

การตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยใช้การแยกองค์ประกอบเวฟเล็ต

EDGE DETECTION IN SAR IMAGES USING WAVELET DECOMPOSITION



สุกฤติก มัชคาม
SUKIT MADCHAKHAM

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

รพ.
ศ ๗๗๘๗
๒๕๔๗

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.๒๕๔๗

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน.....51832.....

ISBN 974-9680-62-6

วัน,เดือน,ปี 30 ก.ค. 2547

11102040
b.....
i.....

เมื่อได้รับเอกสารที่ส่งมอบไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

EDGE DETECTION IN SAR IMAGES USING WAVELET DECOMPOSITION

SUKIT MADGHAKHAM

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULLFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTUTUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2004

ISBN 974-9680-62-6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | |
|-----------------------------|--|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | การตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยใช้การแยกองค์ประกอบเวฟเล็ต |
| นักศึกษา | นายสุกฤตกี มัชคาม |
| รหัสประจำตัว | 43061051 |
| ปริญญา | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต |
| สาขาวิชา | วิศวกรรมไฟฟ้า |
| พ.ศ. | 2547 |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ | รศ.ดร.ยุทธพงษ์ รังสรรค์เสวี |

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอวิธีการตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยการแปลงเวฟเล็ตแบบหลายระดับหลังจากกำจัดสัญญาณมลทินด้วยการทำเทรซโฮลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต ซึ่งภาพต้นฉบับจะถูกแปลงเป็นสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตใน 3 แบนด์ย่อยคือ แบนด์ความถี่ต่ำผ่าน, แบนด์ความถี่สูงในแนวนอนผ่าน และแบนด์ความถี่สูงในแนวตั้งผ่าน ในแต่ละระดับนั้นจะทำการแปลงเวฟเล็ตโดยไม่ลดระดับความละเอียดลง ที่ปกติจะทำเพื่อรักษาระดับความละเอียดโดยรวมของภาพไว้ และตัวกรองความถี่ที่ใช้ที่ระดับ j จะถูกขยายขนาดด้วยค่า 2^{j-1} เมื่อเทียบกับที่ระดับศูนย์ แล้วใช้ค่าเทรซโฮลด์ที่คำนวณจากความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนในแต่ละแบนด์ย่อยในการกำจัดสัญญาณมลทินโดยวิธี Soft-thresholding จากนั้นจะพิจารณาสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในแบนด์ความถี่สูงในรูปของเกรเดียนต์เวกเตอร์ โดยจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนในภาพหรือขอบวัตถุจะมีค่าสัมประสิทธิ์ของเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่มากที่สุดในบริเวณนั้น ซึ่งภาพขอบวัตถุที่ได้จากวิธีการนี้จะมีหลายระดับขึ้นอยู่กับทางเลือกใช้งานตามรายละเอียดที่ต้องการ

| | |
|----------------|---|
| Thesis Title | Edge Detection in SAR Images Using Wavelet Decomposition |
| Student | Mr.Sukit Madchakham |
| Student ID | 43061051 |
| Degree | Master of Engineering |
| Programme | Electrical Engineering |
| Year | 2004 |
| Thesis Advisor | Assoc. Prof. Dr. Yuttapong Rangsanseri |

ABSTRACT

In this thesis, edge detection in SAR image is performed by using overcomplete wavelet decomposition after despeckled by wavelet thresholding. The input image is decomposed into three wavelet subbands: a lowpass band, a horizontal highpass band and a vertical highpass band. In each level, the process is performed without the downsampling as resolution needs to be preserved, and all filters used at level j are upsampled by a factor of $2^j - 1$ compared with those at level zero. A threshold value is estimated according to the noise variance in each subband and used for soft-thresholding to reduce speckle. The highpass subbands are considered as gradient vector. The points of sharp variation induce modulus maxima. Depending on the requirement of details desired in the edges, the level of decomposition can be selected.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยคำแนะนำและความช่วยเหลือจากอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ยุทธพงษ์ รังสรรค์เสรี ซึ่งข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้เป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณ รศ.ดร.ปัญญา ฐิติมีชฌิมา กรรมการสอบหัวข้อและโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะต่างๆ

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อคุณแม่ และขอบคุณน้องทั้งสองที่เป็นกำลังใจให้เสมอมา

ขอขอบคุณ คุณเชิดชัยและคุณสรวิชัย ที่อนุญาตให้ผลงานมาทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณเพื่อนๆ ที่ลาดกระบัง และน้องๆ ที่บริษัท บีเอฟเคที ที่ให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์นี้

สุกฤติกี มัชคาม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... | II |
| กิตติกรรมประกาศ..... | III |
| สารบัญ..... | IV |
| สารบัญตาราง..... | VII |
| สารบัญรูป..... | VIII |
| บทที่ 1 บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... | 2 |
| 1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย..... | 2 |
| 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์..... | 2 |
| บทที่ 2 สัญญาณมัลทินในภาพ SAR..... | 3 |
| 2.1 การเลือนหายของสัญญาณและสัญญาณมัลทินในระบบ SAR..... | 4 |
| 2.2 สัญญาณมัลทินในภาพจากแสงร่วมนัย..... | 6 |
| 2.3 รูปแบบของสัญญาณมัลทิน..... | 10 |
| บทที่ 3 การประมวลผลภาพด้วยเวฟเล็ต..... | 11 |
| 3.1 การแทนภาพด้วยพีระมิด..... | 13 |
| 3.1.1 การลดจำนวนข้อมูลและการเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณ..... | 13 |
| 3.1.2 พีระมิดแบบเกาส์..... | 16 |
| 3.1.3 พีระมิดแบบลาปลาซ..... | 17 |
| 3.2 การแทนภาพด้วยเวฟเล็ต..... | 17 |
| 3.2.1 ฟิลเตอร์แบงค์..... | 18 |
| 3.2.2 การแยกภาพด้วยเวฟเล็ต..... | 21 |
| 3.2.3 พื้นฐานของเวฟเล็ตแบบดิสครีต..... | 23 |
| 3.2.4 พื้นฐานของเวฟเล็ตแบบต่อเนื่อง..... | 25 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--|------|
| บทที่ 4 การกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโอล์ดกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต..... | 28 |
| 4.1 วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโอล์ดกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต..... | 28 |
| 4.2 วิธีการทำเทรชโอล์ด..... | 30 |
| 4.2.1 Hard thresholding..... | 30 |
| 4.2.2 Soft thresholding..... | 31 |
| 4.3 วิธีวิเคราะห์ผลของการกำจัดสัญญาณรบกวน..... | 32 |
| บทที่ 5 การตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต..... | 33 |
| 5.1 การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Sobel..... | 33 |
| 5.2 การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Canny..... | 34 |
| 5.3 หลักการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต..... | 37 |
| 5.4 วิธีตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต..... | 39 |
| บทที่ 6 วิธีการที่เสนอ..... | 45 |
| 6.1 รูปแบบของสัญญาณมัลทินที่พิจารณา..... | 45 |
| 6.2 รายละเอียดของวิธีการที่เสนอ..... | 45 |
| 6.2.1 การใช้ฟังก์ชันลอการิทึมกับภาพ SAR..... | 46 |
| 6.2.2 การแปลงเวฟเล็ต..... | 47 |
| 6.2.3 การกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโอล์ดกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต..... | 47 |
| 6.2.4 การตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกล..... | 47 |
| บทที่ 7 การทดลองและผลการทดลอง..... | 49 |
| 7.1 การทดลองวิธีการกำจัดสัญญาณมัลทิน..... | 49 |
| 7.1.1 การทดลองกับภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลอง..... | 49 |
| 7.1.2 การทดลองกับภาพ SAR..... | 53 |
| 7.2 การทดลองวิธีตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR ที่เสนอ..... | 54 |
| 7.2.1 การทดลองกับภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลอง..... | 54 |
| 7.2.2 การทดลองกับภาพ SAR..... | 54 |
| 7.3 สรุปผลการทดลอง..... | 62 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--|------|
| บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... | 63 |
| เอกสารอ้างอิง..... | 64 |
| ประวัติผู้เขียน..... | 66 |



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 5.1 Finite impulse response ของตัวกรอง H , G , K และ L ซึ่งใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบ Quadratic spline ตามรูปที่ 5.2(a)..... | 43 |
| 5.2 ค่าสัมประสิทธิ์การนอร์มัลไลซ์ λ_j สำหรับฟังก์ชันเวฟเล็ตแบบ Quadratic ตามรูปที่ 5.2(a) สำหรับ $j > 5$ นั้น $\lambda_j = 1$ | 44 |



สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 2.1 สัญญาณมลทินในภาพ SAR จากระบบ NASA/JPL AIRSAR..... | 4 |
| 3.1 การแทนภาพในหลายสเกลกับภาพลิโน โดย (a) แทนด้วยพีระมิดแบบเกาส์ (b) แทนด้วยพีระมิดแบบลาปลาซ (c) แทนด้วยเวฟเล็ต..... | 12 |
| 3.2 การลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณลงครึ่งหนึ่ง ซึ่งได้จากการต่อเรียงกันของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $h(n)$ และการลดอัตราการซีกตัวอย่าง $\downarrow 2$ | 14 |
| 3.3 การเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณเป็นสองเท่า ซึ่งได้จากการต่อเรียงกันของการเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่าง $\uparrow 2$ และตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $h(n)$ | 15 |
| 3.4 (a) พิลเตอร์เบงค์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณ ซึ่งมีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $H_0(e^{j\omega})$ และตัวกรองความถี่สูงผ่าน $H_1(e^{j\omega})$, (b) พิลเตอร์เบงค์สำหรับการสังเคราะห์สัญญาณ ซึ่งมีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $G_0(e^{j\omega})$ และตัวกรองความถี่สูงผ่าน $G_1(e^{j\omega})$ | 18 |
| 3.5 ขนาดผลตอบสนองของความถี่ของตัวกรองใน 4 แบนด์ย่อยสำหรับ QMF filter bank จากตัวกรองแบบ 4 tap ต้นแบบของ Daubechies..... | 20 |
| 3.6 การแยกภาพขนาด $N \times M$ เป็นสี่แบนด์ย่อยที่มีขนาด $N/2 \times M/2$ (a) วิธีการพื้นฐาน (b) การใช้งานกับภาพลิโน โดยใช้ตัวกรองเวฟเล็ต 4 tap ของ Daubechies..... | 22 |
| 3.7 การแยกภาพเป็นหลายระดับด้วยเวฟเล็ตโดยใช้ฟิลเตอร์เบงค์ที่ต่อเรียงกัน (a) การแยกภาพขาเข้า $x(n_1, n_2)$ ด้วยเวฟเล็ต (b) การสร้าง $x(n_1, n_2)$ ขึ้นใหม่จากสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต (c) ชื่อของแบนด์ย่อยที่ได้จากการแยกด้วยเวฟเล็ตเป็น 2 ระดับ..... | 23 |
| 3.8 ฟังก์ชันฐานสำหรับแทนภาพ (a) ฟังก์ชันการสเกลแบบดิสครีตจากแบนด์ย่อย LLLL (b)–(d) ฟังก์ชันเวฟเล็ตของแบนด์ย่อย LHLL LLLH และ LHLH ซึ่งฟังก์ชันฐานเหล่านี้สร้างขึ้นจากตัวกรอง 4 tap ของ Daubechies..... | 25 |
| 3.9 เวฟเล็ตแบบดิสครีตที่มีทิศทางในแนวตั้งใน 3 สเกลที่ต่อเนื่องกัน (a) ในแบนด์ HL (b) ในแบนด์ LHLL (c) ในแบนด์ LLHLLL (d) เวฟเล็ตแบบต่อเนื่องที่ได้จากขอบเขตของเวฟเล็ตแบบดิสครีตเมื่อสเกลขยายลง..... | 26 |
| 3.10 ฟังก์ชันฐานสำหรับการแทนภาพด้วยเวฟเล็ต (a) ฟังก์ชันการสเกล (b)–(d) เวฟเล็ตในทิศทางแนวนอน แนวตั้ง และแนวทแยง ซึ่งฟังก์ชันทั้งสี่นี้คือ Tensor product ของฟังก์ชันการสเกลใน 1 มิติในรูปที่ 3.11 โดยเวฟเล็ตในแนวนอนถูกหมุนไป 180° เพื่อให้เห็นส่วนที่เป็นค่าลบ..... | 26 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 3.11 (a) ฟังก์ชันการสเกลในหนึ่งมิติ (b) เวฟเล็ตในหนึ่งมิติที่สร้างจากตัวกรองของ Daubechie..... | 27 |
| 4.1 บล็อกไดอะแกรมแสดงการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรโชลด์กับสัมประสิทธิ์ เวฟเล็ต..... | 29 |
| 4.2 Hard thresholding..... | 30 |
| 4.3 Soft thresholding..... | 31 |
| 5.1 ภาพต้นฉบับที่อยู่บนสุดมีขนาด $N^2 = 128^2$ (a) การแปลงเวฟเล็ตในแนวนอนด้วยสเกล 2^j เพิ่มขึ้นจากด้านบนไปยังด้านล่าง $\{W^1f(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ โดยสีด้า สีเทา และสีขาว เป็นไปตามค่าลบ ศูนย์ และค่าบวก (b) ในแนวนอน $\{W^2f(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ (c) สัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต $\{Mf(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ โดยสีขาวและดำเป็นไปตามค่าศูนย์ และค่าแอมพลิจูดที่มากขึ้น (d) มุม $\{Af(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ ที่จุดที่ค่าสัมประสิทธิ์ไม่เป็นศูนย์ (e) จุดที่สัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตมีค่ามากที่สุดแสดงด้วยสีด้า..... | 40 |
| 5.2 (a) ฟังก์ชันเวฟเล็ตแบบ Quadratic spline (b) ฟังก์ชันการสเกลแบบ Cubic spline..... | 42 |
| 5.3 แผนผังการแปลงเวฟเล็ตเพื่อหาขอบวัตถุในหลายสเกลและการสร้างสัญญาณเดิมจาก สัมประสิทธิ์เวฟเล็ต..... | 44 |
| 6.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมของวิธีการที่เสนอ..... | 46 |
| 7.1 (a) ภาพต้นฉบับ (b)-(d) ภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมัลทินจำลองซึ่งสร้างด้วย ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ เท่ากับ 0.2, 0.4 และ 0.6 ตามลำดับ..... | 50 |
| 7.2 บล็อกไดอะแกรมของวิธีกำจัดสัญญาณมัลทินในภาพ SAR ที่ใช้ในการทดลอง..... | 51 |
| 7.3 (a) ภาพต้นฉบับ (b)-(d) ภาพผลลัพธ์ที่ได้เมื่อนำภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมัลทิน จำลองที่สร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ เท่ากับ 0.2, 0.4 และ 0.6 ตามลำดับ ไปผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินตามวิธีการที่เสนอ..... | 52 |
| 7.4 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256x256 (b) ภาพที่ได้เมื่อนำ (a) ไปผ่านการกำจัด สัญญาณมัลทินด้วยวิธีที่เสนอ..... | 53 |
| 7.5 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512x512 (b) ภาพที่ได้เมื่อนำ (a) ไปผ่านการกำจัด สัญญาณมัลทินด้วยวิธีที่เสนอ..... | 53 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 7.6 (a) บล็อกไดอะแกรมของวิธีการที่เสนอ (b)-(c) บล็อกไดอะแกรมของวิธีการตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพที่กำลังจัดสัญญาณมัลทินแล้ว ตามลำดับ..... | 55 |
| 7.7 (a) ภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลองซึ่งสร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มี $\sigma = 0.3$ (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)... | 56 |
| 7.8 (a) ภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลองซึ่งสร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มี $\sigma = 0.3$ (b)-(c) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a) (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินแล้ว..... | 57 |
| 7.9 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256x256 (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)..... | 58 |
| 7.10 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256x256 (b)-(c) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a) (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินแล้ว..... | 59 |
| 7.11 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512x512 (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)..... | 60 |
| 7.12 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512x512 (b)-(c) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a) (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินแล้ว..... | 61 |

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ภาพ SAR เป็นภาพดาวเทียมคุณภาพสูงที่ได้จากการสำรวจภาคพื้นดินเพื่อวิเคราะห์คุณสมบัติต่างๆ เช่น ความชื้นของพื้นดิน ความหนาแน่นของป่าไม้ ความสูงของคลื่นในทะเล การเปลี่ยนแปลงของภูเขา น้ำแข็งบริเวณขั้วโลก ฯลฯ ซึ่งคุณสมบัติด้านความละเอียดสูงของภาพ SAR นั้นเป็นประโยชน์อย่างมากต่องานวิจัยทางภูมิศาสตร์ การทหาร และในอีกหลายๆ ด้าน แต่ภาพ SAR นั้นมีสัญญาณรบกวนในรูปสัญญาณมัลทินที่มีความซับซ้อนและยากแก่การวิเคราะห์ ซึ่งผลกระทบจากสัญญาณมัลทินทำให้การนำภาพ SAR ไปใช้นั้นเป็นไปได้โดยไม่สะดวกเท่าที่ควร จึงมีนักวิจัยจำนวนมากพยายามศึกษาถึงรูปแบบของสัญญาณมัลทินในภาพ SAR ทั้งในทางฟิสิกส์และสถิติ เพื่อหาวิธีการกำจัดสัญญาณมัลทินที่มีประสิทธิภาพ

การหาขอบวัตถุในภาพเป็นกระบวนการพื้นฐานในการประมวลผลภาพที่มีความสำคัญมากอย่างหนึ่ง เนื่องจากขอบวัตถุนั้นจะแสดงถึงรอยต่อระหว่างวัตถุที่เห็นได้ในภาพ ซึ่งเป็นข้อมูลที่จะนำไปสู่การวิเคราะห์และแปลความหมายข้อมูลในภาพสำหรับการมองเห็นในสิ่งมีชีวิต และการวิเคราะห์ภาพทางคอมพิวเตอร์

สำหรับเวฟเล็ตนั้นเป็นทฤษฎีในการวิเคราะห์สัญญาณที่นิยมนำมาใช้ในการประมวลผลภาพเป็นอย่างมากในปัจจุบัน เนื่องจากหลักการพื้นฐานที่พิจารณาสัญญาณที่สเกลต่างๆ ที่เหมือนกับมุมมองเห็นของมนุษย์นั้นเหมาะที่จะนำมาใช้ประมวลผลภาพ จึงมีการวิจัยและพัฒนาเวฟเล็ตเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในด้านต่างๆ เป็นจำนวนมาก ซึ่งจะเห็นตัวอย่างที่ชัดเจนได้จากการบีบอัดข้อมูลภาพตามมาตรฐาน JPEG2000 นอกจากนี้ยังมีการนำไปใช้ในวิเคราะห์ภาพด้านอื่นๆ เช่น การวิเคราะห์เท็กเจอร์ในภาพ การหาขอบวัตถุ การประมาณการเคลื่อนที่ของวัตถุในภาพ รวมถึงการลดสัญญาณรบกวนในภาพ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้พิจารณาถึงปัญหาจากสัญญาณมัลทินในภาพ SAR การหาขอบวัตถุในภาพซึ่งเป็นกระบวนการวิเคราะห์ภาพพื้นฐาน และการวิเคราะห์ภาพด้วยทฤษฎีเวฟเล็ต จึงเสนอวิธีการหาขอบวัตถุในภาพ SAR ซึ่งจะทำการกำจัดสัญญาณมัลทินบนภาพก่อนเพื่อทำให้ภาพที่มีความถูกต้องมากขึ้น จากนั้นจึงนำภาพที่ได้นั้นไปทำการหาขอบวัตถุ โดยทำการแปลงเวฟเล็ตครั้งเดียว แล้วดำเนินการทั้งสองขั้นตอนที่กล่าวมาในโดเมนเวฟเล็ต ซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์ภาพ SAR มีความซับซ้อนน้อยลงและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อนำเสนอวิธีการหาขอบวัตถุจากภาพ SAR โดยทำการแปลงเวฟเล็ตกับภาพ SAR ที่พิจารณา แล้วกำจัดสัญญาณมลทินโดยทำเทรชโวลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต จากนั้นจึงนำสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตนี้ไปใช้ในหาขอบวัตถุในหลายสเกล

1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

ทฤษฎีที่นำมาประยุกต์ใช้กับวิธีการที่นำเสนอนี้ คือ ทฤษฎีการวิเคราะห์สัญญาณมลทินในภาพ SAR ทฤษฎีเวฟเล็ตในการวิเคราะห์ภาพ การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการทำเทรชโวลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต และการหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต

1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาในวิทยานิพนธ์จะอธิบายถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง วิธีการที่เสนอ การทดลองและผลการทดลองที่ทำในการวิจัยนี้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 8 บท ดังนี้

บทที่ 1 อธิบายถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการวิจัย ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 อธิบายถึงการเลือนหายของสัญญาณและสัญญาณมลทินในระบบ SAR สัญญาณมลทินที่เกิดขึ้นในภาพจากแสงรบกวน และรูปแบบของสัญญาณมลทิน

บทที่ 3 อธิบายถึงการพิจารณาภาพในหลายสเกล การแทนภาพด้วยพีระมิด การแทนภาพด้วยเวฟเล็ต หลักการของฟิลเตอร์เบงค์ พื้นฐานของเวฟเล็ตแบบดิสครีต และพื้นฐานของเวฟเล็ตแบบต่อเนื่อง

บทที่ 4 อธิบายถึงหลักการของการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโวลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต Hard thresholding Soft thresholding และวิธีวิเคราะห์ผลของการกำจัดสัญญาณรบกวน

บทที่ 5 อธิบายถึงการตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Sobel การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Canny หลักการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต และวิธีการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต

บทที่ 6 อธิบายถึงวิธีการที่เสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยสรุปหลักการที่เกี่ยวข้องและวิธีการที่ใช้จริงในแต่ละขั้นตอน

บทที่ 7 อธิบายถึงการสร้างสัญญาณมลทินจำลอง ผลที่ได้จากการทดลองกับภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลอง และผลที่ได้จากการทดลองกับภาพ SAR

บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการที่เสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

สัญญาณมัลทินในภาพ SAR

SAR (Synthetic Aperture Radar) หมายถึง ระบบเรดาร์รูปแบบเฉพาะที่ใช้การเคลื่อนที่ของอากาศยานและการประมวลผลสัญญาณแบบพิเศษเพื่อสร้างภาพที่มีความละเอียดสูง ภาพ SAR นั้นมีข้อดีในด้านความละเอียดที่มากขึ้นในทิศทางอะซิมุท ช่วยในการสำรวจได้ตลอดเวลาและฤดูกาล นอกจากการสำรวจทางภูมิศาสตร์โดยทั่วไป ยังมีการนำภาพ SAR ไปใช้ในการตรวจสอบและวิเคราะห์คุณสมบัติบางอย่าง เช่น ความเปียกชื้นของดิน ความหนาแน่นของป่าไม้ หรือความขรุขระของผิวน้ำทะเล

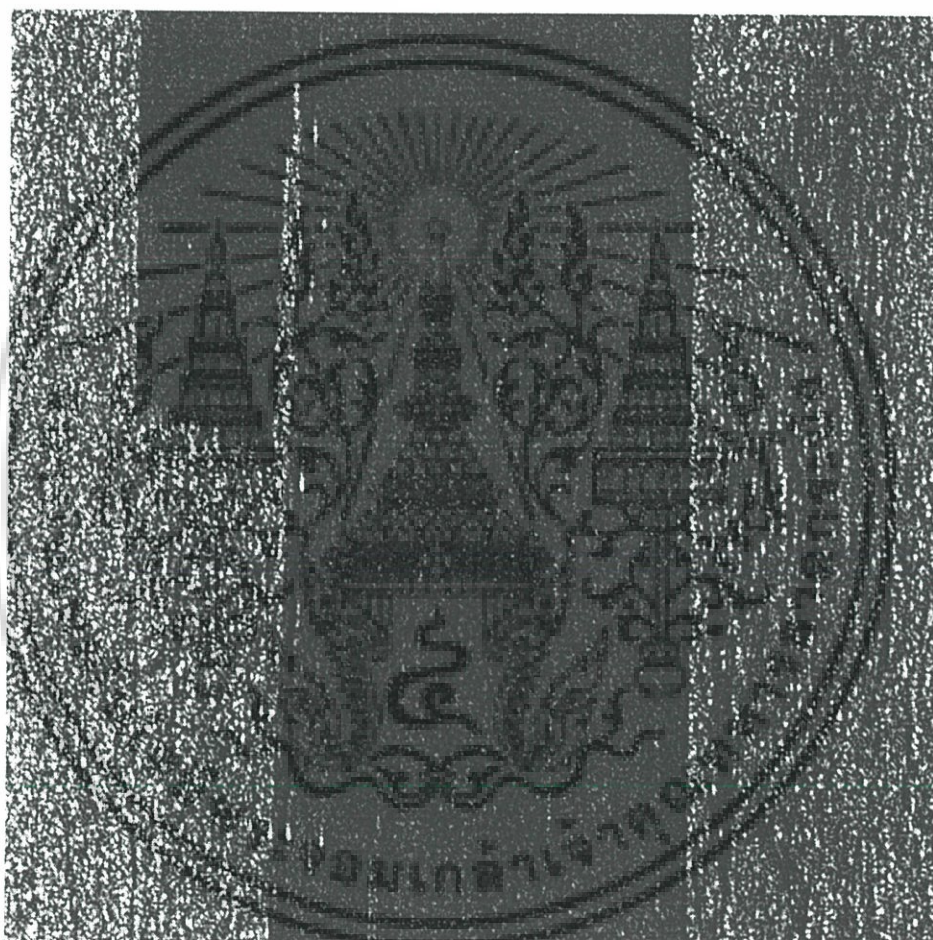
ก่อนที่จะมีการคิดค้นหลักการของ SAR นั้น เรดาร์จะใช้หลักการ Real aperture ซึ่งรู้จักกันในชื่อ SLARs (Side Looking Airborne Radars) ซึ่งมีข้อเสียในด้านความละเอียดที่ต่ำในทิศทางอะซิมุท ต่อมา Carl Wiley จากบริษัท Goodyear Aircraft Corporation ซึ่งได้รับการยกย่องให้เป็นคนแรกที่เสนอหลักการของระบบ SAR ได้เสนอให้ใช้การวิเคราะห์ความถี่ดอปเพลอร์กับสัญญาณที่ได้รับจากอากาศยาน เพื่อเพิ่มความละเอียดตามแนวเส้นทางอากาศยาน เขาได้แสดงให้เห็นว่าเป้าหมายสองแห่งที่สำรวจโดยใช้แนวเส้นทางอากาศยานที่ต่างกัน จะมีมุมสัมพันธ์กับเวกเตอร์ความเร็วของอากาศยานที่แตกต่าง ทำให้ความถี่ดอปเพลอร์แตกต่างกัน จึงสามารถแยกเป้าหมายได้ด้วยทิศทางการเคลื่อนที่ของอากาศยาน ตามความถี่ดอปเพลอร์ที่แตกต่างกัน วิธีการนี้จึงเป็นที่รู้จักในระยะแรกว่า Doppler beam sharpening แต่ต่อมาจึงรู้จักกันในชื่อ SAR

SAR ใช้สัญญาณเรดาร์สะท้อนที่ต่อเนื่องกันจากตำแหน่งข้างเคียงในแนวเส้นทางของอากาศยานในการสังเคราะห์สายอากาศที่ยาวซึ่งให้ลำคลื่นที่แคบ และทำให้ภาพที่ได้มีความละเอียดมากขึ้น ซึ่งสามารถอธิบายได้จากสองหลักการ [1] คือ การเปรียบเทียบกับองค์ประกอบแถวลำดับแบบยาวของสายอากาศและความละเอียดสัมพันธ์ที่เพิ่มขึ้น กับความละเอียดที่ได้จากองค์ประกอบแถวลำดับอันเดียว และอีกวิธีหนึ่งคือการพิจารณาจากการเลื่อนดอปเพลอร์ของสัญญาณเรดาร์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สนใจปัญหาเกี่ยวกับสัญญาณมัลทินที่มีอยู่ในภาพ SAR ในส่วนนี้จะจึงอธิบายถึงหลักการที่เกี่ยวข้อง คือ การพิจารณาสัญญาณมัลทินบนพื้นฐานของการตรวจสอบระยะไกลด้วยเรดาร์ การวิเคราะห์สัญญาณมัลทินบนพื้นฐานการวิเคราะห์สัญญาณรบกวนในภาพ และรูปแบบของสัญญาณมัลทินในทางสถิติ

