

สำนักหอสมุดกลาง - พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบและวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดี

DESIGN AND STABILITY ANALYSIS OF MAMDANI FUZZY PI+PD  
CONTROL SYSTEMS



กั๊ววาน แซนสวาสดิ

KANGWAN SAENSAWASD

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-643-6

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน..... 49525 ✓

จัน, เดือน, ปี 24 ก.พ. 2547



เอกสารนี้เป็นเอกสารของสถาบันฯ ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**DESIGN AND STABILITY ANALYSIS OF MAMDANI FUZZY PI+PD  
CONTROL SYSTEMS**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2003**

**ISBN 974-324-643-6**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2003**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์           | การออกแบบและวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุม<br>แมมดานิฟิชซีพีไอ+พีดี |
| นักศึกษา                    | นายกังวาน แสนสวาสดี   |
| รหัสประจำตัว                | 43061509  |
| ปริญญา                      | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  |
| สาขาวิชา                    | วิศวกรรมระบบควบคุม  |
| พ.ศ.                        | 2546  |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ | รศ. ดร.จกมล งามวิวิทย์  |

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอหลักการออกแบบและวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุมแมมดานิฟิชซีพีไอ+พีดี ซึ่งตัวควบคุมแมมดานิฟิชซีพีไอ+พีดีที่ใช้ควบคุมนั้น ได้จากการจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดั้งเดิม ตัวควบคุมแมมดานิฟิชซีพีไอ+พีดีประกอบด้วยตัวควบคุมพีชซีพีไอและตัวควบคุมพีชซีพีดี ซึ่งตัวควบคุมแต่ละส่วนจะมีสองอินพุต คือค่าผิดพลาด และการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด ดังนั้น จึงสามารถใช้ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกอินพุต ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุต และกฎพีชซี ให้เหมือนกันได้ ทำให้การออกแบบและการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีชซีทั้งสองง่ายขึ้น สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมคือค่าเฉลี่ยระหว่างเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีไอและเอาต์พุตตัวควบคุมพีชซีพีดี การวิเคราะห์เสถียรภาพจะใช้ทฤษฎีบทเกนน้อย เพื่อหาเงื่อนไขเสถียรภาพที่พอเพียงสำหรับการออกแบบระบบควบคุมแมมดานิฟิชซีพีไอ+พีดี จากผลการจำลองและการทดลอง พบว่า ระบบควบคุมที่นำเสนอมีสมรรถนะที่น่าพอใจและมีเสถียรภาพ

|                       |   |
|-----------------------|---|
| <b>Thesis Title</b>   | Design and Stability Analysis of Mamdani Fuzzy PI+PD<br>Control Systems |
| <b>Student</b>        | Mr. Kangwan Saensawasd  |
| <b>Student ID.</b>    | 43061509  |
| <b>Degree</b>         | Master of Engineering   |
| <b>Programme</b>      | Control Engineering   |
| <b>Year</b>           | 2003  |
| <b>Thesis Advisor</b> | Assoc. Prof. Dr. Jongkol Ngamwiwit                                      |

### ABSTRACT

This thesis proposes the design principle and stability analysis of Mamdani fuzzy PI+PD control systems. The proposed controller is the rearrangement of the conventional PID structure. The Mamdani fuzzy PI+PD controller composes of fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. Each controller has two same inputs, error and change of error. Thus the same input membership functions, output change membership functions and fuzzy rules of the two fuzzy controllers can be applied. As a result, it is easy to design and adjust the two fuzzy controllers. Then the control signal of the proposed controller is the average value of the output of the fuzzy PI and fuzzy PD controllers. The sufficient condition for stability of the Mamdani fuzzy PI+PD control system is derived based on small gain theorem. The simulation and experimental results are presented to show the satisfactory system performance and stability.

# กิตติกรรมประกาศ

จากความเมตตาของ รศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์ ที่ได้กรุณา ให้ความเอาใจใส่ ให้การสนับสนุน ให้คำปรึกษา ให้การอบรม และให้การฝึกฝน ทำให้ผู้เขียนมีความรู้ มีความคิด และสามารถทำงานวิจัยจนสำเร็จได้ด้วยดี ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งใจ และขอขอบพระคุณอาจารย์เป็นอย่างสูง ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ถาวร เเบญจนราษฎร์ เป็นอย่างยิ่งที่ให้คำปรึกษาต่างๆ ให้ความจริงใจและความมีน้ำใจ จึงทำให้งานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ โนริยุกิ โคมิเนะ (Assoc. Prof. Noriyuki Komine) จากมหาวิทยาลัยโตเกียว ประเทศญี่ปุ่น และผู้ช่วยศาสตราจารย์ พรสุข รติโรจน์อนันต์ ที่ได้ให้คำแนะนำ ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำวิจัยแก่ผู้เขียนให้สามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้สำเร็จ

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ทุกคนที่ให้ความรู้ และให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ งานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

และขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ คุณพ่อ และพี่ชาย ที่เสียสละและสนับสนุนให้ผู้เขียน ได้ร่ำเรียน ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา จนถึงปัจจุบัน

กัญวาน แสนสวาสดี

# สารบัญ

|  | หน้า     |
|--|----------|
| บทคัดย่อภาษาไทย.....   | I        |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....  | II       |
| กิตติกรรมประกาศ.....   | III      |
| สารบัญ.....  | IV       |
| สารบัญตาราง.....   | VII      |
| สารบัญรูป.....   | VIII     |
| <b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>                                       | <b>1</b> |
| 1.1 แนวคิดในการทำวิทยานิพนธ์.....                              | 1        |
| 1.2 วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์.....                        | 2        |
| 1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....                                  | 2        |
| <b>บทที่ 2 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับพีชชี.....</b>           | <b>3</b> |
| 2.1 ทฤษฎีพีชชีเซต.....   | 3        |
| 2.2 ปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับพีชชีเซต.....                       | 6        |
| 2.3 ความสัมพันธ์พีชชี.....                                     | 9        |
| 2.3.1 พื้นฐานของความสัมพันธ์พีชชี.....                         | 9        |
| 2.3.2 พีชชีคอม โปซิชั่น.....                                   | 10       |
| 2.4 ตัวแปรเชิงภาษา.....  | 11       |
| 2.5 พีชชีลอจิก.....  | 12       |
| 2.6 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมพีชชี.....                     | 14       |
| 2.6.1 พีชชีพีเคชั่น.....                                       | 14       |
| 2.6.2 กฎพีชชี.....   | 15       |
| 2.6.2.1 กฎเมมดานิพีชชี.....                                    | 15       |
| 2.6.2.2 กฎทีเอสพีชชี.....                                      | 15       |
| 2.6.3 พีชชีอินเฟอเรนซ์.....                                    | 16       |
| 2.6.4 คีพีชชีพีเคชั่น.....                                     | 17       |
| 2.6.4.1 วิธีเจนเนอรอลไลซ์คีพีชชีฟายเออร์.....                  | 17       |
| 2.6.4.2 วิธีเซ็นทรอยด์ และวิธีมินออปแมกซิมคิพีชชีฟายเออร์..... | 18       |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ (ต่อ)

