

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

แบบจำลองและการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุล
สำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 62006
วัน,เดือน,ปี..... 25 ก.ค. 2549

b.....
i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MODELING AND SIMULATION OF A MOLECULAR DISTILLATOR
FOR VITAMIN E SEPARATION FROM PALM OIL



A REPORT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT
FOR THE DEGREE OF BACHELOR IN CHEMICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์เรื่อง แบบจำลองและการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุล
สำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม
ชื่อนักศึกษา นางสาวจรรยา โชติภักดิ์ รหัสนักศึกษา 44010654
นายประมวล รอบเขตรมย์ รหัสนักศึกษา 44010753
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมเคมี
อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.ประกอบ กิจไชยา

ปริญญาานิพนธ์นี้ได้รับการพิจารณาอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี

คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์เรื่อง แบบจำลองและการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุล
สำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม
โดย นางสาวจรียา ไชติกสถิตย์
นายประมวล รอบเขตรัมย์
ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.ประกอบ กิจไชยา
ปริญญาานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี
ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ศึกษาการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม โดยศึกษาแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง ในเรื่องของความเร็ว อุณหภูมิ ความเข้มข้น และอัตราการระเหย เป็นต้น ส่วนการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของแบบจำลองจะใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้สมการแบบต่างๆ โดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่นำมาประยุกต์ใช้ คือ ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู และระเบียบวิธีออยเลอร์ นอกจากนี้คณะผู้วิจัยยังใช้โปรแกรม MATLAB เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากโปรแกรมที่คณะผู้วิจัยได้เขียนขึ้นเพื่อใช้ในการคำนวณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นมีความผิดพลาดประมาณร้อยละ 11 เมื่อเปรียบเทียบกับผลของ Batistella และ Maciel ของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate

เมื่อนำโปรแกรมมาใช้ศึกษาการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มในการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอลิเอท ได้ผลของการเขียนโปรแกรมเพื่อใช้อธิบายแบบจำลองนั้นเมื่อให้อุณหภูมิของจานหมุนเท่ากับ 423 เคลวิน อุณหภูมิสารป้อน 303 เคลวิน อัตราการป้อนการเข้า 6.5 กรัมต่อวินาที และความยาวของจานหมุน 6.5 เซนติเมตร ทำให้ได้ความเข้มข้นของวิตามินอีจากการกลั่นโมเลกุลมากถึง 24272 ส่วนในล้านส่วน จากความเข้มข้นวิตามินอีเริ่มต้น 1000 ส่วนในล้านส่วน

Report Title Modeling and Simulation of a Molecular Distillator for Vitamin E
Separation from Palm Oil
By Miss Jariya Chotikasathit
 Mr. Pramual Robkhetram
Advisor Assoc. Prof. Dr. Prokob Kitchaiya
Report for Bachelor Degree of Chemical Engineering
 Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering
 King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

ABSTRACT

This project studies vitamin E separation from palm oil by applying the model of the centrifugal molecular distillator. Effect of velocities, temperatures, concentrations and evaporation rates were factors that being studied. The model was utilizes various numerical such as Finite Difference, LU Decomposition and Euler's methods. In addition, MATLAB as m-files was very useful for solving the simulation.

The program that was written in this work for solving the model had yielded 11 percent discrepancy as compared to the result of Batistella and Maciel for Diethylhexyl phthalate and Diethylheyl sebacate system.

The separation of vitamin E from palm oil by distilling Methyl palmitate and Methyl oleate, the distillator was simulated at the following conditions: wall temperature 423 K, feed temperature 303 K, feed rate 6.5 g/s and size of the evaporator 6.5 cm. It was found that vitamin E concentration increased to 24272 ppm from the initial vitamin E concentration of 1000 ppm.

กิตติกรรมประกาศ

ตลอดหนึ่งปีการศึกษาการดำเนินการศึกษาหาข้อมูลและการออกแบบแบบจำลองและการคำนวณทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุลสำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มขึ้นมานั้น แต่ละขั้นตอนของการทำงานได้พบกับอุปสรรคต่างๆ มากมาย แต่ก็สามารถทำงานได้สำเร็จจุล่งไปได้ด้วยดี ทั้งนี้เพราะคำแนะนำ คำปรึกษา และความอนุเคราะห์จากบุคคลหลายท่าน

คณะผู้จัดทำขอขอบคุณ รศ.ดร.ประกอบ กิจไชยา ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทชั้นนี้ เป็นท่านผู้ที่คอยดูแลให้กำลังใจ ตลอดจนให้ความรู้และคำแนะนำต่างๆ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการดำเนินงาน และคณะผู้จัดทำจะนำความรู้ ประสบการณ์ต่างๆ ที่ได้จากการทำงานในครั้งนี้ไปประยุกต์กับการทำงานครั้งต่อไป

ขอขอบคุณ อาจารย์นริศรา ทองบุญชู ที่กรุณาส่งข้อมูลมาให้คณะผู้จัดทำจากประเทศสหรัฐอเมริกา

ขอขอบคุณ Dr. Jürgen Rarey ที่กรุณาเอื้อเฟื้อข้อมูลต่างๆ ของเมทิลเอสเตอร์

ขอขอบคุณบิดา มารดา รวมถึงญาติพี่น้องของคณะผู้จัดทำที่คอยให้กำลังใจและเป็นพลังให้ในยามท้อถอย

คุณค่าและประโยชน์จากปริญญาโทชั้นนี้ คณะผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และหากมีข้อผิดพลาดประการใด คณะผู้วิจัยขออภัย ณ ที่นี้

จริยา ไชติกสถิตย์

ประมวล รอบเขตรมย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎี.....	3
2.1 วิตามินอี.....	3
2.2 น้ำมันปาล์ม.....	5
2.3 ทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน (Transesterification).....	6
2.4 Supercritical carbon dioxide.....	7
2.5 การกลั่นโมเลกุล (Molecular Distillation).....	8
2.6 กระบวนการส่งผ่านในฟิล์มบางของเหลวระหว่างการกลั่น สุญญากาศที่ความดันต่ำมาก.....	11
2.7 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.....	16
2.8 การหาความเข้มข้นวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล.....	25
บทที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	27
3.1 การสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide.....	27
3.2 การกลั่นโมเลกุล (Molecular Distillation).....	33

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมเพื่อจำลองผล.....	40
4.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	40
บทที่ 5 ผลจากการศึกษาและวิเคราะห์ผลจากการศึกษา.....	48
5.1 การแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มโดยการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide.....	48
5.2 การแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มโดยการกลั่นโมเลกุล.....	49
5.3 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุล แบบอาศัยแรงเหวี่ยง.....	50
5.3.1 การกลั่นโมเลกุลของ Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate.....	50
5.4 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุล แบบอาศัยแรงเหวี่ยงระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอลิเอท.....	52
บทที่ 6 สรุปผลการศึกษา.....	57
เอกสารอ้างอิง.....	58
ภาคผนวก.....	61
ภาคผนวก ก ตัวแปรและสัญลักษณ์.....	62
ก.1 ตัวแปรที่ใช้ในหัวข้อ 2.6.....	62
ก.2 สัญลักษณ์ที่ใช้ในหัวข้อ 2.6.....	64
ก.3 ตัวแปรที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม.....	65
ภาคผนวก ข การเปลี่ยนระบบทรงกระบอกเป็นระบบพิกัดฉาก.....	68
ข.1 การเปลี่ยนระบบแกนทรงกระบอก (r, z, θ) เป็นระบบ แกนพิกัดฉาก (x, y, z)	68
ข.2 ความสัมพันธ์ของสมการความต่อเนื่อง.....	71

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ข.3 ความสัมพันธ์ของสมการโมเมนต์.....	73
ภาคผนวก ค การเปลี่ยนสมการให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วย.....	76
ค.1 สมการความต่อเนื่องไร้หน่วย.....	77
ค.2 สมการโมเมนต์ไร้หน่วยในทิศทางแกน x.....	78
ค.3 ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง x.....	79
ค.4 ความเร็วเฉลี่ยไร้หน่วยในทิศทาง x.....	80
ค.5 ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง y.....	81
ค.6 ความเข้มข้นไร้หน่วย.....	82
ค.7 อุณหภูมิไร้หน่วย.....	83
ภาคผนวก ง การแปลงสมการโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง.....	84
ง.1 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องของความเข้มข้น.....	84
ง.2 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องของอุณหภูมิ.....	86
ภาคผนวก จ.....	87
จ.1 อัตราการไหลเชิงมวล ณ ตำแหน่งที่สารระเหย.....	87
จ.2 ความหนาแน่นฟิล์มเริ่มต้นไร้หน่วย.....	88
ภาคผนวก ฉ การเปลี่ยนอัตราส่วนโดยมวลเป็นอัตราส่วนโดยโมล ในระบบสององค์ประกอบ.....	89
ภาคผนวก ช คุณสมบัติของสาร.....	91
ช.1 คุณสมบัติต่างๆ ของเมทิลโอเลอเทต (Methyl Oleate).....	91
ช.2 คุณสมบัติต่างๆ ของเมทิลปาล์มมิเตท (Methyl Palmitate).....	96
ภาคผนวก ซ โปรแกรมการคำนวณผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ เครื่องกลั่นโมเลกุลโดยใช้โปรแกรม MATLAB.....	101

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ปริมาณวิตามินอีในน้ำมันพืชชนิดต่างๆ (มิลลิกรัมวิตามินอีต่อ 100 กรัม น้ำมัน).....	4
2.2 องค์ประกอบทางเคมีของน้ำมันปาล์มและปาล์มสเตียริน.....	5
2.3 องค์ประกอบของวิตามินอีในน้ำมันปาล์มดิบ.....	6
3.1 ค่าคงที่ของความสามารถการละลายในคาร์บอนไดออกไซด์.....	30
3.2 ค่าคงที่ k' และ b' ของ α -Tocopherol ที่อุณหภูมิต่างๆ.....	31
3.3 ความสามารถในการละลายของ β -Carotene ใน Supercritical carbon dioxide.....	33
ช.1.1 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความดันไอ ของเมทิลโอลีเอท.....	91
ช.1.2 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและ Kinematic Viscosity ของเมทิลโอลีเอท.....	92
ช.1.3 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนาแน่น ของเมทิลโอลีเอท.....	93
ช.1.4 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนืด ของเมทิลโอลีเอท.....	94
ช.2.1 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความดันไอ ของเมทิลปาล์มมีเตท.....	96
ช.2.2 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและ Kinematic Viscosity ของเมทิลปาล์มมีเตท.....	97
ช.2.3 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความจุความร้อนจำเพาะ ของเมทิลปาล์มมีเตท.....	98
ช.2.4 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนาแน่น ของเมทิลปาล์มมีเตท.....	99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 โครงสร้างของวิตามินอี.....	3
2.2 ปฏิกริยาทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน.....	6
2.3 ลำดับขั้นปฏิกริยาพื้นฐานของทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน.....	6
2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและอุณหภูมิของคาร์บอนไดออกไซด์.....	7
2.5 ลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง.....	10
2.6 ลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง.....	10
2.7 ระบบแกนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandakar และ Ferron.....	11
2.8 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบไปข้างหน้า.....	21
2.9 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบย้อนกลับ.....	21
2.10 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบตรงกลาง.....	22
2.11 แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีของเครงก์-นิโคลสัน.....	22
2.12 ระเบียบวิธีออยเลอร์.....	24
2.13 การควบคุมผลสารของการกลั่นโมเลกุลของเมทิลปาล์มไมเตทและเมทิลโอลิเอท.....	25
3.1 ความสามารถในการละลายของ α - Tocopherol ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ใน log-log scale.....	28
3.2 ความสามารถในการละลายของ α - Tocopherol ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l).....	28
3.3 ความสามารถในการละลายของ Tripalmitin ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ใน log-log scale.....	29
3.4 ความสามารถในการละลายของ Tripalmitin ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l).....	29
3.5 การแยกของ α - Tocopherol และ Tripalmitin โดยใช้คาร์บอนไดออกไซด์ ที่หนาแน่นสกัด.....	30
3.6 ความสามารถในการละลายของ α - Tocopherol ที่อุณหภูมิคงที่ (Johann และ Brunner).....	31
3.7 ความสามารถในการละลายของ α - Tocopherol ที่ความดันคงที่ (Johann และ Brunner).....	32
3.8 ความสามารถในการละลายขององค์ประกอบลิปิด ที่อุณหภูมิ 323 เคลวิน โดยใช้สมการที่ 3.3.....	33
3.9 ระบบแกนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ David B. Greenberg.....	35

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.10 ระบบการกลั่นโมเลกุลของเครื่องกลั่นโมเลกุลโดยอาศัยแรงเหวี่ยง(Model CM-15).....	37
4.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลัก.....	41
4.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมน้อยของขั้นที่ 5 ในโปรแกรมหลัก.....	45
5.1 การเปรียบเทียบคุณสมบัติไร้หน่วยที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนระหว่างผลที่ได้จากโปรแกรมกับผลของ Batistella และ Maciel ของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate.....	50
5.2 การเปรียบเทียบอัตราการระเหยที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนระหว่างผลที่ได้จากโปรแกรมกับผลของ Batistella และ Maciel ของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate.....	50
5.3 ความเข้มข้นเฉลี่ยเชิงมวลที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนของผลที่ได้จากโปรแกรมของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate.....	51
5.4 การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไร้หน่วยที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที.....	52
5.5 การเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นไร้หน่วยที่ผิวของเมทิลปาล์มมิเตทที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที.....	53
5.6 การเปลี่ยนแปลงของอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมิเตทที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที.....	53
5.7 การเปลี่ยนแปลงของอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลโกลิเอทที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที.....	54
5.8 เปรียบเทียบความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอทที่ขนาดความยาวจานหมุนเท่ากับ 4 และ 6.5 เซนติเมตร ที่มีอัตราการป้อนสาร 6.5 กรัมต่อวินาที.....	54
5.9 เปรียบเทียบความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโกลิเอทที่มีอัตราการป้อนสารต่างกัน.....	55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ข.1.1 การเปรียบเทียบทิศทางในระบบแกนทรงกระบอกและระบบแกน พิกัดฉากของจานหมุน.....	68
จ.1.1 ลักษณะของอัตราการไหลโดยมวลของสารที่ตำแหน่งที่สารระเหย.....	87



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วิตามินอีเป็นวิตามินที่มีคุณประโยชน์มากต่อมนุษย์ เพราะวิตามินอีมีสารต่อต้านอนุมูลอิสระที่นำไปใช้ประโยชน์ในเครื่องสำอาง ยา และอาหาร แหล่งที่พบวิตามินอีส่วนใหญ่จะพบในน้ำมันพืชโดยเฉพาะน้ำมันปาล์ม และอีกทั้งวิตามินอีมีราคาสูง จึงทำให้โรงงานอุตสาหกรรมต้องการแยกวิตามินอีจากน้ำมันชนิดต่างๆ เพื่อนำมาใช้ประโยชน์

ในประเทศไทยมีการปลูกต้นปาล์มน้ำมันประมาณ 12 ล้านไร่ ซึ่งให้หลายปาล์ม 3000 ล้านตันต่อปี เพื่อป้อนเข้าอุตสาหกรรมผลิตน้ำมันปาล์มที่ให้ น้ำมันปาล์มโอเลอิน สำหรับการบริโภค 1.2 ล้านตันต่อปี และมีผลิตภัณฑ์รองคือ ปาล์มสเตียอรินประมาณ 124,200 ล้านตันต่อปี [1] และมีแนวโน้มการผลิตเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เนื่องจากการส่งเสริมของรัฐบาล จึงทำให้น้ำมันปาล์มเป็นน้ำมันที่มีการผลิตสูงที่สุดในบรรดาน้ำมันพืชทั้งหมดที่ผลิตในประเทศ [2] ประโยชน์ของน้ำมันปาล์มคือ นำไปใช้เป็นน้ำมันสำหรับประกอบอาหาร และน้ำมันเชื้อเพลิง เป็นต้น

เนื่องจากในน้ำมันปาล์มมีปริมาณวิตามินอีมากกว่าในน้ำมันพืชชนิดอื่นๆ อีกทั้งประเทศไทยมีการผลิตน้ำมันปาล์มสูงที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับน้ำมันพืชชนิดอื่น ดังนั้นถ้าวิตามินอีถูกสกัดออกจากน้ำมันปาล์มเพื่อนำมาใช้ประโยชน์ได้ จะทำให้โรงงานอุตสาหกรรมมีรายได้จากการนำวิตามินอีมาใช้ประโยชน์ หรืออาจจะขายต่อให้กับอุตสาหกรรมเครื่องสำอาง ยา และอาหารเพิ่มมากขึ้น

งานวิจัยชิ้นนี้เพื่อศึกษาการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม โดยศึกษาการแยกวิตามินอีจากวิธีการสกัดด้วยก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ในช่วงเหนือจุดวิกฤติ(supercritical carbon dioxide) และการกลั่นโมเลกุล (molecular distillation) ซึ่งทำในระบบสุญญากาศ จุดประสงค์ของงานวิจัยชิ้นนี้คือ ต้องการออกแบบเครื่องกลั่นโมเลกุลที่สามารถแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้น่าจะเป็นการส่งเสริมการใช้ประโยชน์ และเพิ่มรายได้ให้กับโรงงานอุตสาหกรรมจากการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม เพื่อนำวิตามินอีไปใช้ประโยชน์ในอุตสาหกรรมเครื่องสำอาง ยา และอาหารต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อออกแบบเครื่องกลั่นโมเลกุลสำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ขอบเขตการวิจัย

- 1.3.1 ศึกษาวิธีการที่เป็นไปได้ในการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม
- 1.3.2 ออกแบบเครื่องกลั่นโมเลกุลสำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม
- 1.3.4 ศึกษาปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อประสิทธิภาพในการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มในเครื่องกลั่นโมเลกุลที่ออกแบบไว้ คือ ปัจจัยของอัตราการป้อนของสาร ความยาวของจานหมุนในเครื่องกลั่นโมเลกุล และอุณหภูมิที่ผิวของจานหมุนในเครื่องกลั่นโมเลกุล

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.4.1 สามารถออกแบบเครื่องกลั่นโมเลกุลสำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- 1.4.2 เป็นแนวทางการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม สำหรับนำไปใช้ประโยชน์ในโรงงานอุตสาหกรรม
- 1.4.3 สามารถนำเครื่องกลั่นโมเลกุลสำหรับแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มไปประยุกต์ใช้กับการแยกสารชนิดอื่นๆ ที่ว่องไวต่อการสลายตัวจากความร้อน



๒๕

ตารางที่ 2.1 ปริมาณวิตามินอีในน้ำมันพืชชนิดต่างๆ (มิลลิกรัมวิตามินอีต่อ 100 กรัมไขมัน) [4]

Oil source	Total Tocopherol	α - Tocopherol	γ - Tocopherol	β - Tocopherol	δ - Tocopherol
Soybean	14	8-10	59		26
Corn	24	10-16	60	5	2
Safflower	41	40	17		1
Canola	23	19	43		
Cottonseed	48	39-44	39		
Sunflower	49	49	5		0.8
Coconut	1	0.5-1			0.6
Palm	29	20-26	32		7
Olive	10	5-10			
Peanut		13	22		2
Rapeseed		18	17		1
Wheatgerm		133	26	17	27

2.1.1 คุณสมบัติวิตามินอี

วิตามินอีอิมิตัว (Tocopherols) เป็นน้ำมันที่มีความหนืด และมีสีเหลืองใสที่อุณหภูมิห้อง สามารถละลายในตัวทำละลายที่ขอบไขมันและเอทานอล แต่ไม่สามารถละลายในน้ำได้ จุดหลอมเหลวของ α -Tocopherol ธรรมชาติ อยู่ในช่วงประมาณ 2.5-3.5 องศาเซลเซียส และสำหรับ γ -Tocopherol ธรรมชาติ อยู่ในช่วงประมาณ -3 ถึง -2 องศาเซลเซียส ในสภาวะปกติวิตามินอีอิมิตัวสามารถทนความร้อนได้เพียง 35 องศาเซลเซียส แต่ในสภาวะที่ปราศจากออกซิเจน สามารถทนความร้อนได้ถึง 200 องศาเซลเซียส และสามารถกลั่นตัวในระบบสุญญากาศโดยไม่มีการแตกตัวของโครงสร้าง และคุณสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของวิตามินอีคือ วิตามินอีมีคุณสมบัติในการป้องกันการเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชัน ซึ่งเป็นสารต่อต้านอนุมูลอิสระ ซึ่งเป็นประโยชน์สำหรับการนำวิตามินอีไปใช้ในอุตสาหกรรมเครื่องสำอาง ยา และอาหาร แต่ข้อเสียของวิตามินอีคือ มีความว่องไวและเสื่อมสภาพเมื่อถูกแสง [3]

2.2 น้ำมันปาล์ม

ต้นปาล์มน้ำมันเป็นพืชที่เจริญเติบโตได้ดีในเขตร้อนที่ความสูงเหนือระดับน้ำทะเลที่น้อยกว่า 1,600 ฟุต ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ต้นปาล์มน้ำมันนิยมปลูกทางภาคใต้ของประเทศไทย ผลจากต้นปาล์มน้ำมันสามารถนำมาผลิตน้ำมันปาล์มได้ 2 ชนิดคือ ชนิดแรกเป็นน้ำมันที่ได้จากการสกัดจากส่วนที่เป็นเนื้อของผลปาล์ม เรียกว่า Palm Oil และอีกชนิดหนึ่งเป็นน้ำมันที่ได้จากการสกัดจากเมล็ดของปาล์ม เรียกว่า Palm Kernel Oil [6]

2.2.1 องค์ประกอบของปาล์มน้ำมัน

น้ำมันปาล์มเป็นสารประกอบประเภทไตรกลีเซอไรด์เป็นหลัก มีปริมาณของโมโนกลีเซอไรด์ และไดกลีเซอไรด์ผสมอยู่เพียงเล็กน้อย องค์ประกอบของน้ำมันปาล์มแสดงดังตารางที่ 2.2 ส่วนองค์ประกอบรอง เช่น วิตามินเอ วิตามินอี และอะลิฟาติกแอลกอฮอล์ เป็นต้น ซึ่งในน้ำมันปาล์มดิบมีวิตามินอีประมาณ 600–1,000 ส่วนในล้านส่วน [7] แสดงองค์ประกอบของวิตามินอีในน้ำมันปาล์มดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.2 องค์ประกอบทางเคมีของน้ำมันปาล์มและปาล์มสเตียริน [8]

ชนิดของกรดไขมัน	น้ำมันปาล์มมาตรฐาน	น้ำมันปาล์มสเตียริน
Myristic C 14:0	1.0	1.3
Palmitic C 16:0	39.8	54.0
Stearic C 18:0	4.4	4.7
Oleic C 18:1	42.5	32.3
Linoleic C 18:2	11.2	7.0
Linolenic C 18:3	0.4	0.1
Iodine Value	58.0	39.9
Melting Point (°C)	21.6	51.3

ตารางที่ 2.3 องค์ประกอบของวิตามินอีในน้ำมันปาล์มดิบ [7]

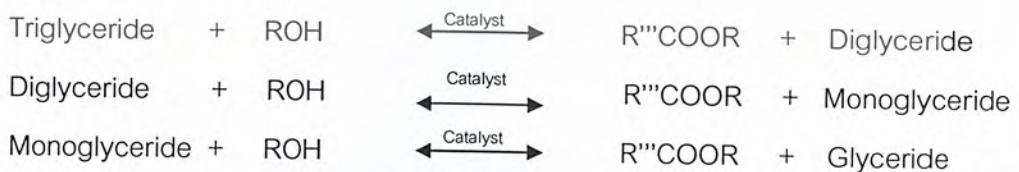
ชนิดของวิตามินอี	ร้อยละ
α - Tocopherol	21.5
β - Tocopherol	3.7
γ - Tocopherol	3.2
δ - Tocopherol	1.6
α - Tocotrienol	7.3
β - Tocotrienol	7.3
γ - Tocotrienol	43.7
δ - Tocotrienol	11.7

2.3 ทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน (Transesterification)

ทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน คือ การแทนหมู่แอลกอฮอล์ของกลีเซอรินในไตรกลีเซอไรด์ด้วยแอลกอฮอล์อีกชนิดหนึ่ง จะได้หมู่เอสเทอร์ของกรดไขมันตามชนิดของแอลกอฮอล์มาแทนที่ ซึ่งเป็นวิธีลดความหนืดของไตรกลีเซอไรด์ที่นิยมมาก และเรียกว่าเอสเทอร์ของกรดไขมันที่ได้ว่าน้ำมันดีเซลชีวภาพ (Biodiesel) สมการปฏิกิริยา และสมการขั้นปฏิกิริยาแสดงดังรูปที่ 2.2 และ 2.3



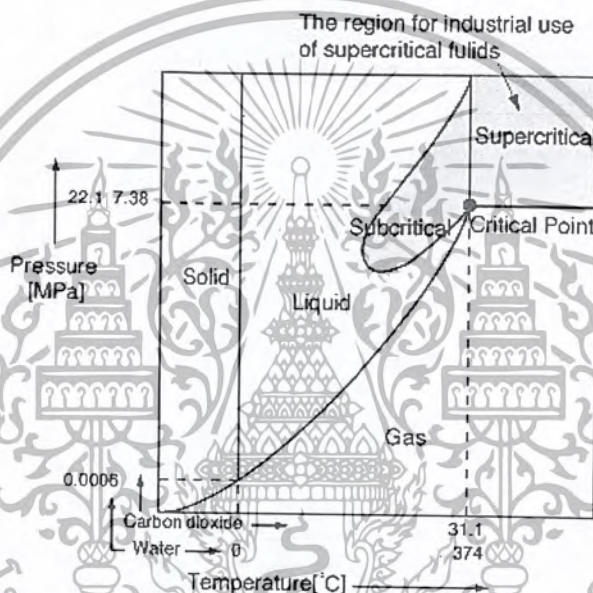
รูปที่ 2.2 ปฏิกิริยาทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน



รูปที่ 2.3 ลำดับขั้นปฏิกิริยาพื้นฐานของทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน

2.4 Supercritical carbon dioxide

คาร์บอนไดออกไซด์ (Carbon dioxide) มีสูตรโมเลกุล CO_2 มีมวลโมเลกุล 44 กรัมต่อโมล สามารถเป็นได้ทั้ง 3 สถานะคือ ก๊าซ ของเหลว และของแข็ง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความดันและอุณหภูมิเป็นสำคัญ คาร์บอนไดออกไซด์มีอุณหภูมิวิกฤติ (T_c) เท่ากับ 304.17 เคลวิน และความดันวิกฤติ (P_c) เท่ากับ 7.382 เมกะปาสคาล ที่ตำแหน่งอุณหภูมิและความดันสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤติและความดันวิกฤตินั้น เรียกคาร์บอนไดออกไซด์ว่า Supercritical carbon dioxide ซึ่งแสดงส่วนที่เป็นบริเวณของ Supercritical carbon dioxide ดังรูปที่ 2.4 Supercritical carbon dioxide สามารถมีสถานะเป็นได้ทั้งก๊าซและของเหลว



รูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและอุณหภูมิของคาร์บอนไดออกไซด์

2.4.1 คุณสมบัติของ Supercritical carbon dioxide

Supercritical carbon dioxide เป็นตัวทำละลายไม่มีขั้วที่ดีเหมาะสำหรับสารประกอบอินทรีย์มากมาย กล่าวคือ สารประกอบไฮโดรคาร์บอนประเภท อัลเคน อัลคีน อะโรเมติก คีโตน และแอลกอฮอล์ เป็นต้น สามารถละลายใน Supercritical carbon dioxide ได้ แต่สำหรับโมเลกุลที่มีขั้วมาก เช่น น้ำตาล กรดอะมิโน และเกลือของสารอินทรีย์ ไม่สามารถละลายได้ [9]

เทคโนโลยีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide ถูกพัฒนาตั้งแต่ทศวรรษที่ 70 การประยุกต์ใช้พบในสาขาของผลิตภัณฑ์จากธรรมชาติ เช่น การสกัดดอกฮอปสำหรับอุตสาหกรรมเบียร์ และสกัดคาเฟอีนจากเมล็ดกาแฟ เป็นต้น Supercritical carbon dioxide

นิยมนำไปใช้เป็นตัวทำละลายในอุตสาหกรรม เนื่องจากข้อดีหลายประการ คือ ราคาไม่แพง ไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีสี ไม่มีกลิ่น ไม่มีรส ไม่ติดไฟง่าย และไม่เป็นพิษ นอกจากนี้ Supercritical carbon dioxide ในสถานะก๊าซนั้น สามารถกระจายตัวและผสมกับก๊าซชนิดอื่นๆ ได้ดี ซึ่ง Supercritical carbon dioxide เป็นหนึ่งในตัวทำละลายเพียงไม่กี่ชนิดที่สามารถถูกใช้ในอุตสาหกรรมอาหารอย่างไม่จำกัด [10]

2.5 การกลั่นโมเลกุล (Molecular distillation)

การกลั่นแยกสารในระบบต่อเนื่องมักจะดำเนินการในหอกลั่นซึ่งอาจเป็นหอแบบชั้น (Tray Tower) หรือ แบบบรรจุ (Packing Tower) ซึ่งการกลั่นในหอดังกล่าวมักจะเกิดความดันลด (Pressure Drop) ภายในหอกลั่นซึ่งอาจอยู่ในช่วง 0.75 ถึง 2.6 มิลลิเมตรปรอท และการแยกสารหลายชนิด เช่น วิตามินในน้ำมันพืช กรดไขมันไม่อิ่มตัวในน้ำมันปลา น้ำมันซิลิโคน พลาสติกไฮเซออร์ กลีเซอรินในของผสมที่มีโคและไตรกลีเซอไรด์ปนอยู่ ออกจากของผสมที่มีความดันไอต่ำมาก ๆ ซึ่งอยู่ในช่วงต่ำกว่า 0.1 มิลลิเมตรปรอท ที่อุณหภูมิประมาณ 150 ถึง 300 องศาเซลเซียส จำเป็นต้องกลั่นแยกในระบบการกลั่นที่มีความดันต่ำมากประมาณ 10^{-3} ถึง 10^{-2} มิลลิเมตรปรอท (High Vacuum) นอกจากนี้เวลาที่สารภายในหอกลั่นสัมผัสกับความร้อนอาจมีช่วงเวลานานพอซึ่งจะทำให้สารสำคัญที่ต้องการกลั่นแยกเกิดการสลายตัว โดยเฉพาะเมื่อสารนั้นออกทางก้นหอกลั่น จากเหตุผลดังกล่าวได้มีการพัฒนาเครื่องกลั่นโมเลกุลขึ้นมากกว่าครึ่งศตวรรษ [11-12] เพื่อทำการกลั่นแยกสารในช่วงความดันต่ำมากข้างต้น และมีเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนอยู่ในช่วง 1 วินาทีหรือน้อยกว่านั้น ได้มีการคำนวณว่าความดันที่ต่ำในช่วง 0.1 ถึง 1 ปาสคาลจะช่วยลดอุณหภูมิการกลั่นได้มากถึง 250 องศาเซลเซียส เมื่อเทียบกับความดัน 1 บรรยากาศ ดังนั้นอุณหภูมิการกลั่นที่ต่ำลงอย่างมากและเวลากลั่นที่สั้นมากจะช่วยให้สารที่ไวต่อความร้อนเกิดการสลายตัวน้อยลง รูปแบบของเครื่องกลั่นโมเลกุลจะประกอบไปด้วย หม้อกลั่นซึ่งอยู่ภายใต้ความดันต่ำมาก มีท่อป้อนสารเข้าสู่หม้อกลั่น ภายในหม้อกลั่นจะมีพื้นผิวร้อน (Evaporator) ที่รองรับสารป้อน ซึ่งสารที่เป็นไอได้จะระเหยออกจากพื้นผิวร้อนนี้ จะมีการหมุนพื้นผิวร้อนนี้เพื่อให้เกิดผิวใหม่ของของเหลวที่สัมผัสกับวัฏภาคก๊าซ (Renewal Surface) เพื่อให้การถ่ายเทมวลเกิดขึ้นได้ดีในวัฏภาคของเหลว เมื่อสารที่เป็นไอได้ที่ความดันต่ำนี้ออกจากพื้นผิวของเหลวร้อนจะถูกส่งผ่านเข้าสู่พื้นผิวเย็น (Condenser) และเกิดการกลั่นตัวเป็นของเหลว พื้นผิวเย็นนี้จะอยู่ห่างจากพื้นผิวร้อนเป็นระยะทางประมาณเท่ากับ Mean Free Path $\langle \lambda \rangle$ ของโมเลกุล เช่น จากทฤษฎีจลนพลศาสตร์ของก๊าซจะคำนวณหา Mean Free Path ได้ว่า [13]

$$\langle \lambda \rangle = \frac{k T}{\sqrt{2} \pi d^2 P} \quad \dots 2.1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ ความดันเท่ากับ 1 ปาสคาล เส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 9×10^{-10} เมตร และอุณหภูมิเท่ากับ 400 เคลวิน จะได้ $\langle \lambda \rangle$ เท่ากับ 1 มิลลิเมตร อย่างไรก็ตามเมื่อระยะห่างระหว่างพื้นผิวร้อนและเย็นยาวถึงในช่วง 10 ถึง 50 มิลลิเมตร ไม่ได้มีผลต่ออัตราการระเหยของสารมากนัก ระยะห่างระหว่างพื้นผิวร้อนและผิวเย็นนี้มีนัยสำคัญต่อการชนกันของโมเลกุลที่สามารถเป็นไอได้และอาจเคลื่อนที่กลับมายังพื้นผิวร้อนซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการ กล่าวคือต้องการให้สารที่เป็นไอได้ระเหยออกจากพื้นผิวร้อนและเคลื่อนที่โดยตรงเข้าสู่พื้นผิวเย็นและกลับตัวเป็นหยดของเหลวโดยไม่มี การเคลื่อนที่กลับมายังพื้นผิวร้อน

