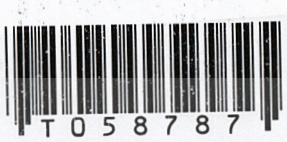
สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

เว็บเซอร์วิสกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์

WEB SERVICES ON MATRIX ALGEBRA



จักรพงศ์ โปรยรุ่งโรจน์

สุธีกานต์ วราศิริพงศ์

หัสยา ทัดสวน

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 58787
วัน,เดือน,ปี 10 ก.พ. 2549

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b.....
i.....

WEB SERVICES ON MATRIX ALGEBRA

JAKKRAPONG PROYROONGROJ

SUTEEKAN WARASIRIPONG

HUTSAYA TUDSUAN

A SRECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	เว็บเซอร์วิสกับพีชคณิตของเมทริกซ์	
	WEB SERVICES ON MATRIX ALGEBRA	
ชื่อนักศึกษา	นายจักรพงศ์ โปรยรุ่งโรจน์	44050006
	นางสาวสุธีกานต์ วราศิริพงศ์	44050053
	นางสาวหัสยา ทัดสวน	44050059
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข	
	ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม	
	อ.กัมปนาท นามงาม	

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2547

คณะกรรมการสอบ		ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	ผศ.พัชรินทร์ เหมโชติ	
กรรมการ	อ.เดชา สมนะ	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	อ.กัมปนาท นามงาม	

(รศ.ดร.วีระ บุญจริง)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	เว็บเซอร์วิสกับพีชคณิตของเมทริกซ์	
ชื่อนักศึกษา	นายจักรพงศ์ โปรยรุ่งโรจน์	44050006
	นางสาวสุธีกานต์ วราศิริพงศ์	44050053
	นางสาวหัสยา ทัดสวน	44050059
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2547	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข	
	ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม	
	อ.กัมปนาท นามงาม	

บทคัดย่อ

พีชคณิตของเมทริกซ์สามารถนำไปประยุกต์ในงานด้านต่าง ๆ ได้มากมาย ดังนั้นการมีคลังโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของเมทริกซ์ จึงมีประโยชน์มาก ในปัจจุบันมีคลังโปรแกรมที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์อยู่จำนวนหนึ่ง แต่คลังโปรแกรมที่มีอยู่ส่วนใหญ่จะเป็นคลังโปรแกรมที่ทำงานอยู่บนเครื่องเครื่องเดียวเท่านั้น คือผู้ใช้โปรแกรมต้องมีคลังโปรแกรมนั้นในเครื่องที่ใช้งาน ยิ่งไปกว่านั้นภาษาโปรแกรมที่ผู้พัฒนาโปรแกรมใช้อาจจะต้องเป็นภาษาเดียวกันกับภาษาที่ใช้พัฒนาคลังโปรแกรมด้วย ปัจจุบันเทคโนโลยีของเว็บเซอร์วิสเปิดโอกาสให้สามารถพัฒนาฟังก์ชันซึ่งสามารถเรียกใช้งานผ่านอินเทอร์เน็ตได้ โดยไม่จำกัดว่าตัวโปรแกรมและตัวฟังก์ชันต้องเขียนด้วยภาษาเดียวกัน ดังนั้นปัญหาพิเศษนี้จึงได้พัฒนาเว็บเซอร์วิส สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ขึ้น โดยได้จัดเตรียมฟังก์ชันหลัก ๆ ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ได้แก่ การบวก ลบ คูณ เมทริกซ์ การหาค่ากำหนด การหาสมการลักษณะเฉพาะ การหาค่าลักษณะเฉพาะ และการหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	WEB SERVICES ON MATRIX ALGEBRA	
Students	Mr.Jakkapong Proyroongroj	44050006
	Miss.Suteekan Warasiripong	44050053
	Miss.Hutsaya Tudsuan	44050059
Degree	Bachelor of Science	
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2004	
Special Project Advisor	Assoc.Prof.Dr.Maitee Podisuk	
	Asst.Prof.Dr.Sarun Intakosum	
	Kampanat Namngam	

ABSTRACT

Matrix algebra can be applied to various applications, therefore, a program library for solving matrix algebra problem is considered helpful. Today, there are some program libraries for solving matrix algebra problem, but almost all of them are run on a standalone computer. This means that the program library must be installed on the developing machine, in addition, programmers may need to write a program using the same programming language as the library. At present, web services technology allow developers to create functions that can be called via the Internet, moreover, the functions and the application program that uses the functions can be written in different languages. This special project, therefore, developed major functions for solving matrix algebra problem, which are determinant, characteristic equation, eigen value, eigen vector, as web services.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องเว็บเซอร์วิสกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ สามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข , ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม และอาจารย์กัมปนาท นามงาม อาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษนี้ที่กรุณาให้คำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิประสาทวิชาความรู้ ทั้งในภาคทฤษฎีและปฏิบัติแก่คณะผู้จัดทำ

ขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่ให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ และการเบิกอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านกำลังใจและทุนทรัพย์ จนการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้สำเร็จด้วยดี รวมทั้งเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2548

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II
กิตติกรรมประกาศ.....III
สารบัญ.....IV
สารบัญตาราง.....VII
สารบัญรูป.....VIII

บทที่ 1 บทนำ.....1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....1
1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....1
1.3 ขอบเขตปัญหา.....1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....1
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....1

บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....3
2.1 ดอทเน็ตเฟรมเวิร์ค.....3
2.1.1 สถาปัตยกรรมดอทเน็ตเฟรมเวิร์ค.....3
2.2 วิชวลซีชาร์ป.....3
2.2.1 ความเป็นมาของวิชวลซีชาร์ป.....3
2.2.2 หลักการทำงานของซีแอลอา.....3
2.3 เว็บเซอร์วิส.....4
2.3.1 เว็บเซอร์วิส.....4
2.3.2 สถาปัตกรรมของเว็บเซอร์วิส.....4
2.4 ระบบสมการเชิงเส้น.....6
2.5 พีชคณิตของเมทริกซ์.....10
2.6 ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ.....13
2.7 การหาสมการลักษณะเฉพาะ โดยใช้การหาค่ากำหนดของเมทริกซ์.....26
2.7.1 การหาค่ากำหนดของเมทริกซ์ขนาด n x n.....26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.8 วิธีกำลัง.....27
2.9 วิธีแบ่งครึ่งช่วง.....28
2.10 วิธีการของแบร์สโตร์.....28
2.11 อินฟิกซ์-โพสฟิกซ์.....31
2.11.1 กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการคำนวณค่าของเครื่องคอมพิวเตอร์.....31
2.11.2 การแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็นโพสฟิกส์.....32

บทที่ 3 วิธีการออกแบบ.....34
3.1 ขั้นตอนการออกแบบ.....34
3.2 ฟังก์ชันต่าง ๆ ที่สร้างเป็นเว็บเซอร์วิส.....34
3.2.1 ฟังก์ชัน Check_Matrix(String st).....34
3.2.2 ฟังก์ชัน Postfix(String st).....34
3.2.3 ฟังก์ชัน Characteristic_equ(String st).....35
3.2.4 ฟังก์ชัน Eigen_Value เพื่อคำนวณหาค่าลักษณะเฉพาะ.....35
3.2.5 ฟังก์ชัน Eigen_Vector เพื่อคำนวณหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ.....35
3.2.6 ฟังก์ชัน Add_Matrix เพื่อคำนวณหาค่าผลบวกของเมทริกซ์.....36
3.2.7 ฟังก์ชัน Del_Matrix เพื่อคำนวณหาค่าผลลบของเมทริกซ์.....36
3.2.8 ฟังก์ชัน Multiply_Matrix เพื่อคำนวณหาค่าผลคูณของเมทริกซ์.....37
3.2.9 ฟังก์ชัน Det_Matrix เพื่อคำนวณหาค่าตัวกำหนดของเมทริกซ์.....37
3.3 ขั้นตอนการทำงาน.....38
3.3.1 ขั้นตอนการหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ.....38
3.3.2 ขั้นตอนการหาผลบวกของเมทริกซ์.....61
3.3.3 ขั้นตอนการหาผลลบของเมทริกซ์.....62
3.3.4 ขั้นตอนการหาผลคูณของเมทริกซ์.....62

บทที่ 4 การเรียกใช้เว็บเซอร์วิสในการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์.....64
4.1 การเรียกใช้เว็บเซอร์วิสโดยวิธีต่าง ๆ.....64
4.1.1 ตัวอย่างขั้นตอนการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยใช้ Visual Studio.NET....64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.2 ตัวอย่างการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสจากแอปพลิเคชันในการหา
สมการลักษณะเฉพาะ ค่าลักษณะเฉพาะ และเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ.....69

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....94
5.1 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....94

บรรณานุกรม.....95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

2.1 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....24
2.2 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....26
3.1 แสดงการหาค่าไอเกนด้วยวิธีกำลัง....40
3.2 แสดงค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีแบ่งครึ่งช่วง....41
3.3 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....46
3.4 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....51
3.5 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....56
3.6 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....61
4.1 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....74
4.2 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....75
4.3 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....76
4.4 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....76
4.5 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....77
4.6 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....78
4.7 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....79
4.8 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....80
4.9 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....81
4.10 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....82
4.11 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....83
4.12 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....84
4.13 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....86
4.14 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....87
4.15 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....89
4.16 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....90
4.17 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ....92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 แสดงการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิส.....5
4.1 แสดงการสร้าง Web Application ของ Visual C#.NET.....64
4.2 แสดงการ Add Web services.....65
4.3 แสดงการป้อน URL ที่เว็บเซอร์วิสตั้งอยู่.....66
4.4 แสดงผลหลังจากติดต่อกับเซอร์วิสที่ต้องการแล้ว.....67
4.5 แสดงโค้ดที่ทำการเขียนเพิ่ม.....68
4.6 แสดงการเลือกวิธีที่ต้องการหาผลเฉลย.....69
4.7 แสดงการเลือกขนาดของเมทริกซ์ที่ต้องการหาผลเฉลย.....70
4.8 แสดงการใส่ค่าของเมทริกซ์แต่ละตำแหน่ง.....71
4.9 แสดงการเลือกค่าที่ต้องการหาผลเฉลย.....72
4.10 แสดงสมการลักษณะเฉพาะ ค่าลักษณะเฉพาะ และค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ.....73

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

การแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์เป็นสิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งในการประยุกต์คณิตศาสตร์เพื่อใช้งานในสาขาวิชาอื่น ๆ เกือบทุกสาขา โดยเฉพาะสาขาวิชาที่มีการศึกษาในเชิงวิทยาศาสตร์ การแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ระบบใหญ่ ๆ เป็นสิ่งที่ยุ่งยากและใช้เวลามาก ซึ่งทำให้การประยุกต์คณิตศาสตร์ในด้านนี้เข้ากับสาขาวิชาการอื่น ๆ เกิดความไม่สะดวก ในปัจจุบันเทคโนโลยีด้านเว็บเซอร์วิสช่วยให้การพัฒนาโปรแกรมประยุกต์ในแบบกระจายทำได้ง่ายขึ้น ดังนั้นจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาคอมโพแนนท์ทางด้านพีชคณิตของเมทริกซ์ เพื่อให้ผู้ที่พัฒนาโปรแกรมประยุกต์แบบกระจายทางด้านคณิตศาสตร์หรือผู้ใช้อื่น ๆ สามารถเรียกใช้ฟังก์ชันต่าง ๆ ในการหาผลเฉลยของพีชคณิตของเมทริกซ์ผ่านทางเว็บเซอร์วิสได้ ดังนั้นการแก้พีชคณิตของเมทริกซ์ระบบใหญ่ ๆ จึงทำได้ง่ายและสะดวกขึ้น ทำให้มีผู้หันมานิยมประยุกต์คณิตศาสตร์ด้านนี้ไปใช้กับงานในสาขาวิชาอื่น ๆ มากขึ้น

1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1) เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์แก่นักศึกษาและผู้สนใจ
2) สามารถนำสื่อนี้ไปใช้ได้อย่างกว้างขวางบนสื่ออินเตอร์เน็ต
3) เพื่อพัฒนาคอมโพแนนท์ของพีชคณิตของเมทริกซ์ ซึ่งสามารถเรียกใช้บริการผ่านเว็บได้
4) เพื่อนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ไปใช้งานจริง

1.3 ขอบเขตปัญหา

1) คอมโพแนนท์ที่พัฒนาขึ้นจะสนับสนุนพีชคณิตของเมทริกซ์
2) วิธีการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) ช่วยอำนวยความสะดวกในการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์
2) ได้ศึกษาและเข้าใจแนวทางการพัฒนาแนวทางด้านเว็บเซอร์วิสมากขึ้น

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1) ศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์
2) ศึกษาวิธีการสร้างเว็บเซอร์วิส โดยใช้เครื่องมือไมโครซอฟท์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3) ออกแบบคอมโพแนนท์สำหรับพีชคณิตของเมทริกซ์

4) สร้างคอมโพแนนท์สำหรับพีชคณิตของเมทริกซ์

5) ออกแบบและสร้างโปรแกรมประยุกต์ เพื่อทดสอบและเรียกใช้เว็บเซอร์วิส

6) ทดสอบและแก้ไขโปรแกรมที่สร้างขึ้นมาให้มีประสิทธิภาพ

7) ปรับแต่งรูปแบบการนำเสนอ

8) สรุปผล

9) จัดทำเอกสารประกอบการทำเว็บเซอร์วิสกับการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์และนำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ดอทเน็ตเฟรมเวิร์ค *(.NET Framework)*

2.1.1 สถาปัตยกรรมดอทเน็ทเฟรมเวิร์ค *(.NET Framework)*

สถาปัตยกรรมดอทเน็ตคือ กรอบการทำงานของการเขียนโปรแกรมที่ไมโครซอฟต์คิดขึ้นมา เพื่อรองรับการติดต่อสื่อสาร เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกัน หรือแลกเปลี่ยนระหว่างแพลตฟอร์ม *(Platform)* ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยอาศัยภาษาเอ็คซเอ็มแอล *(XML : Extensible Markup Language)* ทำหน้าที่เป็นตัวกลางในการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างแพลตฟอร์มไฟล์ของฐานข้อมูล

2.2 วิชวลซีชาร์ป *(Visual C#)*

2.2.1 ความเป็นมาของวิชวลซีชาร์ป *(Visual C#)*

วิชวลซีชาร์ป คือ ภาษาที่สามารถนำมาใช้ในการสร้างแอปพลิเคชันที่จะรันอยู่ใต้ตัวแปลภาษาของดอทเน็ตได้ โดยที่มันถูกพัฒนาขึ้นมาจากภาษา ซี และ ซีพลัสพลัส ซึ่งสร้างโดยไมโครซอฟต์และเจาะจงให้ทำงานกับแพล็ตฟอร์มดอทเน็ต โดยมีแนวของภาษาเป็นแบบการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุสมัยใหม่ ซึ่งภาษาวิชวลซีชาร์ปนั้นช่วยให้ง่ายต่อการเขียนโปรแกรมในเชิงวัตถุ

2.2.2 หลักการทำงานของซีแอลอา *(CLR)*

ในยุคของดอทเน็ตนั้น ตัวแปลภาษาหรือคอมไพเลอร์นั้นมีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งโดยทั่วไปภาษาแต่ละภาษาจะมีตัวแปลภาษาของตัวเอง แต่สำหรับภาษาต่างๆ ในวิชวลสตูดิโอดอทเน็ต นั้นทางไมโครซอฟต์ได้ทำการปรับปรุงให้สามารถใช้ตัวแปลภาษาที่เรียกว่า ซีแอลอา *(CLR : Common Language Runtime)* มีหน้าที่ทำให้โปรแกรมที่เขียนขึ้นมาด้วยภาษาต่าง ๆ กัน กลายเป็นภาษารูปแบบมาตรฐานเดียวกัน ทั้งหมด เราเรียกภาษาที่ว่านี้ว่า Intermediate language (IL) ซึ่งเมื่อต้องการที่จะรันโปรแกรมใด ซีแอลอาที่ว่านี้จะตรวจสอบเครื่องที่รันว่ามีสภาวะแวดล้อมการทำงานเช่นใดหลังจากนั้นก็จะคอมไพล์เป็นโปรแกรมที่เหมาะสมต่อการทำงานของเครื่องนั้น ทำให้เราสามารถใช้งานโปรแกรม ต่างๆได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุดในแต่ละเครื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 เว็บเซอร์วิส

2.3.1 เว็บเซอร์วิส *(Web Services)* คืออะไร

เว็บเซอร์วิส คือ แอปพลิเคชันหรือโปรแกรมซึ่งทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งในลักษณะให้บริการ โดยจะถูกเรียกใช้งานจากแอปพลิเคชันหรือโปรแกรมอื่นๆ ผ่านเว็บ การให้บริการเว็บเซอร์วิสจะมีเอกสารที่อธิบายคุณสมบัติของบริการกำกับไว้ ผู้ใช้บริการจึงสามารถค้นหาเว็บเซอร์วิสได้โดยที่ไม่จำเป็นต้องรู้ที่อยู่จริงของแอปพลิเคชันหรือโปรแกรมนั้น

เว็บเซอร์วิส = SOAP + WSDL + UDDI

สิ่งสำคัญในการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสคือ ต้องรู้ที่อยู่ (จาก *UDDI)* รู้คุณลักษณะของเว็บเซอร์วิสนั้นๆเช่น วิธี *(method)*ของเว็บเซอร์วิส และพารามิเตอร์ต่างๆ ที่จำเป็น (จากเอกสาร *WSDL*) และร้องขอบริการ – รอผลลัพธ์จากผู้ให้บริการ (ด้วยโพรโตคอล *SOAP)*

SOAP จัดเป็นโพรโตคอลสื่อสารที่อาศัยไวยากรณ์ของภาษาเอ็คซเอ็มแอล และทำงานกับโพรโตคอลอื่นๆ ได้หลายชนิดเช่น HTTP, SMTP, FTP, IIOP เป็นต้น สาเหตุที่ใช้ไวยากรณ์ของเอ็คซเอ็มแอล จึงทำงานได้ในทุกแพลตฟอร์มหรือที่เรียกว่าไม่ขึ้นกับแพลตฟอร์ม