|  | หน้า      |
|--|-----------|
| <b>บทที่ 3 โครงสร้างและการออกแบบตัวควบคุมพีชชีพีไอ+พีดี.....</b> | <b>19</b> |
| 3.1 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีคั้งเดิม .....                    | 19        |
| 3.2 การจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีคั้งเดิม.....               | 20        |
| 3.2.1 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอ .....                            | 20        |
| 3.2.2 โครงสร้างของตัวควบคุมพีดี.....                             | 21        |
| 3.2.3 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดี.....                           | 22        |
| 3.3 โครงสร้างของตัวควบคุมแอมคานีพีชชีพีไอ+พีดี.....              | 22        |
| 3.4 การออกแบบตัวควบคุมพีชชี.....                                 | 23        |
| 3.4.1 พีชชีพีเคชั่น .....  | 23        |
| 3.4.2 กฎพีชชี .....  | 26        |
| 3.4.3 คีพีชชีพีเคชั่น.....                                       | 27        |
| 3.5 วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมพีชชี.....        | 27        |
| <b>บทที่ 4 การวิเคราะห์เสถียรภาพ.....</b>                        | <b>32</b> |
| 4.1 ทฤษฎีบทเกนน้อย.....  | 32        |
| 4.2 เงื่อนไขเสถียรภาพระบบควบคุมแอมคานีพีชชีพีไอ+พีดี.....        | 34        |
| 4.3 นอร์มของตัวควบคุมพีชชีพีไอ .....                             | 35        |
| 4.4 นอร์มของตัวควบคุมพีชชีพีดี.....                              | 37        |
| <b>บทที่ 5 การจำลองและการทดลองระบบควบคุม.....</b>                | <b>39</b> |
| 5.1 โครงสร้างของระบบสองมวล.....                                  | 39        |
| 5.2 ผลการจำลองระบบควบคุม .....                                   | 43        |
| 5.3 ผลการทดลองระบบควบคุม .....                                   | 49        |
| <b>บทที่ 6 สรุปผลการวิจัย.....</b>                               | <b>55</b> |
| <b>เอกสารอ้างอิง.....</b>  | <b>56</b> |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

|   | หน้า |
|---|------|
| ภาคผนวก.....  | 57   |
| ภาคผนวก ก. รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองและการวิเคราะห์ระบบสองมวล..... | 58   |
| ภาคผนวก ข. การหาค่านอร์มของระบบสองมวล .....                                   | 64   |
| ภาคผนวก ค. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....                                 | 66   |
| ประวัติผู้เขียน .....   | 77   |



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

| ตารางที่  | หน้า |
|---|------|
| 2.1 แสดงค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน .....                            | 12   |
| 2.2 แสดงค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบพีชคณิต .....                       | 13   |
| 2.3 คำจำกัดความวิธีอินพีชคณิตอินเฟอร์เรนซ์ที่นิยมใช้ในกฎแมนคานี .....               | 16   |
| 3.1 กฎพีชคณิต 9 กฎ .....  | 26   |
| 3.2 การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชคณิตพีไอและพีดี IC1 ถึง IC14 .....         | 30   |
| 3.3 การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชคณิตพีไอและพีดี IC15 ถึง IC28 .....        | 31   |
| 4.1 ค่านอร์มของตัวควบคุมพีชคณิตพีไอ .....   | 36   |
| 4.2 ค่านอร์มของตัวควบคุมพีชคณิตพีดี .....   | 38   |
| 5.1 ค่าพารามิเตอร์ของระบบสองมวล .....   | 40   |
| 5.2 ค่านอร์มของตัวควบคุมพีชคณิตพีไอและพีดี .....                                    | 42   |
| 5.3 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที .....          | 44   |
| 5.4 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 2000 และ 1000 รอบต่อนาที ..... | 47   |
| 5.5 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที .....          | 50   |
| 5.6 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 2000 และ 1000 รอบต่อนาที ..... | 53   |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

| รูปที่  | หน้า |
|---|------|
| 2.1 แสดงตัวอย่างฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของคริซปีเซต $A$ และฟัซซีเซต $\tilde{A}$ .....         | 4    |
| 2.2 แสดงตัวอย่างฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัซซีซิงเกิลตัน .....                               | 5    |
| 2.3 แสดงตัวอย่าง คอมพลิเมนต์ อินเตอร์เซกชัน และยูเนียน.....                                 | 6    |
| 2.4 แสดงตัวอย่างรูปของไบพาร์ไทต์กราฟ .....  | 9    |
| 2.5 แสดงการคอมโพสิชันของความสัมพันธ์ฟัซซี.....  | 10   |
| 2.6 แสดงตัวอย่างเทอมของตัวแปรเชิงภาษาที่มีชื่อว่า <i>Speed</i> .....                        | 12   |
| 2.7 แสดงโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี.....  | 14   |
| 2.8 แสดงตัวอย่างการทำงานของฟัซซีพีเคชัน.....  | 14   |
| 2.9 แสดงการฟัซซีอินเฟอเรนซ์ทั้ง 4 วิธี เมื่อแทนเอาต์พุตของกฎฟัซซีด้วยฟัซซีเซต .....         | 16   |
| 2.10 แสดงการฟัซซีอินเฟอเรนซ์ทั้ง 4 วิธี เมื่อแทนเอาต์พุตของกฎฟัซซีด้วยฟัซซีซิงเกิลตัน ..... | 17   |
| 3.1 ระบบควบคุมแอนะล็อกพีไอดีดั้งเดิม .....  | 19   |
| 3.2 ระบบควบคุมพีไอดี.....   | 22   |
| 3.3 ระบบควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดี.....  | 22   |
| 3.4 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกค่าผิดพลาด .....   | 24   |
| 3.5 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด .....                                     | 25   |
| 3.6 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี.....                       | 26   |
| 3.7 อินพุตสเปซของตัวควบคุมฟัซซี.....  | 27   |
| 3.8 ตัวอย่างผลลัพธ์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซีพีไอและพีดี.....                  | 29   |
| 4.1 ระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นทั่ว ๆ ไป.....   | 32   |
| 4.2 ระบบควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดี.....  | 34   |
| 5.1 โครงสร้างของระบบสองมวล.....   | 39   |
| 5.3 ผลตอบสนองของระบบควบคุมวงเปิดของการควบคุมความเร็วระบบสองมวล.....                         | 41   |
| 5.4 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที .....                | 43   |
| 5.5 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที .....                       | 44   |
| 5.6 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที .....                | 45   |
| 5.7 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที .....                       | 45   |
| 5.8 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที .....                | 46   |
| 5.9 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที .....                       | 46   |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่  | หน้า |
|---|------|
| 5.10 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ.....  | 48   |
| 5.11 สัญญาณควบคุมที่ได้จากการจำลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ .....           | 48   |
| 5.12 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที.....  | 49   |
| 5.13 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที .....        | 50   |
| 5.14 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที.....  | 51   |
| 5.15 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที .....        | 51   |
| 5.16 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที.....  | 52   |
| 5.17 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที .....        | 52   |
| 5.18 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ ..... | 54   |
| 5.19 สัญญาณควบคุมที่ได้จากการทดลองระบบควบคุมเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ ..... | 54   |
| ก.1 รายละเอียดของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง .....                                | 59   |
| ก.2 รายละเอียดของเอนโคเดอร์ที่ใช้ในการทดลอง .....                             | 60   |
| ก.3 โมเดลของระบบสองมวล.....   | 61   |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 แนวคิดในการทำวิทยานิพนธ์

ระบบควบคุมในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม นิยมใช้ตัวควบคุมพีไอหรือตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิมเป็นตัวควบคุม เพราะตัวควบคุมดังกล่าวสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบเข้าสู่ระดับสัญญาณอ้างอิงได้อย่างรวดเร็ว และไม่มีค่าผิดพลาด ในการออกแบบตัวควบคุมนั้น ผู้ออกแบบจะต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ แต่ในกรณีที่กระบวนการเป็นระบบอันดับสูง ระบบที่มีเวลาไร้ผลสนอง และระบบไม่เป็นเชิงเส้น จะทำให้การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการมีความยุ่งยาก และได้แบบจำลองที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้น มักจะประสบปัญหาการออกแบบตัวควบคุมที่จะให้ระบบควบคุมมีสมรรถนะตามที่ต้องการ ตัวควบคุมพีซีพีไอดีเป็นตัวควบคุมชนิดหนึ่งที่มีความเหมาะสมกับระบบอันดับสูง ระบบที่มีเวลาไร้ผลสนอง และระบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมพีซีพีไอดีสำหรับระบบดังกล่าวไม่จำเป็นต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง [1]

จากการศึกษาและค้นคว้าพบว่า มีหลายบทความที่ได้นำเสนอการพัฒนาตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิมร่วมกับเทคโนโลยีการควบคุมฟัซซีลอจิกเป็นตัวควบคุมฟัซซีพีไอดี เพื่อเพิ่มสมรรถนะการควบคุมและนำเสนอวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุม ซึ่งจะกล่าวถึงบทความบางส่วน ดังนี้

ตัวควบคุมฟัซซีพีไอ+ดี [2] ได้นำเสนอการออกแบบกฎฟัซซีอย่างง่าย โดยที่ตัวควบคุมฟัซซีพีไอและตัวควบคุมฟัซซีดี ในแต่ละส่วนจะใช้กฎฟัซซี 4 กฎที่ต่างกัน แต่เนื่องจากอินพุตของตัวควบคุมฟัซซีทั้งสองส่วนต่างกัน และกฎฟัซซีต่างกัน จึงทำให้การวิเคราะห์เสถียรภาพมีความยาก

ตัวควบคุมทากาจิ-ซุกะโนฟัซซีพีไอ+ดี [3] ตัวควบคุมทากาจิ-ซุกะโนฟัซซีพีดี+ไอ [4] และตัวควบคุมทากาจิ-ซุกะโนฟัซซีพีไอดี [5] มีพรอพอร์ชันนัลเกน อินทิกรัลเกน และเดรีเวอร์ทีฟเกน เป็นค่าไม่คงที่ สามารถเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอินพุตของตัวควบคุมฟัซซี แต่ค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบของตัวควบคุมฟัซซีดังกล่าวมีจำนวนมาก ทำให้การปรับแต่งตัวควบคุมฟัซซีต้องใช้เวลาาน นอกจากนี้ โครงสร้างของตัวควบคุม [3,4] ประกอบด้วยตัวควบคุมฟัซซีสองส่วน แตกต่างจากโครงสร้างของตัวควบคุม [5] ซึ่งมีตัวควบคุมฟัซซีเพียงส่วนเดียว

ตัวควบคุมฟัซซีพีไอดี [6] นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม โดยพิจารณาให้อินพุตสเปซของตัวควบคุมเป็นสามมิติ ทำให้การปรับแต่งตัวควบคุมสะดวกขึ้น เพราะการทำงานของตัวควบคุมฟัซซีมีเพียงส่วนเดียว แต่การออกแบบกฎฟัซซี และการวิเคราะห์เสถียรภาพจะยากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงมีแนวคิดที่จะนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแอมคานี ฟิชซีพีไอ+พีดี ซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมฟิชซีพีไอและตัวควบคุมฟิชซีพีดี ที่ได้จากการจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม โดยเลือกที่จะออกแบบให้อินพุตสเปซของตัวควบคุมฟิชซีในแต่ละส่วนเป็นสองมิติ เช่นเดียวกับ [2,3,4] แตกต่างกันที่ตัวควบคุมฟิชซีในแต่ละส่วนของตัวควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดีสามารถใช้กฎฟิชซีได้เหมือนกัน ทำให้การออกแบบตัวควบคุมฟิชซี การวิเคราะห์เสถียรภาพ และการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมฟิชซีมีความยุ่งยากน้อยลง

## 1.2 วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์

1. เพื่อศึกษาการออกแบบตัวควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี โดยใช้โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี โดยใช้ทฤษฎีบทเกนน้อย
3. เพื่อศึกษาสมรรถนะของระบบควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี โดยจำลองและทดลองการควบคุม

## 1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 6 บทดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงแนวคิดในการทำวิทยานิพนธ์ วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์ และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟิชซีเซต ซึ่งเป็นพื้นฐานที่นำไปสู่การออกแบบตัวควบคุมฟิชซี

บทที่ 3 กล่าวถึงโครงสร้างและวิธีการจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม ไปเป็นโครงสร้างของตัวควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี การออกแบบตัวควบคุมฟิชซี และวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟิชซี

บทที่ 4 กล่าวถึงทฤษฎีบทเกนน้อย การหาเงื่อนไขเสถียรภาพระบบควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี การหาค่าของตัวควบคุมฟิชซีพีไอ และการหาค่าของตัวควบคุมฟิชซีพีดี

บทที่ 5 กล่าวถึงการทดสอบระบบควบคุม โดยนำตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ไปจำลองและทดลองควบคุมความเร็วมอเตอร์ของระบบสองมวล

บทที่ 6 กล่าวถึงการสรุปผลการวิจัย

ในส่วนท้ายของวิทยานิพนธ์กล่าวถึงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ทำการทดลอง วิธีการวิเคราะห์ระบบสองมวล การหาค่าของระบบสองมวล ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ และประวัติผู้เขียน

## บทที่ 2

# ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี

ในการศึกษาและการออกแบบระบบควบคุมฟัซซี จำเป็นต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟัซซี เพื่อทำความเข้าใจหลักการทำงานของตัวควบคุมฟัซซี การกำหนดโครงสร้างของตัวควบคุม การออกแบบตัวควบคุม และการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุม เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีฟัซซีเซต(fuzzy set theory) ปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับฟัซซีเซต (basic operations for fuzzy sets) ความสัมพันธ์ฟัซซี(fuzzy relation) ตัวแปรเชิงภาษา(linguistic variable) ฟัซซีลอจิก(fuzzy logic) ฟัซซีฟิเคชัน(fuzzification) กฎฟัซซี(fuzzy rules) ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์(fuzzy inference) และดีฟัซซีฟิเคชัน(defuzzification) ดังนี้