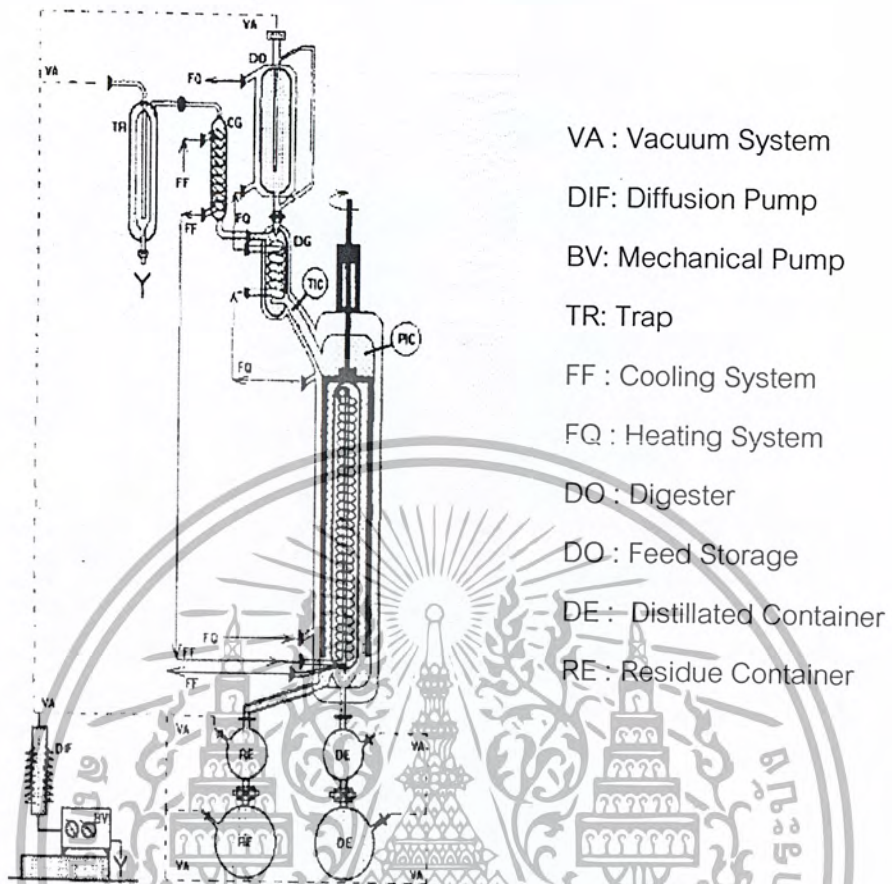
2.5.1 ลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุล [14]

มีด้วยกัน 2 แบบคือ

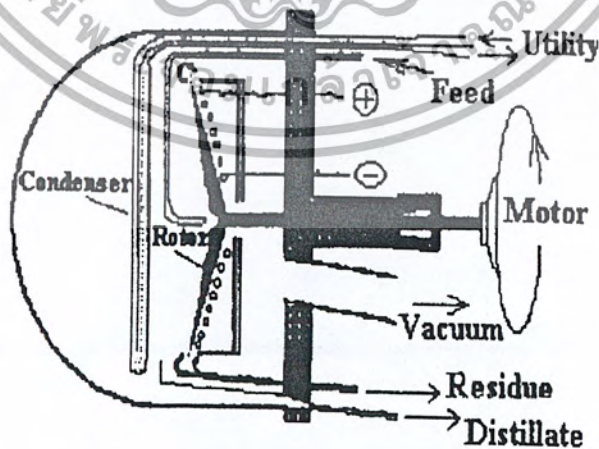
1. เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง (Falling Film Molecular Distillator)
2. เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง (Centrifugal Molecular Distillator)

ซึ่งลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบางนั้นบริเวณหม้อกลั่นหรือส่วนที่เป็นส่วนระเหยนั้น จะมีลักษณะเป็นท่อทรงกระบอกซ้อนกัน 2 ชั้น โดยที่ด้านนอกจะเป็นผิวร้อน (Evaporator) ที่ทำหน้าที่ให้ความร้อนแก่สารที่ต้องการระเหย และท่อด้านในจะเป็นผิวเย็น (Condenser) ซึ่งระยะห่างระหว่างผิวร้อนและผิวเย็นน้อยกว่า Mean Free Path ระหว่างผิวร้อนและผิวเย็นจะมีใบกวนเพื่อปาดผิวหน้าของสารที่ระเหย ตามรูปที่ 2.5 หม้อกลั่นจะต่อเข้ากับระบบทำความเย็น (Cooling System) โดยมีน้ำเป็นสารให้ความเย็น และระบบสุญญากาศ (Vacuum System) ที่มีปั๊มสุญญากาศ (Vacuum Pump) และปั๊มดิฟฟิวชัน (Diffusion Pump) เมื่อป้อนสารเข้าทางด้านบนของท่อชั้นนอก สารจะแผ่เป็นฟิล์มบางบนพื้นผิวของท่อและไหลลงสู่ด้านล่างด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก ในขณะที่เดียวกันได้เกิดการระเหยของสารที่ระเหยได้ สารที่ไม่ระเหยจะไหลตกลงสู่ด้านล่างเข้าสู่ภาชนะรองรับ ส่วนสารที่ระเหยจะเกิดการควบแน่นที่บริเวณผิวเย็นและตกลงสู่ภาชนะรองรับเช่นเดียวกัน

ลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยงนั้นบริเวณหม้อกลั่นจะมีผิวร้อนมีลักษณะเป็นจานหมุนทรงกรวยวงเฉียง สารจะถูกป้อนเข้าไปยังบริเวณตรงกลางของจานหมุน และถูกเหวี่ยงให้แผ่กระจายออกเป็นฟิล์มบาง ในขณะที่เดียวกันสารที่ระเหยได้ก็จะระเหยและเกิดการควบแน่นที่บริเวณผิวเย็นและไหลลงสู่ภาชนะเก็บ สารที่ไม่ระเหยจะถูกแรงเหวี่ยงออกไปไหลลงสู่ภาชนะเก็บ ตามรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.5 ลักษณะของเครื่องกลั่นไมเลกุลแบบฟิล์มบาง



รูปที่ 2.6 ลักษณะของเครื่องกลั่นไมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6 กระบวนการส่งผ่านในฟิล์มบางของเหลวระหว่างการกลั่นสุญญากาศที่ความดันต่ำมาก [15]

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุลที่จะนำไปใช้ในการออกแบบ โดย Bhandarkar และ Ferron สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงชั้นของเหลวของของผสมบนเครื่องกลั่นโมเลกุล ในสภาวะความดันต่ำมาก สำหรับการแก้สมการดุลระหว่างมวล โมเมนตัม และพลังงาน จะใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Different Method) ในการแก้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สมการความต่อเนื่องของการไหลบนชั้นของเหลว เมื่อระบบเป็นไปตามตามรูปที่ 2.7 ดังนี้

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{v_x}{x} - \frac{v_y \cot \phi}{x} = 0 \quad \dots 2.2$$

เงื่อนไขขอบเขต

เมื่อ u คือ ความเร็วตามทิศทางแกน x
 v คือ ความเร็วตามทิศทางแกน y



รูปที่ 2.7 ระบบแกนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandakar M. และ Ferron J.R.

ภายใต้สมมติฐาน

1. ของเหลวอยู่ในสภาวะคงตัว
2. ไม่คำนึงถึงความดันเนื่องจากของเหลวและแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อของเหลว
3. การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ และความเข้มข้นตามแนวแกนมีค่าน้อยมาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมมติฐานสามารถหา Kinematic Viscosity เฉลี่ยตามแนวความหนาชั้นฟิล์มได้โดย

$$\bar{v}(x) \equiv \frac{\int_0^{\delta(x)} v(x,y) dy}{\delta(x)} \quad \dots 2.3$$

จากงานวิจัยของ Bandarkar [16] พบว่า เมื่อขนาดของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยกว่าของจานหมุนของเครื่องกลั่นโมเลกุลมาก ($\delta(x) \ll L$)

สมการโมเมนตัมตามแนวแกน x คือ

$$-\Omega^2 x \sin^2 \phi = \bar{v} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad \dots 2.4$$

เงื่อนไขของเขต

$$u = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x)$$

เมื่อ Ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม (rad/s)

สมการที่ใช้อธิบายการดูดมวลระหว่างของผสมสองชนิด เป็น

$$u \frac{\partial C_a}{\partial x} + v \frac{\partial C_a}{\partial y} = D_{ab} \left(\frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial C_a}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial C_a}{\partial y} \right) \quad \dots 2.5$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$C_a = C_{a0} \quad \text{ที่} \quad x = x_0 \quad (\text{ตำแหน่งป้อนสารเข้า})$$

$$\frac{\partial C_a}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

$$\text{และ} \quad \frac{-D_{ab} \rho}{[1 + (\delta')^2]^{1/2}} \frac{\partial C_a}{\partial y} = E_a - C_a (E_a + E_b) \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x)$$

เมื่อ C_a คือ อัตราส่วนโดยมวลของสาร a ในของผสม

D_{ab} คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ของของผสม

E_a, E_b คือ อัตราการระเหยของสาร a และ b ตามลำดับ

เมื่อไม่พิจารณาการเกิด Free convection ทั้งการถ่ายเทมวล การถ่ายเทความร้อน และ

เมื่อพิจารณาว่าการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นและอุณหภูมิตามความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อย

สมการที่ใช้อธิบายการดูดพลังงาน เป็น

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad \dots 2.6$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$T = T_0 \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

$$\text{และ } \frac{-k_{ab}}{[1+(\delta')^2]^{1/2}} \frac{\partial T}{\partial y} = E_a \Delta H_a + E_b \Delta H_b \quad \text{ที่ } y = \delta(x)$$

เมื่อ k_{ab} คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อนในของผสมสองชนิด

$\Delta H_a, \Delta H_b$ คือ ค่าความร้อนจำเพาะของการกลายเป็นไอของ a และ b ตามลำดับ และจาก Langmuir [17] อัตราการระเหยของสารมีความดันต่ำมากคือ

$$E_a(T) = c_a P_a \left(\frac{M_a}{2\pi RT} \right)^{1/2} \quad \dots 2.7$$

เมื่อความดันไอของสารที่อุณหภูมิใดๆ คือ

$$P_a = \exp\left(A - \frac{B}{T}\right) \quad \dots 2.8$$

2.6.1 การพัฒนาและการแก้ปัญหาแบบจำลอง
เพื่อการแก้สมการที่ง่ายขึ้นจึงเปลี่ยนรูปแบบสมการเป็นสมการตัวแปรไร้หน่วย
โดยกำหนดให้

$$\text{เลขเรย์โนลด์, } Re = \frac{\delta_0^2 \Omega \sin^2 \phi}{\nu_0} \quad \dots 2.9$$

$$\text{ความหนาเริ่มต้นของฟิล์มไร้หน่วย, } \lambda = \frac{\delta_0}{L} \quad \dots 2.10$$

$$\text{ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วย, } \zeta = \frac{\delta(x)}{\delta_0} \quad \dots 2.11$$

$$\text{ความหนืดไร้หน่วย, } \eta = \frac{\nu}{\nu_0} \quad \dots 2.12$$

$$\text{ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง } x, U = \frac{u}{\Omega L} \quad \dots 2.13$$

$$\text{ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง } y, V = \frac{v}{\Omega L} \quad \dots 2.14$$

$$\text{ระยะทางไร้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุน, } X = \frac{x}{L} \quad \dots 2.15$$

$$\text{ระยะทางไร้หน่วยที่ตั้งฉากกับผิวหน้าของจานหมุน, } Y = \frac{y}{\delta_0} \quad \dots 2.16$$

จากสมการโมเมนตัมตามแนวแกน x สมการ (2.4) เปลี่ยนเป็นรูปตัวแปรไร้หน่วยได้
ดังนี้

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{Re X}{\eta} \quad \dots 2.17$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$U = 0 \quad \text{ที่} \quad Y = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta$$

จากสมการ (2.17) แก้สมการเพื่อหาค่าความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง x โดยให้ค่า η คงที่ในช่วง $0 \leq Y \leq \zeta$ จะได้

$$U = -\frac{\text{Re}XY}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right) \quad \dots 2.18$$

และความเร็วเฉลี่ยไร้หน่วยในทิศทาง x ได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \frac{\int_0^\zeta U dY}{\zeta} \\ \bar{U} &= \frac{\text{Re}X\zeta^2}{3\eta} \end{aligned} \quad \dots 2.19$$

จากสมการความต่อเนื่อง สมการ (2.2) แก้สมการเพื่อหาค่าความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง y ได้เป็น

$$V = \frac{\text{Re}Y^2\lambda}{2\eta} \left[\frac{Y}{3} - \left(\zeta + \frac{X}{2}\zeta' \right) \right] \quad \dots 2.20$$

เมื่อ ζ' คือ อนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วยเมื่อเทียบกับ X อัตราการป้อนไร้หน่วย (F) นิยามได้ดังนี้

$$F = \frac{f_0}{X_0^2 L^3 \rho_0 \Omega \sin \phi} \quad \dots 2.21$$

เมื่อ f_0 คือ อัตราการป้อน (g/s)

X_0 คือ ระยะทางไร้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุนที่สารป้อนเริ่มระเหย

ρ_0 คือ ความหนาแน่นของของเหลวที่ตำแหน่งที่ป้อนสาร

จากสมการมวลที่ตำแหน่งป้อนสาร จะได้

$$f_0 = (\Omega \bar{U}_0 X_0 \delta_0 \rho L^2) (2\pi \sin \phi) \quad \dots 2.22$$

สามารถหาค่าความหนาเริ่มต้นของฟิล์มไร้หน่วย (λ) ของสมการ (2.10) ได้โดย

$$\lambda = \frac{3F}{2\pi \text{Re}} \quad \dots 2.23$$

อนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วยเมื่อเทียบกับ X หาได้จากการคูณมวลได้เป็น

$$\frac{d\zeta}{dX} = \frac{\eta \epsilon \Gamma (1 - C + CS)}{\zeta^2 \text{Re} X S} - \frac{2\zeta}{X} \quad \dots 2.24$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$\zeta = 1 \quad \text{ที่} \quad X = X_0 \quad (\text{ที่ตำแหน่งป้อนสารเข้า})$$

$$S = \frac{P_a}{P_b} \left(\frac{M_a}{M_b} \right)^{1/2} = x_{ab} M^{1/2} \quad \dots 2.25$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ x_{ab} คือ ความสามารถในการระเหยสัมพัทธ์ของ a และ b

$$\varepsilon = \frac{\exp\left[B'\left(1 - \frac{1}{\theta_s}\right)\right]}{\theta_s^{1/2}} \quad \dots 2.26$$

เมื่อ $\theta_s = \frac{T(x, \delta)}{T_w} \quad \dots 2.27$

และ $B' = \frac{B}{T_w} \quad \dots 2.28$

$$C = \frac{c_a(x, \delta)}{C_{a0}} \quad \dots 2.29$$

$$\Gamma = \frac{E_a}{\rho \Omega \delta_0} \quad \dots 2.30$$

จากสมการดุลพลังงาน สมการ (2.6) สามารถเปลี่ยนเป็นรูปตัวแปรไร้หน่วย โดยกำหนดให้

$$\theta = \frac{T}{T_w} \quad \dots 2.31$$

และ เลขนัสเซลท์, $Nu = \frac{\delta_0^2 \Omega}{\alpha} \quad \dots 2.32$

จะได้

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = \left(NuU - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \left(\frac{NuV}{\lambda} + \frac{\lambda \cot \phi}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad \dots 2.33$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$\theta = \theta_0 = \frac{T_0}{T_w} \quad \text{ที่} \quad X = X_0$$

$$\theta = 1 \quad \text{ที่} \quad Y = 0$$

และ $\frac{-1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \varepsilon Nu \beta \Gamma \left[C + \frac{H(1-C)}{S} \right] \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta$

เมื่อ $\beta = \frac{\Delta H_{v,a}}{C_{pa} T_w} \quad \dots 2.34$

และ $H = \frac{\Delta H_{v,b}}{C_{pb}} \frac{C_{pa}}{\Delta H_{v,a}} \quad \dots 2.35$

จากสมการดุลมวล สมการ (2.5) สามารถเปลี่ยนเป็นรูปตัวแปรไร้หน่วย โดยกำหนดให้

$$\Lambda = \frac{C_a}{C_{a0}} \quad \dots 2.36$$

และ เลขเซอว์วูด, $Sh = \frac{\delta_0^2 \Omega}{D_{ab}} \quad \dots 2.37$

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} = \left(ShU - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \left(\frac{ShV}{\lambda} + \frac{\lambda \cot \phi}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \quad \dots 2.38$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$\Lambda = 1 \quad \text{ที่} \quad X = X_0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = 0 \quad \text{ที่} \quad Y = 0$$

$$\text{และ} \quad \frac{-1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = \epsilon Sh \Gamma \left[C - \Lambda \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right] \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อ 2.6 นี้ จะนำไปใช้ในการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อ ออกแบบเครื่องกลั่นโมเลกุลโดยมีรายละเอียดของที่มาของความสัมพันธ์ต่างๆ ในหัวข้อนี้แสดงไว้ในภาคผนวก ก ข ค ง และ จ

2.7 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข [18]

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเป็นกลุ่มของวิธีการต่างๆ ที่เป็นขั้นตอน โดยแต่ละวิธีนั้นเหมาะสมกับการนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ที่มีลักษณะโดยจำเพาะในตัวเอง ซึ่งอาจแตกต่างกันออกไป ลักษณะพิเศษของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเป็นระเบียบวิธีที่เป็นการดำเนินการทางเลขคณิต (Arithmetic Operations) แบบง่ายๆ และมีการใช้เหตุผลตามหลักตรรกวิทยา (Logic) ร่วมประกอบด้วย

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขต่างๆ ได้คิดค้นกันขึ้นมาเป็นเวลานานแล้ว แต่ไม่สามารถนำมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ จนกระทั่งถึงการถือกำเนิดของคอมพิวเตอร์เชิงตัวเลข (Digital Computer) ทำให้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถนำมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถแก้ปัญหาขนาดใหญ่ได้ในระยะเวลาอันสั้น รวมไปถึงปัญหาอื่นๆ อีกเป็นจำนวนมากที่ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ด้วยวิธีคณิตศาสตร์แผนเดิม (Classical Mathematics) แต่อย่างไรก็ตามการแก้ปัญหายังคงมีขีดจำกัดอยู่ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากปริมาณหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์นั้นๆ

ในปัจจุบันถึงแม้จะมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปที่สามารถนำมาใช้ได้โดยตรง แต่หากผู้แก้ปัญหาขาดความรู้พื้นฐานที่ใช้ไปประดิษฐ์โปรแกรมเหล่านั้นก็จะไม่สามารถเลือกใช้โปรแกรมที่เหมาะสมที่สุดไปแก้ปัญหานั้นได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากหลักความจริงทั่วไปที่ว่า

1. ไม่มีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีใดวิธีหนึ่งที่สามารรถแก้ปัญหาได้ทุกชนิด
2. ไม่มีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีใดที่จะไม่ก่อให้เกิดค่าความผิดพลาด(Error) ของผลลัพธ์ที่คำนวณได้
3. ไม่มีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีใดที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาในทุกรูปแบบ

ดังนั้นความเข้าใจในพื้นฐานของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการ

แก้ปัญหาทั่วไปทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ยิ่งไปกว่านั้นพื้นฐานความเข้าใจใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่บนสื่อออนไลน์ การนำเอกสารนี้ไปใช้ในทางที่ไม่เหมาะสม หรือการนำเอกสารนี้ไปใช้ในเชิงพาณิชย์โดยไม่ได้รับอนุญาต จะถือว่าผิดกฎหมาย และจะดำเนินการฟ้องดำเนินคดีตามกฎหมายต่อไป

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจึงเปรียบเสมือนรากฐานที่มั่นคง เพื่อที่จะเสริมความสามารถในการคำนวณ เพื่อแก้ไขปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้นไป

2.7.1 ความผิดพลาด (Error)

ถึงแม้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถให้ผลลัพธ์ของปัญหาออกมาได้โดยง่าย แต่ในขณะเดียวกันผลลัพธ์ที่ได้นั้นมีความผิดพลาดเกิดขึ้นมาด้วย ซึ่งความผิดพลาดเกิดขึ้นได้จากหลายสาเหตุสามารถอธิบายได้โดยสังเขปดังต่อไปนี้

1. ความผิดพลาดจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) เพราะขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยทั่วไป จะเริ่มจากการจำลองรูปแบบของปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
2. ความผิดพลาดจากการแพร่ขยาย (Propagation of Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นขณะทำการคำนวณในขั้นตอนหนึ่งโดยจะมีผลไปสู่การคำนวณอีกขั้นตอนหนึ่ง
3. ความผิดพลาดจากข้อมูล (Error from Data) ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณมีส่วนทำให้ผลลัพธ์เปลี่ยนแปลงไป
4. ความผิดพลาดจากการเผลอเรอ (Blunder) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากมนุษย์ นับตั้งแต่การกรอกข้อมูลผิด พิมพ์ตัวเลขผิด ไปจนถึงการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีส่วนผิด และไม่ตรวจสอบอย่างถี่ถ้วน ซึ่งการตรวจสอบนั้นต้องทำอย่างเป็นขั้นตอนโดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายไปสู่ปัญหาที่ยากอย่างละเอียดละออ โดยเฉพาะความผิดพลาดที่เกิดจากการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้น การตรวจสอบจำเป็นต้องใช้ความมานะพยายามและเวลานาน
5. ความผิดพลาดจากการตัดปลาย (Truncation Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดพจน์บางพจน์ของสมการที่ใช้ในการคำนวณทิ้งไป
6. ความผิดพลาดที่เกิดจากการปัดเศษ (Round-off Error) คอมพิวเตอร์แบบต่างๆ กัน จะมีความสามารถในการเก็บตัวเลขของค่าได้ไม่เท่ากัน

2.7.2 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์

ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่ล้วนประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ต่างๆ ที่สอดคล้องกัน สมการเชิงอนุพันธ์เหล่านี้จะอยู่ในรูปแบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเหล่านี้ต่างอยู่ในรูปแบบที่ต่างๆ กัน และจำเป็นต้องแก้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ต่างกัน

คำนิยาม สมการเชิงอนุพันธ์ใดๆ จะถูกเรียกว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย หากสมการนั้นประกอบด้วยจำนวนตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป เช่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \dots 2.39$$

โดยในที่นี้ x และ y คือ ตัวแปรต้น และ u คือ ตัวแปรตาม สมการในข้างต้นนี้เรียกว่าเป็น สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ซึ่งการจัดอันดับนั้นพิจารณาจากอันดับสูงสุดของตัวอนุพันธ์ใน สมการนั้น ซึ่งสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาทางวิศวกรรมโดยทั่วไปแล้วจะมีอันดับจากหนึ่งไป จนถึงสี่ จำนวนตัวแปรต้นก็เช่นเดียวกันอาจจะมีจำนวนตัวแปรหลายตัว เช่น x, y และ z ซึ่งแทน โคออร์ดิเนตใน 3 มิติ และ t แทนเวลา เป็นต้น

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยจะถูกเรียกว่าอยู่ในรูปแบบของเชิงเส้น (Linear) หากประกอบด้วย ตัวแปรตาม u และตัวอนุพันธ์อันดับต่างๆ ซึ่งมีค่าของอันดับเป็นจำนวนเต็ม รวมทั้งไม่มี สัมประสิทธิ์ที่ประกอบด้วยตัวแปรตาม u หรืออนุพันธ์ของ u ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 7u = 12 \quad \dots 2.40$$

$$(x^2 - 3y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} = y^3 \quad \dots 2.41$$

นั้นต่างอยู่ในรูปของเชิงเส้น ในขณะที่

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^{0.5} = 0 \quad \dots 2.42$$

นั้นอยู่ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นเพราะพจน์ที่สองนั้นยกกำลัง 0.5 ซึ่งไม่ใช่ 1 และสมการ

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = u^2 \quad \dots 2.43$$

ก็ไม่อยู่ในรูปเชิงเส้นเช่นกัน เพราะทุกพจน์ในสมการนี้ต่างอยู่ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้น

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่อยู่ในรูปแบบไม่เป็นเชิงเส้นนั้นจะมีความยุ่งยากซับซ้อน ทั้งในเรื่องของขั้นตอนระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่จะนำมาประยุกต์และเวลาของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ จำเป็นต้องใช้ไปในการคำนวณ แต่อย่างไรก็ตาม สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นนี้ใน ความเป็นจริงเกิดขึ้นกับปัญหาโดยทั่วไป

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยส่วนใหญ่จะทำโดย

1. การใช้ระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง (Advanced Mathematics) เพื่อหาผล เฉลยแม่นยำตรง (Exact Solution)

2. การใช้ระเบียบวิธีโดยประมาณเพื่อหาผลเฉลยโดยประมาณ (Approximate Solution) ประโยชน์จากการใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงจะก่อให้เกิดผลเฉลยแม่นยำตรงที่ถูกต้องเที่ยงตรง ตามตำแหน่งใดๆ ที่ต้องการ แต่สำหรับปัญหาโดยทั่วไปแล้ว ผลเฉลยแม่นยำตรงไม่สามารถหาได้ โดยเฉพาะปัญหาทางปฏิบัติในปัจจุบันที่เงื่อนไขขอบเขตและลักษณะของปัญหานั้นมีความ

ซับซ้อน ดังนั้นในปัจจุบันระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้รับความนิยมและใช้กันอย่างกว้างขวาง เพราะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานี้เท่านั้น มิใช่อนุญาตให้เผยแพร่หรือปรับใช้เพื่อการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถแก้ปัญหาที่มีเงื่อนไขขอบเขตและรูปร่างลักษณะที่ความซับซ้อนได้เป็นอย่างดี โดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้แก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย อาจแบ่งได้เป็น 2 ระเบียบวิธีใหญ่ๆ คือ

1. ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method)
2. ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) ซึ่งเป็นวิธีที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้เท่านั้น

2.7.2.1 ชนิดของสมการ

เนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของปัญหาต่างๆ นั้นมีความหลากหลายและอยู่ในหลายรูปแบบที่แตกต่างกัน และเพื่อทำความเข้าใจระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในระดับพื้นฐาน ดังนั้นจะศึกษาสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสองที่อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f \quad \dots 2.44$$

โดย a, b, c อาจเป็นค่าคงที่หรือเป็นฟังก์ชันของ x และ y ส่วน f อาจเป็นค่าคงที่หรือฟังก์ชันของ x, y, u, $\frac{\partial u}{\partial x}$ และ $\frac{\partial u}{\partial y}$ สมการเชิงอนุพันธ์สามารถจำแนกออกเป็นชนิดต่างๆ ได้ดังนี้

1. สมการเอลลิปติก (Elliptic Equation)

จากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (2.44) จะถูกเรียกว่าเป็นสมการเอลลิปติก เมื่อ $b^2 - 4ac < 0$ ตัวอย่างสมการในกรณีนี้เช่น สมการของลาปลาซ (Laplace's Equation) ซึ่งเป็นสมการของการนำความร้อนของแผ่นโลหะ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \dots 2.45$$

โดยตัวแปรต้น x และ y แทนโคออร์ดิเนตในทิศทางแกน x และ y ของแผ่นโลหะ และ u แทนอุณหภูมิซึ่งเป็นตัวแปรตามที่เปลี่ยนแปลงไปตาม ตำแหน่ง x และ y ต่างๆ ของแผ่นโลหะ

2. สมการพาราโบลิก (Parabolic Equation)

จากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (2.44) จะถูกเรียกว่าเป็นสมการพาราโบลิก เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$ ตัวอย่างสมการในกรณีนี้เช่น สมการของการถ่ายเทความร้อนในแท่งโลหะความยาวที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad \dots 2.46$$

โดย k แทนสภาพการนำความร้อนซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของแผ่นโลหะ u แทนลักษณะการกระจายของอุณหภูมิซึ่งเป็นตัวแปรตามซึ่งประกอบด้วยโคออร์ดิเนต x ตามแนวความยาวของแท่งโลหะ และเวลา t ที่ผ่านไป

3. สมการไฮเพอร์โบลิก (Hyperbolic Equation)

จากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (2.44) จะถูกเรียกว่าสมการไฮเพอร์โบลิก เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$ ตัวอย่างสมการในกรณีนี้เช่น สมการของการสั่นของเส้นลวดซึ่งขึงตึงที่ปลายทั้งสองข้าง ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$k^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots 2.47$$

โดย k^2 แทนความตึงในเส้นลวดซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ u แทนการเคลื่อนตัวของเส้นลวดซึ่งเป็นฟังก์ชันกับเวลา t ในทิศตั้งฉากกับความยาวของลวดที่อยู่ในแนวแกน x

2.7.2.2 เงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น

ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของทั้งสามประเภทนั้น ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นที่กำหนดให้

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) หมายถึง เงื่อนไขที่กำหนดให้ที่ขอบเขตของปัญหานั้น ซึ่งเงื่อนไขขอบเขตสามารถจำแนกได้เป็น 2 แบบ คือ

1. เงื่อนไขแบบดริคเลต (Dirichlet Condition) เป็นเงื่อนไขของการกำหนดตัวแปรตามที่ขอบเขต เช่น การกำหนดอุณหภูมิที่ปลายแท่งโลหะ เป็นต้น
2. เงื่อนไขแบบนอยมันน์ (Neumann Condition) เป็นเงื่อนไขของการกำหนดค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของตัวแปรตามที่ขอบเขต นั่นคือ กำหนด $\partial u / \partial x$ เช่น หากกำหนด $\partial u / \partial x = 0$ ที่ปลายด้านหนึ่งของแท่งโลหะหมายถึงไม่มีการถ่ายเทความร้อน (Insulation) ผ่านแท่งโลหะนั้น เป็นต้น

ส่วนเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) หมายถึง เงื่อนไขที่กำหนดให้ในตอนเริ่มต้นของการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาการสั่นของเส้นลวดที่อาจมีเงื่อนไขเริ่มต้นที่เวลา $t = 0$ อาจประกอบด้วยค่าเริ่มต้น $u(x, 0) = f(x)$ ที่อาจอยู่ในรูปแบบใดๆ และค่าความเร็วเริ่มต้นเท่ากับศูนย์นั่นคือ $\partial u(x, 0) / \partial t = 0$ เป็นต้น

ทั้งเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นที่เหมาะสมจะใช้ควบคู่กันไปในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่อยู่ในรูปแบบของสมการเอลลิปติก พาราโบลิก และไฮเพอร์โบลิก

2.7.3 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method)

ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) สามารถแบ่งออกได้เป็นหลายชนิดโดยขึ้นอยู่กับลักษณะของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ต้องการแก้ นั่นคือ ข้อดีซึ่งเป็นจุดเด่นของระเบียบวิธีนี้คือ ความสะดวกในการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้อยู่ในรูปแบบของผลเฉลย

โดยประมาณตามจุดต่างๆ ได้ง่าย อีกทั้งการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็สามารถทำได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เช่นกัน ดังนั้นจึงเป็นระเบียบวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและทำความเข้าใจ ในขณะที่เดียวกัน ข้อเสียของระเบียบวิธีนี้คือ ความไม่สะดวกในการประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีเงื่อนไขขอบเขตที่มีลักษณะต่างๆ กันบนปัญหานั้น และปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อน

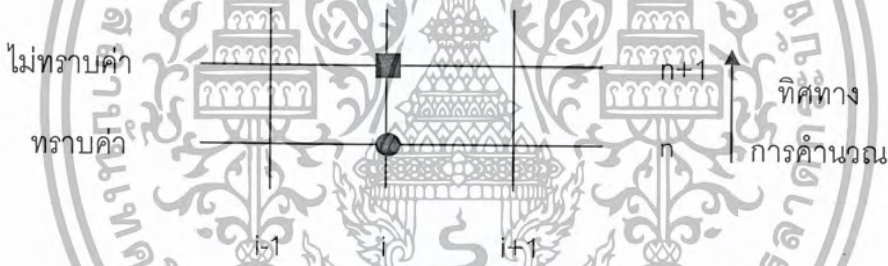
ระเบียบวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมนี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบของสมการ ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงการประยุกต์ใช้สำหรับงานวิจัยนี้เท่านั้น โดยสามารถจำแนกวิธีการจากอันดับของอนุพันธ์ ดังนี้

1. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งมีระเบียบวิธีการแก้สมการที่นำไปใช้ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธี คือ การประมาณค่าผลต่างแบบไปข้างหน้า (Forward Difference) และการประมาณค่าผลต่างแบบย้อนกลับ (Backward difference)

การประมาณค่าผลต่างแบบไปข้างหน้า (Forward Difference) มีรูปแบบการประมาณค่าดังนี้

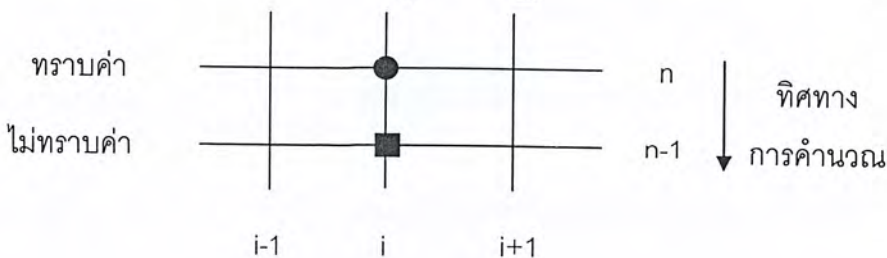
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad \dots 2.48$$



รูปที่ 2.8 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบไปข้างหน้า

การประมาณค่าผลต่างแบบย้อนกลับ (Backward Difference) มีรูปแบบการประมาณค่าดังนี้

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} \quad \dots 2.49$$



รูปที่ 2.9 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบย้อนกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

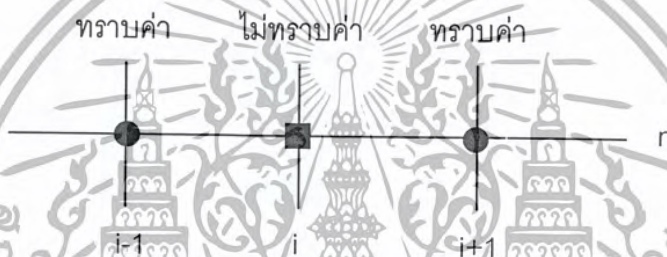
การประมาณในรูปแบบเช่นนี้ พบว่ามีอันดับความผิดพลาด $O(\Delta t)$ โดย Δt คือ step size

2. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง

สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองมีระเบียบวิธีการแก้สมการที่นำไปใช้ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธี คือ การประมาณค่าผลต่างแบบตรงกลาง (Central Difference) และระเบียบวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson Method) ของอนุพันธ์อันดับสอง

การประมาณค่าผลต่างแบบตรงกลาง (Central Difference) มีรูปแบบการประมาณค่า ดังนี้

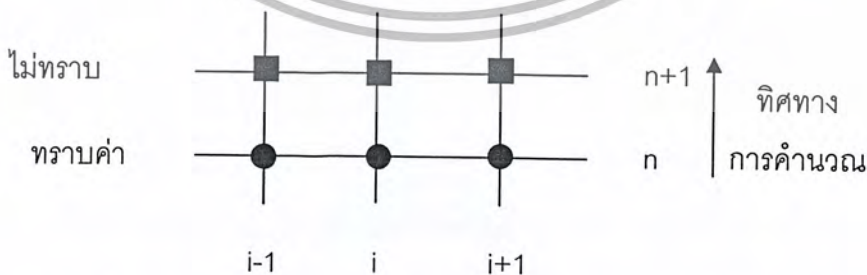
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \quad \dots 2.50$$



รูปที่ 2.10 แผนภาพการคำนวณโดยประมาณค่าผลต่างแบบตรงกลาง

ระเบียบวิธีของแครงก์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson Method) ของอนุพันธ์อันดับสอง มีรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad \dots 2.51$$



รูปที่ 2.11 แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีของแครงก์-นิโคลสัน

การประมาณในรูปแบบเช่นนี้ พบว่ามีอันดับความผิดพลาด $O(\Delta x^2)$ โดย Δx คือ

step size

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.4 ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู

ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู (LU Decomposition) เป็นระเบียบวิธีการหนึ่งที่ยินยอมใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสำหรับปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ หลักการของระเบียบวิธีการนี้เกิดจากแนวความคิดที่ว่าหากระบบสมการสามารถถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \quad \dots 2.52$$

สัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่อยู่ในแถบล่างซ้ายของเมตริกซ์ต่างมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งจะสามารถคำนวณหาผลลัพธ์โดยการแทนย้อนกลับได้โดยง่าย

จากระบบสมการ

$$[A]\{X\} = \{B\} \quad \dots 2.53$$

ซึ่งประกอบด้วย 3 สมการย่อย ขั้นตอนแรกคือการแยกเมตริกซ์ $[A]$ ออกเป็น 2 เมตริกซ์

$$[A] = [L][U] \quad \dots 2.54$$

ซึ่งมีรูปแบบโดยละเอียด ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots 2.55$$

เมื่อ เมตริกซ์ $[L]$ เป็นเมตริกซ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ตลอดแถบบนขวาเป็นศูนย์หมด ในขณะที่เมตริกซ์ $[U]$ เป็นเมตริกซ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ตลอดแถบล่างซ้ายเป็นศูนย์หมดเช่นกัน หากแทนสมการ (2.52) ลงในสมการ (2.53)

$$[L][U]\{X\} = \{B\} \quad \dots 2.56$$

ดังนั้น สามารถแก้ระบบสมการ

$$[L]\{Y\} = \{B\} \quad \dots 2.57$$

เป็นขั้นแรก ด้วยการแทนค่าแบบไปข้างหน้า (Forward Substitute) เพื่อหา $\{Y\}$ และจากนั้นจึงแก้ระบบสมการ

$$[U]\{X\} = \{Y\} \quad \dots 2.58$$

ด้วยการแทนค่าแบบย้อนกลับ (Backward Substitute) เพื่อหาผลลัพธ์ $\{X\}$ ที่ต้องการ

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่าการแก้ระบบสมการ $[A]\{X\} = \{B\}$ ด้วยระเบียบวิธีแยกแบบแอลยูนั้นประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

1. แยกเมตริกซ์ $[A]$ ให้เป็นผลคูณระหว่างเมตริกซ์ $[L][U]$

2. แก้ระบบสมการ $[L]\{Y\} = \{B\}$ ด้วยการแทนค่าแบบไปข้างหน้าเพื่อหาเวกเตอร์ $\{Y\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

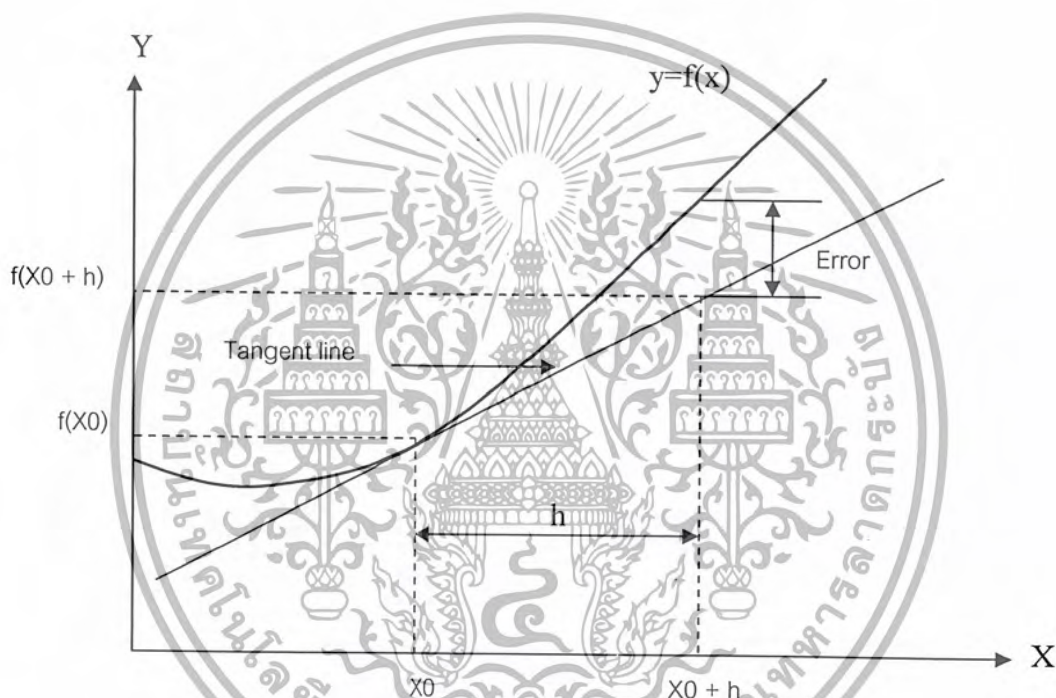
3. แก่ระบบสมการ $[U]\{X\} = \{Y\}$ ด้วยการแทนค่าแบบย้อนกลับเพื่อหาเวกเตอร์ $\{X\}$

2.7.5 ระเบียบวิธีของออยเลอร์

ระเบียบวิธีของออยเลอร์ (Euler's Method) จัดว่าเป็นระเบียบวิธีที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจมากที่สุดสำหรับการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่อยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad \dots 2.59$$

หลักการที่ใช้ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญนี้ สามารถอธิบายโดยใช้รูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 ระเบียบวิธีออยเลอร์

จากรูปที่ 2.12 จะสามารถหาค่าผลลัพธ์โดยประมาณ y_{i+1} ที่ x_{i+1} จากผลลัพธ์ y_i ซึ่งทราบค่าที่ x_i โดยใช้ความชันที่ x_i ดังนี้

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad \dots 2.60$$

โดย $h = x_{i+1} - x_i$ คือความกว้างของช่วง (Step Size) ที่ใช้ในการคำนวณ และเมื่อแทนค่าของความชันที่ x_i จากสมการ (2.60) ลงในสมการ (2.59) จะได้

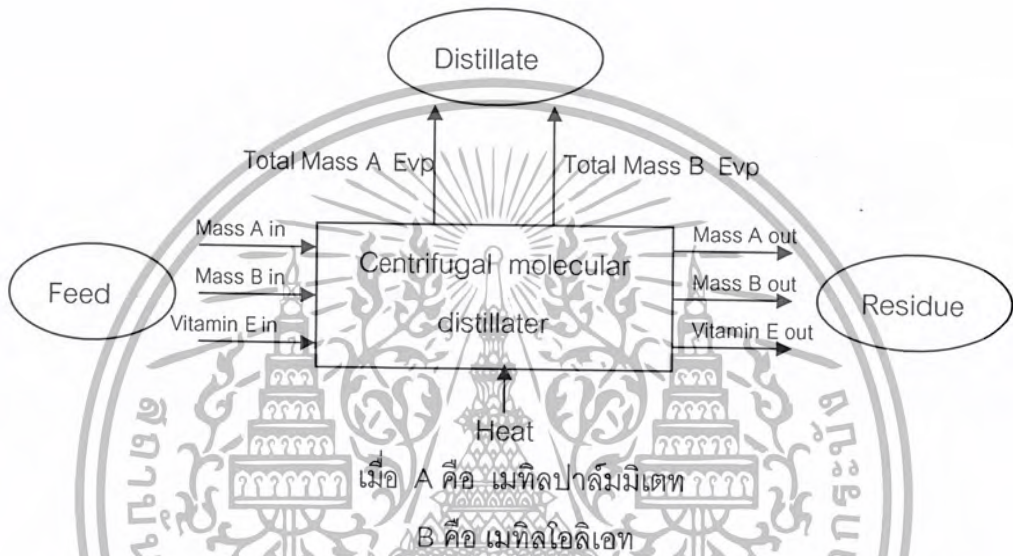
$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} = f(x_i, y_i) \quad \dots 2.61$$

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h \quad \dots 2.62$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจึงทำให้สามารถคำนวณโดยเริ่มจากเงื่อนไขเริ่มต้น y_i ที่ x_i และสามารถคำนวณค่า y_{i+1} ใหม่จากความกว้างช่วง $h = x_{i+1} - x_i$ ที่กำหนดให้ ซึ่งจากรูปที่ 2.12 จะเห็นได้ว่า ความเที่ยงตรงของผลลัพธ์โดยประมาณนั้นจะขึ้นอยู่กับค่า h ที่ใช้ในการคำนวณ คือ ถ้ายิ่งใช้ค่า h ที่มีค่าน้อยเท่าใด ก็จะได้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงมากขึ้นเท่านั้น

2.8 การหาความเข้มข้นวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล



รูปที่ 2.13 การดูมวลสารของการกลั่นโมเลกุลของเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอเลอเท

การคำนวณหาความความเข้มข้นของวิตามินอี

สมมติฐานเบื้องต้น

1. ของเหลวอยู่ในสภาวะคงตัว
2. ความเข้มข้นของวิตามินอีมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสารตัวอื่น ๆ
3. วิตามินอีไม่เสื่อมสภาพเนื่องจากความร้อน
4. วิตามินอีไม่ระเหย

การดูมวลสารทั้งหมด

$$Feed = Distillate + Residue \quad \dots 2.63$$

$$Distillate = Total\ Mass\ A\ Evp + Total\ Mass\ B\ Evp \quad \dots 2.64$$

การหาความเข้มข้นของวิตามินอี

$$Vitamin\ E_{in} = Vitamin\ E_{out} \quad \dots 2.65$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{Vitamin E}_{in} = C_{VE} \text{Feed} \quad \dots 2.66$$

$$\begin{aligned} \text{ความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้} &= \frac{C_{VE} \text{Feed}}{\text{Residue}} \\ &= \frac{C_{VE} \text{Feed}}{\text{Feed} - \text{Distillate}} \quad \dots 2.67 \end{aligned}$$

เมื่อ C_{VE} คือ ความเข้มข้นของวิตามินอี (สัดส่วนโดยมวล)

Feed คือ อัตราของสารป้อน (กรัมต่อวินาที)

Distillate คือ อัตราของสารที่กลั่นได้ (กรัมต่อวินาที)

Residue คือ อัตราของสารที่เหลือจากการกลั่น (กรัมต่อวินาที)

Total mass A Evp คือ อัตราการระเหยโดยมวลทั้งหมดของเมทิลปาล์มมิเตท (กรัมต่อวินาที)

Total mass B Evp คือ อัตราการระเหยโดยมวลทั้งหมดของเมทิลโอลิเอท (กรัมต่อวินาที)



บทที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม ซึ่งจะเน้นวิธีการแยก 2 วิธีคือ การสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide และการกลั่นโมเลกุล (Molecular Distillation) เพื่อใช้อ้างอิงและเลือกวิธีในการออกแบบเครื่องแยกวิตามินอีออกจากน้ำมันปาล์ม

3.1 การสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide

Josef Chrastill [19] ได้ศึกษาความสามารถการละลายของ Stearid acid, Oleic acid, Behenic acid, Tributyrin, Tripalmitin, Triolein, Trilinolein, Palmityl behenate, Behenyl behenate, α -Tocopherol, Cholesterol, Water และ Cafestol ใน Supercritical carbon dioxide ที่อุณหภูมิและความดันต่างกัน

งานวิจัยชิ้นนี้ใช้สมการแสดงความสามารถในการละลายที่ถูกพิสูจน์มาจาก Association Laws และ จากเอนโทรปีขององค์ประกอบ และนำผลมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ได้ โดยสมการที่ใช้แสดงความสามารถการละลายในก๊าซที่มีความหนาแน่นจากสภาวะสมดุล คือ

$$c = d^k \exp(a/T + b) \quad \dots 3.1$$

โดยที่ c คือ ความเข้มข้นของตัวถูกละลายในก๊าซ (g/l)

d คือ ความหนาแน่นของก๊าซ (g/l)

k คือ Association Number

a คือ $\Delta H / R$

b คือ $\ln(M_A + kM_B) + q - k \ln M_B$

และสมการที่ใช้แสดงการแยกของผสมของตัวถูกละลาย ซึ่งสมมติให้โมเลกุลของตัวถูกละลายในสารละลายไม่มีผลกระทบซึ่งกันและกัน

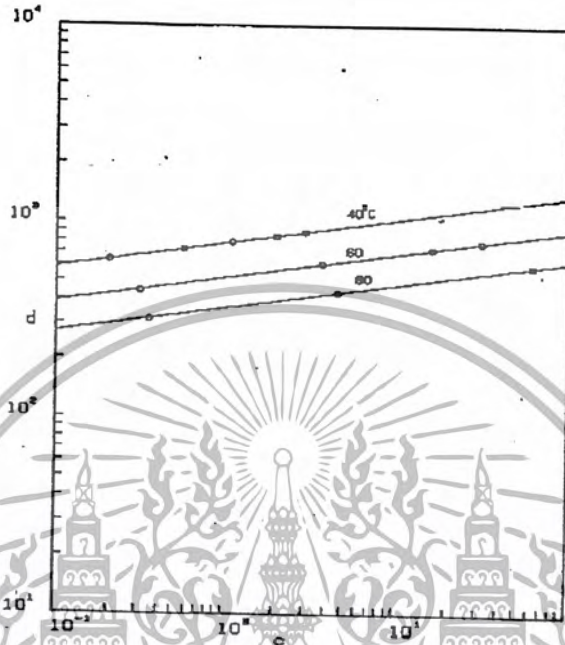
$$\mu = c_1 / c_2 = d^{k_1 - k_2} \exp(a_1 / T + b_1 - a_2 / T - b_2) \quad \dots 3.2$$

โดยที่ μ คือ แปรการแยกของตัวถูกละลายทั้งสองชนิด

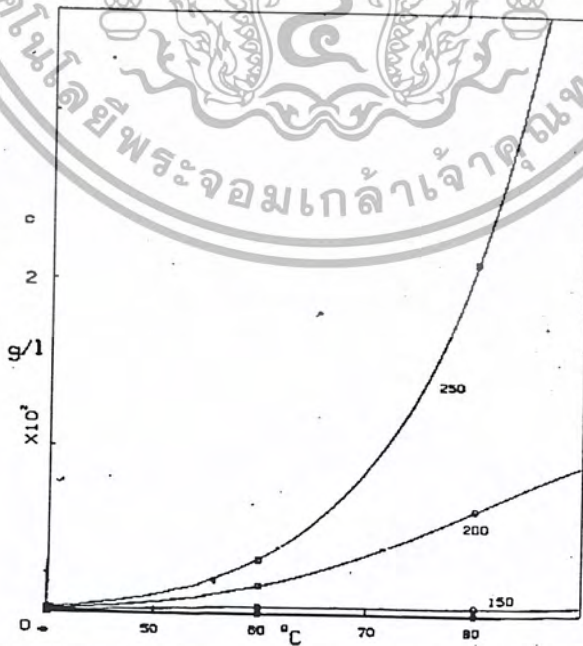
c_1 คือ ความเข้มข้นของตัวถูกละลายชนิดที่ 1

c_2 คือ ความเข้มข้นของตัวถูกละลายชนิดที่ 2

จากผลการทดลองสามารถหาค่าความสามารถการละลายของ α -Tocopherol ในคาร์บอนไดออกไซด์ดังรูป 3.1 และ 3.2 ความสามารถการละลายของ Tripalmitin ในคาร์บอนไดออกไซด์ดังรูป 3.3 และ 3.4

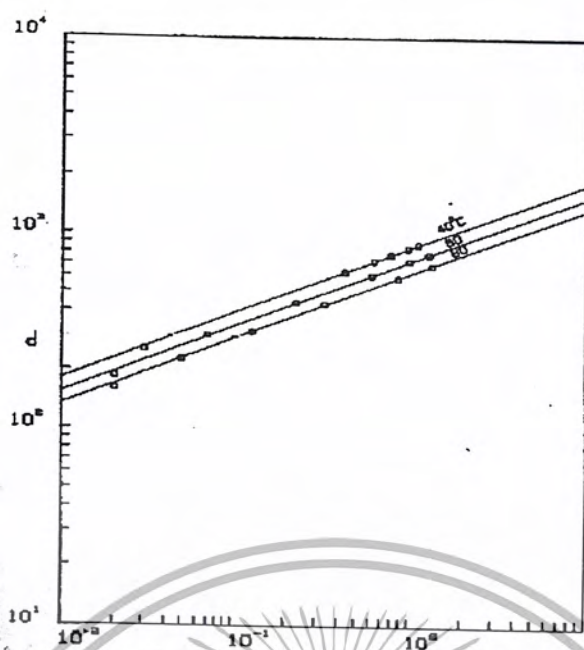


รูปที่ 3.1 ความสามารถการละลายของ α -Tocopherol ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ใน log-log scale d คือ ความหนาแน่นของคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l)

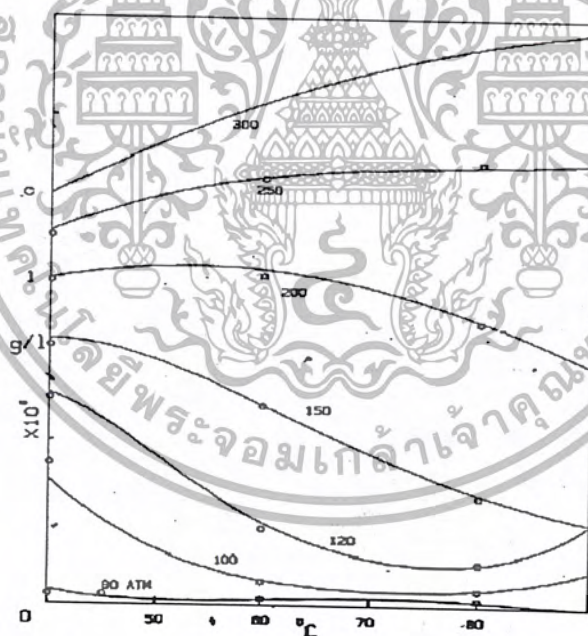


รูปที่ 3.2 ความสามารถการละลายของ α -Tocopherol ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ความดันหน่วยเป็น atm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 ความสามารถในการละลายของ Tripalmitin ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ใน log-log scale d คือ ความหนาแน่นของคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l)



รูปที่ 3.4 ความสามารถในการละลายของ Tripalmitin ในคาร์บอนไดออกไซด์ (g/l) ความดันหน่วยเป็น atm

จากผลการทดลองสามารถนำมาคำนวณหาค่าคงที่ (k , a และ b) ในสมการที่ 3.1 ได้ ผลลัพธ์ดังตารางที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ของความสามารถละลายในคาร์บอนไดออกไซด์

องค์ประกอบ	k	a	b
α - Tocopherol	8.231	-17353.5	0.646
Tripalmitin	2.980	-2387.8	-12.150

สำหรับการแยกของ α - Tocopherol และ Tripalmitin โดยใช้คาร์บอนไดออกไซด์ที่หนาแน่นสกัด แสดงดังรูป 3.5 โดยจุดที่แสดงได้จากผลการทดลอง ที่อุณหภูมิ 40 60 และ 80 องศาเซลเซียส ความดัน 100 150 200 และ 250 บรรยากาศ ซึ่ง α - Tocopherol ในของผสมวิเคราะห์โดยใช้เครื่องสเปกโตรโฟโตมิเตอร์ที่ 295 นาโนเมตร และเส้นกราฟแสดงจากการคำนวณโดยใช้สมการที่ 3.2 ในรูปร้อยละของ α - Tocopherol ในสถานะก๊าซ



รูปที่ 3.5 การแยกของ α - Tocopherol และ Tripalmitin โดยใช้คาร์บอนไดออกไซด์ที่หนาแน่นสกัด

สรุปได้ว่า ความสามารถในการละลายและการแยกของตัวถูกละลาย ขึ้นอยู่กับค่าคงที่ k, a และ b ที่แสดงในสมการที่ 3.1 ซึ่งเงื่อนไขที่เหมาะสมของค่าคงที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิและความดัน โดยการแยกที่ดีนั้นองค์ประกอบที่ต้องการสามารถถูกแยกออกจากของผสมได้ในปริมาณมาก และมีความบริสุทธิ์สูง

Ozlem Guclu – Ustundag และ Feral Temelli [20] ได้รวบรวมข้อมูลของของผสมที่มีองค์ประกอบของ β - Tocopherol, α - Tocopherol, Stigmasterol และ Squalene ใน Supercritical carbon dioxide โดยใช้สมการของ Chrastil (สมการที่ 3.1) หาแนวโน้มของความสามารถการละลายซึ่งแสดงค่าคงที่ของ α - Tocopherol ได้ดังนี้ $k = 5.1 \pm 0.3$, $a = -3687.4 \pm 381.6$ และ $b = -24.2 \pm 1.6$

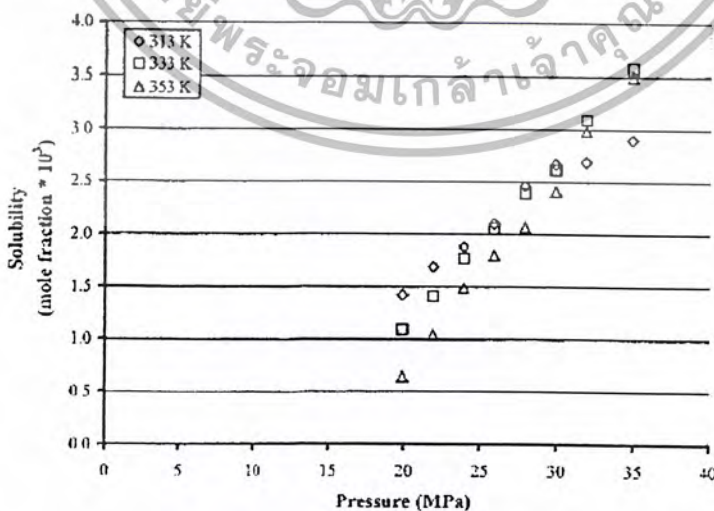
และจากสมการที่ 3.1 ที่อุณหภูมิคงที่ สมการแสดงโดย

$$\ln c = k' \ln d + b' \quad \dots 3.3$$

จากข้อมูลที่ Ozlem Guclu – Ustundag และ Feral Temelli ได้รวบรวมค่าคงที่ (k' และ b') ของ α - Tocopherol แสดงดังตารางที่ 3.2

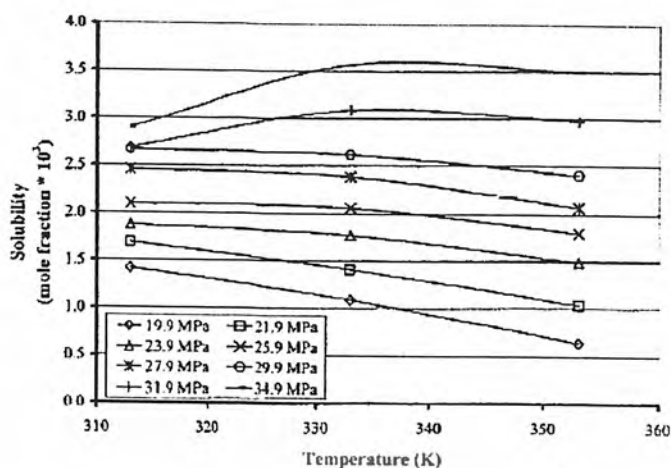
ตารางที่ 3.2 ค่าคงที่ k' และ b' ของ α -Tocopherol ที่อุณหภูมิต่างๆ

อุณหภูมิ (เคลวิน)	$k' \pm \text{Standard Error}$	$b' \pm \text{Standard Error}$
306	7.0 ± 0.7	-45.4 ± 4.9
313	8.9 ± 0.6	-58.0 ± 3.7
323	4.5 ± 0.5	-27.8 ± 3.0
333	5.0 ± 0.4	-31.3 ± 2.6
343	9.6 ± 1.9	-61.3 ± 12.9
353	5.6 ± 0.4	-34.1 ± 2.6

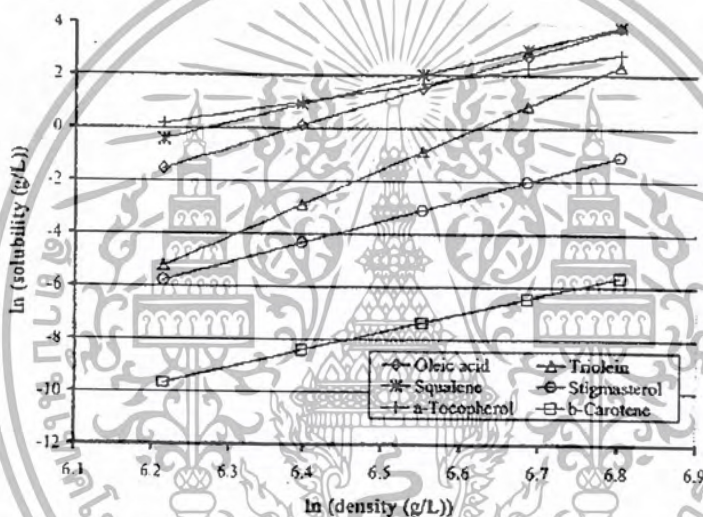


รูปที่ 3.6 ความสามารถในการละลายของ α - Tocopherol ที่อุณหภูมิคงที่ (Johann และ Brunner [21])

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 ความสามารถในการละลายของ α -Tocopherol ที่ความดันคงที่ (Johann และ Brunner [21])



รูปที่ 3.8 ความสามารถในการละลายขององค์ประกอบลิปิด ที่อุณหภูมิ 323 เคลวิน โดยสมการที่ 3.3

จากงานวิจัยของ Helena Sovova, Roumiana P. Stateva และ Anatotii A. Galushko [22] ได้ศึกษาความสามารถการละลายของ β -Carotene ใน Supercritical carbon dioxide โดยใช้สมการที่ 3.4 และ 3.5 ได้ผลการทดลองศึกษาดังตารางที่ 3.3

$$\ln c = 9.7 \ln \rho - 9555/T - 41.46 \quad \dots 3.4$$

โดยที่ c คือ ความเข้มข้นของตัวถูกละลายในก๊าซ (kg/m^3)

ρ คือ ความหนาแน่นของก๊าซ (kg/m^3)

T คือ อุณหภูมิ (เคลวิน)

และจากสมการที่ 3.4 สามารถแปลงสมการเป็นสมการที่ 3.5 ดังนี้

$$\ln y = 8.7 \ln \rho - 9555/T - 43.46 \quad \dots 3.5$$

โดยที่ y คือ อัตราส่วนโดยโมล (mol/mol)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.3 ความสามารถในการละลายของ β -Carotene ใน Supercritical carbon dioxide

T(K)	P(MPa)	ρ (kg m ⁻³)	$y \times 10^7$ (mol mol ⁻¹)
313.2	12	718.9	0.32
313.2	15	781.2	0.66
313.2	20	840.6	1.34
313.2	25	880.2	2.05
313.2	28	899.3	2.13
323.2	15	701.0	0.63
323.2	20	785.1	1.81
323.2	25	735.0	3.05
323.2	28	857.8	3.69
333.2	15	605.6	0.47
333.2	20	724.5	2.28
333.2	25	787.2	4.51
333.2	28	814.7	5.80

3.2 การกลั่นโมเลกุล (Molecular Distillation)

David B. Greenberg [23] ได้ศึกษาทฤษฎีและสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายลักษณะของความเข้มข้น อุณหภูมิ และความเร็วของบนจานหมุนของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบเหวี่ยง (Centrifugal Molecular Distillator) โดยการสร้างแบบจำลองจะไม่คำนึงถึงความเร็วแทนเจนท์ (Tangential Velocity) ของสารบนจานหมุน งานวิจัยได้อธิบายถึงทฤษฎีอัตราการระเหย (Rate of Vaporization) ตามทฤษฎีจลนศาสตร์ของก๊าซเมื่อมีความสมดุลระหว่างจำนวนโมเลกุลของสารที่เข้าเท่ากับสารที่ออก อัตราการระเหยของสารที่เป็นไอระเหยได้จากพื้นผิวของของเหลวร้อนจะเป็นไปตามสมการของ Langmuir-Knudsen ดังนี้

$$w = P \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{1/2} \quad \dots 3.6$$

เมื่อ	w	คือ	อัตราการระเหย
	P	คือ	ความดันไออิ่มตัวของสาร A
	M	คือ	มวลโมเลกุลของสาร A
	R	คือ	ค่าคงที่ของก๊าซเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

T คือ อุณหภูมิในหน่วยเคลวิน

ในทางปฏิบัติพบว่าสารที่ระเหยออกจะควบแน่นกลายเป็นของเหลวตกลงสู่จานหมุนเกิดการระเหยอีกครั้ง (Reevaporate) หรือเกิดการเสียดสพ (Decomposition) ของสารที่ระเหย ดังนั้นจากสมการที่ 3.6 จึงเป็นค่าที่มากที่สุดของสารที่จะระเหยได้จะมีค่ามากกว่าอัตราการระเหยจากการทดลองจริง โดยประสิทธิภาพการระเหยสามารถหาได้จากสมการที่ 3.7

$$\alpha = \frac{\text{อัตราการระเหยที่วัดได้จากการทดลอง}}{\text{อัตราการระเหยตามทฤษฎี}} \quad \dots 3.7$$

เมื่อทำการปรับปรุงสมการที่ 3.6 จะได้อัตราการระเหยจากการทดลองจะเป็นดังสมการที่ 3.8

$$w = \alpha P \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{1/2} \quad \dots 3.8$$

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายลักษณะของอัตราการไหลของสารผ่านจานหมุนตามทฤษฎีจลน์ของของไหล (Fluid Dynamics) ตามรูปที่ 3.9 พบว่าได้ผลตามสมการที่ 3.7

$$-g \sin \varphi + (2\pi\omega)^2 \xi \sin \varphi + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \dots 3.9$$

เงื่อนไขขอบเขต

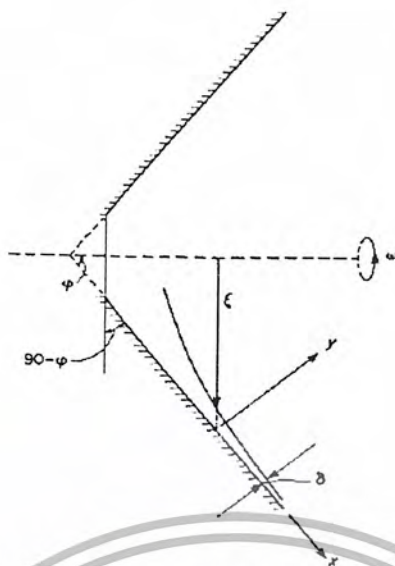
$$\begin{aligned} \text{ที่ผิวของจานหมุน: } & y=0, \quad u=0 \\ \text{ที่ผิวน้ำของสาร: } & y=h, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{aligned}$$

เมื่อ u คือ ความเร็วตามทิศทางแกน x
 ω คือ ความเร็วการหมุน [round/s]
 ξ คือ รัศมีของจานหมุนที่ตำแหน่ง x ต่าง ๆ
 ν คือ Kinematic Viscosity

โดยอาศัยสมมติฐานดังนี้

1. ความหนาของชั้นฟิล์มที่แผ่นบนจานหมุนมีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับรัศมีของจานหมุน ($\delta(x) \ll L$)
2. ชั้นฟิล์มของเหลวอยู่ในสภาวะ Viscous motion
3. ลักษณะการหมุนของจานหมุนไม่คำนึงถึงความเร็วแทนเจนต์ (Tangent) และความเร็วปกติที่ผิวน้ำของของเหลว
4. การเปลี่ยนแปลงความเร็วสุดท้ายตามแนวแกนของรัศมีจานหมุนมีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงความเร็วตามแนวความหนาของชั้นฟิล์ม
5. การทดลองนี้อยู่ภายใต้สภาวะความดันคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 ระบบแกนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ David B. Greenberg

จากสมการที่ 3.9 เมื่อแรงที่ศูนย์กลางของจานหมุนมีค่ามากกว่าแรงดึงดูดของโลกมาก
ดังนั้น

$$\frac{g \sin \varphi}{v} \ll (2\pi \omega)^2 \xi \sin \varphi \quad \dots 3.10$$

สามารถคำนวณหาความเร็วเฉลี่ยของชั้นฟิล์มได้ตามสมการที่ 3.11

$$\bar{u} = \left[\frac{(2\pi\omega)^2 \sin \varphi}{3\nu} \right] \xi \delta^2 \quad \dots 3.11$$

เมื่อ δ คือ ความหนาชั้นฟิล์ม

จากสมการดุลมวลเมื่อใช้สมการความต่อเนื่องสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของมวล และอัตราการระเหยได้ดังนี้

$$d(\xi\Gamma) + \left(\frac{w}{\sin \varphi} \right) \xi d\xi = 0 \quad \dots 3.12$$

เมื่อ $\Gamma = \delta \rho \bar{u}$

$$\xi = \xi_0 + x \sin \varphi$$

จากสมการที่ 3.9 เมื่อคำนวณสถานะโดยกำหนดให้อุณหภูมิของพื้นผิวเป็นอุณหภูมิเฉลี่ย และอัตราการระเหยเป็นอัตราการระเหยเฉลี่ยความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการที่ 3.11

$$\xi\Gamma - \xi_0 F_0 + \frac{w}{2 \sin \varphi} (\xi^2 - \xi_0^2) = 0 \quad \dots 3.13$$

เมื่อกำหนดตัวแปรไร้หน่วย $\delta^* = \delta / \delta_0$ และ $\xi^* = \xi / \xi_0$ จัดรูปความเร็วเฉลี่ยไร้หน่วยเป็นดังนี้

$$u^* = \left(\frac{1}{\xi^*}\right)^{1/3} [1 - \beta \bar{w}(\xi^{*2} - 1)]^{2/3} \quad \dots 3.14$$

เมื่อ $\beta = \frac{3\nu}{4\pi^2 \omega^2 \delta_0^3 \rho \sin^2 \varphi}$ และ $u^* = \frac{\bar{u}}{u_0}$

การพิจารณาการถ่ายเทความร้อน เมื่อทำการดูความร้อนระหว่าง Feed, Distillate และ Residue และพิจารณาการแพร่ความร้อนไปสู่ชั้นฟิล์มซึ่งเป็นเพียงการนำความร้อน โดยไม่พิจารณาการพาความร้อน และไม่พิจารณาการสูญเสียของความร้อนที่เกิดขึ้น อัตราการระเหยจะเปรียบเทียบได้เหมือนกับฟลักซ์ของมวลที่อยู่บนจานหมุน

$$dG = \frac{1}{\lambda} dq = \left(\frac{k}{\lambda \delta}\right) 2\pi \xi \Delta T dx \quad \dots 3.15$$

$$dG = 2\pi \xi w dx \quad \dots 3.16$$

เมื่ออัตราการไหลของมวลตามแนวแกนของจานหมุน เป็นไปตามสมการดังนี้

$$G = 2\pi \xi \rho u \delta = \left(\frac{8\pi^3 \omega^2 \rho \sin \varphi}{3\nu}\right) \xi^2 \delta^3 \quad \dots 3.17$$

และเมื่ออัตราการระเหยเปรียบเสมือนอัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราการไหลของมวลบนจานหมุนจะให้ความสัมพันธ์ตามสมการที่ 3.13 และ 3.14 ดังนี้

$$\frac{d\tau}{d\xi} + 3\left(\frac{\tau}{\xi}\right) = \frac{\nu k \Delta T}{(\pi \omega)^2 \lambda \rho \sin^2 \varphi} \quad \dots 3.18$$

กำหนด $\tau = \xi \delta^*$

เมื่ออัตราการไหลความร้อนคงที่และการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเทียบได้กับการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์ม และเป็นฟังก์ชันของระยะรัศมีของจานหมุนจะได้