2.1 การเลือนหายของสัญญาณและสัญญาณมลทินในระบบ SAR

หากพิจารณาภาพ SAR ในระยะใกล้จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงระดับความสว่างจะไม่เรียบแต่จะมีเท็กเจอร์ที่เป็นลายซึ่งเรียกว่า สัญญาณมลทิน (Speckle) ดังรูปที่ 2.1 แม้จะเป็นภาพที่มีการสะท้อนสัญญาณแบบคงที่ (Constant backscatter property) ภาพนั้นก็ยังคงมีการเปลี่ยนแปลงของระดับความสว่างทางสถิติในระดับจุดต่อจุด แต่จะให้ค่าเฉลี่ยคงที่เมื่อพิจารณาหลายๆ จุด ผลที่เกิดขึ้นนี้เหมือนกับภาพที่ได้จากแสงเลเซอร์ ซึ่งเป็นผลจากคุณสมบัติร่วมนัย (Coherent nature) หรือช่วงความถี่ที่แคบมากๆ ของสัญญาณที่กระจายออก



รูปที่ 2.1 สัญญาณมลทินในภาพ SAR จากระบบ NASA/JPL AIRSAR

พิจารณาภาพที่เป็นสี่ด้านสมิทกเว้นเป้าหมายที่สว่าง 2 ตำแหน่งที่เหมือนกัน ซึ่งห่างกันเป็นระยะ d สัญญาณที่รับได้ที่เรดาร์ V จะได้จาก

$$V = V_0 e^{-i2kr_1} + V_0 e^{-i2kr_2} \quad (2.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสมมติให้ $d \ll r_0$ (สำหรับระบบเรดาร์จากอวกาศนั้น ขนาดของจุดภาพโดยทั่วไปจะอยู่ในหลักสิบลเมตร ขณะที่แนวระยะจะอยู่ในระดับหลายร้อยกิโลเมตร) ทำให้ได้ว่า

$$V = V_0 e^{-i2kr_0} (e^{-i2kd \sin \theta} + e^{+i2kd \sin \theta}) \Rightarrow |V| = 2 |V_0 \cos(kd \sin \theta)| \quad (2.2)$$

แสดงให้เห็นว่า ค่าความแตกต่างของสัญญาณที่วัดได้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของเซ็นเซอร์ ถ้าพิจารณาจุดภาพที่มีจุดเป้าหมายอยู่เป็นจำนวนมาก ผลที่ได้จากการรวมกันแบบร่วมนัยของรูปแบบเหล่านี้จะทำให้เกิดสัญญาณที่คล้ายกับสัญญาณรบกวน การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นว่าสัญญาณที่ได้นั้นเป็นไปตามคุณสมบัติทางสถิติ โดยแอมพลิจูดของสัญญาณที่วัดได้มีแจกแจงทางสถิติแบบ Rayleigh และกำลังงานของสัญญาณมีการแจกแจงทางสถิติแบบเอกซ์โพเนนเชียล การที่จะลดความกว้างของการแจกแจงนี้ (หรือลดการแกว่งขึ้นลงของระดับความสว่าง) สัญญาณที่ต่อเนื่องกันหรือจุดข้างเคียงสามารถนำมาเฉลี่ยแบบไม่ร่วมนัย ซึ่งจะทำให้วัดสัญญาณได้แม่นยำขึ้น (และทำให้ได้ภาพที่ดีขึ้นด้วย) โดยแลกกับการที่ระดับความละเอียดของภาพจะลดลง

อีกวิธีที่จะลดสัญญาณมลทินคือการรวมภาพที่ได้จากความถี่ข้างเคียง ซึ่งในกรณีนี้รูปแบบการรบกวนที่แน่นอนจะทำให้เกิดสัญญาณที่ไม่เกี่ยวข้องกัน แต่มีคุณสมบัติทางสถิติแบบเดียวกัน การเฉลี่ยแบบไม่ร่วมนัยจะทำให้สัญญาณที่ได้เรียบขึ้น ซึ่งเป็นเหตุผลว่าทำไมภาพที่เกิดจากแสงขาวถึงไม่ได้รับผลจากสัญญาณมลทิน

ในระบบ SAR ส่วนใหญ่นั้น จะทำให้สัญญาณเรียบโดยการเฉลี่ยความสว่างของจุดข้างเคียงในแนวอะซิมูท แนวระยะ หรือทั้งสองทิศทาง จำนวนจุดภาพที่นำมาเฉลี่ยนี้เรียกว่าค่า looks N ซึ่งสามารถแสดงได้ว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน S_N ของสัญญาณสัมพันธ์กับค่าเฉลี่ยของกำลังงานของสัญญาณ \bar{P} โดย

$$S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \bar{P} \quad (2.3)$$

เมื่อค่า looks N มากขึ้น คุณภาพของภาพที่ได้จะดีขึ้น แต่ระดับความละเอียดของภาพก็จะลดลงด้วย สำหรับค่า N ที่มากกว่า 25 นั้น การเพิ่มค่า N จะช่วยลดการแกว่งของสัญญาณเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ถ้าเฉลี่ย 10 เซลความละเอียดของภาพ 4 look สัญญาณมลทินจะถูกลดลงประมาณ 0.5 dB ในขณะที่ความละเอียดของภาพก็ลดลงด้วย ด้วยเหตุนี้การลดระดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความละเอียดของภาพเพื่อทำให้สัญญาณมัลทินลดลงนั้นขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการสำรวจและชนิดของภาพที่จะนำไปใช้

2.2 สัญญาณมัลทินในภาพจากแสงร่วมนัย

สัญญาณมัลทินเป็นสัญญาณรบกวนในภาพ [2] รูปแบบหนึ่งที่มีความซับซ้อน โดยสัญญาณมัลทินเป็นสัญญาณที่ขึ้นอยู่กับสัญญาณภาพ ไม่อยู่ในรูปแบบการแจกแจงทางสถิติแบบเกาส์และยังขึ้นอยู่กับตำแหน่งในภาพ ในระบบภาพจากแสงร่วมนัยนั้น วัตถุจะสะท้อนแสงจากแหล่งกำเนิดแสงร่วมนัย เช่น เลเซอร์ หรือ อุปกรณ์ส่งสัญญาณเรดาร์

เมื่อแสงร่วมนัยตกกระทบพื้นผิว พื้นผิวก็จะสะท้อนสัญญาณกลับ จากการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กมากของความขรุขระบนพื้นผิวในหนึ่งจุดภาพนั้น สัญญาณที่ได้รับสามารถพิจารณาในรูปตัวแปรสุ่มของเฟสและแอมพลิจูด โดยตัวแปรที่มีเฟสเดียวกันจะเสริมกันทำให้สัญญาณมีความเข้มมากขึ้น และส่วนที่หักล้างกันก็จะทำให้สัญญาณมีความเข้มลดลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้เรียกว่า สัญญาณมัลทิน (Speckle)

สิ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจสัญญาณมัลทินคือ ฟังก์ชัน Point-spread สำหรับระบบทางแสง ซึ่งมี 3 รูปแบบ คือ

- ฟังก์ชัน Point-spread ที่แคบมาก ทำให้สามารถแยกการเปลี่ยนแปลงแต่ละส่วนของความขรุขระบนพื้นผิวได้ สัญญาณที่สะท้อนจากพื้นผิวมีรูปแบบสุ่ม (สามารถพิจารณาความขรุขระของพื้นผิวด้วยรูปแบบสุ่มได้) แต่ไม่สามารถใช้ทฤษฎี central limit ในการพิจารณาแอมพลิจูดของสัญญาณสะท้อนด้วยการแจกแจงแบบเกาส์ได้ ทำให้ไม่มีการนำรูปแบบนี้ไปใช้งาน
- ฟังก์ชัน Point-spread กว้างเมื่อเทียบกับขนาดของความขรุขระของพื้นผิว แต่มีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับคุณสมบัติที่สนใจในภาพ รูปแบบนี้เป็นรูปแบบทั่วไปและให้ข้อสรุปว่าสัญญาณรบกวนมีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล และไม่สัมพันธ์กับสเกลของวัตถุในภาพ โดยสัญญาณรบกวนในรูปแบบนี้จะอยู่ในรูปการคูณ
- ฟังก์ชัน Point-spread กว้างเมื่อเทียบกับขนาดวัตถุและขนาดความขรุขระของพื้นผิว ในรูปแบบนี้ สัญญาณมัลทินมีความสัมพันธ์และการแจกแจงของขนาดสามารถพิจารณาได้ด้วยฟังก์ชัน Point-spread

ในบริเวณที่มีขนาดเล็กๆ ก็จะมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กๆ จำนวนมากของความขรุขระบนพื้นผิว ด้วยเหตุนี้ แทนที่จะพยายามจำแนกลักษณะพื้นผิว จึงใช้รูปแบบทางสถิติของสัญญาณมัลทินแทน จากสมมุติฐานที่ว่าพื้นผิวมีความขรุขระมากเมื่อเทียบกับสเกลของความยาวคลื่น หมายความว่าตัวสะท้อนขนาดเล็กแต่ละจุดบนพื้นผิวมีความสูงที่มีรูปแบบสุ่ม (ระยะจากผู้สังเกต)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และทิศทางของโพลาริเซชันก็มีรูปแบบสุมตามโพลาริเซชันที่ตกกระทบ ตัวสะท้อนแบบสุมนี้ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแบบสุมกับแอมพลิจูด, เฟส และโพลาริเซชันของสัญญาณสะท้อน ต่อมาสมมุติให้การเปลี่ยนแปลงของค่าเหล่านี้ที่จุดใดๆ ไม่สัมพันธ์กับจุดอื่น และการเปลี่ยนแปลงของจุดอื่น สมมุติฐานเหล่านี้เพียงพอที่จะพิจารณาว่า ระบบไม่สามารถแยกการเปลี่ยนแปลงที่เกิดกับความขรุขระได้ ซึ่งเป็นจริงกับระบบทางแสง แต่ไม่เป็นกับระบบเรดาร์บางชนิด

สมมุติฐานข้างต้นในส่วนของตำแหน่งทางกายภาพนั้นสามารถแปลงให้อยู่ในรูปแบบทางสถิติได้ โดยแอมพลิจูดของสัญญาณสะท้อนที่จุด (x, y) ซึ่งคูณด้วยแอมพลิจูดแบบสุม $a(x, y)$ และมีโพลาริเซชัน $\phi(x, y)$ จะมีรูปแบบการแจกแจงแบบสุมสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง 2π

ให้ $u(x, y)$ เป็นเฟสเซอร์เชิงซ้อนของสัญญาณตกกระทบที่จุด (x, y) , $v(x, y)$ คือสัญญาณสะท้อน และ $w(x, y)$ คือเฟสเซอร์ของสัญญาณที่รับได้ จากสมมุติฐานข้างต้นจะได้

$$v(x, y) = u(x, y) a(x, y) e^{j\phi(x, y)} \quad (2.4)$$

และให้ $h(\dots)$ แทนฟังก์ชัน Point-spread ในสองมิติของระบบทางแสง

$$w(x, y) = h(x, y) * v(x, y) \quad (2.5)$$

แปลงจากเฟสเซอร์ให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงเส้น

$$v(x, y) = v_R(x, y) + j v_I(x, y) \quad (2.6)$$

$$w(x, y) = w_R(x, y) + j w_I(x, y) \quad (2.7)$$

เนื่องจากโพลาริเซชันมีการเปลี่ยนแปลงแบบสุมสม่ำเสมอระหว่าง 0 ถึง 2π ทำให้ $v_R(x, y)$ กับ $v_I(x, y)$ ไม่เกี่ยวข้องกันในทางสถิติ เช่นเดียวกันกับ $w_R(x, y)$ และ $w_I(x, y)$ นั้นก็ไม่เกี่ยวข้องกันในทางสถิติ ทำให้ได้ว่า

$$w_R(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha, \beta) v_R(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (2.8)$$

ซึ่งก็ให้ผลเช่นเดียวกันในกรณีของ $w_I(x, y)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินทิกรัลในสมการ (2.8) นั่นก็คือผลรวมที่ได้จากการเพิ่มค่า x และ y ขึ้นทีละน้อย จากสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า การเพิ่มขึ้นของแต่ละตัวแปรจะไม่เกี่ยวข้องกัน ทำให้สามารถใช้ทฤษฎี Central limit สรุปว่าการแจกแจงของ $w_R(x,y)$ และ $w_I(x,y)$ ต่างก็เป็นแบบเกาส์ที่มีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวน σ^2 พิจารณาว่าข้อสรุปนี้ไม่เกี่ยวข้องกับความจริงที่พื้นผิวยังขรุขระ เมื่อเทียบกับสเกลของความยาวคลื่นตกกระทบ และระบบทางแสงไม่สามารถแยกองค์ประกอบแต่ละส่วนของพื้นผิวได้

ความเข้มที่วัดได้ $F(x,y)$ คือ ค่ากำลังสองของขนาดของเฟสเซอร์ที่รับได้

$$F(x,y) = w_R(x,y)^2 + w_I(x,y)^2 \quad (2.9)$$

การแจกแจงของ F ได้จากการอินทิเกรตความหนาแน่นร่วมของ w_R และ w_I บนวงกลมที่มีรัศมี $f^{0.5}$

$$\Pr(F(x,y) \leq f) = \int_0^{2\pi} \int_0^{f^{0.5}} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-p/2\sigma^2} p dp d\phi \quad (2.10)$$

$$= 1 - e^{-f/2\sigma^2} \quad (2.11)$$

ความหนาแน่นที่ได้ในกรณีนี้ คือ $p_f(f)$

$$p_f(f) = \begin{cases} \frac{1}{g} e^{-f/g} & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

ทำให้ได้ค่าเฉลี่ยของความเข้ม $g = g(x,y) = 2\sigma^2(x,y)$ ซึ่งสามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปสัญญานรบกวนแบบคูณ

$$f(x,y) = g(x,y)q \quad (2.13)$$

เมื่อ q มีความหนาแน่นแบบเอกซ์โพเนนเชียล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_q(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

ค่าเฉลี่ยของ q คือ 0 และความแปรปรวน คือ 1

ความหนาแน่นแบบเอกซ์โพเนนเชียลนั้น มีส่วนปลายที่ไม่ต้องการมากกว่าความหนาแน่นแบบเกาส์ หมายความว่ามีการเบี่ยงเบนออกจากค่าเฉลี่ยมากกว่า สำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ f ที่เท่ากับ Ef นั้นส่วนเบี่ยงเบนของความเข้มข้นจะเท่ากับความเข้มข้น ซึ่งการเปลี่ยนแปลงที่มีช่วงกว้างเช่นนี้ทำให้เกิดสัญญาณมลทินที่สามารถสังเกตเห็นได้

ในกรณีที่ได้ภาพหลายภาพจากบริเวณเดียวกัน แต่ละภาพจะมีรูปแบบสัญญาณมลทินที่ไม่สัมพันธ์กับภาพอื่น นั่นคือสัญญาณมลทินในภาพใดๆ จะไม่เกี่ยวข้องกับภาพอื่น ตัวอย่างเช่น แสงเลเซอร์ที่สะท้อนจากวัตถุเดียวกันที่มุมต่างกันหรือความถี่ต่างกัน การลดสัญญาณมลทินแบบหนึ่งจึงทำได้โดยการนำภาพเหล่านี้มาเฉลี่ยกัน

$$\hat{F}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F_i(x, y) \quad (2.15)$$

$$= g(x, y) \frac{\sum_{i=1}^M q_i(x, y)}{M} \quad (2.16)$$

โดยที่ค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่มีค่าลบจะเท่ากับ 1 (เท่ากับของแต่ละภาพ) และมีความแปรปรวนเท่ากับ $1/M$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของภาพที่มีสัญญาณมลทินจะเท่ากับ $g(x, y)$ และความแปรปรวนเท่ากับ $g(x, y)/M$

สัญญาณมลทินที่มีรูปแบบสัมพันธ์กับสัญญาณนั้น พิจารณาได้จากความกว้างของฟังก์ชัน Point-spread ซึ่งองค์ประกอบจริงและจินตภาพ (หรือองค์ประกอบ X และ Y) ของสัญญาณสะท้อนนั้นจะเป็นแบบเกาส์ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน โดยองค์ประกอบเหล่านี้ (w_R และ w_I) ต่างก็ถูกรองด้วยฟังก์ชัน Point-spread ของระบบภาพ ความเข้มของภาพที่ได้นั้นจะได้จากขนาดเชิงซ้อนขององค์ประกอบที่ผ่านการกรองแล้ว

2.3 รูปแบบของสัญญาณมัลติน

สัญญาณมัลตินในภาพไม่มีรูปแบบที่แน่นอน แต่ส่วนใหญ่จะพิจารณาในรูปแบบการสุ่ม โดยจะสร้างรูปแบบขึ้นมาจากรูปแบบทางสถิติอันดับที่หนึ่ง และอันดับที่สองของสัญญาณมัลตินในแสงเลเซอร์

รูปแบบของสัญญาณมัลตินที่ได้มีการค้นคว้าวิจัยมานั้น [3] จะกำหนดให้มีรูปแบบเป็นสัญญาณรบกวนในรูปการคูณแบบคงที่ โดยมีรูปแบบทางสถิติอยู่ในรูปเอกซ์โพเนนเชียลค่าลบ อันดับหนึ่งและมีความแปรปรวนค่าเดียว ถ้า μ คือความเข้มของภาพที่ได้จากการสะท้อนแบบสุ่มสม่ำเสมอของพื้นผิวที่ไม่มีวัตถุที่ตำแหน่ง (x, y) ในภาพ ความเข้มที่วัดได้ $I(x, y)$ จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียลค่าลบ $f_I(i) = (1/\mu)e^{-i/\mu} U(i)$ เมื่อ $U(i)$ คือฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย ในระบบ SAR นั้น สัญญาณมัลตินจะถูกลดด้วยการเฉลี่ยแบบไม่รวมนัย N ของภาพ (ที่ไม่สัมพันธ์กับสัญญาณมัลติน) ที่ได้จากความถี่ต่างๆ ที่ไม่ซ้อนกัน หรือจาก N "looks" ซึ่งความเข้มของภาพที่ผ่านการลดสัญญาณมัลติน $I(x, y)$ จะมีการแจกแจงแบบแกมมาซึ่งมีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นในรูป

$$f_N(i) = (N/\mu) \frac{(Ni/\mu)^{N-1}}{(N-1)!} e^{-Ni/\mu} U(i) \quad (2.17)$$

ค่าเฉลี่ย $\mu_I = \mu$ และความแปรปรวน $\sigma_I^2 = \mu^2/N$ จะมีค่าคงที่ ซึ่งอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนนั้นขึ้นอยู่กับความเข้มเฉลี่ย μ โดย

$$SNR_I = \mu_I / \sigma_I = N^{1/2} \quad (2.18)$$

จากนั้นจึงนำภาพที่ผ่านการกรองสัญญาณมัลตินแบบเชิงเส้นมาคำนวณทางสถิติ ซึ่งการคำนวณทางสถิตินี้จะสามารถทำได้ก็ต่อเมื่อพิจารณาให้สัญญาณมัลตินมีรูปแบบทางสถิติแบบเกาส์ ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของสัญญาณมัลตินจึงถูกประมาณโดย

$$f_N(i) \approx (N^{1/2}/\mu) \phi[N^{1/2}(i-\mu)/\mu] \quad (2.19)$$

เมื่อ $\phi(i) = e^{-i^2/2} / (2\pi)^{1/2}$ คือฟังก์ชันเกาส์ที่ถูกรวมโดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

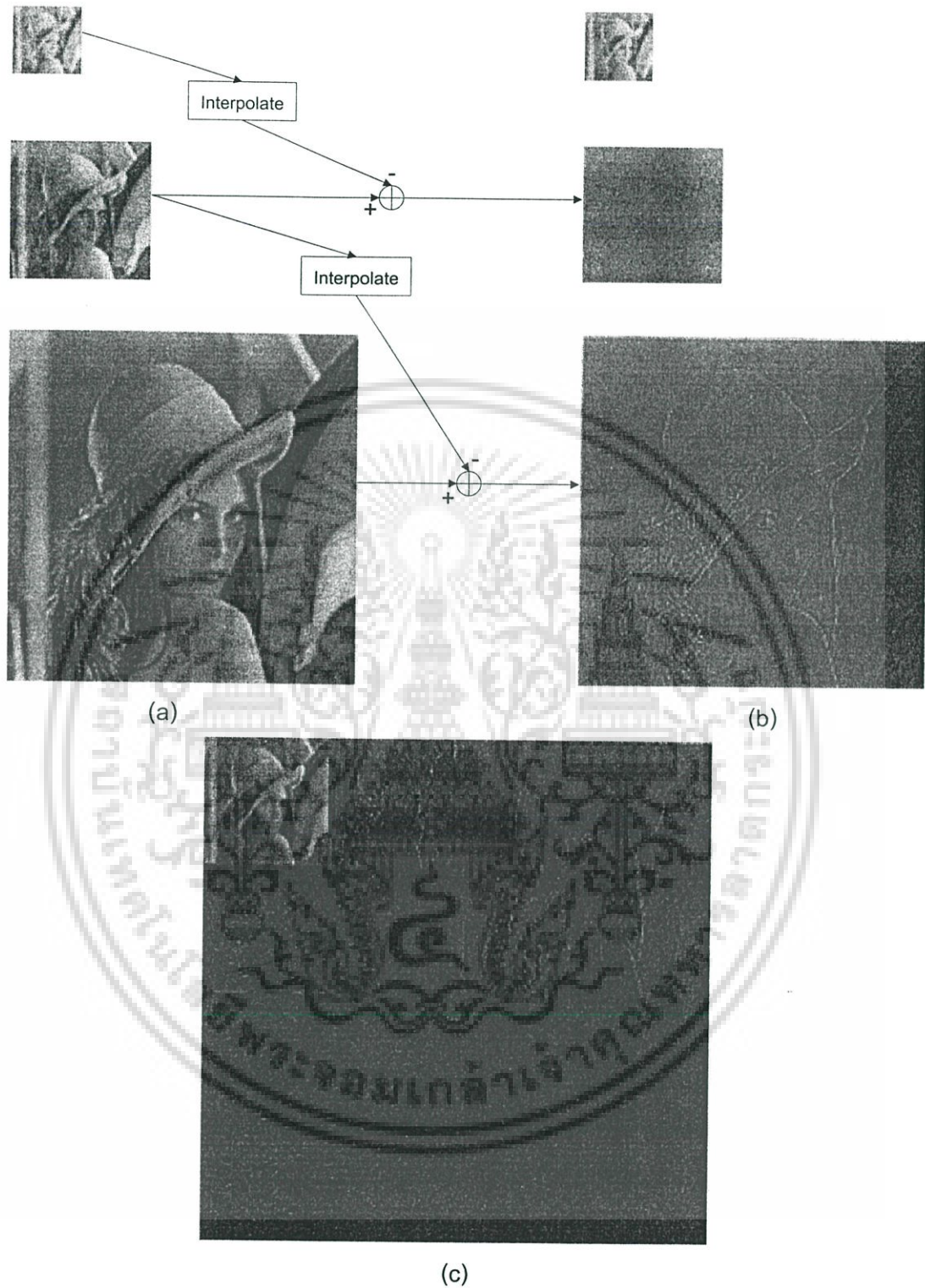
การประมวลผลภาพด้วยเวฟเล็ต

ในส่วนของทฤษฎีเวฟเล็ตที่นำมาใช้ในการประมวลผลภาพ [4] และ [5] เริ่มมาจากแนวความคิดเรื่องสเกลของภาพ โดยแนวความคิดเรื่องสเกลและระดับความละเอียดของภาพนั้นสามารถรับรู้ได้เอง เนื่องจากการมองเห็นของมนุษย์กับวัตถุในภาพที่ระดับความละเอียดหนึ่งนั้นจะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างผู้สังเกตกับวัตถุเหล่านั้น เช่น การเดินเข้าไปยังอาคารที่อยู่ไกลระยะแรกจะสังเกตเห็นเพียงรูปร่างของอาคารเท่านั้น ต่อมาจะเห็นทางเข้าอาคารเมื่อเข้ามาใกล้ตัวอาคารมากขึ้น ท้ายที่สุดจะเห็นกริ่งประตูเมื่อมาอยู่ที่ข้างหน้าประตูอาคารแล้ว จากตัวอย่างนี้แนวความคิดเกี่ยวกับระดับความละเอียดและสเกลจะเกี่ยวข้องกับขนาดของรายละเอียดที่รับรู้ได้จากผู้สังเกต จึงมีการพิจารณาแนวคิดเกี่ยวกับการรับรู้นี้ให้เป็นระเบียบรวมถึงการพิจารณาด้วยทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณที่จะให้ความหมายที่ละเอียดมากยิ่งขึ้น

แนวความคิดนี้มีการนำไปใช้ได้ในการประมวลผลภาพ วิดีโอ และระบบภาพคอมพิวเตอร์ วิธีการหลายรูปแบบที่ใช้ในการประมวลผลภาพได้ถูกนำมาใช้มาแยกภาพที่จะวิเคราะห์หรือออกเป็นหลายๆ องค์ประกอบ ซึ่งแต่ละองค์ประกอบนั้นจะแสดงข้อมูลตามสเกลที่กำหนด

สมมติให้ภาพที่นำมาวิเคราะห์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด $N \times M$ ซึ่งมีวิธีการแยกภาพเป็นหลายสเกลอยู่หลายวิธี แต่จะพิจารณาด้วย 3 วิธีหลัก คือ

1. จากการแทนภาพด้วยพีระมิดแบบเกาส์ดังรูปที่ 3.1(a) ภาพต้นฉบับจะอยู่ที่ด้านล่างของพีระมิด ภาพนี้จะถูกกรองความถี่ต่ำผ่านและย่อขนาดลงครึ่งหนึ่งในแต่ละพิกัด ซึ่งภาพที่ได้ขนาด $N/2 \times M/2$ จะอยู่ที่ชั้นที่สองของพีระมิด กระบวนการนี้สามารถทำซ้ำได้หลายครั้ง โดยระดับความละเอียดสามารถจะวัดได้จากขนาดของภาพที่ชั้นนั้นของพีระมิด พีระมิดในรูปที่ 3.1(a) นั้นมี 3 ระดับความละเอียดหรือสเกล การใช้วิธีนี้กับระบบภาพคอมพิวเตอร์ในช่วงแรกนั้น ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านที่นิยมใช้กันมักจะเป็นตัวกรองแบบเกาส์ จึงเป็นที่มาของชื่อพีระมิดแบบเกาส์ ซึ่งก็ยังคงใช้ชื่อนี้อยู่ถึงแม้ว่าตัวกรองที่ใช้จะไม่ใช่อตัวกรองแบบเกาส์ก็ตาม อีกชื่อหนึ่งของวิธีนี้คือ พีระมิดความถี่ต่ำผ่าน หากพิจารณาจำนวนจุดภาพทั้งหมดในการแทนภาพด้วยพีระมิดแบบนี้จะได้ $NM + NM/4 + NM/16 + \dots \approx 4/3NM$ เรียกได้ว่าเป็นการแทนที่สมบูรณ์เกินไป (Overcomplete) เมื่อเทียบกับภาพต้นฉบับ เนื่องจากจำนวนจุดภาพที่เพิ่มขึ้น
2. การแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซนั้นสัมพันธ์กับพีระมิดแบบเกาส์อย่างมาก แต่วิธีนี้จะคำนวณผลต่างของส่วนประมาณจากสเกลที่ต่อเนื่องกันและแสดงที่สเกลต่างๆ



รูปที่ 3.1 การแทนภาพในหลายสเกลกับภาพลึน โดย (a) แทนด้วยพีระมิดแบบเกาส์ (b) แทนด้วยพีระมิดแบบลาปลาซ (c) แทนด้วยเวฟเล็ต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 3.1(b) ภาพที่ได้จะแสดงเฉพาะรายละเอียดที่สำคัญในแต่ละสเกล โดยวิธีที่เหมือนกับวิธีนี้ก็คือนำมาใช้ผลต่างระหว่างตัวกรองแบบเกาส์สองตัวนำมาคำนวณกับภาพ ซึ่งเหมือนกับการกรองภาพด้วยตัวกรองแบบลาปลาซที่นิยมใช้เป็นวิธีการในการหาขอบวัตถุในภาพ ตัวกรองแบบลาปลาซนั้นเป็นตัวกรองแถบความถี่ผ่าน พีระมิดแบบลาปลาซจึงมีอีกชื่อหนึ่งว่าพีระมิดแบบแถบความถี่ผ่าน

3. สำหรับการแยกภาพด้วยเวฟเล็ตนั้น ภาพจะถูกแยกเป็นเซตของภาพย่อยหรือแบนด์ย่อยที่แทนรายละเอียดของแต่ละสเกล ดังรูปที่ 3.1(c) โดยสิ่งที่ต่างจากพีระมิดแบบลาปลาซก็คือ ภาพย่อยนั้นจะแสดงรายละเอียดในทิศทางต่างๆ ของพื้นที่ (เช่น ขอบวัตถุในแนวนอน แนวตั้ง และแนวทแยง) และจำนวนของจุดภาพในการแยกภาพด้วยเวฟเล็ตนั้นจะใช้เพียง NM ซึ่งเป็นวิธีการประมวลผลภาพที่ดีกว่าสองวิธีข้างต้น