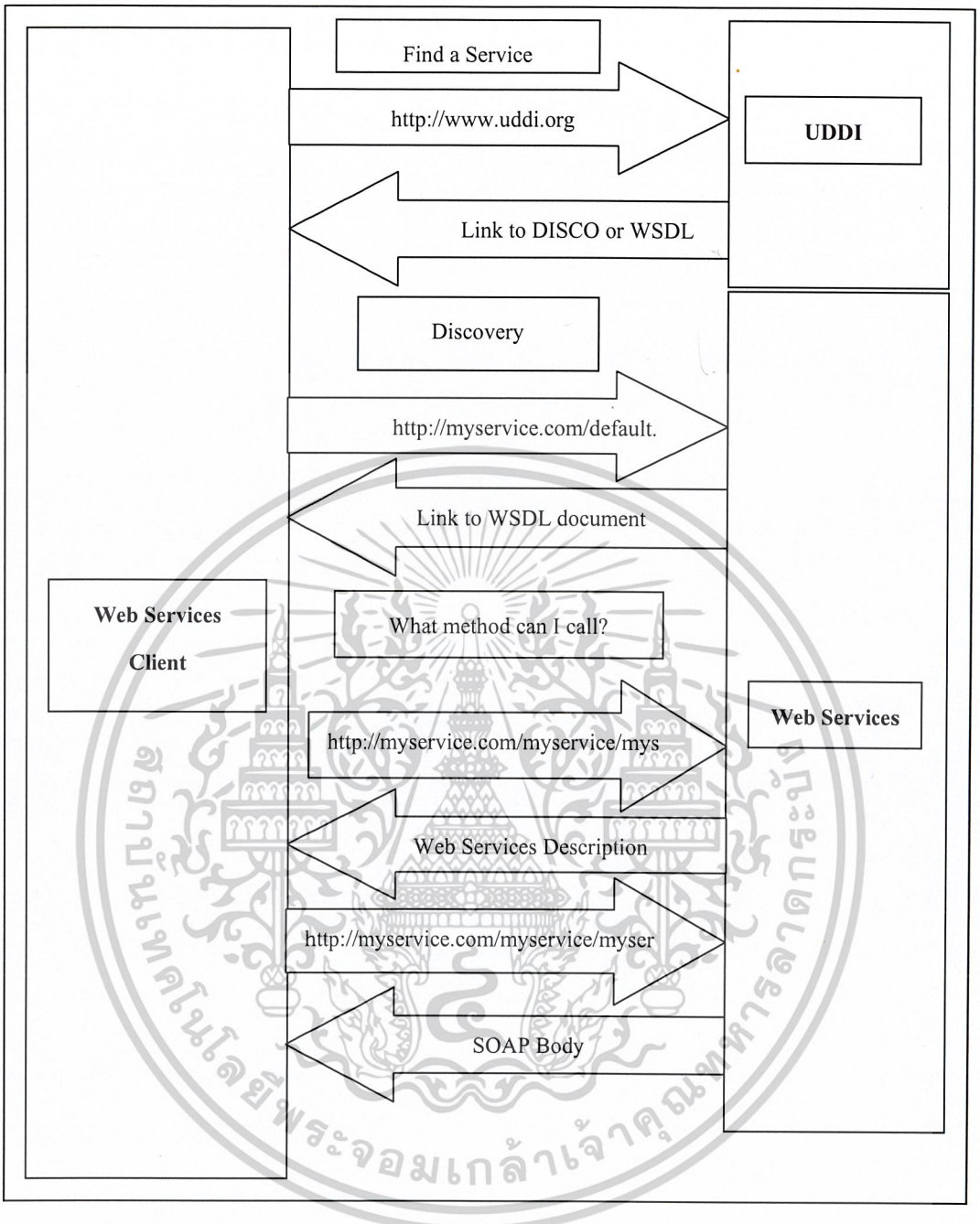
WSDL คือ เป็นเอกสารที่ใช้อธิบายคุณลักษณะของเว็บเซอร์วิส โดยใช้ไวยากรณ์ของเอ็คซเอ็มแอลเช่นกัน

UDDI ทำหน้าที่เหมือนฐานข้อมูลที่เก็บรายละเอียดของเว็บเซอร์วิสไว้ และรอให้ผู้ใช้บริการมาค้นหาบริการ ส่วนกรณีของผู้ให้บริการก็ต้องนำข้อมูลเกี่ยวกับเว็บเซอร์วิสของตนไปเก็บไว้ใน UDDI

2.3.2 สถาปัตยกรรมของเว็บเซอร์วิส

ถ้าเราต้องการใช้เว็บเซอร์วิส เราต้องเลือกใช้เว็บเซอร์วิสที่ตรงกับความต้องการของเรา เมื่อเรารู้แล้วว่าจะใช้เว็บเซอร์วิสไหน เราต้องขอดึงข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการที่จะสื่อสารกับเว็บเซอร์วิสนั้นได้ภาพต่อไปนี้จะแสดงกลไกที่สำคัญสำหรับการเรียกใช้เว็บเซอร์วิส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.1 แสดงการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.1 ขั้นตอนแรก เราจะค้นหาเว็บเซอร์วิสหนึ่งๆ ที่ได้ลงทะเบียนเอาไว้เป็นที่เรียบร้อยแล้วในไดเร็คทอรีเซอร์วิสสำหรับการลงทะเบียน ไดเร็คทอรีเซอร์วิสนี้จะส่งคืนข้อมูลในการเชื่อมต่อเว็บเซอร์วิสมาให้

ขั้นตอนต่อไป ดิสคัพเวอร์รี ถ้าเรารู้เซิร์ฟเวอร์ซึ่งโฮสเว็บเซอร์วิสนี้อยู่ เราก็สามารถร้องขอให้ เซิร์ฟเวอร์ ดึงรายละเอียดของเซอร์วิสมาให้เรา สำหรับขั้นตอนนี้ DISCO *(Discovery Protocol)* จะถูกนำมาใช้

คำอธิบายของเซอร์วิสจะถูกนำเสนอในรูปของ WSDL *(Web Services Discription Language)* คำอธิบายนี้จะอธิบายวิธีที่เซอร์วิสมีอยู่และอากิวเมนต์ใดบ้างที่สามารถถูกส่งผ่านมาได้ เพื่อที่จะใช้งานเว็บเซอร์วิสที่ไม่สนับสนุนการค้นหาและไม่ได้ลงทะเบียนเอาไว้ใน UDDI ไดเร็คทอรีทั้งหมดที่เราได้กลับมาก็คือเอกสาร WSDL

ด้วยคำอธิบายของเว็บเซอร์วิสเราก็จะรู้ว่าวิธีใดบ้างที่สามารถเรียกใช้ได้ วิธีทั้งหลายจะถูกเรียกใช้งานโดยการใช้ SOAP ดังนั้นการเรียกใช้วิธีทั้งหมดรวมทั้งอากิวเมนต์ต้องถูกแปลงไปเป็นโปรโตคอล SOAP เสียก่อน

2.4 ระบบสมการเชิงเส้น

การศึกษาวิชาการสาขาต่าง ๆ ที่ใช้คณิตศาสตร์ เช่น วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เศรษฐศาสตร์ สิ่งแวดล้อม เกษตรศาสตร์ สังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์ บ่อยครั้งทีเดียวที่จะลงเอยด้วยการแก้ปัญหาของระบบสมการเชิงเส้น และการที่จะแก้ปัญหาของระบบสมการเชิงเส้นอย่างมีประสิทธิภาพจะต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับพีชคณิตของเมทริกซ์ อันเกี่ยวข้องกับปริภูมิเวกเตอร์และเมทริกซ์ ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับปริภูมิเวกเตอร์ จึงเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นที่ผู้ที่ศึกษาวิชาการด้านอื่น ๆ ที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์จะต้องสนใจและเรียนรู้ และแน่นอนว่าเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้สำหรับผู้ที่ศึกษาด้านคณิตศาสตร์

สมการเชิงเส้นตามปกติที่เห็นกันจะอยู่ในรูป

$$y = ax + b \tag{2.1}$$

ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นที่ตัวแปรไม่อิสระคือ y เขียนอยู่ในรูปของตัวแปรอิสระตัวเดียวคือ x โดยมี a และ b เป็นค่าคงที่ สมการแบบนี้เป็นสมการที่รู้จักกันทั่วไปว่าเป็นสมการเส้นตรง

สำหรับสมการเชิงเส้น โดยทั่วไปจะอยู่ในรูป

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n \tag{2.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยมี y เป็นตัวแปรไม่อิสระที่เขียนอยู่ในรูปของตัวแปรอิสระ n ตัวคือ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ และมี $a_1, a_2, \ldots, a_n$ เป็นค่าคงที่ เช่น

$$y = 3x_1-x_2+2x_3$$

ในที่นี้มี $n = 3$, $a_1 = 3$, $a_2 = -1$ และ $a_3 = 2$ ถ้าให้ $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ และ $x_3 = 3$ จะได้ว่า

$$y = 3.1-2+2.3 = 7$$

ตรงกันข้าม ถ้าให้ $y = 7$ จะได้สมการ

$$3x_1-x_2+2x_3 = 7 \qquad (2.3)$$

การแก้สมการ (2.3) คือการหาค่า x_1, x_2 และ x_3 ที่ทำให้สมการ(2.3)เป็นจริง ซึ่งกรณีนี้จะได้ค่า x_1 , x_2 และ x_3 หลายชุด เช่น $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ และ $x_3 = 3$ ชุดหนึ่ง $x_1 = 0$, $x_2 = -7$ และ $x_3 = 0$ เป็นอีกชุดหนึ่ง $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ และ $x_3 = 2$ ก็เป็นอีกชุดหนึ่ง จะเห็นได้ว่าชุดของค่า x_1 , x_2 , x_3 ของสมการ (2.3) มีจำนวนเป็นค่าอนันต์

สมการ(2.3)เป็นสมการเชิงเส้นเดี่ยว คือมีเพียงสมการเดียว สำหรับระบบสมการเชิงเส้นจะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned} \qquad (2.4)$$

ซึ่งเป็นระบบสมการเชิงเส้นที่มีสมการเชิงเส้น m สมการและมีตัวแปรอิสระ n ตัว คือ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (หรือนิยมเรียกตัวแปรอิสระนี้ว่า ตัวแปรไม่รู้ค่า) และ $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n}, a_{12}, a_{22}, \ldots, a_{2n}, \ldots, a_{m1}, \ldots, a_{m2}, \ldots, a_{mm}, b_1, b_2, \ldots, b_m$ เป็นค่าคงที่ การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นระบบนี้ คือ การหาค่า $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ที่ทำให้สมการเชิงเส้นแต่ละสมการใน(1.5) เป็นจริง ค่า $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ได้เรียกว่าค่าคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น บ่อยครั้งทีเดียวที่ระบบสมการเชิงเส้นที่ให้มาจะอยู่ในรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = y_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = y_2$$
.
.
.
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = y_m$$

ซึ่งมี $y_1, y_2, \ldots, y_m$ เป็นค่าตัวแปรไม่อิสระ การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นเช่นนี้จะทำหลายครั้ง โดยเมื่อให้ค่า $y_1, y_2, \ldots, y_m$ มาชุดหนึ่ง จะหาค่า $x_1, x_2, \ldots, x_m$ ได้ชุดหนึ่งเมื่อเปลี่ยนค่า $y_1, y_2, \ldots, y_m$ ค่า $x_1, x_2, \ldots, x_m$ ก็เปลี่ยนไป ถ้าค่า $y_1, y_2, \ldots, y_m$ ที่ให้มามีค่าเป็นศูนย์หมดทุกตัวแล้วระบบสมการเชิงเส้นเช่นนี้เรียกว่า ระบบสมการเชิงเส้นระบบเอกพันธ์ ตรงกันข้าม ถ้ามี y_i บางตัวไม่เป็นศูนย์แล้วจะเรียกระบบสมการเชิงเส้นเช่นนี้ว่า ระบบสมการเชิงเส้นแบบไม่เอกพันธ์

การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นที่มีจำนวนเชิงเส้นมาก ๆ จะแก้ด้วยวิธีลดค่าตัวแปรจะเป็นการยุ่งยากมากและสับสนดังที่ได้กล่าวมาแล้ว สิ่งที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นให้ง่ายขึ้นคือ การใช้เมทริกซ์เข้าช่วย เมทริกซ์กับการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นมักจะอยู่ด้วยกันเสมอ ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับเมทริกซ์จึงมีความสำคัญและจำเป็นอย่างมาก

นิยาม เมตริกซ์ที่มีสัญลักษณ์ที่อยู่ในรูป

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{21} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{34} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ซึ่งเป็น $m \times n$ เมตริกซ์ และเขียนย่อ ๆ ว่า (a_{ij})

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\begin{bmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ a_{3k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{mk} \end{bmatrix}$ เรียกว่าสดมภ์ที่ k ของเมทริกซ์ (a_{ij}) , $\begin{bmatrix} a_{t1} & a_{t2} & a_{t3} & \cdots & a_{tn} \end{bmatrix}$ เรียกว่า แถวที่ t ของเมทริกซ์

(a_{ij}) และ a_{ij} แต่ละตัวของเมทริกซ์เรียกว่า สมาชิกของเมทริกซ์ a_{ij} อาจจะเป็นจำนวนจริง จำนวนเชิงซ้อนหรือเป็นฟังก์ชันก็ได้ ถ้า a_{ij} แต่ละตัวเป็นจำนวนจริงแล้วจะเรียกเมทริกซ์ชนิดนี้ว่าเมทริกซ์จำนวนจริง ถ้า a_{ij} แต่ละตัวเป็นจำนวนเชิงซ้อนแล้วจะเรียกเมทริกซ์ชนิดนี้ว่า เมทริกซ์จำนวนเชิงซ้อน ทั้งสองกรณีข้างต้นเรียกว่าเป็นเมทริกซ์ค่าคงที่ ถ้า a_{ij} แต่ละตัวเป็นฟังก์ชันแล้วจะเรียกเมทริกซ์ชนิดนี้ว่า เมทริกซ์ของฟังก์ชัน เพื่อความสะดวกในการใช้และการจำ จะใช้ A , B , C , ... เป็นชื่อของเมทริกซ์

ตัวอย่าง 2.4.1 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & -4 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \\ 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$E=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ และ $F=[7]$

A เป็น 3×4 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 3 แถว และ 4 สดมภ์

B เป็น 4×2 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 4 แถว และ 2 สดมภ์

C เป็น 6×1 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 6 แถว และ 1 สดมภ์

D เป็น 3×3 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 3 แถว และ 3 สดมภ์

E เป็น 1×5 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 1 แถว และ 5 สดมภ์

F เป็น 1×1 เมทริกซ์คือเป็นเมทริกซ์ที่มี 1 แถว และ 1 สดมภ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม (a_{ij}) เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เมื่อ (a_{ij}) เป็นเมทริกซ์จัตุรัสและ $a_{ij}=1$ เมื่อ $i=j$ และ $a_{ij}=0$ เมื่อ $i \neq j$ สัญลักษณะที่ใช้แทนเมทริกซ์เอกลักษณ์คือ I

ตัวอย่าง 2.4.2 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

A เป็น 2×2 เมทริกซ์เอกลักษณะ และ B เป็น 2×2 เมทริกซ์เอกลักษณ์

2.5 พีชคณิตของเมทริกซ์

พีชคณิตของเมทริกซ์ประกอบด้วย การบวก ลบ การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงที่และการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ นอกจากนี้ยังมีการแปลงเมทริกซ์ โดยการเปลี่ยนแถวของเมทริกซ์เป็นสดมภ์ของเมทริกซ์และเปลี่ยนสดมภ์ของเมทริกซ์เป็นแถวของเมทริกซ์ ซึ่งจะได้เรียนรู้อย่างละเอียดดังต่อไปนี้

นิยาม ให้ $A=(a_{ij})$ เป็น $m\times n$ เมทริกซ์ และ $B=(b_{kt})$ เป็น $p\times q$ เมทริกซ์ทั้งสองจะบวกลบกันได้ก็ต่อเมื่อ $m=p$, $n=q$ และ

$A+B=(a_{ij}+b_{ij})$ ทุก ๆ i และ j

$A-B=(a_{ij}-b_{ij})$ ทุก ๆ i และ j

ตัวอย่าง 2.5.1

กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \\ -5 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & -4 & -1 \end{bmatrix}$ และ $C=\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

จงหาค่า A+B, A-B, B-A, B+C และ C-A

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีทำ

$$A+B=\begin{bmatrix} 3-3 & -2+4 & 0+2 & 4+1 \\ 1+0 & 2-2 & 2+0 & -3+3 \\ -5+6 & 4+1 & 0-4 & 0-1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix} 3+3 & -2-4 & 0-2 & 4-1 \\ 1-0 & 2+2 & 2-0 & -3-3 \\ -5-6 & 4-1 & 0+4 & 0+1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 & -6 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & -6 \\ -11 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B-A=\begin{bmatrix} -3-3 & 4+2 & 2-0 & 1-4 \\ 0-1 & -2-2 & 0-2 & 3+3 \\ 6+5 & 1-4 & -4-0 & -1-0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -6 & 6 & 2 & -3 \\ -1 & -4 & -2 & 6 \\ 11 & -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

แต่ B+C และ C-A ไม่สามารถหาได้

นิยาม ให้ $A=(a_{ij})$ เป็น $m\times n$ เมทริกซ์ และ c เป็นค่าคงที่ ผลของการคูณของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงที่ c จะเป็น $cA=(ca_{ij})$ ทุก ๆ i และ j และ $cA=Ac$

ตัวอย่าง 2.5.2 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & -4 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ และ $c=3$

จงหาค่า cA และ Ac

วิธีทำ $cA=Ac=3\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & -4 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 6 & 0 & 9 \\ -3 & 15 & -12 \\ 12 & 18 & 6 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม ให้ $A=(a_{ij})$ เป็น $m\times n$ เมทริกซ์ และ $B=(b_{kt})$ เป็น $p\times q$ เมทริกซ์ A จะคูณกับเมทริกซ์ B ได้ก็ต่อเมื่อ $n=p$ และผลคูณที่ได้จะเป็น $m\times p$ เมทริกซ์ และ $AB=(c_{ij})$, $i=1,2,\ldots,m$ และ $j=1,2,\ldots,q$ และ $c_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$

ตัวอย่าง 2.5.3 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}5&1&2\\0&4&3\\-2&0&1\\0&-1&1\end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix}2&1\\1&0\\0&2\end{bmatrix}$

จงหาค่า AB

วิธีทำ $AB=\begin{bmatrix}5&1&2\\0&4&3\\-2&0&1\\0&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&0\\0&2\end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix}5\times2+1\times1+2\times0&5\times1+1\times0+2\times2\\0\times2+4\times1+3\times0&0\times1+4\times0+3\times2\\-2\times2+0\times1+1\times0&-2\times1+0\times0+1\times2\\0\times2+(-1)\times1+1\times0&0\times1+(-1)\times0+1\times2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11&9\\4&6\\-4&0\\-1&2\end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง 2.5.4 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}3&1&2\\0&-2&0\\-1&0&-3\end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix}0&2&0\\-1&0&-3\\4&2&1\end{bmatrix}$ จงหาค่า AB และ BA

วิธีทำ AB $=\begin{bmatrix}3&1&2\\0&-2&0\\-1&0&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&2&0\\-1&0&-3\\4&2&1\end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} 3\times0+1\times(-1)+2\times4 & 3\times2+1\times0+2\times2 & 3\times0+1\times(-3)+2\times1 \\ 0\times0+(-2)\times(-1)+0\times4 & 0\times2+(-2)\times0+0\times2 & 0\times0+(-2)\times(-3)+0\times1 \\ -1\times0+0\times(-1)+(-3)\times4 & -1\times2+0\times0+(-3)\times2 & -1\times0+0\times(-3)+(-3)\times1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 10 & -1 \\ 2 & 0 & 6 \\ -12 & -8 & -3 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0\times3+2\times0+0\times(-1) & 0\times1+2\times(2)+0\times0 & 0\times2+2\times0+0\times(-3) \\ -1\times3+0\times0+(-3)\times(-1) & 1\times1+0\times(-2)+(-3)\times0 & -1\times2+0\times0+(-3)\times(-3) \\ 4\times3+2\times0+1\times(-1) & 4\times1+2\times(-2)+1\times0 & 4\times2+2\times0+1\times(-3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & 7 \\ 11 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

2.6 ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

กำหนดเมทริกซ์จัตุรัสอันดับที่ n : A และเวกเตอร์ในรูปเมทริกซ์หลักอันดับที่ n : X โดย A และ X เป็นเวกเตอร์ที่สามารถคูณกันได้ เป็นเวกเตอร์หลัก Y

$$AX = Y \qquad (2.5)$$

โดยทั่ว ๆ ไปแล้ว เวกเตอร์ Y และ X จะมีขนาดและทิศทางที่ต่างกัน แต่ถ้า Y มีทิศทางเดียวกับ X แล้ว $Y = \lambda X$ เมื่อ λ เป็นสเกลาร์ใด ๆ ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$AX = \lambda X \tag{2.6}$$

สมการที่ (2.6) นี้เรียกว่า สมการเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ *(eigen vector equation)* เมื่อ A และ X ไม่ใช่เมทริกซ์ศูนย์

พิจารณากรณีเมทริกซ์จัตุรัสอันดับที่สอง

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

แทนใน (2.6)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

แล้ว

$$ax_1 + bx_2 = \lambda x_1$$

$$cx_1 + dx_2 = \lambda x_2$$

หรือ

$$(a-\lambda)x_1 + bx_2 = 0$$

$$cx_1 + (d-\lambda)x_2 = 0 \tag{2.7}$$

สามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$x \neq 0$ ดังนั้น ตัวกำหนดทางสัมประสิทธิ์ $p(\lambda) = 0$ โดย

$$p(\lambda) = \begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ b & d-\lambda \end{vmatrix} = \det(A - \lambda I) = 0 \tag{2.8}$$

