

การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายโดยใช้
แบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซน์ซอยด์แบบใหม่

PERFORMANCE SIMULATION OF TURBO CODES ON FADING
CHANNELS USING A NEW SUM-OF-SINUSOIDS FADING MODEL



พงศกร สีขาว

PONGSAKORN SEEKHAO

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-9709-62-4

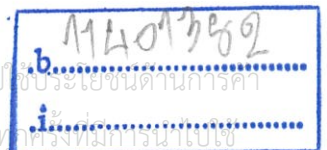
จพ.
ว 112 7
2547
๕-1

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน 51829

วัน,เดือน,ปี 30 ก.ค. 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**PERFORMANCE SIMULATION OF TURBO CODES ON FADING
CHANNELS USING A NEW SUM-OF-SINUSOIDS FADING MODEL**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2004

ISBN 974-9709-62-4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นาเบเซบระไฮชนด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ
การจางหายโดยใช้แบบจำลองการจางหายแบบผลรวม
ของไชนูซอยด์แบบใหม่

นักศึกษา

นายพงศกร สีขาว

รหัสประจำตัว

43061052

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

พ.ศ.

2547

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

ผศ.ดร. สุทธิชัย นพนาศิพงษ์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม

รศ.ดร. ปัญญา ฐิติมัทธมา

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบที่ใช้อัลกอริทึมแบบบล็อกแมปในการถอดรหัสแบบวนซ้ำ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่มีสหสัมพันธ์ช่องสัญญาณการจางหายนี้สร้างมาจากแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไชนูซอยด์แบบใหม่ที่มีคุณสมบัติทางสถิติเป็นไปตามแบบจำลองอ้างอิงทางคณิตศาสตร์แม้ว่าจะใช้จำนวนไชนูซอยด์น้อยๆก็ตาม และทำการดัดแปลงแบบจำลองใหม่สำหรับการจางหายแบบไรเซียน ผลการจำลองพบว่า เมื่อสหสัมพันธ์คงที่ ค่าไรเซียนแฟกเตอร์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ช่องสัญญาณมีการจางหายน้อยลง รหัสเทอร์โบจึงมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนมากขึ้น นอกจากนี้ เมื่อค่าไรเซียนแฟกเตอร์คงที่ อัตราการจางหายนอร์มอลไลซ์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายลดลง รหัสเทอร์โบจึงมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น

Thesis Title	Performance Simulation of Turbo Codes on Fading Channels Using A New Sum-of-Sinusoids Fading Model
Student	Mr. Pongsakorn Seekhao
Student ID.	43061052
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2004
Thesis Advisor	Asst.Prof.Dr. Suthichai Noppanakeepong
Thesis Co-Advisor	Assoc.Prof.Dr. Punya Thitimajshima

ABSTRACT

This thesis presents the performance simulation of Turbo codes, which uses Log-MAP algorithm for iterative decoding, on the correlated Rician fading channels. These fading channels are generated from a new sum-of-sinusoids fading model that has the statistical properties respecting to the mathematical reference model, although the number of sinusoids is used as a small integer, and this new model is modified for Rician fading. The simulation results show that, when the correlation is fixed, the increased Rician factor will reduce the channel fading which the Turbo codes performance is better and approaches on the Gaussian channel. In addition, when the Rician factor is fixed, the increased normalized fading rate will reduce the correlation of the fading process which the Turbo codes performance is better and approaches on the uncorrelated Rician fading channel.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาอันมีค่ายิ่งจาก ผศ.ดร.สุทธิชัย นพนาถิพงษ์ อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ และ รศ.ดร.ปัญญา จิติมัชฌิมา อาจารย์ผู้ควบคุม วิทยานิพนธ์ร่วม ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านทั้งสอง และขอกราบขอบพระคุณ เป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณ อ.อำนาจ ขาวเน อ.เศรษฐกร กาเมือง และเพื่อนพี่น้องทุกคนในห้องวิจัย T-302, T-304 และห้องปฏิบัติการวิจัยสื่อสารดาวเทียม สำหรับคำแนะนำ ความช่วยเหลือ ความ สนุกสนาน และกำลังใจ ที่มีให้แก่ผู้เขียนเสมอมา

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และญาติๆทุกท่าน สำหรับความรัก ความห่วงใย ความอบอุ่น กำลังใจ และทุกสิ่งทุกอย่าง จนทำให้มีผู้เขียนในวันนี้
คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

พงศกร สีขาว

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	4
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	4
1.4 ขอบเขตและขั้นตอนของการศึกษา.....	5
1.5 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	5
บทที่ 2 รหัสเทอร์โบ.....	6
2.1 การเข้ารหัสเทอร์โบ.....	6
2.1.1 ตัวเข้ารหัสซิสเต็มaticคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ.....	7
2.1.2 การอินเตอร์ลีฟ.....	10
2.1.3 การสิ้นสุดเทรลลิส.....	10
2.1.4 การฟังก์ชันเซอร์.....	12
2.2 การถอดรหัสเทอร์โบ.....	13
2.2.1 อัลกอริทึมแบบ BCJR.....	13
2.2.2 การถอดรหัสวนซ้ำของรหัสเทอร์โบ.....	13
2.2.2.1 พีชคณิตของความน่าจะเป็นจริงแบบลือก.....	13
2.2.2.2 เอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ของช่องสัญญาณ.....	15
2.2.2.3 หลักการถอดรหัสวนซ้ำ.....	19
2.2.3 อัลกอริทึมที่ใช้ในการถอดรหัส.....	21
2.2.3.1 อัลกอริทึมแบบแมป.....	22
2.2.3.2 อัลกอริทึมแบบลือกแมป.....	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ช่องสัญญาณการจางหาย.....	31
3.1 คุณสมบัติของช่องสัญญาณการจางหาย.....	31
3.1.1 การแพร่กระจายหลายวิถี.....	31
3.1.2 การเลื่อนคอปเฟลอร์.....	32
3.1.3 แบบจำลองทางสถิติของช่องสัญญาณการจางหาย.....	33
3.1.3.1 การจางหายแบบเรย์ลี.....	33
3.1.3.2 การจางหายแบบไรเซียน.....	36
3.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณการจางหาย.....	38
3.2.1 แบบจำลองการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์.....	38
3.2.2 แบบจำลองการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์.....	41
3.2.2.1 แบบจำลองอ้างอิงทางคณิตศาสตร์ของคลาร์ค.....	41
3.2.2.2 แบบจำลองของเจคส์และการปรับปรุง.....	42
3.2.2.3 แบบจำลองใหม่และการดัดแปลงสำหรับการจางหาย แบบไรเซียน.....	48
บทที่ 4 วิธีการจำลองและผลการจำลอง.....	53
4.1 การจำลองช่องสัญญาณ.....	53
4.1.1 การจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$	54
4.1.2 การจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$	57
4.2 การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ.....	61
4.2.1 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน.....	62
4.2.2 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 0$	63
4.2.3 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 2$	66
4.2.4 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 5$	70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.2.5 การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน.....	73
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	76
เอกสารอ้างอิง.....	78
ภาคผนวก บทความที่ได้รับการตีพิมพ์.....	80
ประวัติผู้เขียน.....	81



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แบบจำลองของระบบสื่อสารแบบดิจิทัล.....	1
2.1 ตัวเข้ารหัสเทอร์โบ.....	6
2.2 ตัวเข้ารหัสชิตเตมาติกคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ 1/2 และ $\nu = 2$	7
2.3 แผนภาพการเปลี่ยนสถานะของรหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ 1/2 และ $\nu = 2$	9
2.4 แผนภาพเทรลลิสของรหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ 1/2 และ $\nu = 2$	9
2.5 การสิ้นสุดเทรลลิส.....	11
2.6 ตัวถอดรหัสแบบซอฟต์แวร์อินพุต/ซอฟต์แวร์เอาต์พุต.....	19
2.7 ตัวถอดรหัสเทอร์โบ.....	20
2.8 แผนภาพแสดงการคำนวณ $\alpha_k(s)$ แบบเข้าไปหน้า.....	23
2.9 แผนภาพแสดงการคำนวณ $\beta_k(s)$ แบบข้าย้อนกลับ.....	24
3.1 การแพร่กระจายหลายวิถีในระบบวิทยุเคลื่อนที่.....	31
3.2 มุมการมาถึง α_n ของคลื่นระนาบในปรากฏการณ์คอปเพลอร์.....	32
3.3 pdf ของการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลี.....	35
3.4 pdf ของการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไรเซียนที่ K_R ต่างๆ.....	38
3.5 แบบจำลองการจางหายแบบเรย์ลีที่ไม่มีสหสัมพันธ์.....	39
3.6 แบบจำลองการจางหายแบบไรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์.....	40
3.7 ความสมมาตรของมุมการมาถึงเมื่อ $N = 10$ ในแบบจำลองของเจคส์.....	43
3.8 แบบจำลองการจางหายของเจคส์.....	45
3.9 แบบจำลองการจางหายของเจคส์ที่มีการปรับปรุง.....	46
3.10 แบบจำลองการจางหายแบบใหม่.....	49
3.11 การดัดแปลงแบบจำลองใหม่สำหรับการจางหายแบบไรเซียน.....	52
4.1 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$	54
4.2 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$	54
4.3 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.1$	55
4.4 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.1$	55
4.5 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	56
4.6 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	56
4.7 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$	57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.8 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$	58
4.9 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	58
4.10 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	59
4.11 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	59
4.12 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	60
4.13 การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ.....	62
4.14 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน.....	63
4.15 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$	63
4.16 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$	64
4.17 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	64
4.18 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	65
4.19 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ.....	65
4.20 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$	67
4.21 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$	68
4.22 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	68
4.23 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 2$ และไม่มีสหสัมพันธ์.....	69
4.24 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ.....	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

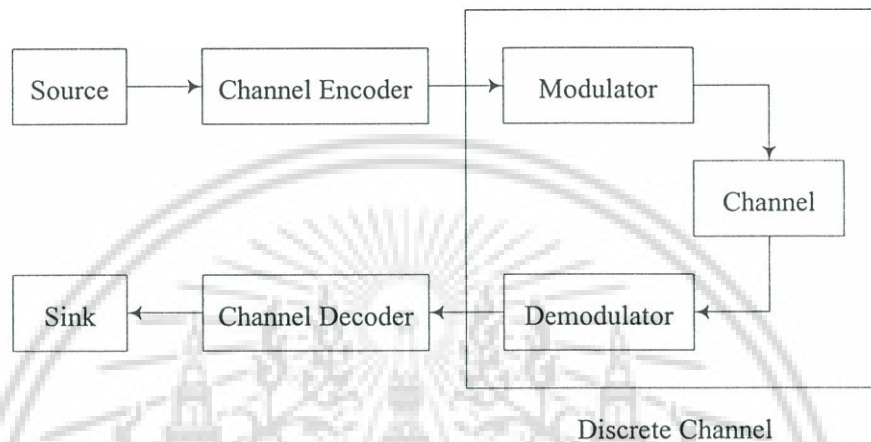
สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.25 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$	70
4.26 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$	70
4.27 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	71
4.28 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียน ที่ $K_R = 5$ และ ไม่มีสหสัมพันธ์	71
4.29 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ	72
4.30 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$	73
4.31 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$	74
4.32 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$	74
4.33 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหาย แบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ ไม่มีสหสัมพันธ์	75

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา



รูปที่ 1.1 แบบจำลองของระบบสื่อสารแบบดิจิทัล

พิจารณาแบบจำลองของระบบสื่อสารแบบดิจิทัลในรูปที่ 1.1 ที่เครื่องส่ง แหล่งกำเนิดจะสร้างข่าวสารซึ่งโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของสัญลักษณ์ฐานสอง (binary symbol) เนื่องจากความไม่แน่นอนของช่องสัญญาณเป็นสาเหตุทำให้เกิดความผิดพลาดในการรับสัญญาณ ตัวเข้ารหัสช่องสัญญาณจึงถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มส่วนซ้ำซ้อน (redundancy) ให้กับลำดับข่าวสาร ส่วนซ้ำซ้อนนี้จะช่วยในการตรวจจับและแก้ไขความผิดพลาดของการส่ง ตัวเข้ารหัสช่องสัญญาณจะแปลงข่าวสารขนาด k ดิจิตให้เป็นคำรหัส (codeword) ขนาด n ดิจิต โดยที่ $n > k$ รหัสควบคุมความผิดพลาดที่ดีต้องสามารถสร้างคำรหัสที่มีความแตกต่างกันมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ เพื่อให้ระบบสื่อสารมีความทนทานต่อความผิดพลาดของช่องสัญญาณ รหัสช่องสัญญาณจะถูกกำหนดด้วยอัตรารหัส (code rate) $R = k/n < 1$ จุดประสงค์หลักของรหัสควบคุมความผิดพลาดคือเพิ่มความเชื่อถือได้ของการส่งให้มากที่สุดภายใต้เงื่อนไขของกำลังสัญญาณ แบนด์วิธของระบบ และความซับซ้อนของวงจร โดยนำส่วนซ้ำซ้อนที่มีแบบแผนมาใช้กับสัญญาณส่ง ทำให้อัตราการส่งข้อมูลลดลงหรือแบนด์วิธช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับระบบที่ไม่มีการเข้ารหัส

สัญญาณเอาต์พุตของตัวเข้ารหัสช่องสัญญาณ โดยทั่วไปยังไม่เหมาะสำหรับการส่ง ตัวมอดูเลตจะทำให้สามารถส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณได้ จุดประสงค์หลักของการมอดูเลตคือแปลงสัญญาณให้เหมาะกับช่องสัญญาณ เพื่อให้สามารถส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณและเพิ่มความเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของการส่งข่าวสารได้ ตัวมอดูเลตจะแปลงลำดับดิจิทัลที่ผ่านการเข้ารหัสแล้วให้เป็นขบวนของรูปคลื่นแอนะล็อกสั้นๆที่เหมาะสมสำหรับการแพร่กระจาย โดยเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะต่างๆของคลื่นพาห้ทั้งทางแอมพลิจูด เฟส หรือความถี่

ช่องสัญญาณคือตัวกลางการส่งผ่านที่ใช้เพื่อนำพาหรือเก็บข่าวสาร ตัวอย่างเช่น สายส่ง ข่ายเชื่อมโยงวิทยุไมโครเวฟ ข่ายเชื่อมโยงดาวเทียม เส้นใยแสง สื่อบันทึกแม่เหล็ก เป็นต้น (บ่อยครั้งที่คำว่าช่องสัญญาณมักถูกใช้เรียกช่วงความถี่ที่จัดสรรไว้สำหรับการบริการเฉพาะด้าน เช่น ช่องสัญญาณโทรทัศน์หรือโทรศัพท์) ข้อจำกัดที่สำคัญของช่องสัญญาณมีสองประการคือ สัญญาณรบกวนเชิงความร้อน (thermal noise) และแบนด์วิดท์ที่มีจำกัด นอกจากนี้สำหรับช่องสัญญาณวิทยุเคลื่อนที่ซึ่งต้องประสบกับปัญหาการแพร่กระจายหลายวิถี (multipath propagation) และปัญหาการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเข้มของสัญญาณที่รับได้ เรียกว่าการจางหายหลายวิถี (multipath fading) และการเลื่อนความถี่ของสัญญาณที่รับได้ เรียกว่าการเลื่อนดอปเปลอร์ (Doppler shift) ตามลำดับ ปัญหาเหล่านี้ทำให้สมรรถนะของการส่งผ่านสัญญาณดิจิทัลลดลงอย่างมาก

ที่เครื่องรับ ตัวดีมอดูเลตโดยทั่วไปจะให้เอาต์พุตเป็นลำดับฐานสองหรือลำดับแอนะล็อกตามการประมาณที่ดีที่สุดของค่ารหัสส่งหรือลำดับมอดูเลตตามลำดับ ตัวถอดรหัสช่องสัญญาณจะประมาณค่าข่าวสารที่ส่งมา การถอดรหัสต้องสอดคล้องกับการเข้ารหัสและคุณลักษณะของช่องสัญญาณ จุดประสงค์ของตัวถอดรหัสคือลดผลของสัญญาณรบกวนบนช่องสัญญาณให้เหลือน้อยที่สุด เมื่อมีการออกแบบระบบเครื่องรับส่งให้เหมาะสม จะสามารถกำจัดหรือลดผลของการลดทอนและความเพี้ยนได้ ส่วนผลของสัญญาณรบกวนนั้นสามารถลดลงได้ แต่ไม่สามารถกำจัดออกได้ทั้งหมด เนื่องจากไม่สามารถคาดเดาการเกิดสัญญาณรบกวนได้

จากรูปที่ 1.1 ตัวมอดูเลต ช่องสัญญาณ และตัวดีมอดูเลตอาจเรียกรวมกันว่าช่องสัญญาณไม่ต่อเนื่อง (discrete channel) ถ้าเอาต์พุตของตัวดีมอดูเลตเป็นลำดับฐานสอง กระบวนการถอดรหัสช่องสัญญาณต่อจากนั้นจะถูกเรียกว่าเป็นการถอดรหัสที่มีการตัดสินใจแบบฮาร์ด (hard decision decoding) การตัดสินใจแบบฮาร์ดในตัวดีมอดูเลตทำให้เกิดการสูญเสียข่าวสารที่ไม่สามารถแก้ไขได้ แต่ถ้าทำการควอนไทซ์เอาต์พุตของตัวดีมอดูเลตให้มากกว่าสองระดับหรือทำการชักตัวอย่างจากสัญญาณเบสแบนด์แอนะล็อกที่รับได้ กระบวนการถอดรหัสช่องสัญญาณต่อจากนั้นจะถูกเรียกว่าเป็นการถอดรหัสที่มีการตัดสินใจแบบซอฟต์ (soft decision decoding)

รหัสช่องสัญญาณที่นิยมนำมาใช้กันมีสองชนิดได้แก่ รหัสบล็อก (block code) และรหัสคอนโวลูชัน (convolutional code) รหัสสองชนิดนี้มีความแตกต่างกันที่หน่วยความจำ (memory) ของตัวเข้ารหัส ในรหัสบล็อก การเข้ารหัสแต่ละครั้งขึ้นกับข่าวสารอินพุตปัจจุบันเท่านั้นโดยไม่ขึ้นกับการเข้ารหัสครั้งก่อน นั่นคือ ตัวเข้ารหัสไม่จำการเข้ารหัสที่ผ่านมา ส่วนในรหัสคอนโวลูชัน

ลำดับเอาต์พุตของตัวเข้ารหัสแต่ละครั้ง ไม่เพียงขึ้นกับข่าวสารอินพุตปัจจุบันเท่านั้น แต่ยังขึ้นกับข่าวสารที่ผ่านมาด้วย

รหัสช่องสัญญาณอีกชนิดหนึ่งที่นิยมนำมาใช้กันมากคือรหัสคอนแคทีเนต (concatenated codes) [1] รหัสคอนแคทีเนตได้มาจากการนำรหัสบล็อกและ/หรือรหัสคอนโวลูชันตั้งแต่สองตัวขึ้นไปมาต่อกัน เพื่อให้ได้อัตราขยายการเข้ารหัส (coding gain) สูงโดยที่ความซับซ้อนของการถอดรหัสโดยรวมต่ำกว่าการใช้รหัสเพียงตัวเดียวที่ให้สมรรถนะเท่ากัน

รหัสเทอร์โบ (Turbo codes) [2] เป็นรหัสคอนแคทีเนตรูปแบบหนึ่ง ตัวเข้ารหัสเทอร์โบสร้างมาจากการนำตัวเข้ารหัสซิสเต็มมาติกคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ (recursive systematic convolutional encoder : RSC) ที่เหมือนกันสองตัวมาต่อขนานกันผ่านตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่ม (random interleaver) ตัวถอดรหัสเทอร์โบสร้างมาจากการนำตัวถอดรหัสแบบซอฟต์อินพุต/ซอฟต์เอาต์พุต (soft-input/soft-output decoder : SISO) ที่เหมือนกันสองตัวมาต่ออนุกรมกันผ่านตัวอินเตอร์ลีฟที่เหมือนกับของตัวเข้ารหัส หลักการสำคัญของรหัสเทอร์โบคือการถอดรหัสวนซ้ำ (iterative decoding) โดย SISO แต่ละตัวจะทำการถอดรหัสสลับกันไปเป็นรอบๆ และแลกเปลี่ยนข่าวสารเอกซ์ทรินสิก (extrinsic information) ที่ได้จากการถอดรหัสไปมาระหว่างกันเพื่อแก้ไขความผิดพลาด จาก [2] พบว่ารหัสเทอร์โบที่มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/2$ จะให้อัตราความผิดพลาดบิต (bit error rate : BER) เท่ากับ 10^{-5} ที่อัตราส่วน E_b/N_0 เท่ากับ 0.7 dB เมื่อความยาวบล็อกข้อมูลหรือขนาดตัวอินเตอร์ลีฟเท่ากับ 65536 บิต และทำการถอดรหัสวนซ้ำจำนวน 18 รอบ สมรรถนะที่ได้นี้เข้าใกล้ขีดจำกัดของแชนนอน (Shannon limit) มาก โดยห่างเพียง 0.7 dB เท่านั้น ในปัจจุบันได้มีการนำรหัสเทอร์โบไปใช้ในทางปฏิบัติกันอย่างแพร่หลาย ตัวอย่างเช่น ใช้ในการติดต่อระหว่างสถานีฐานกับเครื่องโทรศัพท์เคลื่อนที่ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ยุคที่สาม (third generation mobile system) เป็นต้น

ในการจำลองสมรรถนะของการส่งผ่านสัญญาณดิจิทัลบนช่องสัญญาณการจางหายหลายวิธีที่มีการพิจารณาผลของการเลื่อนคอปเพลอร์ร่วมด้วยนั้น จำเป็นต้องใช้แบบจำลองช่องสัญญาณที่มีคุณสมบัติทางสถิติใกล้เคียงกับคุณลักษณะของช่องสัญญาณจริง มีความซับซ้อนต่ำ และใช้เวลาในการจำลองน้อย จากแบบจำลองอ้างอิงทางคณิตศาสตร์ของคลาร์ก (Clarke's mathematical reference model) [3] ที่ได้อธิบายถึงคุณลักษณะสำคัญของช่องสัญญาณการจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh fading channel) ซึ่งเป็นช่องสัญญาณการจางหายหลายวิธีที่คลื่นตรงถูกบดบัง เป็นที่มาของวิธีการจำลองช่องสัญญาณการจางหายแบบเรย์ลีที่เรียกว่าวิธีผลรวมของไซน์ซอไซด์ (sum-of-sinusoids method : SOS) ต่อมาเจคส์ (Jakes) [4] ได้สร้างแบบจำลอง SOS ที่ง่ายขึ้นและได้รับความนิยมนำไปใช้งานกันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากสัญญาณที่สร้างจากแบบจำลองของเจคส์ไม่เป็นสเตชันนารี (nonstationary) จึงได้มีการปรับปรุงแบบจำลองโดย Pop และ Beaulieu [5] เพื่อแก้ปัญหา

ความไม่เป็นสเตชันนารี ต่อมา Xiao, Zheng และ Beaulieu [6] ได้พิสูจน์ว่าคุณสมบัติทางสถิติเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อันดับสองของแบบจำลอง [5] ไม่เป็นไปตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคลาร์ก โดยที่ Xiao และ Zheng [7] ได้เสนอวิธี SOS แบบใหม่ที่ทำให้คุณสมบัติทางสถิติเป็นไปตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคลาร์กได้แม้ว่าจะใช้จำนวนไขนุชอยด์น้อยก็ตาม

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีดังนี้

1. ศึกษาหลักการการทำงานของรหัสเทอร์โบ ทั้งการเข้ารหัส การถอดรหัสส่วนซ้ำ และอัลกอริทึมแบบล็อกแมป (Log-MAP algorithm)
2. ศึกษาคุณลักษณะของช่องสัญญาณการจางหายหลายวิธีแบบต่างๆ ทั้งช่องสัญญาณแบบเรย์ลี (Rayleigh channel) และช่องสัญญาณแบบไรเซียน (Rician channel) รวมทั้งช่องสัญญาณที่มีการเลื่อนคอปเพลอร์
3. ศึกษาแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไขนุชอยด์แบบต่างๆ ซึ่งใช้จำลองช่องสัญญาณแบบเรย์ลีที่มีการพิจารณาผลของการเลื่อนคอปเพลอร์ร่วมด้วย
4. ทำการดัดแปลงแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไขนุชอยด์แบบใหม่เพื่อให้สามารถจำลองช่องสัญญาณแบบไรเซียนได้
5. ทำการจำลองเพื่อหาสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบไรเซียน โดยใช้แบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไขนุชอยด์แบบใหม่

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

สำหรับช่องสัญญาณแบบไรเซียน เนื่องจากค่าไรเซียนแฟกเตอร์ (Rician factor) เป็นอัตราส่วนกำลังของคลื่นตรงต่อคลื่นสะท้อนหลายวิถี ค่าไรเซียนแฟกเตอร์ต่ำๆ แสดงว่าช่องสัญญาณมีการจางหายรุนแรง เมื่อค่าไรเซียนแฟกเตอร์เป็นศูนย์ คลื่นตรงจะถูกบดบังทั้งหมด ช่องสัญญาณนี้จะกลายเป็นช่องสัญญาณแบบเรย์ลี ในทางตรงกันข้าม ค่าไรเซียนแฟกเตอร์สูงๆ แสดงว่าช่องสัญญาณมีการจางหายน้อย เมื่อค่าไรเซียนแฟกเตอร์เข้าใกล้อนันต์ ช่องสัญญาณนี้จะไม่มีการจางหาย นั่นคือจะกลายเป็นช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน (additive white Gaussian noise channel : AWGN) ดังนั้น ในการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบไรเซียน เมื่อค่าไรเซียนแฟกเตอร์เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนมากขึ้นด้วย

เมื่อมีการพิจารณาผลของการเลื่อนคอปเพลอร์ร่วมด้วย จะใช้แบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไขนุชอยด์แบบใหม่ในการจำลองช่องสัญญาณ ช่องสัญญาณที่ได้นี้เรียกว่าช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ (correlated fading channel) สำหรับช่องสัญญาณนี้ เมื่อค่าการ

เลื่อนคอปเปิลอร์หรืออาจเรียกว่าอัตราการจางหาย (fade rate) เพิ่มขึ้น สหสัมพันธ์ของกระบวนการจางหายจะลดลง ดังนั้น ในการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่ออัตราการจางหายเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์ (uncorrelated fading channel) มากขึ้นด้วย

1.4 ขอบเขตและขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการศึกษสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบต่างๆ โดยทำการเขียนโปรแกรมจำลองบนโปรแกรมแมตแล็บ (MATLAB) และทำการจำลองโดยการคำนวณหาอัตราความผิดพลาดบิต (BER) ที่อัตราส่วน E_b/N_0 ต่างๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) [8] รหัสเทอร์โบนี้ใช้อัลกอริทึมแบบล็อกแมป [9] ในการถอดรหัสวนซ้ำ ส่วนช่องสัญญาณที่นำมาทดสอบเป็นช่องสัญญาณการจางหายหลายวิธีแบบไรเซียนที่มีค่าไรเซียนแฟกเตอร์และอัตราการจางหายต่างๆ ช่องสัญญาณเหล่านี้เป็นช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ที่สร้างมาจากแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซนูซอยด์แบบใหม่ [7] นอกจากนี้ยังได้สร้างช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนและช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์เพื่อใช้เปรียบเทียบกับด้วย

1.5 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บท แต่ละบทประกอบด้วยรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ขอบเขตและขั้นตอนของการศึกษา รวมทั้งสรุปเนื้อหาทั้งหมดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

บทที่ 2 อธิบายถึงหลักการการทำงานของรหัสเทอร์โบ ทั้งการเข้ารหัสและการถอดรหัสวนซ้ำ รวมทั้งอัลกอริทึมที่ใช้ในการถอดรหัสทั้งแบบแมปและแบบล็อกแมป

บทที่ 3 อธิบายถึงคุณลักษณะของช่องสัญญาณการจางหายหลายวิธีแบบต่างๆ ทั้งช่องสัญญาณแบบเรย์ลีและแบบไรเซียน รวมทั้งช่องสัญญาณที่มีการเลื่อนคอปเปิลอร์ และอธิบายถึงแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซนูซอยด์แบบต่างๆ รวมทั้งการดัดแปลงแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซนูซอยด์แบบใหม่เพื่อให้สามารถจำลองช่องสัญญาณแบบไรเซียนได้

บทที่ 4 อธิบายถึงวิธีการจำลองและผลการจำลอง ทั้งของช่องสัญญาณแบบต่างๆ และสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณเหล่านั้น

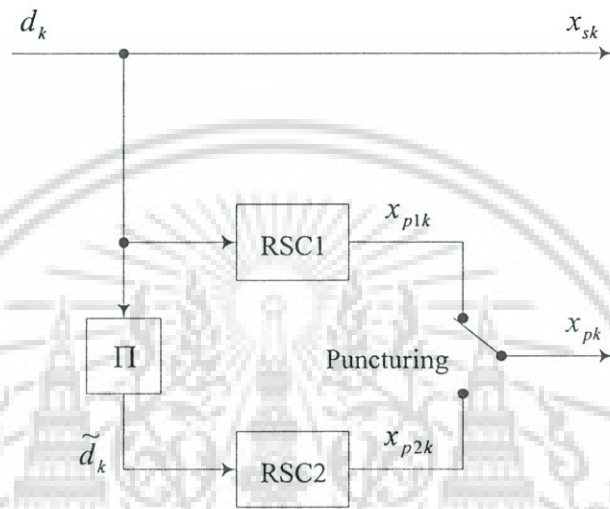
บทที่ 5 ซึ่งเป็นบทสุดท้าย จะเป็นการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

รหัสเทอร์โบ

2.1 การเข้ารหัสเทอร์โบ



รูปที่ 2.1 ตัวเข้ารหัสเทอร์โบ

จากรูปที่ 2.1 ตัวเข้ารหัสเทอร์โบประกอบด้วยตัวเข้ารหัสย่อยที่เหมือนกันสองตัวต่อขนานกัน (parallel concatenation) ผ่านตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่ม (random interleaver : Π) โดยที่ตัวเข้ารหัสย่อยแต่ละตัวจะเป็นตัวเข้ารหัสซิสเต็มมาติกคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ (recursive systematic convolutional encoder : RSC) ดังนั้นรหัสเทอร์โบจึงมีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่ารหัสคอนโวลูชันที่ต่อขนานแบบขนาน (parallel concatenated convolutional codes : PCCC)

