

เทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่ง  
ด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM

INTEGER PROGRAMMING TECHNIQUES  
FOR BPSK-MODULATED TRANSMITTED SIGNAL ESTIMATION  
IN OFDM COMMUNICATIONS SYSTEM



นุชจรี จิตพิณิจยล

NUDCHAREE CHITPINITYON

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-9708-88-1

ฉพ.  
๗๗๒๔ ๗  
๒๕๔๗  
๗.๑

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน..... 51619

วัน,เดือน,ปี..... 26 ก.ค. 2547

11406946  
๖.....  
๑.....

**INTEGER PROGRAMMING TECHNIQUES  
FOR BPSK-MODULATED TRANSMITTED SIGNAL ESTIMATION  
IN OFDM COMMUNICATIONS SYSTEM**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF SCIENCE IN INFORMATION TECHNOLOGY  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2004**

ISBN 974-9708-88-1  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2004**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เทคนิคการ โปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM
นักศึกษา	นางสาวนุชจรี จิตพิณิจล
รหัสประจำตัว	43067001
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	เทคโนโลยีสารสนเทศ
พ.ศ.	2547

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.นพพร โชติศักดิ์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอเทคนิคการ โปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM โดยใช้หลักการการแตกสาขาและกำหนดขอบเขต ที่มีประสิทธิภาพในการคำนวณมากกว่าการการแจกแจงโดยละเอียดเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วย ML Estimator ซึ่งเป็นวิธีประมาณค่าที่อาศัยสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอแนวทางในการคำนวณค่าขอบเขตบนของ Optimal Cost Value ซึ่งเป็นค่าฟังก์ชันประเมินคุณค่าของคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ เพื่อใช้สำหรับเปรียบเทียบกับค่าขอบเขตในการพิจารณาว่าควรจะแตกสาขาที่คำตอบเพียงบางส่วนนั้นลงไปอีกหรือไม่ โดยวิธีการที่เสนอทำให้ประมาณค่า Optimal Cost Value ได้ใกล้เคียงกับ Optimal Cost Value ที่แท้จริงมากขึ้น ส่งผลให้สามารถหยุดการแตกสาขาได้เร็วขึ้น และความซับซ้อนในการประมวลผลลดลง นอกจากนี้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ยังได้เสนอแนวทางในการพิจารณาเลือกคำตอบเพียงบางส่วนที่เหมาะสมที่จะทำการแตกสาขา ซึ่งสามารถตัดคำตอบเพียงบางส่วนที่ไม่น่าจะมีคำตอบของปัญหาออกไปให้มากยิ่งขึ้น อันส่งผลให้การประมวลผลทำได้เร็วขึ้น ในขณะที่คำตอบที่ได้อาจไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด (Suboptimal Solution) ในการทดลองพบว่า การเลือกกำหนดพารามิเตอร์ในการพิจารณาเลือกแตกสาขาบางส่วน ทำให้สามารถควบคุมอัตราความผิดพลาดดังกล่าวได้

<b>Thesis Title</b>	Integer Programming Techniques for BPSK-Modulated Transmitted Signal Estimation in OFDM Communications System
<b>Student</b>	Miss Nudcharee Chitpinityon
<b>Student ID.</b>	43067001
<b>Degree</b>	Master of Science
<b>Programme</b>	Information Technology
<b>Year</b>	2004
<b>Thesis Advisor</b>	Asst.Prof.Dr.Nopporn Chotikakamthorn

### ABSTRACT

This thesis proposes an integer programming technique for BPSK-modulated transmitted signal estimation in OFDM communications system, using a branch and bound principle. The proposed method is more efficient when compared with a brute-force method. It solves the problem of transmitted signal estimation using the ML estimator, which requires the received signal obtained from only one OFDM symbol. The thesis proposes a tighter bounded function used for evaluating a partial solution. This new evaluation function allows for more efficient termination of partial solutions, thus speeding up the computation. Furthermore this thesis also presents a method to choose appropriate nodes or partial solutions for branching. By using this heuristic branching, the possibility of cutting the infeasible partial solution is increased, resulting in reduced computational cost. However this can result in estimation error if the partial solutions being cut cover the solution of the problem. In the experiments, it has been found that by choosing branch selection parameter appropriately, this suboptimal solution problem can be put under control.

## กิตติกรรมประกาศ

การจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เพราะได้รับความเมตตาจาก ผศ.ดร. นพพร โชติกคำธร อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางในการศึกษาวิจัย การแก้ปัญหา ตลอดจนได้กรุณาช่วยตรวจทานต้นฉบับของวิทยานิพนธ์นี้จนเสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัย รู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่าน และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำคณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้สั่งสอนวิชาพื้นฐาน และอบรมผู้วิจัยซึ่งเป็นรากฐานมาสู่ความสำเร็จของงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ ซึ่งให้ความอนุเคราะห์ในการอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ในการทำงานตั้งแต่ต้น รวมถึงเพื่อน ๆ นักศึกษาทุกคนที่ช่วยเหลือให้คำแนะนำต่าง ๆ และยังให้กำลังใจต่อผู้วิจัยอย่างใกล้ชิดตลอดมา

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และขอขอบคุณพี่น้องทุกคนที่คอยให้กำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุก ๆ เรื่อง จนทำให้ผู้วิจัยสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

อนึ่ง งานวิจัยที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นั้น ส่วนหนึ่งกระทำภายใต้ห้องปฏิบัติการวิจัยสื่อประสมและระบบเสมือน (Multimedia and Virtual Research Laboratory) ของสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

นุชจรี จิตพิณิจล

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.4 สมมติฐานของการศึกษา.....	3
1.5 ขอบเขตของการศึกษา.....	3
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	3
1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์.....	3
<b>บทที่ 2 ระบบ OFDM และการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด...5</b>	<b>5</b>
2.1 บทนำ.....	5
2.2 คุณลักษณะทางการแพร่ของช่องสัญญาณวิทยุ.....	6
2.2.1 การลดทอน.....	7
2.2.1.1 การสูญเสียทิศทาง.....	7
2.2.1.2 การบดบัง.....	7
2.2.1.3 ผลกระทบของสัญญาณจากหลายทิศทาง.....	8
2.2.1.3.1 การจางหายแบบเร็ว.....	8
2.2.1.3.2 การจางหายเฉพาะความถี่.....	8
2.2.2 การแผ่กว้างของการประวิง.....	9
2.2.3 การเคลื่อนไปของคอปเปอร์.....	10
2.3 พื้นฐานของระบบ OFDM.....	11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.3.1 หลักการของระบบ OFDM.....	11
2.3.2 สัญญาณ OFDM.....	11
2.3.3 ช่วงเวลาป้องกัน.....	13
2.3.4 ระบบ OFDM พื้นฐาน.....	15
2.4 การประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด.....	15
<b>บทที่ 3 การหาค่าที่ดีที่สุด.....</b>	<b>18</b>
3.1 ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด.....	18
3.2 เทคนิคการหาค่าที่ดีที่สุด.....	20
3.2.1 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่สมบูรณ์.....	20
3.2.2 เทคนิคซึ่งหาค่าของโครงสร้างเพียงบางส่วน หรือหาคำตอบจากการประมาณค่า.....	20
3.2.2.1 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ของปัญหาเดิม.....	20
3.2.2.2 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่สมบูรณ์ของปัญหาที่ลดทอนลงมา.....	21
3.3 การแจกแจงโดยละเอียด.....	21
3.4 การป็นเขา.....	22
3.5 การจำลองแอนนิลลิ่ง.....	23
3.6 เจเนติกอัลกอริทึม.....	24
3.7 กริดคี่อัลกอริทึม.....	25
3.8 การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1.....	25
<b>บทที่ 4 การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่ง ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด.....</b>	<b>30</b>
4.1 การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 สำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่ง ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด.....	30
4.1.1 วิธีการแตกสาขา.....	31
4.1.1.1 Depth-First Search.....	31
4.1.1.2 Best-First Search.....	31
4.1.2 การคำนวณ Optimal Cost Value.....	31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.1.3 การหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value.....	32
4.2 อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value.....	36
4.3 อัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วน.....	38
<b>บทที่ 5 การทดลองโดยการจำลองระบบ.....</b>	<b>42</b>
5.1 แบบจำลองระบบสื่อสาร OFDM.....	42
5.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองระบบ.....	43
5.3 ผลการจำลองระบบ.....	43
5.3.1 การทดลองที่ 1.....	44
5.3.2 การทดลองที่ 2.....	46
5.3.3 การทดลองที่ 3.....	47
5.3.4 การทดลองที่ 4.....	49
5.3.5 การทดลองที่ 5.....	52
5.4 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบ.....	54
<b>บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>56</b>
6.1 สรุปผลการวิจัย.....	56
6.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ.....	57
<b>เอกสารอ้างอิง.....</b>	<b>58</b>
<b>ภาคผนวก.....</b>	<b>60</b>
ภาคผนวก ก. ข้อมูลรหัสการจำลองระบบ (Source Code).....	61
ภาคผนวก ข. บทความและผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	70
<b>ประวัติผู้เขียน.....</b>	<b>76</b>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย ของวิธีการต่าง ๆ.....	55
5.2 อัตราส่วนของการลดลงของจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการต่าง ๆ (เทียบกับวิธีการแจกแจงโดยละเอียด).....	55



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การมัลติเพล็กซ์สัญญาณแบบแบ่งช่วงความถี่และแบบ OFDM.....	6
(ก) การมัลติเพล็กซ์แบบแบ่งช่วงความถี่.....	6
(ข) การมัลติเพล็กซ์แบบ OFDM.....	6
2.2 กราฟแสดงผลของการสูญเสียทิศทางที่มีต่อสัญญาณ.....	7
2.3 กราฟแสดงผลของการสูญเสียทิศทางและการบดบังที่มีต่อสัญญาณ.....	7
2.4 กราฟแสดงผลของการจางหายแบบเรย์ลีเมื่อ Mobile Unit มีการเคลื่อนที่.....	8
2.5 กราฟแสดงผลของการแผ่กว้างของการประวิงแบบหลายทิศทาง.....	10
2.6 ช่วงสัญญาณ OFDM.....	12
2.7 ตัวอย่าง 4 คลื่นพาห่อย่อยในหนึ่งช่วงสัญญาณ OFDM.....	13
2.8 แถบความถี่ของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย.....	13
2.9 การใส่ส่วนขยายแบบย้อนกลับในช่วงเวลาป้องกัน.....	14
2.10 ตัวอย่างสัญญาณ OFDM ที่ได้รับจากช่องสัญญาณแบบหลายทิศทาง.....	14
3.1 ต้นไม้ที่มี 2 สาขาในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1.....	27
4.1 อัลกอริทึม Depth-First Search.....	31
4.2 อัลกอริทึม Best-First Search.....	31
4.3 ต้นไม้ของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ Depth-First Search เมื่อ $k = 9$ .....	33
4.4 การคำนวณ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่ 9 ( $C_9$ ).....	33
4.5 ต้นไม้ของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน เมื่อ $N = 8, l = 2$ และ $sub\_N_1 = sub\_N_2 = 4$ .....	40
5.1 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยของวิธีการต่าง ๆ.....	45
5.2 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตก สาขาที่แตกต่างกัน.....	46
5.3 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตก สาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มี จำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน.....	47
5.4 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการ กำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน.....	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.5 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน.....	48
5.6 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน.....	50
5.7 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน.....	50
5.8 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน..	51
5.9 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน.....	52
5.10 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน.....	53
5.11 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน.....	53

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในสภาพการณ์ปัจจุบันการบริการด้านการสื่อสารโทรคมนาคมนั้นเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งต่อสภาพเศรษฐกิจ การที่สามารถพูดคุยหรือติดต่อธุรกิจโดยไม่จำเป็นต้องพบเจอกันโดยตรงทำให้การติดต่อธุรกิจทำได้รวดเร็วและทันต่อเหตุการณ์ การสื่อสารโทรคมนาคมจึงมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว ดังจะเห็นได้จากความต้องการในการใช้โทรศัพท์และอุปกรณ์โทรคมนาคมต่าง ๆ เพิ่มมากขึ้นเป็นลำดับ และเนื่องจากมีปัญหาการให้บริการโทรศัพท์ในพื้นที่ชนบท ซึ่งฐานลูกค้ามีน้อยแต่ค่าติดตั้งเครือข่ายแบบมีสายสูงมาก ดังนั้นจึงได้มีการใช้การสื่อสารทางคลื่นวิทยุแทนการใช้สายทองแดงในการเชื่อมต่อระหว่างเครื่องโทรศัพท์กับชุมสายโทรศัพท์ เกิดเป็นระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ขึ้น ทำให้ค่าติดตั้งเครือข่ายลดลง อีกทั้งการติดต่อสื่อสารก็สามารถทำได้สะดวกยิ่งขึ้น แม้กระทั่งในรถยนต์บนท้องถนนที่การจราจรติดขัด หรือบนเรือที่แล่นอยู่ในแม่น้ำหรือทะเล เป็นต้น

เริ่มแรกนั้นระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่จะใช้การส่งสัญญาณแบบอนาลอก ต่อมาในภายหลังจึงได้มีการพัฒนาการส่งสัญญาณในระบบดิจิทัลขึ้น ซึ่งเทคนิคที่ใช้ในการส่งสัญญาณก็ได้มีการพัฒนามาเป็นลำดับเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการส่งสัญญาณ Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) เป็นเทคนิคการส่งสัญญาณแบบดิจิทัลเทคนิคหนึ่งที่กำลังได้รับความสนใจในขณะนี้ เนื่องจากเป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพสูงในการใช้แถบความถี่ และมีการกำจัดผลกระทบของสัญญาณระหว่างช่วงสัญญาณได้ด้วยการใช้ช่วงเวลาป้องกัน ซึ่งเทคนิค OFDM ก็ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับระบบงานต่าง ๆ มากมายทั้งแบบมีสายและไร้สาย ตัวอย่างระบบงานแบบมีสายได้แก่ Digital Subscriber Line (DSL) ส่วนตัวอย่างระบบงานแบบไร้สายก็เช่น Wireless Local Area Network (WLAN), Television and Radio Broadcasting System เป็นต้น [1-2] นอกจากนี้เทคนิค OFDM ยังเป็นเทคนิคที่คาดว่าจะนำไปใช้กับระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ยุคที่ 4 ซึ่งเป็นยุคที่โทรศัพท์เคลื่อนที่ที่ต้องการความจุช่องสัญญาณที่มากขึ้น และครอบคลุมการให้บริการได้มากขึ้น

อย่างไรก็ตามเนื่องจากสัญญาณที่ได้รับในระบบสื่อสาร OFDM อาจจะมาจกหลายทิศทาง ทั้งยังอาจมีสัญญาณรบกวนอื่น ๆ ทำให้สัญญาณที่ได้รับคลาดเคลื่อนจากสัญญาณที่ส่งได้ วิธีการหาค่าสัญญาณที่ส่งอาจทำได้โดยการทำ Channel Equalization ที่เครื่องรับ โดยจะทำการปรับแก้สัญญาณที่ผิดเพี้ยนไปจากสัญญาณที่ส่งเนื่องจากช่องสัญญาณที่ส่งผ่านให้มีสัญญาณดีขึ้น เพื่อให้การหาค่าสัญญาณที่ส่งมีความถูกต้องมากขึ้น วิธีการนี้จะมีวงจรที่สามารถปรับตัวได้ กล่าวคือสามารถเปลี่ยนแปลงได้เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ ดังนั้นจึง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ในวงการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำเป็นที่จะต้องมีการประมาณค่าของสัญญาณก่อน เพื่อหาสัมประสิทธิ์ของการลดทอนอันเนื่องมาจากช่องสัญญาณที่ส่งผ่าน การประมาณค่าของสัญญาณในวิธีนี้ทำได้โดยการส่งชุดลำดับการฝึก (Training Sequence) ซึ่งเครื่องรับทราบล่วงหน้า เพื่อให้เครื่องรับได้ทำการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของการลดทอนให้เหมาะสมกับสภาพช่องสัญญาณในขณะนั้น

เนื่องจากวิธีการ Channel Equalization จะต้องส่งชุดลำดับการฝึกก่อนการส่งข้อมูลจริง ซึ่งทำให้ประสิทธิภาพในการส่งข้อมูลลดลง ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เสนอวิธีการที่ใช้ในการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งโดยอาศัยหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood : ML) [3] ซึ่งไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์เท่านั้น แต่วิธีการดังกล่าวต้องมีการคำนวณสูงมาก เพราะฉะนั้นจึงต้องการเทคนิคการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพสูง อันจะส่งผลให้มีความรวดเร็วในการแก้ปัญหา

ปัญหาในการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งดังกล่าวข้างต้น เป็นปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบจำนวนเต็ม ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้วิธีการโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) เช่น วิธีการซิมเพล็กซ์ (Simplex) ในการแก้ปัญหาได้ ส่วนการแก้ปัญหาโดยใช้การแจกแจงโดยละเอียด ซึ่งต้องคำนวณทุกคำตอบของปัญหาก็ไม่สามารถนำไปใช้ได้ทางปฏิบัติ เนื่องจากมีความซับซ้อนในการคำนวณสูง นอกจากนี้การแก้ปัญหาดังกล่าวจะยิ่งทวีความซับซ้อนขึ้นหากสัญญาณที่ส่งในแต่ละช่วงสัญลักษณ์มีความยาวมากขึ้น

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษางานวิทยานิพนธ์นี้ คือการเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหาค่าสัญญาณที่ส่งในระบบสื่อสาร OFDM โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาเฉพาะระบบสื่อสาร OFDM ที่ใช้เทคนิคการมอดูเลชันแบบ Binary Phase Shift Keying (BPSK) เท่านั้น โดยพิจารณาวิธีการแก้ปัญหาค่าสัญญาณที่ส่งโดยอาศัยหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์เท่านั้น

## 1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งในระบบสื่อสาร OFDM เป็นปัญหาที่ต้องการความรวดเร็วในการแก้ปัญหา เนื่องจากเป็นปัญหาในระบบการสื่อสารแบบ Full Duplex ซึ่งต้องการการประวิง (Delay) ต่ำ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำเอาเทคนิคการแตกสาขาและกำหนดขอบเขต ซึ่งเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดที่มีประสิทธิภาพสูงมาใช้ โดยในกระบวนการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตจะมีการพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้เป็นกลุ่ม ๆ ถ้าคำตอบที่เป็นไปได้กลุ่มใดมีโอกาสที่จะมีคำตอบของ

ปัญหา คำตอบที่เป็นไปได้กลุ่มนั้นก็จะถูกแตกสาขาลงไปเรื่อย ๆ ทำให้มีการพิจารณาแค่บางส่วน ของคำตอบของปัญหาทั้งหมดเท่านั้น ด้วยการใช้นิยามดังกล่าวจะเป็นผลให้การแก้ปัญหาการ ประมาณค่าช่องสัญญาณในระบบ OFDM ลดความซับซ้อนในการคำนวณลง ทำให้การแก้ปัญหา ทำได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

#### 1.4 สมมติฐานของการศึกษา

ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ใน ระบบสื่อสาร OFDM นั้น กำหนดให้ไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ ในการคำนวณค่าสัญญาณที่ส่ง นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์เท่านั้น โดยที่ระหว่าง เวลา 1 ช่วงสัญลักษณ์นั้น ช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนถือว่าคงที่

#### 1.5 ขอบเขตของการศึกษา

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการศึกษาเพื่อเสนอและพัฒนาเทคนิคการ โปรแกรมเชิงจำนวน เต็มสำหรับเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งในระบบสื่อสาร OFDM โดยพิจารณาเฉพาะกรณีที่ใช้เทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ซึ่งจะพิจารณาเฉพาะผลของช่อง- สัญญาณที่เป็นเชิงเส้นและมีสัญญาณรบกวนแบบ Additive Noise และไม่มีการนำปัจจัยอื่น ๆ เช่น ความไม่เป็นเชิงเส้นของอุปกรณ์ เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของการพิจารณา

#### 1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

1. กำหนดหัวข้อ เป้าหมาย จุดประสงค์ และขอบเขตของการทำวิทยานิพนธ์
2. ศึกษาทฤษฎีและหลักการพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัย
3. ศึกษาเทคนิคต่าง ๆ ที่มีอยู่ถึงแนวคิด หลักการ ข้อดี และข้อบกพร่องของแต่ละเทคนิค
4. พัฒนาเทคนิคการ โปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม สำหรับเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหาการ ประมาณค่าสัญญาณที่ส่งในระบบ OFDM
5. ทำการทดลอง ปรับปรุง และสรุปผล
6. จัดทำเอกสารประกอบวิทยานิพนธ์

#### 1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บทด้วยกัน คือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย สมมติฐานของการศึกษา ขอบเขตของการศึกษา และขั้นตอนของการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงระบบ OFDM และวิธีการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งประกอบด้วยบทนำ คุณลักษณะทางการแพร่ของช่องสัญญาณคลื่นวิทยุ พื้นฐานของระบบ OFDM และการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด

บทที่ 3 กล่าวถึงปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด และเทคนิคต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดดังกล่าว

บทที่ 4 กล่าวถึงวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งเป็นเทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม สำหรับปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ตลอดจนอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value และอัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วน เพื่อให้การแก้ปัญหาทำได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

บทที่ 5 กล่าวถึงการทดลองและผลการทดลองโดยอาศัยการจำลองระบบ ซึ่งประกอบด้วยแบบจำลองระบบสื่อสาร OFDM พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองระบบ ผลการจำลองระบบ และการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบ

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง โดยกล่าวถึง ผลสรุปของการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ที่เสนอสรุปปัญหาที่เกิดขึ้น และข้อเสนอแนะของการทำวิทยานิพนธ์

## บทที่ 2

# ระบบ OFDM และการประมาณค่าสัญญาณที่ส่ง ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง พื้นฐานของระบบ OFDM [1-2] ซึ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM และวิธีการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator)

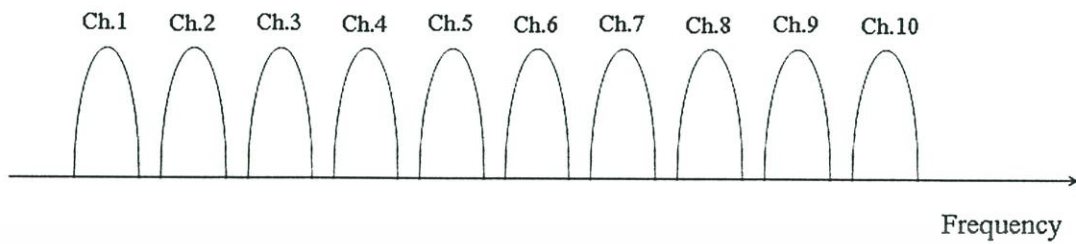
### 2.1 บทนำ

OFDM เป็นเทคนิคการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห์ ซึ่งชุดของข้อมูลจะถูกส่งไปบนคลื่นพาห์ย่อย ๆ ที่มีอัตราการส่งข้อมูลความเร็วต่ำจำนวนมาก โดยเหตุผลสำคัญที่ทำให้ OFDM ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากก็คือ เป็นเทคนิคที่มีความทนทานต่อการจางหายเฉพาะความถี่ (Frequency Selective Fading)

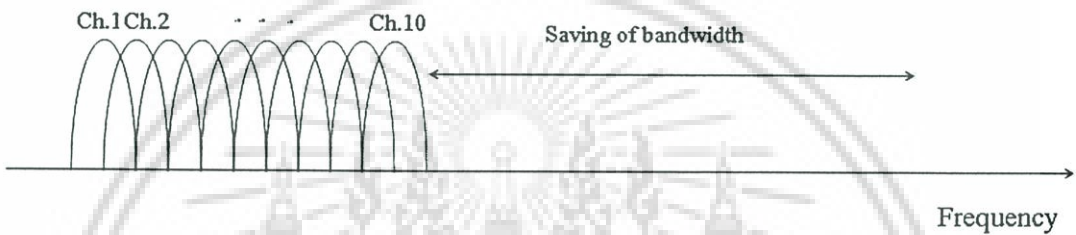
ในระบบที่มีการส่งข้อมูลแบบคลื่นพาห์เดียว เมื่อเกิดการจางหายของสัญญาณหรือมีการแทรกสอดของสัญญาณภายในระบบ อาจส่งผลให้สูญเสียข้อมูลที่ส่งไปทั้งหมด ซึ่งแตกต่างกับระบบที่มีการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห์ เนื่องจากจะมีเพียงบางคลื่นพาห์ย่อยที่ได้รับผลกระทบ ทำให้มีการสูญเสียข้อมูลไปเพียงบางส่วน ซึ่งเราสามารถใช้ในการเข้ารหัสสำหรับแก้ไขข้อผิดพลาด (Error Correction Coding : ECC) ในการกู้คืนคลื่นพาห์ย่อยที่เกิดความผิดพลาดได้ ในระบบการส่งข้อมูลแบบขนานโดยทั่วไป แถบสัญญาณความถี่ของสัญญาณทั้งหมดจะถูกแบ่งเป็นช่องสัญญาณย่อย ๆ ซึ่งไม่มีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ แต่ละช่องสัญญาณย่อยจะถูกมอดูเลตด้วยสัญลักษณ์ที่แตกต่างกัน หลังจากนั้นช่องสัญญาณย่อยทั้งหมดก็จะถูกมัลติเพล็กซ์แบบแบ่งช่วงความถี่ (Frequency Division Multiplexing : FDM) การที่ไม่มีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ในช่องสัญญาณเป็นการกำจัดการแทรกสอดของสัญญาณระหว่างช่องสัญญาณได้เป็นอย่างดี แต่วิธีนี้ก็มีข้อเสียคือมีการใช้งานแถบความถี่ซึ่งมีอยู่จำกัดอย่างไม่มีประสิทธิภาพ ดังนั้นในช่วงกลางทศวรรษของ ค.ศ. 1960 จึงได้มีการเสนอแนวความคิดในการส่งข้อมูลแบบขนานซึ่งถูกมัลติเพล็กซ์ทางความถี่โดยที่มีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ขึ้น