สมการ (2.8) เรียกว่า สมการลักษณะเฉพาะ *(characteristic equation)* ของเมทริกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= (a-\lambda)(d-\lambda)-bc \\ &= ad-\lambda d-a\lambda+\lambda^2-bc \\ &= \lambda^2-\lambda(a+d)+(ad-bc) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

ราก λ_1 และ λ_2 ของสมการ (2.5) คือ ค่าลักษณะเฉพาะ *(eigen value)* ของเวกเตอร์ A จากสมการ (2.3)

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{\lambda-a}{b}=\frac{c}{\lambda-d} \tag{2.10}$$

โดยการแทน $\lambda=\lambda_1$ ใน (2.6) ได้อัตราส่วน

$$r_1=\frac{\lambda_1-a}{b}=\frac{x_2}{x_1} \tag{2.11}$$

ดังนั้น $x_2=r_1x_1$ ในทำนองเดียวกัน โดยการแทน $\lambda=\lambda_2$ ใน (2.7) ได้

$$r_2=\frac{\lambda_2-a}{b}=\frac{x_2}{x_1} \tag{2.12}$$

ดังนั้น $x_2=r_2x_1$ ดังนั้นจะได้ สองเวกเตอร์

$$X_1=\begin{bmatrix} x_1 \\ r_1x_1 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad X_2=\begin{bmatrix} x_1 \\ r_2x_1 \end{bmatrix}$$

โดยเวกเตอร์ X_1 สมนัยกับค่าลักษณะเฉพาะ λ_1 และเวกเตอร์ X_2 สมนัยกับค่าลักษณะเฉพาะ λ_2 เรียก เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ *(eigen vector)* สำหรับแต่ละค่าลักษณะเฉพาะ

โดยรูปทั่วไป $p(\lambda)$ จะอยู่ในรูปพหุนาม

$$p(\lambda)=\lambda^n+c_1\lambda^{n-1}+c_2\lambda^{n-2}+\ldots+c_{n-1}\lambda+c_n \tag{2.13}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,...,\lambda_n$ ที่เป็นรากของสมการ $p(\lambda) = 0$ คือ ค่าลักษณะเฉพาะของเวกเตอร์ A แต่ละ λ จะมี $X \neq 0$ ที่สมนัยกัน เรียกว่า เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ จาก (2.13) ถ้า $\lambda = 0$ จะได้

$$p(0) = C_n \tag{2.14}$$

เนื่องจาก $p(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ ดังนั้น

$$p(0) = \det(-A) = (-1)^n \det A \tag{2.15}$$

แล้ว $c_n = (-1)^n \det(A)$

จาก (2.9) ถ้า A มีค่าลักษณะเฉพาะที่แตกต่างกัน $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,...,\lambda_n$ แล้ว

$$p(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)...(\lambda - \lambda_n) \tag{2.16}$$

แทน $\lambda = 0$ ใน (2.12) แล้ว

$$p(\lambda) = (-1)^n \lambda_1\lambda_2\lambda_3...\lambda_n \tag{2.17}$$

เปรียบเทียบ (2.10) , (2.11) และ (2.13) ได้ว่า

$$p(0) = c_n = (-1)^n \det(A) = (-1)^n \lambda_1\lambda_2\lambda_3...\lambda_n$$

นั่นคือ $\det(A) = \lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,...,\lambda_n$ หรือตัวกำหนดของเมทริกซ์จัตุรัส A มีค่าเท่ากับผลคูณของค่าลักษณะเฉพาะของ A และถ้า $\det(A) = 0$ แล้ว A เป็นเมทริกซ์เอกฐาน นั่นคือต้องมีค่าลักษณะเฉพาะอย่างน้อยหนึ่งตัวเป็นศูนย์

จาก (2.2) คู่ลำดับ (λ, X) เรียกว่า คู่ลำดับเจาะจง ประกอบด้วยค่าลักษณะเฉพาะ λ และเวกเตอร์ X และถ้า X เป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะหนึ่งของ A แล้วค่าใด ๆ ที่คูณกับ X จะเป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะด้วย เช่น คูณ (2.2) ด้วย 2 ได้ว่า

$$2AX = 2\lambda X$$

หรือเขียนได้ว่า

$$A(2X) = \lambda(2X)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ดังนั้น $(\lambda,2X)$ เป็นคู่ลำดับเจาะจง ถ้า(λ,X) เป็นคู่ลำดับเจาะจง และถ้าจำกัดตัวที่นำมาคูณกับเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะออกไป เรียกว่า การสู่รูปปกติ *(normalized)* ซึ่งขนาดของเวกเตอร์คือ 1 ถ้า X เป็นการสู่รูปปกติ ปัญหาค่าลักษณะเฉพาะ คือ ต้องการหาค่าลักษณะเฉพาะ และเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สมนัย (X) โดย

$$AX = \lambda X$$

และ

$$X^T X = 1$$

ตัวอย่าง 2.6.1 จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 2 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = 0$$

$$2 - 3\lambda + \lambda^2 - 6 = 0$$

$$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$$

$$(\lambda+1)(\lambda-4) = 0$$

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $(\lambda+1)(\lambda-4) = 0$

$$\lambda = 4, -1$$

ค่าลักษณะเฉพาะ คือ 4 และ -1

จะต้องแก้สมการ $(A - 2I)X = 0$ เพื่อหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
58787

สำหรับ $\lambda = 4$

สมมติเวกเตอร์ที่สมนัยกับ $\lambda = 4$ คือ $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$A-2I = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(1-4)x_1 + 3x_2 = 0$$

$$2x_1 + (2-4)x_2 = 0$$

$$-3x_1 + 3x_2 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 = 0$$

แล้ว $x_1 = x_2$

ให้ $x_1 = a$ แล้ว $x_2 = a$; $a \neq 0$

ดังนั้นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สมนัยกับค่าลักษณะเฉพาะ 4 คือ $\begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix}$; $a \neq 0$

สำหรับ $\lambda = -1$

สมมติเวกเตอร์ที่สมนัยกับ $\lambda = -1$ คือ $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$A-2I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(1-(-1))x_1 + 3x_2 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$2x_1 + (2-(-1))x_2 = 0$$

หรือ $$2x_1 + 3x_2 = 0$$

แล้ว $$x_2 = -\frac{2}{3}x_1$$

ให้ $x_1 = b$ แล้ว $x_2 = -\frac{2}{3}b$; $b \neq 0$

ดังนั้นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สมนัยกับค่าลักษณะเฉพาะ -1 คือ $\begin{bmatrix} b \\ -\frac{2}{3}b \end{bmatrix}$; $b \neq 0$

ตัวอย่าง 2.6.2 จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$$

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 5-\lambda & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & 2-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1-\lambda & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 3-\lambda & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= (2-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & 2 & -5 \\ 1 & 1-\lambda & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3-\lambda & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & -3 & -5 \\ 1 & 1-\lambda & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3-\lambda & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & 0 & -4 \\ 1 & 1-\lambda & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3-\lambda & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & -4 \\ 1 & 1-\lambda & -2 \\ 1 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & -4 \\ 1 & 2-\lambda & -3 \\ 1 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -3 & -4 \\ 0 & 2-\lambda & -3 \\ 1 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= (2-\lambda)(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & 0 & -1-\lambda \\ 0 & 2-\lambda & -3 \\ 1 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & 0 & -1-\lambda \\ 0 & 2-\lambda & -3 \\ 1 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)^2(3-\lambda)\begin{vmatrix} 5-\lambda & -1-\lambda \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)^2(3-\lambda)(5-\lambda-5\lambda+\lambda^2+\lambda+1)$$

$$= (2-\lambda)^2(3-\lambda)(\lambda^2-5\lambda+6)$$

$$= (2-\lambda)^2(3-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda)$$

$$= (2-\lambda)^3(3-\lambda)^2$$

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $(2-\lambda)^3(3-\lambda)^2=0$

ค่าลักษณะเฉพาะ คือ 2 และ 3 ซึ่ง 2 มีค่าทวีคูณ 3 และ 3 มีค่าทวีคูณ 2

จะต้องแก้สมการ $(A-2I)X=0$ เพื่อหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

สำหรับ $\lambda = 2$

สมมติเวกเตอร์ที่สมนัยกับ $\lambda = 2$ คือ $x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A\text{-}2I = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$3x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0$$

$$x_1 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0$$

$$-x_2 + x_4 + x_5 = 0$$

$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$x_1 = \frac{x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5}{3}$$

$$x_3 = \frac{-x_1 - x_4 + 2x_5}{-1}$$

$$x_4 = x_2 - x_5$$

$$x_5 = -x_1 + x_2 + x_3 - x_4$$

กำหนดให้เวกเตอร์เริ่มต้นคือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง คือ

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x_2+3x_3-2x_4+5x_5}{3} \\ 3x_1-3x_3+2x_4-5x_5 \\ \dfrac{-x_1-x_4+2x_5}{-1} \\ x_2-x_5 \\ -x_1+x_2+x_3-x_4 \end{bmatrix}$$

แทนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นลงในเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} \dfrac{x_2+3x_3-2x_4+5x_5}{3} \\ 3x_1-3x_3+2x_4-5x_5 \\ \dfrac{-x_1-x_4+2x_5}{-1} \\ x_2-x_5 \\ -x_1+x_2+x_3-x_4 \end{bmatrix}$$

$$x_5 = -x_1+x_2+x_3-x_4 = -1+0+1-1 = 1$$

$$x_4 = x_2-x_5 = 0-1 = -1$$

$$x_3 = \frac{-x_1-x_4+2x_5}{-1} = \frac{-1-(-1)+2(1)}{-1} = -2$$

$$x_2 = 3x_1-3x_3+2x_4-5x_5 = (3)(1)-(-2)+(-1)-5 = 1$$

$$x_1 = \frac{x_2+3x_3-2x_4+5x_5}{3} = \frac{1+3(1)-2(1)+5(1)}{3} = \frac{7}{3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งจะได้เวกเตอร์ใหม่คือ

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{3} \\ 1 \\ \frac{4}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ค่าคลาดเคลื่อนที่ได้ (error) $= \left|\frac{7}{3} - 1\right| + |1-1| + \left|\frac{4}{3} - 1\right| + |1-1| + |1-1|$

$$= \frac{4}{3} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + 0$$

$$= \frac{5}{3} = 1.666667$$

ขนาดของเวกเตอร์ *(norm)* ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2 + 1^2}$$

$$= 3.197221$$

ทำซ้ำจนกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ได้มีค่าน้อยกว่า norm

ตาราง 2.1 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	0	1	2	3
x_1	1	0.24433888871261053	-0.089532296207168544	0.14991230817310638
x_2	0	0.36650833306891567	-0.94008911017527585	0.8261471765626579
x_3	1	-0.73301666613783134	-0.13429844431075055	-0.47906759350970879
x_4	1	-0.36650833306891567	0.13429844431075386	-0.22486846225965959
x_5	1	0.36650833306891567	0.26859688862150555	0.12221112079329283
norm	-	2.7284509239574835	2.8379050718181311	2.8560027147157929
error	-	4.8551861104941363	0.90968622148457279	9.1575438906459272

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะคือ $\begin{bmatrix} 0.14991230817310638 \\ 0.8261471765626579 \\ -0.47906759350970879 \\ -0.22486846225965959 \\ 0.12221112079329283 \end{bmatrix}$

สำหรับ $\lambda = 3$

สมมติเวกเตอร์ที่สมนัยกับ $\lambda = 3$ คือ $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$

$$A-3I = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

จัดรูปเมทริกซ์ใหม่จะได้

$$\approx \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

สมการคือ

$$x_1 = \frac{x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5}{2}$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = \frac{-x_1 - x_4 + 2x_5}{-2}$$

$$x_4 = -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_5$$

$$x_5 = x_2 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 2.2 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	0	1
x_1	1	0.28867513459481292
x_2	1	0
x_3	1	0.28867513459481292
x_4	1	0.86602540378443871
x_5	1	0.28867513459481292
norm	-	3.4641016151377544
error	-	3.2679491924311224

เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะคือ $\begin{bmatrix} 0.28867513459481292 \\ 0 \\ 0.28867513459481292 \\ 0.86602540378443871 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

2.7 การหาสมการลักษณะเฉพาะ *(Characteristic equation)* โดยใช้การหาค่ากำหนด *(Determine)* ของเมทริกซ์

2.7.1 การหาค่ากำหนดของเมทริกซ์ขนาด n x n

การหาดีเทอร์มิแนนท์ของเมทริกซ์ขนาด n x n สามารถหาได้โดยวิธีที่เรียกว่า "การกระจายโดยโคแฟกเตอร์"

นิยาม ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด n x n และให้ M_{ij} เป็นเมทริกซ์ที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j ของ A ออก และเรียก det M_{ij} ว่า ไมเนอร์ *(Minor)* ของ a_{ij} และเรียก $A_{ij} = (-1)^{i+j} \det M_{ij}$ ว่า โคแฟกเตอร์ *(Cofactor)* ของ a_{ij}

ถ้า A เป็นเมทริกซ์ขนาด n x n สามารถหาดีเทอร์มิแนนท์ของ A ได้โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ ดังนี้

1) หา det A โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ตามแถวที่ i ของ A จะได้

$$\det A = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \ldots + a_{in}A_{in}$$ หรือ

2) หา det A โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ตามหลักที่ j ของ A จะได้

$$\det A = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \ldots + a_{nj}A_{nj}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 2.7.1 จงหาค่ากำหนดของ

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

<u>วิธีทำ</u> หา det A โดยกระจายตามแถวที่ 3 ดังนี้

$$\det A = a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} + a_{34}A_{34}$$

$$= 3A_{31} + 0A_{32} + 0A_{33} + (-3)A_{34}$$

$$= 3A_{31} + (-3)A_{34}$$

$$= 3(-1)^{3+1} \det M_{31} + (-3)(-1)^{3+4} \det M_{34}$$

$$= 3(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{3+4}\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (3)(1)(20) + (-3)(-1)(-4)$$

$$= 60 - 12$$

$$= 48$$

ค่ากำหนดของ A คือ 48

2.8 วิธีกำลัง (Power Method)

วิธีกำลังเป็นวิธีย้ำวิธีหนึ่ง เริ่มด้วยการกำหนดค่าเวกเตอร์ α_0 เป็นเวกเตอร์เริ่มต้น แล้วจะหาค่าเวกเตอร์ตัวถัด ๆ ไป จากรูปแบบข้างล่างนี้

$$\alpha_{m+1} = \frac{A\alpha_m}{\|A\alpha_m\|}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วจะได้ว่า $\lim_{m\to\infty} \alpha_{m+1} = \alpha$ และ $\lim_{m\to\infty} \left\| A\alpha_m \right\| = |\lambda|$

สำหรับวิธีนี้จะหาค่าลักษณะเฉพาะได้เพียงค่าเดียว เป็นค่าลักษณะเฉพาะตัวที่มีขนาดใหญ่ที่สุดและมีเครื่องหมายเป็นบวก

เมื่อต้องการจะหาค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะตัวต่อไป จะหาได้จากเมทริกซ์ B ที่สร้างขึ้นมาใหม่

โดย $B = A - \lambda_{hh}$

เมื่อ h เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับหนึ่ง ได้มาจาก $A * h = \overline{\lambda}_h$ ซึ่ง A*h เป็น $(\bar{a}_{ji})$ และ $\bar{a}_{ji}$ เป็นสังยุค *(conjugate)* ของ a_{ji} และ $\overline{\lambda}$ เป็นสังยุคของ λ (ถ้า A เป็นเมทริกซ์ของจำนวนเชิงซ้อน และ λ เป็นจำนวนเชิงซ้อน) และถ้าจะหาค่าลักษณะเฉพาะและค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะตัวถัดไปเรื่อย ๆ ก็ให้กระทำซ้ำแบบวิธีเดิม

2.9 วิธีแบ่งครึ่งช่วง (Bisection Method)

วิธีแบ่งครึ่งช่วงมีหลักการว่า ถ้า f(x) เป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่อง *(Continuous Function)* ภายในช่วง x_1 และ x_2 ใด ๆ ที่ทำให้ 2 จุดนี้ให้ค่าฟังก์ชันมีเครื่องหมายตรงกันข้าม กล่าวคือ $f(x_1)f(x_2) < 0$ เราจะได้ว่าต้องมีรากอย่างน้อยสุดหนึ่งรากระหว่าง x_1 และ x_2 ที่ทำให้ $f(x) = 0$ เช่น พิจารณาฟังก์ชันต่อไปนี้

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$$

ที่ $x_1 = 1$ ได้ $f(1) = -4$ และที่ $x_2 = 2$ ได้ $f(2) = 3$ เนื่องจาก f(x) เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ดังนั้น ต้องมีรากอย่างน้อยหนึ่งรากที่อยู่ระหว่าง x_1 และ x_2 ขั้นต่อไป หาจุดกึ่งกลางระหว่าง x_1 และ x_2

$$x_3 = (x_1 + x_2) / 2 = 1.5$$

นำไปแทนค่าได้ $f(x_3) = -1.875$ ซึ่งมีเครื่องหมายเดียวกับ f(1) เมื่อเลือกช่วงใหม่ที่แคบลงกว่าเดิมครึ่งหนึ่ง ระหว่าง x_1 กับ x_3 หรือ x_2 กับ x_3 ที่ให้เครื่องหมายของฟังก์ชันต่างกัน จะได้ช่วง $x_3 = 1.5$ และ $x_2 = 2$

นำช่วงที่ได้ใหม่มาแบ่งครึ่ง แล้วเลือกช่วงที่ฟังก์ชันมีเครื่องหมายต่างกันเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เราก็จะได้ช่วงที่ราก r อยู่แคบลง จนอยู่ในช่วงที่เราต้องการ

2.10 วิธีการของแบร์สโตร์ (Barstow's Method)

วิธีการของแบร์สโตร์จะหาตัวประกอบทีเป็นพหุพจน์กำลังสองของพหุพจน์ p(x) เพื่อที่จะได้นำไปหารากสองรากของราก p(x) ต่อไป สำหรับวิธีการของวิธีแบร์สโตร์นี้จะต้องใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาระบบของสมการไม่เชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ p(x) เป็นพหุพจน์กำลัง n และสมมติว่า

$$x^2+ux+v \tag{2.18}$$

เป็นตัวประกอบหนึ่งของ P(x) ดังนั้นจะมี $q_{n-2}(x)$ ที่เป็นพหุพจน์กำลัง n-2 ที่ทำให้

$$p(x) = (x^2+ux+v)q_{n-2}(x)+xT_1(u,v)T_0(u,v) \tag{2.19}$$

โดยที่ T_0 และ T_1 เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับค่า u และ v

จากรูปแบบ(2.19) T_0 และ T_1 เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับค่า u และ v เป็นตัวแปรอิสระและพหุพจน์ x^2+ux+v จะเป็นตัวประกอบของพหุพจน์ p(x) ก็ต่อเมื่อ u และ v จะต้องทำให้

$$T_0(u,v) = 0 \text{ และ } T_1(u,v)=0 \tag{2.20}$$

รูปแบบสมการ (2.20) เป็นระบบของสมการสองสมการที่มีค่าที่ต้องการหาสองค่า ดังนั้นจะต้องหาอนุพันธ์สื่อนุพันธ์คือ $\frac{\partial T_0}{\partial u}, \frac{\partial T_0}{\partial v}, \frac{\partial T_1}{\partial u}$, และ $\frac{\partial T_1}{\partial v}$ และนำไปหาค่า u และ v

$$u_{m+1} = u_m - \left[\frac{T_0\frac{\partial T_1}{\partial v} - T_0\frac{\partial T_1}{\partial v}}{J(T_0,T_1)}\right](u_m,v_m)$$

และ (2.21)

$$v_{m+1} = v_m - \left[\frac{T_0\frac{\partial T_0}{\partial u} - T_0\frac{\partial T_1}{\partial u}}{J(T_0,T_1)}\right](u_m,v_m)$$

