

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ความจุเออร์แลงของระบบซีดีเอ็มเอเซลลูลาร์ที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์
บนช่องสัญญาณการจางหายแบบเรย์ลี

ERLANG CAPACITY OF A CELLULAR CDMA SYSTEM WITH
IMPERFECT POWER CONTROL OVER A RAYLEIGH FADING CHANNEL



ณรงค์ นรงค์รัตน์

NARONG NARONGRAT



๒๑๑ ๘
๕ - ๑

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 47540
วัน, เดือน, ปี 19 ส.ค. 2546

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

**ERLANG CAPACITY OF A CELLULAR CDMA SYSTEM WITH
IMPERFECT POWER CONTROL OVER A RAYLEIGH FADING CHANNEL**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2003

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



๗

COPYRIGHT 2003

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ความจุเออร์แลงของระบบซีดีเอ็มเอเซลลูลาร์ที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์บนช่องสัญญาณการจากหายแบบเรย์ลี
นักศึกษา	นาย ณรงค์ ณรงค์รัตน์
รหัสประจำตัว	43061126
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2546
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ. สมยศ จุณณะปิยะ

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการประมาณความจุเออร์แลงของระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์บนช่องสัญญาณการจากหายแบบเรย์ลี ความไม่สมบูรณ์ในการควบคุมกำลังถูกจำลองให้เป็นตัวแปรสุ่มแบบท็อกนอร์มอล และความเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรสุ่มนี้ขึ้นอยู่กับความเร็วของโทรศัพท์เคลื่อนที่ กับจำนวนสาขาของตัวรับแบบเร็ค นอกจากนี้ได้พิจารณาการตรวจจับสัญญาณเสียงเพื่อใช้ในการปรับปรุงความจุระบบ ผลลัพธ์เชิงตัวเลขแสดงให้เห็นว่าการตรวจจับสัญญาณเสียงสามารถเพิ่มความจุระบบได้

Thesis Title	Erlang Capacity of a Cellular CDMA System with Imperfect Power Control over a Rayleigh Fading Channel
Student	Mr. Narong Narongrat
Student ID.	43061126
Degree	Master of Engineering
Program	Electrical Engineering
Year	2003
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Somyot Junnapiya

ABSTRACT

In this paper presented the estimation of Erlang capacity of a cellular CDMA system with imperfect power control over a rayleigh fading channel. The imperfect of power control is modeled by lognormal random variable. Standard deviation of this random variable is dependent on mobile velocity and number of resolvable path of RAKE reciever. In addition to voice activity detection (VAD) for improve the system capacity is considered. Numerical results show that, voice activity can be improve system capacity.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาเกี่ยวกับการดำเนินการศึกษาและวิจัยจาก รศ. สมยศ จุณณะปิยะ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอกราบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ดร. พิเชฐ ม่วงนวล ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม ที่ช่วยเหลือแก้ไขและให้คำแนะนำบางจุดที่ผู้วิจัยคิดปัญหาบางอย่าง ซึ่งมีส่วนให้ผู้วิจัยเข้าใจในปัญหานั้น

ขอขอบพระคุณ ผศ. ดร. สุทธิชัย นพนาศิพงษ์ ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม ที่ให้โอกาสและคำแนะนำในการศึกษาระดับปริญญาโท

ขอขอบพระคุณ รศ. ดร. เอื้อน ปิ่นเงิน และ รศ. ดร. ชม กัมปาน ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ที่อนุญาตและให้ความสะดวกในการใช้สถานที่ในการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ นักศึกษาที่ช่วยเหลือให้คำแนะนำต่างๆ พร้อมทั้งตรวจเทียบและแก้ไขทฤษฎีและอื่นๆ ที่ผิดพลาด จนสำเร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและยังให้กำลังใจต่อผู้วิจัยอย่างใกล้ชิดตลอดมา

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และพี่สาว ที่เป็นผู้สนับสนุนการศึกษามาโดยตลอด

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ณรงค์ ณรงค์รัตน์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการทำวิจัย.....	1
1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 การสูญเสียเนื่องจากการแพร่กระจายของคลื่น.....	3
2.1 บทนำ.....	3
2.2 การแพร่กระจายของคลื่นบนช่องสัญญาณต่างๆ.....	3
2.2.1 การสูญเสียตามระยะทางของคลื่น.....	3
2.2.2 การกระจายแบบลือกอนอรั่มอล.....	8
2.2.3 การกระจายแบบเรย์ลี.....	11
บทที่ 3 ระบบเซลล์ลาร์ซีดีเอ็มเอ.....	16
3.1 บทนำ.....	16
3.2 หลักการของสัญญาณเปกตรัมแผ่.....	16
3.3 การเข้าถึงแบบสเปกตรัมแผ่.....	18
3.3.1 การจัดลำดับโดยตรง.....	19
3.3.2 การกระโดดทางความถี่.....	21
3.3.3 การกระโดดทางเวลา.....	23
3.4 ตัวรับแบบเร็ค.....	25
3.5 การแทรกสอดในระบบเซลล์ลาร์ซีดีเอ็มเอ.....	29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.5.1 การแทรกสอดภายในเซลล์.....	29
3.5.2 การแทรกสอดภายนอกเซลล์.....	30
3.5.3 การโหนดคั้ง.....	31
3.6 การควบคุมกำลัง.....	32
3.6.1 การควบคุมกำลังแบบรูปเปิด.....	33
3.6.2 การควบคุมกำลังแบบรูปปิด.....	34
บทที่ 4 ความจุเออร์แลง.....	39
4.1 บทนำ.....	39
4.2 แบบจำลองระบบ.....	39
4.3 การประมาณความจุเออร์แลง.....	40
4.3.1 การประมาณความจุเออร์แลงแบบเกาส์.....	45
4.3.2 การประมาณความจุเออร์แลงแบบลือกนอร์มอล.....	47
บทที่ 5 การวิเคราะห์และแสดงผลเชิงตัวเลข.....	50
5.1 บทนำ.....	50
5.2 อิทธิพลของความเร็วที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	50
5.3 อิทธิพลของ โหลดแพคเตอร์ที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	51
5.4 อิทธิพลของการควบคุมกำลังที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	52
5.5 อิทธิพลของการตรวจจับสัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	53
5.5.1 ความเร็วของโทรศัพท์เคลื่อนที่พร้อมกับใช้การตรวจจับ สัญญาณเสียงมีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	53
5.5.2 การโหนดคั้งของช่องสัญญาณพร้อมกับใช้การตรวจจับ สัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	54
5.5.3 อิทธิพลของการควบคุมกำลังผิดพลาดพร้อมกับการตรวจจับ สัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	56
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บรรณานุกรม.....	60
ภาคผนวก.....	63
ประวัติผู้เขียน.....	77



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 พารามิเตอร์ที่ใช้ในระบบ.....	39
4.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของการสื่อสารของโทรศัพท์เคลื่อนที่ กับสถานีฐานที่ต้องการ และสถานีฐานอื่น.....	40



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การสูญเสียตามระยะทางของคลื่นในระบบเซลลูลาร์.....	5
2.2 การสูญเสียเนื่องจากสัญญาณถูกบัง.....	9
2.3 การกระจายความน่าจะเป็นแบบลือกนอร์มอล.....	11
2.4 เส้นทางการแพร่กระจายของคลื่นหลายเส้นทาง.....	12
2.5 การกระจายแบบเรย์ลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 3, 4, 5 และ 6 เดซิเบล.....	15
3.1 หลักการของการเข้าถึงแบบสเปกตรัมแผ่.....	17
3.2 การปฏิเสธรการแทรกสอด.....	18
3.3 บล็อก ไดอะแกรมเครื่องส่งแบบการจัดลำดับ โดยตรง.....	19
3.4 บล็อก ไดอะแกรมของเครื่องรับซีดีเอ็มเอแบบการจัดลำดับ โดยตรง.....	20
3.5 การกระโดดทางความถี่.....	21
3.6 บล็อก ไดอะแกรมเครื่องส่งซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่.....	22
3.7 บล็อก ไดอะแกรมเครื่องรับซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่.....	22
3.8 สัญญาณสเปกตรัมแผ่แบบกระโดดทางเวลา.....	24
3.9 บล็อก ไดอะแกรมของเครื่องส่งของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา.....	24
3.10 บล็อก ไดอะแกรมของเครื่องรับของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา.....	25
3.11 บล็อก ไดอะแกรมของตัวรับแบบเร็ค.....	27
3.12 การแทรกสอดภายในเซลล์.....	29
3.13 การแทรกสอดภายนอกเซลล์.....	30
3.14 การทำงานของการควบคุมแบบลูปเปิด.....	33
3.15 การเข้าถึงของการควบคุมแบบลูปเปิด.....	34
3.16 เฟรมบนช่องสัญญาณขาลงและขาขึ้น.....	35
3.17 การทำงานของการควบคุมกำลังแบบลูปปิด.....	36
3.18 ลำดับการส่งบิตควบคุมกำลังตามระดับความแรงสัญญาณ.....	37
3.19 การเปิด-ปิดช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงตามอัตราการส่ง.....	38
5.1 อิทธิพลของความเร็วที่มีต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	50
5.2 อิทธิพลของการไหลคั่งที่มีต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	51
5.3 อิทธิพลของการควบคุมกำลังต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด.....	52

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.4 อิทธิพลของความเร็วและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบเกาส์.....	53
5.5 อิทธิพลของความเร็วและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล.....	54
5.6 อิทธิพลของการไหลคดโค้งและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบเกาส์.....	55
5.7 อิทธิพลของการไหลคดโค้งและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล.....	56
5.8 อิทธิพลของการควบคุมกำลังและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบเกาส์.....	57
5.9 อิทธิพลของการควบคุมกำลังและการตรวจจับสัญญาณเสี่ยงต่อความน่าจะเป็นของการติดยัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล.....	58

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ความต้องการด้านสื่อสารไร้สายในปัจจุบันเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จุดเด่นของการสื่อสารไร้สาย คือ มีความสะดวก คล่องตัว สามารถใช้งานได้ทุกสถานที่ในเขตพื้นที่ให้บริการของโครงข่ายไร้สาย ดังนั้นเทคโนโลยีสื่อสารไร้สายจึงต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อรองรับความต้องการที่เพิ่มขึ้นนี้ โครงข่ายสื่อสารไร้สายแบบเซลลูลาร์ก็เป็นโครงข่ายหนึ่งที่ทำให้บริการด้านสื่อสารไร้สายซึ่งได้มีการพัฒนาเพื่อรองรับความต้องการมาจนถึงปัจจุบัน เทคนิคการเข้าถึงหลายทางที่สำคัญ คือ เทคนิคการเข้าถึงทางความถี่ (FDMA) การเข้าถึงทางเวลา (TDMA) และการเข้าถึงโดยใช้รหัส (CDMA) การเข้าถึงแบบ FDMA นั้น แต่ละผู้ใช้ถูกกำหนดแถบความถี่ (Bandwidth) การเข้าถึงที่แน่นอนให้ตลอดการใช้งาน การเข้าถึงแบบ TDMA นั้น แต่ละผู้ใช้ถูกกำหนดช่วงเวลาการเข้าถึงที่แน่นอนให้ตลอดการใช้งาน ส่วนการเข้าถึงแบบ (CDMA) แต่ละผู้ใช้ถูกกำหนดรหัสในการเข้าถึงเพื่อใช้ในการตรวจจับทางด้านรับ

เทคนิคต่างๆที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น การเข้าถึงแบบ FDMA และ TDMA มีทรัพยากรของสัญญาณจำกัดอย่างมาก ไม่เพียงพอต่อความต้องการที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

1.2 ทฤษฎีหรือแนวคิดในการวิจัย

จากเทคนิคการเข้าถึง FDMA และ TDMA นั้น ทรัพยากรถูกกำหนดไว้อย่างตายตัว คือ ถ้ามีผู้ใช้กำลังใช้ช่องสัญญาณนั้นๆอยู่ ผู้ใช้รายอื่นไม่สามารถใช้ช่องสัญญาณนั้นได้เลย และความจุก็ยังไม่เพียงพอต่อความต้องการในปัจจุบัน ส่วนการเข้าถึงโดยใช้รหัสนั้นมีความยืดหยุ่นอย่างมาก ทุกๆผู้ใช้สามารถใช้ทรัพยากรร่วมกันได้ และถ้าหากผู้ใช้รายใดไม่ใช้งานช่องสัญญาณชั่วขณะ ผู้ใช้อื่นสามารถใช้ทรัพยากรส่วนนั้นได้ทันที ดังนั้นความระบบของการเข้าถึงโดยใช้รหัสจึงมีความสามารถรองรับผู้ใช้ได้มากกว่าเทคนิคการเข้าถึงทั้งสองรูปแบบข้างต้น

เนื่องจากการสื่อสารทางเสียงหรือการสนทนาปกติแล้วใช้ประโยชน์จากช่องสัญญาณสื่อสารโดยเฉลี่ยประมาณ 35% - 40% เท่านั้น ส่วนที่เหลือจะสูญเสียโดยเปล่าประโยชน์ ดังนั้นจึงได้นำเอาการตรวจจับสัญญาณเสียง (Voice Activity Detection: VAD) มาใช้ในระบบสื่อสารซีดีเอ็มเอเพื่อต้องการเพิ่มความจุระบบ

1.3 ขอบเขตการวิจัย

การประมาณความจุเออร์เลงของระบบซีดีเอ็มเอเซลลูลาร์ที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์บนช่องสัญญาณการจายแบบเรย์ลี ในงานวิจัยนี้สามารถแบ่งออกได้ดังนี้

บทที่ 1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ทฤษฎีหรือแนวคิดในการวิจัย และขอบเขตการวิจัย

บทที่ 2 การแพร่กระจายของคลื่นบนช่องสัญญาณไร้สาย

บทที่ 4 การคำนวณความจุเออร์เลงของระบบซีดีเอ็มเอ

บทที่ 5 วิเคราะห์และแสดงผลเชิงตัวเลข

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ



บทที่ 2

การสูญเสียเนื่องจากการแพร่กระจายของคลื่น

2.1 บทนำ

การสื่อสารในระบบเซลลูลาร์อาศัยคลื่นวิทยุเป็นสื่อกลางในการส่งและรับข่าวสาร มีปัจจัยต่างๆที่เกิดขึ้นบนช่องสัญญาณที่ส่งผลกระทบต่อคุณภาพของระบบ ในระบบเซลลูลาร์มีสภาวะแวดล้อมต่างๆ เช่น เนินเขา อาคาร สิ่งปลูกสร้างต่างๆ ระยะทางระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับ การเคลื่อนที่ของเครื่องลูกข่ายในระหว่างการสื่อสาร เป็นต้น

กลไกของคลื่นสัญญาณเมื่อเดินทางผ่านช่องสัญญาณในสภาวะแวดล้อมต่างๆแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ คือ การสะท้อน (Reflection) การหักเห (Diffraction) และการแตกกระเจิง (scattering)

การสะท้อนของคลื่นเกิดขึ้นจากสัญญาณตกกระทบสิ่งกีดขวางที่มีขนาดใหญ่กว่าความยาวคลื่นแล้วมีสัญญาณบางส่วนหรือสัญญาณทั้งหมดสะท้อนกลับไปยังตัวรับ

การหักเหของคลื่น เกิดขึ้นจากสัญญาณกระทบสิ่งกีดขวางที่ทำให้เกิดเงาทางด้านหลังของสิ่งกีดขวางนั้น สัญญาณบริเวณพื้นที่เงาเป็นคลื่นหักเหที่เกิดหลังจากตกกระทบ ซึ่งสัญญาณมีความแรงต่ำ แต่ในบางกรณีก็มีความแรงพอที่จะสามารถรับสัญญาณได้ถูกต้อง

การแตกกระเจิงเกิดขึ้นเมื่อคลื่นสัญญาณตกกระทบวัตถุที่มีขนาดเล็กกว่าความยาวคลื่นหรือสัญญาณตกกระทบวัตถุมีลักษณะผิวหยาบ

2.2 การแพร่กระจายคลื่นบนช่องสัญญาณสื่อสาร

2.2.1 การสูญเสียตามระยะทางของคลื่น

พิจารณาแหล่งจ่ายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบไอโซทรอปิก เรดิเอเตอร์ จ่ายกำลังสัญญาณเท่าๆกันไปในอวกาศว่างทุกๆทิศทาง (Free space) ด้วยกำลัง P_{rad} วัตต์ ที่ระยะทางห่างระหว่างตัวส่งกับตัวรับเท่ากับ d เมตร จาก[1] ความหนาแน่นกำลังเท่ากับ

$$P_{fs} = \frac{P_{rad}}{4\pi d^2} \quad \text{วัตต์ต่อตารางเมตร} \quad (2.1)$$

ส่วนสายอากาศแบบทิศทาง (Direction Antenna) ที่มีแกนสายอากาศเท่ากับ G_r จากสมการ(2.1) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{fs} = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} \quad \text{วัตต์ต่อตารางเมตร} \quad (2.2)$$

ซึ่ง

f_s คือ อวกาศว่าง

P_t คือ กำลังส่งป้อนไปยังสายอากาศของเครื่องส่ง

G_t คือ เกนสายอากาศของเครื่องส่ง

ผลกระทบของสัญญาณเมื่อตกกระทบลงบนพื้นผิวโลกจะพิจารณาความเข้มสนามไฟฟ้าในรูปอาร์เอ็มเอส (rms) กำหนดโดย

$$E_{fs} = \sqrt{Z_{fs} P_{fs}} \quad \text{โวลต์ต่อเมตร} \quad (2.3)$$

ซึ่ง Z_{fs} คือ อิมพีแดนซ์ของอวกาศว่าง

ส่วนทางด้านรับพิจารณาเป็นสายอากาศแบบมีทิศทาง (Nonisotropic Antenna) ที่มีเกนกำลังสายอากาศเท่ากับ G_r และมีความเข้มสนามไฟฟ้าทางด้านรับกำหนดโดย

$$E_{rec} = \sqrt{Z_{fs} P_{rec}} \quad \text{โวลต์ต่อเมตร} \quad (2.4)$$

ซึ่ง E_{rec} คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าที่สายอากาศตัวรับ

P_{rec} คือ กำลังที่สายอากาศตัวรับ

และกำลังสัญญาณที่รับได้ทางด้านรับคือ

$$P_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} P_{rec} G_r \quad (2.5)$$

หาผลกระทบจากการแพร่กระจายความเข้มสนามไฟฟ้าได้จากอัตราส่วนระหว่างกำลังที่รับได้ต่อกำลังส่งในอวกาศว่าง จากสมการที่ (2.2) และ(2.5) จะได้ว่า

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{\frac{\lambda^2}{4\pi} P_{rec} G_r}{\frac{P_{fs} 4\pi d^2}{G_t}} \quad (2.6)$$

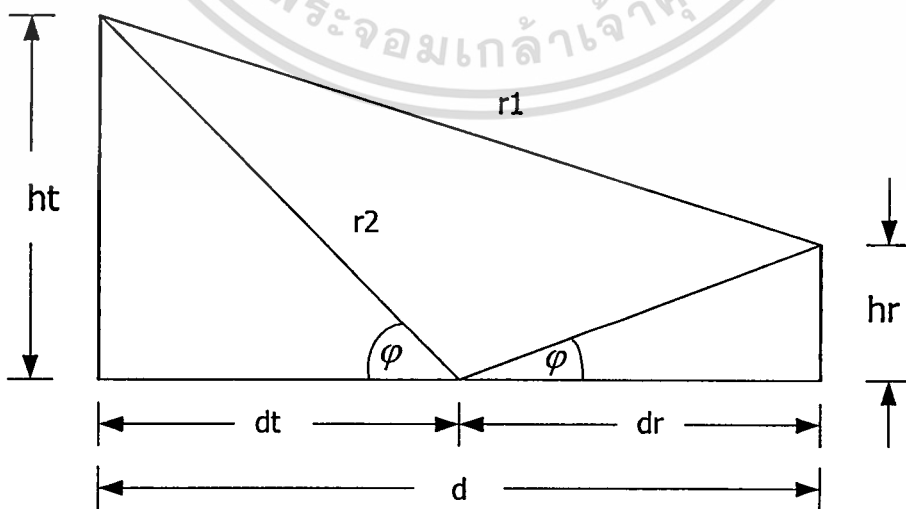
$$= \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r \left(\frac{P_{rec}}{P_{fs}} \right) \quad (2.7)$$

แทนสมการ(2.3) และ (2.4) ลงไปใน (2.7) จะได้สมการในรูปความเข้มสนามไฟฟ้า

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r \left(\frac{E_{rec}}{E_{fs}} \right)^2 \quad (2.8)$$

จากสมการที่ (2.8) เป็นอัตราส่วนของกำลังที่รับได้ต่อกำลังส่งในกรณีทั่วไป

ในกรณีของการแพร่กระจายคลื่นสัญญาณในระบบเซลลูลาร์จะพิจารณาพื้นผิวโลกให้เป็นลักษณะราบเรียบเนื่องจากมีรัศมีเซลล์ประมาณไม่กี่สิบกิโลเมตรเท่านั้น ดังนั้นสัญญาณที่ตกกระทบ (Reflection wave) และสัญญาณที่รับได้โดยตรง (Direct wave) จะพิจารณาดังไปนี้ จากรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การสูญเสียเนื่องการสะท้อนของคลื่นในระบบเซลลูลาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง

h_t คือ ความสูงเสาอากาศของสถานีฐาน

h_r คือ ความสูงเสาอากาศของโทรศัพท์เคลื่อนที่

r_1 คือ สัญญาณที่รับได้โดยตรง

r_2 คือ สัญญาณที่ตกกระทบที่รับได้

φ คือ มุมตกกระทบและมุมสะท้อนกลับ

dt คือ ระยะทางระหว่างสถานีฐานกับมุมตกกระทบ

dr คือ ระยะทางระหว่างมุมตกกระทบกับโทรศัพท์เคลื่อนที่

dt คือ ระยะทางระหว่างสถานีฐานกับโทรศัพท์เคลื่อนที่

จากรูปที่ 2.1 เป็นแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณการสูญเสียจากการแพร่กระจายคลื่นในระบบเซลลูลาร์ โทรศัพท์เคลื่อนที่ (Mobile station) รับสัญญาณ ได้มีทั้งสัญญาณที่สะท้อนกลับและสัญญาณที่รับได้โดยตรง ความแตกต่างระหว่างเส้นทางความยาวของสัญญาณทั้งสองจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_2 - r_1 \\ &= \sqrt{(h_t + h_r)^2 + d^2} - \sqrt{(h_t - h_r)^2 + d^2} \\ &\approx d \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h_t + h_r}{d} \right)^2 \right] - d \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{h_t - h_r}{d} \right)^2 \right] \\ &= \frac{2h_t h_r}{d} \end{aligned} \quad (2.9)$$

เส้นทางความยาวคลื่นสัญญาณที่แตกต่างกันมีผลให้เฟสแตกต่างกันด้วยรายละเอียดใน[2] จะได้ว่า

$$\Delta \phi = \frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} \quad (2.10)$$

ซึ่ง $\Delta \phi$ คือความแตกต่างของเฟส และมีมุมสะท้อนกำหนดโดย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\tan \varphi &= \frac{h_t}{d_t} \\ &= \frac{h_t + h_r}{d}\end{aligned}\quad (2.11)$$

อัตราส่วนความเข้มสนามไฟฟ้าที่รับได้ต่อความเข้มสนามไฟฟ้าที่ส่งในอวกาศว่างมีแมกนิจูด (Magnitude) กำลังสอง จะ ได้

$$\begin{aligned}\left| \frac{E_{rec}}{E_{fs}} \right|^2 &\approx |1 - \mathcal{E} \exp(j\Delta)|^2 \\ &= 1 + |\mathcal{E}|^2 + 2|\mathcal{E}| \cos(\Delta + \Phi)\end{aligned}\quad (2.12)$$

สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection: \mathcal{E}) ที่มีความสัมพันธ์กับสะท้อน (Grazing) และกราวด์อิมพีแดนซ์ (Z) กำหนดโดย

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \frac{\sin(\varphi) - z}{\sin(\varphi) + z} \\ &= |\mathcal{E}| \exp(j\Phi)\end{aligned}\quad (2.13)$$

ในระบบเซลล์ลูลาร์มีมุมสะท้อนต่ำมาก กำหนดให้ $\mathcal{E} \approx -1$ และ สมการ (2.12) จะได้เป็น

$$\begin{aligned}\left| \frac{E_{rec}}{E_{fs}} \right|^2 &\approx 2(1 - \cos(\Delta)) \\ &= 4 \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 4 \sin^2 \left(\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda d} \right) \quad (2.14)$$

จาก[4]นำสมการ(2.14) แทนลงใน(2.8) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_t} &= 4 \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_t G_r \sin^2 \left(\frac{2\pi h_t h_r}{\lambda d} \right) \\ &= \frac{(h_t h_r)^2}{d^4} \end{aligned} \quad (2.15)$$

การสูญเสียเนื่องจากการแพร่กระจายของคลื่นระดับสายตา (Line of sight) พิจารณาในหน่วยเดซิเบล
จะได้

$$L_{LOS} = 20 \log(h_t) + 20 \log(h_r) - 40 \log(d) \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.16) เป็นการสูญเสียเนื่องการแพร่กระจายของคลื่นในระบบเซลลูลาร์

2.2.2 การกระจายแบบลือกนอร์มอล

ปัจจัยสำคัญที่ก่อให้เกิดการสูญเสียเนื่องจากลือกนอร์มอล คือสภาพแวดล้อมที่ทำการสื่อสารอยู่ในขณะนั้นมีสิ่งกีดขวางเช่น ต้นไม้ เนิินเขา หรือสิ่งปลูกสร้างต่างๆ ที่มีขนาดใหญ่กว่าความคลื่นมาบังเส้นทางการแพร่กระจายของคลื่นทำให้เกิดเงาด้านหลังสิ่งกีดขวางนั้นขึ้น ดังรูปที่ 2.2

เมื่อโทรศัพท์เคลื่อนที่เดินทางผ่านสิ่งกีดขวางเหล่านี้ทำให้ระดับกำลังสัญญาณลดลง เมื่อออกจากบริเวณนี้แล้วสัญญาณจะเพิ่มขึ้นอีก การเพิ่มขึ้นและลดลงในลักษณะเช่นนี้สมมุติให้มีการกระจายแบบลือกนอร์มอล แต่สัญญาณที่วัดได้เมื่อพิจารณาในหน่วยเดซิเบล (dB) มีการกระจายแบบนอร์มอล โดยที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ m_{dB} และความแปรปรวนเท่ากับ σ_{dB}

