

การออกแบบตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด

FUZZY-BASED PID CONTROLLER DESIGN FOR CASCADE PROCESS CONTROL



ฉ.พ.  
ล 731 ก  
2548

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน **61241**  
วัน,เดือน,ปี **17 ก.ค. 2549**

b. 11541867 ✓  
f. ....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2548

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในวงจำกัดเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ISBN 974-15-2052-2

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# FUZZY-BASED PID CONTROLLER DESIGN FOR CASCADE PROCESS CONTROL



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT THE DEGREE OF  
MASTER ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2005

ISBN 974-15-2052-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2005

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

เอเคมที่ ๒๕๕๖-๒๕๕๗ โดย อ.ดร. อธิวัฒน์ อธิวัฒน์ นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด
นักศึกษา	นายสิริชัย ธรรมารักษ์วัฒน์
รหัสประจำตัว	46068007
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2548
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้กล่าวถึงการพัฒนาตัวควบคุมพีซีพีไอดีบนพื้นฐานการควบคุมแบบพีไอดี เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดีแบบธรรมดา สำหรับระบบควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด โดยโครงสร้างของระบบควบคุมที่นำเสนอประกอบด้วยตัวควบคุมพีซี สองตัว ตัวหนึ่งใช้ในการกำจัดรบกวนที่มีต่อการควบคุมของลูปรการควบคุมลูบในและอีกตัว หนึ่งใช้ในการควบคุมผลตอบสนองเอาท์พุทของลูปรการควบคุมลูบนอก ซึ่งในการออกแบบพีซีพี ไอดีได้ออกแบบจากฟังก์ชันที่เป็นเชิงเส้นและต่อเนื่องตามเวลาของตัวควบคุมพีไอดีแบบธรรมดา สมรรถนะของตัวควบคุมที่นำเสนอนี้ ถูกพิสูจน์โดย Matlab/simulink ซึ่งจากผลการเลียนแบบ แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองที่ดีของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีซีพื้นฐานแบบพีไอดีในเทอม ของโอเวอร์ชูต ลดลงและผลตอบสนองเร็วเมื่อเทียบกับตัวควบคุมพีไอดีแบบธรรมดา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Fuzzy-based PID Controller Design for Cascade Process control
Student	Mr.Sirichai Tammaruckwattana
Student ID	46068007
Degree	Master of Engineering
Programme	Instrumentation Engineering
Year	2005
Thesis Advisor	Assoc.Prof. Kitti Tirasesth

### ABSTRACT

This paper describes the development of a fuzzy logic control based on PID controller to improve the performances of the control system using conventional PID controller for the cascade process control systems. The structure of the proposed control system consists of two fuzzy-based PID controllers. One is used to eliminate the input disturbances of the inner loop and the other is used to regulate the output response of the outer loop. The fuzzy PID design is derived from the linear-time continuous function of the conventional PID controller. The performance of the proposed controller is verified by MATLAB/SIMULINK simulation. Results of simulation demonstrate the outstanding of the control system using fuzzy-based PID controller in terms of reduced overshoot and fast response compared with the conventional PID controller.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.ธินิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ และ ผศ.ดร.สาธิต อินทจักร์ กรรมการสอบหัวข้อและโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะ จนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณ รศ.ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ และ ผศ.ดร.ฤดี มาสุจันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะ จนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบคุณ อาจารย์พิทยา ปานนิล ที่คอยให้คำปรึกษาและชี้แนะแนวทางการออกแบบและทำการทดลอง

ขอขอบคุณ พี่ชายของข้าพเจ้า ที่ให้คำแนะนำที่ดีตลอดมา และน้องหมูแดงที่คอยให้ความบันเทิงยามข้าพเจ้ารู้สึกอ่อนล้า และเป็นกำลังใจที่ดีตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ อันเป็นที่รักยิ่ง ที่สนับสนุนและเป็นแรงบันดาลใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ศิริชัย ธรรมารักษ์วัฒนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญภาพ.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 แนวคิดที่ใช้และขอบเขตในงานวิจัย.....	1
1.4 ขั้นตอนของการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี.....	3
2.1.1 บทนำ.....	3
2.1.2 ฟัซซีเซต (Fuzzy Set).....	3
2.1.3 ฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic).....	9
2.1.4 ความสัมพันธ์ฟัซซี (Fuzzy Relation).....	20
2.1.5 การคอมโพสิชันแบบฟัซซี (Fuzzy Composition).....	22
2.1.6 การอินเฟอเรนซ์แบบฟัซซี (Fuzzy Inference).....	24
2.1.7 การฟัซซีฟิเคชัน (Fuzzification).....	26
2.1.8 การดีฟัซซีฟิเคชัน (Defuzzification).....	27
2.1.9 ตัวควบคุมฟัซซี.....	30
2.2 ทฤษฎีและหลักการควบคุมแบบบ่อนกลับ (กริยาควบคุมแบบต่างๆ).....	32
2.2.1 กริยาการควบคุมแบบ ON-OFF.....	32
2.2.2 กริยาการควบคุมแบบ Proportional.....	33
2.2.3 กริยาการควบคุมแบบ Integral.....	34

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ 2.2.4 กริยาการควบคุมแบบ Derivative เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ใด ๆ การค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.2.5 ฏรียการควบคุมแบบ Proportional-Integral.....	36
2.2.6 ฏรียการควบคุมแบบ Proportional-Derivative.....	37
2.2.7 ฏรียการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative.....	38
2.3 การควบคุมแบบคาสเคด (Cascade Control).....	39
<b>บทที่ 3 การออกแบบ.....</b>	<b>41</b>
3.1 การออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีพีไอ.....	41
3.1.1 การออกแบบจากระบบควบคุมพีไอแบบดั้งเดิม.....	41
3.1.2 การทำพีซีพีเคชัน.....	43
3.1.3 การกำหนดกฎของพีซีพีไอ.....	43
3.1.4 การทำดีพีซีพีเคชัน.....	44
3.2 การออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีดี.....	47
3.2.1 การออกแบบจากระบบควบคุมดีแบบดั้งเดิม.....	47
3.2.2 การทำพีซีพีเคชัน.....	49
3.2.3 การกำหนดกฎของพีซีดี.....	50
3.2.4 การทำดีพีซีพีเคชัน.....	50
3.3 การควบคุมแบบพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด.....	52
3.3.1 โครงสร้างตัวควบคุมพีซีพีไอดี.....	52
3.3.2 การกำจัด้สัญญาณรบกวน.....	53
<b>บทที่ 4 ผลการทดลอง.....</b>	<b>54</b>
4.1 การจำลองด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป.....	54
4.1.1 การทดลองตัวควบคุมพีซีพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ในขณะไม่มีสิ่งรบกวน.....	55
4.1.2 การทดลองตัวควบคุมพีซีพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ในขณะเกิดสิ่งรบกวน.....	60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	64
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	64
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	64
5.3 แนวทางในการพัฒนาขั้นต่อไป.....	65
เอกสารอ้างอิง.....	66
ภาคผนวก.....	67
ภาคผนวก ก. ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์ที่ได้รับการตีพิมพ์.....	68
ประวัติผู้เขียน.....	73



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงค่าความจริงของประพจน์ในการปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน.....	13
2.2 แสดงตารางความจริงสำหรับตัวปฏิบัติการพีชชีลอจิก ตามนิยามของ Zadeh.....	15
2.3 แสดงตารางความจริงสำหรับตัวปฏิบัติการพีชชีลอจิก ตามนิยามของ Baldwin.....	17
2.4 แสดงผลการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ GMP ด้วยหลักการของ Fukami.....	19
2.5 แสดงผลการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ GMT ด้วยหลักการของ Fukami.....	19
3.1 กฎของพีชชีพีไอ.....	43
3.2 กฎของพีชชีดี.....	50



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของตัวแปรลิงกวิสติก "Probability".....	9
2.2 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเทอม "true" และ "false" ตามนิยามของ Zadeh.....	11
2.3 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของตัวแปรลิงกวิสติก "truth" ตามนิยามของ Balbwin.....	12
2.4 แสดงการคอมโพสิชันของความสัมพันธ์ฟัซซี.....	22
2.5 แสดงการหาข้อสรุปจากหลักฐานโดยใช้เงื่อนไขความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล.....	24
2.6 แสดงโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี.....	30
2.7 แสดงคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional.....	33
2.8 แสดงผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Integral.....	35
2.9 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Derivative.....	35
2.10 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PI (Direct Action).....	37
2.11 แสดงผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PD.....	38
2.12 แสดงผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PID.....	39
2.13 แสดงโครงสร้างการควบคุมแบบคาสเคด.....	39
2.14 ผังระบบควบคุมแบบธรรมดา.....	40
2.15 ผังระบบควบคุมแบบคาสเคด.....	40
3.1 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณอินพุตฟัซซีพีไอ.....	43
3.2 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณเอาต์พุตฟัซซีพีไอ.....	43
3.3 แสดงการจัดหมู่ความเป็นไปได้ของอินพุตสำหรับตัวควบคุมฟัซซีพีไอ.....	44
3.4 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณอินพุตฟัซซีดี.....	49
3.5 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณเอาต์พุตฟัซซีดี.....	49
3.6 แสดงการจัดหมู่ความเป็นไปได้ของอินพุตสำหรับตัวควบคุมฟัซซีดี.....	51
3.7 ระบบตัวควบคุมฟัซซีพีไอดี.....	53
3.8 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบคาสเคดด้วยตัวควบคุมฟัซซีพีไอดี.....	53
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมฟัซซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด.....	54
4.2 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่1 (No Disturbance).....	56
4.3 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่2 (No Disturbance).....	57

เอกสารนี้ระดับการเก็บค่าลิขสิทธิ์... อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.4 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่3 (No Disturbance).....	58
4.5 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่4 (No Disturbance).....	59
4.6 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่5 (Disturbance) .....	60
4.7 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่6 (Disturbance) .....	61
4.8 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่7 (Disturbance).....	62
4.9 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุม กระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่8 (Disturbance).....	63

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมในประเทศไทยนิยมใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี ในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด อย่างกว้างขวาง แต่ในปัจจุบันกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมมีความซับซ้อนขึ้น ซึ่งทำให้การควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี [1], [2] มีขีดจำกัดอยู่ระดับหนึ่ง และ เนื่องจากความซับซ้อนของกระบวนการ ทำให้การหารูปแบบของกระบวนการออกมาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำได้ลำบากจึงเริ่มมีการคิดวิธีการควบคุมแบบใหม่ๆ เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว และในขณะที่สถานะในปัจจุบันกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมต่างแข่งขันทางด้านการผลิตสูง จึงนำมาซึ่งประโยชน์ทำให้เกิดการศึกษาที่จะนำตัวควบคุมที่มีประสิทธิภาพการทำงานที่ดีมาใช้ ซึ่งปัจจุบันมีวิธีการในการควบคุมกระบวนการที่ได้รับการคิดค้นและพัฒนาขึ้นมาหลายวิธี ซึ่งวิธีการที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย คือ การควบคุมโดยการเลียนแบบความคิดของมนุษย์ ได้แก่ การควบคุมโดยใช้ทฤษฎีฟัซซีเซต (Fuzzy Set) โดยการออกแบบตัวควบคุมอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เที่ยงตรงของตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีแบบดิจิทัล ซึ่งได้มาจากกฎการควบคุมฟัซซี ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ยังผลให้ลดค่าพุ่งเกิน (Overshoot) และให้ผลตอบสนองที่เร็ว

### 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

งานวิจัยนี้เกิดขึ้นเพื่อการศึกษา และพัฒนาตัวควบคุมพื้นฐานที่มีอยู่ในปัจจุบันให้มีความเร็วในการทำงานสูงขึ้น โดยได้ทำการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดีแบบธรรมดา [3], [4] ซึ่งเป็นตัวควบคุมที่ใช้ในงานอุตสาหกรรมอย่างแพร่หลายสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด อีกทั้งเป็นทางเลือกใหม่ นำไปประยุกต์ใช้ควบคุมทางอุตสาหกรรม

### 1.3 แนวคิดที่ใช้และขอบเขตในงานวิจัย

เป็นที่ทราบการควบคุมโดยการเลียนแบบความคิดของมนุษย์ ได้แก่ การควบคุมโดยใช้ทฤษฎี Fuzzy [5] [6], นั้นมีพื้นฐานมาจากตรรกศาสตร์ฟัซซี [7] ที่กำหนดวิธีนำข้อมูลมาเป็นการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นฐานของเหตุผล การควบคุมนำเสนอด้วยภาษาตามความเข้าใจของมนุษย์ ในกฎ ถ้า-แล้ว โดยตัวควบคุมจะนำข้อมูลอินพุตมาผ่านขั้นตอนตามกระบวนการวินิจฉัยตามกฎอ้างอิงที่วางไว้แล้ว นำมาสร้างข้อมูลเอาต์พุตที่ถูกต้องในขั้นตอนสุดท้าย

งานวิจัยนี้ทำการพัฒนาและออกแบบฟuzzyพีไอดี [8], [9] เพื่อปรับปรุงการทำงานในระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดีแบบธรรมดาสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด [10], [11], [12] ด้วยการจำลองโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป (MATLAB/SIMULINK) โดยทำการทดสอบจากระบบควบคุมที่ออกแบบและทดสอบควบคุมคู่ไปกับระบบพีไอดีแบบดั้งเดิม

#### 1.4 ขั้นตอนของการศึกษา

การออกแบบตัวควบคุมฟuzzyพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด เริ่มต้นด้วยการศึกษาทฤษฎี และพฤติกรรมของตัวควบคุมพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด พร้อมทั้งจำลองดูความถูกต้องของตัวควบคุมพีไอดี ในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ต่อไปเป็นการศึกษาทฤษฎี และหลักการควบคุมโดยใช้ฟuzzy โดยในขั้นตอนต่อไปทำการออกแบบตัวควบคุมฟuzzyพีไอดี พร้อมทั้งจำลองดูความถูกต้องของตัวควบคุมฟuzzyพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด จากนั้นทำการเปรียบเทียบ วิเคราะห์สรุปผล และเรียบเรียงวิทยานิพนธ์

## บทที่ 2

# ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี

#### 2.1.1 บทนำ

ในการออกแบบตัวควบคุมฟัซซี จะต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี เพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจโครงสร้างและหลักการทำงานของตัวควบคุมฟัซซี และเพื่อใช้ในการกำหนดโครงสร้างและวิธีการออกแบบให้เหมาะสมกับลักษณะการใช้งาน ดังนั้น เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี ตัวควบคุมฟัซซี

#### 2.1.2 ฟัซซีเซต (Fuzzy Set)

##### ทฤษฎีเซตแบบเดิม (Crisp Set Theory)

##### นิยาม 1 คลิซป์เซต (Crisp Set)

คลิซป์เซต คือ กลุ่มของสมาชิกที่มีคุณสมบัติตามข้อกำหนด ซึ่งอาจจะมีจำนวนจำกัดหรือไม่จำกัดก็ได้

##### นิยาม 2 เอกภพสัมพัทธ์ (Universe of Discourse: $U$ )

เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกทั้งหมดของขอบเขตที่ทำการพิจารณากำหนดให้  $u$  เป็นสมาชิกใดๆของ  $U$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $u \in U$

##### นิยาม 3 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิก (Membership Function : $\mu$ )

ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\mu$  ถูกนิยามดังนี้

$\mu_A(u)$  มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ  $u$  เป็นสมาชิกของเซต  $A$

$\mu_A(u)$  มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ  $u$  ไม่เป็นสมาชิกของเซต  $A$

จะได้

$$\mu_A(u) : U \in \{0,1\}$$

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 1; u \in A \\ 0; u \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

##### นิยาม 4 การเท่ากันของเซต

เซต  $A$  จะเท่ากับเซต  $B$  ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต  $A$  เป็นสมาชิกของเซต  $B$  และสมาชิกทุกตัวของเซต  $B$  เป็นสมาชิกของเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A = B$   
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(A = B) \leftrightarrow ((\forall a \in B) \wedge (\forall b \in A); a \in A, b \in B) \quad (2.2)$$

#### นิยาม 5 การเป็นสับเซต (Subset)

เซต  $A$  จะเท่ากับเซต  $B$  ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต  $A$  เป็นสมาชิกของเซต  $B$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \subseteq B$

$$(A \subseteq B) \leftrightarrow (\forall a \in B; a \in A) \quad (2.3)$$

เซต  $A$  จะเป็นสับเซตแท้ของเซต  $B$  ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต  $A$  อยู่ในเซต  $B$  โดยที่เซต  $A$  ไม่เท่ากับเซต  $B$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \subset B$

$$(A \subset B) \leftrightarrow ((\forall a \in B) \wedge (A \neq B); a \in B) \quad (2.4)$$

#### นิยาม 6 ปฏิบัติการพื้นฐานของเซต

**คอมพลีเมนต์** คือ ตัวปฏิบัติการในการสร้างเซต  $A'$  จากเซต  $A$  โดยที่สมาชิกของเซต  $A'$  คือสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$A' = \{x \mid (x \in U) \wedge (x \notin A)\} \quad (2.5)$$

**ยูเนียน** คือ ตัวปฏิบัติการในการสร้างเซตใหม่จากเซตเดิม 2 เซต โดยที่สมาชิกของเซตใหม่ได้จากการรวมสมาชิกทั้งหมดที่เป็นสมาชิกของเซตใดเซตหนึ่ง หรือ ทั้ง 2 เซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} \quad (2.6)$$

**อินเตอร์เซกชัน** คือ ตัวปฏิบัติการในการสร้างเซตใหม่จากเซตเดิม 2 เซต โดยที่สมาชิกของเซตใหม่ได้มาจากการรวมสมาชิกทั้งหมดที่เป็นสมาชิกของเซตเดิมทั้ง 2 เซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\} \quad (2.7)$$

#### ทฤษฎีฟัซซีเซต (Fuzzy Set Theory)

##### นิยาม 7 ฟัซซีเซต (Fuzzy Set)

**ฟัซซีเซต** คือ เซตคู่ลำดับ  $u$  กับ  $\mu_A(u)$  ฟังก์ชันการเป็นสมาชิก  $\mu_A(u)$  โดยที่  $u$  เป็นสมาชิกใดๆของ เอกภพสัมพัทธ์  $U$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$A = \{(u, \mu_A(u)) \mid u \in U\} \quad (2.8)$$

##### นิยาม 8 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต (Membership Function of Fuzzy Set : $\mu_A(u)$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต A ถูกนิยามให้มีค่าอยู่ภายในช่วง 0 ถึง 1 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\mu_A(u)$

โดยที่ ค่า  $\mu_A(u)$  เป็นค่าที่ระบุถึงระดับความเป็นสมาชิกของ  $u$  ในฟuzzyเซต  $A$

ถ้า  $\mu_A(u)$  มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า  $u$  ไม่ได้เป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$

ถ้า  $\mu_A(u)$  มีค่าน้อย แสดงว่า  $u$  มีความเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$  น้อย

ถ้า  $\mu_A(u)$  มีค่ามาก แสดงว่า  $u$  มีความเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$  มาก

ถ้า  $\mu_A(u)$  มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า  $u$  มีความเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$  อย่างสมบูรณ์

จะได้ว่า

$$\mu_A(u): U \rightarrow [0,1] \quad (2.9)$$

นิยาม 9 การเท่ากันของฟuzzyเซต

ฟuzzyเซต  $A$  จะเท่ากับฟuzzyเซต  $B$  ก็ต่อเมื่อ สมาชิก  $u$  ทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$  เท่ากับค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $B$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A = B$

$$(A = B) \leftrightarrow (\mu_A(u) = \mu_B(u); \forall u \in U) \quad (2.10)$$

นิยาม 10 การเป็นสับเซตของฟuzzyเซต

ฟuzzyเซต  $A$  จะเป็นสับเซตของฟuzzyเซต  $B$  ก็ต่อเมื่อ สมาชิก  $u$  ทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $A$  น้อยกว่าหรือเท่ากับ ค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต  $B$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \subset B$

$$(A \subset B) \leftrightarrow (\mu_A(u) \leq \mu_B(u); \forall u \in U) \quad (2.11)$$

นิยาม 11 ซัพพอร์ตของฟuzzyเซต (Support :  $S(A)$ )

ซัพพอร์ตของฟuzzyเซต คือ เซตของสมาชิก  $u$  ในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟuzzyเซตมากกว่า 0 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$S(A) = \{u \in U \mid \mu_A(u) > 0\} \quad (2.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานภายในองค์กรศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 12 ฟัชซีซิงเกิลตัน (Fuzzy Singleton)

ฟัชซีซิงเกิลตัน คือ ฟัชซีเซตที่มีซัพพอร์ตของเซตมีสมาชิกเพียงตัวเดียว และมีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกเท่ากับ 1

นิยาม 13 เซต  $\alpha$ -Level ของฟัชซีเซต ( $A_\alpha$ )

เซต  $\alpha$ -Level ของฟัชซีเซต  $A$  คือ เซตของสมาชิก  $u$  ในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัชซีเซต  $A$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $\alpha$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$A_\alpha = \{u \in U \mid \mu_A(u) \geq \alpha\} \quad (2.13)$$

นิยาม 14 ความสูงของฟัชซีเซต (Height of Fuzzy Set)

ความสูงของฟัชซีเซต  $A$  คือ ค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกสูงสุดของฟัชซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $hgt(A)$

$$hgt(A) = \max_{u \in U} \mu_A(u) \quad (2.14)$$

นิยาม 15 คุณสมบัติการนอมอลไลซ์ของฟัชซีเซต (Normalization)

ฟัชซีเซต  $A$  จะมีคุณสมบัติการนอมอลไลซ์ก็ต่อเมื่อ ฟัชซีเซต  $A$  มีความสูงเท่ากับ 1

$$A \text{ is normalized.} \leftrightarrow hgt(A) = 1 \quad (2.15)$$

นิยาม 16 คุณสมบัติการคอนเวกซ์ของฟัชซีเซต (Convexity)

ฟัชซีเซต  $A$  จะมีคุณสมบัติการคอนเวกซ์ ก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $A$  สอดคล้องตามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$A \text{ is convex} \leftrightarrow \mu_A(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq \min\{\mu_A(u_1), \mu_A(u_2)\}; u_1, u_2 \in U, \lambda \in [0,1] \quad (2.16)$$

นิยาม 17 ฟัชซีนัมเบอร์ (Fuzzy Number)

ฟัชซีนัมเบอร์ คือ ฟัชซีเซตที่มีคุณสมบัติการนอมอลไลซ์และการคอนเวกซ์

นิยาม 18 คาร์ดินาลิตี้ของฟัชซีเซต (Cardinality) การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สกาลาร์คาร์ดินาลิตี (Scalar Cardinality) ของฟัซซีเซต  $A$  บนเอกภพสัมพัทธ์  $U$  คือผลบวกของค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $u$  ทุกตัวในฟัซซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$|A| = \sum_{u \in U} \mu_A(u) \quad (2.17)$$

คาร์ดินาลิตีสัมพัทธ์ (Relative Cardinality) ของฟัซซีเซต  $A$  บนเอกภพสัมพัทธ์  $U$  คืออัตราส่วนระหว่างค่าสกาลาร์คาร์ดินาลิตีของฟัซซีเซต  $A$  กับ ค่าสกาลาร์คาร์ดินาลิตีของเอกภพสัมพัทธ์  $U$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$\|A\| = \frac{|A|}{|U|} \quad (2.18)$$

นิยาม 19 ปฏิบัติการพื้นฐานของฟัซซีเซต

คอมพลีเมนต์ของฟัซซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A'$  ถูกนิยามในรูปฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{A'}(u) = 1 - \mu_A(u) \quad (2.19)$$

ยูเนียนของฟัซซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \cup B$  ถูกนิยามในรูปฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{A \cup B}(u) = s(\mu_A(u), \mu_B(u)) \geq \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (2.20)$$

โดยที่  $s$  คือ ตัวปฏิบัติการ Triangular co-norms ตามนิยาม 21

อินเตอร์เซกชันของฟัซซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \cap B$  ถูกนิยามในรูปฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{A \cap B}(u) = t(\mu_A(u), \mu_B(u)) \leq \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (2.21)$$

โดยที่  $t$  คือ ตัวปฏิบัติการ Triangular norms ตามนิยาม 20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 20 ตัวปฏิบัติการ Triangular norms หรือ t-norms

$t$ -norms คือ ฟังก์ชัน  $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1.  $t(\mu_A(u), 0) = 0, t(\mu_A(u), 1) = t(1, \mu_A(u)) = \mu_A(u)$  (boundary condition)
2.  $t(\mu_A(u), \mu_B(u)) = t(\mu_B(u), \mu_A(u))$  (commutativity)
3.  $t(\mu_A(u), t(\mu_B(u), \mu_C(u))) = t(t(\mu_A(u), \mu_B(u)), \mu_C(u))$  (associativity)
4. ถ้า  $\mu_A(u) \leq \mu_C(u)$  และ  $\mu_C(u) \leq \mu_D(u)$   
แล้ว  $t(\mu_A(u), \mu_B(u)) \leq t(\mu_C(u), \mu_D(u))$  (monotonicity)

ตัวอย่างปฏิบัติการ  $t$ -norms

Minimum :  $t(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$  (2.22)

Algebraic product:  $t(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(u)$  (2.23)

นิยาม 21 ตัวปฏิบัติการ Triangular co-norms หรือ s-norms

$s$ -norms คือ ฟังก์ชัน  $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1.  $s(\mu_A(u), 1) = 1, s(\mu_A(u), 0) = s(0, \mu_A(u)) = \mu_A(u)$  (boundary condition)
2.  $s(\mu_A(u), \mu_B(u)) = s(\mu_B(u), \mu_A(u))$  (commutativity)
3.  $s(\mu_A(u), s(\mu_B(u), \mu_C(u))) = s(s(\mu_A(u), \mu_B(u)), \mu_C(u))$  (associativity)
4. ถ้า  $\mu_A(u) \leq \mu_C(u)$  และ  $\mu_C(u) \leq \mu_D(u)$   
แล้ว  $s(\mu_A(u), \mu_B(u)) \leq s(\mu_C(u), \mu_D(u))$  (monotonicity)

ตัวอย่างปฏิบัติการ  $s$ -norms

maximum :  $s(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$  (2.24)

Algebraic sum :  $s(\mu_A(u), \mu_B(u)) = \mu_A(u) + \mu_B(u) - \mu_A(u) \cdot \mu_B(u)$  (2.25)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.3 ฟัชซีลอจิก (Fuzzy Logic)

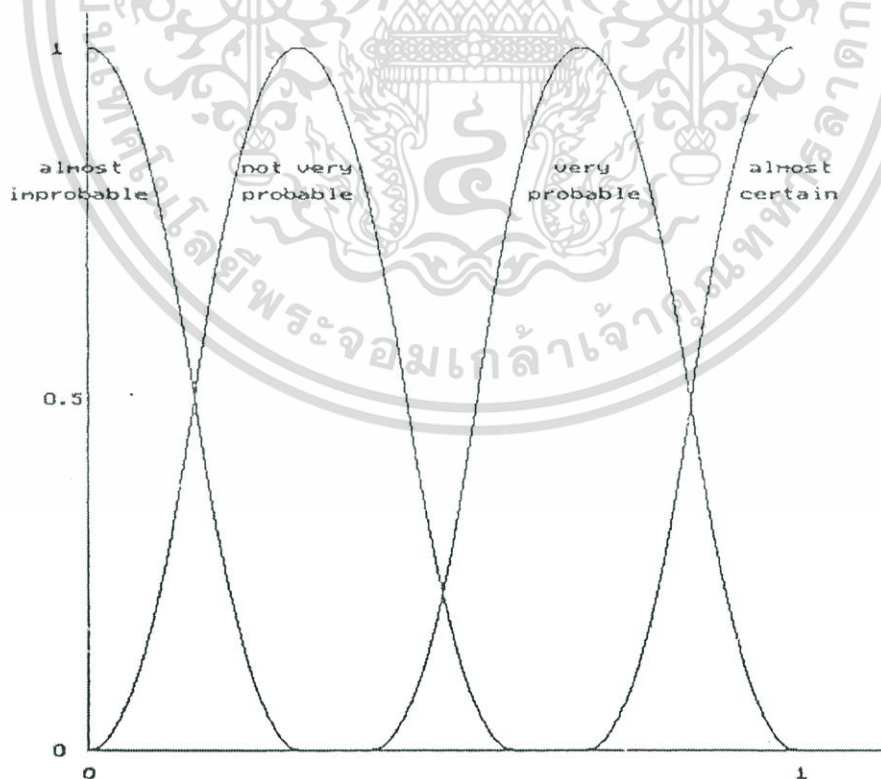
#### ตัวแปรลึงกวิสติก (Linguistic Variable)

##### นิยาม 22 ตัวแปรลึงกวิสติก

ตัวแปรลึงกวิสติก ถูกนิยามด้วยฟังก์ชัน 5 เทอม คือ  $(x, T(x), U, G, M)$

โดยที่ $x$	คือ ชื่อของตัวแปร (label)
$T(x)$	คือ เซตของค่าลึงกวิสติกของ $x$
$U$	คือ เอกภพสัมพัทธ์ โดยที่ $u \in U$
$x$	คือ ชื่อของค่าลึงกวิสติกของ $x$ ที่ถูกสร้างตามกฎ $G$ เรียกว่าเทอม(term)
$G$	คือ Syntactic rule ในการกำหนดชื่อของเทอม $x$
$M$	คือ Semantic rule ในการนิยามคุณสมบัติของเทอม $x$
$M(x)$	คือ ฟัชซีลับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ $U$

ตัวแปรลึงกวิสติกที่สำคัญในฟัชซีลอจิก ได้แก่ ตัวแปร "Probability" และ "Truth" ซึ่งตัวอย่างการนิยามค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเทอมของตัวแปรลึงกวิสติก "Probability" ในภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของตัวแปรลึงกวิสติก "Probability"

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการนิยามตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" ได้มีผู้นำเสนอไว้ต่างๆกันดังนี้ในปี ค.ศ. 1973 Zadeh ได้นิยาม เซตของเทอมของตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" ดังสมการนี้ (2.26)

$$T (\text{Truth}) = \{ \text{true, not true, very true, not very true, ... , false, not false, very false, ... , not very true and not very false, ... } \} \quad (2.26)$$

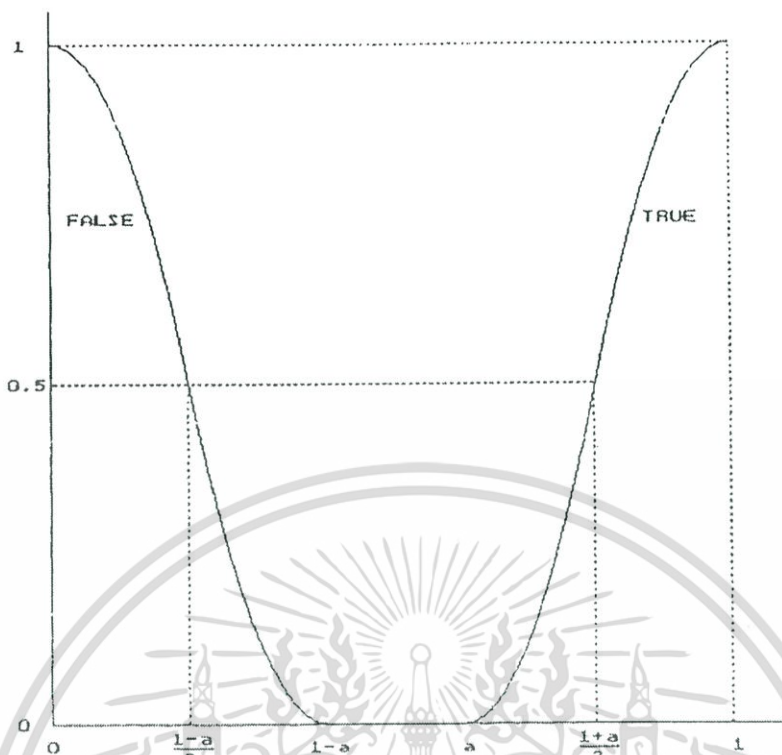
โดยได้นิยามเทอมปฐม (Primary term) ของตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" คือ "true" และ "false" และกำหนดค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของแต่ละเทอมตามสมการ (2.27)-(2.28) ซึ่งสามารถแสดงได้ในภาพที่ 2.2 และได้นิยามเทอมอื่นๆ จากการขยายเทอมปฐม โดยการเติม modifier หรือ hedge ที่เหมาะสมในเทอม "true" และ "false"

$$\mu_{\text{true}}(v) = \begin{cases} 0; 0 \leq v \leq a \\ 2 \left( \frac{v-a}{1-a} \right)^2; a \leq v \leq \frac{a+1}{2} \\ 1 - 2 \left( \frac{v-1}{1-a} \right)^2; \frac{a+1}{2} \leq v \leq 1 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\mu_{\text{false}}(v) = \mu_{\text{true}}(1-v); 0 \leq v \leq 1 \quad (2.28)$$

เมื่อ  $v = (1+a)/2$  คือ จุดตัดข้าม (crossover)  
 $a \in [0,1]$  คือ ค่าพารามิเตอร์ที่บอกถึงค่าต่ำสุดของ  $v$  ในการตัดสินใจถูกต้องของประพจน์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 2.2 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเทอม "true" และ "false" ตามนิยามของ Zadeh

ต่อมาในปี ค.ศ. 1979 Baldwin ได้นิยามเซตของเทอมของตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" ตามสมการที่ (2.29)

$$T(\text{Truth}) = \{\text{true}, \text{very true}, \text{fairly true}, \text{false}, \text{very false}, \text{fairly false}\} \quad (2.29)$$

โดยกำหนดให้ค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของแต่ละเทอมเป็นไปตามสมการที่ (2.30)-(2.33) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 2.3

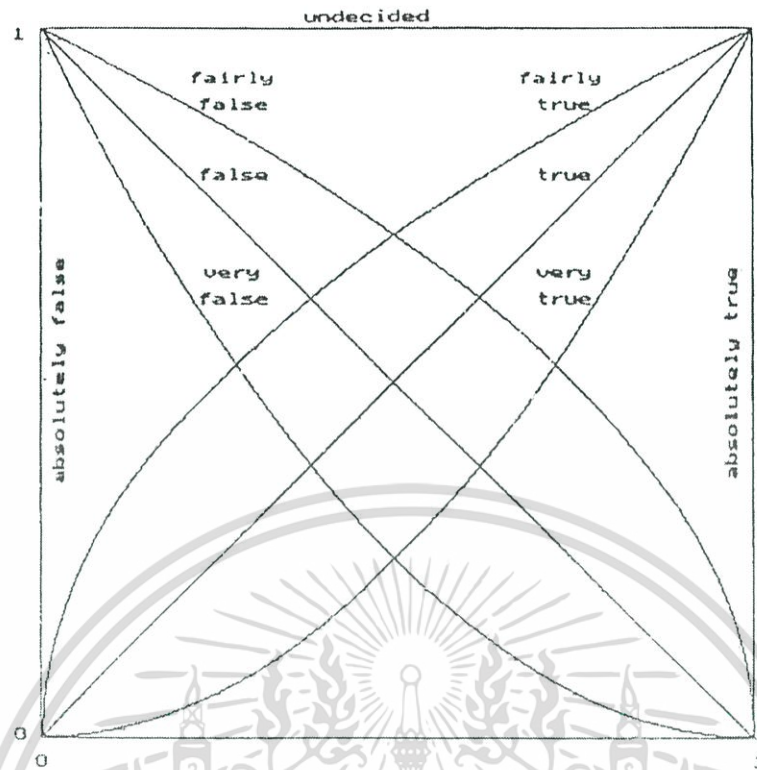
$$\mu_{\text{very true}}(v) = (\mu_{\text{true}}(v))^2; v \in [0,1] \quad (2.30)$$

$$\mu_{\text{fairly true}}(v) = (\mu_{\text{true}}(v))^{1/2}; v \in [0,1] \quad (2.31)$$

$$\mu_{\text{very false}}(v) = (\mu_{\text{false}}(v))^2; v \in [0,1] \quad (2.32)$$

$$\mu_{\text{fairly false}}(v) = (\mu_{\text{false}}(v))^{1/2}; v \in [0,1] \quad (2.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 2.3 แสดงค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" ตามนิยามของ Baldwin

### นิยาม 23 ตัวปฏิบัติการ Linguistic Hedge หรือ Modifier

Linguistic Hedge หรือ Modifier คือ ตัวปฏิบัติการในการแปลงหรือขยายขอบเขตของความหมายของฟัซซีเซต ซึ่งในที่นี้คือทอมของตัวแปรลึงกวิสติก

กำหนดให้  $A$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  โดยที่  $u \in U$

นิยามตัวปฏิบัติการ modifier :  $m$  บนฟัซซีเซต  $A$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $m(A)$  ดังนี้

$$\text{Concentration} : \mu_{con(A)}(u) = (\mu_A(u))^2 \quad (2.34)$$

$$\text{Dilation} : \mu_{dil(A)}(u) = (\mu_A(u))^{1/2} \quad (2.35)$$

$$\text{Intensification} : \mu_{int(A)}(u) = \begin{cases} 2(\mu_A(u))^2; \mu_A(u) \in [0, 0.5] \\ 1 - 2(1 - \mu_A(u))^2; \mu_A(u) \in [0.5, 1] \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \text{very } A = con(A) \quad (2.37)$$

$$\text{More or less } A = dil(A) \quad (2.38)$$

$$\text{Plus } A = A^{1.25} \quad (2.39)$$

$$\text{Slightly } A = int[\text{plus } A \text{ and not (very } A)] \quad (2.40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### นิยาม 24 ตัวแปรลิงกวิสติกบูลีน (Boolean Linguistic Variable)

ตัวแปรลิงกวิสติกบูลีน คือ ตัวแปรลิงกวิสติกที่มีเทอมเป็นค่าบูลีน ซึ่งมีเทอมปฐม 2 ตัวโดยที่เทอมทั้งหมด จะอยู่ในรูป  $X_p$  และ  $m(X_p)$

เมื่อ  $X_p$  คือ เทอมปฐม

$m(X_p)$  คือ เทอมที่ได้จากการทำปฏิบัติการ modifier บนเทอมปฐม  $X_p$

#### ทฤษฎีตรรกศาสตร์แบบเดิม

ทฤษฎีตรรกศาสตร์ซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของการหาข้อสรุปโดยใช้เหตุผล ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ ค่าความจริง (truth value) การปฏิบัติการ (vocabulary) และวิธีการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล (reasoning procedure) ในตรรกศาสตร์บูลีนได้นิยามส่วนประกอบแต่ละส่วนดังนี้

#### นิยาม 25 ค่าความจริงของประพจน์ในตรรกศาสตร์บูลีน

ประพจน์ในตรรกศาสตร์บูลีน จะมีค่าความจริงเท่ากับ 0 เมื่อประพจน์เป็นเท็จ และจะมีค่าความจริงเท่ากับ 1 เมื่อประพจน์เป็นจริง

#### นิยาม 26 ปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน

ปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน ถูกนิยามด้วยค่าความจริงของประพจน์ ดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าความจริงของประพจน์ในการปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน

$A$	$B$	$\wedge$	$\vee$	$x - \vee$	$\rightarrow$	$\leftrightarrow$
1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1

#### นิยาม 27 การหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล

การหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ทฤษฎีตรรกศาสตร์แบบเดิม จะใช้สัจจะนิรันดร์ (tautology) สำหรับเป็นพื้นฐานในการหาข้อสรุป ตัวอย่างสัจจะนิรันดร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล แสดงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Modus ponens	:	$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
Modus tollens	:	$((A \rightarrow B) \wedge (\neg B)) \rightarrow (\neg A)$
Syllogism	:	$((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$
Contraposition	:	$(A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg B) \rightarrow (\neg A))$

### ทฤษฎีพีชชีลอจิก

พีชชีลอจิกเป็นทฤษฎีทางตรรกศาสตร์ที่ขยายมาจากทฤษฎีตรรกศาสตร์หลายค่า (multivalued logic) โดยนิยามค่าความจริงของประพจน์เป็นตัวแปรลิงกวิสติก ได้นิยามการปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์สำหรับ พีชชีลอจิกไว้ต่างกัน

#### นิยาม 28 ค่าความจริงของประพจน์ในทฤษฎีพีชชีลอจิก

กำหนดให้  $v(A)$  เป็นพีชชีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $v = [0,1]$  ซึ่งแทนค่าความจริงของประพจน์ A

จะได้ว่า 
$$v(A) = \{(v_i, \mu_i) \mid i = 1, 2, \dots, n; v_i \in [0,1]\} \quad (2.41)$$

$$v(\text{not}A) = 1 - v(A) = \{(1 - v_i, \mu_i) \mid i = 1, 2, \dots, n; v_i \in [0,1]\} \quad (2.42)$$

#### นิยามที่ 29 การปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์ในทฤษฎีพีชชีลอจิก

กำหนดให้

$$v(A) = \{(v, \mu_A(v)) \mid \mu_A(v) \in [0,1]; v \in [0,1]\}$$

$$v(B) = \{(v, \mu_B(v)) \mid \mu_B(v) \in [0,1]; v \in [0,1]\}$$

จะได้ว่า 
$$v(A) \wedge v(B) = v(A \text{ and } B) = \{(v, \min\{\mu_A(v), \mu_B(v)\})\} \quad (2.43)$$

$$v(A) \vee v(B) = v(A \text{ or } B) = \{(v, \max\{\mu_A(v), \mu_B(v)\})\} \quad (2.44)$$

$$\neg v(A) = \text{not}(v(A)) = \{(v, 1 - \mu_A(v))\} \quad (2.45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และสงวนสิทธิ์ในนามของผู้นิพนธ์อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \left\{ \left( v, \max \left\{ (1 - \mu_A(v)), \mu_B(v) \right\} \right) \right\} \quad (2.46)$$

ในกรณีนี้  $v(A) = \{ (v_i, \alpha_i) \mid i = 1, 2, \dots, n; v_i \in [0, 1]; \alpha_i \in [0, 1] \}$

$$v(B) = \{ (\omega_i, \beta_i) \mid i = 1, 2, \dots, n; \omega_i \in [0, 1]; \beta_i \in [0, 1] \}$$

จะได้ว่า  $v(A) \wedge v(B) = v(A \text{ and } B) = \left\{ \left( \min \{ v_i, \omega_i \}, \max_{\min \{ v_i, \omega_i \}} \min \{ \alpha_i, \beta_i \} \right) \right\}$  (2.47)

$$v(A) \vee v(B) = v(A \text{ or } B) = \left\{ \left( \max \{ v_i, \omega_i \}, \max_{\max \{ v_i, \omega_i \}} \min \{ \alpha_i, \beta_i \} \right) \right\} \quad (2.48)$$

$$v(A) \rightarrow v(B) = v(A \rightarrow B) = \neg v(A) \vee v(B) = \left\{ \left( \max \{ v_i, \omega_i \}, \max_{\max \{ v_i, \omega_i \}} \min \{ \alpha_i, \beta_i \} \right) \right\} \quad (2.49)$$

Zadeh ได้เสนอตารางความจริง สำหรับพิจารณาค่าความจริงในการปฏิบัติการของพีชคณิตลอจิก โดยการขยายจากตรรกศาสตร์บูลีน มาเป็นตรรกะ 3 ค่า คือ true ( $T$ ), false ( $F$ ) และ unknown ( $T + F$ ) ได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.2 แสดงตารางความจริงสำหรับตัวปฏิบัติการพีชคณิตลอจิก ตามนิยามของ Zadeh

$A$	$B$	$\wedge$	$\vee$	$\neg A$
$T$	$T$	$T$	$T$	$F$
$T$	$F$	$F$	$T$	$F$
$T$	$T + F$	$T + F$	$T$	$F$
$F$	$T$	$F$	$T$	$T$
$F$	$F$	$F$	$F$	$T$
$F$	$T + F$	$F$	$T + F$	$T$
$T + F$	$T$	$T + F$	$T$	$T + F$
$T + F$	$F$	$F$	$T + F$	$T + F$
$T + F$	$T + F$	$T + F$	$T + F$	$T + F$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Baldwin ได้เสนอการสร้างตารางความจริงสำหรับพีชชีลอจิก โดยทำการนิยามเทอมและฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของตัวแปรลึงกวิสติก "Truth" ซึ่งแสดงในภาพที่ 2.3 ดังนี้

$$true = \{(v, \mu_{true}(v) = v) | v \in [0,1]\}$$

$$false = \{(v, \mu_{false}(v) = 1 - \mu_{true}(v)) | v \in [0,1]\}$$

$$very \ true = \{(v, \mu_{true}(v)^2) | v \in [0,1]\}$$

$$very \ false = \{(v, (1 - \mu_{true}(v))^2) | v \in [0,1]\}$$

$$fairly \ true = \{(v, \mu_{true}(v)^{1/2}) | v \in [0,1]\}$$

$$fairly \ false = \{(v, (1 - \mu_{true}(v))^{1/2}) | v \in [0,1]\}$$

$$undecided = \{(v, 1) | v \in [0,1]\}$$

$$absolutely \ true = \{(v, \mu_{at}(v)) | v \in [0,1]\}; \mu_{at}(v) = \begin{cases} 1; v = 1 \\ 0; v \neq 1 \end{cases}$$

$$absolutely \ false = \{(v, \mu_{af}(v)) | v \in [0,1]\}; \mu_{af}(v) = \begin{cases} 1; v = 0 \\ 0; v \neq 0 \end{cases}$$

ดังนั้น

$$(very)^k \ true \rightarrow absolutely \ true \quad \text{เมื่อ } k \rightarrow \infty$$

$$(very)^k \ false \rightarrow absolutely \ false \quad \text{เมื่อ } k \rightarrow \infty$$

$$(very)^k \ true \rightarrow undecided \quad \text{เมื่อ } k \rightarrow \infty$$

$$(very)^k \ false \rightarrow undecided \quad \text{เมื่อ } k \rightarrow \infty$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้ Baldwin ได้นิยามตัวปฏิบัติการ "and" และ "or" ด้วย minimum และ maximum ตามลำดับ และสร้างตารางความจริงของการปฏิบัติการพีชชีลอจิก ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 แสดงตารางความจริงสำหรับตัวปฏิบัติการพีชชีลอจิก ตามนิยาม Baldwin

$v(P)$	$v(Q)$	$v(P \text{ and } Q)$	$v(P \text{ or } Q)$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>undecided</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>undecided</i>
<i>undecided</i>	<i>true</i>	<i>undecided</i>	<i>true</i>
<i>undecided</i>	<i>undecided</i>	<i>undecided</i>	<i>undecided</i>
<i>true</i>	<i>very true</i>	<i>true</i>	<i>very true</i>
<i>true</i>	<i>fairly true</i>	<i>fairly true</i>	<i>true</i>

การหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ทฤษฎีพีชชีลอจิก

การหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล โดยใช้ทฤษฎีพีชชีลอจิก จะเป็นการขยายนิยามของสัจนิรันดร์ที่ใช้ในตรรกศาสตร์แบบเดิม เพื่อใช้หาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลของประพจน์ที่เป็นพีชชีเซต โดยทำการขยายนิยามของ Modus Ponens และ Modus Tollens สำหรับพีชชีลอจิก เรียกว่า Generalized Modus Ponens :GMP และ Generalized Modus Tollens : GMT ดังแสดงในนิยาม 30 และนิยาม 31