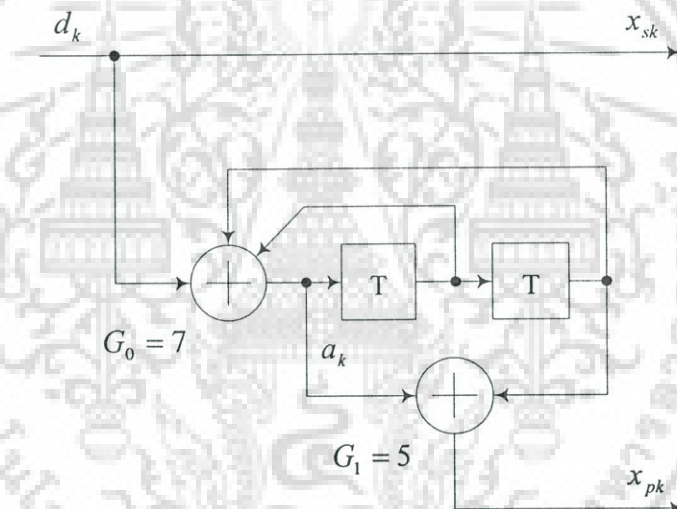
ในการเข้ารหัส ลำดับข่าวสารชุดเดียวกันจะถูกเข้ารหัสสองครั้งด้วยลำดับที่ต่างกัน เนื่องจากตัวอินเตอร์ลีฟ โดยที่เวลา k บิตข่าวสาร d_k จะถูกเข้ารหัสด้วย RSC1 ได้บิตพาริตี x_{p1k} ส่วนบิตข่าวสาร \tilde{d}_k (d_k ที่ถูกอินเตอร์ลีฟ) จะถูกเข้ารหัสด้วย RSC2 ได้บิตพาริตี x_{p2k} ดังนั้นที่เวลา k คำรหัสที่ได้จะเท่ากับ (d_k, x_{p1k}, x_{p2k}) รหัสเทอร์โบนี้มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/3$ และเมื่อต้องการเพิ่มอัตรารหัสก็สามารถทำได้ด้วยการฟังก์ชันเซอร์ (puncturing) โดยลบบิตพาริตีบางบิตออกก่อนส่ง นั่นคือที่เวลา k คำรหัสที่ได้จะเท่ากับ (d_k, x_{p1k}) หรือ (d_k, x_{p2k}) สลับกันไป ทำให้รหัสเทอร์โบนี้มีอัตรารหัสเพิ่มเป็น $1/2$

2.1.1 ตัวเข้ารหัสซิสเต็มaticคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ

ตัวเข้ารหัสซิสเต็มaticคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟคือตัวเข้ารหัสซิสเต็มaticคอนโวลูชันที่มีการป้อนกลับ ในรหัสซิสเต็มatic ลำดับข่าวสารจะเป็นส่วนหนึ่งของคำรหัส สำหรับรหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/2$ เมตริกซ์ตัวกำเนิด (generator matrix) จะเป็นดังนี้

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & g_1(D) \\ & g_0(D) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

เมื่อ $g_0(D)$ และ $g_1(D)$ เป็นพหุนามตัวกำเนิดดีกรี ν ที่แสดงถึงการป้อนกลับ (feedback) และการป้อนไปหน้า (feedforward) ตามลำดับ โดย ν แสดงถึงหน่วยความจำ (memory) ของตัวเข้ารหัส ตัวอย่างของตัวเข้ารหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/2$ และ $\nu = 2$ แสดงได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ตัวเข้ารหัสซิสเต็มaticคอนโวลูชันแบบรีเคอร์ซีฟ ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/2$ และ $\nu = 2$

จากรูปที่ 2.2 จะได้พหุนามตัวกำเนิด ดังนี้

$$g_0(D) = 1 + D + D^2 \quad (2.2ก)$$

$$g_1(D) = 1 + D^2 \quad (2.2ข)$$

แทนสมการ (2.2ก) และ (2.2ข) ในสมการ (2.1) จะได้เมตริกซ์ตัวกำเนิด ดังนี้

$$G(D) = \left[1 \quad \frac{1+D^2}{1+D+D^2} \right] \quad (2.3)$$

โดยทั่วไปสามารถอธิบายตัวเข้ารหัส RSC ด้วยตัวกำเนิด G_0 และ G_1 ซึ่งแสดงถึงการต่อระหว่างรีจิสเตอร์เลื่อน (shift register) กับตัวบวกแบบมอดูโลสอง (modulo 2 adder) แทนการอธิบายด้วยพหุนามตัวกำเนิด $g_0(D)$ และ $g_1(D)$ ตามลำดับ โดยตัวกำเนิดนี้สามารถเขียนได้ทั้งในรูปของเลขฐานสองและเลขฐานแปด ดังนี้

$$G_0 = \{g_{00} \quad g_{01} \quad g_{02}\} = \{111\} = 7 \quad (2.4ก)$$

$$G_1 = \{g_{10} \quad g_{11} \quad g_{12}\} = \{101\} = 5 \quad (2.4ข)$$

จากรูปที่ 2.2 ตัวเข้ารหัส RSC จะสร้างคำรหัส (x_{sk}, x_{pk}) ที่เวลา k โดย

$$a_k = d_k \oplus \sum_{i=1}^v g_{0i} a_{k-i} \quad (2.5ก)$$

$$x_{sk} = d_k = \sum_{i=0}^v g_{0i} a_{k-i} \quad (2.5ข)$$

$$x_{pk} = \sum_{i=0}^v g_{1i} a_{k-i} \quad (2.5ค)$$

เมื่อ d_k คือ บิตข่าวสาร

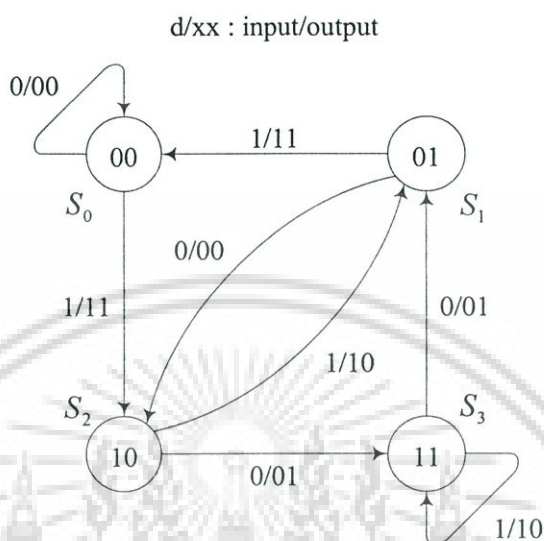
x_{sk} คือ บิตซิสเต็มatic

และ x_{pk} คือ บิตพาริตี

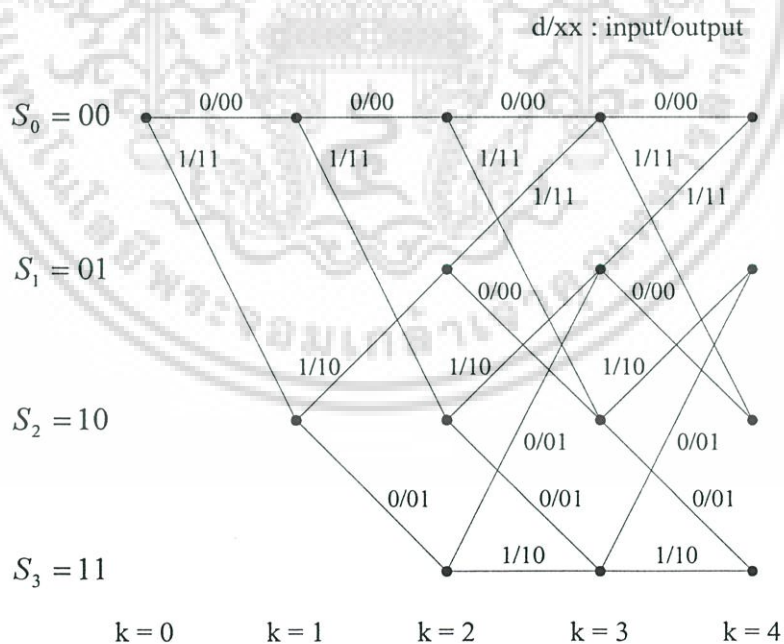
เนื่องจากกระบวนการเข้ารหัสเป็นกระบวนการมาร์คอฟสถานะจำกัดที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (discrete-time finite-state Markov process) รูปแบบหนึ่ง ดังนั้นจึงสามารถอธิบายได้โดยใช้แผนภาพการเปลี่ยนสถานะ (state transition diagram) และแผนภาพเทรลลิส (Trellis diagram) ที่มีจำนวนสถานะเท่ากับ 2^V สำหรับตัวเข้ารหัส RSC ในรูปที่ 2.2 จะมีแผนภาพการเปลี่ยนสถานะและแผนภาพเทรลลิสดังรูปที่ 2.3 และ 2.4 ตามลำดับ

เมื่อทำการออกแบบตัวเข้ารหัส RSC อย่างเหมาะสม รหัสเทอร์โบจะมีระยะฟรีประสิทธิภาพ (effective free distance) มากที่สุด ทำให้ได้สมรรถนะที่ดี ดังนั้นตัวเข้ารหัสย่อยของรหัสเทอร์โบจึงต้องเป็นตัวเข้ารหัส RSC [10] นอกจากนี้ ข้อดีของรหัสซิสเต็มaticเมื่อเปรียบเทียบกับรหัสที่ไม่

เป็นซีสมติค คือ การเข้ารหัสค่อนข้างง่ายกว่า ใช้ฮาร์ดแวร์น้อยกว่า และไม่จำเป็นต้องใช้วงจรย้อนกลับเพื่อผู้ลำดับข่าวสารคืนจากคำรหัส



รูปที่ 2.3 แผนภาพการเปลี่ยนสถานะของรหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ 1/2 และ $\nu = 2$



รูปที่ 2.4 แผนภาพเทรลลิสของรหัส RSC ที่มีอัตรารหัสเท่ากับ 1/2 และ $\nu = 2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 การอินเตอร์ลีฟ

ในการเข้ารหัสเทอร์โบ การอินเตอร์ลีฟเป็นกระบวนการจัดลำดับข่าวสารใหม่ก่อนส่งให้กับตัวเข้ารหัส RSC2 กระบวนการย้อนกลับของการอินเตอร์ลีฟเรียกว่าการดีอินเตอร์ลีฟ เป็นการจัดลำดับข่าวสารให้กลับคืนดั้งเดิม ในทางปฏิบัติ การอินเตอร์ลีฟเป็นเทคนิคที่ช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ไขความผิดพลาดของการเข้ารหัส และมีบทบาทสำคัญในการทำให้รหัสเทอร์โบมีสมรรถนะที่ดี

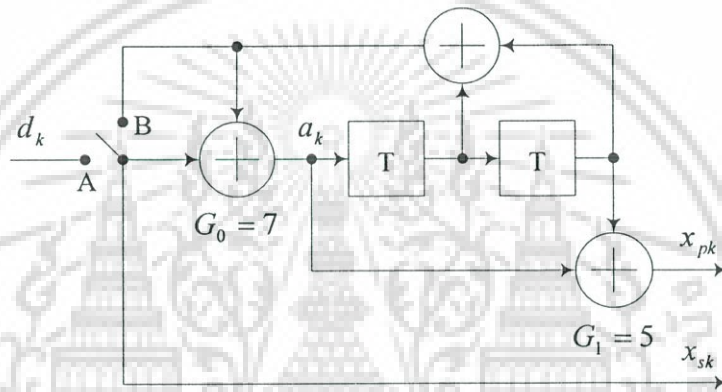
การสร้างรหัสบล็อกขนาดยาวๆจากรหัสคอนโวลูชันที่มีหน่วยความจำน้อยๆโดยใช้ตัวอินเตอร์ลีฟจะทำให้ได้รหัสที่มีคุณสมบัติของระยะ (distance) ที่ดี ทำให้สามารถทำการถอดรหัสวนซ้ำได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตัวอินเตอร์ลีฟจะกำจัดลำดับอินพุตที่มีน้ำหนัก (weight) ต่ำๆให้หมดไป ทำให้ระยะฟรีของรหัสเพิ่มขึ้นหรือทำให้จำนวนของคำรหัสที่มีระยะฟรีน้อยๆลดลง กล่าวคือ ตัวอินเตอร์ลีฟจะกระจายความผิดพลาดแบบเบิร์สต์ (burst error) ออกโดยการส่งข่าวสารที่ถูกสลับลำดับไปยังตัวเข้ารหัส RSC2 และที่ตัวถอดรหัส ตัวอินเตอร์ลีฟจะทำการลดสหสัมพันธ์ระหว่างอินพุตของตัวถอดรหัส SISO ทั้งสองเพื่อให้การถอดรหัสวนซ้ำซึ่งมีการแลกเปลี่ยนข่าวสารที่ไม่มีสหสัมพันธ์กันระหว่างตัวถอดรหัส SISO ทั้งสองสามารถทำงานได้ ตัวอย่างเช่น หลังจากที่ตัวถอดรหัส SISO1 ทำการแก้ไขความผิดพลาดบางส่วนแล้ว ความผิดพลาดที่เหลือจะถูกกระจายออกโดยตัวอินเตอร์ลีฟเพื่อให้ตัวถอดรหัส SISO2 สามารถทำการแก้ไขได้ เมื่อจำนวนรอบการวนซ้ำในกระบวนการถอดรหัสเพิ่มขึ้น อัตราความผิดพลาดบิดจะเข้าไปใกล้กรณีของตัวถอดรหัสแบบความน่าจะเป็นจริงสูงสุด (maximum likelihood decoder) โดยทั่วไป เมื่อขนาดตัวอินเตอร์ลีฟเพิ่มขึ้น จะเป็นผลดีต่อทั้งคุณสมบัติของรหัสและสมรรถนะของการถอดรหัสวนซ้ำ ทำให้สมรรถนะของรหัสเทอร์โบดีขึ้นด้วย

ตัวอินเตอร์ลีฟแบ่งตามโครงสร้างได้เป็น 4 ชนิดใหญ่ๆ ได้แก่ ตัวอินเตอร์ลีฟแบบบล็อก (block interleaver) ตัวอินเตอร์ลีฟแบบคอนโวลูชัน (convolutional interleaver) ตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่ม (random interleaver) และตัวอินเตอร์ลีฟแบบเหมาะกับรหัส (code matched interleaver) ตัวอินเตอร์ลีฟแต่ละชนิดดังกล่าวข้างต้นยังสามารถแบ่งย่อยออกได้อีกหลายชนิด รายละเอียดต่างๆสามารถศึกษาได้จาก [10]

2.1.3 การสิ้นสุดเทรลลิส

ตัวเข้ารหัสเทอร์โบที่มีอินพุตเป็นกลุ่มของบิตข่าวสารสามารถพิจารณาได้ว่าเป็นตัวเข้ารหัสบล็อก การสิ้นสุดเทรลลิส (Trellis termination) คือการทำให้ตัวเข้ารหัสมีสถานะเป็นศูนย์ทั้งหมดเมื่อสิ้นสุดการเข้ารหัสแต่ละบล็อกข่าวสารเพื่อให้แน่ใจว่าสถานะเริ่มต้นสำหรับบล็อกต่อไปเป็นศูนย์ทั้งหมด

เนื่องจากตัวเข้ารหัสเทอร์โบมีตัวเข้ารหัสย่อยเป็นแบบรีเคอร์ซีฟจึงไม่สามารถทำการสิ้นสุดเทรลลิสโดยการส่งบิตหาง (tail bits) ที่เป็นศูนย์จำนวน ν บิตเช่นเดียวกับกรณีของตัวเข้ารหัสแบบไม่เป็นรีเคอร์ซีฟได้ ดังนั้นสำหรับตัวเข้ารหัสแบบรีเคอร์ซีฟ บิตหางจึงไม่เป็นศูนย์เสมอไป แต่จะขึ้นกับสถานะของตัวเข้ารหัสหลังจากทำการเข้ารหัสบิตข่าวสารจำนวน N บิต วิธีการสิ้นสุดเทรลลิสอย่างง่ายสำหรับตัวเข้ารหัสแบบรีเคอร์ซีฟ [11] แสดงได้ดังรูปที่ 2.5 เมื่อทำการส่งบิตข่าวสาร N บิต สวิตช์จะอยู่ที่ตำแหน่ง A และเมื่อทำการส่งบิตหาง ν บิต สวิตช์จะอยู่ที่ตำแหน่ง B ซึ่งจะทำให้ตัวเข้ารหัสมีสถานะเป็นศูนย์ทั้งหมด นั่นคือ การสิ้นสุดเทรลลิสจะต้องทำให้อินพุต a_k ที่เข้าสู่รีจิสเตอร์เลื่อนเป็นศูนย์ เพื่อให้รีจิสเตอร์ทั้งหมดเป็นศูนย์หลังการเลื่อน ν ครั้ง



รูปที่ 2.5 การสิ้นสุดเทรลลิส

เมื่อรหัสเทอร์โบใช้ตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่ม วิธีการดังกล่าวข้างต้นมักจะไม่สามารถทำการสิ้นสุดเทรลลิสของตัวเข้ารหัสย่อยทั้งสองพร้อมกันได้เมื่อส่งบิตหางเพียง ν บิต เนื่องจากตัวเข้ารหัสย่อยทั้งสองนี้เป็นแบบรีเคอร์ซีฟ ซึ่งโดยทั่วไปมีเพียงตัวเข้ารหัสย่อยตัวแรกเท่านั้นที่มีสถานะเป็นศูนย์ทั้งหมด การไม่ทราบสถานะสุดท้ายของตัวเข้ารหัสย่อยตัวที่สองจะทำให้สมรรถนะของรหัสเทอร์โบลดลงเพียงเล็กน้อยเมื่อตัวอินเตอร์ลีฟมีขนาดใหญ่ (N มากๆ) สำหรับรหัสเทอร์โบที่มีอัตรารหัสเท่ากับ $1/3$ และทำการสิ้นสุดเทรลลิส จะสามารถพิจารณาได้ว่าเป็นรหัสซิสเต็มaticกับบล็อกเชิงเส้นที่มีคำรหัสยาว $3(N + \nu)$ บิต เมื่อข่าวสารยาว N บิต

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้ตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่ม ทำให้มีเพียงตัวเข้ารหัสย่อยตัวแรกเท่านั้นที่มีการสิ้นสุดเทรลลิส สำหรับโครงสร้างของตัวอินเตอร์ลีฟแบบพิเศษที่สามารถทำให้ตัวเข้ารหัสย่อยทั้งสองมีสถานะเป็นศูนย์พร้อมกันได้ สามารถศึกษาได้จาก [10]

2.1.4 การฟังก์ชันเซอร์

โดยทั่วไป รหัสย่อยทั้งสองและอัตราของรหัสแต่ละตัวไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน ถ้าอัตราของรหัสย่อยทั้งสองแทนด้วย R_1 และ R_2 ตามลำดับ อัตราทั้งหมดของรหัสเทอร์โบที่ยังไม่มีการฟังก์ชันเซอร์ R จะหาได้จาก

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - 1 \quad (2.6)$$

ตัวอย่างเช่น

- ถ้า $R_1 = R_2 = 1/2$ แล้ว $R = 1/3$
- ถ้า $R_1 = 1/3$ และ $R_2 = 1/4$ แล้ว $R = 1/6$
- ถ้า $R_1 = R_2 = 3/4$ แล้ว $R = 3/5$
- ถ้า $R_1 = R_2 = 4/5$ แล้ว $R = 2/3$

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นได้ว่าการหารหัสคอนไวลูชันที่มีอัตรารหัสสูงโดยไม่ต้องมีจำนวนสถานะมากนั้นค่อนข้างยุ่งยาก ดังนั้น การฟังก์ชันเซอร์จึงเป็นทางเลือกที่ดีในการเพิ่มอัตรารหัส โดยไม่ต้องใช้รหัสย่อยที่มีจำนวนสถานะมาก และรหัสมีความซับซ้อนต่ำ

การฟังก์ชันเซอร์เป็นกระบวนการกำจัดสัญลักษณ์/ตำแหน่งบางตัวออกจากคำรหัส เพื่อให้ความยาวของคำรหัสลดลงและอัตรารหัสทั้งหมดเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบใน [2] ก็ได้มีการฟังก์ชันเซอร์ครั้งหนึ่งของชุดบิตจากตัวเข้ารหัส RSC แต่ละตัว ถ้ามีการฟังก์ชันเซอร์อย่างเหมาะสม การฟังก์ชันเซอร์ครั้งหนึ่งของชุดบิตซิสเต็มมาจากตัวเข้ารหัส RSC แต่ละตัวจะหมายถึงการส่งบิตซิสเต็มจากทั้งชุดในหนึ่งครั้ง ดังนั้น อัตรารหัสทั้งหมดจึงเท่ากับ $1/2$ นอกจากนี้ การเลือกใช้ตัวอินเตอร์ลีฟหรือตัวเข้ารหัสย่อยแบบต่างๆยังมีผลต่อการฟังก์ชันเซอร์อีกด้วย

จากรูปที่ 2.1 เมื่อมีการฟังก์ชันเซอร์ จะมีการลบบางบิตออกจากคำรหัส (d_k, x_{p1k}, x_{p2k}) ตามรูปแบบที่กำหนดโดยเมตริกซ์การฟังก์ชันเซอร์ P ตัวอย่างเช่น รหัสเทอร์โบที่มีอัตรา $1/2$ จะได้มาจากการฟังก์ชันเซอร์รหัสเทอร์โบที่มีอัตรา $1/3$ โดยเมตริกซ์การฟังก์ชันเซอร์ที่นำมาใช้จะเป็นดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

เมื่อคาบเวลาของการฟังก์ชันเซอร์เท่ากับ 2 จากเมตริกซ์การฟังก์ชันเซอร์ข้างต้น บิตพาริตีจากตัวเข้ารหัสย่อยทั้งสองจะถูกลบสลับกัน ดังนั้น ที่เวลา k คำรหัสเทอร์โบที่มีการฟังก์ชันเซอร์จึงประกอบด้วยบิตเอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งจนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข่าวสารหนึ่งบิตตามด้วยบิตพาริตีอีกหนึ่งบิต ซึ่งบิตพาริตีนี้ได้มาจากตัวเข้ารหัสย่อยตัวแรกและตัวเข้ารหัสย่อยตัวที่สองสลับกันไป

2.2 การถอดรหัสเทอร์โบ

ตัวถอดรหัสเทอร์โบประกอบด้วยตัวถอดรหัสย่อยที่เหมือนกันสองตัวต่ออนุกรมกัน (serial concatenation) ผ่านตัวอินเทอร์ลีฟที่เหมือนกับของตัวเข้ารหัส ตัวถอดรหัสย่อยแต่ละตัวจะเป็นตัวถอดรหัสแบบซอฟต์แวร์อินพุต/ซอฟต์แวร์เอาต์พุต (soft-input/soft-output decoder : SISO) 2^V สถานะ ซึ่งเหมาะสำหรับการถอดรหัสวนซ้ำ เนื่องจากตัวถอดรหัสนี้รับอินพุตเป็นข่าวสารเอไพริออริ (*a priori* information) และให้เอาต์พุตเป็นข่าวสารเอโพสเทอริออริ (*a posteriori* information) ในการถอดรหัสเทอร์โบ จะใช้อัลกอริทึมการถอดรหัสแบบต่างๆที่มีพื้นฐานจากทรลลิส อัลกอริทึมเหล่านี้เหมาะสำหรับการประมาณค่าลำดับสถานะของกระบวนการมาร์คอฟสถานะจำกัดที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาเมื่อพิจารณาพร้อมกับสัญญาณรบกวน ในการถอดรหัสลำดับรหัสที่ถูกรบกวน จะใช้อัลกอริทึมแบบแมป (maximum *a posteriori* probability algorithm : MAP) ในการประมาณค่าบิตข่าวสารที่น่าเป็นจริงที่สุดกับลำดับรหัสที่ส่งมา

2.2.1 อัลกอริทึมแบบ BCJR

อัลกอริทึมแบบ BCJR [12] หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอัลกอริทึมแบบแมป เป็นส่วนประกอบหลักในระบบการตรวจจับและการถอดรหัสแบบวนซ้ำหลายๆระบบ อัลกอริทึมแบบ BCJR เหมาะที่สุดสำหรับการประมาณค่าสถานะหรือเอาต์พุตของกระบวนการมาร์คอฟเมื่อพิจารณาบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน โดยอัลกอริทึมนี้จะสร้างลำดับของความน่าจะเป็นแบบเอโพสเทอริออริ (*a posteriori* probability : APP) $P_r(d_k = i | \text{observation})$ ของบิตข้อมูล d_k เมื่อ $i = 0, 1$ และ *observation* คือลำดับที่รับได้ทั้งหมด แต่เนื่องจากการแทนค่าตัวเลขของความน่าจะเป็นฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น และการที่มีทั้งการคูณและการบวกของค่าเหล่านี้ อาจทำให้อัลกอริทึมนี้ยุ่งยากเกินกว่าที่จะนำมาใช้งานได้ จึงมีการปรับปรุงอัลกอริทึมนี้ในรูปแบบต่างๆเพื่อให้เหมาะที่จะนำมาใช้ในการถอดรหัสเทอร์โบ ตัวอย่างเช่น อัลกอริทึมแบบล็อกแมป (Log-MAP algorithm) [9] เป็นต้น

2.2.2 การถอดรหัสวนซ้ำของรหัสเทอร์โบ

2.2.2.1 พิจารณาของความน่าจะเป็นจริงแบบล็อก

อัตราส่วนความน่าจะเป็นจริงแบบล็อก (log-likelihood ratio : LLR) $L(u_k)$ ของตัวแปรสุ่มฐานสอง u_k นิยามได้ดังนี้

$$L(u_k) = \ln \frac{P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \quad (2.8)$$

เมื่อ $u_k = 2d_k - 1$ คือ บิตข่าวสารที่เวลา k

เนื่องจาก

$$P_r(u_k = -1) = 1 - P_r(u_k = +1) \quad (2.9)$$

และ

$$L(u_k) = \ln \frac{P_r(u_k = +1)}{1 - P_r(u_k = +1)} \quad (2.10)$$

แล้ว

$$e^{L(u_k)} = \frac{P_r(u_k = +1)}{1 - P_r(u_k = +1)} \quad (2.11)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} P_r(u_k = +1) &= \frac{e^{L(u_k)}}{1 + e^{L(u_k)}} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-L(u_k)}} \\ &= \left(\frac{e^{-L(u_k)/2}}{1 + e^{-L(u_k)}} \right) \cdot e^{L(u_k)/2} \end{aligned} \quad (2.12ก)$$

และ

$$\begin{aligned} P_r(u_k = -1) &= 1 - \frac{1}{1 + e^{-L(u_k)}} \\ &= \frac{e^{-L(u_k)}}{1 + e^{-L(u_k)}} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \left(\frac{e^{-L(u_k)/2}}{1 + e^{-L(u_k)}} \right) \cdot e^{-L(u_k)/2} \quad (2.12ข)$$

สมการ (2.12ก) และ (2.12ข) สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_r(u_k = \pm 1) &= \frac{e^{\pm L(u_k)}}{1 + e^{\pm L(u_k)}} \\ &= \left(\frac{e^{-L(u_k)/2}}{1 + e^{-L(u_k)}} \right) \cdot e^{\pm L(u_k)/2} \\ &= A_k \cdot e^{u_k \cdot L(u_k)/2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

เมื่อ $A_k = \frac{e^{-L(u_k)/2}}{1 + e^{-L(u_k)}}$ คือ แฟกเตอร์ร่วม

ถ้าตัวแปรสุ่มฐานสอง u_k ถูกกำหนดเงื่อนไขบนตัวแปรสุ่ม r_k แล้ว LLR แบบมีเงื่อนไข $L(u_k | r_k)$ จะหาได้จาก

$$\begin{aligned} L(u_k | r_k) &= \ln \frac{P_r(u_k = +1 | r_k)}{P_r(u_k = -1 | r_k)} \\ &= \ln \frac{p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1)}{p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1)} \\ &= \ln \frac{p(r_k | u_k = +1)}{p(r_k | u_k = -1)} + \ln \frac{P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \\ &= L(r_k | u_k) + L(u_k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2.2.2 เอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ของช่องสัญญาณ

พิจารณาการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนที่มีการจางหาย [10], [13]

เนื่องจาก

$$p(r_k | u_k, a_k) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0} (r_k - u_k \cdot a_k)^2\right) \quad (2.15)$$

ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
L(r_k | u_k, a_k) &= \ln \frac{p(r_k | u_k = +1, a_k)}{p(r_k | u_k = -1, a_k)} \\
&= \ln \frac{\exp\left(-\frac{E_s}{N_0}(r_k - a_k)^2\right)}{\exp\left(-\frac{E_s}{N_0}(r_k + a_k)^2\right)} \\
&= -\frac{E_s}{N_0} \left((r_k - a_k)^2 - (r_k + a_k)^2 \right) \\
&= \left(4 \cdot a_k \cdot \frac{E_s}{N_0} \right) \cdot r_k \\
&= L_c \cdot r_k
\end{aligned} \tag{2.16}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
L_c &= 4 \cdot a_k \cdot \frac{E_s}{N_0} \\
&= 4 \cdot a_k \cdot R \cdot \frac{E_b}{N_0}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

เมื่อ L_c คือ ค่าความเชื่อถือได้ของช่องสัญญาณ
 a_k คือ ค่าการจางหายที่เวลา k (สำหรับช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนที่ไม่มีการจางหายจะกำหนดให้ $a_k = 1$)
 R คือ อัตรารหัส
 E_b คือ พลังงานที่ได้รับต่อหนึ่งบิตข่าวสาร (J/bit)
 $E_s = R \cdot E_b$ คือ พลังงานที่ได้รับต่อหนึ่งสัญลักษณ์รหัส (J/symbol)
 $N_0 = 2\sigma^2$ คือ ความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม (power spectral density : PSD) ของสัญญาณรบกวนบนแกนความถี่ข้างเดียว (W/Hz)
 σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน

ความสัมพันธ์ระหว่าง σ^2 และ E_b/N_0 เป็นดังนี้

$$\sigma^2 = \frac{E_s}{2 \cdot R \cdot (E_b/N_0)} \tag{2.18}$$

แทนค่า $L(r_k | u_k)$ ในสมการ (2.14) ด้วย $L(r_k | u_k, a_k)$ จากสมการ (2.16) จะได้ว่าเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} L(u_k | r_k) &= L(r_k | u_k, a_k) + L(u_k) \\ &= L_c \cdot r_k + L(u_k) \end{aligned} \tag{2.19}$$

เพื่อความสะดวกในการอธิบาย ต่อไปนี้จะใช้ $L(r_k | u_k)$ ในความหมายเดียวกันกับ $L(r_k | u_k, a_k)$

เนื่องจาก

$$P_r(r_k) = p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1) + p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1) \tag{2.20}$$

$$p(r_k | u_k = -1) = \frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \tag{2.21}$$

และ

$$\begin{aligned} L(r_k | u_k) &= \ln \left(\frac{p(r_k | u_k = +1)}{\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)}} \right) \\ &= L_c \cdot r_k \end{aligned} \tag{2.22}$$

แล้ว

$$e^{L_c \cdot r_k} = \frac{p(r_k | u_k = +1)}{\left(\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \right)} \tag{2.23}$$

$$p(r_k | u_k = +1) = \left(\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = +1) \cdot P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \right) \cdot e^{L_c \cdot r_k} \tag{2.24}$$