การแทนภาพแบบเป็นระดับดังรูปที่ 3.1 นั้น มีการนำไปใช้งานในหลายด้าน เช่น การนำไปใช้ลดความซับซ้อนของอัลกอริทึมต่างๆ เช่น การวิเคราะห์เท็กเจอร์ การแยกส่วนภาพ การหาขอบวัตถุในภาพ การวิเคราะห์ภาพ และการเข้าใจภาพในระบบภาพคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้ การแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซและเวฟเล็ตนั้นใช้ขนาดข้อมูลที่น้อย จะเห็นได้จากการที่ภาพรายละเอียดส่วนใหญ่จะมีจุดภาพที่สำคัญจำนวนไม่มาก ซึ่งคุณสมบัติด้านขนาดที่น้อยนี้เองที่มีประโยชน์อย่างมากในการบีบอัดข้อมูลภาพ โดยจะแบ่งบิตข้อมูลให้กับจุดภาพที่มีความสำคัญเท่านั้น สำหรับระบบจดจำภาพนั้น ได้รับประโยชน์จากการที่สามารถหาคุณสมบัติสำคัญของภาพได้สะดวกมากขึ้น สำหรับการแก้ไขภาพที่ถูกรบกวนจากสัญญาณรบกวน ก็พบว่าภาพและสัญญาณรบกวนมีการแยกจากกันอย่างชัดเจนในโดเมนเวฟเล็ต

3.1 การแทนภาพด้วยพีระมิด

3.1.1 การลดจำนวนข้อมูลและการเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณ

พิจารณาปัญหาของการลดจำนวนข้อมูล (Decimation) ของสัญญาณในหนึ่งมิติด้วยการลดจำนวนลงครึ่งหนึ่ง จากการลดอัตราการซีกตัวอย่างตัวอย่างลงครึ่งหนึ่งนั้น จะทำให้เกิดการสูญหายของข้อมูล ดังนั้นสัญญาณที่ถูกลดจำนวนข้อมูลลงจึงต้องเก็บข้อมูลที่ถูกต้องของต้นฉบับให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ กระบวนการพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณคือการกรองความถี่ต่ำผ่าน (โดยใช้ตัวกรองดิจิทัลที่ต่อต้านการเคลือบแฝง) และการลดอัตราการซีกตัวอย่าง ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 3.2 ผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านแทนด้วย $h(n)$ และการแปลงฟูเรียร์แบบดิสครีตของตัวกรองนี้แทนด้วย $H(e^{j\omega})$ ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้า $x(n)$ และสัญญาณออก $y(n)$ ของตัวกรอง คือสมการคอนโวลูชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

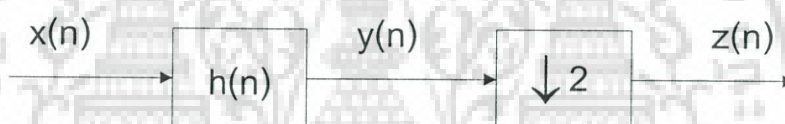
$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_k h(k) x(n-k) \quad (3.1)$$

การลดอัตราการซีกตัวอย่างจะทิ้งตัวอย่างที่ไม่ได้นำไปใช้ของสัญญาณเข้า $y(n)$ โดยสามารถแสดงสัญญาณออกได้ในรูป

$$z(n) = y(2n) \quad (3.2)$$

รวมทั้งสองขั้นตอน จะได้

$$z(n) = \sum_k h(k) x(2n-k) \quad (3.3)$$



รูปที่ 3.2 การลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณลงครึ่งหนึ่ง ซึ่งได้จากการต่อเรียงกันของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $h(n)$ และการลดอัตราการซีกตัวอย่าง $\downarrow 2$

การลดอัตราการซีกตัวอย่างนั้น โดยทั่วไปจะมีการสูญเสียของข้อมูล จากการที่สัญญาณต้นฉบับ $x(n)$ ไม่สามารถสร้างสัญญาณเดิมกลับได้โดยถูกต้องจากสัญญาณที่ถูกลดจำนวนข้อมูล $z(n)$ วิธีการเดิมในการแก้ปัญหาเพื่อลดการสูญเสียของข้อมูลนั้นจะใช้ตัวกรองดิจิทัลที่ต่อต้านการเคลือบแฝงในอุดมคติ $h(n)$ ที่มีความถี่ตัด $\omega_c = \pi/2$ ซึ่งตัวกรองในอุดมคตินี้จะมีความยาวเป็นอนันต์ แต่การประมวลผลภาพนั้นปกติจะเลือกใช้ตัวกรองแบบ FIR (Finite Impulse Response filter) ที่สั้นเนื่องจากเหตุผลด้านการคำนวณ นอกจากนี้ ตัวกรองที่ใกล้เคียงอุดมคติจะมีผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ที่กว้าง ทำให้เกิดผลข้างเคียง โดยจะทำให้เกิดการสั่นรบกวนอยู่ใกล้ๆ กับบริเวณขอบวัตถุ ตัวกรองแบบ FIR ที่ใช้ทั่วไปกับการประมวลผลภาพจะเป็นแบบสมมาตร โดยมีความยาวอยู่ระหว่าง 3–20 tap ตัวอย่างที่ใช้งานทั่วไป คือ ตัวกรอง FIR แบบ 3-tap $h(n) = (1/4, 1/2, 1/4)$ และตัวกรองแบบ Truncated gaussian ที่มีความยาว $2L+1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

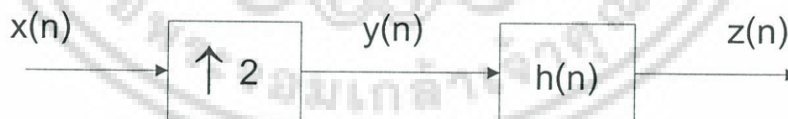
$h(n) = Ce^{-n^2/(2\sigma^2)}$, $|n| \leq L$ เมื่อ $C = 1/\sum_{|n| \leq L} e^{-n^2/(2\sigma^2)}$ สัมประสิทธิ์ของตัวกรองทั้งสองนั้นจะรวมกันได้หนึ่ง ($\sum_n h(n) = 1$) ซึ่งหมายความว่าผลตอบสนอง DC ของตัวกรองทั้งสองนี้มีความกลมกลืนกัน

กระบวนการพื้นฐานอีกอย่างหนึ่งของการประมวลผลภาพ คือ การเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณ (Interpolation) โดยการเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่างของสัญญาณ ทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณกล่าวว่าการเพิ่มจำนวนข้อมูลในสัญญาณนั้น ทำได้โดยการนำกระบวนการประมวลผลสัญญาณสองอย่างมาต่อเรียงกันของคือ การเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่างและการกรองความถี่ต่ำผ่าน ดังรูปที่ 3.3 การเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่างจะทำโดยการเติมศูนย์ระหว่างตำแหน่งใดๆ ของสัญญาณ $x(n)$ โดย

$$y(n) = \begin{cases} x(n/2) & n \text{ even} \\ 0 & n \text{ odd} \end{cases} \quad (3.4)$$

สัญญาณที่ผ่านการเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่างจะถูกนำไปกรองด้วยตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $h(n)$ ซึ่งสัญญาณที่ถูกเพิ่มจำนวนข้อมูลสามารถแสดงได้ด้วยสมการ $z(n) = h(n) * y(n)$ หรือในรูปของสัญญาณต้นฉบับ $x(n)$

$$z(n) = \sum_k h(k) x(n-2k) \quad (3.5)$$



รูปที่ 3.3 การเพิ่มจำนวนข้อมูลสัญญาณเป็นสองเท่า ซึ่งได้จากการต่อเรียงกันของการเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่าง $\uparrow 2$ และตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $h(n)$

3.1.2 พีระมิดแบบเกาส์

การสร้างพีระมิดแบบเกาส์จะเกี่ยวข้องกับตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในสองมิติ และการลดอัตราการซีกตัวอย่าง โดยตัวกรองในสองมิติที่ใช้กับการประมวลผลภาพในทางปฏิบัตินั้นสามารถแยกกันได้ หมายความว่าสามารถใช้การต่อเรียงกันของตัวกรองในหนึ่งมิติกับข้อมูลภาพในแถวและหลัก และการลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณในสองมิตินั้นก็สามารถทำแยกกันได้เช่นเดียวกัน การลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณในสองมิตินั้นก็จะทำโดยการลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณในหนึ่งมิติกับข้อมูลในแต่ละแถวของภาพ (โดยสมการ (3.3)) ตามด้วยการลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณในหนึ่งมิติกับข้อมูลในแต่ละหลักของภาพผลลัพธ์ที่ได้ (ด้วยสมการ (3.3) เช่นกัน) ซึ่งจะได้ผลที่เหมือนกันหากเริ่มจากข้อมูลในหลักก่อนแล้วจึงทำกับข้อมูลในแถวของภาพ ด้วยหลักการเดียวกันนี้ การเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณใน 2 มิติก็ทำได้ด้วยการใช้สมการ (3.5) กับข้อมูลในแต่ละแถวของภาพ แล้วจึงทำเช่นเดียวกันกับภาพผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละหลัก หรือจะกลับกันก็ได้

วิธีการนี้นำไปใช้ในแต่ละขั้นของการแยกด้วยพีระมิดแบบเกาส์ในรูปที่ 3.1(a) โดยตัวกรองความถี่ต่ำผ่านที่ใช้กรองทั้งในแนวนอนและแนวตั้ง คือ ตัวกรอง 3 tap $h(n) = (1/4, 1/2, 1/4)$

พีระมิดแบบเกาส์นั้นพบว่ามีกานำไปใช้แก้ปัญหาการเก็บภาพบางอย่าง เช่น ผู้ใช้จากระยะไกลเข้าใช้งานฐานข้อมูลทั่วไป (เช่น อินเทอร์เน็ตไซต์) ที่ต้องการระดับความละเอียดของภาพที่ต่างกัน การแทนภาพในรูปพีระมิดภาพจะทำให้ผู้ใช้แต่ละคนได้รับภาพที่มีระดับความละเอียดตามต้องการได้โดยตรง โดยวิธีการเก็บข้อมูลแบบนี้มีการกำหนดจำนวนข้อมูลซ้ำซ้อนที่แน่นอน ข้อมูลภาพที่ต้องการก็พร้อมที่จะถูกใช้งานได้โดยตรงโดยไม่ต้องนำมาประมวลผลต่ออีก วิธีการนี้ใช้กับ Kodak CD-I เมื่อนำข้อมูลภาพจากซีดีรอมมาแสดงบนโทรทัศน์โดยที่ผู้ใช้สามารถกำหนดระดับความละเอียดได้ การนำพีระมิดแบบเกาส์ไปใช้อีกอย่างหนึ่งก็คือ การใช้ประมาณการเคลื่อนไหวในวิดีโอ โดยขั้นแรกจะประมาณการเคลื่อนไหวแบบหยาบด้วยข้อมูลภาพที่ระดับความละเอียดต่ำ ต่อมาจะแก้ไขการประมาณขั้นต้นให้ดีขึ้นด้วยข้อมูลภาพที่ระดับความละเอียดที่สูงขึ้น ข้อดีของการแยกภาพเป็นหลายระดับความละเอียดกับการประมาณการเคลื่อนไหวนี้คือช่วยลดความซับซ้อนของวิธีการลงได้อย่างมาก (จากการทำขั้นตอนสำคัญกับภาพที่มีขนาดเล็ก) และยังทำให้การประมาณการเคลื่อนไหวมีคุณภาพที่ดีขึ้น จากการประมาณเริ่มต้นที่ถือได้ว่าใกล้เคียงกับกับวิธีในอุดมคติมาก การใช้งานอีกอย่างหนึ่งที่ได้ประโยชน์จากการแยกภาพในหลายสเกลก็คือ การหารูปแบบที่เหมือนกันในภาพ

3.1.3 พีระมิดแบบลาปลาซ

ภาพรายละเอียดนั้นนิยามจากผลต่างระหว่างภาพนั้นกับส่วนประมาณของตัวเองในสเกลที่หยาบถัดลงไป พีระมิดแบบเกาส์จะสร้างภาพที่ระดับความละเอียดต่างๆ โดยที่ภาพเหล่านี้มีขนาดต่างกัน เพื่อจะคำนวณผลต่างระหว่างภาพขนาด $N \times M$ และส่วนประมาณของตัวเองที่ระดับความละเอียด $N/2 \times M/2$ ต้องทำการเพิ่มจำนวนข้อมูลจากภาพขนาดเล็กให้มีระดับความละเอียด $N \times M$ เท่ากันก่อนจะนำมาลบกัน ซึ่งวิธีการนี้ใช้ในการสร้างพีระมิดแบบลาปลาซ ในรูปที่ 3.1(b) โดยตัวกรองในการเพิ่มจำนวนข้อมูลของสัญญาณนั้นใช้ตัวกรองแบบ 3 tap $h(n) = (1/2, 1, 1/2)$

ดังแสดงในรูปที่ 3.1(b) การแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซนั้นใช้ข้อมูลที่น้อยกว่า เนื่องจากค่าของจุดภาพส่วนใหญ่จะเป็นศูนย์หรือใกล้ศูนย์ จุดภาพที่สำคัญในภาพรายละเอียดจะสัมพันธ์กับขอบวัตถุและบริเวณเท็กเจอร์ เช่น ผมงของลิซ่า เช่นเดียวกับการแทนภาพด้วยพีระมิดแบบเกาส์ การแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซนั้นก็ยังสมบูรณ์เกินไป จากที่จำนวนจุดภาพมากกว่าภาพต้นฉบับ (มากกว่าประมาณ 33%)

การแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซนั้นมีการนำไปใช้มากในการประมวลผลภาพ และในการวิเคราะห์เท็กเจอร์และการแยกส่วนภาพ เท็กเจอร์ที่ต่างกันมักจะมีคุณสมบัติทางความถี่ที่ต่างกันมาก ซึ่งสามารถวิเคราะห์จากพีระมิดแบบลาปลาซที่ระดับที่เหมาะสม ตัวอย่างเช่น บริเวณที่แทบจะเรียบเสมอกันเช่นพื้นผิวของทะเลสาบจะเหมาะกับภาพที่ระดับหยาบ สำหรับบริเวณเท็กเจอร์ เช่นพื้นหญ้าจะเหมาะกับระดับความละเอียดอื่นมากกว่า การแทนภาพแบบลาปลาซนั้นในระยะแรกมีการนำไปใช้กับการบีบอัดข้อมูลภาพ แต่เมื่อมีการใช้การบีบอัดข้อมูลภาพด้วยเวฟเล็ตทำให้มีการใช้วิธีการนี้น้อยลง อย่างไรก็ตาม การบีบอัดข้อมูลแบบลาปลาซก็ยังนำมาใช้กับรูปแบบเป็นลำดับขั้นในการบีบอัดข้อมูลภาพแบบที่มีการสูญเสียตามมาตรฐาน JPEG

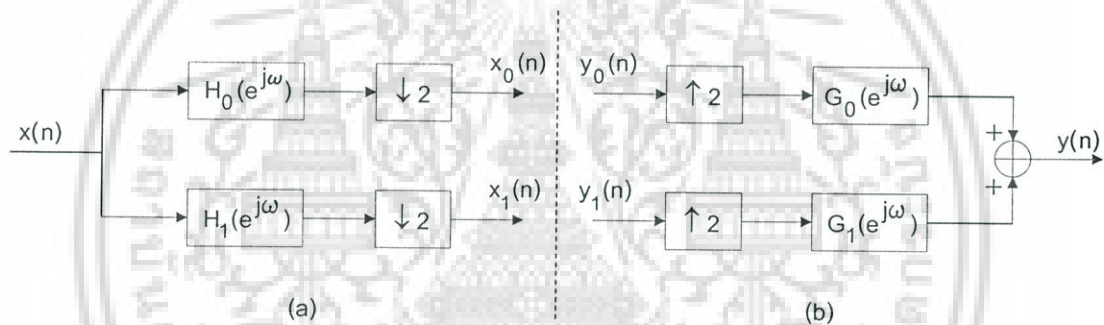
3.2 การแทนภาพด้วยเวฟเล็ต

แม้การใช้ขนาดข้อมูลที่น้อยในการแทนภาพด้วยพีระมิดแบบลาปลาซนั้นจะมีประโยชน์ในการใช้งานหลายด้าน แต่ความสมบูรณ์เกินไปก็เป็นข้อเสียที่สำคัญกับการใช้งานบางอย่าง เช่น การบีบอัดข้อมูล การแปลงเวฟเล็ตนั้นมีทั้งข้อดีจากการแทนภาพด้วยขนาดข้อมูลที่น้อยและการแสดงภาพที่สมบูรณ์ ซึ่งการพัฒนาการแปลงเวฟเล็ตและทฤษฎีเวฟเล็ตนั้นมีความเกี่ยวข้องอย่างลึกซึ้งกับการนำไปใช้งานในหลายด้าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 ฟิเตอร์แบงก์ (Filter banks)

รูปที่ 3.4(a) แสดงฟิเตอร์แบงก์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณที่มีหนึ่งสัญญาณเข้า $x(n)$ และสองสัญญาณออก $x_0(n)$ และ $x_1(n)$ สัญญาณเข้านั้นจะถูกประมวลผลผ่านสองเส้นทาง โดยในเส้นทางบน $x(n)$ จะผ่านตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $H_0(e^{j\omega})$ และลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณลงครึ่งหนึ่ง สำหรับเส้นทางล่างนั้น $x(n)$ จะผ่านตัวกรองความถี่สูงผ่าน $H_1(e^{j\omega})$ และลดจำนวนข้อมูลของสัญญาณลงครึ่งหนึ่ง พิจารณาตามสมมุติฐานต่อไปนี้ ข้อแรก จำนวนของข้อมูลจากการซีกตัวอย่าง N เป็นจำนวนคู่ ข้อที่สอง ตัวกรองมีคุณสมบัติในการทำงานแบบ Circular convolution ซึ่งเหมือนกับการพิจารณาให้ $x(n)$ เป็นสัญญาณมีคาบ จากสมมุติฐานนี้ สัญญาณออกของแต่ละเส้นทางจะมีคาบเวลา ซึ่งจะเท่ากับ $N/2$ ดังนั้นฟิเตอร์แบงก์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณจึงสามารถพิจารณาให้เป็นการแปลงที่เชื่อมโยงเซตต้นฉบับ $\{x(n)\}$ จำนวน N ตัวอย่าง กับเซตใหม่ $\{x_0(n), x_1(n)\}$ ที่มีจำนวน N ตัวอย่าง



รูปที่ 3.4 (a) ฟิเตอร์แบงก์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณ ซึ่งมีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $H_0(e^{j\omega})$ และตัวกรองความถี่สูงผ่าน $H_1(e^{j\omega})$, (b) ฟิเตอร์แบงก์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณ ซึ่งมีตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $G_0(e^{j\omega})$ และตัวกรองความถี่สูงผ่าน $G_1(e^{j\omega})$

รูปที่ 3.4(b) แสดงฟิเตอร์แบงก์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณซึ่งมีสองสัญญาณเข้า $y_0(n)$ และ $y_1(n)$ และหนึ่งสัญญาณออก $y(n)$ โดยสัญญาณเข้า $y_0(n)$ (หรือ $y_1(n)$) จะถูกเพิ่มอัตราการซีกตัวอย่างเป็นสองเท่าและกรองด้วยตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $G_0(e^{j\omega})$ (หรือตัวกรองความถี่สูงผ่าน $G_1(e^{j\omega})$) สัญญาณออก $y(n)$ จะได้จากการรวมกันของสัญญาณที่ผ่านการกรองทั้งสอง สมมุติให้สัญญาณเข้า $y_0(n)$ และ $y_1(n)$ เป็นสัญญาณมีคาบ ซึ่งมีคาบเวลาเท่ากับ $N/2$ หมายความว่าสัญญาณออก $y(n)$ ก็จะเป็นสัญญาณมีคาบ โดยจะมีคาบเวลาเท่ากับ N ดังนั้นฟิเตอร์แบงก์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณก็สามารถพิจารณาเป็นการแปลงที่เชื่อมโยงเซตต้นฉบับ $\{y_0(n), y_1(n)\}$ ที่มี N ตัวอย่าง กับเซตใหม่ $\{y(n)\}$ ที่มี N ตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากนำสัญญาณออก $x_0(n)$ และ $x_1(n)$ ของฟิลเตอร์แบงด์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณไปใช้เป็นสัญญาณเข้าของฟิลเตอร์แบงด์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณนั้น ภายใต้เงื่อนไขพิเศษของตัวกรองทั้งสี่ $H_0(e^{j\omega})$, $H_1(e^{j\omega})$, $G_0(e^{j\omega})$ และ $G_1(e^{j\omega})$ สัญญาณออก $y(n)$ ที่เป็นผลจากระบบการวิเคราะห์และสังเคราะห์จะเหมือนกับสัญญาณเข้า $x(n)$ (โดยจะมีค่าหน่วงเวลาเป็นค่าคงที่ค่าหนึ่งด้วย) ซึ่งเงื่อนไขนี้เรียกว่า การสร้างใหม่ที่สมบูรณ์ (Perfect reconstruction) ตัวอย่างเช่น ตัวกรองแบบ one tap ที่ $h_0(n)$ และ $g_1(n)$ เป็นอิมพัลส์หนึ่งหน่วย และ $h_1(n)$ และ $g_0(n)$ เป็นตัวหน่วงเวลาหนึ่งหน่วย ในกรณีนี้ สามารถพิสูจน์ได้ว่า $y(n) = x(n-1)$ ซึ่งในตัวอย่างนี้นั้นตัวกรองทุกตัวยอมให้สัญญาณผ่านทั้งหมด อย่างไรก็ตาม ไม่ปรากฏชัดเจนว่ามีการออกแบบเซตของตัวกรองแบบ FIR ที่เป็นไปตามเงื่อนไขการสร้างใหม่ที่สมบูรณ์ การค้นคว้าวิจัยเกี่ยวกับตัวกรองที่มีคุณสมบัติตามนี้สามารถศึกษาได้จาก [6] และ [7]

ภายใต้เงื่อนไขเพิ่มเติมกับตัวกรอง การแปลงที่สัมพันธ์กับฟิลเตอร์แบงด์สำหรับการวิเคราะห์และสังเคราะห์จะมีคุณสมบัติออร์โธนอร์มัล (Orthonormal) ซึ่งคุณสมบัติออร์โธนอร์มัลนั้นหมายความว่า จะมีการสงวนพลังงานของสัญญาณไว้ระหว่างการแปลง หากเป็นไปตามเงื่อนไขนี้แล้ว ตัวกรองที่มีคุณสมบัติตามนี้ก็คือตัวกรองสำหรับสังเคราะห์ที่อยู่ในรูปการย้อนกลับทางเวลา (Time-reversed version) ของตัวกรองสำหรับวิเคราะห์ และตัวกรองความถี่สูงผ่านที่อยู่ในรูปการมอดูเลตของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน นั่นคือ

$$g_0(n) = (-1)^n h_1(n) \quad (3.6)$$

$$g_1(n) = (-1)^{n+1} h_0(n) \quad (3.7)$$

และ

$$h_1(n) = (-1)^{-n} h_0(K-n) \quad (3.8)$$

เมื่อ K คือค่าหน่วงเวลาที่เป็นจำนวนเต็ม ตัวกรองเหล่านี้รู้จักกันในชื่อว่า Quadrature mirror filter (QMF) หรือ Conjugate quadrature filter (CQF) หรือ Power complementary filter เนื่องจากตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (หรือตัวกรองความถี่สูงผ่าน) มีคุณลักษณะการตอบสนองความถี่ที่เหมือนกัน และผลตอบสนองความถี่ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่านและตัวกรองความถี่สูงผ่านสัมพันธ์กันด้วยคุณสมบัติการประกอบกันของกำลังงาน (Power-complementary property)

$$|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j\omega})|^2 = 2 \quad (3.9)$$

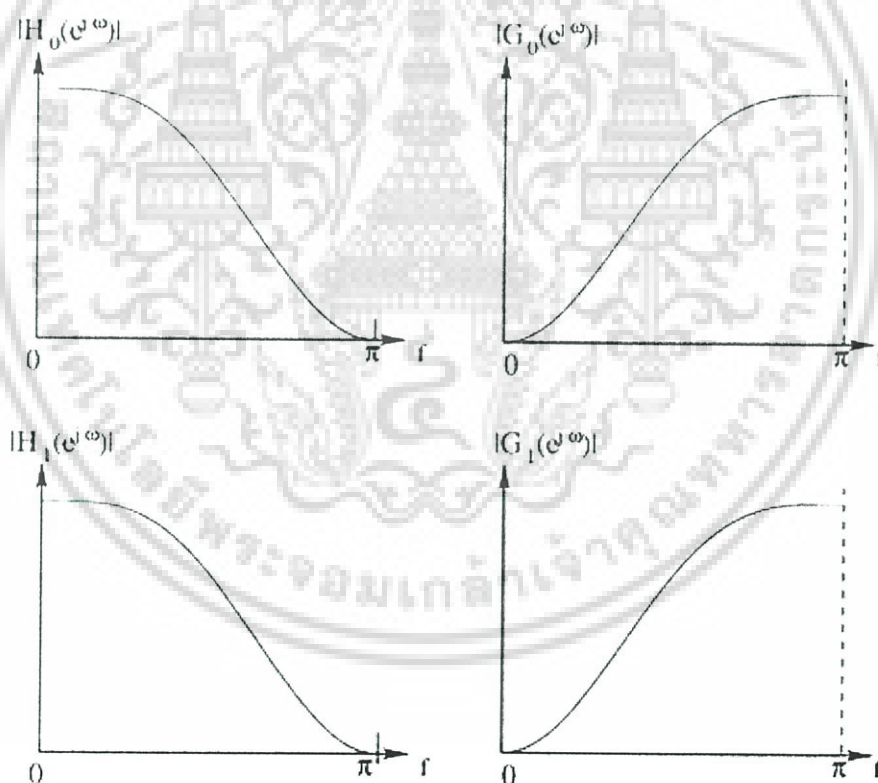
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเป็นจริงกับทุกความถี่ โดยตัวกรอง $h_0(n)$ นั้นจะเป็นตัวกรองต้นแบบ เนื่องจากสามารถนำไปใช้หาตัวกรองอีกสามตัวที่เหลือได้โดยอัตโนมัติ

ถ้าตัวกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบ $H_0(e^{j\omega})$ มีค่า 0 ที่ความถี่ $\omega = \pi$ แล้ว ตัวกรองนั้นจะเรียกว่าเป็น ตัวกรองปกติ (Regular filter) หรือตัวกรองเวฟเล็ต (Wavelet filter) ดังรูปที่ 3.5 ซึ่งแสดงผลตอบสนองความถี่ของตัวกรอง 4 ตัว ที่สร้างจากตัวกรองแบบ 4 tap ที่มีชื่อเสียงซึ่งออกแบบโดย Daubechies [6]

$$h_0(n) = \frac{1}{4\sqrt{2}}(1 + \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3}, 3 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}) \quad (3.10)$$

ตัวกรองนี้เป็นตัวกรองตัวแรกในกลุ่มตัวกรองเวฟเล็ตแบบ FIR ที่สร้างโดย Daubechies และมีคุณสมบัติที่ดี



รูปที่ 3.5 ขนาดผลตอบสนองความถี่ของตัวกรองใน 4 แบนด์ย่อยสำหรับ QMF filter bank จากตัวกรองแบบ 4 tap ต้นแบบของ Daubechies