### 2.1 ทฤษฎีฟัซซีเซต

หลักการสำคัญของทฤษฎีฟัซซีเซต คือเซตที่สามารถยอมรับสมาชิกที่มีคุณลักษณะการเป็นสมาชิกเพียงบางส่วนให้เป็นสมาชิกของเซตได้ แต่สำหรับทฤษฎีเซตดั้งเดิมหรือคริสป์เซต (crisp set) คือเซตที่แสดงการเป็นสมาชิกหรือไม่เป็นสมาชิกเท่านั้น ไม่สามารถยอมรับสมาชิกที่มีคุณลักษณะตามเซตเพียงบางส่วนให้เป็นสมาชิกได้ [7] ดังนั้น สิ่งที่จะบ่งบอกการเป็นสมาชิกเรียกว่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิก(membership function)และมีนิยามดังนี้

#### นิยามที่ 1 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิก

ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\mu$  ถูกนิยามดังนี้

$\mu_A(x)$  มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า  $x$  เป็นสมาชิกของเซต  $A$

$\mu_A(x)$  มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า  $x$  ไม่เป็นสมาชิกของเซต  $A$

จะได้ 
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in A \\ 0 & ; x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

โดยที่  $\mu_A(x)$  คือฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของคริสป์เซต  $A$

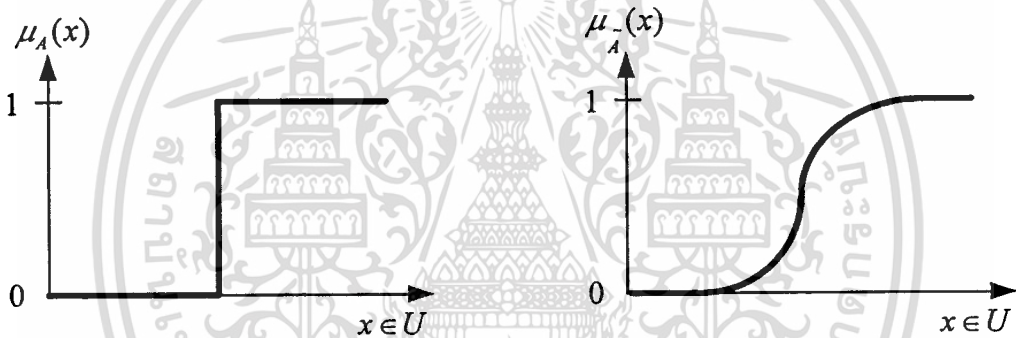
ในวิชานีพนธ์ฉบับนี้กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $U$  สมาชิกใดๆของเอกภพสัมพัทธ์คือ  $x$  พหุคูณขนาดใหญ่ที่มีเครื่องหมายทวิคูณ (เช่น  $\tilde{A}$ ) แทนฟังก์ชันเซต ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$  เขียนแทนด้วย  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  ถูกกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วง ตั้งแต่ 0 ถึง 1 และอธิบายได้ดังนี้

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า  $x$  เป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$  อย่างชัดเจน

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  มีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 แสดงว่า  $x$  เป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$  อย่างไม่แน่ชัด

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่า  $x$  ไม่เป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$  อย่างชัดเจน

ฉะนั้น ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของคริสป์เซตและฟังก์ชันเซตแสดงตัวอย่างได้ดังรูปต่อไปนี้



(ก) ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของคริสป์เซต  $A$

(ข) ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$

รูปที่ 2.1 แสดงตัวอย่างฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของคริสป์เซต  $A$  และฟังก์ชันเซต  $\tilde{A}$

นิยามพื้นฐานของทฤษฎีฟังก์ชันเซตมีดังต่อไปนี้

นิยามที่ 2 ฟังก์ชันเซต

ฟังก์ชันเซต คือเซตคู่ลำดับของสมาชิกเอกภพสัมพัทธ์ที่สนใจกับค่าการเป็นสมาชิก แสดงดังสมการ

$$\tilde{A} = \left\{ \left( x, \mu_{\tilde{A}}(x) \right) \mid x \in U \right\} \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นคิสคริต  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ฟัชซีเซต  $\tilde{A}$  เขียนเซตเป็นคู่ลำดับได้ดังนี้

$$\tilde{A} = \left\{ (x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{A}}(x_n)) \right\} \quad (2.3)$$

จากสมการที่ (2.3) ฟัชซีเซต  $\tilde{A}$  เขียนเซตให้ง่ายขึ้นได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\tilde{A} = \mu_1 / x_1 + \mu_2 / x_2 + \dots + \mu_n / x_n = \sum_i \mu_i / x_i \quad (2.4)$$

โดยที่ + หมายถึงการยูเนียนของทุกสมาชิกในฟัชซีเซต  $\mu_i$  คือระดับการเป็นสมาชิกของ  $x_i$  และ / แทนความสัมพันธ์ระหว่าง  $\mu_i$  กับ  $x_i$

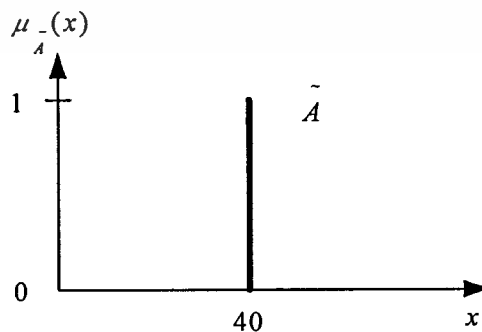
ถ้าเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ไม่เป็นคิสคริต ฟัชซีเซต  $\tilde{A}$  เขียนเซตได้ดังนี้

$$\tilde{A} = \int \mu_{\tilde{A}}(x) / x \quad (2.5)$$

โดยที่  $\int$  หมายถึงการยูเนียนของทุกสมาชิกในฟัชซีเซต  $\tilde{A}$

**นิยามที่ 3 ฟัชซีซิงเกิลตัน**

ฟัชซีซิงเกิลตัน คือ ฟัชซีเซตที่มีสมาชิกเพียงตัวเดียว และมีค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกเท่ากับ 1 แสดงได้ดังตัวอย่าง



**รูปที่ 2.2** แสดงตัวอย่างฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัชซีซิงเกิลตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2 ปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับฟัซซีเซต

กำหนดให้  $\tilde{A}$  และ  $\tilde{B}$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U$  ปฏิบัติการพื้นฐานสำหรับฟัซซีเซต แสดงนิยามดังต่อไปนี้ [8]

**นิยามที่ 4** คอมพลิเมนต์

เมื่อ  $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]$  คอมพลิเมนต์ของ  $\tilde{A}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\overline{\tilde{A}}$

$$\mu_{\overline{\tilde{A}}}(x) \triangleq 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in U \quad (2.6)$$

