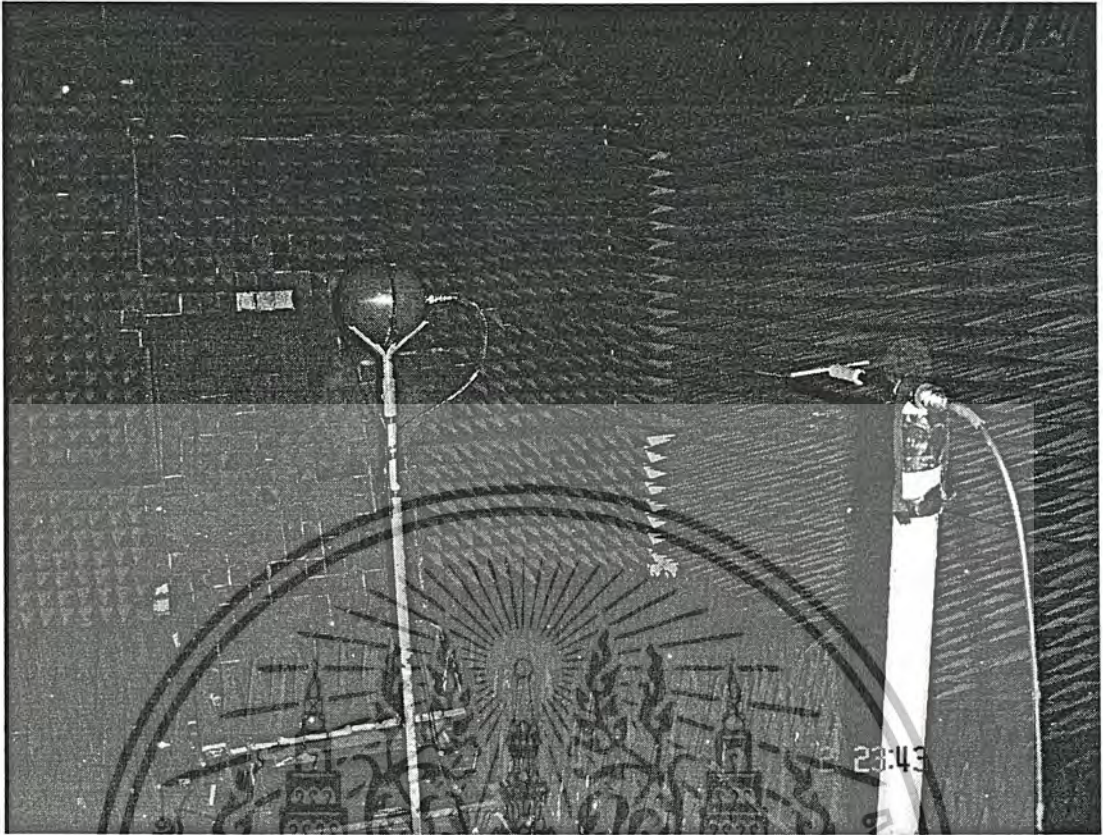
ในระนาบ XY จะเป็นการวัดหาค้นสนามแม่เหล็กโดยจะวางสายอากาศทรงกลมในลักษณะ ร่องแนวนอนส่วนสายอากาศตัวส่งไดโพลจะวางแนวตั้งดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 การตั้งสายอากาศในการวัดค่าในระนาบ XY

4.5.2 การวัดระนาบ XZ

ในระนาบ XZ จะเป็นการวัดหาค้นสนามไฟฟ้าโดยจะวางสายอากาศทรงกลมในลักษณะร่องแนวตั้ง ส่วนสายอากาศตัวส่งไดโพลจะวางแนวนอนดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 การตั้งสายอากาศในการวัดค่าในระนาบ XZ

4.5.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น

1. เครื่อง Network Analyzer
2. สายอากาศที่ตัวรับ และสายอากาศตัวส่ง
3. สายนำสัญญาณ
4. ขาตั้งสำหรับการติดตั้งสายอากาศ
5. เครื่อง Turn Table ที่ใช้ในการหมุนสายอากาศตัวรับ
6. เครื่อง Signal Generator

4.3.4 วิธีการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น

1. ทำการปรับสถานะเครื่อง Network Analyzer เป็นแบบ Trans port (S 21) คือ port 1 เป็นสายอากาศตัวส่ง (สายอากาศแบบไดโพล) และ port 2 เป็นสายอากาศรับ (สายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม)

2. ต่อสายนำสัญญาณกับสายอากาศเข้ากับ Signal Generator เพื่อเป็นตัวส่งสัญญาณ
3. กดปุ่ม CENTER ป้อนความถี่ที่ต้องการคือที่ความถี่ 1.9 GHz
4. กดปุ่ม CAL (Calibration) เลือก Response แล้วเลือก True ตามลำดับ
5. ทำการหมุนสายอากาศตัวรับที่ติดตั้งบนเครื่อง Turn Table ตั้งแต่ 0 องศาไปจนครบ 360