รูปที่ 2.1 แสดงความแตกต่างระหว่างเทคนิคการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห์แบบทั่วไป ซึ่งไม่มีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ และเทคนิคการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห์ซึ่งมีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ ดังที่แสดงในรูปที่ 2.1 การใช้เทคนิคการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห์ซึ่งมี

การซ้อนทับกันของแถบความถี่สามารถประหยัดช่วงกว้างของแถบสัญญาณ ได้ประมาณ 50 เปอร์เซ็นต์



(ก) การมัลติเพล็กซ์แบบแบ่งช่วงความถี่



(ข) การมัลติเพล็กซ์แบบ OFDM

## รูปที่ 2.1 การมัลติเพล็กซ์สัญญาณแบบแบ่งช่วงความถี่และแบบ OFDM

อย่างไรก็ตาม ในการส่งข้อมูลแบบหลายคลื่นพาห้ซึ่งมีการซ้อนทับกันของแถบความถี่จะมีการคำนึงถึงการป้องกันการแทรกสอดระหว่างช่องสัญญาณย่อย โดยอาศัยหลักการของการตั้งฉาก (Orthogonality) ระหว่างช่องสัญญาณที่ถูกมอดูเลต ซึ่งส่งผลให้สัญญาณในแต่ละช่องสัญญาณย่อยปราศจากการแทรกสอดหรือรบกวนจากช่องสัญญาณย่อยที่อยู่ข้างเคียง ดังนั้นจึงไม่ต้องการแถบป้องกันระหว่างแต่ละช่องสัญญาณย่อย ทั้งยังมีการซ้อนทับกันของแถบความถี่ทำให้ระยะห่างระหว่างช่องสัญญาณย่อยแคบลง ส่งผลให้สามารถใช้งานแถบความถี่ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

## 2.2 คุณลักษณะทางการแพร่ของช่องสัญญาณวิทยุ

บนช่องสัญญาณวิทยุ สัญญาณจะมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่างการส่งผ่านไปยังบนช่องสัญญาณ สัญญาณที่ได้รับจะประกอบด้วย

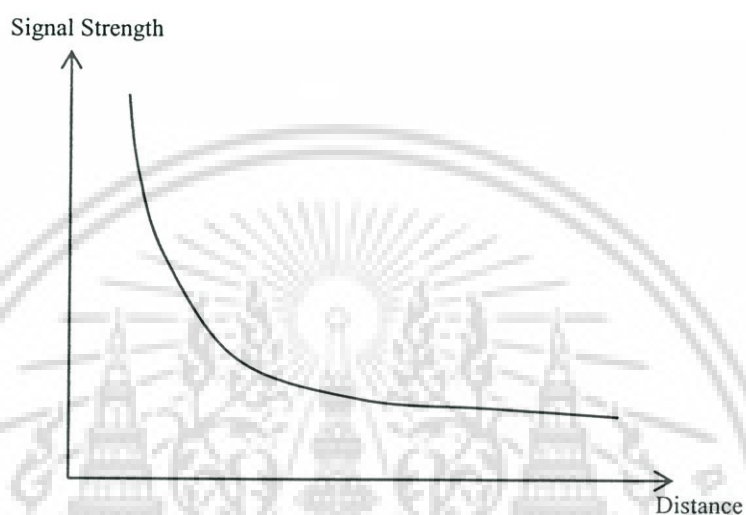
- การรวมตัวกันของสัญญาณซึ่งเกิดจากการลดทอน, การสะท้อน, การหักเห และการแตกตัวของสัญญาณที่ส่ง
- สัญญาณรบกวน ซึ่งเกิดจากการส่งผ่านช่องสัญญาณ
- การเลื่อนความถี่ของคลื่นพาห้ ซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ของเครื่องส่งหรือเครื่องรับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2.1 การลดทอน

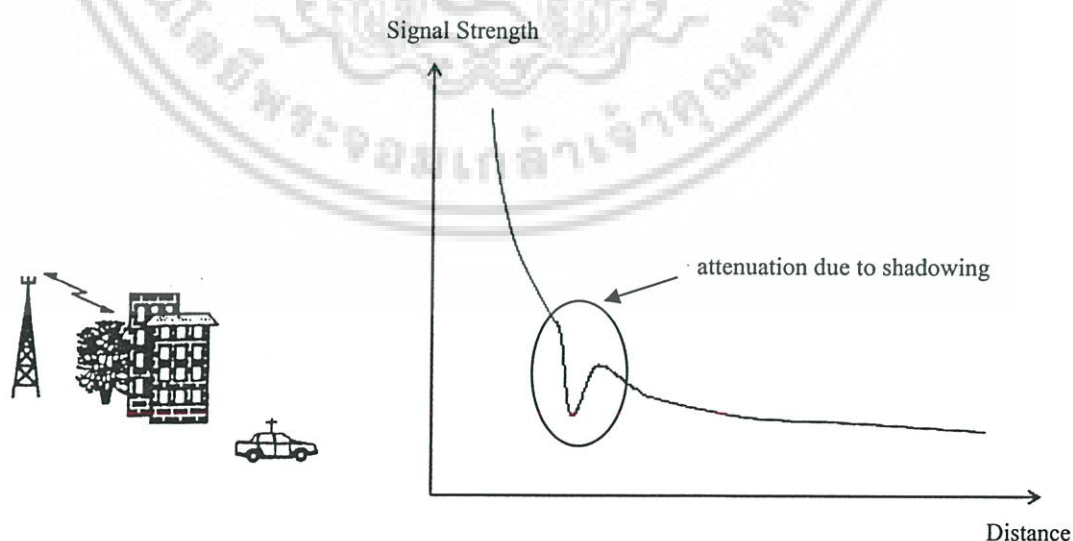
การลดทอน (Attenuation) ของสัญญาณเมื่อมีการส่งผ่านจากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

2.2.1.1 การสูญเสียทิศทาง (Pathloss) เป็นการลดทอนของสัญญาณที่กำลังส่งของสัญญาณจะลดลงอย่างคงที่ตามระยะทางในการส่งสัญญาณ



รูปที่ 2.2 กราฟแสดงผลของการสูญเสียทิศทางที่มีต่อสัญญาณ

2.2.1.2 การบดบัง (Shadowing) เป็นการลดทอนของสัญญาณอันเนื่องมาจากมีสิ่งกีดขวางระหว่างเส้นทางในการส่งสัญญาณ เช่น อาคาร, ต้นไม้, ภูเขา ฯ เป็นต้น



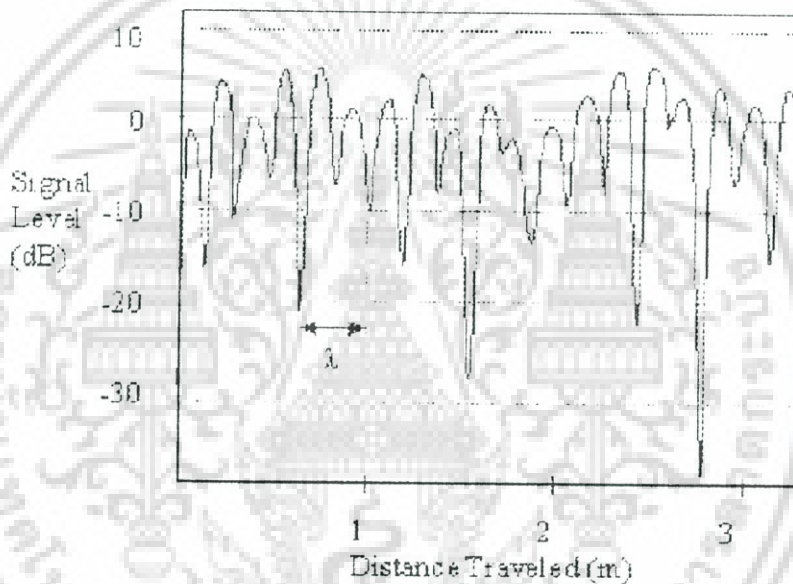
รูปที่ 2.3 กราฟแสดงผลของการสูญเสียทิศทางและการบดบังที่มีต่อสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.1.3 ผลกระทบของสัญญาณจากหลายทิศทาง (Multipath Effect) เกิดจากการสะท้อนของสัญญาณ (ชนกับวัตถุหรือสิ่งกีดขวาง) ทำให้สัญญาณที่ได้รับเกิดจากการรวมตัวกันของสัญญาณจากหลายทิศทาง แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

#### 2.2.1.3.1 การจางหายแบบเร็ว

การจางหายแบบเร็ว (Fast Fading) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh Fading) เป็นการลดลงหรือเพิ่มขึ้นของระดับสัญญาณอย่างทันทีทันใด เนื่องมาจากการแทรกสอดแบบเสริม (Constructive Interference) หรือการแทรกสอดแบบหักล้าง (Destructive Interference) ระหว่างสัญญาณตรงและสัญญาณสะท้อนที่มาถึงเครื่องรับ



รูปที่ 2.4 กราฟแสดงผลของการจางหายแบบเรย์ลีเมื่อ Mobile Unit มีการเคลื่อนที่

#### 2.2.1.3.2 การจางหายเฉพาะความถี่

การสะท้อนของสัญญาณจากวัตถุที่อยู่ใกล้เคียง เช่น พื้นดิน, อาคาร, ต้นไม้ ฯ อาจทำให้สัญญาณจากหลายทิศทางมีกำลังของสัญญาณเท่ากับสัญญาณตรง (สัญญาณซึ่งเดินทางจากเครื่องส่งมายังเครื่องรับโดยตรง) ซึ่งอาจส่งผลให้เกิดการจางหายเฉพาะความถี่ (Frequency Selective Fading) กล่าวคือ กำลังของสัญญาณรวมที่ได้รับเป็นจุดต่ำของระดับสัญญาณ (Null) เนื่องจากการแทรกสอดแบบหักล้าง (Destructive Interference) สำหรับการส่งสัญญาณที่มีช่วงกว้างของแถบสัญญาณแคบนั้น ถ้าจุดต่ำของระดับสัญญาณเกิดขึ้นที่ความถี่ที่ส่งแล้ว ข้อมูลที่ส่งไปทั้งหมดจะสูญเสียไป ดังนั้นจึงสามารถแก้ไขได้ 2 วิธี คือ

- ส่งสัญญาณที่มีช่วงกว้างของแถบสัญญาณกว้าง หรือมีการแผ่กว้างของแถบความถี่ (Spread Spectrum) การลดลงของแถบความถี่ส่งผลให้มีการสูญเสียกำลังของสัญญาณเพียงบางส่วนเท่านั้น ไม่ได้สูญเสียกำลังของสัญญาณทั้งหมด

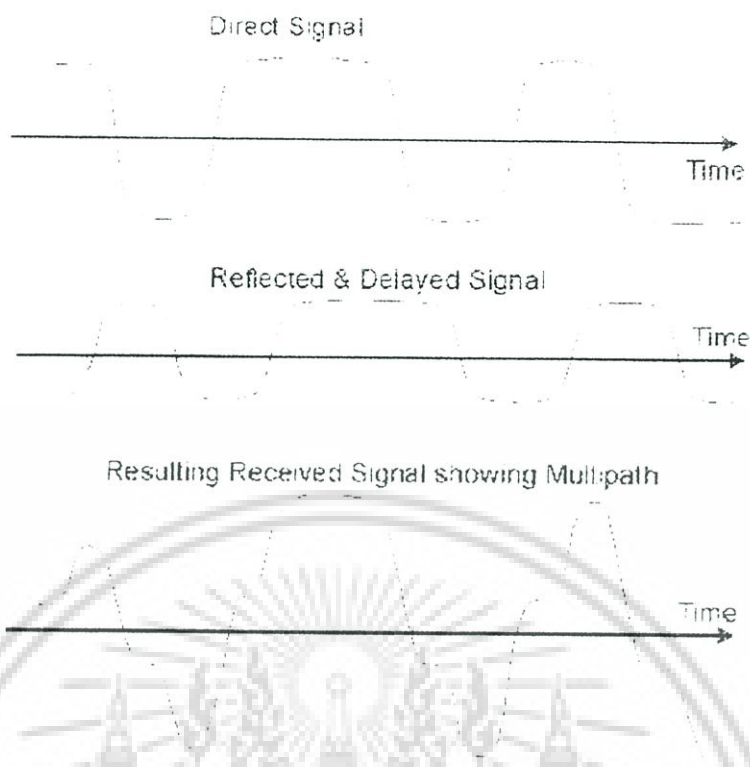
- แบ่งช่องสัญญาณไปเป็นช่องสัญญาณย่อย ๆ ที่มีช่วงกว้างของแถบสัญญาณเล็กลง การเกิดจุดต่ำของระดับสัญญาณที่แถบความถี่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้กับทุก ๆ ความถี่คลื่นพาห์ ทำให้มีเพียงบางคลื่นพาห์ที่สูญเสียข้อมูลไป ซึ่งข้อมูลของคลื่นพาห์ที่เสียไปสามารถกู้คืนได้โดยใช้การเข้ารหัสสำหรับแก้ไขข้อผิดพลาด (Error Correction Coding : ECC)

## 2.2.2 การแผ่กว้างของการประวิง

สัญญาณวิทยุที่ได้รับจากเครื่องส่ง ประกอบด้วยสัญญาณตรงและสัญญาณสะท้อนที่สะท้อนจากวัตถุทิศทางต่าง ๆ เช่น อาคาร, ภูเขา และวัตถุอื่น ๆ สัญญาณสะท้อนจะมาถึงเครื่องรับช้ากว่าสัญญาณตรง ซึ่งการแผ่กว้างของการประวิง (Delay Spread) ก็คือการแผ่กว้างของเวลาระหว่างสัญญาณจากหลายทิศทางที่มาถึงเครื่องรับเป็นสัญญาณแรกและสัญญาณสุดท้าย

ในระบบดิจิทัล การแผ่กว้างของการประวิงสามารถก่อให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญญาณลักษณะ ซึ่งมีสาเหตุมาจากการซ้อนทับกันของสัญญาณจากหลายทิศทางที่ประวิงมากับสัญญาณของช่วงสัญญาณใหม่ที่ส่งมา การแทรกสอดระหว่างสัญญาณนี้จะมึบทบาทมากในระบบที่มีอัตราการส่งข้อมูลสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อมีการมัลติเพล็กซ์แบบแบ่งช่วงเวลา (Time Division Multiplexing : TDM) นอกจากนี้ยิ่งเครื่องส่งมีอัตราการส่งข้อมูลสูงขึ้นก็จะยิ่งทำให้มีการแทรกสอดระหว่างสัญญาณเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งผลกระทบนี้จะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อการแผ่กว้างของการประวิงมีค่ามากกว่า 50 เปอร์เซ็นต์ของอัตราการส่งข้อมูล รูปที่ 2.5 แสดงผลกระทบของการแทรกสอดระหว่างสัญญาณเนื่องจากการแผ่กว้างของการประวิงบนสัญญาณที่ได้รับ

การลดการแทรกสอดระหว่างสัญญาณสามารถทำได้หลายวิธี เช่น ลดอัตราการส่งสัญญาณโดยการลดอัตราการส่งข้อมูลของแต่ละช่องสัญญาณ (เช่น การแบ่งช่วงกว้างของแถบสัญญาณเป็นช่องสัญญาณย่อย ๆ โดยการมัลติเพล็กซ์ทางความถี่) หรืออาจจะใช้รูปแบบของการเข้ารหัสเพื่อให้ทนทานต่อการแทรกสอดระหว่างสัญญาณดังในกรณีของการมัลติเพล็กซ์แบบแบ่งช่วงรหัส (Code Division Multiplexing) ก็ได้



รูปที่ 2.5 กราฟแสดงผลของการแผ่กว้างของการประวิงแบบหลายทิศทาง

### 2.2.3 การเคลื่อนไปของดอปเปลอร์ (Doppler Shift)

ถ้าขณะที่ส่งสัญญาณมีการเคลื่อนที่ของเครื่องส่งหรือเครื่องรับ ความถี่ของสัญญาณที่ได้รับจะแตกต่างจากความถี่ของสัญญาณที่ส่ง โดยที่เมื่อเคลื่อนที่เข้าหากันจะทำให้สัญญาณที่ได้รับมีความถี่สูงกว่าสัญญาณที่ส่ง และเมื่อเคลื่อนที่ออกจากกันก็จะทำให้สัญญาณที่ได้รับมีความถี่ลดลง ซึ่งปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ผลกระทบของดอปเปลอร์ (Doppler Effect)

การเปลี่ยนแปลงความถี่ของสัญญาณที่ได้รับเนื่องมาจากผลกระทบของดอปเปลอร์ ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ที่สัมพันธ์กันระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับ และความเร็วของการแพร่ของคลื่น การเคลื่อนไปของดอปเปลอร์ของความถี่สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\Delta f \approx \pm f_0 \frac{v}{c} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $\Delta f$  คือความถี่ที่เปลี่ยนแปลงไปของสัญญาณจากเครื่องส่งกับสัญญาณที่เครื่องรับได้รับ,  $f_0$  คือความถี่ของสัญญาณจากเครื่องส่ง,  $v$  คือความเร็วที่แตกต่างกันระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับที่มีการเคลื่อนที่, และ  $c$  คือความเร็วแสง

ตัวอย่าง กำหนดให้  $f_0 = 5.9 \text{ GHz}$ , และ  $v = 80 \text{ km/hr} = 22.22 \text{ m/s}$  การเคลื่อน  
ไปของคอปเปอร์คำนวณได้ดังนี้

$$\Delta f = 5.9 \times 10^9 \text{ Hz} \frac{22.22 \text{ m/s}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 437 \text{ Hz} \quad (2.2)$$

การเลื่อนความถี่ของคลื่นพาห้ไป  $437 \text{ Hz}$  จะไม่ส่งผลกระทบต่อกับการส่งสัญญาณ อย่ง-  
ไรก็ตาม การเคลื่อนไปของคอปเปอร์จะเป็นสาเหตุที่ก่อให้เกิดปัญหาสำคัญ ถ้าเทคนิคที่ใช้ในการ  
ส่งสัญญาณมีความไวต่อการเลื่อนความถี่ของคลื่นพาห้ หรือความเร็วที่สัมพันธ์กันระหว่างเครื่อง-  
ส่งและเครื่องรับมีค่าเพิ่มขึ้น

## 2.3 พื้นฐานของระบบ OFDM

### 2.3.1 หลักการของระบบ OFDM

หลักการของระบบ OFDM ก็คือการแบ่งชุดข้อมูลความเร็วสูงไปเป็นชุดข้อมูลความเร็วต่ำ  
หลาย ๆ ชุด ซึ่งจะถูกส่งผ่านไปกับคลื่นพาห้ย่อย ๆ (Subcarrier) หลายคลื่นพาห้พร้อม ๆ กัน ทำให้  
สามารถลดการกระจายของเวลาซึ่งเกิดจากการแผ่กว้างของการระหว่งแบบหลายทิศทาง (Multipath  
Delay Spread) นอกจากนี้เทคนิคการส่งสัญญาณแบบ OFDM ยังกำจัดการแทรกสอดระหว่างสัญ-  
ลักษณ์ (Intersymbol Interference) ได้อย่างสมบูรณ์ โดยการเพิ่มช่วงเวลาป้องกันเข้าไปในทุก ๆ  
ช่วงสัญลักษณ์ OFDM (OFDM Symbol) ซึ่งหากข้อมูลที่อยู่ในช่วงเวลาป้องกันคือส่วนขยายแบบ  
ย้อนกลับของช่วงสัญลักษณ์ OFDM แล้ว จะทำให้หลีกเลี่ยงการแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห้ (In-  
tercarrier Interference) ได้

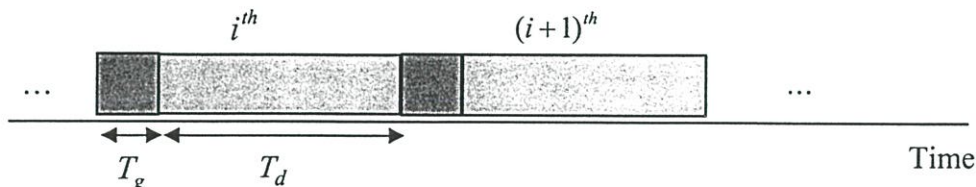
### 2.3.2 สัญญาณ OFDM

สัญญาณ OFDM ก็คือผลรวมของคลื่นพาห้ย่อย ๆ ที่ถูกมอดูเลตอย่างเป็นอิสระต่อกัน  
โดยใช้การมอดูเลตแบบ Phase Shift Keying (PSK) หรือการมอดูเลตแบบ Quadrature Ampli-  
tude Modulation (QAM) ซึ่งในกรณีของ PSK สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสัญญาณที่ส่งบนคลื่น-  
พาห้ย่อย ๆ  $N$  คลื่นพาห้ ดังสมการที่ (2.3)

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} b_{i,n} e^{jn\Delta\omega t} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $i(T_d + T_g) + T_g \leq t \leq (i+1)(T_d + T_g)$  สำหรับ  $i = 0, 1, \dots$  และ  $b_{i,n}$  คือ ข้อมูลที่ถูกส่งบน  
คลื่นพาห้ย่อยที่  $n$  ในช่วงสัญลักษณ์ OFDM ที่  $i$  โดยที่  $T_g$  คือ ช่วงเวลาที่สัญญาณจากสัญลักษณ์  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญตเห็นาใช้ใช้ประโยชน์ในการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก่อนและสลายไปโดยที่ยังไม่ถูกรวมเข้ากับสัญญาณจากสัญลักษณ์ปัจจุบัน (Guard Time Interval) และ  $T_d$  คือ ช่วงเวลาที่ใช้ในการส่งสัญญาณ (Time Duration Interval)



รูปที่ 2.6 ช่วงสัญลักษณ์ OFDM

จากสมการที่ (2.4)

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta f \quad (2.4)$$

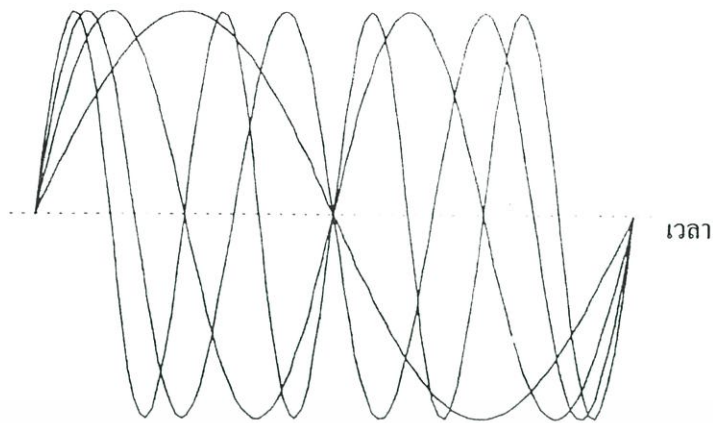
เมื่อ

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} \quad (2.5)$$

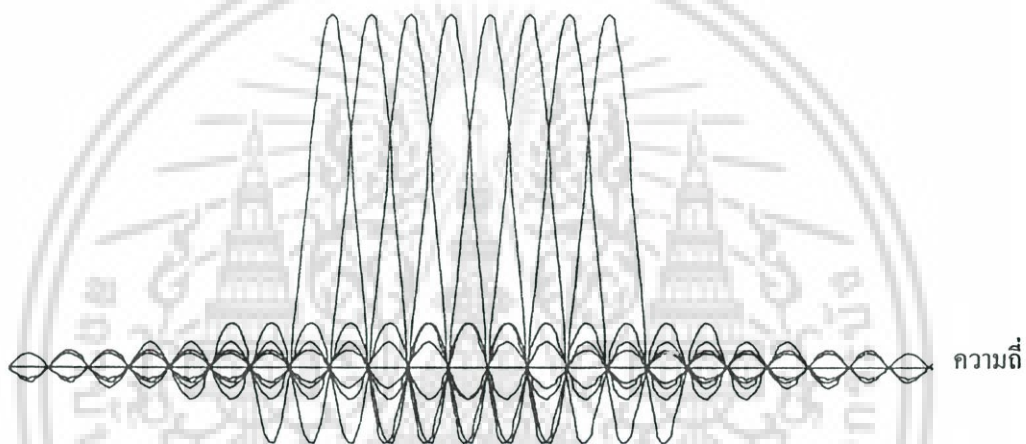
โดยที่  $\Delta f$  คือ ช่วงความถี่ที่แตกต่างกันของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย (Frequency Spacing) และ  $f_s$  คือ ความถี่ที่ใช้ในการสุ่มสัญญาณ ซึ่งสัมพันธ์กับช่วงเวลาที่ใช้ในการสุ่มสัญญาณ 1 Sample (Sampling Time Interval)  $T_s$  ดังสมการที่ (2.6)

$$f_s = \frac{1}{T_s} \quad (2.6)$$

รูปที่ 2.7 แสดงตัวอย่างสัญญาณ OFDM ใน 1 ช่วงสัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วยคลื่นพาห่อย่อยที่มีเฟสและแอมพลิจูดที่เหมือนกัน 4 คลื่นพาห่อย่อย แต่ในทางปฏิบัติเฟสและแอมพลิจูดของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยอาจแตกต่างกันเนื่องจากการมอดูเลตที่แตกต่างกัน ข้อสำคัญก็คือแต่ละคลื่นพาห่อย่อยจะมีจำนวนรอบคลื่นเป็นจำนวนเต็มในช่วงเวลา  $T_d$  และจำนวนรอบคลื่นระหว่างคลื่นพาห่อย่อยข้างเคียงจะแตกต่างกัน 1 รอบเสมอ ซึ่งคุณสมบัตินี้จะแสดงถึงการตั้งฉากกันระหว่างคลื่นพาห่อย่อย