**นิยามที่ 5** อินเตอร์เซกชัน

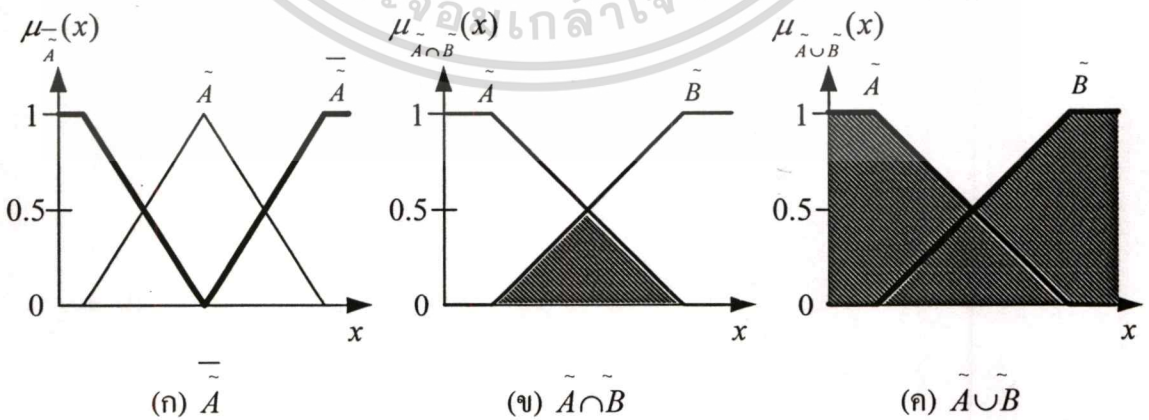
อินเตอร์เซกชันของ  $\tilde{A}$  และ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) \triangleq \min[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in U \quad (2.7)$$

**นิยามที่ 6** ยูเนียน

ยูเนียนของ  $\tilde{A}$  และ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) \triangleq \max[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in U \quad (2.8)$$



**รูปที่ 2.3** แสดงตัวอย่าง คอมพลิเมนต์ อินเตอร์เซกชัน และยูเนียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### นิยามที่ 7 การเท่ากัน

$\tilde{A}$  เท่ากับ  $\tilde{B}$  ก็ต่อเมื่อฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{A}$  และ  $\tilde{B}$  เท่ากัน

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in U \quad (2.9)$$

และ  $\tilde{A}$  ไม่เท่ากับ  $\tilde{B}$  ก็ต่อเมื่อฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{A}$  และ  $\tilde{B}$  ไม่เท่ากัน

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \neq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in U \quad (2.10)$$

### นิยามที่ 8 สับเซต

$\tilde{A}$  เป็นสับเซตของ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$  ก็ต่อเมื่อฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{A}$  น้อยกว่าหรือเท่ากับฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in U \quad (2.11)$$

จากนิยามดังกล่าว ถ้าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{A}$  ไม่เท่ากับฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ  $\tilde{B}$  ดังนั้น  $\tilde{A}$  เป็นสับเซตแท้ของ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \subset \tilde{B}$

### นิยามที่ 9 กฎของดับเบิลเนกาชัน(double-negation law)

กฎของดับเบิลเนกาชันหรืออิน โวลูชัน(involution) แสดงดังนี้

$$\overline{\overline{\tilde{A}}} = \tilde{A} \quad (2.12)$$

### นิยามที่ 10 กฎของดีมอร์แกน(DeMorgan's laws)

$$\overline{\overline{\tilde{A}} \cup \overline{\tilde{B}}} = \overline{\tilde{A}} \cap \overline{\tilde{B}} \quad \text{และ} \quad \overline{\overline{\tilde{A}} \cap \overline{\tilde{B}}} = \overline{\tilde{A}} \cup \overline{\tilde{B}} \quad (2.13)$$

$$\overline{\tilde{A} \cup \overline{\tilde{A}}} \neq U \quad \text{และ} \quad \overline{\tilde{A} \cap \overline{\tilde{A}}} \neq \emptyset \quad (2.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### นิยามที่ 11 ผลคูณคาร์ทีเซียน(Cartesian product)

กำหนด  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$  เป็นฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1, U_2, \dots, U_n$  ตามลำดับ ผลคูณคาร์ทีเซียนของ  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$  คือฟัซซีเซตในสเปซการคูณ  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  ซึ่งแสดงฟังก์ชันการเป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \triangleq \min \left[ \mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n) \right] \quad (2.15)$$

$$x_1 \in U_1, x_2 \in U_2, \dots, x_n \in U_n$$

### นิยามที่ 12 ผลคูณพีชคณิต(algebraic product)

ผลคูณพีชคณิตของ  $\tilde{A}$  กับ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \cdot \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}(x) \triangleq \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.16)$$

### นิยามที่ 13 ผลรวมพีชคณิต(algebraic sum)

ผลรวมพีชคณิตของ  $\tilde{A}$  กับ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} + \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} + \tilde{B}}(x) \triangleq \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.17)$$

### นิยามที่ 14 ผลรวมที่มีขอบเขต(bounded sum)

ผลรวมขอบเขตของ  $\tilde{A}$  กับ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(x) \triangleq \min \left\{ 1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) \right\} \quad (2.18)$$

### นิยามที่ 15 ผลต่างที่มีขอบเขต(bounded difference)

ผลต่างขอบเขตของ  $\tilde{A}$  กับ  $\tilde{B}$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$

$$\mu_{\tilde{A} \ominus \tilde{B}}(x) \triangleq \max \left\{ 0, \mu_{\tilde{A}}(x) - \mu_{\tilde{B}}(x) \right\} \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 ความสัมพันธ์ฟัซซี

ความสัมพันธ์ฟัซซี คือการแสดงความเกี่ยวเนื่องในการเชื่อมต่อกันของสมาชิกในกลุ่มต่างๆ โดยที่ความสัมพันธ์ฟัซซีนั้น สามารถยอมรับระดับความสัมพันธ์ของสมาชิก เช่นเดียวกับระดับการเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต

### 2.3.1 พื้นฐานของความสัมพันธ์ฟัซซี

กำหนด  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$  เป็นกลุ่มฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U_1, U_2, \dots, U_n$  ตามลำดับ ความสัมพันธ์ฟัซซีแสดงด้วยสัญลักษณ์  $R$  ดังนี้

$$R(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \int_{U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n} \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) / (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad x_i \in U_i \quad (2.20)$$

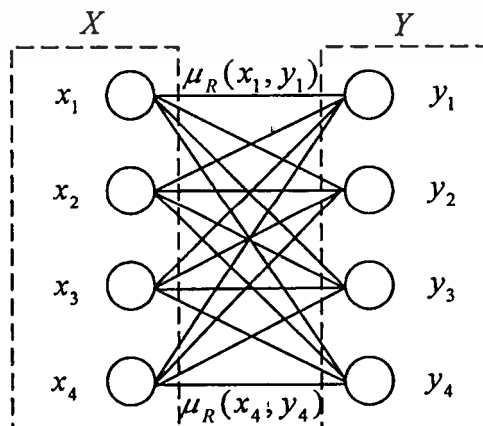
โดยที่  $\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n)$  คือ ผลคูณคาร์ทีเซียนในกลุ่มของฟัซซีเซต