ดังนั้น

$$p(r_k | u_k = +1) = \frac{\frac{P_r(r_k)}{P_r(u_k = -1)} \cdot e^{L_c \cdot r_k}}{1 + \frac{P_r(u_k = +1)}{P_r(u_k = -1)} \cdot e^{L_c \cdot r_k}} \tag{2.25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า $P_r(u_k = +1)$ และ $P_r(u_k = -1)$ ในสมการ (2.25) ด้วยสมการ (2.12ก) และ (2.12ข) ตามลำดับ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 p(r_k | u_k = +1) &= \frac{P_r(r_k) \cdot \left(\frac{1 + e^{-L(u_k)}}{e^{-L(u_k)}} \right) \cdot e^{L_c \cdot r_k}}{1 + e^{L(u_k)} \cdot e^{L_c \cdot r_k}} \\
 &= \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{L(u_k) + L_c \cdot r_k}}{1 + e^{(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \\
 &= \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)})}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \\
 &= \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{-L_c \cdot r_k / 2}}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \cdot e^{L_c \cdot r_k / 2}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$p(r_k | u_k = +1) = \frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1)}{P_r(u_k = +1)} \tag{2.27}$$

$$\begin{aligned}
 L(r_k | u_k) &= \ln \left(\frac{\left(\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1)}{P_r(u_k = +1)} \right)}{p(r_k | u_k = -1)} \right) \\
 &= L_c \cdot r_k
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

$$e^{-L_c \cdot r_k} = \frac{p(r_k | u_k = -1)}{\left(\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1)}{P_r(u_k = +1)} \right)} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}
 p(r_k | u_k = -1) &= \left(\frac{P_r(r_k) - p(r_k | u_k = -1) \cdot P_r(u_k = -1)}{P_r(u_k = +1)} \right) \cdot e^{-L_c \cdot r_k} \\
 &= \frac{P_r(r_k)}{P_r(u_k = +1)} \cdot e^{-L_c \cdot r_k} \\
 &= \frac{P_r(u_k = -1)}{1 + \frac{P_r(u_k = -1)}{P_r(u_k = +1)} \cdot e^{-L_c \cdot r_k}} \\
 &= \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{-L_c \cdot r_k}}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \\
 &= \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{-L_c \cdot r_k / 2}}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \cdot e^{-L_c \cdot r_k / 2}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

สมการ (2.26) และ (2.30) สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 p(r_k | u_k = \pm 1) &= \left(\frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{-L_c \cdot r_k / 2}}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}} \right) \cdot e^{\pm L_c \cdot r_k / 2} \\
 &= B_k \cdot e^{u_k \cdot L_c \cdot r_k / 2}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

เมื่อ $B_k = \frac{P_r(r_k) \cdot (1 + e^{-L(u_k)}) \cdot e^{-L_c \cdot r_k / 2}}{1 + e^{-(L(u_k) + L_c \cdot r_k)}}$ คือ แฟกเตอร์ร่วม

2.2.2.3 หลักการถอดรหัสวนซ้ำ

พิจารณาตัวถอดรหัสแบบซอฟต์แวร์อินพุต/ซอฟต์แวร์เอาต์พุต ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ตัวถอดรหัสแบบซอฟต์แวร์อินพุต/ซอฟต์แวร์เอาต์พุต

เอาต์พุตของตัวถอดรหัส SISO ที่ใช้อัลกอริทึมแบบแมป กำหนดให้เป็น LLR แบบเอโพสเทอร์ริอริ ซึ่งเป็นค่าลอการิทึมของอัตราส่วนความน่าจะเป็นที่บิตข่าวสาร d_k จะเท่ากับ 1 หรือ 0 เมื่อได้รับ *observation* r

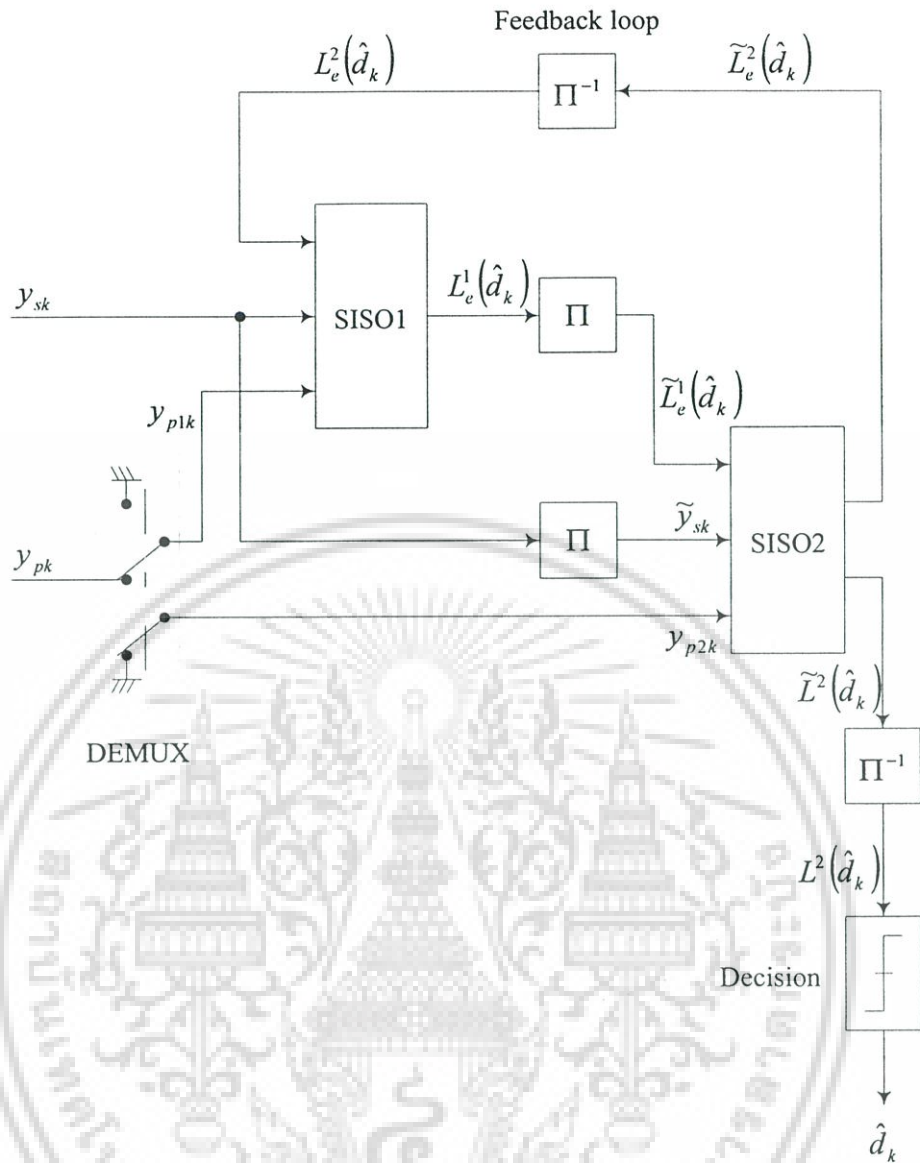
$$L(\hat{d}_k) = L(d_k | r) = \ln \frac{P_r(d_k = 1 | r)}{P_r(d_k = 0 | r)} \tag{2.32}$$

ตัวถอดรหัสนี้จะใช้ค่าเอโพรอริ $L(d_k)$ และค่าช่องสัญญาณ $L_c \cdot r_k$ เพื่อสร้างเอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ $L(\hat{d}_k)$ และข่าวสารเอกซ์ทรินสิค $L_e(\hat{d}_k)$ สำหรับรหัสชิสเตมาติก เอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ $L(\hat{d}_k)$ จะหาได้จาก

$$L(\hat{d}_k) = L_c \cdot r_k + L(d_k) + L_e(\hat{d}_k) \tag{2.33}$$

พิจารณาตัวถอดรหัสเทอร์โบอัตรา 1/2 ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งเป็นกระบวนการถอดรหัสวนซ้ำที่ประกอบด้วยตัวถอดรหัส SISO สองตัว คำรหัสที่รับได้ $r_k = (r_{sk}, r_{pk})$ และเพื่อความสะดวกในการอธิบายจึงกำหนดให้ $y_k = L_c \cdot r_k = L_c \cdot (r_{sk}, r_{pk}) = (y_{sk}, y_{pk})$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.7 ตัวลอคห้สเทอร์โบ

ในการลอคห้สส่วนซ้ารอบแรก ตัวลอคห้ส SISO1 จะคำนวณค่าวารเอกซ์ทรินสิกได้ดังนี้

$$L_e^1(\hat{d}_k) = L^1(\hat{d}_k) - (y_k + L(d_k)) \quad (2.34)$$

เนื่องจากในตอนเริ่มต้นจะสมมติให้บิตข่าวสารอาจเป็น 1 หรือ 0 ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน ดังนั้นในการลอคห้สส่วนซ้ารอบแรกจึงกำหนดให้ $L_e^2(\hat{d}_k) = L(d_k) = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข่าวสารเอกซ์ทรินสิกจาก SISO1 $L_e^1(\hat{d}_k)$ จะถูกอินเตอร์ลิต์เป็น $\tilde{L}_e^1(\hat{d}_k)$ เพื่อใช้เป็นค่าเอไพร์อริสำหรับ SISO2 แทนที่ $L(d_k)$ ดังนั้น ข่าวสารเอกซ์ทรินสิกที่คำนวณได้จากตัวถอดรหัส SISO2 จะเป็นดังนี้

$$\tilde{L}_e^2(\hat{d}_k) = \tilde{L}^2(\hat{d}_k) - (\tilde{y}_k + \tilde{L}_e^1(\hat{d}_k)) \quad (2.35)$$

จากนั้น ในการถอดรหัสส่วนซ้ำรอบที่สอง ข่าวสารเอกซ์ทรินสิกจาก SISO2 $\tilde{L}_e^2(\hat{d}_k)$ ก็จะถูกอินเตอร์ลิต์เป็น $L_e^2(\hat{d}_k)$ เพื่อใช้เป็นค่าเอไพร์อริสำหรับ SISO1 แทนที่ $L(d_k)$ เช่นเดียวกัน

กระบวนการถอดรหัสจะทำการคำนวณซ้ำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะครบตามจำนวนรอบที่ได้กำหนดไว้ หรือจนกว่าเอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ $\tilde{L}^2(\hat{d}_k)$ จะมีเสถียรภาพและมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยเมื่อจำนวนรอบเพิ่มขึ้น ในการถอดรหัสส่วนซ้ำรอบสุดท้าย ตัวถอดรหัส SISO2 จะคำนวณเอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ได้ดังนี้

$$\tilde{L}^2(\hat{d}_k) = \tilde{y}_k + \tilde{L}_e^1(\hat{d}_k) + \tilde{L}_e^2(\hat{d}_k) \quad (2.36)$$

เอาต์พุตแบบซอฟต์แวร์ $\tilde{L}^2(\hat{d}_k)$ จะถูกอินเตอร์ลิต์เป็น $L^2(\hat{d}_k)$ เพื่อใช้ในการตัดสินใจ ข่าวสาร \hat{d}_k ตามเงื่อนไขดังนี้

$$\hat{d}_k = \begin{cases} 1, & L^2(\hat{d}_k) \geq 0 \\ 0, & L^2(\hat{d}_k) < 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

2.2.3 อัลกอริทึมที่ใช้ในการถอดรหัส

อัลกอริทึมแบบความน่าจะเป็นจริงสูงสุด เช่น อัลกอริทึมแบบไวเทอร์บี (Viterbi algorithm) จะทำการหาลำดับข่าวสารที่น่าจะเป็นจริงที่สุด ขณะที่อัลกอริทึมแบบแมปจะทำการหาบิตข่าวสารที่น่าจะเป็นจริงที่สุด เมื่อมีการส่งลำดับรหัสออกมา บิตข่าวสารที่ได้จากอัลกอริทึมแบบแมปจึงไม่จำเป็นต้องอยู่ในเส้นทางของเทรลิสต์ที่ต่อกัน

อัลกอริทึมแบบแมปเหมาะที่สุดสำหรับการประมาณค่าสถานะหรือเอาต์พุตของกระบวนการมาร์คอฟ แต่ไม่สามารถนำมาใช้งานได้ เนื่องจากปัญหาการแทนค่าตัวเลขของความน่าจะเป็น ฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น และการที่มีทั้งการคูณและการบวกจำนวนมาก จึงได้มีการปรับปรุงอัลกอริทึมนี้ในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้เหมาะที่จะนำมาใช้ในการถอดรหัสเทอร์โบ ตัวอย่างเช่น อัลกอริทึมแบบลือกแมป [9] ซึ่งให้สมรรถนะใกล้เคียงกับอัลกอริทึมแบบแมป แต่มีความซับซ้อนน้อยกว่า นอกจากนี้ยังมีอัลกอริทึมที่เหมาะสมรอง (suboptimal) ได้แก่ อัลกอริทึม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบไวเทอร์บีที่มีเอาต์พุตแบบซอฟต์ (soft-output Viterbi algorithm : SOVA) และอัลกอริทึมแบบแม็กซ์ล็อกแมป (Max-Log-MAP) รายละเอียดของอัลกอริทึมทั้งหมดดังกล่าวข้างต้นสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [9-10], [13] สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้อัลกอริทึมแบบล็อกแมปในการถอดรหัสวนซ้ำ จึงกล่าวถึงเฉพาะอัลกอริทึมแบบแมปและแบบล็อกแมปเท่านั้น

2.2.3.1 อัลกอริทึมแบบแมป

กำหนดให้ สถานะของตัวเข้ารหัสที่เวลา k คือ S_k ซึ่งจะมีค่าเป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง $2^V - 1$ และบิตข่าวสาร d_k จะทำให้มีการเปลี่ยนสถานะจาก $S_{k-1} = s'$ ไปเป็น $S_k = s$ จากสมการ (2.32) LLR จะมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
 L(\hat{d}_k) &= \ln \frac{P_r(d_k = 1 | r)}{P_r(d_k = 0 | r)} \\
 &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} P_r(S_{k-1} = s', S_k = s | r)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} P_r(S_{k-1} = s', S_k = s | r)} \\
 &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} P_r(s', s, r)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} P_r(s', s, r)}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
 P_r(s', s, r) &= P_r(s', s, r_{j < k}, r_k, r_{j > k}) \\
 &= P_r(r_{j > k} | s', s, r_{j < k}, r_k) \cdot P_r(s', s, r_{j < k}, r_k) \\
 &= P_r(r_{j > k} | s', s, r_{j < k}, r_k) \cdot P_r(s, r_k | s', r_{j < k}) \cdot P_r(s', r_{j < k}) \\
 &= P_r(r_{j > k} | s) \cdot P_r(s, r_k | s') \cdot P_r(s', r_{j < k}) \\
 &= \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \alpha_{k-1}(s')
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

ในที่นี้ $r_{j < k}$ หมายถึงลำดับของสัญลักษณ์ที่รับได้จากเวลา $j = 1$ จนถึงเวลา $j = k - 1$ และ $r_{j > k}$ หมายถึงลำดับของสัญลักษณ์ที่รับได้จากเวลา $j = k + 1$ จนถึงเวลา $j = N + \nu = \tau$

แทนสมการ (2.39) ใน (2.38) จะได้ว่า

$$L(\hat{d}_k) = \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)} \tag{2.40}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

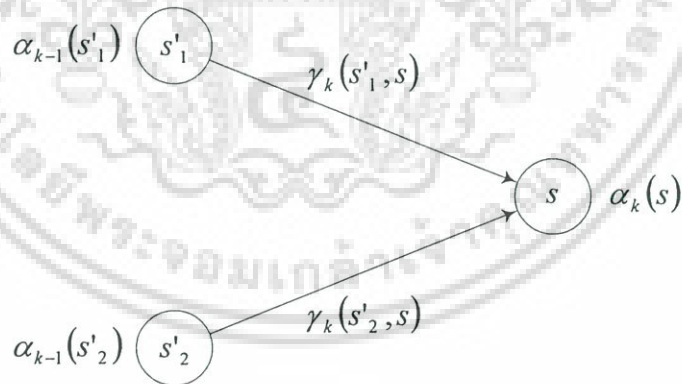
จากสมการ (2.39) ค่าความน่าจะเป็น $\alpha_k(s)$ สามารถหาได้โดยการคำนวณแบบซ้ำไปหน้า (forward recursion) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha_k(s) &= P_r(s, r_{j < k}, r_k) \\
 &= \sum_{s'} P_r(s', s, r_{j < k}, r_k) \\
 &= \sum_{s'} P_r(s, r_k | s', r_{j < k}) \cdot P_r(s', r_{j < k}) \\
 &= \sum_{s'} P_r(s, r_k | s') \cdot P_r(s', r_{j < k}) \\
 &= \sum_{s'} \gamma_k(s', s) \cdot \alpha_{k-1}(s')
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

โดยกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นของ $\alpha_k(s)$ ที่เวลา $k = 0$ ดังนี้

$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 1, & s = 0 \\ 0, & s \neq 0 \end{cases} \tag{2.42}$$

การคำนวณ $\alpha_k(s)$ แบบซ้ำไปหน้า แสดงได้ดังรูปที่ 2.8



$$\alpha_k(s) = \gamma_k(s'_1, s) \cdot \alpha_{k-1}(s'_1) + \gamma_k(s'_2, s) \cdot \alpha_{k-1}(s'_2)$$

รูปที่ 2.8 แผนภาพแสดงการคำนวณ $\alpha_k(s)$ แบบซ้ำไปหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

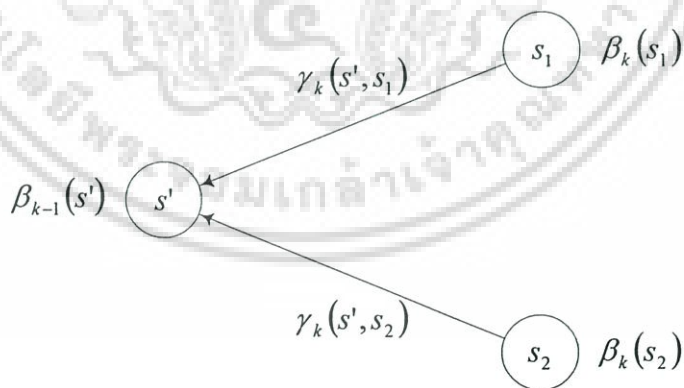
จากสมการ (2.39) ค่าความน่าจะเป็น $\beta_k(s)$ สามารถหาได้โดยการคำนวณแบบซ้ำย้อนกลับ (backward recursion) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \beta_{k-1}(s') &= P_r(r_k, r_{j>k} | s') \\
 &= \sum_s P_r(s, r_k, r_{j>k} | s') \\
 &= \sum_s \frac{P_r(s', s, r_k, r_{j>k})}{P_r(s')} \\
 &= \sum_s \frac{P_r(r_{j>k} | s', s, r_k) \cdot P_r(s', s, r_k)}{P_r(s')} \\
 &= \sum_s P_r(r_{j>k} | s', s, r_k) \cdot P_r(s, r_k | s') \\
 &= \sum_s P_r(r_{j>k} | s) \cdot P_r(s, r_k | s') \\
 &= \sum_s \beta_k(s) \cdot \gamma_k(s', s)
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

โดยกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นของ $\beta_k(s)$ ที่เวลา $k = \tau$ ดังนี้

$$\beta_\tau(s) = \begin{cases} 1, & s = 0 \\ 0, & s \neq 0 \end{cases} \tag{2.44}$$

การคำนวณ $\beta_k(s)$ แบบซ้ำย้อนกลับ แสดงได้ดังรูปที่ 2.9



$$\beta_{k-1}(s') = \gamma_k(s', s_1) \cdot \beta_k(s_1) + \gamma_k(s', s_2) \cdot \beta_k(s_2)$$

รูปที่ 2.9 แผนภาพแสดงการคำนวณ $\beta_k(s)$ แบบซ้ำย้อนกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.39) ค่าความน่าจะเป็น $\gamma_k(s',s)$ สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \gamma_k(s',s) &= P_r(s, r_k | s') \\
 &= \frac{P_r(s', s, r_k)}{P_r(s')} \\
 &= \frac{P_r(s', s)}{P_r(s')} \cdot \frac{P_r(s', s, r_k)}{P_r(s', s)} \\
 &= P_r(s | s') \cdot P_r(r_k | s', s) \\
 &= P_r(u_k) \cdot p(r_k | u_k)
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

สำหรับรหัสขีดเดมาติก คำรหัสคือ $(x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,n})$ โดย $x_{k,1} = u_k$ และคำรหัสที่รับได้หลังส่งผ่านช่องสัญญาณคือ $(r_{k,1}, r_{k,2}, \dots, r_{k,n})$ นั่นคือ

$$\begin{aligned}
 p(r_k | u_k) &= \prod_{v=1}^n p(r_{k,v} | x_{k,v}) \\
 &= p(r_{k,1} | u_k) \cdot \left(\prod_{v=2}^n p(r_{k,v} | x_{k,v}) \right)
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

แทนสมการ (2.31) ใน (2.46) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 p(r_k | u_k) &= \left(B_k \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,1} \cdot u_k\right) \right) \cdot \left(\prod_{v=2}^n \left(B_k \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v}\right) \right) \right) \\
 &= (B_k)^n \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,1} \cdot u_k + \frac{1}{2} \sum_{v=2}^n (L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v})\right)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

แทนค่า $P_r(u_k)$ และ $p(r_k | u_k)$ จากสมการ (2.13) และ (2.47) ตามลำดับ ในสมการ (2.45) จะได้

$$\begin{aligned}
 \gamma_k(s',s) &= \left(A_k \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot u_k \cdot L(u_k)\right) \right) \cdot \left((B_k)^n \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,1} \cdot u_k + \frac{1}{2} \sum_{v=2}^n (L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v})\right) \right) \\
 &= A_k \cdot (B_k)^n \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot u_k \cdot L(u_k) + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,1} \cdot u_k + \frac{1}{2} \sum_{v=2}^n (L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v})\right)
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

เทอม A_k และ $(B_k)^n$ ในสมการ (2.48) สามารถตัดทิ้งได้เมื่อแทนค่า $\gamma_k(s',s)$ ในสมการ (2.40) ดังนั้น ค่า $\gamma_k(s',s)$ ที่ใช้คำนวณค่า $\alpha_k(s)$ และ $\beta_k(s)$ ในสมการ (2.41) และ (2.43) ตามลำดับ จะลดรูปเหลือเพียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma_k(s', s) = \exp\left(\frac{1}{2} \cdot u_k \cdot (L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k))\right) \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \quad (2.49)$$

เมื่อ

$$\gamma_k^{(e)}(s', s) = \exp\left(\frac{1}{2} \sum_{v=2}^n (L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v})\right) \quad (2.50)$$

แทนสมการ (2.49) ใน (2.40) จะได้ LLR ดังนี้

$$\begin{aligned} L(\hat{d}_k) &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \left(\exp\left(\frac{1}{2} \cdot (u_k = +1) \cdot (L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k))\right) \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \right) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \left(\exp\left(\frac{1}{2} \cdot (u_k = -1) \cdot (L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k))\right) \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \right) \cdot \beta_k(s)} \\ &= \ln \frac{\exp\left(\frac{1}{2} \cdot (L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k))\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2} \cdot (L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k))\right)} + \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)} \\ &= L_c \cdot r_{k,1} + L(u_k) + \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)} \end{aligned} \quad (2.51)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (2.51) เปรียบเทียบกับสมการ (2.33) ข่าวสารเอกซ์ทรีนสิกจะมีค่าดังนี้

$$L_e(\hat{d}_k) = \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k^{(e)}(s', s) \cdot \beta_k(s)} \quad (2.52)$$

กล่าวโดยสรุป อัลกอริทึมแบบแมปจะทำการคำนวณค่าต่างๆในโดเมนความน่าจะเป็น ทำให้มีความซับซ้อนยุ่งยากเกินกว่าที่จะนำมาใช้งานได้

2.2.3.2 อัลกอริทึมแบบลือกแมป

เมื่อพิจารณาอัลกอริทึมแบบแมปดังที่ได้กล่าวมาข้างต้นในโดเมนลอการิทึม ค่าความน่าจะเป็น $\gamma_k(s', s)$, $\alpha_k(s)$ และ $\beta_k(s)$ จะถูกแปลงให้เป็นค่า $\gamma_k^{LM}(s', s)$, $\alpha_k^{LM}(s)$ และ $\beta_k^{LM}(s)$ ตามลำดับ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าบรานช์ (branch metric) $\gamma_k^{LM}(s', s)$ หาได้จาก

$$\begin{aligned}\gamma_k^{LM}(s', s) &= \ln \gamma_k(s', s) \\ &= \frac{1}{2} \cdot u_k \cdot L(u_k) + \frac{1}{2} \cdot L_c \cdot r_{k,1} \cdot u_k + \frac{1}{2} \sum_{v=2}^n (L_c \cdot r_{k,v} \cdot x_{k,v})\end{aligned}\quad (2.53)$$

ค่าสถานะแบบไปหน้า (forward state metric) $\alpha_k^{LM}(s)$ หาได้จาก

$$\begin{aligned}\alpha_k^{LM}(s) &= \ln \alpha_k(s) \\ &= \ln \left(\sum_{s'} \gamma_k(s', s) \cdot \alpha_{k-1}(s') \right) \\ &= \ln \left(\sum_{s'} e^{\gamma_k^{LM}(s', s)} \cdot e^{\alpha_{k-1}^{LM}(s')} \right) \\ &= \ln \left(\sum_{s'} \exp(\gamma_k^{LM}(s', s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s')) \right)\end{aligned}\quad (2.54)$$

โดยเงื่อนไขเริ่มต้นของ $\alpha_k^{LM}(s)$ ที่เวลา $k=0$ เป็นดังนี้

$$\alpha_0^{LM}(s) = \begin{cases} 0, & s = 0 \\ -\infty, & s \neq 0 \end{cases}\quad (2.55)$$

ค่าสถานะแบบย้อนกลับ (backward state metric) $\beta_k^{LM}(s)$ หาได้จาก

$$\begin{aligned}\beta_{k-1}^{LM}(s') &= \ln \beta_{k-1}(s') \\ &= \ln \left(\sum_s \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s) \right) \\ &= \ln \left(\sum_s e^{\gamma_k^{LM}(s', s)} \cdot e^{\beta_k^{LM}(s)} \right) \\ &= \ln \left(\sum_s \exp(\gamma_k^{LM}(s', s) + \beta_k^{LM}(s)) \right)\end{aligned}\quad (2.56)$$

โดยเงื่อนไขเริ่มต้นของ $\beta_k^{LM}(s)$ ที่เวลา $k=\tau$ เป็นดังนี้

$$\beta_\tau^{LM}(s) = \begin{cases} 0, & s = 0 \\ -\infty, & s \neq 0 \end{cases}\quad (2.57)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น LLR จากสมการ (2.40) จะสามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 L(\hat{d}_k) &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s)} \\
 &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} e^{\alpha_{k-1}^{LM}(s')} \cdot e^{\gamma_k^{LM}(s',s)} \cdot e^{\beta_k^{LM}(s)}}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} e^{\alpha_{k-1}^{LM}(s')} \cdot e^{\gamma_k^{LM}(s',s)} \cdot e^{\beta_k^{LM}(s)}} \\
 &= \ln \frac{\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s))}{\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s))} \\
 &= \ln \left(\sum_{d_k=1}^{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s)) \right) \\
 &\quad - \ln \left(\sum_{d_k=0}^{(s',s)} \exp(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s',s) + \beta_k^{LM}(s)) \right) \quad (2.58)
 \end{aligned}$$

เพื่อที่จะทำให้ $\alpha_k^{LM}(s)$, $\beta_k^{LM}(s)$ และ $L(\hat{d}_k)$ อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น ต้องทำการพิจารณาฟังก์ชัน $E(\cdot)$ ดังต่อไปนี้

กำหนดให้

$$E(x, y) = \ln(e^x + e^y) \quad (2.59)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \ln(e^x + e^y) &= \ln e^x + \ln(e^x + e^y) - \ln e^x \\
 &= x + \ln \frac{e^x + e^y}{e^x} \\
 &= x + \ln(1 + e^{y-x}) \quad (2.60ก)
 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned}
 \ln(e^x + e^y) &= \ln e^y + \ln(e^x + e^y) - \ln e^y \\
 &= y + \ln \frac{e^x + e^y}{e^y} \\
 &= y + \ln(1 + e^{x-y}) \quad (2.60ข)
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$E(x, y) = \max(x, y) + \ln(1 + e^{-|x-y|}) \quad (2.61)$$

สมการ (2.61) เรียกว่า ลอการิทึมแบบจาโคเบียน (Jacobian logarithm) [9]

ในทำนองเดียวกัน กำหนดให้

$$E(x, y, z, w) = \ln(e^x + e^y + e^z + e^w) \quad (2.62)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \ln(e^x + e^y + e^z + e^w) &= \ln e^x + \ln(e^x + e^y + e^z + e^w) - \ln e^x \\ &= x + \ln \frac{e^x + e^y + e^z + e^w}{e^x} \\ &= x + \ln(1 + e^{y-x} + e^{z-x} + e^{w-x}) \end{aligned} \quad (2.63ก)$$

หรือ

$$\ln(e^x + e^y + e^z + e^w) = y + \ln(1 + e^{x-y} + e^{z-y} + e^{w-y}) \quad (2.63ข)$$

$$\ln(e^x + e^y + e^z + e^w) = z + \ln(1 + e^{x-z} + e^{y-z} + e^{w-z}) \quad (2.63ค)$$

$$\ln(e^x + e^y + e^z + e^w) = w + \ln(1 + e^{x-w} + e^{y-w} + e^{z-w}) \quad (2.63ง)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} E(x, y, z, w) &= \max(x, y, z, w) + \ln(e^{x-\max(x,y,z,w)} + e^{y-\max(x,y,z,w)} \\ &\quad + e^{z-\max(x,y,z,w)} + e^{w-\max(x,y,z,w)}) \end{aligned} \quad (2.64)$$

นั่นคือ ฟังก์ชัน $E(\cdot)$ สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
E_i(x_i) &= E(x_1, x_2, \dots, x_k) \\
&= \ln\left(\sum_{i=1}^k e^{x_i}\right) \\
&= \max(x_i) + \ln\left(\sum_{i=1}^k e^{x_i - \max(x_i)}\right)
\end{aligned} \tag{2.65}$$

เมื่อนำฟังก์ชัน $E(\cdot)$ จากสมการ (2.65) ไปใช้กับสมการ (2.54), (2.56) และ (2.58) จะได้ว่า

$$\alpha_k^{LM}(s) = E_{s'}(\gamma_k^{LM}(s', s) + \alpha_{k-1}^{LM}(s')) \tag{2.66}$$

$$\beta_{k-1}^{LM}(s') = E_s(\gamma_k^{LM}(s', s) + \beta_k^{LM}(s)) \tag{2.67}$$

และ

$$\begin{aligned}
L(\hat{d}_k) &= E_{(s', s), d_k=1}(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s', s) + \beta_k^{LM}(s)) \\
&\quad - E_{(s', s), d_k=0}(\alpha_{k-1}^{LM}(s') + \gamma_k^{LM}(s', s) + \beta_k^{LM}(s))
\end{aligned} \tag{2.68}$$