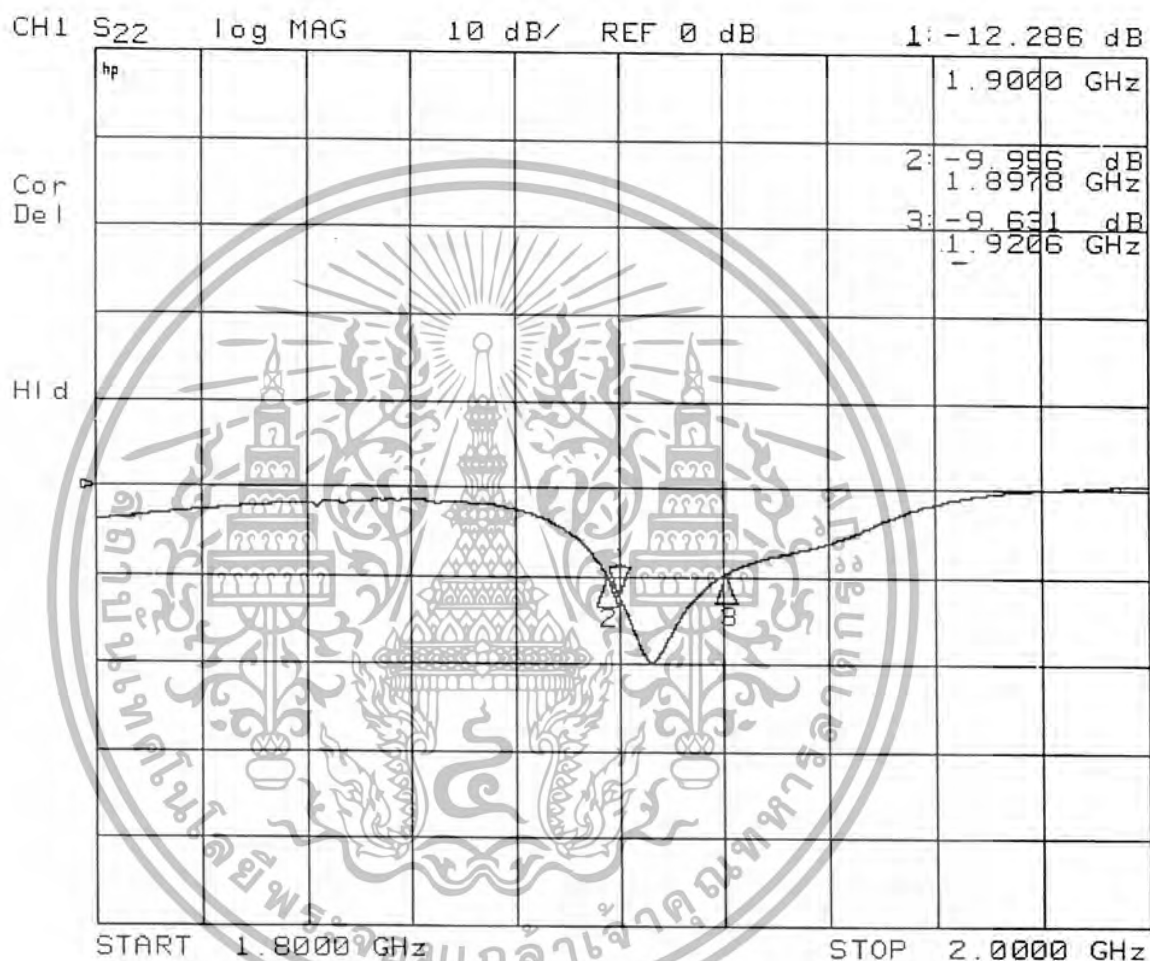
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่สามารถนำข้อมูลไปใช้ในเชิงพาณิชย์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. นำค่าที่วัดได้ของสายอากาศแต่ละค่ามาทำการ Normalize โดยนำค่าที่ได้มาไปเขียนกราฟด้วยโปรแกรม Microsoft Excel



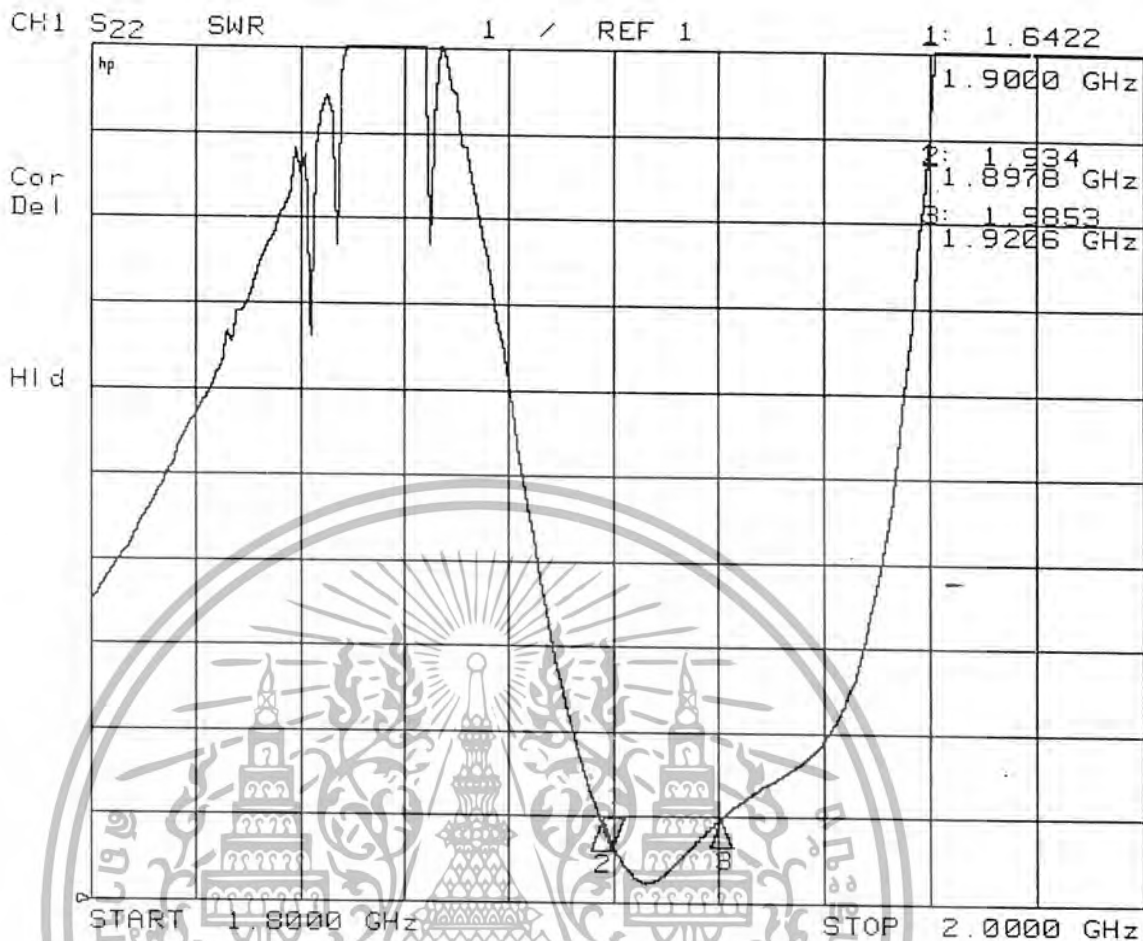
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.1 ค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer จะเห็นเป็นรูปขดวงกลมใน Smith Chart ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ $51.295 + j25.342\Omega$ ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้มีค่าใกล้เคียงกับ 50Ω แสดงว่าสามารถนำไปใช้งานได้