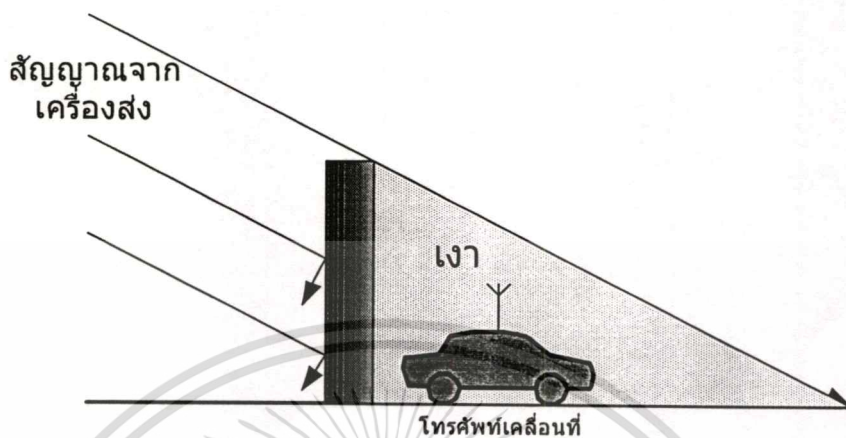
$$L_{dB} = m_{dB} + \sigma_{dB} X \quad (2.17)$$

ซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

σ_{dB} คือ ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณที่รับได้

X คือ ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง



รูปที่ 2.2 สัญญาณถูกบังจากสิ่งกีดขวาง

เมื่อการสูญเสียพิจารณาในรูปของวัตต์ (Watt) กำลังที่รับได้จะเป็น

$$L_{watt} = 10^{(m_{dB} + \sigma_{dB} X) / 10} = u y \tag{2.18a}$$

ซึ่ง

$$u = 10^{m_{dB} / 10} \tag{2.18b}$$

และ

$$y = \exp(\sigma_{dB} \beta X) \tag{2.18c}$$

ซึ่ง $\beta = (\ln 10) / 10$

เนื่องจากทราบความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบนอร์มอล คือ

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \tag{2.19}$$

หาความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบล็อกนอร์มอล โดยอาศัยการกระจายความหนาแน่นแบบนอร์มอล จาก [3] จะได้

$$p_y(y) = \frac{1}{\left| \frac{dg(x)}{dx} \right|} \cdot p_x(x) \quad (2.20)$$

จากสมการที่ (2.18c) ให้ $y = g(x) = \exp(\sigma_{dB} \beta x)$ จะได้ว่า

$$\frac{dg(x)}{dx} = \sigma_{dB} \beta \exp(\sigma_{dB} \beta x) \quad (2.21)$$

นำสมการ(2.19)และ (2.21) แทนลงในสมการ (2.20) จะได้

$$p_y(y) = \frac{1}{\left| \sigma_{dB} \beta \exp(\sigma_{dB} \beta x) \right|} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (2.22)$$

กำหนดให้

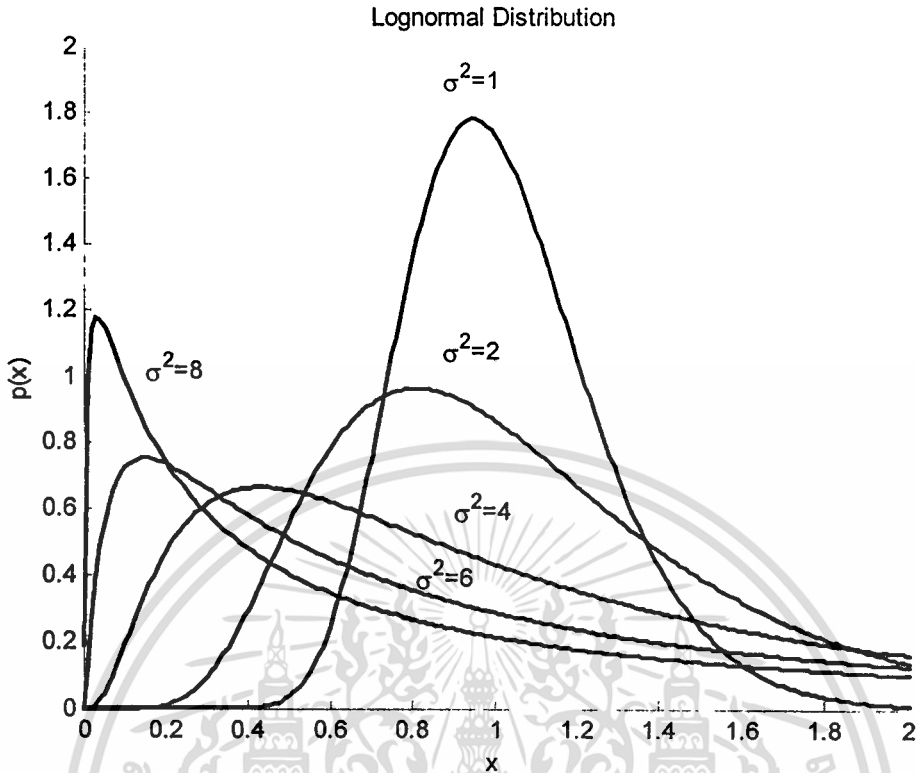
$$\exp(\sigma_{dB} \beta x) = y \text{ และ } x = \left(\frac{\ln y}{\sigma_{dB} \beta} \right)$$

แทนค่ากลับให้อยู่ในรูปตัวแปรล็อกนอร์มอล จะได้

$$p_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{dB} \beta y} \exp\left(-\frac{\ln^2 y}{2\sigma_{dB}^2 \beta^2}\right) \quad y \geq 0 \quad (2.23)$$

จากสมการที่ (2.23) เป็นสมการความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบล็อกนอร์มอล และ กราฟแสดง ดังรูปที่ 2.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 การกระจายความน่าจะเป็นแบบล็อกนอร์มอล

จากรูปที่ 2.3 เป็นการกระจายความน่าจะเป็นแบบล็อกนอร์มอลที่มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 2, 3, 4, และ 6 เดซิเบล

2.2.3 การกระจายแบบเรย์ลี

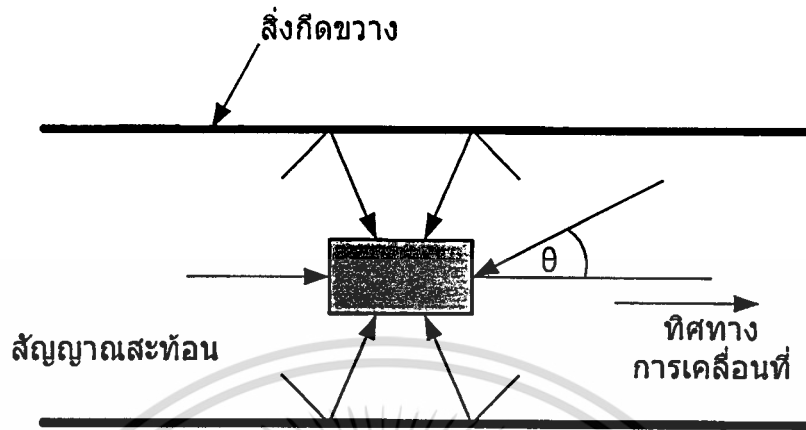
ระบบสื่อสารเซลลูลาร์ที่อาศัยคลื่นสัญญาณวิทยุในการเชื่อมต่อนั้น ในสภาพแวดล้อมเป็นสิ่งกีดขวางมาดบังจำนวนมาก เช่น ในพื้นที่เขตเมืองเป็นสิ่งปลูกสร้างจำนวนมากมีส่วนทำให้บังเส้นทางคลื่นระดับสายตา (Line of sight) สัญญาณที่ปรากฏเป็นสัญญาณแตกกระจายออกหลายวิถี (Multipath) ซึ่งมีขนาด (Amplitude) เฟส (Phase) และเวลาประวิง (Delay) แตกต่างกัน สัญญาณเหล่านี้เมื่อมาถึงตัวรับ อาจจะมีการเสริมกัน หรือหักล้างกัน ทำให้สัญญาณที่รับได้เกิดการแกว่งในลักษณะที่ไม่แน่นอน (Random) จาก [4] แสดงดังรูปที่ 2.4

สมมติให้สัญญาณแคเรียร์ที่ใช้ส่งผ่านช่องสัญญาณกำหนดโดย

$$s(t) = \text{Re}\{b(t)\exp(j\omega_c t)\} \quad (2.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง $b(t)$ คือ สัญญาณข้อมูล ω_c คือ ความถี่แคเรียร์เชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที) สัญญาณที่รับได้ผ่านช่องสัญญาณไร้สายคือผลรวมของสัญญาณแต่ละเส้นทาง ดังสมการที่ 2.25



รูปที่ 2.4 เส้นทางแพร่กระจายของคลื่นหลายเส้นทาง

$$R(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^N [A_i b(t) \exp(j(\omega_c t + \phi_i))] \right\} \quad (2.25)$$

ซึ่ง N คือ จำนวนเส้นทางคลื่น A_i คือ ขนาดของสัญญาณเส้นทางคลื่นที่ i ϕ_i คือ เวลาประวิงเส้นทางคลื่นที่ i เนื่องจากมีการเคลื่อนที่ของของโทรศัพท์เคลื่อนที่ก่อให้เกิดการเลือนด็อบเปลอร์มีผลให้ความถี่แคเรียร์เลื่อนออกไป ซึ่งความถี่นี้ขึ้นอยู่กับมุมตกกระทบระหว่างสัญญาณที่มาถึงตัวรับกับทิศทางในการเคลื่อนที่ของโทรศัพท์เคลื่อนที่ ถ้าทิศทางเคลื่อนที่เข้าหาคลื่นที่เข้ามาการเลือนด็อบเปลอร์ มีค่าเป็นบวก แต่ถ้าทิศทางเคลื่อนที่เข้าหาคลื่นที่ตรงข้ามกับคลื่นที่เข้ามาการเลือนด็อบเปลอร์มีค่าเป็น ลบ และการเลือนด็อบเปลอร์ ที่เกิดขึ้นเท่ากับ

$$f_i = f_d \cos(\theta_i) \quad (2.26)$$

$$f_d = \frac{v}{c} f_c \quad (2.27)$$

ซึ่ง f_d คือ ความถี่ด็อบเปลอร์สูงสุด v คือ ความเร็วยานพาหนะ (เมตรต่อวินาที) $\omega_d = 2\pi f_d$ คือ ความถี่ด็อบเปลอร์ (เรเดียนต่อวินาที)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากเกิดความถี่คือบเพลอร์ขึ้น ดังนั้นสัญญาณแคเรียร์ที่รับได้ คือ

$$\begin{aligned}
 R(t) &= \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[A_i b(t) \exp(j(\omega_c + \omega_d \cos(\theta_i)t) + \phi_i) \right] \right\} \\
 &= \operatorname{Re} \{ x(t) b(t) \exp(j\omega_c t) \}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

พิจารณาในเทอมอินเฟส และ ควอนเดรนเจอร์ จะได้

$$x(t) = x_I(t) + x_Q(t)$$

และ

$$x_I(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_d \cos(\theta_i)t + \phi_i)$$

$$x_Q(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_d \cos(\theta_i)t + \phi_i)$$

เนื่องจากมีเส้นทางคลื่นสัญญาณสะท้อนไปมามีจำนวนมาก และมีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเฟสของแต่ละสัญญาณเป็นไปในลักษณะสุ่ม (Random) จึงสามารถพิจารณาให้เป็นตัวแปรสุ่มได้และการรวมสัญญาณเหล่านี้ใช้ทฤษฎีเข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem: CLT) สมมุติให้เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน (Gaussian) เป็นอิสระต่อกัน และมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ซึ่งพารามิเตอร์เท่ากันทั้งสองตัวแปร ความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วม (joint density) ที่เป็นอิสระต่อกันของ $x_I(t)$ และ $x_Q(t)$ คือ

$$\begin{aligned}
 p(x_I, x_Q) &= p(x_I) p(x_Q) \\
 &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x_I^2 + x_Q^2}{2\sigma^2}\right)
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรอบคลื่น (Envelop) ของสัญญาณที่รับได้ คือ

$$r(t) = \sqrt{x_I(t)^2 + x_Q(t)^2} \quad (2.30)$$

และ

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{x_I(t)}{x_Q(t)} \right] \quad (2.31)$$

เปลี่ยนตัวแปรใหม่จาก $x_I(t)$, $x_Q(t)$ ให้อยู่ในรูป $r(t)$, $\theta(t)$ จะได้

$$x_I(t) = r(t) \cos(\theta) \quad \text{และ} \quad x_Q(t) = r(t) \sin(\theta)$$

แปลงความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วมโดยใช้ทฤษฎีการทรานส์ฟอร์มของ Jacobean [7] จะได้

$$\begin{aligned} |J| &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_I}{\partial r} & \frac{\partial x_Q}{\partial r} \\ \frac{\partial x_I}{\partial \theta} & \frac{\partial x_Q}{\partial \theta} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -r \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & r \cos(\theta) \end{vmatrix} \\ &= r \end{aligned} \quad (2.32)$$

หาความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วมที่มีการกระจายแบบเรย์ลี โดยใช้การแปลงพิกัดเชิงขั้วให้เป็นพิกัดเชิงมุมจาก jacobian[3] คือ

$$p(r, \theta) = |J| p_{x_I, x_Q}(r)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

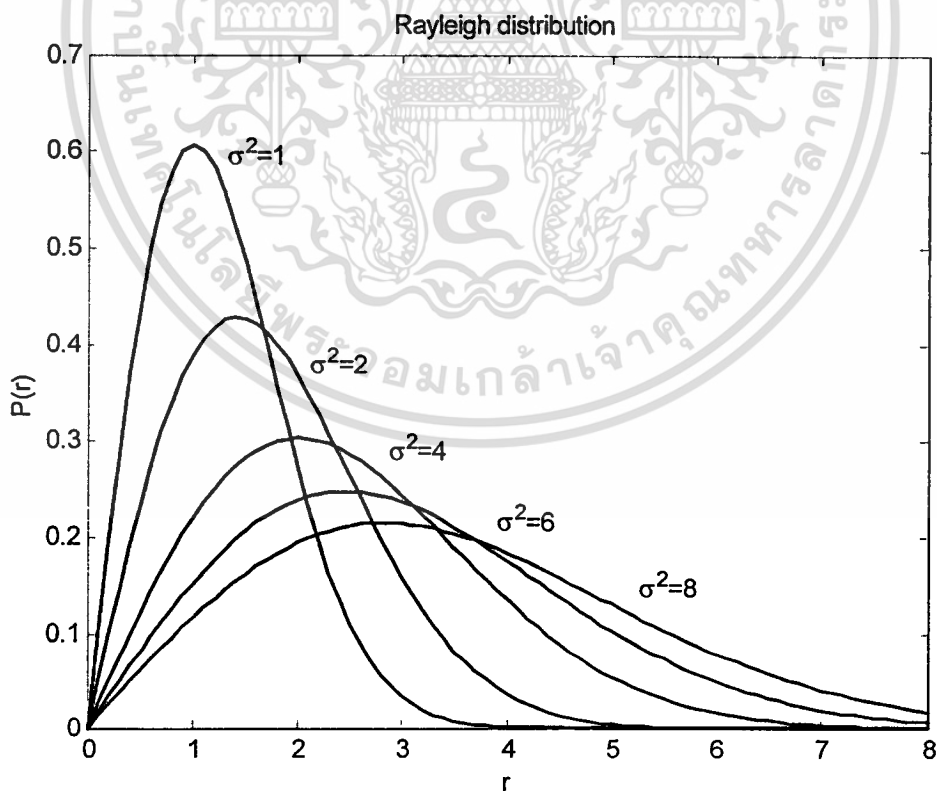
$$= \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.33)$$

ซึ่งมีการกระจายของกรอบคลื่นแบบเรย์ลี คือ

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.34)$$

และการกระจายของเฟสอย่างสม่ำเสมอในช่วง 0 ถึง 2π คือ

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad (2.35)$$



รูปที่ 2.5 การกระจายแบบเรย์ลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 1, 2, 4, 6 และ 8 เดซิเบล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

ระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอ

3.1 บทนำ

กล่าวถึงหลักการของเทคนิคสเปกตรัมแผ่ที่นำมาประยุกต์ใช้กับระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอ ซึ่งใน[5] กล่าวถึงสมรรถนะของระบบซีดีเอ็มเอ การรับสัญญาณใช้ตัวรับสัญญาณหลายวิถีที่เรียกว่า ตัวรับแบบเร็ก พิจารณาการแทรกสอดที่เกิดขึ้นในระบบระบบเซลลูลาร์ทั้งภายในเซลล์ และภายนอกเซลล์ นอกจากนี้กล่าวถึงการ โหลดคิงของระบบซีดีเอ็มเอ และการควบคุมกำลังส่งเพื่อให้ระดับกำลังมีความเหมาะสม

3.2 หลักการของสัญญาณสเปกตรัมแผ่

หลักการของการสเปกตรัมแผ่ได้อธิบายใน[6] ในระบบซีดีเอ็มเอ นั้น ผู้ใช้บริการแต่ละรายจะถูกกำหนดรหัสเฉพาะ (Unique code) ที่เป็นเอกลักษณ์เป็นของตนเอง เพื่อใช้ในการเข้ารหัสสัญญาณข่าวสาร (Information) และส่งผ่านช่องสัญญาณ ส่วนทางด้านตัวรับสามารถรับสัญญาณรหัสได้เฉพาะข่าวสารที่ต้องการเท่านั้นและตัวรับไม่สามารถรับสัญญาณรหัสอื่นที่ไม่ใช่รหัสของตนเองได้ ในการรับสัญญาณที่ต้องการทำได้โดยทำการสหสัมพันธ์ (Correlating) สัญญาณที่รับได้จากช่องสัญญาณกับสัญญาณรหัสที่ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ทางด้านรับ ถ้าหากสัญญาณที่รับมีรหัสสัญญาณตรงกันกับทางด้านรับ จะได้กำลังสูงกว่าสัญญาณที่ทำการสหสัมพันธ์ (correlating) กับรหัสอื่นๆที่ไม่ตรงกับรหัสทางด้านรับ

การสหสัมพันธ์สัญญาณรหัสที่ตรงกันกับทางด้านรับเรียกว่าอัตสหสัมพันธ์ (Auto-correlation) ส่วนการสหสัมพันธ์สัญญาณที่ไม่ตรงกันกับรหัสทางด้านรับเรียกว่า สหสัมพันธ์ข้าม (cross correlation)

ถ้ากำหนดให้แบนด์วิดของรหัสสัญญาณมากกว่าแบนด์วิดของข่าวสารแล้วกระบวนการเข้ารหัสแบบนี้ทำให้สเปกตรัมข่าวสารกว้างมากขึ้นจึงเรียกการมอดูเลตแบบนี้ว่าการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ ส่วนสัญญาณที่ได้จากการมอดูเลตเรียกว่าสัญญาณสเปกตรัมแผ่ เพราะฉะนั้นถ้าต้องการส่งสัญญาณผ่านสื่อกลางให้มีแบนด์วิดกว้างมากๆ จะต้องให้คาบเวลาของสัญญาณรหัสที่ใช้มีช่วงเวลาแคบกว่าคาบเวลาของสัญญาณข่าวสารมากๆ สัญญาณข่าวสารที่ถูกเข้ารหัสเฉพาะจะมีผลให้ความหนาแน่นกำลังสเปกตรัม (Spectral power density) ต่ำ อัตราส่วนระหว่างแบนด์วิดของสัญญาณรหัสต่อแบนด์วิดของสัญญาณข่าวสารเรียกว่าเกนประมวลผล (Processing gain) มีค่าเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

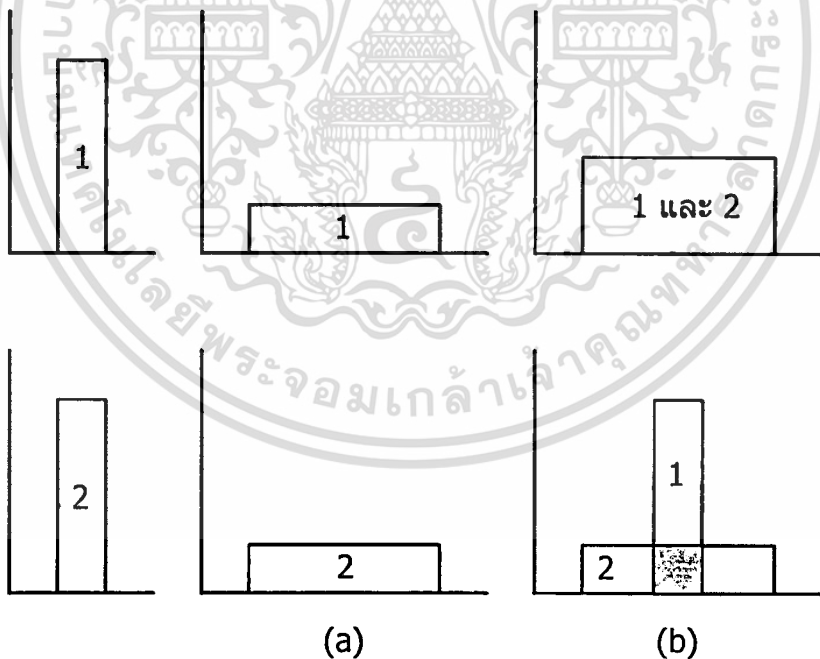
$$G_p = \frac{B_l}{B_i} \tag{3.1}$$

ซึ่ง B_l คือ แบนด์วิดธ์ของสัญญาณรหัส และ B_i คือ แบนด์วิดธ์ของสัญญาณข่าวสาร

ลักษณะเด่นที่สำคัญของระบบสเปกตรัมแผ่มีดังนี้

1) ความสามารถในการเข้าถึงของการสื่อสารแบบสเปกตรัมแผ่

ในกรณีผู้ใช้ช่องสัญญาณในเวลาใดเวลาหนึ่งพร้อมๆกันจำนวนมากกว่าหนึ่งผู้ใช้ตัวรับสามารถแยกแยะความแตกต่างระหว่างสัญญาณที่ต้องการกับสัญญาณผู้ใช้อื่นๆออกจากกันได้ (ซึ่งสัญญาณผู้อื่นจะถูกพิจารณาเป็นสัญญาณแทรกสอด) ถ้าหากผลของการสหสัมพันธ์ข้ามมีค่าต่ำเพียงพอจึงจะทำให้การสหสัมพันธ์สัญญาณที่ต้องการจะสามารถดีสเปกตรัมสัญญาณที่ต้องการออกมาได้ ส่วนสัญญาณรหัสอื่นๆ ไม่สามารถดีสเปกตรัมออกมาได้ และสัญญาณเหล่านี้จะยังคงแผ่ (spread) อยู่บนแบนด์วิดธ์ที่มีความหนาแน่นกำลังสเปกตรัมต่ำเช่นเดิมดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 หลักการของการเข้าถึงแบบสเปกตรัมแผ่

จากรูปที่ 3.1(a) ผู้ใช้ที่ 1 และผู้ใช้ที่ 2 สร้างสัญญาณรหัสเป็นของตนเอง โดยสร้างจากสัญญาณแถบแคบ (Narrowband) หมายเลข 1 และ 2 ตามลำดับ ส่วนรูปที่ 3.1(b) ผู้ใช้ที่ 1 และผู้ใช้ที่ 2 ส่งสัญญาณ

สเปกตรัมแผ่ไปบนช่องสัญญาณในเวลาเดียวกัน พิจารณาตัวรับตัวที่ 1 ซึ่งทำหน้าที่รับสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 จะเห็นว่าตัวรับที่ 1 สามารถดีสเปกตรัมสัญญาณออกมาได้เฉพาะสัญญาณที่ 1 เท่านั้น ส่วน

สัญญาณที่ 2 จะถูกพิจารณาเป็นสัญญาณรบกวนพื้นฐาน (background noise) ซึ่งมีความหนาแน่นกำลังต่ำกว่าสัญญาณที่ 1 มาก ดังนั้นจึงสามารถแยกแยะและกู้สัญญาณที่ 1 กลับคืนมาได้

2) ความสามารถในการต้านสัญญาณการจางหลายวิถี (Multipath fading)

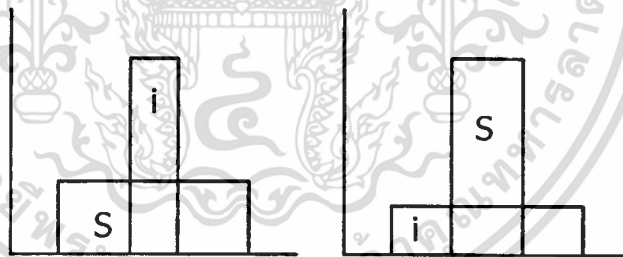
ระบบเสปรดสเปกตรัมที่นำไปประยุกต์ใช้กับการสื่อสารไร้สาย แม้ว่าจะเกิดสัญญาณหลายวิถีขึ้นบนช่องสัญญาณนี้แต่ก็ยังสามารถลดความรุนแรงการจางหายสัญญาณของได้ดีเมื่อเทียบกับระบบอื่นๆ

3) การสื่อสารที่เป็นลักษณะส่วนบุคคล (Privacy)

การส่งสัญญาณสเปกตรัมแผ่และคี่สเปกตรัมสัญญาณและกู้สัญญาณข้อมูลเดิมกลับคืนมาได้นั้น สามารถทำได้เฉพาะตัวรับที่ทราบรหัสสเปกตรัมแผ่เท่านั้น

4) การปฏิเสธการแทรกสอด (Interference rejection)

การสทสัมพันธ์สัญญาณรบกวนกับสัญญาณแถบแคบจะเสปรดกำลังสัญญาณแบนด์แคบ มีผลให้กำลังแทรกสอดบนแบนด์วิดท์ข่าวสารลดลง ดังรูปที่ 3.2 สัญญาณที่ต้องการ (S) ถูกเสปรดให้มีแบนด์วิดท์กว้างและมีกำลังต่ำ ส่วนสัญญาณรบกวนอื่นๆ (i) จะมีแบนด์แคบและมีกำลังสูง เมื่อมาถึงตัวรับสัญญาณ S จะถูกคี่เสปรดมีผลให้มีกำลังสูง ในขณะที่สัญญาณรบกวน i จะปรากฏเป็นสัญญาณรบกวนพื้นฐานที่มีระดับกำลังต่ำ จะเห็นว่าทางค้ำรับสามารถสังเกตสัญญาณที่ต้องการได้ชัดเจนมาก



รูปที่ 3.2 การปฏิเสธการแทรกสอด

รูปแบบการสื่อสารเช่นนี้อาศัยการเข้ารหัสข่าวสารกำหนดให้แก่แต่ละผู้ใช้ จึงมีการเรียกชื่ออีกแบบหนึ่งว่าซีดีเอ็มเอ (Code Division Multiple Access: CDMA)