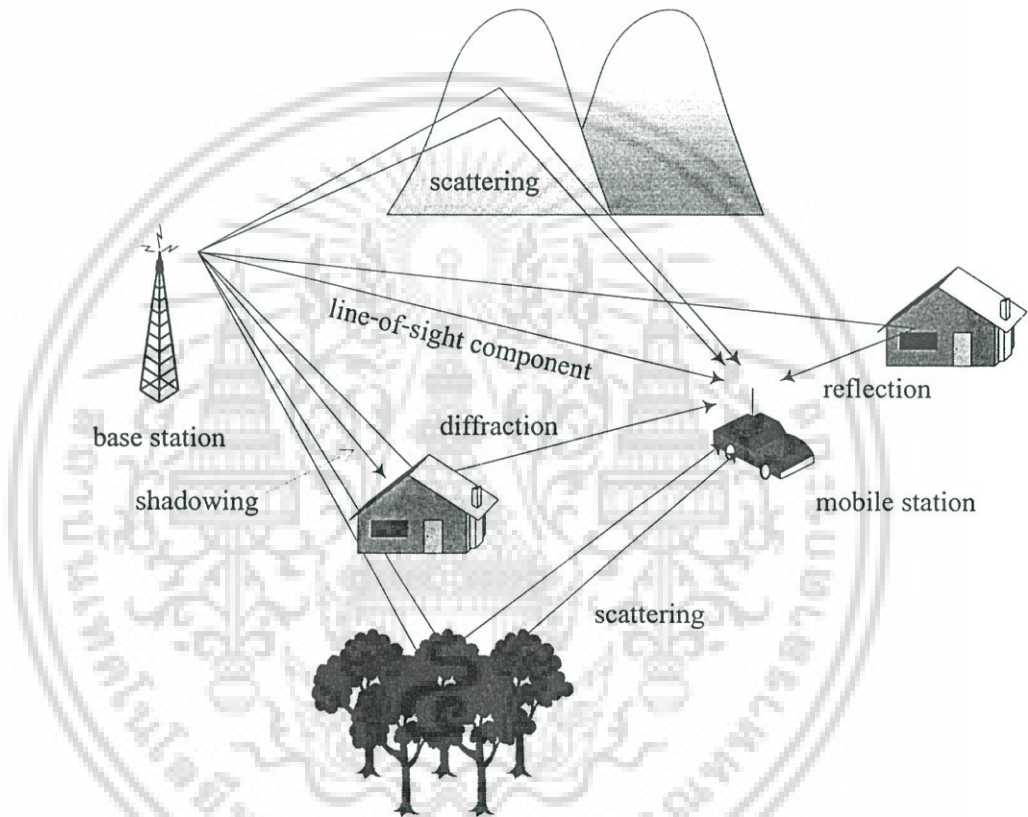
กล่าวโดยสรุป อัลกอริทึมแบบลือกแม่ปะจะทำการคำนวณค่าต่างๆในโดเมนลอการิทึมโดยอาศัยฟังก์ชัน $E(\cdot)$ หรือลอการิทึมแบบจาโคเบียน ทำให้การคำนวณทำได้ง่ายกว่าอัลกอริทึมแบบแม่ปะ และยังคงมีสมรรถนะที่ใกล้เคียงกัน

บทที่ 3

ช่องสัญญาณการจางหาย

3.1 คุณลักษณะของช่องสัญญาณการจางหาย

3.1.1 การแพร่กระจายหลายวิถี



รูปที่ 3.1 การแพร่กระจายหลายวิถีในระบบวิทยุเคลื่อนที่

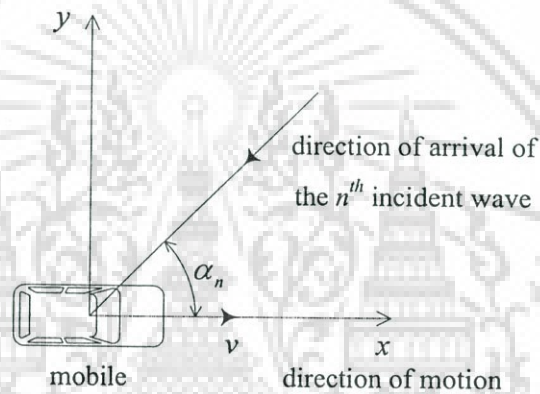
ในระบบวิทยุเคลื่อนที่แบบเซลลูลาร์โดยทั่วไป ดังรูปที่ 3.1 วัตถุต่างๆที่อยู่โดยรอบ เช่น บ้าน ตึก ภูเขา หรือต้นไม้ จะเป็นตัวสะท้อนคลื่นวิทยุ ทำให้เกิดคลื่นสะท้อนที่แอมพลิจูดและเฟส ถูกลดทอน สัญญาณที่ถูกส่งมาจะกลายเป็นคลื่นสะท้อนจำนวนมาก ซึ่งจะมาถึงที่สายอากาศรับ จากทิศทางต่างๆกันด้วยการประวิงเวลาที่ต่างกัน เราเรียกคลื่นสะท้อนเหล่านี้ว่าคลื่นหลายวิถี (multipath waves) คลื่นหลายวิถีที่เครื่องรับจะมีเฟสต่างกันเนื่องจากมุมและเวลาของการมาถึง ต่างกัน ที่สายอากาศรับ คลื่นหลายวิถีอาจถูกรวมกันในแบบเสริมกันหรือแบบหักล้างกันก็ได้ ขึ้นอยู่กับเฟสสุ่ม ผลรวมของคลื่นหลายวิถีเหล่านี้จะอยู่ในรูปของสนามคลื่นนิ่งที่เปลี่ยนตามพื้นที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(spatially varying standing wave field) วิทยุเคลื่อนที่ที่เคลื่อนผ่านสนามนี้จะได้รับสัญญาณที่แอมพลิจูดและเฟสเปลี่ยนแปลงอย่างมาก และเมื่อวิทยุเคลื่อนที่อยู่นิ่ง การเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดของสัญญาณที่รับได้ก็จะเกิดจากการเคลื่อนที่ของวัตถุต่างๆ โคจรรอบในช่องสัญญาณวิทยุ การกระเพื่อมของแอมพลิจูดของสัญญาณที่รับได้นี้เรียกว่าการจางหายของสัญญาณ (signal fading) ซึ่งมีสาเหตุมาจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่เป็นแบบหลายวิถีและเปลี่ยนแปลงตามเวลา

3.1.2 การเลื่อนดอปเพลอร์

การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับจะทำให้คลื่นหลายวิถีเกิดการเลื่อนความถี่ การเลื่อนความถี่ของสัญญาณที่รับได้เนื่องจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์นี้เรียกว่าการเลื่อนดอปเพลอร์ (Doppler shift) ซึ่งจะมีค่าเป็นสัดส่วนกับความเร็วของวิทยุเคลื่อนที่



รูปที่ 3.2 มุมการมาถึง α_n ของคลื่นระนาบในปรากฏการณ์ดอปเพลอร์

พิจารณาปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ดังรูปที่ 3.2 เมื่อสัญญาณความถี่ f_c ถูกส่งมา และสัญญาณที่รับได้มีเพียงคลื่นเดียวที่เข้ามาถึงด้วยมุมตกกระทบ α_n เทียบกับทิศทางการเคลื่อนที่ของยานพาหนะ ค่าการเลื่อนดอปเพลอร์ของสัญญาณที่รับได้ $f_{d,n}$ หาได้จาก

$$f_{d,n} = \frac{vf_c}{c} \cos \alpha_n \quad (3.1)$$

เมื่อ v คือความเร็วของยานพาหนะ และ c คือความเร็วแสง การเลื่อนดอปเพลอร์ในการแพร่กระจายหลายวิถีจะขยายแบนด์วิดท์ของคลื่นหลายวิถีให้อยู่ในช่วง $f_c \pm f_{d \max}$ เมื่อ $f_{d \max}$ คือค่าการเลื่อนดอปเพลอร์สูงสุด ซึ่งหาได้จาก

$$f_{d \max} = \frac{vf_c}{c} \quad (3.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าการเลื่อนคอปเพลอร์มีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอัตราการจางหาย (fade rate) เนื่องจากสัญญาณความถี่เดียวที่ถูกส่งมาทำให้สัญญาณที่รับได้มีความกว้างสเปกตรัมไม่เป็นศูนย์ จึงเรียกปรากฏการณ์นี้ว่าการกระจายตามความถี่ (frequency dispersion) ของช่องสัญญาณ

3.1.3 แบบจำลองทางสถิติของช่องสัญญาณการจางหาย

เนื่องจากแบนด์วิดท์ที่รวมกัน (coherence bandwidth) ของช่องสัญญาณหมายถึงช่วงความถี่ที่กระบวนการการจางหายของช่องสัญญาณมีสหสัมพันธ์กัน สำหรับในระบบแบนด์แคบ (narrowband) สัญญาณส่งจะมีแบนด์วิดท์น้อยกว่าแบนด์วิดท์รวมกันของช่องสัญญาณ ส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมทั้งหมดของสัญญาณส่งจะถูกลดทอนจากการจางหายที่เท่ากัน การจางหายนี้เรียกว่าเป็นแบบไม่เลือกความถี่ (frequency nonselective) หรือแบบราบทางความถี่ (frequency flat) ในทางตรงกันข้าม สำหรับในระบบแบนด์กว้าง (wideband) สัญญาณส่งจะมีแบนด์วิดท์มากกว่าแบนด์วิดท์รวมกันของช่องสัญญาณ ส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมของสัญญาณส่งที่มีความถี่เกินกว่าแบนด์วิดท์รวมกันจะมีการจางหายอย่างเป็นอิสระ สเปกตรัมของสัญญาณที่รับได้จะมีความผันเนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมต่างๆ ไม่เหมือนกับในสัญญาณส่ง การจางหายนี้เรียกว่าเป็นแบบเลือกความถี่ (frequency selective)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองการจางหายทั้งแบบเรย์ลี (Rayleigh) และแบบไรเซียน (Rician) เพื่อใช้อธิบายการเปลี่ยนแปลงสัญญาณในระบบแบนด์แคบ [14-15]

3.1.3.1 การจางหายแบบเรย์ลี

พิจารณาการส่งสัญญาณความถี่เดียวที่มีแอมพลิจูดคงตัวบนช่องสัญญาณวิทยุเคลื่อนที่ภาคพื้นดินโดยทั่วไป สมมติให้คลื่นตรงถูกบดบังและวิทยุเคลื่อนที่รับได้เพียงคลื่นสะท้อนเท่านั้น เมื่อคลื่นสะท้อนมีจำนวนมาก ตามทฤษฎีบทขีดจำกัดกลาง (central limit theorem) ส่วนประกอบที่ตั้งฉากกันทั้งสองชุดของสัญญาณที่รับได้จะเป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_s^2 และไม่มีสหสัมพันธ์กัน ส่งผลให้เอนVELOPE ของสัญญาณที่รับได้ตลอดเวลาใดๆ มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเรย์ลี และเฟสของสัญญาณที่รับได้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม (uniform) ระหว่าง $-\pi$ ถึง π ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (probability density function : pdf) ของการแจกแจงแบบเรย์ลี เป็นดังนี้

$$p(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma_s^2} \cdot e^{-a^2/2\sigma_s^2}, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

ค่าเฉลี่ย m_a , ค่าความแปรปรวน σ_a^2 และกำลังสัญญาณเฉลี่ย $E[a^2]$ ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลี มีค่าดังนี้

$$m_a = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sigma_s = 1.2533\sigma_s \quad (3.4ก)$$

$$\sigma_a^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sigma_s^2 = 0.4292\sigma_s^2 \quad (3.4ข)$$

$$E[a^2] = m_a^2 + \sigma_a^2 = 2\sigma_s^2 \quad (3.4ค)$$

ถ้า pdf ในสมการ (3.3) ถูกทำนอร์มอลไลซ์ (normalize) เพื่อให้ $E[a^2] = 1$ ซึ่งทำให้ $\sigma_s^2 = 1/2$ แล้ว การแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลีจะกลายเป็น

$$p(a) = \begin{cases} 2ae^{-a^2}, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลี มีค่าดังนี้

$$m_a = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0.8862 \quad (3.6ก)$$

$$\sigma_a^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = 0.2146 \quad (3.6ข)$$

pdf สำหรับการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลีจากสมการ (3.5) แสดงได้ดังรูปที่ 3.3

ในช่องสัญญาณการจางหายที่มีค่าการเลือนคอปเพลอร์สูงสุดเท่ากับ $f_{d \max}$ สัญญาณที่รับได้จะมีการกระจายตามความถี่อยู่ในช่วง $f_c \pm f_{d \max}$ สมมติให้สายอากาศเป็นแบบรอบทิศทาง (omnidirectional) ที่คลื่นมาถึงในระนาบแนวราบ (horizontal plane) คลื่นสะท้อนมีจำนวนมากและกำลังที่รับได้จากทุกๆมุมตกกระทบเป็นแบบยูนิฟอร์ม ความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม (power spectral density : PSD) ของแอมพลิจูดที่มีการจางหาย $|P(f)|$ จะเป็นดังนี้

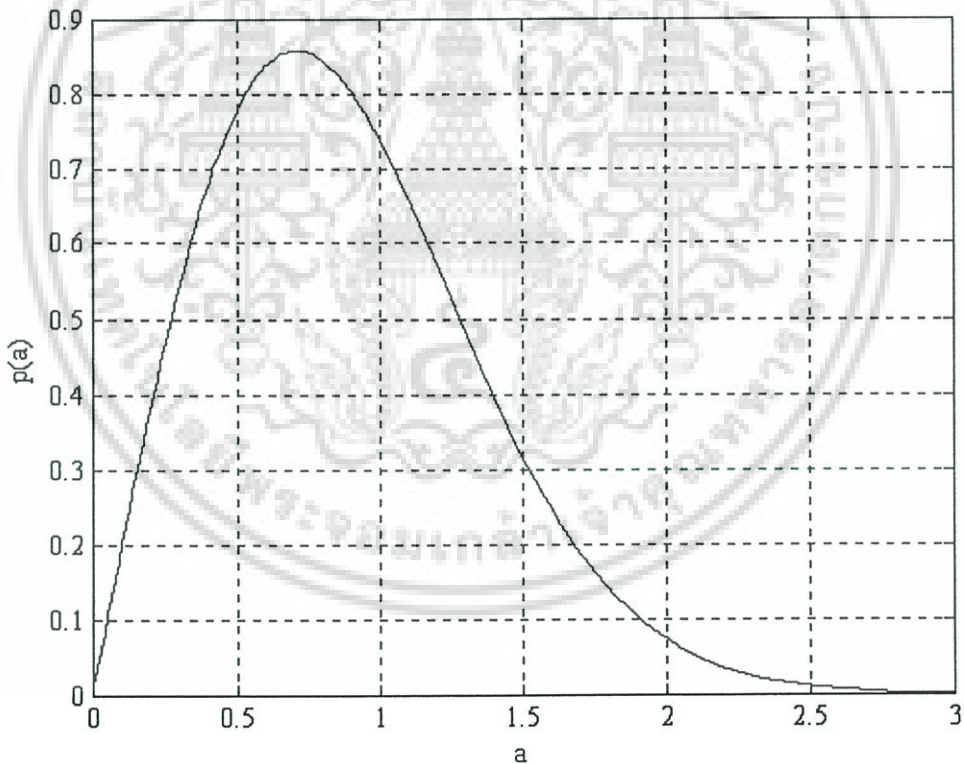
$$|P(f)| = \begin{cases} \frac{\sigma_s^2}{\pi \sqrt{f_{d \max}^2 - f^2}}, & |f| \leq f_{d \max} \\ 0, & |f| > f_{d \max} \end{cases} \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ f คือความถี่ และ $f_{d_{\max}}$ คืออัตราการจางหายสูงสุด ค่า $f_{d_{\max}} T_s$ คืออัตราการจางหายสูงสุดที่ถูกล้อมรอบโดยด้วยอัตราสัญลักษณ์ หรือเรียกย่อๆว่า อัตราการจางหายนอร์มอลไลซ์ ค่านี้ใช้วัดจำนวนหน่วยความจำของช่องสัญญาณ สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ จะกำหนดให้ $0 < f_{d_{\max}} T_s < 1$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหน่วยความจำของช่องสัญญาณมีจำนวนจำกัด ฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัว (autocorrelation function) ของกระบวนการการจางหาย จะเป็นดังนี้

$$R(\tau) = \sigma_s^2 \cdot J_0(2\pi f_{d_{\max}} \tau) \quad (3.8)$$

เมื่อ $J_0(\cdot)$ คือฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่งอันดับที่ศูนย์ (zero-order Bessel function of the first kind)



รูปที่ 3.3 pdf ของการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลี

3.1.3.2 การจางหายแบบไรเซียน

ในช่วงสัญญาณบางแบบ เช่น ดาวเทียม หรือวิทยุเคลื่อนที่แบบไมโครเซลลูลาร์ โดยทั่วไป วิถีเส้นสายตา (line-of-sight path) จะไม่ถูกบดบัง สัญญาณที่รับได้ประกอบด้วยคลื่นตรงและคลื่นสะท้อนจำนวนหนึ่ง คลื่นตรงเป็นสัญญาณที่ไม่มีการจางหายและมีแอมพลิจูดคงตัว ส่วนคลื่นสะท้อนเป็นสัญญาณสุ่มอิสระ ซึ่งเราเรียกผลรวมของคลื่นสะท้อนเหล่านี้ว่าส่วนประกอบแบบกระจัดกระจาย (scattered component) ของสัญญาณที่รับได้ เมื่อคลื่นสะท้อนมีจำนวนมาก ส่วนประกอบที่ตั้งฉากกันของสัญญาณแบบกระจัดกระจายจะเป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_s^2 เอนเวโลปของส่วนประกอบแบบกระจัดกระจายนี้จะมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเรย์ลี

ผลรวมของสัญญาณตรงที่มีแอมพลิจูดคงตัวกับสัญญาณกระจัดกระจายที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลีทำให้ได้สัญญาณที่เอนเวโลปมีการแจกแจงแบบไรเซียน pdf ของการแจกแจงแบบไรเซียน เป็นดังนี้

$$p(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma_s^2} \cdot e^{-\left(\frac{a^2+D^2}{2\sigma_s^2}\right)} \cdot I_0\left(\frac{aD}{\sigma_s^2}\right), & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

เมื่อ D^2 คือ กำลังสัญญาณตรง

$2\sigma_s^2$ คือ กำลังสัญญาณกระจัดกระจาย

และ $I_0(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลง (modified Bessel function) ชนิดที่หนึ่งอันดับที่ศูนย์

กำลังสัญญาณเฉลี่ยทั้งหมด $E[a^2]$ จะเท่ากับ

$$E[a^2] = D^2 + 2\sigma_s^2 \quad (3.10)$$

กำหนดให้ ค่าไรเซียนแฟกเตอร์ (Rician factor) K_R เป็นอัตราส่วนกำลังของสัญญาณตรงต่อสัญญาณกระจัดกระจาย ดังนี้

$$K_R = \frac{D^2}{2\sigma_s^2} \quad (3.11)$$

สมการ (3.9) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p(a) = \begin{cases} \frac{2a(1+K_R)}{E[a^2]} \cdot \exp\left(-K_R - \frac{(1+K_R)a^2}{E[a^2]}\right) \cdot I_0\left(2a\sqrt{\frac{K_R(1+K_R)}{E[a^2]}}\right), & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

ค่าเฉลี่ย m_a และค่าความแปรปรวน σ_a^2 ของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไรเซียน มีค่าดังนี้

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{1+K_R}} \cdot E[a^2] \cdot e^{-K_R/2} \cdot \left((1+K_R)I_0\left(\frac{K_R}{2}\right) + K_R I_1\left(\frac{K_R}{2}\right) \right) \quad (3.13ก)$$

$$\sigma_a^2 = E[a^2] - m_a^2 \quad (3.13ข)$$

เมื่อ $I_1(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันเบสเสลดัดแปลงชนิดที่หนึ่งอันดับที่หนึ่ง

ถ้า pdf ในสมการ (3.12) ถูกทำนอร์มอลไลซ์เพื่อให้ $E[a^2]=1$ แล้ว การแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไรเซียนจะกลายเป็น

$$p(a) = \begin{cases} 2a(1+K_R) \cdot \exp\left(-K_R - (1+K_R)a^2\right) \cdot I_0\left(2a\sqrt{K_R(1+K_R)}\right), & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

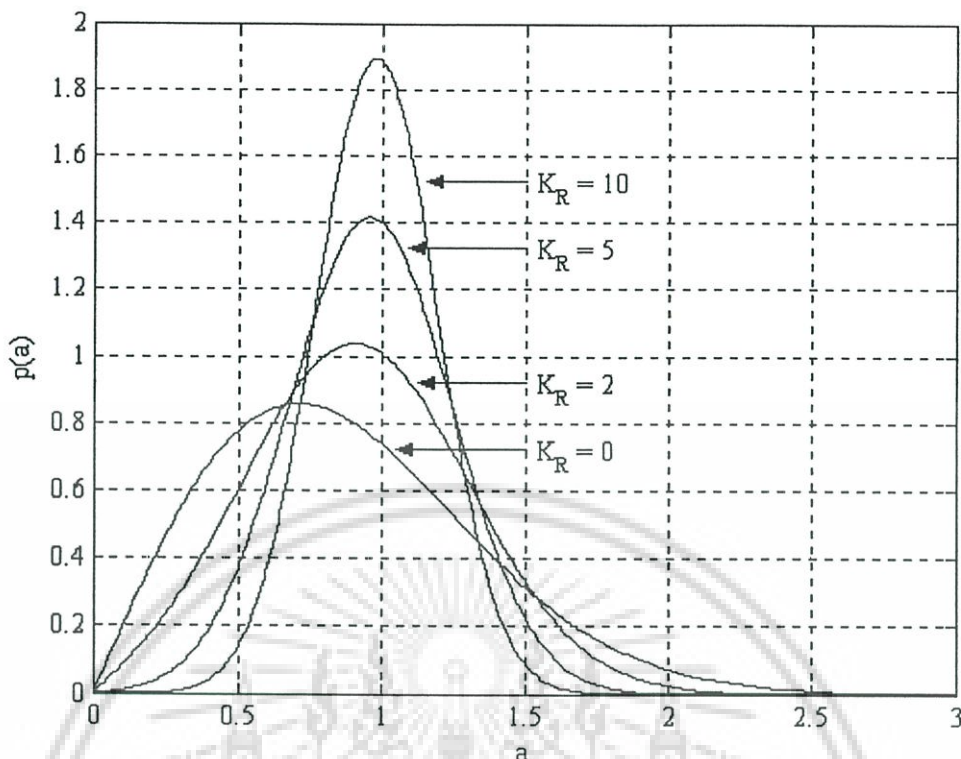
ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไรเซียน มีค่าดังนี้

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{1+K_R}} \cdot e^{-K_R/2} \cdot \left((1+K_R)I_0\left(\frac{K_R}{2}\right) + K_R I_1\left(\frac{K_R}{2}\right) \right) \quad (3.15ก)$$

$$\sigma_a^2 = 1 - m_a^2 \quad (3.15ข)$$

ถ้า K_R ต่ำๆ แสดงว่าช่องสัญญาณมีการจางหายรุนแรง เมื่อ $K_R = 0$ ช่องสัญญาณนี้จะไม่มีส่วนประกอบสัญญาณตรงและ pdf แบบไรเซียนจะกลายเป็น pdf แบบเรย์ลี ในทางตรงกันข้าม ถ้า K_R สูงๆ แสดงว่าช่องสัญญาณมีการจางหายน้อย เมื่อ K_R เข้าใกล้อนันต์ ช่องสัญญาณนี้จะไม่มีการจางหายและจะกลายเป็นช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน การแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไรเซียนที่ K_R ต่างๆ จากสมการ (3.14) แสดงได้ดังรูปที่ 3.4

แบบจำลองการจางหายทั้งสองแบบข้างต้นจะใช้เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดของสัญญาณที่รับได้ เมื่อแบนด์วิดท์ของสัญญาณน้อยกว่าแบนด์วิดท์รวมนัย



รูปที่ 3.4 pdf ของการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไโรเซียนที่ K_R ต่างๆ

3.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณการจางหาย

3.2.1 แบบจำลองการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์

สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่เลือกความถี่ เมื่อสัญญาณที่รับได้ประกอบด้วยคลื่นสะท้อนจำนวนมาก ผลรวมของคลื่นสะท้อนเหล่านี้เรียกว่าส่วนประกอบแบบกระจายของสัญญาณที่รับได้ จากทฤษฎีบทขีดจำกัดกลาง [14] ส่วนประกอบแบบกระจายจะเป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนเชิงซ้อน ดังนี้

$$\mu(t) = \mu_c(t) + j\mu_s(t) \quad (3.16)$$

เมื่อ $\mu_c(t)$ และ $\mu_s(t)$ เป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_r^2 และไม่มีสหสัมพันธ์กันทางสถิติ และจะได้ว่า

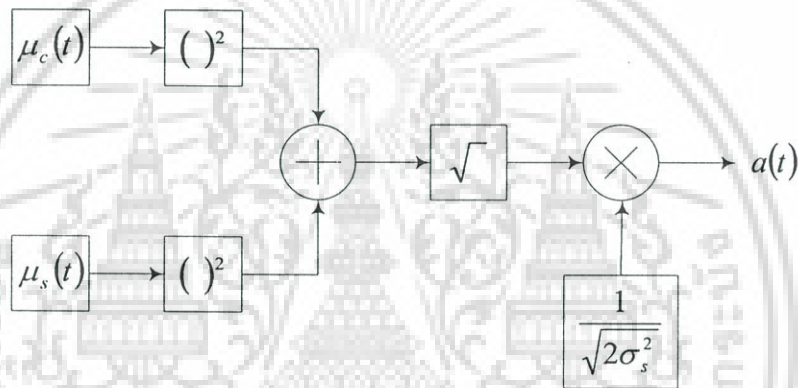
$$|\mu(t)| = \sqrt{\mu_c^2(t) + \mu_s^2(t)} \quad (3.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $|\mu(t)|$ จะเป็นกระบวนการสุ่มแบบเรย์ลีที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับ $2\sigma_s^2$ ดังนั้น ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลีที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง จะหาได้จาก

$$a(t) = \frac{|\mu(t)|}{\sqrt{2\sigma_s^2}} = \sqrt{\frac{\mu_c^2(t) + \mu_s^2(t)}{2\sigma_s^2}} \quad (3.18)$$

โดยทั่วไป ในการจำลองนิยามกำหนดให้ $\mu_c(t)$ และ $\mu_s(t)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียนหรือแบบเกาส์เซียนมาตรฐาน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ มีค่าความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง ทำให้มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่งด้วย แบบจำลองการจางหายแบบเรย์ลีที่ไม่มีสหสัมพันธ์ แสดงได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แบบจำลองการจางหายแบบเรย์ลีที่ไม่มีสหสัมพันธ์

ถ้าส่วนประกอบเส้นสายตาของสัญญาณที่รับได้ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m &= m_c + jm_s \\ &= De^{j\phi_D} \\ &= D \cos \phi_D + jD \sin \phi_D \end{aligned} \quad (3.19)$$

เมื่อ D และ ϕ_D คือแอมพลิจูดและเฟสของส่วนประกอบเส้นสายตา ตามลำดับ

เมื่อสัญญาณที่รับได้ประกอบด้วยส่วนประกอบกระจัดกระจายและส่วนประกอบเส้นสายตา จากสมการ (3.16) และ (3.19) เราจะได้กระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนเชิงซ้อน ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \mu_D(t) &= \mu(t) + m \\
 &= (\mu_c(t) + m_c) + j(\mu_s(t) + m_s) \\
 &= \mu_{Dc}(t) + j\mu_{Ds}(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

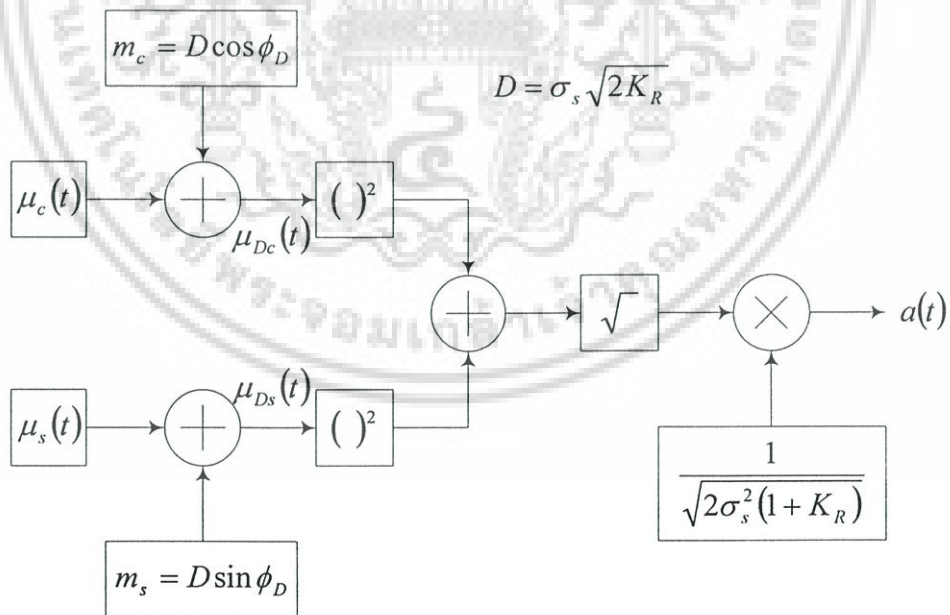
โดยที่ $\mu_{Dc}(t)$ และ $\mu_{Ds}(t)$ จะเป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ m_c และ m_s ตามลำดับ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_s^2 และจะได้ว่า

$$|\mu_D(t)| = \sqrt{\mu_{Dc}^2(t) + \mu_{Ds}^2(t)} \tag{3.21}$$

โดยที่ $|\mu_D(t)|$ จะเป็นกระบวนการสุ่มแบบโรเซียนที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับ $2\sigma_s^2 + D^2 = 2\sigma_s^2(1 + K_R)$ เมื่อ $D = \sigma_s \sqrt{2K_R}$ ดังนั้น ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์โรเซียนที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง จะหาได้จาก

$$a(t) = \frac{|\mu_D(t)|}{\sqrt{2\sigma_s^2(1 + K_R)}} = \frac{\sqrt{\mu_{Dc}^2(t) + \mu_{Ds}^2(t)}}{\sqrt{2\sigma_s^2(1 + K_R)}} \tag{3.22}$$

แบบจำลองการจางหายแบบโรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์ แสดงได้ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แบบจำลองการจางหายแบบโรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2 แบบจำลองการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์

ช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่เลือกความถี่ที่มีการพิจารณาผลของการเลื่อนคอปเพลอร์ร่วมด้วย โดยที่ $0 < f_{d\max} T_s < 1$ นั้น เรียกว่าช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ ซึ่งเป็นช่องสัญญาณที่มีหน่วยความจำจำกัด สำหรับการจางหายแบบเรย์ลีที่มีสหสัมพันธ์ จะทำการจำลองโดยใช้วิธีผลรวมของไซน์ซอยด์ (sum-of-sinusoids method : SOS) ซึ่งมีที่มาจากแบบจำลองอ้างอิงทางคณิตศาสตร์ของคลาร์ก (Clarke's mathematical reference model) [3] ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงแบบจำลอง SOS ต่างๆ เริ่มตั้งแต่แบบจำลองของคลาร์ก แบบจำลองของเจคส์ (Jakes' model) [4] และการปรับปรุง [5] จนถึงแบบจำลองใหม่ [7] และการดัดแปลงสำหรับการจางหายแบบไรเซียนที่ได้นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