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

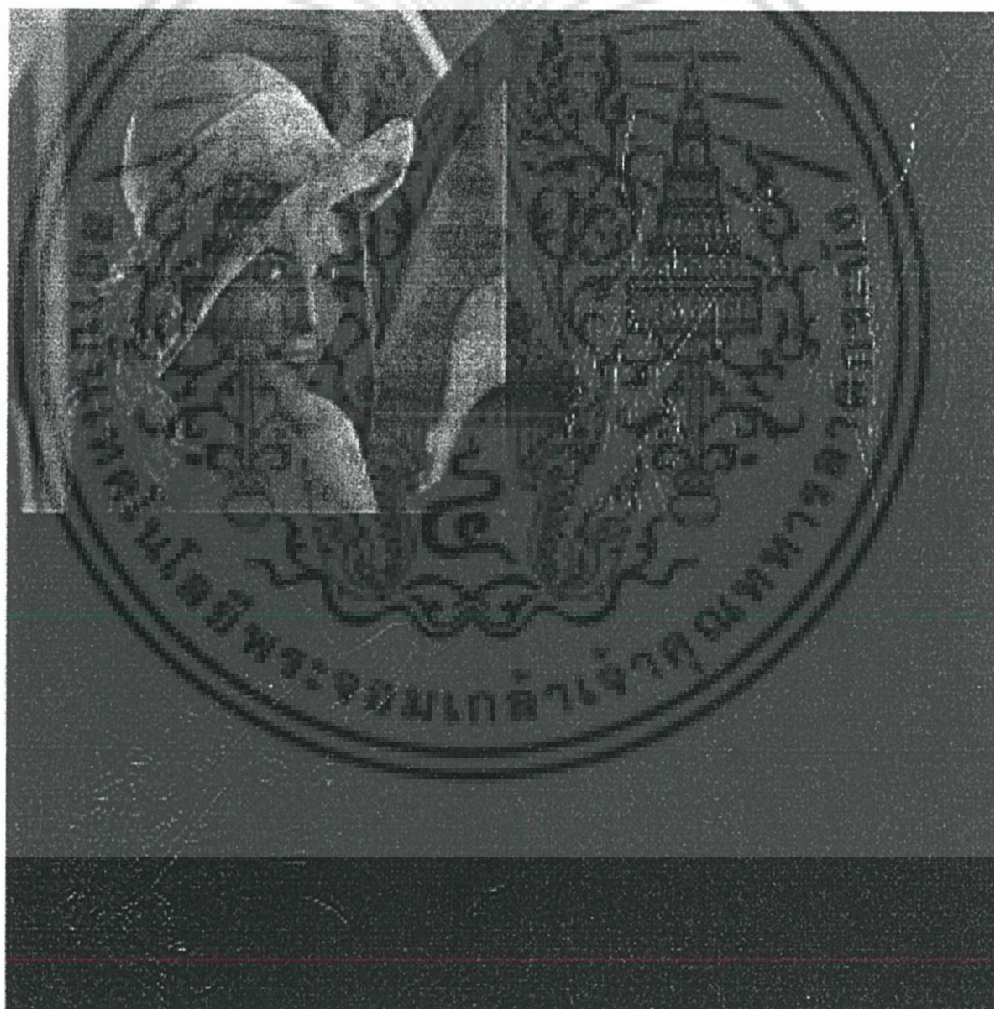
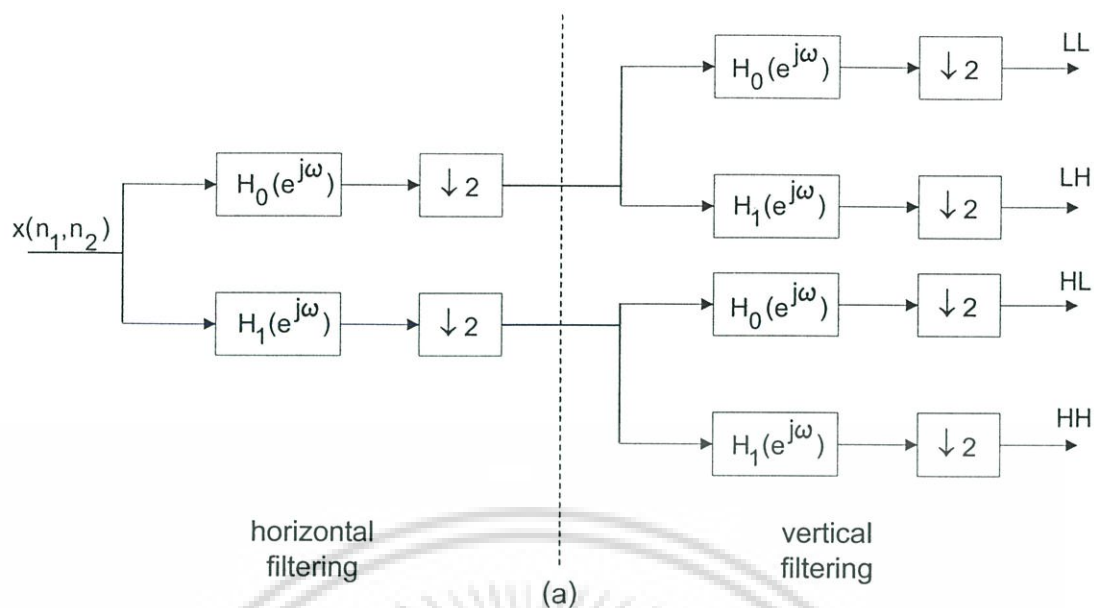
นอกจากนี้ยังมีตัวกรองเวฟเล็ตแบบไบออร์โทกอนัล (Biorthogonal wavelet filter) ซึ่งการออกแบบนั้น จะกำหนดระดับอิสระไปทางหนึ่ง เพื่อเลือกตัวกรองความถี่ต่ำผ่านสำหรับการสังเคราะห์ $h_1(n)$ โดยกำหนดตัวกรองความถี่ต่ำผ่านสำหรับการวิเคราะห์ $h_0(n)$ ไว้ก่อน ตัวกรองนี้จะเป็นไปตาม Regularity condition ซึ่งการแปลงจะไม่มีคุณสมบัติออร์ทอนอรัล แต่ตัวกรองนี้จะสามารถมีเฟสที่เป็นเชิงเส้นได้ [6]

3.2.2 การแยกภาพด้วยเวฟเล็ต

ฟิลเตอร์เบงค์สำหรับวิเคราะห์สัญญาณจะแยกสัญญาณหนึ่งมิติให้อยู่ในรูปองค์ประกอบทางความถี่ต่ำและความถี่สูง ซึ่งสามารถจะทำการแยกสัญญาณด้วยวิธีเดียวกันนี้กับภาพ โดยเริ่มจากการกรองในหนึ่งมิติกับข้อมูลภาพในแถวก่อนแล้วตามด้วยข้อมูลในหลัก หรือจะทำกลับกันก็ได้ กระบวนการนี้แสดงได้ด้วยรูปที่ 3.6(a) โดยที่ตัวกรอง $H_0(e^{j\omega})$ และ $H_1(e^{j\omega})$ นั้นใช้กรองทั้งในแนวนอนและแนวตั้ง สัญญาณออกของระบบวิเคราะห์นี้จะเป็นเซตของภาพย่อย 4 ภาพที่มีขนาด $N/2 \times M/2$ หรือเรียกว่า แบนด์ย่อย (Subband) LL (Low Low), LH (Low High), HL (High Low) และ HH (High High) ซึ่งก็คือแบนด์ความถี่ที่แตกต่างกันในภาพ การแยกภาพสีนี้ออกเป็น 4 แบนด์ย่อยแสดงไว้ในรูปที่ 3.6(b) พิจารณาแบนด์ย่อย LL ซึ่งจะเป็นรูปแบบที่หายาบ (ระดับความละเอียดต่ำ) ของภาพต้นฉบับ และแบนด์ย่อย HL, LH และ HH นั้นจะเก็บรายละเอียดในแนวตั้ง แนวนอน และแนวทแยงตามลำดับ โดยจำนวนจุดภาพทั้งหมดของแบนด์ย่อยทั้งสี่นั้นจะเท่ากับจำนวนจุดภาพของต้นฉบับคือ NM

การแยกภาพด้วยเวฟเล็ตในระดับต่อไปนั้นทำได้โดยใช้วิธีการดังรูปที่ 3.6(a) ทำซ้ำกับแบนด์ย่อย LL ซึ่งแต่ละขั้นตอนของการทำซ้ำนี้จะสร้างภาพที่หายาบลงและภาพรายละเอียดภาพใหม่ 3 ภาพที่สเกลนั้นด้วย รูปที่ 3.7 แสดงการต่อฟิลเตอร์เบงค์เรียงกันเพื่อทำการแยกภาพด้วยเวฟเล็ต และรูปที่ 3.1(c) แสดงการแยกภาพสีด้วยเวฟเล็ตเป็น 2 ระดับ โดยจะได้ผลลัพธ์เป็น 7 แบนด์ย่อย ซึ่งแต่ละแบนด์ย่อยก็จะสัมพันธ์กับสเกลและการทิศทางที่ต่างกัน (แบนด์ความถี่ของพื้นที่จะต่างกัน)

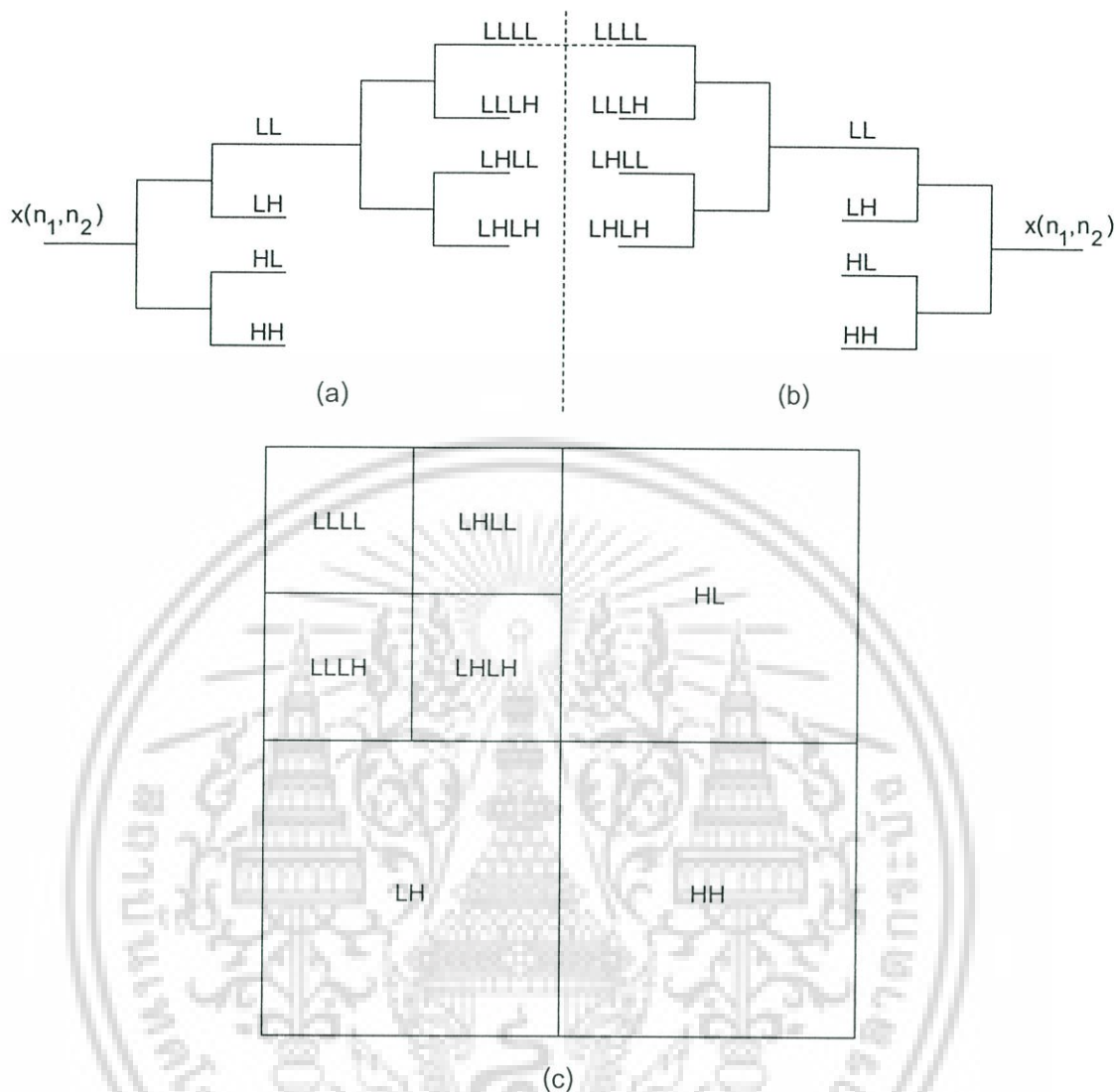
ทั้งการแยกภาพแบบลาปลาซในรูปที่ 3.1(b) และการแยกภาพด้วยเวฟเล็ตในรูปที่ 3.1(c) ต่างก็ให้ภาพที่หายาบลงและภาพรายละเอียดที่สเกลต่าง ๆ แต่การแทนภาพด้วยเวฟเล็ตมีความสมบูรณ์ และให้ข้อมูลเกี่ยวกับองค์ประกอบของภาพในพื้นที่ที่มีทิศทางแตกต่างกัน



(b)

รูปที่ 3.6 การแยกภาพขนาด $N \times M$ เป็นสี่แบนด์ย่อยที่มีขนาด $N/2 \times M/2$ (a) วิธีการพื้นฐาน
 (b) การใช้งานกับภาพลิซ่า โดยใช้ตัวกรองเวฟเล็ต 4 tap ของ Daubechies

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 การแยกภาพเป็นหลายระดับด้วยเวฟเล็ตโดยใช้ฟิลเตอร์แบงก์ที่ต่อเรียงกัน (a) การแยกภาพขาเข้า $x(n_1, n_2)$ ด้วยเวฟเล็ต (b) การสร้าง $x(n_1, n_2)$ ขึ้นใหม่จากสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต (c) ชื่อของแบนด์ย่อยที่ได้จากการแยกด้วยเวฟเล็ตเป็น 2 ระดับ

3.2.3 พื้นฐานของเวฟเล็ตแบบดิสครีต

พิจารณาการแทนสัญญาณ $x(t)$ ที่นิยามบนโดเมน Γ ตามสมการ

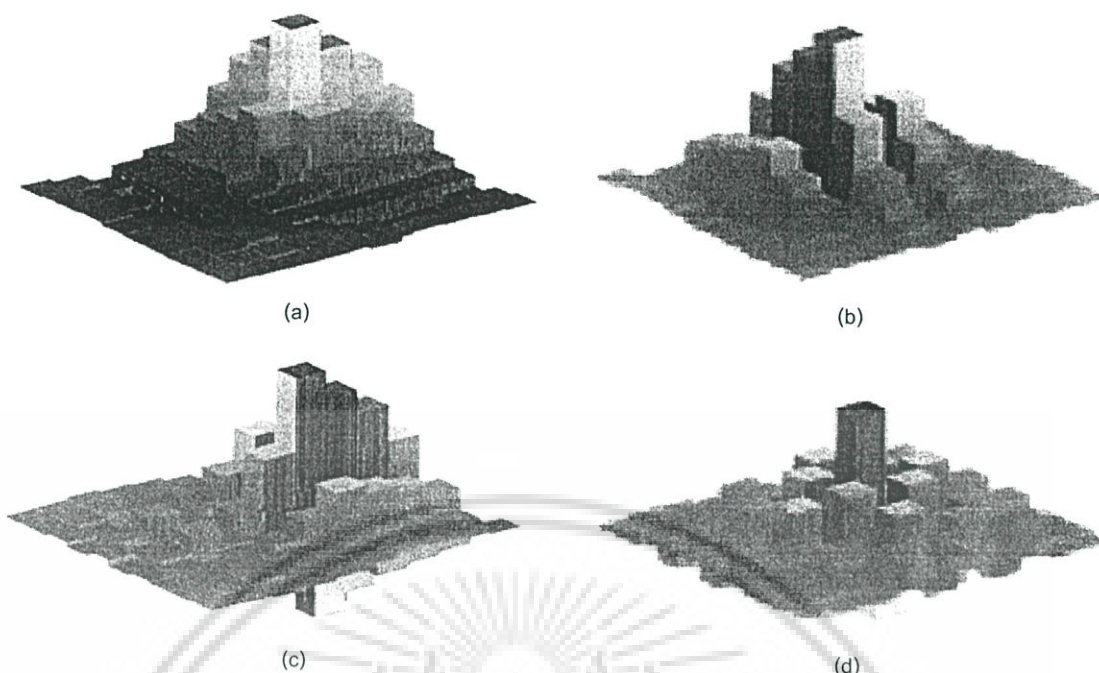
$$x(t) = \sum_k a_k \varphi_k(t), \quad t \in \Gamma \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย $\varphi_k(t)$ คือ ฟังก์ชันฐาน (Basis function) และ a_k คือสัมประสิทธิ์ของสัญญาณ $x(t)$ ตามพื้นฐาน $B = \{\varphi_k(t)\}$ ตัวอย่างที่รู้จักกันดีสำหรับการแทนสัญญาณแบบนี้คือ การขยายอนุกรมฟูเรียร์ (Fourier series expansion) ของสัญญาณมีคาบที่เป็นค่าจริง ที่มีคาบเวลา T ในกรณีที่โดเมน Γ คือ ช่วง $[0, T)$ แล้ว $\varphi_k(t)$ ก็คือฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ และ k แทนความถี่ โดยทฤษฎีอนุกรมฟูเรียร์นั้นสามารถแทนสัญญาณ $x(t)$ ได้หลายรูปแบบ

สำหรับภาพดิสครีตขนาด $N \times M$ นั้น กำหนดให้ตัวแปร t ในสมการ (3.11) เป็นจำนวนเต็ม (n_1, n_2) และโดเมนของ x คือ $\Gamma = \{0, 1, \dots, N-1\} \times \{0, 1, \dots, M-1\}$ แล้ว จะได้ว่าพื้นฐาน B จะเป็นมีคุณสมบัติเป็นดิสครีต การแยกภาพด้วยเวฟเล็ตนั้นสามารถพิจารณาให้อยู่ในรูปการแปลงเชิงเส้นของภาพต้นฉบับขนาด NM ที่มีค่า $x(t)$ ไปยังเซตของสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต a_k จำนวน NM เช่นเดียวกันกับการสังเคราะห์ภาพ $x(t)$ จากสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตซึ่งก็เป็นเชิงเส้น และ $x(t)$ จะได้จากผลรวมของสัมประสิทธิ์ที่เกี่ยวข้อง โดยสัมประสิทธิ์ที่เกี่ยวข้อง a_k นั้นได้จากการกำหนดให้สัญญาณขาเข้าทั้งหมดของฟิลเตอร์แบงด์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณเป็นศูนย์ ยกเว้นค่าที่พิจารณาซึ่งมีแอมพลิจูด a_k โดยพิจารณาตำแหน่งจากค่า k จะได้สัญญาณออกเท่ากับ a_k คูณกับผลตอบสนองต่ออิมพัลส์หนึ่งหน่วยของฟิลเตอร์แบงด์สำหรับสังเคราะห์สัญญาณที่ตำแหน่ง k จะเห็นว่าสัญญาณ $x(t)$ นั้นอยู่ในรูปของสมการ (3.11) เมื่อ $\varphi_k(t)$ คือผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ในพื้นที่ดังกล่าว

ค่า k จะสัมพันธ์กับตำแหน่งของสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในแบนด์ย่อย ซึ่งฟังก์ชันฐานแบบดิสครีต $\varphi_k(t)$ จะถูกเลื่อนตำแหน่งไปในทุกๆ ค่าของ k ในแบนด์ย่อยนั้น อย่างไรก็ตามรูปร่างของ $\varphi_k(t)$ นั้นจะขึ้นอยู่กับสเกลและทิศทางของแบนด์ย่อย รูปที่ 3.8(a)–3.8(d) แสดงฟังก์ชันฐานแบบดิสครีตของสี่แบนด์ย่อยที่หายากที่สุด โดยฟังก์ชันฐานของแบนด์ย่อย LL ดังรูปที่ 3.8(a) นั้นจะมีลักษณะเป็นโหนกขนาดใหญ่บริเวณศูนย์กลาง ขณะที่ฟังก์ชันฐานของแบนด์ย่อยอื่น (ภาพรายละเอียด) จะมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ พิจารณาฟังก์ชันฐานในแบนด์ย่อย HL และ LH จะสัมพันธ์กันโดยการหมุนไป 90° ทิศทางของฟังก์ชันฐานแบบนี้ทำให้เหมาะกับการใช้แทนสัญญาณที่มีทิศทางเดียวกัน ฟังก์ชันฐานในแบนด์ย่อยที่มีความถี่ต่ำจะเรียกว่า ฟังก์ชันการสเกลแบบดิสครีต (Discrete scaling function) ขณะที่แบนด์ย่อยที่เหลือจะเรียกว่า เวฟเล็ตแบบดิสครีต (Discrete wavelet) ขนาดของเซตสำหรับฟังก์ชันฐานนั้นได้จากความยาวของตัวกรองเวฟเล็ต และจะเพิ่มเป็นสี่เท่าเมื่อขยายไปยังสเกลถัดไป

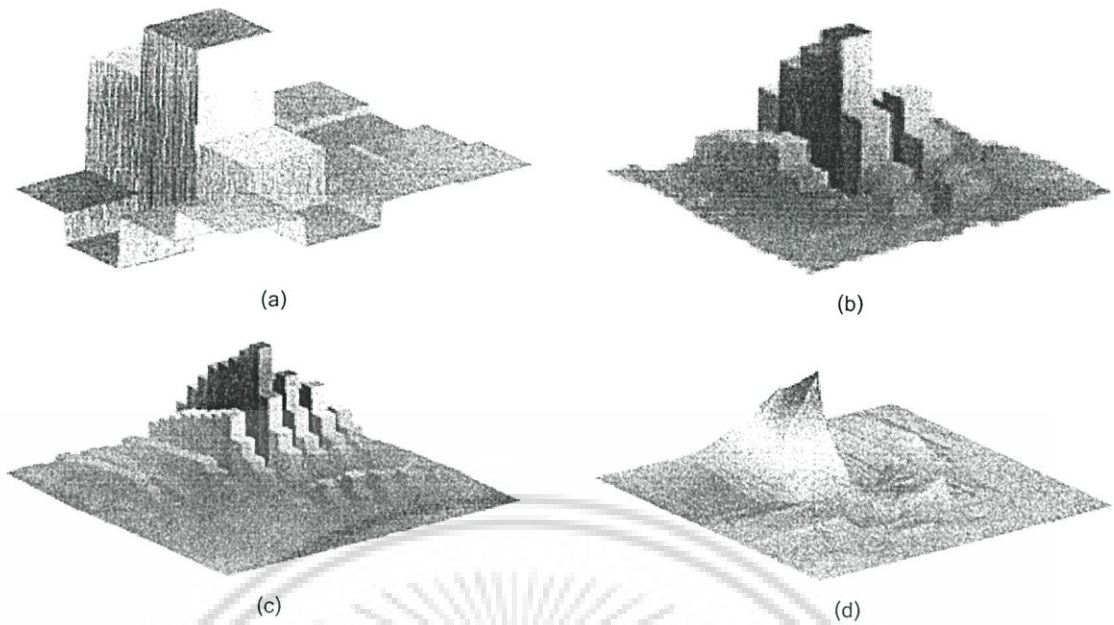


รูปที่ 3.8 ฟังก์ชันฐานสำหรับแทนภาพ (a) ฟังก์ชันการสเกลแบบดิสครีตจากแบนด์ย่อย LLLL (b)–(d) ฟังก์ชันเวฟเล็ตของแบนด์ย่อย LHLL LLLH และ LHLH ซึ่งฟังก์ชันฐานเหล่านี้สร้างจากตัวกรอง 4 tap ของ Daubechies

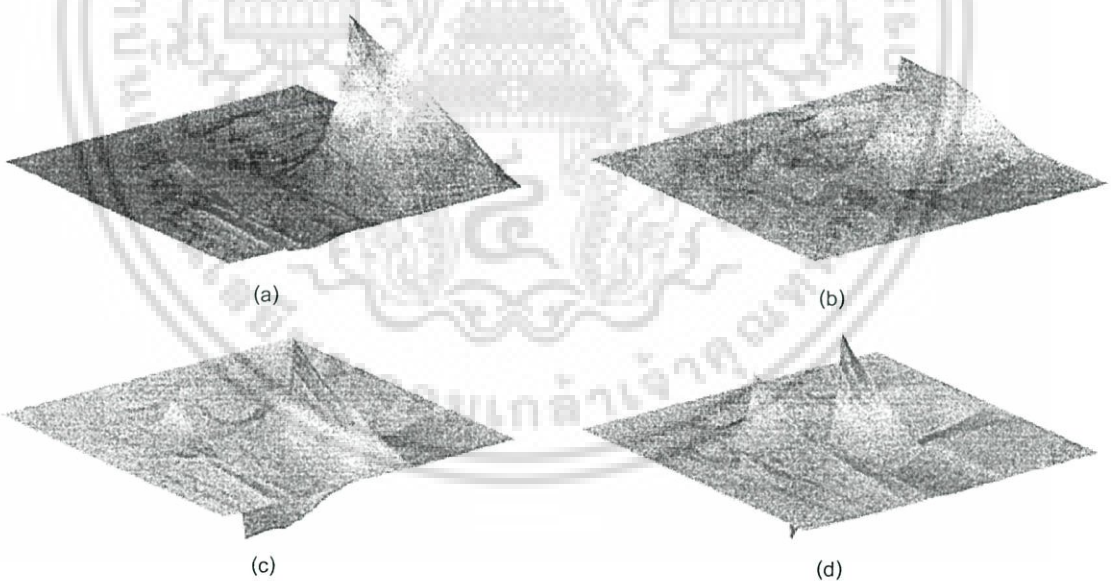
3.2.4 พื้นฐานของเวฟเล็ตแบบต่อเนื่อง

ฟังก์ชันฐานที่สัมพันธ์กับแบนด์ย่อยที่มีทิศทางเดียวกันจะมีรูปแบบที่เหมือนกัน ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 3.9 โดยรูปที่ 3.9(a)–3.9(c) แสดงฟังก์ชันฐานของสองแบนด์ย่อยในแนวตั้ง ขณะที่รูปที่ 3.9(d) นั้น รูปร่างของฟังก์ชันฐานจะลู่เข้าหาขีดจำกัดเมื่อสเกลขยายลง ลักษณะเช่นนี้จะขึ้นอยู่กับความเป็นปกติ (Regularity) ของตัวกรองเวฟเล็ตที่ใช้ หนึ่งในข้อสังเกตจากทฤษฎีเวฟเล็ตของ Daubechies คือ ภายใต้เงื่อนไขความเป็นปกติ (Regularity condition) นั้น รูปร่างของผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ของแบนด์ย่อยที่มีทิศทางเดียวกันจะลู่เข้าหาขอบเขตที่สเกลที่ขยายลง นอกจากนี้ ฟังก์ชันฐานจะมีรูปร่างดังแสดงในรูปที่ 3.10(a)–3.10(d) โดยรูปร่างของขอบเขตที่สัมพันธ์กับทิศทางในแนวตั้ง แนวนอน และแนวทแยงจะเรียกว่า เวฟเล็ต และรูปร่างของขอบเขตที่สัมพันธ์กับสเกลขยายจะเรียกว่า ฟังก์ชันการสเกล ซึ่งเวฟเล็ตทั้งสามและฟังก์ชันการสเกลจะขึ้นอยู่กับตัวกรองเวฟเล็ต $h_0(n)$ (ดังรูปที่ 3.10 ซึ่งเป็นตัวกรอง 4 tap ของ Daubechies) ฟังก์ชันทั้งสี่ในรูปที่ 3.10(a)–3.10(d) นั้นแยกกันได้และอยู่ในรูป $\phi(x)\phi(y)$, $\phi(x)\psi(y)$, $\psi(x)\phi(y)$ และ $\psi(x)\psi(y)$ เมื่อ (x, y) คือพิกัดในแนวนอนและแนวตั้ง โดย $\phi(x)$ และ $\psi(x)$ นั้นคือฟังก์ชันการสเกลในหนึ่งมิติและเวฟเล็ตในหนึ่งมิติที่สร้างจากตัวกรอง $h_0(n)$ ตามลำดับ ซึ่งฟังก์ชันทั้งสองนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 เวฟเล็ตแบบดิสครีตที่มีทิศทางในแนวตั้งใน 3 สเกลที่ต่อเนื่องกัน (a) ในแบนด์ HL (b) ในแบนด์ LHLL (c) ในแบนด์ LLHLLL (d) เวฟเล็ตแบบต่อเนื่องที่ได้จากขอบเขตของเวฟเล็ตแบบดิสครีตเมื่อสเกลหายาลง