นิยาม 30 Generalized Modus Ponens : GMP

Generalized Modus Ponens คือ การหาข้อสรุปจากเหตุไปหาผล (forward data-driven)

GMP :	Premise	$u$ is $A'$
	Implication	If $u$ is $A$ then $v$ is $B$
	Conclusion	$v$ is $B'$

โดยที่ GMP Implication ถูกนิยามดังสมการ

$$A \rightarrow B = \max\{c \in [0,1], t(A,c) \leq B\} \quad (2.50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ขนาดให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### นิยาม 31 Generalized Modus Tollens : GMT

Generalized Modus Tollens คือ การหาข้อสรุปจากผลไปหาเหตุ (backward goal-driven)

GMT :	Premise	$v$ is $B'$
	Implication	If $u$ is $A$ then $v$ is $B$
	Conclusion	$v$ is $A'$

โดยที่ GMT Implication ถูกนิยามดังสมการ

$$A \rightarrow B = \min\{c \in [0,1], s(A,c) \leq A\} \quad (2.51)$$

### นิยาม 32 ฟัชซีอิมพลิเคชัน (Fuzzy Implication)

ฟัชซีอิมพลิเคชัน คือ เงื่อนไขความสัมพันธ์แบบฟัชซีระหว่างส่วนเหตุ (antecedent) และส่วนผล (consequence) ที่ใช้ในการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล

จากนิยามของ GMP Implication ตามนิยาม 30 และนิยามของ GMT Implication ตามนิยาม 31 จะเห็นว่าฟัชซีอิมพลิเคชันจะขึ้นอยู่กับวิธีการเลือกใช้ตัวปฏิบัติการ t-norms และ s-norms ซึ่งมีผู้นำเสนอวิธีการทำฟัชซีอิมพลิเคชันแบบต่างๆกัน ตามตัวปฏิบัติการ t-norms และ s-norms ที่เลือกใช้ ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

Mamdani's Implication

$$R_m = A \times B = \{(u, v), \min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\}\} \quad (2.52)$$

Larsen's Implication

$$R_L = A \times B = \{(u, v), \{\mu_A(u), \mu_B(v)\}\} \quad (2.53)$$

Zadeh's Arithmetic Rule of Fuzzy Implication

$$R_{Z_a} = (notA \times v) \oplus (U \times B) = \{(u, v), \min\{1, (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))\}\} \quad (2.54)$$

Boolean Fuzzy Implication

$$R_B = (notA \times v) \cup (U \times B) = \{(u, v), \max\{1, (1 - \mu_A(u)), \mu_B(v)\}\} \quad (2.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารทูลงานวิจัยหรือบทความวิชาการเพื่อการศึกษาค้นคว้าในนามของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Zadeh's Max-Min Rule of Fuzzy Implication

$$R_{Z_m} = (A \times B) \cup (\text{not} A \times V) = \{((u, v), \max\{\min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\}, (1 - \mu_A(u))\})\} \quad (2.56)$$

Standard Sequence Fuzzy Implication

$$R_s = A \times V \rightarrow U \times B = \{(u, v), \mu_{R_s}(u, v)\} \mid \mu_{R_s}(u, v) = \begin{cases} 1; \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ 0; \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases} \quad (2.57)$$

ในปี ค.ศ.1980 Fukami et al ได้พิสูจน์ถึงหลักการเลือกฟังก์ชันสำหรับการอิมพลีเคชันของ GMP และ GMT และทำการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผล ได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 2.4 และตารางที่ 2.5 ตามลำดับ

ตารางที่ 2.4 แสดงผลของการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ GMP ด้วยหลักการของ Fukami

Criteria	Premise( <i>u is A'</i> )	Conclusion( <i>v is B'</i> )
1	<i>u is A</i>	<i>v is B</i>
2a	<i>u is (very A)</i>	<i>v is (very B)</i>
2b	<i>u is (very A)</i>	<i>v is B</i>
3a	<i>u is (more or less A)</i>	<i>v is (more or less B)</i>
3b	<i>u is (more or less A)</i>	<i>v is B</i>
4a	<i>u is (not A)</i>	<i>v is unknown</i>
4b	<i>u is (not A)</i>	<i>v is (not B)</i>

ตารางที่ 2.5 แสดงผลของการหาข้อสรุปตามหลักการเหตุผลโดยใช้ GMT ด้วยหลักการของ Fukami

Criteria	Premise( <i>v is B'</i> )	Conclusion( <i>u is A'</i> )
1	<i>v is (not B)</i>	<i>u is (not A)</i>
2	<i>v is (not very B)</i>	<i>u is (not very A)</i>
3	<i>v is (not more or less B)</i>	<i>u is (not more or less A)</i>
4a	<i>v is B</i>	<i>u is unknown</i>
4b	<i>v is B</i>	<i>u is A</i>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.4 ความสัมพันธ์ฟัซซี (Fuzzy Relation)

#### นิยาม 33 ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product)

กำหนดให้  $A_1, \dots, A_n$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1, \dots, U_n$

โดยที่  $U_1, \dots, U_n \in U_1, \dots, U_n$  ตามลำดับ

ผลคูณคาร์ทีเซียนของ  $A_1, \dots, A_n$  คือ ฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1 \times \dots \times U_n$  ที่มีฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, \dots, u_n) = \begin{cases} \min\{\mu_{A_1}(u_1), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\} & \text{min-intersection} \\ \mu_{A_1}(u_1) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n}(u_n) & \text{algebraic product} \end{cases} \quad (2.58)$$

#### นิยาม 34 ความสัมพันธ์ฟัซซี

กำหนดให้  $R$  เป็นความสัมพันธ์ฟัซซีจากฟัซซีเซต  $A$  ไปยังฟัซซีเซต  $B$

โดยที่  $A$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ;  $u \in U$

และ  $B$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $V$  ;  $v \in V$

จะได้ว่า

$$R_{U \times V} = A \times B = \{(u, v), \mu_R(u, v) \mid (u, v) \in U \times V\} \quad (2.59)$$

$$\mu_R(u, v) = \mu_{A \times B}(u, v) = \begin{cases} \min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\} & \text{min-intersection} \\ \mu_A(u) \cdot \mu_B(v) & \text{algebraic product} \end{cases} \quad (2.60)$$

ความสัมพันธ์ฟัซซีขนาด  $n$ -มิติของฟัซซีเซต  $A_1, \dots, A_n$  (เมื่อ  $A_1, \dots, A_n$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1, \dots, U_n$  ตามลำดับ) คือ ฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1 \times \dots \times U_n$  ที่ถูกกำหนดดังนี้

$$R_{U_1 \times \dots \times U_n} = \{(u_1, \dots, u_n), \mu_R(u_1, \dots, u_n) \mid (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n\} \quad (2.61)$$

โดยที่

$$\mu_R(u_1, \dots, u_n) \leq \mu_{A_i}(u_i); i = 1, \dots, n; \forall (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n \quad (2.62)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 35 การปฏิบัติการของความสัมพันธ์ฟuzzy

กำหนดให้  $R_1$  และ  $R_2$  เป็นความสัมพันธ์ฟuzzyบนระนาบเดียวกัน คือ  $U_1 \times \dots \times U_n$  ยูเนียน นิยามโดยใช้ตัวปฏิบัติการ maximum ได้ดังนี้

$$\mu_{R_1 \cup R_2}(u_1, \dots, u_n) = \max\{\mu_{R_1}(u_1, \dots, u_n), \mu_{R_2}(u_1, \dots, u_n)\} \quad (2.63)$$

โดยที่  $(u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n$

อินเตอร์เซกชัน นิยามโดยใช้ตัวปฏิบัติการ minimum ได้ดังนี้

$$\mu_{R_1 \cap R_2}(u_1, \dots, u_n) = \min\{\mu_{R_1}(u_1, \dots, u_n), \mu_{R_2}(u_1, \dots, u_n)\} \quad (2.64)$$

โดยที่  $(u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n$

นิยาม 36 คุณสมบัติของความสัมพันธ์ฟuzzy

กำหนดให้  $R = \{(u, v, \mu_R(u, v)) \mid (u, v) \in U \times V\}$  เป็นความสัมพันธ์ฟuzzy

Reflexitivity  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Reflexitivity ก็ต่อเมื่อ  $\mu_R(u, u) = 1; \forall u \in U$

Irreflexivity  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Irreflexivity ก็ต่อเมื่อ  $\mu_R(u, u) = 0; \forall u \in U$

Symmetry  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Symmetry ก็ต่อเมื่อ  $R(u, v) = R(v, u)$

Ant symmetry  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Ant symmetry ก็ต่อเมื่อ

ถ้า  $u \neq v$  และ  $\mu_R(u, v) \neq \mu_R(v, u)$  หรือ  $\mu_R(u, v) = \mu_R(v, u) = 0; \forall u, \forall v \in U$

Perfectly Antisymmetry  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Antisymmetry อย่างสมบูรณ์ ก็

ต่อเมื่อ

ถ้า  $u \neq v$  และ  $\mu_R(u, v) > 0$  แล้ว  $\mu_R(v, u) = 0; \forall u, \forall v \in U$

Transitivity  $R$  จะมีคุณสมบัติเป็น Transitivity ก็ต่อเมื่อ

$R \circ R \subseteq R$  หรือ  $\max_{v \in V} \{\min[\mu_R(u, v), \mu_R(v, w)]\} \leq \mu_R(u, w)$

นิยาม 37 โปรเจกชันของความสัมพันธ์ฟuzzy (Fuzzy Relation Projection)

กำหนดให้  $R = \{(u, v, \mu_R(u, v)) \mid (u, v) \in U \times V\}$  เป็นความสัมพันธ์ฟuzzy

โปรเจกชันของความสัมพันธ์ฟuzzy  $R$  ถูกนิยามดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{First projection} \quad R^{(1)} = \left\{ \left( u, \max_v \mu_R(u, v) \mid (u, v) \in U \times V \right) \right\} \quad (2.65)$$

$$\text{Second projection} \quad R^{(2)} = \left\{ \left( v, \max_u \mu_R(u, v) \mid (u, v) \in U \times V \right) \right\} \quad (2.66)$$

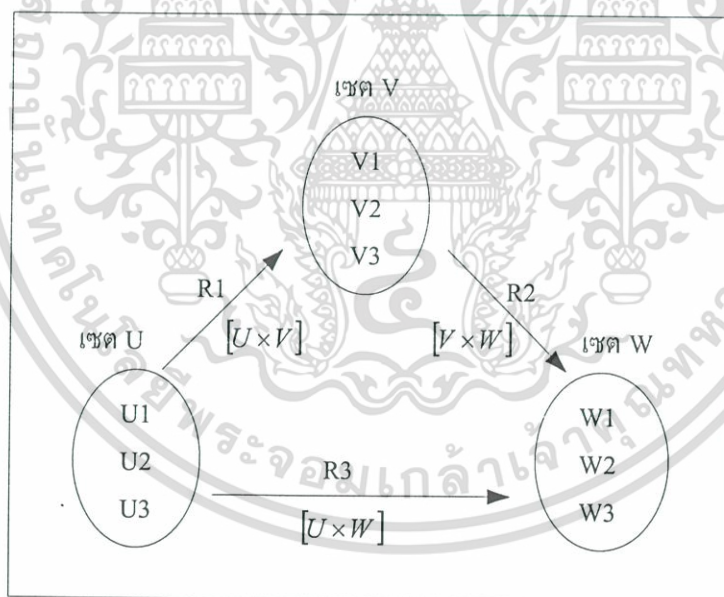
$$\text{Total projection} \quad R^{(T)} = \left\{ \left( (u, v), \max_u \max_v \mu_R(u, v) \mid (u, v) \in U \times V \right) \right\} \quad (2.67)$$

### 2.1.5 การคอมโพสิชันแบบฟัซซี (Fuzzy Composition)

กำหนดให้  $R_1(u, v)$  เป็นความสัมพันธ์จากเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ไป  $V$  โดยที่  $(u, v) \in U \times V$

และ  $R_2(v, w)$  เป็นความสัมพันธ์จากเอกภพสัมพัทธ์  $V$  ไป  $W$  โดยที่  $(v, w) \in V \times W$

การคอมโพสิชัน คือ ปฏิบัติการในการหาความสัมพันธ์  $R_3(u, w)$  จากความสัมพันธ์ที่ถ่ายทอดต่อเนื่องกันเป็นลูกโซ่  $R_1(u, v)$  และ  $R_2(v, w)$  ดังแสดงในภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 แสดงการคอมโพสิชันของความสัมพันธ์ฟัซซี

กำหนดให้  $R_1(u, v)$  เป็นความสัมพันธ์ฟัซซี บนระนาบ  $U \times V$  โดยที่  $(u, v) \in U \times V$

$R_2(v, w)$  เป็นความสัมพันธ์ฟัซซี บนระนาบ  $V \times W$  โดยที่  $(v, w) \in V \times W$

การคอมโพสิชันของความสัมพันธ์ฟัซซี ถูกนิยามดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 38 Max-Min Composition

$$R_3 = R_1 \circ R_2 = \left\{ (u, w), \max_{v \in V} \{ \min [ \mu_{R_1}(u, v), \mu_{R_2}(v, w) ] \} \mid u \in U, v \in V, w \in W \right\} \quad (2.68)$$

นิยาม 39 Max-Product Composition

$$R_3 = R_1 * R_2 = \left\{ (u, w), \max_{v \in V} \{ \mu_{R_1}(u, v) \cdot \mu_{R_2}(v, w) \} \mid u \in U, v \in V, w \in W \right\} \quad (2.69)$$

นิยาม 40 Max-Average Composition

$$R_3 = R_1 \text{av} R_2 = \left\{ (u, w), \max_{v \in V} \left\{ \frac{\mu_{R_1}(u, v) \cdot \mu_{R_2}(v, w)}{2} \right\} \mid u \in U, v \in V, w \in W \right\} \quad (2.70)$$

นิยาม 41 Min-Max Composition

$$R_3 = R_1 \bullet R_2 = \left\{ (u, w), \min_{v \in V} \{ \max [ \mu_{R_1}(u, v), \mu_{R_2}(v, w) ] \} \mid u \in U, v \in V, w \in W \right\} \quad (2.71)$$

วิธีการ max-min composition เป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุด มีคุณสมบัติที่สำคัญดังนี้

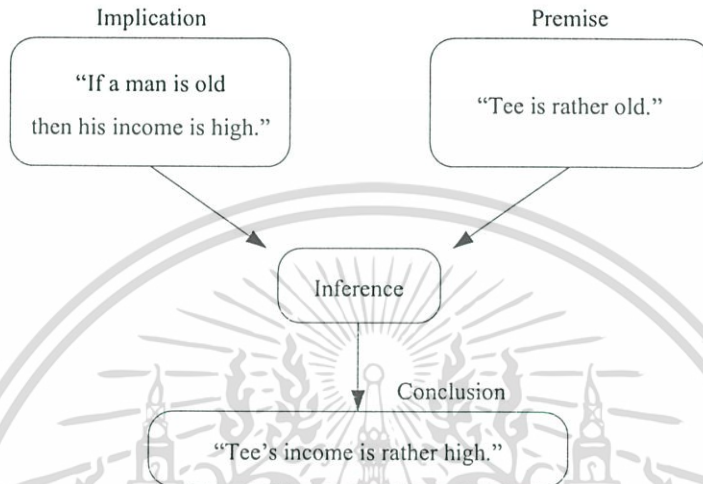
1.  $(R_1 \cup R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$  distributed w.r.t. union
2.  $(R_1 \cap R_2) \circ R_3 \subset (R_1 \circ R_3) \cap (R_2 \circ R_3)$  non- distributed w.r.t. intersection
3.  $(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3)$  association property
4. ถ้า  $R_1 \subset R_2$   
แล้ว  $(R_1 \circ R_3) \subset (R_2 \circ R_3)$  inclusion property
5. ถ้า  $R_1, R_2$  มีคุณสมบัติเป็น reflexivity  
แล้ว  $R_1 \circ R_2$  จะมีคุณสมบัติเป็น reflexivity
6. ถ้า  $R_1, R_2$  มีคุณสมบัติเป็น Symmetry และ  $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$   
แล้ว  $R_1 \circ R_2$  จะมีคุณสมบัติเป็น Symmetry
7. ถ้า  $R_1, R_2$  มีคุณสมบัติเป็น transitivity และ  $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$   
แล้ว  $R_1 \circ R_2$  จะมีคุณสมบัติเป็น transitivity
8. ถ้า  $R$  มีคุณสมบัติเป็น symmetry และ transitivity  
แล้ว  $\mu_R(u, v) \leq \mu_R(u, u); \forall u, \forall v \in U$
9. ถ้า  $R$  มีคุณสมบัติเป็น reflexivity  
แล้ว  $R \subset R \circ R$
10. ถ้า  $R$  มีคุณสมบัติเป็น reflexivity และ transitivity  
แล้ว  $R \circ R = R$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.6 การอินเฟอเรนซ์แบบฟัซซี (Fuzzy Inference)

นิยาม 42 การอินเฟอเรนซ์

การอินเฟอเรนซ์ คือ กระบวนการในการหาข้อสรุป (conclusion) จากหลักฐาน (premise) โดยใช้เงื่อนไขความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล (implication) ดังแสดงในตัวอย่างดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 แสดงการหาข้อสรุปจากหลักฐาน โดยใช้เงื่อนไขความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล

นิยาม 43 กฎการคอมโพสิชันของการอินเฟอเรนซ์ (Compositional Rule of Inference :CRI)

กำหนดให้	Premise	$u$ is $A'$
	Implication	If $u$ is $A$ then $v$ is $B$
	Conclusion	$v$ is $B'$

เมื่อ  $A, A'$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  โดยที่  $u \in U$   
 $B, B'$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $V$  โดยที่  $v \in V$

ทำการแปลงอิมพลีเคชันเป็นความสัมพันธ์ฟัซซี  $R$  ใน  $U \times V$  ดังนั้น จะหา  $B'$  ได้ดังนี้

$$B' = \begin{cases} A' \circ R & \text{max-min composition} \\ A' * R & \text{max-product composition} \\ A' \cdot R & \text{max-average composition} \\ A' \bullet R & \text{min-max composition} \end{cases} \quad (2.72)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการคอมโพสิชันที่นิยมใช้มากที่สุดในการอินเฟอเรนซ์ คือ CRI ของ Zadeh ซึ่งจะใช้ตัวปฏิบัติการ max และ min ในการปฏิบัติการ s-norm และ t-norm ตามลำดับ ซึ่งสามารถหา  $B'$  ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$B' = A' \circ R = \{ \langle v, \max_{A' \in U} \{ \min[\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v)] \} \rangle \mid u \in U, v \in V \} \quad (2.73)$$

จากวิธีการอินเฟอเรนซ์ดังกล่าวข้างต้น ทำให้สามารถหา  $B'$  จาก  $A' \circ R$  ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ฟัซซีที่สำคัญสำหรับการควบคุม แต่นอกจากนี้ ยังพบปัญหาที่สำคัญอื่นๆคือ

- ปัญหาในการสร้างโมเดล โดยการหาความสัมพันธ์ฟัซซี  $R$  จากฟัซซีเซต  $A$  และ  $B$
- ปัญหาการออกแบบตัวควบคุม โดยการหาฟัซซีเซต  $A$  จากความสัมพันธ์ฟัซซี  $R$  และฟัซซีเซต  $B$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า การแก้ปัญหาทั้งสองนี้ จะต้องใช้ตัวปฏิบัติการผกผัน (inverse) ของการคอมโพสิชัน จึงมีการนิยามตัวปฏิบัติการ  $\oslash$ -composition สำหรับการคอมโพสิชันผกผันดังนี้

#### นิยาม 44 ตัวปฏิบัติการ $\oslash$ -Composition

$\oslash$ -Composition คือ ตัวปฏิบัติการผกผันของการคอมโพสิชันเป็นฟังก์ชัน จาก  $[0,1] \times [0,1]$  ไปยัง  $[0,1]$  ซึ่งถูกนิยามดังนี้

$$\oslash = \max \{ c \in [0,1] \mid (x, c) \leq y; x, y \in [0,1] \} \quad (2.74)$$

$\oslash$ -Composition ของความสัมพันธ์ฟัซซี  $R$  บนระนาบ  $U \times V$  กับฟัซซีเซต  $B$  ซึ่งถูกเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $R \oslash B'$  และถูกนิยามในรูปฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{(R \oslash B')}(u) = \min_{v \in B'} [\mu_R(u, v) \oslash \mu_{B'}(v)] \quad (2.75)$$

#### นิยาม 45 คุณสมบัติของตัวปฏิบัติการ $\oslash$ -Composition

1.  $x \oslash \max(y, z) \geq \max(x \oslash y, x \oslash z); z \in [0,1]$
2.  $t(x, (x \oslash y)) \leq y$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.  $x \circ t(x, y) \geq y$
4.  $A' \circ (A' \circ B') \subseteq B' \quad ; \quad \forall A', \forall B'$
5.  $R \subseteq A' \circ (A' \circ R) \quad ; \quad \forall A', \forall B'$
6.  $(R \circ B') \circ R \subseteq B' \quad ; \quad \forall A', \forall B'$
7.  $A' \subseteq R \circ (A' \circ R) \quad ; \quad \forall A', \forall B' \in (U \times V)$
8.  $R = A' \circ B'$  คือคำตอบของการคอมโพสิชันผกผัน  $A' = B' \circ R$
9.  $A' = R \circ B'$  คือคำตอบของการหาฟังก์ชันเซตผกผัน  $A' \circ R = B'$

### 2.1.7 การฟัซซีฟิเคชัน (Fuzzification)

#### นิยาม 46 การฟัซซีฟิเคชัน

การฟัซซีฟิเคชัน คือ กระบวนการหาค่าฟัซซีเซตบนเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ของอินพุต เพื่อเป็นตัวแทนของอินพุตซึ่งมีค่าเป็นตัวเลข สำหรับใช้เป็นอินพุตของระบบฟัซซี

การฟัซซีฟิเคชัน สามารถทำได้ 3 วิธีดังนี้

1. การฟัซซีฟิเคชัน โดยใช้ฟัซซีซิงเกิลตัน จะได้ว่า Fuzzification  $(u_0) = A$  โดยที่  $A$  เป็นฟัซซีซิงเกิลตันซึ่งมี  $S(A) = \{u_0\}$

หรือ 
$$\mu_A(u) = \begin{cases} 1; & u = u_0 \\ 0; & u \neq u_0 \end{cases} \quad (2.76)$$

2. การฟัซซีฟิเคชัน โดยใช้ฟัซซีนัมเบอร์ จะได้ว่า Fuzzification  $(u_0) = A$  โดยที่  $A$  เป็นฟัซซีนัมเบอร์

$$\mu_A(u) = 1 \text{ เมื่อ } u = u_0$$

และ  $\mu_A(u)$  ลดลง เมื่อ  $u$  อยู่ห่างออกไปจาก  $u_0$

ตัวอย่างของการฟัซซีฟิเคชัน โดยใช้ฟัซซีนัมเบอร์ เช่น

$$\mu_A(u) = \exp\left[-\frac{(u-u_0)^T(u-u_0)}{\sigma^2}\right] \quad (2.77)$$

โดยที่  $\sigma$  เป็นพารามิเตอร์ในการกำหนดรูปร่างของ  $\mu_A(u)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การฟัซซีฟิเคชัน โดยใช้ไฮบริด 넘เบอร์ (hybrid number)