3.2.2.1 แบบจำลองอ้างอิงทางคณิตศาสตร์ของคลาร์ก

พิจารณาช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่เลือกความถี่ที่ประกอบด้วยวิธีการแพร่กระจายจำนวน N วิธี กระบวนการการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียน (ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวน σ_s^2 เท่ากับหนึ่ง) ของแบบจำลองของคลาร์ก [3-4] จะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} g(t) &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N \exp(j(\omega_{d,n}t + \phi_n)) \\ &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N \exp(j(\omega_{d\max}t \cos \alpha_n + \phi_n)) \end{aligned} \quad (3.23)$$

เมื่อ α_n คือ มุมการมาถึงของวิถีที่ n^{th}

ϕ_n คือ เฟสเริ่มต้นของวิถีที่ n^{th}

$\omega_{d,n} = \omega_{d\max} \cos \alpha_n$ คือ ค่าการเลื่อนคอปเพลอร์ของวิถีที่ n^{th}

และ $\omega_{d\max}$ คือ ค่าการเลื่อนคอปเพลอร์สูงสุด ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ $\alpha_n = 0$

สมการ (3.23) สามารถเขียนในรูปของส่วนประกอบที่ตั้งฉากกันได้ดังนี้

$$g(t) = g_c(t) + jg_s(t) \quad (3.24ก)$$

$$g_c(t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N \cos(\omega_{d\max}t \cos \alpha_n + \phi_n) \quad (3.24ข)$$

$$g_s(t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N \sin(\omega_{d\max}t \cos \alpha_n + \phi_n) \quad (3.24ค)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากทฤษฎีบทขีดจำกัดกลาง เมื่อ N มีค่ามากๆ จะทำให้ $g_c(t)$ และ $g_s(t)$ กลายเป็นกระบวนการสุ่มแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียน สมมติให้ α_n และ ϕ_n เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มระหว่าง $-\pi$ ถึง π สำหรับทุกๆ n จาก [3] และ [15] พบว่าสถิติอันดับที่สองของแบบจำลองการจางหายนี้ในรูปของฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัว (autocorrelation function) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ไขว้ (cross-correlation function) เป็นดังนี้

$$R_{g_c g_c}(\tau) = E[g_c(t)g_c(t+\tau)] = J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.25ก)$$

$$R_{g_s g_s}(\tau) = J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.25ข)$$

$$R_{g_c g_s}(\tau) = 0 \quad (3.25ค)$$

$$R_{g_s g_c}(\tau) = 0 \quad (3.25ง)$$

$$R_{gg}(\tau) = E[g(t)g^*(t+\tau)] = 2J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.25จ)$$

$$R_{|g|^2 |g|^2}(\tau) = 4 + 4J_0^2(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.25ฉ)$$

นอกจากนี้ pdf ของเอนVELOIP และเฟสของการจางหาย จะได้เป็น

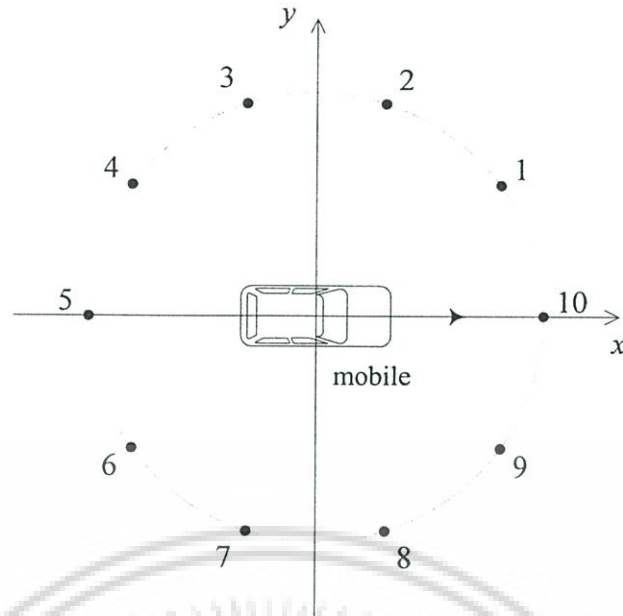
$$p_{|g|}(a) = ae^{-a^2/2}, \quad a \geq 0 \quad (3.26ก)$$

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi}, \quad \phi \in [-\pi, \pi) \quad (3.26ข)$$

เมื่อ $\Phi(t) = \arctan\left(\frac{g_s(t)}{g_c(t)}\right)$ จากสมการ (3.26ก) และ (3.26ข) จะเห็นได้ว่า เอนVELOIP ของการจางหาย $|g(t)|$ จะมีการแจกแจงแบบเรย์ลี โดยมีกำลังเฉลี่ยเท่ากับ 2 และเฟสของการจางหายจะมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม

3.2.2.2 แบบจำลองของเจคส์และการปรับปรุง

เนื่องจากแบบจำลองของคลาร์คต้องใช้ข้อสมมติของสเกลเตอร์ความถี่ต่ำจำนวนถึง N ชุดในการสร้างสัญญาณการจางหาย ทำให้แบบจำลองมีความซับซ้อนและสิ้นเปลืองเวลาที่ใช้ในการจำลองอย่างมาก ในเวลาต่อมาเจคส์ [4] จึงได้สร้างแบบจำลองที่ใช้ข้อสมมติของสเกลเตอร์ความถี่ต่ำจำนวนน้อยลงเพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานในทางปฏิบัติ โดยสมมติให้มุมการมาถึงของคลื่นมีความสมมาตรกัน ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.7 เมื่อกำหนดให้ $N = 10$



รูปที่ 3.7 ความสมมาตรของมุมการมาถึงเมื่อ $N = 10$ ในแบบจำลองของเจคส์

จากรูปที่ 3.7 จะเห็นได้ว่า วิธีที่ 1, 2, 8, 9 และ 10 จะมีค่าการเลื่อนคอปเพลอร์เป็นบวก ส่วนวิธีที่ 3, 4, 5, 6 และ 7 จะมีค่าการเลื่อนคอปเพลอร์เป็นลบ เมื่อพิจารณาเฉพาะขนาดของการเลื่อนคอปเพลอร์โดยไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย จะพบว่า วิธีที่ 1, 4, 6 และ 9 จะมีขนาดการเลื่อนคอปเพลอร์เท่ากัน วิธีที่ 2, 3, 7 และ 8 จะมีขนาดการเลื่อนคอปเพลอร์เท่ากัน และวิธีที่ 5 และ 10 ก็จะมีขนาดการเลื่อนคอปเพลอร์เท่ากัน นั่นคือ เมื่อ $N = 10$ แบบจำลองของเจคส์จะใช้ฮอสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำเพียง 3 ชุดเท่านั้น

ดังนั้น เมื่อจำนวนฮอสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำที่ใช้ทั้งหมดเท่ากับ $M + 1$ ชุด จะได้ว่า

$$N = 4M + 2 \quad (3.27ก)$$

หรือ

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} - 1 \right) \quad (3.27ข)$$

โดยที่ $N/2$ ต้องเป็นจำนวนเต็มก็ แบบจำลองของเจคส์สามารถเขียนในรูปของกระบวนการการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียนเชิงซ้อนได้ดังนี้

$$\bar{u}(t) = \bar{u}_c(t) + j\bar{u}_s(t) \quad (3.28ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{u}_c(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} a_n \cos(\omega_{d,n}t) \quad (3.28\text{ข})$$

$$\bar{u}_s(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} b_n \cos(\omega_{d,n}t) \quad (3.28\text{ค})$$

เมื่อ

$$a_n = \begin{cases} 2 \cos\left(\frac{\pi n}{M}\right), & n = 1, 2, \dots, M \\ \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), & n = M + 1 \end{cases} \quad (3.29\text{ก})$$

$$b_n = \begin{cases} 2 \sin\left(\frac{\pi n}{M}\right), & n = 1, 2, \dots, M \\ \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), & n = M + 1 \end{cases} \quad (3.29\text{ข})$$

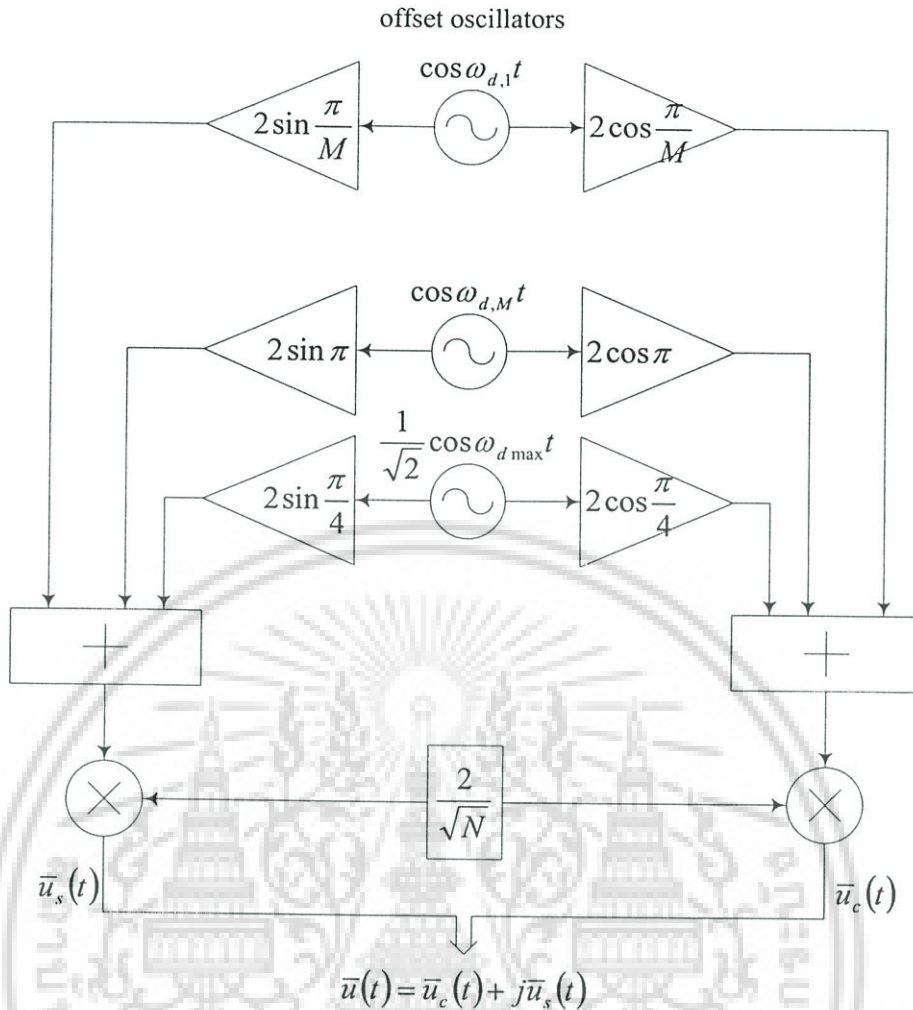
$$\omega_{d,n} = \begin{cases} \omega_{d \max} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), & n = 1, 2, \dots, M \\ \omega_{d \max}, & n = M + 1 \end{cases} \quad (3.29\text{ค})$$

แบบจำลองการจางหายของเจกส์แสดงได้ดังรูปที่ 3.8 ซึ่งจาก [4] พบว่าแบบจำลองของเจกส์ที่ใช้ ออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำเพียง 9 ชุด ($M = 8$ หรือ $N = 34$) ก็เพียงพอที่จะทำให้สัญญาณการจางหายที่สร้างได้มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับการจางหายแบบเรย์ลี

จาก [5] ได้พิสูจน์ให้เห็นว่า pdf ของเอนVELOปของสัญญาณที่สร้างจากแบบจำลองของเจกส์เป็นฟังก์ชันของเวลา ทำให้ค่าความแปรปรวนของกระบวนการการจางหายนี้เปลี่ยนแปลงตามเวลาด้วย นอกจากนี้ ฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัวของสัญญาณที่สร้างจากแบบจำลองของเจกส์ยังขึ้นอยู่กับทั้งผลต่างและผลรวมของจุดเวลาสองจุดอีกด้วย ดังนั้น [5] จึงสรุปได้ว่าสัญญาณที่สร้างจากแบบจำลองของเจกส์ไม่เป็นสเตชันนารี (nonstationary)

จากแบบจำลองของเจกส์ เมื่อเวลา t เข้าใกล้ศูนย์ จะทำให้ค่าที่ได้จากออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำแต่ละตัวมีสหสัมพันธ์กันสูง และจะมีค่าเท่ากับที่ $t = 0$ ดังนั้น [5] จึงได้ทำการปรับปรุงแบบจำลองของเจกส์โดยนำเฟสสุ่ม ψ_n มาใช้ในออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำเพื่อกำจัดสหสัมพันธ์ดังกล่าวและเพื่อแก้ปัญหาค่าไม่เป็นสเตชันนารี ทำให้สัญญาณที่สร้างจากแบบจำลองของเจกส์ที่มีการปรับปรุงนี้เป็นสเตชันนารีในทศนะกว้าง (wide-sense stationary : WSS)

กระบวนการการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียนเชิงซ้อนของแบบจำลองของเจกส์ที่มีการปรับปรุงหรือแบบจำลองของเจกส์ที่เป็นสเตชันนารีในทศนะกว้าง จะเป็นดังนี้



รูปที่ 3.8 แบบจำลองการจางหายของเจคส์

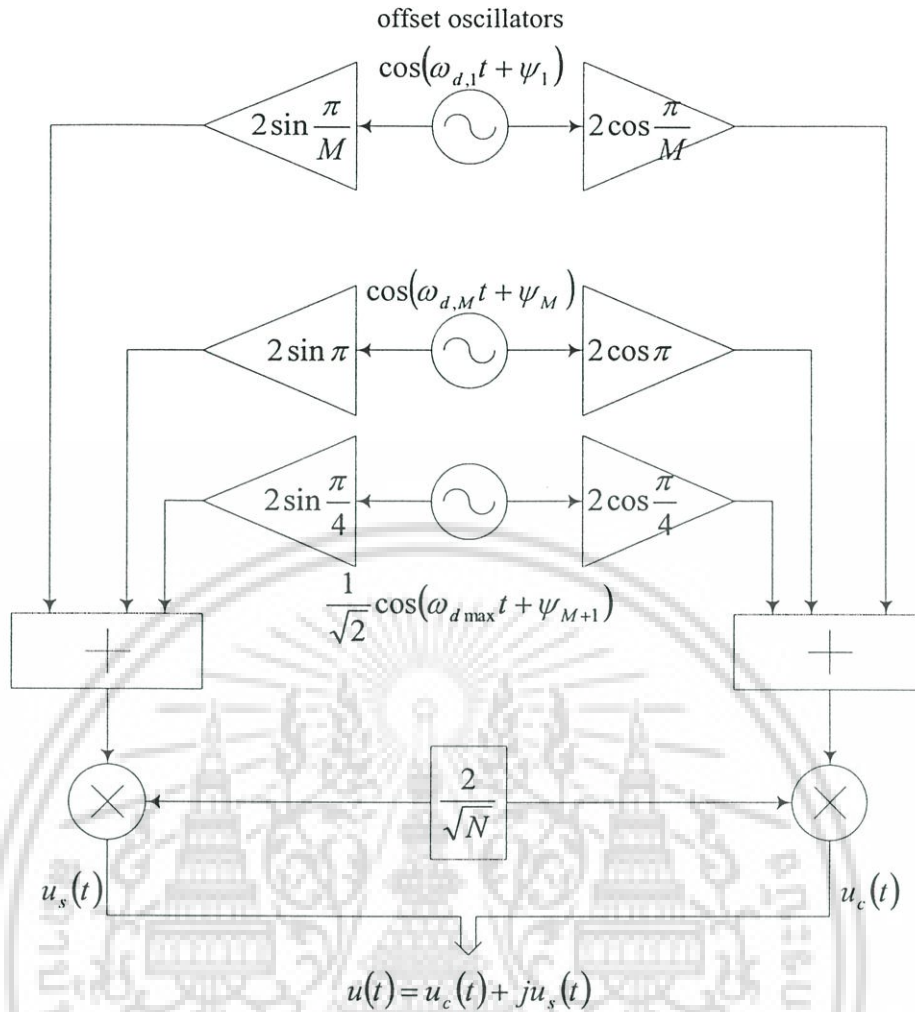
$$u(t) = u_c(t) + ju_s(t) \quad (3.30ก)$$

$$u_c(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} a_n \cos(\omega_{d,n}t + \psi_n) \quad (3.30ข)$$

$$u_s(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} b_n \cos(\omega_{d,n}t + \psi_n) \quad (3.30ค)$$

เมื่อ ψ_n เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มระหว่าง $-\pi$ ถึง π สำหรับทุกๆ n และสัมประสิทธิ์ a_n , b_n และ $\omega_{d,n}$ หาได้จากสมการ (3.29ก), (3.29ข) และ (3.29ค) ตามลำดับ เช่นเดียวกับแบบจำลองของเจคส์ แบบจำลองการจางหายของเจคส์ที่มีการปรับปรุงแสดงได้ดังรูปที่ 3.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 แบบจำลองการจางหายของเจตส์ที่มีการปรับปรุง

จาก [6] สถิติอันดับที่สองในรูปของฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัวและฟังก์ชันสหสัมพันธ์ไขว้ของสัญญาณการจางหาย $u(t)$ ที่สร้างจากแบบจำลองของเจตส์ที่มีการปรับปรุง แบ่งออกได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

- กรณีที่ 1 เมื่อ M มีค่าจำกัด จะได้ว่า

$$R_{u_c u_c}(\tau) = \frac{4}{N} \left(\sum_{n=1}^{M+1} \frac{a_n^2}{2} \cdot \cos(\omega_{d,n} \tau) \right) \quad (3.31ก)$$

$$R_{u_s u_s}(\tau) = \frac{4}{N} \left(\sum_{n=1}^{M+1} \frac{b_n^2}{2} \cdot \cos(\omega_{d,n} \tau) \right) \quad (3.31ข)$$

$$R_{u_c u_s}(\tau) = \frac{4}{N} \left(\sum_{n=1}^{M+1} \frac{a_n b_n}{2} \cdot \cos(\omega_{d,n} \tau) \right) \quad (3.31ค)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R_{u_s u_c}(\tau) = R_{u_c u_s}(\tau) \quad (3.31ง)$$

$$R_{uu}(\tau) = \frac{4}{N} \left(2 \sum_{n=1}^M \cos(\omega_{d,n} \tau) + \cos(\omega_{d \max} \tau) \right) \quad (3.31จ)$$

$$R_{|u|^2 |u|^2}(\tau) = 4 + 2R_{u_c u_c}^2(\tau) + 2R_{u_s u_s}^2(\tau) + 4R_{u_c u_s}^2(\tau) + \frac{8}{N} J_0(2\omega_{d \max} \tau) + \frac{16(N-1)}{N^2} \quad (3.31ฉ)$$

- กรณีที่ 2 เมื่อ M เข้าใกล้อนันต์ จะได้ว่า

$$R_{u_c u_c}(\tau) = J_0(\omega_{d \max} \tau) + J_4(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.32ก)$$

$$R_{u_s u_s}(\tau) = J_0(\omega_{d \max} \tau) - J_4(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.32ข)$$

$$R_{u_c u_s}(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(4\theta) \cos(\omega_{d \max} \tau \cos \theta) d\theta \quad (3.32ค)$$

$$R_{u_s u_c}(\tau) = R_{u_c u_s}(\tau) \quad (3.32ง)$$

$$R_{uu}(\tau) = 2J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.32จ)$$

$$R_{|u|^2 |u|^2}(\tau) = 4 + 4J_0^2(\omega_{d \max} \tau) + 4J_4^2(\omega_{d \max} \tau) + 4 \left(\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(4\theta) \cos(\omega_{d \max} \tau \cos \theta) d\theta \right)^2 \quad (3.32ฉ)$$

การพิสูจน์สมการ (3.31ก)-(3.31ฉ) และ (3.32ก)-(3.32ฉ) สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [6]

พิจารณาสถิติอันดับที่สองของแบบจำลองของเจดส์ที่มีการปรับปรุง จากสมการ (3.31ก)-(3.31ฉ) และ (3.32ก)-(3.32ฉ) เปรียบเทียบกับแบบจำลองของคลาร์ค จากสมการ (3.25ก)-(3.25ฉ) จะเห็นได้ว่า เมื่อ M มีค่าจำกัด สถิติอันดับที่สองทุกๆค่าของแบบจำลองของเจดส์ที่มีการปรับปรุงไม่เป็นไปตามแบบจำลองของคลาร์ค และเมื่อ M เข้าใกล้อนันต์ จะมีเพียงค่าสหสัมพันธ์เฉพาะตัวของเอนVELOเปเชิงซ้อน $R_{uu}(\tau)$ ของแบบจำลองของเจดส์ที่มีการปรับปรุงเท่านั้นที่เป็นไปตาม $R_{gg}(\tau)$ ของแบบจำลองของคลาร์ค ส่วนสถิติอันดับที่สองอื่นๆของแบบจำลองของเจดส์ที่มีการปรับปรุงก็ยังคงไม่เป็นไปตามแบบจำลองของคลาร์ค

3.2.2.3 แบบจำลองใหม่และการดัดแปลงสำหรับการจางหายแบบไร้เงื่อนไข

เนื่องจากสถิติอันดับที่สองของแบบจำลองของเจคส์ที่มีการปรับปรุงยังไม่เป็นไปตามแบบจำลองของคลาร์ก ทำให้ [7] ได้เสนอแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซน์ซอซอด์แบบใหม่สำหรับการจางหายแบบเรย์ลี ที่มีสถิติอันดับที่สองถูกต้องมากขึ้น โดยกำหนดกระบวนการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียนเชิงซ้อน ดังนี้

$$X(t) = X_c(t) + jX_s(t) \quad (3.33ก)$$

$$X_c(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^M c_n \cos(\omega_{d,n}t + \phi_n) \quad (3.33ข)$$

$$X_s(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^M s_n \cos(\omega_{d,n}t + \phi_n) \quad (3.33ค)$$

เมื่อ

$$c_n = \begin{cases} \sqrt{2} \cos \psi_n, & n = 0 \\ 2 \cos \psi_n, & n = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (3.34ก)$$

$$s_n = \begin{cases} \sqrt{2} \sin \psi_n, & n = 0 \\ 2 \sin \psi_n, & n = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (3.34ข)$$

$$\omega_{d,n} = \omega_{d \max} \cos\left(\frac{2\pi n + \theta_n}{N}\right), \quad n = 0, 1, \dots, M \quad (3.34ค)$$

โดยที่ ψ_n , θ_n และ ϕ_n เป็นอิสระทางสถิติต่อกัน และมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มระหว่าง $-\pi$ ถึง π สำหรับทุกๆ n

จะเห็นได้ว่า แบบจำลองของเจคส์และแบบจำลองของเจคส์ที่มีการปรับปรุง ถือว่าเป็นกรณีเฉพาะของแบบจำลองใหม่นี้ โดยแบบจำลองของเจคส์จะกำหนดให้ ψ_n คงที่ และกำหนดให้ θ_n และ ϕ_n เป็นศูนย์ ส่วนแบบจำลองของเจคส์ที่มีการปรับปรุงจะกำหนดให้ ψ_n คงที่ และกำหนดให้ θ_n เป็นศูนย์ แบบจำลองการจางหายแบบใหม่แสดงได้ดังรูปที่ 3.10

จาก [7] สถิติอันดับที่สองในรูปของฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัวและฟังก์ชันสหสัมพันธ์ไขว้ของสัญญาณการจางหาย $X(t)$ ที่สร้างจากแบบจำลองใหม่ เป็นดังนี้

$$R_{X_c X_c}(\tau) = J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.35ก)$$

$$R_{X_s X_s}(\tau) = J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.35ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

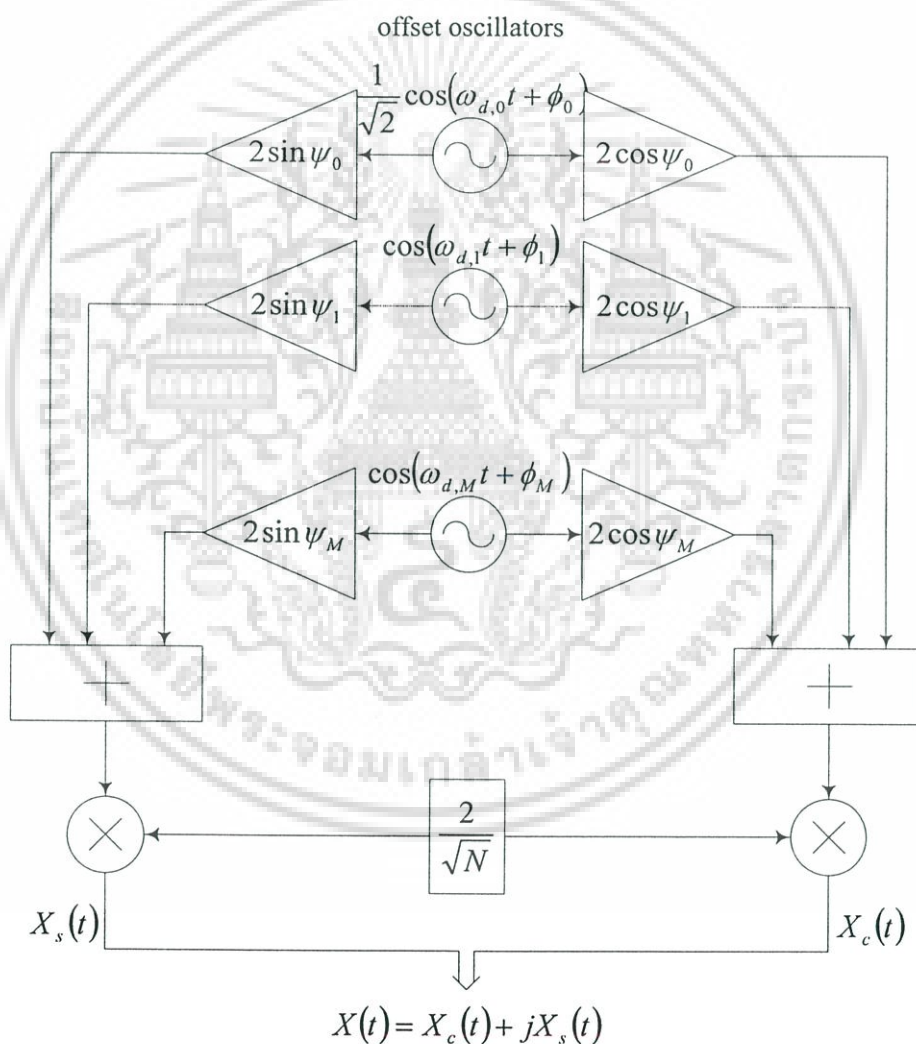
$$R_{X_c X_s}(\tau) = 0 \quad (3.35ก)$$

$$R_{X_s X_c}(\tau) = 0 \quad (3.35ข)$$

$$R_{XX}(\tau) = 2J_0(\omega_{d \max} \tau) \quad (3.35ค)$$

$$R_{|X|^2 |X|^2}(\tau) = 4 + 4J_0^2(\omega_{d \max} \tau) + \frac{16 + 8J_0(2\omega_{d \max} \tau)}{N} - \frac{16}{N^2} \left(1 + \int_0^{\frac{\pi}{N}} \cos(2\omega_{d \max} \tau \cos \alpha) d\alpha \right) \quad (3.35ง)$$

$$= 4 + 4J_0^2(\omega_{d \max} \tau), \quad N \rightarrow \infty \quad (3.35ฉ)$$



รูปที่ 3.10 แบบจำลองการจางหายแบบใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาสถิติอันดับที่สองของแบบจำลองใหม่ จากสมการ (3.35ก)-(3.35ข) เปรียบเทียบกับแบบจำลองของคลาร์ก จากสมการ (3.25ก)-(3.25ฉ) จะเห็นได้ว่า ฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัว และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ไขว้จากสมการ (3.35ก)-(3.35จ) ของแบบจำลองใหม่เป็นไปตามแบบจำลองของคลาร์กโดยไม่ขึ้นกับจำนวนไซนูซอยด์ที่ใช้ นอกจากนี้ ฟังก์ชันสหสัมพันธ์เฉพาะตัวของเอนเวโลปกำลังสอง $R_{|x|^2|_x|^2}(\tau)$ ของแบบจำลองใหม่ก็เป็นไปตาม $R_{|g|^2|_g|^2}(\tau)$ ของแบบจำลองของคลาร์กเมื่อจำนวนไซนูซอยด์ที่ใช้เข้าใกล้อนันต์ และ $R_{|x|^2|_x|^2}(\tau)$ ยังมีค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับ $R_{|g|^2|_g|^2}(\tau)$ เมื่อ $M \geq 8$ [7]

นอกจากนี้ เมื่อ $N \rightarrow \infty$ pdf ของเอนเวโลปและเฟสของการจางหายที่ได้จากแบบจำลองใหม่ จะเป็นดังนี้

$$p_{|x|}(a) = ae^{-a^2/2}, \quad a \geq 0 \quad (3.36ก)$$

$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.36ข)$$

เมื่อ $\Theta(t) = \arctan\left(\frac{X_s(t)}{X_c(t)}\right)$ จากสมการ (3.36ก) และ (3.36ข) จะเห็นได้ว่า เอนเวโลปของการจางหาย $|X(t)|$ จะมีการแจกแจงแบบเรย์ลี โดยมีกำลังเฉลี่ยเท่ากับ 2 และเฟสของการจางหายจะมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ซึ่งเป็นไปตามสมการ (3.26ก) และ (3.26ข) จากแบบจำลองของคลาร์กตามลำดับ

ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์เรย์ลีที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง จะหาได้จาก

$$a(t) = \frac{|X(t)|}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{X_c^2(t) + X_s^2(t)}{2}} \quad (3.37)$$

จากการวิเคราะห์และการจำลองใน [7] แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองใหม่ที่ใช้ออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำเพียง 9 ชุด ($M = 8$ หรือ $N = 34$) เพียงพอที่จะทำให้สัญญาณการจางหายที่สร้างได้มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับการจางหายแบบเรย์ลี

พิจารณาส่วนประกอบเส้นสายตาของสัญญาณที่รับได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} m(t) &= m_c(t) + jm_s(t) \\ &= De^{j(\omega_d t + \phi_D)} \\ &= De^{j(\omega_{d \max} t \cos \alpha_D + \phi_D)} \end{aligned} \quad (3.38ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_c(t) = D \cos(\omega_{d \max} t \cos \alpha_D + \phi_D) \quad (3.38\text{ข})$$

$$m_s(t) = D \sin(\omega_{d \max} t \cos \alpha_D + \phi_D) \quad (3.38\text{ค})$$

เมื่อ D , $\omega_{d,D}$, ϕ_D และ α_D คือ แอมพลิจูด ค่าการเลื่อนคอปเพลอร์ เฟส และมุมการมาถึง ของ ส่วนประกอบเส้นสายตา ตามลำดับ โดยที่ $\omega_{d,D} = \omega_{d \max} \cos \alpha_D$