เมื่อกำหนด  $R$  คือความสัมพันธ์ฟัซซีจากฟัซซีเซต  $X$  ไปยังฟัซซีเซต  $Y$  แทนด้วย  $R(X, Y)$  ดังนั้น ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถแสดงในรูปของเมตริกซ์ ซึ่งเรียกว่า ฟัซซีเมตริกซ์ ดังนี้

$$R(X, Y) = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_1, y_2) & \dots & \mu_R(x_1, y_m) \\ \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_2, y_2) & \dots & \mu_R(x_2, y_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_R(x_n, y_1) & \mu_R(x_n, y_2) & \dots & \mu_R(x_n, y_m) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

โดยที่  $X, Y$  เป็นกลุ่มฟัซซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U, V$  ตามลำดับ  $\forall x_n \in U$  และ  $\forall y_m \in V$

และความสัมพันธ์ฟัซซี  $R(X, Y)$  สามารถแสดงในรูปของไบพาร์ไทต์กราฟ(bipartite graph) ได้ดังนี้

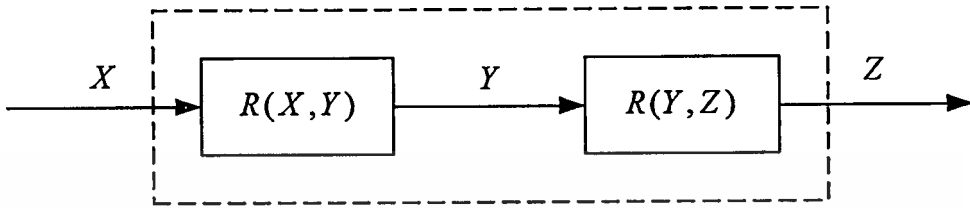


รูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างรูปของ ไบพาร์ไทต์กราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เฉพาะในวงแคบหรือกรณีพิเศษเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.2 ฟัชซีคอมโพสิชัน

ฟัชซีคอมโพสิชัน(fuzzy composition) คือปฏิบัติการในการหาความสัมพันธ์ฟัชซี จากความสัมพันธ์ที่ถ่ายทอดต่อเนื่องกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดยกำหนดให้  $X, Y, Z$  เป็นกลุ่ม ฟัชซีเซตในเอกภพสัมพัทธ์  $U, V, W$  ตามลำดับ



รูปที่ 2.5 แสดงการคอมโพสิชันของความสัมพันธ์ฟัชซี

จากรูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ฟัชซีจากฟัชซีเซต  $X$  ไปยังฟัชซีเซต  $Y$  คือ  $R(X, Y)$  และ ความสัมพันธ์ฟัชซีจากฟัชซีเซต  $Y$  ไปยังฟัชซีเซต  $Z$  คือ  $R(Y, Z)$  ดังนั้น จากความสัมพันธ์  $R(X, Y)$  และ  $R(Y, Z)$  สามารถหาความสัมพันธ์  $R(X, Z)$  ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ฟัชซีจากฟัชซี เซต  $X$  ไปยังฟัชซีเซต  $Z$  โดยใช้ปฏิบัติการในการหาความสัมพันธ์ดังนี้

**นิยามที่ 16** แมกซ์-มิน คอมโพสิชัน(max-min composition)

แมกซ์-มิน คอมโพสิชัน ของ  $R(X, Y)$  กับ  $R(Y, Z)$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $R(X, Y) \circ R(Y, Z)$  แสดงนิยามดังนี้

$$\mu_{R(X, Y) \circ R(Y, Z)} \triangleq \max_{y \in V} \min [\mu_{R(X, Y)}, \mu_{R(Y, Z)}] \quad \forall x \in U, \quad \forall z \in W \quad (2.22)$$

**นิยามที่ 17** แมกซ์-โปรดักท์ คอมโพสิชัน(max product composition)

แมกซ์-โปรดักท์ คอมโพสิชัน ของ  $R(X, Y)$  กับ  $R(Y, Z)$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $R(X, Y) \odot R(Y, Z)$  แสดงนิยามดังนี้

$$\mu_{R(X, Y) \odot R(Y, Z)} \triangleq \max_{y \in V} [\mu_{R(X, Y)} \cdot \mu_{R(Y, Z)}] \quad \forall x \in U, \quad \forall z \in W \quad (2.23)$$

ไม่ว่าการณ์ใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.4 ตัวแปรเชิงภาษา

ตัวแปรเชิงภาษา คือตัวแปรของความหมายที่เป็นถ้อยคำ หรือประโยค ตัวอย่างเช่น *Speed* เป็นตัวแปรเชิงภาษา ก็ต่อเมื่อ เซตของ *Speed* ประกอบด้วยกลุ่มคำ *Slow, Moderat, Fast, Very Fast, ...* เป็นต้น ซึ่งแนวความคิดของตัวแปรเชิงภาษาได้ถูกนำเสนอโดย L. A. Zadeh เมื่อปี ค.ศ. 1975 เพื่อใช้ในการประมาณคุณลักษณะของปรากฏการณ์ที่มีความคลุมเครือ และซับซ้อน อันดับแรกจะกล่าวถึงตัวแปรฟัซซี(fuzzy variable) ซึ่งมีนิยามดังนี้

### นิยามที่ 18 ตัวแปรฟัซซี

ตัวแปรฟัซซีถูกนิยามด้วยฟังก์ชัน 3 เทอม คือ  $(U, X, S(x))$  โดยที่  $U$  คือเอกภพสัมพัทธ์  $X$  คือชื่อของตัวแปรฟัซซี และ  $S(x)$  คือฟัซซีสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์

ตัวอย่างเช่น กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์  $U = \{10, 20, \dots, 80\}$  ตัวแปรฟัซซี  $X$  มีชื่อว่า “Old” และ ฟัซซีสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์คือ

$$S(x) = 0.1/20 + 0.2/30 + 0.4/40 + 0.5/50 + 0.8/60 + 1/70 + 1/80$$

### นิยามที่ 19 ตัวแปรเชิงภาษา

ตัวแปรเชิงภาษา ถูกนิยามด้วยฟังก์ชัน 5 เทอม คือ  $(U, x, T(x), G, M)$  โดยที่  $x$  คือชื่อของตัวแปรเชิงภาษา  $T(x)$  คือเทอมเซตของตัวแปรเชิงภาษา  $G$  คือการกำหนดชื่อในเทอมของตัวแปรเชิงภาษา และ  $M$  คือการนิยามความหมายในเทอมของตัวแปรเชิงภาษา

ตัวอย่างเช่น กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์  $U = [0 \ 100]$  ตัวแปรเชิงภาษา  $x$  มีชื่อว่า “Speed” ดังนั้นเทอมเซตของตัวแปรเชิงภาษา  $T(x)$  ประกอบด้วยกลุ่มของตัวแปรฟัซซีดังนี้

$$T(\text{speed}) = \{\text{Slow}, \text{Moderate}, \text{Fast}, \dots\}$$

โดยที่  $G$  คือการกำหนดชื่อในเทอมของ  $T(\text{speed})$  อันได้แก่ *Slow, Moderate, Fast* สำหรับการนิยามความหมายในเทอมของตัวแปรเชิงภาษา  $M$  สามารถจะนิยามได้ดังต่อไปนี้