รูปที่ 2.7 ตัวอย่าง 4 คลื่นพาห่อย่อยในหนึ่งช่วงสัญลักษณ์ OFDM



รูปที่ 2.8 แอมพลิจูดของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย

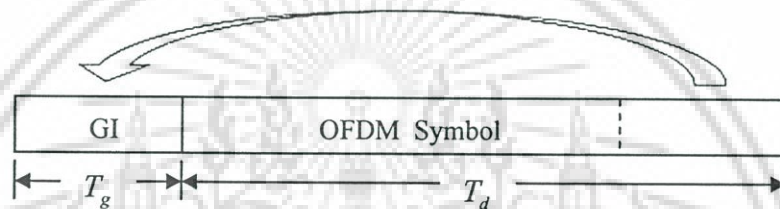
จากรูป 2.8 ซึ่งแสดงการซ้อนทับกันของแอมพลิจูดของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย ที่แอมพลิจูดสูงสุดของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยนั้น แอมพลิจูดของคลื่นพาห่อย่อยอื่น ๆ จะมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากเครื่องรับของ OFDM สามารถคำนวณค่าแอมพลิจูดที่จุดเหล่านั้นซึ่งสอดคล้องกับจุดสูงสุดของแต่ละคลื่นพาห่อย่อย ดังนั้นเครื่องรับจึงสามารถตีความข้อมูลของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยได้โดยไม่มีผลกระทบจากคลื่นพาห่อย่อยอื่น ๆ

### 2.3.3 ช่วงเวลาป้องกัน

หนึ่งในเหตุผลที่สำคัญของการนำ OFDM มาใช้งานก็คือมีความทนทานต่อการแผ่กว้างของการประวิงแบบหลายทิศทาง โดยการแบ่งชุดข้อมูลตามจำนวนของคลื่นพาห่อย่อย  $N$  ซึ่งช่วงเวลาสัญลักษณ์จะเพิ่มขึ้น  $N$  เท่า ในการกำจัดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ได้อย่างสมบูรณ์นั้นจะมีการเพิ่มช่วงเวลาป้องกัน (Guard Time) เข้าไปในช่วงสัญลักษณ์ OFDM แต่ละช่วง โดย

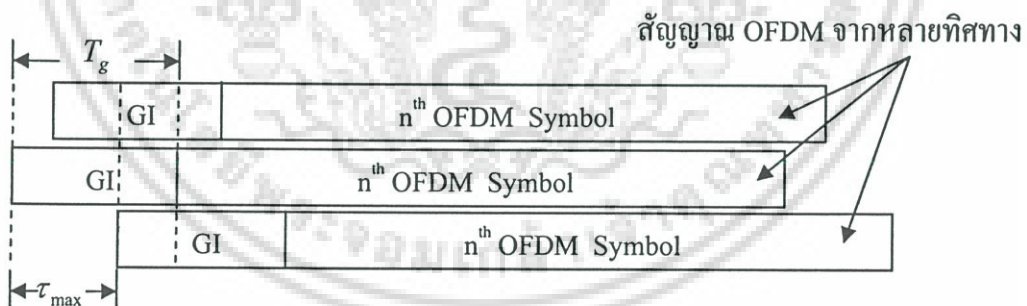
ช่วงเวลาป้องกันจะถูกกำหนดให้มีขนาดใหญ่กว่าการแผ่กว้างของการประวิง กล่าวคือองค์ประกอบของสัญญาณจากหลายทิศทางจากสัญลักษณ์หนึ่งไม่สามารถแทรกสอดกับสัญลักษณ์ถัดไปได้

การจัดการแทรกสอดระหว่างคลื่นพาหะนั้น ทำได้โดยการใส่ส่วนขยายแบบย้อนกลับ (Cyclic Prefix) ของช่วงสัญลักษณ์ OFDM ในช่วงเวลาป้องกัน โดยตัดลอกข้อมูลที่อยู่ส่วนท้ายของช่วงสัญลักษณ์ OFDM แล้วนำมาวางไว้หน้าช่วงสัญลักษณ์ OFDM เดิม ดังแสดงในรูปที่ 2.9 ซึ่งการทำเช่นนี้ทำให้แน่ใจได้ว่าสัญลักษณ์ OFDM ซึ่งถูกประวิงมาจะมีจำนวนรอบคลื่นเป็นจำนวนเต็มในคาบเวลาของ FFT (หรือ DFT) เสมอ ตราบใดที่การประวิงนั้นน้อยกว่าช่วงเวลาป้องกัน ดังนั้นสัญญาณจากหลายทิศทางที่มีการประวิงน้อยกว่าช่วงเวลาป้องกันจึงไม่สามารถก่อให้เกิดการแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห่ได้



รูปที่ 2.9 การใส่ส่วนขยายแบบย้อนกลับในช่วงเวลาป้องกัน

โดยที่ช่วงเวลาป้องกันของทุก ๆ ช่วงสัญลักษณ์ OFDM นี้มีค่าเท่ากับ  $T_g$  ซึ่งถูกกำหนดให้ มีค่ามากกว่าค่าสูงสุดของการแผ่กว้างของการประวิงแบบหลายทิศทาง  $\tau_{\max}$  ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างสัญญาณ OFDM ที่ได้รับจากช่องสัญญาณแบบหลายทิศทาง

ด้านเครื่องรับ เมื่อได้รับสัญญาณแล้วก็จะทำการถอดช่วงเวลาป้องกันออกตามที่ได้กำหนดไว้ โดยที่ยังกำหนดความยาวไว้มากก็จะสามารถป้องกันปัญหาได้ดีขึ้น แต่ก็มีข้อเสียคือทำให้ช่วงเวลาที่ใช้ในการส่งข้อมูลลดลง เนื่องจากต้องสิ้นเปลืองไปกับช่วงเวลาป้องกันที่เพิ่มขึ้น ทำให้ต้องสูญเสียกำลังในการส่งผ่านข้อมูลและแถบความถี่ไปโดยเปล่าประโยชน์ ดังนั้นจึงต้องมีการกำหนดช่วงเวลาป้องกันที่เหมาะสมในการส่งผ่านสัญญาณเพื่อให้ระบบมีประสิทธิภาพดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.4 ระบบ OFDM พื้นฐาน

ในส่วนของเครื่องส่งในระบบ OFDM นั้น ข้อมูลจะถูกมอดูเลตโดยการทำ IFFT (หรือ IDFT) หลังจากนั้นก็จะมีการเพิ่มส่วนขยายแบบย้อนกลับ ซึ่งก็คือการเพิ่มช่วงเวลาป้องกันเพื่อป้องกันการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ เมื่อมีการเพิ่มส่วนขยายแบบย้อนกลับ แล้วก็จะทำการแปลงสัญญาณให้อยู่ในรูปของบิตอนุกรม (Serial) เพื่อส่งผ่านช่องทางการสื่อสารซึ่งก็คือคลื่นวิทยุไปยังเครื่องรับต่อไป และเมื่อเครื่องรับได้รับก็จะแปลงสัญญาณให้อยู่ในรูปของบิตขนาน (Parallel) แล้วนำไปตัดส่วนขยายแบบย้อนกลับออก หลังจากนั้นจึงแปลงกลับมาเป็นข้อมูลที่ส่งมาด้วยกระบวนการดีมอดูเลตโดยการทำ FFT (หรือ IDFT)

## 2.4 การประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด

พิจารณาสัญญาณที่ได้รับในช่วงสัญลักษณ์ OFDM ที่  $i$  ซึ่งแสดงดังสมการที่ (2.7)

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} h_{i,m} s(t - mT_s) + n(t) \quad (2.7)$$

เมื่อ  $M$  คือจำนวนเส้นทางของสัญญาณที่ได้รับ ณ เครื่องรับ,  $s(t)$  คือสัญญาณที่ส่งบน  $N$  คลื่นพาหีย่อย ณ เวลา  $t$  ซึ่งแสดงดังสมการที่ (2.1),  $n(t)$  คือสัญญาณรบกวนอื่น ๆ ณ เวลา  $t$ ,  $h_{i,m}$  คือค่า Scaling Factor หรือพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ Path ที่  $m$  ในช่วงสัญลักษณ์ OFDM ที่  $i$  และ  $T_s$  คือช่วงเวลาที่ใช้ในการสุ่มสัญญาณ 1 Sample

ถ้ามีการสุ่มสัญญาณที่ได้รับ ( $x(t)$ ) จำนวน  $L$  Sample โดยมีช่วงเวลาที่ใช้ในการสุ่มสัญญาณแต่ละ Sample เป็น  $T_s$  เราจะได้เวกเตอร์ของสัญญาณที่ได้รับดังสมการที่ (2.8)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= [x(iL) \quad x(iL+1) \quad \cdots \quad x((i+1)L-1)]^T \\ &= \mathbf{A}_c \mathbf{B}_i \mathbf{A}_d \mathbf{h}_i + \mathbf{n}_i \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{c,0} & \mathbf{a}_{c,1} & \cdots & \mathbf{a}_{c,N-1} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} b_{i,0} & & & \\ & b_{i,1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & b_{i,N-1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{A}_d = [\mathbf{a}_{d,0} \quad \mathbf{a}_{d,1} \quad \dots \quad \mathbf{a}_{d,M-1}] \quad (2.11)$$

$$\mathbf{h}_i = [h_{i,0} \quad h_{i,1} \quad \dots \quad h_{i,M-1}]^T \quad (2.12)$$

$$\mathbf{n}_i = [n(iL) \quad n(iL+1) \quad \dots \quad n((i+1)L-1)]^T \quad (2.13)$$

และ  $\mathbf{a}_{c,n} = [1 \quad e^{jn\Delta\omega T_s} \quad \dots \quad e^{jn\Delta\omega T_s(L-1)}]^T, \quad n = 0,1,\dots,N-1$  (2.14)

$$\mathbf{a}_{d,m} = [1 \quad e^{-jm\Delta\omega T_s} \quad \dots \quad e^{-jm\Delta\omega T_s(N-1)}]^T, \quad m = 0,1,\dots,M-1 \quad (2.15)$$

ถ้านิยามให้  $\mathbf{b}_i \triangleq [b_{i,0} \quad b_{i,1} \quad \dots \quad b_{i,N-1}]^T$  สำหรับสัญญาณ OFDM ที่ใช้เทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK การประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งโดยยึดหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุดจากเวกเตอร์ของสัญญาณที่ได้รับ แสดงได้ดังสมการที่ (2.16) [3]

$$\hat{\mathbf{b}}_i = \arg \max_{\mathbf{b}_i} \mathbf{b}_i^T \tilde{\mathbf{X}}_i^* \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^H \tilde{\mathbf{X}}_i \mathbf{b}_i \quad (2.16)$$

เมื่อ  $\tilde{\mathbf{X}}_i$  เป็นดังสมการที่ (2.17)

$$\tilde{\mathbf{X}}_i = \begin{bmatrix} X_{i,0} & & & \\ & X_{i,1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & X_{i,N-1} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

โดยที่  $X_{i,l}$  คือสมาชิกตัวที่  $l$  ของ  $\mathbf{X}_i$  ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (2.18)

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= \frac{1}{N} \mathbf{A}_c^H \mathbf{x}_i \\ &= \mathbf{B}_i \mathbf{A}_d \mathbf{h}_i + \mathbf{N}_i \end{aligned} \quad (2.18)$$

จากสมการข้างต้น  $\mathbf{N}_i$  คือสัญญาณรบกวนต่าง ๆ ซึ่งแสดงในสมการที่ (2.19)

$$\mathbf{N}_i = \frac{1}{N} \mathbf{A}_c^H \mathbf{n}_i \quad (2.19)$$

อย่างไรก็ตาม เมื่อสามารถประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งโดยยึดหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุดแล้ว เราก็สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณได้ดังสมการที่ (2.20)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\hat{\mathbf{h}}_i = \frac{1}{N} \mathbf{A}_d^H \hat{\mathbf{B}}_i^* \mathbf{X}_i \quad (2.20)$$

เมื่อ  $\hat{\mathbf{B}}_i$  สร้างตามสมการที่ (2.10) โดยใช้ค่าของสัญญาณที่ส่งที่ประมาณได้

วิธีการประมาณค่าตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุดดังกล่าวข้างต้น มีข้อดีคือ ไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญญาณเท่านั้น แต่มีข้อเสียคือ การแก้สมการที่ (2.16) เป็นปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบจำนวนเต็ม ซึ่งโดยทั่วไปต้องอาศัยการคำนวณที่ซับซ้อน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 3

## การหาค่าที่ดีที่สุด

จากบทที่ 2 การหาค่าสัญญาณที่ส่งโดยอาศัยวิธีการประมาณค่าตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ต้องใช้เทคนิคการหาค่าที่ดีที่สุดในการคำนวณ ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด และเทคนิคต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดดังกล่าว [4-8] เช่น การแจกแจงโดยละเอียด, การป็นเขา, การจำลองแอนนิลลิ่ง, เจเนติกอัลกอริทึม, กริดคี่อัลกอริทึม และการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1

### 3.1 ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด

ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด (Optimization Problem) หรือปัญหาการค้นหา (Search Problem) ก็คือปัญหาที่ต้องการหาคำตอบที่เป็นไปได้ที่มีค่าดีที่สุด ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาที่ต้องการหาค่าสูงสุด (Maximization Problem) หรือปัญหาที่ต้องการหาค่าต่ำสุด (Minimization Problem) โดยอาจมีเงื่อนไขหรือไม่มีเงื่อนไขก็ได้ และฟังก์ชันที่ใช้แทนเป้าหมายและเงื่อนไขก็อาจจะเป็นเส้นตรงหรือไม่ก็ได้เช่นกัน

การแบ่งปัญหาเป็นปัญหาเชิงเส้น (Linear Problem) และปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Problem) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งส่วนใหญ่แล้วมักจะมีการพัฒนาในส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเชิงเส้นเนื่องจากมีความง่ายมากกว่าปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น

รูปแบบทั่วไปของปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุด นิยามดังนี้ [4]

หาค่าสูงสุด (หรือหาค่าต่ำสุด)

$$z = g_0(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1)$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\} \quad (3.2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in N = \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $g_0, g_1, \dots, g_m$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปรตัดสินใจ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  และ  $b_1, b_2, \dots, b_m$  เป็นค่าคงที่ใด ๆ

ในบางครั้งการหาคำตอบของปัญหาเหล่านี้ทำได้ยาก เนื่องจากเหตุผลหลายประการ เช่น [5]

- จำนวนคำตอบที่เป็นไปได้ในพื้นที่ค้นหาที่ค้ำหามีมาก จนไม่สามารถใช้เทคนิคการแจกแจงโดยละเอียด (Exhaustive Enumeration) เพื่อค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดได้
- ปัญหาที่มีความซับซ้อนมาก จึงต้อง Model ปัญหาให้ง่ายขึ้นเพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหา แต่ก็จะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้บางค่าหาประโยชน์ไม่ได้ (Essentially Useless)
- บางครั้งฟังก์ชันประเมินคุณค่า (Evaluation Function) ซึ่งเป็นสิ่งที่ใช้วัดคุณภาพของคำตอบก็เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ดังนั้นคำตอบที่ต้องการจึงไม่ใช่ค่า ๆ เดียว แต่จะกลายเป็นชุดของคำตอบ (Series of Solutions)
- มีเงื่อนไขมากจนกระทั่งการหาคำตอบที่เป็นไปได้ทำได้ยาก
- บุคคลที่ทำการแก้ปัญหาไม่มีความพร้อมหรือมีอคติ ซึ่งส่งผลให้ไม่สามารถค้นพบคำตอบของปัญหาได้

ดังนั้นจึงได้มีการเสนอวิธีการค้นหาคำตอบแบบฮิวริสติกขึ้น ซึ่ง จอร์จ โพลยา ได้นิยามคำว่า ฮิวริสติก (Heuristic) ไว้ว่า “การศึกษาเกี่ยวกับวิธีการและหลักการสำหรับการค้นหาและการประดิษฐ์” โดยความหมายนี้มาจากภาษากรีกที่ว่า “Eurisko” ซึ่งแปลว่า “ค้นพบแล้ว”

โดยทั่วไปฮิวริสติกใช้แก้ปัญหาใน 2 ลักษณะ คือ [5]

1. ปัญหาที่ไม่มีคำตอบที่แน่นอน เนื่องจากมีความคลุมเครือในการนิยามปัญหาหรือข้อมูลที่มีอยู่ ตัวอย่างเช่น การวินิจฉัยทางการแพทย์ ซึ่งอาการเจ็บป่วยของคนไข้อาจมาจากหลายสาเหตุ ดังนั้นแพทย์จึงใช้ฮิวริสติกในการวินิจฉัยโรคที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุดและวางแผนการรักษา
2. ปัญหาที่มีคำตอบที่แน่นอน แต่เป็นปัญหาที่ต้องมีการคำนวณมากจนไม่สามารถเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ ตัวอย่างเช่น ปัญหาซึ่งมีการเติบโตในลักษณะของเอ็กซ์โปเนนเชียลหรือแฟกทอเรียล ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาด้วยการแจกแจงโดยละเอียดหรือ Brute-Force Method อย่างเช่น การค้นหาตามแนวลึก (Depth-First Search) หรือการค้นหาตามแนวระดับ (Breadth-First Search) นั้นไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ภายในเวลาที่เหมาะสม ฮิวริสติกจะช่วยลดความซับซ้อนโดยการค้นหาเฉพาะเส้นทางที่เป็นไปได้เท่านั้น ซึ่งการตัดเส้นทางที่เป็นไปไม่ได้จากการพิจารณาจะทำให้ลดการคำนวณลงและทำให้ได้คำตอบที่ยอมรับได้

ดังนั้นฮิวริสติกจึงเป็นกระบวนการค้นหาที่หาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว โดยผลลัพธ์ที่ได้ อาจจะไม่ใช่ว่าคำตอบที่แท้จริงของปัญหาที่เราต้องการ แต่ก็ใช้เวลาในการค้นหาคำตอบน้อยลง และให้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ

### 3.2 เทคนิคการหาค่าที่ดีที่สุด

Global Solution คือคำตอบที่มีค่าฟังก์ชันประเมินคุณค่าดีกว่าคำตอบใด ๆ ทั้งหมดในพื้นที่ค้นหา (มากที่สุด ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด หรือน้อยที่สุดในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) ซึ่งการค้นหา Global Solution ของปัญหาอาจจะทำได้ยาก จนบางครั้งต้องใช้เวลาพิจารณาเพียงแค่บางส่วนของคำตอบทั้งหมด เพื่อที่จะได้ง่ายในการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุด

เทคนิคการหาค่าที่ดีที่สุด (Optimization Techniques) มีหลายเทคนิค ซึ่งแต่ละเทคนิคก็เหมาะสมกับลักษณะของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป นั่นคือไม่มีเทคนิคใดที่ดีที่สุดที่สามารถแก้ปัญหาย่อยปัญหาได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

เทคนิคการหาค่าที่ดีที่สุด แบ่งตามลักษณะของคำตอบที่หาได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ [5]

#### 3.2.1 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่สมบูรณ์

เป็นเทคนิคซึ่งมีการค้นหาคำตอบซึ่งเป็นคำตอบที่สมบูรณ์ (Complete Solution) กล่าวคือเป็นคำตอบที่มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable) ครอบคลุมทุกตัว ดังนั้นจะสามารถหยุดค้นหาเมื่อใดก็ได้ตามต้องการ และจะมีคำตอบที่สามารถจะเป็นได้อย่างน้อย 1 คำตอบเสมอ

#### 3.2.2 เทคนิคซึ่งหาค่าของโครงสร้างเพียงบางส่วน หรือหาคำตอบจากการประมาณค่า

แบ่งออกเป็น 2 ประเภทย่อย ๆ คือ

##### 3.2.2.1 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่ไม่สมบูรณ์ของปัญหาเดิม

คำตอบที่ไม่สมบูรณ์จะเป็นเซตย่อยของพื้นที่คำตอบของปัญหาเดิม ซึ่งจะมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจบางตัว โดยหวังว่าค่าของตัวแปรตัดสินใจที่กำหนดนั้นจะเป็นส่วนหนึ่งของคำตอบที่แท้จริง เนื่องจากเทคนิคนี้เป็นเทคนิคซึ่งมีการค้นหาคำตอบที่เป็นคำตอบเพียงบางส่วน (Partial Solution) ดังนั้นถ้าหยุดการค้นหาอาจจะทำให้พบคำตอบที่สามารถจะเป็นไปได้หรือไม่ก็ได้

อย่างไรก็ตามเทคนิคซึ่งเกี่ยวข้องกับโครงสร้างเพียงบางส่วนนั้น จะมีความยุ่งยากที่เพิ่มเข้ามา กล่าวคือ ต้องมีวิธีการจัดการกับพื้นที่ย่อยเพื่อที่จะได้ทำการค้นหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจะต้องมีการกำหนดค่าฟังก์ชันประเมินคุณค่าเพื่อประเมินคุณค่าของคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ

### 3.2.2.2 เทคนิคซึ่งหาคำตอบที่สมบูรณ์ของปัญหาที่ลดทอนลงมา

เป็นเทคนิคซึ่งจะมีการแบ่งปัญหาเดิมเป็นปัญหาเล็ก ๆ หรือปัญหาง่าย ๆ หลาย ๆ ปัญหา เพื่อให้แก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น และคาดว่าเมื่อหาคำตอบของปัญหาย่อยได้แล้ว จะสามารถรวมคำตอบของปัญหาย่อย ๆ เหล่านั้นเพื่อหาคำตอบของปัญหาเดิมได้

ตัวอย่างเทคนิคที่มีการค้นหาคำตอบโดยสมบูรณ์ ได้แก่ การแจกแจงโดยละเอียด, การป็นเขา, การจำลองแอนนิลลิ่ง และเจเนติกอัลกอริทึม ส่วนตัวอย่างเทคนิคที่มีการค้นหาคำตอบในลักษณะของโครงสร้างเพียงบางส่วน หรือหาคำตอบจากการประมาณค่า ได้แก่ กริดดิอัลกอริทึม และการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งรายละเอียดของแต่ละเทคนิคจะแสดงในหัวข้อต่อไป

### 3.3 การแจกแจงโดยละเอียด

การแจกแจงโดยละเอียด (Exhaustive Enumeration) จะตรวจสอบทุก ๆ คำตอบที่เป็นไปได้ในพื้นที่ค้นหานั้นกระทั่งพบคำตอบที่ดีที่สุด วิธีนี้เป็นวิธีที่ง่ายในการค้นหาคำตอบ กล่าวคือเพียงแค่คำนวณหาค่าฟังก์ชันเป้าหมายของทุก ๆ คำตอบที่เป็นไปได้ โดยที่คำตอบของปัญหาก็คือคำตอบที่ให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายดีที่สุด (มากที่สุด ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด หรือน้อยที่สุดในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) แต่วิธีนี้ก็มีข้อเสียคือ ยังมีคำตอบที่เป็นไปได้มากเท่าไร ก็จะใช้เวลาในการค้นหามากขึ้นเท่านั้น

พิจารณาปัญหาที่มีการเติบโตในลักษณะของเอ็กซ์โปเนนเชียลซึ่งมีตัวแปรตัดสินใจ  $k$  ตัว และค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัวมีเพียง 2 ค่า ดังนั้นคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหานี้จะมีทั้งหมด

$$\underbrace{2 * 2 \dots 2}_{k \text{ ครั้ง}} = 2^k \quad \text{กรณี} \quad (3.4)$$

ถ้า  $k = 2$ ,  $2^2 = 4$  หรือถ้า  $k = 10$ ,  $2^{10} = 1024$  เราก็จะสามารถทำการตรวจสอบทุกคำตอบที่เป็นไปได้ได้อย่างง่ายดาย แต่ถ้า  $k = 100$  และสมมติว่าเราสามารถตรวจสอบคำตอบได้  $10^{12}$  คำตอบในเวลา 1 วินาที การแก้ปัญหานั้นโดยการแจกแจงโดยละเอียดในที่นี้ก็จะต้องใช้เวลารวสอบ

$$\frac{2^{100}}{10^{12}} \approx 1.27 * 10^{18} \quad \text{วินาที} \approx 402 \quad \text{ล้านศตวรรษ} \quad (3.5)$$

ซึ่งเป็นระยะเวลาที่ยาวนานมาก และไม่สามารถทำได้ในทางปฏิบัติ

### 3.4 การปีนเขา

การปีนเขา (Hillclimbing) เป็นวิธีการค้นหาเฉพาะตำแหน่งที่ง่ายที่สุด โดยเป็นเทคนิคการค้นหาที่สนใจเฉพาะบริเวณใกล้เคียง (Local Neighborhood) ของคำตอบบางคำตอบ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจจะไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด เทคนิคนี้จะมีการกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่าย (Cost Function)  $f(x)$  เป็นฟังก์ชันที่ใช้ประเมินคุณค่า เพื่อให้คะแนนคำตอบที่เป็นไปได้ (Candidate Solution) โดยที่คำตอบที่มีค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายดี (มีค่ามากในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด หรือมีค่าน้อยในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) แสดงว่าเป็นคำตอบที่ดี

การดำเนินการบริเวณใกล้เคียง (Neighborhood Operator) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การแปลง (Mutation) คือฟังก์ชันซึ่งใช้คำตอบปัจจุบัน (Current Solution) ในการสร้างคำตอบใหม่ที่เกิดจากการแปลง (Mutant Solution) ที่มีความแตกต่างกับคำตอบปัจจุบันเพียงเล็กน้อย

วิธีการค้นหาแบบการปีนเขานี้สามารถอธิบายได้ 4 ขั้นตอน

1. เลือกคำตอบที่เป็นไปได้ 1 คำตอบจากพื้นที่คำตอบ เพื่อกำหนดเป็นคำตอบปัจจุบัน  $c$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบปัจจุบัน  $f(c)$
2. ประยุกต์การแปลงกับ  $c$  เพื่อสร้างคำตอบใหม่ที่เกิดจากการแปลง  $m$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบใหม่  $f(m)$
3. ถ้า  $f(m)$  ดีกว่า  $f(c)$  ก็กำหนดให้คำตอบใหม่เป็นคำตอบปัจจุบัน  

$$f(c) = f(m)$$
4. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 และ 3 จนกระทั่งถึงเกณฑ์ที่กำหนดให้สิ้นสุด