สำหรับการจางหายแบบโรเซียน สัญญาณที่รับได้จะประกอบด้วยส่วนประกอบกระจัด กระจายและส่วนประกอบเส้นสายตา จากสมการ (3.33ก) และ (3.38ก) เราจะได้กระบวนการการ จางหายแบบเกาส์เซียนเชิงซ้อน ดังนี้

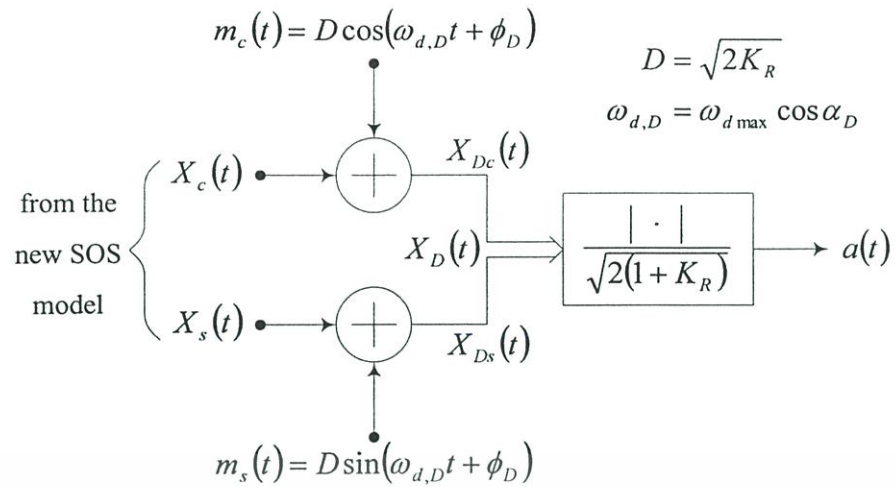
$$\begin{aligned} X_D(t) &= X(t) + m(t) \\ &= (X_c(t) + m_c(t)) + j(X_s(t) + m_s(t)) \\ &= X_{Dc}(t) + jX_{Ds}(t) \end{aligned} \quad (3.39)$$

เนื่องจาก $X(t)$ เป็นกระบวนการการจางหายแบบนอร์มอลไลซ์เกาส์เซียนเชิงซ้อนที่มีค่า ความแปรปรวน σ_s^2 เท่ากับหนึ่ง ซึ่งทำให้ $D = \sqrt{2K_R}$ และ $|X_D(t)|$ มีการแจกแจงแบบโรเซียน โดยมีกำลังเฉลี่ยเท่ากับ $2(1 + K_R)$ ดังนั้น ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ โรเซียนที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง จะหาได้จาก

$$a(t) = \frac{|X_D(t)|}{\sqrt{2(1 + K_R)}} = \sqrt{\frac{X_{Dc}^2(t) + X_{Ds}^2(t)}{2(1 + K_R)}} \quad (3.40)$$

การดัดแปลงแบบจำลองใหม่สำหรับการจางหายแบบโรเซียนแสดงได้ดังรูปที่ 3.11

สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ค่าการจางหาย $a(t)$ จะสร้างมาจากแบบจำลองใหม่และ การดัดแปลงสำหรับการจางหายแบบโรเซียน ซึ่งใช้ไขว้ขอยด์หรือออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำจำนวน 9 ชุด ($M = 8$ หรือ $N = 34$) และเพื่อความสะดวกจึงสมมติให้ส่วนประกอบเส้นสายตาเข้ามาถึง วิทยุเคลื่อนที่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางเคลื่อนที่ของวิทยุ นั่นคือ กำหนดให้ $\alpha_D = \pm \frac{\pi}{2}$ ทำให้ $\omega_{d,D} = 0$ ส่วนประกอบเส้นสายตาก็จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา สมการ (3.38ก)-(3.38ค) ก็จะลดรูป กลายเป็นสมการ (3.19) และเมื่อกำหนดให้ $\phi_D = 0$ ก็จะทำให้ $m_s = 0$ นั่นคือ $m = m_c = D$



รูปที่ 3.11 การดัดแปลงแบบจำลองใหม่สำหรับการจางหายแบบโรเซียน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการจำลองและผลการจำลอง

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการศึกษสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบต่างๆ โดยการจำลอง ซึ่งแบ่งออกได้เป็นสองขั้นตอน ได้แก่ การจำลองช่องสัญญาณ และการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ การจำลองทั้งหมดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำโดยการเขียนโปรแกรมและจำลองผลบนโปรแกรมแมตแล็บ (MATLAB) ซึ่งทำงานบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ (Windows) บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer : PC) รายละเอียดต่างๆของวิธีการจำลองและผลการจำลอง มีดังต่อไปนี้

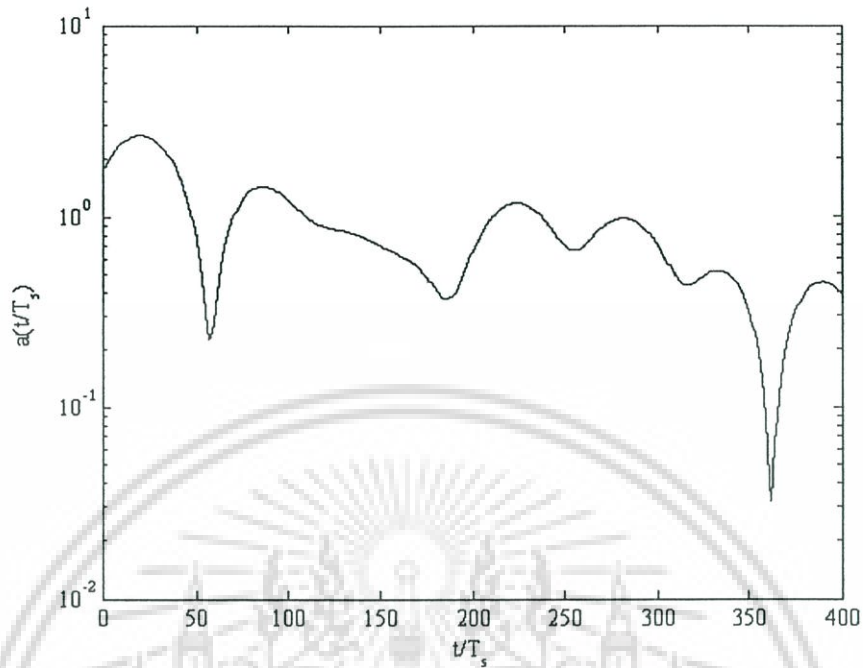
4.1 การจำลองช่องสัญญาณ

ช่องสัญญาณการจางหายหลายวิถีแบบไรเซียนที่นำมาทดสอบในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีทั้งช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์และช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์ โดยช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์สร้างมาจากแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไชนูซอยด์แบบใหม่และการดัดแปลงสำหรับการจางหายแบบไรเซียน ซึ่งใช้ไชนูซอยด์หรือออสซิลเลเตอร์ความถี่ต่ำจำนวน 9 ชุด ($M = 8$ หรือ $N = 34$) ดังรูปที่ 3.10 และ 3.11 ตามลำดับ ในหัวข้อ 3.2.2.3 ส่วนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์สร้างมาจากแบบจำลองดังรูปที่ 3.6 ในหัวข้อ 3.2.1

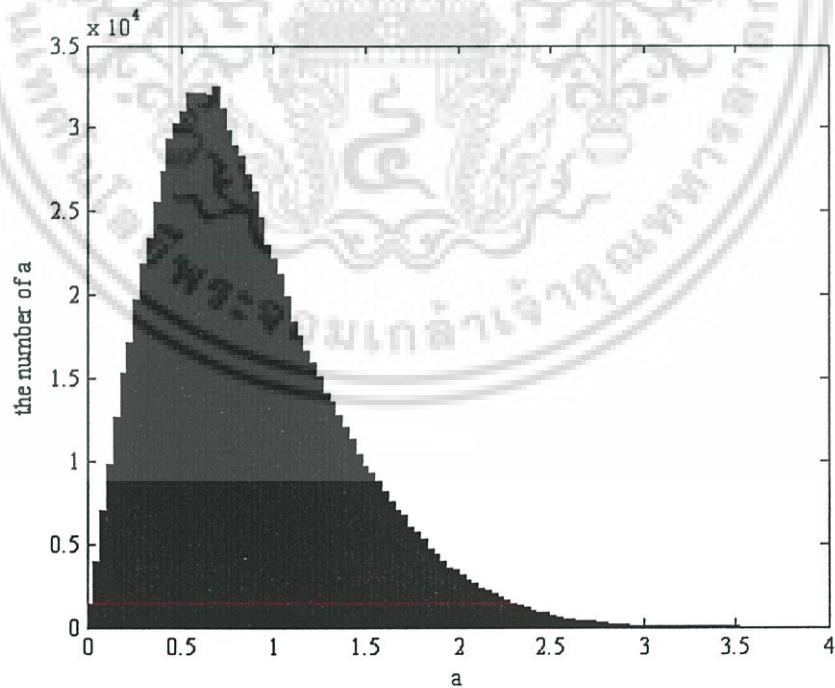
พิจารณาส่วนประกอบเส้นสายตาของสัญญาณที่รับได้ดังสมการ (3.38ก)-(3.38ค) สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนทั้งสองแบบข้างต้น จะสมมติให้ส่วนประกอบเส้นสายตาเข้ามาถึงวิทยูเคลื่อนที่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางเคลื่อนที่ของวิทยู นั่นคือ กำหนดให้ $\alpha_D = \pm \frac{\pi}{2}$ ทำให้ $\omega_{d,D} = 0$ ส่วนประกอบเส้นสายตาจะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา สมการ (3.38ก)-(3.38ค) ก็จะลดรูปกลายเป็นสมการ (3.19) และเมื่อกำหนดให้ $\phi_D = 0$ ก็จะทำให้ $m_s = 0$ ดังนั้นส่วนประกอบเส้นสายตาจากสมการ (3.19) จะลดรูปเหลือเพียง $m = m_c = D$

ในหัวข้อนี้ จะทำการจำลองค่าการจางหาย $a(t)$ ที่มีการแจกแจงแบบนอร์มอลไลซ์ไรเซียนที่มีกำลังเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง โดยสร้าง $a(t)$ แต่ละค่าในทุกๆ T_s วินาที จำนวนทั้งหมด 10^6 ค่า ทำการจำลองที่ค่าไรเซียนแฟกเตอร์ K_R เท่ากับ 0 และ 5 โดยที่ K_R แต่ละค่าจะกำหนดอัตราการจางหายนอร์มอลไลซ์ $f_{d,max} T_s$ เท่ากับ 0.01 และ 0.1 สำหรับการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์เปรียบเทียบกับกรจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์ ได้ผลการจำลองดังต่อไปนี้

4.1.1 การจางหายแบบไโรเซียนที่ $K_R = 0$

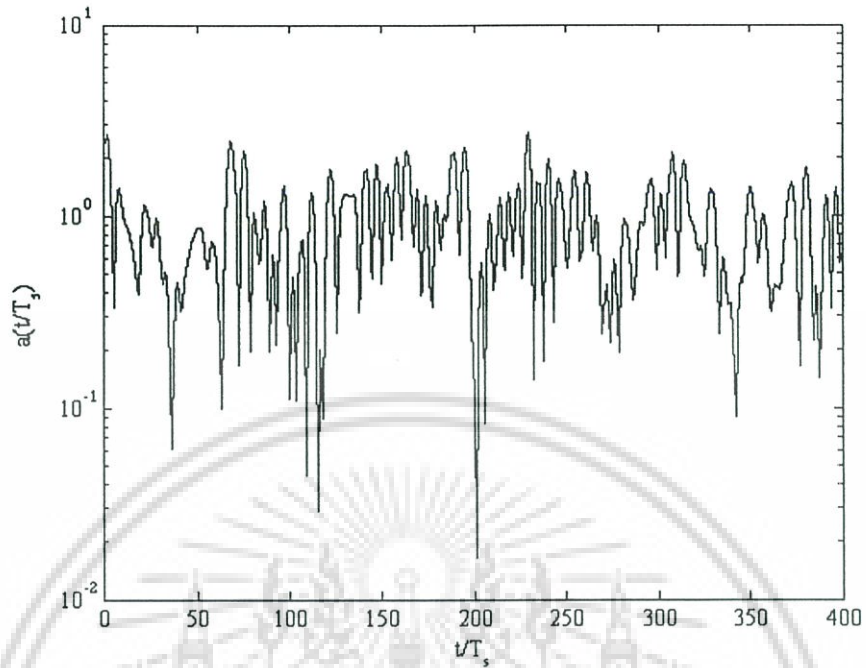


รูปที่ 4.1 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$

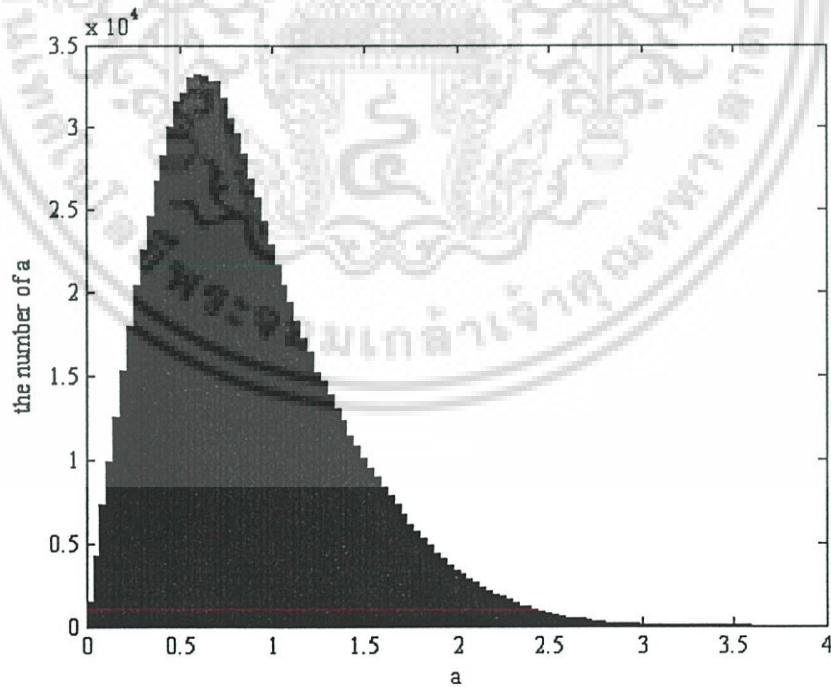


รูปที่ 4.2 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

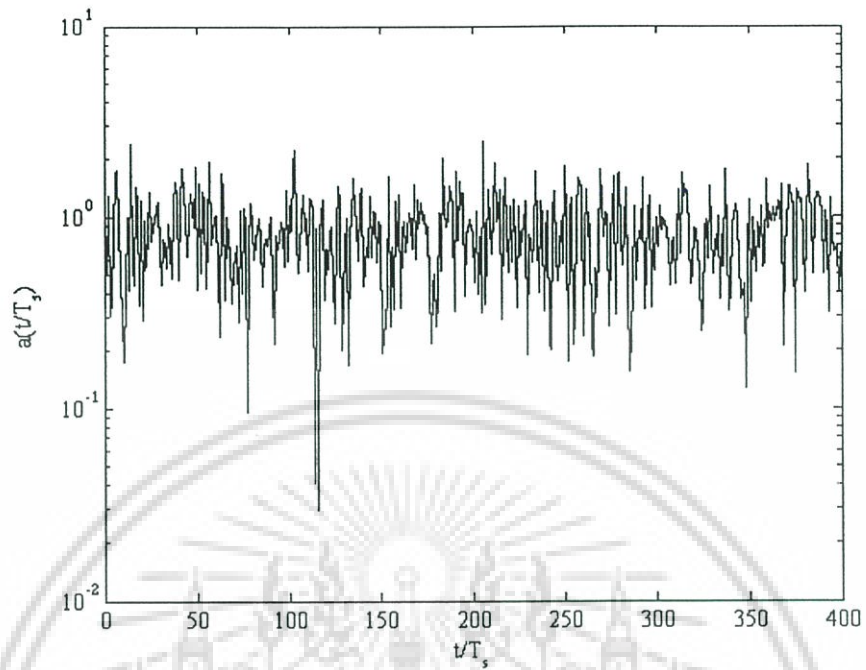


รูปที่ 4.3 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$

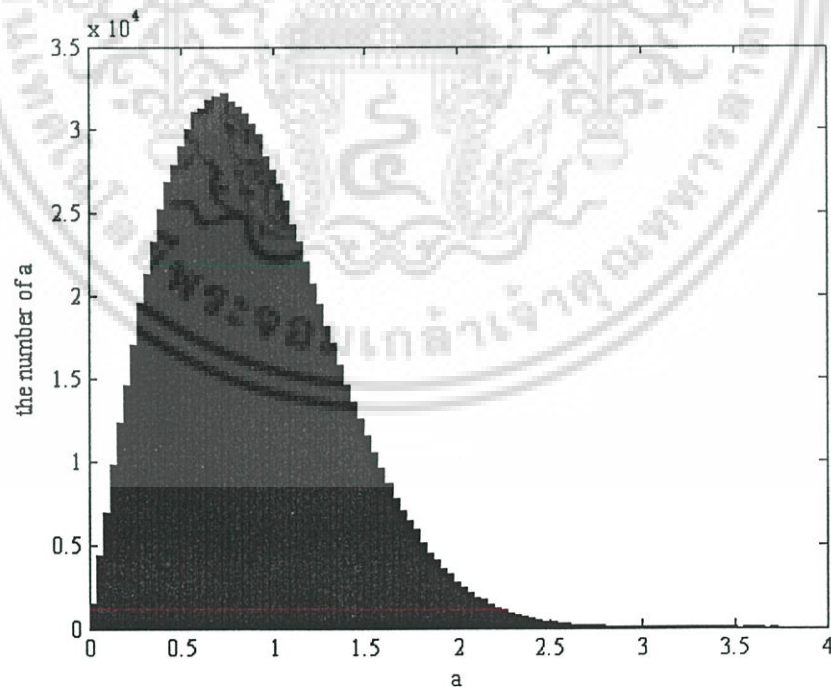


รูปที่ 4.4 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์



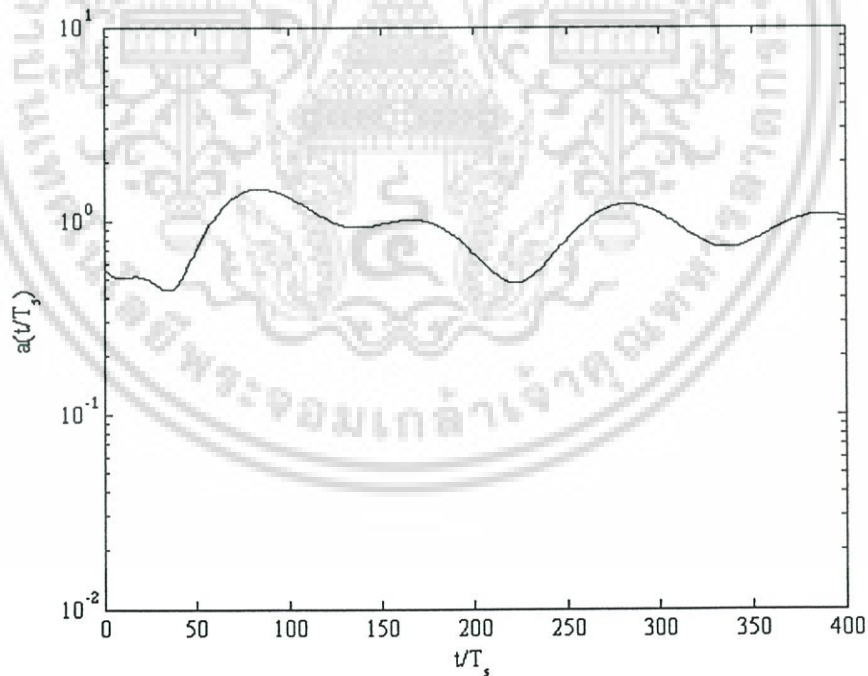
รูปที่ 4.6 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

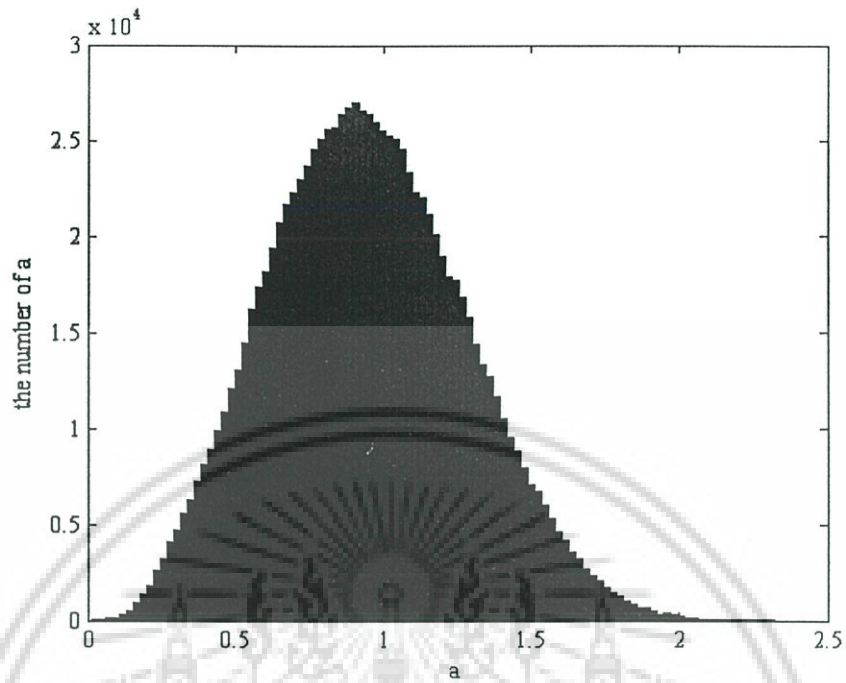
รูปที่ 4.1 และ 4.3 แสดงค่าการจางหาย $a(t)$ แบบมีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 0$ ซึ่งมี $f_{d \max} T_s$ เท่ากับ 0.01 และ 0.1 ตามลำดับ เปรียบเทียบกับรูปที่ 4.5 ซึ่งแสดงค่าการจางหาย $a(t)$ แบบไม่มีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 0$ โดยทั้ง 3 รูปแสดง $a(t)$ จำนวน 400 ค่าแรก จากทั้งหมด 10^6 ค่า จะเห็นได้ว่า สำหรับการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d \max} T_s$ เพิ่มขึ้นจาก 0.01 เป็น 0.1 ทำให้ความต่อเนื่องของ $a(t)$ แต่ละค่าลดลง หรือกล่าวได้ว่า สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายลดลง และจะทำให้ความต่อเนื่องของ $a(t)$ ใกล้เคียงกับการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น

รูปที่ 4.2, 4.4 และ 4.6 เป็นฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 0$ จากรูปที่ 4.1, 4.3 และ 4.5 ตามลำดับ โดยทั้ง 3 รูปพิจารณาจาก $a(t)$ จำนวนทั้งหมด 10^6 ค่า และจัดแบ่งช่วงของค่า $a(t)$ ออกเป็น 100 ช่วงเท่าๆกัน จะเห็นได้ว่า ทั้ง 3 รูปมีการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ใกล้เคียงกัน และมีลักษณะของการกระจายเป็นแบบเรย์ลี (ดูรูปที่ 3.3 และ 3.4 ประกอบการพิจารณา) ซึ่งช่วงที่มีจำนวน $a(t)$ มากที่สุดจะอยู่ที่ประมาณ $0.5 < a(t) < 1$

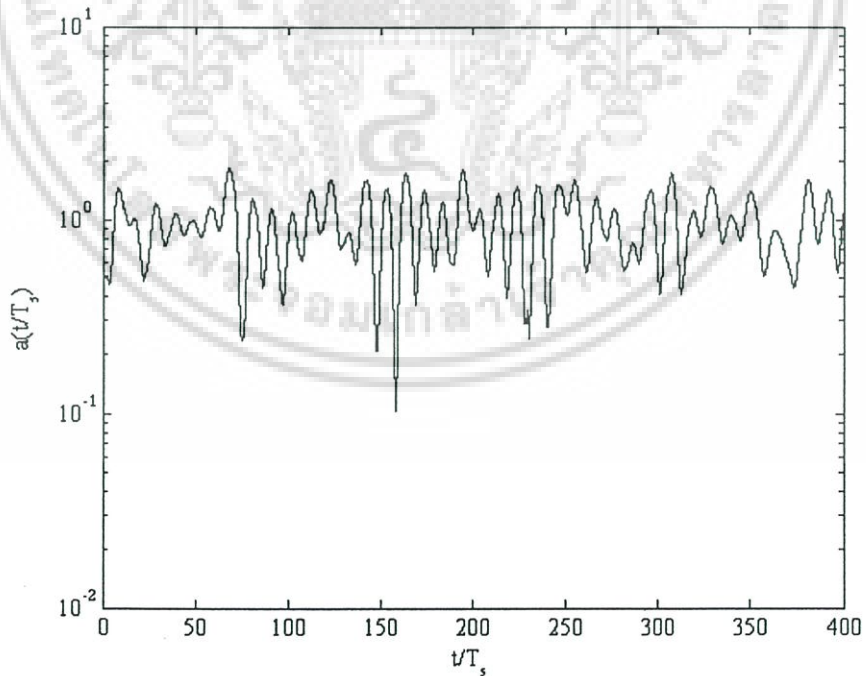
4.1.2 การจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$



รูปที่ 4.7 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$

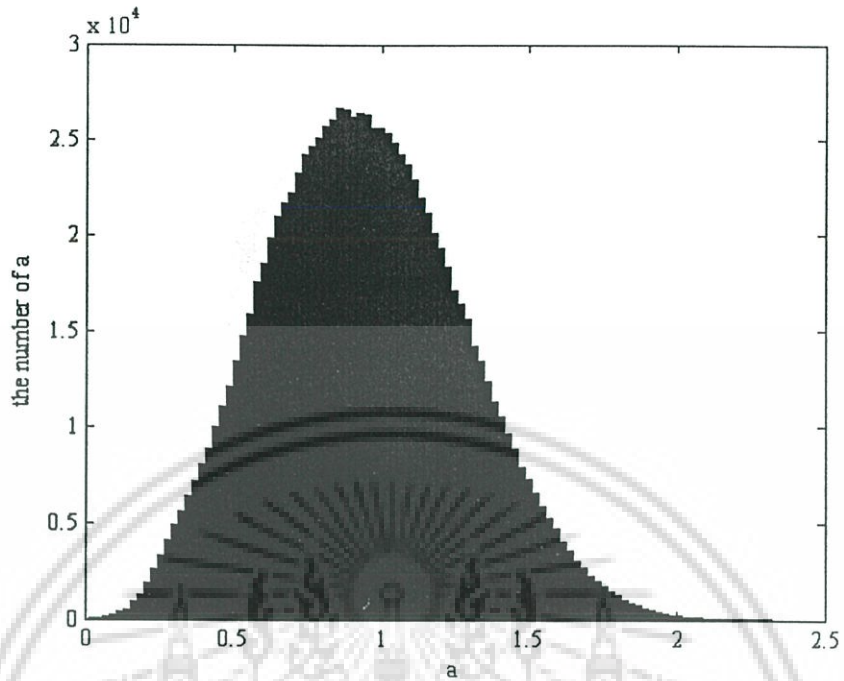


รูปที่ 4.8 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$

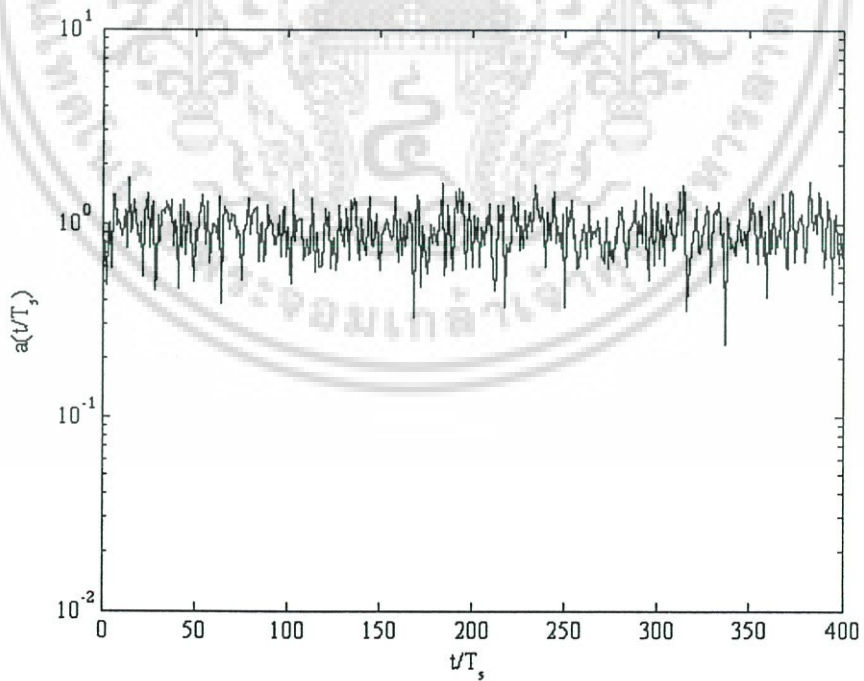


รูปที่ 4.9 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

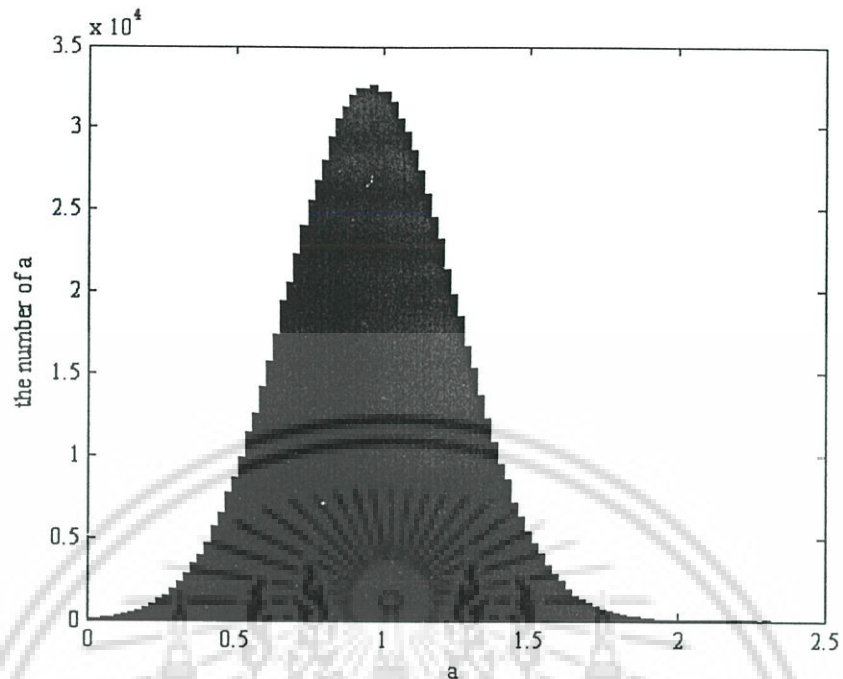


รูปที่ 4.10 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$



รูปที่ 4.11 ค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และไม่มีสหสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 ฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ และไม่มีสหสัมพันธ์