3.3 การเข้าถึงแบบสเปกตรัมแผ่

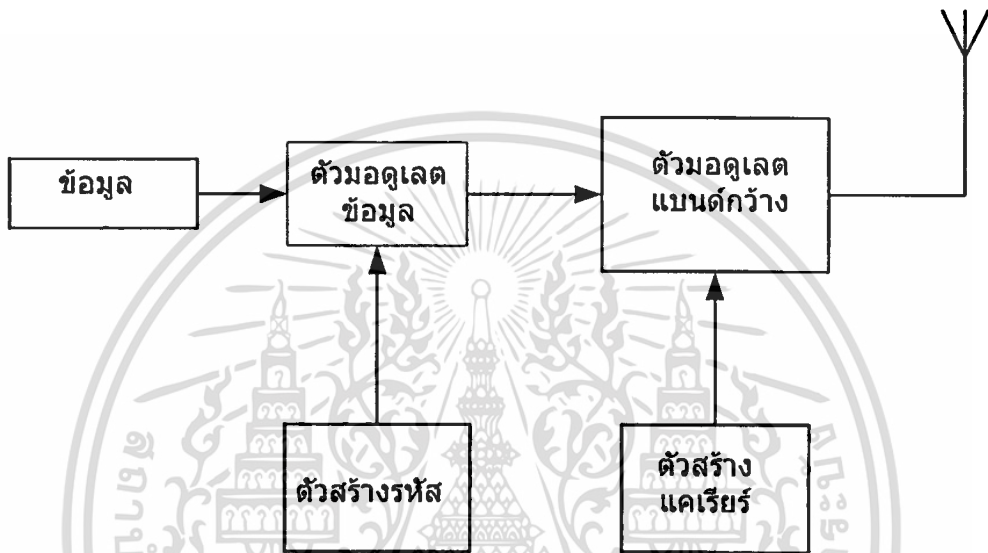
เทคนิคการเสปรดสเปกตรัมสามารถนำไปประยุกต์กับการสื่อสารข้อมูลได้หลายรูปแบบ ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการสื่อสารไร้สายมี 3 รูปแบบ คือ การเข้าถึงแบบการจัดลำดับโดยตรง (DS-SSMA)

การเข้าถึงแบบการกระโดดทางความถี่ (FH-SSMA) และการเข้าถึงแบบกระโดดทางเวลา (TH-SSMA) แต่ละรูปแบบจะอธิบายดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.1 การจัดลำดับโดยตรง

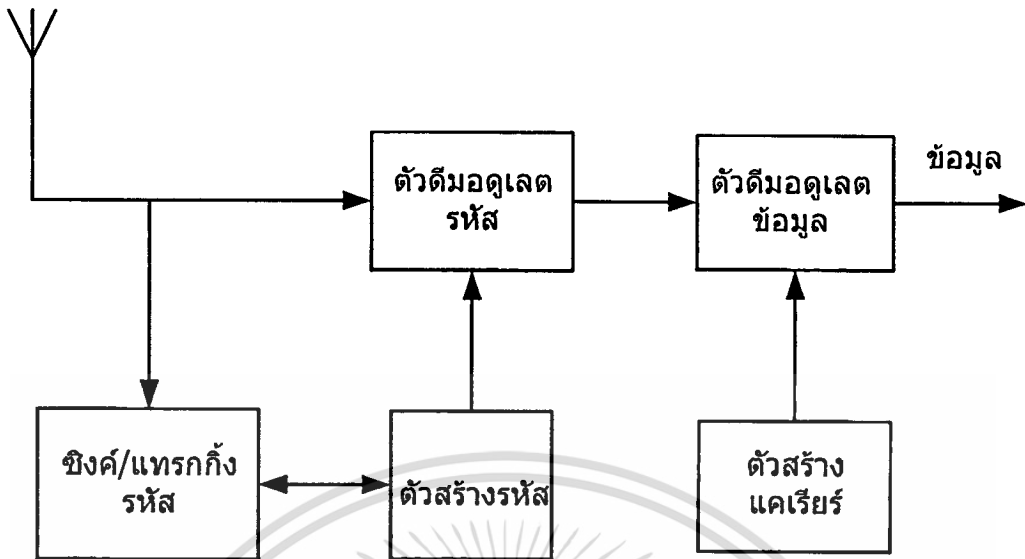
การสื่อสารในระบบซีดีเอ็มเอ สัญญาณข้อมูล (Data) จะถูกมอดูเลตกับสัญญาณรหัส (code signal) เพื่อให้สเปกตรัมของสัญญาณขยายกว้างออก แล้วมอดูเลตกับสัญญาณพาหะ(carrier) ในย่านความถี่คลื่นวิทยุ (Radio frequency: RF) อีกครั้งหนึ่ง จะได้สัญญาณสเปกตรัมแผ่ (spread spectrum) ที่ใช้ส่งผ่านช่องสัญญาณไร้สายหรือส่งผ่านสื่อกลาง ดังอธิบายใน[6] และบล็อกไดอะแกรมเครื่องส่งแสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมเครื่องส่งแบบการจัดลำดับโดยตรง

จากรูป 3.3 สัญญาณสเปกตรัมแผ่ที่ใช้การมอดูเลตสัญญาณข้อมูลเลขฐานสอง (Binary) กับสัญญาณรหัส ซึ่งประกอบด้วยบิตรหัส มีค่า +1 หรือ -1 เรียกว่า ชิพ (Chip) การส่งสัญญาณแบบสเปกตรัมแผ่นี้ต้องการให้มีแบนด์วิธกว้างมาก ดังนั้นจึงต้องให้ช่วงคาบเวลาของชิพน้อยกว่าช่วงคาบเวลาของบิตข้อมูลมากๆ หรือ ต้องให้อัตราบิตข้อมูลน้อยกว่าอัตราบิตรหัสมากๆ

การรับสัญญาณของระบบซีดีเอ็มเอแบบการจัดลำดับโดยตรง แสดงดังรูปที่ 3.4 ใช้การดีมอดูเลตแบบร่วมนัย (Coherent demodulation) แล้วดีสเปรดสัญญาณที่รับได้เพื่อกู้ข้อมูลเดิมกลับคืนมา ในการดีสเปรดนี้ตัวรับตัวรับต้องทราบรหัสสัญญาณทางด้านรับที่ส่งมา และต้องซิงค์ไครโนซ์กับสัญญาณรหัสที่สร้างขึ้นมาทางด้านรับด้วย



รูปที่ 3.4 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องรับซีดีเอ็มเอแบบการจัดลำดับโดยตรง

เมื่อผู้ใช้บริการใช้ช่องสัญญาณพร้อมๆกันในเวลาเดียวกันและใช้แบนด์วิดธ์เดียวกันด้วย แต่ละผู้ใช้สามารถใช้ทรัพยากรแบนด์วิดธ์ของช่องสัญญาณได้ตลอดย่านความถี่ ดังนั้นจึงมีโอกาสที่จะเกิดการแทรกสอดระหว่างผู้ใช้บริการด้วยกันเองสูงมาก

ลักษณะเด่นที่สำคัญของระบบการจัดลำดับโดยตรงแบ่งออกเป็นดังนี้

1) ความสามารถในการเข้าถึงหลายทาง

ถ้าผู้ใช้ใช้งานช่องสัญญาณมากกว่าหนึ่งผู้ใช้ในเวลาเดียวกันแล้ว สัญญาณสเปกตรัมแผ่ของแต่ละผู้ใช้จะเกิดการทับซ้อนกัน (Overlapping) ทั้งทางเวลาและความถี่ ตัวรับถอดการมอดูเลตรหัสออก และรวบรวมกำลังของผู้ใช้ที่ต้องการบนแบนด์วิดธ์ข่าวสาร ถ้าหากการสับสนกันข้ามระหว่างรหัสของผู้ใช้ที่ต้องการกับรหัสของสัญญาณแทรกสอดผู้ใช้อื่นมีค่าน้อย มีผลให้กำลังแทรกสอดบนแบนด์วิดธ์ข่าวสารต่ำทำให้สามารถแยกแยะได้อย่างชัดเจน

2) การแทรกสอดของสัญญาณหลายวิถี

ในการตีเสปรคนั้นถ้าหากฟังก์ชันอัตราสัมพันธ์เป็นไปตามอุดมคติ ฟังก์ชันที่อยู่นอกเหนือช่วงเวลา $[-T_c, T_c]$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่ง T_c คือ ช่วงเวลาชิพ ถ้าหากว่าสัญญาณที่ต้องการที่รับได้มีเวลาประวิงมากกว่าสองเท่า $(2T_c)$ ของเวลาชิพแล้ว สัญญาณนี้จะถูกพิจารณาเป็นสัญญาณแทรกสอดทันที และมีกำลังสัญญาณที่เกิดขึ้นบนแบนด์วิดธ์ข่าวสารต่ำ

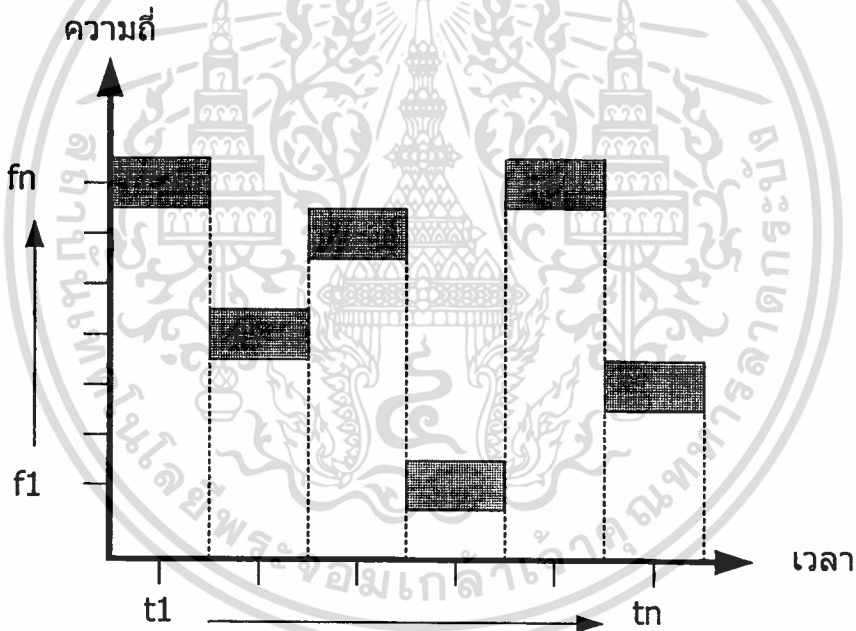
3) การแทรกสอดของสัญญาณแบนด์แคบ

จากการเสปรคและตีเปรคสัญญาณ ถ้าหากว่าสัญญาณที่ถูกเสปรคแล้วมีความกว้างมากจะมีกำลังต่ำ เมื่อทำการตีเสปรคจะได้สัญญาณที่มีกำลังสูงในขณะที่สัญญาณรบกวนอื่นมีกำลังต่ำ | ดัง

ดังนั้นปัจจัยสำคัญที่ช่วยลดสัญญาณแทรกสอดบนแบนด์วิดท์ข่าวสารที่ตัวรับได้มากคือ เกนประมวลผล (Processing gain)

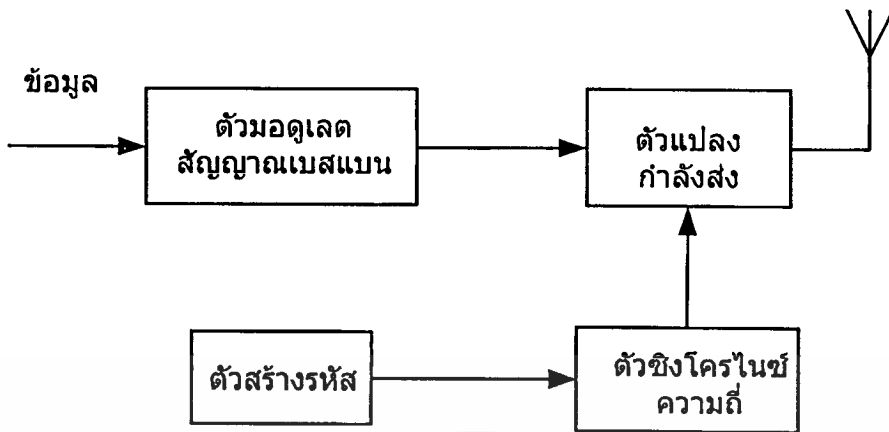
3.3.2 การกระโดดทางความถี่

ระบบสเปกตรัมแผ่แบบกระโดดทางความถี่ (Frequency hopping spread spectrum: FH SS) ความถี่ที่ใช้ส่งผ่านสื่อกลางมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะไม่ต่อเนื่องตลอดการส่ง สัญญาณมีความถี่คงที่อยู่คาบเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นจะกระโดด (Hopping) ไปยังอีกความถี่หนึ่ง หรืออาจจะอยู่ที่ความถี่เดิมก็เป็นไปได้ รูปแบบการกระโดด (hopping pattern) ถูกกำหนดโดยรหัส ซึ่งแต่ละผู้ใช้งานจะมีรหัสไม่เหมือนกัน ดังรูปที่ 3.5 การกระโดดทางความถี่จะอยู่ในช่วงความถี่ที่ 1 ถึง ความถี่ที่ n ตำแหน่งที่กระโดดทางเวลาจะไม่แน่นอน หรือกระโดดแบบสุ่ม

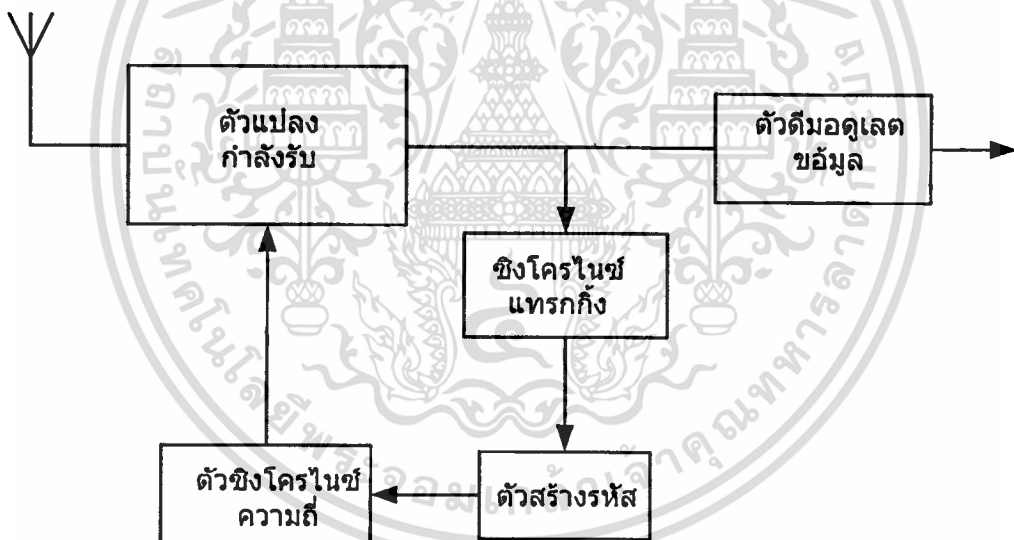


รูปที่ 3.5 การกระโดดทางความถี่

จากรูปที่ 3.6 บล็อกไดอะแกรมเครื่องส่งซีดีเอ็มเอ แบบกระโดดทางความถี่ สัญญาณข้อมูลถูกมอดูเลตและแปลงกำลังส่งด้วยความถี่ที่สอดคล้องกับความถี่รหัสที่กำหนดให้กับแต่ละผู้ใช้ ส่วนรูปที่ 3.7 บล็อกไดอะแกรมเครื่องรับซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่ สัญญาณที่รับได้ถูกแปลงกำลังให้ต่ำลง และตัวรับจะสร้างรหัสให้สอดคล้องกับความถี่สัญญาณที่รับได้แล้วดีสเปรดและดีมอดูเลตสัญญาณที่ต้องการ



รูปที่ 3.6 บล็อกไดอะแกรมเครื่องส่งซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่



รูปที่ 3.7 บล็อกไดอะแกรมเครื่องรับซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่

ระบบ FH-SS ครอบคลุมแถบความถี่แค่ส่วนหนึ่งของแบนด์วิดท์ที่คาบเวลาหนึ่งเท่านั้น ซึ่งต่างจากระบบ DS-SS ที่ใช้แบนด์วิดท์ตลอดทั้งย่านความถี่

การทำงานของระบบซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่ ทางความถี่แบ่งออกเป็นสองรูปแบบ คือ การกระโดดทางความถี่อย่างรวดเร็ว (Fast frequency hopping: F-FH) และการกระโดดทางความถี่อย่างช้า (Slow frequency hopping: S-FH) รูปแบบ F-FH มีใช้จำนวนการกระโดด (hops) มากกว่าอัตราข้อมูลมากๆ ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงความถี่อย่างรวดเร็วนี้ส่งผลให้บิตข้อมูล 1 บิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถูกส่งออกไปมีหลายความถี่ ส่วน S-FH ใช้จำนวนการกระโดดน้อยกว่าอัตราข้อมูลมากๆ ส่งผลให้ บิตข้อมูลหลายๆบิตถูกส่งออกไปด้วยความถี่เดียวกัน

ลักษณะเด่นที่สำคัญของระบบซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางความถี่

1) การเข้าหลายทาง

ระบบ F-FH ในหนึ่งสัญลักษณ์จะถูกส่งออกไปหลายๆแถบความถี่ ถ้าผู้ใช้ส่งสัญญาณไป บนแถบความถี่ส่วนใหญ่ กำลังสัญญาณที่ต้องการจะมากกว่ากำลังสัญญาณแทรกสอดมาก และ สัญญาณก็จะรับได้อย่างถูกต้อง

ระบบ S-FH ในหนึ่งความถี่ สัญลักษณ์ถูกส่งออกไปหลายสัญลักษณ์ ถ้าหากความน่าจะเป็นของผู้ใช้อื่นๆส่งข่าวสาร ไปบนความถี่เดียวกันมีค่าต่ำพอ สัญลักษณ์ของผู้ใช้ที่ต้องการสามารถรับได้อย่างถูกต้อง

2) การแทรกสอดหลายเส้นทาง

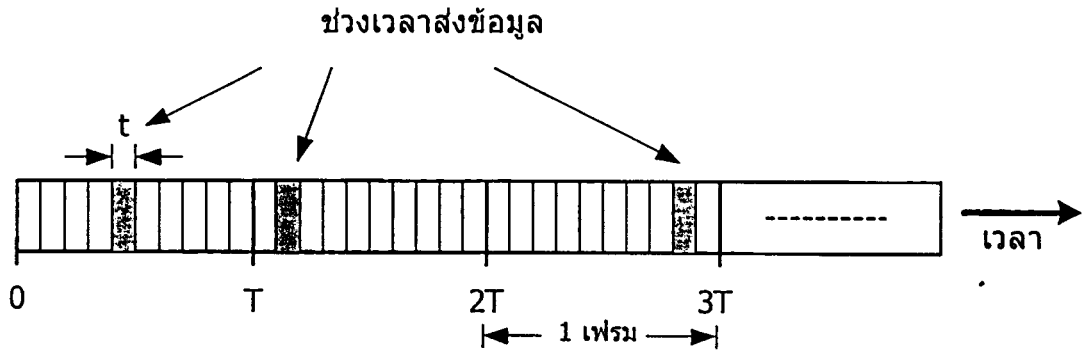
ในระบบ F-FH ความถี่จะเปลี่ยนแปลงจำนวนหนึ่งในระหว่างการส่งหนึ่งสัญลักษณ์ ดังนั้น ความถี่สัญญาณแต่ละความถี่จะถูกมอดูเลตและส่งออกไปหลายๆความถี่ ผลกระทบจากสัญญาณหลายวิธีจึงแตกต่างกัน ในแต่ละความถี่ มีผลให้สัญลักษณ์ที่ความถี่หนึ่งถูกขยาย (amplified) และจะถูกลดทอน (attenuation) อีกความถี่หนึ่ง ตัวรับจะตอบสนองความถี่ต่างๆเป็นค่าเฉลี่ย เพราะฉะนั้น จึงเป็นการลดสัญญาณแทรกสอดที่เกิดขึ้น

3) การแทรกสอดของสัญญาณแถบแคบ

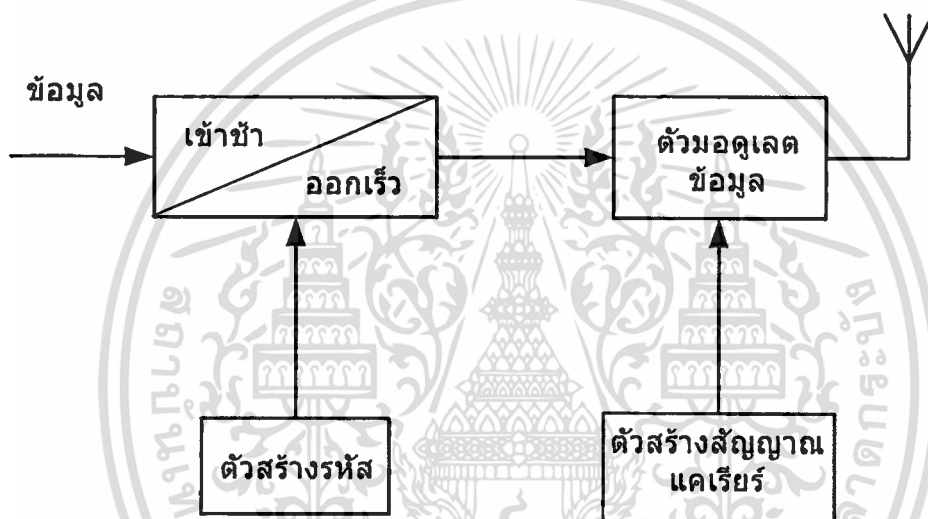
สมมุติให้สัญญาณแถบแคบเป็นสัญญาณแทรกสอดบนความถี่กระโดดหนึ่งความถี่ ถ้ามีความถี่ของการกระโดด (G_p) ผู้ใช้ที่ต้องการจะใช้ความถี่กระโดด ซึ่งแทรกสอด (Interferer) ที่ตำแหน่ง $1/G_p$ เปรี่อเซ็นต์ของเวลา ดังนั้นปัจจัย G_p สามารถลดสัญญาณแทรกสอดได้

3.3.3 การกระโดดทางเวลา

ระบบการกระโดดทางเวลา แบ่งแกนเวลาออกเป็นเฟรม แต่ละเฟรมแบ่งออกเป็น M สล็อต ในช่วงเวลาเฟรมหนึ่งๆผู้ใช้สามารถส่งสัญญาณได้เพียงหนึ่งสล็อตเท่านั้น ซึ่งสล็อตที่ทำการส่งนั้น ขึ้นอยู่กับรหัสที่กำหนดให้แต่ละผู้ใช้ เนื่องจากผู้ส่งข้อมูลทั้งหมดในหนึ่งสล็อตแทนที่จะส่ง M สล็อต ซึ่งความถี่ที่ต้องการใช้ส่งสัญญาณจะสามารถเพิ่มได้ด้วยตัวแปร M และ เฟรมการส่งของระบบซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา ดังรูปที่ 3.8 การทำงานของเครื่องส่งของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา ดังรูปที่ 3.9 ข้อมูลเข้าตัวบัพเฟอร์มีคุณสมบัตินำข้อมูลเข้าช้าแต่ส่งข้อมูลออกเร็ว สอดคล้องกับรหัสเฉพาะที่กำหนดให้กับแต่ละผู้ใช้และมอดูเลตกับสัญญาณแคเรียร์แล้วส่งออกไปบนช่องสัญญาณ



รูปที่ 3.8 สัญญาณแอสเปคตแปรผันแบบกระโดดทางเวลา



รูปที่ 3.9 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องส่งของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา

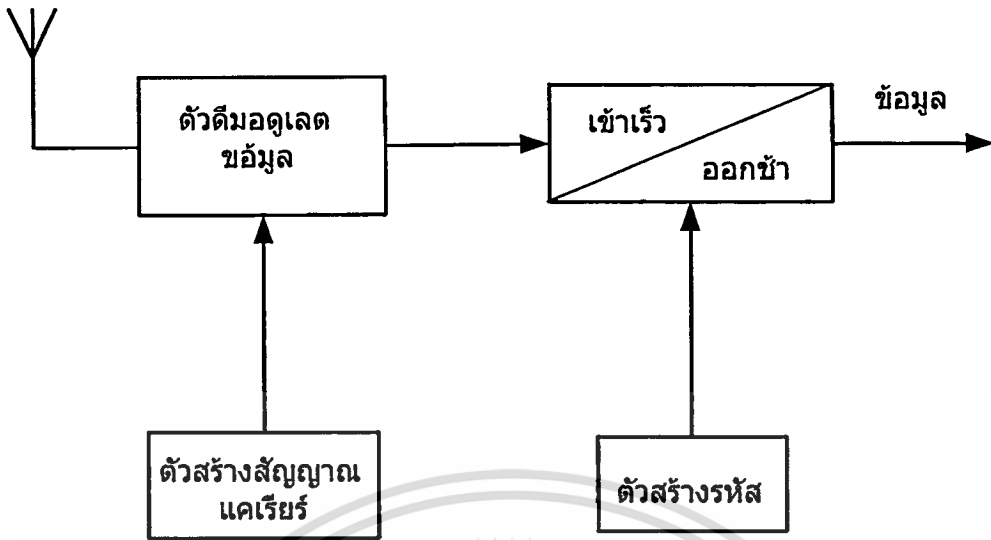
การทำงานของเครื่องรับของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา สัญญาณที่รับถูกตีมอดูเลตด้วยสัญญาณแคเรียร์และเข้าบัพเฟอร์ที่มีคุณสมบัตินำเข้าข้อมูลได้เร็วแต่นำข้อมูลออกช้า ซึ่งสอดคล้องกับรหัสที่สร้างขึ้นทางด้านรับ

คุณสมบัติเด่นที่สำคัญของระบบซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา

1) ความสามารถในการเข้าถึง

ระบบซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา มีความสามารถในการเข้าถึงมีวิธีการเช่นเดียวกับ FHSS กล่าวคือ สร้างความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณของผู้ใช้บนแถบความถี่เดียวกัน และที่เวลาเดียวกันในช่วงสั้นๆ ในกรณีที่ผู้ใช้ส่งสัญญาณบนแถบความถี่เดียวกัน และความน่าจะเป็นที่มีผู้ใช้อื่นๆส่งสัญญาณในเวลาเดียวกันเป็นไปได้น้อยมาก

2) การแทรกสอดของสัญญาณแถบแคบ



รูปที่ 3.10 บล็อก ไดอะแกรมของเครื่องรับของซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลา

สัญญาณซีดีเอ็มเอแบบกระโดดทางเวลาถูกลดช่วงเวลาการส่งด้วยปริมาณเท่ากับ $1/G_p$ ที่ตัวรับจะรับสัญญาณแทรกสอดได้ในช่วงเดียวกับที่มีการรับสัญญาณที่ต้องการ ซึ่งเป็นช่วงเวลาสั้นๆ เท่านั้น ดังนั้นจึงสามารถรับสัญญาณแทรกสอดได้เพียง $1/G_p$ เปอร์เซ็นต์ของเวลาและปัจจัย ช่วยลดกำลังแทรกสอดได้