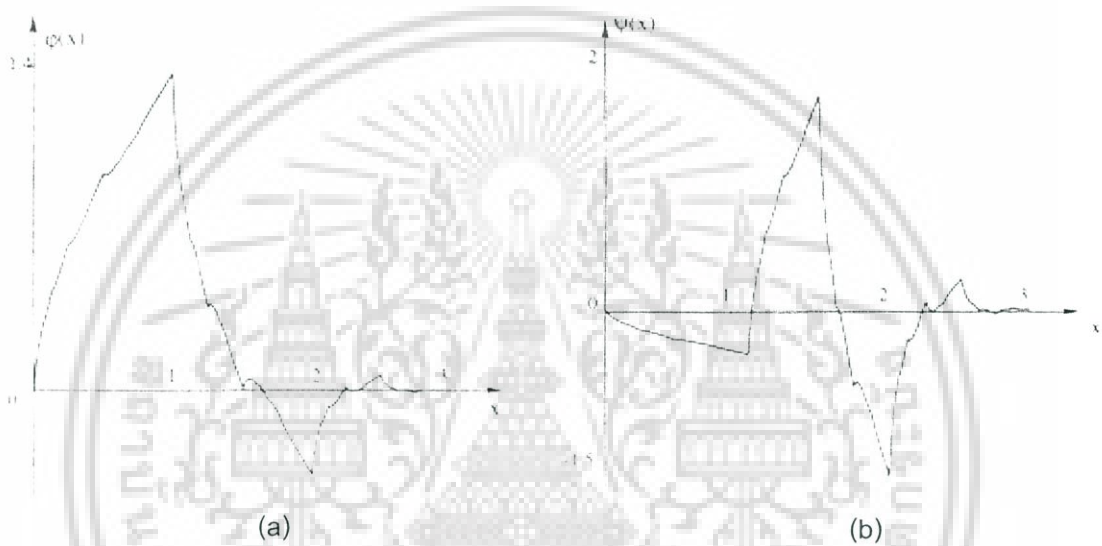
รูปที่ 3.10 ฟังก์ชันฐานสำหรับการแทนภาพด้วยเวฟเล็ต (a) ฟังก์ชันการสเกล (b)-(d) เวฟเล็ตในทิศทางแนวนอน แนวตั้ง และแนวทแยง ซึ่งฟังก์ชันทั้งสี่นี้คือ Tensor product ของฟังก์ชันการสเกลใน 1 มิติในรูปที่ 3.11 โดยเวฟเล็ตในแนวนอนถูกหมุนไป 180° เพื่อให้เห็นส่วนที่เป็นค่าลบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แสดงไว้ในรูปที่ 3.11 ขณะที่ฟังก์ชันนี้กล่าวถึงสเกลหยาบ ทฤษฎีของ Daubechies ก็ได้แสดงให้เห็นว่าความเรียบของเวฟเล็ตจะเพิ่มขึ้นด้วยจำนวนซีโร K ของ $H_0(e^{j\omega})$ ที่ $\omega = \pi$ ในกรณีนี้โมเมนต์ K ตัวแรกของเวฟเล็ต $\psi(x)$ คือ

$$\int x^k \psi(x) dx = 0, \quad 0 \leq k < K \quad (3.12)$$

เวฟเล็ตนี้จะเรียกว่าเป็นไปตามโมเมนต์ที่หายไป (K Vanishing moment)



รูปที่ 3.11 (a) ฟังก์ชันการสเกลในหนึ่งมิติ (b) เวฟเล็ตในหนึ่งมิติที่สร้างจากตัวกรองของ Daubechie

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซโลดต์กับ สัมประสิทธิ์เวฟเล็ต

สัญญาณรบกวนที่ทำกับภาพนั้นมักจะเกิดจากสัญญาณรบกวนที่ทำกับสัญญาณต้นกำเนิดภาพ หรือเป็นผลข้างเคียงจากการประมวลผลภาพบางอย่าง เช่นการบีบอัดข้อมูลภาพ ซึ่งสัญญาณรบกวนในภาพนั้นเป็นอุปสรรคที่สำคัญอย่างหนึ่งในการนำภาพไปใช้งาน เพื่อจะเพิ่มคุณภาพให้กับภาพก่อนจะนำไปใช้งานนั้น การกำจัดสัญญาณรบกวนจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญและจำเป็นอย่างมากในการประมวลผลภาพ

4.1 วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซโลดต์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต

วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในโดเมนเวฟเล็ต [8] นั้นได้รับการพัฒนาโดย Donoho [9] โดยพิจารณาสัญญาณรบกวนที่มีการแจกแจงแบบเกาส์และอยู่ในรูปการบวกกับสัญญาณ สมมุติว่าต้องการกู้สัญญาณในหนึ่งมิติ f จากสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนที่ได้รับ g โดยที่

$$g(n) = f(n) + q(n) \quad (4.1)$$

สำหรับ $n = 0, 1, \dots, N-1$ เมื่อ q คือสัญญาณรบกวนในรูปการบวก วิธีการนี้พยายามจะกำจัดสัญญาณรบกวนโดยการลดค่าหรือการทำเทรซโลดต์ในโดเมนเวฟเล็ต ผลที่ได้จากวิธีการนี้หรือสัญญาณประมาณของ f นั้นจะอยู่ในรูป

$$\hat{f} = W^{-1}T_\lambda W(g) \quad (4.2)$$

เมื่อตัวดำเนินการ W และ W^{-1} คือการแปลงและการแปลงกลับเวฟเล็ตแบบดิสครีตตามลำดับ และ T_λ คือการทำเทรซโลดต์ด้วยค่าเทรซโลดต์ λ ในโดเมนเวฟเล็ต วิธีการนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.1

แนวคิดหลักของการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซโลดต์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต คือ การแทนสัญญาณด้วยเวฟเล็ตนั้นสามารถแยกสัญญาณและสัญญาณรบกวนออกจากกัน โดยการแปลงเวฟเล็ตจะรวบรวมพลังงานของสัญญาณไว้กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตจำนวนไม่มากที่มีค่าแอมพลิจูดสูง และจะกระจายพลังงานของสัญญาณรบกวนไปยังสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตจำนวนมากที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีค่าแอมพลิจูดต่ำ ดังนั้น การทำเทรซอลด์จะลดพลังงานของสัญญาณรบกวนโดยจะกำจัด สัมประสิทธิ์ที่มีค่าน้อยเหล่านี้ โดยที่เก็บพลังงานของสัญญาณไว้ด้วยการพยายามไม่เปลี่ยนแปลง ค่าของสัมประสิทธิ์ที่มีค่ามาก



รูปที่ 4.1 บล็อกไดอะแกรมแสดงการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซอลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต

เนื่องจากการทำเทรซอลด์เป็นตัวดำเนินการที่ไม่เป็นเชิงเส้น การลดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีนี้จึงเป็นกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้น

สำหรับการเลือกใช้ค่าเทรซอลด์นั้น ถ้าค่าเทรซอลด์มีค่ามากเกินไป การทำเทรซอลด์จะกำจัดพลังงานของสัญญาณไปเป็นจำนวนมากด้วยเท่ากับเป็นการทำให้สัญญาณเรียบเกินไป (Oversmoothing) แต่ถ้าค่าเทรซอลด์ที่ใช้มีค่าน้อยเกินไป ก็จะทำให้สัญญาณรบกวนจำนวนหนึ่งไม่ได้ถูกกำจัดไปด้วย

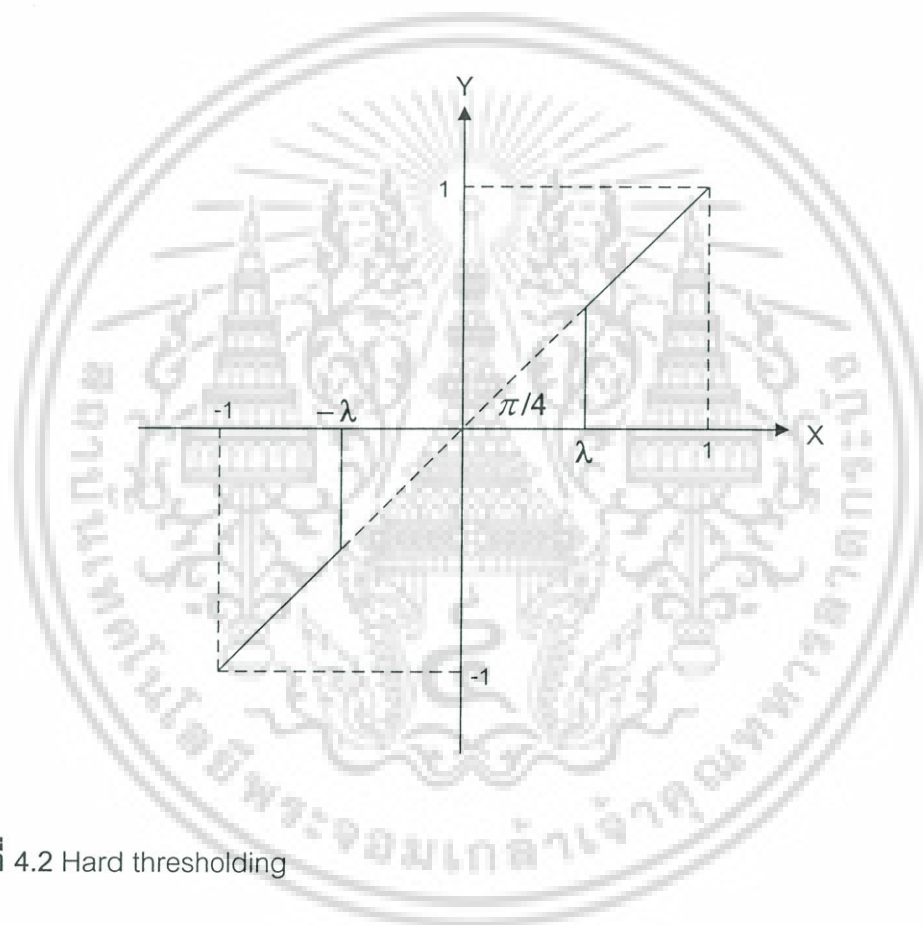
4.2 วิธีการทำเทรโซลด์

การทำเทรโซลด์นั้นมีหลักการพื้นฐานอยู่ 2 แบบ คือ

4.2.1 Hard thresholding

สำหรับฟังก์ชันที่กำหนดให้ $p(x)$ วิธีการนี้สามารถนิยามได้โดย

$$(T_\lambda p)(x) = \begin{cases} p(x) & \text{if } |p(x)| > \lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3)$$



รูปที่ 4.2 Hard thresholding

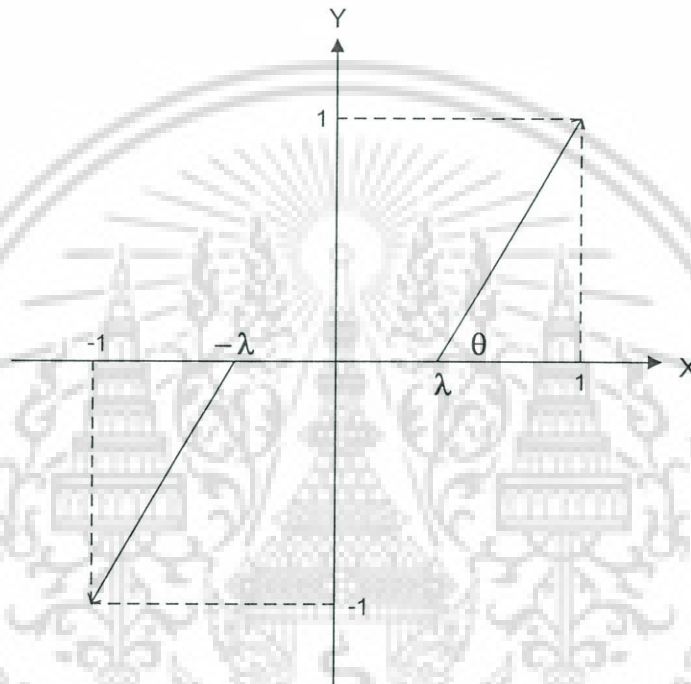
Hard thresholding จะทำการกำจัดสัญญาณที่มีค่าต่ำกว่าค่าเทรโซลด์ และคงสัญญาณที่มีค่าสูงกว่าค่าเทรโซลด์ไว้ดังเดิม พิจารณาฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรงผ่านจุดกำเนิดและทำมุม 45 องศากับแกน X เมื่อนำมาทำ Hard thresholding กับค่าเทรโซลด์ λ บนแกน X จะได้ผลดังรูปที่ 4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 Soft thresholding

นิยามโดย

$$(T_\lambda p)(x) = \begin{cases} p(x) - \lambda & \text{if } |p(x)| > \lambda \\ p(x) + \lambda & \text{if } |p(x)| < -\lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.4)$$



รูปที่ 4.3 Soft thresholding

สำหรับ Soft thresholding นั้นจะทำการลดระดับสัญญาณทุกค่าด้วยค่าเทรชโลดต์ค่าเดียวกัน ทำให้สัญญาณที่มีค่าต่ำกว่าค่าเทรชโลดต์ถูกกำจัดไปเช่นเดียวกับ Hard thresholding ในขณะที่สัญญาณที่มีค่าสูงกว่าค่าเทรชโลดต์จะถูกลดทอนลงด้วยค่าเทรชโลดต์ พิจารณาฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรงผ่านจุดกำเนิดและทำมุม 45 องศากับแกน X เมื่อนำมาทำ Soft thresholding กับค่าเทรชโลดต์ λ บนแกน X จะได้ผลดังรูปที่ 4.3

เมื่อใช้ Hard thresholding กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตเพื่อกำจัดสัญญาณรบกวน จะพบว่าสัญญาณรบกวนที่อยู่ในสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตที่มีค่าสูงกว่าค่าเทรชโลดต์นั้นไม่ได้ถูกกำจัดไป แต่ Soft thresholding ซึ่งลดทอนสัญญาณทั้งหมดด้วยค่าเทรชโลดต์นั้นสอดคล้องกับหลักการของการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโลดต์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตซึ่งพิจารณาว่า สัญญาณรบกวนมีการเอกสเรชั่นเป็นเอกสเรชั่นที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระจายสม่ำเสมอกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต Soft thresholding จึงเป็นวิธีการที่ได้รับความนิยมมากกว่า

4.3 วิธีวิเคราะห์ผลของการกำจัดสัญญาณรบกวน

สำหรับการวิเคราะห์ผลของกระบวนการกำจัดสัญญาณรบกวนนั้น [2] นิยมเปรียบเทียบความแตกต่างของภาพโดยใช้การคำนวณค่าอัตราส่วนสัญญาณสูงสุดต่อสัญญาณรบกวน (Peak signal-to-noise ratio: PSNR) โดยคำนวณจากสมการ

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\max^2}{MSE} \right) \quad (4.5)$$

เมื่อ MSE (Mean-squared error) คำนวณได้จาก

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [f(m,n) - \tilde{f}(m,n)]^2 \quad (4.6)$$

โดยที่ $f(m,n)$ และ $\tilde{f}(m,n)$ คือค่าของจุดภาพที่จุด (m,n) ของภาพต้นฉบับและภาพที่นำมาเปรียบเทียบตามลำดับ $M \times N$ คือขนาดของภาพทั้งสอง และ \max คือค่าสูงสุดของภาพทั้งสอง ในกรณีที่เป็นภาพ Grayscale ขนาด 8 บิต ซึ่งมี 256 ระดับ 0-255 นั้น ค่าสูงสุดคือ 255

บทที่ 5

การตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต

ขอบวัตถุของรูปร่างต่างๆ ในภาพเป็นคุณสมบัติที่สำคัญมากในการจดจำรูปแบบ ดังจะเห็นได้จากการที่มนุษย์จะจดจำวัตถุจากโครงร่างที่ได้จากเส้นแสดงรูปร่างของวัตถุ โดยที่ขอบวัตถุนั้นสามารถนิยามได้จากจุดที่ความเข้มในภาพมีการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจน ซึ่งหากพิจารณาอย่างลึกซึ้งแล้วจะเห็นได้ว่านิยามนี้ยังไม่ถูกต้องทีเดียว เช่น เท็กเจอร์ (Texture) ในภาพที่มีความเข้มเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนมักจะไม่นับพิจารณาเป็นขอบวัตถุ ตัวอย่างการมองกำแพงอิฐที่อาจจะพิจารณาให้ขอบวัตถุคือเส้นขอบของตัวกำแพง ขณะที่ก้อนอิฐนั้นเป็นเท็กเจอร์ หรืออาจจะรวมเอาเส้นขอบของก้อนอิฐให้เป็นขอบวัตถุ และพิจารณาพื้นผิวของอิฐเป็นเท็กเจอร์ก็ได้ ดังนั้น การพิจารณาขอบวัตถุและเท็กเจอร์จึงขึ้นอยู่กับสเกลที่ทำการวิเคราะห์ ด้วยเหตุนี้ทำให้นักวิจัยด้านระบบภาพคอมพิวเตอร์จำนวนมากพยายามพัฒนาวิธีการตรวจหาการเปลี่ยนแปลงที่ชัดเจนนี้ในหลายสเกล

5.1 การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Sobel

จากการที่แคลคูลัสนั้นอธิบายการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันต่อเนื่องในหนึ่งมิติด้วยอนุพันธ์ในกรณีของภาพซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อยู่บนพิกัดซึ่งมีสองตัวแปร การหาอนุพันธ์ย่อยจึงเป็นตัวดำเนินการที่ใช้ในการหาขอบวัตถุในภาพ โดยที่การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันภาพสามารถอธิบายได้ด้วยเกรเดียนต์เวกเตอร์ (Gradient Vector) ที่ชี้ในทิศทางที่มีการเพิ่มขึ้นมากที่สุดของฟังก์ชันภาพ ดังสมการ

$$\vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Sobel นั้นเป็นการใช้ตัวดำเนินการของ Sobel สำหรับหาเกรเดียนต์เวกเตอร์ในภาพ โดยองค์ประกอบของเกรเดียนต์เวกเตอร์สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$g(x, y) = \sum_{(m, n) \in O} h(x - m, y - n) f(m, n) \quad (5.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งสมการนี้ก็คือการทำคอนโวลูชันแบบดิสครีตระหว่างฟังก์ชันภาพ $f(x,y)$ กับ คอนโวลูชันมาสก์ (Convolution mask) $h(x,y)$ โดยที่ o คือจุดภาพข้างเคียงที่นำมาใช้ในการคำนวณตามคอนโวลูชันมาสก์ และคอนโวลูชันมาสก์ที่เป็นตัวดำเนินการของ Sobel สำหรับคำนวณองค์ประกอบเกรเดียนต์เวกเตอร์ $\frac{df}{dx}$ และ $\frac{df}{dy}$ คือ h_1 และ h_2 ตามลำดับ

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

จากเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่คำนวณได้นี้ จะนำไปใช้ในการพิจารณาจุดภาพที่เป็นขอบวัตถุ จากขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่มากกว่าค่าเทรชโอล์ดที่กำหนด และทิศทางของเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่แสดงว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงที่มีค่ามากที่สุดกับจุดภาพที่พิจารณา

5.2 การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Canny

Canny ได้เสนอวิธีการตรวจหาขอบวัตถุ [10] ซึ่งสัมพันธ์กับเงื่อนไข 3 ประการ คือ

1. เงื่อนไขในการตรวจหา (Detection criteria) โดยเน้นว่าต้องไม่พลาดขอบวัตถุที่สำคัญและไม่มีการตรวจหาผิดจากการตอบสนองปลอม
2. เงื่อนไขของการระบุตำแหน่ง (Localization criteria) โดยระยะระหว่างตำแหน่งจริงและตำแหน่งของขอบวัตถุที่หาได้ต้องน้อยที่สุด
3. เงื่อนไขการตอบสนองเดียว (One response criteria) โดยทำให้การตอบสนองจากหลายตำแหน่งกับขอบวัตถุตำแหน่งเดียวมีจำนวนน้อยที่สุด

วิธีการตรวจหาขอบวัตถุของ Canny นั้นมีแนวคิดพื้นฐานหลายอย่าง คือ

1. การตรวจหาขอบวัตถุที่ใช้กับสัญญาณในหนึ่งมิติตามเงื่อนไขสองข้อแรกนั้น วิธีที่ได้คือการใช้แคลคูลัสที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง
2. ถ้าเพิ่มเงื่อนไขที่สามเข้าไป วิธีที่ได้คือ การคำนวณเชิงตัวเลขที่มีการปรับค่าให้เหมาะสม ซึ่งตัวกรองที่ได้นั้นสามารถประมาณได้โดยมีความผิดพลาดต่ำกว่า 20% โดยการหาอนุพันธ์ของตัวกรองสำหรับทำให้เรียบแบบเกาส์ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ
3. เมื่อพิจารณาการตรวจหาขอบวัตถุในสองมิติ จะพบว่าขอบวัตถุนั้นจะได้จากการหาตำแหน่ง ทิศทาง และขนาดหรือความแรงของขอบวัตถุนั้น ซึ่งสามารถแสดงให้เห็นได้ว่าการคอน-

โวลูชันระหว่างภาพกับฟังก์ชันเกาส์ในสองมิติที่สมมาตร และนำไปหาอนุพันธ์ในทิศทางของ เกรเดียนต์เวกเตอร์นั้นสามารถสร้างตัวดำเนินการที่ง่ายและมีทิศทางที่ถูกต้อง

ให้ G แทนฟังก์ชันเกาส์ในสองมิติที่แสดงได้ด้วยสมการ

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \quad (5.4)$$

สมมติว่าต้องการคอนโวลูชันภาพกับตัวดำเนินการ G_n ที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ G ในทิศทาง n โดย

$$G_n = \frac{\partial G}{\partial n} = n \cdot \nabla G \quad (5.5)$$

ทิศทาง n ควรจะมีทิศทางตั้งฉากกับขอบวัตถุ แม้จะยังไม่สามารถหาทิศทางนี้ได้ แต่ก็สามารถใช้การประมาณจากทิศทางของเกรเดียนต์ที่ทำให้เรียบแล้ว ถ้า f แทนฟังก์ชันภาพแล้ว ค่าปกติของขอบวัตถุ n จะประมาณได้จาก

$$n = \frac{\nabla(G * f)}{|\nabla(G * f)|} \quad (5.6)$$

ตำแหน่งของขอบวัตถุนั้นเป็นตำแหน่งที่ให้ค่าสูงสุดในบริเวณที่พิจารณาของฟังก์ชันภาพ f ที่คอนโวลูชันกับตัวดำเนินการ G_n ในทิศทาง n ซึ่งแสดงได้โดย

$$\frac{\partial}{\partial n} G_n * f = 0 \quad (5.7)$$

แทนค่า G_n จากสมการ (5.5) ลงในสมการ (5.7) จะได้

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} G * f = 0 \quad (5.8)$$

สมการ (5.8) นี้แสดงวิธีการหาค่ามากที่สุดในบริเวณที่พิจารณาที่ทิศทางที่ตั้งฉากกับขอบวัตถุ ซึ่งมักจะเรียกว่าเป็นวิธีการกำจัดค่าที่ไม่ใช่ค่าสูงที่สุด (Non-maximal suppression)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการที่คอนโวลูชันและการหาอนุพันธ์เป็นตัวดำเนินการที่สัมพันธ์กันตามสมการ (5.8) นั้น สามารถที่จะทำการคอนโวลูชันภาพ f กับฟังก์ชันเกาส์ที่สมมาตร G จากนั้นจึงคำนวณอนุพันธ์อันดับสองแบบมีทิศทางโดยใช้การประมาณทิศทางของ n โดยคำนวณจากสมการ (5.6) ขนาดความแรงของขอบวัตถุ (ขนาดเกรเดียนต์ของฟังก์ชันความเข้มของภาพ f) วัดได้จาก

$$|G_n * f| = |\nabla(G * f)| \quad (5.9)$$

4. การตอบสนองปลอมกับขอบวัตถุที่มีเพียงตำแหน่งเดียวซึ่งเกิดจากสัญญาณรบกวน มักจะทำให้เกิดปัญหา Streaking ที่พบทั่วไปในการตรวจหาขอบวัตถุ เนื่องจากผลที่ได้จากการตรวจหาขอบวัตถุจะนำมาผ่านการทำเทรโซลด์เพื่อเลือกขอบวัตถุที่มีความสำคัญและ Streaking ที่หมายถึงการขาดหายของเส้นขอบวัตถุจะเกิดจากค่าที่ขึ้นๆ ลงๆ อยู่ระหว่างค่าเทรโซลด์ ซึ่ง Streaking นี้สามารถกำจัดได้ด้วยการทำ Hysteresis thresholding ถ้าขอบวัตถุที่ตอบสนองสูงกว่าค่าเทรโซลด์บน จุดภาพเหล่านั้นก็ผ่านการพิจารณาเป็นขอบวัตถุของการตรวจหาขอบวัตถุอย่างแน่นอน สำหรับการตอบสนองค่าน้อยๆ อันเนื่องมาจากสัญญาณรบกวน แต่จุดเหล่านี้เชื่อมต่อกับจุดภาพที่มีการตอบสนองแรงก็ควรจะพิจารณาเป็นขอบวัตถุจริงในภาพ ซึ่งจุดภาพที่เชื่อมต่อกันนี้จะพิจารณาให้เป็นขอบวัตถุถ้าการตอบสนองอยู่เหนือค่าเทรโซลด์ล่าง โดยที่ทั้งค่าเทรโซลด์บนและค่าเทรโซลด์ล่างจะถูกกำหนดตามอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ประมาณได้

5. สเกลที่เหมาะสมสำหรับตัวดำเนินการนั้นขึ้นอยู่กับวัตถุในภาพ ซึ่งสามารถหาได้โดยการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลและรวบรวมข้อมูลจากสเกลเหล่านั้น การเปลี่ยนสเกลตามวิธีของ Canny นั้นทำได้โดยการเปลี่ยนค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ของฟังก์ชันเกาส์ ซึ่งอาจจะพบว่ามีหลายสเกลที่ให้การตอบสนองที่ดีกับขอบวัตถุ ซึ่งในกรณีนี้จะเลือกตัวดำเนินการที่มีสเกลเล็กที่สุดที่ให้ตำแหน่งของขอบวัตถุดีที่สุด Canny ได้เสนอวิธีการสังเคราะห์คุณสมบัติ (Feature synthesis) โดยขอบวัตถุที่สำคัญจากตัวดำเนินการที่สเกลเล็กที่สุดจะถูกบันทึกไว้ก่อน และใช้ในการสร้างขอบวัตถุจากการสมมุติให้ σ มีค่ามากขึ้น จากนั้นการตอบสนองของขอบวัตถุที่สร้างขึ้นจะนำมาใช้เปรียบเทียบกับขอบวัตถุจริง ขอบวัตถุที่เพิ่มขึ้นจะถูกบันทึกไว้ถ้ามีการตอบสนองที่มากกว่าค่าประมาณที่สร้างขึ้นอย่างชัดเจน

5.3 หลักการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต

การตรวจหาขอบวัตถุโดยวิธีของ Canny นั้นจะตรวจหาจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนในภาพ $f(x, y)$ โดยการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของเกรเดียนต์เวกเตอร์ของภาพดังสมการ (5.1)

อนุพันธ์ย่อยของ f ในทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\vec{n} = (a, b)$ ในระนาบ (x, y) ที่คำนวณจากผลคูณภายในของเกรเดียนต์เวกเตอร์ แสดงได้ด้วย

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{n}} = \vec{\nabla} f \cdot \vec{n} = \frac{\partial f}{\partial x} a + \frac{\partial f}{\partial y} b \quad (5.10)$$

ค่าสัมบูรณ์ของอนุพันธ์ย่อยนี้จะมีค่ามากที่สุด ถ้า \vec{n} อยู่ในทิศทางเดียวกันกับ $\vec{\nabla} f$ ซึ่งแสดงว่า $\vec{\nabla} f$ นั้นขนานกับทิศทางของการเปลี่ยนแปลงที่มากที่สุดของพื้นผิว $f(x, y)$

นิยามให้จุด (x_0, y_0) เป็นขอบวัตถุ ถ้าสัมประสิทธิ์ของ $\vec{\nabla} f(x, y)$ มีค่าสูงสุดในบริเวณนั้นที่จุด (x_0, y_0) เมื่อ (x, y) มีการเปลี่ยนแปลงในหนึ่งมิติเมื่อเทียบกับตำแหน่งข้างเคียงของ (x_0, y_0) ซึ่งขนานกับ $\vec{\nabla} f(x_0, y_0)$ หมายความว่าแอมพลิจูดของอนุพันธ์ย่อยของ f มีค่าสูงสุดในบริเวณนั้นที่ (x_0, y_0) ขอบวัตถุเหล่านี้เป็นจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงของ f

การตรวจหาขอบวัตถุที่พิจารณาในหลายสเกลนี้ [11] ใช้การทำให้พื้นผิวเรียบด้วยคอนโวลูชันเคอร์เนล (Convolution kernel) θ ที่ถูกย่อขยาย ซึ่งคำนวณจากเวฟเล็ตสองตัวที่เป็นอนุพันธ์ย่อยของ θ

$$\psi^1 = -\frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{และ} \quad \psi^2 = -\frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (5.11)$$

สเกลจะเปลี่ยนแปลงตามลำดับ Dyadic $\{2^j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ จนถึงขอบเขตการคำนวณและการเก็บข้อมูล สำหรับ $1 \leq k \leq 2$ นิยามให้

$$\psi_{2^j}^k(x, y) = \frac{1}{2^j} \psi^k\left(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j}\right) \quad \text{และ} \quad \bar{\psi}_{2^j}^k(x, y) = \psi_{2^j}^k(-x, -y) \quad (5.12)$$

ดัชนี $1 \leq k \leq 2$ นั้นใช้ในทั้งสองทิศทาง และการแปลงเวฟเล็ตแบบ Dyadic ของ $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ จะเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$W^k f(u, v, 2^j) = \left\langle f(x, y), \psi_{2^j}^k(x-u, y-v) \right\rangle = f * \bar{\psi}_{2^j}^k(u, v) \quad (5.13)$$