เมื่อ

$$J(T_0,T_1) = \frac{\partial T_0}{\partial u}\frac{\partial T_1}{\partial v} - \frac{\partial T_0}{\partial v}\frac{\partial T_1}{\partial u}$$

จากรูปแบบ(2.19) เมื่อนำเอา x^2+ux+v ไปแทนใน $q_{n-2}(x)$ จะได้

$$q_{n-2}(x) = (x^2 + ux + v)q_{n-4}(x) + XT(u,v) + T_2(u,v) \tag{2.22}$$

โดยที่ $q_{n-4}(x)$ เป็นพหุพจน์กำลัง n-4 และ T_2 และ T_3 เป็นค่าที่ที่ขึ้นอยู่กับค่า u และ v จากรูปแบบ (2.19) และ (2.22) ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p(x) = (x^2 + ux + v)q_{n-4}(x) + (x^2 ux + v)\left[xT_3(u,v) + T_2(u,v) \right] + xT_1(u,v) + T_0(u,v) \qquad (2.23)$$

เนื่องจาก P(x) ไม่มีค่า u และ v ดังนั้น $\frac{\partial p}{\partial u} = 0$ และ $\frac{\partial p}{\partial v} = 0$ และจากรูปแบบ (2.23) ได้

$$2x(x^2 + ux + v)q_{n-4}(x) + x[xT_3(u,v)] + (x^2 + ux + v)\left[x\frac{\partial T_3}{\partial u} + \frac{\partial T_2}{\partial u} \right] + \frac{x^{\partial T_1}}{\partial u} + \frac{\partial T_0}{\partial u} = 0$$

และ

$$2(x^2 + ux + v)q_{n-4}(x) + x[xT_3(u,v)] + (x^2 + ux + v)\left[x\frac{\partial T_3}{\partial u} + \frac{\partial T_2}{\partial u} \right] + \frac{x^{\partial T_1}}{\partial u} + \frac{\partial T_0}{\partial u} = 0$$

ถ้า S เป็นรากของพหุพจน์ x^2+ux+v แล้ว $s^2T_3(u,v) + sT_2(u,v) + \frac{s^{\partial T_1}}{\partial v} + \frac{\partial T_0}{\partial v} = 0$ และ

$$sT_3(u,v) + T_2(u,v) + \frac{s^{\partial T_1}}{\partial v} + \frac{\partial T_0}{\partial v} = 0$$

แต่ $s^2 = -(us + v)$

$$\therefore -usT_3(u,v) - vT_3(u,v) + sT_2(u,v) - \frac{s^{\partial T_1}}{\partial u} + \frac{\partial T_0}{\partial u} = 0$$

$$sT_3(u,v) + T_2(u,v) + \frac{s^{\partial T_1}}{\partial v} + \frac{s^{\partial T_0}}{\partial v} = 0$$

$$\therefore S\left(\frac{\partial T_1}{\partial u} - uT_3(u,v) + T_2(u,v)\right) + \left(\frac{\partial T_0}{\partial u} - vT_3(u,v)\right) = 0 \qquad (2.24)$$

$$S\left(\frac{\partial T_1}{\partial v} - T_3(u,v)\right) + \left(\frac{\partial T_0}{\partial v} + T_2(u,v)\right) = 0$$

ถ้ารากสองรากของ x^2+ux+v ไม่ซ้ำกัน ดังนั้นสมการสองสมการในรูปแบบ (2.24) เป็นจริง สำหรับค่า S สองค่า ดังนั้น $\frac{\partial T_1}{\partial u} - uT_3(u,v) = 0, \frac{\partial T_0}{\partial u} - vT_3(u,v) = 0, \frac{\partial T_1}{\partial v} + T_3(u,v) = 0$ และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial T_0}{\partial v} + T_3(u,v) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial T_1}{\partial u} = uT_3(u,v) - T_2(u,v) \qquad (2.25)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial v} = -T_3(u,v), \frac{\partial T_0}{\partial u} = vT_3(u,v) \text{ และ } \frac{\partial T_0}{\partial v} = -T_2(u,v)$$

ดังนั้นจากรูปแบบ (2.21) และถ้า $u_0^2 \neq 4v_0$ (รากสองรากไม่เท่ากัน) แล้ว

$$J(T_0, T_1) = -vT_3^2(u,v) + uT_3^2(u,v) - T_2(u,v) - T_3(u,v)$$

$$= (u-v)T_3^2(u,v) - T_2(u,v)T_3(u,v)$$

$$u_{m+1} = u_m - \frac{T_1(u_m,v_m)T_2(u_m,v_m) - T_0(u_m,v_m)T_3(u_m,v_m)}{(u_m,v_m)T_3^2(u_m,v_m) - T_2(u_m,v_m)T_3(u_m,v_m)} \qquad (2.26)$$

$$v_{m+1} = v_m - \frac{v_m T_1(u_m,v_m)T_3(u_m,v_m) - u_m T_0(u_m,v_m)T_3(u_m,v_m) + T_0(u_m,v_m)T_2(u_m,v_m)}{(u_m - v_m)T_3^2(u_m,v_m) - T_2(u_m,v_m)T_3(u_m,v_m)}$$

การหาค่า u_{m+1} และ v_{m+1} ในรูปแบบ (2.26) จะต้องหา T_0, T_1, T_2 และ T_3 ทุก ๆ ครั้ง(ทุก ๆ m) ซึ่งจะหาได้โดยการนำเอา $x^2 + u_m x + v_m$ ไปหาร p(x) และ $q_{n-2}(x)$ จะต้องตรวจสอบว่า $u_m^2 \neq 4v_m$ และ $J(T_0, T_1) \neq 0$

2.11 อินฟิกซ์-โพสฟิกซ์ (Infix-Posfix)

นิพจน์ทางคณิตศาสตร์จะเขียนอยู่ในรูปแบบอินฟิกส์นั้นคือโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ระหว่างโอเปอร์แลนเช่น A,B เป็นโอเปอร์แลน และ + เป็นโอเปอร์เรเตอร์ แล้ว A+B อยู่ในรูปแบบอินฟิกซ์

2.11.1 กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการคำนวณค่าของเครื่องคอมพิวเตอร์

1) ลำดับการทำการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ เรียงตามลำดับก่อนหลังดังนี้

( ) วงเล็บเล็ก

^ ยกกำลัง

*, / คูณ, หาร

+, - บวก, ลบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ลำดับการทำงานที่เท่ากันจะทำการคำนวณจากซ้ายไปขวา

A+B+C = (A+B)-C

A*B*C = (A*B)*C

A*B/C = (A*B)/C

A/B*C = (A/B)*C

3) ในกรณีที่เครื่องหมายยกกำลังซ้อนจะคำนวณจากขวาไปซ้าย

A^B^C = A^(B^C)

โดยปกติเมื่อป้อนนิพจน์อินฟิกซ์เข้าเครื่องคอมพิวเตอร์ คอมไพเลอร์จะไม่สามารถสร้างรหัสหรือชุดของคำสั่งจากนิพจน์ที่ป้อนเข้าไปนี้ได้ คอมไพเลอร์จะต้องทำการแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็นโพสฟิกซ์ก่อน แล้วจึงแปลเป็นชุดคำสั่งภาษาเครื่องอีกต่อหนึ่ง เพื่อการคำนวณค่าต่อไป

2.11.2 การแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็นโพสฟิกซ์

2.11.2.1 ถ้า อินพุต เป็นตัวโอเปอร์แลน ให้นำไปไว้ที่เอาท์พุต *(posfix string)*

2.11.2.2 ถ้า อินพุต เป็นตัว โอเปอร์เรเตอร์ ให้

2.11.2.2.1 นำ โอเปอร์เรเตอร์ เข้าสู่ โอเปอร์เรเตอร์สแตค ถ้าสแตคตัวนั้นว่างเปล่า

2.11.2.2.2 ถ้าโอเปอร์เรเตอร์สแตคไม่ว่างเปล่าซึ่งแสดงว่ามีโอเปอร์เรเตอร์อยู่ในสแตค ให้เปรียบเทียบลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่เป็นอินพุต กับโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ในสแตคดังนี้

เครื่องหมาย	ลำดับเมื่ออยู่ที่อินพุต	ลำดับเมื่ออยู่ที่สแตค
^	3	4
*, /	2	2
+, -	1	1
(	4	0

ถ้าลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่เป็นอินพุตน้อยกว่าหรือเท่ากับลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตคให้นำโอเปอร์เรเตอร์ ตัวที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค ไปไว้ที่เอาท์พุต จากนั้นก็เปรียบเทียบแบบเดิมอีก ระหว่างอินพุตตัวนั้นกับโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค (ซึ่งเป็นโอเปอร์เรเตอร์ตัวใหม่) โดยใช้หลักการเดิมนี้ ทำเช่นนี้จนกระทั่ง

1) ลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่เป็นอินพุตมีค่ามากกว่า ลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค หรือ

2) ทำจนกระทั่งสแตคว่างเปล่า หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3) ทำจนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิด

แต่ถ้าลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ ที่เป็นอินพุตมากกว่าลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค นำโอเปอร์เรเตอร์ตัวนั้นใส่เข้าไปในสแตค

2.11.2.3 ถ้าอินพุตเป็นเครื่องหมายวงเล็บเปิด “(” ให้ใส่ “(” ลงสู่สแตคแต่ถ้าอินพุตเป็นเครื่องหมายวงเล็บปิด “)” ก็ให้นำข้อมูลออกจากสแตค จนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิด แล้วทิ้งเครื่องหมายวงเล็บเปิดปิดส่วนโอเปอร์เรเตอร์ที่นำออกมาจากสแตคก็ให้ไปต่อไว้ที่เอาท์พุตตามลำดับ

2.11.2.4 ถ้าอินพุตหมดแล้วให้นำข้อมูลทั้งหมดออกจากสแตคมาไว้ที่เอาท์พุต

ตัวอย่าง 2.11.1 จงแปลง A+B-C เป็นโพสฟิกซ์

วิธีทำ อินพุต	โพสฟิกซ์ สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
A	blank	blank
+	A	blank
B	A	+
-	AB	+
C	AB+	-
	AB+C	-
	AB+C-	

ดังนั้น โพสฟิกซ์ คือ AB+C-

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
วิธีการออกแบบ

3.1 ขั้นตอนการออกแบบ

ในส่วนของการออกแบบนั้น ได้ทำการออกแบบเว็บเซอร์วิสในการคำนวณหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ สมการลักษณะเฉพาะ *(characteristic equation)* ของเมทริกซ์ โดยใช้การหาค่าตัวกำหนด *(determinant)* จากนั้นใช้วิธีแบร์สโตร์ *(Bairstow's Method)* เพื่อหาค่ารากทั้งหมด โดยค่ารากที่ได้คือค่าลักษณะเฉพาะ *(eigen value)* และนำค่ารากที่ได้ในแต่ละค่ามาทำการคำนวณหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ โดยขั้นตอนในการออกแบบฟังก์ชันที่ใช้ในการหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะดังนี้

1) ฟังก์ชัน *Check_Matrix* เพื่อตรวจสอบรูปแบบเมทริกซ์ที่รับเข้ามาว่าถูกหรือผิด
2) ฟังก์ชัน *Postfix* เพื่อทำการโพสฟิกสมการที่รับเข้ามา
3) ฟังก์ชัน *Characteristic* เพื่อทำการคำนวณหาสมการลักษณะเฉพาะ
4) ฟังก์ชัน *Eigen_Value* เพื่อคำนวณหาค่าลักษณะเฉพาะ
5) ฟังก์ชัน *Eigen_Vector* เพื่อคำนวณหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
6) ฟังก์ชัน *Add_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลบวกของเมทริกซ์
7) ฟังก์ชัน *Del_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลลบของเมทริกซ์
8) ฟังก์ชัน *Multiply_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลคูณของเมทริกซ์
9) ฟังก์ชัน *Det_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าตัวกำหนดของเมทริกซ์

3.2 ฟังก์ชันต่างๆ ที่สร้างเป็นเว็บเซอร์วิส

3.2.1 ฟังก์ชัน *Check_Matrix (string st)*

หน้าที่ ตรวจสอบรูปแบบเมทริกซ์ที่รับเข้ามาว่าถูกหรือผิด

อากิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) *st* เป็น string ของเมทริกซ์ที่รับเข้ามา

ค่าที่ส่งกลับ ค่า true หรือ ค่า false ของรูปแบบสมการ

การทำงาน st ที่รับมาจะตรวจสอบว่าตรงกับรูปแบบของเมทริกซ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้าใช่ก็ส่งค่า true กลับ แต่ถ้าไม่ใช่ก็ส่งค่า false กลับ

3.2.2 ฟังก์ชัน *Postfix(string st)*

หน้าที่ แปลง Infix เป็น Postfix

อากิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1) st เป็น string ของสมการที่รับเข้ามา

ค่าที่ส่งกลับ string ที่ทำการ Postfix แล้ว

การทำงาน ตัวแปร st ที่รับเข้ามาจะถูกแยกออกเป็นพจน์ แล้วเอาไปเปรียบเทียบตามหลักการของการ Postfix ที่กล่าวไว้ข้างต้น

3.2.3 ฟังก์ชัน *Characteristic_equ (string st)*

หน้าที่ เพื่อหาค่าสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) Matrix เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาสมกาลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ โดยมีชนิดเป็น String

การทำงาน ตัวแปร Matrix ที่รับเข้ามาจะถูกแปลงเป็นค่า Double แล้วเก็บลงในอาร์เรย์ ที่สร้างขึ้น แล้วทำการคำนวณสมการลักษณะเฉพาะตามวิธีของแมกซิมโปเชอร์ *(Maxim Bocher)* ซึ่งกล่าวไว้ข้างต้น

3.2.4 ฟังก์ชัน *Eigen_Value* เพื่อคำนวณหาค่าลักษณะเฉพาะ

หน้าที่ เพื่อหาค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) Matrix เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าลักษณะเฉพาะ ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ โดยมีชนิดเป็นอาร์เรย์ของ string

การทำงาน ตัวแปร Matrix ที่รับเข้ามาจะถูกแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าลักษณะเฉพาะ

3.2.5 ฟังก์ชัน *Eigen_Vector* เพื่อคำนวณหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

หน้าที่ เพื่อหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

อากิวเมนต์ที่รับ มี 2 ตัว

1) Matrix เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าเวกเตอร์ลักษณะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฉพาะดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนี้ string ที่รับมาจะเป็น((1,2,3),(2,3,4),(,5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

2) Eig_val ค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์

ค่าที่ส่งกลับ เป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ ซึ่งส่งกลับเป็นอาร์เรย์ของ string

การทำงาน ตัวแปร Matrix ที่รับเข้ามาจะถูกแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

3.2.6 ฟังก์ชัน *Add_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลบวกของเมทริกซ์

หน้าที่ เพื่อหาค่าผลบวกของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 2 ตัว

1) MatrixA เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าผลบวกดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

2) MatrixB เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าผลบวกดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นผลบวกของเมทริกซ์ ซึ่งส่งกลับเป็น string

การทำงาน ตัวแปร MatrixA และ MatrixB ที่รับเข้ามาจะถูกตรวจสอบว่าขนาดของเมทริกซ์สามารถที่จะทำการคำนวณได้หรือไม่ ถ้าได้จะถูกแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าผลบวกของเมทริกซ์

3.2.7 ฟังก์ชัน *Del_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลลบของเมทริกซ์

หน้าที่ เพื่อหาค่าผลลบของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 2 ตัว

1) MatrixA เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าผลลบดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(,5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12), (13,14,15,16)) เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) MatrixB เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าผลลบดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(,5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12), (13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นผลลบของเมทริกซ์ ซึ่งส่งกลับเป็น string

การทำงาน ตัวแปร MatrixA และ MatrixB ที่รับเข้ามาจะถูกตรวจสอบว่าขนาดของเมทริกซ์สามารถที่จะทำการคำนวณได้หรือไม่ ถ้าได้จะถูกแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าผลลบของเมทริกซ์

3.2.8 ฟังก์ชัน *Multiply_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าผลคูณของเมทริกซ์

หน้าที่ เพื่อหาค่าผลคูณของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 2 ตัว

1) MatrixA เป็น *string* ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาผลคูณดังนั้น *string* ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(,5,6,7) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12), (13,14,15,16)) เป็นต้น

2) MatrixB เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่าผลคูณดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น((1,2,3),(2,3,4),(,5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นผลลบของเมทริกซ์ ซึ่งส่งกลับเป็น string

การทำงาน ตัวแปร MatrixA และ MatrixB จะถูกตรวจสอบว่าขนาดของเมทริกซ์สามารถที่จะทำการคำนวณได้หรือไม่ ถ้าได้จะถูกแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาค่าผลคูณของเมทริกซ์

3.2.9 ฟังก์ชัน *Det_Matrix* เพื่อคำนวณหาค่าตัวกำหนดของเมทริกซ์

หน้าที่ เพื่อหาค่าตัวกำหนดของเมทริกซ์

อากิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) Matrix เป็น string ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่ากำหนดดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2),(3,4)) และถ้ามีขนาดเป็น 3*3 ดังนั้น string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7)) และถ้ามีขนาดเป็น 4*4 แล้ว string ที่รับมาจะเป็น ((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12), (13,14,15,16)) เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ เป็นค่ากำหนดของเมทริกซ์ ซึ่งส่งกลับเป็น string

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทำงาน ตัวแปร Matrix จะทำการแปลงเป็นค่า Double จากนั้นนำไปคำนวณหาค่ากำหนดของเมทริกซ์

3.3 ขั้นตอนการทำงาน

3.3.1 ขั้นตอนการหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

1) รับสมการเข้ามา

((1,2,3,4),(2,3,5,6),(3,5,2,7),(4,6,7,1))

แล้วแปลงให้อยู่ในรูปเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

2) ทำการคำนวณหาสมการลักษณะเฉพาะ

$$\det(A-\lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3-\lambda & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2-\lambda & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

หา $\det(A-\lambda I)$ โดยกระจายตามแถวที่ 1 ดังนี้

$$\det(A-\lambda I) = a_{11}(A-\lambda I)_{11}+a_{12}(A-\lambda I)_{12}+a_{13}(A-\lambda I)_{13}+a_{14}(A-\lambda I)_{14}$$

$$= (1-\lambda)(A-\lambda I)_{11}+2(A-\lambda I)_{12}+3(A-\lambda I)_{13}+4(A-\lambda I)_{14}$$

$$= (1-\lambda)(-1)^{1+1}\det M_{11} + 2(-1)^{1+2}\det M_{12} + 3(-1)^{1+3}\det M_{13} + 4(-1)^{1+4}\det M_{14}$$

$$= (1-\lambda)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 3-\lambda & 5 & 6 \\ 5 & 2-\lambda & 7 \\ 6 & 7 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+2(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 3 & 2-\lambda & 7 \\ 4 & 7 & 1-\lambda \end{vmatrix} + 3(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 2 & 3-\lambda & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

$$+ 4(-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 2 & 3-\lambda & 5 \\ 3 & 5 & 2-\lambda \\ 4 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$= (1-\lambda)((3-\lambda)(2-\lambda)(1-\lambda)+(5)(7)(6)+(6)(5)(7)-(6)(2-\lambda)(6)-(7)(7)(3-\lambda)-(1-\lambda)(5)(5))$

$-2((2)(2-\lambda)(1-\lambda)+(5)(7)(4)+(6)(3)(7)-(6)(4)(2-\lambda)-(7)(7)(2)-(1-\lambda)(3)(5))$

$+3((2)(5)(1-\lambda)+(3-\lambda)(7)(4)+(6)(3)(6)-(4)(5)(6)-(6)(7)(2)-(1-\lambda)(3)(3-\lambda))$

$-4((2)(5)(7)+(3-\lambda)(2-\lambda)(4)+(5)(3)(6)-(5)(5)(4)-(6)(2-\lambda)(2))$

$= \lambda^4 - 7\lambda^3 - 122\lambda^2 - 279\lambda - 57$

สมการลักษณะเฉพาะคือ $\lambda^4 - 7\lambda^3 - 122\lambda^2 - 279\lambda - 57 = 0$