รูปที่ 5.2 ค่าการสูญเสียย้อนกลับที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องเตี้ยบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

จากรูปที่ 5.2 ค่าการสูญเสียย้อนกลับที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าการสูญเสียย้อนกลับเท่ากับ -12.286 dB

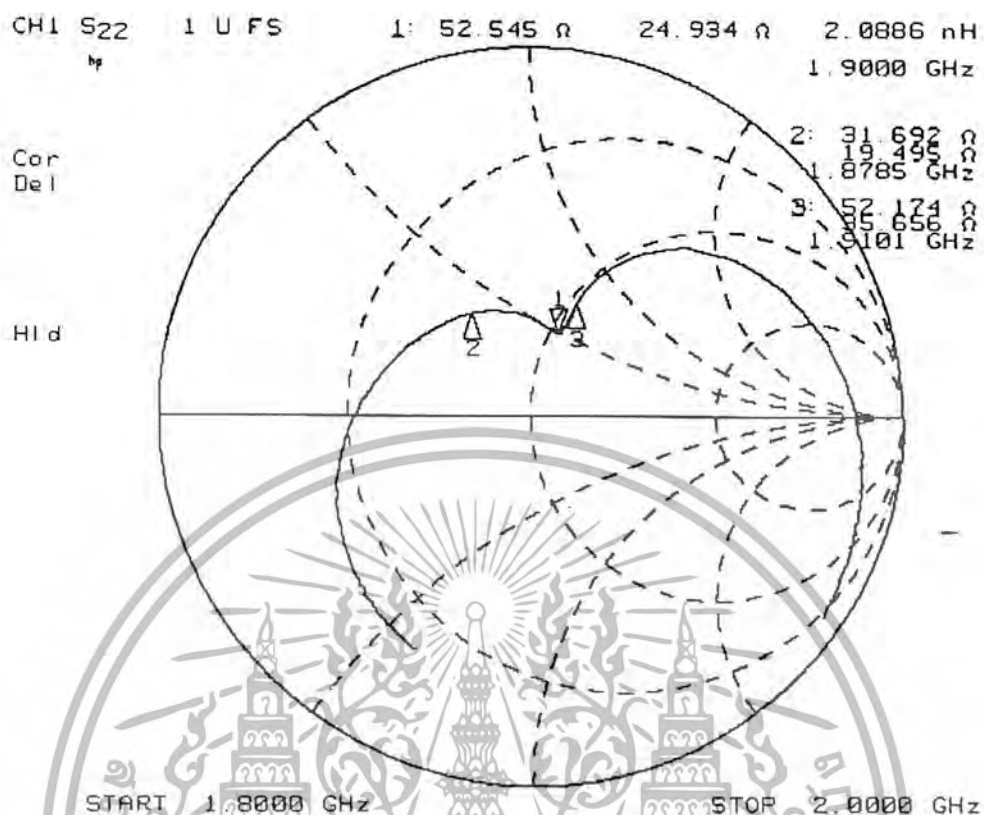


รูปที่ 5.3 ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องเคียวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

จากรูปที่ 5.3 ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือ ความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.6422 : 1 แสดงว่าสามารถนำมาใช้งานได้ แต่จากรูปจะเห็นว่าช่วงกว้างความถี่ของสายอากาศ (Antenna Bandwidth) มีค่าเพียง 22.8 MHz