รูปที่ 4.7 และ 4.9 แสดงค่าการจางหาย $a(t)$ แบบมีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 5$ ซึ่งมี $f_{d\max} T_s$ เท่ากับ 0.01 และ 0.1 ตามลำดับ เปรียบเทียบกับรูปที่ 4.11 ซึ่งแสดงค่าการจางหาย $a(t)$ แบบไม่มีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 5$ โดยทั้ง 3 รูปแสดง $a(t)$ จำนวน 400 ค่าแรก จากทั้งหมด 10^6 ค่า จะเห็นได้ว่า สำหรับการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d\max} T_s$ เพิ่มขึ้นจาก 0.01 เป็น 0.1 ทำให้ความต่อเนื่องของ $a(t)$ แต่ละค่าลดลง หรือกล่าวได้ว่า สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายลดลง และจะทำให้ความต่อเนื่องของ $a(t)$ ใกล้เคียงกับการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น

รูปที่ 4.8, 4.10 และ 4.12 เป็นฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ที่ $K_R = 5$ จากรูปที่ 4.7, 4.9 และ 4.11 ตามลำดับ โดยทั้ง 3 รูปพิจารณาจาก $a(t)$ จำนวนทั้งหมด 10^6 ค่า และจัดแบ่งช่วงของค่า $a(t)$ ออกเป็น 100 ช่วงเท่าๆกัน จะเห็นได้ว่า ทั้ง 3 รูปมีการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ ใกล้เคียงกัน และมีลักษณะของการกระจายเป็นแบบไรเซียน (ดูรูปที่ 3.4 ประกอบการพิจารณา) ซึ่งช่วงที่มีจำนวน $a(t)$ มากที่สุดจะอยู่ที่ $a(t)$ ต่ำกว่า 1 เล็กน้อย

เมื่อพิจารณาค่าการจางหาย $a(t)$ ทั้งแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $f_{d\max} T_s$ เท่ากัน และแบบที่ไม่มีสหสัมพันธ์เหมือนกัน เปรียบเทียบที่ K_R ต่างกัน พบว่า เมื่อ K_R เพิ่มขึ้นจาก 0 เป็น 5 จะทำให้ช่วงการเปลี่ยนแปลงของค่า $a(t)$ ที่เวลาต่างๆแคบลงและเข้าใกล้ $a(t) = 1$ มากขึ้น เช่นเดียวกับที่สังเกตได้จากฮิสโทแกรมแสดงการกระจายของค่าการจางหาย $a(t)$ โดยเมื่อ $K_R = 0$ จะได้ว่า

$0 \leq a(t) < 4$ แต่เมื่อ $K_R = 5$ จะได้ว่า $0 \leq a(t) < 2.5$ และช่วงการกระจายของค่า $a(t)$ ส่วนใหญ่ยังเข้าใกล้ $a(t) = 1$ มากขึ้นอีกด้วย ดังนั้น เมื่อ K_R เพิ่มขึ้น ช่องสัญญาณจะมีการจางหายน้อยลง

กล่าวโดยสรุป เมื่อ K_R คงที่ ช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $f_{d, \max} T_s$ เพิ่มขึ้น จะทำให้สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายลดลง จึงมีลักษณะเข้าใกล้ช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น นอกจากนี้ เมื่อสหสัมพันธ์คงที่ ช่องสัญญาณการจางหายที่ K_R เพิ่มขึ้น จะทำให้มีการจางหายน้อยลง จึงมีลักษณะเข้าใกล้ช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน ($a(t) = 1$ ที่เวลา t ใดๆ จึงไม่มีการจางหาย) มากขึ้น

4.2 การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ

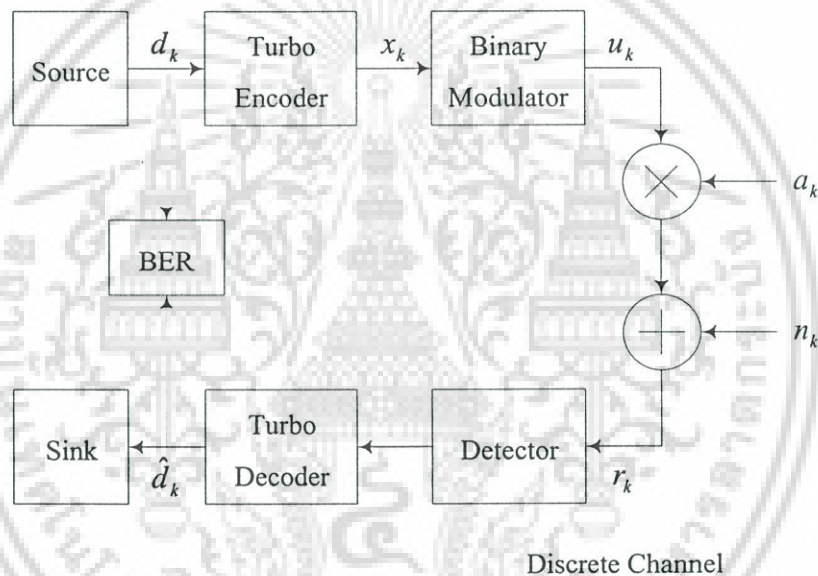
รหัสเทอร์โบที่นำมาทดสอบในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สร้างมาจากตัวเข้ารหัสเทอร์โบที่ประกอบด้วยตัวเข้ารหัสย่อยแบบ RSC ที่เหมือนกันสองตัวต่อขนานกันผ่านตัวอินเตอร์ลีฟแบบสุ่มขนาด 2^{10} บิต ตัวเข้ารหัสย่อยแบบ RSC แต่ละตัวมีอัตรารหัสเท่ากับ $1/2$ มีหน่วยความจำ ν เท่ากับ 4 และมีตัวกำเนิด $G_0 = 23$ และ $G_1 = 35$ ก่อนทำการส่งจะทำการพังก์ชันเซอร์เพื่อให้อัตราของรหัสเทอร์โบเท่ากับ $1/2$ ส่วนตัวถอดรหัสเทอร์โบประกอบด้วยตัวถอดรหัสย่อยแบบ SISO ที่เหมือนกันสองตัวต่ออนุกรมกันผ่านตัวอินเตอร์ลีฟและตัวดีอินเตอร์ลีฟที่สอดคล้องกับด้านเข้ารหัส ตัวถอดรหัสย่อยแบบ SISO แต่ละตัวมี 2^4 สถานะ และใช้อัลกอริทึมแบบลือกแมป กำหนดจำนวนรอบของการถอดรหัสวนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ

ช่องสัญญาณที่นำมาทดสอบสมรรถนะของรหัสเทอร์โบ ประกอบด้วย ช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน และช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ K_R เท่ากับ 0, 2 และ 5 โดยช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนมีทั้งแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $f_{d, \max} T_s$ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 และแบบไม่มีสหสัมพันธ์ ซึ่งช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนทั้งสองแบบดังกล่าวนี้มีวิธีการสร้างเช่นเดียวกับในหัวข้อ 4.1

ในการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณจะใช้วิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo method) [8] โดยที่เวลา k ใดๆ จะเริ่มต้นด้วยการสร้างลำดับฐานสองที่เป็น 0 หรือ 1 ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากันและเป็นอิสระทางสถิติต่อกัน เพื่อสมมติให้เป็นบิตข่าวสาร d_k ตัวเข้ารหัสเทอร์โบจะทำการเข้ารหัสบิตข่าวสาร d_k ให้เป็นคำรหัส $x_k = (d_k, x_{pk}) = (x_{sk}, x_{pk})$ เนื่องจากช่องสัญญาณเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ตัวมอดูเลตฐานสองจะแปลงคำรหัส x_k ให้เป็นสัญญาณฐานสอง u_k ที่เป็น -1 หรือ +1 ก่อนที่จะส่งผ่านช่องสัญญาณ โดยที่ $u_k = 2x_k - 1$ สัญญาณ u_k ที่ส่งผ่านช่องสัญญาณจะต้องประสบกับการจางหาย $a_k = (a_{1k}, a_{2k})$ แบบต่างๆตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น รวมทั้งสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน $n_k = (n_{1k}, n_{2k})$ ที่มีค่าความแปรปรวน σ^2 เป็นไปตามสมการ (2.18) เมื่อกำหนดให้ $E_s = 1$ ทำให้สัญญาณที่รับได้ $r_k = (r_{sk}, r_{pk})$ มีค่าเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$r_k = a_k u_k + n_k$ เนื่องจากตัวถอดรหัสเทอร์โบต้องการอินพุตแบบซอฟต์แวร์ ตัวตรวจจับจึงป้อนสัญญาณ r_k ให้กับตัวถอดรหัสเทอร์โบโดยตรง ตัวถอดรหัสเทอร์โบจะทำการถอดรหัสได้เป็นบิตข่าวสาร \hat{d}_k จากนั้นทำการเปรียบเทียบบิตข่าวสาร d_k กับ \hat{d}_k ว่าเหมือนกันหรือต่างกัน กระบวนการจำลองทั้งหมดที่ได้กล่าวมานี้จะดำเนินไปเรื่อยๆจนกว่าบิตข่าวสารจะครบตามจำนวนที่ต้องการ สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการทดสอบบิตข่าวสารทั้งหมดจำนวน 2^{20} บิตที่ E_b/N_0 แต่ละค่า โดยแบ่งบิตข่าวสารทั้งหมดออกเป็นเฟรมที่มีขนาดเท่ากับตัวอินเตอร์ลีฟคือเฟรมละ 2^{10} บิต ซึ่งจะได้จำนวนเฟรมทั้งหมด 2^{10} เฟรม เมื่อทำการส่งบิตข่าวสารที่ละเฟรมจนครบตามจำนวนแล้ว จึงนับจำนวนบิตข่าวสารที่ตัดสินใจผิดพลาด เพื่อนำไปคำนวณหาอัตราความผิดพลาดบิต (bit error rate : BER) ที่ E_b/N_0 นั้นๆต่อไป การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ แสดงได้ดังรูปที่ 4.13

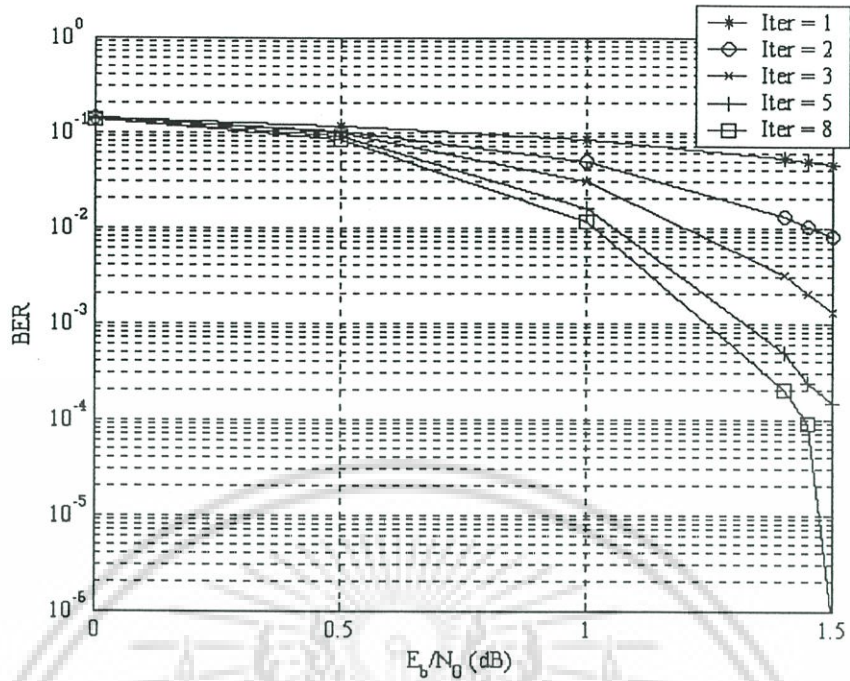


รูปที่ 4.13 การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ

ผลการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบต่างๆ มีดังต่อไปนี้

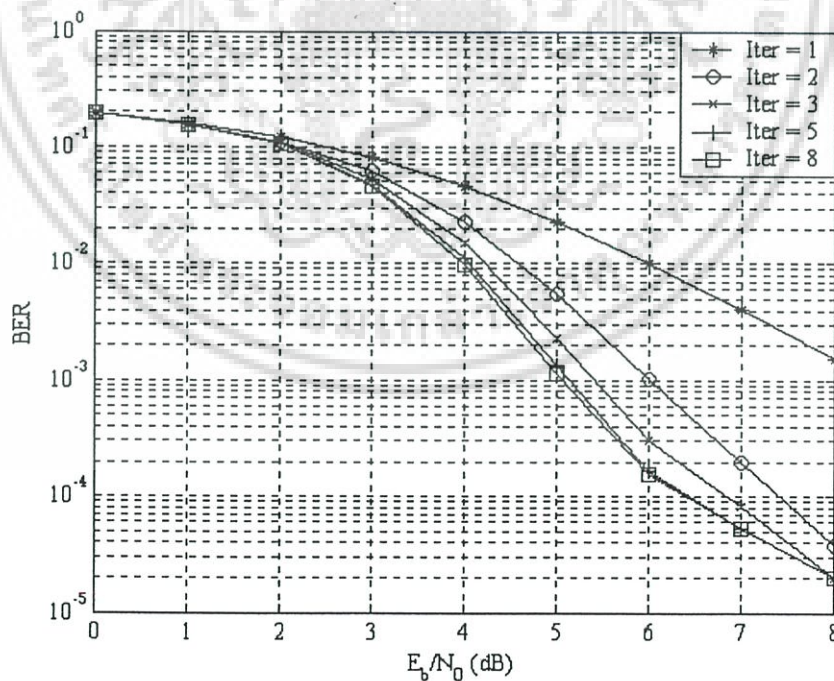
4.2.1 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน

รูปที่ 4.14 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น โดยเมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ รหัสเทอร์โบจะมี BER เท่ากับ 10^{-5} ที่ E_b/N_0 ประมาณ 1.47 dB



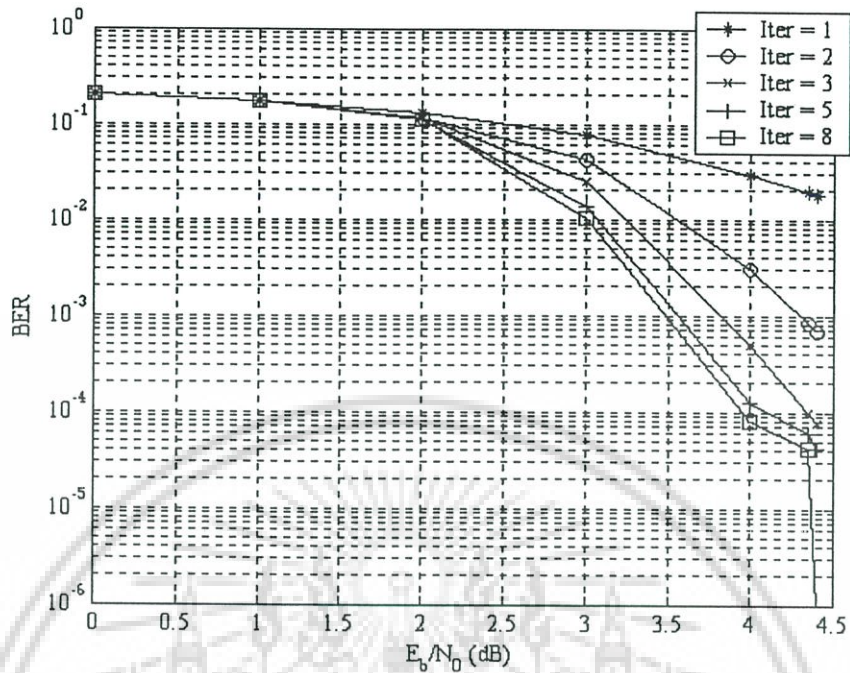
รูปที่ 4.14 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน

4.2.2 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$

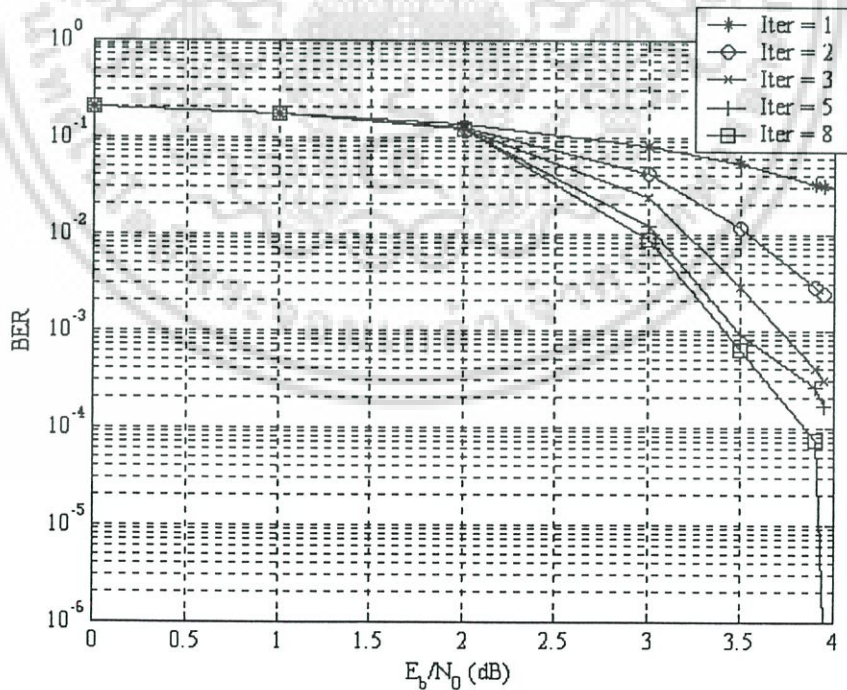


รูปที่ 4.15 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และ $f_{d_{\max}} T_s = 0.01$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

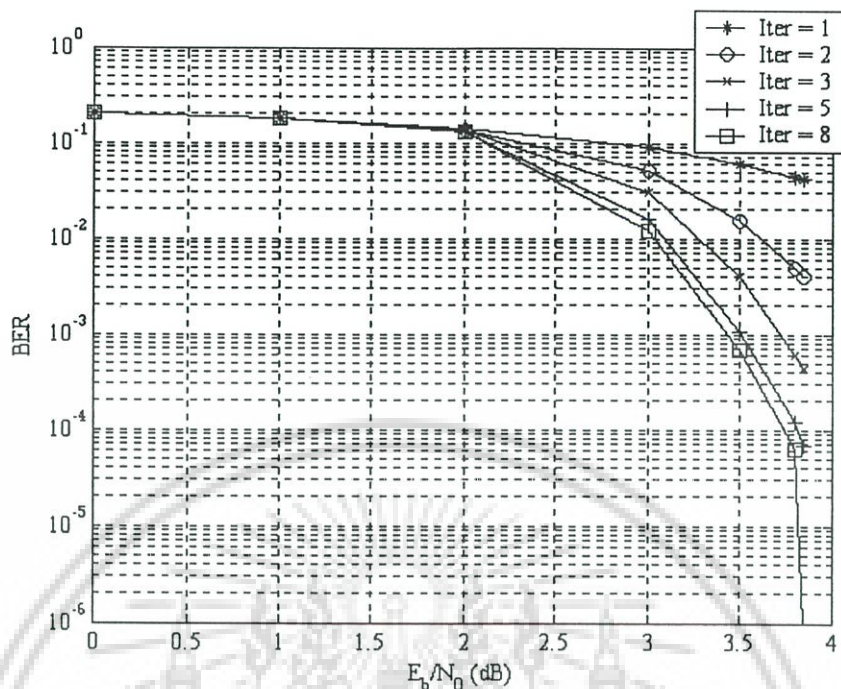


รูปที่ 4.16 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$

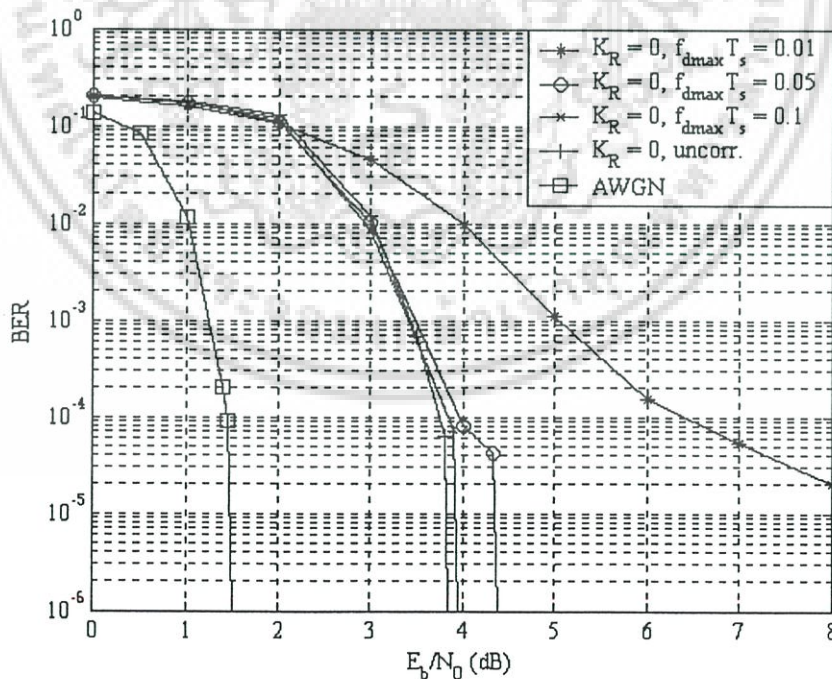


รูปที่ 4.17 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และไม่มีสหสัมพันธ์



รูปที่ 4.19 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.15, 4.16 และ 4.17 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 0$ ซึ่งมี $f_{d\max} T_s$ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ จากทั้ง 3 รูป จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นจาก 1 จนถึง 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER อย่างชัดเจน แต่เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นมากกว่า 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER ค่อนข้างน้อย

รูปที่ 4.18 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบไม่มีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 0$ จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น โดยเมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ รหัสเทอร์โบจะมี BER เท่ากับ 10^{-5} ที่ E_b/N_0 ประมาณ 3.82 dB

รูปที่ 4.19 แสดงการเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 0$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งได้มาจากรูปที่ 4.15 ถึง 4.18 จะเห็นได้ว่า สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d\max} T_s$ เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น โดยที่ BER = 10^{-5} รหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณที่ $f_{d\max} T_s = 0.1$ จะต้องการ E_b/N_0 สูงกว่าบนช่องสัญญาณแบบไม่มีสหสัมพันธ์อยู่ประมาณ 0.1 dB

4.2.3 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$

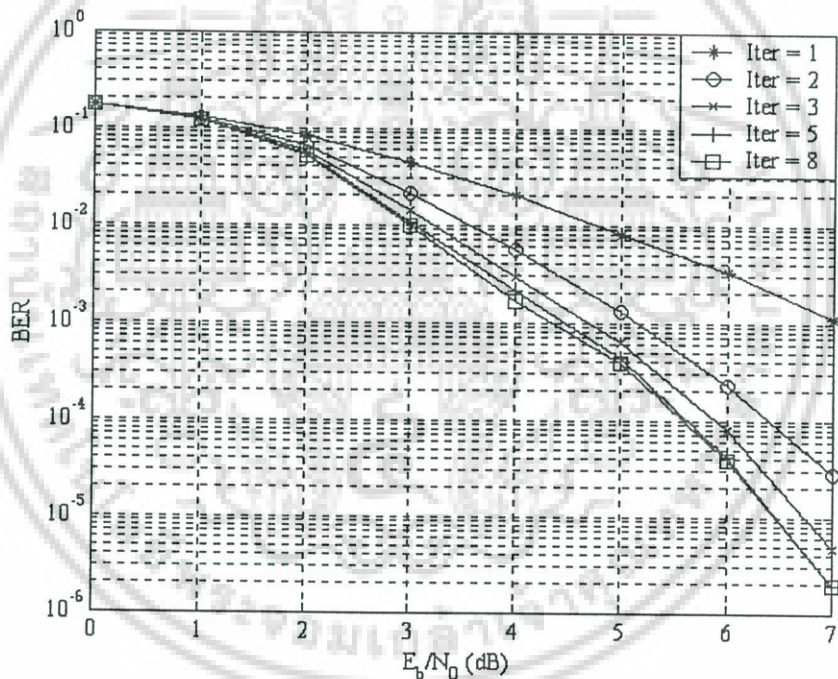
รูปที่ 4.20, 4.21 และ 4.22 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 2$ ซึ่งมี $f_{d\max} T_s$ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ จากทั้ง 3 รูป จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นจาก 1 จนถึง 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER อย่างชัดเจน แต่เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นมากกว่า 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER ค่อนข้างน้อย

รูปที่ 4.23 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบไม่มีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 2$ จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น โดยเมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ รหัสเทอร์โบจะมี BER เท่ากับ 10^{-5} ที่ E_b/N_0 ประมาณ 2.86 dB

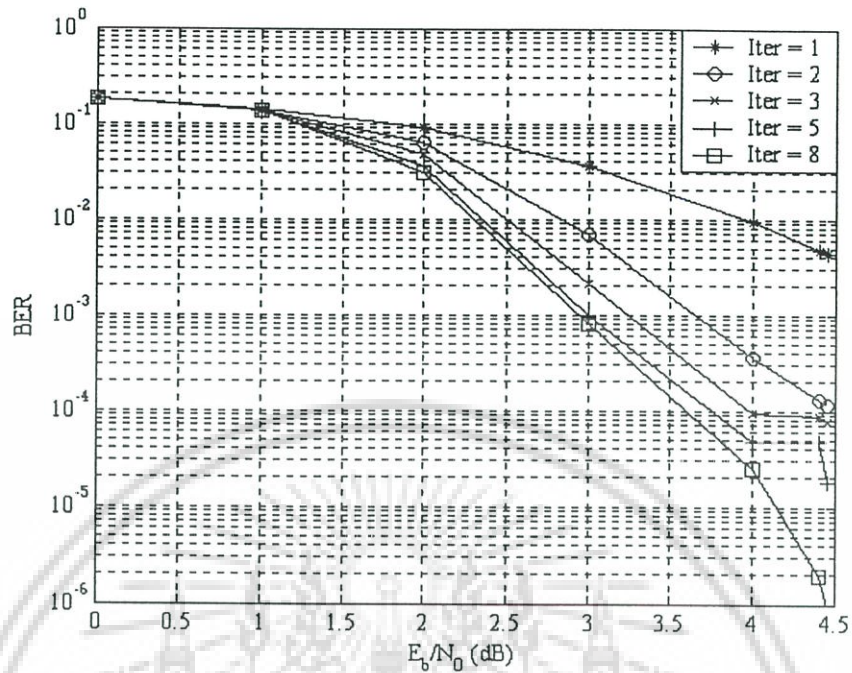
รูปที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งได้มาจากรูปที่ 4.20 ถึง 4.23 จะเห็นได้ว่า สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d\max} T_s$ เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น โดยที่ BER = 10^{-5} รหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณที่

$f_{d \max} T_s = 0.1$ จะต้องการ E_b/N_0 สูงกว่าบนช่องสัญญาณแบบไม่มีสหสัมพันธ์อยู่ประมาณ 1.41 dB

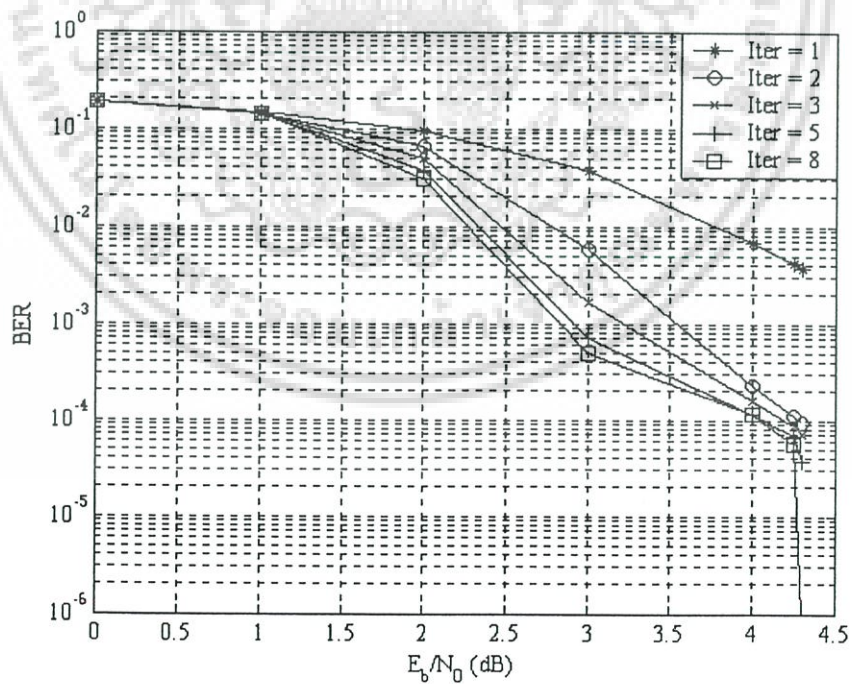
จากรูปที่ 4.24 มีข้อสังเกตประการหนึ่งคือ ช่วงของค่า E_b/N_0 ระหว่าง 3.23 dB ถึง 4.28 dB รหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณที่ $f_{d \max} T_s = 0.1$ กลับมี BER สูงกว่าบนช่องสัญญาณที่ $f_{d \max} T_s = 0.05$ ซึ่งขัดแย้งกับที่ E_b/N_0 อื่นๆ ความผิดพลาดนี้อาจมีสาเหตุมาจากการนำส่วนประกอบเส้นสายตามาพิจารณาพร้อมกับแบบจำลองการจางหายแบบใหม่เพื่อสร้างการจางหายแบบโรเซียน ซึ่งอาจทำให้คุณสมบัติทางสถิติบางประการหรือสหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายผิดเพี้ยนไปได้