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_0} \cong \frac{\delta}{\delta_0} = f(\xi^*)$$

หรือ

$$T^* \cong \delta^* = f(\xi^*) \quad \dots 3.19$$

และเมื่อแทนค่าสมการที่ 3.17 ในสมการที่ 3.16 แล้วทำการอินทิเกรตหาค่าจะได้ความสัมพันธ์ของความหนาของชั้นฟิล์มได้ดังนี้

$$\delta^* = f(\xi^*) = \left(\frac{1}{\xi^*}\right)^{2/3} [1 - \beta \bar{w}(\xi^{*2} - 1)]^{1/3} \quad \dots 3.20$$

และเมื่อกำหนดค่าคงที่การระเหยตามทฤษฎีเทียบกับการทดลองจริงเป็นดังนี้

$$\alpha = \frac{w_e}{w} \quad \dots 3.21$$

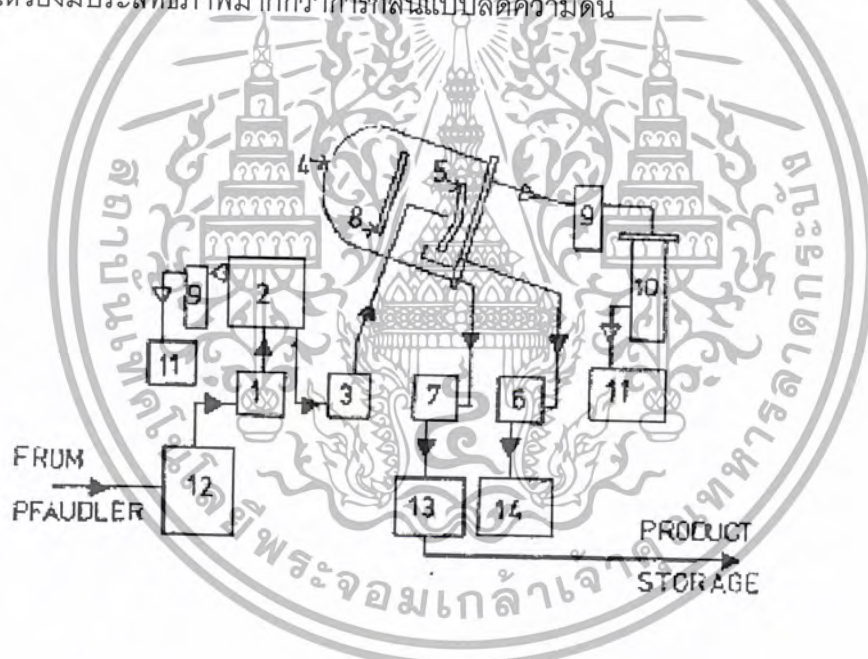
จะได้ความหนาของชั้นฟิล์มที่ได้จากการทดลองเป็นตามสมการ

$$\delta^* = \left(\frac{1}{\xi^*}\right)^{2/3} \left[1 - \left(\frac{\alpha w}{w_e}\right) \left\{1 - [1 - \beta \bar{w}(\xi^{*2} - 1)]^{1/3}\right\}\right]^{1/4} \quad \dots 3.22$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้เทียบกับผลการทดลองการกลั่นโดยใช้กลีเซอรอล (Glycerol) ไดโนอร์มอลบิวทิลเฟทาเลท (Di-n-Butyl phthalate) และไดโนอร์มอลบิวทิลซีบาเคต (Di-n-butyl sebacate) แบบจำลองสามารถอธิบายการกลั่นของไดโนอร์มอลบิวทิลเฟทาเลทและไดโนอร์มอลบิวทิลซีบาเคตได้ดี แต่ไม่สามารถอธิบายการกลั่นแยกกลีเซอรอลได้

Rees R.J.[24-25] ได้ออกแบบเครื่องกลั่นแยกโมเลกุลโดยอาศัยแรงเหวี่ยง (Centrifugal Molecular Distillator) โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ David B. Greenberg สร้างขึ้น โดยพัฒนาจากเครื่องกลั่นโมเลกุลโดยอาศัยแรงเหวี่ยงขนาดเล็ก (Model CM-5) ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น (Model CM-15) และได้้นำเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบใช้แรงเหวี่ยงนี้ไปเปรียบเทียบการกลั่นแบบลดความดันผ่านหอกลั่นชนิดแพคในกระบวนการผลิตน้ำมันซิลิโคน (Silicone Oil) พบว่าจากการพิจารณาต้นทุนการผลิตในการผลิตของกระบวนการทั้งสอง การกลั่นโดยใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลโดยอาศัยแรงเหวี่ยงมีประสิทธิภาพมากกว่าการกลั่นแบบลดความดัน



LEGEND

1 Pump - Degasser Feed

2 Degasser

3 Pump - Rotor feed

4 Bell Jar

5 Rotor

6 Pump - Residue

7 Pump - Distillate

8 Cooling Coil

9 Trap

10 Ejector Pump - Vacuum

11 Mechanical Pump - Vacuum

12 Feed Stock

13 Distillate

14 Residue

→ Flow - Liquid

↗ Flow - Vapour or Air

รูปที่ 3.10 ระบบการกลั่นโมเลกุลของเครื่องกลั่นโมเลกุลโดยอาศัยแรงเหวี่ยง (Model CM-15)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการทดลองโดยใช้แบบจำลองนี้กับผลการทดลองของ David B. Greenberg [23] พบว่าแบบจำลองนี้สามารถอธิบายผลการทดลองได้ดี เช่นเดียวกับข้อมูลการทดลองของ Kaplon และคณะ [26]

Batistella และ Maciel [14,27] อาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายลักษณะของของเหลวที่ไหลผ่านเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง (Falling Film Molecular Distillator) และเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง (Centrifugal Molecular Distillator) และนำผลจากการสร้างแบบจำลองเทียบกับการทดลองของ Kaplon และคณะ [26] และ Bhandakar และ Ferron [15] พบว่ามีลักษณะที่ใกล้เคียงกันต่อมาทั้งสองได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ อธิบายการทดลอง โดยวิธีเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง และการกลั่นโมเลกุลโดยใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง ในการกลั่นเมทิลเอสเทอร์ (Methyl Ester) ของกระบวนการศึกษาการแยกสารคาโรทีนอยด์ (Carotenoid) ซึ่งเป็นวิตามินเอที่ได้จากน้ำมันปาล์ม โดยการนำน้ำมันปาล์มมาผ่านกระบวนการสะเทิน (Neutralization) และกระบวนการทรานส์เอสเทอร์ฟิเคชัน (Transesterification) แล้วนำมากลั่นโมเลกุลเพื่อระเหยเมทิลเอสเทอร์ออกไปเหลือเพียงวิตามินเอที่มีความเข้มข้นสูงกระบวนการกลั่นนี้ได้แบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนการทดลอง คือ การทดลองที่ใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง และการใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง ซึ่งจากกระบวนการกลั่นสามารถเพิ่มความเข้มข้นของสารคาโรทีนอยด์ ได้มากกว่า 30,000 ส่วนในล้านส่วน เมื่อเปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเปรียบเทียบกับผลการทดลองพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีค่าแตกต่างจากผลการทดลองเล็กน้อย เนื่องจากเกิดการเสื่อมสภาพของสาร ระดับการเสื่อมสภาพ (Decomposition Level) ของการใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง มีค่ามากกว่าการใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง ทั้งนี้เนื่องมาจากเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนในเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยงมีค่าน้อยกว่าเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง เวลาที่สัมผัสกับพื้นผิวร้อนสั้นกว่าถึง 40 เท่า ถึงแม้ว่าจะมีอุณหภูมิเฉลี่ยของพื้นผิวร้อนที่สูงกว่า 20 – 30 องศาเซลเซียส

Cvengros และคณะ [28-30] อธิบายแบบจำลองเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง ซึ่งป้อนของเหลวที่ต้องการกลั่นบนพื้นผิวร้อนทรงกระบอกด้านนอก และของเหลวนี้จะไหลเป็นฟิล์มบางๆ ตามแรงโน้มถ่วงของโลกไหลลงสู่ด้านล่างของพื้นผิวร้อน แบบจำลองดังกล่าวประกอบด้วยสมการ Navier-Stokes สมการความต่อเนื่องของสาร และสมการดุลพลังงาน

นอกจากนี้จะได้กล่าวถึงงานวิจัยต่างๆที่ได้มีการประยุกต์ใช้เครื่องกลั่นโมเลกุล เช่น การแยกวิตามินออกจากน้ำมันพืชโดยใช้เครื่องกลั่นโมเลกุล เช่นการแยกวิตามินเอ จาก น้ำมันปาล์ม [14,31] การแยกวิตามิน K จาก Crude Phytomenadione [28] การแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม [32] นอกจากนี้ยังมีการใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลกลั่นแยกกรดไขมันแบบ Polyunsaturate

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ในช่องทางใดๆ ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(PUFA) [33] เช่น Eicosapentaenoic acid (20:5n-3; EPA) และ Docosahexaenoic acid (22:6n-3; DHA) ซึ่งมีประโยชน์ในการป้องกันโรคหลายชนิด เช่น โรคหัวใจ มะเร็ง Arachidonic acid (20:4n-6; AA) เป็น Precursor ของ ฮอร์โมนหลายชนิด เช่น Prostaglandins, Thromboxanes และ Leukotrienes AA ช่วยเร่งการเจริญเติบโตของเด็กแรกเกิดก่อนกำหนดเวลา Cermak และ Isbell [34] ใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลระดับ Pitot Plant แยกกรดไขมันไม่อิ่มตัวจาก Meadowfoam Oil ซึ่งมีเสถียรภาพต่อปฏิกิริยาออกซิเดชันมาก เนื่องจากประกอบไปด้วย 5-Eicosenoic acid (64%), 5,13-Docosadienoic acid (19%) 5-Docosenoic acid (3%) และ 13-Docosenoic acid (10%) ในการแยกสารในงานวิจัยเหล่านี้มักจะเปลี่ยนไตรกลีเซอไรด์ให้เป็นเอสเทอร์ของกรดไขมัน เช่น เมทิลหรือเอทิลเอสเทอร์ และทำการกลั่นแยกเอสเทอร์ดังกล่าวออกจากของผสมด้วยเครื่องกลั่นโมเลกุล (หมายเหตุ Tripalmitin มีจุดเดือด 320 องศาเซลเซียส ที่ความดัน 0.1 มิลลิเมตรปรอท ขณะที่ Methyl Palmitate มีจุดเดือด 196 องศาเซลเซียส ที่ความดัน 15 มิลลิเมตรปรอท และ Ethyl Palmitate มีจุดเดือด 191 องศาเซลเซียส ที่ความดัน 10 มิลลิเมตรปรอท [35]) ซึ่งเทคนิคดังกล่าวสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการแยกสารที่มีมูลค่าสูงและมีความไวต่อความร้อนที่มีอยู่ในน้ำมันพืชหลายชนิดที่ผลิตได้ในประเทศไทย ในกรณีของการแยกวิตามินจะได้วิตามินเหลืออยู่ในของเหลวที่ออกมาจากพื้นผิวร้อน ในขณะที่การแยกกรดไขมันไม่อิ่มตัวจะได้กรดไขมันในรูปแบบของเอสเทอร์ของกรดไขมันข้างต้น

บทที่ 4

ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมเพื่อจำลองผล

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandarkar และ Ferron [15] ของสมการความเร็วตามแนวแกน x และ y (สมการ 2.18 และ 2.20) สมการดุลพลังงาน (สมการ 2.33) และสมการดุลมวลสาร (สมการ 2.38) นำมาเขียนโปรแกรมเพื่อจำลองผลโดยจะแบ่งเป็นโปรแกรมหลักและโปรแกรมย่อย

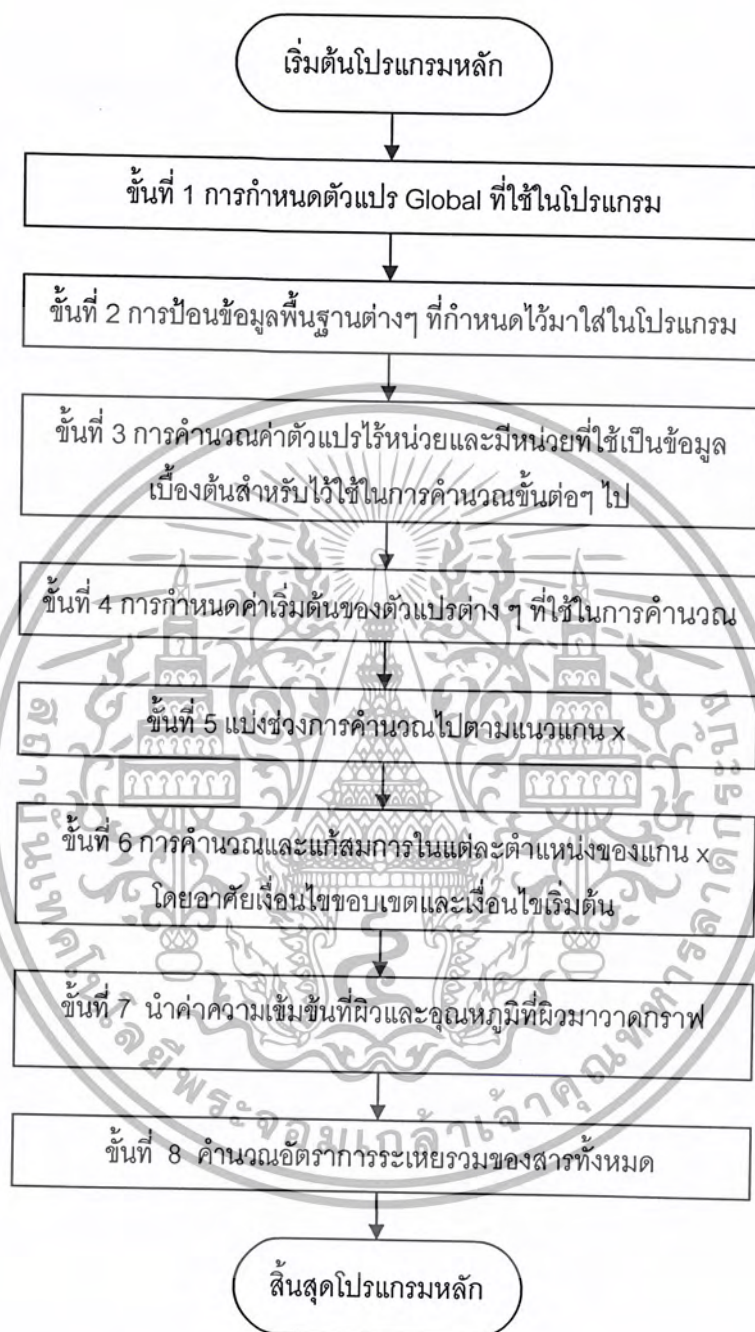
4.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลักแสดงดังรูปที่ 4.1 สามารถอธิบายขั้นตอนต่างๆ ได้ดังนี้

4.1.1 การทำงานของขั้นที่ 1 การกำหนดตัวแปร Global ที่ใช้ในโปรแกรม
ตัวแปร Global เป็นตัวแปรที่ทุกฟังก์ชันและโปรแกรมย่อยต่างๆ สามารถเรียกมาใช้ได้ทันที ตัวแปรที่กำหนดเป็นตัวแปร Global ได้แก่

- ความหนาของฟิล์มเริ่มต้นการคำนวณ
- ค่าเลขเรย์โนลด์ (Re)
- ค่าเลขเชอร์วูด (Sh)
- ค่าเลขนัสเซิลท์ (Nu)
- อัตราการป้อนสารเข้าไ้หน่วย
- ความหนาฟิล์มไ้หน่วยเริ่มต้น
- ความหนาแน่นของสารป้อน
- ความเร็วของจานหมุน
- ตำแหน่งการป้อนสารเริ่มระเหย
- ระยะทางไ้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุน
- ระยะทางไ้หน่วยที่ตั้งฉากกับผิวหน้าของจานหมุน
- ช่วงการคำนวณไ้หน่วยตามแนวแกน x
- ช่วงการคำนวณไ้หน่วยตามแนวแกน y
- ขนาดของมุมจานหมุน
- อุณหภูมิของสารป้อน
- อุณหภูมิผิวร้อนของจานหมุน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลัก

- ค่าความหนืดเฉลี่ยเริ่มต้นของของผสม
- ค่า β คำนวณจากสมการ 2.34
- ค่า H คำนวณจากสมการ 2.35
- ค่าสัมประสิทธิ์ A และ B ของความดันตามสมการของของเหลว
- มวลโมเลกุลในองค์ประกอบของสารป้อน A และ B
- ค่าอัตราส่วนโดยมวลภายในสารป้อน
- รัศมีของจานหมุนในเครื่องระเหยในทิศทาง r
- อัตราการป้อนสาร

4.1.2 การทำงานของขั้นที่ 2 การป้อนข้อมูลพื้นฐานต่างๆ ที่กำหนดไว้มาใส่ในโปรแกรม ข้อมูลที่ต้องป้อนให้กับโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณ ได้แก่

4.1.2.1 ข้อมูลตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของสารป้อน

- อัตราการป้อนสาร (f_0)
- ความหนาแน่นของสารป้อน (ρ_0)
- ค่าอัตราส่วนโดยมวลของสารป้อน
- ค่า H คำนวณจากสมการ 2.35
- β คำนวณจากสมการ 2.34
- อัตราการระเหยสัมพัทธ์ (X_{ab})
- อุณหภูมิของสารป้อน
- มวลโมเลกุลขององค์ประกอบของสารป้อน A และ B
- สัมประสิทธิ์การแพร่ของความร้อน (α)
- สัมประสิทธิ์การแพร่ของสาร A และ B (D_{ab})
- B' คำนวณจากสมการ 2.28

4.1.2.2 ข้อมูลตัวแปรที่ใช้ในสมการหาความดันไอของสารตามสมการ

$$P_a = \exp\left(A - \frac{B}{T}\right) \quad \dots 4.1$$

4.1.2.3 ข้อมูลตัวแปรที่ใช้ในสมการหาความหนืดของทั้งสององค์ประกอบของสารตามสมการ

$$\ln \nu = A + \frac{B}{T} \quad \dots 4.2$$

4.1.2.4 ข้อมูลของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับจานหมุน

- ความเร็วของจานหมุน (Ω)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- อุณหภูมิที่ผนังร้อนของเครื่องระเหย (T_w)
- มุมครึ่งหนึ่งของจานหมุน (ϕ)
- ขนาดของจานหมุนเครื่องระเหยในทิศทาง r (L)

4.1.2.5 ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแบ่งช่วงการคำนวณ

- ช่วงการคำนวณ

4.1.3 การทำงานของขั้นที่ 3 การคำนวณค่าตัวแปรไร้หน่วยและมีหน่วยที่ใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับไว้ใช้ในการคำนวณขั้นต่อไป

4.1.3.1 คำนวณความหนืดเฉลี่ยของของผสม 2 องค์ประกอบ (ν_0) ในอัตราการป้อนตามสมการ

$$\ln \nu_0 = c_a \ln \nu_a + c_b \ln \nu_b \quad \dots 4.3$$

4.1.3.2 คำนวณค่าตัวแปรไร้หน่วยของความหนาเริ่มต้นชั้นฟิล์ม (λ) ตามสมการ

2.10

4.1.3.3 คำนวณค่าความหนาเริ่มต้นชั้นฟิล์ม (δ_0) (กำหนดให้ $\delta_0 = 1$)

4.1.3.4 คำนวณค่าเลขเรย์โนลด์ (Re) ตามสมการ 2.9

4.1.3.5 คำนวณค่าตัวแปรไร้หน่วยของตำแหน่งที่ป้อนสาร (X_0) ตามสมการ

2.15

4.1.3.6 คำนวณตัวแปรไร้หน่วยของอัตราการป้อนสาร (F) ตามสมการ 2.21

4.1.3.7 คำนวณค่าเลขเซอร์วูด (Sh) ตามสมการ 2.37

4.1.3.7 คำนวณค่าเลขไนซเซลท์ (Nu) ตามสมการ 2.32

4.1.4 การทำงานของขั้นที่ 4 การกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณ กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรไร้หน่วยตำแหน่งต่างๆ ให้มีค่าเป็นศูนย์เพื่อง่ายต่อการคำนวณ และเป็นการประกาศให้โปรแกรมรู้จักตัวแปรต่างๆ เหล่านี้ ซึ่งตัวแปรทั้งหมดได้แก่

- ความเร็วไร้หน่วยตามแนวแกน x หรือ U
- ความเร็วไร้หน่วยตามแนวแกน y หรือ V
- อุณหภูมิไร้หน่วย (θ)
- ความเข้มข้นไร้หน่วย (Λ)
- ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วย (ζ)
- ความหนืดเฉลี่ยไร้หน่วย (η)

- อัตราการระเหยของสาร A (E_a)
- ค่าตัวเลขของการระเหย (Γ)
- อัตราส่วนความเข้มข้นที่ผิวขอบบน ณ ตำแหน่ง X ต่างๆ ต่ออัตราส่วนความเข้มข้นเริ่มต้น (C)
- ค่า ε
- ค่าของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มเมื่อเทียบกับ X
- ค่า S

4.1.5 การทำงานของชั้นที่ 5 การแบ่งช่วงการคำนวณไปตามแนวแกน x

แบ่งช่วงการคำนวณของแนวแกน x ออกเป็น 1000 ช่วง

ดังนั้นค่าตัวแปรไร้หน่วย X ที่ตำแหน่งใด ๆ ของแนวแกน x คือ

$$X = \left[0, \frac{1}{\text{interval}}, \frac{2}{\text{interval}}, \dots, 1 \right]_{1 \times nMax} \quad \dots 4.4$$

หมายเหตุ interval คือช่วงของการคำนวณทั้งหมด 1000 ช่วง

4.1.6 การทำงานของชั้นที่ 6 การคำนวณและแก้สมการในแต่ละตำแหน่งของแกน x โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น

4.1.6.1 โปรแกรมย่อยของชั้นที่ 6

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมย่อยของชั้นที่ 6 ในโปรแกรมหลักแสดงดังรูปที่

4.2 สามารถอธิบายขั้นตอนต่างๆ ได้ดังนี้

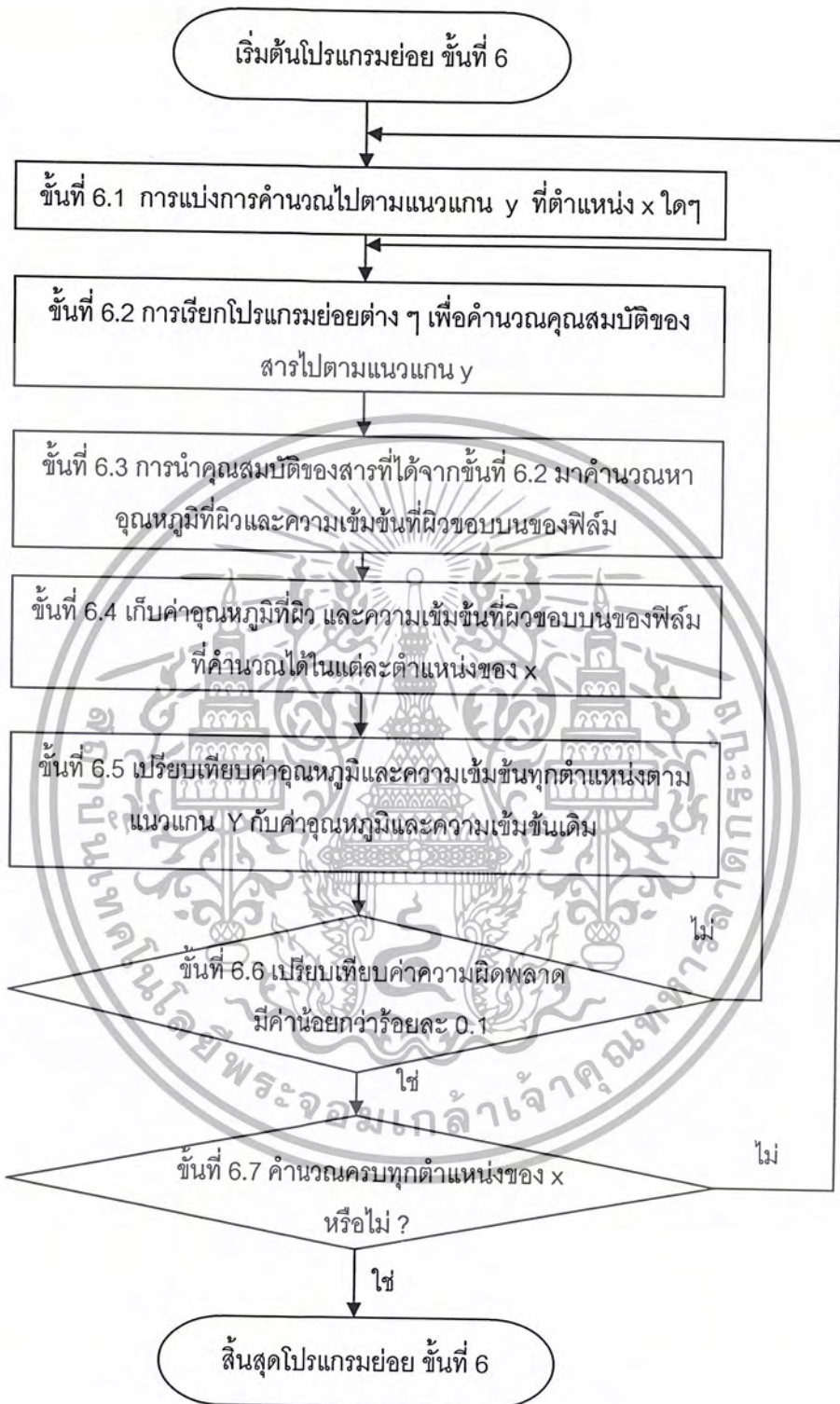
4.1.6.1.1 การทำงานของชั้นที่ 6.1 การแบ่งการคำนวณไปตาม

แนวแกน y ณ ตำแหน่ง x ใดๆ จะแบ่งช่วงการคำนวณของแนวแกน y ออกเป็น 1000 ช่วง

ดังนั้นค่าตัวแปรไร้หน่วย Y ที่ตำแหน่งใด ๆ ของแนวแกน y คือ

$$Y = \left[0, \frac{1}{\text{interval}}, \frac{2}{\text{interval}}, \dots, 1 \right]_{1 \times nMax} \quad \dots 4.5$$

หมายเหตุ interval คือช่วงของการคำนวณทั้งหมด 1000 ช่วง



รูปที่ 4.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมย่อยของชั้นที่ 6 ในโปรแกรมหลัก

4.1.6.1.2 การทำงานของชั้นที่ 6.2 การเรียกโปรแกรมย่อยต่าง ๆ เพื่อคำนวณค่าต่างๆ ตามแนวแกน y

โปรแกรมย่อยต่าง ๆ จะคำนวณคุณสมบัติต่าง ๆ ของสารป้อนดังนี้

- อัตราส่วนของสัดส่วนโดยโมล (C) ตามสมการ 2.29
- อัตราการระเหยของสาร A (E_d) ตามสมการ 2.7
- ค่า S ตามสมการ 2.25
- ค่าตัวเลขของการระเหย (Γ) ตามสมการ 2.30
- ค่า ε ตามสมการ 2.26
- ความหนืดไร้หน่วยเฉลี่ย (η) ตามสมการ 2.12
- ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วย (ζ) ตามสมการ 2.11
- ค่าของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มเมื่อเทียบกับ X ตามสมการ 2.24

- ค่าความเร็วไร้หน่วยตามแนวแกน x ตามสมการ 2.18

- ค่าความเร็วไร้หน่วยตามแนวแกน y ตามสมการ 2.20

4.1.6.1.3 การทำงานของชั้นที่ 6.3 การนำคุณสมบัติของสารที่ได้จากชั้นที่ 6.2 มาคำนวณหาอุณหภูมิที่ผิวและความเข้มข้นที่ผิวขอบบนของฟิล์ม การคำนวณหาอุณหภูมิและความเข้มข้นนั้น จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้น ดังนี้

- เงื่อนไขเริ่มต้น

$$1. \theta \text{ ที่ผิวเท่ากับ } \frac{T_f}{T_w} \text{ ที่ } X = X_0$$

$$2. \Lambda \text{ ที่ผิวเท่ากับ } 1 \text{ ที่ } X = X_0$$

- เงื่อนไขขอบเขต

1. เงื่อนไขขอบเขตของอุณหภูมิ

$$\theta = 1 \text{ ที่ } Y = 0$$

$$\text{และ } \frac{-1}{[1 + (\lambda\zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \varepsilon Nu \beta \Gamma \left[C + \frac{H(1-C)}{S} \right] \text{ ที่ } Y = \zeta$$

2. เงื่อนไขขอบเขตของความเข้มข้น

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = 0 \text{ ที่ } Y = 0$$

$$\text{และ } \frac{-1}{[1 + (\lambda\zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = \varepsilon Sh \Gamma \left[C - \Lambda \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right] \text{ ที่ } Y = \zeta$$

สำหรับการแก้สมการหาค่าอนุหภูมิและความเข้มข้นนั้น จะใช้ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยูช่วยในการแก้สมการ

4.1.6.1.4 การทำงานของขั้นที่ 6.4 เก็บค่าอนุหภูมิที่ผิว และความเข้มข้นที่ผิวขอบบนของฟิล์มที่คำนวณได้ในแต่ละตำแหน่งของ X

4.1.6.1.5 เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของตัวแปรต่าง ๆ กับค่าเดิมของตัวแปรนั้น ๆ

4.1.6.1.6 ค่าความผิดพลาดของตัวแปรแต่ละตำแหน่งที่คำนวณได้ถ้ามากกว่าค่าความผิดพลาดของตัวแปรที่กำหนดไว้ก็ให้กลับคำนวณขั้นที่ 6.2 อีกครั้ง จนกระทั่งค่าความผิดพลาดของตัวแปรทุกตัวที่คำนวณได้นั้นมีค่าน้อยกว่าค่าความผิดพลาดของตัวแปรที่กำหนดไว้

ค่าอนุหภูมิและความเข้มข้นที่คำนวณได้จากขั้นที่ 6.3 นั้นจะเป็นค่าอนุหภูมิและความเข้มข้นของในแต่ละตำแหน่งของ X ซึ่งค่าของทั้งสองที่ได้จะถูกเก็บรวบรวมไว้เพื่อนำไปวาดกราฟเมื่อคำนวณค่าทั้งสองครบทุกตำแหน่งของ X ใดๆ

4.1.6.1.7 การทำงานของขั้นที่ 6.7 คำนวณครบทุกตำแหน่งของ X หรือไม่? เป็นขั้นการตรวจสอบการทำงานของโปรแกรมว่า คำนวณค่าของอนุหภูมิและความเข้มข้นครบทุกตำแหน่งของ X หรือไม่ ซึ่งถ้าคำนวณครบแล้วก็สิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมย่อย แต่ถ้ายังไม่ครบจะวนกลับไปทำงานยังขั้นที่ 6.1-6.4 ต่อไปเรื่อยๆ จนกว่าจะครบคำนวณครบทุกตำแหน่งของ X

4.1.7 การทำงานของขั้นที่ 6.7 นำค่าอัตราการระเหยและอนุหภูมิที่ผิวมาวาดกราฟจากขั้นที่ 6 จะทำให้ทราบค่าอนุหภูมิและความเข้มข้นทุกตำแหน่งของ X ดังนั้นจึงนำค่าทั้งสองมาวาดกราฟ

4.1.8 การทำงานของขั้นที่ 8 คำนวณอัตราการระเหยรวมของสารทั้งหมดและความเข้มข้นเฉลี่ยของสาร

เมื่อทราบค่าความเข้มข้นของสารที่ $X=1$ จะสามารถคำนวณหาอัตราการระเหยรวมและความเข้มข้นเฉลี่ยของสารได้ และจบการทำงานของโปรแกรม

บทที่ 5

ผลจากการศึกษาและการวิเคราะห์ผลจากการศึกษา

5.1 การแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มโดยการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide

จากการศึกษางานวิจัยที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้น งานวิจัยของ Chrastill [19] ทำให้ทราบข้อมูลของความสามารถการละลายของ α -Tocopherol และ Palmitin ใน Supercritical carbon dioxide ที่สภาวะสมดุล ดังรูปที่ 3.1-3.4 ทำให้ทราบว่า ทั้ง α -Tocopherol และ palmitin สามารถละลายเข้าไปใน Supercritical carbon dioxide สิ่งที่ต้องการนั้นเป็นเพียงแค่ α -Tocopherol เพียงอย่างเดียว แต่อย่างไรก็ตาม α -Tocopherol สามารถละลายใน Supercritical carbon dioxide ได้มากกว่า Palmitin ที่อุณหภูมิและความหนาแน่นของ Supercritical carbon dioxide เดียวกัน ทั้ง α -Tocopherol และ Palmitin สามารถละลายใน Supercritical carbon dioxide ได้มากขึ้นเมื่อความดันมากขึ้น และจากแฟกเตอร์การแยกของ α -Tocopherol และ Palmitin ใน Supercritical carbon dioxide ที่อุณหภูมิสูง และความดันสูง α -tocopherol สามารถแยกออกมาได้ดีมาก จากรูปที่ 3.5 ที่อุณหภูมิ 80 องศาเซลเซียส ความดัน 250 บรรยากาศ สามารถแยก α -tocopherol ออกมาได้ถึงประมาณร้อยละ 97 ของ α -Tocopherol ที่อยู่ใน Supercritical carbon dioxide ทั้งหมด

จากงานวิจัยของ Guclu - Ustundag และ Temelli [20] ได้รวบรวมความสามารถละลายของ α -Tocopherol ใน Supercritical carbon dioxide พบว่าที่อุณหภูมิและความดันสูง จะทำให้ความสามารถการละลายของ α -Tocopherol ใน Supercritical carbon dioxide มีค่าสูง แสดงดังรูปที่ 3.6 และ 3.4 แต่จากรูปที่ 3.8 เมื่อความดันเพิ่มขึ้น ซึ่งหมายถึง ความหนาแน่นของ Supercritical carbon dioxide เพิ่มมากขึ้น ทั้ง α -Tocopherol และ Triolein (เป็นองค์ประกอบของน้ำมันปาล์ม) สารทั้งสองชนิดมีความสามารถละลายใน Supercritical carbon dioxide แต่เมื่อนำมาคำนวณค่าแฟกเตอร์การแยกของ α -Tocopherol และ Triolein จากสมการที่ 3.2 พบว่าที่ความดันสูงขึ้น (ความหนาแน่นของ Supercritical carbon dioxide สูงขึ้น) ค่าการแยกของ α -Tocopherol มีค่าลดลง