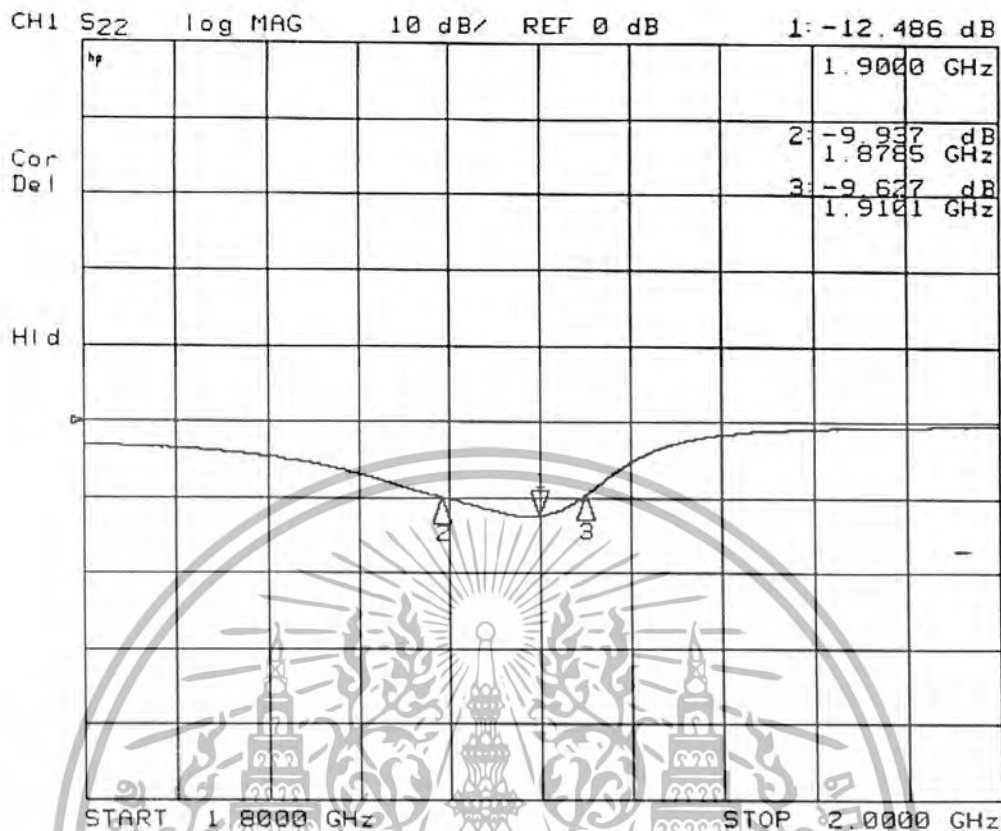
5.1.2 การวัดค่าอิมพีแดนซ์,ค่าการสูญเสียย้อนกลับ และค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศแบบร่อง แถวลำดับสี่รอบบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

โดยทั่วไปแล้วค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศที่สามารถนำมาใช้งานได้จะต้องมีค่าไม่เกิน 2 : 1 และค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศจะต้องมีค่าใกล้เคียงกับ 50Ω ซึ่งค่าที่ได้จากการวัดที่ความถี่ที่ต้องการคือที่ความถี่ 1.9 GHz ดังแสดงดังรูปที่ 5.4 ถึงรูปที่ 5.6



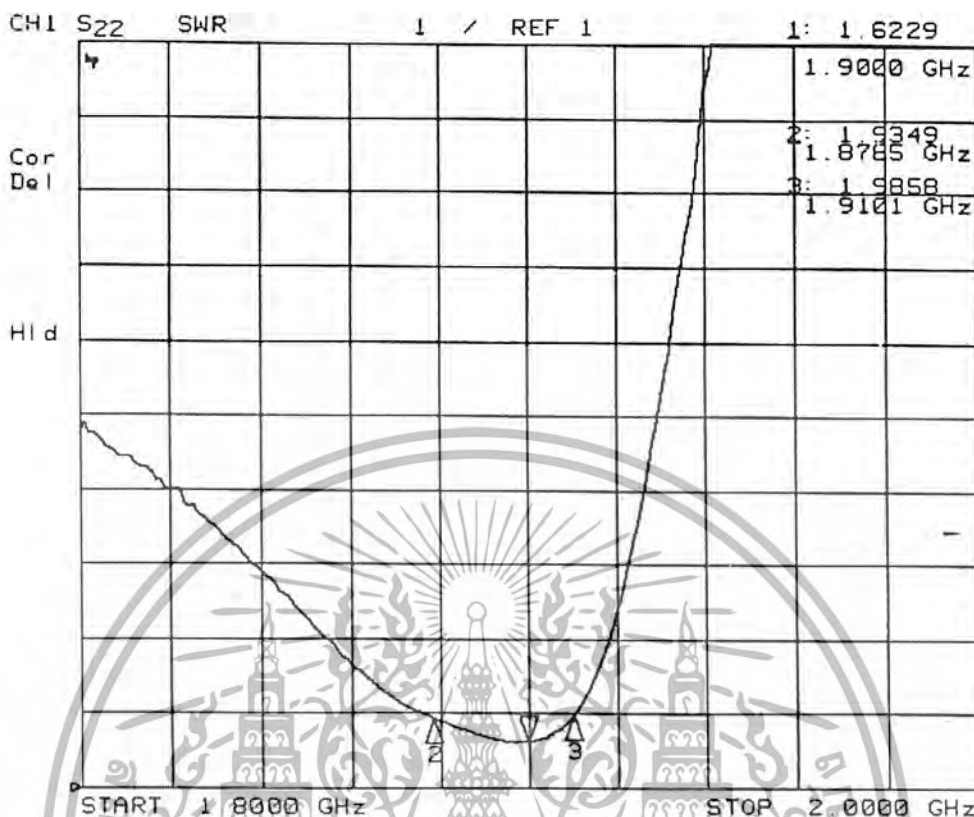
รูปที่ 5.4 ค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องแถวลำดับสี่รอบบนโครงสร้างค้ำนำทรงกลม

จากรูปที่ 5.4 ค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer จะเห็นเป็นรูปขดวงกลมใน Smith Chart ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ $52.545 + j24.934 \Omega$ ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ที่วัดได้มีค่าใกล้เคียงกับ 50Ω แสดงว่าสามารถนำไปใช้งานได้



รูปที่ 5.5 ค่าการสูญเสียย้อนกลับที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องแฉาดำดับสี่รอบบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

จากรูปที่ 5.5 ค่าการสูญเสียย้อนกลับที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือ ความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าการสูญเสียย้อนกลับเท่ากับ -12.486 dB



รูปที่ 5.6 ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่วัดได้จากสายอากาศแบบร่องแฉกลำดับสี่ร็องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