จะได้ว่า Fuzzification ( $u_0$ ) =  $A$

โดยที่  $A$  เป็น ไฮบริด 넘เบอร์ (ไฮบริด 넘เบอร์ คือ ฟัซซี 넘เบอร์ที่สมาชิกในเอกภพ สัมพันธ์เป็น random number)

$$\mu_A(u) = 1 \text{ เมื่อ } u = u_0$$

และ  $\mu_A(u)$  ลดลง เมื่อ  $u$  อยู่ห่างออกไปจาก  $u_0$

### 2.1.8 การดีฟัซซีฟิเคชัน (Defuzzification)

#### นิยาม 47 การดีฟัซซีฟิเคชัน

การดีฟัซซีฟิเคชัน คือ กระบวนการหาค่าเอาต์พุตเพียงค่าเดียว (ซึ่งเกิดต้น) ที่เหมาะสมที่สุด เพื่อเป็นตัวแทนของฟัซซีเอาต์พุตที่มีค่าความเป็นไปได้กระจายอยู่บนเอกภพสัมพัทธ์  $V$  ของเอาต์พุต

กำหนดให้  $R$  คือ ความสัมพันธ์ฟัซซีจากเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ไป  $V$  ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุต  $u$  และเอาต์พุต  $v$

$u_0$  คือ อินพุตที่วัดได้ เป็นฟัซซีซึ่งเกิดต้น

ในการคอมโพสิชันระหว่างฟัซซีซึ่งเกิดต้น  $u_0$  กับความสัมพันธ์ฟัซซี  $R$  จะได้ผลลัพธ์เป็นฟัซซีเซต  $B$  ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์  $V$  และเมื่อทำดีฟัซซีฟิเคชัน จะหาฟัซซีซึ่งเกิดต้น  $v_0$  ซึ่งเป็นตัวแทนของฟัซซีเอาต์พุต  $B$  เพื่อใช้เป็นเอาต์พุตที่แท้จริงของระบบได้

#### ตัวอย่างวิธีการดีฟัซซีฟิเคชัน ที่นิยมใช้มีดังนี้

1. Max Procedure เป็นวิธีการดีฟัซซีฟิเคชัน โดยเลือกค่าเอาต์พุตที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกมากที่สุด เพื่อใช้เป็นตัวแทนของฟัซซีเอาต์พุต สามารถแสดงด้วยสมการดังนี้

$$v_0 = \max_{v \in V} \mu_B(v) \quad (2.78)$$

2. Mean of Maxima (MOM) เป็นวิธีที่ขยายมาจากวิธี max procedure เพื่อใช้ในกรณีที่มีค่าเอาต์พุตที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกสูงสุดเท่ากันหลายค่า ให้ทำการหาค่าเฉลี่ยของค่าเอาต์พุตที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกสูงสุดเท่ากัน โดยใช้สมการดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_0 = MOM(B) = \sum_{j=1}^J \frac{v_j}{J} \quad (2.79)$$

### 3. Centre of Area (COA)/ Centre of Gravity (COG)

วิธี COA เป็นวิธีหาจุดศูนย์กลางของพื้นที่ใต้กราฟของฟังก์ชันการเป็นสมาชิก เพื่อให้เป็นตัวแทนของฟuzzyเซตฟuzzy ซึ่งทำได้โดยการแบ่งพื้นที่ใต้กราฟของฟังก์ชันการเป็นสมาชิกออกไป สองส่วนเท่าๆกัน และค่า  $v_0$  จะหาได้จากค่าของ  $v$  ที่ตำแหน่งของเส้นแบ่งครึ่ง สามารถแสดงด้วยสมการดังนี้

$$\int_{-\infty}^{COA(B)} \mu_B(v) dv = \int_{COA(B)}^{\infty} \mu_B(v) dv \quad (2.80)$$

ในทางปฏิบัติ การคำนวณโดยใช้สมการที่ (2.80) ทำได้ยาก จึงประมาณการคำนวณของวิธี COA โดยใช้วิธี COG ซึ่งเป็นการหาจุดศูนย์กลางการถ่วงน้ำหนักแทนการหาจุดศูนย์กลางของพื้นที่ใต้กราฟ สมการของการดีฟฟuzzyเซต โดยวิธี COG สามารถแสดงดังนี้

$$v_0 = COG(B) = \frac{\int v \mu_B(v) dv}{\int \mu_B(v) dv} \quad (2.81)$$

ในกรณีที่เอกภพสัมพัทธ์  $V$  มีสมาชิกเป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง (discrete) สามารถหาค่า  $v_0$  ได้จากสมการดังนี้

$$v_0 = COG(B) = \frac{\sum_{i=1}^{N_q} v_i \mu_B(v_i)}{\sum_{i=1}^{N_q} \mu_B(v_i)} \quad (2.82)$$

เมื่อ  $N_q$  คือ ระดับการควอนไทซ์

$v_i$  คือ ค่าเอาต์พุตของแต่ละค่าในการควอนไทซ์

### 4. Fuzzy Mean Method (FM) เป็นวิธีที่ปรับปรุงมาจากวิธี COG เพื่อลดเวลาในการคำนวณ โดยการลดระดับการควอนไทซ์ลงให้เท่ากับจำนวนเทอมของตัวแปรเอาต์พุตในเอกภพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัมพัทธ์  $V$  และใช้ค่าเฉลี่ยของแต่ละเทอมเป็นตัวแทนของค่าเอาต์พุตของแต่ละค่า การควอนไตซ์สมการของการดีฟัซซิฟิเคชัน โดยใช้วิธี FM สามารถแสดงได้ดังนี้

$$v_0 = FM(B) = \frac{\sum_{k=1}^{N_v} r_k v_k}{\sum_{k=1}^{N_v} r_k} \quad (2.83)$$

เมื่อ  $N_v$  คือ จำนวนพีชชีเซตของตัวแปรเอาต์พุตในเอกภพสัมพัทธ์  $V$   
 $r_k$  คือ ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นตัวแทนของพีชชีเซตของตัวแปรเอาต์พุตแต่ละเทอม บนเอกภพสัมพัทธ์  $V$   
 $v_k$  คือ ค่าระดับการเป็นสมาชิกของพีชชีเซตของตัวแปรเอาต์พุตแต่ละเทอม บนเอกภพสัมพัทธ์  $V$

5. Weighted Fuzzy Mean Method (WFM) เป็นวิธีที่ขยายมาจากวิธี FM โดยเพิ่มการคูณสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักของตัวแปรเอาต์พุตในแต่ละเทอม สมการของการดีฟัซซิฟิเคชันโดยใช้วิธี WFM สามารถแสดงได้ดังนี้

$$v_0 = WFM(B) = \frac{\sum_{k=1}^{N_v} \omega_k r_k v_k}{\sum_{k=1}^{N_v} \omega_k r_k} \quad (2.84)$$

เมื่อ  $\omega_k$  คือ สัมประสิทธิ์การถ่วงน้ำหนักของแต่ละเทอมของตัวแปรเอาต์พุต ภายในเอกภพสัมพัทธ์  $V$

6. Indexed Defuzzification Method (IDFZ) เป็นวิธีการที่ขยายมาจากวิธีการดีฟัซซิฟิเคชันแบบเดิม โดยตัดเอาต์พุตบางส่วนที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกลดกว่าค่าเทรชโฮลด์ (threshold) ที่กำหนด โดยจะคำนวณเฉพาะค่าเอาต์พุตที่มีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกมากกว่าค่าเทรชโฮลด์ ดังสมการต่อไปนี้

$$IDFZ(B, \alpha_i) = DFZ(\alpha - cut(B, \alpha_i)) \quad (2.85)$$

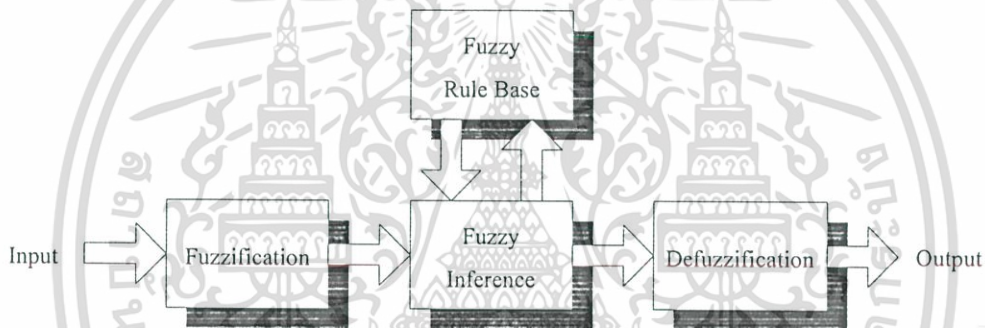
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. Center of Mass เป็นวิธีหาจุดศูนย์กลางโน้มถ่วงหรือศูนย์กลางมวล ซึ่งแผนการแบบค่าเฉลี่ยกลางได้นำมาใช้กันอย่างกว้างขวางได้จัดการศูนย์กลางแรงโน้มถ่วงของพื้นที่ที่เกี่ยวข้องกับเส้นโค้งฟังก์ชันการเป็นสมาชิก ดังนี้

$$\bar{y} = \frac{\int \mu_y(y) \cdot y \, dy}{\int \mu_y(y) \, dy} \quad (2.86)$$

### 2.1.9 ตัวควบคุมฟัซซี

โครงสร้างหลักของตัวควบคุมฟัซซี ประกอบด้วย 4 หน่วย คือ หน่วยฟัซซีฟิเคชัน หน่วยอินเฟอร์เรนซ์ หน่วยดีฟัซซีฟิเคชัน และฐานกฎการควบคุมฟัซซี (Fuzzy rule base) ดังแสดงในภาพที่ 2.6 การทำงานของแต่ละหน่วยสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2.6 แสดงโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี

#### หน่วยฟัซซีฟิเคชัน

หน่วยฟัซซีฟิเคชันทำหน้าที่นอมอลไลซ์ตัวแปรสถานะของระบบ  $x = [x_1, \dots, x_m]^T$  ที่จะเป็นอินพุตของตัวควบคุมให้อยู่ในเอกภาพสัมพัทธ์ที่กำหนด และทำการแปลงตัวแปรอินพุต  $x$  ให้เป็นตัวแปรฟัซซี  $x'$  โดยเลือกใช้ฟัซซีซิงเกิลตัน ฟัซซีนัมเบอร์ หรือไฮบริดนัมเบอร์

#### ฐานกฎการควบคุมฟัซซี

ฐานกฎการควบคุมฟัซซี เป็นหน่วยที่รวบรวมกฎการควบคุมแบบฟัซซีอยู่ในรูปแบบ IF.... THEN....

กำหนดให้ กฎการควบคุมอยู่ในรูปแบบดังนี้

*IF  $x_1$  is  $X_1^k$  and ... and  $x_m$  is  $X_m^k$  THEN  $y$  is  $Y^k$*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ  $IF x \text{ is } X^k \text{ THEN } y \text{ is } Y^k ; k=1,2,\dots,M$  (2.87)

โดยที่  $x$  คือ ตัวแปรสถานะของกระบวนการ ซึ่งใช้เป็นอินพุตของตัวควบคุมฟัซซี

$$x = [x_1, \dots, x_m]^T$$

$X^k$  คือ ฟัซซีเซตของตัวแปรอินพุต ในส่วนเหตุของกฎการควบคุม

$$X^k = X_1^k \times \dots \times X_m^k$$

$m$  คือ จำนวนตัวแปรอินพุตของตัวควบคุม

$y$  คือ ตัวแปรเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี

$Y^k$  คือ ฟัซซีเซตของตัวแปรเอาต์พุตในส่วนผลของกฎการควบคุมที่  $k$

$M$  คือ จำนวนกฎการควบคุมทั้งหมดในฐานกฎการควบคุม

### หน่วยอินเฟอเรนซ์

หน่วยอินเฟอเรนซ์ ทำหน้าที่หาค่าเอาต์พุตของระบบฟัซซีจากค่าตัวแปรอินพุตแบบฟัซซี  $X'$  โดยใช้วิธี GMP Implication หาค่าระดับการเป็นสมาชิก (fire strength) ของแต่ละกฎจากความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอินพุตแบบฟัซซี  $X'$  กับฟัซซีเซตในส่วนเหตุของแต่ละกฎ  $X^k$  แล้วจึงคำนวณหาค่าเอาต์พุตแบบฟัซซีจาก ระดับการเป็นสมาชิกกับฟัซซีเซตในส่วนผลของแต่ละกฎ  $Y^k$  ตัวอย่างการอินเฟอเรนซ์ โดยใช้ CRI ของ Zadeh แสดงด้วยสมการดังนี้

$$\mu_{Y^k}(y) = \bigvee_{x \in U} [\mu_{X^k \rightarrow Y^k}(x, y) \wedge \mu_{X'}(x)] \quad (2.88)$$

### หน่วยดีฟัซซิฟิเคชัน

หน่วยดีฟัซซิฟิเคชัน ทำหน้าที่แปลงตัวแปรฟัซซีเอาต์พุตให้เป็นค่าเชิงเกิลตัน และทำการดีนอมอลไลซ์ให้อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ที่ต้องการ เพื่อใช้เป็นค่าเอาต์พุตของตัวควบคุม โดยใช้วิธีการที่ได้กล่าวถึงในเรื่องการดีฟัซซิฟิเคชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2 ทฤษฎีและหลักการควบคุมแบบป้อนกลับ (กริยาควบคุมแบบต่างๆ)

การออกแบบระบบควบคุมนั้นต้องพิจารณาถึงคุณลักษณะของกระบวนการที่ต้องการควบคุมเสียก่อน ซึ่งบางครั้งอาจพิจารณาในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักกันดี คือ ฟังก์ชันถ่ายโอน ทั้งนี้ก็เนื่องจากจะได้เลือกชนิดของการควบคุมให้เหมาะสมกับระบบ เพื่อให้การควบคุมมีเสถียรภาพ (Stability) และมีประสิทธิภาพสูงสุด โดยสัญญาณที่ใช้ในการควบคุมจะเป็นไปตามลักษณะของการสร้างสัญญาณที่เรียกว่า “กริยาการควบคุม” กริยาการควบคุมสามารถแบ่งออกเป็น 4 แบบใหญ่ๆ คือ

1. กริยาการควบคุมแบบ ON-OFF
2. กริยาการควบคุมแบบ Proportional
3. กริยาการควบคุมแบบ Integral
4. กริยาการควบคุมแบบ Derivative

กริยาการควบคุมที่ได้กล่าวมามีข้อดีข้อเสียและคุณสมบัติที่แตกต่างกัน ดังนั้น ในทางปฏิบัติจึงต้องนำเอากริยาการควบคุมแบบต่างๆ มาประยุกต์เข้าด้วยกันเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งการรวมกริยาการควบคุมที่มักพบเห็นเป็นประจำ คือ

5. กริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral
6. กริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivative
7. กริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative

### 2.2.1 กริยาการควบคุมแบบ ON-OFF

การควบคุมแบบ ON-OFF เป็นการควบคุมที่ง่ายที่สุดและราคาไม่แพง โดยตัวควบคุมจะทำงานเพียง 2 สถานะ คือ เปิดกับปิด และสัญญาณเอาต์พุตที่ได้ก็จะมี 2 สถานะ เช่นกัน คือ 0% หรือ 100%

การควบคุมแบบ ON-OFF จะนิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการที่ไม่ต้องการความเที่ยงตรงสูงนัก และผลของความคลาดเคลื่อนไม่ส่งผลต่อการควบคุม เช่น การควบคุมอุณหภูมิในตู้เย็น การควบคุมระดับน้ำในถังน้ำทั่วไปตามบ้าน หรือการควบคุมอุณหภูมิในห้อง เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

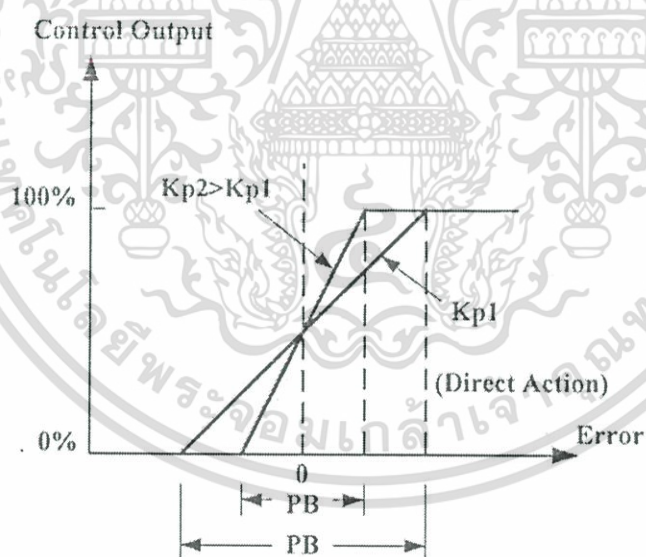
### 2.2.2 กิริยาการควบคุมแบบ Proportional (P)

สำหรับการควบคุมที่มีกิริยาการควบคุมแบบ P นั้น ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมจะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าความคลาดเคลื่อน กล่าวคือ ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีค่ามากค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมก็จะมากขึ้นตาม และถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยค่าเอาต์พุตที่ได้ก็จะน้อย ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวนี้ เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ P (Proportional Gain) กิริยาการควบคุมแบบ P สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$m_p(t) = \bar{m} + K_p e(t) \quad (2.89)$$

เมื่อ  $m_p(t)$  คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ Proportional  
 $K_p$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional  
 $\bar{m}$  คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมเมื่อความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์

คุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ P นั้น แสดงในภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7 แสดงคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional

จากภาพที่ 2.7 แสดงให้เห็นว่าจะเกิดการอิ่มตัวของค่าความคลาดเคลื่อน คือ เมื่อเอาต์พุตสูงถึง 100% ขณะที่ค่าคลาดเคลื่อนยังคงเพิ่มขึ้นไปอีกค่าเอาต์พุตจะไม่สามารถเพิ่มขึ้นตามได้ทำนองเดียวกันเมื่อค่าเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ 0% ขณะที่ค่าคลาดเคลื่อนยังคงลดลงอีกค่าเอาต์พุตก็ไม่สามารถลดลงได้ ซึ่งช่วงของค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างที่เอาต์พุตมีค่าจาก 0% ถึง 100% นี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

100% เรียกว่า Proportional Band (PB) โดยค่า PB จะมีผลต่ออัตราขยายของตัวควบคุม กล่าวคือ เมื่อ PB สูงขึ้นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมจะลดลง เนื่องจาก  $K_p = 100/PB$  และเมื่ออัตราขยายของตัวควบคุมลดลงจะทำให้เกิดออฟเซ็ท (Offset) ในระบบมากขึ้น

ปัญหาอีกอย่างหนึ่งของวิธีการควบคุมแบบ P ก็คือค่าเอาต์พุตที่ความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์  $\bar{m} = 0$  มีค่าคงที่ ซึ่งการเลือกค่า  $\bar{m}$  นั้น จะกระทำในช่วงเริ่มต้น โดยเลือกค่าที่เหมาะสมกับตัวแปรของระบบนั้นๆ แต่ถ้าตัวแปรอื่นๆ ของระบบเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจะทำให้ตัวแปรควบคุมเปลี่ยนแปลงไปด้วย การแก้ไขก็คือ ปรับค่า  $\bar{m}$  ให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงนั้น แต่ในกระบวนการควบคุม ตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งของระบบอาจเกิดการเปลี่ยนแปลงบ่อยครั้ง ในกรณีเช่นนี้ก็จะทำให้เกิดออฟเซ็ทได้เช่นกัน

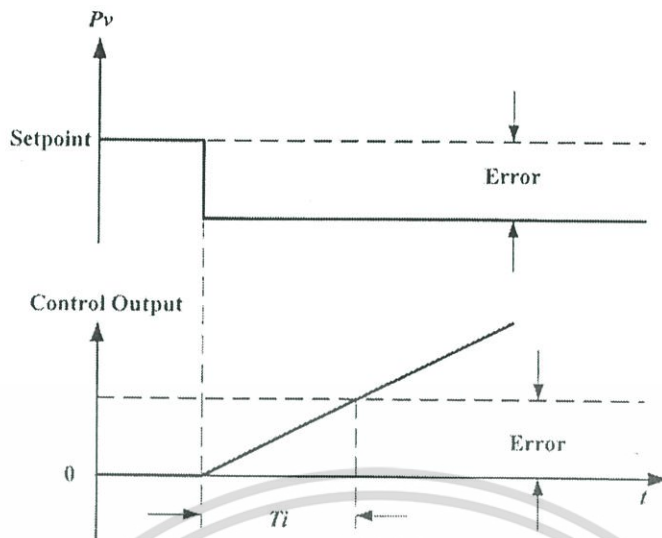
### 2.2.3 วิธีการควบคุมแบบ Integral (I)

วิธีการควบคุมแบบ I มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการควบคุมแบบรีเซ็ต (Reset Control) โดยการควบคุมจะพิจารณาความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทั้งหมด ซึ่งการหาค่าความคลาดเคลื่อนในวิธีการควบคุมแบบ I นี้จะต้องหาค่าพื้นที่ทั้งหมดภายใต้กราฟของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา จากนั้นนำไปคูณกับค่าคงที่ที่เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral Gain) เพื่อหาค่าเอาต์พุต ดังสมการ (2.89)

$$m_I(t) = K_I \int_0^t e(t) dt + \bar{m}_I(o) \quad (2.90)$$

โดยที่	$m_I(t)$	คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ I
	$K_I$	คือ ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I
	$\int_0^t e(t) dt$	คือ พื้นที่ทั้งหมดของความคลาดเคลื่อน
	$\bar{m}_I(o)$	คือ เอาต์พุตของตัวควบคุมที่เวลา $t$ มีค่าเป็นศูนย์

ผลของวิธีการควบคุมแบบ I นี้ จะทำให้ไม่เกิดออฟเซ็ทขึ้นในระบบและลดค่าพุงเกินของระบบลงได้ แต่ถ้าวิธีการควบคุมมีค่าสูงเกินไปจะทำให้ผลตอบสนองของกระบวนการช้าลง ผลตอบสนองของวิธีการควบคุมแบบ I แสดงดังภาพที่ 2.8



ภาพที่ 2.8 แสดงผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Integral

#### 2.2.4 กิริยาการควบคุมแบบ Derivative (D)

กิริยาการควบคุมแบบ D สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมจะขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา (Time Rate of Change of Error) จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนนี้มีโอกาสเป็นศูนย์ได้ และค่าเอาต์พุตก็สามารถเปลี่ยนแปลงให้มีค่าสูงขึ้น เมื่อความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนแปลง ซึ่งเรียกกิริยากระทำดังกล่าวนี้ว่า อัตราการกระทำ (Rate Action) ตามตัวอย่าง ดังภาพที่ 2.9



ภาพที่ 2.9 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Derivative

จากภาพจะเห็นว่าที่ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันสูง ผลของการเปลี่ยนแปลงนี้ทำให้ค่าเอาต์พุตเกิดการเปลี่ยนแปลงสูงตามไปด้วย ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อนสามารถประมาณได้โดยการหาค่าความแตกต่างระหว่างเอกสารนบนเอกสารทสงวนเวสาหรับการเขางานเพอการศกษาเทานัน เมืออนุญาตเินนาไปเซบประเษชนดานการค้ำไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าความคลาดเคลื่อน 2 ค่า และหารด้วยเวลาระหว่าง 2 ค่านี้ แล้วนำไปคูณกับค่าคงที่ที่เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative Gain) เพื่อหาค่าสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุม ดังสมการ (2.90)

$$m_D(t) = K_D \frac{[e(t) - e(t_0)]}{(t - t_0)} \quad (2.91)$$

หรือ

$$m_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.92)$$

โดยที่  $m_D(t)$  คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ D ที่เวลา  $t$   
 $K_D$  คือ ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D  
 $e(t)$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา  $t$   
 $e(t_0)$  คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา  $t_0$