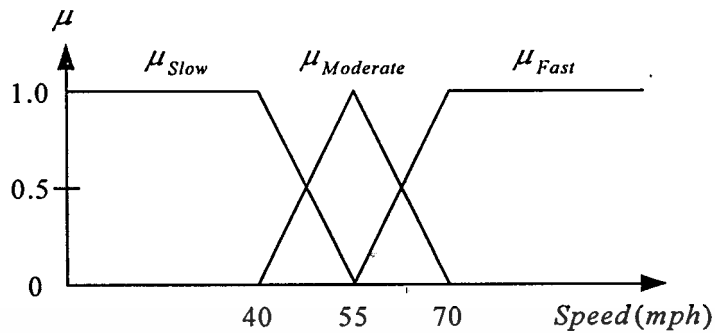
$M(\text{Slow})$  มีนิยามว่า ฟัซซีเซตสำหรับ “ความเร็วที่ต่ำกว่า 40 ไมล์ต่อชั่วโมง” ซึ่งจะมีฟังก์ชันการเป็นสมาชิก คือ  $\mu_{\text{Slow}}$

$M(\text{Moderate})$  มีนิยามว่า ฟัซซีเซตสำหรับ “ความเร็วที่ประมาณ 50 ไมล์ต่อชั่วโมง” ซึ่งจะมีฟังก์ชันการเป็นสมาชิก คือ  $\mu_{\text{Moderate}}$

$M(\text{Fast})$  มีนิยามว่า ฟัซซีเซตสำหรับ “ความเร็วที่มากกว่า 70 ไมล์ต่อชั่วโมง” ซึ่งจะมีฟังก์ชันการเป็นสมาชิก คือ  $\mu_{\text{Fast}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอมต่างๆดังกล่าวสามารถแสดงฟังก์ชันการเป็นสมาชิก ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.6 แสดงตัวอย่างเทอมของตัวแปรเชิงภาษาที่มีชื่อว่า Speed

## 2.5 ฟัชซีลอจิก

ทฤษฎีฟัชซีลอจิก เป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการหาข้อเท็จจริงอย่างมีเหตุผล โดยใช้ปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์ และทฤษฎีฟัชซีเซต เพื่อช่วยวินิจฉัยข้อเท็จจริงที่ไม่ชัดเจน ซึ่งปฏิบัติการพื้นฐานทางตรรกศาสตร์แบบเดิม และแบบฟัชซี ที่จะกล่าวถึงคือ *AND*, *OR* และ *NOT* ดังต่อไปนี้

เมื่อกำหนดให้  $A$  และ  $B$  คือ ประพจน์  $T$  คือ ค่าความจริง (มีค่าเท่ากับ 1) และ  $F$  คือ ค่าความเท็จ (มีค่าเท่ากับ 0) ดังนั้น จึงสามารถแสดงตารางค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบเดิมได้ดังนี้

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์บูลีน

| $A$ | $B$ | $A \text{ AND } B$ | $A \text{ OR } B$ | $\text{NOT } A$ |
|-----|-----|--------------------|-------------------|-----------------|
| 1   | 1   | 1                  | 1                 | 0               |
| 1   | 0   | 0                  | 1                 | 0               |
| 0   | 1   | 0                  | 1                 | 1               |
| 0   | 0   | 0                  | 0                 | 1               |

L. A. Zadeh ได้นำเสนอตารางค่าความจริง สำหรับพิจารณาค่าความจริงในการปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบฟัชซี ซึ่งเป็นการขยายจากตรรกศาสตร์บูลีน โดยกำหนดให้ ค่าความจริงหรือค่าความเท็จที่ไม่ชัดเจน มีสัญลักษณ์เป็น  $T+F$  ฉะนั้นจึงสามารถแสดงตารางค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบฟัชซีได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.2 แสดงค่าความจริงของปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบฟัซซี

| $A$ | $B$ | $A \text{ AND } B$ | $A \text{ OR } B$ | $\text{NOT } A$ |
|-----|-----|--------------------|-------------------|-----------------|
| T   | T   | T                  | T                 | F               |
| T   | F   | F                  | T                 | F               |
| T   | T+F | T+F                | T                 | F               |
| F   | T   | F                  | T                 | T               |
| F   | F   | F                  | F                 | T               |
| F   | T+F | F                  | T+F               | T               |
| T+F | T   | T+F                | T                 | T+F             |
| T+F | F   | F                  | T+F               | T+F             |
| T+F | T+F | T+F                | T+F               | T+F             |

โดยที่ ปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบฟัซซีมีนิยามดังนี้ [9]

นิยามที่ 20 ปฏิบัติการทางตรรกศาสตร์แบบฟัซซี

กำหนดให้  $V$  คือ ค่าความจริงมีค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 0 ถึง 1

$V(A)$  คือ ค่าความจริงของประพจน์  $A$

$V(B)$  คือ ค่าความจริงของประพจน์  $B$

ปฏิบัติการฟัซซีลอจิก  $AND$ ,  $OR$  และ  $NOT$  แสดงนิยามดังนี้

$$V(A \text{ AND } B) = V(A) \wedge V(B) = \min[\mu_A(v), \mu_B(v)] \quad \forall v \in V \quad (2.24)$$

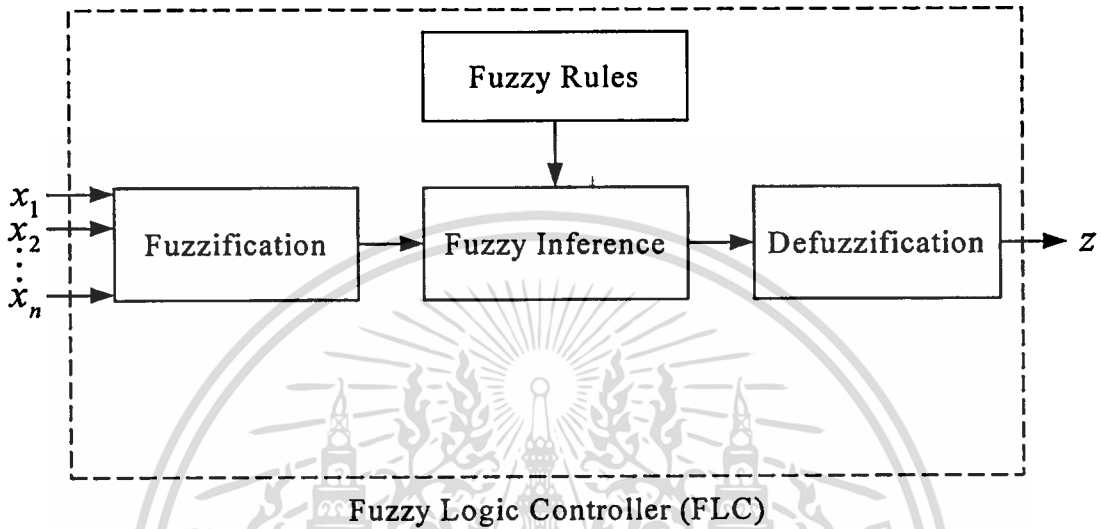
$$V(A \text{ OR } B) = V(A) \vee V(B) = \max[\mu_A(v), \mu_B(v)] \quad \forall v \in V \quad (2.25)$$

$$\text{NOT } V(A) = \neg V(A) = 1 - \mu_A(v) \quad \forall v \in V \quad (2.26)$$