การทำงานของกรปีนเขา จะขึ้นอยู่กับรูปแบบของการแปลงที่ถูกประยุกต์เข้ากับคำตอบปัจจุบัน เช่น หากการแปลงนั้นสร้างคำตอบปัจจุบัน ก็จะทำให้ต้องค้นหาอยู่ที่จุดเดิมซ้ำไปเรื่อย ๆ ซึ่งในทางปฏิบัติมันมีความเป็นไปได้มากที่จะสามารถค้นหาคำตอบต่อไปได้ และเมื่อใดก็ตามที่พบคำตอบใหม่ที่ดีกว่าคำตอบปัจจุบัน เราก็จะกำหนดให้คำตอบใหม่เป็นคำตอบปัจจุบัน

ถ้าบริเวณใกล้เคียงมีขนาดเล็กเราอาจจะสามารถค้นหาบริเวณนั้นได้เร็ว แต่ก็อาจจะติดอยู่กับคำตอบที่ดีที่สุดในช่วงขณะใดขณะหนึ่ง (Local Optimum) ในทางตรงกันข้าม ถ้าหากบริเวณใกล้เคียงมีขนาดใหญ่มาก ก็มีโอกาสน้อยมากที่จะติดอยู่กับคำตอบที่ดีที่สุดในช่วงขณะใดขณะหนึ่ง แต่ประสิทธิภาพของการค้นหา ก็จะน้อยลงตามไปด้วย ซึ่งรูปแบบของการแปลงจะเป็นตัวกำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขนาดของบริเวณใกล้เคียง ดังนั้นเราจึงต้องเลือกการแปลงอย่างรอบคอบเพื่อที่จะได้เพิ่มประสิทธิภาพในการค้นหาคำตอบ

### 3.5 การจำลองแอนนีลิ่ง

การจำลองแอนนีลิ่ง (Simulated Annealing) เป็นเทคนิคการค้นหาแบบฮิวริสติกซึ่งมีลักษณะคล้ายการป็นเขามาก แต่ได้มีการปรับปรุงเพื่อไม่ให้ติดอยู่กับคำตอบที่ดีที่สุดในช่วงขณะใดขณะหนึ่ง โดยจะมีการเพิ่มค่าพารามิเตอร์  $T$  และ  $r$  เข้ามา เพื่อเปลี่ยนความน่าจะเป็นของการย้ายตำแหน่งจากคำตอบที่เป็นไปได้คำตอบใด ๆ ในพื้นที่ค้นหาไปยังคำตอบอื่น ๆ ดังแสดงในขั้นตอนต่อไป

1. เลือกคำตอบที่เป็นไปได้ 1 คำตอบจากพื้นที่คำตอบ เพื่อกำหนดเป็นคำตอบปัจจุบัน  $c$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบปัจจุบัน  $f(c)$  กำหนดค่าเริ่มต้นของอุณหภูมิ (Temperature)  $T$  และอัตราการความเยือกเย็น (Cooling Rate)  $r$  ( $0 < r < 1$ )
2. ประยุกต์การแปลงกับ  $c$  เพื่อสร้างคำตอบใหม่ที่เกิดจากการแปลง  $m$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบใหม่  $f(m)$
3. ถ้า  $test(f(m), f(c), T)$  เป็นจริง ก็กำหนดให้คำตอบใหม่เป็นคำตอบปัจจุบัน
 
$$f(c) = f(m)$$
4. ปรับปรุงค่าอุณหภูมิ  $T$  (ตัวอย่างเช่น จาก  $T$  กลายเป็น  $rT$ )
5. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2, 3 และ 4 จนกระทั่งถึงเกณฑ์ที่กำหนดให้สิ้นสุด

ในการจำลองแอนนีลิ่งบางครั้งเราอาจจะยอมรับคำตอบใหม่ที่แย่กว่าคำตอบปัจจุบัน แต่ก็ไม่ได้อาจเกิดขึ้นบ่อยครั้งนัก และจะมีโอกาสเกิดขึ้นน้อยมากเมื่อคำตอบใหม่นั้นมีค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายแย่กว่า

ตัวอย่างหนึ่งของฟังก์ชัน  $test$  ได้แก่  $e^{(f(m)-f(c))/T}$  โดยสมมติว่าเราต้องการหาค่าที่มากที่สุด ถ้าคำตอบใหม่ดีกว่าหรือดีเท่ากับคำตอบปัจจุบัน นิพจน์ข้างต้นจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 แต่ถ้าคำตอบใหม่แย่กว่าแล้ว นิพจน์ข้างต้นจะมีค่าน้อยกว่า 1 และยิ่งคำตอบใหม่มีค่าแย่ลง ค่าของนิพจน์ข้างต้นก็จะยิ่งมีค่าเข้าใกล้ 0 ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากนิพจน์นี้จะถูกใช้ในลักษณะของความน่าจะเป็น กล่าวคือถ้ามีการสุ่มค่า  $rand$  ขึ้นมาค่าหนึ่ง ซึ่ง  $0 < rand < 1$  การทดสอบในขั้นตอนที่ 3 ก็จะทำการตรวจสอบว่าค่าของนิพจน์ข้างต้นมากกว่าค่า  $rand$  หรือไม่ ซึ่งถ้าเป็นเช่นนั้น เราก็จะยอมรับคำตอบใหม่

$T$  คือพารามิเตอร์ที่แสดงถึงอุณหภูมิ ซึ่งมักจะเริ่มต้นด้วยค่ามาก ๆ และจะค่อย ๆ ลดลงทีละน้อยตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป (ดังที่แสดงในขั้นตอนที่ 4) ดังนั้นจึงหมายความว่าความน่าจะเป็นของการยอมรับคำตอบใหม่ที่แย่กว่าคำตอบปัจจุบันก็จะลดลงตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองแอนนีลิ่งเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพมาก แต่ก็มีคามยุ่งยากค่อนข้างมากในการกำหนดค่าพารามิเตอร์ให้เหมาะสม

### 3.6 เจเนติกอัลกอริทึม

เจเนติกอัลกอริทึม (Genetic Algorithm) เป็นเทคนิคการค้นหาคำตอบแบบฮิวริสติกที่เลียนแบบวิวัฒนาการของธรรมชาติ โดยกำหนดปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของโครโมโซมและยีนส์ แล้วดำเนินวัฏจักรเหมือนเช่นสิ่งมีชีวิต ซึ่งจะมีการปรับตัวให้อยู่ได้ในสภาพแวดล้อมที่มีการเปลี่ยนแปลงไป โดยที่โครโมโซมและยีนส์ของสิ่งมีชีวิตที่สามารถอยู่รอดได้ก็จะกลายเป็นคำตอบของปัญหาที่ต้องการค้นหา

เจเนติกอัลกอริทึมยึดหลักของการค้นหาเฉพาะตำแหน่ง โดยอาศัยประชากร (Population) ของคำตอบที่มีอยู่ในขณะนั้น ซึ่งการเพิ่มโอกาสในการพบคำตอบที่ดีเป็นผลมาจาก 1) ถ้ามีประชากรของคำตอบที่มีอยู่ในขณะนั้นทั้งหมด เราก็สามารถค้นหาบริเวณใกล้เคียงของคำตอบหลาย ๆ คำตอบที่แตกต่างกันได้ในเวลาเดียวกัน โดยจะมีการแบ่งการคำนวณสำหรับคำตอบที่เป็นไปได้ที่แตกต่างกันตามค่าความเหมาะสม (Fitness) ที่สัมพันธ์กัน นั่นก็คือจะมีการใช้เวลาในการค้นหาบริเวณใกล้เคียงของคำตอบที่ดีมากกว่าบริเวณใกล้เคียงของคำตอบที่รองลงมา 2) สามารถใช้ Recombination Operator ซึ่งเป็นวิธีการสร้างคำตอบใหม่จากคำตอบที่เป็นประชากรรุ่นปัจจุบันตั้งแต่ 2 คำตอบขึ้นไป ซึ่งการทำ Recombination ทำให้สามารถย้ายไปยังบริเวณใกล้เคียงที่อยู่ห่างออกไปมากขึ้นได้ ดังนั้นจึงทำการค้นหาคำตอบโดยไม่ติดอยู่กับคำตอบที่ดีที่สุดในช่วงขณะใดขณะหนึ่ง

ขั้นตอนพื้นฐานของเจเนติกอัลกอริทึม มีดังนี้

1. กำหนดเซตของประชากร **P** เริ่มต้น จากพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้ และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของประชากรแต่ละประชากร
2. เลือกบางส่วนของ **P** มาเป็นประชากรรุ่นปัจจุบัน **Parent**
3. ประยุกต์ Recombination Operator และ Mutation Operator เข้ากับ **Parent** เพื่อสร้างเป็นประชากรรุ่นต่อไป **Children**
4. รวม **Children** เข้าเป็น **P**
5. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 จนกระทั่งถึงเกณฑ์ที่กำหนดให้สิ้นสุด

ขั้นตอนที่ 2 เป็นกลวิธีในการเลือกประชากรรุ่นปัจจุบันซึ่งถือเป็นผู้ที่อยู่รอดในรุ่นก่อนเพื่อนำมาใช้ในการสร้างประชากรรุ่นต่อไป ซึ่งถ้าหากมีการเลือกประชากรจากคำตอบที่เป็นไปได้ที่เหมาะสม ก็จะทำให้โอกาสที่ประชากรนั้นจะกลายเป็นประชากรรุ่นปัจจุบันมีมากขึ้น และนอกจากนี้ยังเป็นการเพิ่มโอกาสให้ที่จะทำการค้นหาบริเวณใกล้เคียงได้มากยิ่งขึ้น ขั้นตอนที่ 3 เป็นการประยุกต์ใช้ Recombination Operator หรือ Mutation Operator หรือทั้ง 2 อย่าง ซึ่งสามารถให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มาตรฐานของ Recombination Operator และ Mutation Operator ที่มีอยู่แล้วก็ได้ แต่การออกแบบการดำเนินการเฉพาะโดยอาศัยขอบเขตความรู้ที่มีจะทำให้การค้นหามีประสิทธิภาพมากขึ้น และในขั้นตอนที่ 4 เป็นการจัดการกับขนาดของประชากรที่มีจำกัด เช่น เมื่อเรามีประชากรอยู่ 100 ประชากร และมีประชากรรุ่นต่อไปเพิ่มขึ้นมาอีก 20 ประชากร ดังนั้นก็จะต้องมีการตัดประชากรทิ้ง 20 ประชากรเช่นกัน วิธีการพื้นฐานก็คือการตัดประชากรที่มีความเหมาะสมน้อยที่สุด 20 ประชากรออกจากกลุ่มด้วยเทคนิคต่าง ๆ ยกตัวอย่างเช่น เรามักจะเลือกตัดคำตอบ  $s$  โดยเสมือนว่าคำตอบนี้เหมาะสมน้อยกว่าคำตอบ  $t$  ถ้าปรากฏว่าคำตอบ  $s$  เป็นคำตอบที่มีอยู่ในกลุ่มประชากรอยู่แล้ว และ  $t$  เป็นคำตอบที่อยู่ในกลุ่มประชากรรุ่นต่อไป

จากขั้นตอนข้างต้นจะพบว่าเจเนติกอัลกอริทึมเป็นเทคนิคที่มีความซับซ้อนมาก เนื่องจากการนำไปใช้ประโยชน์ที่มีประสิทธิภาพนั้น จำเป็นที่จะต้องอาศัยกลวิธีการเลือกประชากรรุ่นปัจจุบัน, รูปแบบของการดำเนินการ รวมถึงวิธีการจัดการกับขนาดประชากรที่เหมาะสม

### 3.7 กริดดิ้อัลกอริทึม

กริดดิ้อัลกอริทึม เป็นเทคนิคการค้นหาคำตอบแบบฮิวริสติกที่ง่ายสำหรับการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งได้รับความนิยมมากเนื่องจากว่าไม่มีความซับซ้อน ความคิดพื้นฐานของวิธีการนี้นั้นง่ายอย่างไม่น่าเชื่อ กล่าวคือจะสร้างคำตอบเป็นลำดับที่ละขั้น ๆ โดยการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจทีละตัว ซึ่งในทุก ๆ ลำดับขั้นจะใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในขณะนั้นสำหรับการพิจารณาเพื่อกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจทีละตัว โดยไม่คำนึงถึงผลที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

เนื่องจากกริดดิ้อัลกอริทึมเป็นเทคนิคการหาคำตอบโดยการสร้างคำตอบเป็นลำดับขั้น ดังนั้นการหยุดการค้นหาโดยที่การค้นหายังไม่สิ้นสุดอาจทำให้ไม่พบคำตอบใด ๆ ที่เป็นไปได้เลยก็ได้ นอกจากนี้จากหลักการพบว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดในช่วงขณะใดขณะหนึ่ง ซึ่งเมื่อการหาคำตอบของปัญหาลิ้นสุดคือกริดดิ้อัลกอริทึมหยุดการทำงาน เราก็หวังว่าคำตอบที่ได้นั้นจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาในทุก ๆ กรณี ที่เรียกว่า “Global Optimum” ซึ่งก็ไม่ได้เป็นจริงเสมอไปในทางปฏิบัติ

### 3.8 การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 [4]

การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 (Zero-One Branch And Bound) เป็นเทคนิคที่รับประกันความถูกต้องของคำตอบที่ได้เมื่อการค้นหาคำตอบสิ้นสุดลง กล่าวคือ คำตอบที่ได้นั้นจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาในทุก ๆ กรณี โดยที่ค่าของตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็มหรือจำนวนที่ไม่ต่อเนื่องซึ่งมีค่าได้ 2 ค่า คือ 0 หรือ 1

คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 นิยามได้ดังนี้

- คำตอบเพียงบางส่วน (Partial Solutions) คือคำตอบซึ่งมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจแค่เพียงบางตัวเท่านั้น โดยที่ค่าของตัวแปรตัดสินใจที่เหลือมีค่าเป็นอะไรก็ได้ เช่นถ้าค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่าได้ 2 ค่า คือ 0 หรือ 1 แล้ว  $x = (1, \#, 0, \#)$  แทนคำตอบเพียงบางส่วนที่  $x_1 = 1$  และ  $x_3 = 0$  ส่วน  $x_2$  และ  $x_4$  มีค่าเป็นอะไรก็ได้

- คำตอบที่สมบูรณ์ของคำตอบเพียงบางส่วน (Completions of Partial Solutions) คือคำตอบซึ่งมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจทั้งหมดทุก ๆ รูปแบบที่เป็นไปได้ของคำตอบเพียงบางส่วนนั้น ๆ เช่นถ้าค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่าได้ 2 ค่า คือ 0 หรือ 1 แล้ว คำตอบที่สมบูรณ์ของคำตอบเพียงบางส่วน  $x = (1, \#, 0, \#)$  ได้แก่  $(1, 0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 0, 0)$  และ  $(1, 1, 0, 1)$

- คำตอบปัจจุบัน (Incumbent Solutions หรือ Current Solutions) คือคำตอบที่เป็นไปได้ที่ดีที่สุดที่ทราบค่าในขณะนั้น ซึ่งอาจจะได้มาก่อนการค้นหาคำตอบหรืออาจจะได้มาระหว่างทำการค้นหาคำตอบก็ได้ ซึ่งเมื่อการค้นหาคำตอบสิ้นสุดคำตอบปัจจุบันคำตอบสุดท้ายก็คือคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาในทุก ๆ กรณี ดังนั้นถ้าไม่มีคำตอบปัจจุบันก็แสดงว่าปัญหานั้นก็ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้

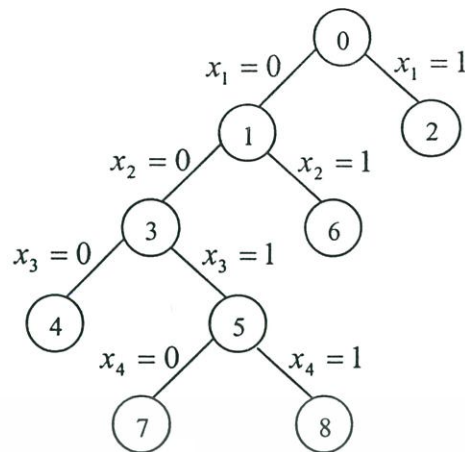
- ปัญหาที่เป็นไปได้ (Candidate Problems) ซึ่งสัมพันธ์กับคำตอบเพียงบางส่วน ก็คือปัญหาที่มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจตามที่ระบุไว้ในคำตอบเพียงบางส่วน ซึ่งคำตอบที่สมบูรณ์ที่เป็นไปได้ของคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ ก็คือคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหาที่เป็นไปได้ซึ่งสัมพันธ์กับคำตอบเพียงบางส่วนนั้น ดังนั้นค่าเป้าหมายของคำตอบที่สมบูรณ์ที่เป็นไปได้ที่ดีที่สุดจึงเป็นค่าเป้าหมายที่ดีที่สุดของปัญหาที่เป็นไปได้

การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เป็นเทคนิคการค้นหาซึ่งช่วยลดความซับซ้อนในการคำนวณ ทำให้การแก้ปัญหาทำได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากจะพิจารณาแค่บางส่วนของคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด (ซึ่งคาดว่ามีน้อย) กล่าวคือจัดการกับคำตอบที่เป็นไปได้โดยพิจารณาเป็นกลุ่ม ๆ (Class) ถ้าคำตอบที่เป็นไปได้กลุ่มนั้นมีโอกาสที่จะครอบคลุมคำตอบที่ดีที่สุดก็จะทำการพิจารณาโดยการแตกสาขาลงไปอีกเรื่อย ๆ ดังนั้นการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตจึงต้องมีคุณสมบัติที่สำคัญคือ

- ทุก ๆ คำตอบต้องถูกแจกแจงโดยไม่ซ้ำซ้อน
- ตัดคำตอบที่ไม่น่าจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดออกไปให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

ในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 นั้น จะมีการหาคำตอบที่สอดคล้องกับคำตอบที่สมบูรณ์ของคำตอบเพียงบางส่วนในรูปแบบของต้นไม้ที่มี 2 สาขา (Binary Tree) ดังแสดงในรูปที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 ต้นไม้ที่มี 2 สาขาในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1

รูปที่ 3.1 แสดงต้นไม้ที่มี 2 สาขาในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยที่ Node ของต้นไม้ในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแทนคำตอบเพียงบางส่วน โดยมีตัวเลขระบุลำดับในการค้นหา และกิ่งของต้นไม้ในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแทนการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจใด ๆ

การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตประกอบด้วยดำเนินการพื้นฐาน 2 อย่าง คือ

#### 1) การแตกสาขา

การแตกสาขา (Branch) ในการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 นั้นจะกำหนดให้มีลักษณะการแตกเป็นแบบต้นไม้ที่มี 2 สาขา เนื่องจากค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่าได้ 2 ค่า ซึ่งวิธีการแตกสาขาโดยทั่วไปก็มีหลายวิธี เช่น Depth-First Search, Best-First Search เป็นต้น โดยคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ นั้นจะหยุดการแตกสาขาเมื่อ 1) พบคำตอบที่สมบูรณ์ที่ดีที่สุด หรือ 2) พิสูจน์ได้ว่าคำตอบเพียงบางส่วนนั้นไม่ควรค่าแก่การค้นหา กล่าวคือไม่สามารถให้คำตอบที่สมบูรณ์ที่ดีที่สุดได้ ซึ่งการหยุดแตกสาขานี้เรียกว่า “หยุดด้วยการแก้ปัญหา (Termination by Solving)” และ “หยุดด้วยการกำหนดขอบเขต (Termination by Bound)” ตามลำดับ ซึ่งถ้าไม่สามารถหยุดแตกสาขาของคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ ได้ ก็จะมีการแตกสาขาโดยการสร้างคำตอบเพียงบางส่วนย่อย (Subsidiary Partial Solutions) ขึ้นมา โดยที่คำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ จะสามารถแตกสาขาเป็นคำตอบเพียงบางส่วนย่อยได้ 2 คำตอบ โดยการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจตัวหนึ่งตัวใดซึ่งเดิมมีค่าเป็นมีค่าเป็นอะไรก็ได้ กล่าวคือ ถ้าค่าของตัวแปรตัดสินใจมีค่าได้ 2 ค่า คือ 0 หรือ 1 แล้ว คำตอบเพียงบางส่วนย่อยคำตอบแรกจะสอดคล้องกับคำตอบเพียงบางส่วนปัจจุบัน ยกเว้นค่าของตัวแปรตัดสินใจที่ถูกเลือก ซึ่งถูกกำหนดให้มีค่าเป็น 1 และคำตอบเพียงบางส่วนย่อยคำตอบที่สองจะคล้ายกับคำตอบเพียงบางส่วนย่อยคำตอบแรก แต่ค่าของตัวแปรตัดสินใจที่ถูกเลือกจะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2) การกำหนดขอบเขต

การกำหนดขอบเขต (Bound) เป็นการเปรียบเทียบค่าขอบเขตกับค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบเพียงบางส่วนใด ๆ เพื่อใช้ในการพิจารณาว่าควรจะแตกสาขาที่คำตอบเพียงบางส่วนนั้นลงไปอีกหรือไม่ ถ้าค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของคำตอบเพียงบางส่วนที่คำนวณได้ไม่ดีกว่าค่าขอบเขต (มากกว่าค่าขอบเขตในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด หรือน้อยกว่าค่าขอบเขตในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด) เราสามารถหยุดการแตกสาขาที่คำตอบเพียงบางส่วนนั้น ไม่จำเป็นต้องแตกสาขาลงไปเพื่อพิจารณาสาขาย่อยต่อไปอีก เนื่องจากการแตกสาขาย่อยลงไปในั้น จะมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจของปัญหาเพิ่มเติมเข้าไปอีก ซึ่งจะทำให้ค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่าแย่ลง

สำหรับค่าขอบเขตนั้น ก็คือค่าฟังก์ชันเป้าหมายของคำตอบปัจจุบัน ซึ่งก็คือค่าเป้าหมายที่ดีที่สุดที่ทราบค่าในขณะนั้นนั่นเอง ซึ่งเริ่มแรกอาจจะกำหนดให้ค่าขอบเขตมีค่าเป็น  $\infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) หรือ  $-\infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด) หรืออาจจะใช้วิธีการสุ่มคำตอบที่เป็นไปได้ใด ๆ ขึ้นมา 1 คำตอบแล้วนำมาคำนวณค่าฟังก์ชันเป้าหมายก็ได้

ขั้นตอนพื้นฐานของวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 แสดงได้ดังนี้

1. กำหนดคำตอบเพียงบางส่วน  $c_k$  เริ่มต้นซึ่งไม่มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจใด ๆ เลย โดยระบุลำดับในการค้นหา  $k = 0$  และกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่าย  $f(c_k) = \infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด) และ  $f(c_k) = -\infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) เลือกคำตอบที่เป็นไปได้ 1 คำตอบจากพื้นที่คำตอบเพื่อกำหนดเป็นคำตอบปัจจุบัน  $c$  และหาค่าขอบเขต  $v$  จากฟังก์ชันเป้าหมายของคำตอบปัจจุบัน หรืออาจกำหนดให้  $v = \infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) และ  $v = -\infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด)
2. พิจารณาว่ามี  $c_k$  ที่สามารถทำการแตกสาขาได้อีกหรือไม่
  - ถ้ามีทำขั้นตอนที่ 3
  - ถ้าไม่มีให้สิ้นสุด (หยุดการค้นหาคำตอบ)
3. เลือกคำตอบเพียงบางส่วน  $c_k$  ที่จะใช้เพื่อพิจารณาการแตกสาขาตามวิธีการแตกสาขาที่ต้องการ ทำการเปรียบเทียบค่าขอบเขตกับ  $f(c_k)$  ถ้า  $f(c_k)$  ดีกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ( $f(c_k)$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด หรือ  $f(c_k)$  น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) ให้ทำขั้นตอนที่ 4 มิฉะนั้นให้หยุดการแตกสาขาที่  $c_k$  และทำซ้ำขั้นตอนที่ 2
4. เลือกตัวแปรตัดสินใจ  $x_p$  จากตัวแปรตัดสินใจที่ยังไม่ได้มีการกำหนดค่าของ  $c_k$  พิจารณาว่า  $c_k$  มีการแตกสาขาออกไปแล้วหรือไม่

- ถ้าไม่มี ทำการแตกสาขา  $c_k$  เป็นคำตอบเพียงบางส่วนย่อยซึ่งสอดคล้องกับ  $c_k$  ยกเว้นค่าของ  $x_p = 1$
- ถ้ามี ทำการแตกสาขา  $c_k$  เป็นคำตอบเพียงบางส่วนย่อยซึ่งสอดคล้องกับ  $c_k$  ยกเว้นค่าของ  $x_p = 0$  และหยุดการแตกสาขาที่  $c_k$

ระบุลำดับในการค้นหา  $k = k + 1$  และทำการหาค่า  $f(c_k)$  ถ้า  $c_k$  มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจทุกตัว และมีค่า  $f(c_k)$  ดีกว่าหรือเท่ากับ  $v$  แล้ว ( $f(c_k)$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด หรือ  $f(c_k)$  น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ในกรณีของปัญหาการหาค่าต่ำสุด) ให้ทำขั้นตอนที่ 5 มิฉะนั้นให้ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2

5. กำหนดให้  $c = c_k$  ,  $v = f(c_k)$

หยุดการแตกสาขาที่  $c_k$  และทำซ้ำขั้นตอนที่ 2



## การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่ง ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด

ในบทนี้จะกล่าวถึงการประยุกต์ใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งเป็นเทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม สำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด รวมทั้งอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value และอัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วน เพื่อให้การแก้ปัญหาทำได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