3.4 ตัวรับแบบเร็ค

ตัวรับแบบเร็คได้มีการกล่าวถึงใน[7] ซึ่งที่นำมาใช้ในการรับสัญญาณที่มีเวลาประวิงแตกต่างกันเมื่อมาถึงตัวรับ

ช่องสัญญาณไร้สายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของระบบที่ส่งผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบที่สำคัญมากที่สุด เนื่องจากบนช่องสัญญาณไร้สายมีการแตกกระจายคลื่นออกหลายวิถีและการจางหายเกิดขึ้นแปรตามสภาวะแวดล้อมต่างๆ เช่น การสื่อสารในเขตเมือง ซึ่งมีจำนวนสิ่งกีดขวางประเภทสิ่งปลูกสร้างขวางมากมาย สัญญาณจากเครื่องส่งตกกระทบและสะท้อนไปมาแล้วปรากฏออกเป็นสัญญาณหลายวิถี ในขณะที่เดียวกันกำลังสัญญาณแต่ละวิถีที่รับได้นั้นมีระดับต่ำหรือมีบางกรณีมีกำลังสัญญาณอ่อนมากทำให้การตรวจจับสัญญาณและกู้สัญญาณข้อมูลเดิมมีโอกาสความผิดพลาดสูงมาก ส่งผลต่อคุณภาพการให้บริการของระบบสื่อสาร

จากเหตุผลดังกล่าวจึงได้มีแนวคิดที่จะรวบรวมสัญญาณแตกกระจายออกเป็นหลายวิถีเหล่านี้เพื่อให้ได้ระดับกำลังสัญญาณสูงขึ้น วิธีการหนึ่งคือการรวมสัญญาณโดยใช้เทคนิค ไดเวอร์ซิตี (Diversity technique) เป้าหมายของการใช้ไดเวอร์ซิตีนี้ก็เพื่อลดความรุนแรงของการจางหายของสัญญาณที่เกิดขึ้นบนช่องสัญญาณไร้สาย และต้องการเพิ่มสมรรถนะของระบบ หลักการทำงาน คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คือ จะรวมสัญญาณข้อมูลเดียวกันที่แตกกระจายออกหลายวิถีจะได้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมากขึ้น ซึ่งผลที่ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของ ไดเวอร์ซิตี เทคนิคการรวมสัญญาณมีหลายแบบ ในหัวข้อนี้กล่าวถึงวิธีการรวมสัญญาณแบบอัตราส่วนสูงสุด (Maximal ratio combining) สำหรับไดเวอร์ซิตีแบ่งออกเป็นหลายชนิด เช่น ไดเวอร์ซิตีแบบความถี่ (Frequency diversity) เทคนิคชนิดนี้จะพิจารณาสัญญาณข้อมูลเดียวกันแต่มีหลายๆความถี่ ซึ่งแต่ละความถี่แยกออกจากกันมากกว่าหรือเท่ากับแบนด์วิดท์รวม (Coherent bandwidth) ของช่องสัญญาณ อีกชนิดหนึ่งคือ ไดเวอร์ซิตีทางเวลา (Time diversity) เทคนิคชนิดนี้จะรวมสัญญาณข้อมูลเดียวกันแต่มีเวลาที่มาถึงตัวรับแตกต่างกัน ซึ่งแต่ละเวลาที่มาถึงห่างกันทางเวลามากกว่าหรือเท่ากับเวลารวม (Coherent time) ของช่องสัญญาณ

การรับสัญญาณในซีดีเอ็มเอใช้เทคนิคไดเวอร์ซิตีทางเวลา และใช้สัญญาณสเปกตรัมแผ่ส่งผ่านสื่อกลางซึ่งมีแบนด์วิดท์มากกว่าแบนด์วิดท์รวม (Coherent Bandwidth) ของช่องสัญญาณ ซึ่งสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์กว้างนี้สามารถแยกแยะ (Resolvable) ส่วนประกอบเส้นทางของสัญญาณหลายวิถีที่เกิดขึ้นได้ด้วยระยะห่างทางเวลา เท่ากับ $1/W$ หรือ T_c และถ้าการแผ่ประวิง (Delay spread) สูงสุดของสัญญาณหลายวิถีเท่ากับ T_m แล้วจำนวนแทป (Tapped) ของตัวรับแบบเร็กสูงสุด ดังรูปที่ 3.11 เท่ากับ

$$M = \frac{T_m}{T_c} + 1 \quad (3.2)$$

ซึ่ง T_c คือ ช่วงคาบเวลาของชิพ
 M คือ จำนวนสาขาไดเวอร์ซิตีสูงสุด

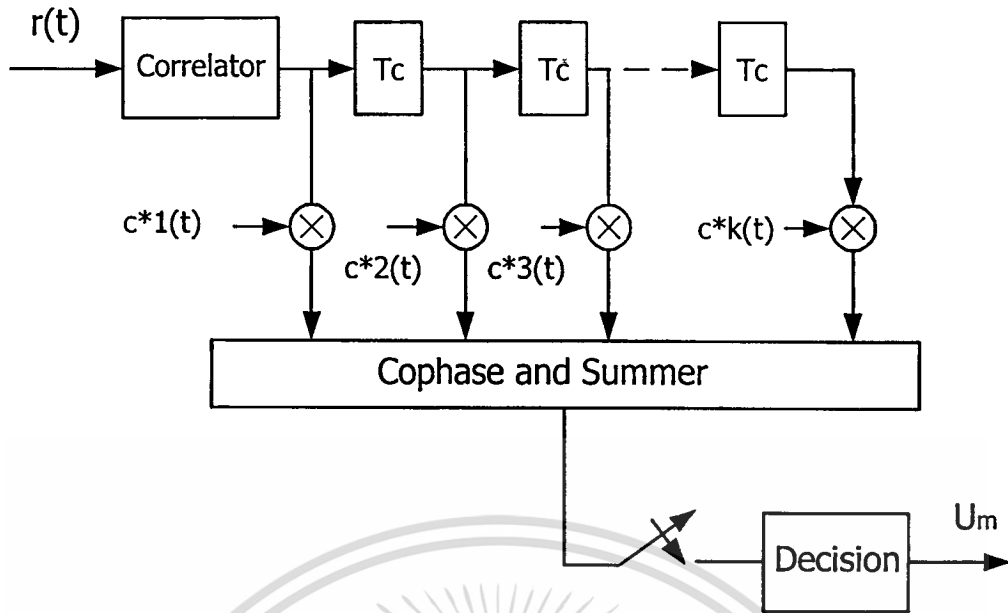
สมมติให้การตอบสนองอิมพัลส์คงที่บนช่วงคาบบิตข้อมูล (T) แล้ว และสัญญาณสเปกตรัมแผ่ที่ส่งผ่านช่องสัญญาณ คือ $s_1(t)$ ดังนั้นสัญญาณที่รับได้เท่ากับ

$$r(t) = \sum_{n=1}^M c_n s_1\left(t - \frac{n}{W}\right) + z(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.3)$$

ซึ่ง c_n คือ การตอบสนองความถี่คงที่บนช่วงคาบบิตข้อมูล (T) และ

$z(t)$ คือ กระบวนการสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนขาว (White Gaussian) เชิงซ้อนที่

มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์



รูปที่ 3.11 บล็อกไดอะแกรมของตัวรับแบบเรีค

ตัวแปรตัดสินใจที่ตัวรับแบบเรีค กำหนดโดย

$$U_m = \text{Re} \left[\sum_{k=1}^M c_k^* \int_0^T r(t) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \right] \quad m=1,2 \quad (3.4)$$

ซึ่ง

c_k^* คือ การตอบสนองอิมพัลซ์ทางด้านภาครับ

$s_m^*(t)$ คือ สัญญาณไบนารี หรือสัญญาณสองขั้วทางด้านภาครับ

สัญญาณที่ U_m ดังรูปที่ 3.11 หาได้โดยการแทนสมการที่ (3.3) ลงใน (3.4) จะได้

$$U_m = \text{Re} \left[\sum_{k=1}^M c_k^* \sum_{n=1}^M c_n \int_0^T s_1 \left(t - \frac{n}{W} \right) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \right] \\ + \text{Re} \left[\sum_{k=1}^M c_k^* \int_0^T z(t) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \right] \quad m=1, 2 \quad (3.5)$$

ในระบบซีดีเอ็มเอ ใช้สัญญาณสเปกตรัมแผ่กว้างทางด้านรับสมมุติให้เป็น $s_{1m}(t)$ และ $s_{2m}(t)$ ส่วนการตรวจจับสัญญาณรหัสแต่ละผู้ใช้ ถ้าสัญญาณรหัสดรบกักันกับผู้ใช้ที่ต้องการจะ ได้ฟังก็ชั้นอัตราสัมพันธ์สูงสุด จะได้

$$\int_0^T s_{1m}(t_1) s_{2m}(t_2) \approx \begin{cases} 0 & t_1 \neq t_2 \\ T & t_1 = t_2 \end{cases} \quad (3.6)$$

จากสมการ (3.5) มีคุณสมบัติอัตราสัมพันธ์กัน หรือ มีรหัสสัญญาณตรงกัน จะได้

$$U_m = \text{Re} \left[\sum_{k=1}^M |c_k|^2 \int_0^T s_1 \left(t - \frac{k}{W} \right) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \right] \\ + \text{Re} \left[\sum_{k=1}^M c_k^* \int_0^T z(t) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \right] \quad m=1, 2 \quad (3.7)$$

และสามารถลดสมการลงที่ (3.7) ได้เป็น

$$U_m = \text{Re} \left(2\mathcal{E} \sum_{k=1}^M |c_k|^2 + \sum_{k=1}^M |c_k| N_k \right) \quad (3.8)$$

$$N_k = \exp(j\phi_k) \int_0^T z(t) s_m^* \left(t - \frac{k}{W} \right) dt \quad (3.9)$$

จากสมการที่ (3.8) จะเห็นว่าสอดคล้องกับเข้าพุทของอุปกรณ์รวมสัญญาณแบบอัตราสูงสุด (Maximal ratio combiner) ในระบบที่มีไควเวอร์ซีตี้อันดับที่ M การตัดสินใจทางบิตของตัวแปรตัดสินใจ (U_m) อาศัยระดับสัญญาณที่ได้การผลรวมมาพิจารณา คือถ้าระดับสัญญาณที่ได้มากกว่าตัวแปรตัดสินใจ แล้วจะพิจารณาให้เป็นบิต 1 แต่ถ้าต่ำกว่าหรือเท่ากันจะพิจารณาเป็นบิต 0 จะได้ว่า

$$U_m = \begin{cases} 1; & \text{if } > U_m \\ 0; & \text{if } \leq U_m \end{cases} \quad (3.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

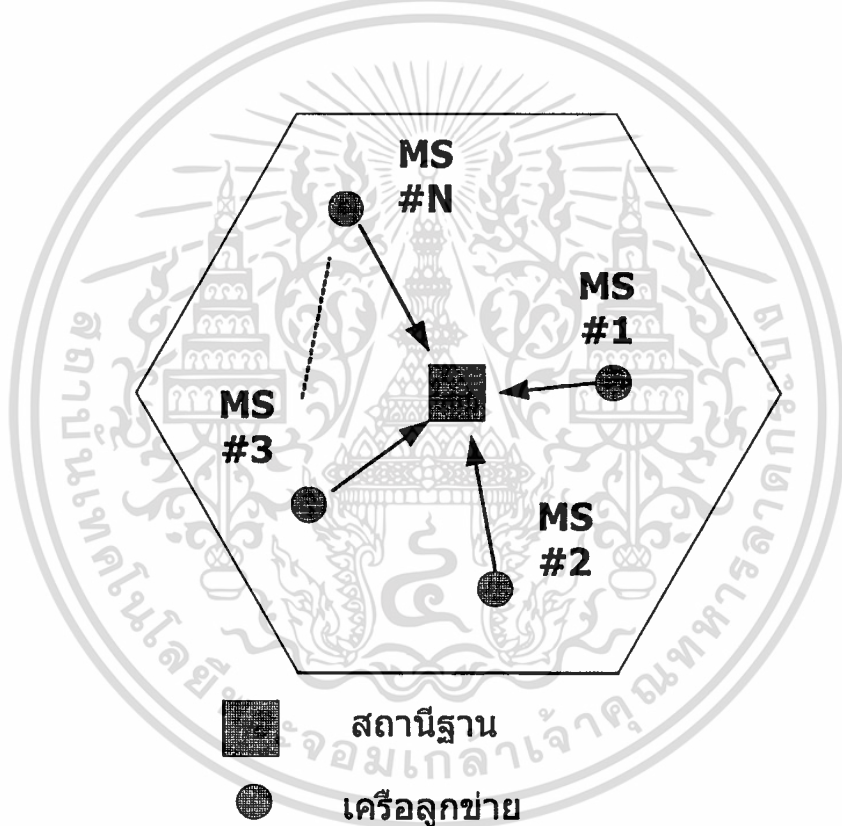
การรับสัญญาณของตัวรับแบบเร็คดีมีการประมาณการล่วงหน้าหนักแพนของช่องสัญญาณมีความสมบูรณ์ในแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตีแล้วจะมีค่ากำลังสองเฉลี่ยเท่าๆกันจะได้สมรรถนะของตัวรับแบบเร็คดีที่สุด

๖

3.5 การแทรกสอดในระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอ

3.5.1 การแทรกสอดภายในเซลล์

เนื่องจากระบบซีดีเอ็มเอผู้ใช้ทั้งหมดสามารถใช้ทรัพยากรร่วมกันในเวลาเดียวกันได้ ดังนั้นโอกาสที่จะเกิดการแทรกสอดซึ่งกันและกันเป็นไปได้สูงมาก การแทรกสอดภายในเซลล์เกิดจากผู้ใช้อื่นทั้งหมดภายในเซลล์ที่กำลังใช้งานอยู่ในขณะนั้น ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 การแทรกสอดภายในเซลล์

จากรูปที่ 3.12 มีให้จำนวนผู้ใช้นบนช่องสัญญาณขาขึ้นทั้งหมดภายในเซลล์เท่ากับ N ผู้ใช้ เมื่อแต่ละผู้ใช้ติดต่อกับสถานีฐานเกิดสัญญาณแทรกสอดขึ้นจำนวน $N-1$ ดังนั้นกำลังแทรกสอดที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ

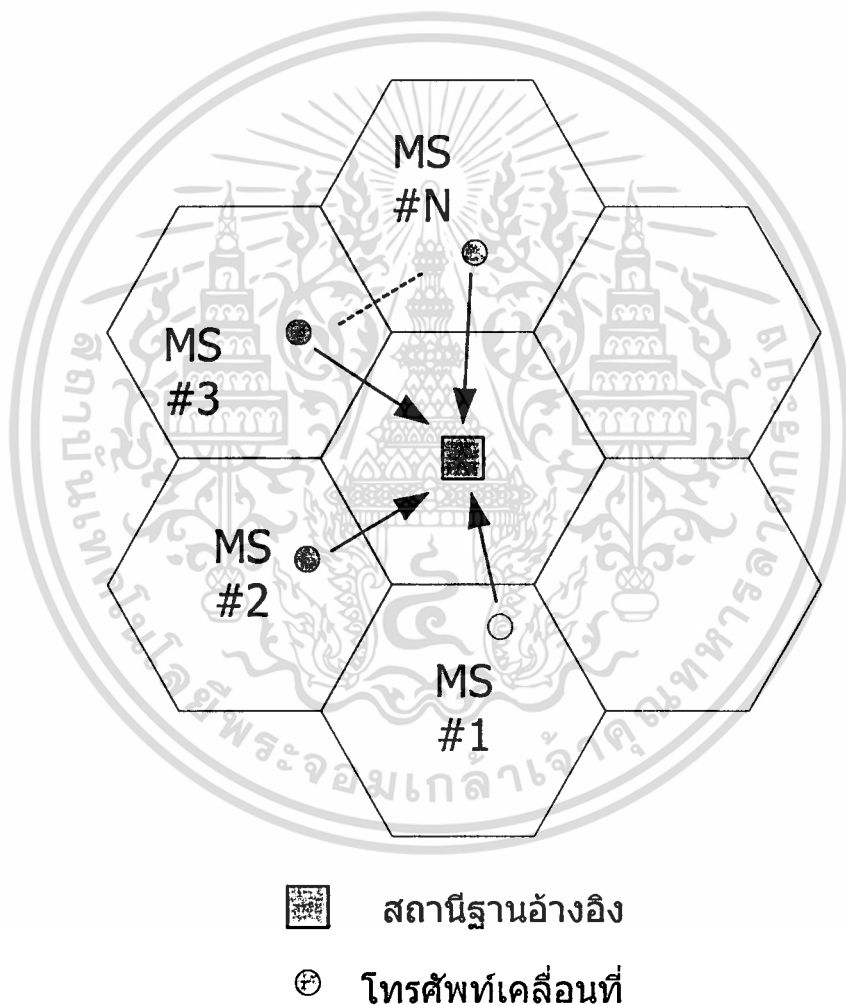
$$I_{sc} = (N-1)P \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ซึ่ง I_{sc} คือ กำลังสัญญาณแทรกสอดจากภายในเซลล์
 P คือ กำลังแต่ละผู้ใช้ที่สถานีฐานรับได้ภายในเซลล์
 N คือ จำนวนผู้ใช้ทั้งหมดภายในเซลล์

3.5.2 การแทรกสอดภายนอกเซลล์

การแทรกสอดบนช่องสัญญาณขาขึ้นในระบบซีดีเอ็มเอนอกเกิดการแทรกสอดภายในเซลล์แล้ว ยังเกิดจากผู้ใช้งานที่อยู่ภายนอกเซลล์อีกด้วย ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 การแทรกสอดภายนอกเซลล์

สมมติให้จำนวนผู้ใช้ทั้งหมดที่อยู่ภายนอกเซลล์เท่ากับ N เมื่อแต่ละผู้ใช้ติดต่อกับสถานีฐานของตัวเองแต่ละจะมีสัญญาณแทรกสอดขึ้นที่สถานีฐานอ้างอิงจำนวน N จาก [1] กำลังสัญญาณแทรกสอดที่เกิดขึ้นจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_{oc} = N P f \quad (3.12)$$

ซึ่ง I_{oc} คือ กำลังสัญญาณแทรกสอดจากภายนอกเซลล์
 P คือ กำลังแต่ละผู้ใช้ที่สถานีฐานรับได้ภายนอกเซลล์
 f คือ อัตราส่วนของกำลังที่สถานีฐานรับได้จากเซลล์อื่นทั้งหมดต่อกำลังที่สถานีฐานรับได้จากเซลล์เดียวกันทั้งหมด (Reuse fraction) ดังรายละเอียดใน[8]

3.5.3 การโหลดคั้ง

การโหลดคั้งของเซลล์บนช่องสัญญาณขาขึ้น ใช้สำหรับเป็นตัวเฝ้าตรวจระดับสัญญาณแทรกสอด และเลือกพารามิเตอร์ที่ทำงานได้ดีที่สุดในแต่ละเซลล์ของระบบ จาก[1] นิยามการโหลดคั้งเท่ากับอัตราส่วนของจำนวนผู้ใช้ที่ทำงาน (N)ต่อจำนวนผู้ใช้ทั้งหมด (N_{max}) จะได้ว่า

$$X \triangleq \frac{N}{N_{max}} \quad (3.13)$$

สมมติให้การควบคุมกำลังบนช่องสัญญาณขาขึ้นเพื่อให้ระดับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio: SNR) ให้คงที่ แทนด้วย δ_0 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{P}{N_0 + I_T} \\ &= \frac{P}{N_0 + \left(\frac{N}{Fe} - 1\right) P} \stackrel{set}{=} \delta_0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

ซึ่ง $Fe = \frac{1}{1+f}$

N_0 คือ สัญญาณรบกวนเนื่องจากอุณหภูมิ

$$N = Fe \left(1 + \frac{1}{\delta_0} - \frac{N_0}{P} \right) \quad (3.15)$$

ขอบเขตบนของจำนวนผู้ใช้ (N) ถ้าไม่คำนึงถึงสัญญาณรบกวนเนื่องจากอุณหภูมิ จะได้

$$N_{\max} \triangleq N = Fe \left(1 + \frac{1}{\delta_0} \right) \quad (3.16)$$

จาก [1] จะได้การ โหลดคิงของเซลล์

$$\begin{aligned} X \Delta \frac{N}{N_{\max}} &\approx \frac{\left(\frac{N}{F_e} - 1 \right) S}{N_o + \left(\frac{N}{F_e} - 1 \right) S} \\ &= \frac{I_T}{N_o + I_T} \end{aligned} \quad (3.17)$$

ซึ่ง $I_T = I_{sc} + I_{oc}$ คือ สัญญาณแทรกสอดทั้งหมด การโหลดคิงเป็นตัวกำหนดความจุของระบบด้วยตัวเอง เพราะว่าสัญญาณแทรกสอดแปรตามผู้ใช้ทั้งภายในเซลล์และภายนอกเซลล์

3.6 การควบคุมกำลัง

ในระบบเซลล์ดิวาร์ซีดีเอ็มเอ็นั้นเครือข่ายทั้งหมดสามารถใช้ทรัพยากรร่วมกันในเวลาเดียวกัน ได้จึงมีโอกาสที่จะเกิดการแทรกสอดระหว่างผู้ใช้ด้วยกันเองได้ แม้ว่าแต่ละผู้ใช้จะถูกแบ่งแยกด้วยรหัสที่ได้กำหนดไว้เฉพาะสำหรับแต่ละผู้ใช้แล้วก็ตาม สัญญาณแทรกสอดเกิดขึ้นเมื่อสถานีฐานรับสัญญาณของโทรศัพท์เคลื่อนที่ในตำแหน่งที่อยู่ใกล้ได้ด้วยระดับกำลังสัญญาณแรงกว่าสัญญาณของโทรศัพท์เคลื่อนที่ในตำแหน่งที่อยู่ไกลสถานีฐานส่งผลให้สัญญาณที่แรงแทรกสัญญาณอ่อนกว่า ทำให้สถานีฐานอาจรับสัญญาณที่อ่อนกว่าได้ไม่ถูกต้อง หรือรับไม่ได้เลย ส่งผล

ให้ความจระบบลดลง ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่าปัญหาเนื่องจากความใกล้-ไกล (Near far problem) นอกจากนี้ยังมีการสูญเสียที่เกิดบนช่องสัญญาณไร้สายเป็นปัจจัยสำคัญต่อระบบ เช่น การ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่บนสื่อออนไลน์

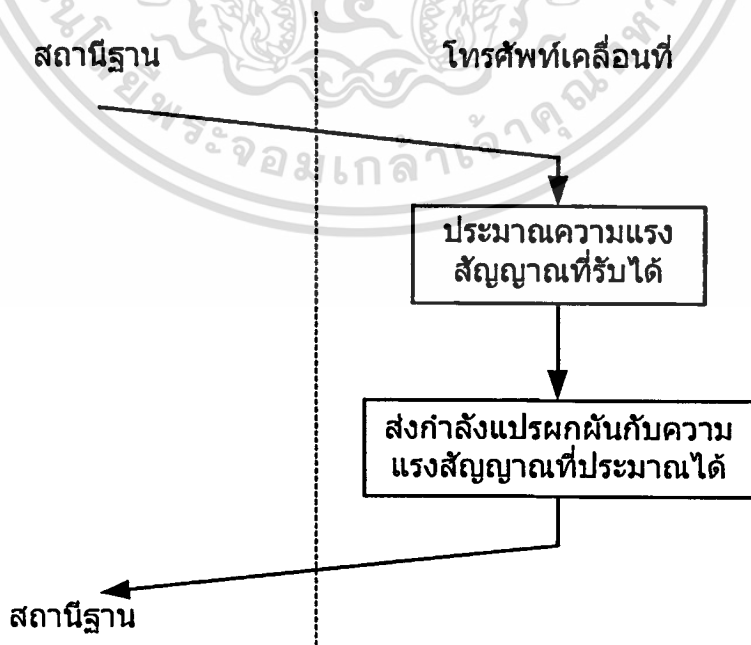
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูญเสียเนื่องจากการถูกบัง (Shadowing) การจางหายของสัญญาณหลายวิถี (Multipath fading) การเคลื่อนที่ของโทรศัพท์เคลื่อนที่ เป็นต้น

จากปัญหาดังกล่าวจึงได้มีการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น โดยใช้วิธีการควบคุมกำลังส่ง (Power control) ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อทำการควบคุมกำลังส่งของโทรศัพท์เคลื่อนที่ให้ส่งสัญญาณไปยังสถานีฐานด้วยระดับกำลังที่มีความเหมาะสม กล่าวคือ ระดับกำลังที่ส่งต้องไม่แทรกสอดกับผู้อื่น และสามารถชดเชยกับสัญญาณจางหายได้ และสัญญาณของแต่ละผู้ใช้จะต้องมาถึงสถานีฐานด้วยระดับกำลังเท่ากัน ซึ่งจะมีการแทรกสอดระหว่างกันน้อยที่สุดและจะได้รับความจุระบบมากที่สุดอีกด้วย ในทางปฏิบัติแล้วการควบคุมกำลังจะไม่สามารถควบคุมกำลังส่งจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ได้ อย่างสมบูรณ์ส่งผลให้เกิดควบคุมกำลังผิดพลาด (Power control error: PCE) ดังอธิบายใน[9]-[10]ซึ่งได้วิเคราะห์ถึงการควบคุมกำลังผิดพลาดมาพิจารณาด้วยส่งผลให้ความจุระบบ การควบคุมกำลังแบ่งออกเป็น การควบคุมกำลังแบบรูปเปิด (Open Loop Power Control: OLPC) และการควบคุมกำลังแบบรูปปิด (Closed Loop Power Control: CLPC) มีหลักการการทำงานดังต่อไปนี้

3.6.1 การควบคุมกำลังแบบรูปเปิด

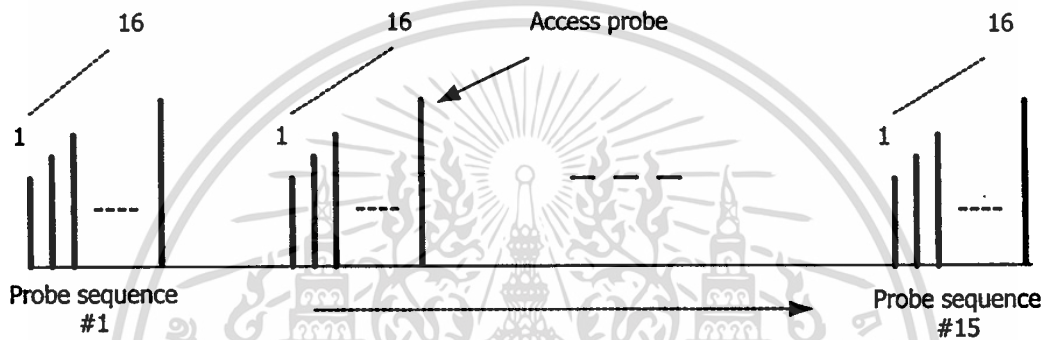
การทำงานของ การควบคุมกำลังแบบรูปเปิด โทรศัพท์เคลื่อนที่ที่เป็นตัวตัดสินใจในการส่งระดับกำลังส่งของตัวเองกลับไปยังสถานีฐานด้วยตัวเอง เมื่อโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่ได้รับสัญญาณจากสถานีฐานด้วยระดับกำลังสูงแล้วจะส่งสัญญาณข่าวสารกลับไปด้วยระดับกำลังต่ำเพื่อลดการแทรกสอดไปยังผู้อื่น แต่ถ้าได้รับกำลังสัญญาณด้วยระดับกำลังต่ำ โทรศัพท์เคลื่อนที่ที่จะส่ง