วิธีกำลัง

กำหนดให้ $\alpha_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ และจะหยุดเมื่อ $\|A\alpha_{m+1}\| - \|A - \alpha_m\| < 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.1 แสดงการหาค่าไอเกนด้วยวิธีกำลัง

K	α_k^1	α_k^2	α_k^3	α_k^4	$\|A\alpha_K\|$
0	1	1	1	1	18
1	0.55555555555558	0.88888888888884	0.94444444444442	1.0	15.166666666666
2	0.60439560439560	0.95604395604395	0.98901098901099	1.0	16.076923076923
3	0.58988380041011	0.93438140806561	0.96855775803144	1.0	15.745727956254
4	0.59472130578225	0.94156971696475	0.97668866122590	1.0	15.865124153498
5	0.59299420744303	0.93901534740292	0.97354358372392	1.0	15.820874000257
6	0.59362432525965	0.93994506090325	0.97473417249520	1.0	15.837306873924
7	0.59339110111105	0.93960133589414	0.97428601643695	1.0	15.831174534867
8	0.59347787503175	0.93972915650213	0.97445404203590	1.0	15.833464733391
9	0.59344549486556	0.93968147087683	0.97439112357649	1.0	15.832608669758
10	0.59345759143884	0.93969928333173	0.97441466582834	1.0	15.832928726544
11	0.59345306973021	0.93969262534929	0.97440585940155	1.0	15.832809046827
12	0.59345476035512	0.93969511465163	0.97440915311433	1.0	15.832853801130
13	0.59345412817052	0.93969418382265	0.97440792129656	1.0	15.832837064693
14	0.59345436457866	0.93969453190854	0.97440838197093	1.0	15.832843323562
15	0.59345427617068	0.93969440173743	0.97440820969036	1.0	15.832840982939
16	0.59345430923237	0.93969445041712	0.97440827411855	1.0	15.832841200151
17	0.59345429686832	0.93969443221243	0.97440825002424	1.0	

จากนั้นนำค่า 15.83284120015124 มาคำนวณโดยมีขอบเขต คือ -15.83284120015 ถึง 15.83284120015 โดยแบ่งช่วงดังกล่าวออกเป็น 200 ช่วง และนำค่าที่แบ่งแต่ละช่วงไปแทนในสมการลักษณะเฉพาะ ถ้าค่าที่ได้ในแต่ละช่วงที่ติดกันมีค่าบวกและลบสลับกัน จะนำช่วงดังกล่าวไปคำนวณด้วยวิธีแบ่งครึ่งช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.2 แสดงค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีแบ่งครึ่งช่วง

Lower	Upper	Fn(lower)	Fn(upper)	bisection
-6.0164799061	-5.85815148755	40.22864719961	-24.3655561055	-5.921018026
-2.69158311590	-2.53325469732	-0.91092432948	21.83853120301	-2.685406296
-15.85624245	19.34644425423	-0.15832841858	-0.31665683716	-0.22641729734

จะได้

ค่าลักษณะเฉพาะ คือ -0.226417297348916 , -2.6854062965748 , 15.832841620015 และ -5.92101802609135

นำค่าลักษณะเฉพาะที่ได้ไปคำนวณเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

$\lambda = -0.226417297348916$

$A + \lambda I$

$$= \begin{bmatrix} 1+0.226417297348916 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3+0.226417297348916 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2+0.226417297348916 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1+0.226417297348916 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.226417297348916 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3.226417297348916 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2.226417297348916 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1.226417297348916 \end{bmatrix}$$

$$1.226417297348916a + 2b + 3c + 4d = 0$$

$$2a + 3.226417297348916b + 5c + 6d = 0$$

$$3a + 5b + 2.226417297348916c + 7d = 0$$

$$4a + 6b + 7c + 1.226417297348916d = 0$$

จากนั้นทำการโพสฟิก $(1.226417297348916 * a) + (2 * b) + (3 * c) + (4 * d)$

วิธีทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
1.226417297348916	1.226417297348916	(
*	1.226417297348916	(*
a	1.226417297348916 a	(*
)	1.226417297348916 a *	blank
+	1.226417297348916 a *	+
(	1.226417297348916 a *	+ (
2	1.226417297348916 a *2	+ (
*	1.226417297348916 a *2	+ (*
b	1.226417297348916 a *2 b	+ (*
)	1.226417297348916 a *2 b *	+
+	1.226417297348916 a *2 b *	+ +
(	1.226417297348916 a *2 b *	+ + (
3	1.226417297348916 a *2 b * 3	+ + (
*	1.226417297348916 a *2 b * 3	+ + (*
c	1.226417297348916 a *2 b * 3 c	+ + (*
)	1.226417297348916 a *2 b * 3 c *	+ +
+	1.226417297348916 a *2 b * 3 c *	+ + +
(	1.226417297348916 a *2 b * 3 c *	+ + + (
4	1.226417297348916 a *2 b * 3 c * 4	+ + + (
*	1.226417297348916 a *2 b * 3 c * 4	+ + + (*
d	1.226417297348916 a *2 b * 3 c * 4 d	+ + + (*
)	1.226417297348916 a *2 b * 3 c * 4 d *	+ + +
	1.226417297348916 a *2 b * 3 c * 4 d *+ + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก (2 * a) + (3.226417297348916 * b) + (5 * c) + (6 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
2	2	(
*	2	(*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
a	2 a	(*
)	2 a *	blank
+	2 a *	+
(	2 a *	+ (
3.226417297348916	2 a * 3.226417297348916	+ (
*	2 a * 3.226417297348916	+ (*
)	2 a * 3.226417297348916 *	+
+	2 a * 3.226417297348916 *	+ +
(	2 a * 3.226417297348916 *	+ + (
5	2 a * 3.226417297348916 * 5	+ + (
*	2 a * 3.226417297348916 * 5	+ + (*
c	2 a * 3.226417297348916 * 5 c	+ + (*
)	2 a * 3.226417297348916 * 5 c *	+ +
+	2 a * 3.226417297348916 * 5 c *	+ + +
(	2 a * 3.226417297348916 * 5 c *	+ + + (
6	2 a * 3.226417297348916 * 5 c * 6	+ + + (
*	2 a * 3.226417297348916 * 5 c * 6	+ + + (*
d	2 a * 3.226417297348916 * 5 c * 6 d	+ + + (*
)	2 a * 3.226417297348916 * 5 c * 6 d *	+ + +
	2 a * 3.226417297348916 * 5 c * 6 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก (3 * a) + (5 * b) + (2.226417297348916 * c) + (7 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
3	3	(
*	3	(*
a	3 a	(*
)	3 a *	blank
+	3 a *	+
(	3 a *	+ (

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
5	3 a * 5	+ (
*	3 a * 5	+ (*
b	3 a * 5 b	+ (*
)	3 a * 5 b *	+
+	3 a * 5 b *	+ +
(	3 a * 5 b *	+ + (
2.226417297348916	3 a * 5 b * 2.226417297348916	+ + (
*	3 a * 5 b * 2.226417297348916	+ + (*
c	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c	+ + (*
)	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c *	+ +
+	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c *	+ + +
(	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c *	+ + + (
7	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c * 7	+ + + (
*	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c * 7	+ + + (*
d	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c * 7 d	+ + + (*
)	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c * 7 d *	+ + +
	3 a * 5 b * 2.226417297348916 c * 7 d * + + +	blank

ทำการโพสฟิก (4 * a) + (6 * b) + (7 * c) + (1.226417297348916 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
4	4	(
*	4	(*
a	4 a	(*
)	4 a *	blank
+	4 a *	+
(	4 a *	+ (
6	4 a * 6	+ (
*	4 a * 6	+ (*
b	4 a * 6 b	+ (*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
)	4 a * 6 b *	+
+	4 a * 6 b *	+ +
(	4 a * 6 b *	+ + (
7	4 a * 6 b * 7	+ + (
*	4 a * 6 b * 7	+ + (*
c	4 a * 6 b * 7 c	+ + (*
)	4 a * 6 b * 7 c *	+ +
+	4 a * 6 b * 7 c *	+ + +
(	4 a * 6 b * 7 c *	+ + + (
1.226417297348916	4 a * 6 b * 7 c * 1.226417297348916	+ + + (
*	4 a * 6 b * 7 c * 1.226417297348916	+ + + (*
d	4 a * 6 b * 7 c * 1.226417297348916 d	+ + + (*
)	4 a * 6 b * 7 c * 1.226417297348916 d *	+ + +
	4 a * 6 b * 7 c * 1.226417297348916 d * + + +	blank

นำสมการที่ทำการโพสฟิกแล้ว ไปหาค่าหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เวกเตอร์เริ่มต้นคือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ซึ่งคือ $\begin{bmatrix} 1.226417297348916\ a * \ 2\ b * 3\ c * 4\ d * + + + \\ 2\ a * 3.226417297348916 * 5\ c * 6\ d * + + + \\ 3\ a * 5\ b * 2.226417297348916\ c * 7\ d * + + + \\ 4\ a * 6\ b * 7\ c * 1.226417297348916\ d * + + + \end{bmatrix}$

แทนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นลงในสมการจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.3 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	1	2
x_1	1	0.13122558734373813
x_2	1	-0.65060676679561125
x_3	1	0.70673502364078422
x_4	1	-0.24498221687606681
norm	-	56.581713313156733
error	-	4.0576283726871551

เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ -0.226417297348916 คือ $\begin{bmatrix} 0.13122558734373813 \\ -0.65060676679561125 \\ 0.70673502364078422 \\ -0.24498221687606681 \end{bmatrix}$

รากของสมการที่ได้คือค่าลักษณะเฉพาะ

นำค่าลักษณะเฉพาะที่ได้ไปคำนวณเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

$\lambda = -2.6854062965748$

$A + \lambda I$

$$= \begin{bmatrix} 1+2.6854062965748 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3+2.6854062965748 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2+2.6854062965748 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1+2.6854062965748 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.6854062965748 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5.6854062965748 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4.6854062965748 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 3.6854062965748 \end{bmatrix}$$

$$3.6854062965748a + 2b + 3c + 4d = 0$$

$$2a + 5.6854062965748b + 5c + 6d = 0$$

$$3a + 5b + 4.6854062965748c + 7d = 0$$

$$4a + 6b + 7c + 3.6854062965748d = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการโพสฟิก (3.6854062965748*a) + (2 * b) + (3 * c) + (4 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
3.6854062965748	3.6854062965748	(
*	3.6854062965748	(*
a	3.6854062965748 a	(*
)	3.6854062965748 a *	blank
+	3.6854062965748 a *	+
(	3.6854062965748 a *	+ (
2	3.6854062965748 a * 2	+ (
*	3.6854062965748 a * 2	+ (*
b	3.6854062965748 a * 2 b	+ (*
)	3.6854062965748 a * 2 b *	+
+	3.6854062965748 a * 2 b *	+ +
(	3.6854062965748 a * 2 b *	+ + (
3	3.6854062965748 a * 2 b * 3	+ + (
*	3.6854062965748 a * 2 b * 3	+ + (*
c	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c	+ + (*
)	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c *	+ +
+	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c *	+ + +
(	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c *	+ + + (
4	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (
*	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (*
d	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c * 4 d	+ + + (*
)	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c * 4 d *	+ + +
	3.6854062965748 a * 2 b * 3 c * 4 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก (2 * a) + (5.6854062965748*b) + (5 * c) + (6 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
2	2	(
*	2	(*
a	2 a	(*
)	2 a *	blank
+	2 a *	+
(	2 a *	+ (
5.6854062965748	2 a * 5.6854062965748	+ (
*	2 a * 5.6854062965748	+ (*
)	2 a * 5.6854062965748 *	+
+	2 a * 5.6854062965748 *	+ +
(	2 a * 5.6854062965748 *	+ + (
5	2 a * 5.6854062965748 * 5	+ + (
*	2 a * 5.6854062965748 * 5	+ + (*
c	2 a * 5.6854062965748 * 5 c	+ + (*
)	2 a * 5.6854062965748 * 5 c *	+ +
+	2 a * 5.6854062965748 * 5 c *	+ + +
(	2 a * 5.6854062965748 * 5 c *	+ + + (
6	2 a * 5.6854062965748 * 5 c * 6	+ + + (
*	2 a * 5.6854062965748 * 5 c * 6	+ + + (*
d	2 a * 5.6854062965748 * 5 c * 6 d	+ + + (*
)	2 a * 5.6854062965748 * 5 c * 6 d *	+ + +
	2 a * 5.6854062965748 * 5 c * 6 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก $(3 * a) + (5 * b) + (4.6854062965748 * c) + (7 * d)$

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
3	3	(
*	3	(*
a	3 a	(*
)	3 a *	blank

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
+	3 a *	+
(	3 a *	+ (
5	3 a * 5	+ (
*	3 a * 5	+ (*
b	3 a * 5 b	+ (*
)	3 a * 5 b *	+
+	3 a * 5 b *	+ +
(	3 a * 5 b *	+ + (
4.6854062965748	3 a * 5 b * 4.6854062965748	+ + (
*	3 a * 5 b * 4.6854062965748	+ + (*
c	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c	+ + (*
)	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c *	+ +
+	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c *	+ + +
(	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c *	+ + + (
7	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c * 7	+ + + (
*	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c * 7	+ + + (*
d	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c * 7 d	+ + + (*
)	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c * 7 d *	+ + +
	3 a * 5 b * 4.6854062965748 c * 7 d * + + +	blank

ทำการโพสฟิก (4 * a) + (6 * b) + (7 * c) + (3.6854062965748 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
4	4	(
*	4	(*
a	4 a	(*
)	4 a *	blank
+	4 a *	+
(	4 a *	+ (
6	4 a * 6	+ (

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
*	4 a * 6	+ (*
b	4 a * 6 b	+ (*
)	4 a * 6 b *	+
+	4 a * 6 b *	+ +
(	4 a * 6 b *	+ + (
7	4 a * 6 b * 7	+ + (
*	4 a * 6 b * 7	+ + (*
c	4 a * 6 b * 7 c	+ + (*
)	4 a * 6 b * 7 c *	+ +
+	4 a * 6 b * 7 c *	+ + +
(	4 a * 6 b * 7 c *	+ + + (
3.6854062965748	4 a * 6 b * 7 c * 3.6854062965748	+ + + (
*	4 a * 6 b * 7 c * 3.6854062965748	+ + + (*
d	4 a * 6 b * 7 c * 3.6854062965748 d	+ + + (*
)	4 a * 6 b * 7 c * 3.6854062965748 d *	+ + +
	4 a * 6 b * 7 c * 3.6854062965748 d * + + +	blank

-นำสมการที่ทำการโพสฟิกแล้ว ไปหาค่าหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เวกเตอร์เริ่มต้นคือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ซึ่งคือ $\begin{bmatrix} 3.6854062965748\ a * 2\ b * 3\ c * 4\ d * + + + \\ 2\ a * 5.6854062965748 * 5\ c * 6\ d * + + + \\ 3\ a * 5\ b * 4.6854062965748\ c * 7\ d * + + + \\ 4\ a * 6\ b * 7\ c * 3.6854062965748\ d * + + + \end{bmatrix}$

แทนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นลงในสมการจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.4 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	1	2
x_1	1	0.1159177926794092
x_2	1	-0.0061345209434909365
x_3	1	0.74202133394170611
x_4	1	-0.66024978074096952
norm	-	6.9864295203465092
error	-	3.808445175063345

เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ -2.6854062965748 คือ $\begin{bmatrix} 0.1159177926794092 \\ -0.0061345209434909365 \\ 0.74202133394170611 \\ -0.66024978074096952 \end{bmatrix}$

$\lambda = 15.832841620015$

$A + \lambda I$

$$= \begin{bmatrix} 1-15.832841620015 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3-15.832841620015 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2-15.832841620015 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1-15.832841620015 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -14.832841620015 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -12.832841620015 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & -13.832841620015 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & -14.832841620015 \end{bmatrix}$$

$$-14.832841620015a + 2b + 3c + 4d = 0$$

$$2a - 12.832841620015b + 5c + 6d = 0$$

$$3a + 5b - 13.832841620015c + 7d = 0$$

$$4a + 6b + 7c - 14.832841620015d = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการโพสฟิก (−14.832841620015 * a) + (2 * b) + (3 * c) + (4 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
-14.832841620015	-14.832841620015	(
*	-14.832841620015	(*
a	-14.832841620015 a	(*
)	-14.832841620015 a *	blank
+	-14.832841620015 a *	+
(	-14.832841620015 a *	+ (
2	-14.832841620015a * 2	+ (
*	-14.832841620015 a * 2	+ (*
b	-14.832841620015 a * 2 b	+ (*
)	-14.832841620015 a * 2 b *	+
+	-14.832841620015 a * 2 b *	+ +
(	-14.832841620015 a * 2 b *	+ + (
3	-14.832841620015 a * 2 b * 3	+ + (
*	-14.832841620015 a * 2 b * 3	+ + (*
c	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c	+ + (*
)	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c *	+ +
+	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c *	+ + +
(	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c *	+ + + (
4	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (
*	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (*
d	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4 d	+ + + (*
)	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4 d *	+ + +
	-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4 d *+ + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก (2 * a) + (−12.832841620015 * b) + (5 * c) + (6 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
2	2	(
*	2	(*
a	2 a	(*
)	2 a *	blank
+	2 a *	+
(	2 a *	+ (
-12.832841620015	2 a * -12.832841620015	+ (
*	2 a * -12.832841620015	+ (*
)	2 a * -12.832841620015 *	+
+	2 a * -12.832841620015 *	+ +
(	2 a * -12.832841620015 *	+ + (
5	2 a * -12.832841620015 * 5	+ + (
*	2 a * -12.832841620015 * 5	+ + (*
c	2 a * -12.832841620015 * 5 c	+ + (*
)	2 a * -12.832841620015 * 5 c *	+ +
+	2 a * -12.832841620015 * 5 c *	+ + +
(	2 a * -12.832841620015 * 5 c *	+ + + (
6	2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6	+ + + (
*	2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6	+ + + (*
d	2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6 d	+ + + (*
)	2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6 d *	+ + +
	2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก $(3*a)+(5*b)+(-13.832841620015*c)+(7*d)$

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
3	3	(
*	3	(*
a	3 a	(*
)	3 a *	blank

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
+	3 a *	+
(	3 a *	+ (
5	3 a * 5	+ (
*	3 a * 5	+ (*
b	3 a * 5 b	+ (*
)	3 a * 5 b *	+
+	3 a * 5 b *	+ +
(	3 a * 5 b *	+ + (
-13.832841620015	3 a * 5 b * -13.832841620015	+ + (
*	3 a * 5 b * -13.832841620015	+ + (*
c	3 a * 5 b * -13.832841620015 c	+ + (*
)	3 a * 5 b * -13.832841620015 c *	+ +
+	3 a * 5 b * -13.832841620015 c *	+ + +
(	3 a * 5 b * -13.832841620015 c *	+ + + (
7	3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7	+ + + (
*	3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7	+ + + (*
d	3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7 d	+ + + (*
)	3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7 d *	+ + +
	3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7 d * + + +	blank

ทำการโพสฟิก $(4 * a) + (6 * b) + (7 * c) + (-14.832841620015 * d)$

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
4	4	(
*	4	(*
a	4 a	(*
)	4 a *	blank
+	4 a *	+
(	4 a *	+ (
6	4 a * 6	+ (

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
*	4 a * 6	+ (*
b	4 a * 6 b	+ (*
)	4 a * 6 b *	+
+	4 a * 6 b *	+ +
(	4 a * 6 b *	+ + (
7	4 a * 6 b * 7	+ + (
*	4 a * 6 b * 7	+ + (*
c	4 a * 6 b * 7 c	+ + (*
)	4 a * 6 b * 7 c *	+ +
+	4 a * 6 b * 7 c *	+ + +
(	4 a * 6 b * 7 c *	+ + + (
-14.832841620015	4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015	+ + + (
*	4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015	+ + + (*
d	4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015 d	+ + + (*
)	4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015 d *	+ + +
	4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015 d * + + +	blank