### 4.1 การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 สำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด

พิจารณาสมการที่ (2.16) จะพบว่าเป็นปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดโดยที่คำตอบของสมการเป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่าได้แค่ 2 ค่า คือ -1 หรือ 1 (ในกรณีของการมอดูเลชันแบบ BPSK) ซึ่งสามารถแปลงปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดดังกล่าว ให้เป็นปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดซึ่งมีคำตอบเป็น 0 หรือ 1 ได้ ดังนั้นปัญหาในสมการที่ (2.16) จึงเป็นปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบจำนวนเต็ม (Integer Nonlinear Optimization Problem) แบบ Pure Zero-One เพราะฉะนั้นจึงสามารถใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งเป็นเทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาการรับส่งสัญญาณในระบบสื่อสาร OFDM ดังกล่าวได้

อย่างไรก็ตาม ขั้นตอนการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุดนั้น จะมีความแตกต่างจากขั้นตอนพื้นฐานของวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ดังแสดงในหัวข้อที่ 3.8 กล่าวคือจะมีการกำหนดคำตอบเพียงบางส่วน  $c_k$  เริ่มต้น ซึ่งมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจหนึ่งตัว โดยระบุลำดับในการค้นหา  $k = 1$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายหรือ Optimal Cost Value  $f(c_k) = C_k$  เนื่องจากในการจำลองปัญหาจะต้องมีการกำหนดให้ข้อมูลมีบิตเริ่มต้นเป็น 0 หรือ 1 ก่อน ดังนั้นขนาดของข้อมูลที่ต้องคำนวณจริงในปัญหาจึงเป็น  $N - 1$  เท่านั้น

นอกจากนี้เพื่อความสะดวกในการจำลองปัญหา เราจะกำหนดให้การเลือกตัวแปรตัดสินใจที่ยังไม่ได้มีการกำหนดค่าของคำตอบเพียงบางส่วนเป็นไปตามลำดับของบิตที่ถูกส่ง กล่าวคือจะมีการเลือกกำหนดค่าของ  $b_{i,0}, b_{i,1}, \dots, b_{i,N-1}$  ตามลำดับ

#### 4.1.1 วิธีการแตกสาขา

วิธีการในการแตกสาขานั้น โดยทั่วไปแล้วมี 2 แบบ ได้แก่

##### 4.1.1.1 Depth-First Search

เป็นวิธีการแตกสาขาโดยเลือกแตกสาขาจากคำตอบเพียงบางส่วนที่มีจำนวนของตัวแปรตัดสินใจที่ถูกกำหนดมากที่สุด

```

procedure depth-first(v)
begin
    visit v
    for each child w of v do
        depth-first(w)
    end
end

```

รูปที่ 4.1 อัลกอริทึม Depth-First Search

##### 4.1.1.2 Best-First Search

เป็นวิธีการแตกสาขาโดยเลือกแตกสาขาจากคำตอบเพียงบางส่วนที่มีกับค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมากที่สุด

```

procedure best-first(v)
begin
    visit v
    for each available w do
        assign a value of evaluation function for w
    q <-- the best available node
    best-first(q)
end

```

รูปที่ 4.2 อัลกอริทึม Best-First Search

#### 4.1.2 การคำนวณ Optimal Cost Value

สำหรับการแก้สมการที่ (2.16) ซึ่งเป็นปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งจากเวกเตอร์ของสัญญาณที่ได้รับ ที่ไม่มีเงื่อนไขใด ๆ เพิ่มเติมนอกจากค่าของตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัวจะต้องเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาดูเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่า -1 หรือ 1 เท่านั้น การคำนวณฟังก์ชันค่าใช้จ่าย หรือ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$  ( $C_k$ ) แสดงดังสมการที่ (4.1)

$$C_k = \max_{\mathbf{b}_i \in \beta_k} \mathbf{b}_i^T \tilde{\mathbf{X}}_i^* \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^H \tilde{\mathbf{X}}_i \mathbf{b}_i^* \quad (4.1)$$

โดยที่  $\beta_k$  เป็นเซตของตัวแปรตัดสินใจ  $\mathbf{b}_i \triangleq [b_{i,0} \ b_{i,1} \ \dots \ b_{i,N-1}]^T$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งค่าของสมาชิกสอดคล้องกับค่าของสมาชิกของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$

#### 4.1.3 การหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value

อนึ่งเราจะทราบค่า  $C_k$  เมื่อมีการคำนวณฟังก์ชันเป้าหมายของทุก ๆ คำตอบภายใต้คำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$  ซึ่งมีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก อย่างไรก็ตามเราสามารถหาขอบเขตบน (Upper Bound) ของ  $C_k$  เพื่อใช้ประมาณค่า  $C_k$  สำหรับการแก้ปัญหาดังกล่าวได้

จากสมการที่ (4.1) ถ้ากำหนดให้  $\mathbf{A} \triangleq \tilde{\mathbf{X}}_i^* \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^H \tilde{\mathbf{X}}_i$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} C_k &= \max_{\mathbf{b}_i \in \beta_k} \mathbf{b}_i^T \mathbf{A} \mathbf{b}_i^* \\ &= \max_{\mathbf{b}_i \in \beta_k} (\mathbf{b}_i \ \mathbf{b}_i^T) \mathbf{A} \\ &= \max_{\mathbf{b}_i \in \beta_k} \sum \sum g_{i,j} \end{aligned} \quad (4.2)$$

โดยที่  $g_{i,j}$  คือสมาชิกแถวที่  $i$  คอลัมน์ที่  $j$  ของ  $\mathbf{G} \triangleq (\mathbf{b}_i \ \mathbf{b}_i^T) \mathbf{A}$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.3)

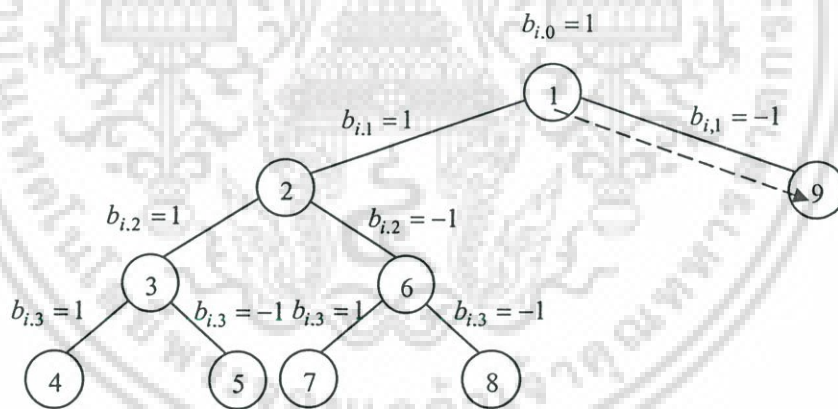
$$\begin{aligned} \mathbf{G} \triangleq (\mathbf{b}_i \ \mathbf{b}_i^T) \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} b_{i,0} \\ b_{i,1} \\ \dots \\ b_{i,N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{i,0} & b_{i,1} & \dots & b_{i,N-1} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & \dots & & \\ \dots & & \dots & \\ a_{N-1,0} & & & a_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} b_{i,0}b_{i,0} & b_{i,0}b_{i,1} & \dots & b_{i,0}b_{i,N-1} \\ b_{i,1}b_{i,0} & \dots & & \\ \dots & & \dots & \\ b_{i,N-1}b_{i,0} & & & b_{i,N-1}b_{i,N-1} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & \dots & & \\ \dots & & \dots & \\ a_{N-1,0} & & & a_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

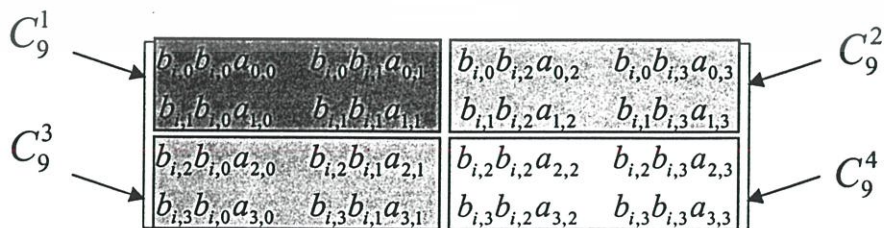
$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} b_{i,0}b_{i,0}a_{0,0} & b_{i,0}b_{i,1}a_{0,1} & \dots & b_{i,0}b_{i,N-1}a_{0,N-1} \\ b_{i,1}b_{i,0}a_{1,0} & \dots & & \\ \dots & & \dots & \\ b_{i,N-1}b_{i,0}a_{N-1,0} & & & b_{i,N-1}b_{i,N-1}a_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & \dots & g_{0,N-1} \\ g_{1,0} & \dots & & \\ \dots & & \dots & \\ g_{N-1,0} & & & g_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{4.3}
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $\otimes$  แสดงการคูณเชิงสมาชิกของเมตริกซ์ (Element-wise Matrix Product Operator)

สำหรับปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด ในกรณีที่มี 4 คลื่นพาห်ย่อย ณ ลำดับเพียงส่วนตำแหน่งที่ 9 ซึ่งมีการกำหนดค่าของ  $b_{i,0} = 1$  และ  $b_{i,1} = -1$  ดังแสดงในรูปที่ 4.3 การคำนวณ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่ 9 ( $C_9$ ) จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.3 ต้นไม้ของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ Depth-First Search เมื่อ  $k = 9$



รูปที่ 4.4 การคำนวณ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่ 9 ( $C_9$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.4 ถ้ามีการกำหนดค่าของ  $b_{i,0}$  และ  $b_{i,1}$  การคำนวณขอบเขตบนของ  $C_9$  ( $\tilde{C}_9$ ) คำนวณได้จาก

$$\tilde{C}_9 = \tilde{C}_9^1 + \tilde{C}_9^{23} + \tilde{C}_9^4 \quad (4.4)$$

เมื่อ  $\tilde{C}_9^1$ ,  $\tilde{C}_9^{23}$  และ  $\tilde{C}_9^4$  คือค่าขอบเขตบนของ  $C_9^1$ ,  $C_9^2 + C_9^3$  และ  $C_9^4$  ตามลำดับ โดยที่  $C_9^1$ ,  $C_9^2$ ,  $C_9^3$  และ  $C_9^4$  เป็นผลรวมของ Matrix Elements ที่อยู่ภายในแต่ละกรอบสี่เหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 4.4

ในการคำนวณค่า  $\tilde{C}_9$  ดังสมการที่ 4.4 สามารถแยกการคำนวณของพจน์ทั้ง 3 พจน์ ได้เป็น 2 ส่วนคือ

### 1. ส่วนที่ได้จากการคำนวณ ( $\tilde{C}_9^1$ )

$\tilde{C}_9^1$  เป็นส่วนที่ทราบค่าของตัวแปรตัดสินใจทุกตัว ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (4.5)

$$\begin{aligned} \tilde{C}_9^1 &= C_9^1 \\ &= b_{i,0}b_{i,0}a_{0,0} + b_{i,1}b_{i,0}a_{1,0} + b_{i,0}b_{i,1}a_{0,1} + b_{i,1}b_{i,1}a_{1,1} \\ &= a_{0,0} - a_{1,0} - a_{0,1} + a_{1,1} \end{aligned} \quad (4.5)$$

### 2. ส่วนที่ได้จากการประมาณค่า ( $\tilde{C}_9^{23}$ และ $\tilde{C}_9^4$ )

- การคำนวณค่า  $\tilde{C}_9^{23}$

เนื่องจากทราบว่า  $b_{i,0} = 1$  และ  $b_{i,1} = -1$  แต่ไม่ทราบค่า  $b_{i,2}$  และ  $b_{i,3}$  ดังนั้นจึงไม่สามารถคำนวณค่าผลรวมของ Matrix Elements ที่แน่นอนได้ อย่างไรก็ตาม หากพิจารณาจากการคำนวณค่า  $C_9^2 + C_9^3$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} C_9^2 + C_9^3 &= b_{i,0}b_{i,2}a_{0,2} + b_{i,1}b_{i,2}a_{1,2} + b_{i,0}b_{i,3}a_{0,3} + b_{i,1}b_{i,3}a_{1,3} + b_{i,2}b_{i,0}a_{2,0} + b_{i,3}b_{i,0}a_{3,0} \\ &\quad + b_{i,2}b_{i,1}a_{2,1} + b_{i,3}b_{i,1}a_{3,1} \\ &= b_{i,2}a_{0,2} - b_{i,2}a_{1,2} + b_{i,3}a_{0,3} - b_{i,3}a_{1,3} + b_{i,2}a_{2,0} - b_{i,2}a_{2,1} + b_{i,3}a_{3,0} - b_{i,3}a_{3,1} \\ &= b_{i,2}(a_{0,2} + a_{2,0}) + b_{i,2}(-a_{1,2} - a_{2,1}) + b_{i,3}(a_{0,3} + a_{3,0}) + b_{i,3}(-a_{1,3} - a_{3,1}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (4.6) เนื่องจากต้องการคำนวณค่าผลรวมที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ โดยที่ค่า  $b_{i,2}$  และ  $b_{i,3}$  อาจจะเป็น -1 หรือ 1 ใดๆอย่างหนึ่ง ดังนั้นค่า  $C_9^2 + C_9^3$  จึงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าขอบเขตบน  $\tilde{C}_9^{23}$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.7)

$$\begin{aligned} C_9^2 + C_9^3 &= b_{i,2}(a_{0,2} + a_{2,0}) + b_{i,2}(-a_{1,2} - a_{2,1}) + b_{i,3}(a_{0,3} + a_{3,0}) + b_{i,3}(-a_{1,3} - a_{3,1}) \\ &\leq 2(|a_{0,2}| + |a_{1,2}| + |a_{0,3}| + |a_{1,3}|) = \tilde{C}_9^{23} \end{aligned} \quad (4.7)$$

- การคำนวณค่า  $\tilde{C}_9^4$

พิจารณาการคำนวณค่า  $C_9^4$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.8)

$$C_9^4 = b_{i,2}b_{i,2}a_{2,2} + b_{i,3}b_{i,2}a_{3,2} + b_{i,2}b_{i,3}a_{2,3} + b_{i,3}b_{i,3}a_{3,3} \quad (4.8)$$

จากสมการที่ (4.8) เมื่อไม่ทราบค่า  $b_{i,2}$  และ  $b_{i,3}$  ก็ไม่สามารถคำนวณค่าผลรวมของ Matrix Elements ที่แน่นอนได้ แต่เนื่องจากต้องการคำนวณค่าผลรวมที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ โดยที่ค่า  $b_{i,2}$  และ  $b_{i,3}$  อาจจะเป็น -1 หรือ 1 ใดๆอย่างหนึ่ง ดังนั้นค่า  $C_9^4$  จึงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าขอบเขตบน  $\tilde{C}_9^4$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.9)

$$\begin{aligned} C_9^4 &\leq b_{i,2}b_{i,2}a_{2,2} + b_{i,3}b_{i,2}a_{3,2} + b_{i,2}b_{i,3}a_{2,3} + b_{i,3}b_{i,3}a_{3,3} \\ &\leq |a_{2,2}| + |a_{3,2}| + |a_{2,3}| + |a_{3,3}| = \tilde{C}_9^4 \end{aligned} \quad (4.9)$$

นั่นคือขอบเขตบนของ  $C_9$  ( $\tilde{C}_9$ ) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \tilde{C}_9 &= (a_{0,0} - a_{1,0} - a_{0,1} + a_{1,1}) + 2(|a_{0,2}| + |a_{1,2}| + |a_{0,3}| + |a_{1,3}|) \\ &\quad + (|a_{2,2}| + |a_{3,2}| + |a_{2,3}| + |a_{3,3}|) \end{aligned} \quad (4.10)$$

ดังนั้นเราสามารถประมาณค่า  $C_k$  ได้ด้วยขอบเขตบนของ  $C_k$  ( $\tilde{C}_k$ ) ซึ่งแสดงดังสมการต่อไปนี้

$$\tilde{C}_k = \sum_{n=0}^{L_k-1} \sum_{m=0}^{L_k-1} \hat{b}_{i,m}^k \hat{b}_{i,n}^k a_{m,n} + 2 \sum_{n=L_k}^{N-1} \sum_{m=0}^{L_k-1} |a_{m,n}| + \sum_{n=L_k}^{N-1} \sum_{m=L_k}^{N-1} |a_{m,n}| \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\hat{b}_{i,l}^k$  คือค่า  $b_{i,l}$  ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$  เมื่อ  $l=0,1,\dots,L_k-1$  โดยที่  $L_k$  คือจำนวนตัวแปรตัดสินใจที่ถูกกำหนดให้กับคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$  และ  $a_{m,n}$  คือสมาชิกแถวที่  $m$  คอลัมน์ที่  $n$  ของ  $A \triangleq \tilde{X}_i^* A_d A_d^H \tilde{X}_i$  ตัวอย่างเช่น จากรูปที่ 4.3 ณ คำตอบเพียงส่วนตำแหน่งที่ 9 ( $k=9$ ) ซึ่ง  $L_k=2$  นั้น  $\hat{b}_{i,0}^9=1$  และ  $\hat{b}_{i,1}^9=-1$  เป็นต้น

#### 4.2 อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value

อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value  $C_k$  เป็นอัลกอริทึมที่พัฒนาเพื่อประมาณค่า  $C_k$  ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น คือประมาณให้ใกล้เคียงกับค่า  $C_k$  ที่แท้จริงมากขึ้น ทำให้มีการกำหนดขอบเขตได้ดีขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้สามารถตัดสาขาที่ไม่น่าจะมีคำตอบของปัญหาออกไปได้มากขึ้น

พิจารณาการคำนวณขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (4.11) เราสามารถคำนวณขอบเขตบนของ  $C_k$  ให้มีความใกล้เคียงกับ  $C_k$  ที่แท้จริงให้มากขึ้นได้ โดยการปรับปรุงในส่วนของการประมาณค่าส่วนที่ทราบค่าของตัวแปรตัดสินใจเพียงบางตัว

พิจารณาการคำนวณ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่ 9 ( $C_9$ ) ในรูปที่ 4.4 เฉพาะส่วนของ  $C_9^2 + C_9^3$  ซึ่งคำนวณจากสมการที่ (4.6)

จากสมการที่ (4.6) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$C_9^2 + C_9^3 = b_{i,2}((a_{0,2} + a_{2,0}) - (a_{1,2} - a_{2,1})) + b_{i,3}((a_{0,3} + a_{3,0}) - (a_{1,3} - a_{3,1})) \quad (4.12)$$

จากสมการที่ (4.12) เนื่องจากต้องการคำนวณค่าผลรวมที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ โดยที่ค่า  $b_{i,2}$  และ  $b_{i,3}$  อาจจะเป็น -1 หรือ 1 อย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนั้นค่า  $C_9^2 + C_9^3$  จึงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าขอบเขตบน  $\tilde{C}_9^{23}$  ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.13)

$$\begin{aligned} C_9^2 + C_9^3 &= b_{i,2}((a_{0,2} + a_{2,0}) - (a_{1,2} - a_{2,1})) + b_{i,3}((a_{0,3} + a_{3,0}) - (a_{1,3} - a_{3,1})) \\ &\leq 2(|a_{0,2} + a_{1,2}|) + 2(|a_{0,3} + a_{1,3}|) \\ &\leq 2(|a_{0,2} + a_{1,2}| + |a_{0,3} + a_{1,3}|) = \tilde{C}_9^{23} \end{aligned} \quad (4.13)$$

ดังนั้นการประมาณค่าของ  $C_9$  โดยใช้อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ  $C_9$  ที่พัฒนาขึ้น ( $\tilde{C}_9$ ) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \tilde{C}_9 = & (a_{0,0} - a_{1,0} - a_{0,1} + a_{1,1}) + 2(|a_{0,2} + a_{1,2}| + |a_{0,3} + a_{1,3}|) \\ & + (|a_{2,2}| + |a_{3,2}| + |a_{2,3}| + |a_{3,3}|) \end{aligned} \quad (4.14)$$

เพราะฉะนั้น เราสามารถคำนวณขอบเขตบนของ  $C_k$  ด้วยอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (4.15)

$$\tilde{C}_k = \sum_{n=0}^{L_k-1} \sum_{m=0}^{L_k-1} \hat{b}_{i,m}^k \hat{b}_{i,n}^k a_{m,n} + 2 \sum_{n=L_k}^{N-1} \left| \sum_{m=0}^{L_k-1} \hat{b}_{i,m}^k a_{m,n} \right| + \sum_{n=L_k}^{N-1} \sum_{m=L_k}^{N-1} |a_{m,n}| \quad (4.15)$$

ตัวอย่างจากรูปที่ 4.3 พิจารณาการคำนวณฟังก์ชันค่าใช้จ่าย หรือ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนตำแหน่งที่  $k$  ( $C_k$ ) ซึ่งประมาณค่าโดยใช้อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  และ  $\hat{C}_k$  ถ้ากำหนดให้  $k=9$ ,  $b_{i,0} = 1$ ,  $b_{i,1} = -1$  และ

$$\mathbf{A} \triangleq \tilde{\mathbf{X}}_i^* \mathbf{A}_d \mathbf{A}_d^H \tilde{\mathbf{X}}_i = \begin{bmatrix} 1.7692 & -0.4129 + 0.1392i & -0.4856 - 0.2659i & -0.6624 - 0.4051i \\ -0.4129 - 0.1392i & 0.9659 & -0.2772 - 0.3008i & -0.3681 - 0.4400i \\ -0.4856 + 0.2659i & -0.2772 + 0.3008i & 1.5590 & -0.7280 - 0.0350i \\ -0.6624 + 0.4051i & -0.3681 + 0.4400i & -0.7280 + 0.0350i & 3.0670 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

เนื่องจาก  $\mathbf{A}$  เป็นเมทริกซ์ซึ่งสมาชิกด้านบนและสมาชิกด้านล่างของเส้นทแยงมุม เป็น Conjugate กัน ดังนั้นการคำนวณในส่วนจินตภาพของ Matrix Elements จะหักล้างกันพอดี เพราะฉะนั้นเพื่อความสะดวกในการแสดงการคำนวณจะนำเฉพาะส่วนจริงมาคำนวณเท่านั้น

การประมาณค่าของ  $C_9$  โดยใช้อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบน  $\tilde{C}_9$  ดังสมการที่ (4.11) คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \tilde{C}_9 = & (1.7692 + 0.4129 + 0.4129 + 0.9659) \\ & + 2 * (|-0.4856| + |-0.2772| + |-0.6624| + |-0.3681|) \\ & + (|1.5590| + |-0.7280| + |-0.7280| + |3.0670|) \\ = & 3.5609 + (2 * 1.7933) + 6.0820 \\ = & 13.2295 \end{aligned} \quad (4.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมาณค่าของ  $C$ , โดยใช้อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบน  $\tilde{C}$ , ดังสมการที่ (4.15) คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\tilde{C}_9 &= (1.7692 + 0.4129 + 0.4129 + 0.9659) \\ &\quad + 2 * (|-0.4856 + 0.2772| + |-0.6624 + 0.3681|) \\ &\quad + (|1.5590| + |-0.7280| + |-0.7280| + |3.0670|) \\ &= 3.5609 + (2 * 0.5027) + 6.0820 \\ &= 10.6483\end{aligned}\tag{4.18}$$

เพราะฉะนั้น เราสามารถคำนวณขอบเขตบนของ  $C_k$  ให้มีความถูกต้องมากขึ้น (กล่าวคือใกล้เคียงกับ  $C_k$  มากขึ้น) ด้วยอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ( $C_k \leq \tilde{C}_k \leq \tilde{C}_k$ )

#### 4.3 อัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วน

อัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วน (Selective Search) เป็นวิธีการแตกสาขาที่พัฒนาขึ้น เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ตามหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด โดยนำเทคนิคการเลือกตัดคำตอบเพียงบางส่วนมาประยุกต์ใช้กับวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งมีความคิดมาจาก การตัดคำตอบเพียงบางส่วนที่คาดว่าไม่น่าจะครอบคลุมคำตอบของปัญหาทั้งหมดไปนั้น น่าจะทำให้สามารถตัดสาขาที่ไม่น่าจะมีคำตอบของปัญหาออกไปให้มากยิ่งขึ้น ดังนั้นประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาจึงน่าจะเพิ่มมากขึ้นด้วย

ขั้นตอนของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน แสดงได้ดังนี้

1. กำหนดจำนวนระดับย่อย  $l$ , กำหนดจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อย  $sub\_N_s$  เมื่อ  $s = 1, 2, \dots, l$  และกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลง  $Tr$
2. ระบุระดับย่อยในการค้นหา  $s = 1$ , กำหนดจำนวนชั้นในการค้นหา  $t_s = sub\_N_1$  และกำหนดค่า  $Cost_s = -\infty$ , กำหนดคำตอบเพียงบางส่วน  $c_k$  เริ่มต้น ซึ่งมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจ  $b_{i,0} = 1$  โดยระบุลำดับในการค้นหา  $k = 1$  และทำการหาค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายหรือ Optimal Cost Value  $C_k$  รวมทั้งเลือกคำตอบที่เป็นไปได้ 1 คำตอบจากพื้นที่คำตอบเพื่อกำหนดเป็นคำตอบปัจจุบัน  $c$  และหาค่าขอบเขต  $v$  จากฟังก์ชันเป้าหมายของคำตอบปัจจุบัน หรืออาจกำหนดให้  $v = -\infty$  ก็ได้