รูปที่ 3.14 การทำงานของการควบคุมแบบรูปเปิด

สัญญาณข่าวสารกลับไปด้วยระดับกำลังสูงเพื่อชดเชยการสูญเสียที่เกิดขึ้นบนช่องสัญญาณ การทำงานของการควบคุมกำลังแบบลูเปิดแสดงดังรูปที่ 3.14 จะเห็นว่าสถานีฐานไม่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการควบคุมกำลังส่งเลข รูปแบบการควบคุมนี้สามารถตอบสนองไปยังสถานีฐานได้รวดเร็วเนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อน

กระบวนการเข้าถึงของการควบคุมกำลังแบบลูเปิด โทรศัพท์เคลื่อนที่ใช้ช่องสัญญาณการเข้าถึง (Access Channel) ในการเริ่มต้นติดต่อกับสถานีฐานโดยการส่งระดับสัญญาณช่วงสั้นๆ (Step) ทีละระดับแล้วค่อยๆเพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆจนกระทั่งได้รับการตอบสนองจากสถานีฐาน รูปแบบระดับกำลังสัญญาณที่ใช้เริ่มต้นติดต่อกับสถานีฐานแสดงดังรูปที่ 3.15



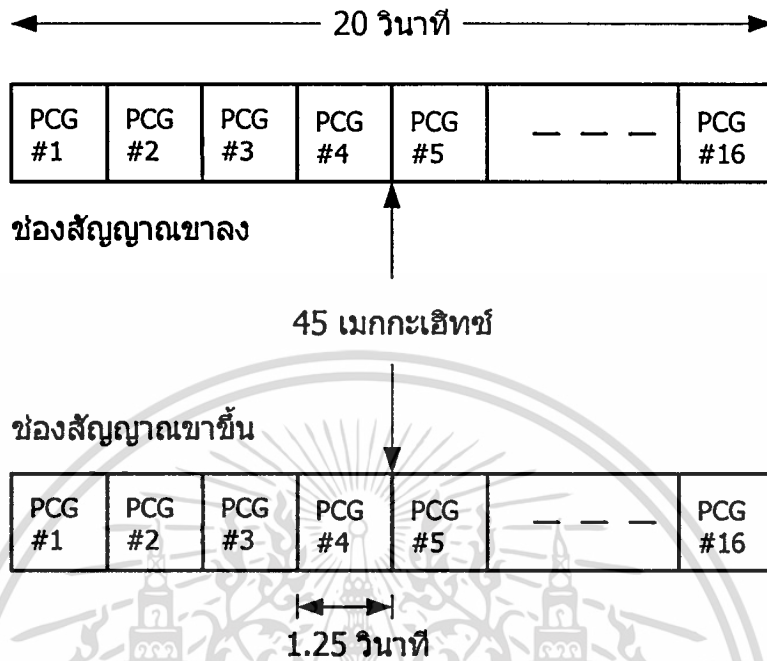
รูปที่ 3.15 การเข้าถึงของการควบคุมแบบลูเปิด

จากรูป 3.15 ระดับกำลังสัญญาณแต่ละระดับเรียกว่าโพรบเข้าถึง (Access Probe) ซึ่งถูกจัดออกเป็นกลุ่มๆ แต่ละกลุ่มเรียกว่าลำดับโพรบ (Probe Sequence) ในการเริ่มต้นติดต่อในแต่ละครั้งใช้โพรบเข้าถึงจำนวน 16 ชุด และลำดับโพรบสูงสุดที่ใช้ในการติดต่อมีจำนวน 15 ลำดับโพรบ และในการส่ง-รับข่าวสารหนึ่งข่าวสารได้สำเร็จเรียกว่าความพยายามเข้าถึง (Access Attempt) แต่ถ้าหากไม่สามารถส่ง-รับข่าวสารได้สำเร็จภายใน 16 ลำดับโพรบ โทรศัพท์เคลื่อนที่จะหยุดรอเวลาช่วงหนึ่งแล้วจึงทำการเริ่มติดต่อใหม่อีกครั้ง กระบวนการจะวนซ้ำกันในลักษณะเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนกระทั่งได้รับการตอบสนองจากสถานีฐาน

3.6.2 การควบคุมกำลังแบบลูปิด

ในการควบคุมแบบลูปิดมีการทำงานร่วมกันระหว่างสถานีฐานกับโทรศัพท์เคลื่อนที่ และใช้ทั้งช่องสัญญาณขาลง (Forward link) และขาขึ้น (Reverse link) ในระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอถูกแบ่งออกเป็นเฟรม แต่ละเฟรมมีความยาว 20 มิลลิวินาที ในหนึ่งเฟรมแบ่งออกเป็น 16 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีความยาว 1.25 มิลลิวินาที เรียกว่ากลุ่มควบคุมกำลัง (Power Control Group: PCG) ดังรูป 3.16 จะเห็นว่าช่องสัญญาณขาลงและขาขึ้นถูกแยกจากกัน 45 เมกกะเฮิรตซ์ ซึ่งเป็นระยะห่างที่มากกว่า

แบนด์วิธร่วมนัยของช่องสัญญาณ และจะเกิดการจางหายของสัญญาณที่เป็นอิสระต่อกัน

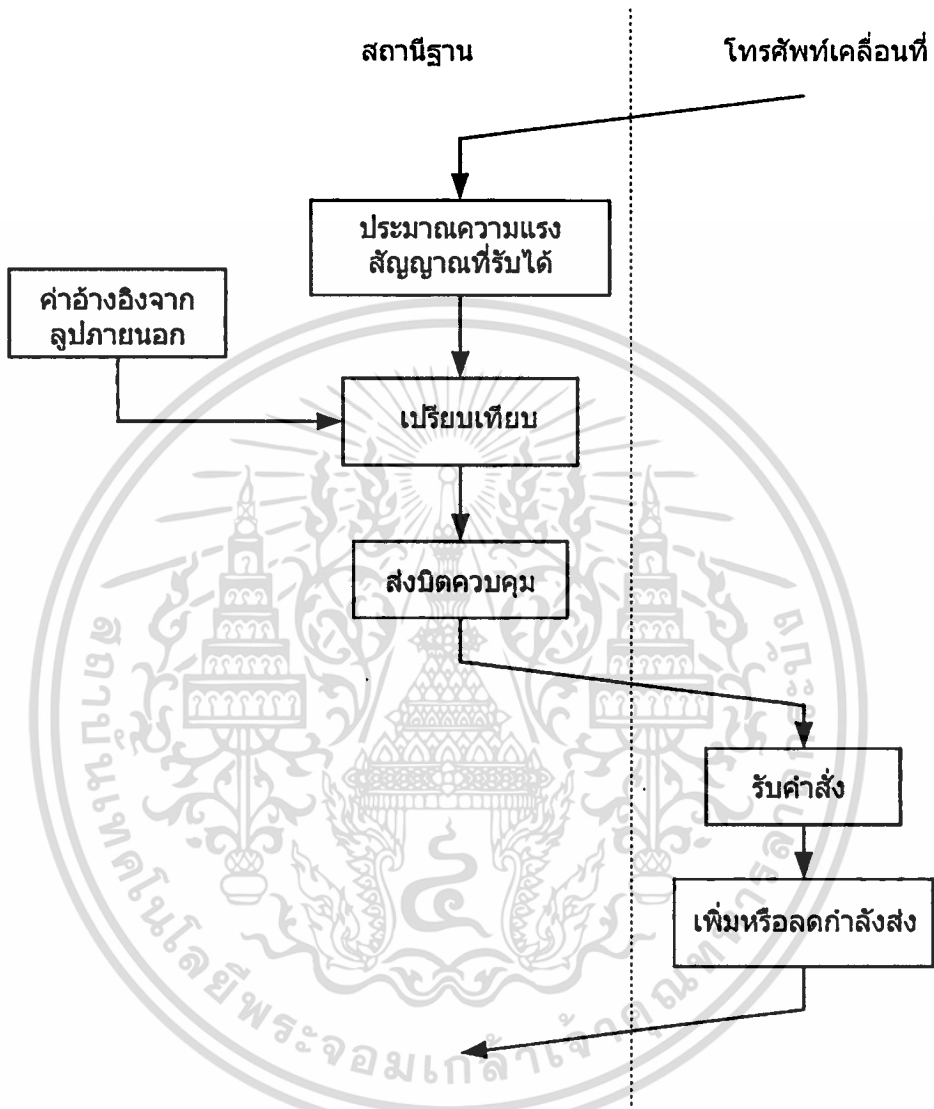


รูปที่ 3.16 เฟรมบนช่องสัญญาณขาลงและขาขึ้น

การควบคุมกำลังแบบลูปิดแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ลูปภายใน (Inner loop) และ ลูปภายนอก (outer loop) ลูปภายนอกทำหน้าที่กำหนดระดับกำลังสัญญาณที่ต้องการเพื่อให้ได้สมรรถนะของระบบเป็นไปตามมาตรฐานที่ต้องการ ส่วนลูปภายในทำหน้าที่ควบคุมให้กับโทรศัพท์เคลื่อนที่ปรับระดับส่งกำลังที่เหมาะสมกับสภาวะนั้นๆ เพื่อให้สถานีฐานรับกำลังได้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการมากที่สุด

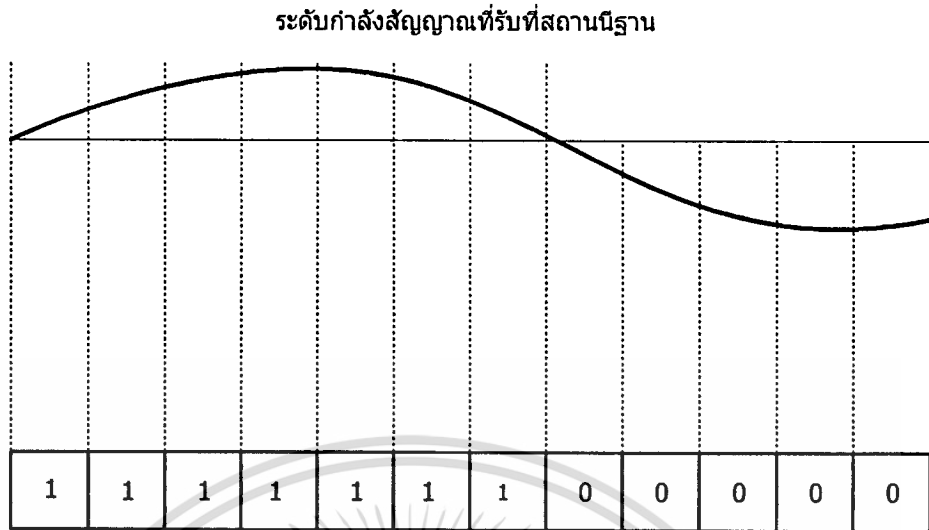
กระบวนการทำงานของการควบคุมกำลังแบบลูปิดดังรูปที่ 3.17 เริ่มพิจารณาจากสถานีฐานเฝ้าตรวจคุณภาพการเชื่อมต่อ (Link) ของช่องสัญญาณทุกๆ 1.25 มิลลิวินาที หรือทุกๆ PCG อย่างต่อเนื่อง โดยการวัดกำลังสัญญาณในรูป E_b/I_0 และประมาณระดับความแรงสัญญาณที่ได้รับได้จากแต่ละผู้ใช้ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับ E_b/I_0 อ้างอิงจากลูปภายนอก ถ้าระดับสัญญาณน้อยกว่าค่าอ้างอิง สถานีฐานส่งบิตควบคุมบิต 0 ไปยังโทรศัพท์เคลื่อนที่เพื่อให้เพิ่มกำลังส่งของตัวเอง แต่ถ้าระดับสัญญาณมากกว่าค่าอ้างอิง สถานีฐานส่งบิตควบคุมบิต 1 เพื่อให้ลดกำลังส่งของตัวเองลง ลำดับการส่งบิตควบคุมของสถานีฐานแสดงดังรูปที่ 3.18

ส่วนทางโทรศัพท์เคลื่อนที่เมื่อได้รับคำสั่งจากสถานีฐานแล้วกระทำตามคำตามบิตควบคุม ถ้าได้รับบิต 0 โทรศัพท์เคลื่อนที่ที่จะเพิ่มกำลังส่งของตัวเอง แต่ถ้าได้รับบิต 1 จะลดกำลังส่งของตัวเองลง



รูปที่ 3.17 การทำงานของการควบคุมกำลังแบบลูปปิด

กระบวนการควบคุมกำลังบนช่องสัญญาณขาลงในกรณีลูปปิด ช่องสัญญาณย่อยของการควบคุมกำลัง (Power control subchannel: PCS) บนช่องสัญญาณการจราจรขาหลังจะส่งบิตควบคุมไปยังโทรศัพท์เคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องด้วยอัตรา 800 บิตต่อวินาที หรือทุก 1.25 วินาที

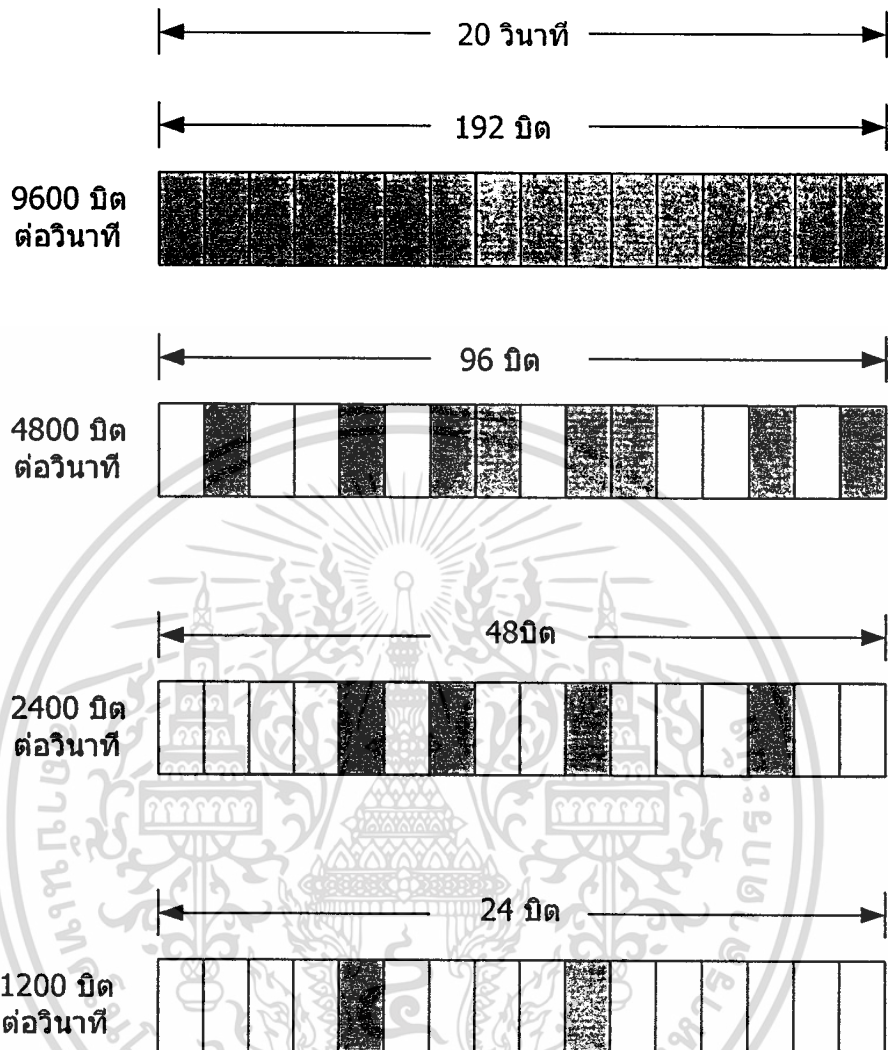


ปิดควบคุมกำลังบนช่องสัญญาณการจราจร

รูปที่ 3.18 ลำดับการส่งปิดควบคุมกำลังตามระดับความแรงสัญญาณ

การส่งข่าวสารระหว่างสถานีฐานกับโทรศัพท์เคลื่อนที่จะมีอุปกรณ์ทำหน้าที่เสมือนประตู คือ มีการเปิด-ปิดช่องสัญญาณ ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราการส่งข้อมูลของแต่ละผู้ใช้เอง ถ้าส่งอัตราข้อมูลที่ 9,600 บิตต่อวินาที ช่องสัญญาณจะเปิดให้ส่งข้อมูลได้ 100 % หมายความว่า ในหนึ่งเฟรมผู้ใช้สามารถส่งข้อมูลได้ทุกๆ PCG หรือส่งได้ตลอดทั้งเฟรม ถ้าส่งอัตราข้อมูลที่ 4,800 บิตต่อวินาที ช่องสัญญาณจะเปิดให้ส่งข้อมูลได้ 50 % หมายความว่า ในหนึ่งเฟรม ผู้ใช้สามารถส่งข้อมูลได้ 8 PCG หรือประมาณครึ่งหนึ่งของเฟรม ส่งอัตราข้อมูลที่ 2,400 บิตต่อวินาที ช่องสัญญาณจะเปิดให้ส่งข้อมูลได้ 25 % หมายความว่า ในหนึ่งเฟรม ผู้ใช้สามารถส่งข้อมูลได้ 4 PCG และส่งข้อมูลที่ 1,200 บิตต่อวินาที ช่องสัญญาณจะเปิดให้ส่งข้อมูลได้ 12.5 % หมายความว่า ในหนึ่งเฟรม ผู้ใช้สามารถส่งข้อมูลได้ 2 PCG เท่านั้น ทั้งนี้การส่งข้อมูลแต่ละอัตราขึ้นอยู่กับ การสร้างสัญญาณเสียง (Voice activity) หรือการพูด สทนาของผู้ใช้ ถ้าสร้างสัญญาณเสียงมีมากก็จะส่งข้อมูลด้วยอัตราสูงตามไปด้วย

จากรูปที่ 3.19 ในแต่ละเฟรม การส่งข้อมูล (แทนด้วยพื้นที่แรเงา) มีจำนวนบิตไม่เท่ากัน พิจารณาที่อัตราการส่ง 9600 บิตต่อวินาที มีจำนวนบิตที่ส่งเต็มเฟรมคือ 192 บิตต่อเฟรม ที่อัตราการส่ง 4800 บิตต่อวินาที มีจำนวนบิตที่ส่ง 96 บิตต่อเฟรม ที่อัตราการส่ง 2400 บิตต่อวินาที มีจำนวนบิตที่ส่ง 48 บิตต่อเฟรม ที่อัตราการส่ง 1200 บิตต่อวินาที มีจำนวนบิตที่ส่ง 24 บิตต่อเฟรม และตำแหน่งของแต่ละ PCG วางในตำแหน่งที่ไม่แน่นอนหรือวางแบบสุ่ม



รูปที่ 3.19 การเปิด-ปิดช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงตามอัตราการส่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ความจุเออร์แลง

4.1 บทนำ

จุดเด่นที่สำคัญอีกประการหนึ่งของระบบซีดีเอ็มเอ คือความจุ ดังอธิบายใน [11] ซึ่งได้กล่าวถึงความจุระบบซีดีเอ็มเอเซลลูลาร์บนช่องสัญญาณขาลงและขาขึ้นและนำมาปัจจัยอื่นๆมาพิจารณาด้วย เช่น การควบคุมกำลัง การตรวจจับสัญญาณเสียง การจางหาย เป็นต้น

ในระบบซีดีเอ็มเอเซลลูลาร์ จำนวนผู้ใช้ไม่ได้กำหนดไว้อย่างแน่นอนเหมือนกับระบบการเข้าถึงหลายทางแบ่งทางความถี่ (FDMA) และการเข้าถึงหลายทางแบ่งทาง (TDMA) แต่ความจุขึ้นอยู่กับระดับสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้งานในระบบตัวเอง ดังนั้นการติดขัด (Blocking) เกิดขึ้นเมื่อกำลังแทรกสอดบนช่องสัญญาณขาขึ้นถึงระดับที่ได้กำหนดไว้ (Predetermined) เพื่อรักษาคุณภาพของสัญญาณให้สามารถยอมรับได้ ถ้าสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้ทั้งหมดที่ตัวรับของสถานีฐานเกินระดับที่กำหนดความจุระบบ (Threshold) ระบบจะปฏิเสธ (deny) ในการให้บริการกับผู้ใช้งานถัดไปทันที ดังนั้นความจุเออร์แลงในระบบคือจำนวนผู้ใช้ที่สามารถใช้งานได้ที่ค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดต่ำกว่า 1 เปอร์เซ็นต์ และได้มีการกล่าวถึงเกี่ยวกับความจุเออร์แลงใน [12] และ [13]

เนื่องจากว่าผู้ที่เข้ามาในระบบเป็นลักษณะไม่แน่นอน หรือ สุ่ม (Random) ดังนั้นหาจำนวนผู้ใช้ในระบบโดยวิธีการเฉลี่ย และนำมาคำนวณปริมาณผู้ใช้ในระบบ ซึ่งใช้ทั้งการประมาณแบบเกาส์และลือกนอร์มอล

4.2 แบบจำลองระบบ

พารามิเตอร์ต่างๆที่นำมาวิเคราะห์ระบบดังตารางที่ 1

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ที่ใช้ในระบบ

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	ค่าที่ใช้
แบนด์วิธ	W	1.2288 MHz
อัตราบิต	R	9.6 kb/s
การสร้างสัญญาณเสียง		
-กำลังสองเฉลี่ย	$\overline{V^2}$	0.31
-เฉลี่ยกำลังสอง	\overline{V}	0.16
โพลดคิง	η	0.1

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	ค่าที่ใช้
อัตราส่วนพลังงานบิตต่อสัญญาณรบกวน	E_b / N_0	6, 7 เดซิเบล
ริยูล แพรคชั่น	f	0.55

วิเคราะห์ความจุบ้นช่องสัญญาณขาขึ้นของระบบซีดีเอ็มเอที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์ โดยการใช้แบบจำลองการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์ของ Hashem and Sousa [14] ดังตารางที่ 4.2 มาใช้ในการประมาณความจุเออร์แลง

ตารางที่ 4.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของการสื่อสารของโทรศัพท์เคลื่อนที่กับสถานีฐานที่ต้องการและสถานีฐานอื่น

V(Km/h)	M=2		M=3		M=4	
	σ_s dB	σ_o dB	σ_s dB	σ_o dB	σ_s dB	σ_o dB
5	0.35	4.90	0.33	3.90	0.31	3.1
20	1.40	4.40	0.94	3.67	0.6	2.93
40	2.20	3.41	1.75	3.25	1.25	2.48

นำค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตารางที่ 4.1 และ 4.2 ไปคำนวณความจุเออร์แลงของระบบ ส่วนการจราจรของระบบ สมมติให้ผู้ใช้ที่เข้ามาใช้บริการช่องสัญญาณมีการกระจายแบบปัวส์ซอง (Poisson distribution) และผู้ใช้ที่ออกจากการบริการให้กระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential distribution) การสร้างสัญญาณเสียงของผู้ใช้ให้มีการกระจายแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli distribution) ดังอธิบายใน [15]

4.3 การประมาณความจุเออร์แลง

สมมติให้ผู้ใช้บนช่องสัญญาณขาขึ้นของระบบเซลล์เดียวมีจำนวน $N+1$ ผู้ใช้ กำลังแทรกสอดที่เกิดขึ้นทั้งหมดประกอบด้วยกำลังจากผู้ใช้อื่นๆจำนวน N ผู้ใช้ และกำลังที่เกิดจากสัญญาณรบกวนเนื่องจากอุณหภูมิ (thermal noise) จะได้ว่า

$$I = I_o W = v_1 S_1 + v_2 S_2 + \dots + v_N S_N + N_o W \quad (4.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง N_0 คือ สัญญาณรบกวนเนื่องจากอุณหภูมิ (Thermal noise)
 W คือ แบนด์วิดธ์ของช่องสัญญาณ

$$I_0 = \frac{I}{W} = \frac{v_1 S_1 + v_2 S_2 + \dots + v_N S_N}{W} + N_0 W \quad (4.2)$$

I_0 คือ ระดับความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังในการรับกำลังแทรกสอดทั้งหมด ทำการนอมัลไลซ์ด้วย $I_0 R_b$ ซึ่ง R_b คือ อัตราบิตข้อมูล ดังนั้นการแทรกสอดทั้งหมดมีปริมาณเท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{I_0 W}{I_0 R_b} &= \frac{v_1 S_1 + v_2 S_2 + \dots + v_N S_N + N_0 W}{I_0 R_b} \\ \frac{W}{R_b} &= v_1 \frac{E_{b1}}{I_0} + v_2 \frac{E_{b2}}{I_0} + \dots + v_N \frac{E_{bN}}{I_0} + \frac{N_0 W}{I_0 R_b} \\ &= Z + \frac{N_0 W}{I_0 R} = Z + \eta \frac{W}{R} \end{aligned} \quad (4.3a)$$

ซึ่ง $E_{bn} = \frac{S_n}{R_b}$ คือ พลังงานบิตของผู้ใช้ลำดับที่ n

V_n คือ การสร้างสัญญาณเสียงของผู้ใช้ลำดับที่ n

และ

$$Z = \sum_{i=1}^N v_i \rho_i = \frac{W}{R_b} (1 - \eta) \quad (4.3b)$$

$$\rho_i = \frac{E_{bi}}{I_0} \quad (4.3c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\eta = \frac{N_o}{I_o} \quad (4.3d)$$

η คือ พารามิเตอร์แสดงถึงการโหลดคั่ง (loading) ของระบบซีดีเอ็มเอ และ W/R คือ สเปกตรัมแผ่ เกนประมวลผล (Processing gain) สมมติให้ค่าการ โหลดคั่งของระบบไว้ค่าหนึ่ง โดยที่คุณภาพของช่องสัญญาณสามารถรองรับผู้ใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่ได้ถึงอันดับที่ (N+1) โดยมีค่าของตัวแปรสุ่ม Z เป็นตัวแสดงถึงปริมาณที่ผู้ใช้ที่สามารถเข้ามาใช้ช่องสัญญาณในขณะนั้น ถ้า Z ยังมีค่าไม่เกินค่า Threshold ผู้ใช้ลำดับที่ (N+1) สามารถใช้ช่องสัญญาณนั้นได้ แต่ถ้า Z เกินค่า Threshold แล้วช่องสัญญาณจะปฏิเสธการให้บริการผู้ใช้ลำดับที่ (N+1) ทันที และความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ลำดับที่ (N+1) จะถูกปฏิเสธเมื่อ Z เกินค่า Threshold (Z_o) ซึ่งขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์การแทรกสอด คือ

$$P_{blocking} = \Pr \left(Z > Z_o = \frac{W}{R_b} (1 - \eta_o) \right) \quad (4.4a)$$

$$= \Pr \left(\sum_{i=1}^N v_i \rho_i > Z_o = \frac{W}{R_b} (1 - \eta_o) \right) \quad (4.4b)$$