กิริยาการควบคุมแบบนี้ เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีเวลาหน่วง (Time Lag) มากๆ เพราะสามารถแก้ค่าความคลาดเคลื่อนโดยการกระทำล่วงหน้าก่อนที่จะมีการกระทำเกิดขึ้น จึงช่วยให้ผลตอบสนองของกระบวนการเร็วขึ้นแต่มีข้อเสีย คือ กิริยาการควบคุมมีความไวต่อสัญญาณค่าความคลาดเคลื่อนมาก โดยเฉพาะกรณีที่  $\tau_D$  หรือ  $K_D$  มีค่ามาก ซึ่งจะทำให้เกิดค่าพุ่งเกินสูงได้ ดังนั้น จึงไม่เหมาะสมกับกระบวนการที่มีค่าเวลาหน่วงน้อยๆ และกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงได้ง่ายๆ เช่น ระบบควบคุมการไหลหรือระบบควบคุมความดัน เป็นต้น

### 2.2.5 กิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วว่ากิริยาการควบคุมแบบ P นั้น จะมีออฟเซ็ทเกิดขึ้น ซึ่งการกำจัดค่าออฟเซ็ทนี้ ทำได้โดยการเพิ่มกิริยาการควบคุมแบบ I เข้าไป ดังนั้นสมการสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบนี้จะเป็นไปตามสมการ (2.92)

$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_I \int_0^t e(t) dt \quad (2.93)$$

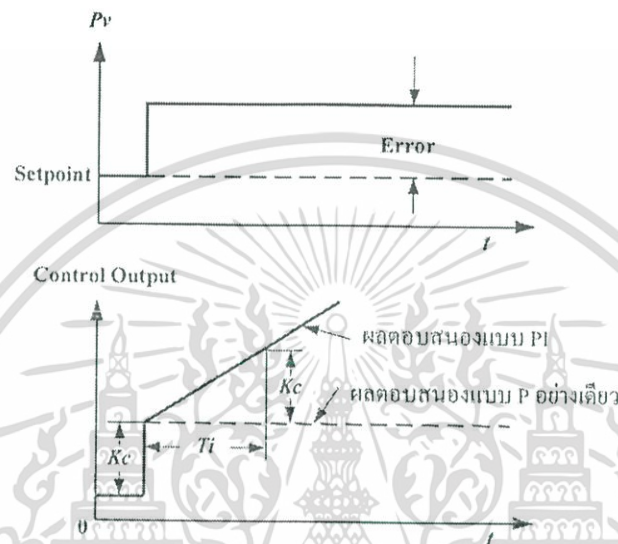
หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_c e(t) + \frac{K_c}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (2.94)$$

เมื่อ  $K_c = K_p$  และ  $K_I = 1/T_i$

$T_i$  = เวลาในการอินทิเกรตหรือเวลารีเซ็ต (Integral or Reset Time)



ภาพที่ 2.10 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PI (Direct Action)

นอกจากกิริยาการควบคุมแบบ PI จะทำให้ค่าออฟเซตที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์แล้ว ยังช่วยลดค่าฟุงเกินและการแกว่ง (Oscillation) ของระบบลงได้ แต่จะทำให้ Rise time และ Settling Time มีค่ามากขึ้น

## 2.2.6 กิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivative (PD)

การประยุกต์ใช้กิริยาการควบคุมแบบ D ร่วมกับกิริยาการควบคุมแบบ P ก็เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบรวดเร็วขึ้น แต่จะไม่มีผลโดยตรงต่อผลตอบสนองที่สภาวะคงที่ ซึ่งสมการเอาต์พุตของกิริยาการควบคุมแบบ PD แสดงดังสมการ (2.94)

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.95)$$

หรือ

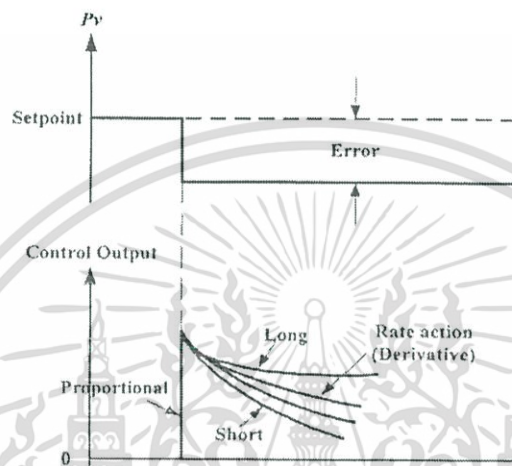
$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_c e(t) + K_c T_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.96)$$

เมื่อ  $K_D = T_D$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$T_D$  = ค่าของ Derivative or Rate Time

ข้อเสียของกริยาการควบคุมแบบนี้ก็คือ ไม่สามารถทำให้ออฟเซ็ทของระบบลดลงหรือหมดไปได้และอาจจะทำให้ค่าพุ่งเกินของระบบมีค่าสูงขึ้น ผลตอบสนองของกริยาการควบคุมแบบ PD แสดงดังภาพที่ 2.11



ภาพที่ 2.11 แสดงผลตอบสนองของกริยาการควบคุมแบบ PD

### 2.2.7 กริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่า กริยาการควบคุมแบบ PD ทำให้ระบบมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ดีขึ้น (ผลตอบสนองเร็วขึ้น) แต่ไม่สามารถทำให้ค่าคลาดเคลื่อนหรือออฟเซ็ท ที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์ได้ ส่วนกริยาการควบคุมแบบ PI ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน ที่สภาวะคงที่ลดลงหรือหมดไปแต่ทำให้เสถียรภาพสัมพัทธ์ลดลง (Rise Time และ Setting Time มีค่ามากขึ้น) ดังนั้น บางครั้งเพื่อให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมมีสมรรถนะเป็นไปตามต้องการจึงต้องใช้กริยาการควบคุมทั้งสองแบบร่วมกัน ซึ่งจะทำให้ได้กริยาการควบคุมแบบ PID มีสมการเอาต์พุต ดังสมการ (2.96)

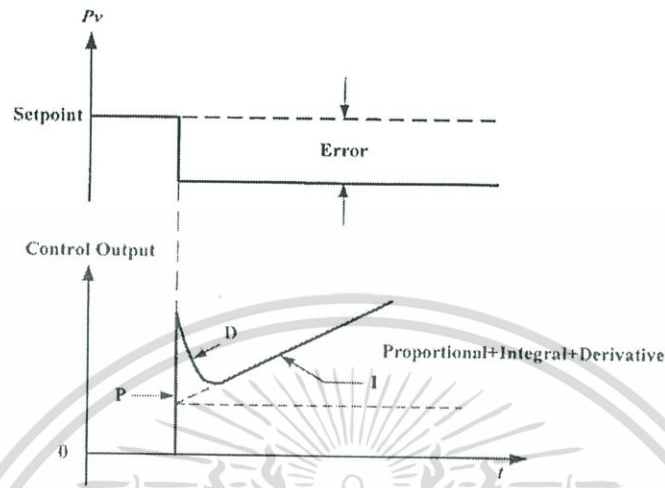
$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_I \int_0^t e(t) dt + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.97)$$

หรือ

$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_c e(t) + \frac{K_c}{T_I} \int_0^t e(t) dt + K_c T_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.98)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PID แสดงดังภาพที่ 2.12

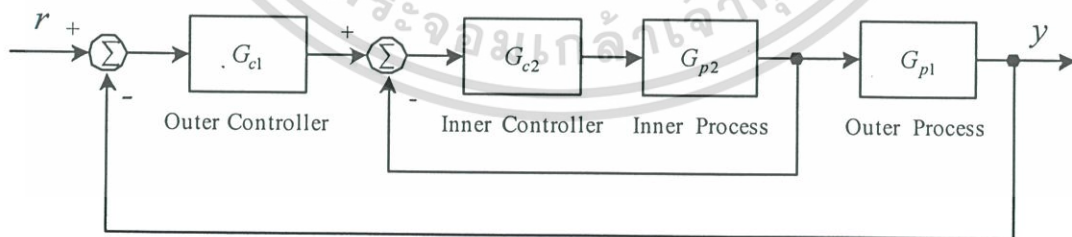


ภาพที่ 2.12 แสดงผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ PID

### 2.3 การควบคุมแบบคาสเคด (Cascade Control)

การควบคุมแบบคาสเคด (Cascade) หรือ การควบคุมแบบลดหลั่นกันไปเป็นการควบคุมที่มีประโยชน์มากในโรงงานอุตสาหกรรม

หลักการทำงานคือ การต่อตัวควบคุม 2 ตัว เข้าด้วยกัน โดยที่เอาต์พุต หรือค่า manipulated variables ของตัวควบคุมตัวแรก (Controller I) จะเป็น Set point ให้กับตัวควบคุมตัวที่ 2 (Controller II) ดังภาพที่ 2.13

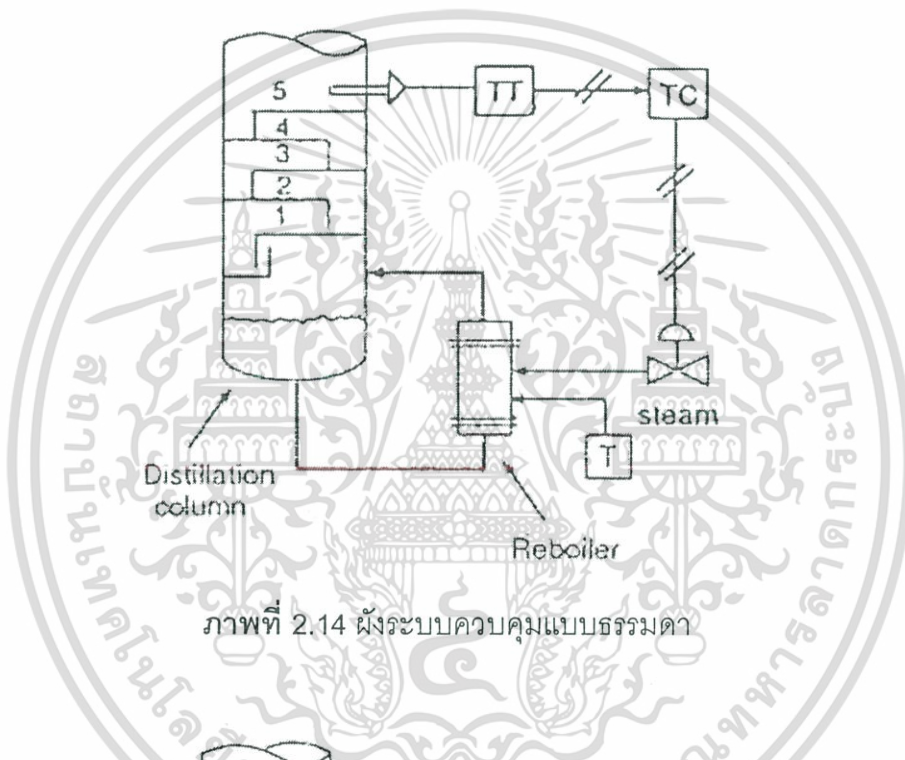


ภาพที่ 2.13 แสดงโครงสร้างการควบคุมแบบคาสเคด

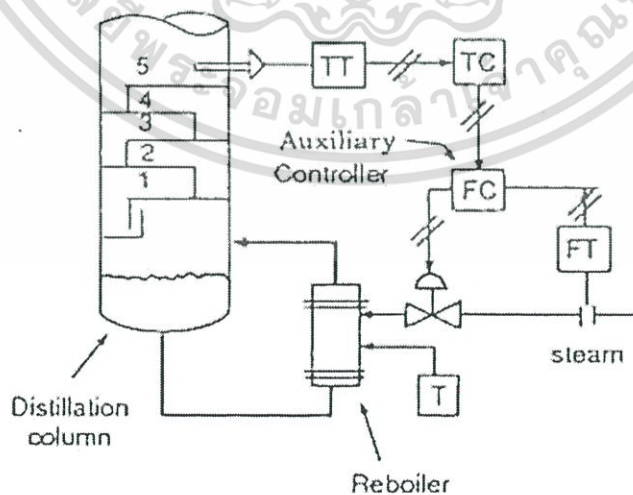
โดยทั่วไปแล้ว Controller I ที่ควบคุมตัวแปรที่ถูกควบคุมตัวแรก จะเรียกว่า Master Controller, Outer Controller หรือ Primary Controller และ Controller II ที่ตัวควบคุมตัวแปรที่ถูกควบคุมตัวที่สอง จะเรียกว่า Slave Controller, Inner Controller หรือ Secondary Controller เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการออกแบบการควบคุมแบบคาสเคด (Cascade) ข้อควรพิจารณาที่สำคัญที่สุดคือ Inner หรือ Secondary Loop ต้องเร็วกว่า Output หรือ Primary Loop และข้อพิจารณาี้สามารถจะขยายไปในหลายๆ Loop ได้ เช่น ระบบควบคุมที่มี 3 Loop Cascade, Tertiary Loop ต้องเร็วกว่า Inner Loop และ Outer Loop

โดยปกติแล้ว เมื่อเราประยุกต์ใช้อย่างถูกต้อง การควบคุมแบบคาสเคด (Cascade) จะทำให้ Loop ทั้งหมดเสถียรมากกว่า และมีการตอบสนองที่เร็วกว่า ภาพที่ 2.14 แสดงระบบควบคุมแบบธรรมดา และ ภาพที่ 2.15 แสดงระบบควบคุมแบบคาสเคด



ภาพที่ 2.14 ผังระบบควบคุมแบบธรรมดา



ภาพที่ 2.15 ผังระบบควบคุมแบบคาสเคด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

### การออกแบบ

การออกแบบระบบควบคุมพีซีพีไอดีแบ่งออกเป็นสามขั้นตอน คือขั้นแรกจะหาสมการเอาต์พุตของการออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีพีไอ ขั้นที่สองจะหาสมการเอาต์พุตของการออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีดี และขั้นตอนสุดท้ายนำสมการเอาต์พุตของทั้งสองระบบรวมเข้าด้วยกัน

#### 3.1 การออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีพีไอ

การออกแบบนี้จะกล่าวถึงโครงสร้างพีซีพีไอ และเทคนิคการออกแบบพีซีพีไอ การทำพีซีพีไอเคชัน กฎการควบคุม และดีพีซีพีไอเคชัน ซึ่งเป็นการออกแบบจากระบบควบคุมพีไอแบบดั้งเดิมให้เป็นระบบดิจิตอลพีไอแล้วทำการเพิ่มระบบพีซีเข้าไป ซึ่งระบบพีซีนี้จะยังคงอนุรักษ์โครงสร้างเดิมของระบบพีไอแบบดั้งเดิมไว้

##### 3.1.1 การออกแบบจากระบบควบคุมพีไอแบบดั้งเดิม

จากพื้นฐานโครงสร้างของระบบพีไอแบบดั้งเดิม เขียนสมการเอาต์พุตของระบบเป็นรูปโดเมนเวลา (time domain) ดังนี้

$$u_{PI}(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt \quad (3.1)$$

โดยที่  $K_p$  และ  $K_I$  เป็นเกน  
 $e(t)$  เป็นค่าสัญญาณผิดพลาด

เปลี่ยนเป็นรูปเอสโดเมน (S domain) จะได้

$$U_{PI}(s) = K_p E(s) + K_I \frac{E(s)}{s} \quad (3.2)$$

ในสมการที่ (3.3) สามารถเปลี่ยนเป็นดิสครีท (discrete) โดยใช้สมการไบลิเนียร์ทรานส์ฟอร์ม

(bilinear transform)  $s = \frac{2}{T} \left[ \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right]$  เมื่อ  $T > 0$  คือเวลาการสุ่ม (sampling time) จะได้ใน

รูปของโดเมนความถี่ Z (Z domain) ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$U_{PI}(z) = \left[ K_P - \frac{K_I T}{2} + \frac{K_I T}{1-z^{-1}} \right] E(z) \quad (3.3)$$

กำหนดให้

$$K_P = K_p - \frac{K_I T}{2}, \quad K_I = K_I T$$

ทำการแปลงกลับโดยอาศัย Z อินเวอร์ททรานฟอร์ม (Invert Z transform) จะได้

$$U_{PI}(nT) - U_{PI}(nT - T) = K_p [e(nT) - e(nT - T)] + K_I T e(nT)$$

$$\Delta U_{PI}(nT) = K_p e(nT) + K_I e(nT)$$

เมื่อ

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{U_{PI}(nT) - U_{PI}(nT - T)}{T}$$

จะได้

$$U_{PI}(nT) = U_{PI}(nT - T) + T \Delta U_{PI}(nT) \quad (3.4)$$

ในการออกแบบระบบพีซีทีโอจะทำเทอมของ  $T \Delta U_{PI}(nT)$  จะเป็นเทอมของระบบพีซีที คือ  $K_{uPI} \Delta U_{PI}(nT)$  จะได้

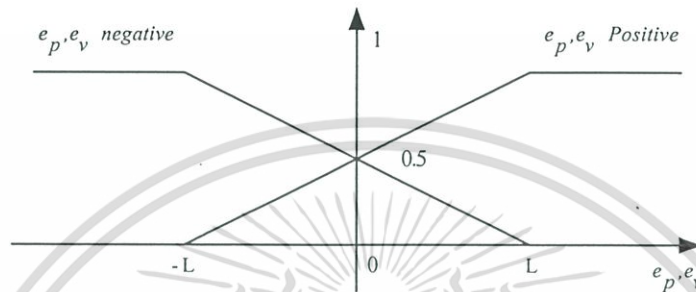
$$U_{PI}(nT) = U_{PI}(nT - T) + K_{uPI} \Delta U_{PI}(nT) \quad (3.5)$$

เมื่อ  $K_{uPI}$  เป็นค่าเกนของการควบคุมแบบพีซีทีโอ

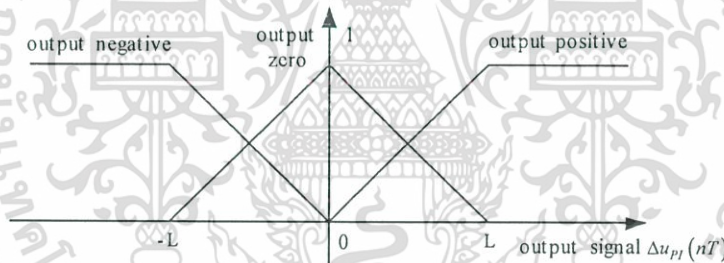
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.1.2 การทำพีซีพีเคชัน

ทำการหาความสัมพันธ์ของพีซีพีไอ พีซีพีไอนั้นต้องการสัญญาณอินพุตสองสัญญาณด้วยกันคือ ค่าสัญญาณผิดพลาด และ ค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าสัญญาณผิดพลาด และมีสัญญาณเอาต์พุตเพียงสัญญาณเดียวคือ สัญญาณการควบคุมที่เพิ่มขึ้น ความเป็นสมาชิกของสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตของพีซีพีไอแสดงดังภาพที่ 3.1 และ 3.2 ตามลำดับ โดยที่  $L$  คือค่าคงที่มากกว่าศูนย์



ภาพที่ 3.1 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณอินพุตพีซีพีไอ



ภาพที่ 3.2 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณเอาต์พุตพีซีพีไอ

### 3.1.3 การกำหนดกฎของพีซีพีไอ

อาศัยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกข้างต้น สามารถสร้างกฎการควบคุมของพีซีพีไอตามตารางที่ (3.1) ได้ดังนี้

ตารางที่ 3.1 กฎของพีซีพีไอ

กฎที่ 1. IF $e_p = e_p \bullet n$ AND $e_v = e_v \bullet n$ THEN PI-output = $o \bullet n$
กฎที่ 2. IF $e_p = e_p \bullet n$ AND $e_v = e_v \bullet p$ THEN PI-output = $o \bullet z$
กฎที่ 3. IF $e_p = e_p \bullet p$ AND $e_v = e_v \bullet n$ THEN PI-output = $o \bullet n$
กฎที่ 4. IF $e_p = e_p \bullet p$ AND $e_v = e_v \bullet p$ THEN PI-output = $o \bullet p$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

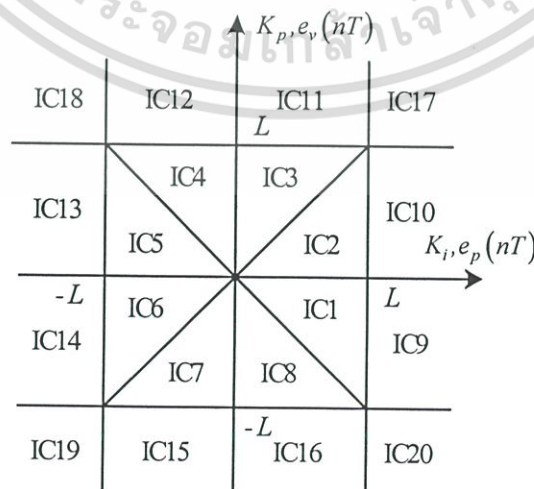
โดยที่ $e_p$	คือ สัญญาณผิดพลาด
$e_v$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณผิดพลาด
$PI - output$	คือ เอาท์พุทของระบบควบคุมพีซีพีไอ
$e_p \bullet p$	คือ ค่าผิดพลาดทางบวก
$e_p \bullet n$	คือ ค่าผิดพลาดทางลบ
$o \bullet p$	คือ เอาท์พุททางบวก
$o \bullet n$	คือ เอาท์พุททางลบ
$o \bullet z$	คือ เอาท์พุทเป็นศูนย์

### 3.1.4 การทำดีพีซีพีไอเคชันของพีซีพีไอ

การทำดีพีซีพีไอเคชันนั้นมีหลายวิธีด้วยกัน แต่ที่จะนำเสนอจะใช้วิธีค่าเฉลี่ยกลาง หลังจากที่ผ่านมาขบวนการนี้แล้วจะได้ค่าตัวเลขค่าเดียวซึ่งก็คือค่าเอาท์พุทของระบบพีไอโดยมีสมการดีพีซีพีไอเคชันดังนี้

$$\Delta u_{pi}(nT) = \frac{\sum \text{สมาชิกทางอินพุท} \times \text{เอาท์พุทที่สอดคล้องกับสมาชิกทางอินพุท}}{\sum \text{สมาชิกทางอินพุท}} \quad (3.6)$$

ระบบควบคุมแบบพีซีพีไอที่ออกแบบมีทั้งหมด สองอินพุตที่ประกอบไปด้วย  $e_p$  และ  $e_v$  จากกฎในตารางที่ 3.1 จำแนกพื้นที่ได้ทั้งหมด 20 พื้นที่ ดังภาพที่ 3.3 จากรูปจะกำหนดให้ฟังก์ชันสมาชิกของสัญญาณผิดพลาดเป็นแกนนอนคือ  $K_i e_p(nT)$  และกำหนดฟังก์ชันสมาชิกของอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าสัญญาณผิดพลาดอยู่ในแกนตั้งคือ  $K_p e_v(nT)$  ถ้าสัญญาณตกอยู่ที่เส้นแบ่งพื้นที่หรือจุดกลางระหว่างพื้นที่ ให้เลือกพื้นที่ใดก็ได้ที่อยู่ระหว่างสัญญาณตกอยู่มาใช้



ภาพที่ 3.3 แสดงการจัดหมู่ความเป็นไปได้ของอินพุตสำหรับตัวควบคุมพีซีพีไอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กฎการควบคุมของตัวควบคุมแบบฟัซซีพีไอ (กฎที่ 1- กฎที่ 4) กับฟังก์ชันสมาชิกและขอบเขตนั้นจะถูกใช้ในการประเมินค่าที่เหมาะสมของกฎการควบคุมฟัซซีในแต่ละขอบเขต ถ้าเราพิจารณาตำแหน่งของความผิดพลาด  $K_p e_p(nT)$  และอัตรา  $K_v e_v(nT)$  ในขอบเขตที่ 1 และ 2 (ในรูปที่ 3.3) ที่ขอบเขตที่ 1 ตัวอย่างเช่น

เมื่อ  $e_p(nT)$  อยู่ในช่วง  $[0, L]$  และ  $e_v(nT)$  อยู่ในช่วง  $[-L, 0]$  สำหรับทั้งสองสัญญาณนี้ให้  $(e_v \bullet n) > 0.5 > (e_p \bullet n)$  ดังนั้น จากรูปที่ 3.1 และ กฎข้อที่ 1 เมื่อใช้ตรรกศาสตร์ Zadeh "AND" จะได้

$$\{\text{"error} = e_p \bullet n \text{ AND rate} = e_v \bullet n\} = \min\{e_p \bullet n, e_v \bullet n\} = e_p \bullet n \quad (3.7)$$