จากงานวิจัยทั้งสองสรุปว่า ที่อุณหภูมิสูง ความดันสูง แฟกเตอร์การแยกของ α -Tocopherol และ Palmitin มีค่าสูงประมาณ สามารถแยก α -Tocopherol ออกมาได้ในปริมาณมาก แต่ในขณะที่ค่าแฟกเตอร์การแยกของ α -Tocopherol และ Triolein มีค่าต่ำมาก ทั้งนี้ในน้ำมันปาล์มมาตรฐาน มีอัตราส่วน Triolein ร้อยละ 42.5 และ Tripalmitin ร้อยละ 39.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[8] ดังนั้นหากแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม แสดงว่า α -Tocopherol สามารถแยกออกจากเฉพาะส่วนของ Palmitin เท่านั้น ซึ่งส่วนของ Triolein นั้นแทบจะไม่สามารถแยก α -Tocopherol ออกมาได้เลย ทำให้ประสิทธิภาพการแยก α -Tocopherol ออกจากน้ำมันปาล์มไม่ดีมากนัก จึงเป็นเหตุผลสำคัญที่ไม่เลือกใช้วิธีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide นอกจากนี้ข้อจำกัดของความสามารถการละลายของ α -Tocopherol ใน Supercritical carbon dioxide ที่สภาวะสมดุล และการออกแบบระบบที่ใช้ความดันสูงๆ ในทางปฏิบัตินั้นทำได้ยาก จึงเป็นเหตุผลอีก 2 ประการที่ไม่เลือกใช้วิธีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide ในการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม

5.2 การแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มโดยการกลั่นโมเลกุล (Molecular Distillation)

จากงานวิจัยของ Sovova และคณะ [21] ได้ศึกษาความสามารถการละลายของ β -Carotene (วิตามินเอ) ใน Supercritical carbon dioxide โดยใช้สมการที่ 3.4 และ 3.5 ได้ผลการทดลองศึกษาดังตารางที่ 3.3. นำไปหาค่าการแยก β -Carotene และได้ค่าความเข้มข้นของ β -Carotene ในน้ำมันปาล์ม ที่ความดัน 28 เมกะปาสคาล และอุณหภูมิ 313.2, 323.2 และ 333.1 เคลวิน ประมาณ 2086, 2964 และ 4271 ส่วนในล้านส่วน ตามลำดับ ในขณะที่ งานวิจัย Batistella และ Wolf Maciel [14] ได้ศึกษาการแยก Carotene จากน้ำมันปาล์ม โดยวิธีการกลั่นโมเลกุล ได้ค่าความเข้มข้นของ Carotene ในช่วงประมาณ 3,000 - 31,500 ส่วนในล้านส่วน เมื่อเปรียบเทียบผลการทดลองจากงานวิจัยทั้งสอง พบว่าวิธีการกลั่นโมเลกุลสามารถแยกวิตามินเอจากน้ำมันปาล์มได้ความเข้มข้นมากกว่าวิธีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide มาก นอกจากนี้วิธีการกลั่นโมเลกุล มีข้อดีคือ การกลั่นโมเลกุลไม่จำเป็นต้องทำในระบบที่ต้องรู้จักกับองค์ประกอบ กล่าวคือ สามารถทำในระบบที่มีองค์ประกอบชนิดใดก็ได้ ดังนั้นเมื่อสิ่งที่ต้องการคือ วิตามินอี แทนที่จะเป็น วิตามินเอจากงานวิจัยที่ศึกษานั้นไม่มีผลต่อการกลั่นโมเลกุล จึงสามารถสรุปได้ว่าความเข้มข้นของวิตามินอีของวิธีการกลั่นโมเลกุล ต้องได้มากกว่าวิธีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide มาก จึงเป็นเหตุผลให้เลือกวิธีการกลั่นโมเลกุลเป็นวิธีการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม

เครื่องกลั่นโมเลกุลสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ แบบฟิล์มบาง และอาศัยแรงเหวี่ยง โดยงานวิจัยนี้เลือกใช้เครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง เนื่องจากงานวิจัยของ Batistella และ Maciel [14] ได้เปรียบเทียบผลการทดลองที่แยกวิตามินเอ โดยเครื่องกลั่นโมเลกุลทั้งสองประเภท พบว่าเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง สามารถแยกวิตามินเอโดย

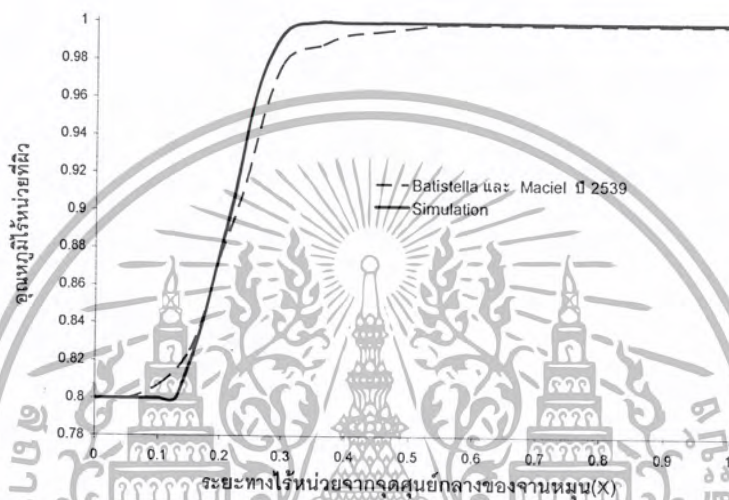
มีร้อยละของการสูญเสียตัวของวิตามินเอน้อยกว่าเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบฟิล์มบาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

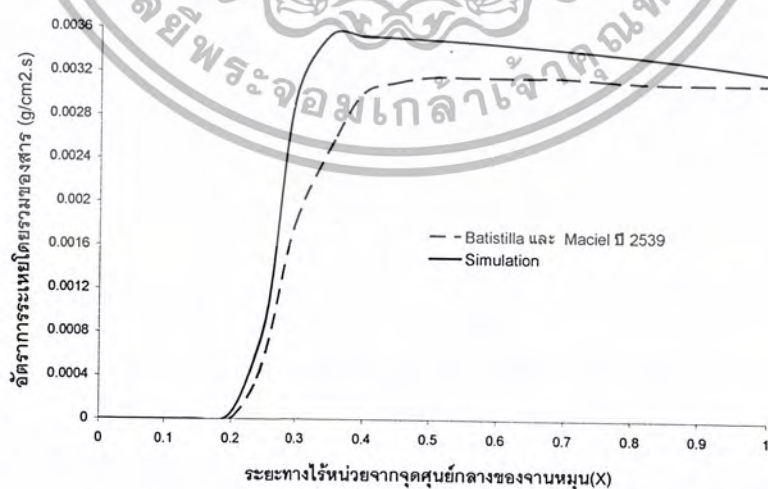
5.3 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยง

5.3.1 การกลั่นโมเลกุลของ Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate

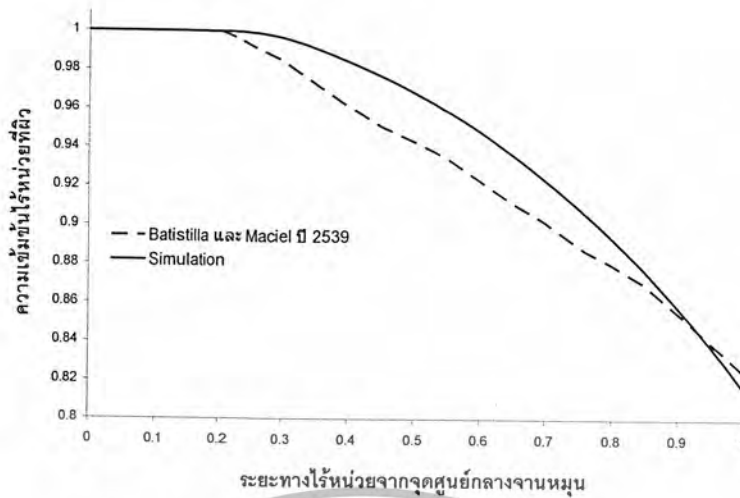
จากแบบจำลองของ Bhandakar and Ferron [15] เมื่อนำมาเขียนโปรแกรมเชิงตัวเลขเพื่อกลั่น Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate พบว่าได้ผล ดังแสดงในรูปที่ 5.1 5.2 และ 5.3 ตามลำดับ นอกจากนี้ยังได้ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณของ Batistella และ Maciel [14]



รูปที่ 5.1 การเปรียบเทียบอุณหภูมิไรร่หน่วยที่ระยะทางไรร่หน่วยของจานหมุนระหว่างผลที่ได้จากโปรแกรมกับผลของ Batistella และ Maciel ของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate



รูปที่ 5.2 การเปรียบเทียบอัตราการระเหยที่ระยะทางไรร่หน่วยของจานหมุนระหว่างผลที่ได้จากโปรแกรมกับผลของ Batistella และ Maciel ของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate



รูปที่ 5.3 ความเข้มข้นเฉลี่ยเชิงมวลที่ระยะทางไ้หน่วยของจานหมุนของผลที่ได้จากโปรแกรมของการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate

จากการเปรียบเทียบกราฟของอุณหภูมิไ้หน่วยที่ผิวขอบบนของสารในรูปที่ 5.1 พบว่า ผลที่ได้จากโปรแกรมที่เขียนกับผลของ Batistella และ Maciel มีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไ้หน่วยในลักษณะเดียวกัน คือ อุณหภูมิไ้หน่วยจะเพิ่มขึ้นในช่วง $X=0.1-0.4$ จนไปถึงค่าอุณหภูมิไ้หน่วยเท่ากับ 1 (อุณหภูมิที่ผิวขอบบนของสารเท่ากับอุณหภูมิที่ผิวร้อนของจานหมุนในเครื่องกลั่นโมเลกุล) และจากนั้นค่าของอุณหภูมิไ้หน่วยจะคงที่ตั้งแต่ $X=0.4$ เป็นต้นไป

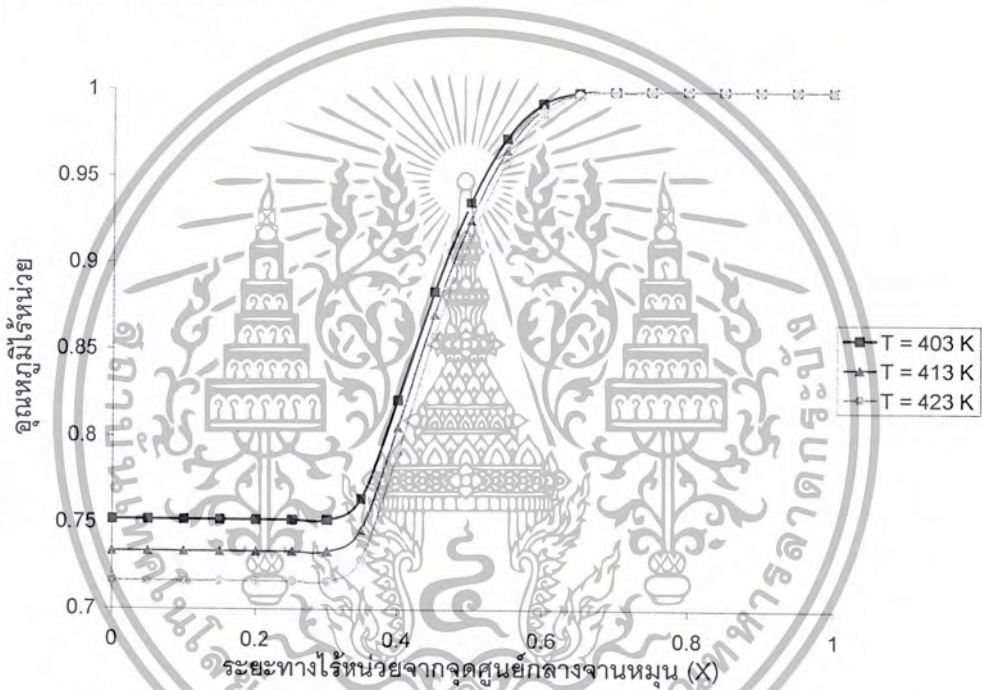
จากการเปรียบเทียบกราฟของอัตราการระเหยรวมที่ผิวขอบบนของสารในรูปที่ 5.2 พบว่า ผลที่ได้จากโปรแกรมที่เขียนกับผลของ Batistella และ Maciel มีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไ้หน่วยในลักษณะเดียวกัน คือ ในช่วง $X=0-0.1$ ยังไม่มีการระเหยของสาร ช่วง $X=0.1-0.4$ อัตราการระเหยรวมเพิ่มขึ้นเนื่องจากอุณหภูมิไ้หน่วยเพิ่มมากขึ้น และจากช่วง $X=0.4$ เป็นต้นไป จะสังเกตเห็นได้ว่าเป็นช่วงที่อุณหภูมิไ้หน่วยมีค่าสูงสุดและคงที่ไปตลอด จึงทำให้อัตราการระเหยรวมมีค่าสูงสุดและคงที่ไปตลอดเช่นกัน แต่อัตราการระเหยรวมที่ได้จากโปรแกรมที่เขียนขึ้นนั้นจะมีค่ามากกว่าอัตราการระเหยรวมที่ได้จาก Batistella และ Maciel เพราะได้กำหนดค่าความเข้มข้นที่ผิวขอบบนของสารที่นำไปใช้ในการคำนวณเป็นค่าคงที่ ทำให้เกิดความแตกต่างจากค่าอัตราการระเหยรวมของ Batistella และ Maciel ประมาณร้อยละ 11 ของค่าที่คำนวณได้

และเมื่อเปรียบเทียบการคำนวณผลของ Distillate rate และ Residue rate พบว่า จากโปรแกรมที่เขียนขึ้นนั้นสามารถคำนวณหาค่า Distillate rate ได้เท่ากับ 0.43 กรัมต่อวินาที และ Residue rate เท่ากับ 1.17 กรัมต่อวินาที ในขณะที่ Batistella และ Maciel ได้ค่า Distillate rate เท่ากับ 0.37 กรัมต่อวินาที และ Residue rate เท่ากับ 1.23 กรัมต่อวินาที ซึ่งมีค่าความ

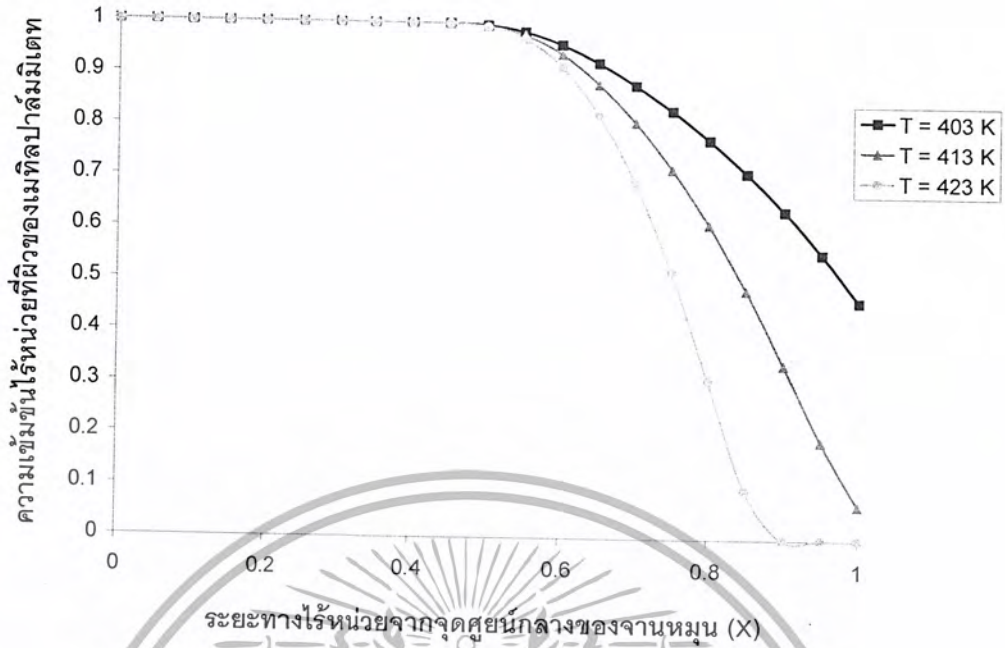
ผิดพลาดไปจากค่าอัตราการระเหยรวมของ Batistella และ Maciel ประมาณร้อยละ 11 ของที่คำนวณได้ สาเหตุที่ผลการคำนวณค่าได้มากกว่าของ Batistella และ Maciel เนื่องจากอัตราการระเหยที่คำนวณได้ในข้างต้นมีค่ามากกว่า

5.4 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยงระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอดีเอท

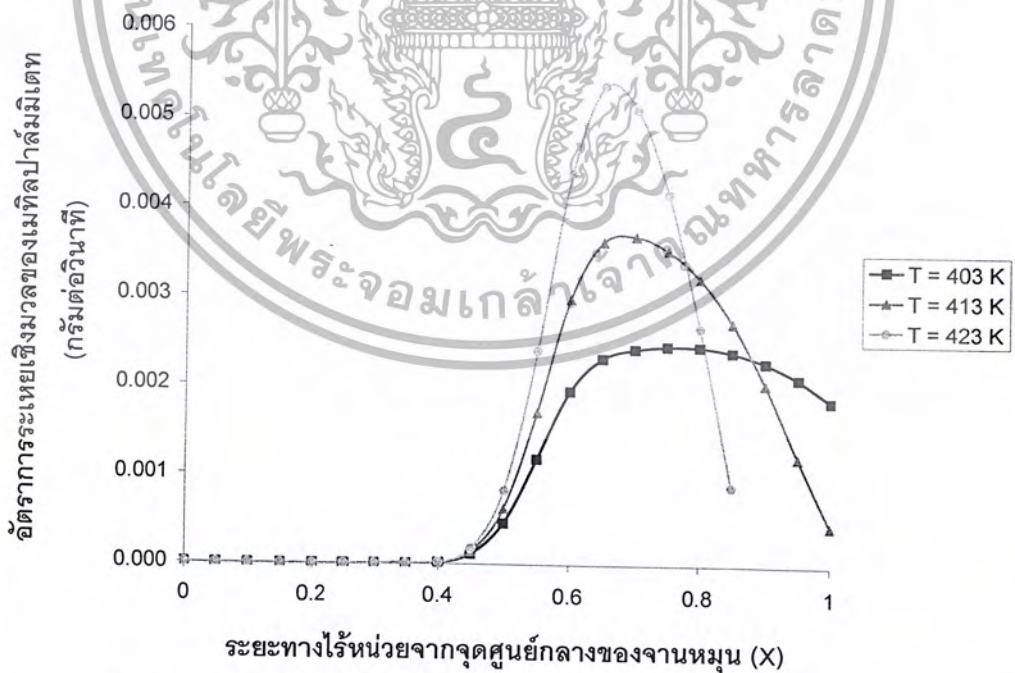
เมื่อนำแบบจำลองที่ได้จากการเขียนโปรแกรมไว้แล้วนำมาวิเคราะห์ผล การกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอดีเอท จากโปรแกรมที่เขียนขึ้นสามารถคำนวณค่าต่างๆ ดังรูปที่ 5.4 - 5.9 โดยอธิบายได้ดังนี้



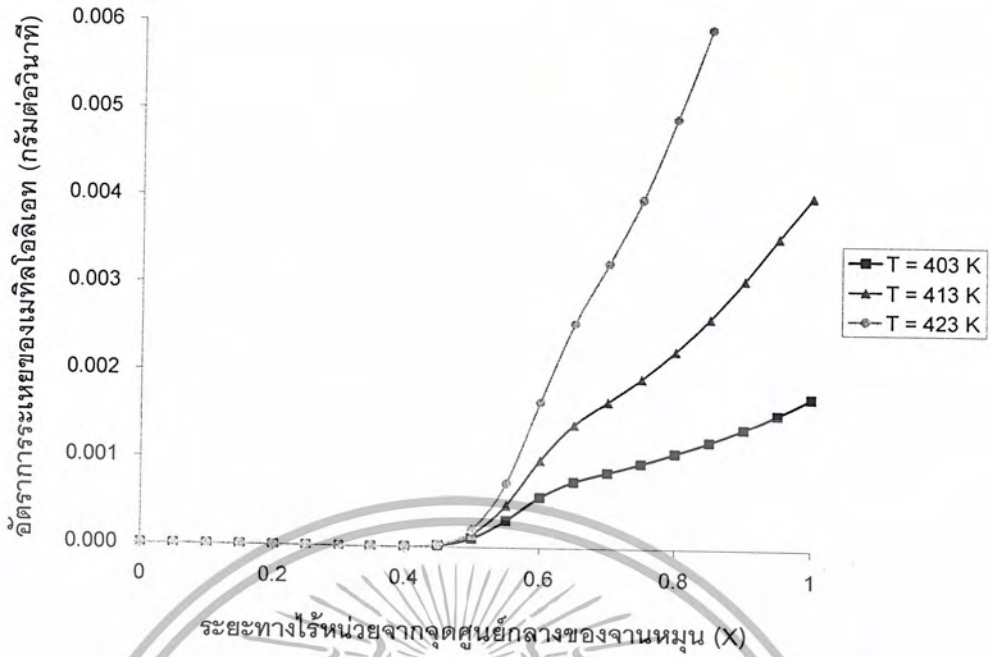
รูปที่ 5.4 การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไรหน่วยที่ผิวที่ระยะทางไรหน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอดีเอท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที



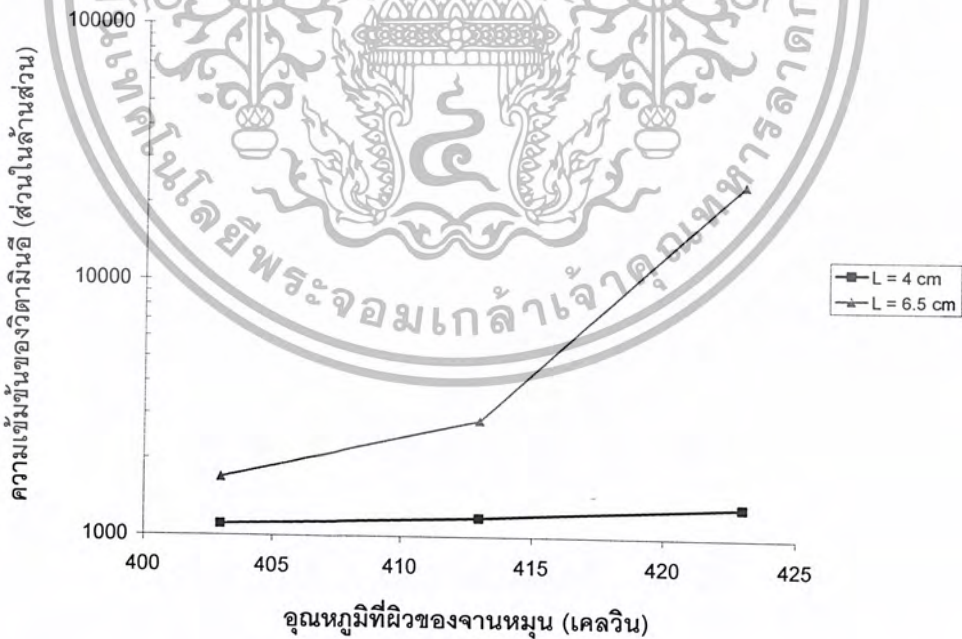
รูปที่ 5.5 การเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นไร้หน่วยที่ผิวของเมทิลปาล์มมิเตทที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลอเท ที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที



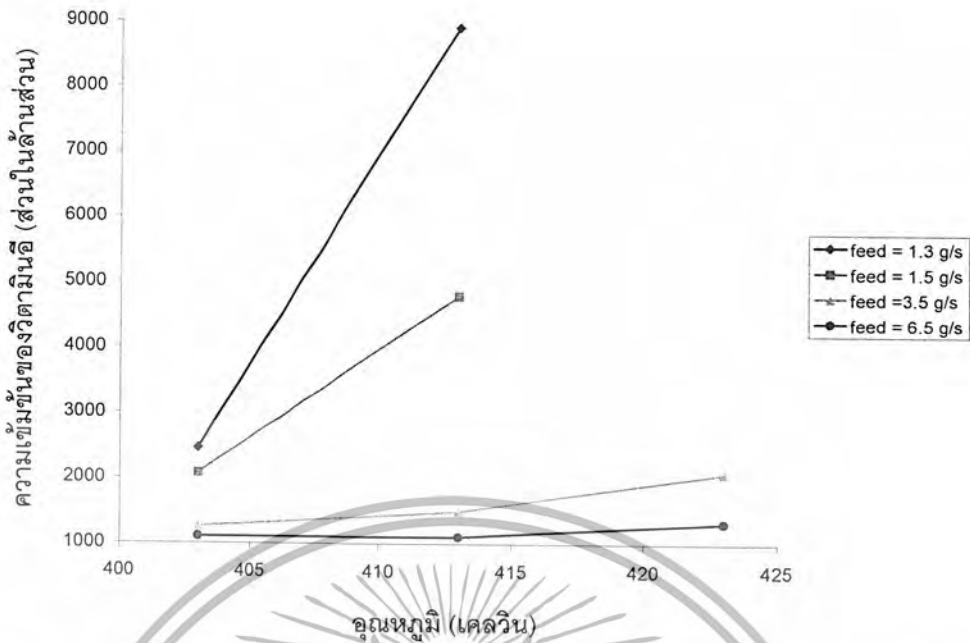
รูปที่ 5.6 การเปลี่ยนแปลงของอัตราภาระระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมิเตทที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลอเท ที่การอัตราป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที



รูปที่ 5.7 การเปลี่ยนแปลงของอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลโอเลตที่ระยะทางไร้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลต ที่การอัตราป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที



รูปที่ 5.8 เปรียบเทียบความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลตที่ขนาดความยาวจานหมุนเท่ากับ 4 และ 6.5 เซนติเมตร ที่มีอัตราการป้อนสาร 6.5 กรัมต่อวินาที



รูปที่ 5.9 เปรียบเทียบความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลอิตที่มีอัตราการป้อนสาร ต่างกัน

จากรูปที่ 5.4 พบว่าการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไ้หน่วยที่ระยะทางไ้หน่วยของจานหมุนใดๆ ของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมิเตทและเมทิลโอเลอิตนั้น ที่อุณหภูมิต่างกันจะมีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกัน คือ ช่วง $X=0-0.3$ ค่าของอุณหภูมิไ้หน่วยยังไม่มี การเปลี่ยนแปลงจากความร้อนที่ไ้ ช่วง $X=0.3-0.625$ ค่าของอุณหภูมิไ้หน่วยจะเพิ่มขึ้นไปจนถึง 1 (อุณหภูมิของสารเท่ากับอุณหภูมิของผิวจานหมุนในเครื่องระเหย) และตั้งแต่ช่วง $X=0.625$ เป็นต้นไปอุณหภูมิไ้หน่วยก็จะคงที่ตลอด

จากรูปที่ 5.5 พบว่าการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นไ้หน่วยที่ผิวของเมทิลปาล์มมิเตทจะเริ่มลดลงตั้งแต่ $X=0.45$ ซึ่งเป็นช่วงที่อุณหภูมิไ้หน่วยใกล้จะเท่ากับ 1 และเมทิลปาล์มมิเตทเริ่มระเหยออกไปเรื่อยๆ

จากรูปที่ 5.6 พบว่าการเปลี่ยนแปลงของอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมิเตทที่ระยะทางไ้หน่วยของจานหมุนใดๆ ในช่วง $X=0-0.4$ นั้นการระเหยของเมทิลปาล์มมิเตทมีค่าน้อยมาก ช่วง $X=0.4-0.625$ มีอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมิเตทเพิ่มมากขึ้นเนื่องจากผลของอุณหภูมิเพิ่มมากขึ้นและอัตราส่วนพื้นที่ของการระเหยเพิ่มมากขึ้น แต่ในช่วงตั้งแต่ $X=0.625$ เป็นต้นไปนั้น อัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมิเตทมีค่าลดลงเพราะเมื่ออุณหภูมิไ้หน่วยในส่วนนี้คงที่เท่ากับ 1 ทำให้สัดส่วนโดยโมลของเมทิลปาล์มมิเตทที่ลดลงเป็นตัวควบคุมอัตราการ

ระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมีเตทแทนอุณหภูมิ (จากสมการที่ 2.7) จึงทำให้อัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมีเตทลดลง

เมื่อพิจารณาถึงอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลโอเลิธซึ่งเป็นเอสเทอร์ส่วนใหญ่อีกชนิดหนึ่งที่ได้จากการทำปฏิกิริยาทรานเอสเทอร์เอสเทอร์ฟิเคชันของน้ำมันปาล์มด้วยเมทานอล จากรูปที่ 5.7 พบว่าการเปลี่ยนแปลงของอัตราการระเหยเชิงมวลของระยะทางไว้หน่วยของจานหมุนใดๆ ในช่วง $X=0-0.625$ จะมีผลเหมือนกับอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลปาล์มมีเตท แต่สำหรับช่วง $X=0.625$ เป็นต้นไปนั้นอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลโอเลิธจะเพิ่มขึ้นซึ่งตรงข้ามกับของเมทิลปาล์มมีเตท เพราะเมื่อสัดส่วนโดยโมลของเมทิลปาล์มมีเตทที่ลดลง สัดส่วนโดยโมลของเมทิลโอเลิธก็จะเพิ่มขึ้นอีกทั้งอัตราส่วนพื้นที่การระเหยมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นเมื่อคำนวณสมการที่ 2.7 แล้วพบว่าได้ค่าอัตราการระเหยเชิงมวลของเมทิลโอเลิธในช่วงนี้เพิ่มขึ้น

ในกรณีที่ต้องการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงขนาดของจานหมุนเหวี่ยงเพื่อพิจารณาถึงความเข้มข้นของวิตามินอีที่กลั่นได้ อาจพิจารณาได้จาก จากรูปที่ 5.8 ในกรณีที่ต้องการพบว่าขนาดของความยาวของจานหมุนนั้นมีผลต่อความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล ซึ่งการใช้ขนาดความยาวของจานหมุนเท่ากับ 6.5 เซนติเมตร จะสามารถกลั่นโมเลกุลทำให้วิตามินอีมีความเข้มข้นมากกว่าการใช้ขนาดของจานหมุนเท่ากับ 4 เซนติเมตร โดยที่ขนาดความยาวของจานหมุนเท่ากับ 6.5 เซนติเมตร อุณหภูมิ 423 เคลวิน สามารถกลั่นโมเลกุลทำให้วิตามินอีมีความเข้มข้นได้ถึง 24272 ส่วนในล้านส่วน จากความเข้มข้นวิตามินอีเริ่มต้น 1000 ส่วนในล้านส่วน

เมื่อพิจารณาผลของอัตราสารป้อนต่อความเข้มข้นของวิตามินอีที่กลั่นได้ จากรูปที่ 5.9 พบว่าอัตราการป้อนสารจะมีผลต่อความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล ซึ่งเมื่ออัตราการป้อนสารน้อยๆ จะทำให้ความเข้มข้นของวิตามินอีที่ได้จากการกลั่นโมเลกุลมีค่ามาก โดยที่อัตราการป้อนสาร 1.3 กรัมต่อวินาที จะสามารถกลั่นโมเลกุลทำให้มีความเข้มข้นของวิตามินอีได้มากถึง 9000 ส่วนในล้านส่วน

บทที่ 6

สรุปผลการศึกษา

การศึกษาการแยกวิตามินอีจากการน้ำมันปาล์ม โดยวิธีการสกัดด้วย Supercritical carbon dioxide และการกลั่นโมเลกุลพบว่า การกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยงสามารถแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์มได้มีประสิทธิภาพได้ดีกว่าและทำให้วิตามินอีสลายตัวน้อยที่สุด

จากผลการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองของเครื่องกลั่นโมเลกุลแบบอาศัยแรงเหวี่ยงของคณะผู้วิจัยมีค่าความแตกต่างร้อยละ 11 เมื่อเปรียบเทียบกับผลของ Batistella และ Maciel [14] ซึ่งเป็นการกลั่นโมเลกุลระหว่าง Diethylhexyl phthalate และ Diethylhexyl sebacate ซึ่งการเปรียบเทียบผลที่ได้จากผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับของ Batistella และ Maciel นั้น เนื่องจากการตรวจสอบความถูกต้องของผลที่ได้จากผลการคำนวณเชิงตัวเลขและจากนั้นจึงได้นำไปใช้เพื่อคำนวณหาผลของการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอดีเอทต่อไป

การศึกษาการแยกวิตามินอีจากน้ำมันปาล์ม ในการกลั่นโมเลกุลระหว่างเมทิลปาล์มมีเตทและเมทิลโอดีเอท พบว่าสภาวะที่เหมาะสมในการกลั่นโมเลกุลที่จะเพิ่มความเข้มข้นของวิตามินอีให้มีค่าสูง ควรเป็นดังนี้

1. อุณหภูมิของผิวจานหมุนในเครื่องกลั่นโมเลกุลควรมีค่ามากแต่ไม่เกิน 200 องศาเซลเซียส เนื่องจากวิตามินอีในสภาพอุณหภูมิอากาศสามารถสลายตัวได้
2. ความยาวของจานหมุนในเครื่องกลั่นโมเลกุลควรมีค่ามากเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวในการระเหย
3. อัตราการป้อนของสารควรมีค่าน้อยสำหรับค่าความยาวของจานหมุนนั้น ๆ แต่ต้องคำนึงถึงอัตราการกลั่นได้เป็นเกณฑ์

จากผลของการเขียนโปรแกรมเพื่อใช้อธิบายแบบจำลองนั้นเมื่อใช้อุณหภูมิของจานหมุนเท่ากับ 423 เคลวิน อุณหภูมิสารป้อน 303 เคลวิน อัตราการป้อนการเข้า 6.5 กรัมต่อวินาที และความยาวของจานหมุน 6.5 เซนติเมตร ทำให้ได้ความเข้มข้นของวิตามินอีจากการกลั่นโมเลกุลมากถึง 24272 ส่วนในล้านส่วน จากความเข้มข้นวิตามินอีเริ่มต้น 1000 ส่วนในล้านส่วน

เอกสารอ้างอิง

- [1] สุรียา อยชานันท์. 2545. ศักยภาพปาล์มน้ำมันกับการผลิตเชื้อเพลิงชีวภาพ. จดหมายข่าวจากน้ำมันปาล์ม. ปีที่ 3 ฉบับที่ 1. หน้า 10-12
- [2] ธีระ เอกสมทราเมษฐ์. พืชเพื่อการสกัดน้ำมันของไทย. จดหมายข่าวจากน้ำมันปาล์ม. ปีที่ 5 ฉบับที่ 7. หน้า 2-3
- [3] Barbra Elvers and Stephen Hawkin. 1996. Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. 5th Ed. Federal Republic Germany.
- [4] Mary Home-Grant and Jacqueline I. Kroshwitz. 1998. Encyclopedia of Chemical Technology. Vol.25. 4th Ed. John Wiley & Sons
- [5] [Online]. Available : <http://www.troicaltraction.com>.
- [6] [Online]. Available : http://www.fedpalma.org/oil_palm.htm#top.
- [7] HUI,Y.H. Bailey's industrial oil and fat products. Technology and Commerce. International. Fifth Edition : John Wiley & Son.
- [8] [Online]. Available : http://www.britanniafood.com/english/invite_02.htm#characteristics.
- [9] [Online]. Available : <http://dbweb.liv.ac.uk/ltsnpsc/devprojs/resources/thermodynamics/energetics/workshop/Supercritical%20CO2.doc>
- [10] [Online]. Available : http://www.chemtur.se/sok/superorit_scco2.htm.
- [11] Biehler, R.M., Hickman, K.C.D. and Perry, E.S., 1949. Small Laboratory Centrifugal Molecules Still, Analytical Chemistry, Vol.21, p. 638-640.
- [12] Treybal, R.E., 1980. Mass-Transfer Operations. 3rd Ed. McGraw Hill Book Co. Singapore. pp.460-462.
- [13] Lutisan, J. and Cvengros, J., 1995. Mean Free Path of Molecules on Molecular Distillation. The Chemical Engineering Journal. Vol.56, p.39-50.
- [14] Batistella,C.B. et. al. Molecular Distillation:Process Evaluation Throgh Prediction Method. School of Chemical Engineering, University of Campinas
- [15] Bhandakar, M. and Ferron, J.R. 1988. Transport Processes in Thin Liquid Films during High-Vacuum Distillation, Industrial and Engineering Chemistry Research. Vol.27.pp.1016-1024.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [16] Bhandaka, M. 1985. Master's Thesis, University Rochester, Rochester, NY.
- [17] Langmuir, I. Phys. Rev. Ser. 2 1913, 329
- [18] ปราโมทย์ เดชะอำไพ. 2541. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [19] Josef Chrastill. 1982. Solubility of Solid and liquid in Supercritical Gas. Journal of Physical Chemistry. Vol.86. pp.3016-3021.
- [20] Ozlem Guclu-Ustundag and Feral Temelli. 2004. Correlating the solubility behavior of minor lipid components in supercritical carbon dioxide. Journal of Supercritical Fluid.
- [21] Johannsen, M. and Brunner, G. 1997. Solubility of the fat-soluble vitamins A, D, C and E in supercritical carbon dioxide. Journal of Chemical Engineering. Vol.42. pp.106.
- [22] Helena Sovova, Roumiana P. Stateva and Anatolii A. Galushko. 2001. Solubility of β -carotene in supercritical CO₂ and the effect of entrainers. Supercritical Fluid Journal. Vol.21. pp.195-203.
- [23] Greenberg, D.B. 1972. A Theoretical and Experimental Study of the Centrifugal Molecular Still. AIChE J., 1972, Vol.18, p. 269.
- [24] Rees, G.J. 1980. Centrifugal Molecular distillation I. Chemical Engineering Science Vol. 35. pp 837-840.
- [25] Rees, G.J. 1980. Centrifugal Molecular distillation II. Chemical Engineering Science Vol. 35. pp 841-845.
- [26] Kaplon, J., Kawala, Z. and Skoczylas, A. 1986. Evaporating Rate of a Liquid from the Surface of a Rotating Disc in High Vacuum, Chemical Engineering Science. Vol.41. pp. 519-522.
- [27] Batistella, C.B. and Maciel, M.R.W. 1996. Modeling, Simulation and Analysis of Molecular Distillators: Centrifugal and Falling Film. Computers and Chemical Engineering. Vol.20. pp. S19-S24.
- [28] Cvengros, J., Mrazek, M. and Kmetty, G. 1999. Vitamin K₁ Purification Process in a Molecular Evaporator. Chemistry Papers. Vol.53. pp.102-106.