นำสมการที่ทำการโพสฟิกแล้ว ไปหาค่าหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เวกเตอร์เริ่มต้นคือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ซึ่งคือ $\begin{bmatrix} \text{-14.832841620015 a * 2 b * 3 c * 4 d * + + +} \\ \text{2 a * -12.832841620015 * 5 c * 6 d * + + +} \\ \text{3 a * 5 b * -13.832841620015 c * 7 d * + + +} \\ \text{4 a * 6 b * 7 c * -14.832841620015 d * + + +} \end{bmatrix}$

แทนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นลงในสมการจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.5 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	1	2
x_1	1	0.33069743011266706
x_2	1	0.5419531908055909
x_3	1	0.549203665783584
x_4	1	0.54341630651130612
norm	-	2.1090743772117273
Error	-	2.0347294067868518

เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ -2.6854062965748 คือ $\begin{bmatrix} 0.33069743011266706 \\ 0.5419531908055909 \\ 0.549203665783584 \\ 0.54341630651130612 \end{bmatrix}$

นำค่าลักษณะเฉพาะที่ได้ไปคำนวณเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

$\lambda = -5.92101802609135$

$A + \lambda I$

$$= \begin{bmatrix} 1+5.92101802609135 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3+5.92101802609135 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2+5.92101802609135 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1+5.92101802609135 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.92101802609135 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 8.92101802609135 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 7.92101802609135 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 6.92101802609135 \end{bmatrix}$$

$$6.92101802609135a + 2b + 3c + 4d = 0$$

$$2a + 8.92101802609135b + 5c + 6d = 0$$

$$3a + 5b + 7.92101802609135c + 7d = 0$$

$$4a + 6b + 7c + 6.92101802609135d = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการโพสฟิก (6.92101802609135*a) + (2 * b) + (3 * c) + (4 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
6.92101802609135	6.92101802609135	(
*	6.92101802609135	(*
a	6.9210180260913 a	(*
)	6.92101802609135 a *	blank
+	6.92101802609135 a *	+
(	6.92101802609135 a *	+ (
2	6.92101802609135 a * 2	+ (
*	6.92101802609135 a * 2	+ (*
b	6.92101802609135 a * 2 b	+ (*
)	6.92101802609135 a * 2 b *	+
+	6.92101802609135 a * 2 b *	+ +
(	6.92101802609135 a * 2 b *	+ + (
3	6.92101802609135 a * 2 b * 3	+ + (
*	6.92101802609135 a * 2 b * 3	+ + (*
c	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c	+ + (*
)	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c *	+ +
+	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c *	+ + +
(	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c *	+ + + (
4	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (
*	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c * 4	+ + + (*
d	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c * 4 d	+ + + (*
)	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c * 4 d *	+ + +
	6.92101802609135 a * 2 b * 3 c * 4 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก (2 * a) + (8.92101802609135*b) + (5 * c) + (6 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
2	2	(
*	2	(*
a	2 a	(*
)	2 a *	blank
+	2 a *	+
(	2 a *	+ (
8.92101802609135	2 a * 8.92101802609135	+ (
*	2 a * 8.92101802609135	+ (*
)	2 a * 8.92101802609135 *	+
+	2 a * 8.92101802609135 *	+ +
(	2 a * 8.92101802609135 *	+ + (
5	2 a * 8.92101802609135 * 5	+ + (
*	2 a * 8.92101802609135 * 5	+ + (*
c	2 a * 8.92101802609135 * 5 c	+ + (*
)	2 a * 8.92101802609135 * 5 c *	+ +
+	2 a * 8.92101802609135 * 5 c *	+ + +
(	2 a * 8.92101802609135 * 5 c *	+ + + (
6	2 a * 8.92101802609135 * 5 c * 6	+ + + (
*	2 a * 8.92101802609135 * 5 c * 6	+ + + (*
d	2 a * 8.92101802609135 * 5 c * 6 d	+ + + (*
)	2 a * 8.92101802609135 * 5 c * 6 d *	+ + +
	2 a * 8.92101802609135 * 5 c * 6 d * + + +	blank

จากนั้นทำการโพสฟิก $(3 * a) + (5 * b) + (7.92101802609135 * c) + (7 * d)$

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
3	3	(
*	3	(*
a	3 a	(*
)	3 a *	blank

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
+	3 a *	+
(	3 a *	+ (
5	3 a * 5	+ (
*	3 a * 5	+ (*
b	3 a * 5 b	+ (*
)	3 a * 5 b *	+
+	3 a * 5 b *	+ +
(	3 a * 5 b *	+ + (
7.92101802609135	3 a * 5 b * 7.92101802609135	+ + (
*	3 a * 5 b * 7.92101802609135	+ + (*
c	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c	+ + (*
)	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c *	+ +
+	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c *	+ + +
(	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c *	+ + + (
7	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c * 7	+ + + (
*	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c * 7	+ + + (*
d	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c * 7 d	+ + + (*
)	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c * 7 d *	+ + +
	3 a * 5 b * 7.92101802609135 c * 7 d * + + +	blank

ทำการโพสฟิก (4 * a) + (6 * b) + (7 * c) + (8.92101802609135 * d)

วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
(	blank	(
4	4	(
*	4	(*
a	4 a	(*
)	4 a *	blank
+	4 a *	+
(	4 a *	+ (
6	4 a * 6	+ (

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
*	4 a * 6	+ (*
b	4 a * 6 b	+ (*
)	4 a * 6 b *	+
+	4 a * 6 b *	+ +
(	4 a * 6 b *	+ + (
7	4 a * 6 b * 7	+ + (
*	4 a * 6 b * 7	+ + (*
c	4 a * 6 b * 7 c	+ + (*
)	4 a * 6 b * 7 c *	+ +
+	4 a * 6 b * 7 c *	+ + +
(	4 a * 6 b * 7 c *	+ + + (
6.92101802609135	4 a * 6 b * 7 c * 6.92101802609135	+ + + (
*	4 a * 6 b * 7 c * 6.92101802609135	+ + + (*
d	4 a * 6 b * 7 c * 6.92101802609135 d	+ + + (*
)	4 a * 6 b * 7 c * 6.92101802609135 d *	+ + +
	4 a * 6 b * 7 c * 6.92101802609135 d * + + +	blank

นำสมการที่ทำการโพสฟิกแล้ว ไปหาค่าหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เวกเตอร์เริ่มต้นคือ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ซึ่งคือ $\begin{bmatrix} 6.92101802609135\ a * 2\ b * 3\ c * 4\ d * + + + \\ 2\ a * 8.92101802609135 * 5\ c * 6\ d * + + + \\ 3\ a * 5\ b * 7.92101802609135\ c * 7\ d * + + + \\ 4\ a * 6\ b * 7\ c * 6.92101802609135\ d * + + + \end{bmatrix}$

แทนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นลงในสมการจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3.6 แสดงค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ที่	1	2	3
x_1	1	0.23782149215371995	0.21110816353010772
x_2	1	0.26718149990787526	0.24546243309023627
x_3	1	0.39897901805917907	0.45523096099945731
x_4	1	-0.84431672204528163	-0.82942528860644038
norm	-	2.9091998081221311	0.93149699255088125
error	-	3.9403347119245069	0.11957577182037071

เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ -5.92101802609135 คือ $\begin{bmatrix} 0.21110816353010772 \\ 0.24546243309023627 \\ 0.45523096099945731 \\ -0.82942528860644038 \end{bmatrix}$

3.3.2 ขั้นตอนการหาผลบวกของเมทริกซ์

รับสมการเข้ามา

MatrixA= ((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9))

MatrixB= ((9,8,7),(6,5,4),(3,2,1))

แปลงให้อยู่ในรูปเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

นำทั้งสองสมการมาบวกกัน

$$C = \begin{bmatrix} 1+9 & 2+8 & 3+7 \\ 4+6 & 5+5 & 6+4 \\ 7+3 & 8+2 & 9+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.3 ขั้นตอนการหาผลลบของเมทริกซ์

รับสมการเข้ามา

MatrixA= ((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9))

MatrixB= ((9,8,7),(6,5,4),(3,2,1))

แปลงให้อยู่ในรูปเมทริกซ์

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}9 & 8 & 7\\ 6 & 5 & 4\\ 3 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

นำทั้งสองสมการมาลบกัน

$$C=\begin{bmatrix}1-9 & 2-8 & 3-7\\ 4-6 & 5-5 & 6-4\\ 7-3 & 8-2 & 9-1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-8 & -6 & -4\\ -2 & 0 & 2\\ 4 & 6 & 8\end{bmatrix}$$

3.3.4 ขั้นตอนการหาผลคูณของเมทริกซ์

MatrixA=((5,1,2),(0,4,3),(-2,0,1),(0,-1,1))

MatrixB=((2,1),(1,0),(0,2))

แปลงให้อยู่ในรูปเมทริกซ์

$$A=\begin{bmatrix}5 & 1 & 2\\ 0 & 4 & 3\\ -2 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix} \text{ และ} B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}5\times2+1\times1+2\times0 & 5\times1+1\times0+2\times2\\ 0\times2+4\times1+3\times0 & 0\times1+4\times0+3\times2\\ -2\times2+0\times1+1\times0 & -2\times1+0\times0+1\times2\\ 0\times2+(-1)\times1+1\times0 & 0\times1+(-1)\times0+1\times2\end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} 11 & 9 \\ 4 & 6 \\ -4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

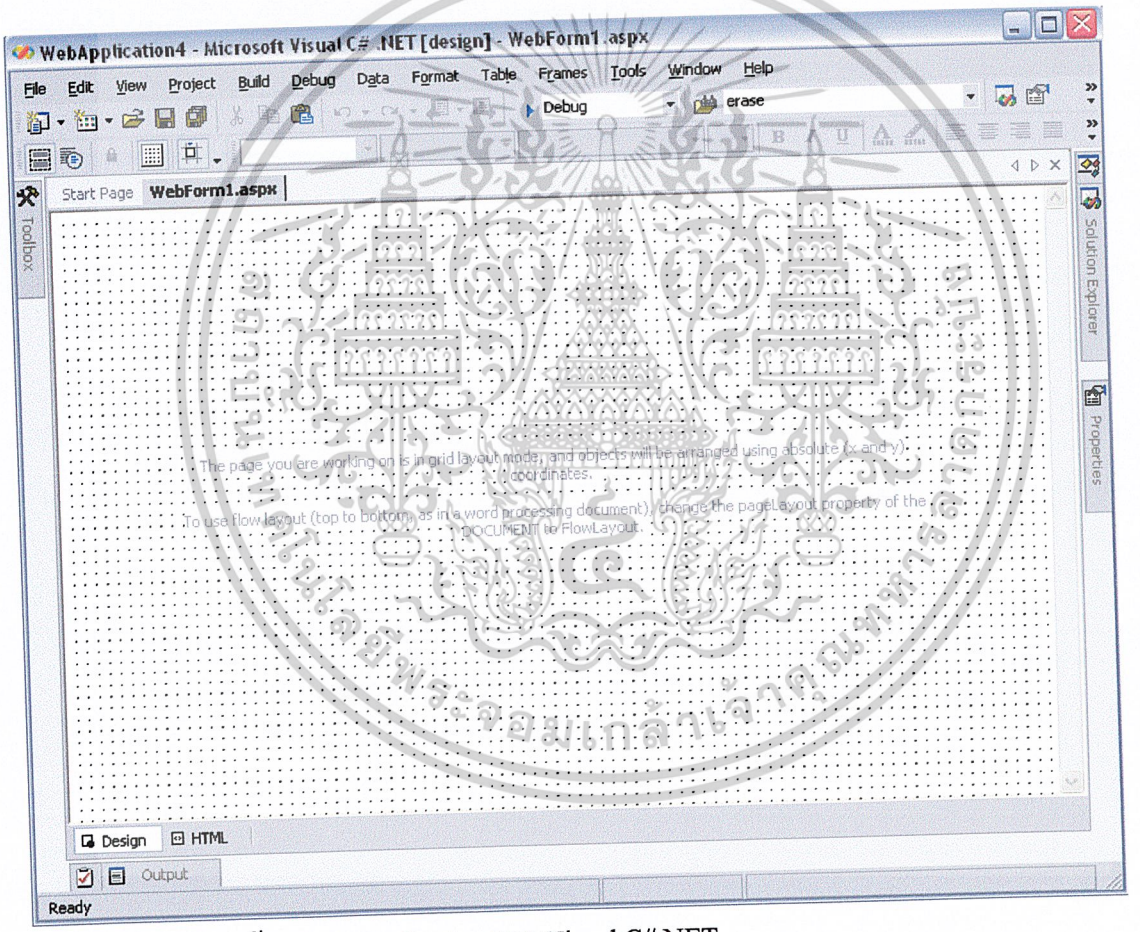
การเรียกใช้เว็บเซอร์วิสในการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์

4.1 การเรียกใช้เว็บเซอร์วิสโดยวิธีต่าง ๆ

4.1.1 ตัวอย่างขั้นตอนการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยใช้ Visual Studio .NET

ในตัวอย่างการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยใช้ Visual Studio .NET นี้ จะเรียกใช้ฟังก์ชัน eigen_value เพื่อคำนวณค่าลักษณะเฉพาะ โดยตัวอย่างนี้จะแสดงการเรียกผ่าน Web Application ของ Visual C#.NET ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

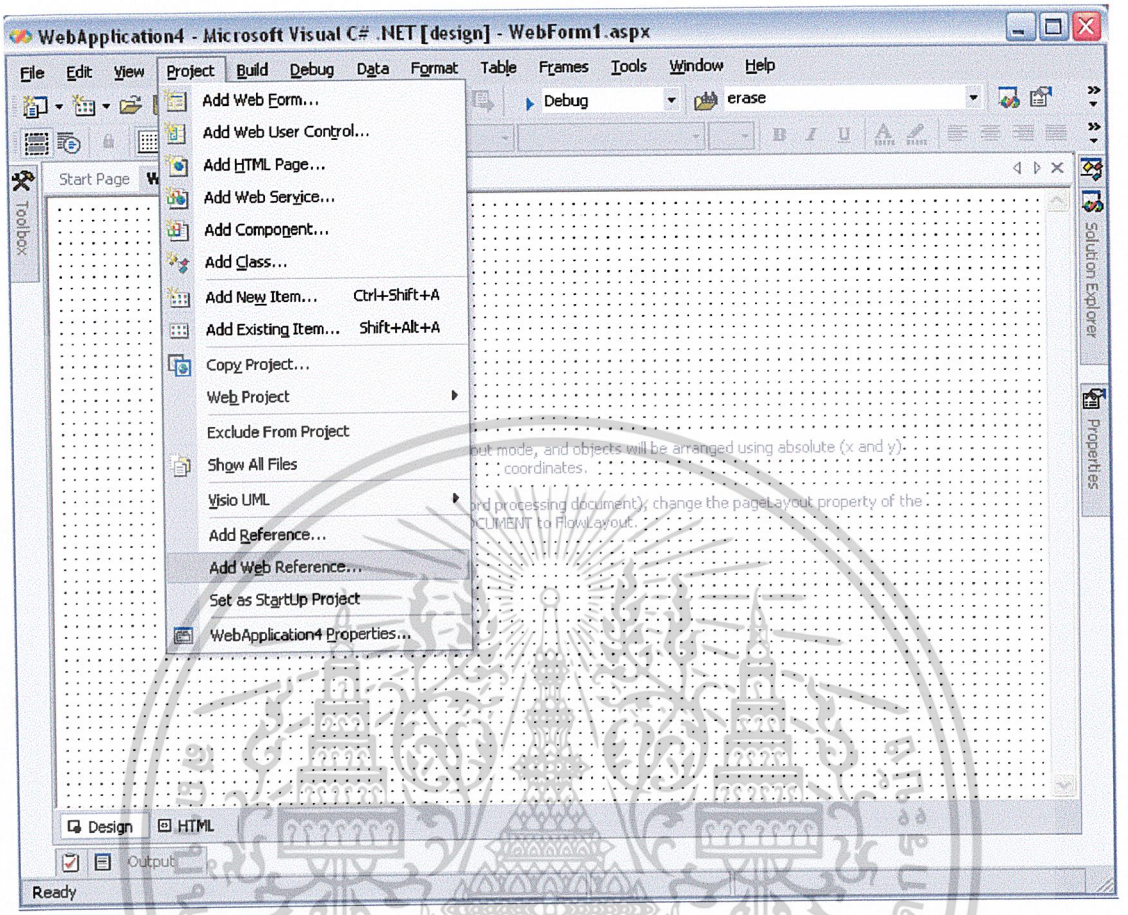
1) สร้าง Web Application ของ Visual C#.NET



รูป 4.1 แสดงการสร้าง Web Application ของ Visual C#.NET

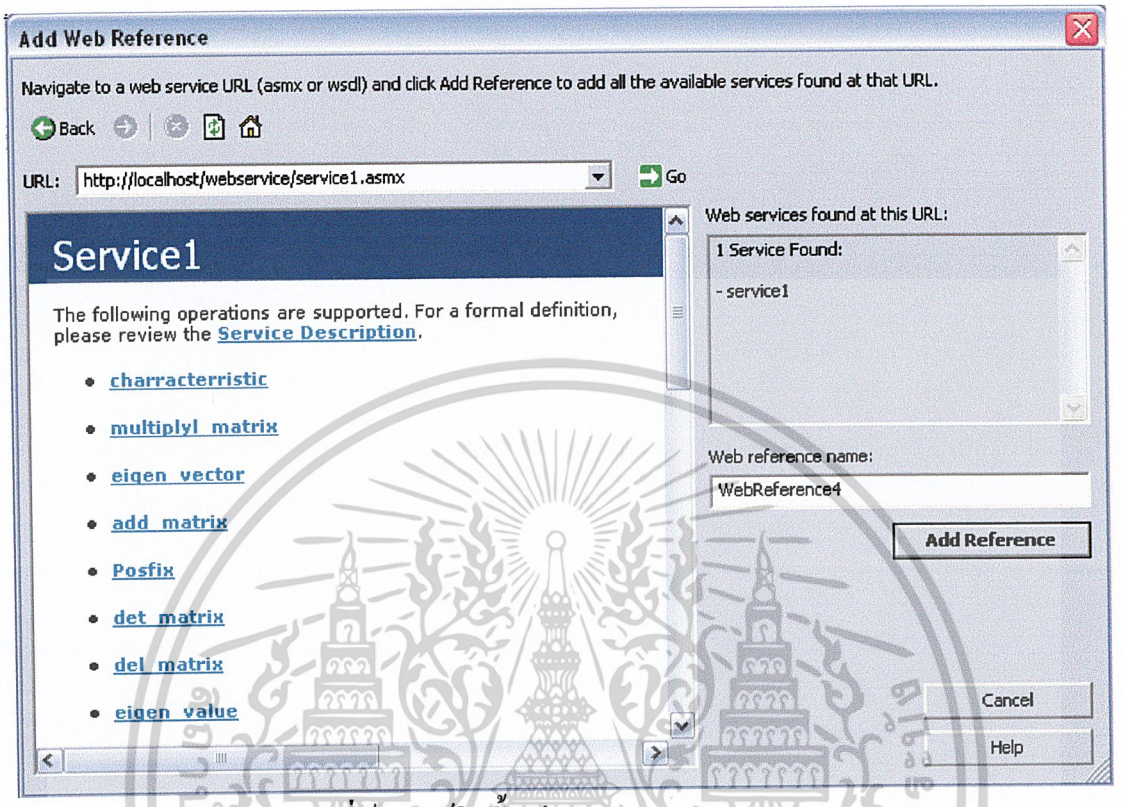
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ทำการติดต่อกับ Web services โดยการเลือก Project / Add Web Reference แล้วจึงพิมพ์ URL ที่เว็บเซอร์วิสตั้งอยู่ จะได้ผลดังนี้