เพราะฉะนั้นกฎข้อที่ 1 จะให้

$$\begin{aligned} \text{กฎข้อที่ 1} & \begin{cases} \text{เลือกค่าสมาชิกของอินพุตเป็น } e_p \bullet n; \\ \text{ค่าเอาต์พุตที่สอดคล้องกับสมาชิกคือ } o \bullet n; \end{cases} \\ \text{กฎข้อที่ 2} & \begin{cases} \text{เลือกค่าสมาชิกของอินพุตเป็น } e_p \bullet n; \\ \text{ค่าเอาต์พุตที่สอดคล้องกับสมาชิกคือ } o \bullet z; \end{cases} \\ \text{กฎข้อที่ 3} & \begin{cases} \text{เลือกค่าสมาชิกของอินพุตเป็น } e_v \bullet n; \\ \text{ค่าเอาต์พุตที่สอดคล้องกับสมาชิกคือ } o \bullet z; \end{cases} \\ \text{กฎข้อที่ 4} & \begin{cases} \text{เลือกค่าสมาชิกของอินพุตเป็น } e_p \bullet n; \\ \text{ค่าเอาต์พุตที่สอดคล้องกับสมาชิกคือ } o \bullet n; \end{cases} \end{aligned}$$

สามารถพิสูจน์ได้ว่าที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเป็นจริงสำหรับขอบเขตที่ 1 และ ขอบเขตที่ 2 โดยสมการที่ (3.8)

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{(e_p \bullet n \times o \bullet n) + (e_p \bullet n \times o \bullet z) + (e_v \bullet n \times o \bullet z) + (e_p \bullet n \times o \bullet z) + (e_v \bullet p \times o \bullet p)}{(e_p \bullet n) + (e_p \bullet p) + (e_v \bullet n) + (e_v \bullet p)} \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยการใช้  $o \bullet p = L$ ,  $o \bullet n = -L$   $o \bullet z = 0$  (จากภาพที่ 3.2) และสูตรทางเรขาคณิตจากฟังก์ชันความเป็นสมาชิกช่วยในการหาสมการของเส้นขอบเขตในภาพที่ 3.3 ได้ดังนี้

$$e_{p \cdot p} = \frac{K_i e_p(nT) + L}{2L}, \quad e_{p \cdot n} = \frac{K_i e_p(nT) + L}{2L} \quad (3.9)$$

$$e_{v \cdot p} = \frac{K_p e_v(nT) + L}{2L}, \quad e_{v \cdot n} = \frac{K_p e_v(nT) + L}{2L} \quad (3.10)$$

จะได้

$$\Delta U_{PI} = \frac{L}{2(2L - K_i e_p(nT))} [K_i e_p(nT) + K_p e_v(nT)] \quad (3.11)$$

โดยที่  $e_p(nT) \geq 0$  ในขอบเขตที่ 1 และ 2 ด้วยวิธีเดียวกันนี้สามารถหาสมการของขอบเขตที่ 5 และ 6 ได้ดังนี้

$$\Delta U_{PI} = \frac{L}{2(2L + K_i e_p(nT))} [K_i e_p(nT) + K_p e_v(nT)] \quad (3.12)$$

เมื่อ  $e_p(nT) \leq 0$  ในขอบเขตที่ 5 และ 6 ดังนั้นเมื่อหาสมการของขอบเขตทั้งหมด 20 ขอบเขต ด้วยวิธีเดียวกับวิธีข้างต้นจะได้สมการทั้งหมดดังต่อไปนี้

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{L[K_i e_p(nT)] + K_p e_v(nT)}{2(2L - K_i |e_p(nT)|)} \quad \text{สำหรับขอบเขต 1, 2, 5, 6} \quad (3.13)$$

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{L[K_i e_p(nT)] + K_p e_v(nT)}{2(2L - K_p |e_v(nT)|)} \quad \text{สำหรับขอบเขต 3, 4, 7, 8} \quad (3.14)$$

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{1}{2} [K_p e_v(nT) + L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 9, 10} \quad (3.15)$$

$$\Delta U_{PI}(nT) = \frac{1}{2} [K_i e_p(nT) + L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 11, 12} \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta U_{pl}(nT) = \frac{1}{2} [K_p e_v(nT) - L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 13, 14} \quad (3.17)$$

$$\Delta U_{pl}(nT) = \frac{1}{2} [K_p e_v(nT) - L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 15, 16} \quad (3.18)$$

$$\Delta U_{pl}(nT) = 0 \quad \text{สำหรับขอบเขต 18, 20} \quad (3.19)$$

$$\Delta U_{pl}(nT) = L \quad \text{สำหรับขอบเขต 17} \quad (3.20)$$

$$\Delta U_{pl}(nT) = -L \quad \text{สำหรับขอบเขต 19} \quad (3.21)$$

### 3.2 การออกแบบระบบควบคุมแบบพีชชิตี

การออกแบบนี้จะกล่าวถึงโครงสร้างพีชชิตี และเทคนิคการออกแบบพีชชิตี การทำพีชชิตี เคชั่น กฎการควบคุม และดีพีชชิตีเคชั่น ซึ่งเป็นการออกแบบจากระบบควบคุมดีแบบดั้งเดิมให้เป็นระบบดิจิทัลแล้วทำการเพิ่มระบบพีชชิตีเข้าไป ซึ่งระบบพีชชิตีนี้จะยังคงอนุรักษ์โครงสร้างเดิมของระบบดีแบบดั้งเดิมไว้

#### 3.2.1 การออกแบบจากระบบควบคุมดีแบบดั้งเดิม

จากพื้นฐานโครงสร้างของระบบดีแบบดั้งเดิม เขียนสมการเอาต์พุตของระบบเป็นรูปโดเมน (S domain) ดังนี้

$$u_d(s) = sK_d e(s) \quad (3.22)$$

โดยที่  $K_d$  เป็นเกน

$e(s)$  เป็นค่าสัญญาณผิดพลาด

จากสมการข้างต้นสามารถแปลงจากรูปแบบต่อเนื่องให้เป็นแบบในโดเมนความถี่ไม่ต่อเนื่องได้โดยอาศัยคุณสมบัติของการแปลงโดยใช้สมการไบลิเนียร์ทรานฟอร์ม (bilinear transform)  $s = \frac{2}{T} \left[ \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right]$  เมื่อ  $T > 0$  คือเวลาการสุ่ม (sampling time) จะได้ในรูปของโดเมนความถี่ Z (Z domain) ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$U_D(z) = \frac{2K_d}{T} \left[ \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right] E(z) \quad (3.23)$$

กำหนดให้  $K_d = \frac{2}{T} K_d$  และทำการหาอินเวอร์ท Z ทราบฟอร์มจะได้

$$U_D(nT) - U_D(nT - T) = K_d [e(nT) - e(nT - T)] \quad (3.24)$$

หารสมการ (3.24) ด้วย T ทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\Delta U_D(nT) = K_d \Delta e(nT) \quad (3.25)$$

$$\Delta U_D(nT) = \frac{U_D(nT) - U_D(nT - T)}{T} \quad (3.26)$$

$$\Delta e(nT) = \frac{e(nT) - e(nT - T)}{T} \quad (3.27)$$

โดยที่  $\Delta U_D(nT)$  คือ สัญญาณควบคุมที่เพิ่มขึ้นของตัวควบคุมพีซีดี  
 $\Delta e(nT)$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ  
 $K_d$  คือ ค่าเกนอนุพันธ์

บวกสมการที่ (3.25) ด้วย  $Ke_d(nT)$  เพื่อให้มีพจน์อ้างอิงในการทำพีซีดีเช่นกัน โดยที่

$$e_d(nT) = r(nT) - y(nT) = e(nT) \quad (3.28)$$

$$\Delta U_D(nT) = K_d \Delta e(nT) + Ke_d(nT) \quad (3.29)$$

จะได้สมการค่าผิดพลาด

$$e_d(nT) = \frac{e(nT) + e(nT - T)}{T} \quad (3.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.26) จะได้

$$U_D(nT) = U_D(nT - T) + T\Delta U_D(nT) \quad (3.31)$$

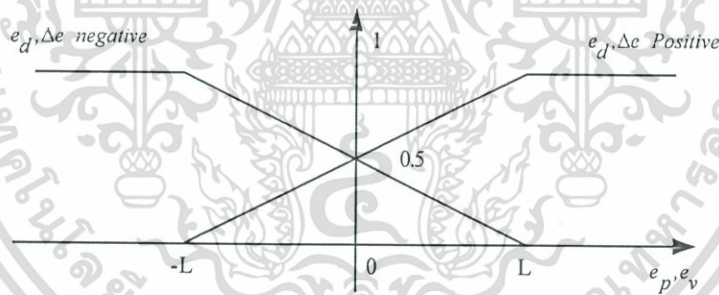
ในการออกแบบระบบพีชชีดีจะทำเทอมของ  $T\Delta U_D(nT)$  จะเป็นเทอมของระบบพีชชีดี คือ  $K_{uD}\Delta U_D(nT)$  จะได้

$$U_D(nT) = U_D(nT - T) + K_{uD}\Delta U_D(nT) \quad (3.32)$$

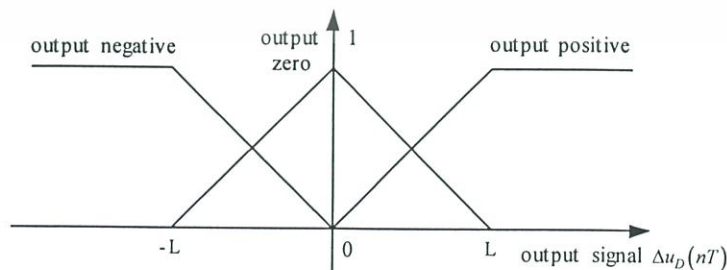
โดยที่  $K_{uD}$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมพีชชีดี  
 $K$  คือ อัตราขยายของสัญญาณ

### 3.2.2 การทำพีชชีพีเคชัน

จากสมการที่ 3.27 และ 3.30 สามารถเขียนสมการฟังก์ชันสมาชิกทางอินพุต และสมการฟังก์ชันสมาชิกทางเอาต์พุตได้ดังภาพที่ 3.4 และ 3.5 ตามลำดับ



ภาพที่ 3.4 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณอินพุตพีชชีดี



ภาพที่ 3.5 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของสัญญาณเอาต์พุตพีชชีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.3 การกำหนดกฎของพีชซีดี

อาศัยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกข้างต้น สามารถสร้างกฎการควบคุมของพีชซีดีตามตารางที่ (3.2) ได้ดังนี้

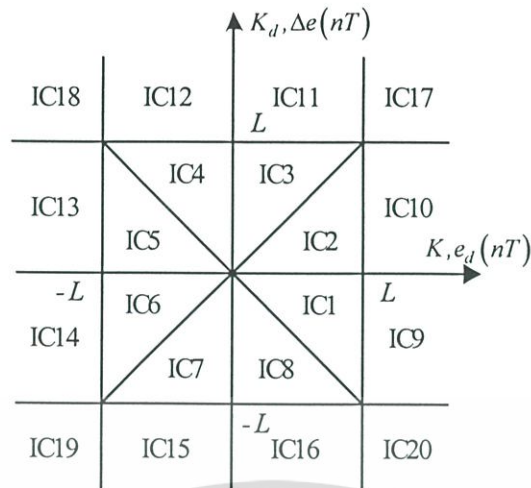
ตารางที่ 3.2 กฎของพีชซีดี

กฎที่ 1.	$IF \quad e_d = e_d \cdot p \text{ AND } \Delta e = \Delta e \cdot p \text{ THEN } D\text{-output} = o \cdot z$
กฎที่ 2.	$IF \quad e_d = e_d \cdot p \text{ AND } \Delta e = \Delta e \cdot n \text{ THEN } D\text{-output} = o \cdot p$
กฎที่ 3.	$IF \quad e_d = e_d \cdot n \text{ AND } \Delta e = \Delta e \cdot p \text{ THEN } D\text{-output} = o \cdot n$
กฎที่ 4.	$IF \quad e_d = e_d \cdot n \text{ AND } \Delta e = \Delta e \cdot n \text{ THEN } D\text{-output} = o \cdot z$

โดยที่ $e_d$	คือ สัญญาณผิดพลาด
$\Delta e$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณผิดพลาด
$D\text{-output}$	คือ เอาท์พุทของระบบควบคุมพีชซีดี
$e_d \cdot p$	คือ ค่าผิดพลาดทางบวก
$e_d \cdot n$	คือ ค่าผิดพลาดทางลบ
$o \cdot p$	คือ เอาท์พุททางบวก
$o \cdot n$	คือ เอาท์พุททางลบ
$o \cdot z$	คือ เอาท์พุทเป็นศูนย์

### 3.2.4 การทำดีพีชซีพีเคชันของพีชซีดี

การทำดีพีชซีพีเคชันของตัวควบคุมพีชซีดี จะใช้วิธีเดียวกันกับตัวควบคุมพีชซีพีไอ ยกเว้นสัญญาณอินพุทในกรณีนี้จะแตกต่างกัน ซึ่งจำแนกพื้นที่ได้ทั้งหมด 20 พื้นที่ ดังแสดงในภาพที่ 3.6



ภาพที่ 3.6 แสดงการจัดหมู่ความเป็นไปได้ของอินพุตสำหรับตัวควบคุมพีชซีดี

เช่นเดียวกับสมการที่ (3.13)-(3.21) โดยที่ค่า  $o \bullet p = L$ ,  $o \bullet n = -L$   $o \bullet z = 0$  และหาสมการเส้นขอบเขตในภาพที่ 3.6 ได้โดยใช้สูตรทางเรขาคณิตจากฟังก์ชันความเป็นสมาชิก ได้ดังนี้

$$e_d \bullet p = \frac{K e_d(nT) + L}{2L}, \quad e_d \bullet n = \frac{K e_d(nT) + L}{2L} \quad (3.33)$$

$$\Delta e \bullet p = \frac{K_d \Delta e(nT) + L}{2L}, \quad \Delta e \bullet n = \frac{K_d \Delta e(nT) + L}{2L} \quad (3.34)$$

จะได้สมการสำหรับทั้ง 20 ขอบเขตดังต่อไปนี้

$$\Delta U_D(nT) = \frac{L[Ke_d(nT)] - K_d \Delta e(nT)}{2(2L - K|e_d(nT)|)} \quad \text{สำหรับขอบเขต 1, 2, 5, 6} \quad (3.35)$$

$$\Delta U_D(nT) = \frac{L[Ke_d(nT)] - K_d \Delta e(nT)}{2(2L - K_d|\Delta e(nT)|)} \quad \text{สำหรับขอบเขต 3, 4, 7, 8} \quad (3.36)$$

$$\Delta U_D(nT) = \frac{1}{2}[-K_d \Delta e(nT) + L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 9, 10} \quad (3.37)$$

$$\Delta U_D(nT) = \frac{1}{2}[Ke_d(nT) - L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 11, 12} \quad (3.38)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta U_D(nT) = \frac{1}{2}[K_d \Delta e(nT) - L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 13, 14} \quad (3.39)$$

$$\Delta U_D(nT) = \frac{1}{2}[K e_d(nT) + L] \quad \text{สำหรับขอบเขต 15, 16} \quad (3.40)$$

$$\Delta U_D(nT) = 0 \quad \text{สำหรับขอบเขต 18, 20} \quad (3.41)$$

$$\Delta U_D(nT) = -L \quad \text{สำหรับขอบเขต 17} \quad (3.42)$$

$$\Delta U_D(nT) = L \quad \text{สำหรับขอบเขต 19} \quad (3.43)$$

ค่าคงที่  $K$  ที่คุณอยู่กับสัญญาณ  $e_d(nT)$  เปรียบเหมือนกับแกนของตัวควบคุม

### 3.3 การออกแบบตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด

กล่าวถึงโครงสร้างพีซีพีไอดีที่จะนำไปใช้สำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด และการกำจัดสัญญาณรบกวน

#### 3.3.1 โครงสร้างตัวควบคุมพีซีพีไอดี

ซึ่งจากที่เราได้สมการการออกแบบระบบควบคุมแบบพีซีพีไอและพีซีดี นำมารวมเข้าด้วยกัน สามารถเขียนสมการพีซีพีไอดีใหม่ได้ดังนี้

$$U_{PID}(nT) = U_{PI}(nT) - U_D(nT) \quad (3.44)$$

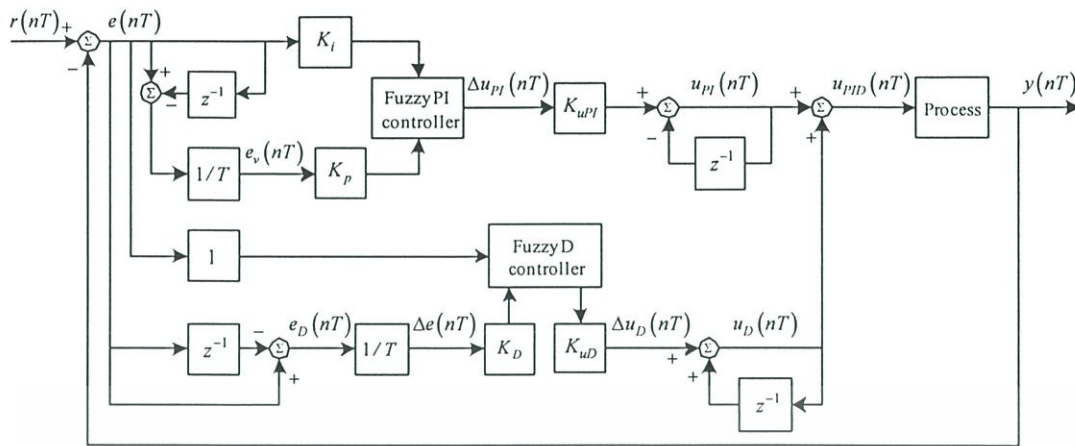
หรือ

$$U_{PID}(nT) = U_{PI}(nT - T) + K_{uPI} \Delta U_{PI}(nT) + U_D(nT - T) + K_{uD} \Delta U_D(nT) \quad (3.45)$$

จากสมการที่ (3.45) สามารถเขียนเป็นแผนภาพบล็อกของระบบตัวควบคุมพีซีพีไอดีได้ดังภาพที่

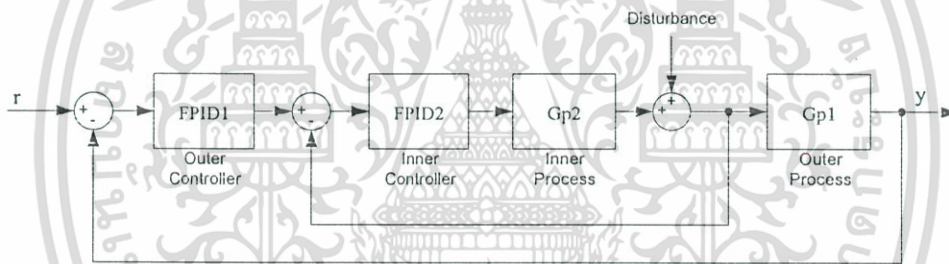
3.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 3.7 ระบบตัวควบคุมฟuzzyพีไอดี

จากภาพข้างต้น เป็นเพียงตัวควบคุมฟuzzyพีไอดีเพียงตัวเดียว ซึ่งสามารถนำฟuzzyพีไอดีไปใช้สำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด แสดงดังภาพที่ 3.8



ภาพที่ 3.8 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบคาสเคด ด้วยตัวควบคุมฟuzzyพีไอดี

ซึ่งจากโครงสร้างของระบบควบคุมแบบคาสเคด นั้นจะมีตัวควบคุมฟuzzyพีไอดี 2 ตัว ตัว FPID2 ควบคุมในรูปการควบคุมลูปใน และ FPID1 ควบคุมผลตอบสนองที่เอาท์พุทของลูปการควบคุมลูปนอก

### 3.3.2 การกำจัดสัญญาณรบกวน

จากโครงสร้างของระบบควบคุมแบบคาสเคดเป็นระบบควบคุมแบบ Closed-Loop ซึ่งข้อดีของระบบควบคุมแบบ closed-loop อย่างหนึ่งคือ การใช้วิธีป้อนกลับนำเอาสัญญาณเอาท์พุทมาเทียบกับสัญญาณอินพุทที่ต้องการ ดังนั้นจึงสามารถจะกำจัดหรือลดผลของ disturbance จากภายนอกหรือผล disturbance จากภายในที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าของพารามิเตอร์ของระบบให้น้อยลงได้ โดยการทดลองนี้ใช้สัญญาณรบกวนแบบ Deterministic

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

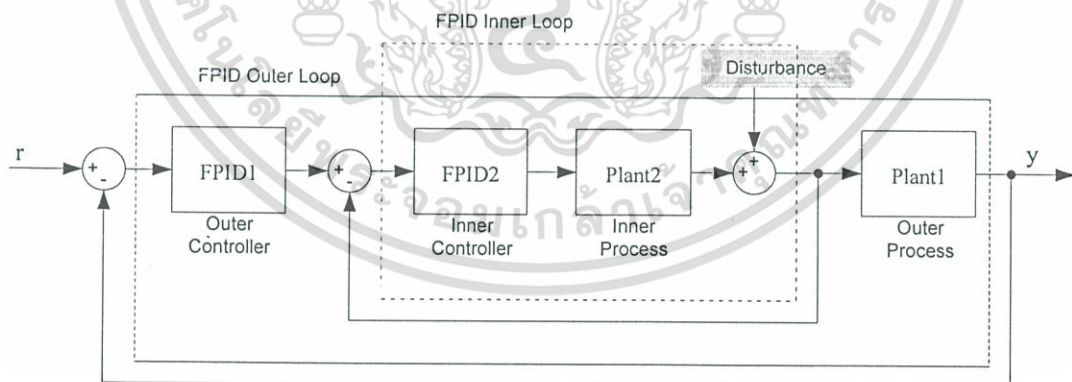
## บทที่ 4

### ผลการทดลอง

การทดลองตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ทดลองโดยการจำลอง (Simulation) ซึ่งใช้โปรแกรมสำเร็จรูป (MATLAB/SIMULINK)

#### 4.1 การจำลองด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป (MATLAB/SIMULINK)

การทดลองนี้ เป็นการทดลองโดยการนำตัวควบคุมพีซีพีไอดีควบคุมในกระบวนการควบคุมแบบคาสเคด ซึ่งในการทดลองนี้จะทำการทดลองควบคู่ไปกับตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิม ซึ่งการทดลองนี้ได้นำตัวควบคุมพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดที่เป็นที่ยอมรับ และได้รับการเผยแพร่ในทางวิชาการ [11],[12] นำมาเป็นผลให้เกิดการเปรียบเทียบในตัวควบคุมทั้งสองให้เห็นคุณสมบัติในตัวควบคุมได้ดียิ่งขึ้น โดยโครงสร้างของระบบควบคุมที่ได้นำเสนอประกอบด้วยตัวควบคุมพีซีพีไอดีสองตัว ตัวหนึ่งใช้ในการกำจัดการรบกวนที่มีต่อการควบคุมของลูบการควบคุมลูบในและอีกตัวหนึ่งใช้ในการควบคุมผลตอบสนองเอาต์พุตของลูบการควบคุมลูบนอก ดังแสดงจากภาพที่ 4.1 เป็นการแสดงโครงสร้างระบบควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด

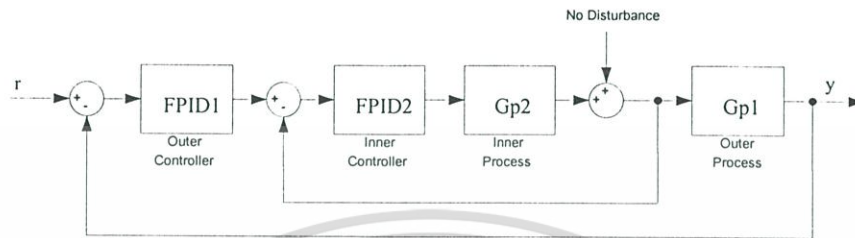


ภาพที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1.1 การทดลองตัวควบคุมพีซีพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ในขณะไม่มีสิ่งรบกวน

การทดลองที่ 1. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = \frac{2}{s^2 + 4s + 3} ; \quad G_{p2} = \frac{1}{s + 1}$$

โดยการทดลองในขณะไม่มีสิ่งรบกวน (No Disturbance) ตัวควบคุมพีซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์ ดังนี้  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=0.7$ ,  $K_{i1}=1.0$ ,  $K_{d1}=0.01$ ,  $K_{up11}=0.25$ ,  $K_{ud1}=0.1$ ,  $K_{p2}=1.3$ ,  $K_{i2}=5$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{up12}=0.25$ ,  $K_{ud1}=0.01$ ,  $L_1=1000$ ,  $L_2=360$ . จากทฤษฎีในบทที่ 3 ใช้สมการประจำพื้นที่ที่ สัญญาณตกในขอบเขตมาทำการคำนวณได้ดังนี้

$$\Delta U_{PI_1}(nT) = \frac{L[K_i e_p(nT)] + K_p e_v(nT)}{2(2L - K_p |e_v(nT)|)} \quad \Delta U_{D_1}(nT) = \frac{L[K_e d(nT)] - K_d \Delta e(nT)}{2(2L - K_d |\Delta e(nT)|)}$$

$$\Delta U_{PI_2}(nT) = \frac{L[K_i e_p(nT)] + K_p e_v(nT)}{2(2L - K_p |e_v(nT)|)} \quad \Delta U_{D_2}(nT) = \frac{L[K_e d(nT)] - K_d \Delta e(nT)}{2(2L - K_d |\Delta e(nT)|)}$$

ทำการแทนค่าจะได้

$$\Delta U_{PI_1}(nT) = \frac{1000[1(1)] + 0.7(1)}{2(2(1000) - 0.7(1))} = \frac{1000.76}{3998.65} = 0.2502 \times 0.25 = 0.06255$$

$$\Delta U_{D_1}(nT) = \frac{1000[1(1)] - 0.01(1)}{2(2(1000) - 0.01(1))} = \frac{999.99}{3999.99} = 0.2499 \times 0.1 = 0.02499$$

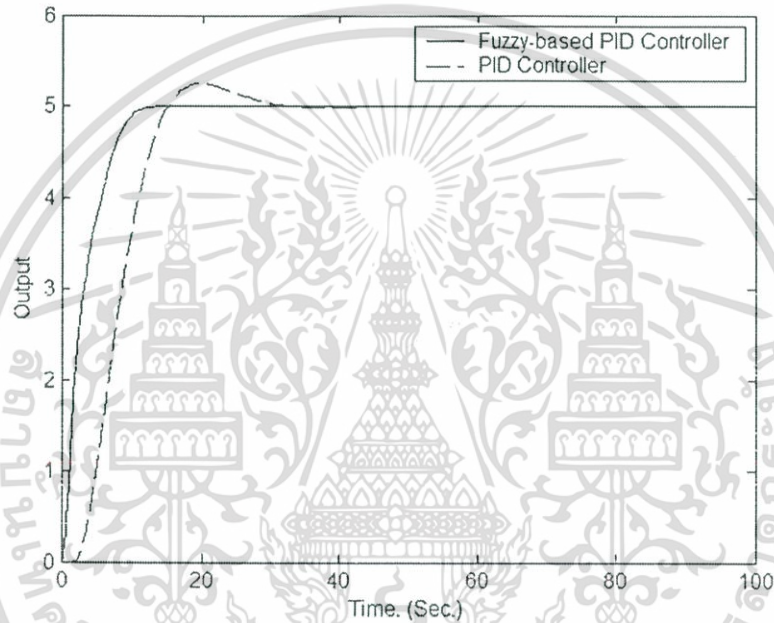
$$\Delta U_{PID_1}(nT) = 0.08754$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta U_{PI_2}(nT) = \frac{360[5(1)] + 1.3(1)}{2(2(360) - 1.3(1))} = \frac{1801.32}{1437.43} = 1.2531 \times 0.25 = 0.31322$$

$$\Delta U_{D_2}(nT) = \frac{360[1(1)] - 0.01(1)}{2(2(360) - 0.01(1))} = \frac{359.99}{1439.98} = 0.2499 \times 0.01 = 0.00249$$

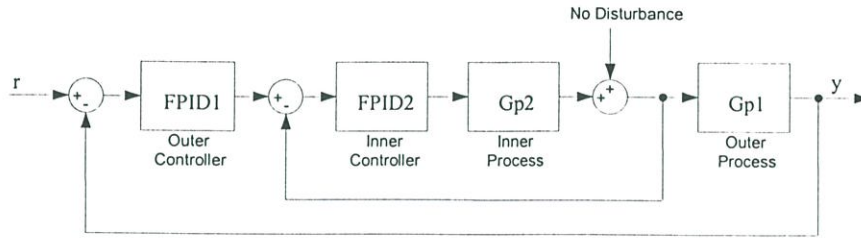
$$\Delta U_{PID_2}(nT) = 0.31569$$



ภาพที่ 4.2 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีใน การควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 1

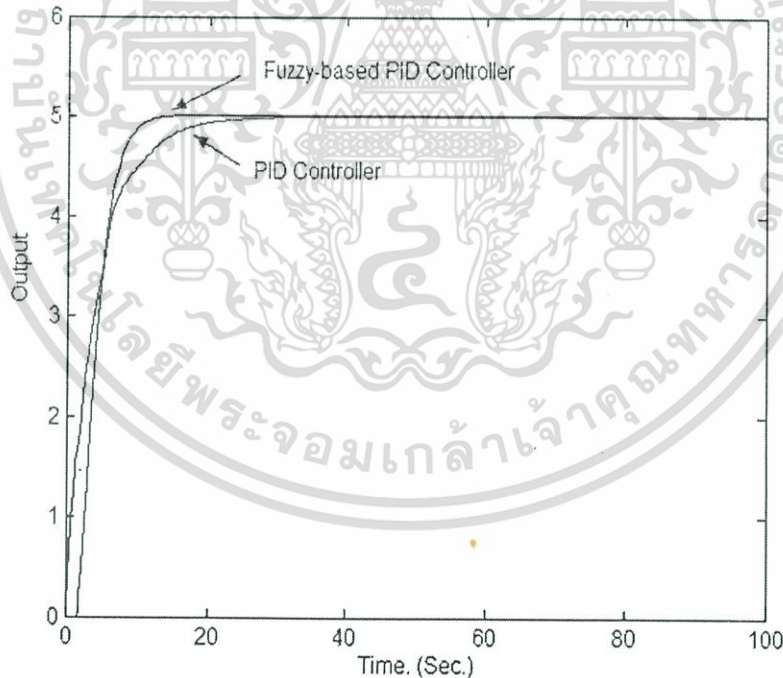
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 2. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = 0.987 \frac{e^{-1.51s}}{1.926s + 1}, \quad G_{p2} = 0.9999 \frac{e^{-0.1s}}{0.1032s + 1}$$

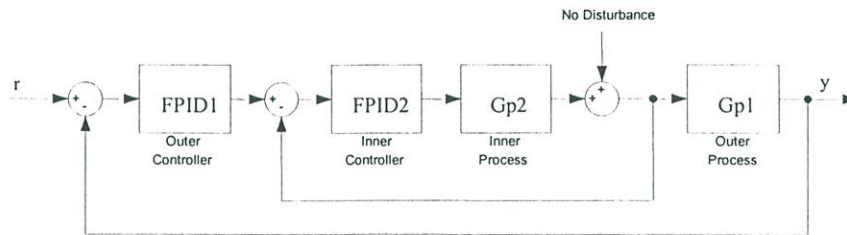
โดยการทดลองในขณะไม่มีสิ่งรบกวน (No Disturbance) ตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=1.22$ ,  $K_{i1}=1.8$ ,  $K_{d1}=0.01$ ,  $K_{up1}=0.2$ ,  $K_{ud1}=0.01$ ,  $K_{p2}=1.1$ ,  $K_{i2}=1.3$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{up2}=0.25425$ ,  $K_{ud2}=0.01$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.3 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 2

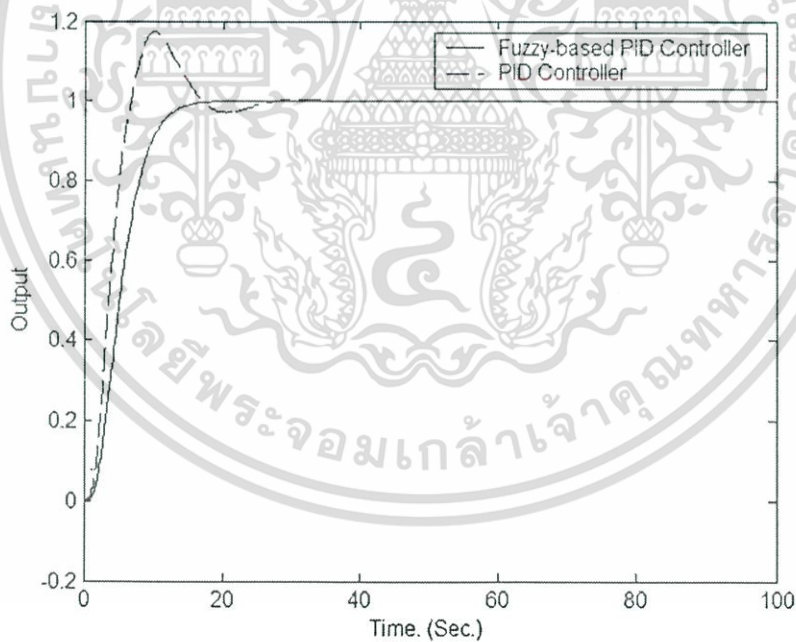
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 3. ใช้ทราจเฟอ์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = \frac{1}{(2s+1)^2}, \quad G_{p2} = \frac{4}{(0.25s+1)(0.5s+1)(s+1)}$$

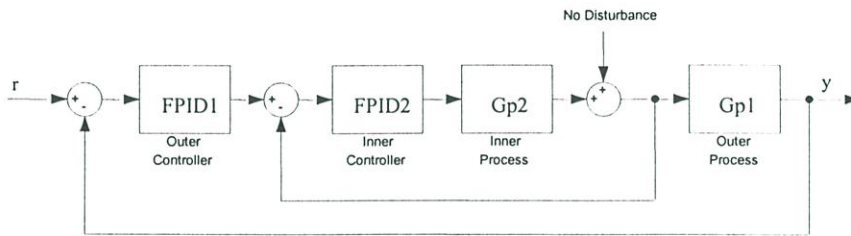
โดยการทดลองในขณะไม่มีสิ่งรบกวน (No Disturbance) ตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=8$ ,  $K_{i1}=3$ ,  $K_{d1}=0.1$ ,  $K_{uPI1}=0.08$ ,  $K_{uD1}=0.08$ ,  $K_{p2}=2.6$ ,  $K_{i2}=3$ ,  $K_{d2}=0.1$ ,  $K_{uPI2}=0.008$ ,  $K_{uD2}=0.009$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.4 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 3

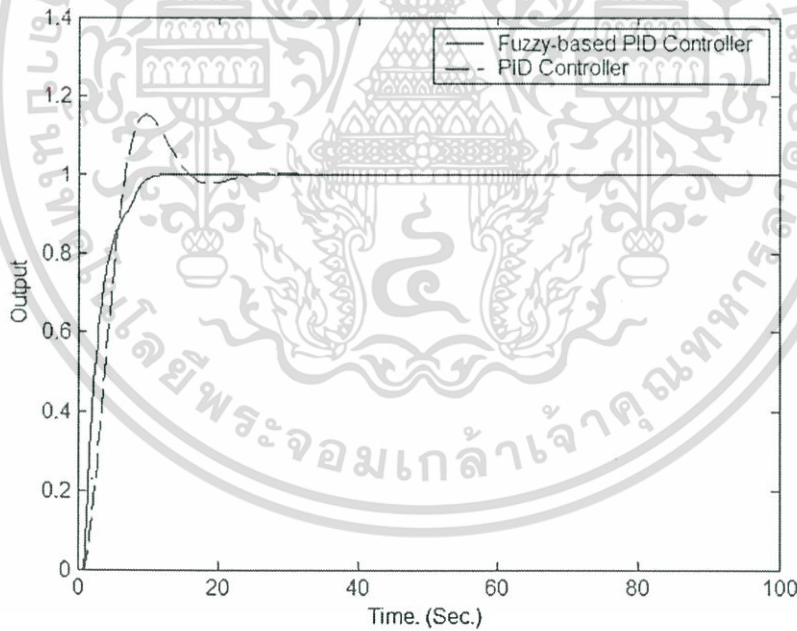
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 4. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{P1} = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+2)}, \quad G_{P2} = \frac{e^{-0.2s}}{s+5}$$

โดยการทดลองในขณะไม่มีสิ่งรบกวน (No Disturbance) ตัวควบคุมพีซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ;  $K_{p1}=5$ ,  $K_{i1}=3$ ,  $K_{d1}=2$ ,  $K_{up1}=0.1$ ,  $K_{ud1}=0.1$ ,  $K_{p2}=11$ ,  $K_{i2}=10$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{up2}=0.1$ ,  $K_{ud2}=0.1$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)

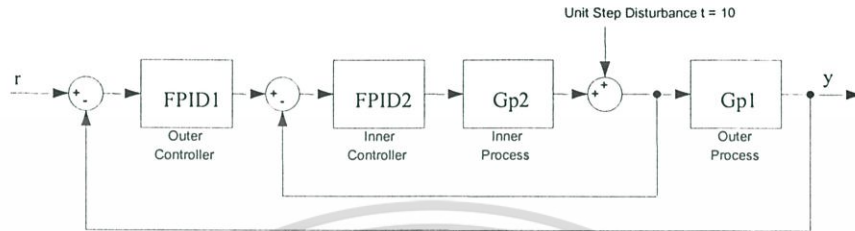


ภาพที่ 4.5 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 4

จากผลการทดลองจะพบว่าตัวควบคุมพีซีพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ให้ผลตอบสนองที่เร็วและลดค่าพุงเกิน ได้ดีกว่าตัวควบคุมพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดแบบดั้งเดิม ผลการทดลองที่ได้นี้เป็นผลการทดลองในขณะไม่มีสิ่งรบกวน เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

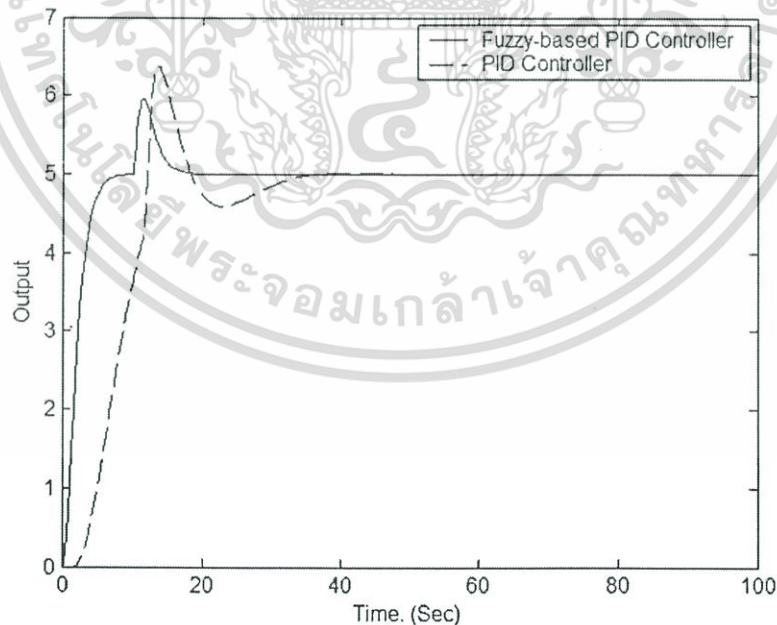
#### 4.1.2 การทดลองตัวควบคุมฟuzzyพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ในขณะที่เกิดสิ่งรบกวน

การทดลองที่ 5. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = \frac{2}{s^2 + 4s + 3}, \quad G_{p2} = \frac{1}{s + 1}$$

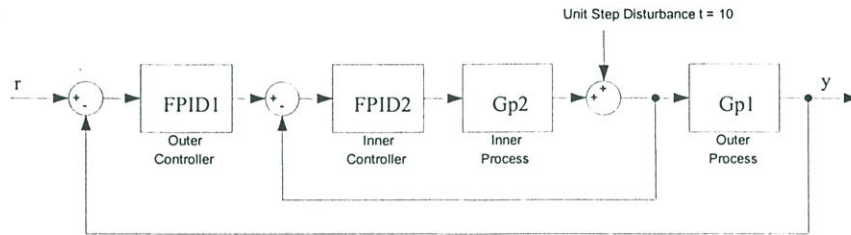
โดยการทดลองในขณะที่มีสิ่งรบกวน (Disturbance) ตัวควบคุมฟuzzyพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้  
 $T=0.1$ ,  $K_{p1}=0.7$ ,  $K_{i1}=1.0$ ,  $K_{d1}=0.01$ ,  $K_{up1}=0.25$ ,  $K_{ud1}=0.1$ ,  $K_{p2}=1.3$ ,  $K_{i2}=5$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  
 $K_{up12}=0.25$ ,  $K_{ud1}=0.01$ ,  $L_1=1000$ ,  $L_2=360$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.6 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟuzzyพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีใน  
การควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 5

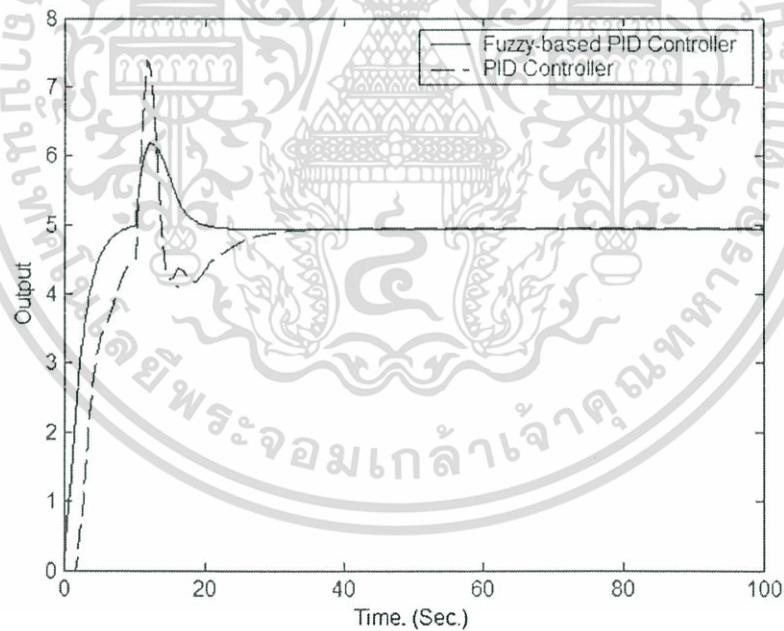
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 6. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = 0.987 \frac{e^{-1.51s}}{1.926s + 1}, \quad G_{p2} = 0.9999 \frac{e^{-0.1s}}{0.1032s + 1}$$

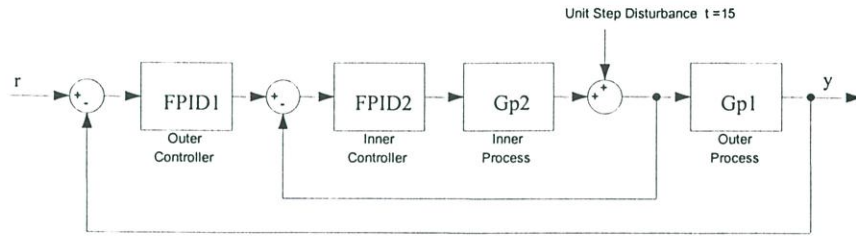
โดยการทดลองในขณะมีสิ่งรบกวน (Disturbance) ตัวควบคุมพีซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=1.22$ ,  $K_{i1}=1.8$ ,  $K_{d1}=0.01$ ,  $K_{up1}=0.2$ ,  $K_{ud1}=0.01$ ,  $K_{p2}=1.1$ ,  $K_{i2}=1.3$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{up2}=0.25425$ ,  $K_{ud2}=0.01$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.7 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 6

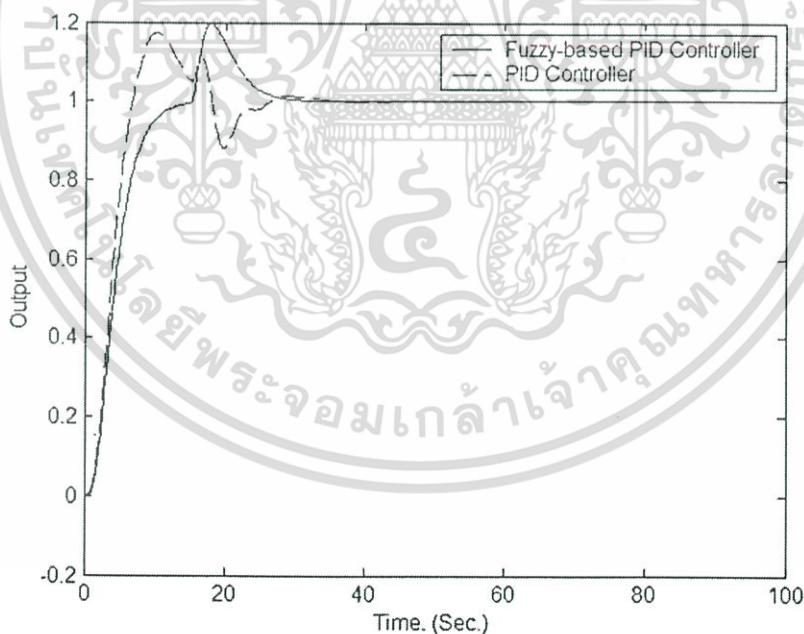
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 7. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = \frac{1}{(2s+1)^2}, \quad G_{p2} = \frac{4}{(0.25s+1)(0.5s+1)(s+1)}$$

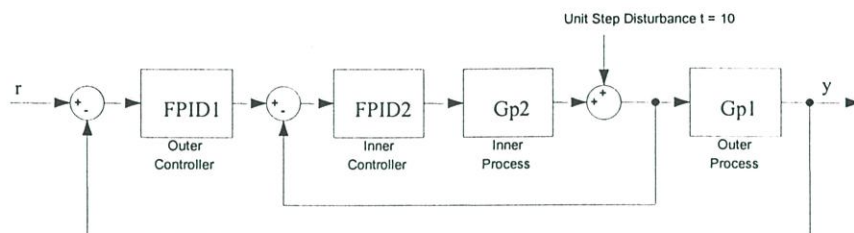
โดยการทดลองในขณะมีสิ่งรบกวน (Disturbance) ตัวควบคุมฟัซซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=8$ ,  $K_{i1}=3$ ,  $K_{d1}=0.1$ ,  $K_{up1}=0.08$ ,  $K_{ud1}=0.08$ ,  $K_{p2}=2.6$ ,  $K_{i2}=3$ ,  $K_{d2}=0.1$ ,  $K_{up2}=0.008$ ,  $K_{ud2}=0.009$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.8 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างฟัซซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 7