กำหนดให้

$$\theta_{2^j}(x, y) = \frac{1}{2^j} \theta\left(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j}\right) \quad \text{และ} \quad \bar{\theta}_{2^j}(x, y) = \theta_{2^j}(-x, -y) \quad (5.14)$$

เวฟเล็ตที่ถูกย่อขยายแล้วทั้งสอง สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\bar{\psi}_{2^j}^1 = 2^j \frac{\partial \bar{\theta}_{2^j}}{\partial x} \quad \text{และ} \quad \bar{\psi}_{2^j}^2 = 2^j \frac{\partial \bar{\theta}_{2^j}}{\partial y} \quad (5.15)$$

ดังนั้นสามารถพิสูจน์ได้จากสมการ (5.13) ว่าองค์ประกอบที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตนั้น แปรผันตรงตามพิกัดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ของ f ที่ทำให้เรียกด้วย $\bar{\theta}_{2^j}$

$$\begin{pmatrix} W^1 f(u, v, 2^j) \\ W^2 f(u, v, 2^j) \end{pmatrix} = 2^j \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial u} (f * \bar{\theta}_{2^j})(u, v) \\ \frac{\partial}{\partial v} (f * \bar{\theta}_{2^j})(u, v) \end{pmatrix} = 2^j \nabla (f * \bar{\theta}_{2^j})(u, v) \quad (5.16)$$

สัมประสิทธิ์ของเกรเดียนต์เวกเตอร์นี้แปรผันตรงตามสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต

$$Mf(u, v, 2^j) = \sqrt{|W^1 f(u, v, 2^j)|^2 + |W^2 f(u, v, 2^j)|^2} \quad (5.17)$$

และมุมของเกรเดียนต์เวกเตอร์จะเท่ากับมุม $Af(u, v, 2^j)$ ของเวกเตอร์ของการแปลงเวฟเล็ตจากสมการ (5.16) ในพิกัด (x, y) ซึ่งแสดงได้ด้วยสมการ

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{W^2 f(u, v, 2^j)}{W^1 f(u, v, 2^j)} \right) \quad (5.18)$$

ดังนั้น

$$Af(u, v, 2^j) = \begin{cases} \alpha & \text{if } W^1 f(u, v, 2^j) \geq 0 \\ \pi - \alpha & \text{if } W^1 f(u, v, 2^j) < 0 \end{cases} \quad (5.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขอบวัตถุในหลายสเกลคือจุด (u_0, v_0) ที่ $Mf(u, v, 2^j)$ มีค่ามากที่สุดภายในบริเวณนั้นเมื่อพิจารณาจากจุดข้างเคียงในหนึ่งมิติของ (u_0, v_0) ในทิศทางของมุมที่ได้จาก $Af(u, v, 2^j)$ ซึ่งจุดเหล่านี้เรียกว่า สัมประสิทธิ์ค่ามากที่สุดของการแปลงเวฟเล็ต (Wavelet transform modulus maxima) ในรูปที่ 5.1 นั้นสัมประสิทธิ์ค่ามากที่สุดของการแปลงเวฟเล็ตจะอยู่รอบๆ เส้นขอบของวงกลม

ขอบวัตถุนั้นจะกระจายตามเส้นต่างๆ ในภาพซึ่งมักจะสัมพันธ์กับรอยต่อของส่วนที่มีความสำคัญ การที่จะได้เส้นขอบวัตถุนั้น สัมประสิทธิ์ค่ามากที่สุดของการแปลงเวฟเล็ตจะต้องเป็นแนวเดียวกัน จากการที่เกรเดียนต์เวกเตอร์ชี้ทิศทางของการเปลี่ยนแปลงที่มากที่สุดของระนาบความเข้ม มุม $Af(u, v, 2^j)$ จึงเกือบจะตั้งฉากกับค่าแทนเจนต์ของเส้นขอบวัตถุของ $f * \bar{\theta}_{2^j}$ ที่ผ่านจุด (u, v)

5.4 วิธีการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกลด้วยเวฟเล็ต

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำการแปลงเวฟเล็ตเพื่อหาขอบวัตถุในหลายสเกลที่เสนอโดย Mallat [11] มาใช้ในการแปลงเวฟเล็ตสำหรับการกำจัดสัญญาณรบกวนและการหาขอบวัตถุในภาพ เนื้อหาในส่วนนี้จึงนำเสนอการพิสูจน์เวฟเล็ตในรูปแบบนี้สำหรับภาพ และการนำไปใช้จริงด้วยการคำนวณเชิงตัวเลข

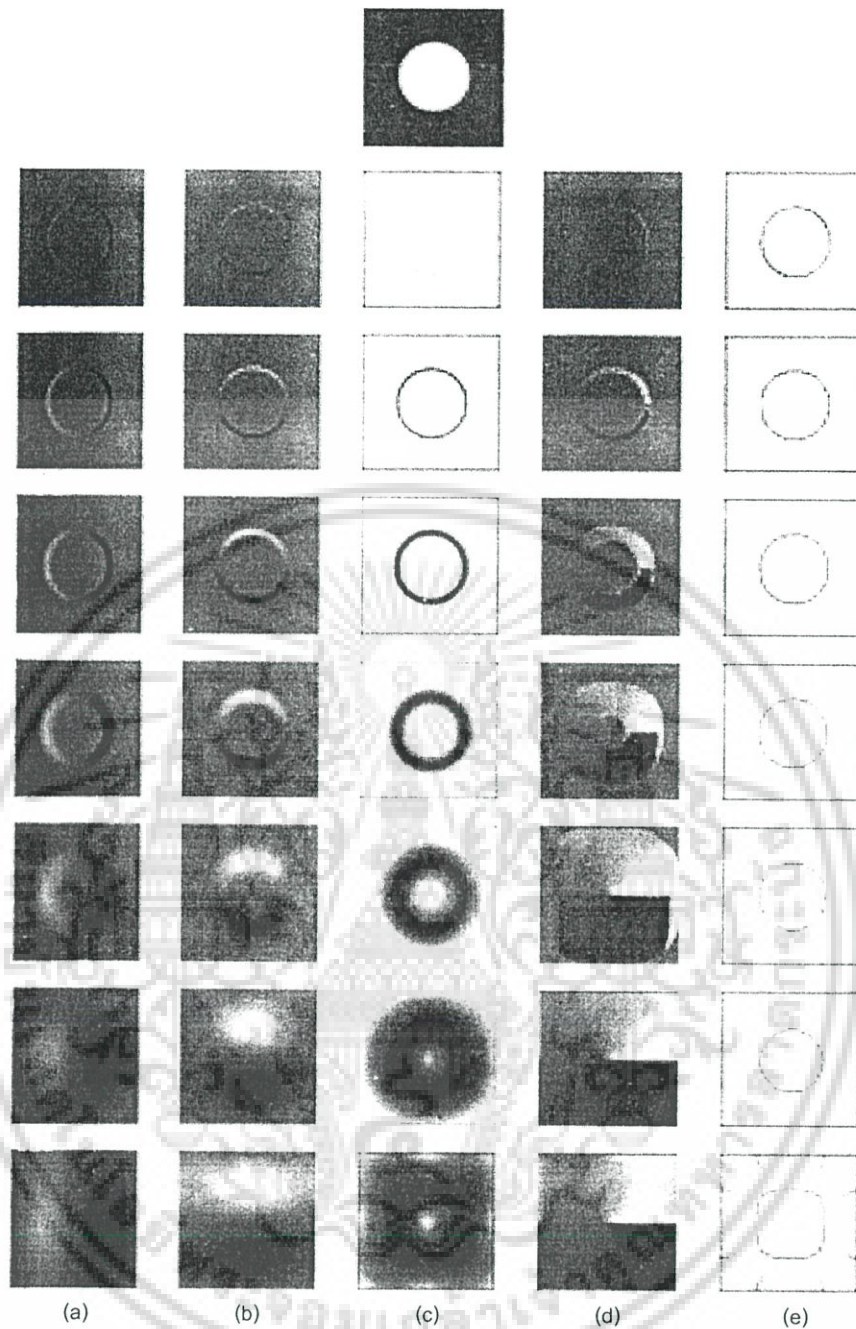
การแปลงเวฟเล็ตแบบนี้สำหรับสัญญาณในสองมิตินั้นใช้เวฟเล็ต 2 ตัว คือ $\psi^1(x, y)$ และ $\psi^2(x, y)$ ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของตัวแปร x และ y โดยให้ $\psi(x)$ เป็นเวฟเล็ตในหนึ่งมิติที่สามารถกำหนดการแปลงฟูเรียร์ให้อยู่ในรูป

$$\hat{\psi}(2\omega) = e^{-i\omega\omega} G(\omega)\hat{\phi}_0(\omega) \quad (5.20)$$

$$\text{โดยที่} \quad \hat{\phi}_0(\omega) = e^{-i\omega\omega} \prod_{p=1}^{+\infty} H(2^{-p}\omega) \quad (5.21)$$

กำหนดให้

$$\psi^1(x, y) = \psi(x)2\phi_0(2y) \quad \text{และ} \quad \psi^2(x, y) = 2\phi_0(2x)\psi(y) \quad (5.22)$$



รูปที่ 5.1 ภาพต้นฉบับที่อยู่บนสุดมีขนาด $N^2 = 128^2$ (a) การแปลงเวฟเล็ตในแนวนอนด้วยสเกล 2^j เพิ่มขึ้นจากด้านบนไปยังด้านล่าง $\{W^1 f(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ โดยสีดำ สีเทา และสีขาวเป็นไปตามค่าลบ ศูนย์ และค่าบวก (b) ในแนวนอน $\{W^2 f(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ (c) สัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต $\{Mf(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ โดยสีขาวและดำเป็นไปตามค่าศูนย์ และค่าแอมพลิจูดที่มากขึ้น (d) มุม $\{Af(u,v,2^j)\}_{1 \leq j \leq 7}$ ที่จุดที่ค่าสัมประสิทธิ์ไม่เป็นศูนย์ (e) จุดที่สัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตมีค่ามากที่สุดแสดงด้วยสีดำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก $\psi(x) = \frac{d\theta(x)}{dx}$ เวก์เลตทั้งสองนี้จึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\psi^1(x,y) = \frac{\partial \theta^1(x,y)}{\partial x} \quad \text{และ} \quad \psi^2(x,y) = \frac{\partial \theta^2(x,y)}{\partial y} \quad (5.23)$$

$$\text{โดยที่} \quad \theta^1(x,y) = \theta(x)2\phi_0(2y) \quad \text{และ} \quad \theta^2(x,y) = 2\phi_0(2x)\theta(y) \quad (5.24)$$

วิธีการแปลงเวก์เลตแบบดิครีตที่รวดเร็วนั้นไม่สามารถกำหนดให้ $\theta^1(x,y) = \theta^2(x,y)$ อย่างไรก็ตาม ฟังก์ชัน $\theta^1(x,y)$ และ $\theta^2(x,y)$ ในการคำนวณเชิงตัวเลขนั้นก็มีความใกล้เคียงกันมาก จึงสามารถพิจารณาให้เป็นฟังก์ชันเดี่ยว $\theta(x,y)$ ในการประมาณขั้นแรก สมการ (5.20) และ (5.22) นั้นแสดงให้เห็นว่าการแปลงฟูเรียร์ของเวก์เลต $\psi^1(x,y)$ และ $\psi^2(x,y)$ ได้จาก

$$\psi^1(2\omega_x, 2\omega_y) = e^{-i\omega\omega_x} G(\omega_x) \dot{\phi}_0(\omega_x) \dot{\phi}_0(\omega_y) \quad (5.25)$$

$$\psi^2(2\omega_x, 2\omega_y) = \dot{\phi}_0(\omega_x) e^{-i\omega\omega_y} G(\omega_y) \dot{\phi}_0(\omega_y) \quad (5.26)$$

ซึ่งสามารถนิยามฟังก์ชันการสเกล $\phi(x,y)$ ได้ว่า

$$\phi(x,y) = \phi_0(x)\phi_0(y) \quad (5.27)$$

กำหนดให้

$$\hat{X}^1(2\omega_x, 2\omega_y) = e^{i\omega\omega_x} K(\omega_x)L(\omega_y) \dot{\phi}(\omega_x)\dot{\phi}(\omega_y) \quad (5.28)$$

$$\hat{X}^2(2\omega_x, 2\omega_y) = e^{i\omega\omega_y} K(\omega_y)L(\omega_x) \dot{\phi}(\omega_x)\dot{\phi}(\omega_y) \quad (5.29)$$

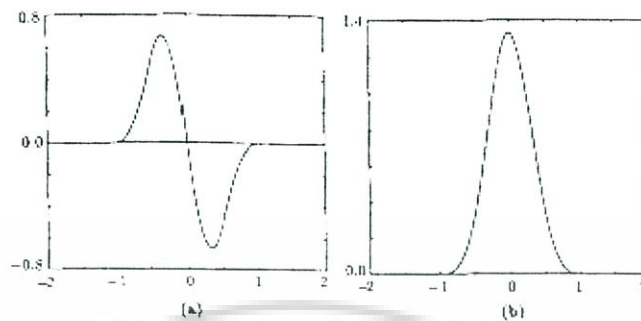
เมื่อฟังก์ชัน $K(\omega)$ และ $L(\omega)$ เป็นฟังก์ชันที่มีคาบเวลาเท่ากับ 2π และเป็นไปตามสมการ

$$G(\omega)K(\omega) + |H(\omega)|^2 = 1 \quad (5.30)$$

$$L(\omega) = \frac{1 + |H(\omega)|^2}{2} \quad (5.31)$$

ซึ่ง $\hat{X}^1(\omega_x, \omega_y)$ และ $\hat{X}^2(\omega_x, \omega_y)$ คือการแปลงฟูเรียร์ของการแปลงกลับเวก์เลตที่ใช้สร้างสัญญาณขึ้นใหม่ โดยให้ $G(\omega) = 4ie^{i\omega/2} \sin(\omega/2)$ เป็นการประมาณการหาอนุพันธ์ ซึ่งการแปลงเวก์เลตในสองมิติที่ใช้ในการคำนวณเชิงตัวเลขนี้ได้มาจากการแปลงเวก์เลตในหนึ่งมิติ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยฟังก์ชันเวฟเลิตแบบ Quadratic spline ดังแสดงในรูปที่ 5.2 และค่าของตัวกรองแบบดิสครีต H , G , K และ L นั้นแสดงไว้ในตารางที่ 5.1



รูปที่ 5.2 (a) ฟังก์ชันเวฟเลิตแบบ Quadratic spline (b) ฟังก์ชันการสเกลแบบ Cubic spline

สำหรับวิธีการคำนวณการแปลงเวฟเลิตนั้น เริ่มจากการสมมุติให้เวฟเลิต $\psi^1(x,y)$ และ $\psi^2(x,y)$ สามารถสร้างขึ้นได้ด้วยตัวกรอง H , G , K และ L โดยกำหนดให้ H_p , G_p , K_p และ L_p เป็นตัวกรองแบบดิสครีตที่ได้จากการนำค่าศูนย์จำนวน $2^p - 1$ ไปใส่ระหว่างสัมประสิทธิ์แต่ละตัวของตัวกรอง H , G , K และ L และกำหนดตัวกรอง D เป็นตัวกรอง Dirac ซึ่งผลตอบสนองต่ออิมพัลส์เท่ากับ 1 ที่ 0 และเท่ากับ 0 ที่ค่าอื่น ๆ และกำหนดให้ $A*(H,L)$ คือการคอนโวลูชันที่แยกกันในแถวและหลักตามลำดับที่ทำกับภาพ A ด้วยตัวกรองในหนึ่งมิติ H และ L

วิธีการที่ใช้ในการคำนวณการแปลงเวฟเลิตในสองมิติกับภาพ $S_1^d f$ นั้น ในแต่ละสเกล 2^j จะทำการแยก $S_2^d f$ ออกเป็น $S_{2^{j+1}}^d f$, $W_{2^{j+1}}^{1,d} f$, $W_{2^{j+1}}^{2,d} f$ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

$$j = 0$$

$$\text{while } (j < J)$$

$$W_{2^{j+1}}^{1,d} f = \frac{1}{\lambda_j} \cdot S_{2^j}^d f * (G_j, D)$$

$$W_{2^{j+1}}^{2,d} f = \frac{1}{\lambda_j} \cdot S_{2^j}^d f * (D, G_j)$$

$$S_{2^{j+1}}^d f = S_{2^j}^d f * (H_j, H_j)$$

$$j = j + 1$$

end of while

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.1 Finite impulse response ของตัวกรอง H , G , K และ L ซึ่งใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบ Quadratic spline ตามรูปที่ 5.2(a)

| n | H | G | K | L |
|----|-------|------|------------|-----------|
| -3 | | | 0.0078125 | 0.0078125 |
| -2 | | | 0.054685 | 0.046875 |
| -1 | 0.125 | | 0.171785 | 0.1171875 |
| 0 | 0.375 | -2.0 | -0.171875 | 0.65625 |
| 1 | 0.375 | 2.0 | -0.054685 | 0.1171875 |
| 2 | 0.125 | | -0.0078125 | 0.046875 |
| 3 | | | | 0.0078125 |

วิธีการในการสร้างภาพ $S_1^d f$ ขึ้นใหม่นั้นจะทำการสร้าง $S_{2^{j-1}}^d f$ จาก $S_{2^j}^d f$, $W_{2^j}^{1,d} f$, และ $W_{2^j}^{2,d} f$ ซึ่งมีวิธีการดังนี้

$j = J$

while ($j > 0$)

$$S_{2^{j-1}}^d f = \lambda_j \cdot W_{2^j}^{1,d} f * (K_{j-1}, L_{j-1}) + \lambda_j \cdot W_{2^j}^{2,d} f * (L_{j-1}, K_{j-1}) + S_{2^j}^d f * (H_{j-1}, H_{j-1})$$

$j = j - 1$

end of while

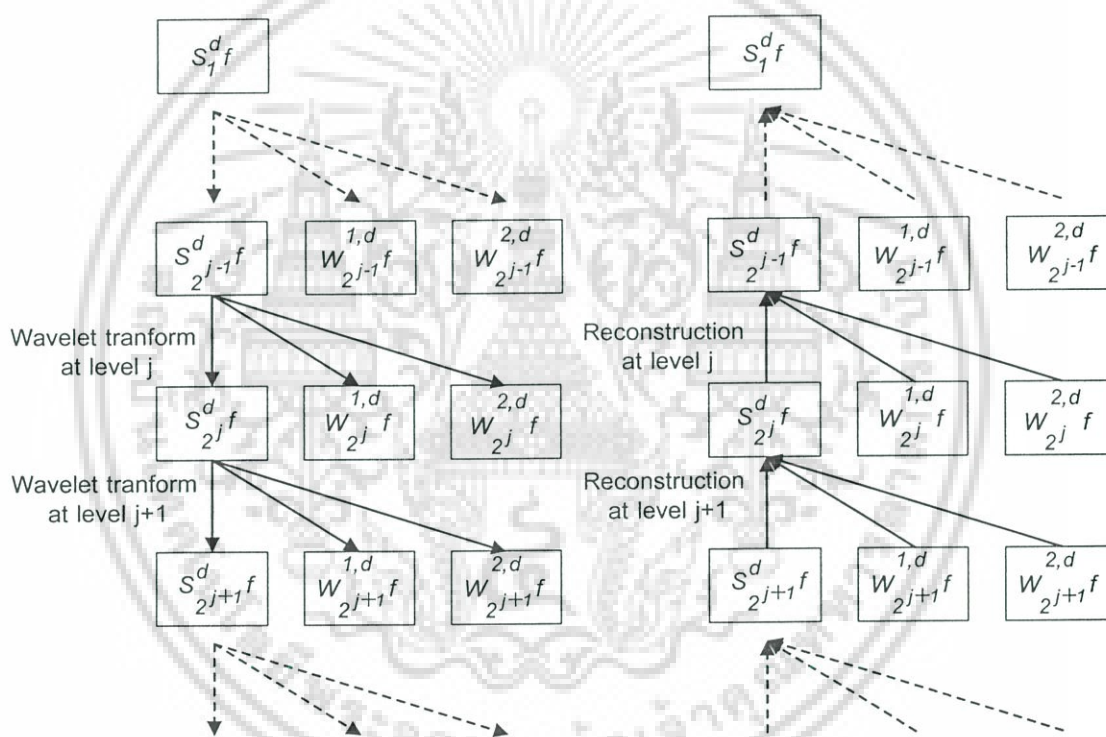
การแปลงเวฟเล็ตเพื่อหาขอบวัตถุในหลายสเกลนี้มีการพิสูจน์มาจากหลักพื้นฐานของการหาอนุพันธ์และทฤษฎีเวฟเล็ต ผลของการแปลงเวฟเล็ตในหนึ่งระดับจึงได้เป็นฟังก์ชันการสเกลและสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนตัวแปรที่พิจารณาหาอนุพันธ์ สำหรับภาพซึ่งเป็นสัญญาณในสองมิติ ผลของการแปลงเวฟเล็ตแบบนี้จึงได้เป็นฟังก์ชันการสเกล $S_{2^{j+1}}^d f$ และสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในสองทิศทาง คือ $W_{2^{j+1}}^{1,d} f$ และ $W_{2^{j+1}}^{2,d} f$

เนื่องจากการแปลงเวฟเล็ตนี้ทำเพื่อวัตถุประสงค์หลักในการวิเคราะห์สัญญาณจึงไม่ได้ทำการลดจำนวนข้อมูลลงเพื่อรักษาระดับความละเอียดรวมของภาพเอาไว้ ซึ่งเรียกการแปลงเวฟเล็ตรูปแบบนี้ว่า Overcomplete wavelet decomposition

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.2 ค่าสัมประสิทธิ์การนอร์มัลไลซ์ λ_j สำหรับฟังก์ชันเวฟเล็ตแบบ Quadratic ตามรูปที่ 5.2(a) สำหรับ $j > 5$ นั้น $\lambda_j = 1$

| j | λ_j |
|-----|-------------|
| 1 | 1.50 |
| 2 | 1.12 |
| 3 | 1.03 |
| 4 | 1.01 |
| 5 | 1.00 |



รูปที่ 5.3 แผนผังการแปลงเวฟเล็ตเพื่อหาขอบวัตถุในหลายสเกลและการสร้างสัญญาณเดิมจากสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

วิธีการที่เสนอ

จากผลของสัญญาณมัลทินในภาพ SAR ก่อนจะนำภาพ SAR ไปประมวลผลด้วยวิธีการใดๆ จะต้องทำการกำจัดสัญญาณมัลทินก่อน จึงจะสามารถนำภาพ SAR ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอหลักการในการหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยการใช้การแปลงเวฟเล็ตเพียงครั้งเดียว แล้วทำการกำจัดสัญญาณมัลทินและตรวจหาขอบวัตถุในโดเมนเวฟเล็ต ซึ่งเนื้อหาของบทนี้จะอธิบายถึงรูปแบบของสัญญาณมัลทินที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และรายละเอียดของวิธีการที่เสนอ

6.1 รูปแบบของสัญญาณมัลทินที่พิจารณา

จากที่ได้อธิบายหลักการของสัญญาณมัลทินในภาพ SAR ไว้ในบทที่ 2 แล้วนั้น สัญญาณมัลทินเป็นรูปแบบสัญญาณรบกวนที่มีความซับซ้อนมาก และได้มีนักวิจัยจำนวนมากพยายามศึกษาถึงรูปแบบทางสถิติของสัญญาณมัลทิน [3], [14], [15] และ [16] โดยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะพิจารณาสัญญาณมัลทินที่ไม่สัมพันธ์ (Uncorrelated) กับสัญญาณภาพ $f(x,y)$ และวัตถุที่สะท้อนสัญญาณเรดาร์มีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับความยาวคลื่น ซึ่งจะสามารถพิจารณาสัญญาณมัลทิน $n(x,y)$ ได้ในรูปของสัญญาณรบกวนในรูปแบบการคูณซึ่งมีการแจกแจงแบบเกาส์ ภาพ SAR $g(x,y)$ ที่ได้จึงอยู่ในรูปของสมการ [12]

$$g(x,y) = f(x,y) + \{f(x,y) \times n(x,y)\} \quad (6.1)$$

$$= f(x,y)\{1 + n(x,y)\} \quad (6.2)$$

$$\approx f(x,y) \times n(x,y) \quad (6.3)$$

6.2 รายละเอียดของวิธีการที่เสนอ

วิธีการที่เสนอมีขั้นตอนดังรูปที่ 6.1 ซึ่งประกอบด้วยการใช้ฟังก์ชันลอการิทึมกับภาพ SAR การแปลงเวฟเล็ต การกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซโลดกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต และการตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกล โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 6.1 บล็อกไดอะแกรมของวิธีการที่เสนอ

6.2.1 การใช้ฟังก์ชันลอการิทึมกับภาพ SAR

เนื่องจากการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรซโลดกับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในขั้นตอนต่อไปนั้นพิจารณาสัญญาณรบกวนในรูปการบวก จึงใช้ฟังก์ชันลอการิทึมกับภาพ SAR เพื่อให้สัญญาณมลทินในรูปแบบที่พิจารณาอยู่ในรูปการบวกกับภาพ SAR บนโดเมนลอการิทึม เมื่อใช้ฟังก์ชันลอการิทึมกับสมการ (6.3) จะได้

$$\log(g(x, y)) = \log(f(x, y)) + \log(n(x, y)) \quad (6.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2.2 การแปลงเวฟเล็ต

วิธีการที่เสนอนี้ใช้การแปลงเวฟเล็ตเพื่อหาขอบวัตถุในหลายสเกลเป็นพื้นฐาน ดังที่ได้อธิบายไว้ในเนื้อหาบทที่ 5 โดยได้นำมาจากวิธีการที่เสนอโดย Mallat [11] ซึ่งเป็นหลักการที่นิยมใช้และมีการอ้างอิงถึงมากในบทความทางวิชาการ โดยภาพ SAR $f(x,y)$ ที่นำไปแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ $j > 0$ และ $S_0 f = f(x,y)$ นั้น การแปลงเวฟเล็ตจะแยก $S_{j-1} f$ ออกเป็นแบนด์ย่อยความถี่ต่ำผ่าน $S_j f$ แบนด์ย่อยความถี่สูงในแนวนอนผ่าน $W_j^H f$ และแบนด์ย่อยความถี่สูงในแนวตั้งผ่าน $W_j^V f$ ซึ่งสัมพันธ์กับเวฟเล็ตของแบนด์ย่อยความถี่สูงในแต่ละระดับ $W_j^H f$ และ $W_j^V f$ นั้นจะถูกนำไปใช้ในการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโวลด์และการตรวจหาขอบวัตถุในภาพต่อไป

6.2.3 การกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรชโวลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต

วิธีการที่เสนอนี้ได้เลือกใช้ Soft thresholding [9] ในการกำจัดสัญญาณรบกวน โดยจะทำเทรชโวลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในแบนด์ย่อยความถี่สูง $W_j^H f$ และ $W_j^V f$ ที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ต เนื่องจากสัญญาณรบกวนนั้นจะกระทำกับรายละเอียดของภาพ ซึ่งก็คือแบนด์ย่อยความถี่สูงนั่นเอง สำหรับค่าเทรชโวลด์ที่นำมาใช้นั้นเป็นค่าทางสถิติซึ่งคำนวณจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและใช้สัมประสิทธิ์การสเกลเข้ามาเป็นตัวหาร ดังสมการ

$$\lambda_{b,l} = f_a \sigma_{b,l} = f_a \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (C_{b,l} - m)^2} \quad (6.5)$$

เมื่อ N คือจำนวนข้อมูลภาพ, m คือค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต $C_{b,l}$ โดยที่ b แสดงแบนด์ความถี่สูง l คือระดับในการแยกภาพ และ f_a คือสัมประสิทธิ์การสเกลซึ่งกำหนดให้มีค่าเป็น 1//

6.2.4 การตรวจหาขอบวัตถุในหลายสเกล

จากหลักการที่เสนอโดย Mallat [11] นั้น ด้วยความสัมพันธ์ตามสมการ (5.16) สามารถพิจารณาสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในรูปของเกรเดียนต์เวกเตอร์ได้ ซึ่งขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ $M_j f$ นั้นสามารถคำนวณได้จาก

$$M_j f = \sqrt{|W_j^H f|^2 + |W_j^V f|^2} \quad (6.6)$$

เมื่อ W_j^H และ W_j^V คือสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในแนวนอนและแนวตั้งที่ระดับที่ j ตามลำดับ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเฟสของเกรเดียนต์เวกเตอร์จะคำนวณได้จาก

$$A_j f = \tan^{-1} \left(\frac{W_j^V}{W_k^H} \right) \quad (6.7)$$

ในแต่ละระดับนั้น จะทำการเลือกเฉพาะการเปลี่ยนแปลงที่มีความสำคัญสำหรับพิจารณาเป็นขอบวัตถุ โดยการทำเทรโซลด์กับขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ ซึ่งค่าเทรโซลด์นั้นจะคำนวณจากรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ทั้งหมดที่ระดับเดียวกัน