3. เลือกคำตอบเพียงบางส่วน  $c_k$  ที่มีค่า Optimal Cost Value มากที่สุด ทำการเปรียบเทียบค่าขอบเขตกับ Optimal Cost Value  $C_k$  ถ้า  $C_k$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $v$  ให้ทำขั้นตอนที่ 4 มิฉะนั้นให้หยุดการค้นหาคำตอบ
4. ทำการเปรียบเทียบค่า  $Cost_s$  กับ Optimal Cost Value  $C_k$  ถ้า  $C_k$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $Cost_s$  ให้ทำขั้นตอนที่ 5 มิฉะนั้นให้หยุดการแตกสาขาที่  $c_k$  และทำขั้นตอนที่ 8
5. เลือกตัวแปรตัดสินใจ  $b_{i,p}$  จากตัวแปรตัดสินใจที่ยังไม่ได้มีการกำหนดค่าของ  $c_k$  พิจารณาว่า  $c_k$  มีการแตกสาขาออกไปแล้วหรือไม่
  - ถ้าไม่มี ทำการแตกสาขา  $c_k$  เป็นคำตอบเพียงบางส่วนย่อยซึ่งสอดคล้องกับ  $c_k$  ยกเว้นค่าของ  $b_{i,p} = 1$
  - ถ้ามี ทำการแตกสาขา  $c_k$  เป็นคำตอบเพียงบางส่วนย่อยซึ่งสอดคล้องกับ  $c_k$  ยกเว้นค่าของ  $b_{i,p} = -1$  และหยุดการแตกสาขาที่  $c_k$
 ระบุลำดับในการค้นหา  $k = k + 1$  และทำการหาค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ถ้า  $c_k$  มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจ  $nl$  ตัว และมีค่า Optimal Cost Value  $C_k$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $Cost_s$  แล้ว ให้ทำขั้นตอนที่ 6 แต่ถ้า  $c_k$  มีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจทุกตัว และมีค่า Optimal Cost Value  $C_k$  มากกว่าหรือเท่ากับ  $v$  แล้ว ให้ทำขั้นตอนที่ 7 มิฉะนั้นให้ทำซ้ำขั้นตอนที่ 3
6. กำหนดให้  $Cost_s = C_k$  และทำซ้ำขั้นตอนที่ 3
7. กำหนดให้  $c = c_k$  ,  $v = C_k$  หยุดการแตกสาขาที่  $c_k$  และทำซ้ำขั้นตอนที่ 3
8. ระบุระดับย่อยในการค้นหา  $s = s + 1$ , กำหนดจำนวนชั้นในการค้นหา  $t_s = t_s + sub\_N_s$  และกำหนดค่า  $Cost_s = -\infty$  และทำซ้ำขั้นตอนที่ 3

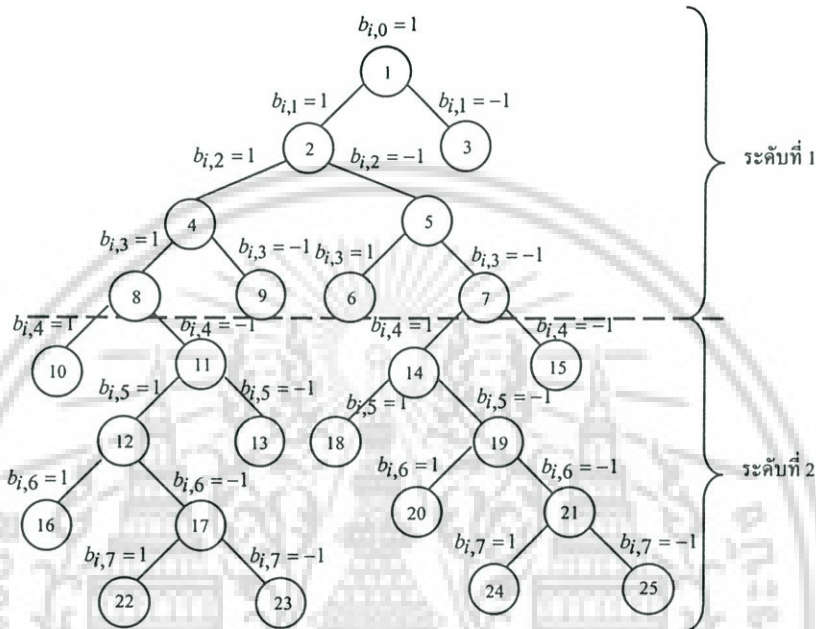
สำหรับการพิจารณาว่าควรจะต้องตัดคำตอบเพียงบางส่วนใดในแต่ละระดับย่อยนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอให้ตัดเฉพาะคำตอบเพียงบางส่วนในระดับย่อยที่  $s = 1, 2, \dots, l$  ซึ่งมีค่า Optimal Cost Value น้อยกว่าค่า  $Cost_s$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด) ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (4.19)

$$Cost_s = Tr * CL_s, \quad s = 1, 2, \dots, l \quad (4.19)$$

$Cost_s$  เป็นค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบกับ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนในระดับย่อยที่  $s$  เพื่อใช้ในการพิจารณาว่าควรจะต้องตัดคำตอบเพียงบางส่วนนั้นหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนักเรียนไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $CL_s$  คือ ค่า Optimal Cost Value ที่มากที่สุด ของคำตอบเพียงบางส่วนในระดับย่อยที่  $s = 1, 2, \dots, l$  ที่ทราบค่าในขณะนั้น ซึ่งมีการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจ  $t_s$  ตัว โดยเริ่มแรกจะมีการกำหนดให้  $CL_s = -\infty$  (ในกรณีของปัญหาการหาค่าสูงสุด) สำหรับทุก ๆ ระดับย่อยที่  $s = 1, 2, \dots, l$  โดยที่  $Tr$  คือ ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลง (Threshold) ที่กำหนดโดยการทดลอง ซึ่ง  $0\% \leq Tr \leq 100\%$  และ  $l$  คือ จำนวนระดับย่อย



รูปที่ 4.5 ต้นไม้ของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน เมื่อ  $N = 8$ ,  $l = 2$  และ  $sub\_N_1 = sub\_N_2 = 4$

รูปที่ 4.5 แสดงตัวอย่างการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน เมื่อมีการส่งข้อมูลขนาด 8 บิตไปบนคลื่นพาห์ย่อย ๆ 8 คลื่นพาห์ ( $N = 8$ ) ซึ่งจะมีการแบ่งต้นไม้ของการค้นหาเป็น 2 ระดับย่อย ( $l = 2$ ) โดยที่กำหนดให้  $sub\_N_1$  เป็นจำนวนชั้นในระดับย่อยที่ 1 และ  $sub\_N_2$  เป็นจำนวนชั้นในระดับย่อยที่ 2 เช่น จากรูปที่ 4.5  $sub\_N_1 = sub\_N_2 = 4$

การกำหนดจำนวนระดับย่อยนั้นสามารถทำได้ตามต้องการ โดยที่จำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยจะเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ ซึ่งในการเลือกแตกสาขาบางส่วนโดยตัดคำตอบเพียงบางส่วน บางคำตอบนั้น อาจจะทำให้มีการคำนวณ Optimal Cost Value ของคำตอบเพียงบางส่วนจำนวนมากขึ้นหรือน้อยลงก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่กำหนดขึ้น เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบขณะทำการแตกสาขา

อนึ่ง ในบางครั้งการที่ไม่พิจารณาทุก ๆ คำตอบเพียงบางส่วน แม้ว่าจะมีคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณน้อยลง แต่ก็อาจทำให้มีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ เนื่องจากอาจมีการตัดคำตอบเพียงบางส่วนที่ครอบคลุมคำตอบของปัญหาทิ้งไป

ดังนั้นการค้นหาแบบแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งใช้หลักการแตกสาขาตามอัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วนที่น่าเสนอนี้ จึงเป็นการค้นหาที่ดีที่สุดแบบฮิวริสติก ซึ่งไม่รับรองว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่แท้จริงของปัญหา แต่ก็ใช่อัลกอริทึมที่มีประโยชน์สามารถนำไปพัฒนาเพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณ โดยทำให้ได้คำตอบซึ่งเป็นที่น่าพอใจและใช้เวลาในการค้นหาที่น้อยลง ซึ่งหากมีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของอัลกอริทึมที่เหมาะสมจะทำให้สามารถควบคุมการเกิดอัตราความผิดพลาดต่าง ๆ ได้



## บทที่ 5

### การทดลองโดยการจำลองระบบ

ในบทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองระบบสื่อสาร OFDM พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองระบบ และผลการจำลองระบบ ซึ่งได้นำวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ที่นำเสนอมาใช้ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของระบบให้ดียิ่งขึ้น

#### 5.1 แบบจำลองระบบสื่อสาร OFDM

ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้โปรแกรม Matlab ในการจำลองแบบการทำงานของระบบสื่อสาร OFDM โดยสมรรถนะที่ได้จากการจำลองแบบนี้จะถูกนำมาวิเคราะห์ในรูปแบบของจำนวนคำตอบเพียงบางส่วน (Partial Solution) ที่ต้องมีการคำนวณโดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต (Bit Error Rate : BER) และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ (Symbol Error Rate : SER) โดยในการจำลอง จะทำการส่งสัญญาณในลักษณะที่มีการจางหายที่เกิดจากการรวมตัวกันของสัญญาณจากหลายทิศทางซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (Time-Varying Multipath Fading) ซึ่งสภาพแวดล้อมของระบบถูกจำลองด้วยโมเดลแบบ Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering (WSSUS) [9] เนื่องจากพิจารณาว่าระบบมีการจางหายแบบช้าและสัญญาณแต่ละทิศทางเป็นอิสระต่อกัน

วิทยานิพนธ์นี้ต้องการนำเสนอแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งเป็นเทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มที่ค่าของตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัวมีค่าได้ 2 ค่าเท่านั้น ดังนั้นแบบจำลองนี้จึงพิจารณาเฉพาะระบบสื่อสาร OFDM ที่ใช้เทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK เท่านั้น สำหรับทางด้านเครื่องรับจะใช้เทคนิคความน่าจะเป็นสูงสุดในการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณ ซึ่งเป็นวิธีการพิจารณาที่ไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์เท่านั้น

การจำลองระบบทั้งหมดนั้น แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

##### 1. การจำลองข้อมูลที่ส่ง สามารถอธิบายได้ดังนี้

- สร้างข้อมูลที่ส่ง โดยการสร้างชุดของข้อมูลที่มีความยาวเท่ากับจำนวนคลื่นพายัพย
- มอดูเลชันข้อมูลที่ส่งตามหลักการของ BPSK และทำ IFFT เพื่อหาสัญญาณที่ส่ง
- เพิ่มส่วนขยายแบบวนให้กับสัญญาณที่ส่ง

##### 2. การจำลองช่องสัญญาณ สามารถอธิบายได้ดังนี้

- สร้างชุดของค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ ซึ่งมีการจางหายเนื่องจากการรวมตัวกันของสัญญาณจากหลายทิศทาง (Multipath Fading) เพื่อใช้ในการส่งสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ทำคอนโวลูชันระหว่างสัญญาณที่ส่งกับค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ เพื่อสร้างสัญญาณที่เกิดจากการรวมตัวกันของสัญญาณจากหลายทิศทาง
  - สร้างสัญญาณที่ได้รับ โดยการเพิ่มสัญญาณรบกวนเข้าไปในสัญญาณที่ผ่านการคอนโวลูชันแล้ว
3. การจำลองสัญญาณที่เครื่องรับ สามารถอธิบายได้ดังนี้
- คำนวณหาสัญญาณที่ส่งจากสัญญาณที่ได้รับ โดยยึดหลักความน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งแสดงในสมการที่ (2.16) ตามหลักการของการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ดังได้กล่าวมาแล้ว

## 5.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองระบบ

พารามิเตอร์ที่ใช้ในแต่ละการทดลองหากมิได้มีการกำหนดให้เป็นอย่างอื่น ได้แก่ ย่านความถี่กลางที่ 1 GHz ความกว้างของแถบความถี่ 640 KHz และมีค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratios : SNRs) 90 dB ทั้งนี้เนื่องจากจุดประสงค์หลักของการศึกษาและทดลองคือการเปรียบเทียบในเชิงความซับซ้อนของการคำนวณ ด้วยค่า SNRs ที่สูงมากดังกล่าว ทำให้ผลการคำนวณค่าสัญญาณของทุกวิธีการที่ใช้ในการทดลองที่ 1 และการทดลองที่ 2 ได้ค่าที่ถูกต้องเสมอ ทำให้ตัดประเด็นในด้านประสิทธิภาพความถูกต้องออกไปและพิจารณาเฉพาะด้านความซับซ้อนได้ โดยในการทดลองจะทำการส่งชุดของข้อมูลไปบนจำนวนคลื่นพาห่อย่อยที่แตกต่างกันคือ 8, 16, 24 และ 32 คลื่นพาห่อย่อย เพื่อทำการเปรียบเทียบและวิเคราะห์ประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอ โดยที่กำหนดให้มีสภาพแวดล้อมแบบชานเมือง สัญญาณจากหลายทิศทางประกอบด้วยสัญญาณทั้งหมด 5 เส้นทาง ซึ่งมีการแผ่กว้างของการประวิง (Delay Spread) 4  $\mu$ s และขณะส่งสัญญาณไม่มีการเคลื่อนที่ของเครื่องส่งหรือเครื่องรับ

## 5.3 ผลการจำลองระบบ

หลังจากทำการออกแบบและทำแบบจำลองระบบ OFDM ตามพารามิเตอร์ที่กำหนด โดยมีการนำวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งเป็นเทคนิคการโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาสัญญาณที่ส่งดังได้กล่าวมาแล้ว ในหัวข้อนี้ได้นำเสนอผลการจำลองระบบในรูปแบบของจำนวนครั้งโดยเฉลี่ยของการคำนวณ Optimal Cost Value ซึ่งก็คือจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่ง รวมถึงอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ระหว่างชุดข้อมูลทางด้านเครื่องส่งและชุดข้อมูลทางด้านเครื่องรับ โดยผลของการจำลองระบบจะถูก

แบ่งเป็นการทดลองย่อย ๆ เพื่อแสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการต่าง ๆ ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในแต่ละการทดลองนั้น ๆ

การวัดอัตราความผิดพลาดของบิต (Bit Error Rate : BER) และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ (Symbol Error Rate : SER) นั้น เป็นวิธีการวัดคุณภาพในการส่งสัญญาณดิจิทัล ซึ่งคำนวณได้ดังสมการที่ (5.1) และสมการที่ (5.2) ตามลำดับ

$$\text{BER} = \frac{\text{จำนวนบิตที่ผิดพลาด}}{\text{จำนวนบิตทั้งหมด}} * 100 \quad (5.1)$$

BER คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ของความผิดพลาดที่ตรวจจับได้จากจำนวนบิตที่ส่งทั้งหมด

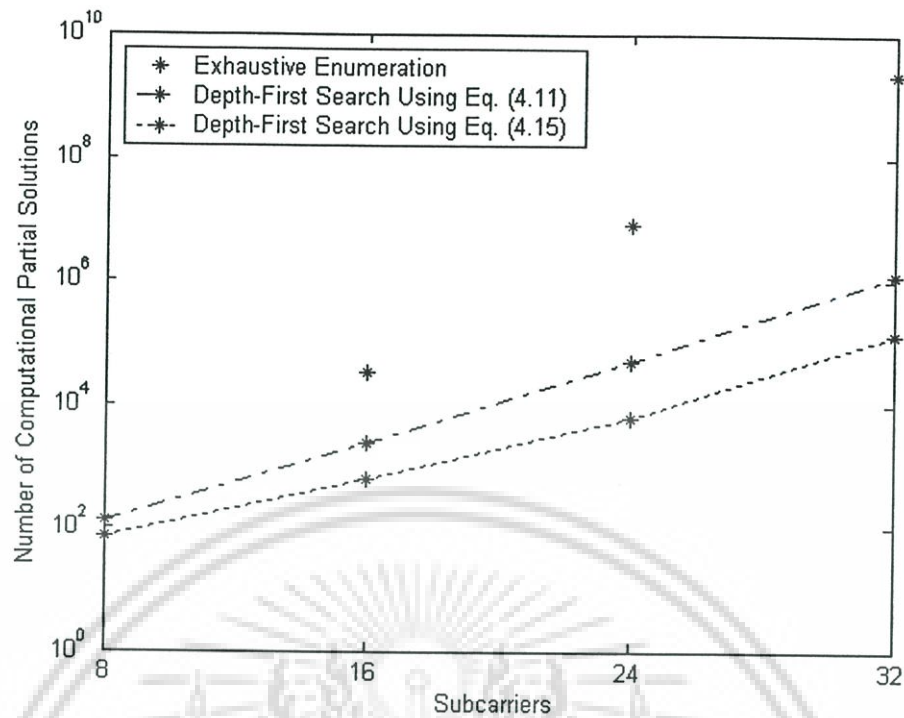
$$\text{SER} = \frac{\text{จำนวนสัญลักษณ์ที่ผิดพลาด}}{\text{จำนวนสัญลักษณ์ทั้งหมด}} * 100 \quad (5.2)$$

SER คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ของความผิดพลาดที่ตรวจจับได้จากจำนวนสัญลักษณ์หรือช่วงสัญลักษณ์ที่ส่งทั้งหมด

### 5.3.1 การทดลองที่ 1

การทดลองนี้ เป็นการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีการกำหนดขอบเขตบนของ Optimal Cost Value ที่แตกต่างกัน ส่งผลต่อสมรรถนะของระบบอย่างไรบ้าง

คำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งด้วยวิธีการแจกแจงโดยละเอียด, วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  และ  $\tilde{\tilde{C}}_k$  ดังสมการที่ (4.11) และสมการที่ (4.15) ตามลำดับ เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบ Depth-First Search สำหรับการส่งข้อมูลไปบนคลื่นพาห่อย่อยที่แตกต่างกันคือ 8, 16, 24 และ 32 คลื่นพาห่อย่อยแสดงดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยของวิธีการต่าง ๆ

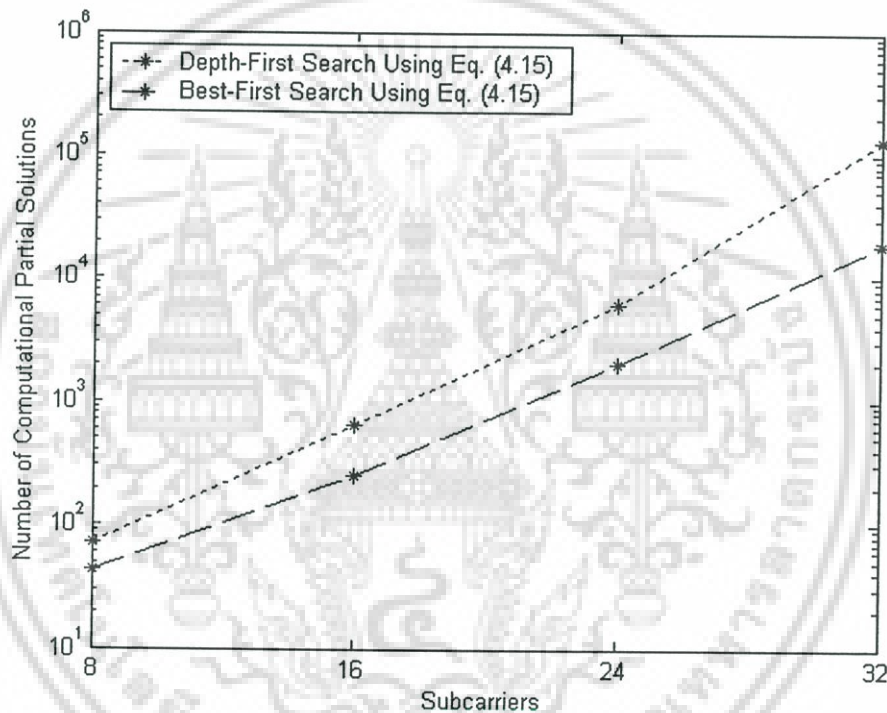
จากรูปที่ 5.1 จะเห็นว่าจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยด้วยวิธีการแจกแจงโดยละเอียด และวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบ Depth-First Search มีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด กล่าวคือ จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนของวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบ Depth-First ซึ่งประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  น้อยกว่า จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนของวิธีการแจกแจงโดยละเอียดประมาณ 1500 เท่า (ในกรณีของ Subcarrier = 32) นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าการประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  จะทำให้จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ  $C_k$  โดยเฉลี่ยลดลงประมาณ 9.7 เท่า (ในกรณีของ Subcarrier = 32) เมื่อเปรียบเทียบกับการประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ทั้งนี้จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยจะยังมีความแตกต่างกันมากยิ่งขึ้นเมื่อสัญญาณที่ส่งในแต่ละช่วงสัญลักษณ์มีความยาวมากขึ้น (มีจำนวนคลื่นพาห่อย่อยมากขึ้น)

สำหรับอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์นั้น เนื่องจากทั้งวิธีการแจกแจงโดยละเอียด และวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เป็นวิธีที่รับประกันความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ค่าอัตราความผิดพลาดจึงเป็น 0 ในทุกกรณี

### 5.3.2 การทดลองที่ 2

การทดลองนี้ เป็นการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นว่าวิธีในการแตกสาขาที่แตกต่างกัน ส่งผลต่อสมรรถนะของระบบอย่างไรบ้าง

จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งด้วยวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ดังสมการที่ (4.15) เมื่อส่งข้อมูลไปบนคลื่นพาห่อย่อยที่แตกต่างกันคือ 8, 16, 24 และ 32 คลื่นพาห่อย่อย ซึ่งทำการแตกสาขาด้วยวิธีการ Depth-First Search และ Best-First Search แสดงดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาที่แตกต่างกัน

จากรูปที่ 5.2 จะเห็นว่าจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยเมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบ Best-First Search จะลดลงประมาณ 6.1 เท่า (ในกรณีของ  $N = 32$ ) เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการแตกสาขาแบบ Depth-First Search ซึ่งใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  เหมือนกัน

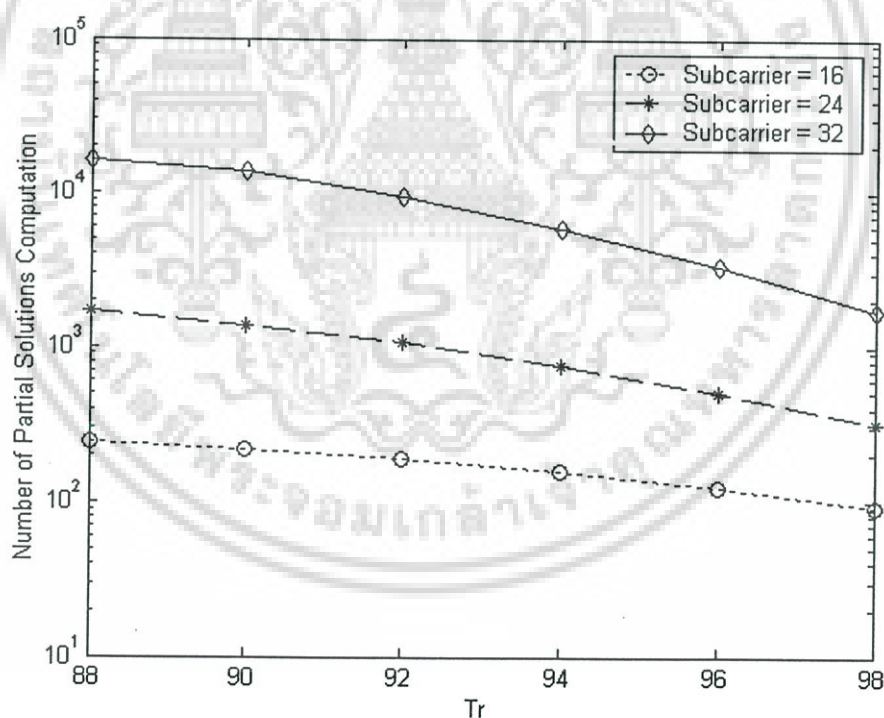
และสำหรับอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์นั้น เนื่องจากการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เป็นวิธีที่รับประกันความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ดังนั้นค่าอัตราความผิดพลาดจึงเป็น 0 ในทุกกรณีเช่นกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

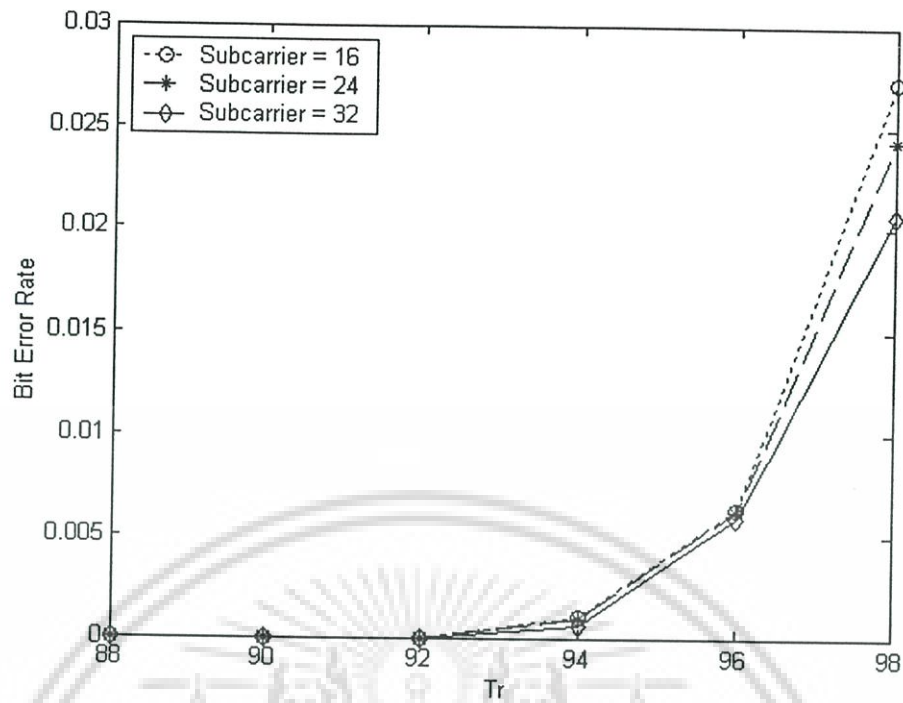
### 5.3.3 การทดลองที่ 3

การทดลองนี้ เป็นการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะของระบบว่าเป็นอย่างไร เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ที่กำหนดวิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4.3 ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน แต่มีค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน

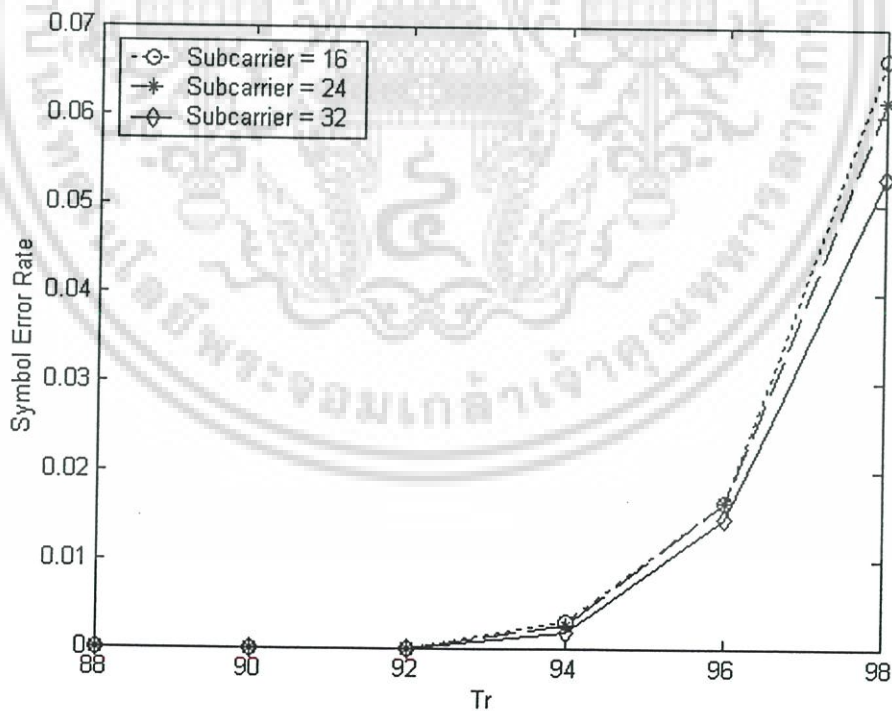
ผลการทดลองรูปที่ 5.3 - 5.5 แสดงจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งด้วยวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ดังสมการที่ (4.15) เมื่อทำการแตกสาขาด้วยวิธีการเลือกแตกสาขาบางส่วน สำหรับการส่งข้อมูลไปบนคลื่นพาห่อย่อยที่แตกต่างกันคือ 16, 24 และ 32 คลื่นพาห่อย่อย ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน คือ 8-8, 12-12 และ 16-16 ตามลำดับ และมีค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน คือ  $Tr = 88\%, 90\%, \dots, 98\%$  ตามลำดับ



รูปที่ 5.3 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน



รูปที่ 5.4 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน



รูปที่ 5.5 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน

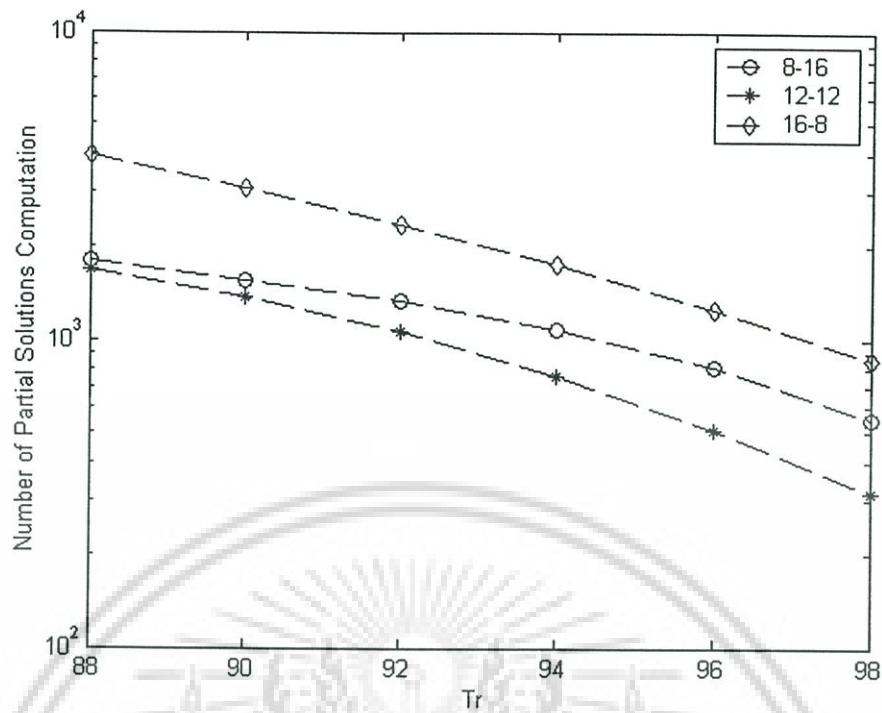
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.3 – 5.5 เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีจำนวนระดับย่อย 2 ระดับ และมีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน โดยการกำหนดให้ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงมีค่าน้อยนั้น จะทำให้มีจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยมากกว่าการกำหนดให้ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงมีค่ามาก ตรงข้ามกับอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ กล่าวคือในกรณีที่กำหนดให้ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงมีค่าน้อย อัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ก็จะน้อยลงตามไปด้วย นอกจากนี้แนวโน้มของอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์จะยังมีค่าลดลง เมื่อสัญญาณที่ส่งในแต่ละช่วงสัญลักษณ์มีความยาวมากขึ้น

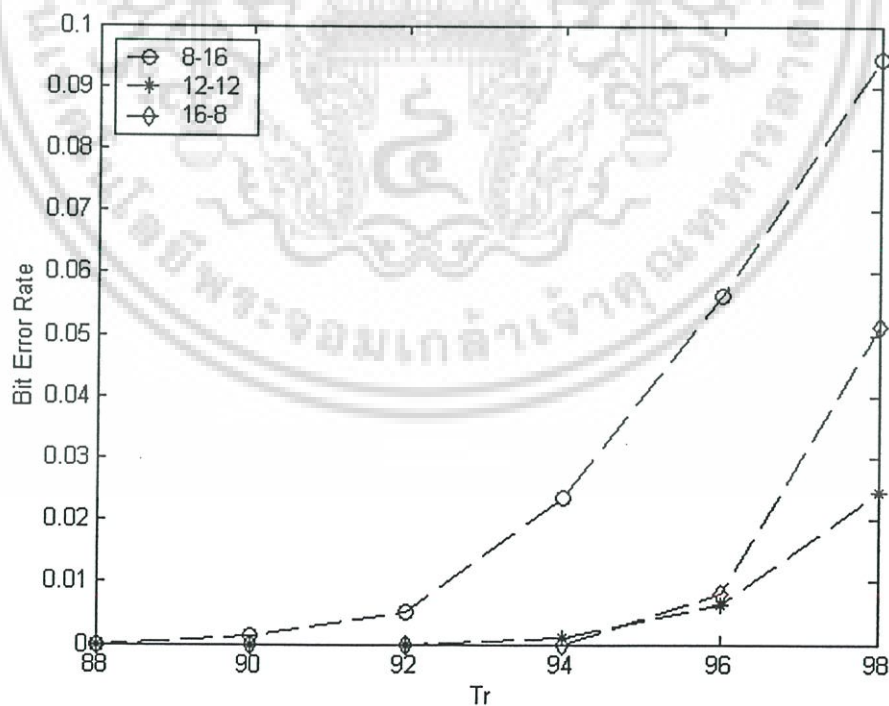
#### 5.3.4 การทดลองที่ 4

การทดลองนี้ เป็นการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะของระบบว่าเป็นอย่างไร เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ที่กำหนดวิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4.3 ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยและค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน

ผลการทดลองดังรูปที่ 5.6 - 5.8 แสดงจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งด้วยวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ดังสมการที่ (4.15) เมื่อทำการแตกสาขาด้วยวิธีการเลือกแตกสาขาบางส่วน สำหรับการส่งข้อมูลขนาด 24 บิต ไปบนคลื่นพาห่อย่อย 24 คลื่นพาห่อย่อย ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน คือ 8-16, 12-12 และ 16-8 และมีค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน คือ  $Tr = 88\%, 90\%, \dots, 98\%$  ตามลำดับ

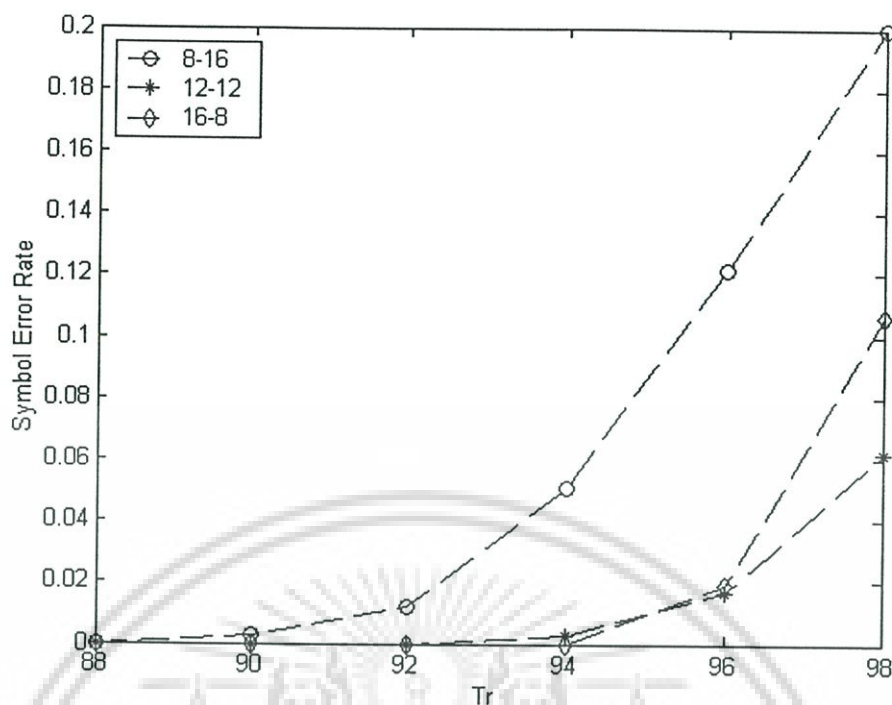


รูปที่ 5.6 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน



รูปที่ 5.7 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน

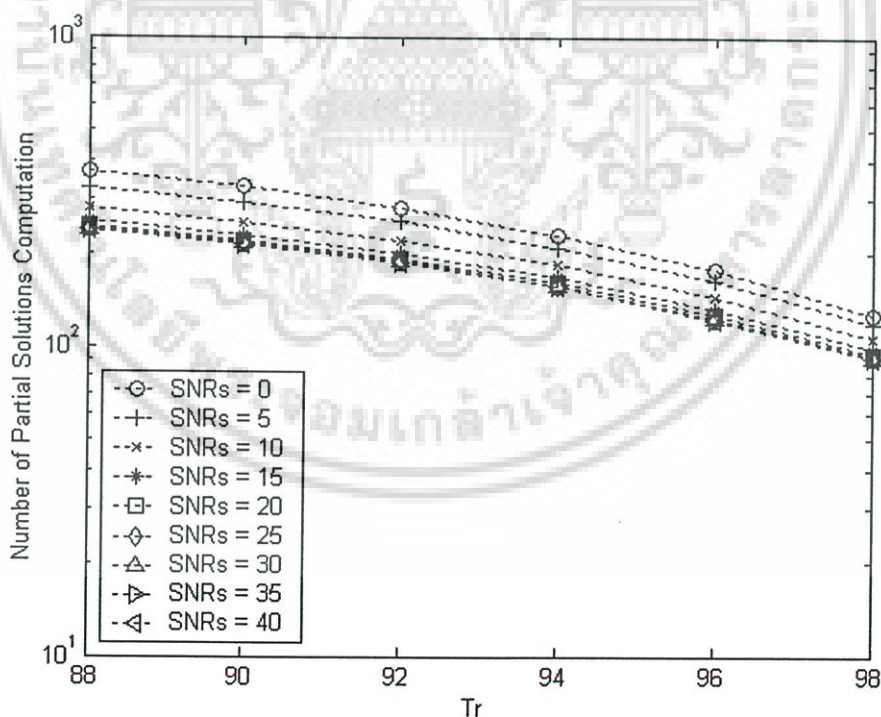
จากรูปที่ 5.6 เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน โดยที่วิธีการที่ 1 คือการกำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 8 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 16 ชั้น, วิธีการที่ 2 คือการกำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 12 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 12 ชั้น และ วิธีการที่ 3 คือการกำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 16 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 8 ชั้น ตามลำดับนั้น จะพบว่า การกำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 12 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 12 ชั้น ส่งผลให้จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยมีค่าน้อยที่สุด สำหรับทุก ๆ กรณีของการกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการอื่น ๆ

สำหรับอัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ ซึ่งแสดงดังรูปที่ 5.7 – 5.8 นั้น เมื่อกำหนดให้ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงมีค่าน้อย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ก็จะน้อยลงตามไปด้วยเช่นกัน โดยวิธีการที่กำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 12 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 12 ชั้น ทำให้อัตราความผิดพลาดของบิตและอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์มีค่าน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการอื่น ๆ แทบจะทุก ๆ กรณี คือยกเว้นเฉพาะวิธีการที่กำหนดให้ระดับย่อยที่ 1 มี 16 ชั้น และระดับย่อยที่ 2 มี 8 ชั้น ซึ่งมีการกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงเป็น 94% เท่านั้น

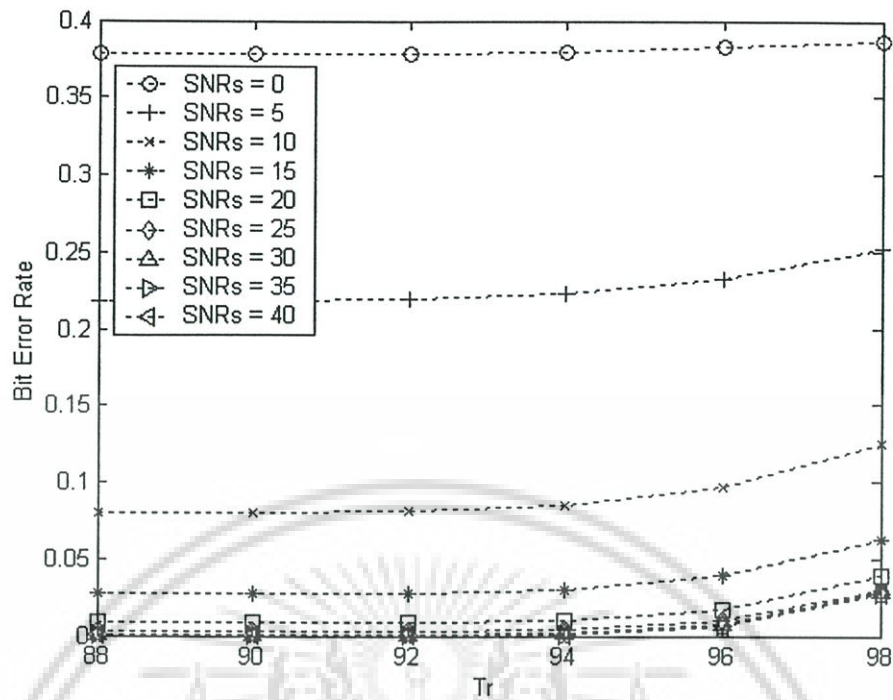
### 5.3.5 การทดลองที่ 5

ในการทดลองนี้ เป็นการทดลองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ที่กำหนดวิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน แต่มีค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน และมีการกำหนดค่าของอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratios : SNRs) ที่แตกต่างกันนั้น ส่งผลต่อสมรรถนะของระบบอย่างไรบ้าง

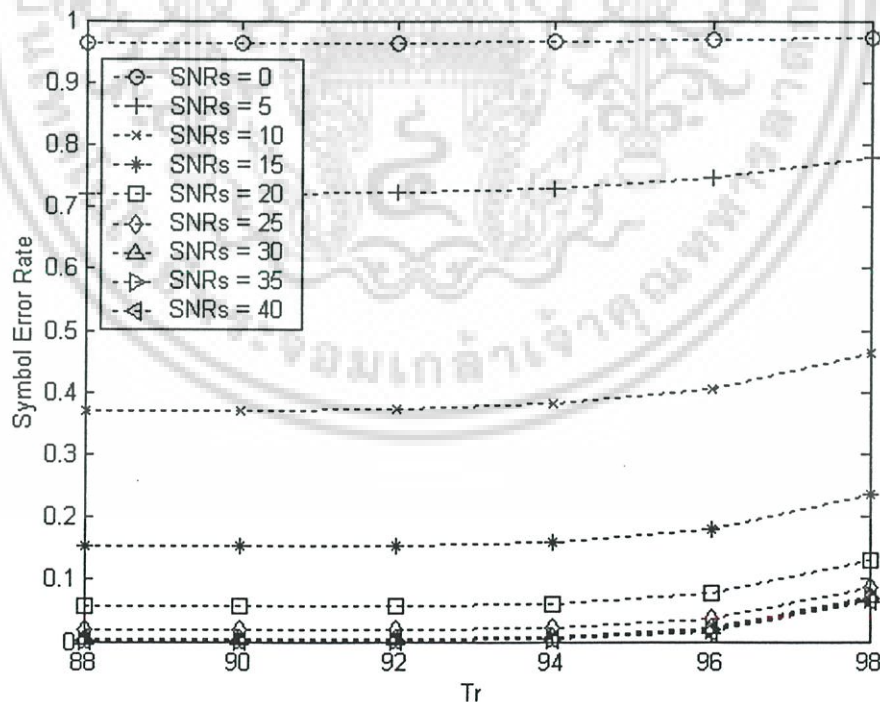
ผลการทดลองรูปที่ 5.9 - 5.11 แสดงจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ ในการแก้ปัญหาการประมาณค่าของสัญญาณที่ส่งด้วยวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 โดยใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ดังสมการที่ (4.15) เมื่อทำการแตกสาขาด้วยวิธีการเลือกแตกสาขาบางส่วน สำหรับการส่งข้อมูลขนาด 16 บิต ไปบนคลื่นพาห่อย่อย 16 คลื่นพาห่อย่อย ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน คือ 8-8 เมื่อกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกัน คือ  $Tr = 88\%, 90\%, \dots, 98\%$  ตามลำดับ และมีอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน คือ  $SNRs = 0, 5, \dots, 40$  dB ตามลำดับ



รูปที่ 5.9 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน



รูปที่ 5.10 อัตราความผิดพลาดของบิต เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนด จำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน



รูปที่ 5.11 อัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่แตกต่างกัน

จากรูปที่ 5.9 – 5.11 เมื่อใช้วิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน ซึ่งมีการกำหนดจำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ โดยที่มีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน และมีการกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกันนั้น จะเห็นว่าจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์ จะลดลงเมื่อมีการกำหนดค่าอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเพิ่มขึ้น โดยการกำหนดค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลงที่มากขึ้น จะส่งผลให้มีจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยลดลง แต่ทำให้อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์เพิ่มมากขึ้น

#### 5.4 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบ

ในหัวข้อนี้จะแสดงการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบ โดยการเปรียบเทียบจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย และอัตราส่วนของการลดลงของจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อทำการแก้ปัญหาด้วยการแจกแจงโดยละเอียด และการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งมีการกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบต่าง ๆ ทั้ง 3 แบบ คือ Depth-First Search, Best-First Search และ Selective Search

สำหรับวิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วน (Selective Search) ที่นำเสนอ นั้น จะกำหนดให้จำนวนระดับย่อยเป็น 2 ระดับ และมีจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน โดยมีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของอัลกอริทึม (ค่าเปอร์เซ็นต์เริ่มต้นของการเปลี่ยนแปลง  $Tr$ ) ที่มีผลทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องในทุกกรณี ทั้งนี้เนื่องจากต้องการเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณกับวิธีการอื่น ๆ ซึ่งรับประกันความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยจากการทดลองพบว่าค่า  $Tr$  เท่ากับ 92% ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับกรณีที่ใช้จำนวนคลื่นพาห่อย่อยเท่ากับ 16, 24 และ 32

ตารางที่ 5.1 และ ตารางที่ 5.2 แสดงประสิทธิภาพของระบบเมื่อใช้วิธีการแจกแจงโดยละเอียด และวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาที่แตกต่างกัน โดยที่กำหนดให้ใช้อัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value เหมือนกัน กล่าวคือใช้การประมาณค่า Optimal Cost Value  $C_k$  ด้วยขอบเขตบน  $\tilde{C}_k$  ดังสมการที่ (4.15)

ตารางที่ 5.1 จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่มีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยของวิธีการต่าง ๆ

คลื่นพหุข้อย	การแจกแจงโดยละเอียด	การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1		
		Depth-First Search	Best-First Search	Selective Search
16	2 <sup>15</sup>	634.028	245.256	189.107
24	2 <sup>23</sup>	6,083.945	1,993.936	1,057.527
32	2 <sup>31</sup>	132,551.271	18,666.732	9,508.914

ตารางที่ 5.2 อัตราส่วนของการลดลงของจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการต่าง ๆ (เทียบกับวิธีการแจกแจงโดยละเอียด)

คลื่นพหุข้อย	การแจกแจงโดยละเอียด	การแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1		
		Depth-First Search	Best-First Search	Selective Search
16	0%	98.0651%	99.2515%	99.4229%
24	0%	99.9275%	99.9762%	99.9874%
32	0%	99.9938%	99.9991%	99.9996%

จากตารางที่ 5.1 และตารางที่ 5.2 พบว่าเมื่อใช้วิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 ซึ่งมีการกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบเลือกแตกสาขาบางส่วนนั้น จำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยมีค่าน้อยที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการอื่น ๆ และจำนวนครั้งที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยจะยังมีความแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อสัญญาณที่ส่งในแต่ละช่วงสัญญาณมีความยาวมากขึ้น โดยวิธีการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 นั้นสามารถลดจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องมีการคำนวณ Optimal Cost Value โดยเฉลี่ยลงได้ตั้งแต่ 98.07% - 99.99% เมื่อเทียบกับวิธีการแจกแจงโดยละเอียด

## บทที่ 6

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ระบบสื่อสาร OFDM เป็นระบบที่สามารถรับส่งข้อมูลด้วยความเร็วสูง โดยที่มีการส่งข้อมูลในลักษณะหลายคลื่นพาห์ ซึ่งแถบความถี่ของแต่ละคลื่นพาห์ย่อย ๆ นั้นสามารถที่จะซ้อนทับกันได้ โดยอาศัยคุณสมบัติของการตั้งฉากกันระหว่างคลื่นพาห์ย่อยแต่ละตัว เพื่อให้สามารถส่งสัญญาณออกไปโดยไม่เกิดการรบกวนซึ่งกันและกัน อีกทั้งยังเป็นการใช้แถบความถี่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งระบบสื่อสาร OFDM นั้นเป็นระบบที่คาดกันว่าจะนำมาใช้ในการสื่อสารในยุคที่ 4 ข้อดีของระบบสื่อสาร OFDM อีกอย่างหนึ่งก็คือจะมีความทนทานต่อการเกิดการจางหายแบบหลายทิศทาง โดยการเพิ่มช่วงเวลาป้องกันไว้ที่ส่วนหน้าของแต่ละช่วงสัญลักษณ์ OFDM แต่การส่งสัญญาณผ่านสภาพแวดล้อมซึ่งมีการจางหายแบบหลายทิศทางนั้น สัญญาณที่ได้รับทางด้านเครื่องรับนั้นอาจคลาดเคลื่อนไปจากสัญญาณที่ส่งได้ ดังนั้นจึงต้องการวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีความรวดเร็วเพื่อใช้ในการหาค่าสัญญาณที่ส่งนี้ โดยเฉพาะในยุคที่ระบบการสื่อสารต้องการความจุช่องสัญญาณที่สูงขึ้นและครอบคลุมการให้บริการได้มากขึ้น นอกจากนี้หากเราทราบค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณ เราก็สามารถนำมาใช้ในการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งได้โดยตรง ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นอกจากนำเสนอวิธีการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งจากสัญญาณที่ได้รับแล้ว ยังได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณจากสัญญาณที่ส่งที่ประมาณได้ดังแสดงในสมการที่ (2.20) โดยที่วิธีการที่นำเสนอไม่ต้องอาศัยข้อมูลใด ๆ นอกจากสัญญาณที่ได้รับจากระบบสื่อสาร OFDM เพียง 1 ช่วงสัญลักษณ์เท่านั้น

#### 6.1 สรุปผลการวิจัย

จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value และอัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขาบางส่วนที่พัฒนาขึ้นนั้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งด้วยเทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK ในระบบสื่อสาร OFDM ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากทำให้กำหนดขอบเขตได้ดีขึ้น และการเปลี่ยนแปลงค่าขอบเขตก็มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนั้นจึงหยุดการแตกสาขาได้ดีขึ้น ซึ่งส่งผลให้การแก้ปัญหาทำได้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

## 6.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ ได้ทำการวิจัยเฉพาะการประยุกต์ใช้การโปรแกรมเชิงจำนวนเต็มสำหรับการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งในระบบสื่อสาร OFDM ซึ่งใช้เทคนิคการมอดูเลชันแบบ BPSK เท่านั้น เพื่อเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับการแก้ปัญหาการประมาณค่าสัญญาณที่ส่งโดยอาศัยหลักการของความน่าจะเป็นสูงสุด โดยวิธีการที่นำเสนอจะช่วยลดความซับซ้อนในการคำนวณลงเมื่อเทียบกับวิธีการแจกแจงโดยละเอียด ทั้งยังนำเสนอวิธีการเชิงฮิวริสติกซึ่งใช้เป็นแนวทางในพัฒนาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาดังกล่าว แต่ทั้งหมดที่ได้กล่าวมาก็เป็นเพียงวิธีการหนึ่งเท่านั้นที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าสัญญาณในระบบสื่อสาร OFDM ที่ใช้การมอดูเลชันแบบ Binary Phase Shift Keying (BPSK) ซึ่งในการระบบจริงนั้นเทคนิคการมอดูเลชันที่ใช้ก็อาจจะเป็นการมอดูเลชันแบบ Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) หรือ 16 Quadrature Amplitude Modulation (16QAM) ก็ได้