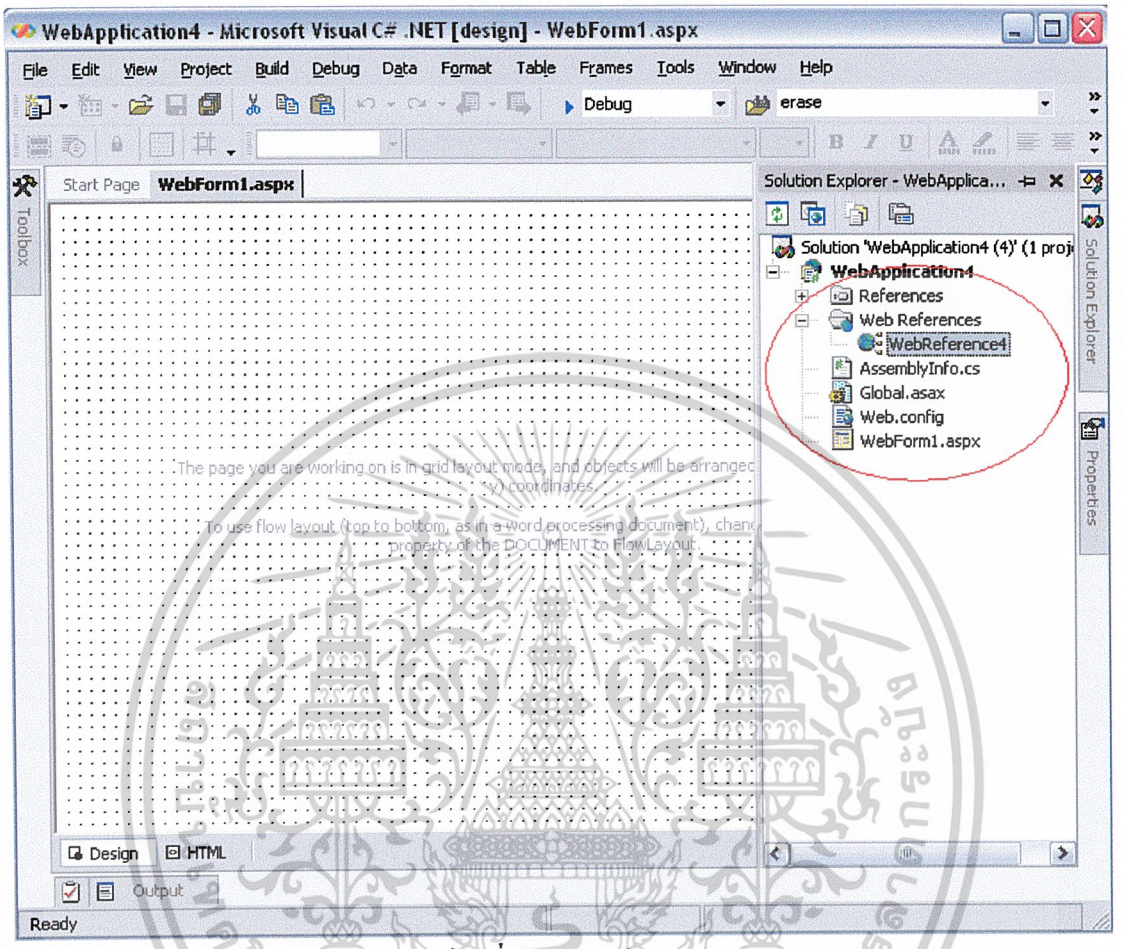
รูป 4.2 แสดงการ Add Web Services

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 4.3 แสดงการป้อน URL ที่เว็บเซอร์วิสตั้งอยู่

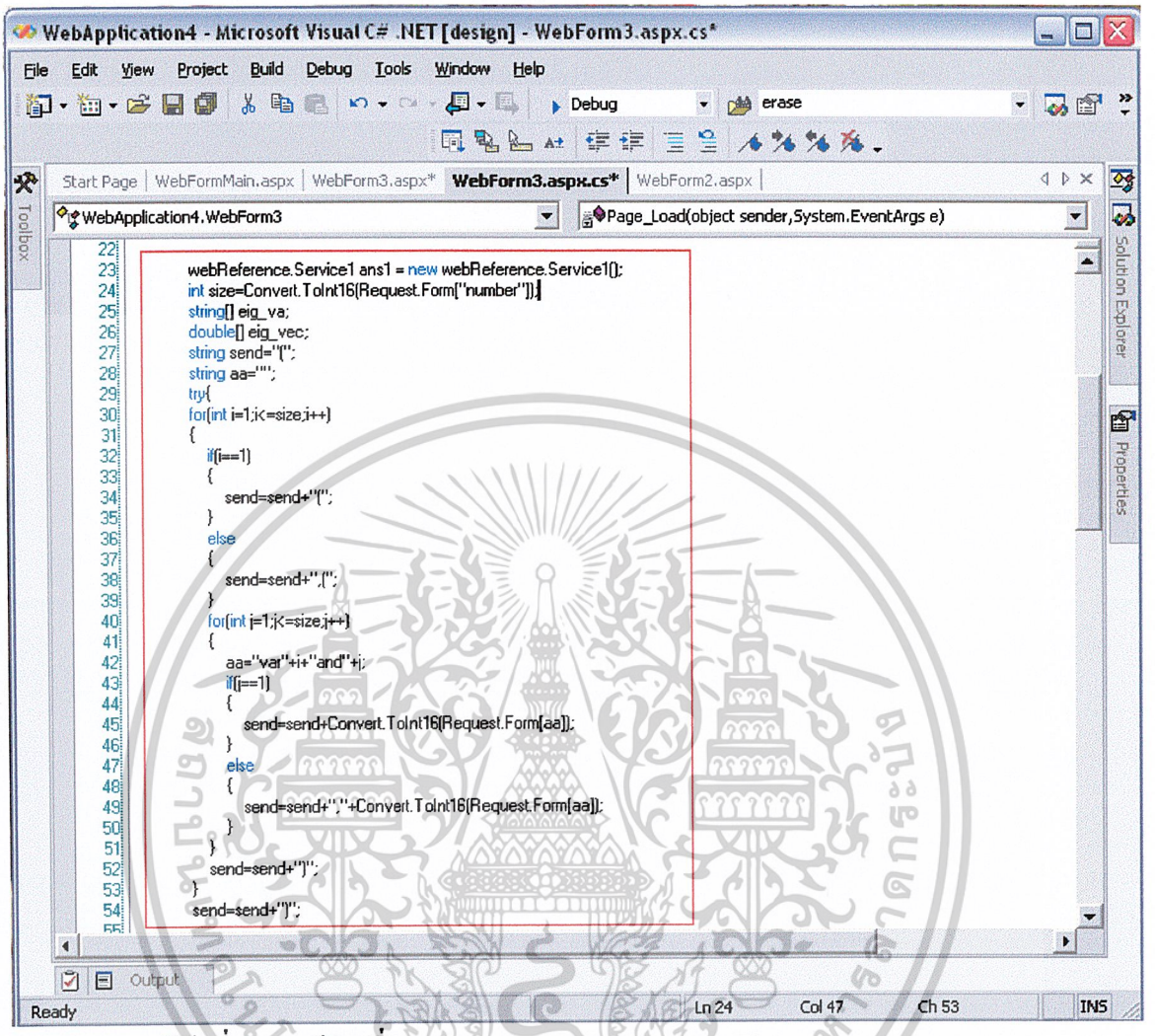
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 4.4 แสดงผลหลังจากติดต่อกับเซอร์วิสที่ต้องการแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3) โค้ดที่ต้องเขียนเพิ่มมีดังนี้



รูป 4.5 แสดงโค้ดที่ทำการเขียนเพิ่ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

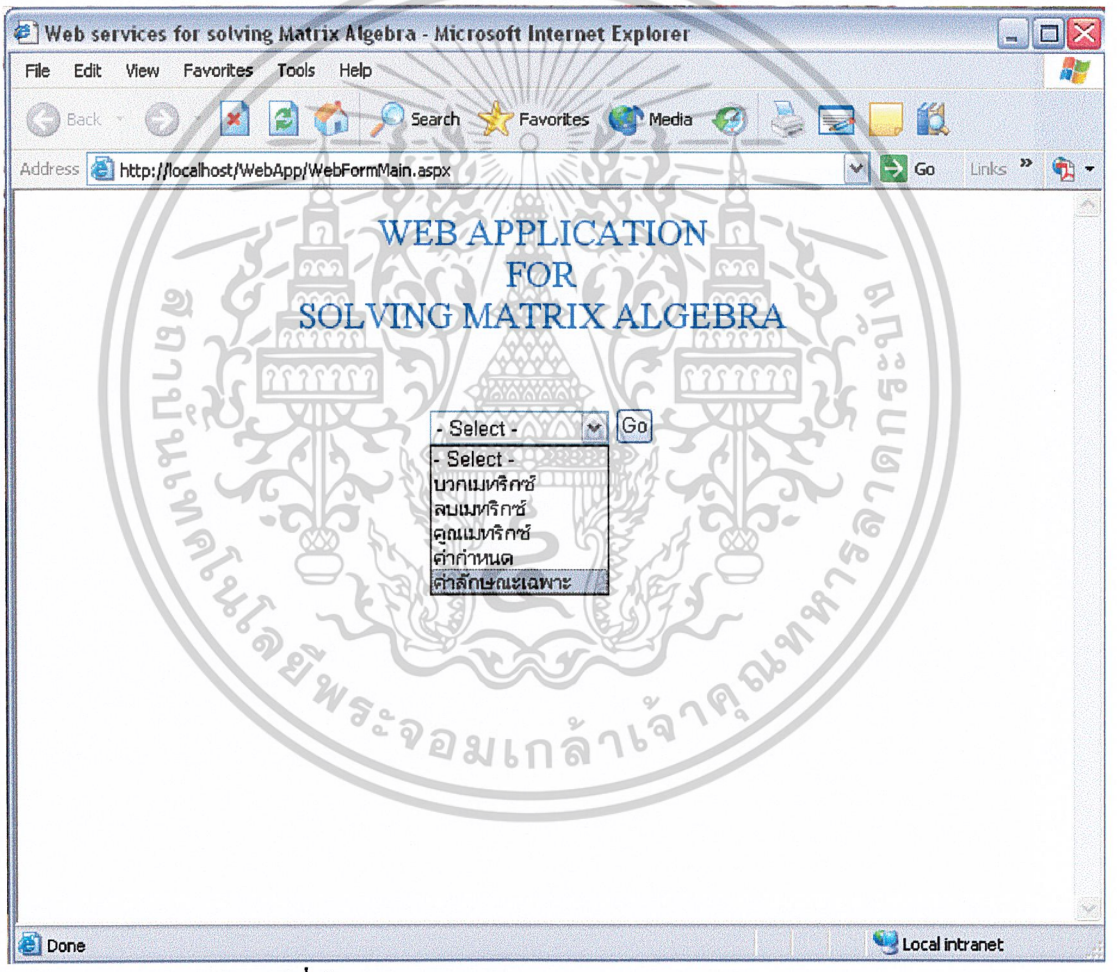
4.2 ตัวอย่างการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสจากแอปพลิเคชันในการหาสมการลักษณะเฉพาะ ค่าลักษณะเฉพาะ และเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวอย่าง 4.2.1 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

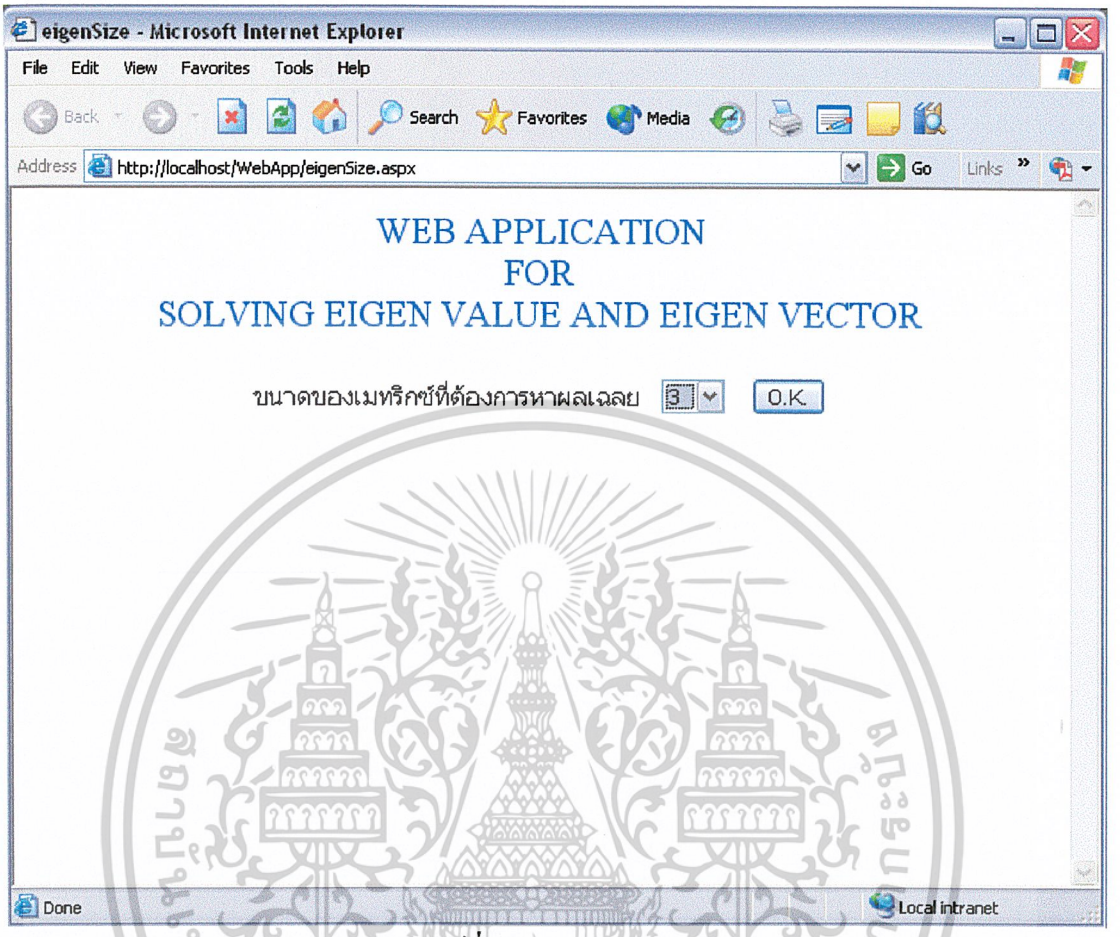
1) เลือกวิธีที่ต้องการหาผลเฉลย ซึ่งในที่นี้เลือกค่าลักษณะเฉพาะ



รูป 4.6 แสดงการเลือกวิธีที่ต้องการหาผลเฉลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

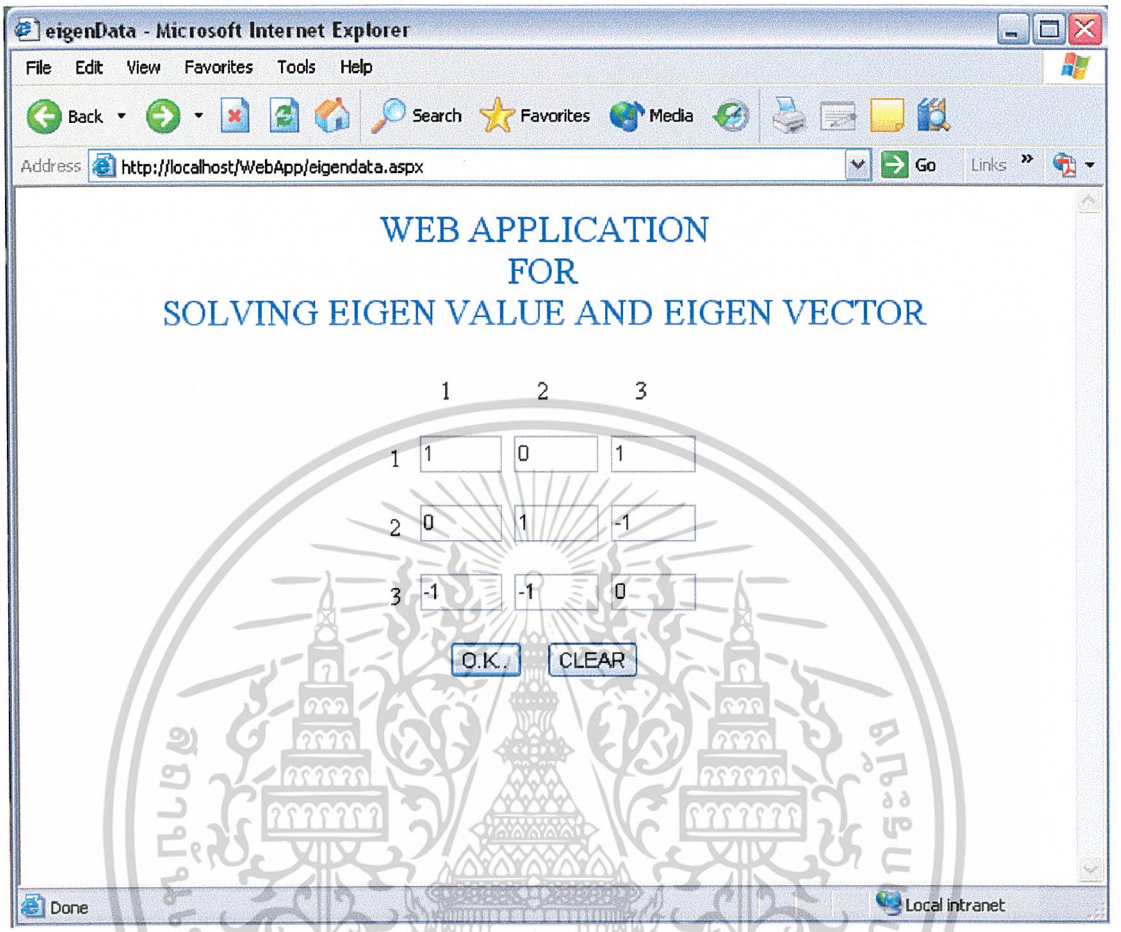
2) เลือกขนาดของเมทริกซ์ที่ต้องการหาผลเฉลย ซึ่งในโจทย์ข้อนี้คือ 3



รูป 4.7 แสดงการเลือกขนาดของเมทริกซ์ที่ต้องการหาผลเฉลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