จากนั้นจึงนำขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่ผ่านการทำเทรโซลด์มาพิจารณาเป็นขอบวัตถุ โดยจุดที่พิจารณาเป็นจะขอบวัตถุก็ต่อเมื่อขนาดของเกรเดียนต์เวกเตอร์ที่จุดนั้นมีค่ามากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับจุดข้างเคียงในทิศทางที่ได้จากเฟสของเกรเดียนต์เวกเตอร์ $A_j f$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองและผลการทดลอง

จากวิธีการตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR ที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 6 นั้น ได้นำไปใช้ในการทดลองกับภาพที่มีการรบกวนจากสัญญาณมลทินจำลอง ซึ่งสร้างขึ้นจากรูปแบบสัญญาณมลทินที่พิจารณา และทดลองกับภาพ SAR โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสองส่วนคือ การทดลองวิธีกำจัดสัญญาณมลทินเพียงอย่างเดียว และการทดลองวิธีการตรวจหาขอบวัตถุที่เสนอนี้ทั้งกระบวนการ

7.1 การทดลองวิธีกำจัดสัญญาณมลทิน

7.1.1 การทดลองกับภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลอง

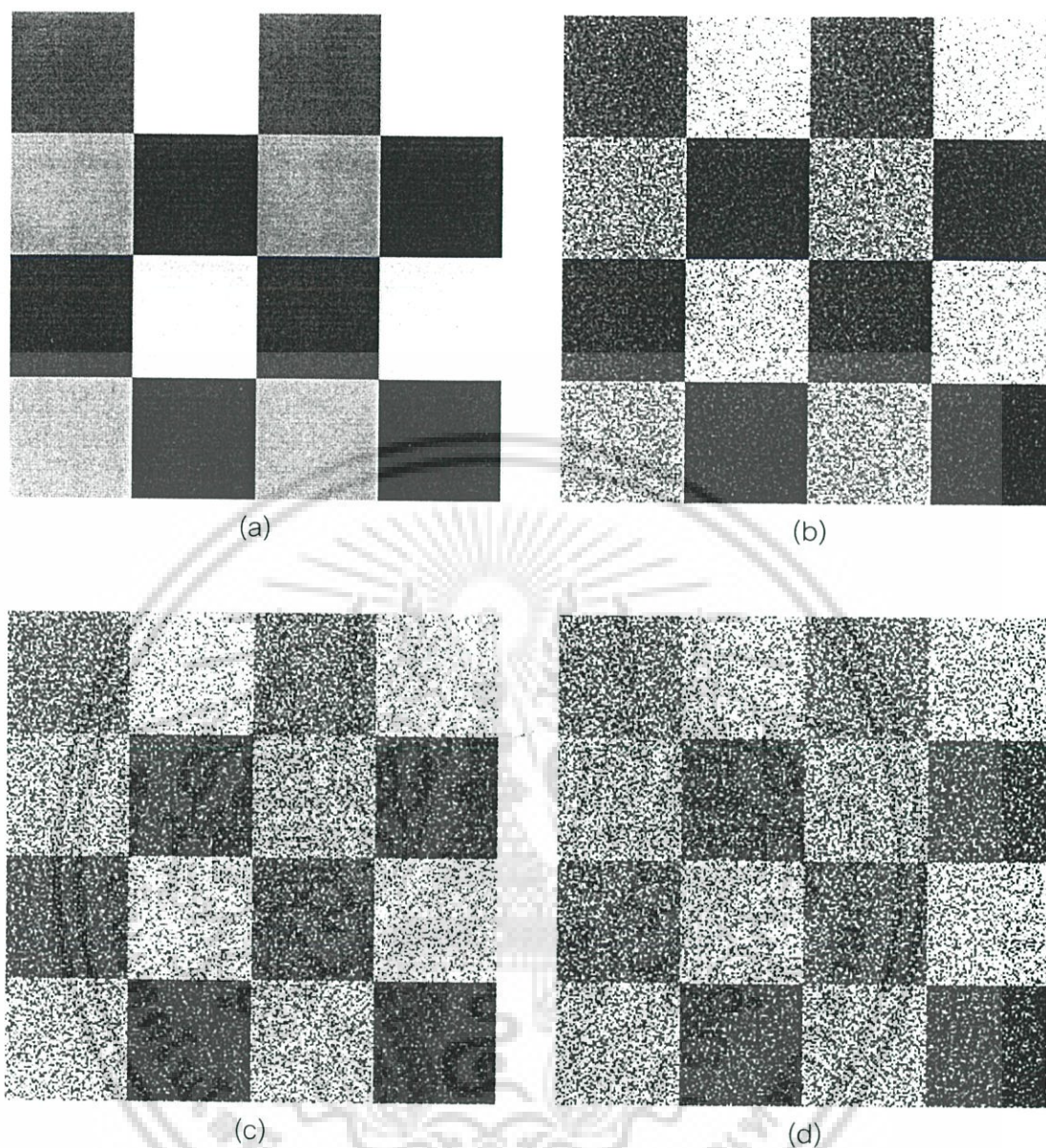
เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบคุณภาพของภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมลทินแล้วกับภาพที่มีสัญญาณมลทินในรูปแบบที่พิจารณาได้ จึงทำการสร้างภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลองโดยใช้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเกาส์นำมาคูณกับภาพต้นฉบับ จากสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณภาพต้นฉบับ $f(x,y)$ สัญญาณมลทิน $n(x,y)$ และภาพ SAR $g(x,y)$ ในรูปแบบที่พิจารณา

$$g(x,y) = f(x,y)\{1 + n(x,y)\} \quad (7.1)$$

โดย $n(x,y)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเกาส์

การสร้างสัญญาณมลทินจำลองนั้น จะทำการสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเกาส์โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นตัวแปรอิสระ ซึ่งจะมีผลกับการกระจายของข้อมูล และทำให้สัญญาณมลทินที่กระทำกับภาพเปลี่ยนแปลงไปด้วย โดยรูปที่ 7.1 แสดงภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมลทินจำลองจากสมการ (7.1) ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ค่าต่างๆ จะเห็นได้ว่า เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเพิ่มขึ้น สัญญาณมลทินจำลองก็จะรบกวนภาพต้นฉบับมากขึ้น

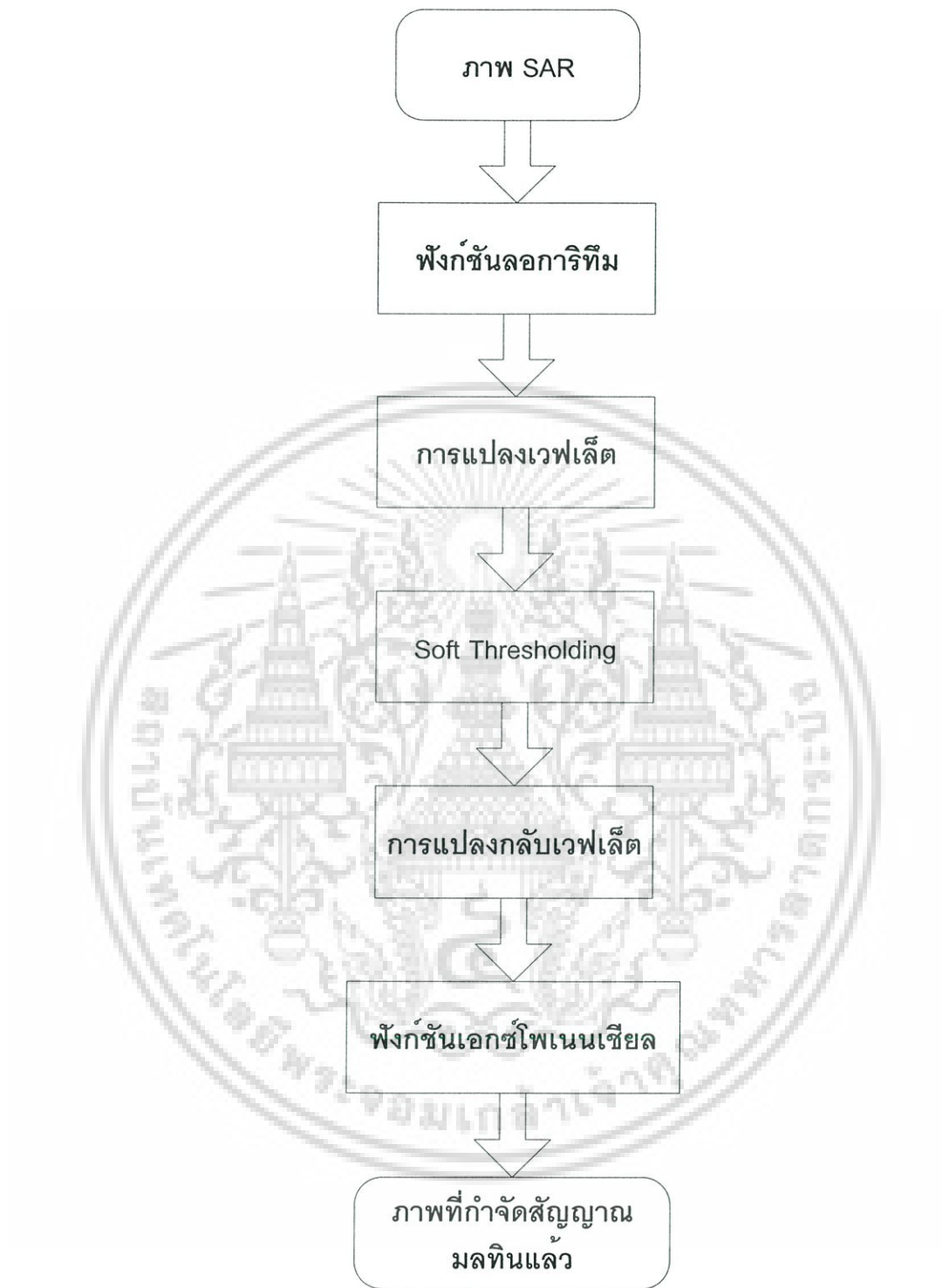
จากนั้นจึงนำภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมลทินจำลองไปผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรโชลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตที่มีขั้นตอนดังรูปที่ 7.2 โดยรูปที่ 7.3 เป็นภาพผลลัพธ์ที่ได้จากการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเทรโชลด์กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตตามวิธีที่เสนอ โดยทดลองกับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมลทินจำลองในรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 (a) ภาพต้นฉบับ (b)-(d) ภาพที่ถูกปรับด้วยสัญญาณมัลติจินาลองซึ่งสร้างด้วยตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ เท่ากับ 0.2, 0.4 และ 0.6 ตามลำดับ

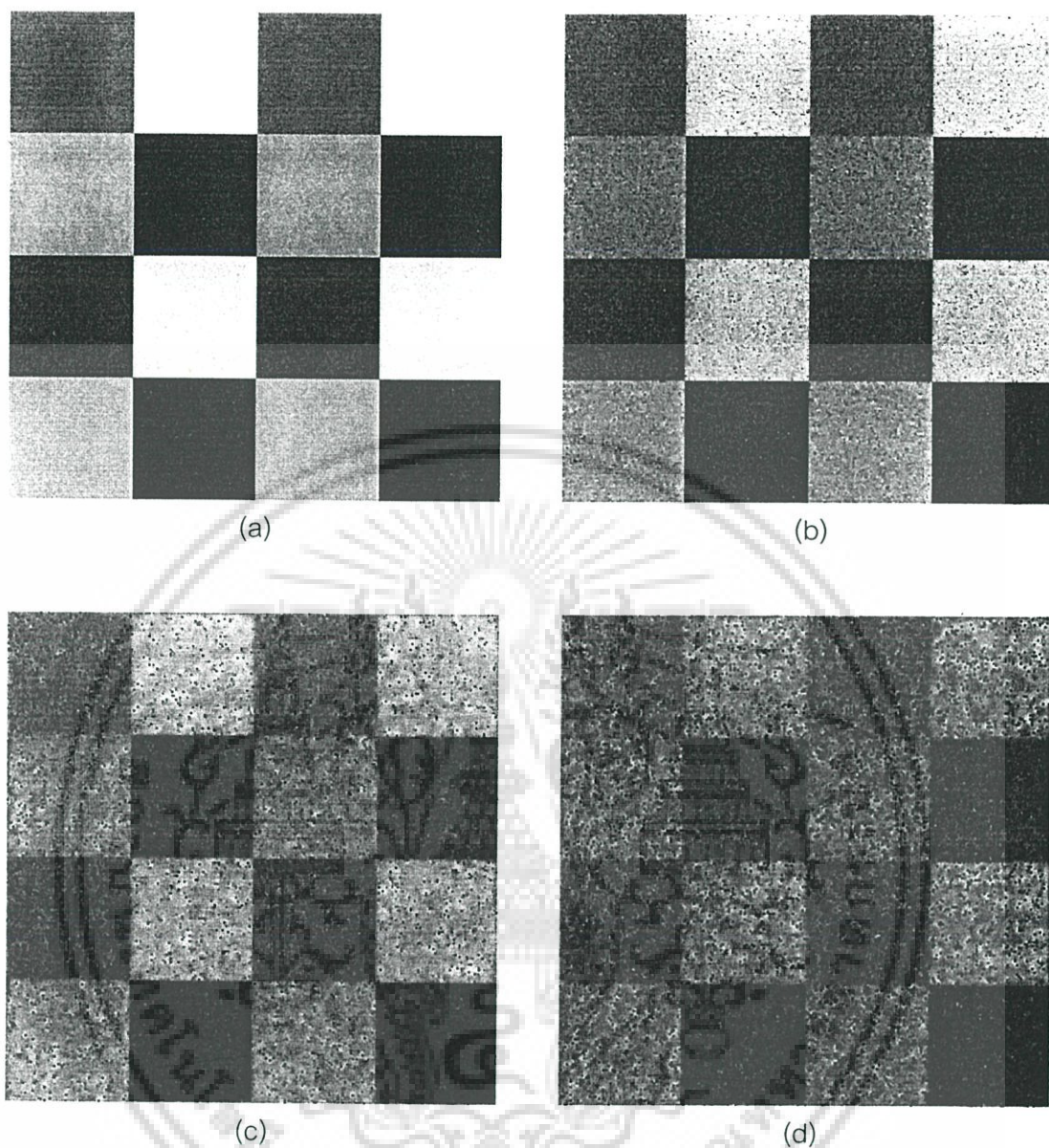
เมื่อนำภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนแล้วจากรูปที่ 7.3(b)-(d) มาคำนวณค่าอัตราส่วนสัญญาณสูงสุดต่อสัญญาณรบกวน (PSNR) โดยเปรียบเทียบกับภาพต้นฉบับ และนำภาพที่ถูกปรับด้วยสัญญาณมัลติจินาลองจากรูปที่ 7.1(b)-(d) มาคำนวณหา PSNR โดยเปรียบเทียบกับภาพต้นฉบับเช่นกัน แล้วทำการหาผลต่างของ PSNR พบว่า อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่เพิ่มขึ้น (Gain) ในกรณีที่ใช้ σ เท่ากับ 0.2, 0.4 และ 0.6 มีค่าเท่ากับ 5.83, 5.27 และ 2.20 dB ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.2 บล็อกไดอะแกรมของวิธีการกำจัดสัญญาณมลทินในภาพ SAR ที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

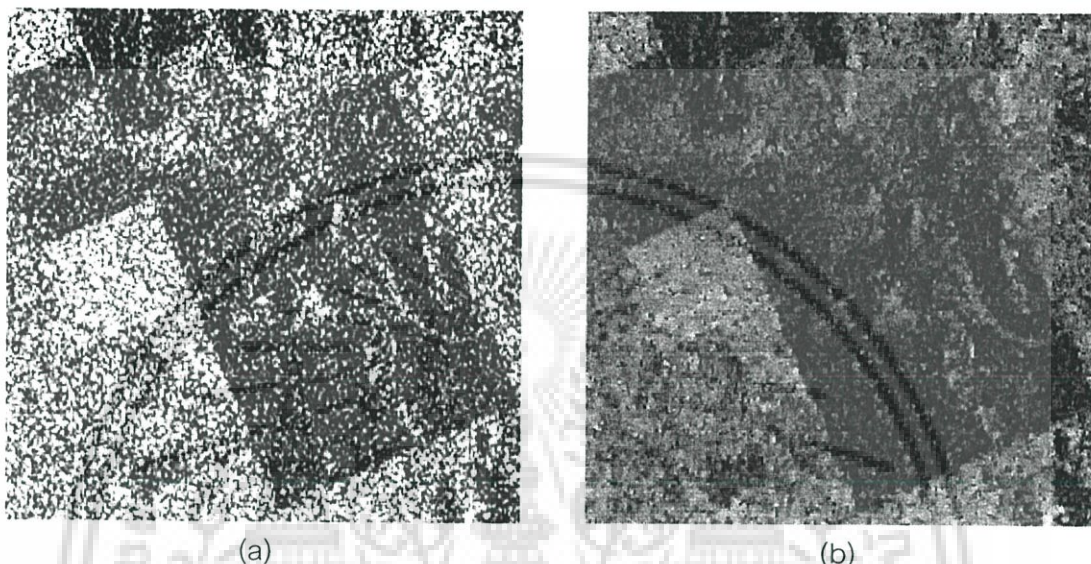


รูปที่ 7.3 (a) ภาพต้นฉบับ (b)-(d) ภาพผลลัพท์ที่ได้เมื่อนำภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณมัลทินจําลองที่สร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ เท่ากับ 0.2, 0.4 และ 0.6 ตามลำดับ ไปผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินตามวิธีการที่เสนอ

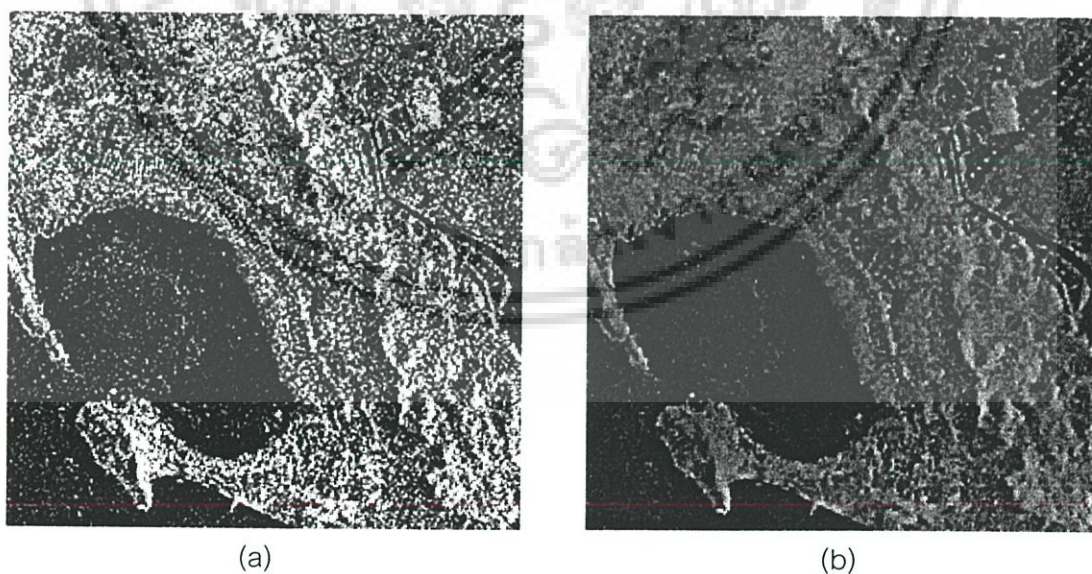
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.1.2 การทดลองกับภาพ SAR

เมื่อนำวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนที่เสนอไปใช้กับภาพ JERS-1/SAR ที่สำรวจจากบริเวณจังหวัดจันทบุรี โดยทำการทดลองกับภาพที่มีระดับความละเอียด 256×256 และ 512×512 จุดภาพ ดังรูปที่ 7.4 และ 7.5 พบว่า ภาพผลลัพธ์ที่ได้นั้นมีลักษณะที่เรียบมากขึ้น และสามารถแยกวัตถุที่อยู่ในภาพด้วยสายตาได้ดีขึ้นกว่าเดิม



รูปที่ 7.4 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256×256 (b) ภาพที่ได้เมื่อนำ (a) ไปผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีที่เสนอ



รูปที่ 7.5 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512×512 (b) ภาพที่ได้เมื่อนำ (a) ไปผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีที่เสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2 การทดลองวิธีตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR ที่เสนอ

7.2.1 การทดลองกับภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลอง

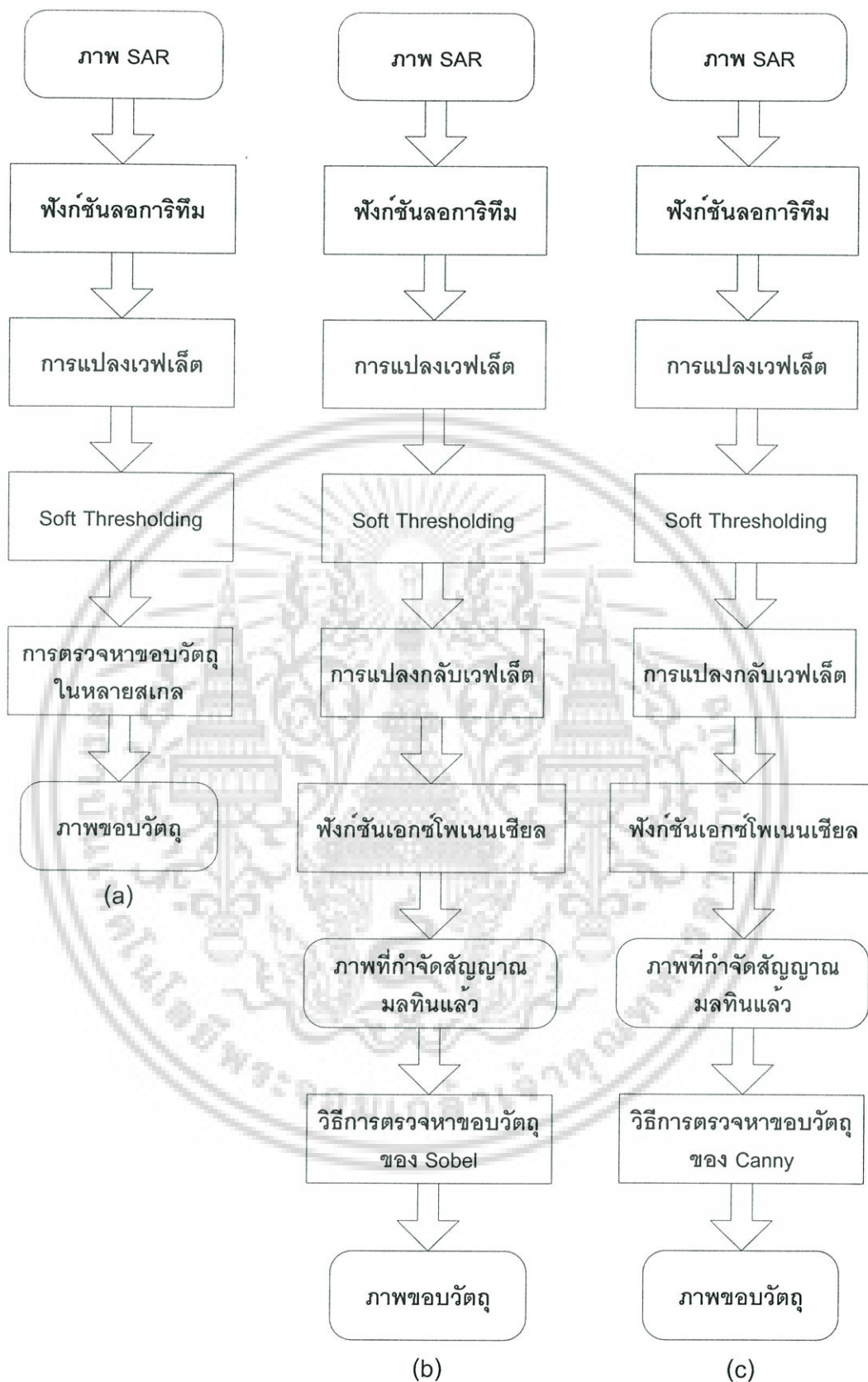
เมื่อนำวิธีการตรวจหาขอบวัตถุที่เสนอไปใช้กับภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลองซึ่งสร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มี $\sigma = 0.3$ ดังรูปที่ 7.7 พบว่าสัญญาณมลทินที่ยังเหลืออยู่จะมีผลกับภาพขอบวัตถุที่ระดับ $j=1$ และ 2 สำหรับภาพขอบวัตถุที่ระดับ $j=3$ และ 4 นั้นใกล้เคียงกับภาพขอบวัตถุจริงมาก

เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีตรวจหาขอบวัตถุที่เสนอกับภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลอง และผลที่ได้จากวิธีตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพที่กำจัดสัญญาณมลทินแล้ว (รูปที่ 7.6 เปรียบเทียบขั้นตอนของวิธีการที่เสนอกับวิธีการตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพที่กำจัดสัญญาณมลทินแล้ว ซึ่งใช้ในการทดลอง) ดังรูปที่ 7.8 พบว่าภาพขอบวัตถุที่ระดับ $j=3$ และ 4 จากวิธีการที่เสนอนั้นใกล้เคียงกับภาพขอบวัตถุจริงมากกว่าภาพขอบวัตถุจากวิธีของ Sobel และ Canny ที่ได้รับผลจากสัญญาณมลทินที่ยังเหลืออยู่

7.2.2 การทดลองกับภาพ SAR

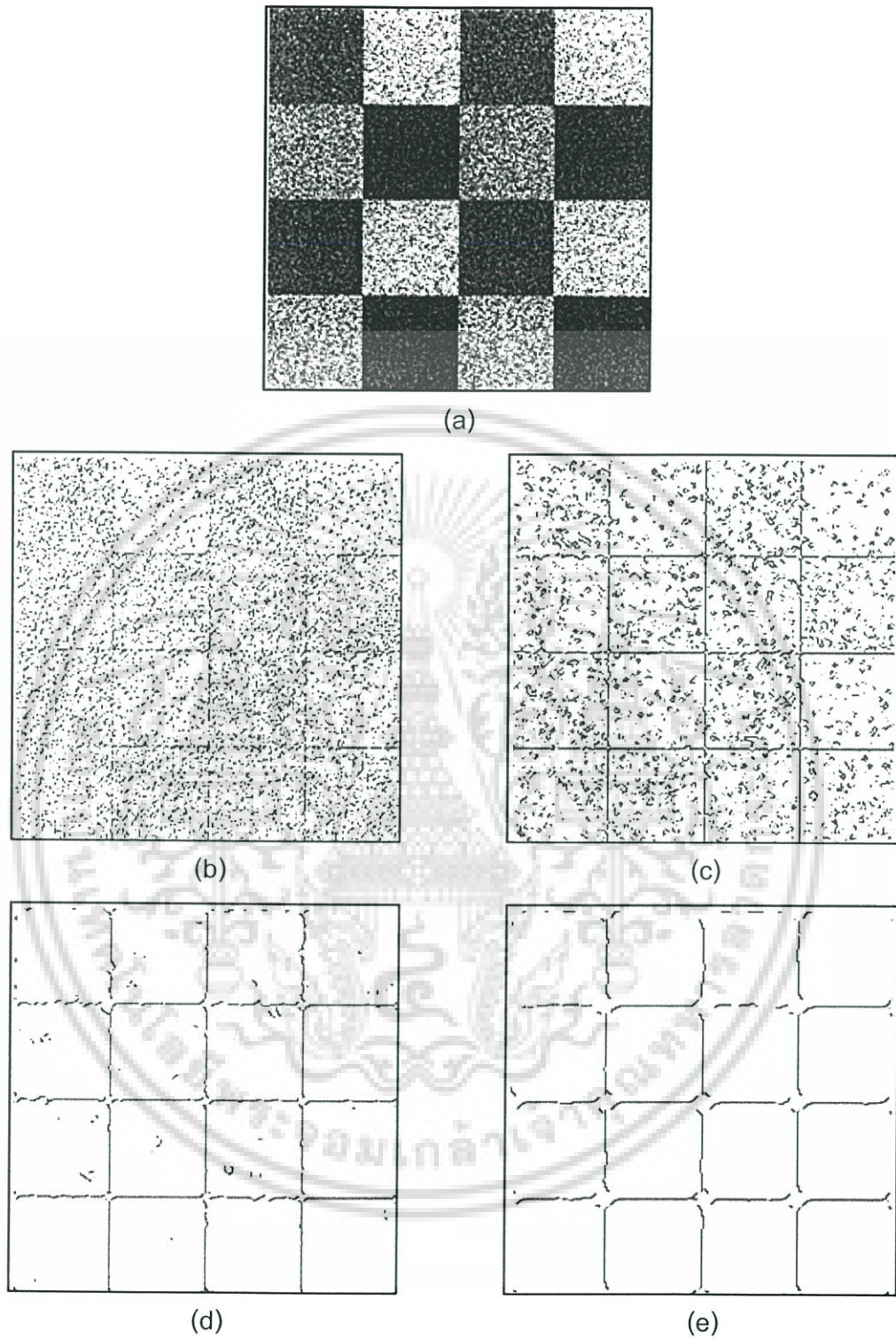
เมื่อนำวิธีการตรวจหาขอบวัตถุที่เสนอไปใช้กับภาพ JERS-1/SAR ที่มีระดับความละเอียด 256×256 และ 512×512 จุดภาพ ดังรูปที่ 7.9 และ 7.11 พบว่าภาพขอบวัตถุที่ได้นั้นแสดงรายละเอียดตามระดับการแปลงเวฟเลต เมื่อระดับการแปลงเวฟเลตมากขึ้น ภาพขอบวัตถุที่ได้จะแสดงขอบวัตถุของวัตถุที่มีขนาดใหญ่ขึ้น

เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากวิธีตรวจหาขอบวัตถุที่เสนอกับภาพ JERS-1/SAR และผลที่ได้จากวิธีตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพ JERS-1/SAR ที่กำจัดสัญญาณมลทินแล้ว ดังรูปที่ 7.10 และ 7.12 พบว่าภาพขอบวัตถุที่ได้จากวิธีการที่เสนอนั้นให้เส้นขอบวัตถุที่มีความต่อเนื่อง และสัมพันธ์กับวัตถุที่สังเกตเห็นได้ในภาพมากกว่า



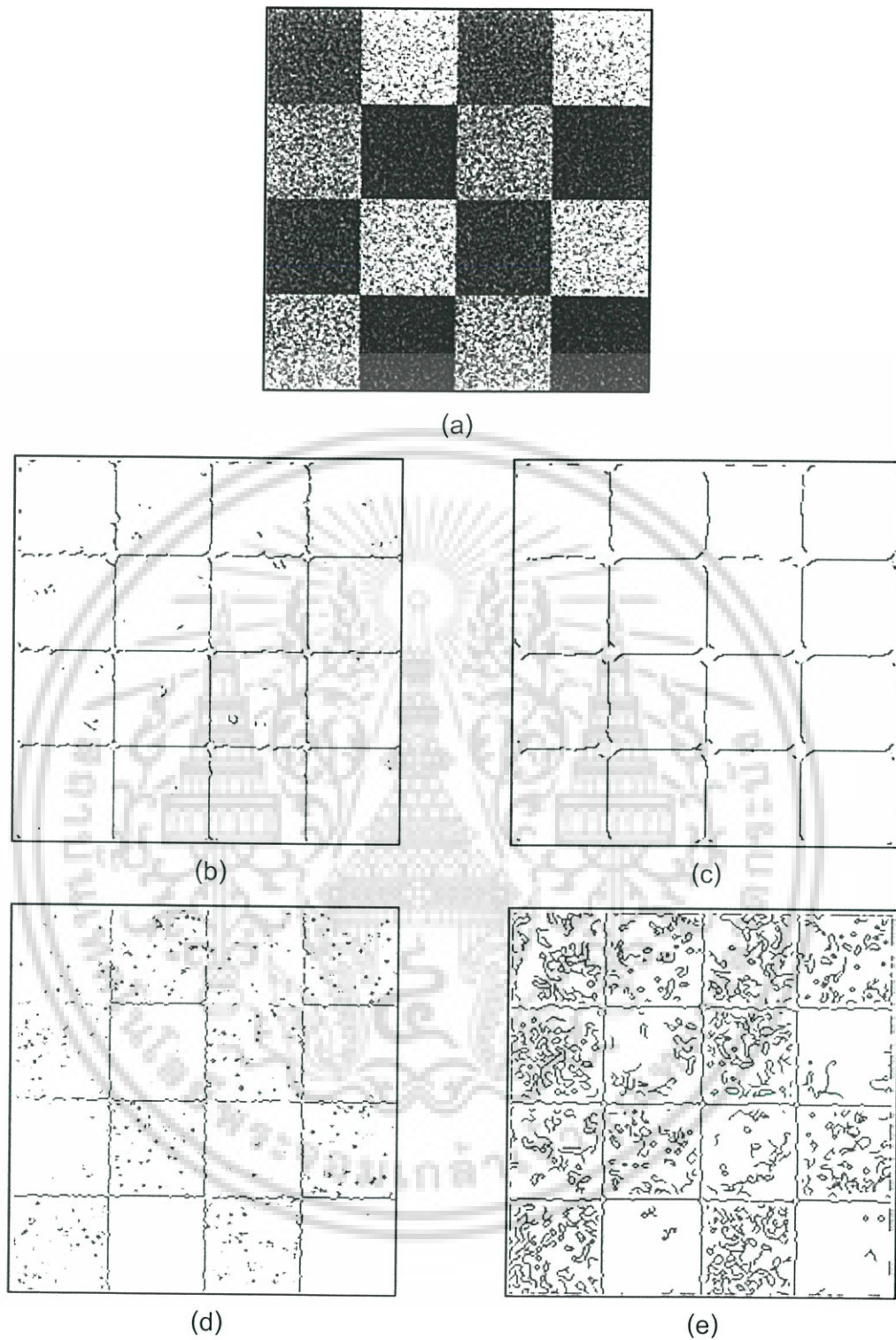
รูปที่ 7.6 (a) บล็อกไดอะแกรมของวิธีการที่เสนอ (b)-(c) บล็อกไดอะแกรมของวิธีการตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพที่กำหนดสัญญาณมลทินแล้ว ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



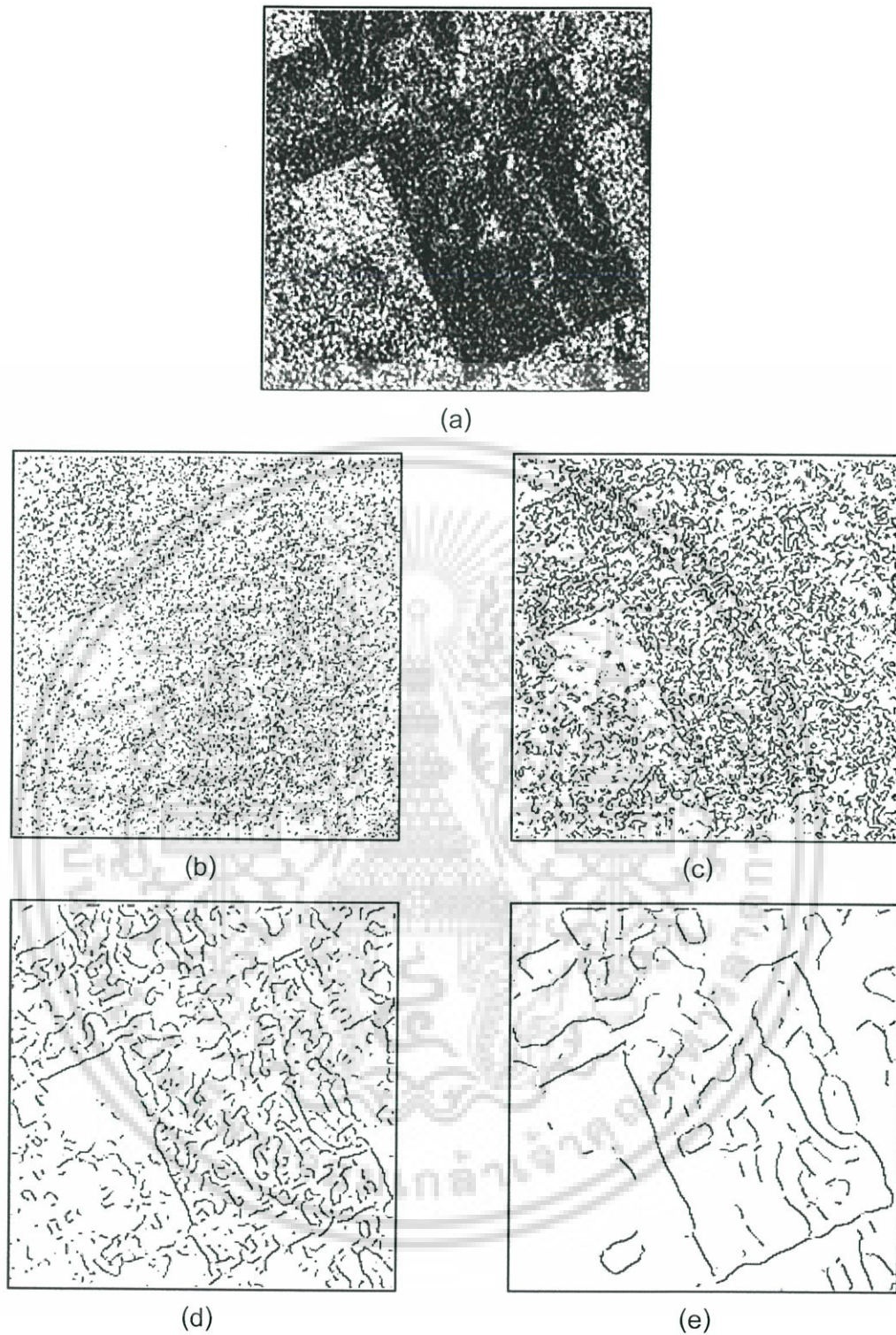
รูปที่ 7.7 (a) ภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลองซึ่งสร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มี $\sigma = 0.3$
 (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



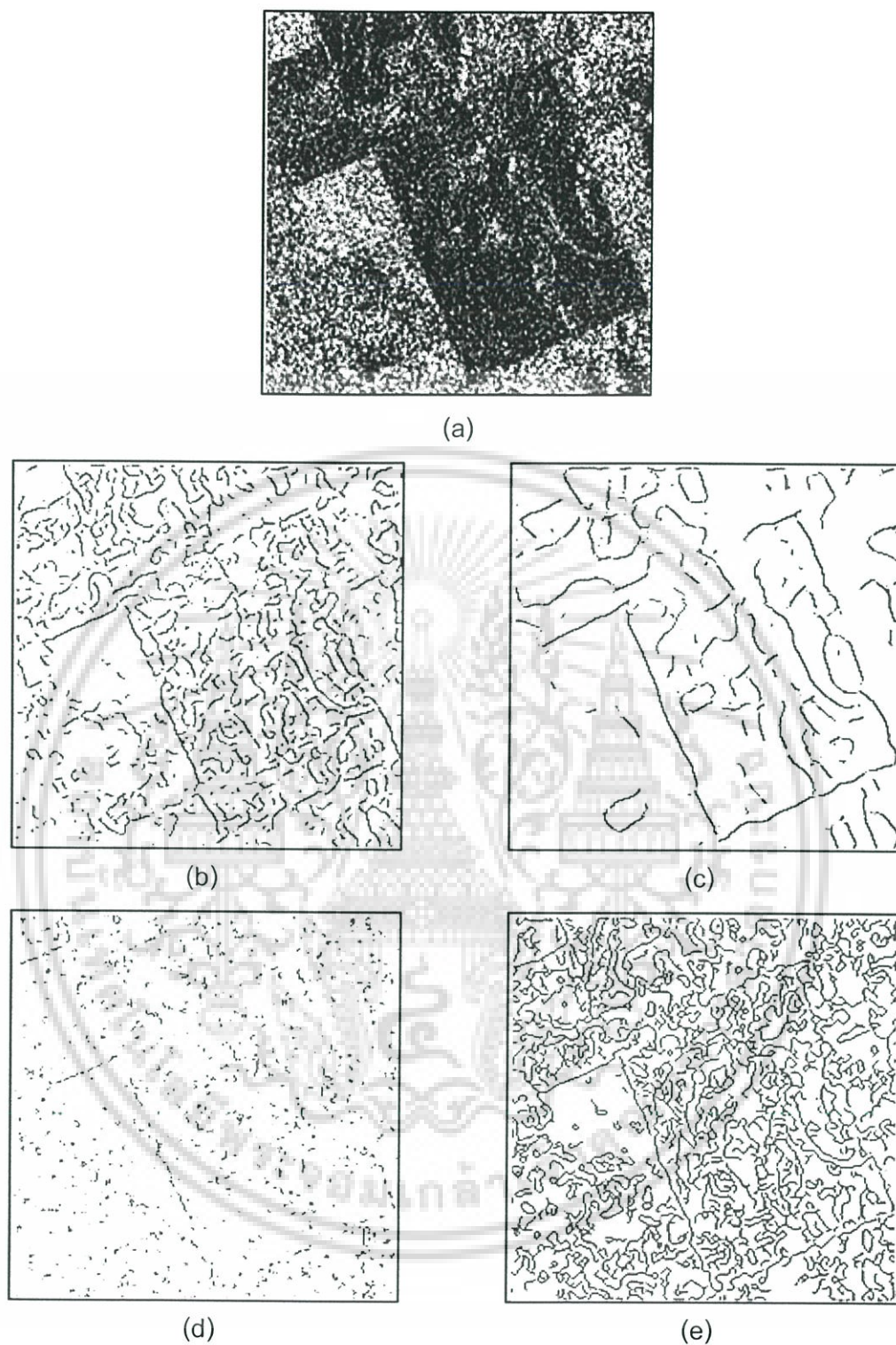
รูปที่ 7.8 (a) ภาพที่มีสัญญาณมลทินจำลองซึ่งสร้างจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์ที่มี $\sigma = 0.3$
 (b)-(c) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)
 (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมลทินแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



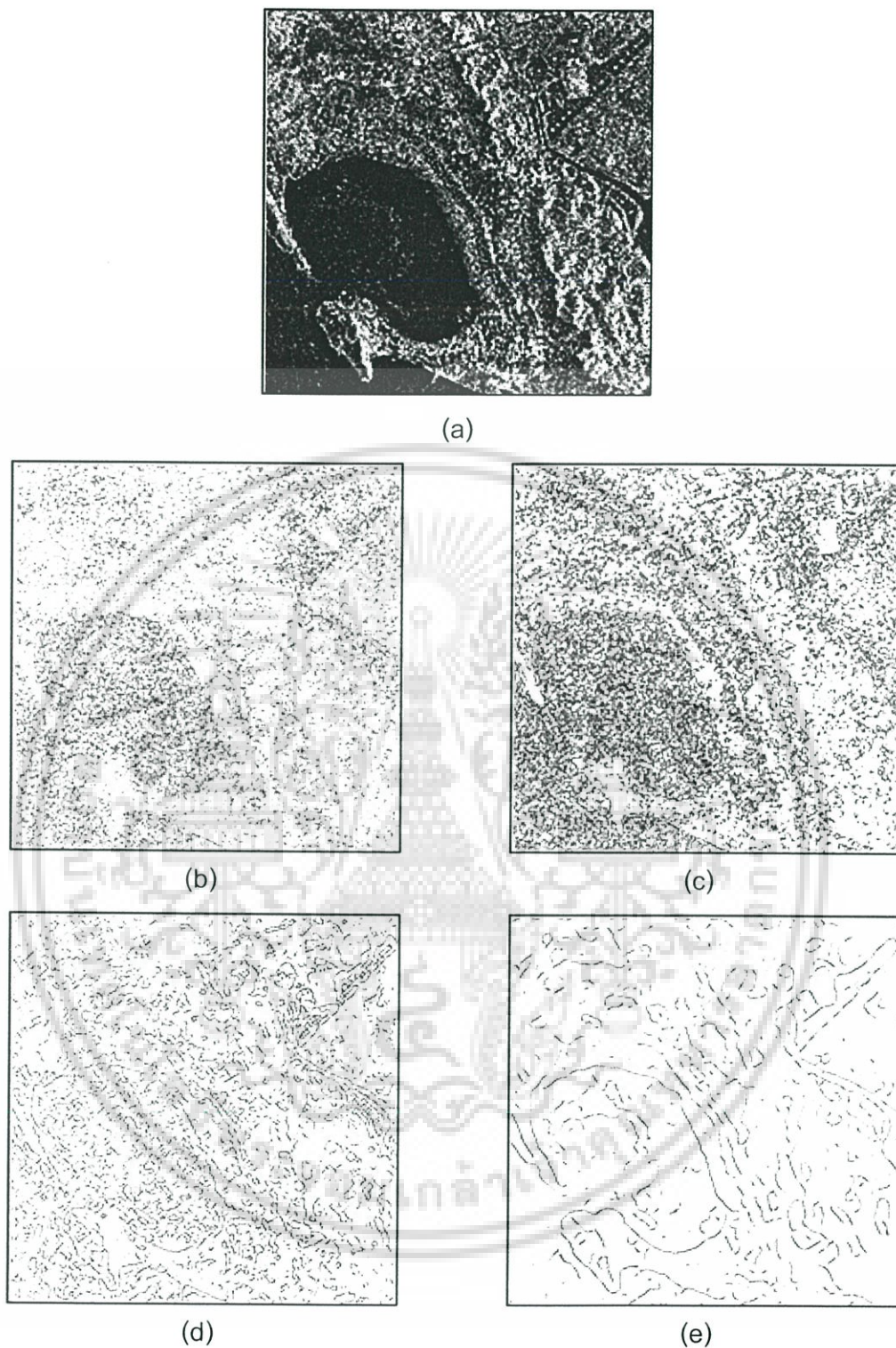
รูปที่ 7.9 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256x256 (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



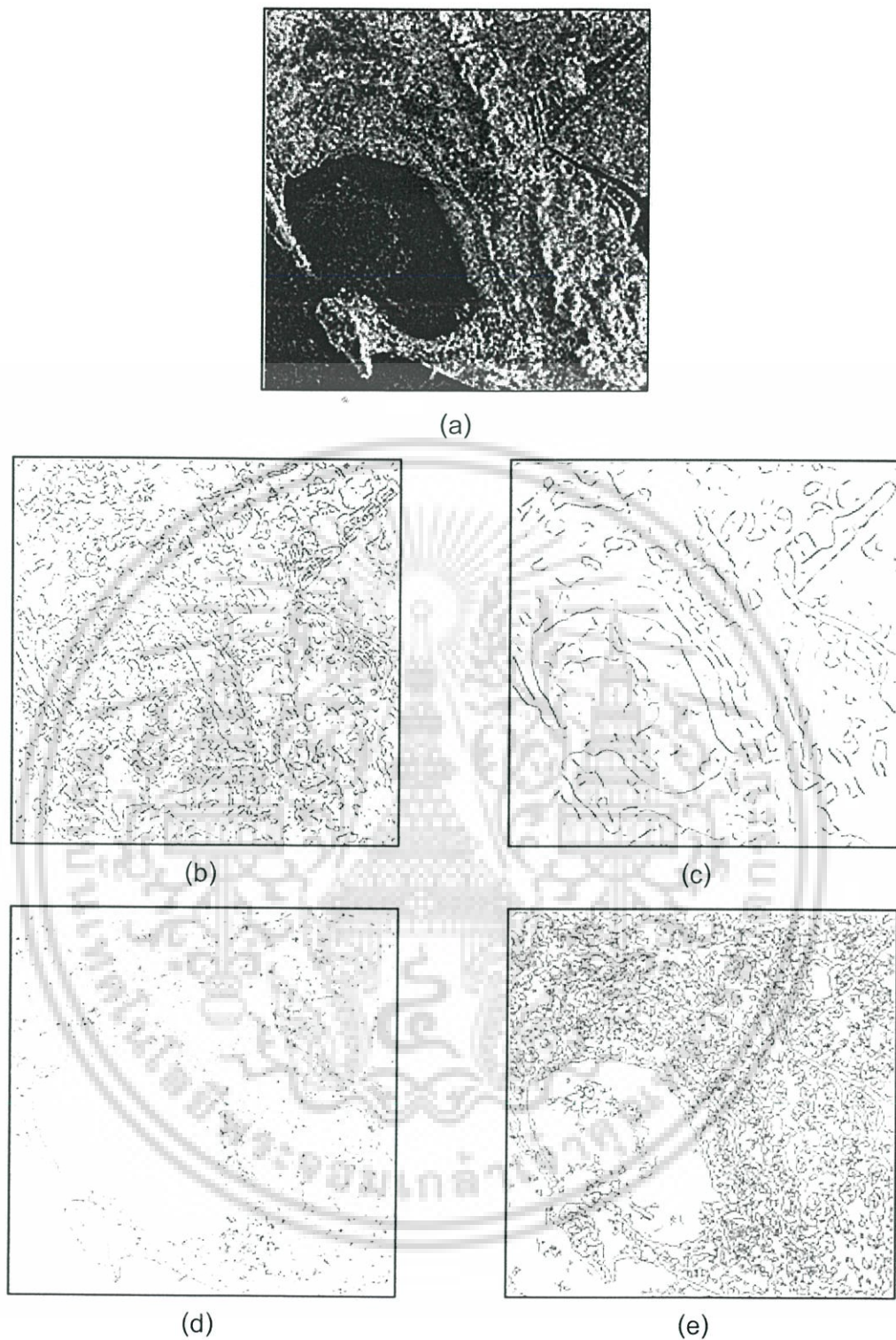
รูปที่ 7.10 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 256x256 (b)-(c) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a) (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมลทินแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.11 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512x512 (b)-(e) ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=1, 2, 3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.12 (a) ภาพ JERS-1/SAR ขนาด 512x512 (b)-(c)ภาพขอบวัตถุที่ได้ที่ระดับ $j=3$ และ 4 ตามลำดับ โดยใช้วิธีการที่เสนอกับ (a) (d)-(e) ภาพขอบวัตถุจากการใช้วิธีของ Sobel และ Canny ตามลำดับ กับ (a) ที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมลทินแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองวิธีกำจัดสัญญาณมัลทินกับภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลอง โดยทำการเปรียบเทียบค่า PSNR กับภาพก่อนและหลังทำการกำจัดสัญญาณมัลทินเทียบกับภาพต้นฉบับ พบว่าภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินที่เสนอมีอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่เพิ่มขึ้นจากเดิม โดยขึ้นอยู่กับความแรงของสัญญาณมัลทินที่กระทำกับภาพ สำหรับการทดลองวิธีกำจัดสัญญาณมัลทินกับภาพ JERS-1/SAR นั้นพบว่าให้ภาพที่มีความเรียบมากขึ้น และสามารถแยกวัตถุที่อยู่ในภาพด้วยสายตาได้ดีกว่าเดิม

สำหรับการทดลองหาขอบวัตถุด้วยวิธีที่เสนอกับภาพที่มีสัญญาณมัลทินจำลองนั้น ภาพขอบวัตถุที่ระดับ $j = 3$ และระดับ $j = 4$ ให้ผลที่ใกล้เคียงกับขอบวัตถุจริงของภาพมาก สำหรับภาพขอบวัตถุที่ระดับ $j = 1$ และระดับ $j = 2$ รวมถึงการใช้วิธีตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny กับภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณมัลทินแล้วนั้นยังพบความผิดพลาดจากผลของสัญญาณมัลทินที่ยังเหลืออยู่

เมื่อนำวิธีที่เสนอไปทดลองกับภาพ JERS-1/SAR พบว่าภาพขอบวัตถุแต่ละระดับที่ได้จะแสดงขอบวัตถุของวัตถุในภาพตามสเกลที่พิจารณา และการเปรียบเทียบกับวิธีตรวจหาขอบวัตถุของ Sobel และ Canny นั้นพบว่าวิธีการที่เสนอนั้นให้ภาพที่มีเส้นขอบวัตถุที่มีความต่อเนื่องและสัมพันธ์กับวัตถุที่สังเกตเห็นได้ในภาพมากกว่า

บทที่ 8

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ภาพ SAR เป็นภาพเรดาร์ที่มีประโยชน์มากในการสำรวจพื้นผิวโลกในหลายด้าน เช่น ความชื้นของพื้นดิน ความหนาแน่นของป่าไม้ ความสูงของผิวดินบนทะเล การเปลี่ยนแปลงของภูเขาน้ำแข็งบริเวณขั้วโลก เป็นต้น แต่สัญญาณมลทินที่รบกวนภาพ SAR นั้นเป็นอุปสรรคอย่างมากในการประมวลผลภาพ SAR เพื่อนำไปใช้เพื่อวัตถุประสงค์ต่าง ๆ ดังกล่าว วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอวิธีการตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยการแปลงเวฟเล็ตเพียงครั้งเดียว แล้วทำการกำจัดสัญญาณมลทิน และหาขอบวัตถุในภาพอย่างต่อเนื่องเหมือนเป็นขั้นตอนเดียวกันในโดเมนเวฟเล็ต

จากผลการทดลองที่ได้พบวิธีที่เสนอนี้ให้ขอบวัตถุที่ใกล้เคียงกับขอบวัตถุจริงมากกว่าภาพขอบวัตถุในระดับ $j = 3$ และระดับ $j = 4$ นอกจากนี้ยังให้เส้นขอบวัตถุที่มีความต่อเนื่องและได้รับผลกระทบจากสัญญาณมลทินที่ยังเหลืออยู่น้อยกว่า เมื่อเทียบกับวิธีการของ Sobel และวิธีการของ Canny

และจากการที่ใช้เวฟเล็ตในการหาขอบวัตถุในภาพ จึงสามารถเลือกขอบวัตถุที่มีหลายระดับได้ตามสเกลของวัตถุในภาพที่พิจารณา

เอกสารอ้างอิง

- [1] Zyl J.J. and Kim Y. "Remote Sensing." Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering. vol. 18 : 466-488. 1999.
- [2] Boncelet C. "Image Noise Model." Handbook of Image and Video Processing. Academic Press. 2000. pp. 325-335.
- [3] Bovik C.C. "On Detecting Edges in Speckle Imagery." IEEE Trans. Acous. Speech Signal Proc. vol. 36, no. 10, Oct. 1988. pp. 1618-1627.
- [4] Moulin P. "Multiscale Image Decompositions and Wavelets." Handbook of Image and Video Processing. Academic Press. 2000. pp. 289-300.
- [5] Gonzalez R.C. and Woods R.E. Digital Image Processing. 2nd ED. New Jersey : Prentice-Hall, Inc. 2002.
- [6] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. CBMS-NSF Region Conference Series in Applied Mathematics. vol. 61, Philadelphia : SIAM. 1992.
- [7] Vettrli M. and Kvacevic J. Wavelet and Subband Coding. New Jersey : Prentice-Hall, Inc. 1996.
- [8] Wei D. and Bovik A.C. "Wavelet Denosing for Image Enhancement." Handbook of Image and Video Processing. Academic Press. 2000. pp. 117-123.
- [9] Donoho D.L. "De-Noising by Soft-Thresholding." IEEE Trans. Info. Theory. vol. 41, no. 3, May 1995. pp. 613-627.
- [10] Canny J. "A Computational Approach to Edge Detection." IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. vol. PAMI-8, no. 6, Nov. 1986. pp. 679-698.
- [11] Mallat S. and Zhong S. "Characterization of Signals from Multiscale Edges." IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. vol. 14, no. 7, July 1992. pp. 710-732.
- [12] Sonka M., Hlavac V., and Boyle R. Image Processing, Analysis, and Machine Vision. 2nd ED. Brook/Cole Publishing Company. 1999
- [13] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press. 1998.
- [14] Burrus J.M., Gimonet R.A., and Perbos J. "SAR Data Filtering for Classification." IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. vol. 25, no. 5, 1987. pp. 629-637.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [15] Thitimajshima P., Rangsanseri Y., and Rakprathanporn P. "A Simple SAR Speckle Reduction by Wavelet Thresholding." 19th Asian Conference on Remote Sensing. 1998. pp. P-14-1 – P-14-5.
- [16] Simard M. et al. "Analysis of Speckle Noise Contribution on Wavelet Decomposition of SAR Images." IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. vol. 36, no. 6, Nov 1998. pp. 1953-1962.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

| | |
|---------------------------|--|
| ชื่อ-นามสกุล | สุกฤติก์ มัชคาม |
| วัน เดือน ปีเกิด | 22 ธันวาคม 2520 ที่จังหวัดชลบุรี |
| ที่อยู่ | 19/137 หมู่ 17 ซอยกิ่งแก้ว 1 ถนนกิ่งแก้ว ตำบลบางพลีใหญ่ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ 10540 โทรศัพท์ 02-3166403 |
| ประวัติการศึกษา | 2543 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |
| ปัจจุบัน | วิศวกร แผนก Core Network บริษัท บีเอฟเคที (ประเทศไทย) จำกัด |
| บทความที่ได้รับการตีพิมพ์ | Madchakham S., Thitimajshima P., and Rangsanseri Y. "Edge Detection in Speckled SAR Images Using Wavelet Decomposition." 22nd Asian Conference on Remote Sensing. Singapore. 2001. pp. 1307-1310. สุกฤติก์ มัชคาม, ยุทธพงษ์ รังสรรค์เสรี และปัญญา จิตติมชฌิมา. "การตรวจหาขอบวัตถุในภาพ SAR โดยใช้การแปลงเวฟเลทแบบหลายระดับ." การประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 40 สาขาวิศวกรรมศาสตร์. 2545. หน้า 66-71. |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้