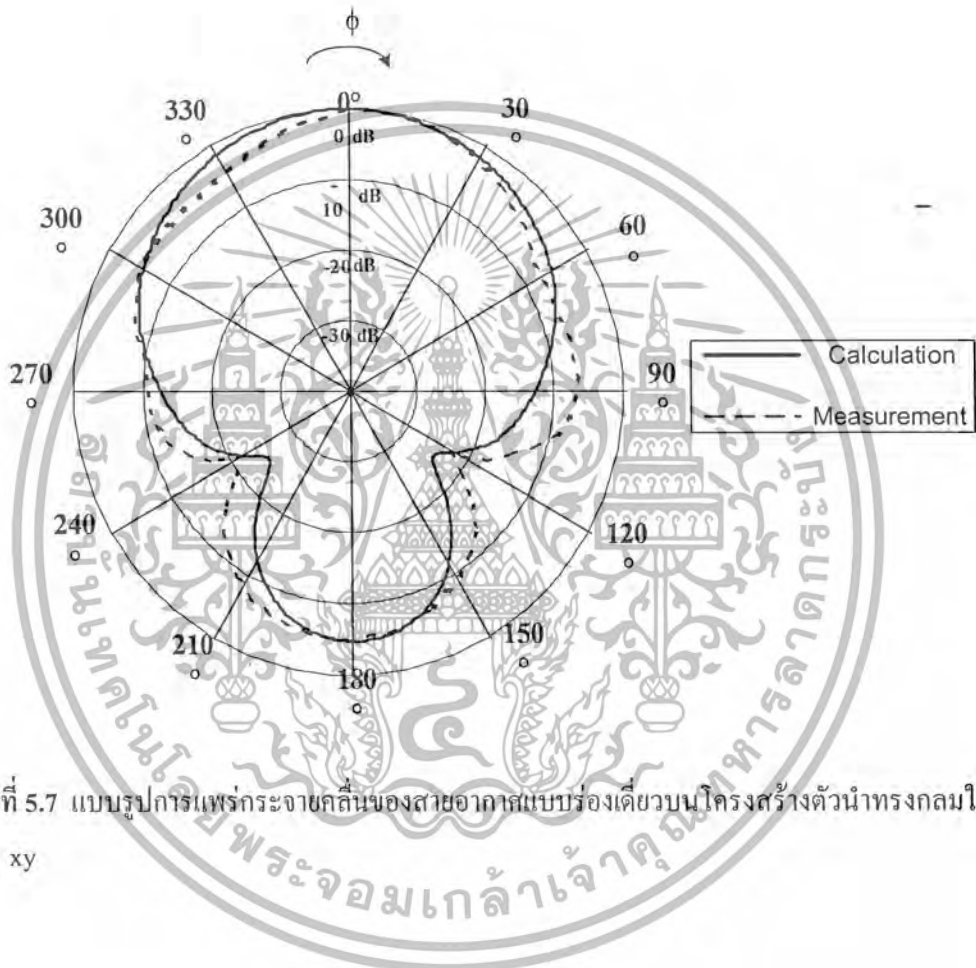
จากรูปที่ 5.6 ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่วัดได้จากเครื่อง Network Analyzer ที่ตำแหน่ง Marker 1 คือ ความถี่ที่ต้องการอยู่ที่ความถี่ 1.9 GHz ได้ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.6229 : 1 แสดงว่าสามารถนำมาใช้งานได้ แต่จากรูปจะเห็นว่าช่วงกว้างความถี่ของสายอากาศ (Antenna Bandwidth) มีค่าเท่ากับ 31.6 MHz

5.1.3 การทดสอบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวและแบบร่องแฉกลำดับสี่ร็องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม

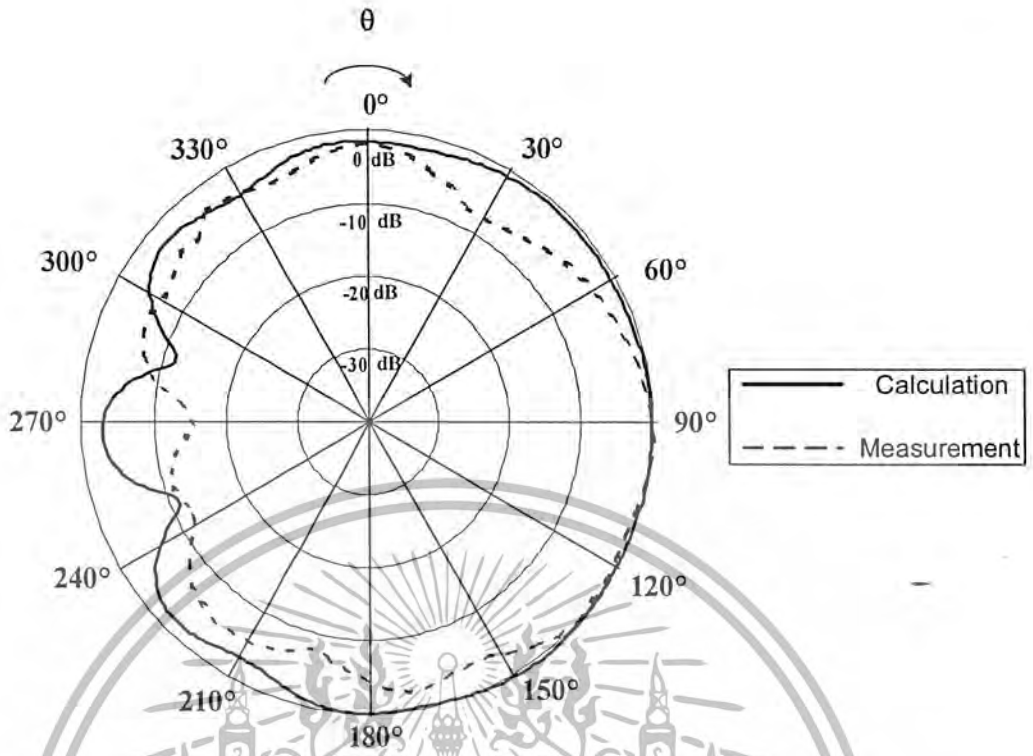
การทดสอบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวและแบบร่องแฉกลำดับสี่ร็องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม ซึ่งการทดสอบทั้งหมดได้ทำการทดสอบภายในห้องทดสอบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น ซึ่งในการทดสอบจะทำการทดสอบ 2 กรณี คือกรณีที่สายอากาศแบบร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมที่วางร่องแบบแนวนอน และกรณีที่สายอากาศแบบร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมที่วางร่องแบบแนวตั้ง ซึ่งแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะพิจารณาใน 2 ระนาบ คือระนาบ xy หรือ