- [29] Cvangros, J., Lutisan, J. and Micov, M. 2000. Feed Temperature Influence on the Efficiency of a Molecular Evaporator. *Chemical Engineering Journal*. Vol.78. pp. 61- 67.
- [30] Cvangros, J. *et al.* 2001. Film Wiping in the Molecular Evaporator. *Chemical Engineering Journal*. Vol.81. pp. 9-14.
- [31] Ooi, C.K. *et al.* Recovery of Carotenoids from Palm Oil. *JAOCS*. Vol.71. pp. 423-426.
- [32] Batistella, C.B. *et al.* 2002. Molecular Distillation: Rigorous Modeling and Simulation for Recovering of Vitamin E from Vegetable Oils. *Applied Biochemistry and Biotechnology*. Vol.98-100. pp. 1187-1206.
- [33] Shimada, Y., Sugihara, A. and Tominga, Y. 2001. Enzymatic Purification of Polyunsaturated Fatty Acids. *Journal of Bioscience and Bioengineering*. Vol.91 (6). pp. 529-538.
- [34] Cermak, S. and Isbell, T. 2002. Pilot-Plant Distillation of Meadowfoam Fatty Acids. *Industrial Crops and Products*. Vol.15. pp. 145-154.
- [35] Perry, R.H. and Green, D.W. 1984. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. 6th Ed. McGraw-Hill: USA. pp. 3-25.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

ตัวแปรและสัญลักษณ์

ก.1 ตัวแปรที่ใช้ในหัวข้อ 2.6

a	คือ	องค์ประกอบของสารที่ระเหยง่ายกว่าในของผสมสองชนิด
b	คือ	องค์ประกอบของสารที่ระเหยยากกว่าในของผสมสองชนิด
B'	คือ	ค่า $\frac{B}{T_w}$
c_a	คือ	สัดส่วนโดยโมลขององค์ประกอบ a ในของผสม
C	คือ	อัตราส่วนของสัดส่วนโดยโมล $= \frac{c_a}{c_b}$
C_a	คือ	สัดส่วนโดยมวลขององค์ประกอบ a ในของผสม
C_p	คือ	ความจุความร้อนจำเพาะ (dyn/g)
D_{ab}	คือ	สัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในของผสมสองชนิด (cm^2/s)
E_a	คือ	อัตราการระเหยของสาร a ($\text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$)
E_b	คือ	อัตราการระเหยของสาร b ($\text{g/cm}^2 \cdot \text{s}$)
f	คือ	อัตราการไหลเชิงมวลบนเครื่องระเหย (g/s)
f_0	คือ	อัตราการป้อนเชิงมวลของสารป้อน (g/s)
F	คือ	อัตราการป้อนไร้หน่วย $= \frac{f_0}{x_0^2 L^3 \rho_0 \Omega \sin \phi}$
H	คือ	อัตราส่วนของ $H = \frac{\Delta H_{v,b} C_{pa}}{\Delta H_{v,a} C_{pb}}$
k_{ab}	คือ	สัมประสิทธิ์การนำความร้อนในของผสมสองชนิด ($\text{g} \cdot \text{cm}/\text{s}^3 \cdot \text{K}$)
L	คือ	รัศมีของจานหมุนในเครื่องระเหยในทิศทาง r (cm)
M	คือ	อัตราส่วนของน้ำหนักมวลโมเลกุลของ a และ b
M_a	คือ	น้ำหนักมวลโมเลกุลของ a (gmol/g)
M_b	คือ	น้ำหนักมวลโมเลกุลของ b (gmol/g)
Nu	คือ	เลขนซ์เซิลท์ $= \frac{\delta_0^2 \Omega}{\alpha}$
P_a	คือ	ความดันไอขององค์ประกอบ a (dyn/cm^2)
Q	คือ	อัตราของการกลั่นเชิงมวล (g/s)
R	คือ	ค่าคงที่ก๊าซ เท่ากับ 8.314 ($\text{J/gmol} \cdot \text{K}$)

Re	คือ เลขเรย์โนลด์ $= \frac{\delta_0^2 \Omega \sin \phi}{v_0}$
S	คือ ตัวแปรไร้หน่วย $= \frac{P_a}{P_b} \sqrt{\frac{M_a}{M_b}} = \chi_{ab} \sqrt{M}$
Sh	คือ เลขเชอร์วูด
T	คือ อุณหภูมิ (K)
T_w	คือ อุณหภูมิที่ผนังของจานหมุนในเครื่องระเหย (K)
u	คือ ความเร็วในทิศทาง x (cm/s)
u_0	คือ ความเร็ว u ที่ตำแหน่งที่ป้อนสารเริ่มระเหย (cm/s)
U	คือ ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง x
v	คือ ความเร็วในทิศทาง y (cm/s)
V	คือ ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง y
x	คือ ระยะทางตามแนวผิวหน้าของจานหมุน (cm)
x_0	คือ ระยะทางตามแนวผิวหน้าของจานหมุนที่สารป้อนเริ่มระเหย (cm)
X	คือ ระยะทางไร้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุน
y	คือ ระยะทางที่ตั้งฉากกับผิวหน้าของจานหมุน (cm)
Y	คือ ระยะทางไร้หน่วยที่ตั้งฉากกับผิวหน้าของจานหมุน

ก.2 สัญลักษณ์ที่ใช้ในหัวข้อ 2.6

α	คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ความร้อน (cm^2/s)
β	คือ ตัวแปรไร้หน่วย $= \frac{\Delta H_{v,a}}{C_{pa}T_w}$
Γ	คือ ตัวเลขของการระเหยไร้หน่วย $= \frac{E_a}{\rho\Omega\delta_0}$
δ	คือ ความหนาชั้นฟิล์มที่ตำแหน่งใดๆ (cm)
δ_0	คือ ความหนาชั้นฟิล์มที่ตำแหน่งที่สารป้อนเริ่มระเหย (cm)
ΔH_v	คือ ความร้อนของการกลายเป็นไอ (dyn/g)
ε	คือ ตัวแปรไร้หน่วย $= \frac{\exp\left[B'\left(1 - \frac{1}{\theta_s}\right)\right]}{\theta_s^{1/2}}$
ζ	คือ ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วย $= \frac{\delta}{\delta_0}$
ζ'	คือ อนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วยเมื่อเทียบกับ X
η	คือ ความหนืดไร้หน่วย $= \frac{\nu}{\nu_0}$
θ	คือ อุณหภูมิไร้หน่วย $= \frac{T}{T_w}$
θ_s	คือ อุณหภูมิที่ผิวหน้าของฟิล์มไร้หน่วย
θ_0	คือ อุณหภูมิของสารที่ป้อนไร้หน่วย $= \frac{T_0}{T_w}$
λ	คือ ความหนาเริ่มต้นของฟิล์มไร้หน่วย $= \frac{\delta_0}{L}$
Λ	คือ ความเข้มข้นไร้หน่วย $= \frac{C_a}{C_{a0}}$
ν	คือ ความหนืด Kinematic ของของเหลว (cm^2/s)
ρ	คือ ความหนาแน่นของของเหลว (g/cm^3)
ϕ	คือ มุมครึ่งหนึ่งของจานหมุน (องศา)
x_{ab}	คือ ความสามารถในการระเหยสัมพัทธ์ของ a และ b
Ω	คือ ความเร็วของจานหมุน (rad/s)

ก.3 ตัวแปรที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม

A_A	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ A ของ Kinematic Viscosity ของสาร A
A_B	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ A ของ Kinematic Viscosity ของสาร B
Aea	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ A ของความดันตามสมการ Langmiar ของสาร A
Aeb	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ A ของความดันตามสมการ Langmiar ของสาร B
Angle	คือ	มุมครึ่งหนึ่งของจานหมุน
B_A	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ B ของ Kinematic Viscosity ของสาร A
B_B	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ B ของ Kinematic Viscosity ของสาร B
Bea	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ B ของความดันตามสมการ Langmiar ของสาร A
Beb	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ B ของความดันตามสมการ Langmiar ของสาร B
Beta	คือ	ค่า β
Bp	คือ	ค่า B'
C	คือ	อัตราส่วนของสัดส่วนโดยโมลของความเข้มข้นที่ผิว ณ ตำแหน่งใด ๆ กับ ความเข้มข้นสารป้อน
C_A	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ C ของ Kinematic Viscosity ของสาร A
C_B	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ C ของ Kinematic Viscosity ของสาร B
Ca0	คือ	สัดส่วนโดยมวลขององค์ประกอบ a ในของผสมเริ่มต้น
ca0	คือ	สัดส่วนโดยโมลขององค์ประกอบ a ในของผสมเริ่มต้น
Ca0VE	คือ	สัดส่วนโดยมวลของวิตามินอีในของผสมเริ่มต้น
caSurface	คือ	สัดส่วนโดยโมลขององค์ประกอบ a ในของผสมที่ผิวขอบบนของฟิล์ม
ConcVe	คือ	สัดส่วนโดยมวลของวิตามินอีในของผสมที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล
D_A	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ D ของ Kinematic Viscosity ของสาร A
D_B	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ D ของ Kinematic Viscosity ของสาร B
Dab	คือ	สัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในของผสมสองชนิด
Di_Feed	คือ	อัตราการป้อนไร้หน่วย
DiC	คือ	ความเข้มข้นไร้หน่วย
DiCSurface	คือ	ความเข้มข้นไร้หน่วยที่ผิวขอบบนของฟิล์ม
DiffiThick	คือ	อนุพันธ์อันดับหนึ่งของความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วยเมื่อเทียบกับ X
DiFiThick	คือ	ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วย
DiInThicka	คือ	ความหนาชั้นฟิล์มไร้หน่วยเริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Distillate	คือ อัตราของสารที่กลั่นได้
DiT	คือ อุณหภูมิไ้หน่วย
DiTSurface	คือ อุณหภูมิไ้หน่วยที่ผิวขอบบนของฟิล์ม
DiViscos	คือ ความหนืดไ้หน่วย
dX	คือ ขนาดของแต่ละช่วงการคำนวณตามแนวแกน x
dY	คือ ขนาดของแต่ละช่วงการคำนวณตามแนวแกน y
e	คือ ตัวแปรไ้หน่วย ε
Evpa	คือ อัตราการระเหยของสาร A
Evpb	คือ อัตราการระเหยของสาร B
EvNum	คือ ตัวเลขของการระเหยไ้หน่วย
feed	คือ อัตราการไหลเชิงมวลบนเครื่องระเหย
H	คือ H
Inden	คือ ความหนาแน่นของของเหลวเริ่มต้น
interval	คือ ช่วงในการคำนวณ
InThick	คือ ความหนาชั้นฟิล์มเริ่มต้น
InViscos	คือ ความหนืดเริ่มต้น
iter	คือ ค่าคงที่
L	คือ รัศมีของจานหมุนในเครื่องระเหยในทิศทาง r
m	คือ ค่าคงที่
Ma	คือ น้ำหนักมวลโมเลกุลของ A
massAOut	คือ อัตราการไหลเชิงมวลบนของสาร A ออก ณ ตำแหน่ง การคำนวณต่าง ๆ
massBOut	คือ อัตราการไหลเชิงมวลบนของสาร B ออก ณ ตำแหน่ง การคำนวณต่าง ๆ
massEvpa	คือ อัตราการระเหยเชิงมวลของสาร A
massEvpb	คือ อัตราการระเหยเชิงมวลของสาร B
Mb	คือ น้ำหนักมวลโมเลกุลของ B
mMax	คือ ค่าคงที่
n	คือ ค่าคงที่
nMax	คือ ค่าคงที่
Nu	คือ เลขนัสเซิลท์

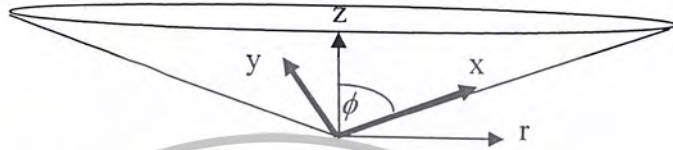
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pa	คือ ความดันไอของสาร a
R	คือ ค่าคงที่แก๊ส
Re	คือ เลขเรย์โนลด์
RelaVola	คือ ความสามารถในการระเหยสัมพันธ์ของ a และ b
Residue	คือ อัตราของสารที่เหลือจากการกลั่น
RoterSp	คือ ความเร็วของจานหมุน
S	คือ ตัวแปรไร้หน่วย
Sh	คือ เลขเซอว์วูด
temp	คือ ค่าคงที่
Tf	คือ อุณหภูมิของสารป้อน
Thermal_Diffus	คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ความร้อน
Tsur	คือ อุณหภูมิที่ผิวขอบบนของฟิล์ม
Tw	คือ อุณหภูมิที่ผิวร้อนของจานหมุน
U	คือ ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง x
V	คือ ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง y
X	คือ ระยะทางไร้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุน
Xint	คือ ระยะทางไร้หน่วยตามแนวผิวหน้าของจานหมุนที่สารป้อนเริ่มระเหย
Y	คือ ระยะทางไร้หน่วยที่ตั้งฉากกับผิวหน้าของจานหมุน

ภาคผนวก ข

การเปลี่ยนระบบทรงกระบอกเป็นระบบพิกัดฉาก

ข.1 การเปลี่ยนระบบแกนทรงกระบอก (r, z, θ) เป็นระบบแกนพิกัดฉาก (x, y, z)



รูปที่ ข.1.1 การเปรียบเทียบทิศทางในระบบแกนทรงกระบอก และระบบแกนพิกัดฉากของจานหมุน เมื่อ ϕ เป็นมุมระหว่างแกน x ในระบบแกนพิกัดฉาก และแกน z ในระบบแกนทรงกระบอก

จากระบบแกนทรงกระบอก (Cylindrical Coordinate) ในรูปตัวแปรอิสระ (r, z, θ) จะสัมพันธ์กับตัวแปรในระบบพิกัดฉาก ดังนี้

ณ ระยะทาง x และ y ใดๆ จะได้ว่า

$$x = z \cos \phi + r \sin \phi \quad \dots \text{ข.1.1}$$

$$\text{และ } y = z \sin \phi - r \cos \phi \quad \dots \text{ข.1.2}$$

และถ้าให้ v_j เป็นความเร็วในทิศทาง j ใดๆ จะได้ว่า

$$v_x = v_z \cos \phi + v_r \sin \phi \quad \dots \text{ข.1.3}$$

$$\text{และ } v_y = v_z \sin \phi - v_r \cos \phi \quad \dots \text{ข.1.4}$$

เปลี่ยนสมการทั้ง 4 สมการ จากระบบแกน (r, z) เป็นระบบแกน (x, y)

จากสมการ (ข.1.1) และ (ข.1.2) เมื่อหารตลอดด้วย $\cos \phi$ และ $\sin \phi$ ตามลำดับ จะได้

$$\frac{x}{\cos \phi} = z + \frac{r \sin \phi}{\cos \phi} \quad \dots \text{ข.1.5}$$

$$\frac{y}{\sin \phi} = z - \frac{r \cos \phi}{\sin \phi} \quad \dots \text{ข.1.6}$$

(ข.1.5) - (ข.1.6) ;

$$\frac{x}{\cos \phi} - \frac{y}{\sin \phi} = \frac{r \sin \phi}{\cos \phi} + \frac{r \cos \phi}{\sin \phi}$$

$$\frac{x}{\cos \phi} - \frac{y}{\sin \phi} = r \left(\frac{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\frac{x \sin \phi - y \cos \phi}{\cos \phi \sin \phi} = r \left(\frac{1}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\boxed{r = x \sin \phi - y \cos \phi} \quad \dots \text{ข.1.7}$$

ในขณะเดียวกัน จากสมการ (ข.1.1) และ (ข.1.2) เมื่อหารตลอดด้วย $\sin \phi$ และ $\cos \phi$ ตามลำดับ จะได้

$$\frac{x}{\sin \phi} = \frac{z \cos \phi}{\sin \phi} + r \quad \dots \text{ข.1.8}$$

$$\frac{y}{\cos \phi} = \frac{z \sin \phi}{\cos \phi} - r \quad \dots \text{ข.1.9}$$

(ข.1.8) + (ข.1.9) ;

$$\frac{x}{\sin \phi} + \frac{y}{\cos \phi} = \frac{z \sin \phi}{\cos \phi} + \frac{z \cos \phi}{\sin \phi}$$

$$\frac{x}{\sin \phi} + \frac{y}{\cos \phi} = z \left(\frac{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\frac{x \cos \phi + y \sin \phi}{\cos \phi \sin \phi} = z \left(\frac{1}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\boxed{z = x \cos \phi + y \sin \phi} \quad \dots \text{ข.1.10}$$

จากสมการ (ข.1.3) และ (ข.1.4) เมื่อหารตลอดด้วย $\cos \phi$ และ $\sin \phi$ ตามลำดับ จะได้

$$\frac{v_x}{\cos \phi} = v_z + \frac{v_r \sin \phi}{\cos \phi} \quad \dots \text{ข.1.11}$$

$$\frac{v_y}{\sin \phi} = v_z - \frac{v_r \cos \phi}{\sin \phi} \quad \dots \text{ข.1.12}$$

(ข.1.11) - (ข.1.12) ;

$$\frac{v_x}{\cos \phi} - \frac{v_y}{\sin \phi} = \frac{v_r \sin \phi}{\cos \phi} + \frac{v_r \cos \phi}{\sin \phi}$$

$$\frac{v_x}{\cos \phi} - \frac{v_y}{\sin \phi} = v_r \left(\frac{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\frac{v_x \sin \phi - v_y \cos \phi}{\cos \phi \sin \phi} = v_r \left(\frac{1}{\cos \phi \sin \phi} \right)$$

$$\boxed{v_r = v_x \sin \phi - v_y \cos \phi} \quad \dots \text{ข.1.13}$$

ในขณะเดียวกัน จากสมการ (ข.1.3) และ (ข.1.4) เมื่อหารตลอดด้วย $\sin \phi$ และ $\cos \phi$ ตามลำดับ จะได้

$$\frac{v_x}{\sin \phi} = \frac{v_z \cos \phi}{\sin \phi} + v_r \quad \dots \text{ข.1.14}$$

$$\frac{v_y}{\cos \phi} = \frac{v_z \sin \phi}{\cos \phi} - v_r \quad \dots \text{ข.1.15}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานวิชาการเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 (\text{๑.1.14}) + (\text{๑.1.15}); \quad & \frac{v_x}{\sin \phi} + \frac{v_y}{\cos \phi} = \frac{v_z \sin \phi}{\cos \phi} + \frac{v_z \cos \phi}{\sin \phi} \\
 & \frac{v_x}{\sin \phi} + \frac{v_y}{\cos \phi} = v_z \left(\frac{\sin^2 \phi + \cos^2 \phi}{\cos \phi \sin \phi} \right) \\
 & \boxed{v_z = v_x \cos \phi + v_y \sin \phi}
 \end{aligned}$$

...๑.1.16



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.2 ความสัมพันธ์ของสมการความต่อเนื่อง

จากสมการความต่อเนื่องในระบบแกนทรงกระบอก (Cylindrical Coordinate)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad \dots \text{ข.2.1}$$

- สมมติให้
1. สภาวะของระบบคงที่ (Steady State)
 2. v_θ ไม่เปลี่ยนแปลงตามแนวแกน θ
 3. ความหนาแน่นคงที่

จากสมมติฐานจะได้ สมการความต่อเนื่องในระบบแกนทรงกระบอก ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z) &= 0 \end{aligned} \quad \dots \text{ข.2.2}$$

จากสมการ (ข.1.7) (ข.1.10) (ข.1.13) และ (ข.1.16)

$$r = x \sin \phi - y \cos \phi \quad \text{และ} \quad z = x \cos \phi + y \sin \phi$$

$$v_r = v_x \sin \phi - v_y \cos \phi \quad \text{และ} \quad v_z = v_x \cos \phi + v_y \sin \phi$$

และ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \sin \phi ; & \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} ; & \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \sin \phi \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \sin \phi ; & \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} ; & \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} \sin \phi \end{aligned}$$

เปลี่ยนสมการ (ข.2.2) จากระบบแกนทรงกระบอก เปลี่ยนเป็นระบบแกนพิกัดฉาก ได้ดังนี้

เมื่อพิจารณาพจน์แรกของสมการ (ข.2.2)

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) &= \frac{1}{x \sin \phi - y \cos \phi} \frac{\partial}{\partial x} (x \sin \phi - y \cos \phi) (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \\ &= \frac{1}{x \sin \phi - y \cos \phi} \frac{1}{\sin \phi} \left\{ (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \sin \phi + (x \sin \phi - y \cos \phi) \left(\sin \phi \frac{\partial v_x}{\partial x} - \cos \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right\} \\ &= \frac{v_x \sin \phi - v_y \cos \phi}{x \sin \phi - y \cos \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} - \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} ; \text{เนื่องจาก } \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \text{ มีค่าน้อยมาก} \\ &= \frac{v_x \sin \phi - v_y \cos \phi}{x \sin \phi - y \cos \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ &= \frac{v_x - v_y \cot \phi}{x - y \cot \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} ; \text{เนื่องจาก } x \gg y \cot \phi \\ &= \frac{v_x - v_y \cot \phi}{x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ &= \frac{v_x}{x} - \frac{v_y \cot \phi}{x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{aligned}$$

และเมื่อพิจารณาพจน์ที่สองของสมการ (ข.2.2)

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_z}{\partial z} &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial y} (v_x \cos \phi + v_y \sin \phi) \\ &= \cot \phi \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad ; \quad \text{เนื่องจาก } \cot \phi \frac{\partial v_x}{\partial y} \text{ มีค่าน้อยมาก} \\ &= \frac{\partial v_y}{\partial y}\end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้สมการ (ข.2.2) ในระบบแกน (x,y) เป็น

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{v_x}{x} - \frac{v_y \cot \phi}{x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{v_x}{x} - \frac{v_y \cot \phi}{x} = 0$$

...ข.2.3



ข.3 ความสัมพันธ์ของสมการโมเมนตัม

จากสมการโมเมนตัมในระบบแกนทรงกระบอก

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] + \rho g_r \dots$$

ข.3.1

- สมมติให้
1. สภาวะของระบบคงที่ (Steady State)
 2. v_r ไม่เปลี่ยนแปลงตามแนวแกน θ
 3. ไม่มี gravitational force ในทิศทางของ r ($g_r = 0$)
 4. ไม่มี pressure drop gradients ($\frac{\partial p}{\partial r} = 0$)
 5. ความหนาแน่นคงที่

จากสมมติฐานจะได้ สมการโมเมนตัมในระบบแกนทรงกระบอก ดังนี้

$$\rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \dots \text{ข.3.2}$$

จากสมการ (ข.1.7) (ข.1.10) (ข.1.13) และ (ข.1.16)

$$\begin{aligned} r &= x \sin \phi - y \cos \phi & \text{และ} & & z &= x \cos \phi + y \sin \phi \\ v_r &= v_x \sin \phi - v_y \cos \phi & \text{และ} & & v_z &= v_x \cos \phi + v_y \sin \phi \\ \text{และ} & & & & & \\ \frac{\partial r}{\partial x} &= \sin \phi & ; & & \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} & ; & \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= \sin \phi & ; & & \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} & ; & \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial y} \end{aligned}$$

เปลี่ยนสมการ (ข.3.2) จากระบบแกนทรงกระบอกเปลี่ยนเป็นระบบแกนพิกัดฉาก ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} &= (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \\ &= (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} - \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) ; \text{เนื่องจาก } \frac{\partial v_x}{\partial x} \gg \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ &= (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} &= (v_x \cos \phi + v_y \sin \phi) \frac{\partial}{\sin \phi \partial y} (v_x \cos \phi - v_y \sin \phi) \\ &= (v_x \cos \phi + v_y \sin \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) ; \text{เนื่องจาก } \frac{\partial v_x}{\partial y} \gg \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ &= (v_x \cos \phi + v_y \sin \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{v_\theta^2}{r} &= -\Omega^2 r \\
 &= -\Omega^2 (x \sin \phi - y \cos \phi) \quad ; \text{ เนื่องจาก } x \sin \phi \gg y \cos \phi \\
 &= -\Omega^2 x \sin \phi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2}{\sin^2 \phi \partial y^2} (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \\
 &= \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{\partial}{\partial y} \left(\sin \phi \frac{\partial v_x}{\partial y} - \cos \phi \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \\
 &= \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \quad ; \text{ เนื่องจาก } \frac{\partial v_x}{\partial y} \gg \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial y} \\
 &= \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\
 &= \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right) &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{1}{x \sin \phi - y \cos \phi} \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} (x \sin \phi - y \cos \phi) (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \right) \\
 &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{1}{x \sin \phi - y \cos \phi} \left\{ (v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \sin \phi + (x \sin \phi - y \cos \phi) \left(\sin \phi \frac{\partial v_x}{\partial x} - \cos \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right\} \right) \\
 &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{v_x \sin \phi - v_y \cos \phi}{x \sin \phi - y \cos \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} - \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad ; \text{ เนื่องจาก } \cot \phi \frac{\partial v_y}{\partial x} \text{ มีค่าน้อยมาก} \\
 &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{v_x \sin \phi - v_y \cos \phi}{x \sin \phi - y \cos \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \\
 &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{v_x - v_y \cot \phi}{x - y \cot \phi} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \quad ; \text{ เนื่องจาก } v_x \gg v_y \cot \phi \text{ และ } x \gg y \cos \phi \\
 &= \frac{\partial}{\sin \phi \partial x} \left(\frac{v_x}{x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \quad ; \text{ เนื่องจาก } \frac{v_x}{x} \ll \frac{\partial v_x}{\partial x} \text{ ที่ตำแหน่ง } x \text{ มีค่ามาก} \\
 &= \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จะได้สมการ (ข.3.2) ในระบบแกน (x,y) เป็น

$$\rho \left[(v_x \sin \phi - v_y \cos \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + (v_x \cos \phi + v_y \sin \phi) \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + -\Omega^2 x \sin \phi \right] = \mu \left(\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$$

เนื่องจาก 1. $\Omega^2 x \gg v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}, v_y \frac{\partial v_x}{\partial x}, v_x \frac{\partial v_x}{\partial y}$ และ $v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$

$$2. \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

จะได้

$$\rho [-\Omega^2 x \sin \phi] = \mu \left(\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$$

$$-\Omega^2 x \sin^2 \phi = \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$$

...ข.3.3



ภาคผนวก ค

การเปลี่ยนสมการให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ

กำหนดให้ $u = v_x$ และ $v = v_y$

ตัวแปรไร้มิติ

$$Re = \frac{\delta_0^2 \Omega \sin^2 \phi}{v_0}$$

$$X = \frac{x}{L}$$

$$Nu = \frac{\delta_0^2 \Omega}{\alpha}$$

$$Y = \frac{y}{\delta_0}$$

$$Sh = \frac{\delta_0^2 \Omega}{D_{ab}}$$

$$U = \frac{u}{\Omega L}$$

$$\lambda = \frac{\delta_0}{L}$$

$$V = \frac{v}{\Omega L}$$

$$\zeta = \frac{\delta(x)}{\delta_0}$$

$$\theta = \frac{T}{T_w}$$

$$\eta = \frac{y}{v_0}$$

$$\Lambda = \frac{C_a}{C_{a0}}$$

$$S = \frac{P_a}{P_b} \left(\frac{M_a}{M_b} \right)^{1/2}$$

$$= x_{ab} M^{1/2}$$

$$C = \frac{c_a(x, \delta)}{C_{a0}}$$

$$\varepsilon = \frac{\exp \left[B' \left(1 - \frac{1}{\theta_s} \right) \right]}{\theta_s^{1/2}}$$

$$\Gamma = \frac{E_a}{\rho \Omega \delta_0}$$

$$H = \frac{\Delta H_{v,b} C_{pa}}{C_{pb} \Delta H_{v,a}}$$

$$\beta = \frac{\Delta H_{v,a}}{C_{pa} T_w}$$

$$F = \frac{f_0}{X_0^2 L^3 \rho_0 \Omega \sin \phi}$$

ค.1 สมการความต่อเนื่องไร้หน่วย

จาก ความต่อเนื่องสมการ (ข.2.3)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{v_x}{x} - \frac{v_y \cot \phi}{x} = 0 \quad \dots \text{ข.2.3}$$

จากสมการ (ข.2.3) เปลี่ยนเป็นสมการไร้หน่วย

$$\frac{\Omega L}{L} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\Omega L}{\delta_0} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\Omega L U}{L X} - \frac{\Omega L U \cot \phi}{L X} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{L}{\delta_0} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{U}{X} - \frac{U \cot \phi}{X} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{U}{X} - \frac{U \cot \phi}{X} = 0}$$

...ค.1.1

เงื่อนไขขอบเขต

$u = u_0$ ที่ $x = x_0$

ตัวแปรไร้หน่วย : $\Omega L U = \Omega L U_0$ ที่ $L X = L X_0$
 $U = U_0$ ที่ $X = X_0$

...ค.1.2

$y = 0$ ที่ $y = 0$

ตัวแปรไร้หน่วย : $\Omega L V = 0$ ที่ $\delta_0 Y = 0$
 $V = 0$ ที่ $Y = 0$

...ค.1.3

ค.2 สมการโมเมนต์ไ้หน่วยในทิศทางแกน x

จากสมการโมเมนต์ไ้หน่วยในระบบพิกัดฉาก สมการ (ข.3.3)

$$v \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) = -\Omega^2 x \sin^2 \phi \quad \dots \text{ข.3.3}$$

จากสมการ (ข.3.3) เปลี่ยนเป็นสมการตัวแปรไ้หน่วย

$$\begin{aligned} -\frac{\Omega L}{\delta_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} &= -\Omega^2 L X \sin^2 \phi \\ \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} &= -\frac{\Omega \delta_0^2 X}{v} \sin^2 \phi \\ \boxed{\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{\text{Re } X}{\eta}} & \quad \dots \text{ค.2.1} \end{aligned}$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0 \\ \text{ตัวแปรไ้หน่วย} \quad : \quad \Omega L U &= 0 \quad \text{ที่} \quad \delta_0 Y = 0 \\ U &= 0 \quad \text{ที่} \quad Y = 0 \end{aligned} \quad \dots \text{ค.2.2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x) \\ \text{ตัวแปรไ้หน่วย} \quad : \quad \frac{\Omega L}{\delta_0} \frac{\partial U}{\partial Y} &= 0 \quad \text{ที่} \quad \delta_0 Y = \delta(x) \\ \frac{\partial U}{\partial Y} &= 0 \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta \end{aligned} \quad \dots \text{ค.2.3}$$

ค.3 ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง x หรือ U

จากสมการโมเมนต์ไร้หน่วยในทิศทางแกน x สมการ (ค.2.1)

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{\text{Re } X}{\eta} \quad \dots \text{ค.2.1}$$

เงื่อนไขขอบเขต : $U = 0$ ที่ $Y = 0$...ค.2.2

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta \quad \dots \text{ค.2.3}$$

อินทิเกรตสมการ (ค.2.1) จะได้

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\text{Re } X}{\eta} Y + C_1 \quad \dots \text{ค.3.1}$$

$$U = -\frac{\text{Re } X}{2\eta} Y^2 + C_1 Y + C_2 \quad \dots \text{ค.3.2}$$

จาก (ค.2.2) แทนใน (ค.3.2) จะได้ $0 = -\frac{\text{Re } X}{2\eta} (0)^2 + C_1(0) + C_2$

$$C_2 = 0$$

จาก (ค.2.3) แทนใน (ค.3.1) จะได้

$$0 = -\frac{\text{Re } X}{\eta} \zeta + C_1$$

$$C_1 = \frac{\text{Re } X}{\eta} \zeta$$

แทนค่า C_1, C_2 ในสมการ (ค.3.2) จะได้

$$U = -\frac{\text{Re } X}{2\eta} Y^2 + \frac{\text{Re } X \zeta}{\eta} Y$$

$$U = -\frac{\text{Re } X Y}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right)$$