อย่างไรก็ตาม แม้ว่าวิธีการที่นำเสนอจะสามารถลดความซับซ้อนในการคำนวณลงเมื่อเทียบกับวิธีการแจกแจงโดยละเอียด แต่ก็นับได้ว่ายังมีความซับซ้อนในการคำนวณอยู่ค่อนข้างมาก หากช่วงสัญลักษณ์ที่ส่งมีความยาวมากขึ้น ดังนั้นจึงยังต้องการการพัฒนาต่อไปอีกเพื่อที่จะได้สามารถนำไปใช้งานได้จริงในทางปฏิบัติ ซึ่งคาดว่าระบบสื่อสาร OFDM จะเป็นระบบหนึ่งที่มีการใช้งานอย่างแพร่หลายในอนาคต

อนึ่ง สำหรับการพัฒนาเพื่อให้การแก้ปัญหาค่าสัญญาณในระบบสื่อสาร OFDM มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นนั้น อาจทำได้ดังนี้

- พัฒนาอัลกอริทึมในการหาขอบเขตบนของ Optimal Cost Value เพื่อประมาณค่าให้ใกล้เคียงกับ Optimal Cost Value ที่แท้จริงให้มากขึ้นไปอีก
- พัฒนาอัลกอริทึมในการเลือกแตกสาขา เพื่อเลือกคำตอบเพียงบางส่วนของที่เหมาะสมเพื่อทำการแตกสาขาออกไป และตัดสาขาที่ไม่น่าจะมีคำตอบของปัญหาออกไปให้มากยิ่งขึ้นไปอีก

## เอกสารอ้างอิง

- [1] R. V. Nee and R. Prasad, OFDM for Wireless Multimedia Communications, Artech House, 2000.
- [2] M. Engels, Wireless OFDM Systems : How to make them work?, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [3] N. Chotikakamthorn, and H. Suzuki, "On Identifiability of OFDM Blind Channel Estimation," *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'99 Fall)*, September 1999, pp. 2358-2361.
- [4] R. L. Rardin, *Optimization in Operations Research*, Prentice Hall, 1998.
- [5] G. F. Luger and W. A. Stubblefield, *Artificial Intelligence : Structures and Strategies for Complex Problem Solving*, Addison Wesley, 1998.
- [6] Z. Michalewicz and D. B. Fogel, *How to Solve It : Modern Heuristics*, Springer, 2002.
- [7] D. W. Corne, M. J. Oates and G. D. Smith, *Telecommunications Optimization : Heuristic and Adaptive Techniques*, John Wiley & Sons, 2000.
- [8] H. A. Taha, *Integer Programming : Theory, Applications, and Computations*, Academic Press, 1975.
- [9] P. Hoeher and Member, "A Statistical Discrete-Time Model for the WSSUS Multipath Channel", *IEEE Trans. Vehicular Technology*, Vol.41, No.4, November 1992, pp. 461-468.
- [10] J. van De Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. Wilson, and P. Borjesson, "On channel estimation in OFDM systems", *Proc. VTC'95*, Vol.2, July 1995, pp.815-819.
- [11] Y. Li, L. J. Cimini, Jr., and N. R. Sollenberger, "Robust Channel Estimation for OFDM Systems with Rapid Dispersive Fading Channels", *IEEE Trans. Communications*, Vol. 46, No. 7, July 1998, pp. 902-914.
- [12] E. Moulines, P. Duhamel, J. Cardoso, and S. Mayrargue, "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 43, No. 2, February 1995, pp. 516-525.
- [13] M. Tsatsanis, G. Giannakis, G. Zhou, "Estimation and Equalization of Fading Channels with Random coefficients," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech & Signal Processing*, 1996, pp. 1093-1096.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [14] L. Litwin, "An Introduction to Multicarrier Modulation," IEEE Potentials, Vol. 19, No. 2, April – May 2000, pp. 36-38.
- [15] N. Chitpinyon and N. Chotikakamthorn, "Integer Programming-based Maximum Likelihood Method for OFDM Parameter Estimation," Proc. The 2002 International Technical Conference On Circuit/Systems, Computers and Communication, Vol. 3, July 2002, pp. 1780-1783.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก.

## ข้อมูลรหัสการจำลองระบบ

## ก.1 ชุดคำสั่งที่ใช้เรียกชุดคำสั่งย่อย

```

clear;
%HT.mat stores the channel parameters of OFDM system which simulated from [9]
load HT.mat;
[M,hnum] = size(HT);
%bx.mat stores the data which be sent in OFDM system
load bx.mat;
[N,numbx] = size(bx);
%M = number of multipath
%hnum = number of independent channel parameters be generated
%Bandwidth = 640KHz
BW = 640*(10^3);
%Ts = sampling time interval
Ts = 1/BW;
%N = number of inputs b0 (8, 16, ... etc.) to be transmitted each time
N = 24;
%L = number of level
L = 2;
%sub_N1 = number of layer in level 1, sub_N2 = number of layer in level 2, ...
sub_N1 = 8;
sub_N2 = 16;
%Tr = Threshold to simulate (0.88, 0.90, ... etc.)
Tr = 0.90;
fs = BW;
df = fs/N;
dw = 2*pi*df;
Ad = zeros(N,M);
for m = 0:M-1,
    for i = 1:N,
        Ad(i,m+1) = exp(-sqrt(-1)*m*dw*Ts*(i-1));
    end
end

for count = 1:numbx
    %b0 = vector of N transmitting symbols
    b0 = bx(:,count);
    %transmitting data z
    z = ifft(b0);
    %add guard band with delay spread 4 μs
    gband = M-1;
    zg = [z(N-gband+1:N); z];
    %y0 = data at the receiver over hnum blocks
    y0 = zeros(N,hnum);
    %perform convolution to simulate multipath
    py = 0;
    for ii = 1:hnum,
        for i = 1:N,
            e = zg(i:i+M-1,1);
            httotal = HT(:,ii);
            y0(i,ii) = httotal.*flipud(e);
        end
        %calculate the received signal power
        py = py + abs(y0(:,ii))*y0(:,ii)/N;
    end
    py = py/hnum;
    %calculate the required noise power to simulate noisy environment

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ภายนอก

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

%snr = Signal-to-Noise Ratio to simulate (in dB)
snr = 90;
pn = py*10^(-snr/10);
%generate complex noise
randn('state',sum(100*clock));
noise = randn(N,hnum) + randn(N,hnum)*j;
%scale noise power to get the required noise level
noise = noise*sqrt(pn/2);
%For each experiment, add noise to y0 to get the final received data y
y = y0 + noise;
%then the data received needs to perform FFT to get data x for each of ex

for ex = 1:hnum
    x = fft(y(:,ex));
    Xtile = diag(x);
    A = real(conj(Xtile)*Ad*Ad'*Xtile);
    %random incumbent solution
    ranb0 = unidrnd(2,N-1,1);
    ranb0 = ((ranb0-1)*-2)+1;
    incumbent = [1; ranb0];
    method = 1;
    [num_node,check_data] = depthfirst(A,b0,incumbent,N);
    numnode(method,ex,count) = num_node;
    check(method,ex,count) = check_data;
    method = 2;
    [num_node,check_data] = bestfirst(A,b0,incumbent,N);
    numnode(method,ex,count) = num_node;
    check(method,ex,count) = check_data;
    method = 3;
    [num_node,check_data] = selective_1(A,b0,incumbent,N,L,Tr);
    numnode(method,ex,count,imp_res) = num_node;
    check(method,ex,count,imp_res) = check_data;
    method = 4;
    [num_node,check_data]=selective_2(A,b0,incumbent,N,L,sub_N1,sub_N2,Tr);
    numnode(method,ex,count,imp_res) = num_node;
    check(method,ex,count,imp_res) = check_data;
end
end
%evaluate performance
[avg_numnode,ber,ser] = eval_performance(numnode,check,N);

```

## ก.2 ชุดคำสั่งแสดงการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตก สาขาแบบ Depth-First Search

```

function [num_node,check_data] = depthfirst(A,b0,incumbent,N);
k = 1; iid = 0;
v = sum(sum((incumbent*incumbent').*A));

bt(k) = struct('bidx',1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,'plink',0,...
    &'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
[addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
bt(k).realcost = addcost;
bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
node = k;
k = k+1;
while bt(node).child ~= 2
    if bt(node).child == 0
        bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,...
            &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
        [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
        bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
        bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
        bt(node).llink = k;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    bt(node).child = 1;
else
    bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',-1,'llink',0,'rlink',0,...
        &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
    [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
    bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
    bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
    bt(node).rlink = k;
    bt(node).child = 2;
end
if bt(k).bidx == N
    if bt(k).boundcost >= v
        v = bt(k).boundcost;
        iid = k;
    end
    node = bt(k).plink;
    while bt(node).child ~= 1
        node = bt(node).plink;
        if node == 0
            break;
        end
    end
end
else
    if bt(k).boundcost >= v
        node = k;
    else
        bt(k).child = 2;
        node = bt(k).plink;
        while bt(node).child ~= 1
            node = bt(node).plink;
            if node == 0
                break;
            end
        end
    end
end
if node == 0
    break;
end
k = k+1;
end
num_node = k;
if iid == 0
    check_data = N;
else
    incumbent = bt(iid).bval;
    while bt(iid).plink ~= 0
        iid = bt(iid).plink;
        incumbent = [bt(iid).bval; incumbent];
    end
    check_data = sum(abs(incumbent-b0)/2);
end
end

```

### ก.3 ชุดคำสั่งแสดงการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบ Best-First Search

```

function [num_node,check_data] = bestfirst(A,b0,incumbent,N);
k = 1; iid = 0;
v = sum(sum((incumbent*incumbent').*A));

```

```

bt(k) = struct('bidx',1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,'plink',0,...
    &'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
[addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

bt(k).realcost = addcost;
bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
list = [bt(k).boundcost k];
while ~isempty(list)
    [max_val,i] = max(list(:,1));
    node = list(i,2);
    if v > max_val
        break;
    end
    k = k+1;
    if bt(node).child == 0
        bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,...
            &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
        [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
        bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
        bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
        bt(node).llink = k;
        bt(node).child = 1;
    else
        bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',-1,'llink',0,'rlink',0,...
            &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
        [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
        bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
        bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
        bt(node).rlink = k;
        bt(node).child = 2;
        list = [list(1:i-1,:); list(i+1:end,:)];
    end
    if bt(k).bidx ~= N
        list = [list(:,:); bt(k).boundcost k];
    else
        if bt(k).boundcost >= v
            v = bt(k).boundcost;
            iid = k;
        end
    end
end
num_node = k;
if iid == 0
    check_data = N;
else
    incumbent = bt(iid).bval;
    while bt(iid).plink ~= 0
        iid = bt(iid).plink;
        incumbent = [bt(iid).bval; incumbent];
    end
    check_data = sum(abs(incumbent-b0)/2);
end

```

#### ก.4 ชุดคำสั่งแสดงการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตก สาขาแบบ Selective Search ซึ่งกำหนดจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยเท่ากัน

```

function [num_node,check_data] = selective_1(A,b0,incumbent,N,L,Tr);
k = 1; iid = 0; num_leave = 1; s = 1; list_leave = []; sub_N = N/L;
v = sum(sum((incumbent*incumbent').*A));
costs = -inf;

bt(k) = struct('bidx',1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,'plink',0,...
    &'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
[addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
bt(k).realcost = addcost;
bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
list = [bt(k).boundcost k];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

while s <= N/sub_N
  while ~isempty(list)
    [max_val,i] = max(list(:,1));
    node = list(i,2);
    if v > max_val
      break;
    end
    if Tr*costs > max_val
      [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
      list = [];
      row = 1;
      while (max_val >= Tr*costs) & (max_val >= v)
        list(row,:) = [max_val list_leave(i,2)];
        list_leave = [list_leave(1:i-1,:); list_leave(i+1:end,:)];
        [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
        row = row+1;
      end
      s = s+1;
      [max_val,i] = max(list(:,1));
      node = list(i,2);
      num_leave=1;
      list_leave = [];
      costs = -inf;
    end
    k = k+1;
    if bt(node).child == 0
      bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,...
        &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
      [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
      bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
      bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
      bt(node).llink = k;
      bt(node).child = 1;
    else
      bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',-1,'llink',0,'rlink',0,...
        &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
      [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
      bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
      bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
      bt(node).rlink = k;
      bt(node).child = 2;
      list = [list(1:i-1,:); list(i+1:end,:)];
    end
    if bt(k).bidx == sub_N*s
      if bt(k).bidx == N
        if bt(k).boundcost >= v
          v = bt(k).boundcost;
          iid = k;
        end
      else
        if num_leave == 1
          costs = bt(k).boundcost;
        end
        if (bt(k).boundcost >= Tr*costs) & (bt(k).boundcost >= v)
          if bt(k).boundcost > costs
            costs = bt(k).boundcost;
          end
          list_leave(num_leave,:) = [bt(k).boundcost k];
          num_leave = num_leave+1;
        end
      end
    else
      if bt(k).boundcost >= v
        list = [list(:,:); bt(k).boundcost k];
      end
    end
  end
  if (isempty(list)) & (s < N/sub_N)
    if (isempty(list_leave))

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ลงมติแล้วสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    s = s+1;
else
    [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
    row = 1;
    while (max_val >= Tr*costs) & (max_val >= v)
        list(row,:) = [max_val list_leave(i,2)];
        list_leave = [list_leave(1:i-1,:); list_leave(i+1:end,:)];
        [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
        row = row+1;
    end
    s = s+1;
    [max_val,i] = max(list(:,1));
    node = list(i,2);
    num_leave = 1;
    list_leave = [];
    costs = -inf;
end
end
end
s = s+1;
end
num_node = k;
if iid == 0
    check_data = N;
else
    incumbent = bt(iid).bval;
    while bt(iid).plink ~= 0
        iid = bt(iid).plink;
        incumbent = [bt(iid).bval; incumbent];
    end
    check_data = sum(abs(incumbent-b0)/2);
end
end

```

### ก.5 ชุดคำสั่งแสดงการแตกสาขาและกำหนดขอบเขตแบบ 0-1 เมื่อกำหนดวิธีการแตกสาขาแบบ Selective Search ซึ่งกำหนดจำนวนชั้นในแต่ละระดับย่อยแตกต่างกัน

```

function [num_node,check_data] = selectsearch_2(A,b0,incumbent,N,L,sub_N1,...
    &sub_N2,Tr);
k = 1; iid = 0; num_leave = 1; s = 1; list_leave = [];
v = sum(sum((incumbent*incumbent').*A));
costs = -inf;

bt(k) = struct('bidx',1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,'plink',0,...
    &'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
[addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
bt(k).realcost = addcost;
bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
list = [bt(k).boundcost k];
while s <= L
    while ~isempty(list)
        [max_val,i] = max(list(:,1));
        node = list(i,2);
        if v > max_val
            break;
        end
        if Tr*costs > max_val
            [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
            list = [];
            row = 1;
            while (max_val >= Tr*costs) & (max_val >= v)
                list(row,:) = [max_val list_leave(i,2)];
                list_leave = [list_leave(1:i-1,:); list_leave(i+1:end,:)];
                [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
            end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        row = row+1;
    end
    s = s+1;
    [max_val,i] = max(list(:,1));
    node = list(i,2);
    num_leave=1;
    list_leave = [];
    costs = -inf;
end
k = k+1;
if bt(node).child == 0
    bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',1,'llink',0,'rlink',0,...
        &'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,'child',0);
    [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
    bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
    bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
    bt(node).llink = k;
    bt(node).child = 1;
else
    bt(k) = struct('bidx',bt(node).bidx+1,'bval',-1,'llink',0,...
        &'rlink',0,'plink',node,'realcost',0,'boundcost',0,...
        &'child',0);
    [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
    bt(k).realcost = addcost+bt(bt(k).plink).realcost;
    bt(k).boundcost = bt(k).realcost+approxcost;
    bt(node).rlink = k;
    bt(node).child = 2;
    list = [list(1:i-1,:); list(i+1:end,:)];
end
if (bt(k).bidx == sub_N1) | (bt(k).bidx == N)
    if bt(k).bidx == N
        if bt(k).boundcost >= v
            v = bt(k).boundcost;
            iid = k;
        end
    else
        if num_leave == 1
            costs = bt(k).boundcost;
        end
        if (bt(k).boundcost >= Tr*costs) & (bt(k).boundcost >= v)
            if bt(k).boundcost > costs
                costs = bt(k).boundcost;
            end
            list_leave(num_leave,:) = [bt(k).boundcost k];
            num_leave = num_leave+1;
        end
    end
end
else
    if bt(k).boundcost >= v
        list = [list(:,:); bt(k).boundcost k];
    end
end
if (isempty(list)) & (s < L)
    if (isempty(list_leave))
        s = s+1;
    else
        [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
        row = 1;
        while (max_val >= Tr*costs) & (max_val >= v)
            list(row,:) = [max_val list_leave(i,2)];
            list_leave = [list_leave(1:i-1,:); list_leave(i+1:end,:)];
            [max_val,i] = max(list_leave(:,1));
            row = row+1;
        end
        s = s+1;
        [max_val,i] = max(list(:,1));
        node = list(i,2);
        num_leave = 1;
    end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        list_leave = [];
        costs = -inf;
    end
end
end
s = s+1;
end
num_node = k;
if iid == 0
    check_data = N;
else
    incumbent = bt(iid).bval;
    while bt(iid).plink ~= 0
        iid = bt(iid).plink;
        incumbent = [bt(iid).bval; incumbent];
    end
    check_data = sum(abs(incumbent-b0)/2);
end
end

```

### ก.6 ชุดคำสั่งแสดงการประมาณค่า Optimal Cost Value $C_k$ ด้วยค่าขอบเขตบน $\tilde{C}_k$

```

function [addcost,approxcost] = std_boundcost(A,bt,k,N);
tmp = bt(k).bval;
level = bt(k).bidx;
addcost = (tmp*tmp)*A(level,level);
value = bt(k).bval;
while bt(k).plink ~= 0
    k = bt(k).plink;
    addcost = addcost+(2*((bt(k).bval*tmp)*A(bt(k).bidx,level)));
    value = [bt(k).bval;value];
end
approxcost = (2*sum(sum(abs(A(1:level,level+1:N)))))+ sum(sum(abs...
    &(A(level+1:N,level+1:N)))));

```

### ก.7 ชุดคำสั่งแสดงการประมาณค่า Optimal Cost Value $C_k$ ด้วยค่าขอบเขตบน $\tilde{C}_k$

```

function [addcost,approxcost] = imp_boundcost(A,bt,k,N);
tmp = bt(k).bval;
level = bt(k).bidx;
addcost = (tmp*tmp)*A(level,level);
value = bt(k).bval;
while bt(k).plink ~= 0
    k = bt(k).plink;
    addcost = addcost+(2*((bt(k).bval*tmp)*A(bt(k).bidx,level)));
    value = [bt(k).bval;value];
end
approx = 0;
for i = level+1:N
    temp = 0;
    for j = 1:level
        temp = temp+(value(j)*A(j,i));
    end
    approx = approx+(temp*sign(temp));
end
unknow = sum(sum(abs(A(level+1:N,level+1:N)))));
approxcost = (2*approx)+unknow;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก.8 ชุดคำสั่งจำลองการคำนวณจำนวนคำตอบเพียงบางส่วนที่ต้องคำนวณ Optimal Cost Value  $C_k$  โดยเฉลี่ย อัตราความผิดพลาดของบิต และอัตราความผิดพลาดของสัญลักษณ์

```
function [avg_numnode,ber,ser] = eval_performance(numnode,check,N);
[nummethod,ex,numbx] = size(numnode);
blockerror = zeros(nummethod,1);
for i = 1:numbx
    for j = 1:ex
        for k = 1:nummethod
            if check(k,j,i) ~= 0
                blockerror(k,1) = blockerror(k,1)+1;
            end
        end
    end
end
for method = 1:nummethod
    avg(method,1) = sum(sum(numnode(method, :, :)))/(ex*numbx);
    ber(method,1) = sum(sum(check(method, :, :)))*100/(N*ex*numbx);
    ser(method,1) = blockerror(method,1)*100/(ex*numbx);
end
```



ภาคผนวก ข.

## บทความและผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] N. Chitpinyon and N. Chotikakamthorn, "Integer Programming-based Maximum Likelihood Method for OFDM Parameter Estimation," Proc. The 2002 International Technical Conference On Circuit/Systems, Computers and Communication, Vol. 3, July 2002, pp. 1780-1783.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The performance of the proposed method also depends on how nodes (and the corresponding partial solutions) are branched. By using the best bound-cost value (as called best first search) strategy, performance can be improved. With this strategy, at each branching step, the node with the highest bound-cost is chosen for branching. Figure 3 shows the resulting averaged number of partial solutions (i.e., the number of branching) which must be computed when using the proposed upper-bound cost function with the depth first search strategy, compared with that of the same method used with the best first search strategy. From the figure, the best first search strategy offers reduced computational complexity.

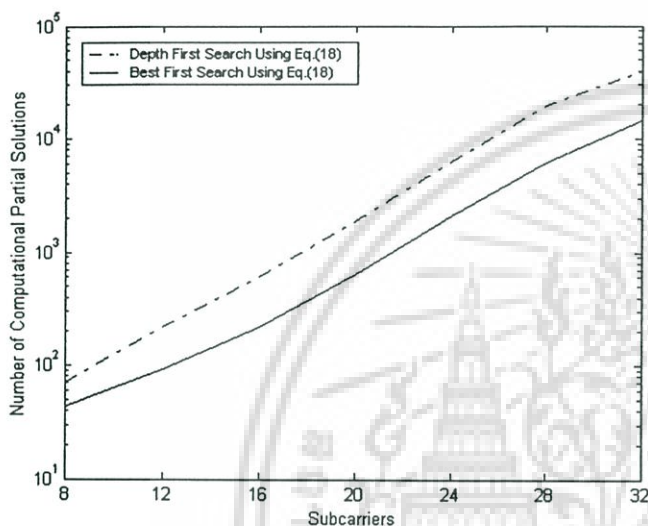


Figure 3. Computational requirements for different branching techniques using the same improved upper-bound cost function

Next, we consider the situation with various SNRs for illustrating the impact of SNRs on the method's computational complexity. We simulated the same scenario as previously described, with SNRs = 0, 5, 10, ..., 30. Figure 4 shows the results from the simulation using 16 subcarriers. From the figure, it is seen that the computational requirement at high SNRs is lower than that at low SNRs.

## 5. Conclusion

In this paper, we have shown that a standard branch and bound integer programming algorithm with the proposed improved upper-bound cost function can greatly reduce the complexity of computation in obtaining ML OFDM estimate. Simulation results demonstrate the performance of the improved upper-bound cost function compared with the simple upper-bound cost function. It has been shown that the

improved upper-bound cost function can also be speed up by using the best first search branching strategy. In addition, the simulation result shows that computation complexity of the method increases while decreasing SNRs.

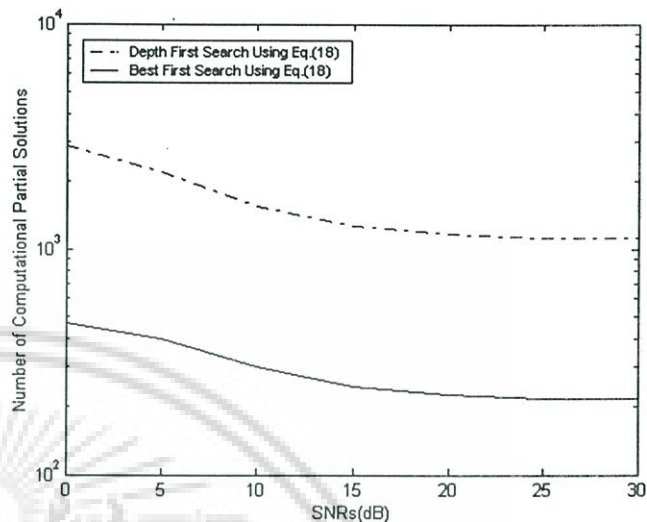


Figure 4. Computational requirements at various SNRs

## References

- [1] J. van De Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. Wilson, and P. Borjesson, "On channel estimation in OFDM systems", *Proc. VTC'95*, Vol.2, July 1995, pp.815-819.
- [2] Y. Li, L. J. Cimini, Jr., and N. R. Sollenberger, "Robust Channel Estimation for OFDM Systems with Rapid Dispersive Fading Channels", *IEEE Trans. Communications*, Vol. 46, No. 7, July 1998, pp. 902-914.
- [3] E. Moulines, P. Duhamel, J. Cardoso, and S. Mayrargue, "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 43, No. 2, February 1995, pp. 516-525.
- [4] M. Tsatsanis, G. Giannakis, G. Zhou, "Estimation and Equalization of Fading Channels with Random coefficients," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech & Signal Processing*, 1996, pp. 1093-1096.
- [5] N. Chotikakamthorn, and H. Suzuki, "On Identifiability of OFDM Blind Channel Estimation," *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'99 Fall)*, September 1999, pp. 2358-2361.
- [6] R. L. Rardin, *Optimization in Operations Research*, Prentice Hall, 1998.

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน	นางสาวนุชจรี จิตพินิจยล
วัน เดือน ปีเกิด	วันที่ 29 พฤศจิกายน พ.ศ. 2520
วุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี	วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์
สถานที่สำเร็จการศึกษา	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ปีที่สำเร็จการศึกษา	2541



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้