ระนาบมุมกวาด (Azimuth Plane) และระนาบ xz หรือระนาบมุมยก (Elevation Plane) ตามปรกติแสดงด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

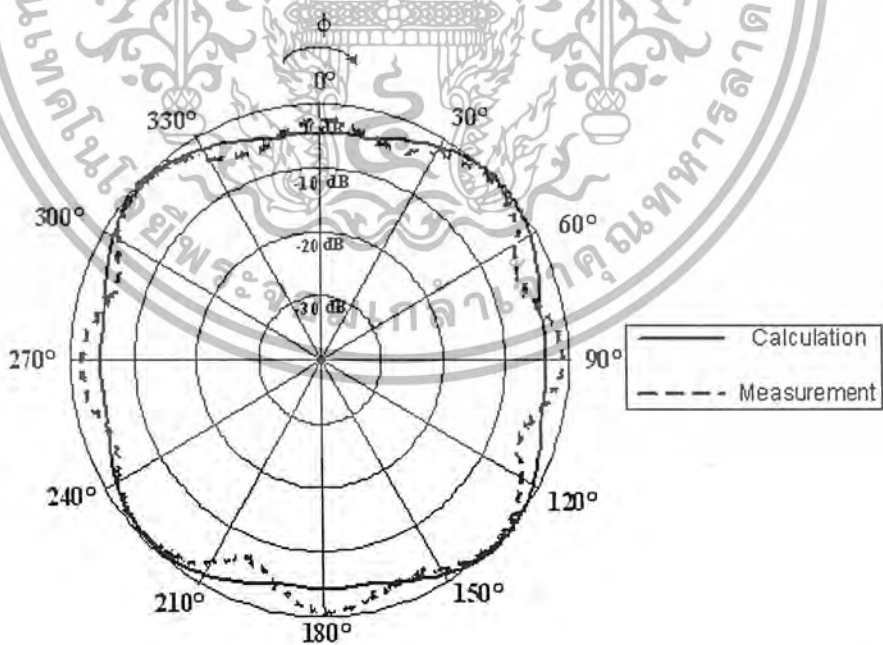
ผลการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวและแบบร่องแฉกลำดับสี่ ร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมระหว่างการทดสอบจริงและการใช้โปรแกรมคำนวณ (Mathematica 3.0) แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวและแบบร่องแฉกลำดับสี่ร่องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมที่ได้จากการทดสอบจะมีลักษณะใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมคำนวณดังแสดงในรูปที่ 5.7 ถึงรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.7 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมในระนาบ xy



รูปที่ 5.8 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องเดี่ยวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมในระนาบ xz



รูปที่ 5.9 แบบรูปการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศแบบร่องแฉับลำดับสี่รอบบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมในระนาบ xy

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปและวิจารณ์

ปฏิญานาพนธ์นี้เป็นกรนำเสนอการศึกษาคณณฎฐฎ การค่านวม การว้เคราะห้ การออกแบบ การสร้างและ การทดสอบสายอากาศแบบรอบทศทาง เพ้อใช้สำหรับค้ดค้งภายในอาคารสำหรับระบบการส้อสารเคล้อนนท้ โดย โครงสร้างของสายอากาศจะเป็นแบบร้องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลม การออกแบบสายอากาศได้้อกแบบสร้างท้ ความถ้ 1,900 MHz ซ้่งเป็นความถ้ท้ใช้งานของระบบการส้อสารเคล้อนนท้ โดยจะท้การสร้างสายอากาศแบบร้อง เด้อวบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมท้วางร้องตามแนวนอน โดยรัศมีของทรงกลมเท้ากับ 10 เซนตีมตร ($ka=3.98$), $\lambda = 0.1578$ เมตร เพ้อท้การศ้กษาว้เคราะห้การแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าท้้อกจากปากร้อง

จากรทดสอบพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ มีแนวน้มนท้สอดคล้องกับการว้เคราะห้ และการค่านวม จะมีค่าค้ดเพี้ยนไปเพ้องเล้กน้อย ซ้่งอาจเกิดจากความคิดพลาดของผู้ท้การทดสอบเอง รวมทั้ง ความคลาดเคล้อนนของอุปกรณ์ท้ใช้ในกรทดสอบ และเมื่อเปร้อบเทียบระหว่างสายอากาศท้มีรัศมีน้อยกับสาย อากาศท้มีรัศมีมาก จะพบว่าสายอากาศท้มีรัศมีมากแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นมีแนวน้มนท้ใกล้เคียงกันมากกว่า สายอากาศท้มีรัศมีน้อย