...ค.3.3

ค.4 ความเร็วเฉลี่ยไร้หน่วยในทิศทาง x หรือ \bar{U}

จากความเร็วไร้หน่วยที่ตำแหน่ง x ใดๆ สามารถหาความเร็วเฉลี่ยไร้หน่วย ได้จาก

$$\bar{U} = \frac{\int_{\zeta} U dY}{\zeta} \quad \dots \text{ค.4.1}$$

แทนค่า U จากสมการ (ค.3.3)

$$\bar{U} = \frac{1}{\zeta} \int_{\zeta} \left(-\frac{\text{Re } X}{2\eta} Y^2 + \frac{\text{Re } X \zeta}{\eta} Y \right) dY$$

$$\bar{U} = \frac{1}{\zeta} \left(-\frac{\text{Re } X Y^3}{6\eta} + \frac{\text{Re } X \zeta Y^2}{2\eta} \right) \Big|_0^{\zeta}$$

$$\bar{U} = \frac{1}{\zeta} \left(-\frac{\text{Re } X \zeta^3}{6\eta} + \frac{\text{Re } X \zeta^3}{2\eta} \right)$$

$$\bar{U} = \frac{\text{Re } X \zeta^2}{6\eta} + \frac{\text{Re } X \zeta^2}{2\eta}$$

$$\bar{U} = \frac{\text{Re } X \zeta^2}{3\eta}$$

...ค.4.2

ค.5 ความเร็วไร้หน่วยในทิศทาง y หรือ V

จากสมการความต่อเนื่องไร้หน่วย สมการ (ค.1.1)

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{U}{X} - \frac{U \cot \phi}{X} = 0 \quad \dots \text{ค.1.1}$$

สามารถหาค่า $\frac{\partial U}{\partial X}$ ได้จากสมการ (ค.3.3)

$$U = -\frac{\text{Re } XY}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right) \quad \dots \text{ค.3.3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} &= \frac{\partial}{\partial X} \left[-\frac{\text{Re } XY}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \left[-\frac{\text{Re } XY^2}{2\eta} + \frac{\text{Re } XY\zeta}{\eta} \right] \\ &= -\frac{\text{Re } Y^2}{2\eta} + \frac{\text{Re } XY\zeta'}{\eta} + \frac{\text{Re } Y\zeta}{\eta} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\text{Re } Y}{\eta} \left(X\zeta' + \zeta - \frac{Y}{2} \right)$$

แทนค่า $U, \frac{\partial U}{\partial X}$ ในสมการ (ค.1.1)

$$\begin{aligned} \frac{\text{Re } Y}{\eta} \left(X\zeta' + \zeta - \frac{Y}{2} \right) + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\text{Re } Y}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right) + \frac{\text{Re } Y \cot \phi}{\eta} \left(\frac{Y}{2} - \zeta \right) &= 0 \\ \frac{\text{Re } Y X \zeta'}{\eta} + \frac{\text{Re } Y \zeta}{\eta} - \frac{\text{Re } Y^2}{2\eta} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\text{Re } Y^2}{2\eta} + \frac{\text{Re } Y \zeta}{\eta} + \frac{\text{Re } Y^2 \cot \phi}{2\eta} - \frac{\text{Re } Y \zeta \cot \phi}{\eta} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Re } Y X \zeta'}{\eta} + \frac{2 \text{Re } Y \zeta}{\eta} - \frac{\text{Re } Y^2}{\eta} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\text{Re } Y^2 \cot \phi}{2\eta} - \frac{\text{Re } Y \zeta \cot \phi}{\eta} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\text{Re } Y X \zeta'}{\eta} - \frac{2 \text{Re } Y \zeta}{\eta} + \frac{\text{Re } Y^2}{\eta} - \frac{\text{Re } Y^2 \cot \phi}{2\eta} + \frac{\text{Re } Y \zeta \cot \phi}{\eta}$$

$$V = -\frac{\text{Re } Y^2 X \zeta'}{2\eta} - \frac{\text{Re } Y^2 \zeta}{\eta} + \frac{\text{Re } Y^3}{3\eta} - \frac{\text{Re } Y^3 \cot \phi}{6\eta} + \frac{\text{Re } Y^2 \zeta \cot \phi}{2\eta}$$

$$V = \frac{\text{Re } Y^2 \lambda}{2\eta} \left[\frac{Y}{3} - \left(\zeta + \frac{X}{2} \zeta' \right) \right] - \frac{\text{Re } Y^3 \cot \phi}{6\eta} + \frac{\text{Re } Y^2 \zeta \cot \phi}{2\eta}$$

เนื่องจาก $\frac{\text{Re } Y^2 \lambda}{2\eta} \left[\frac{Y}{3} - \left(\zeta + \frac{X}{2} \zeta' \right) \right] \gg \left(-\frac{\text{Re } Y^3 \cot \phi}{6\eta} + \frac{\text{Re } Y^2 \zeta \cot \phi}{2\eta} \right)$ จะได้

$$\boxed{V = \frac{\text{Re } Y^2 \lambda}{2\eta} \left[\frac{Y}{3} - \left(\zeta + \frac{X}{2} \zeta' \right) \right]} \quad \dots \text{ค.4.1}$$

ค.6 ความเข้มข้นไร้หน่วย (Λ)

จากสมการการถ่ายเทมวลสารในของผสมสองชนิด

$$u \frac{\partial C_a}{\partial x} + v \frac{\partial C_a}{\partial y} = D_{ab} \left(\frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial C_a}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial C_a}{\partial y} \right) \quad \dots \text{ค.6.1}$$

จากสมการ (ค.6.1) เปลี่ยนเป็นสมการไร้หน่วย

$$\begin{aligned} \frac{\Omega L U C_{a0}}{L} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \frac{\Omega L V C_{a0}}{\delta_0} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} &= D_{ab} \left(\frac{C_{a0}}{\delta_0^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} + \frac{C_{a0}}{L^2 X} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} - \frac{\cot \phi C_{a0}}{L X \delta_0} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \right) \\ \frac{\Omega U \delta_0^2}{D_{ab}} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \frac{\Omega L V \delta_0}{D_{ab}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} + \frac{\delta_0^2}{L^2 X} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} - \frac{\cot \phi \delta_0}{L X} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \\ ShU \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \frac{ShV}{\lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} + \frac{\lambda^2}{X} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} - \frac{\lambda \cot \phi}{X} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \\ \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} &= ShU \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \frac{ShV}{\lambda} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} - \frac{\lambda^2}{X} \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \frac{\lambda \cot \phi}{X} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \\ \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} &= \left(ShU - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \left(\frac{ShV}{\lambda} + \frac{\lambda \cot \phi}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \quad \dots \text{ค.6.2} \end{aligned}$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$C_a = C_{a0} \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

$$\text{ตัวแปรไร้หน่วย} : \quad \Lambda = 1 \quad \text{ที่} \quad X = X_0 \quad \dots \text{ค.6.3}$$

$$\frac{\partial C_a}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

$$\text{ตัวแปรไร้หน่วย} : \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = 0 \quad \text{ที่} \quad Y = 0 \quad \dots \text{ค.6.4}$$

$$\frac{-D_{ab} \rho}{[1 + (\delta')^2]^{1/2}} \frac{\partial C_a}{\partial y} = E_a - C_a (E_a + E_b) \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x)$$

$$\text{ตัวแปรไร้หน่วย} : \quad \frac{-1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = \varepsilon Sh \Gamma \left[C - \Lambda \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right] \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta \quad \dots \text{ค.6.5}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค.7 อุณหภูมิไร้หน่วย (θ)

จากสมการสมดุลพลังงาน

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad \dots \text{ค.7.1}$$

จากสมการ (ค.7.1) เปลี่ยนเป็นสมการไร้หน่วย

$$\begin{aligned} \frac{\Omega L U T_w}{L} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\Omega L V T_w}{\delta_0} \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \alpha \left(\frac{T_w}{\delta_0^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{T_w}{L^2 X} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\cot \phi T_w}{L X \delta_0} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \\ \frac{\Omega U \delta_0^2}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\Omega L V \delta_0}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\delta_0^2}{L^2 X} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\cot \phi \delta_0}{L X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ Nu U \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{Nu V}{\lambda} \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\lambda^2}{X} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\cot \phi \lambda}{X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} &= Nu U \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{Nu V}{\lambda} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\lambda^2}{X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\cot \phi \lambda}{X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} &= \left(Nu U - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \left(\frac{Nu V}{\lambda} + \frac{\cot \phi \lambda}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \end{aligned} \quad \dots \text{ค.7.2}$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$T = T_0 \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

ตัวแปรไร้หน่วย :

$$\theta = \theta_0 \quad \text{ที่} \quad X = X_0$$

...ค.7.3

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

ตัวแปรไร้หน่วย :

$$\theta = 1 \quad \text{ที่} \quad Y = 0$$

...ค.7.4

$$\frac{-k_{ab}}{[1 + (\delta')^2]^{1/2}} \frac{\partial T}{\partial y} = E_a \Delta H_a + E_b \Delta H_b \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x)$$

$$\text{ตัวแปรไร้หน่วย : } \frac{-1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \varepsilon Nu \beta \Gamma \left[C + \frac{H(1-C)}{S} \right] \quad \text{ที่} \quad Y = \zeta \quad \dots \text{ค.7.5}$$

ภาคผนวก ง

การแปลงสมการโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

การแปลงสมการโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม โดยให้

$$\frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} = \frac{A_m^{n+1} - 2A_m^n + A_m^{n-1}}{\Delta Y^2}, \quad \frac{\partial A}{\partial Y} = \frac{A_m^{n+1} - A_m^n}{\Delta Y} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial A}{\partial X} = \frac{A_m^n - A_{m-1}^n}{\Delta X}$$

ง.1 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมของความเข้มข้น

จากสมการของความเข้มข้นไร้หน่วย สมการ (ค.6.2)

$$\frac{\partial^2 \Lambda}{\partial Y^2} = \left(ShU - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial X} + \left(\frac{ShV}{\lambda} + \frac{\lambda \cot \phi}{X} \right) \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \quad \dots \text{ค.6.2}$$

กำหนดให้ $K = ShU - \frac{\lambda^2}{X}$ และ $P = \frac{ShV}{\lambda} + \frac{\lambda \cot \phi}{X}$

จากสมการ (ค.6.2) แปลงเป็นสมการของระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ดังนี้

$$\frac{\Lambda_m^{n+1} - 2\Lambda_m^n + \Lambda_m^{n-1}}{\Delta Y^2} = K \frac{\Lambda_m^n - \Lambda_{m-1}^n}{\Delta X} + P \frac{\Lambda_m^{n+1} - \Lambda_m^n}{\Delta Y}$$

$$\left(-\frac{2}{\Delta Y^2} - \frac{K}{\Delta X} + \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(\frac{1}{\Delta Y^2} - \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^{n+1} + \left(\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \Lambda_m^{n-1} = \left(-\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_{m-1}^n$$

$$\left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{K}{\Delta X} - \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^{n+1} + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \Lambda_m^{n-1} = \left(\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_{m-1}^n \quad \dots \text{ง.1.1}$$

จาก เงื่อนไขขอบเขต

$$1. \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = 0 \quad \text{ที่} \quad Y=0$$

$$\text{จะได้} \quad \frac{\Lambda_m^n - \Lambda_m^{n-1}}{\Delta Y} = 0$$

$$\Lambda_m^n = \Lambda_m^{n-1}$$

แทนค่า Λ_m^{n-1} ลงในสมการ (ง.1.1) จะได้

$$\left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{K}{\Delta X} - \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^{n+1} + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \Lambda_m^n = \left(\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_{m-1}^n$$

$$\left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{K}{\Delta X} - \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^{n+1} = \left(\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_{m-1}^n \quad \dots \text{ง.1.2}$$

$$2. \frac{-1}{[1+(\lambda\zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = \varepsilon Sh \Gamma \left[C - \Lambda \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right] \quad \text{ที่ } Y = \zeta$$

$$\text{กำหนดให้ } R = \frac{-1}{[1+(\lambda\zeta')^2]^{1/2}}$$

$$\text{จาก } \frac{-1}{[1+(\lambda\zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} = \varepsilon Sh \Gamma \left[C - \Lambda \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right]$$

$$R \left(\frac{\Lambda_m^{n+1} - \Lambda_m^n}{\Delta Y} \right) = \varepsilon Sh \Gamma C - \left[\varepsilon Sh \Gamma \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right] \Lambda_m^n$$

$$\Lambda_m^{n+1} = \frac{\varepsilon Sh \Gamma C \Delta Y}{R} + \left[1 - \left\{ \varepsilon Sh \Gamma \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right\} \frac{\Delta Y}{R} \right] \Lambda_m^n$$

$$\text{กำหนดให้ } W = \frac{\varepsilon Sh \Gamma C \Delta Y}{R} \quad \text{และ } Q = 1 - \left\{ \varepsilon Sh \Gamma \left(C - \frac{1-C}{S} \right) \right\} \frac{\Delta Y}{R} \quad \text{จะได้}$$

$$\Lambda_m^{n+1} = W + Q \Lambda_m^n$$

แทนค่า Λ_m^{n+1} ลงในสมการ (ง.1.1) จะได้

$$\left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{K}{\Delta X} - \frac{P}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{P}{\Delta Y} \right) (W + Q \Lambda_m^n) + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \Lambda_m^{n-1} = \left(\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_m^{n-1}$$

$$\left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{K}{\Delta X} - \frac{P}{\Delta Y} - \frac{Q}{\Delta Y^2} + \frac{QP}{\Delta Y} \right) \Lambda_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \Lambda_m^{n-1} = \left(\frac{K}{\Delta X} \right) \Lambda_m^{n-1} + \left(\frac{P}{\Delta Y^2} - \frac{P}{\Delta Y} \right) W \quad \dots \text{ง.1.3}$$

ง.2 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมของอุณหภูมิ

จากสมการของอุณหภูมิไร้หน่วย สมการ (ค.7.2)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = \left(NuU - \frac{\lambda^2}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \left(\frac{NuV}{\lambda} + \frac{\cot \phi \lambda}{X} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad \dots \text{ค.7.2}$$

กำหนดให้ $A = NuU - \frac{\lambda^2}{X}$ และ $B = \frac{NuV}{\lambda} + \frac{\cot \phi \lambda}{X}$

จากสมการ (ค.7.2) แปลงเป็นสมการของระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\theta_m^{n+1} - 2\theta_m^n + \theta_m^{n-1}}{\Delta Y^2} &= A \frac{\theta_m^n - \theta_{m-1}^n}{\Delta X} + B \frac{\theta_m^{n+1} - \theta_m^n}{\Delta Y} \\ \left(-\frac{2}{\Delta Y^2} - \frac{A}{\Delta X} + \frac{B}{\Delta Y} \right) \theta_m^n + \left(\frac{1}{\Delta Y^2} - \frac{B}{\Delta Y} \right) \theta_m^{n+1} + \left(\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \theta_m^{n-1} &= \left(-\frac{A}{\Delta X} \right) \theta_{m-1}^n \\ \left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{A}{\Delta X} - \frac{B}{\Delta Y} \right) \theta_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{B}{\Delta Y} \right) \theta_m^{n+1} + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \theta_m^{n-1} &= \left(\frac{A}{\Delta X} \right) \theta_{m-1}^n \end{aligned} \quad \dots \text{ง.2.1}$$

จากเงื่อนไขขอบเขต

1. $\theta = 1$ ที่ $Y = 0$
จะได้ $\theta_m^n = 1$...ง.2.2

2. $-\frac{1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \varepsilon Nu \beta \left[C + \frac{H(1-C)}{S} \right]$ ที่ $Y = \zeta$

กำหนดให้ $R = \frac{-1}{[1 + (\lambda \zeta')^2]^{1/2}}$ และ $Q = \varepsilon Nu \beta \left[C + \frac{H(1-C)}{S} \right]$

จะได้ $R \frac{\theta_m^{n+1} - \theta_m^n}{\Delta Y} = Q$

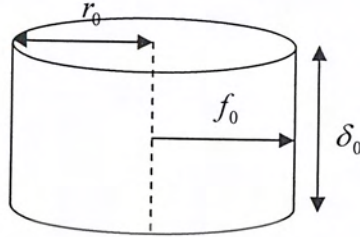
$$\theta_m^{n+1} = \frac{Q}{R} \Delta Y + \theta_m^n$$

แทนค่า θ_m^{n+1} ลงในสมการ (ง.2.1) จะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{A}{\Delta X} - \frac{B}{\Delta Y} \right) \theta_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{B}{\Delta Y} \right) \left(\frac{Q}{R} \Delta Y + \theta_m^n \right) + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \theta_m^{n-1} &= \left(\frac{A}{\Delta X} \right) \theta_{m-1}^n \\ \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{A}{\Delta X} \right) \theta_m^n + \left(-\frac{1}{\Delta Y^2} \right) \theta_m^{n-1} &= \left(\frac{A}{\Delta X} \right) \theta_{m-1}^n + \left(\frac{1}{\Delta Y^2} - \frac{B}{\Delta Y} \right) \left(\frac{Q}{R} \Delta Y \right) \end{aligned} \quad \dots \text{ง.2.3}$$

ภาคผนวก จ

จ.1 อัตราการไหลเชิงมวล ณ ตำแหน่งที่สารระเหย



รูปที่ จ.1.1 ลักษณะของอัตราการไหลโดยมวลของสารที่ตำแหน่งที่สารระเหย

อัตราการไหลเชิงมวลที่ทางเข้า (f_0) = (ผลิตภัณฑ์เชิงมวลที่ทางเข้า)(พื้นที่หน้าตัดที่ทางเข้า)

$$\begin{aligned}
 &= (\rho \bar{u}_0) (2\pi r_0 \delta_0) \\
 &= \rho \bar{u}_0 2\pi r_0 \sin \phi \delta_0 \\
 &= \rho (\bar{U}_0 \Omega L) 2\pi (X_0 L) \sin \phi \delta_0 \\
 &= (\Omega \bar{U}_0 X_0 \delta_0 \rho L^2) (2\pi \sin \phi) \\
 &\text{ดังนั้น} \quad \boxed{f_0 = (\Omega \bar{U}_0 X_0 \delta_0 \rho L^2) (2\pi \sin \phi)} \quad \dots \text{จ.1.1}
 \end{aligned}$$

๑.2 ความหนาชั้นฟิล์มเริ่มต้นไร้หน่วย

$$\begin{aligned}
 \text{ความหนาชั้นฟิล์มเริ่มต้นไร้หน่วย } (\lambda) &= \frac{3F}{2\pi \operatorname{Re}} \\
 &= \frac{3}{2\pi \operatorname{Re}} \frac{f_0}{X_0^2 L^3 \rho_0 \Omega \sin \phi} \\
 &= \frac{3}{2\pi \operatorname{Re}} \frac{(\Omega \bar{U}_0 X_0 \delta_0 \rho L^2) (2\pi \sin \phi)}{X_0^2 L^3 \rho_0 \Omega \sin \phi} \\
 &= \frac{3 \bar{U}_0 \delta_0}{\operatorname{Re} X_0 L} \\
 &= \frac{3 \delta_0}{3} \frac{X_0 \zeta_0^2 \operatorname{Re}}{\eta_0} \\
 &= \frac{\delta_0}{L} \quad \text{เมื่อ } \zeta_0 = 1, \eta_0 = 1
 \end{aligned}$$



...๑.2.1

ภาคผนวก จ
การเปลี่ยนอัตราส่วนโดยมวลเป็นอัตราส่วนโดยโมล
ในระบบสององค์ประกอบ

$$\text{อัตราส่วนโดยมวลของสาร a } (C_a) = \frac{\text{mass}_a}{\text{mass}_a + \text{mass}_b} \quad \dots \text{จ.1}$$

$$\text{อัตราส่วนโดยโมลของสาร a } (c_a) = \frac{\text{mol}_a}{\text{mol}_a + \text{mol}_b} \quad \dots \text{จ.2}$$

จากสมการ (จ.2) หาดด้วยอัตราส่วนโดยโมลของสาร a เริ่มต้น

$$\frac{c_a}{c_{a0}} = \frac{\text{mol}_a}{\text{mol}_{a0}} \left(\frac{\text{mol}_{a0} + \text{mol}_{b0}}{\text{mol}_a + \text{mol}_b} \right)$$

$$\frac{c_a}{c_{a0}} = \frac{g_a}{g_{a0}} \left(\frac{\frac{g_{a0}}{M_a} + \frac{g_{b0}}{M_b}}{\frac{g_a}{M_a} + \frac{g_b}{M_b}} \right) \quad \dots \text{จ.3}$$

จากสมการ (จ.1) หาดด้วยอัตราส่วนโดยมวลของสาร a เริ่มต้น

$$\frac{C_a}{C_{a0}} = \frac{g_a}{g_{a0}} \left(\frac{g_{a0} + g_{b0}}{g_a + g_b} \right) \quad \dots \text{จ.4}$$

จากสมการ (จ.4) จะได้

$$\frac{g_a}{g_{a0}} = \frac{C_a}{C_{a0}} \left(\frac{g_a + g_b}{g_{a0} + g_{b0}} \right) \quad \dots \text{จ.5}$$

แทนสมการ (จ.5) ลงในสมการ (จ.3) จะได้

$$C = \frac{c_a}{c_{a0}} = \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left(\frac{g_a + g_b}{g_{a0} + g_{b0}} \right) \left(\frac{\frac{g_{a0}}{M_a} + \frac{g_{b0}}{M_b}}{\frac{g_a}{M_a} + \frac{g_b}{M_b}} \right)$$

$$= \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left[\frac{\left(\frac{g_{a0}}{g_{a0} + g_{b0}} \right) \left(\frac{1}{M_a} \right) + \left(\frac{g_{b0}}{g_{a0} + g_{b0}} \right) \left(\frac{1}{M_b} \right)}{\left(\frac{g_a}{g_a + g_b} \right) \left(\frac{1}{M_a} \right) + \left(\frac{g_b}{g_a + g_b} \right) \left(\frac{1}{M_b} \right)} \right]$$

$$= \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left(\frac{\frac{C_{a0}}{M_a} + \frac{C_{b0}}{M_b}}{\frac{C_a}{M_a} + \frac{C_b}{M_b}} \right)$$

เมื่อ $C_{a0} + C_{b0} = 1$, $C_a + C_b = 1$ และ $C_{a0} > C_a$
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 C &= \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left(\frac{\frac{C_{a0}}{M_a} + \frac{(1-C_{a0})}{M_b}}{\frac{C_a}{M_a} + \frac{(1-C_a)}{M_b}} \right) \\
 &= \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left(\frac{M_b C_{a0} + M_a (1-C_{a0})}{M_b C_a + M_a (1-C_a)} \right) \\
 &= \left(\frac{C_a}{C_{a0}} \right) \left(\frac{(M_b - M_a) C_{a0} + M_a}{(M_b - M_a) C_a + M_a} \right)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $\Lambda = \frac{C_a}{C_{a0}}$ จะได้

$$C = \Lambda \left(\frac{(M_b - M_a) C_{a0} + M_a}{(M_b - M_a) \Lambda C_{a0} + M_a} \right)$$

...จ.6



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ช

คุณสมบัติของสาร

ช.1 คุณสมบัติต่างๆ ของเมทิลโอเลอเทต (Methyl Oleate)

ช.1.1 น้ำหนักโมลโมเลกุลของเมทิลโอเลอเทต เท่ากับ 296.49 g/mol

ช.1.2 ความดันไอ (Vapor pressure) ของเมทิลโอเลอเทต

จากข้อมูลการทดลองของ Scott T.A. Jr., MacMillan D., Melvin E.H., Ind.Eng.Chem., 44, p172-175, 1952

ตารางที่ ช.1.1 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความดันไอของเมทิลโอเลอเทต



T [K]	P [kPa]
401.21	0.02708
405.78	0.03585
413.06	0.03281
413.60	0.05893
423.66	0.10852
429.39	0.14865
439.19	0.24610
444.81	0.32690
449.39	0.40800
453.74	0.50740
458.26	0.62780

ช.1.2.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความดันไอของเมทิลโอเลอเทตโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ช.1.1

POLYMATH ResultsNonlinear regression (mrqmin)Model: $P = \exp(A-(B/T))$

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	32	21.556997	1.0177515
B	17	1.009E+04	459.6543

Precision $R^2 = 0.9985518$

Variance = 7.159E-05

ดังนั้น จะได้

$$P = \exp\left(21.556997 - \frac{1.009 \times 10^4}{T}\right) \quad \dots \text{ช.1.1}$$

ช.1.3 ค่า Kinematic viscosity ของเมทิลโอดีเอท

จากข้อมูลการทดลองของ Gouw T.H., Vlugter J.C., Roelands C.J.A., J.Am.Oil Chem.Soc., 43, p433-434, 1966

ตารางที่ ช.1.2 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและ Kinematic viscosity ของเมทิลโอดีเอท

T [K]	ν [m ² /s]
293.15	0.00000723
313.15	0.00000445
343.15	0.00000260

ช.1.3.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและ Kinematic viscosity ของเมทิลโอดีเอท โดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ช.1.2

POLYMATH ResultsNonlinear regression (mrqmin)

Model: VSK = exp(A+(B/T))

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	-19.032018	3.9893229
B	1	2107.7521	1202.5535

PrecisionR² = 0.9985088

Variance = 1.62E-14

ดังนั้น จะได้

$$v = \exp\left(-19.032018 + \frac{2107.7521}{T}\right) \quad \dots \text{ข.1.1.2}$$

ข.1.4 ความหนาแน่น (Density) ของเมทิลโอเลอเท

จากข้อมูลการทดลองของ Keffler L.J.P., Mac Lean J.H., J.Soc.Chem.Ind.Trans., 54, p178-185, 1935

ตารางที่ ข.1.3 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนาแน่นของเมทิลโอเลอเท

T	ความหนาแน่น
[K]	[kg/m ³]
288.15	877.40
293.15	873.80
298.15	870.20
303.15	866.60
333.15	845.00
363.15	823.40

ข.1.4.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความหนาแน่น

ของเมทิลโอเลอเทโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.1.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

POLYMATH ResultsNonlinear regression (mrqmin)

Model: DEN = exp(A+B/T)

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	6.4723464	0.0255746
B	1	88.22475	7.9036503

PrecisionR² = 0.9959337

Variance = 2.2397333

ดังนั้น จะได้

$$\rho = \exp\left(6.4723464 + \frac{88.22475}{T}\right)$$

...ข.1.3

ข.1.5 ความหนืด (Viscosity) ของเมทิลโอดีเอท

จากข้อมูลการทดลองของ Keffler L.J.P., Mac Lean J.H., J.Soc.Chem.Ind.Trans., 54, p178-185, 1935

ตารางที่ ข.1.4 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนืดของเมทิลโอดีเอท

T	ความหนืด
[K]	[mPa*s]
303.15	4.8800
333.15	2.6200
363.15	1.6400

ข.1.5.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความหนืดของเมทิลโอดีเอทโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.1.4

POLYMATH ResultsNonlinear regression (mrqmin)

Model: VIS = exp(A+B/T)

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	-5.1367778	2.1602024
B	1	2037.1456	675.38613

PrecisionR² = 0.9994777

Variance = 0.0028838

ดังนั้น จะได้

$$\mu = \exp\left(-5.1367778 + \frac{2037.1456}{T}\right)$$

...ข.1.4



ข.2 คุณสมบัติต่างๆ ของเมทิลปาล์มมิเตท (Methyl Palmitate)

ข.2.1 น้ำหนักโมลโมเลกุลของเมทิลปาล์มมิเตท เท่ากับ 270.460 g/mol

ข.2.2 ความดันไอ (Vapor pressure) ของเมทิลปาล์มมิเตท

จากข้อมูลการทดลองของ Bonhorst C.W., Althouse P.M., Triebold H.O., Ind.Eng. Chem., 40(12), p2379-2384, 1948

ตารางที่ ข.2.1 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความดันไอของเมทิลปาล์มมิเตท

T	P
[K]	[kPa]
421.65	0.26664
436.35	0.53330
441.55	0.66660
445.75	0.80000
452.35	1.06660
457.95	1.33320
475.35	2.66640

ข.2.2.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความดันไอของเมทิลปาล์มมิเตทโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.2.1

POLYMATH Results

Nonlinear regression (mrqmin)

Model: $P = \exp(A-(B/T))$

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	19.055587	0.1176991
B	1	8592.1846	54.794868

Precision

$R^2 = 0.9999748$

Variance = 1.905E-05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จะได้

$$P = \exp\left(19.055587 - \frac{8592.1846}{T}\right) \quad \dots \text{ข.2.1}$$

ข.2.3 ค่า Kinematic Viscosity ของเมทิลปาล์มมีเตท

จากข้อมูลการทดลองของ Gerasimov P.A., Blokh E.L., Gubareva A.I., Tatarinova E.S., Viniti, Code 4161-85, p1-6, 1985

ตารางที่ ข.2.2 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและ Kinematic Viscosity ของเมทิลปาล์มมีเตท

T [K]	ν [m ² /s]
303.15	0.000007099
313.15	0.000005883
323.15	0.000005146
333.15	0.000003389
343.15	0.000002602
353.15	0.000002163

ข.2.3.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและ Kinematic Viscosity ของเมทิลปาล์มมีเตท โดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.2.2

POLYMATH Results

Nonlinear regression (mrqmin)

Model: VSK = exp(A+B/T)

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	-19.882189	2.3017747
B	1	2445.0954	725.23478

Precision

R² = 0.9635694

Variance = 1.758E-13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จะได้

$$\nu = \exp\left(-19.882189 + \frac{2445.0954}{T}\right) \quad \dots \text{ข.2.2}$$

ข.2.4 ความจุความร้อนจำเพาะ (Heat Capacity) ของเมทิลปาล์มมิเตท

จากข้อมูลการทดลองของ Wirth H.E., Droege J.W., Wood J.H., J.Phys.Chem., 60, p917-919, 1956

ตารางที่ ข.2.3 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความจุความร้อนจำเพาะของเมทิลปาล์มมิเตท

T [K]	Cp[J/(mol*K)]	T [K]	Cp[J/(mol*K)]
66.67	139.37	186.77	301
74.54	156.61	196.27	312.25
82.83	172.26	205.27	323.38
91.6	186.77	215.17	334.59
101.27	200.66	224.46	346.9
111.95	229.28	233.67	361.66
122.55	228.95	244.82	371.79
133.31	241.67	253.56	389.61
144.05	253.89	263.29	407.48
151.86	261.83	272.56	426.81
164.91	277.23	281.31	442.63
176.37	289.2		

ข.2.3.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความจุความร้อนจำเพาะโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.2.3

POLYMATH Results

Nonlinear regression (mrqmin)

Model: $C_p = A+(B*T)+(C*T^2)+(D*T^3)$

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	0.001	-49.420132	28.829109
B	0.001	3.8036998	0.5835968
C	0.001	-0.016287	0.0035855
D	0.001	3.201E-05	6.829E-06

Precision

$R^2 = 0.9987641$

Variance = 11.026128

ดังนั้น จะได้

$$C_p = -49.420132 + 3.8036998T - 0.016287T^2 + (3.201 \times 10^{-5})T^3 \quad \dots \text{ช.2.3}$$

ช.2.5 ความหนาแน่น (Density) ของเมทิลปาล์มมีเตท

จากข้อมูลการทดลองของ Gerasimov P.A., Blokh E.L., Gubareva A.I., Tatarinova E.S., Viniti, Code 4161-85, p1-6, 1985

ตารางที่ ช.2.4 ข้อมูลของผลการทดลองของความสัมพันธ์อุณหภูมิและความหนาแน่นของเมทิลปาล์มมีเตท

T	ความหนาแน่น
[K]	[kg/m ³]
303.15	861.56
313.15	852.97
323.15	845.73
333.15	839.27
343.15	830.48
353.15	821.90

ข.2.5.1 ข้อมูลแสดงผลการคำนวณสมการความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความหนาแน่นของเมทิลปาล์มเมิตาโดยใช้โปรแกรม Polymath โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ข.2.4

POLYMATH Results

Nonlinear regression (mrqmin)

Model: DEN = exp((A/T)+B)

<u>Variable</u>	<u>Ini guess</u>	<u>Value</u>	<u>95% confidence</u>
A	1	98.550637	11.271668
B	1	6.4344995	0.0345462

Precision

R² = 0.993252

Variance = 1.789952

ดังนั้น จะได้

$$\rho = \exp\left(\frac{98.550637}{T} + 6.4344995\right)$$

...ข.2.4

ภาคผนวก ซ

โปรแกรมการคำนวณผลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
ของเครื่องกลั่นโมเลกุลโดยใช้โปรแกรม MATLAB

% โปรแกรมหลัก

clear all;

format long g

% การทำงานของขั้นที่ 1

% การกำหนดตัวแปร Global ที่ใช้ในโปรแกรม

% ตัวแปร Global เป็นตัวแปรที่ทุกฟังก์ชันและโปรแกรมย่อยต่างๆ สามารถเรียกมาใช้ได้ทันที

global InThick Re Sh Nu Di_Feed DiInThicka Inden RoterSp Xint X Y dX dY Angle Tf Tw

InViscos Beta H Ae Be Aeb Beb Ma Mb Ca0 L feed

% การทำงานของขั้นที่ 2

% การป้อนข้อมูลพื้นฐานต่างๆ ที่กำหนดไว้มาใส่ในโปรแกรม

% ข้อมูลที่ต้องกำหนดค่าก่อนที่จะคำนวณ

% โดยการเรียกโปรแกรมย่อย Input_Data

Input_Data;

% การทำงานของขั้นที่ 3

% การคำนวณค่าตัวแปรไว้หน่วยและมีหน่วยที่ใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการคำนวณ

% ขั้นต่อไป

% โดยการเรียกโปรแกรมย่อย Set_dimentionless

Set_dimentionless;

% การทำงานของขั้นที่ 4

% การกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณ โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปร

% ไว้หน่วยตำแหน่งต่างๆ และเป็นการประกาศให้โปรแกรมรู้จักตัวแปรต่าง ๆ เหล่านี้

% โดยการเรียกโปรแกรมย่อย Input_Shell

Input_Shell;

% การทำงานของขั้นที่ 5

% การแบ่งช่วงการคำนวณไปตามแนวแกน x

% โดยการเรียกโปรแกรมย่อย Set_XY

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Set_XY;

% การทำงานของชั้นที่ 6

% การคำนวณและแก้สมการในแต่ละตำแหน่งของแกน x โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขต

% และเงื่อนไขเริ่มต้น

Cal_IntitialCondition;

Cal_AlongXCondition;

% การทำงานชั้นที่ 7

% นำค่าความเข้มข้นและอุณหภูมิที่ผิวไปวิเคราะห์ต่อโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

% การทำงานชั้นที่ 8

% คำนวณอัตราการระเหยรวมของสารทั้งหมดและความเข้มข้นเฉลี่ยของสารรวมทั้งหาความ

% เข้มข้นของวิตามิน ที่ได้จากการกลั่นโมเลกุล

FinalCalculation;

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file

% ชื่อ : Input data

% โปรแกรมย่อย Input data เป็นการใส่ค่าตัวแปรต่างๆ

%*****

% การป้อนข้อมูลพื้นฐานต่างๆ ที่กำหนดไว้มาใส่ในโปรแกรม

% ข้อมูลที่ต้องป้อนให้กับโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณ

%*****

% ข้อมูลเกี่ยวกับสารป้อน

% อัตราการป้อนสารเข้า (กรัมต่อวินาที)

feed=1.5;

% ความหนาแน่นของสารป้อน (กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร)

Inden=1;

% ความเข้มข้นของตัวองค์ประกอบที่ระเหยได้ง่ายกว่า (อัตราส่วนโดยมวล)

Ca0=0.5;