สมมติให้ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (pdf) เป็นแบบเกาส์เซียน สามารถหาค่าความน่าจะเป็นของการติดขัดได้ โดย

$$P_{blocking} = \int_{Z_o}^{\infty} p_z(x) dx \quad (4.5)$$

เนื่องจากไม่สามารถทราบค่าฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ Z ที่แน่นอนได้ ดังนั้นจึงใช้วิธีการประมาณในการคำนวณความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการติดขัดในระบบซีดีเอ็มเอ

ความน่าจะเป็นของการติดขัดในระบบซีดีเอ็มเอ สามารถเขียนในรูปการแจกแจงสะสมแบบเกาส์เซียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{\text{blocking}} = \Pr(Z > Z_o) = \Pr\left\{\frac{Z - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}[Z]}} > \frac{Z_o - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}[Z]}}\right\} \quad (4.6a)$$

$$= Q_z\left(\frac{Z_o - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}[Z]}}\right) \quad (4.6b)$$

ซึ่ง

$Q_z(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันการกระจายการแจกแจงสะสมคอมพลิเมนต์ารีที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง ในรูปของตัวแปร Z

$E[Z]$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปร Z

$\text{Var}(Z)$ คือ ค่าความแปรปรวนของตัวแปร Z

การแทรกสอดทางสถิติของ Z คือผลรวมของตัวแปรสุ่มจำนวน N ตัว

$$\begin{aligned} Z &= v_1 \frac{E_{b1}}{I_o} + v_1 \frac{E_{b1}}{I_o} + \dots + v_N \frac{E_{bN}}{I_o} \\ &= v_1 \rho_1 + v_2 \rho_2 + \dots + v_N \rho_N \end{aligned} \quad (4.7)$$

การวัดการแพร่กระจายของคลื่นแสดงกำลังสัญญาณที่รับได้ เมื่อวัดในหน่วยเดซิเบล (Decibel: dB) จะมีความใกล้เคียงกันการกระจายความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ m_{dB} และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ ρ_{dB} คือ

$$\begin{aligned} \rho_i (dB) &= 10 \log_{10} \rho_i \\ &= m_{dB} + \rho_{dB} X \end{aligned} \quad (4.8)$$

ซึ่ง X คือตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง เพราะฉะนั้น ตัวแปรสุ่ม คือ ลีออนอร์มอล และ เขียนได้เป็น

$$\rho = 10^{\frac{(m_{dB} + \sigma_{dB})}{10}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= \left[\exp(\ln 10) \right]^{\frac{(m_{dB} + \sigma_{dB})}{10}} \\
 &= \exp(\beta m_{dB} + \beta \rho_{dB}) \tag{4.9}
 \end{aligned}$$

$$\text{ซึ่ง } \beta = \frac{(\ln 10)}{10}$$

ในระบบหลายๆเซลล์ Z ประกอบด้วยผู้ใช้ภายในเซลล์และผู้ใช้จากเซลล์ภายนอก จาก[1] เท่ากับ

$$Z = \sum_{i=1}^N v_i \rho_{si} + \sum_{i=1}^{jN} v_i \rho_{oi} \tag{4.10}$$

ซึ่ง ρ_{si} คือ พลังงานที่เกิดขึ้นภายในเซลล์
 ρ_{oi} คือ พลังงานที่เกิดขึ้นภายนอกเซลล์

เนื่องจาก Z เป็นตัวแปรสุ่มแบบล็อกนอร์มอล ผลรวมของ Z จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 Z &= v_1 \rho_1 + v_2 \rho_2 + \dots + v_N \rho_N \\
 &= v_1 \exp(\beta(m_{dB} + \rho_{dB} X_1)) + v_2 \exp(\beta(m_{dB} + \rho_{dB} X_2)) \\
 &\quad + v_N \exp(\beta(m_{dB} + \sigma_{dB} X_N)) \tag{11a}
 \end{aligned}$$

ตัวแปร Z ที่ใช้ในประมาณความน่าจะเป็นของการติดขัด คือ

$$\approx m_N + \sigma_N X \quad \text{ตัวแปรเกาส์เซียน} \tag{11b}$$

$$\approx \exp(\beta(m_N + \sigma_N X)) \quad \text{ตัวแปรล็อกนอร์มอล} \tag{11c}$$

4.3.1 การประมาณความจุเออร์แลงแบบเกาส์

หาค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม Z โดยการกำหนดให้จำนวนผู้ใช้ที่เข้ามาใช้ช่องสัญญาณมีการกระจายแบบปัวส์ซอง (Poisson distribution) และการสร้างสัญญาณเสียงมีการกระจายแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli distribution) วิธีการหาค่าเฉลี่ยได้อธิบายใน[1]จะได้ว่า

$$E[Z] = E\left[\sum_{i=1}^N v_i \rho_{si}\right] + E\left[\sum_{i=1}^f v_i \rho_{oi}\right]$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp\left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_s^2\right) + f \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp\left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_o^2\right) \quad (4.12)$$

ค่ากำลังสองเฉลี่ยจะได้

$$E[Z^2] = E\left[\sum_{i=1}^N v_i^2 \rho_{si}^2\right] + f E\left[\sum_{i=1}^f v_i^2 \rho_{oi}^2\right]$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} \bar{v}^2 \exp\left(2\beta m_{dB} + 2\beta^2 \sigma_s^2\right) + f \frac{\lambda}{\mu} \bar{v}^2 \exp\left(2\beta m_{dB} + 2\beta^2 \sigma_o^2\right) \quad (4.13)$$

และค่าความแปรปรวนของ Z ในกรณีหลายๆเซลล์ คือ

$$\text{Var}(Z) = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^N v_i \rho_{si}\right) + \text{Var}\left(\sum_{i=1}^f v_i \rho_{oi}\right)$$

จะได้ว่า

$$\text{Var}[Z] = E[Z^2] - E[Z]^2$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} \exp(2\beta m_{dB}) \left[\left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) \right\} \right. \\ \left. - f \left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) \right\} \right] \quad (4.14)$$

นำค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนมาประมาณความจุแบบเกาส์จากสมการ (4.11) ใช้ทฤษฎีการเข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem: CLT) จะได้

$$Q_Z(x) = Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (4.15)$$

ดังนั้นการประมาณแบบเกาส์จะต้องใช้ตัวแปรนอร์มอล จะได้ว่า

$$P_b = \Pr\{Z > Z_0\} \\ \approx \Pr\{m_N + \sigma_N X > Z_0\} \\ = \Pr\left\{X > \frac{Z_0 - m_N}{\sigma_N}\right\} \\ P_b = Q\left(\frac{Z_0 - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}(Z)}}\right) \quad (4.16)$$

แทนสมการค่าเฉลี่ยและสมการความแปรปรวนลงในสมการที่ (4.16) จะได้ความจุเออร์แลงของระบบซีดีเอ็มเอเซลล์ลาร์บนช่องสัญญาณขาขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2 การประมาณความจุเออร์แลงแบบลือกนอร์มอล

กำหนดให้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ Z เป็นตัวแปรสุ่มแบบลือกนอร์มอล จาก[1] คือ

$$\xi = \exp(m_N + \sigma_N) \quad (4.17)$$

ค่าเฉลี่ยของ Z คือ

$$E[\xi] = \exp\left(m_N + \frac{1}{2}\sigma_N^2\right) \quad (4.18)$$

และความแปรปรวนของ Z คือ

$$\text{Var}(Z) = \exp\left(2m_N + \sigma_N^2\right) \left\{ \exp\left(\sigma_N^2\right) - 1 \right\} \quad (4.19)$$

กำหนดให้ $E(Z)=E(\xi)$ และ $\text{Var}(Z)=\text{Var}(\xi)$

$$\begin{aligned} \exp\left(m_N + \frac{1}{2}\sigma_N^2\right) &= \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp\left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2}\beta^2 \sigma_s^2\right) \\ &\quad + f \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp\left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2}\beta^2 \sigma_o^2\right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

และ

$$\begin{aligned} &\exp\left(2m_N + \sigma_N^2\right) \left\{ \exp\left(\sigma_N^2\right) - 1 \right\} \\ &= \frac{\lambda}{\mu} \exp(2\beta m_{dB}) \left[\left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) \right\} \right. \\ &\quad \left. - f \left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

แก้สมการที่(4.20) และ(4.21)หาค่าเฉลี่ยและ ความแปรปรวน ของ Z

$$\sigma_N^2 = \ln \left(\frac{A(B-C f)}{D(E+G F)^2} \right) \quad (4.22a)$$

ซึ่ง

$$A = \frac{\lambda}{\mu} \exp(2\beta m_{dB}) \quad (4.22b)$$

$$B = \left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_s^2) \right\} \quad (4.22c)$$

$$C = \left\{ \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) - \bar{v}^2 \exp(2\beta^2 \sigma_o^2) \right\} \quad (4.22d)$$

$$D = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \bar{v}^2 \quad (4.22e)$$

$$E = \exp \left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_s^2 \right) \quad (4.22f)$$

$$G = \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp \left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_o^2 \right) \quad (4.22g)$$

ค่าเฉลี่ยของ Z จะได้

$$m_N = \ln \left[\frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp \left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_s^2 \right) \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+ f \frac{\lambda}{\mu} \bar{v} \exp\left(\beta m_{dB} + \frac{1}{2} \beta^2 \sigma_o^2\right) - \frac{1}{2} \sigma_N^2 \right] \quad (4.23)$$

การประมาณแบบลือกนอร์มอลใช้ตัวแปรสุ่มลือกนอร์มอลจะได้ว่า

$$P_b = \Pr\{Z > Z_0\}$$

$$= \Pr\{\exp(\beta(m_N + \sigma_N X)) > Z\}$$

$$P_b = Q\left(\frac{\ln(Z_0) - E[Z]}{\sqrt{\text{Var}(Z)}}\right) \quad (4.24)$$

จากสมการ(4.24) จะได้ความจุเออร์แลงของระบบซีดีเอ็มเอแบบการจัดลำดับโดยตรง (DS-SS) ที่มีการประมาณ โดยตัวแปรสุ่มแบบลือกนอร์มอล

บทที่ 5

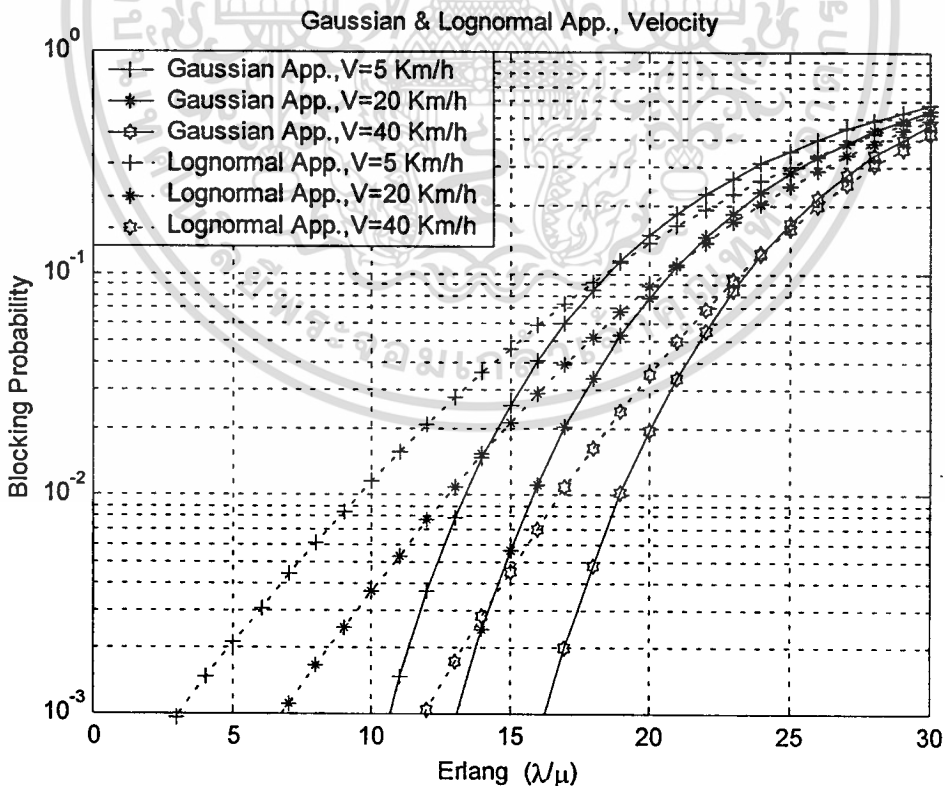
การวิเคราะห์และแสดงผลเชิงตัวเลข

5.1 บทนำ

วิเคราะห์ผลของการประมาณความจุระบบแบบเกาส์และถือคนอร์มอลบนช่องสัญญาณขาขึ้นในสภาวะภายใต้เงื่อนไขต่างๆ คือ ความเร็วของโทรศัพท์เคลื่อนที่ การโหลดคั่งของระบบ การควบคุมกำลังผิดพลาด และการตรวจจับสัญญาณเสียง

5.2 อิทธิพลของความเร็วที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

อิทธิพลของความเร็วที่มีผลต่อความจุระบบ โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ให้อัตราความเร็วของโทรศัพท์เคลื่อนที่เป็น 5, 20, และ 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อัตราส่วนพลังงานบิต (E_b) ต่อสัญญาณรบกวนเนื่องจากอุณหภูมิ (Thermal noise: N_0) เท่ากับ 7 เดซิเบล จำนวนสาขาตัวรับแบบเร็ก (M) เท่ากับ 2 สาขา การโหลดคั่งของระบบ (X_0) กำหนดให้เท่ากับ 0.90 ได้ดังรูปที่ 5.1

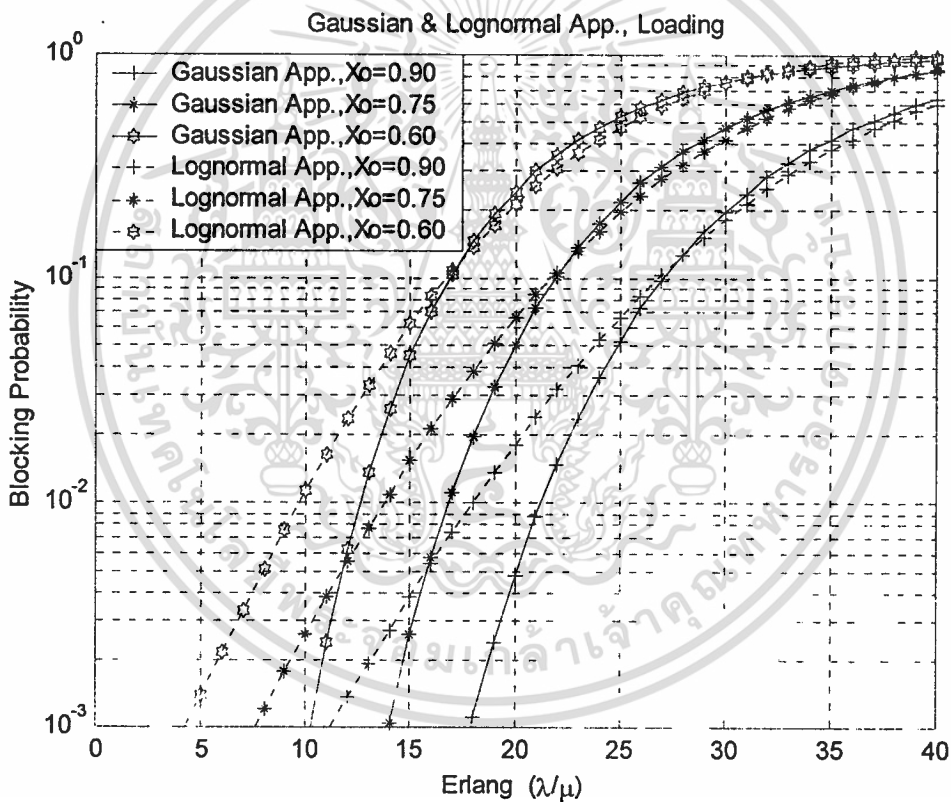


รูปที่ 5.1 อิทธิพลของความเร็วที่มีต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

จากรูปที่ 5.1 พิจารณาความน่าจะเป็นของการติดขัดที่ 1 เปอร์เซ็นต์ จะเห็นว่าเมื่อความเร็วสูงขึ้นมีความน่าจะเป็นของการติดขัดลดลง และการประมาณแบบเกาส์จะได้ความจระบบมากกว่าการประมาณแบบล็อกนอร์มอล

5.3 อิทธิพลของโหลดแฟกเตอร์ที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

อิทธิพลของการโหลดคิงของระบบที่มีผลต่อความจุ โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์การโหลดคิง (X_0) เท่ากับ 0.60, 0.75 และ 0.90 $E_b/N_0=6$ dB จำนวนสาขาตัวรับแบบเร็ก (M) เท่ากับ 2 สาขา อัตราความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ได้ดังรูปที่ 5.2

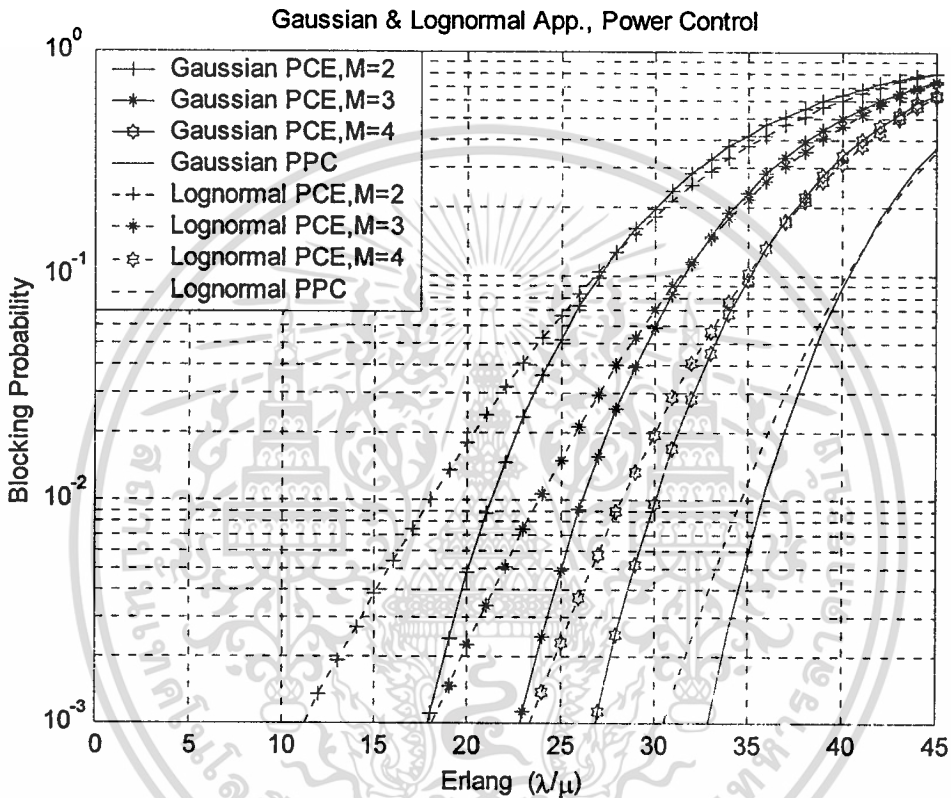


รูปที่ 5.2 อิทธิพลของการโหลดคิงที่มีต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

จากรูปที่ 5.2 จะเห็นว่าเมื่อการโหลดคิงของระบบเพิ่มขึ้นจะให้ความจุมากขึ้นด้วย หรือความน่าจะเป็นของการติดขัดลดลง และการประมาณแบบเกาส์จะได้ความจระบบมากกว่าการประมาณแบบล็อกนอร์มอล

5.4 อิทธิพลของการควบคุมกำลังผิดพลาดที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

อิทธิพลของการควบคุมกำลังที่สมบูรณ์ และ ไม่สมบูรณ์ที่มีผลต่อความจุระบบโดยกำหนดค่าพารามิเตอร์การไหลคดโค้ง (X_0) เท่ากับ 0.90 จำนวนสาขาตัวรับแบบเร็ก (M) เท่ากับ 2, 3 และ 4 สาขา $E_b/N_0=6$ dB อัตราความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 อิทธิพลของการควบคุมกำลังต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

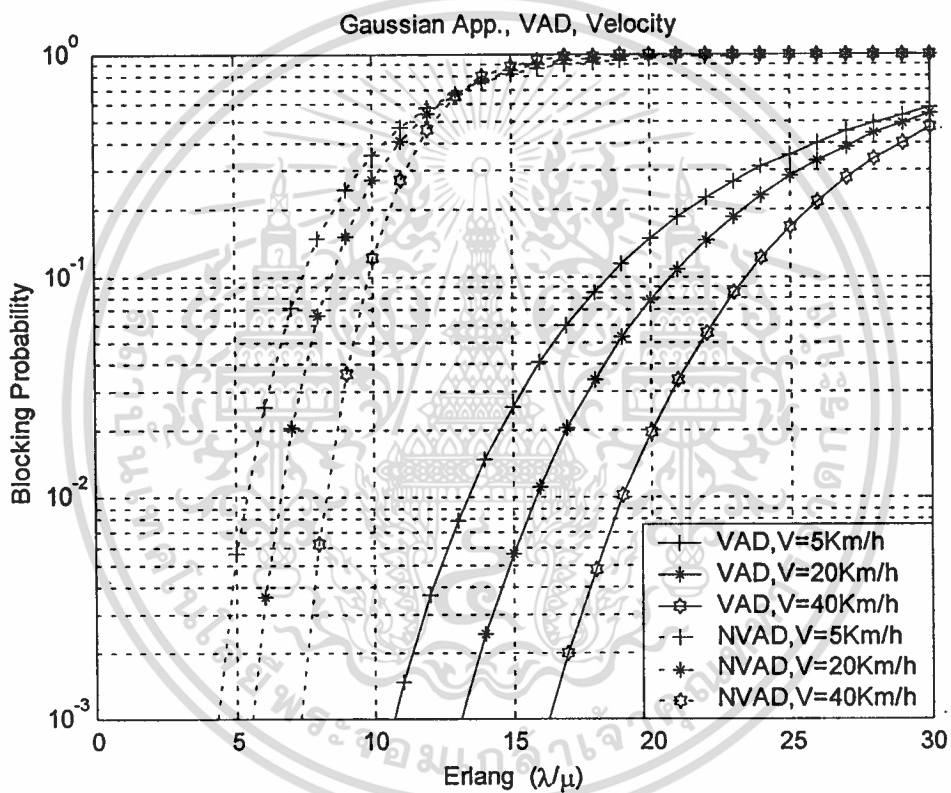
จากรูปที่ 5.3 จะเห็นว่า การควบคุมกำลังที่สมบูรณ์ (Perfect Power Control: PPC) มีความจุมากกว่า การควบคุมกำลังที่ผิดพลาดมาก (Perfect Power Error: PCE) และ จำนวนสาขาของตัวรับเพิ่มขึ้น ความจุเพิ่มขึ้นด้วย เป็นการช่วยชดเชยความจุที่สูญเสียไปกับการควบคุมกำลังผิดพลาดได้ และการประมาณแบบเกาส์จะให้ความจุระบบมากกว่าการประมาณแบบล็กนอร์มอล

5.5 การตรวจจับสัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

5.5.1 ความเร็วของโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่พร้อมกับการตรวจจับสัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

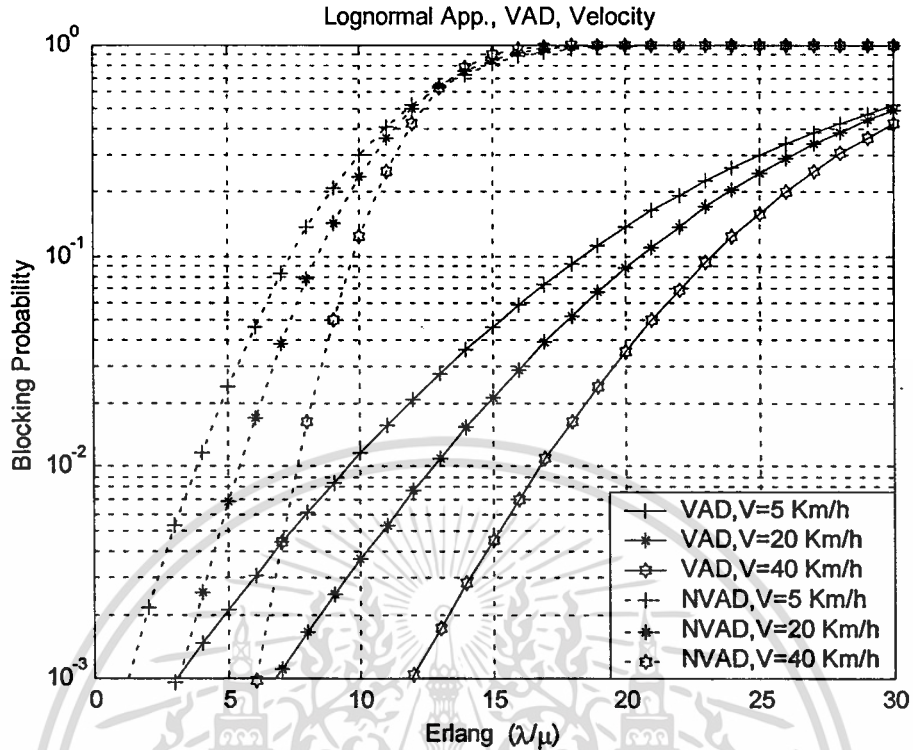
อิทธิพลของความเร็วที่มีผลต่อความจุระบบพร้อมกับการตรวจจับสัญญาณเสียง โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ให้อัตราความเร็ว 5, 20, และ 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง $E_b/N_0=7$ dB จำนวนสาขาตัวรับ (M) เท่ากับ 2 สาขา การไหลคคิงเท่ากับ 0.90

ผลกราฟที่ได้จากการประมาณแบบเกาส์และลือกอนอร์มอลดังรูปที่ 5.4 และ 5.5 ตามลำดับ



รูปที่ 5.4 อิทธิพลของความเร็วและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการติดขัดที่ใช้การประมาณแบบเกาส์

จากรูปที่ 5.4 จะเห็นว่าที่ความเร็วต่างๆ การตรวจจับสัญญาณเสียง (Voice Activity Detection: VAD) มีความจุมากกว่ากรณีที่ไม่มีการตรวจจับสัญญาณเสียง (Non-Voice Activity Detection: NVAD)