จากรผลการทดสอบโดยรวมถ้อว่าเป็นท้่น่าเพ้อใจ แต่กรทดสอบน้บท้ที่ผ่านมาสายอากาศแบบร้องเด้อว บนโครงสร้างตัวนำทรงกลมได้้อตราส่วนคลื่นน้่งท้วัดได้จากร้อง Network Analyzer ท้ความถ้ท้ต้องการอู่ท้ ความถ้ 1.9 GHz ได้้อตราส่วนคลื่นน้่งเท้กับ 1.6422 : 1 แต่เมื่อดูความถ้สูงกับความถ้ต่ำจะเห็นว้ช่วงกว้าง ความถ้ของสายอากาศ (Antenna Bandwidth) มีค่า 22.8 MHz ส่วนสายอากาศแบบร้องแบบแถวล้าดบแบบสร้าง บนโครงสร้างตัวนำทรงกลมได้้อตราส่วนคลื่นน้่งท้วัดได้จากร้อง Network Analyzer ท้ความถ้ท้ต้องการอู่ท้ ความถ้ 1.9 GHz ได้้อตราส่วนคลื่นน้่งเท้กับ 1.6229 : 1 แต่เมื่อดูความถ้สูงกับความถ้ต่ำจะเห็นว้ช่วงกว้าง ความถ้ของสายอากาศ (Antenna Bandwidth) มีค่า 31.6 MHz ซ้่งจะเห็นว้เมื่อมีจ้าร้องมากซ้่นจะท้ให้ช่วงความถ้ ของสายอากาศ (Antenna Bandwidth) กว้างซ้่น จะเห็นได้ว้เมื่อมีจ้านวนร้องมากซ้่นรูปแบบการแพร่กระจายคลื่น จะมีการแพร่กระจายคลื่นแบบรอบตัวมากซ้่น

เมื่อนำสายอากาศมาเปร้อบเทียบกับสายอากาศชนิดอื่นเช่น สายอากาศชนิดไดโพล จะเห็นได้ว้สายอากาศ แบบร้องแถวล้าดบบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมจะมีข้อค้ดคือ

- 1.สายอากาศแบบร้องแถวล้าดบบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมสามารถเพ้อเพิ่มอ้ตราการขยาย (Gain) โดยการ เจาะวงแถวล้าดบเพิ่ม ถ้่าเป็นสายอากาศชนิดไดโพลจะต้อท้การสร้างสายอากาศหลายตัวมาต่อเป็นอาเรย์ ซ้่งจะ ยู่่งยาก

- 2.สายอากาศแบบร้องบนโครงสร้างตัวนำทรงกลมสามารถค้ดแปลงจากสายอากาศทศทางเด้อวให้เป็น รอบทศทางได้ แต่สายอากาศชนิดไดโพลจะมีการแพร่กระจายคลื่นเพ้องอย่างเด้อว

และมีข้อเส้อคือ

- 1.ในการสร้างสายอากาศจะท้การ Matching ได้ยาก เนื่องจากการปร้บควมยาวของโพรบต้อท้่านน ใน ทรงกลม

- 2.โครงสร้างของสายอากาศมีความบอบบางต้อใช้ความระมัตระวังในการสร้าง

เอกสารน้่งเป็นเอกสารท้สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพ้อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้่นำไปใช้ประโยชน้ด้านการค้า ไม่ว่ากรณ้ใดๆ ท้่งส้่น อี้กท้่งห้ามมิให้ค้ดแปลงเนื้อหาและต้ออ้างอิงถ้่งเจ้าของเอกสารทุกคร้่งท้มีการ่นำไปใช้

ภาคผนวก

ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

$$\csc^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

$$e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$\tan \alpha = j \left(\frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}} \right)$$

$$\sinh \alpha = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{2}$$

$$\cosh \alpha = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2}$$

$$\tanh \alpha = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{e^\alpha + e^{-\alpha}}$$

$$\cosh(j\alpha) = \cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$e^{\sin x} = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^5}{15} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

ความสัมพันธ์ของระบบพิกัดทรงกลม

$$\nabla \Phi = \hat{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{\hat{\phi}}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \square D = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times H = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (H_\phi \sin \theta) - \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) \right] + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2}$$

$$\nabla^2 A = \hat{r} \left[\nabla^2 A_r - \frac{2}{r^2} \left(A_r + \cot \theta A_\theta + \csc \theta \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$+ \hat{\theta} \left[\nabla^2 A_\theta - \frac{1}{r^2} \left(\csc^2 \theta A_\theta - 2 \frac{\partial A_r}{\partial \theta} + 2 \cot \theta \csc \theta \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \right]$$

$$+ \hat{\phi} \left[\nabla^2 A_\phi - \frac{1}{r^2} \left(\csc^2 \theta A_\phi - 2 \csc \theta \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - 2 \cot \theta \csc \theta \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \right]$$

ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเบสเซลและฟังก์ชันแองเกิล

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$$

$$J_{n+1}(-x) = \frac{2n}{x} J_n(x) - J_{n-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} [x^{-n} J_n(x)] = -x^n J_{n+1}(x)$$

$$H_n^{(1)}(x) = J_n(x) + jY_n(x)$$

$$H_n^{(2)}(x) = J_n(x) - jY_n(x)$$

$$j_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{n+1/2}(x)$$

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} Y_{n+1/2}(x)$$

$$j_n(x) = \frac{1}{x} \sin\left(\frac{n\pi}{2} - x\right), \quad x \rightarrow \infty$$

$$y_n(x) = \frac{1}{x} \cos\left(\frac{n\pi}{2} - x\right), \quad x \rightarrow \infty$$

$$h_n^{(1)}(x) = j_n(x) + jy_n(x)$$

$$h_n^{(2)}(x) = j_n(x) - jy_n(x)$$

$$h_n^{(1)}(x) = \frac{1}{x} j^{-(n+1)} e^{jx}, \quad x \rightarrow \infty$$

$$h_n^{(2)}(x) = \frac{1}{x} j^{(n+1)} e^{jx}, \quad x \rightarrow \infty$$

ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันลอมองด์

$$P_n^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x)$$

$$Q_n^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} Q_n(x)$$

$$P_n^m(x) = 0, \quad m > n$$

$$P_n^m(-x) = (-1)^{n-m} P_n^m(x)$$

$$P_n^m(x) = P_{n-1}^m(x)$$

$$\frac{d}{dx} P_n^m(x) = \frac{(n+m)P_n^m(x) - nxP_n^m(x)}{1-x^2}, \quad m > n$$

$$\frac{d}{d\theta} P_n^m(x) = \frac{1}{2} [(n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(x) - P_n^{m+1}(x)]$$