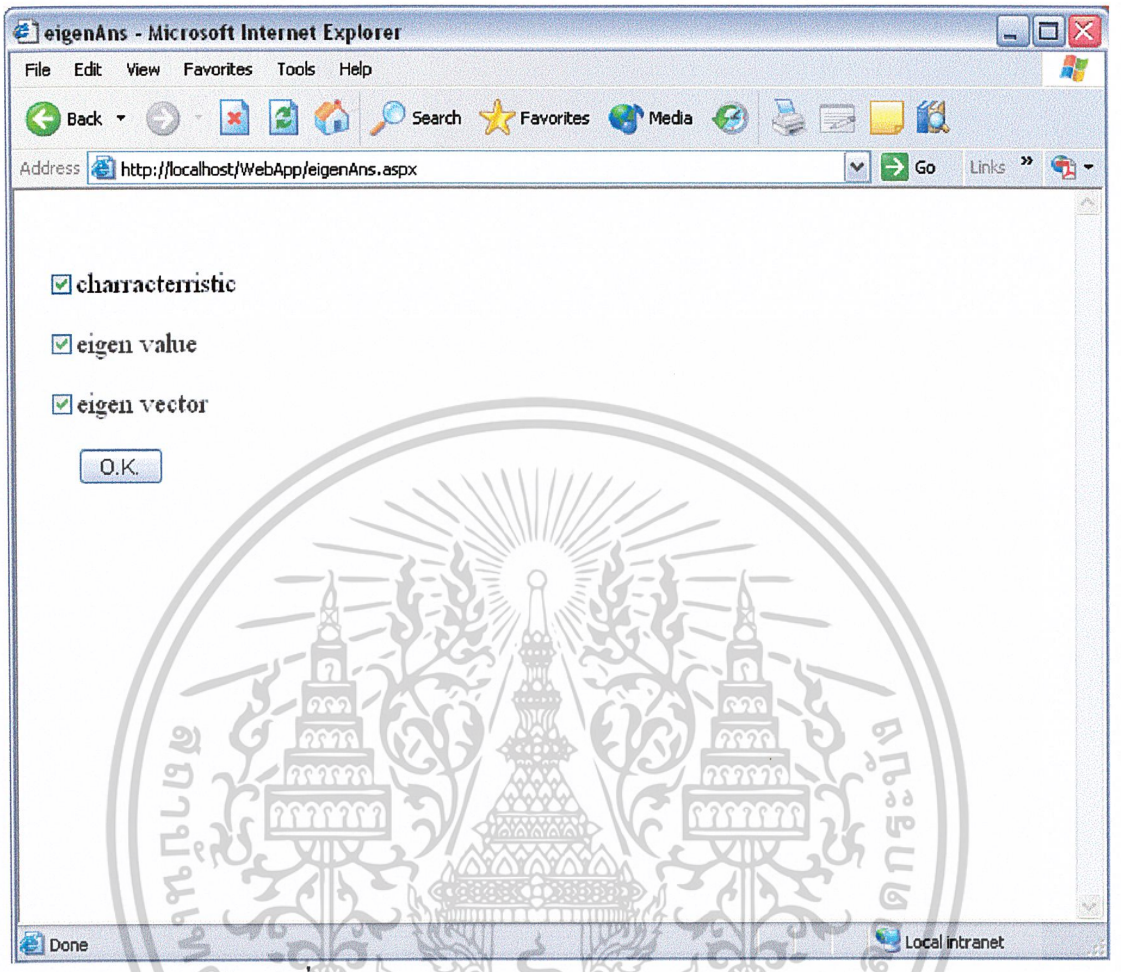
3) ใส่ค่าของเมทริกซ์แต่ละตำแหน่ง



รูป 4.8 แสดงการใส่ค่าของเมทริกซ์แต่ละตำแหน่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

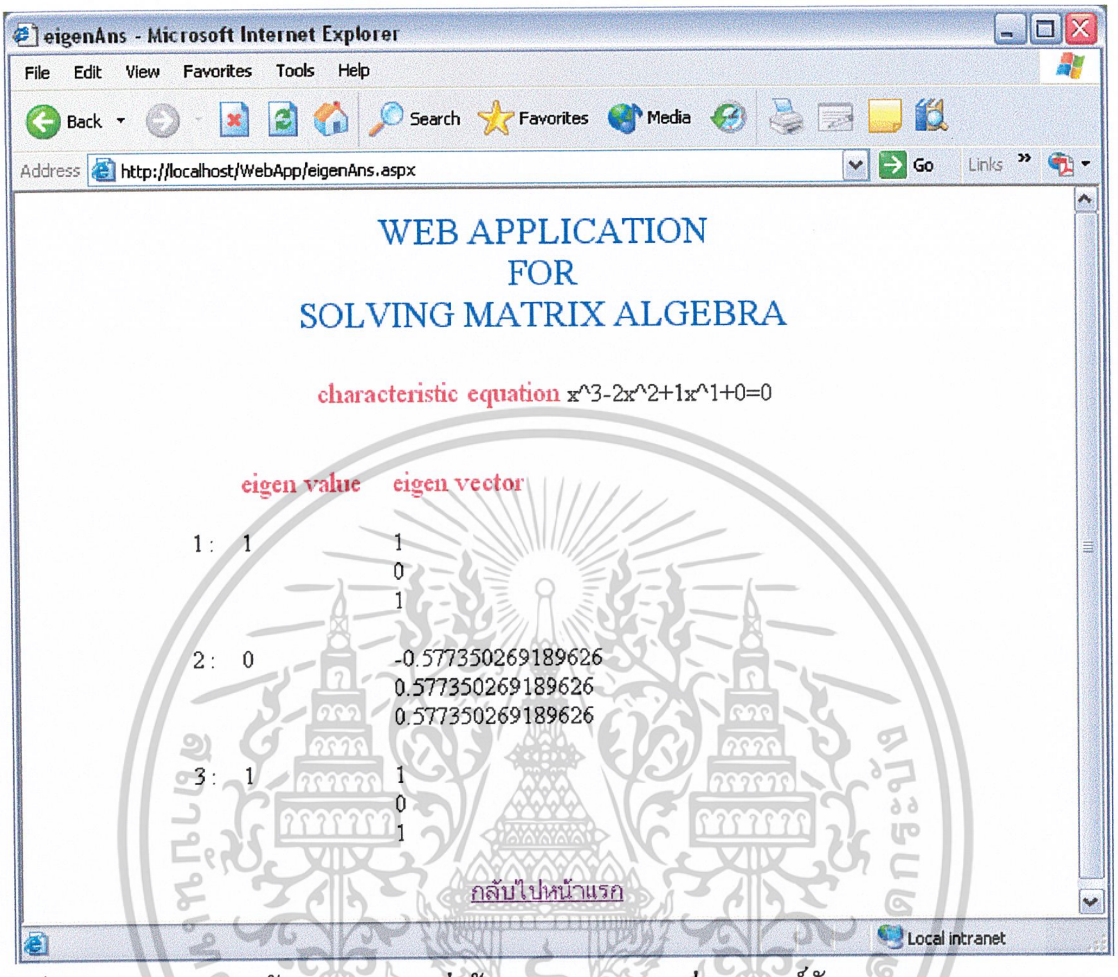
4) แสดงการเลือกค่าที่ต้องการให้แสดงทางหน้าจอ



รูป 4.9 แสดงการเลือกค่าที่ต้องการหาผลเฉลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5) แสดงสมการลักษณะเฉพาะ ค่าลักษณะเฉพาะ และค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ



รูป 4.10 แสดงสมการลักษณะเฉพาะ ค่าลักษณะเฉพาะ และค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.2 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^3-2x^2-8x=0$

ตาราง 4.1 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	$\begin{bmatrix} -0.316227766016839 \\ 0 \\ -0.948683298050514 \end{bmatrix}$
2	-2	$\begin{bmatrix} 0.182574185835055 \\ -0.365148371670111 \\ 0.912870929175277 \end{bmatrix}$
3	4	$\begin{bmatrix} 0.666666666666667 \\ -0.33333333333332 \\ -0.666666666666667 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.3 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^3+0x^2-5x+2=0$

ตาราง 4.2 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0.4142135623730 95	$\begin{bmatrix} -0.503398326366868 \\ 0.798282238676664 \\ 0.33065932986143 \end{bmatrix}$
2	-2.41421356237309	$\begin{bmatrix} -0.0863694982527197 \\ 0.381253410562514 \\ -0.920427154481019 \end{bmatrix}$
3	2	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.447213595499958 \\ 0.894427190999916 \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง 4.2.4 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^4+0x^3-1x^2+12x+12=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.3 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	-1	$\begin{bmatrix} -0.727606875108999 \\ 0 \\ -0.485071250072666 \\ 0.485071250072666 \end{bmatrix}$
2	-2	$\begin{bmatrix} 0.639602149066831 \\ 0 \\ 0.42640143271122 \\ -0.639602149066831 \end{bmatrix}$
3	1.50000000070271+1.936491673989 62i	ไม่สามารถหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะได้
4	1.50000000070271-1.936491673989 62i	ไม่สามารถหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะได้

ตัวอย่าง 4.2.5 กำหนดให้ $L: R^2 \rightarrow R^2$ โดยที่

$$L\left(\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a_1 - a_2 \\ a_1 + 3a_2 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ L

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^2 - 4x + 4 = 0$

ตาราง 4.4 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
2	2	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.6 กำหนดให้ $L: R^4 \rightarrow R^4$ โดยที่

$$L\left(\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ L

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9 = 0$

ตาราง 4.5 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	1	$\begin{bmatrix} 0.707106781186548 \\ -0.707106781186548 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
2	-1	$\begin{bmatrix} 0.00872638888259323 \\ -0.0261791666477797 \\ 0.706837499490052 \\ 0.706837499490052 \end{bmatrix}$
3	3	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$
4	3	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.7 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^4-4x^3+4x^2+0x+0=0$

ตาราง 4.6 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	$\begin{bmatrix}0.5\\ -0.5\\ 0.5\\ -0.5\end{bmatrix}$
2	0	$\begin{bmatrix}0.5\\ -0.5\\ 0.5\\ -0.5\end{bmatrix}$
3	2	$\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$
4	2	$\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.8 กำหนดให้ $L: R^4 \rightarrow R^4$

$$\text{โดยที่ } L\left(\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -a_1 + a_2 \\ a_1 - a_2 \\ a_3 - a_4 \\ -a_3 + a_4 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ L

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 0x + 0 = 0$

ตาราง 4.7 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
2	0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
3	2	$\begin{bmatrix} 0.00872638888259321 \\ 0.0261791666477796 \\ 0.706837499490052 \\ -0.706837499490052 \end{bmatrix}$
4	-2	$\begin{bmatrix} 0.706837499490052 \\ -0.706837499490052 \\ 0.00872638888259321 \\ 0.0261791666477796 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.9 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^3-3x^2-11x+30=0$

ตาราง 4.8 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	2.41790043386613	0.590312462365652 0.235668497114759 0.77200489392456
2	-3.24337644614364	0.619858916887124 0.446619950072922 -0.64521743881608
3	3.82547601227755	0.603041849458191 -0.0367173732174398 0.796864080195648

ตัวอย่าง 4.2.10 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^3+5x^2-73x-165=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.9 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	7.55442680038799	$\begin{bmatrix} 0.508736401673624 \\ 0.555788865984546 \\ 0.657484608230326 \end{bmatrix}$
2	-2.08652016551137	$\begin{bmatrix} 0.831846539562057 \\ -0.496609544219258 \\ -0.247811007037564 \end{bmatrix}$
3	-10.4679066348767	$\begin{bmatrix} 0.169244328567825 \\ 0.836249985078725 \\ -0.521576763001821 \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง 4.2.11 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & -2 & -5 \\ 4 & 1 & 0 & -9 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^4+11x^3-13x^2-205x+0=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.10 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	$\begin{bmatrix} -0.922690734389276 \\ 0.371197421880744 \\ 0.100753585939059 \\ 0.0265141015629103 \end{bmatrix}$
2	-10.3398043429364	$\begin{bmatrix} 0.246072913853304 \\ 0.0539183057752849 \\ -0.584609008216234 \\ -0.771215433509015 \end{bmatrix}$
3	4.1347939393045	$\begin{bmatrix} 0.698206187584302 \\ 0.490607820536031 \\ 0.45750403829116 \\ 0.250004281953652 \end{bmatrix}$
4	-4.79498959636758	$\begin{bmatrix} -0.167770348915126 \\ 0.636170923419172 \\ -0.738756473563903 \\ 0.146214017755892 \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง 4.2.12 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 4 & -1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^5-17x^4+62x^3+26x^2+0x+0=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.11 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	0.685742425632898 -0.705255421484238 -0.139378541795304 0.0975649792567136 -0.0585389875540282
2	0	0.685742425632898 -0.705255421484238 -0.139378541795304 0.0975649792567136 -0.0585389875540282
3	11.3201430595958	0.500349699453875 0.412951439031342 0.491404280538331 0.291080558075522 0.502906779669362
4	6.0589317592224	0.799915904468482 0.327872646755253 0.433371353891374 0.217183934901542 0.132870167212644
5	-0.379074817190158	0.704010180774908 -0.665256808372481 0.0179303957016427 0.205439273818904 -0.138838935324658

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.13 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^5-13x^4+43x^3-15x^2+0x+x=0$

ตาราง 4.12 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	0.0733235575106767 -0.366617787553383 0.293294230042707 -0.87988269012812 0
2	0	0.0733235575106767 -0.366617787553383 0.293294230042707 -0.87988269012812 0
3	7.60555000199368	0.154386634596719 0.195233691454104 0.453022598926478 0.771212002787841 0.371552344087572

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.12 (ต่อ)

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
4	0.394448724530799	$\begin{bmatrix} 0.227339248688353 \\ -0.50760795930773 \\ 0.369942387300288 \\ -0.744173135588635 \\ 0 \end{bmatrix}$
5	5	$\begin{bmatrix} 0.260456431144512 \\ 0.446565042109177 \\ 0.552229789760277 \\ 0.65263520608033 \\ 0.0430308927085935 \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง 4.2.14 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & -3 & 4 & 1 \\ -8 & -2 & -7 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.13 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	2	[-0.184427778390829 -0.331970001103493 0.258198889747161 0.0737711113563318 0.885253336275981]
2	2	[-0.184427778390829 -0.331970001103493 0.258198889747161 0.0737711113563318 0.885253336275981]
3	2	[-0.184427778390829 -0.331970001103493 0.258198889747161 0.0737711113563318 0.885253336275981]
4	2	[-0.184427778390829 -0.331970001103493 0.258198889747161 0.0737711113563318 0.885253336275981]
5	2	[-0.184427778390829 -0.331970001103493 0.258198889747161 0.0737711113563318 0.885253336275981]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.15 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 & 2 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^5-12x^4+57x^3-134x^2+156x-72=0$

ตาราง 4.14 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	2	0.149912308173106 0.826147176562658 -0.479067593509709 -0.22486846225966 0.122211120793293
2	2	0.149912308173106 0.826147176562658 -0.479067593509709 -0.22486846225966 0.122211120793293
3	3	0.288675134594813 0 0.288675134594813 0.866025403784439 0.288675134594813

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.14 (ต่อ)

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
4	2	$\begin{bmatrix} 0.149912308173106 \\ 0.826147176562658 \\ -0.479067593509709 \\ -0.22486846225966 \\ 0.122211120793293 \end{bmatrix}$
5	3	$\begin{bmatrix} 0.288675134594813 \\ 0 \\ 0.288675134594813 \\ 0.866025403784439 \\ 0.288675134594813 \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง 4.2.16 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 & -4 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 1x^2 + 0x + 0 = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.15 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	[0.847575776630451 0 0.521585093311047 0 0.0977972049958205]
2	0	[0.847575776630451 0 0.521585093311047 0 0.0977972049958205]
3	1	[0.512872838774715 0.795837163615936 0.265279054538646 0.176852703025764 0.0442131757564409]
4	1	[0.512872838774715 0.795837163615936 0.265279054538646 0.176852703025764 0.0442131757564409]
5	1	[0.512872838774715 0.795837163615936 0.265279054538646 0.176852703025764 0.0442131757564409]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.17 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 11 & -5 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -20 & 41 & -15 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & -10 & 28 & -15 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & -15 & 47 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ

$$x^6-136x^5+6420x^4-126023x^3+1031030x^2-3080700x+1500000=0$$

ตาราง 4.16 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	5.50864436910222	0.514016010690586 0.531499125960033 0.64268709136971 -0.0966209244548864 0.0603299193261909 0.165149084877198
2	0.598153154867959	0.19451715349068 0.383251134506205 0.592782580987667 0.600579109131835 0.302867368049791 0.107081966830056

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.16 (ต่อ)

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
3	19.9586429380237	-0.1944252112744 0.25178322413576 0.0306406512719347 -0.0402311573235439 0.814299260098159 0.482869925278368
4	9.07144833593521	0.825032219592595 0.267390581844689 -0.396667324779883 0.0449113146952726 0.154475251844178 0.254164350778911
5	55.8155525618645	0.0686971199893031 -0.472906048385159 0.0660387307064991 -0.00865671000605597 0.507116306179717 -0.714169149803528
6	45.0475586392025	-0.0974547929274055 0.543825473304844 -0.00667134669264647 0.011863528194165 -0.579487372844236 0.598970410342962

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.18 กำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 5 & -4 & -6 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & -6 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 6 & -6 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

สมการลักษณะเฉพาะ คือ $x^6-10x^5+39x^4+48x^3+0x^2+0x+0=0$

ตาราง 4.17 แสดงค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
1	0	0.379473319220203 0.379473319220207 0.379473319220205 0.316227766016838 0.379473319220205 0.56920997883031
2	0	0.379473319220203 0.379473319220207 0.379473319220205 0.316227766016838 0.379473319220205 0.56920997883031

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.17 (ต่อ)

ตัวที่	ค่าลักษณะเฉพาะ	เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ
3	0	[0.379473319220203 0.379473319220207 0.379473319220205 0.316227766016838 0.379473319220205 0.56920997883031]
4	-0.967521306611232	[0.0873905576337123 0.432152839453781 0.549097997065638 0.0664144443414091 0.703758798575656 0.0664144443414093]
5	5.4837606539091+4.420370985551l2i	ไม่สามารถหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะได้
6	5.4837606539091-4.420370985551l2i	ไม่สามารถหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

พีชคณิตของเมทริกซ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในสาขาวิชาต่าง ๆ ได้เกือบทุกสาขา โดยเฉพาะสาขาวิชาที่มีการศึกษาในเชิงวิทยาศาสตร์ ดังนั้นปัญหาพิเศษนี้จึงมุ่งที่จะพัฒนาโปรแกรมฟังก์ชันในรูปของเว็บเซอร์วิสซึ่งช่วยในการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ โดยฟังก์ชันดังกล่าวสามารถเรียกใช้งานผ่านอินเตอร์เน็ตได้ โดยผู้ที่ต้องการใช้ฟังก์ชันไม่จำเป็นต้องติดตั้งฟังก์ชันลงไปในเครื่องที่ใช้งานและไม่จำเป็นต้องใช้ภาษาเดียวกับที่พัฒนาฟังก์ชัน ในการพัฒนาเว็บเซอร์วิสนี้ ผู้พัฒนาได้ทำการวิเคราะห์เพื่อเลือกฟังก์ชันที่มีความจำเป็นในการแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ ซึ่งได้แก่ การบวก ลบ คูณ เมทริกซ์ การหาค่ากำหนด การหาสมการลักษณะเฉพาะ การหาค่าลักษณะเฉพาะ และการหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ จากนั้นได้ออกแบบขั้นตอนวิธีสำหรับฟังก์ชันดังกล่าวและได้ทำการออกแบบส่วนติดต่อให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถเรียกใช้งานในลักษณะของเว็บเซอร์วิสได้ จากนั้นผู้พัฒนาได้ทำการพัฒนาเว็บแอปพลิเคชันเพื่อทดสอบการทำงานของฟังก์ชันเหล่านี้ ซึ่งผลการทดลองพบว่าฟังก์ชันที่พัฒนาขึ้นทำงานได้อย่างถูกต้องและสามารถที่จะแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ทั่ว ๆ ไปได้ อย่างไรก็ตามปัญหาพิเศษนี้ยังมีข้อจำกัดคือไม่สามารถหาค่าเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนได้ ดังนั้นในงานวิจัยต่อไปควรมีการพัฒนาเพิ่มเติม เพื่อให้ฟังก์ชันสามารถแก้ปัญหาพีชคณิตของเมทริกซ์ได้อย่างสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

บัญชา ปะสีละเตสัง. 2546. **คู่มือการเขียนโปรแกรมด้วย Microsoft Visual C # .NET ฉบัสมบูรณ์.** กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.

ยิ่งยศ สันติประเสริฐ. 2545. **เรียนรู้ ASP.net ด้วยภาษา C#.** กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.

ไมตรี โพธิ์สุข. 2546. **การวิเคราะห์เชิงตัวเลขพื้นฐาน.** กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

ไมตรี โพธิ์สุข. 2546. **พีชคณิตเชิงเส้น.** กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

สมชาติ รุ่งเรือง และพงษ์ศักดิ์ วิสูตรกาญจนชัย. 2521. **วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข.** กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

สราวุธ อยศรีสกุล. 2544. **ถอดรหัส .Net+Web services.** กรุงเทพฯ : บริษัท วิตตี้ กรุ๊ป จำกัด.

สุวัฒนา สุขสมจินตน์. 2546. **คัมภีร์การใช้ Visual C# .NET ฉบับสมบูรณ์.** กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.

Benjamin F. Plybon. 1992. **An introduction to applied numerical analysis.** Boston : PWS-KENT Publish Company.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้