% ค่าความสามารถในการระเหยสัมพัทธ์ เป็นตัวแปรไร้หน่วยตามสมการ 2.25

RelaVola=2;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

% ค่า Beta เป็นตัวแปรไร้หน่วยตามสมการ 2.34

Beta=0.25;

% ค่า H เป็นตัวแปรไร้หน่วยตามสมการ 2.35

H=1;

% อุณหภูมิของสารป้อน (เคลวิน)

Tf=303

% มวลโมเลกุล (กิโลกรัมต่อโมล)

Ma=0.27046

Mb=0.9649

% สัมประสิทธิ์การแพร่ความร้อน

Thermal_Diffus=10⁽⁻³⁾;

% สัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในของผสมสองชนิด

Dab=10⁽⁻⁶⁾;

% ค่า B' สมการ 2.28

Bp=17.0;

% ค่าตัวแปร A และ B ตามสมการขององตน(สมการ 2.8)

% สาร A

Aea=19.055587;

Bea=8592.1846;

% สาร B

Aeb=21.556997;

Beb=1.009E+04;

% ค่าตัวแปรของความหนืด

% $\ln \text{ viscos} = A + B/T + C/T^2 + D/T^3$

% สาร A

A_A= -19.882189;

B_A=2445.0954;

C_A=0;

D_A=0;

% สาร B

A_B=-19.032018;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

B_B=2107.75211;
C_B=0;
D_B=0;
%*****
% ข้อมูลเกี่ยวกับจานหมุน
% ความเร็วของจานหมุน (เรเดียน/วินาที)
RoterSp=160/(2*pi); % หาร 2*pi เปลี่ยนเป็น รอบต่อวินาที
% อุณหภูมิของจานหมุน (เคลวิน)
Tw= 403 ;
% มุมครึ่งหนึ่งของจานหมุน (องศา)
Angle=82.5;
% รัศมีของจานหมุนในเครื่องระเหยในทิศทาง X (เซนติเมตร)
L=4;
% ช่วงของการคำนวณทั้ง X และ Y
interval=1000;

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : Input_Shell
% โปรแกรมย่อย Input_Shell เป็นโปรแกรมที่ใช้กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรต่างๆ และ
% ประกาศให้โปรแกรมรู้จักตัวแปรเหล่านี้
%*****
for m=1:mMaX
    for n=1:mMaX
        U(m,n)=0;
        V(m,n)=0;
        DiT(m,n)=0;
        DiC(m,n)=0;
        DiFiThick(m)=0;
        DiViscos(m)=0;
        Evpa(m)=0;
        Evpb(m)=0;
        EvpNum(m)=0;

```

```

C(m)=0;
e(m)=0;
massEvpA(m,1)=0;
massEvpB(m,1)=0;
massAOut(m,1)=0;
massBOut(m,1)=0;

end;

end;

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : SetXY
% โปรแกรมย่อย SetXY เป็นการแบ่งช่วงการคำนวณไปตามแนวแกน X,Y
%*****
mMaX=interval+1;
nMaX=mMaX;
for m=1:mMaX
    % เก็บค่าขนาดของแต่ละช่วงตามแนว X และ Y ไว้ในตัวแปร X และ Y ตามลำดับ
    step=(m-1)/(interval);
    X(m)=step;
    Y(m)=step;
end;

```

```

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : Set_dimensionless
% โปรแกรมย่อย Set_dimensionless เป็นตัวแปรที่ใช้คำนวณหาค่าตัวแปรไร้หน่วยและ
% มีหน่วยต่าง ๆ เพื่อเริ่มต้นการคำนวณ
%*****
%ค่า Kinematic Viscosity
ca0=massfrac2molefrac(Ca0,Ma,Mb);
lon_ViscosAint=A_A+(B_A/Tf)+(C_A/(Tf^2))+(D_A/(Tf^3))
lon_ViscosBint=A_B+(B_B/Tf)+(C_B/(Tf^2))+(D_B/(Tf^3))
lonMIXint=(ca0*lon_ViscosAint)+((1-ca0)*lon_ViscosBint)

```

```

InViscos=(exp(lonMIXint))*(10^4)
% ความหนาของฟิล์มไว้หน่วยเริ่มต้น
DiInThicka= (((feed/1.6)*(((160/(2*pi))/RoterSp)^2)*((6.5/L)^2))^(1/3))*0.008;
fprintf('Dimentionless Intitial Film Thickness = %g \n',DiInThicka);
% ความหนาฟิล์มเริ่มต้น (เซนติเมตร)
InThick=DiInThicka*L;
fprintf('Intitial film thickness = %g \n',InThick);
% ค่าเลขเรย์โนลด์
Re=(InThick^2)*(RoterSp)*((sin(pi*Angle/180))^2)/(InViscos);
fprintf('Re = %g \n',Re);
% ค่าตำแหน่งเริ่มต้นการคำนวณ
Xint= ((3*feed)/(2*pi*RoterSp*Re*InThick*Inden*(L^2)*(sin(pi*Angle/180))))^(1/2);
fprintf('Intitial Feed Location (1) = %g \n',Xint);
% ค่าอัตราการบินไว้หน่วย
Di_Feed=feed/(((Xint^2)*(L^3)*(Inden)*(RoterSp)*(sin(pi*Angle/180))));
fprintf('Intitial Dimentionless Feed (1)= %g\n',Di_Feed);
% ค่าเลขเชอร์วูด
Sh=(InThick^2)*RoterSp/Dab;
fprintf('Sherwood Number = %g \n',Sh);
% ค่าเลขนัสเซลท์
Nu=(InThick^2)*RoterSp/Thermal_Diffus;
fprintf('Nusselt Number= %g \n',Nu);
% ขนาดของแต่ละช่วงการคำนวณ
dX=1/interval;
dY = 1/interval;

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : Cal_IntitialCondition
% โปรแกรมย่อย Cal_IntitialCondition เป็นโปรแกรมที่คำนวณหาค่าคุณสมบัติต่าง ๆ
% ของสารที่ตำแหน่ง X <= X0
%*****

```

```
checkT=0;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
for m=1:mMaX
```

```
if X(m)<=Xint
```

```
    % DiTsur เป็นตัวแปรที่ใช้เก็บค่าอุณหภูมิไร้หน่วยที่ผิวของสาร
```

```
    % และกำหนดอุณหภูมิที่ผิวเท่ากับอุณหภูมิของสารป้อน
```

```
    % ค่า DiTsur = Tf / Tw
```

```
    % DiCsur เป็นตัวแปรที่ใช้เก็บค่าความเข้มข้นไร้หน่วยที่ผิวของสาร
```

```
    % และกำหนดความเข้มข้นที่ผิวเท่ากับความเข้มข้นของสารป้อน
```

```
    % ค่า DiCsur = Ca/Ca0=1
```

```
    DiTsur(m)=Tf/Tw;
```

```
    DiCsur(m)=1;
```

```
    % เรียกฟังก์ชัน Function_C เพื่อคำนวณหาค่า C
```

```
    C(m)=Function_C(DiCsur(m),Ma,Mb,Ca0);
```

```
    % เรียกฟังก์ชัน massfrac2molefrac เพื่อเปลี่ยนความเข้มข้นที่อยู่
```

```
    % ในรูปอัตราส่วนโดยมวลเป็นอัตราส่วนโดยโมล
```

```
    caSurface=massfrac2molefrac(Ca0,Ma,Mb);
```

```
    % เรียกฟังก์ชัน Function_Evp เพื่อคำนวณหาอัตราการระเหยของสารทั้งสาร
```

```
    % A และสาร B โดยอุณหภูมิและความเข้มข้นที่ใช้เป็นของสารป้อน
```

```
    % เก็บค่าไว้ในตัวแปร Evpa Evpb ตามลำดับ
```

```
    % เรียกฟังก์ชัน Function_S เพื่อคำนวณค่า S
```

```
    % เรียกฟังก์ชัน Function_EvpNum เพื่อคำนวณตัวเลขของการระเหยไร้หน่วย
```

```
    [Evpa(m),Evpb(m)]=Function_Evp(Tf,caSurface);
```

```
    S=Function_S(RelaVola,Ma,Mb);
```

```
    EvpNum(m)=Function_EvpNum(Tf,Aea,Bea,Ma,checkT);;
```

```
    e(m)=Function_e(Bp,DiTsur(m));
```

```
    DiViscos(m)=Function_DiViscos(m,nMaX,A_A,B_A,C_A,D_A,A_B,B_B,C_
```

```
    B,D_B,Ma,Mb,Ca0,DiFiThick ,DiT, DiC );
```

```
    Tsur=Tf;
```

```
    DiFiThickold=1;
```

```
    DiFiThick(m)=Function_DiFiThick(m,EvpNum(m),DiViscos(m),e(m),C(m),
```

```
    S,DiFiThickold,DiFiThick(m));
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

DiffFiThick(m)=Function_DiffDiFiThick(X(m),e(m),EvpNum(m),C(m),DiVis
cos(m),S,DiFiThick(m));
% กำหนดค่าอุณหภูมิและความเข้มข้นไว้หน่วยเป็นไปตามเงื่อนไขเริ่มต้น
nMaX=(fix( DiFiThick(m)/dY))+1;
DiT(m,:)=Tf/Tw;
DiC(m,:)=1;
DiT(m,1)=1;
% เก็บข้อมูลอุณหภูมิและความเข้มข้นที่ผิวไว้ในตัวแปร DiTsur และ DiCsur
DiTsur(m)=DiT(m,nMaX);
DiCsur(m)=DiC(m,nMaX);
Tsur=Tw*DiTsur(m);
% เรียกฟังก์ชัน Function_massEvp เพื่อคำนวณอัตราการระเหยเชิงมวลของ
% สาร
[massEvpA,massEvpB]=Function_massEvp(m,Tsur,C(m),massEvpA,massEvpB);
% เรียกฟังก์ชัน FunctionMassOut เพื่อคำนวณอัตราการไหลของมวลออก
[massAOut,massBOut]=FunctionMassOut(m,massEvpA,massEvpB,massAOut,massBOut);
end;
end;

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : Cal_AlongXCondition
% โปรแกรมย่อย Cal_AlongXCondition เป็นโปรแกรมที่ใช้คำนวณหาค่าคุณสมบัติต่าง ๆ
% ของสาร ที่  $X > X_0$ 
% *****
for m=1:mMaX
disp(m);
if X(m)>Xint
% กำหนดค่าของตัวแปรต่าง ๆ ที่ตำแหน่งใหม่ให้มีค่าเท่ากับค่าที่ตำแหน่งเดิม
e(m)=e(m-1);
C(m)=C(m-1);

```

```

DiViscos(m)=DiViscos(m-1);
EvpNum(m)=EvpNum(m-1);
% คำนวณความหนาของชั้นฟิล์มไว้หน่วยใหม่โดยใช้ค่าของตัวแปรที่ตำแหน่งเดิม
DiFiThick(m)=DiFiThick(m-1);
DiFiThick(m)=Function_DiFiThick(m,EvpNum(m-1),DiViscos(m-1),e(m-
1),C(m-1),S,DiFiThick(m-1),DiFiThick(m));
% คำนวณจำนวนช่วงของการคำนวณไปทางแนวแกน Y ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้
nMaX=(fix( DiFiThick(m)/dY))+1;
for n=1:nMaX
% คำนวณความเร็วไว้หน่วยตามแนวแกน X (U) และความเร็วไว้หน่วยตาม
% แนวแกน Y (V) โดยใช้ค่าของตัวแปรที่ตำแหน่งเดิม
U(m,n)=Function_U(m,n,nMaX,DiViscos(m-1),DiFiThick);
DiffFiThick(m)=Function_DiffDiFiThick(X(m),e(m-1),EvpNum(m-1),C(m-
1),DiViscos(m-1),S,DiFiThick(m));
V(m,n)=Function_V(m,n,nMaX,DiViscos(m-1),DiffFiThick(m),DiFiThick);
end;
% คำนวณอุณหภูมิไว้หน่วยทุก ๆ ตำแหน่งตามแกน Y โดยใช้ U และ V ที่
% คำนวณได้ ส่วนค่าตัวแปรอื่นใช้ที่ตำแหน่งเดิม
[DIT,aT,bT]=Function_DiT(m,EvpNum(m-1),C(m-1),e(m-1),S,
% คำนวณค่าความเข้มข้นไว้หน่วยโดยใช้ U และ V ที่คำนวณได้ ส่วนค่าตัวแปร
อื่นใช้ที่ตำแหน่งเดิม
% เรียกฟังก์ชัน Function_massEvp เพื่อคำนวณอัตราการระเหยเชิงมวลของ
% สาร
[massEvpA,massEvpB]=Function_massEvp(m,Tsur,C(m),massEvpA,massEvpB);
% เรียกฟังก์ชัน FunctionMassOut เพื่อคำนวณอัตราการไหลของมวลออก
[massAOut,massBOut]=FunctionMassOut(m,massEvpA,massEvpB,massAOut,massBOut);
% คำนวณค่าความเข้มข้นไว้หน่วยเฉลี่ย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ
[DiC]=FunctionDiCMassBa(m,nMaX,massEvpA,massEvpB,massAOut,massBOut,DiC);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% เก็บข้อมูลอุณหภูมิและความเข้มข้นที่ผิวไว้ในตัวแปร DiTsur และ DiCsur
DiTsur(m)=DiT(m,nMaX);
DiCsur(m)=DiC(m,nMaX);
Tsur=Tw*DiTsur(m);
% แสดงผลการคำนวณ
fprintf('iter=%g DiFiThick=%g nMaX= %g DiTsur= %g DiCsur=
%g,' ,iter(m),DiFiThick(m),nMaX,DiTsur(m),DiCsur(m));
% *****
while (1)
    iter(m)=iter(m)+1;
    SumCheckUV=0;
    SumCheckT=0;
    SumCheckC=0;
    % คำนวณค่าตัวแปรต่าง ๆ ใหม่โดยใช้อุณหภูมิและความเข้มข้นไว้
    % หน่วยที่คำนวณได้
    DiCsur(m)=DiC(m,nMaX);
    C(m)=Function_C(DiCsur(m),Ma,Mb,Ca0);
    DiTsur(m)=DiT(m,nMaX);
    Tsur=DiTsur(m)*Tw;
    ca=massfrac2molefrac(DiCsur(m)*Ca0,Ma,Mb);
    [Evp(m),Evpb(m)]=Function_Evp(Tsur,caSurface);
    S=Function_S(RelaVola,Ma,Mb);
    if DiTsur(m)>=0.998
        checkT=1;
    end;
    EvpNum(m)=Function_EvpNum( Tsur,Aea,Bea,Ma,checkT);;
    e(m)=Function_e(Bp,DiTsur(m));
    DiViscos(m)=Function_DiViscos(m,nMaX,A_A,B_A,C_A,D_A,A_B,
    B_B,C_B,D_B,Ma,Mb,Ca0,DiFiThick ,DiT
    , DiC );

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% ต่าง ๆ ใหม่ที่คำนวณได้
% พร้อมทั้งตรวจสอบค่าความผิดพลาดของตัวแปร และหยุดการ
% คำนวณเมื่อค่าความผิดพลาดของตัวแปรน้อยกว่าค่าที่กำหนด
nMaX=(fix( DiFiThick(m)/dY))+1;
for n=1:nMaX
    %คำนวณค่าความผิดพลาดของตัวแปร
    U_old=U(m,n);
    U(m,n)=Function_U(m,n,nMaX,DiViscos(m),DiFiThick);
    error_U=error_check(U_old,U(m,n));
    DiffFiThick(m)=Function_DiffDiFiThick
    (X(m),e(m),EvpNum(m),C(m),DiViscos(m),S,DiFiThick(m));
    V_old=V(m,n);
    V(m,n)=Function_V(m,n,nMaX,DiViscos(m),DiffFiThick(m),
    DiFiThick);
    error_V=error_check(V_old,V(m,n));
    SumCheckUV=SumCheckUV + error_V + error_U;
end;
DiTold=DiT(m,:);
DiCold=DiC(m,:);
[DiT,aT,bT]=Function_DiT(m,EvpNum(m),C(m),e(m),S,nMaX,DiffFiThick(m),DiT,U,V,DiFiThick);
DiTsur(m)=DiT(m,nMaX);
DiCsur(m)=DiC(m,nMaX);
Tsur=Tw*DiTsur(m)
% เรียกฟังก์ชัน Function_massEvp เพื่อคำนวณอัตราการระเหยเชิง
% มวลของสาร
[massEvpA,massEvpB]=Function_massEvp(m,Tsur,C(m),massEvpA,massEvpB);
%เรียกฟังก์ชัน FunctionMassOut เพื่อคำนวณอัตราการไหลของมวล
% ออก

```

```

[massAOut,massBOut]=FunctionMassOut(m,massEvpA,massEvp
pB,massAOut,massBOut);
% คำนวณค่าความเข้มข้นไร้หน่วยเฉลี่ย ณ ตำแหน่งต่าง ๆ
[DiC]=FunctionDiCMassBa(m,nMaX,massEvpA,massEvpB,mass
AOut,massBOut,DiC);
% คำนวณค่าความผิดพลาดของตัวแปร
for n=1:nMaX
    error_DiT=error_check(DiTold(n),DiT(m,n));
    SumCheckT=SumCheckT+error_DiT;
    error_DiC=error_check(DiCold(n),DiC(m,n));
    SumCheckC=SumCheckC+error_DiC;
end;
Check_all=SumCheckC+SumCheckT+SumCheckUV;
% เก็บข้อมูลอุณหภูมิและความเข้มข้นที่ผิวไว้ในตัวแปร DiTsur และ
% DiCsur
DiTsur(m)=DiT(m,nMaX);
DiCsur(m)=DiC(m,nMaX);
Tsur=Tw*DiTsur(m);
% แสดงผลการคำนวณ
fprintf('iter=%g DiFiThick=%g nMaX= %g DiTsur= %g DiCsur=
%g,' ,iter(m),DiFiThick(m),nMaX,DiTsur(m),DiCsur(m));
% ส่วนตรวจสอบค่าความผิดพลาดของตัวแปร
if Check_all==0
    fprintf('Result .....OK ... line %g \n',m);
    break;
elseif iter(m) >=20
    fprintf('Result true Not convert... line ... %g \n',m);
    break;
end
end;
end;
end;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
end;
```

```
%ชนิดโปรแกรม : function file
```

```
%ชื่อ : Function_U
```

```
%ฟังก์ชัน Function_U เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าความเร็วไร้หน่วยของสาร
```

```
%ตามแนวแกน X ของสาร ที่  $X > X_0$ 
```

```
%*****
```

```
function y=Function_U(m,n,nMaX,DiViscos,DiFiThick)
```

```
global X Y Re
```

```
if X(m)>0 & n < nMaX
```

```
    y= (-X(m)*Y(n)*Re/DiViscos)*((Y(n)/2)-DiFiThick(m));%Y= U(m,n)
```

```
elseif n==nMaX
```

```
    y=(-X(m)*DiFiThick(m)*Re/DiViscos)*((DiFiThick(m)/2)-DiFiThick(m));
```

```
else
```

```
    y=0;
```

```
end;
```

```
% ชนิดโปรแกรม : function file
```

```
% ชื่อ : Function_V
```

```
% ฟังก์ชัน Function_V เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าความเร็วไร้หน่วยของสาร
```

```
% ตามแนวแกน Y ของสาร ที่  $X > X_0$ 
```

```
%*****
```

```
function y=Function_V(m,n,nMaX,DiViscos,DiffiThick,DiFiThick)
```

```
global X Y Re DiInThicka
```

```
if n==1
```

```
    y=0;
```

```
elseif (n>1) & (n < nMaX)
```

```
    y=(Re*DiInThicka/DiViscos)*(Y(n)^2)*((Y(n)/3)-  
    (DiFiThick(m)+((X(m)/2)*DiffiThick)));
```

```
elseif n==nMaX
```

```
    y=(Re*DiInThicka/DiViscos)*(DiFiThick(m)^2)*((DiFiThick(m)/3)-  
    (DiFiThick(m)+((X(m)/2)*DiffiThick)));
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
elseif n > nMaX
```

```
    y=0;
```

```
end;
```

```
% ชนิดโปรแกรม : function file
```

```
% ชื่อ : Function_DiFiThick
```

```
% ฟังก์ชัน Function_DiFiThick เป็นฟังก์ชันเพื่อคำนวณค่าความหนาของชั้นฟิล์มโดยใช้
```

```
% ระเบียบวิธีของออยเลอร์
```

```
%*****
```

```
function DiFiThick=Function_DiFiThick(m,EvpNum,DiViscos,e,C,S,DiFiThickold,DiFiThick)
```

```
global X Re Xint dX
```

```
if X(m)<= Xint
```

```
    DiFiThick=1;
```

```
else
```

```
    Xm=X(m-1);
```

```
    diff=Function_DiffDiFiThick (Xm,e,EvpNum,C,DiViscos,S,DiFiThickold);
```

```
    temp=DiFiThickold + (diff*dX);
```

```
    if temp <= 0.008
```

```
        DiFiThick=0.008;
```

```
    else
```

```
        DiFiThick=temp;
```

```
    end
```

```
end
```

```
% ชนิดโปรแกรม : function file
```

```
% ชื่อ Function_DiffDiFiThick
```

```
% ฟังก์ชันเพื่อคำนวณอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของความหนาชั้นฟิล์ม
```

```
%*****
```

```
function y = Function_DiffDiFiThick (Xm,e,EvpNum,C,DiViscos,S,DiFiThick)
```

```
global Xint Re
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if Xm < Xint
    y=0;
else
    Temp = (-1)*DiViscos*e*EvNum*(1-C+(C*S))/(Re*S);
    y =(Temp/(Xm* (DiFiThick^2)))-(((2)*DiFiThick/(Xm)));
end;

```

% ชนิดโปรแกรม : function file

% ชื่อ : Function_DiT

% ฟังก์ชันเพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิไร้หน่วยโดยใช้ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู

*%******

```
function [DiT,a,b]=Function_DiT(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffiThick,DiT,U,V,DiFiThick)
```

```
global Nu X Y DilnThicka Angle dX dY Xint Tf Tw Beta H
```

```
if X(m) > Xint
```

```
[a,b]=SetMatrixT(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffiThick,Beta,H,DiT,U,V,DiFiThick);
```

% ระเบียบวิธีการแยกแบบแอลยู

```
[L,G]=lu(a);
```

```
r=inv(L);
```

```
h=r*b;
```

```
q=inv(G);
```

```
temp=q*h;
```

% Substitute DiT

```
for n=2:nMaX
```

```
    if n<nMaX
```

```
        DiT(m,n)=temp(n-1);
```

```
    else n==nMaX
```

```
        R=(-1)/((1+((DilnThicka*DiffiThick)^2))^(1/2));
```

```
        Q=e*Nu*Beta*EvNum*(C+((H*(1-C))/S));
```

```
        DiT(m,n)=DiT(m,n-1)-((DiFiThick(m)-Y(n-1))*(Q/R));
```

```
    end
```

```
end
```

```
DiT(m,1)=1;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

elseif X(m) <= Xint
    DiT(m,:)=Tf/Tw;
    DiT(m,1)=Tw/Tw;
end;
function [a,b] =SetMatrixT(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffFiThick,Beta,H,DiT,U,V,DiFiThick)
global Nu X Y DiLnThicka Angle dX dY Xint Tf Tw
for n=1:nMaX-1
    A=(Nu*U(m,n))-((DiLnThicka^2)/X(m));
    B=((cot(pi*Angle/180))*DiLnThicka/X(m))+((Nu*V(m,n))/DiLnThicka);
    if n==2
        DiT(m,1)=1;
        a(n-1,n-1)= 1;
        a(n-1,n+1-1)= ((B/dY)-(1/(dY^2)))/((2/(dY^2))+A/dX)-(B/dY));
        d1= ((A/dX)*DiT(m-1,n));
        d2= (1/(dY^2))*DiT(m,1);
        b(1,1)=(d1+d2)/((2/(dY^2))+A/dX)-(B/dY));
    elseif n < nMaX-1 & n > 2
        a(n-1,n-1-1)= 1;
        a(n-1,n-1)= ((2/(dY^2))+A/dX)-(B/dY)/(-1/(dY^2));
        a(n-1,n+1-1)=((B/dY)-(1/(dY^2)))/(-1/(dY^2));
        b(n-1,1)= ((A/dX)*DiT(m-1,n))/(-1/(dY^2));
    elseif n==nMaX-1
        R=(-1)/((1+((DiLnThicka*DiffFiThick)^2))^(1/2));
        Q=e*Nu*Beta*EvpNum*(C+((H*(1-C))/S));
        a(n-1,n-1-1)=1 ;
        a(n-1,n-1)= ((1/(dY^2))+A/dX)/(-1/(dY^2));
        d3= (Q/(R*dY))-((B*Q)/R);
        d4=(A/dX)*DiT(m-1,n);
        b(n-1,1)=(d3+d4)/(-1/(dY^2));
    end;
end;
end;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : Function_DiC
% ฟังก์ชัน Function_DiC เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าความเข้มข้นไร้หน่วยของสาร
% ของสาร ที่  $X > X_0$ 
%*****
function[DiC]=FunctionDiCMassBa(m,nMaX,massEvpA,massEvpB,massAout,massBout,
DiC)
global Ca0
if massAout(m-1,1)==0 | massBout(m-1,1)==0
    Ca=0
else
    Ca=((massAout(m-1,1)-massEvpA(m,1))/(massAout(m-1,1)+massBout(m-1,1)-
massEvpA(m,1)-massEvpB(m,1)));
end
for n=1:nMaX
    DiC(m,n)=Ca/Ca0;
end
% ส่วนสำรองเพื่อใช้ในการคำนวณตามระเบียบวิธีแอดยู
% function
[DiC,a,b]=Function_DiC(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffFiThick,DiC,U,V,DiFiThick)
% global Sh DilnThicka Angle Xint X Y dY dX Beta H
% if X(m) > Xint
%     [a,b] = SetMatrixC(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffFiThick,DiC,U,V,DiFiThick);
%     [L,G]=lu(a);
%     r=inv(L);
%     h=r*b;
%     q=inv(G);
%     temp=q*h;
%     for n=1:nMaX
%         if n<nMaX
%             DiC(m,n)=temp(n);

```

```

%           else n==nMaX
%
%           R=(-1)*((1+((DiInThicka*DiffFiThick)^2))^(1/2));
%           W= e*Sh*EvpNum*(C-(DiC(m,n-1)*(C-((1-C)/S))));
%           DiC(m,n)=DiC(m,n-1)+((DiFiThick(m)-Y(n-1))*(W*R));
%           end
%       end;
%   elseif X(m)<=Xint
%       DiC(m,:)=1;
%   end;
% function [a,b] =SetMatrixC(m,EvpNum,C,e,S,nMaX,DiffFiThick,DiC,U,V,DiFiThick)
% global Sh DiInThicka Angle Xint X Y dY dX Beta H
% for n=1:nMaX-1
%     K=(Sh*U(m,n))-((DiInThicka^2)*(1/X(m)));
%     P=((cot(pi*Angle/180))*DiInThicka*(1/X(m)))+(Sh*V(m,n)*(1/DiInThicka));
%     if n==1
%         a(n,n)=1;
%         a(n,n+1)=((P/dY)-(2/(dY^2)))/((2/(dY^2))+(K/dX)-(P/dY));
%         b(1,1)=((K/dX)*DiC(m-1,n))/((2/(dY^2))+(K/dX)-(P/dY));
%     elseif n<(nMaX-1)
%         a(n,n-1)=1;
%         a(n,n)=((2/(dY^2))+(K/dX)-(P/dY))/(-1/(dY^2));
%         a(n,n+1)=((P/dY)-(1/(dY^2)))/(-1/(dY^2));
%         b(n,1)=((K/dX)*DiC(m-1,n))/(-1/(dY^2));
%     elseif n==(nMaX -1)
%
%         R=(-1)/((1+((DiInThicka*DiffFiThick)^2))^(1/2));
%         W=dY*e*Sh*C*EvpNum/R;
%         Q=(C-((1-C)/S))*e*Sh*EvpNum/R;
%         Z=((2/(dY^2))+(K/dX)-(1/(dY^2))-(Q*dY));
%         a(n,n-1)=1;
%         a(n,n)=Z/(-1/(dY^2));
%         d1=-(((P/dY)-(1/(dY^2)))*W);
%         d2=(K/dX)*DiC(m-1,n);

```

```

%          b(n,1)=(d1+d2)/(-1/(dY^2));
%      end
% end

```

```

% ชนิดโปรแกรม : function file

```

```

% ชื่อ : Function_S

```

```

% ฟังก์ชัน Function_S เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่า S ในสมการ

```

```

%*****

```

```

function S=Function_S(RelaVola,Ma,Mb)

```

```

%Ma=more Volatile component

```

```

S=RelaVola*((Ma/Mb)^(1/2));

```

```

% ชนิดโปรแกรม : function file

```

```

% ชื่อ : Function_Evp

```

```

% ฟังก์ชัน Function_Evp เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าอัตรากระเหยของสาร

```

```

% A และ B

```

```

%*****

```

```

function [EvpA,EvpB]=Function_Evp(Tsur,caSurface)

```

```

global Aea Bea Aeb Beb Ma Mb

```

```

% ค่าคงที่ของก๊าซ

```

```

R=8.314;

```

```

Pa=exp(Aea+(Bea/Tsur))*1000;

```

```

%เลข 1000 คือการเปลี่ยนหน่วย

```

```

EvpA=(caSurface*Pa*(((Ma)/(2*pi*R*Tsur))^(1/2)))*(1/10);

```

```

% เลข 1/10 คือค่าที่ใช้เปลี่ยนหน่วยจาก kg/m2 เป็น g/cm2.s

```

```

Pb=exp(Aeb+(Beb/Tsur))*1000;

```

```

EvpB=((1-caSurface)*Pb*(((Mb)/(2*pi*R*Tsur))^(1/2)))*(1/10);

```

```

% ชนิดโปรแกรม : function file

```

```

% ชื่อ : Function_EvpNum

```

```

% ฟังก์ชัน Function_EvpNum เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าตัวเลขของการระเหยไร้หน่วยใน

```

```

% สมการ

```

```

%*****

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตเห็นว่าเป็นการละเมิดลิขสิทธิ์
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

function EvpNum=Function_EvpNum(Tsur,Aea,Bea,Ma,checkT);
global Inden RoterSp InThick Tf Tw
if checkT==0
    [MaxEvp,Evpb]=Function_Evp(Tsur,1);
    temp=Inden*RoterSp*InThick;
    EvpNum=MaxEvp/temp;
else checkT==1
    [MaxEvp,Evpb]=Function_Evp(Tw,1);
    temp=Inden*RoterSp*InThick;
    EvpNum=MaxEvp/temp;
End

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : Function_e
% ฟังก์ชัน Function_e เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่า e ในสมการ
%*****
function e=Function_e(Bp,DiTSurface);
e=(exp(Bp*(1-(1/DiTSurface))))/(DiTSurface^(1/2));

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : Function_C
% ฟังก์ชัน Function_C เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่าอัตราส่วนของสัดส่วนโดย
% โมลของสาร A
%*****
function C= Function_C(DiCSurface,Ma,Mb,Ca0);
    C= (DiCSurface*(((Mb-Ma)*Ca0)+Ma))/(((Mb-Ma)*(DiCSurface*Ca0))+Ma);

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : Function_DiViscos
% ฟังก์ชัน Function_DiViscos เป็นฟังก์ชันที่ใช้คำนวณหาค่า Kinematic Viscosity ของสาร
% ตามสมการ
%*****

```

```

function DiViscos=Function_DiViscos(m,nMaX,A_A,B_A,C_A,D_A,A_B,B_B,C_B,D_B,Ma,
Mb,Ca0,DiFiThick ,DiT, DiC );
global Tw X Y Xint InViscos dY Tf
if X(m) <= Xint
    DiViscos=1;
else
    for n=1:nMaX
        %คำนวณ Kinematic Viscosity ทฤษฎีของของผสม 2 ชนิด(Mixing Rule)
        Ca =Ca0 * DiC(m,n);
        ca=(Ca*Mb)/((Ca*(Mb-Ma))+Ma);
        T=Tw*DiT(m,n);
        lon_ViscosA=A_A+(B_A/T)+(C_A/(T^2))+(D_A/(T^3));
        lon_ViscosB=A_B+(B_B/T)+(C_B/(T^2))+(D_B/(T^3));
        lonMIX=(ca*lon_ViscosA)+((1-ca)*lon_ViscosB);
        Mix(n)=(exp(lonMIX))*(10^4) ;
        (10^4 คือค่าที่ใช้เปลี่ยนหน่วยจาก m2/s เป็น cm2/s)
    end;
    sumMix=0;
    for n=1:nMaX
        if n <nMaX
            sumMix=sumMix+ (dY*Mix(n));
        elseif n==nMaX
            dYmax=DiFiThick(m)- Y(n-1);
            sumMix=sumMix+ (dYmax*Mix(n));
        end
    end
    end
    Vis=(sumMix/DiFiThick(m));
    DiViscos=Vis/ InViscos
end;

```

```

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : massfrac2molefrac
% ฟังก์ชัน massfrac2molefrac เป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการเปลี่ยนหน่วยการคำนวณจาก
% อัตราส่วนของสัดส่วนโดยมวล เป็นอัตราส่วนของสัดส่วนโดยโมล
%*****
function molefrac=massfrac2molefrac(Ca,Ma,Mb)
molefrac=(Ca*Mb)/((Ca*(Mb-Ma))+Ma);

```

```

% ชนิดโปรแกรม : function file
% ชื่อ : FunctionMassOut
% ฟังก์ชัน FunctionMassOut เป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการอัตราการไหลของมวลออก ณ
% ตำแหน่งต่างๆ
%*****
function [massAOut,massBOut]= FunctionMassOut(m,massEvpa,massEvpb,massAOut,
massBOut)
global feed Ca0
if m==1
    massAOut(m,1)=(Ca0*feed)-massEvpa(m,1);
    massBOut(m,1)=((1-Ca0)*feed)-massEvpb(m,1);
else
    massAOut(m,1)=massAOut(m-1,1)-massEvpa(m,1);
    massBOut(m,1)=massBOut(m-1,1)-massEvpb(m,1);
    if massAOut(m,1) < 0
        massAOut(m,1)=0;
    end
    if massBOut(m,1) < 0
        massBOut(m,1)=0;
    end
end
end
end

```

```

% ชนิดโปรแกรม : Subprogram file
% ชื่อ : FinalCalulation
% โปรแกรมย่อย FinalCalulation เป็นโปรแกรมที่ใช้คำนวณในการหาค่าความเข้มข้นของ
%วิตามินอีที่ได้
%*****
CaoVE=input('Insert Conc of Vitamin E (PPM) =')
fprintf('feed = %g Tw = %g Tf= %g L= %g Ca0VE=%g \n',feed,Tf,Tw,L,CaoVE);
Ain=feed*Ca0;
Bin=feed*(1-Ca0)
fprintf('Mass A in Feed =%g \n Mass B in Feed =%g \n ',Ain,Bin )
totalAout=sum(massEvpA);
totalBout=sum(massEvpB);
Distillate=sum(massEvpA)+sum(massEvpB);
Residue=feed-Distillate;
ConcVe=(Ca0VE)*feed/(feed-distillate);
fprintf('Distillate= %g\n', Distillate);
fprintf('Residue= %g\n',Residue);
fprintf('Concentration of Vitamin E =%g\n', ConcVe)

```