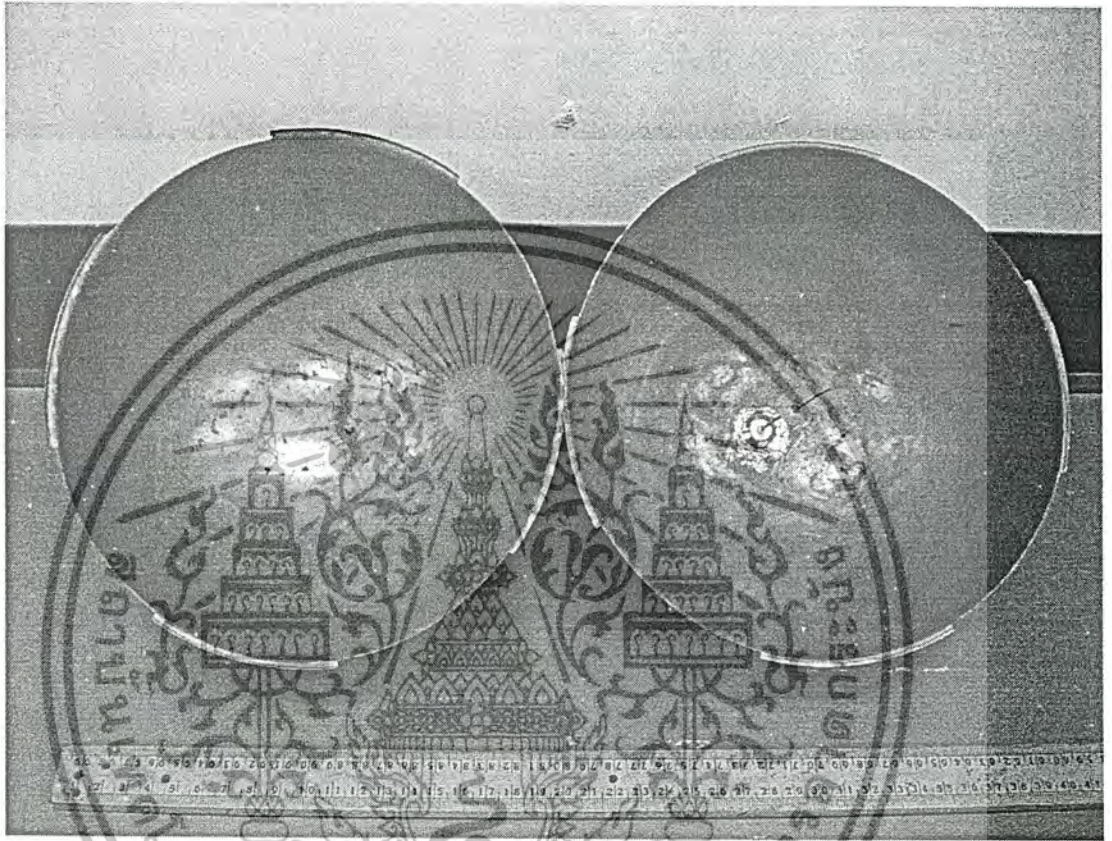
$$\int_{-1}^1 [P_n^m(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

$$\int_{-1}^1 [P_n^m(x)]^2 \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{m} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

$$\int_{-1}^1 [P_n^m(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

$$\int_{-1}^1 \left[\left(\frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{nP_n^m}{\sin \theta} \right)^2 \right] \sin \theta d\theta = \frac{2n(n+1)}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$$

ค่าเท่ากับ 7.89 เซนติเมตร ทั้งสองส่วน ในส่วนที่ยึดกับ Connector จะทำการบัดกรีแท่งทองแดงเข้ากับตัว Connector เพื่อใช้เป็นตัวแพร่กระจายคลื่นภายในทรงกลมในที่นี้จะทำการเจาะร่องเป็น 4 ร่องดังแสดงในรูปที่ 4.3 จากนั้นจะทำการประกอบชิ้นงานทั้งสองส่วนเข้าด้วยกันดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.3 การติดตั้งแท่งทองแดงภายในสายอากาศแบบร่องแถวลำดับบน โครงสร้างตัวนำทรงกลม

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจาก ผศ.ดร.ชวรงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือคำแนะนำแนวทางการศึกษา แนวทางในการแก้ไขปัญหาดังกล่าวที่เกิดขึ้น และดูแลเอาใจใส่เป็นอย่างดี ตลอดจนคอยอบรมสั่งสอน และขอขอบคุณ คุณดำรง นุญรอด, คุณไพโรจน์ วุ่นชุม, คุณสุธาณี ละมุลตรี และพี่ๆทุกคนในห้องปฏิบัติการสื่อสารไร้สายที่ได้ให้คำชี้แนะและความรู้ทางด้านต่างๆ ตลอดจนเพื่อนๆทุกคนที่แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและคอยให้กำลังใจระหว่างร่วมทำกิจกรรมต่างๆ ตลอดช่วงเวลาที่ผ่านมา



เอกสารอ้างอิง

- [1] C.A. Balanis., "Advanced Engineering Electromagnetics," John Wiley & Sons, Inc., 1998
- [2] R.F. Harrington., "Time Harmonic Electromagnetic Fields," New York, McGraw-Hill, 1961
- [3] D. Boonrod., "Analysis of a Slot Antenna on Spherical Conducting Surface Using Dyadic Green Function Approach," Master's Degree Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, 2004
- [4] J.A. Stratton., "Electromagnetic Theory," New York and London, McGraw-Hill, 1941
- [5] C.A. Balanis., "Antenna Theory Analysis and Design," 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 1997