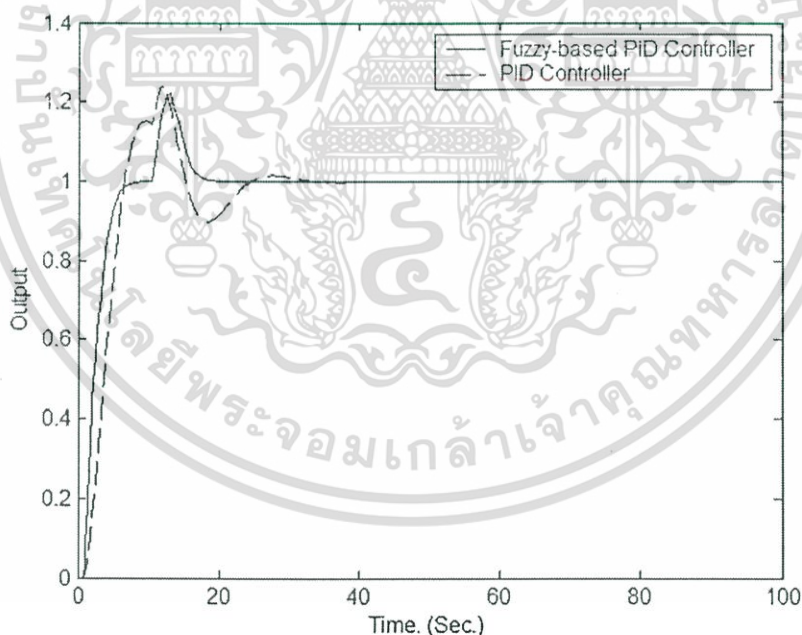
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 8. ใช้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของแบบจำลองดังนี้



$$G_{p1} = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+2)}, \quad G_{p2} = \frac{e^{-0.2s}}{s+5}$$

โดยการทดลองในขณะมีสิ่งรบกวน (Disturbance) ตัวควบคุมพีซีพีไอดีใช้ค่าพารามิเตอร์  $T=0.1$ ,  $K_{p1}=5$ ,  $K_{i1}=3$ ,  $K_{d1}=2$ ,  $K_{up1}=0.1$ ,  $K_{ud1}=0.1$ ,  $K_{p2}=11$ ,  $K_{i2}=10$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{up2}=0.1$ ,  $K_{ud2}=0.1$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=1000$ . (วิธีการคำนวณทำเหมือนการทดลองที่ 1)



ภาพที่ 4.9 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมระหว่างพีซีพีไอดีและตัวควบคุมแบบพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ของการทดลองที่ 8

จากผลการทดลองจะพบว่าตัวควบคุมพีซีพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ให้ผลตอบสนองที่เร็วและลดค่าพุ่งเกิน ได้ดีกว่าตัวควบคุมพีไอดีในการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดแบบดั้งเดิม ผลการทดลองที่ได้นี้เป็นผลการทดลองในขณะมีสิ่งรบกวน ใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณที่น้อยลง ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยการสร้างตัวควบคุมแบบพีซีพีไอดีนี้ เป็นการสร้างตัวควบคุมขึ้นมาเพื่อใช้สำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด โดยการออกแบบตัวควบคุมพีซีพีไอดีเป็นการออกแบบจากระบบควบคุมพีไอและระบบควบคุมดีแบบดั้งเดิมให้เป็นระบบดิจิตอลพีไอและระบบดิจิตอลดีแล้วทำการเพิ่มระบบพีซีเข้าไป ซึ่งระบบพีซียังคงอนุรักษ์โครงสร้างเดิมของระบบควบคุมพีไอและระบบควบคุมดีแบบดั้งเดิมไว้ เมื่อการออกแบบเรียบร้อยแล้วจะนำตัวควบคุมไปทำการจำลองการทำงานโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB/SIMULINK โดยผลจากการจำลองที่ได้นำมาทดลองควบคุมกับการใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดีแบบดั้งเดิม

#### 5.1 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองการทำงานของตัวควบคุมพีไอดีโดยการนำไปควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ซึ่งผลการทดลองตัวควบคุมพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดให้ผลการตอบสนองดี และเมื่อทำการทดลองการทำงานของตัวควบคุมพีซีพีไอดีโดยการนำไปควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด โดยผลการทดลองการทำงานของตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดให้ผลตอบสนองที่ดีกว่า ทั้งกรณีการจำลองเกิดสิ่งรบกวน เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิม โดยตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคดจะใช้ค่าเวลาขาขึ้น (Rise time) และค่าเวลาคงตัวน้อยกว่าตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิมสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด และลดการเกิดค่าพุ่งเกิน

สำหรับตัวควบคุมแบบพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด ที่ได้นำเสนอเพื่อเป็นทางเลือกใหม่ในการควบคุมกระบวนการทางอุตสาหกรรม โดยจากผลการทดลองที่ได้เป็นนัยแนวโน้มที่ดีในการนำเอาวิธีการควบคุมที่นำเสนอไปประยุกต์ใช้และเป็นทางเลือกที่จะนำไปใช้กับระบบต่างๆ ได้

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบ สร้างตัวควบคุมแบบพีซีพีไอดีสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบคาสเคด และทดลองตัวควบคุมซึ่งผลที่ได้สามารถให้ผลตอบสนองเร็ว และในเทอมของค่าพุ่งเกินลดลง

### 5.3 แนวทางในการพัฒนาขั้นต่อไป

การปรับปรุงขั้นต่อไปคือการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับระบบควบคุมหรือใกล้เคียงที่สุด ด้วยการใช้วิธี จีเนติก อัลกอริทึม (Genetic algorithm) มาปรับแต่งค่าพารามิเตอร์เพื่อให้ได้ค่าเกณฑ์ที่ดีที่สุด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] S.Bennett, "Development of the PID Controller," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 58-65, December 1993.
- [2] Yokogawa, "Expert Self-Tuning Controllers," 2<sup>nd</sup> Edition, *Yokogawa Electronic Corp.*, July 1987.
- [3] C.C Hang and K.K.Sin, "A Comparative Performances Study of PID Auto-Tuners," *IEEE Control Systems*, pp. 41-47, Aug. 1991.
- [4] M. Zhuang and D.P. Atherton, "Automatic Tuning of Optimum PID Controllers," *IEE Proceedings-D*, Vol. 140, No. 3, pp. 216-244, May 1993.
- [5] Ostergaard, J. J., "Fuzzy Logic Control of a Heat Exchanger Process", *Fuzzy Automata and Decision Process*, Gupta, M. M. et al., North-Holland, 1977.
- [6] Mamdani, E. H., "Applications of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant", *Proc. IEE*, Vol. 121, No. 12, pp.1585-1588, 1974.
- [7] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information Control*, Vol. 8, pp. 338-353, June. 1965.
- [8] D. Misir, H. A. Malki and G. Chen, "Design and analysis of a fuzzy proportional integral derivative controller," *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 79, pp. 297-314, 1996.
- [9] A. Visioli, "Tuning of PID controllers with fuzzy logic," *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol. 148, No. 1, pp. 1-8, 2001.
- [10] Moonyong Lee, Yongho Lee and Sunwon Park, "PID Controller Tuning To Obtain Desired Closed Loop Responses for Cascade Control Systems," *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 37, No. 5, pp. 1859-1865, 1998.
- [11] Sihai Song, Lihua Xie and Wen-Jian Cai, "Auto-tuning of Cascade Control Systems," *Proceedings of the 4<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*, Shanghai P.R.China, pp. 3339-3343, June. 2002.
- [12] Minxia Zhuang, Derek P. Atherton, "Optimum Cascade PID Controller Design for SISO Systems," Conference Publication IEE 1994, pp. 606-611,.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก.

### ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์ที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความวิจัยซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ซึ่งได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการ แสดงดังต่อไปนี้

- [1] S. Tummaruckwatta, P. Pannil, A. Chaikla and K. Tirasesth, "Fuzzy-based PID Controller for Cascade Process Control," Proceedings of International Conference on Control, Automation and Systems, Thailand, 2004.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Dividing Eq.(3) by  $T$ , we obtain

$$\Delta u_{PI}(nT) = K_p e_v(nT) + K_i e_p(nT) \quad (4)$$

where  $\Delta u_{PI}(nT) = [u_{PI}(nT) - u_{PI}(nT - T)]/T$

$$e_v(nT) = [e(nT) - e(nT - T)]/T$$

$$e_p(nT) = e(nT)$$

$\Delta u_{PI}(nT)$ ,  $e_p(nT)$ ,  $e_v(nT)$  are the incremental control output of the PI control, the error signal, and the changing rate of the error signal. Therefore, Eq.(3) can be rewritten as

$$u_{PI}(nT) = u_{PI}(nT - T) + K_{uPI} \Delta u_{PI}(nT) \quad (5)$$

where the term  $T \Delta u_{PI}(nT)$  will be replaced by fuzzy control action  $K_{uPI} \Delta u_{PI}(nT)$  given that  $K_{uPI}$  is a fuzzy control gain.

### B. Fuzzy D Controller.

When inputting the error signal, from Eq. 1, the output of the D control in the discrete form can be rewritten as follows.

$$u_D(nT) - u_D(nT - T) = K_d [e(nT) - e(nT - T)] \quad (6)$$

Then, dividing Eq.(6) by  $T$  yields

$$\Delta u_D(nT) = K_d \Delta e(nT) \quad (7)$$

where  $\Delta u_D(nT) = [u_D(nT) - u_D(nT - T)]/T$

$$\Delta e(nT) = [e(nT) - e(nT - T)]/T$$

Adding the signal  $K_e e_d(nT)$  to the right-hand side Eq. (7), where  $e_d(nT) = r(nT) - y(nT) = e(nT)$ , yields

$$\Delta u_D(nT) = K_d \Delta e(nT) + K_e e_d(nT) \quad (8)$$

when the  $\Delta u_D(nT)$  is the incremental control output of the fuzzy D control and  $\Delta e(nT)$  is the changing rate of the error signal. By replacing  $T \Delta u_D(nT)$  by fuzzy control action  $K_{uD} \Delta u_D(nT)$  given that  $K_{uD}$  is a fuzzy control gain and assigning  $K \neq$  for the simple design, Eq. (8) can be rewritten as

$$u_D(nT) = u_D(nT - T) + K_{uD} \Delta u_D(nT) \quad (9)$$

Combining the output of the fuzzy PI control and the fuzzy D control, the overall fuzzy PID control can be written as in Eq. (10).

$$u_{PID}(nT) = u_{PI}(nT - T) + K_{uPI} \Delta u_{PI}(nT) + u_D(nT - T) + K_{uD} \Delta u_D(nT) \quad (10)$$

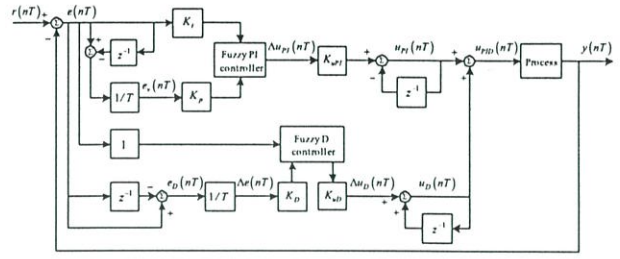


Fig.2 Structure of the Fuzzy-based PID control system.

## 3.2 Fuzzification, control rule base and defuzzification

### A. Fuzzification

The fuzzy PI controller receives two inputs as the error signal  $e_p(nT)$  and the changing rate of the error signal  $e_v(nT)$  and provides a single output  $\Delta u_{PI}(nT)$  called the incremental control output. The input and output membership functions of the fuzzy PI controller are shown in Fig. 3 and 4, respectively.

While the fuzzy D controller employs two inputs as the error signal  $e_d(nT)$  and the changing rate of the error signal  $\Delta e(nT)$  and provides a single output  $\Delta u_D(nT)$ . The input and output membership functions of the fuzzy D controller are shown in Fig. 5 and 6, respectively.

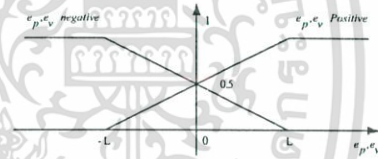


Fig. 3 The input membership functions for the PI component.

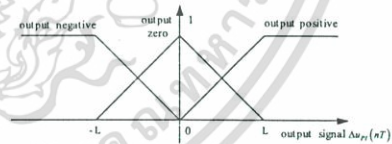


Fig. 4 The output membership functions for the PI component.

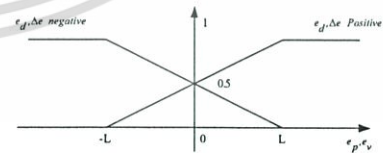


Fig. 5 The input membership functions for the D component.

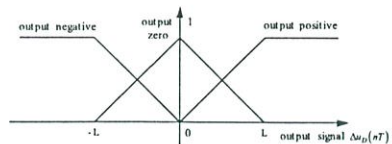


Fig. 6 The output membership functions for the D component.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**B. Fuzzy control rules**

Using the membership function, the control rules of the fuzzy PI controller can be established as

- Rule1. IF  $e_p = e_{p,n}$  AND  $e_v = e_{v,n}$  THEN PI - output =  $o.n$
- Rule2. IF  $e_p = e_{p,n}$  AND  $e_v = e_{v,p}$  THEN PI - output =  $o.z$
- Rule3. IF  $e_p = e_{p,p}$  AND  $e_v = e_{v,n}$  THEN PI - output =  $o.z$
- Rule4. IF  $e_p = e_{p,p}$  AND  $e_v = e_{v,p}$  THEN PI - output =  $o.p$

Similarly, the control rules of the fuzzy D controller can be established from the membership functions as

- Rule5. IF  $e_d = e_{d,p}$  AND  $\Delta e = \Delta e.p$  THEN D - output =  $o.z$
- Rule6. IF  $e_d = e_{d,p}$  AND  $\Delta e = \Delta e.n$  THEN D - output =  $o.p$
- Rule7. IF  $e_d = e_{d,n}$  AND  $\Delta e = \Delta e.p$  THEN D - output =  $o.n$
- Rule8. IF  $e_d = e_{d,n}$  AND  $\Delta e = \Delta e.n$  THEN D - output =  $o.z$

**C. Defuzzification**

After the fuzzy controller evaluates the input and applies to defuzzify the control rule base. In the defuzzification step for both fuzzy controllers, the "center of mass" formula is employed to defuzzify the incremental control of the fuzzy control law (Eq. (11))

$$\Delta u(nT) = \frac{\sum \{input\ membership\ value \times output\ membership\ value\}}{\sum \{input\ membership\ value\}} \quad (11)$$

The value-ranges of the two inputs of the fuzzy PI control, the error and the changing rate of the error, are actually decomposed into 20 adjacent input combination (IC) regions, as shown in Fig. 7. Similarly, the regions to evaluate the control rule base of the fuzzy D controller is shown in Fig. 8.

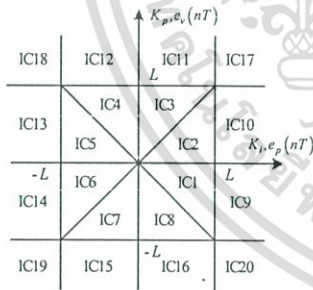


Fig. 7 Regions using to evaluate the control rule base of the fuzzy PI controller.

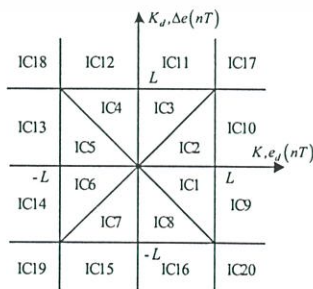


Fig. 8 Regions using to evaluate the control rule base of the fuzzy D controller.

According to the control rules for the PI controller, the membership functions and IC regions are used to evaluate appropriate fuzzy control law. From the geometry of the membership functions associated with Fig. 7, the straight line formulas can be presented as follows.

$$e_{p.p} = \frac{k_i \cdot e_p(nT) + L}{2L}, \quad e_{p.n} = \frac{-k_i \cdot e_p(nT) + L}{2L}$$

$$e_{v.p} = \frac{k_p \cdot e_v(nT) + L}{2L}, \quad e_{v.n} = \frac{-k_p \cdot e_v(nT) + L}{2L}$$

Similarly, the defuzzification of the fuzzy D controller follows the same fuzzy PI procedure. The straight line formulas for fuzzy D controller can be presented as follows.

$$e_{d.p} = \frac{k_d \cdot e_d(nT) + L}{2L}, \quad e_{d.n} = \frac{-k_d \cdot e_d(nT) + L}{2L}$$

$$\Delta e_{.p} = \frac{k_{\Delta} \cdot \Delta e(nT) + L}{2L}, \quad \Delta e_{.n} = \frac{-k_{\Delta} \cdot \Delta e(nT) + L}{2L}$$

**4. COMPUTER SIMULATIONS**

In this paper, two examples of cascade plant model are applied to demonstrate the proposed controller.

*Example 1.* The inner plant as a first order linear model cascaded with the outer plant as a second order linear model was studied. The transfer functions for both plant models can be written as

$$G_{p1} = \frac{2}{s^2 + 4s + 3}, \quad G_{p2} = \frac{1}{s + 1}$$

Each plant is controlled by the proposed controller with parameters:  $T\theta.1$ ,  $K_{p1}\theta.7$ ,  $K_{i1}\theta.0$ ,  $K_{d1}\theta.01$ ,  $K_{\mu PI1}\theta.25$ ,  $K_{\mu DI1}\theta.1$ ,  $K_{p2}\theta.3$ ,  $K_{i2}\theta.5$ ,  $K_{d2}\theta.01$ ,  $K_{\mu PI2}\theta.25$ ,  $K_{\mu DI2}\theta.01$ ,  $L_1\theta.000$ ,  $L_2\theta.60$ . The set-point is  $r\theta.0$ . The response comparing proposed controller with conventional PID controller when a step response is used as input can be shown in Fig. 8.

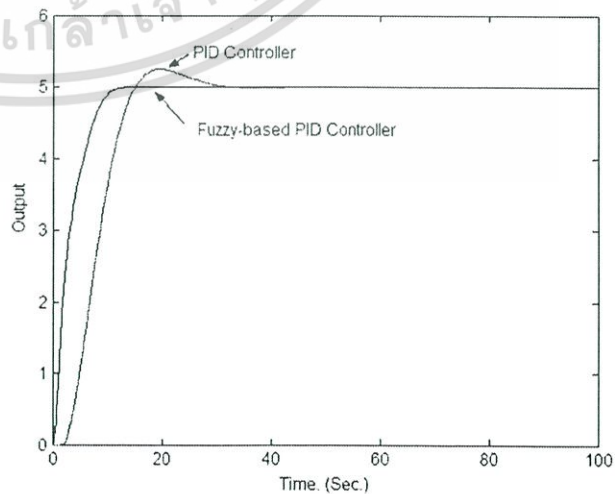


Fig. 8 Output of the cascade plant model (example 1).

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Example 2. The plant model used in this example is

$$G_{p1} = 0.987 \frac{e^{-1.51s}}{1.926s + 1}, \quad G_{p2} = 0.9999 \frac{e^{-0.1s}}{0.1032s + 1}$$

Each plant is controlled by the proposed controller with parameters :  $T_0=1$ ,  $K_{p1}=2.2$ ,  $K_{i1}=8$ ,  $K_{d1}=0.01$ ,  $K_{ip11}=0.2$ ,  $K_{id1}=0.01$ ,  $K_{p2}=1$ ,  $K_{i2}=3$ ,  $K_{d2}=0.01$ ,  $K_{ip12}=0.25425$ ,  $K_{id1}=0.01$ ,  $L_1=360$ ,  $L_2=000$ . The set-point is  $r=0$ . The response comparing proposed controller with conventional PID controller when a step response is used as input can be shown in Fig. 9.

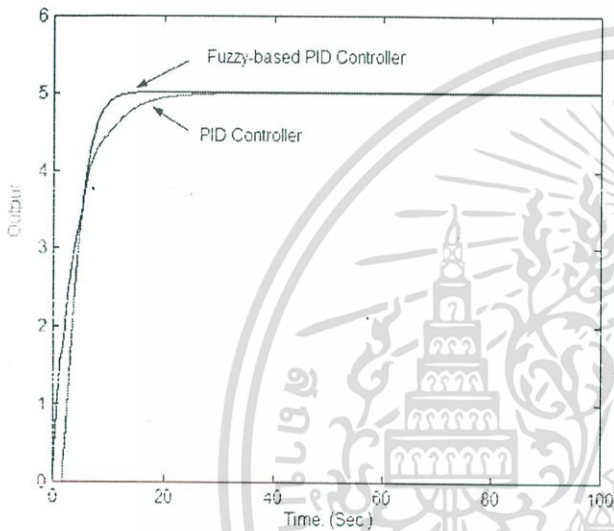


Fig. 9 Output of the cascade plant model (example 2).

## 5. CONCLUSIONS

This paper describes the design of fuzzy-based PID controller used for the cascade process control systems. The proposed controller consists of the fuzzification, fuzzy control rule base, and defuzzification based on conventional formula. According to the MATLAB/SIMULINK simulation results, step response of the both cascade plant models show that the proposed fuzzy-based PID controller outperforms the PID controller. It is clearly that the efficiency of controller is excellent in terms of reduced overshoot and fast response.

## REFERENCES

- [1] S.Bennett, 'Development of the PID Controller,' *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 58-65, December 1993.
- [2] Yokogawa, 'Expert Self-Tuning Controllers,' 2<sup>nd</sup> Edition, Yokogawa Electronic Corp., July 1987.
- [3] C.C Hang and K.K.Sin, 'A Comparative Performances Study of PID Auto-Tuners,' *IEEE Control Systems*, pp. 41-47, Aug. 1991.
- [4] M. Zhuang and D.P. Atherton, 'Automatic Tuning of Optimum PID Controllers,' *IEE Proceedings-D*, Vol. 140, No. 3, pp. 216-244, May 1993.
- [5] L. A. Zadeh, 'Fuzzy sets,' *Information Control*, Vol. 8, pp. 338-353, June. 1965.
- [6] Mamdani, E. H., 'Applications of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant,' *Proc. IEE*, Vol. 121, No. 12, pp.1585-1588, 1974.
- [7] Ostergaard, J. J., 'Fuzzy Logic Control of a Heat Exchanger Process,' *Fuzzy Automata and Decision Process*, Gupta, M. M. et al., North-Holland, 1977.
- [8] D. Misir, H. A. Malki and G. Chen, 'Design and analysis of a fuzzy proportional integral derivative controller,' *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 79, pp. 297-314, 1996.
- [9] A. Visioli, 'Tuning of PID controllers with fuzzy logic,' *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol. 148, No. 1, pp. 1-8, 2001.
- [10] Moonyong Lee, Yongho Lee and Sunwon Park, 'PID Controller Tuning To Obtain Desired Closed Loop Responses for Cascade Control Systems,' *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 37, No. 5, pp. 1859-1865, 1998.
- [11] Sihai Song, Lihua X and Wen-Jian Cai, 'Auto-tuning of Cascade Control Systems,' *Proceedings of the 4<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*, Shanghai P.R.China, pp. 3339-3343, June. 2002.

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายสิริชัย ธรรมารักษ์วัฒน์  
 วัน เดือน ปีเกิด 16 เมษายน 2519 ที่จังหวัดฉะเชิงเทรา  
 ที่อยู่ 74 หมู่ 2 ตำบลบ้านใหม่ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา 24000  
 ประวัติการศึกษา 2543 อดุสสาหกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาเทคโนโลยีโทรคมนาคม  
 ภาควิชาเทคนิคอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบัน  
 เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ประสบการณ์การทำงานและผลงานวิจัย

ปัจจุบัน

ตำแหน่งนักวิจัยสังกัดหน่วยงานสำนักวิจัยและบริการ  
 คอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร  
 ลาดกระบัง

ผลงานทางวิชาการ

- [1]. S. Tummaruckwatta, P. Pannil, A. Chaikla and K. Tirasesth, "Fuzzy-based PID Controller for Cascade Process Control," Proceedings of International Conference on Control, Automation and Systems, Thailand, 2004.