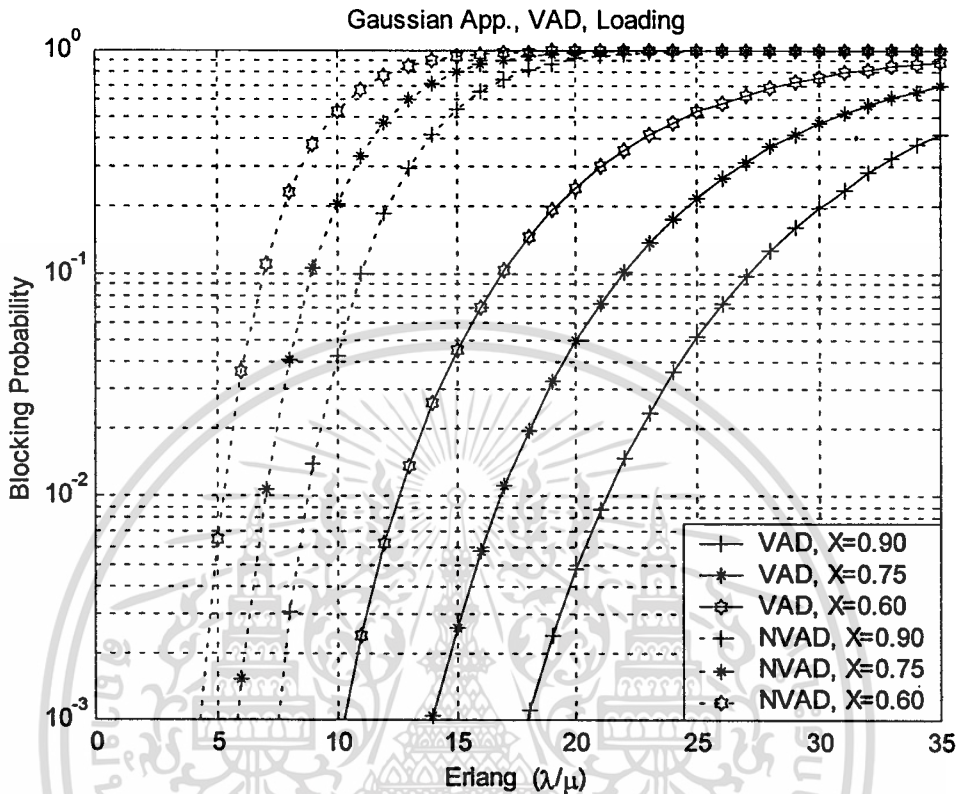
รูปที่ 5.5 อิทธิพลของความเร็วและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการติดขัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล

จากรูปที่ 5.5 จะเห็นว่าผลการประมาณความจุมีลักษณะเดียวกับการประมาณแบบเกาส์ แต่มีแนวโน้มว่าในช่วงที่มีผู้ใช้บ่อยๆค่าจะใกล้เคียงกันกับกรณีที่ไม่การตรวจจับสัญญาณเสียง แต่จะแตกต่างกันมากขึ้นเมื่อผู้ใช้ปริมาณมากขึ้น

5.5.2 การโหลดดิ่งของช่องสัญญาณพร้อมกับการตรวจจับสัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

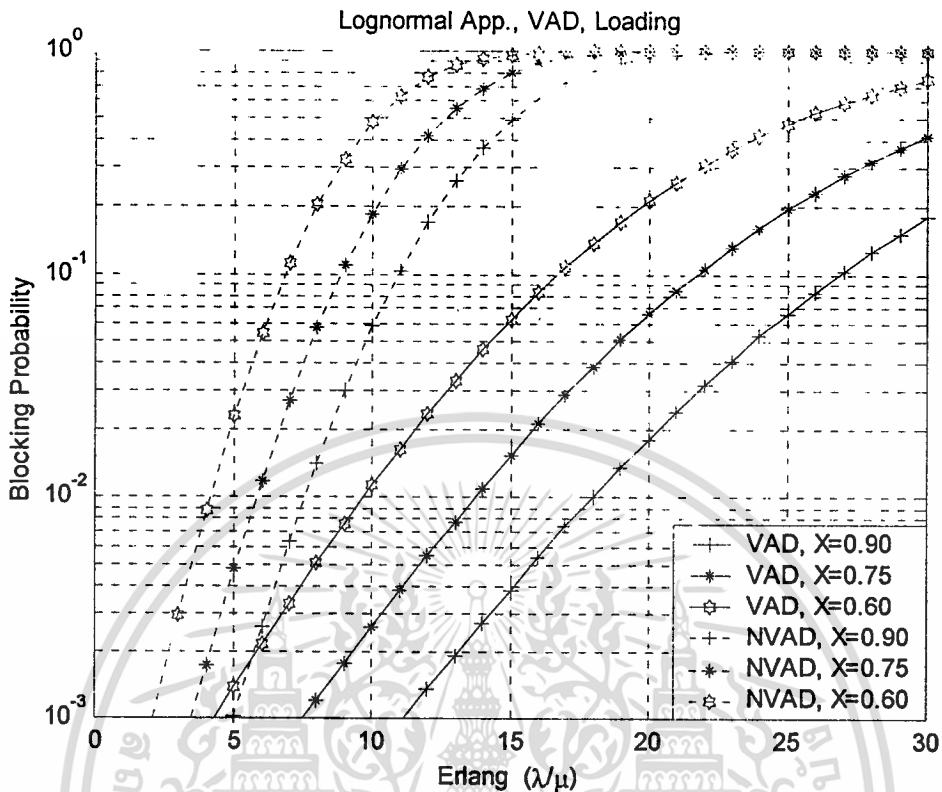
อิทธิพลของการโหลดดิ่งที่มีผลต่อความจุระบบ โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์การโหลดดิ่งเท่ากับ 0.60, 0.75, และ 0.90 $E_b/N_0=6$ dB จำนวนสาขาตัวรับ (M) เท่ากับ 2 สาขา อัตราความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ผลกราฟที่ได้จากการประมาณแบบเกาส์และลือกนอร์มอลดังรูปที่ 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ



รูปที่ 5.6 อิทธิพลของการโหลดคิงและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการตัดขั้วที่ใช้การประมาณแบบเกาส์

จากรูปที่ 5.6 จะเห็นว่า การประมาณแบบเกาส์ที่มีการตรวจจับสัญญาณเสียง (Voice Activity Detection: VAD) มีความจุมากกว่ากรณีที่ไม่มีการตรวจจับสัญญาณเสียง (Non-Voice Activity Detection: NVAD) และ รูปที่ 5.7 เป็นการประมาณแบบลีดคอนอร์มอลจะเห็นว่าที่ผู้ใช้น้อยๆ ความจุมีแนวโน้มใกล้เคียงกัน แต่เมื่อผู้ใช้นำขึ้นการตรวจจับสัญญาณเสียงจะให้ความจุมากกว่ามาก

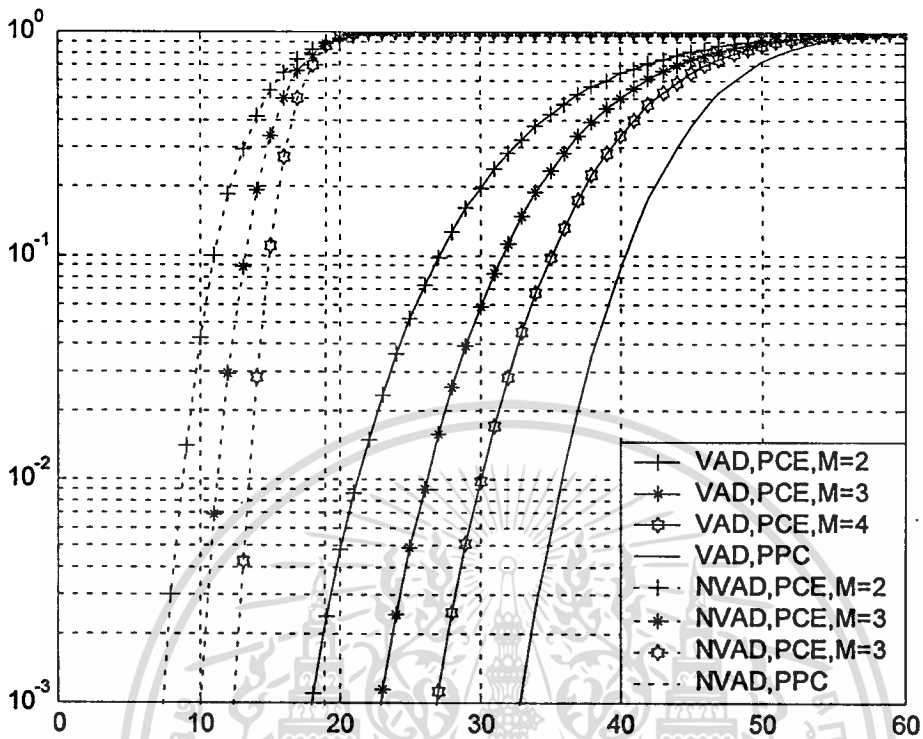


รูปที่ 5.7 อิทธิพลของการโหลดคั้งและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการติดขัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล

5.5.3 อิทธิพลของการควบคุมกำลังผิดพลาดพร้อมกับการตรวจจับสัญญาณเสียงที่มีผลต่อความน่าจะเป็นของการติดขัด

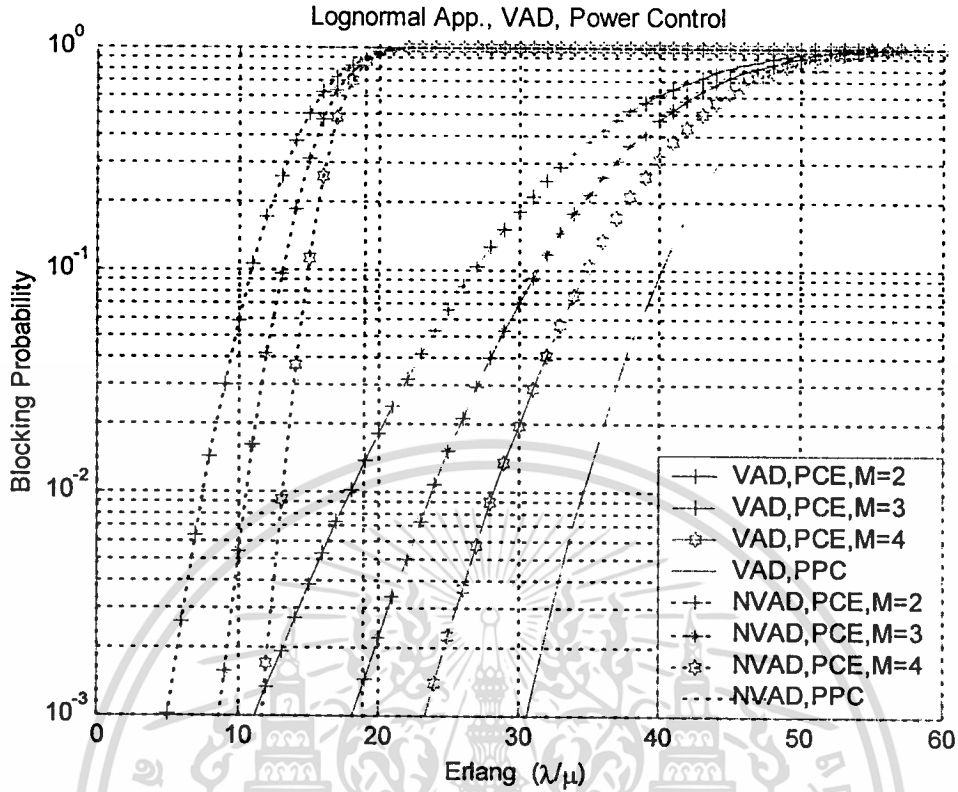
อิทธิพลของการควบคุมกำลังที่สมบูรณ์ และไม่สมบูรณ์ที่มีผลต่อความจุระบบโดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ ที่ จำนวนสาขาตัวรับ (M) เท่ากับ 2, 3 และ 4 สาขา $E_b/N_0=6$ dB อัตราความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ผลกราฟที่ได้จากการประมาณแบบเกาส์และลือกนอร์มอลดังรูปที่ 5.8 และ 5.9 ตามลำดับ



รูปที่ 5.8 อิทธิพลของการควบคุมกำลังและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการตัดสินใจที่ใช้การประมาณแบบเกาส์

จากรูปที่ 5.8 จะเห็นว่าการตรวจจับสัญญาณเสียง (Voice Activity Detection: VAD) มีความจุมากกว่ากรณีที่ไม่มีการตรวจจับสัญญาณเสียง (Non-Voice Activity Detection: NVAD) และจำนวนสาขาของตัวรับเพิ่มขึ้นความจุเพิ่มขึ้นด้วย เป็นการช่วยขจัดเซกความจะที่สูญเสียไปกับการควบคุมกำลังผิดพลาดได้ และการประมาณแบบเกาส์จะได้รับความจุระบบมากกว่าการประมาณแบบลือกนอร์มอล



รูปที่ 5.9 อิทธิพลของการควบคุมกำลังและการตรวจจับสัญญาณเสียงต่อความน่าจะเป็นของการติดขัดที่ใช้การประมาณแบบลือกนอร์มอล

จากรูปที่ 5.9 มีลักษณะทำนองเดียวกันกับการประมาณแบบเกาส์ดังรูปที่ 5.8 แต่จะมีค่าใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่มีการตรวจจับสัญญาณเสียงมากกว่าแบบเกาส์ เมื่อมีจำนวนผู้ใช้น้อยๆ

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการวิเคราะห์ความจุเออร์แลงของระบบเซลลูลาร์ซีดีเอ็มเอที่มีการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์บนช่องสัญญาณการจางหายแบบเรย์ลีผลที่ได้พบว่า

1) จำนวนสาขาตัวรับแบบเรย์ลีเพิ่มขึ้นส่งผลให้ความน่าจะเป็นของการติดขัดลดลง หรือความจุเออร์แลงมากขึ้น เนื่องจากตัวรับแบบเรย์ลีช่วยชดเชยการจางหายของสัญญาณ และเพิ่มสมรรถนะของระบบ ส่งผลให้ความจุเพิ่มขึ้นด้วย

2) อิทธิพลของการควบคุมกำลังที่ไม่สมบูรณ์ส่งผลให้ความจุเออร์แลงลดลงเนื่องจากเกิดการแทรกสอดระหว่างกัน เนื่องจากกำลังของแต่ละผู้ใช้มีกำลังไม่เท่ากันเมื่อมาถึงสถานีฐาน

3) อิทธิพลของการโหลดคิงของระบบ ถ้าหากระบบมีระดับโหลดคิงยิ่งสูงจะได้รับความจุมากขึ้น แต่ทั้งนี้ต้องสอดคล้องกับคุณภาพการบริการด้วย

4) การตรวจจับสัญญาณเสียงทำให้ความจุเพิ่มขึ้นอย่างมากเมื่อเทียบกับการเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับปัจจัยอื่นๆ

การประมาททั้งสองแบบพบว่าการประมาทแบบเกาส์มีความน่าจะเป็นของการติดขัดมีน้อยกว่าการประมาทแบบลิอคอนอร์มอล หรือ การประมาทแบบเกาส์มีความจุมากกว่าการประมาทแบบลิอคอนอร์มอล จึงเป็นไปได้ว่าการประมาทแบบใดแบบหนึ่งจะมีความแม่นยำกว่าอีกแบบหนึ่ง

บรรณานุกรม

- [1] Lee J.S., Miller L.E., **CDMA Systems Engineering Handbook**, Boston, London, ArtechHouse, 1998.
- [2] Rappaport, Theodore S., **Wireless Communication : Principle and Practice**, Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall PTR, c1996.
- [3] Papoulis, A., **Probability, random variables, and stochastic processes**, 3rd New York, McGraw Hill, c1991.
- [4] Parsons, J.D , **The mobile Radio Propagation Channel**, Now York, John Wiley, c1992.
- [5] R. A. Scholtz, "The Spread Spectrum Concept", IEEE Trans. Commun., vol. 25, no 8. Aug. 1977, pp. 748-755.
- [6] Prasad, R., **CDMA for Wireless Personal Communications**, Boston, Artech House, c1996
- [7] Proakis John G., **Digital Communications**, 3rd, McGraw Hill, 1995.
- [8] A. J. Viterbi, A. M. Viterbi and E. Zehavi, "Other-Cell Interference in Cellular Power-Controlled CDMA", IEEE Trans. Commun., vol 42, no 2/3/4, Feb/Mar/Apr, 1994, pp, 1501-1504.
- [9] Ramjee P., M. G. Jansen and A. Kegel, "Capacity Analysis of a Cellular Direct sequence Code Division Multiple Access System with Imperfect Power Control", IEICE Trans. Commun., vol. E76-B, no. 8, Aug. 1993, pp. 894-904.
- [10] M. G. Jansen and R. Prasad, "Capacity, Throughput, and Delay Analysis of a Cellular DS CDMA System with Imperfect Power Control and Imperfect Sectorization", IEEE Trans. Veh. Tech, vol.44, no. 1, Feb. 1995, pp. 67-74.
- [11] K. S. Gilhousen, I. M. Jacobs, A. J. Viterbi, L. A. Weaver, and C. E. wheatley, "On the capacity of a cellular CDMA system" Trans. Veh tech., Vol. 40 no. 2 , May 1991 Page(s): 303 –312.
- [12] A. M. Viterbi and A. J. Viterbi, "Erlang Capacity of a Power Controlled CDMA System", IEEE Journal Selec. Area in Commun., vol. 11, no 6, Aug 1993, pp. 892-900.
- [13] J. S. Lee and L. E. Miller, "On the Erlang Capacity of CDMA Cellular Systems", IEEE Globecom'95, Vol 3 , Nov 1995, pp. 1877-1883.
- [14] B. Hashem, E. Sousa, "Increasing the DS-CDMA System Reverse Link Capacity by Equalizing the Performance of Different Velocity Users", Proc. IEEE ICC'98, Atlanta,

Georgia, USA, Vol 2 , Jun, pp. 979-984.

- [15] J. S. Evans and D. Everitt, "On the Teletraffic Capacity of CDMA Cellular Networks" IEEE Trans. Veh. Tech., vol. 48, no. 1, Jan. 1999, pp. 153-165.
- [16] J.M. Romero Jerez, M. Ruiz Garcia, A. Diaz Estrella, "Performance Analysis of a Cellular Slotted CDMA System with Imperfect Power Control over a Rayleigh Fading Channel", Multiaccess, Mobility and Teletraffic in Wireless Communications, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 253-262.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] P. Moungnoul, N. Narongrat, S. Junnapiya and T. Paungma, “Erlang Capacity of a cellular CDMA System with Imperfect Power Control over a Rayleigh Fading Channel”, Proceedings 2001 ISCIT, Nov. 2001, pp. 195-198.

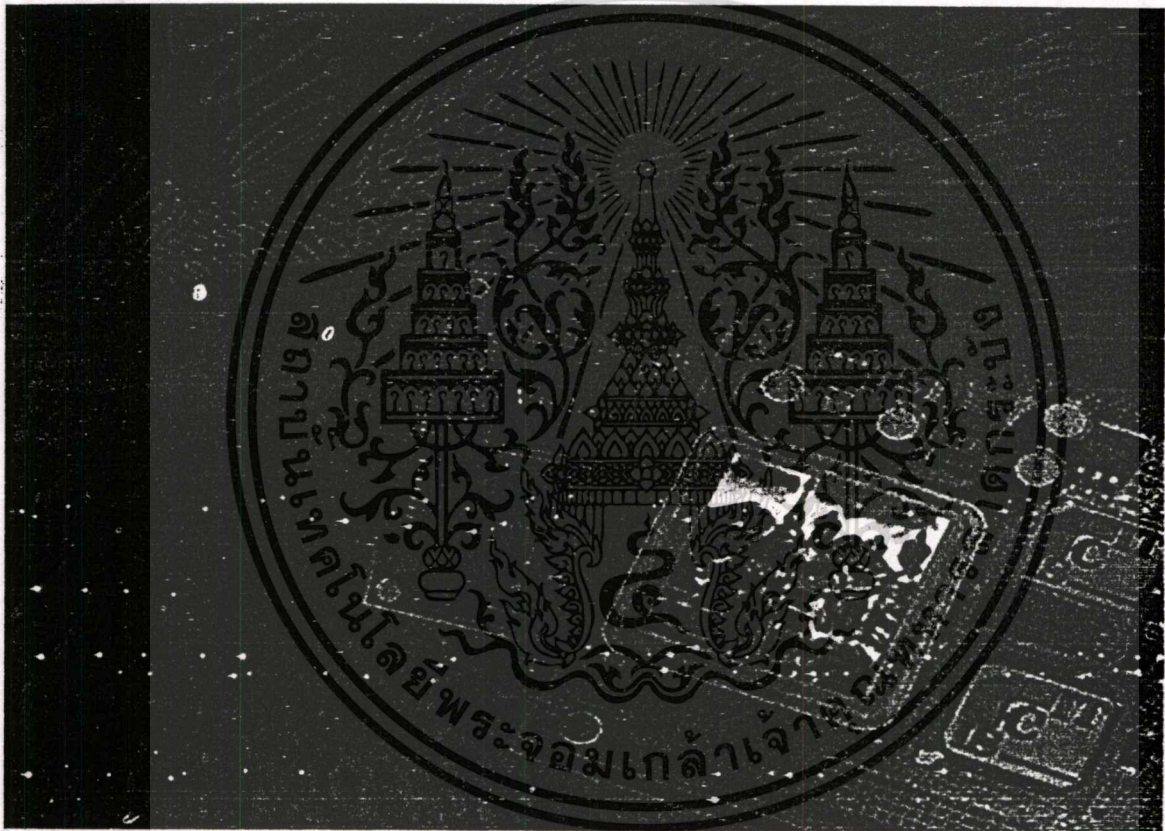


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PROCEEDINGS

2001 International Symposium on Communications and Information Technology

ISCIT 2001



The Merging Decade of Communication Systems and Information Technology

November 14 - 16, 2001

Chiang Mai Orchid Hotel, Chiang Mai, Thailand

ERLANG CAPACITY OF A CELLULAR CDMA SYSTEM WITH IMPERFECT POWER CONTROL OVER A RALEIGH FADING CHANNEL

P. Moungnoul, N. Narongrat, S. Junnapiya and T. Paungma

Faculty of Engineering and Research Center for Communication and Information Technology
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Chalongkrung Road, Bangkok 10520, Thailand
Phone: +66-2-3269967 Fax: +66-2-3269086 E-mail: phichet@telecom.kmitl.ac.th

ABSTRACT

This paper presents the evaluation of outage probability in reverse link cellular CDMA system with imperfect power control. Base on using Gaussian and lognormal respectively. Imperfect in power control is modeled as a lognormal random variable. Standard deviation at this variable is dependent on mobile velocity and of whether or not the mobile is communicating with the base station where the power is measured. In addition, voice activity, ν and active user simultaneous, N are considered. The Erlang capacity is analyzed according to the approximation method.

1. INTRODUCTION

In the wireless mobile cellular communication system, code division multiple access (CDMA) system is essential, which closely related to traffic characteristics, radio propagation, power control and other factors. Power control system is important for improving the capacity of communication under fading environment. However, power control system has error occur can be reduce number of user simultaneous access the channel.

In a CDMA cellular system, probability of blocking occurs when interference level reaches a predetermined value above the background noise level [1]. Blocking probability is equal to a certain value 1% or 2%. Gaussian and lognormal approximation is used from [2]. In this paper, we evaluation blocking probability by including voice activity.

2. SYSTEM MODEL

Reverse link channel at a multicell power controlled CDMA system is considered. Owing to in practical system perfect power control cannot be achieved, power levels received from each user suffer a deviation from the mean value. We will be model the power level received in a base station from each mobile with a lognormal random variable. The mean power level is a function of the communication environment, [3], and is adjusted by the power control mechanism. In fading channel the standard deviation is a function of the mobile velocity, number of resolvable paths and the whether the mobile communicating with base

station where the power is measured or with other base station in the system [4]

We will employ the results obtained by Hasham and Sousa[4] to the model the effect of imperfection in power control. These result are presented in Table 1, where it is show standard deviation, measured in dB, of the received signal from user communicating with the desire base station, σ_s or with another base station, σ_o . Results are presented for different mobile velocity and different number of resolvable paths.

V Km/h	M=2		M=3		M=4	
	σ_s dB	σ_o dB	σ_s dB	σ_o dB	σ_s dB	σ_o dB
5	0.35	4.9	0.33	3.90	0.31	3.10
20	1.40	4.40	0.94	3.67	0.60	2.93
40	2.20	3.41	1.75	3.25	1.25	2.48

Table 1. Standard deviation determined from log-normal fitting of signal power after power control for a user communicating with the desired base station and a user communicating with a different base station.

3. PROBABILITY OF OUTAGE

An outage for the CDMA reverse link was defined to occur when the total collection of users introduce an amount of interference density, I_0 , that exceeds the background noise, N_0 , by an amount $1/\eta_0$. For a single cell system this can be written as

$$Z \equiv \sum_{i=1}^N \rho_i > \frac{W}{R}(1 - \eta_0) \quad (1)$$

When N is the number of users transmitting in the considered time slot, W/Rb is the processing gain, $\rho_i = E_{bi} / N_0$ is the received energy per bit to total interference density ratio for user i and $\eta_0 = N_0 / I_0$ is a parameter indicating the loading of the system. Propagation measurement in general indicates that the received signal powers, when expressed in dB units, are nearly Gaussian. Therefore the ρ_i , when measured in dB units, are close to have a Gaussian probability distribution with mean m_i and standard deviation σ_i . Hence, the random variable ρ_i , when measured in watts is lognormal in term of mean and variance as:

$$E[\rho_i] = e^{\beta m_i + \frac{1}{2}\beta^2 \sigma_i^2} \quad (2)$$

$$\text{Var}(\rho_i) = e^{2\beta m_i + \beta^2 \sigma_i^2} \left(e^{\beta^2 \sigma_i^2} - 1 \right) \quad (3)$$

Where $\beta = (\ln 10) / 10$

Our objective is to compute the probability of outage of a CDMA system, when is given by:

$$P_{out} = P\left(Z > Z_0 = \frac{W}{R} X_0\right) \quad (4)$$

Where $X_0 = 1 - \eta_0$ is defined as the load factor and is used to measure the network congestion. When the system is fully loaded the load factor is one.

Since Z is a random sum of N lognormal random variables for a single cell system, which we assume independent, its probability density function cannot be computed in close form and hence we outline two approximations to evaluate the outage probability. The first one assumes that Z is a Gaussian random variable by applying the Central Limit Theorem. The second assumes Z to be lognormally distributed. In multicell system, we calculate the mean and variance of Z as:

$$E[Z] = \sum_{i=1}^N E[\rho_{s_i}] + \sum_{i=1}^{m_N} E[\rho_{o_i}] \quad (5)$$

$$\text{Var}(Z) = \sum_{i=1}^N \text{Var}(\rho_{s_i}) + \sum_{i=1}^{m_N} \text{Var}(\rho_{o_i}) \quad (6)$$

Where ρ_{s_i} and ρ_{o_i} are lognormal random variables representing the ratio E_{b_i} / I_0 received due to users causing intracell and intercell interference respectively, and consequently have different standard deviations.