รูปที่ 4.20 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$

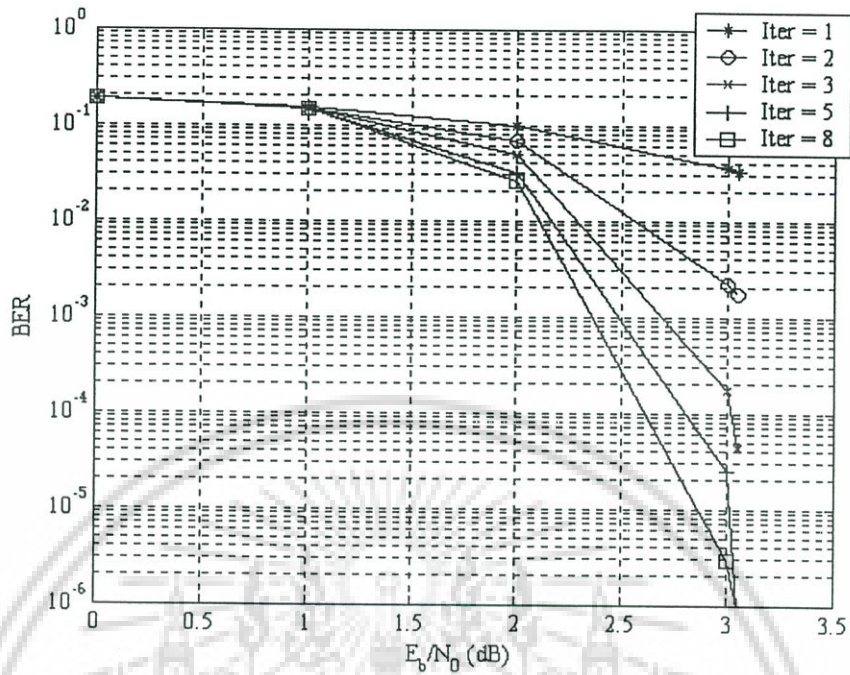


รูปที่ 4.21 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$

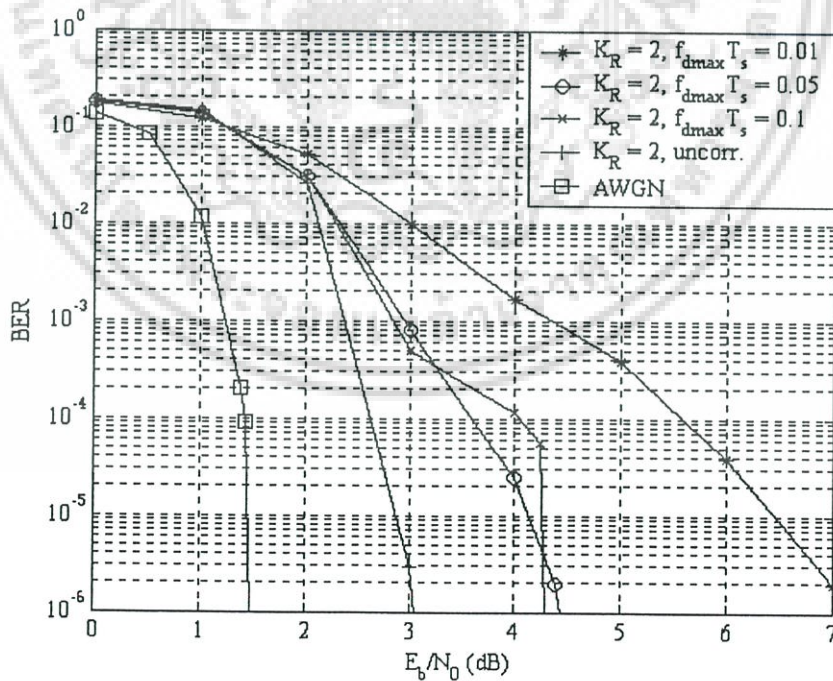


รูปที่ 4.22 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และ $f_{d \max} T_s = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



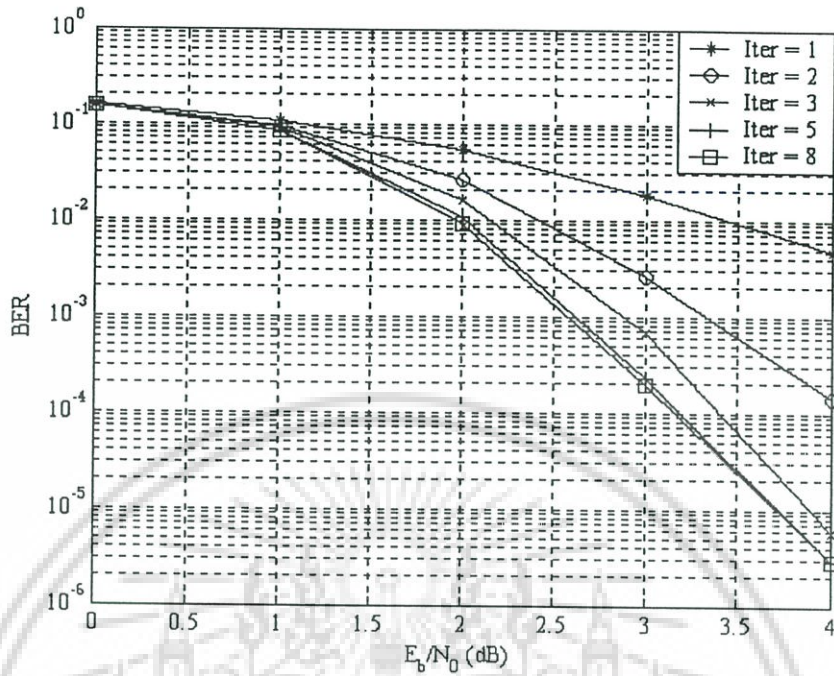
รูปที่ 4.23 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และไม่มีสหสัมพันธ์



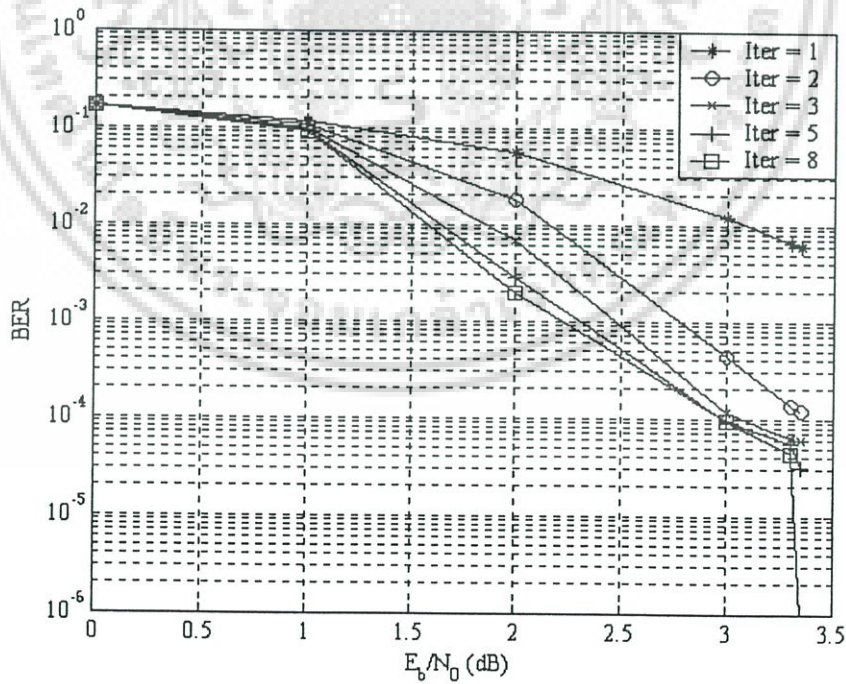
รูปที่ 4.24 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 2$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.4 สมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$

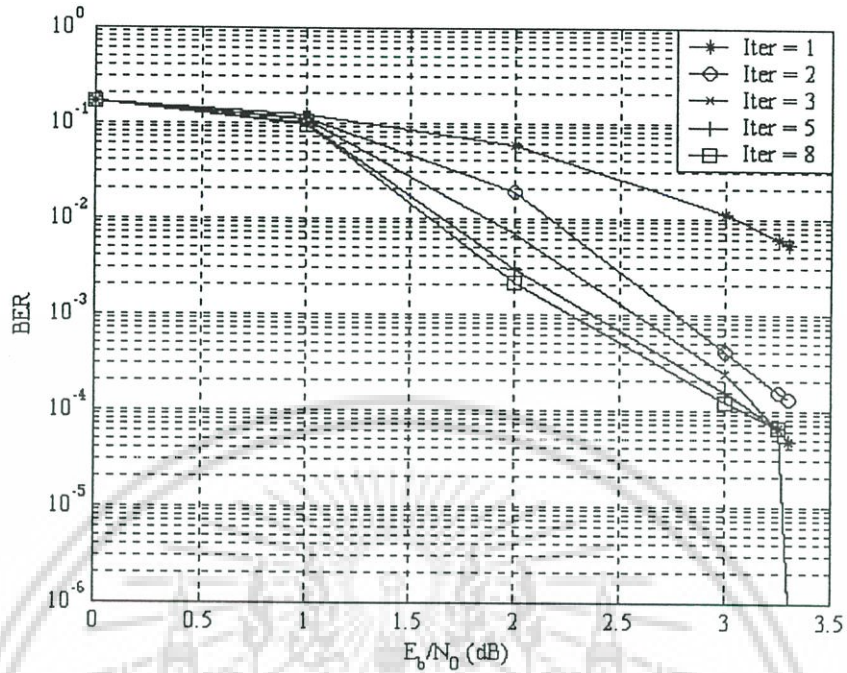


รูปที่ 4.25 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.01$

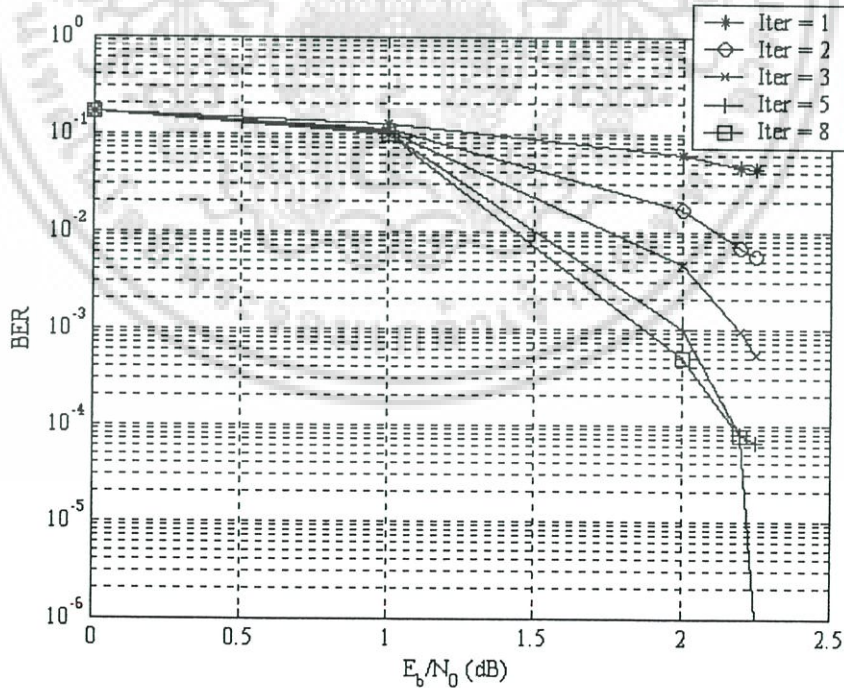


รูปที่ 4.26 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และ $f_{d \max} T_s = 0.05$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

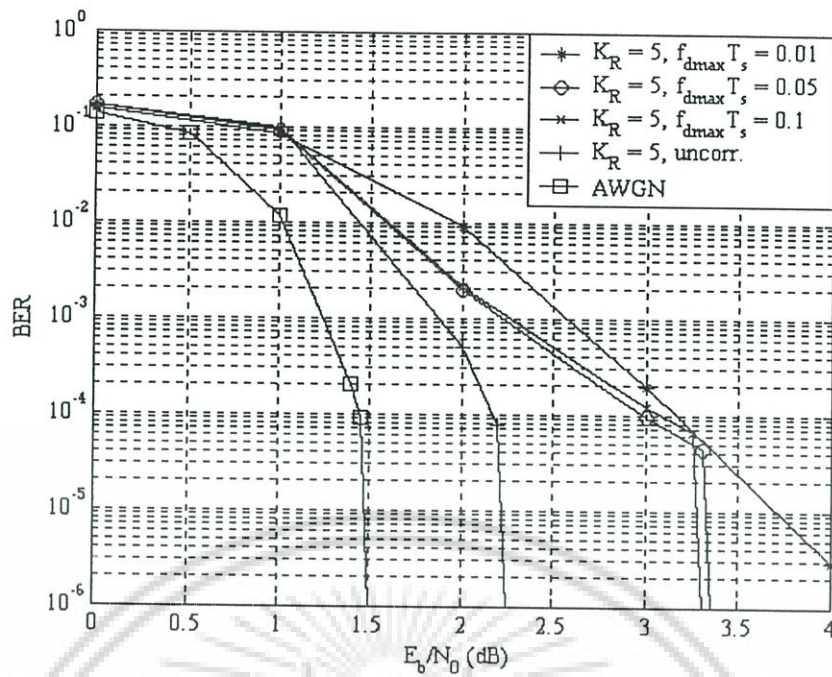


รูปที่ 4.27 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และ $f_d \max T_s = 0.1$



รูปที่ 4.28 BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration ต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และไม่มีสทัมพันซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.29 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ

รูปที่ 4.25, 4.26 และ 4.27 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบมีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 5$ ซึ่งมี $f_{d\max} T_s$ เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ จากทั้ง 3 รูป จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นจาก 1 จนถึง 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER อย่างชัดเจน แต่เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้นมากกว่า 5 รอบ จะมีการปรับปรุง BER ค่อนข้างน้อย

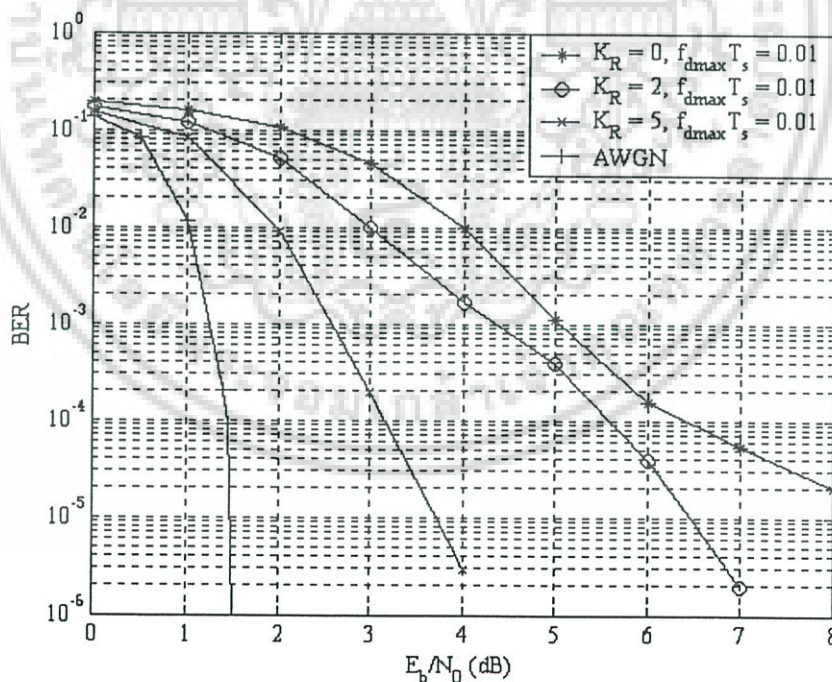
รูปที่ 4.28 แสดง BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำต่างๆ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนแบบไม่มีสหสัมพันธ์ที่ $K_R = 5$ จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น โดยเมื่อจำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ รหัสเทอร์โบจะมี BER เท่ากับ 10^{-5} ที่ E_b/N_0 ประมาณ 2.22 dB

รูปที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ $K_R = 5$ และสหสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งได้มาจากรูปที่ 4.25 ถึง 4.28 จะเห็นได้ว่า สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบมีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d\max} T_s$ เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น โดยที่ BER = 10^{-5} รหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณที่ $f_{d\max} T_s = 0.1$ ต้องการ E_b/N_0 สูงกว่าบนช่องสัญญาณแบบไม่มีสหสัมพันธ์อยู่ประมาณ 1.05 dB

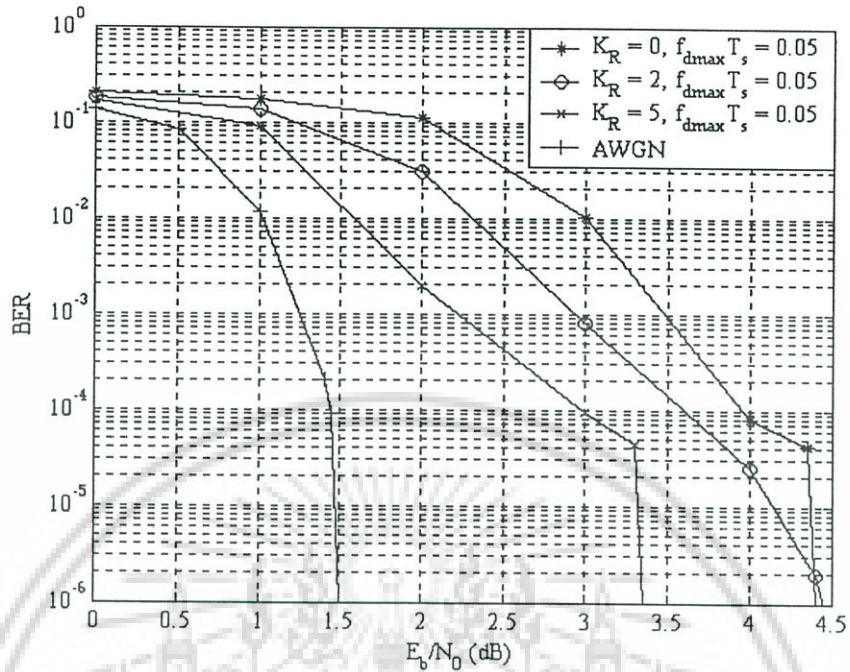
4.2.5 การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียน

จากผลการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณแบบต่างๆ ตั้งแต่หัวข้อ 4.2.1 จนถึง 4.2.4 พบว่า สำหรับรหัสเทอร์โบที่นำมาทดสอบนี้ เมื่อทำการจำลองบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนและบนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์ จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำที่เพิ่มขึ้นจาก 1 จนถึง 8 รอบ จะทำให้มีการปรับปรุง BER อย่างชัดเจน และเมื่อทำการจำลองบนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่มีสหสัมพันธ์ จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำที่เพิ่มขึ้นจาก 1 จนถึง 5 รอบ จะทำให้มีการปรับปรุง BER อย่างชัดเจน แต่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำที่เพิ่มขึ้นมากกว่า 5 รอบ จะทำให้มีการปรับปรุง BER ค่อนข้างน้อย นอกจากนี้เมื่อพิจารณาที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ จะเห็นได้ว่า สำหรับช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่มีสหสัมพันธ์ เมื่อ $f_{d\max} T_s$ เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น

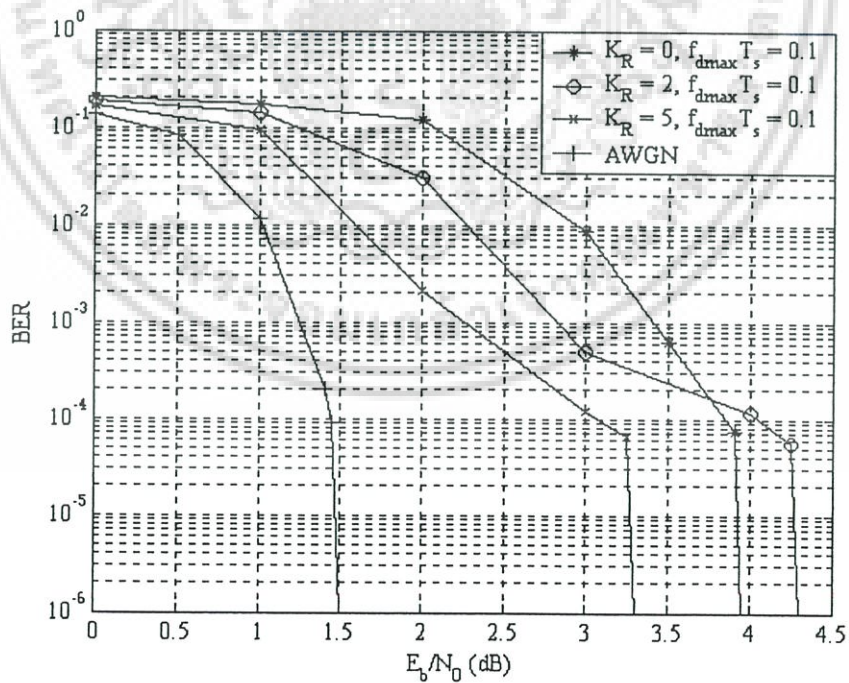
การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ K_R ต่างๆ เมื่อสหสัมพันธ์คงที่ แสดงได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.30 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d\max} T_s = 0.01$

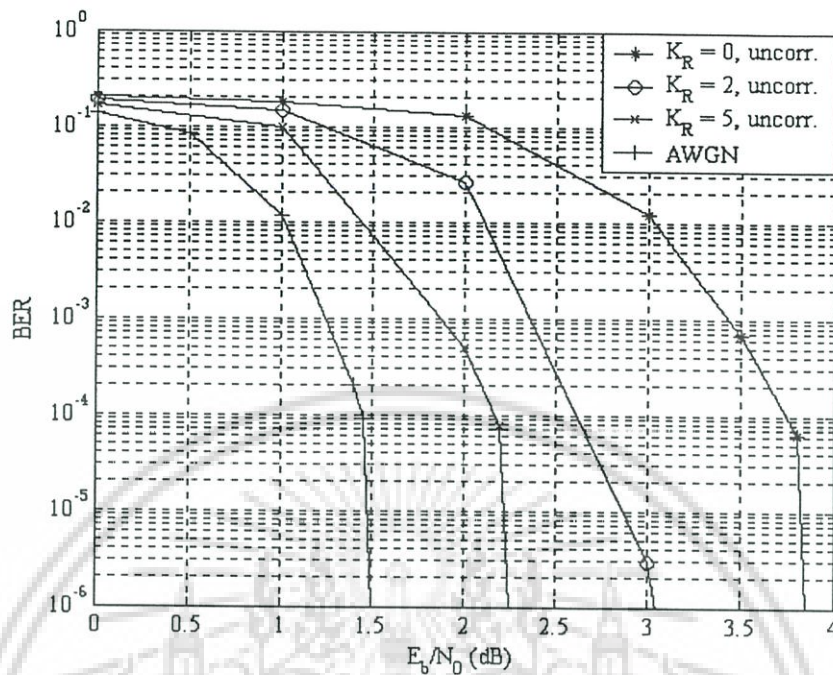


รูปที่ 4.31 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d\max} T_s = 0.05$



รูปที่ 4.32 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบโรเซียนที่ K_R ต่างๆ และ $f_{d\max} T_s = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.33 การเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่ Iteration = 8 บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ และไม่มีสหสัมพันธ์

รูปที่ 4.30, 4.31, 4.32 และ 4.33 แสดงการเปรียบเทียบ BER ของรหัสเทอร์โบที่จำนวนรอบของการถอดรหัสส่วนซ้ำเท่ากับ 8 รอบ บนช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ K_R ต่างๆ ซึ่งมี $f_{d\max} T_s$ เท่ากับ 0.01, 0.05, 0.1 และไม่มีสหสัมพันธ์ ตามลำดับ จากทั้ง 4 รูป จะเห็นได้ว่าที่สหสัมพันธ์คงที่ เมื่อ K_R เพิ่มขึ้น รหัสเทอร์โบจะมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนมากขึ้น

จากรูปที่ 4.32 มีข้อสังเกตเช่นเดียวกับรูปที่ 4.24 คือ ที่ E_b/N_0 ตั้งแต่ 3.75 dB ขึ้นไป รหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณที่ $K_R = 2$ กลับมี BER สูงกว่าบนช่องสัญญาณที่ $K_R = 0$ ซึ่งขัดแย้งกับที่ E_b/N_0 อื่นๆ ความผิดพลาดนี้อาจมีสาเหตุมาจากการนำส่วนประกอบเส้นสายตามาพิจารณาพร้อมกับแบบจำลองการจางหายแบบใหม่เพื่อสร้างการจางหายแบบไรเซียน ซึ่งอาจทำให้คุณสมบัติทางสถิติบางประการหรือสหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายผิดเพี้ยนไปได้

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบที่ใช้อัลกอริทึมแบบล๊อกลูปในการถอดรหัสแบบวนซ้ำ บนช่องสัญญาณแบบต่างๆ ได้แก่ ช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียน ช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่ไม่มีสหสัมพันธ์ และช่องสัญญาณการจางหายแบบไรเซียนที่มีสหสัมพันธ์ ซึ่งสร้างมาจากแบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซน์ซอซอด์แบบใหม่และการดัดแปลงสำหรับการจางหายแบบไรเซียน ผลการจำลองพบว่า เมื่อสหสัมพันธ์ที่ ค่าไรเซียนแฟกเตอร์ที่เพิ่มขึ้น จะทำให้มีการจางหายน้อยลง รหัสเทอร์โบจึงมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณแบบเกาส์เซียนมากขึ้น นอกจากนี้ เมื่อค่าไรเซียนแฟกเตอร์ครั้งที่ อัตราการจางหายออร์มอลไลซ์ที่เพิ่มขึ้น จะทำให้สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายลดลง รหัสเทอร์โบจึงมีสมรรถนะดีขึ้น และเข้าใกล้สมรรถนะบนช่องสัญญาณการจางหายแบบไม่มีสหสัมพันธ์มากขึ้น

แบบจำลองการจางหายแบบผลรวมของไซน์ซอซอด์แบบใหม่สามารถจำลองการจางหายแบบเรย์ลีซึ่งเป็นการจางหายแบบไม่เลือกความถี่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังสามารถจำลองการจางหายแบบเรย์ลีที่ไม่มีสหสัมพันธ์กันหลายๆชุดสำหรับการจางหายแบบเลือกความถี่ได้อีกด้วย [7] อย่างไรก็ตาม ในการดัดแปลงแบบจำลองใหม่นี้สำหรับการจางหายแบบไรเซียน ถึงแม้ว่าลักษณะการกระจายของค่าการจางหายที่จำลองได้จะเป็นแบบไรเซียนก็ตาม แต่เนื่องจากคุณสมบัติทางสถิติอื่นๆ เช่น ความเป็นสเตชันนารี หรือสถิติอันดับที่สองของค่าการจางหายนี้ยังไม่ได้รับการตรวจสอบความถูกต้อง จึงอาจทำให้สหสัมพันธ์ของกระบวนการการจางหายเกิดความผิดพลาดได้ ซึ่งจะมีผลทำให้ช่องสัญญาณที่จำลองได้คลาดเคลื่อนไปจากช่องสัญญาณจริง

สำหรับการจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณ โดยการคำนวณหาอัตราความผิดพลาดบิต (BER) ที่อัตราส่วน E_b/N_0 ต่างๆด้วยวิธีมอนติคาร์โล [8] นั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะกำหนดจำนวนบิตข่าวสารทั้งหมดที่นำมาทดสอบให้เท่ากันสำหรับ E_b/N_0 แต่ละค่า ซึ่งทำให้การหาค่า E_b/N_0 ที่ BER ต่างๆมีความถูกต้องไม่เท่ากัน โดยค่า E_b/N_0 ที่ BER สูง จะมีความถูกต้องมากกว่าค่า E_b/N_0 ที่ BER ต่ำ ดังนั้น เพื่อให้การหาค่า E_b/N_0 ที่ BER ต่างๆมีความถูกต้องเท่ากัน จึงควรกำหนดจำนวนบิตข่าวสารทั้งหมดที่นำมาทดสอบให้สอดคล้องกับ BER ที่ต้องการ โดยการกำหนดจำนวนบิตผิดพลาดให้คงที่สำหรับ E_b/N_0 แต่ละค่า ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดจำนวนบิตผิดพลาดเท่ากับ 100 บิต ถ้าต้องการหาค่า E_b/N_0 ที่ BER = 10^{-2} จะต้องใช้บิตข่าวสารทั้งหมดจำนวน 10^4 บิต แต่ถ้าต้องการหาค่า E_b/N_0 ที่ BER = 10^{-5} จะต้องใช้บิตข่าวสาร

ทั้งหมดจำนวน 10^7 บิต จะเห็นได้ว่า การหาค่า E_b/N_0 ที่ BER สูง จะใช้บิตข่าวสารทั้งหมดจำนวนน้อย ทำให้เวลาที่ใช้ในการจำลองน้อยตามไปด้วย แต่การหาค่า E_b/N_0 ที่ BER ต่ำ จะใช้บิตข่าวสารทั้งหมดจำนวนมาก ทำให้เวลาที่ใช้ในการจำลองมากตามไปด้วย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] G. D. Forney, Jr., **Concatenated Codes**, Cambridge, MA : MIT Press, 1966.
- [2] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, “Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes,” Proc. IEEE ICC’93, Geneva, Switzerland, May 1993, pp. 1064-1070.
- [3] R. H. Clarke, “A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception,” Bell Syst. Tech. J., vol. 47, no. 6, July-August 1968, pp. 957-1000.
- [4] W. C. Jakes, editor, **Microwave Mobile Communications**, Piscataway, New Jersey : IEEE Press, 1974.
- [5] M. F. Pop and N. C. Beaulieu, “Limitations of Sum-of-Sinusoids Fading Channel Simulators,” IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 4, April 2001, pp. 699-708.
- [6] C. Xiao, Y. R. Zheng and N. C. Beaulieu, “Second-Order Statistics of an Improved Jakes’ Fading Simulator,” Proc. IEEE VTC’02, May 2002, pp. 6-10.
- [7] C. Xiao and Y. R. Zheng, “A Generalized Simulation Model for Rayleigh Fading Channels with Accurate Second-Order Statistics,” Proc. IEEE VTC’02, May 2002, pp. 170-174.
- [8] J. G. Proakis, M. Salehi and G. Bauch, **Contemporary Communication Systems Using MATLAB® and Simulink®**, 2nd ed., Belmont : Brooks/Cole—Thomson Learning, 2004.
- [9] P. Robertson, P. Hoeher and E. Villebrun, “Optimal and Sub-Optimal Maximum A Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding,” European Trans. Telecommun., vol. 8, no. 2, March-April 1997, pp. 119-125.
- [10] B. Vucetic and J. Yuan, **Turbo Codes: Principles and Applications**, Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [11] D. Divsalar and F. Pollara, “Turbo Codes for PCS Applications,” Proc. IEEE ICC’95, Seattle, WA, June 1995, pp. 54-59.
- [12] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek and J. Raviv, “Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate,” IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 20, no. 2, March 1974, pp. 284-287.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [13] M. R. Soleymani, Y. Gao and U. Vilaipornsawai, **Turbo Coding for Satellite and Wireless Communications**, Boston : Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [14] M. Pätzold, **Mobile Fading Channels**, Chichester, West Sussex : John Wiley & Sons, 2002.
- [15] G. L. Stüber, **Principles of Mobile Communication**, 2nd ed., Boston : Kluwer Academic Publishers, 2001.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

1. พงศกร สีขาว, อำนวย ขาวเน, ปัญญา จิติมัชฌิมา และ สุทธิชัย นพนาทิจพงษ์, “การจำลองสมรรถนะของรหัสเทอร์โบบนช่องสัญญาณเรย์ลีเฟคคิงโดยใช้แบบจำลองการเฟดแบบผลรวมของไซนุซอยด์แบบใหม่,” การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 26, เพชรบุรี, พฤศจิกายน 2546, หน้า 1652-1657.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายพงศกร สีขาว เกิดเมื่อวันที่ 2 กรกฎาคม พ.ศ. 2522 ที่จังหวัดลพบุรี สำเร็จการศึกษา
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม (เกียรตินิยมอันดับสอง) จากสถาบัน
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปี พ.ศ. 2543



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้