To evaluate blocking probability, we must determine the distribution function of random variable Z which in turn depend on the random variables ν , N and ρ_i representing voice activity, number of user in a cell and E_b/I_0 of any user, respectively. We assume that mobile call on with probability $1 - \rho$ since N is Poisson distribution is given by

$$p_k = p_r(N \text{ activeuser} / \text{cell}) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^N e^{-\frac{\lambda}{\mu}}}{N!} \quad (7)$$

λ and μ are arrival and service rate

3.1 Gaussian Approximation

Since Z is a sum of random variable which will be a gaussian assumption the mean and variance of a gaussian random variable. Using (2), (3), (4), (5) ν and N we obtain

$$E[Z] = E(N)E(\nu)E(\rho_i)$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} \bar{\nu} e^{\beta m dB} \left(e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_s^2} + f e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_o^2} \right) \quad (8)$$

$$\text{Var}(Z) = \frac{\lambda}{\mu} e^{2\beta m dB} \left\{ \bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_s^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_s^2} + f \left(\bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_o^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_o^2} \right) \right\} \quad (9)$$

And the outage probability can easily be found to be

$$P_{out} = Q\left(\frac{Z - E(Z)}{\sqrt{\text{Var}(Z)}}\right) \quad (10)$$

where

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

3.2 Lognormal Approximation

Under the lognormal assumption, the mean and variance of Z are identified as the mean and variance of a lognormal random variable ζ , where

$$E(\zeta) = e^{m_N + \frac{1}{2}\sigma_N^2} \quad (11)$$

$$\text{Var}(\zeta) = e^{2m_N + \sigma_N^2} \left(e^{\sigma_N^2} - 1 \right) \quad (12)$$

By setting $E(Z) = E(\zeta)$ and $\text{Var}(Z) = \text{Var}(\zeta)$, where mean and variance of Z are given in (11), (12) and, we obtain

$$\frac{\lambda}{\mu} \bar{\nu} e^{\beta m dB} \left(e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_s^2} + f e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_o^2} \right) = e^{m_N + \frac{1}{2}\sigma_N^2} \quad (13)$$

$$\frac{\lambda}{\mu} e^{2\beta m dB} \left\{ \bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_s^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_s^2} + f \left(\bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_o^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_o^2} \right) \right\} +$$

$$f \left(\bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_o^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_o^2} \right) \left\} = e^{2m_N + \sigma_N^2} \left(e^{\sigma_N^2} - 1 \right) \quad (14)$$

Solving for m_N and σ_N^2 , we obtain:

$$\sigma_N^2 = \ln \left[\frac{\left(\bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_s^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_s^2} \right) + f \left(\bar{\nu}^2 e^{2\beta^2 \sigma_o^2} - \bar{\nu}^2 e^{\beta^2 \sigma_o^2} \right)}{\frac{\lambda}{\mu} \bar{\nu}^2 \left(e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_s^2} + f e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_o^2} \right)^2} + 1 \right] \quad (15)$$

$$m_N = \ln \left\{ \frac{\lambda}{\mu} \bar{\nu} e^{\beta m dB} \left(e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_s^2} + f e^{\frac{1}{2}\beta^2 \sigma_o^2} \right) \right\}$$

$$- \frac{1}{2} \sigma_N^2 \quad (16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Now the outage probability can be computed as

$$P_{out} = Q\left(\frac{\ln Z_0 - m_N}{\sigma_N}\right) \tag{17}$$

4. Numerical Result

In Fig.1 and Fig.2 shows blocking probability for difference mobile velocity when number of branch at RAKE receiver, $M=2$ and load factor X_0 is 0.9 standard deviation value of the received power from mobiles in the desire and in other base station has been taken from Table 1. For user moving at 5, 20 and 40 Km/h and assume that E_b/I_0 ratio of 7 dB [3] we show the Erlang Capacity for $M= 1, 2$ and 3. Erlang capacity is increase as the mobile 's velocity increase and difference of erlang capacity between mobile's velocity is diminishing when number of resolvable path increase. Gaussian approximation is higher the capacity than lognormal approximation. In Fig. 3 we show both Gaussian and lognormal approximation at mobile's velocity 5, 20 and 40 Km/h. The same blocking probability Gaussian approximation have higher Erlang capacity than lognormal approximation each mobile's velocity. In Fig.4 velocity of mobile at $v = 5$ Km/h, $M=2$, loading factor $X_0 = 1, 0.9$ and 0.75 loading factor at large value give the Erlang capacity above small. In Fig. 5 we assume that number of resolvable paths $M=2$, $v=5$ Km/h. We given signal power in the consider cell at the base station with standard deviation $\sigma_o=0$ and also power other cell $\sigma_o=0$, $\sigma_s = \sigma_o = 0.35$ and $\sigma_o=0.35, \sigma_s=0.49$ respectively. We obtain Erlang capacity for perfect, imperfect power control and the error of received signal is function of whether or not mobiles are communicating with desire base station respectively. Difference between perfect and imperfect power control is little at the same standard deviation.

5. CONCLUSIONS

The analysis of outage probability in reverse link cellular CDMA system with imperfect power control over Rayleigh fading channel, using the Gaussian and lognormal approximation. Numerical result show that the number of resolvable path, mobile velocity and load factor increase also Erlang capacity increase. Erlang capacity decreases while voice activity increase. The important results is that, standard deviation of the received power level from user communicating with desire base station and other base station are effective in system. It has also been observed that the Erlang capacity from the Gaussian approximation is above more than that from lognormal.

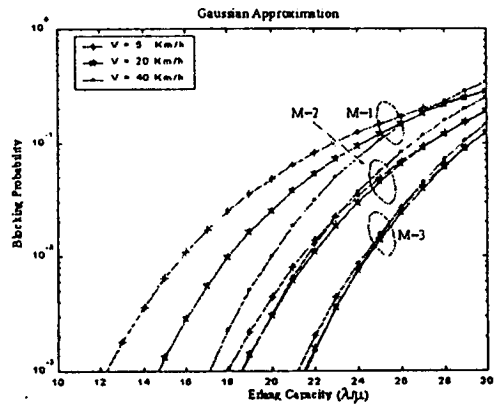


Fig.1 Influence of velocity on blocking probability, Number of resolvable path $M=1, 2$ and 3 load factor = 0.9(Gaussian approximation)

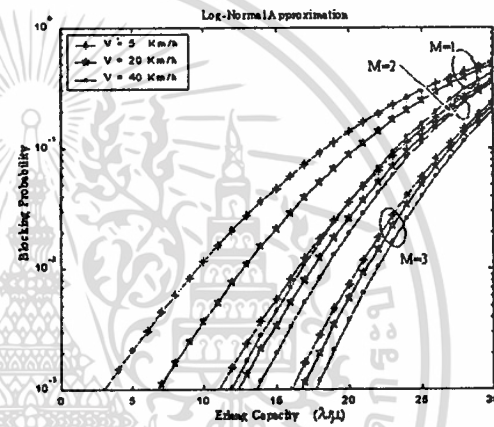


Fig.2 Influence of velocity on blocking probability, Number of resolvable path $M=1, 2$ and 3, Load factor = 0.9 (Lognormal approximation)

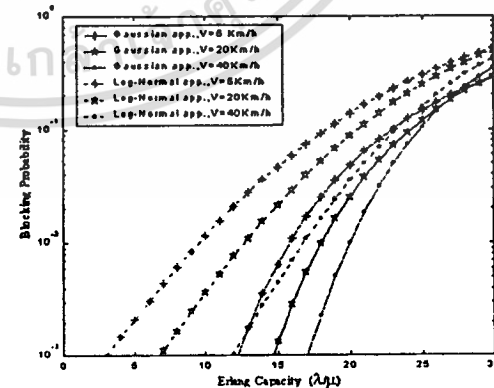


Fig. 3 Influence of velocity on blocking probability, Number of resolvable path $M=2$, Load factor = 0.9 (both Gaussian and Lognormal approximation)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

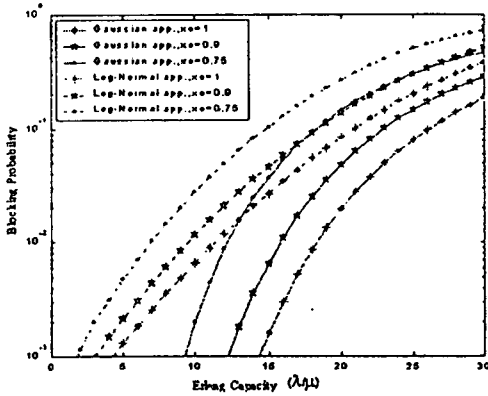


Fig. 4 Influence of load factor on blocking Probability, Number of resolvable path = 2
V=5Km/h

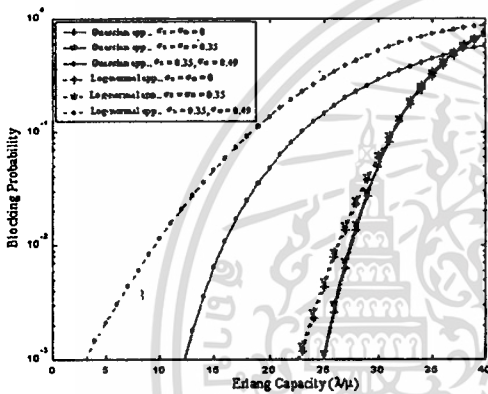


Fig. 5 Influence of power control error on blocking probability, Number of resolvable path = 2, V=5Km/h

REFERENCES

- [1] Viterbi A.M., Viterbi A.J., "Erlang Capacity of a power controlled CDMA System", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.11. No.6, pp. 892-899, August 1993
- [2] J.M. Romero Jerez, M. Ruiz Garcia, A. Diaz Estrella, "Performance Analysis of a Cellular Slotted CDMA System with Imperfect Power Control over a Rayleigh Fading Channel", Multiaccess, Mbility and Teleraffic in Wireless Communications, E.Biglieri, L.Fratta, B.Jabbari, Eds., pp. 253-262, -Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] Padovani R., "Reverse Link Performance of IS-95 based Cellular System"., IEEE Personal Communication, Vol.1, No.3, pp. 28-34, Third Quarter 1994.
- [4] Hashem B., Sousa E., " Increasing the DS-CDMA System Reverse Link Capacity by Equalizing the Performance of Different Velocity Users", Proc IEEE ICC'98, Atlanta, Georgia, USA.

- [4] Hashem B., Sousa E., " Increasing the DS-CDMA System Reverse Link Capacity by Equalizing the Performance of Different Velocity Users", Proc IEEE ICC'98, Atlanta, Georgia, USA.

ภาคผนวก ข

การรวมสัญญาณแบบอัตราส่วนสูงสุด

ในการการรวมสัญญาณแบบอัตราส่วนสูงสุด สัญญาณแรงดันลำดับที่ i แทนด้วย r_i จากแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตี ซึ่งมีทั้งหมดจำนวน M สาขา สัญญาณเหล่านี้จะถูกทำให้เฟสร่วมกันและถ่วงน้ำหนักเพื่อให้ได้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ที่ดีที่สุด ถ้าแต่ละสาขามีเกนเท่ากับ G_i แล้วกรอบคลื่นสัญญาณที่ได้ที่เข้าพู่คือ

$$r_M = \sum_{i=1}^M G_i r_i \quad (1ข)$$

สมมติให้แต่ละสาขามีกำลังเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนเท่ากันมีค่าเท่ากับ N และกำลังสัญญาณรบกวนทั้งหมดที่เข้าพู่เป็นผลรวมที่ถ่วงน้ำหนักแล้วของสัญญาณรบกวนแต่ละสาขา เพราะฉะนั้น

$$N_T = N \sum_{i=1}^M G_i^2 \quad (2ข)$$

ผลของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ที่เข้าพู่แทนด้วย γ_M กำหนดโดย

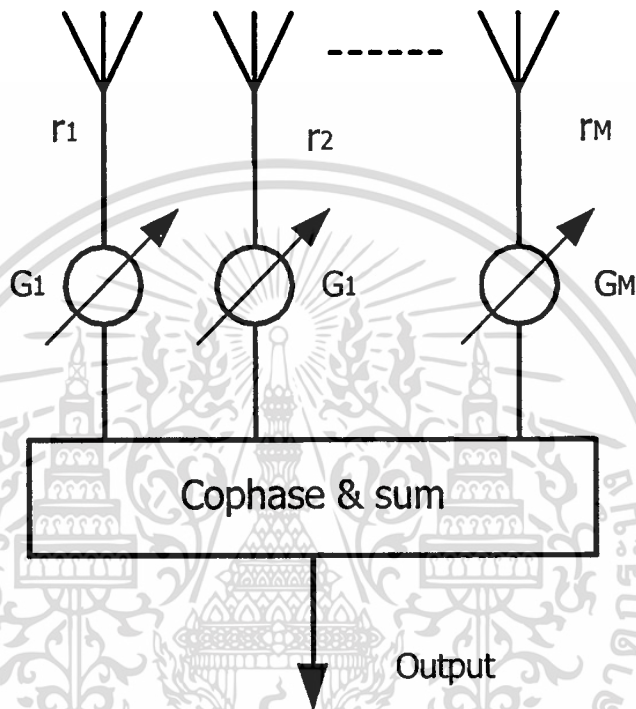
$$\gamma_M = \frac{r_M^2}{2N_T} \quad (3ข)$$

ใช้ความไม่เท่ากันของ Chebychev ซึ่ง γ_M มีค่าสูงสุดเมื่อ $G_i = r_i / N$ ซึ่งทำให้ได้

$$\gamma_M = \frac{1}{2} \frac{\sum (r_i^2 / N)^2}{N \sum (r_i^2 / N^2)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \frac{r_i^2}{N} \\
 &= \sum_{i=1}^M \gamma_i
 \end{aligned} \tag{4ป}$$



รูปที่ 1ก การรวมสัญญาณอัตราส่วนสูงสุด

เพราะฉะนั้นที่เข้าพุทของอุปกรณ์รวมสัญญาณแบบโคเวอร์ซีตี ดังรูปที่ 1ก ก็คือผลรวมของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ในแต่ละสาขานั้นเอง

สำหรับค่า r_i คือ $r_i^2 / 2N$ ซึ่ง r_i เท่ากับ $r(t)$ ตามนิยามในสมการที่(5.67) ของ[2] คือ กรอบคลื่นสัญญาณที่รับได้ของสัญญาณวิทยุโทรศัพท์เคลื่อนที่บนช่องสัญญาณการจางหายถูกจำลองจากตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนที่เป็นอิสระกับจำนวนสองสัญญาณ คือ T_r และ T_r แต่ละสัญญาณมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 นั่นคือ

$$\gamma_i = \frac{1}{2N} r_i^2$$

$$= \frac{1}{2N} (T_c^2 + T_s^2) \quad (5ข)$$

เพราะฉะนั้นเมื่อ γ_M คือ ตัวแปรสุ่มเกาส์เขียนอันดับ $2M$ ที่มีการกระจายแบบไค-สแควร์ด้วยความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma/2N = \Gamma/2$ ซึ่ง Γ คือ นิยามในสมการที่ (6.55) ใน[2] และความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ γ_M สามารถแสดงได้เป็น

$$p(\gamma_M) = \frac{\gamma_M^{M-1} \exp(-\gamma_M/\Gamma)}{\Gamma^M (M-1)!} \quad \text{สำหรับค่า } \gamma_M \geq 0 \quad (6ข)$$

ความน่าจะเป็นที่ γ_M น้อยกว่า SNR ระดับอ้างอิงที่กำหนด (Threshold) แทนด้วย γ คือ

$$\begin{aligned} \Pr\{\gamma_M \leq \gamma\} &= \int_0^\gamma p(\gamma_M) d\gamma_M \\ &= 1 - \exp(-\gamma/\Gamma) \sum_{i=1}^M \frac{(\gamma/\Gamma)^{i-1}}{(i-1)!} \end{aligned} \quad (7ข)$$

จากสมการที่ (7ข) การกระจายความน่าจะเป็นของการรวมสัญญาณแบบอัตราสูงสุด จากสมการที่ (4ข) ที่เป็นค่าเฉลี่ย SNR (γ_M) เขียนให้อยู่ในรูปผลรวมแต่ละสาขา (γ_i) อย่างง่าย จะได้

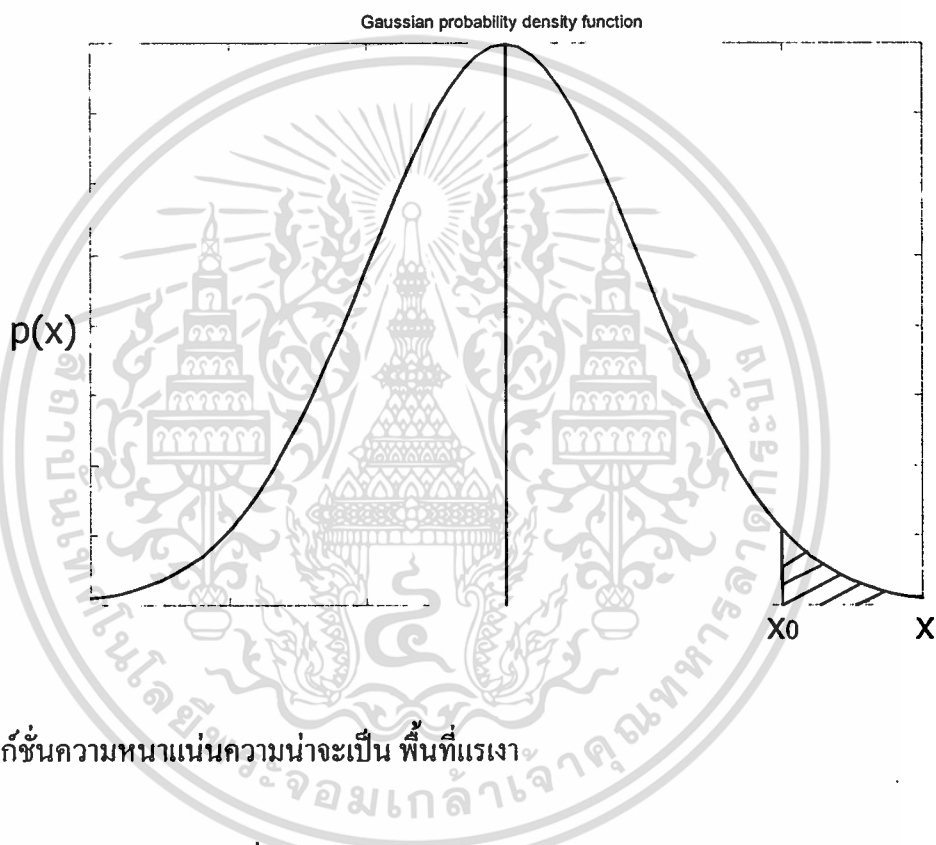
$$\gamma_M = \sum_{i=1}^M \gamma_i = \sum_{i=1}^M \Gamma = M\Gamma \quad (8ข)$$

จะเห็นว่า SNR เฉลี่ยเท่ากับผลคูณระหว่าง SNR แต่ละสาขากับจำนวนสาขาของไคเวอร์จิติ

ภาคผนวก ค

ฟังก์ชัน-กิว ฟังก์ชันความผิดพลาด และฟังก์ชันความผิดพลาดคอมพลิเมนต์ารี

การคำนวณความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเกาส์เซียนจำเป็นต้องหาพื้นที่ของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability density function: pdf) แสดงดังรูปที่ 1ค



รูป 1ค ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น พื้นที่แรเงา

รูปที่ 1ค อธิบายความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน แทนด้วย x เกินค่า x_0 เขียนแทนด้วย $\Pr(x \geq x_0)$ ซึ่งหาค่าได้เป็น

$$\Pr\{x \geq x_0\} = \int_{x_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (1ค)$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนในสมการที่ (1) ไม่สามารถอินทิเกรตในรูปสำเร็จ (Closed form) ได้ แต่อาจจะหาค่าได้โดยการแทนตัวแปรสมการ

$$y = \frac{x - m}{\sigma} \quad (2ก)$$

จะได้ว่า

$$\Pr \left\{ y > \frac{x - m}{\sigma} \right\} = \int_{\left(\frac{x - m}{\sigma}\right)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (3ก)$$

ซึ่งจากการอินทิกรัลของเคอร์เนล (kernel of integral) ทางด้านขวามือของสมการที่(3ก) นอร์มอลไลซ์ของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับหนึ่ง การหาค่าอินทิเกรตในสมการที่(3ก) คือ การกำหนดให้เป็นฟังก์ชันคิว (Q-function) ซึ่งนิยามเป็น

$$Q(x) = \int_{(x)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (4ก)$$

เพราะฉะนั้นสมการที่(1ก) หรือสมการที่(3ก) สามารถหาค่าได้เป็น

$$P \left\{ y > \frac{x_0 - m}{\sigma} \right\} = Q \left(\frac{x_0 - m}{\sigma} \right) = Q(z) \quad (5ก)$$

ขอบเขตของฟังก์ชันมีดังนี้

$$\left(1 - \frac{1}{z^2}\right) \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \leq Q(z) \leq \frac{1}{z\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

สำหรับค่า z ที่มากกว่า 3 ทั้งสองขอบเขตนี้มีความใกล้เคียงกับฟังก์ชันคิว

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Q(-z) = 1 - Q(z) \quad (6ก)$$

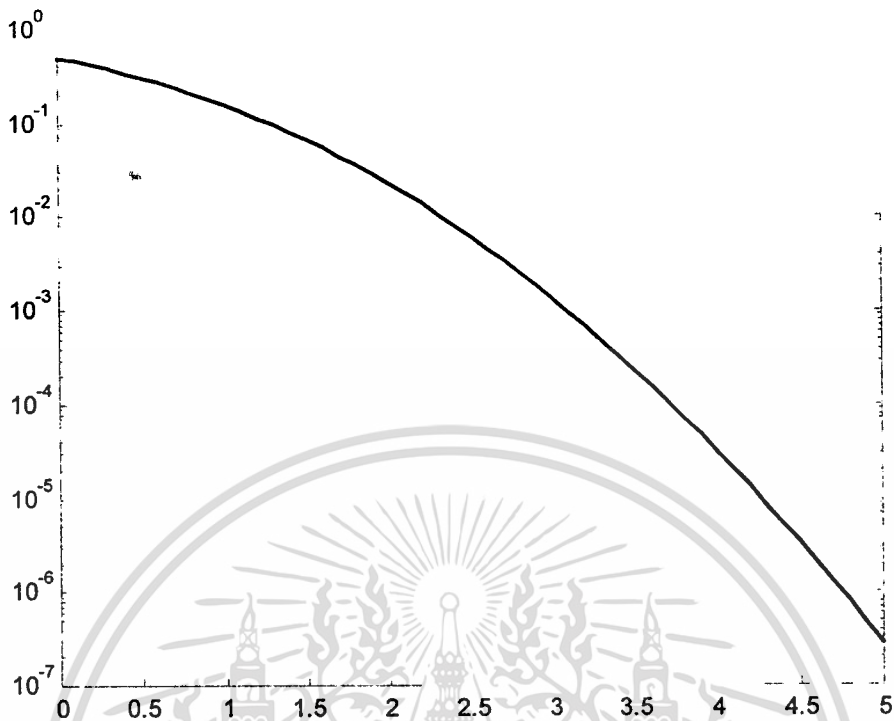
$$Q(0) = \frac{1}{2} \quad (7ก)$$

กราฟฟังก์ชันคิวแสดงดังรูปที่ 2ค และตารางของฟังก์ชันคิวแสดงดังตารางที่ 1ค

ตารางที่ 1ค ค่าของฟังก์ชันคิว

Z	Q(Z)	Z	Q(Z)
0.0	0.50000	2.0	0.02275
0.1	0.46017	2.1	0.01786
0.2	0.42074	2.2	0.01390
0.3	0.38209	2.3	0.01072
0.4	0.34458	2.4	0.00820
0.5	0.30854	2.5	0.00621
0.6	0.27425	2.6	0.00466
0.7	0.24196	2.7	0.00347
0.8	0.21186	2.8	0.00256
0.9	0.18406	2.9	0.00187
1.0	0.15866	3.0	0.00135
1.1	0.13567	3.1	0.00097
1.2	0.11507	3.2	0.00069
1.3	0.09680	3.3	0.00048
1.4	0.08076	3.4	0.00034
1.5	0.06681	3.5	0.00023
1.6	0.05480	3.6	0.00016
1.7	0.04457	3.7	0.00011
1.8	0.03593	3.8	0.00007
1.9	0.02872	3.9	0.00005

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2ก ฟังก์ชัน-คิว

ฟังก์ชัน erf และ erfc

ฟังก์ชันผิดพลาด (erf) นิยามเป็น

$$erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-x^2) dx \quad (8ค)$$

และฟังก์ชันผิดพลาดคอมพลีเมนต์ารี (erfc) นิยามเป็น

$$erfc(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty \exp(-x^2) dx \quad (9ค)$$

ฟังก์ชันผิดพลาดคอมพลีเมนต์ารี (erfc) มีความสัมพันธ์กับกับฟังก์ชันผิดพลาด (erf) โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น (10ค)
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันควมีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันผิดพลาดคอมพลิเมนต์ารี (erfc) และฟังก์ชันผิดพลาด (erf) โดย

$$Q(z) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{z}{\sqrt{2}} \right) \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{2}} \right) \quad (11ค)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 2Q(\sqrt{2}z) \quad (12ค)$$

$$\operatorname{erf}(z) = 1 - 2Q(\sqrt{2}z) \quad (13ค)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างสมการที่ (11ค)–(13ค) ได้มีการนำมาใช้กันอย่างกว้างขวางในการคำนวณความน่าจะเป็นของการผิดพลาด

ตารางที่ 2ค แสดงค่าของฟังก์ชัน erf

z	erfc(z)	z	erf(z)
0.1	0.11246	1.6	0.97635
0.2	0.22270	1.7	0.98379
0.3	0.32863	1.8	0.98909
0.4	0.24839	1.9	0.99279
0.5	0.52049	2.0	0.99532
0.6	0.60385	2.1	0.99702
0.7	0.67780	2.2	0.99814
0.8	0.74210	2.3	0.99885
0.9	0.79691	2.4	0.99931
1.0	0.84270	2.5	0.99959
1.1	0.88021	2.6	0.99976
1.2	0.91031	2.7	0.99987
1.3	0.93401	2.8	0.99993
1.4	0.95228	2.9	0.99996
1.5	0.96611	3.0	0.99998

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายณรงค์ ณรงค์รัตน์ เกิดเมื่อวันที่ 4 กรกฎาคม 2516 ที่จังหวัดสงขลา สำเร็จการศึกษา
 อุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการ
 ศึกษา 2541



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้