โดยที่  $\wedge$  หมายถึงปฏิบัติการมิน(min)  $\vee$  หมายถึงปฏิบัติการแมกซ์(max) และ  $\neg$  หมายถึงปฏิบัติการนอต( $NOT$ )

## 2.6 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี

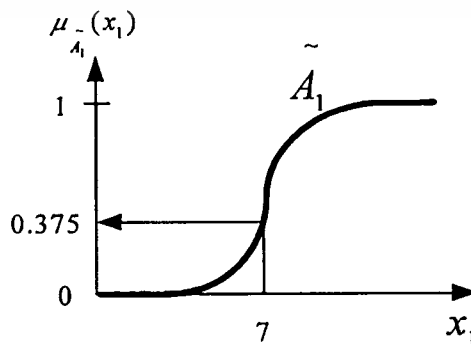
โครงสร้างพื้นฐานตัวควบคุมฟัซซีลอจิก(FLC) ประกอบด้วย ส่วนของฟัซซีฟิเคชัน กฎฟัซซี ฟัซซีอินเฟอเรนซ์ และดีฟัซซีฟิเคชัน แสดงในรูปที่ 2.7 โดยกำหนดให้  $x_1, x_2, \dots, x_n$  เป็น อินพุตของตัวควบคุมฟัซซี และ  $z$  คือเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.7 แสดงโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมฟัซซี

### 2.6.1 ฟัซซีฟิเคชัน

การฟัซซีฟิเคชัน คือ ส่วนที่ทำการเปลี่ยนค่าอินพุตของตัวควบคุมฟัซซี ให้เป็นค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต ตัวอย่างเช่น ถ้าอินพุต  $x_1$  ถูกออกแบบให้ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต  $\tilde{A}_1$  มีคุณลักษณะ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ 2.8 แสดงตัวอย่างการทำงานของฟัซซีฟิเคชันนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น ผลลัพธ์ของการฟัซซีฟิเคชัน คือ ค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิก  $\mu_{A_4}(x_1)$  เท่ากับ 0.375 เมื่อค่าอินพุต  $x_1$  ของตัวควบคุมฟัซซีที่ตรวจวัดได้มีค่าเท่ากับ 7

## 2.6.2 กฎฟัซซี

กฎฟัซซี คือ ส่วนที่ทำหน้าที่เชื่อมโยงระหว่างตัวแปรอินพุต และตัวแปรเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี กฎฟัซซีได้จากการแปลงความรู้และประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญให้อยู่ในรูปของเงื่อนไข *IF...THEN...* โดยที่กฎฟัซซีแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ กฎแมมดานิฟัซซี(Mamdani fuzzy rules) และ(Takagi-Sugeno rules)กฎทากาจิ-ซุกะโนฟัซซีหรือเรียกว่ากฎทีเอสฟัซซี

### 2.6.2.1 กฎแมมดานิฟัซซี

กฎแมมดานิฟัซซี คือ กฎการควบคุมที่แสดงเอาต์พุตของกฎฟัซซีเป็นตัวแปรเชิงภาษารูปแบบต่างๆไปของกฎแมมดานิฟัซซีแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{A}_1 \text{ AND } x_2 \text{ is } \tilde{A}_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } \tilde{A}_n \\ \text{THEN } y_1 \text{ is } \tilde{B}_1, y_2 \text{ is } \tilde{B}_2, \dots, y_m \text{ is } \tilde{B}_m \end{aligned} \quad (2.27)$$

โดยที่  $x_1, x_2, \dots, x_n$  คือตัวแปรอินพุต  $y_1, y_2, \dots, y_m$  คือตัวแปรเอาต์พุต AND คือปฏิบัติการฟัซซีลอจิกแอนด์  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$  คือฟัซซีเซตของอินพุต และ  $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \dots, \tilde{B}_m$  คือฟัซซีเซตของเอาต์พุต

### 2.6.2.2 กฎทีเอสฟัซซี

กฎทีเอสฟัซซี คือ กฎการควบคุมที่แสดงเอาต์พุตของกฎฟัซซีเป็นฟังก์ชันของตัวแปรอินพุต รูปแบบต่างๆไป ของกฎทีเอสฟัซซีสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{A}_1 \text{ AND } x_2 \text{ is } \tilde{A}_2 \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } \tilde{A}_n \\ \text{THEN } y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, y_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (2.28)$$

โดยที่  $f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอินพุต

ดังนั้น ตัวควบคุมฟัซซีจึงแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ ตัวควบคุมฟัซซีชนิดแมมดานิ และตัวควบคุมชนิดเอกสาร์ทากาจิ-ซุกะโนฟัซซี หรือตัวควบคุมทีเอสฟัซซี ตามกฎฟัซซีที่ใช้ อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.6.3 ฟัชซีอินเฟอเรนซ์

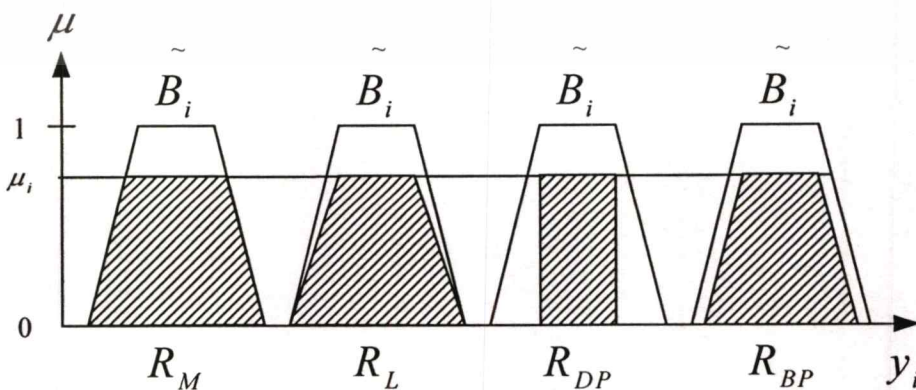
ฟัชซีอินเฟอเรนซ์ คือ ส่วนที่วินิจฉัยหาเอาที่พูดของกฎฟัชซีในแต่ละกฎจากค่าการเป็นสมาชิกของข้อมูลอินพุต  $\mu_i$  โดยที่  $\mu_i = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n)$  กฎเมมดานิฟัชซีและกฎทีเอสฟัชซีใช้วิธีการอินเฟอเรนซ์แตกต่างกัน

สำหรับกฎเมมดานิฟัชซี นิยมใช้ฟัชซีอินเฟอเรนซ์ 4 วิธี อันได้แก่ มินิมัมอินเฟอเรนซ์แบบเมมดานิ(Mamdani minimum inference) อินเฟอเรนซ์การคูณแบบลาร์เซน(Larsen product inference) อินเฟอเรนซ์การคูณแบบดราสติก(Drastic product inference) และอินเฟอเรนซ์การคูณที่มีขอบเขต(Bounded product inference) แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.3 คำจำกัดความวิธีอินฟัชซีอินเฟอเรนซ์ที่นิยมใช้ในกฎเมมดานิ

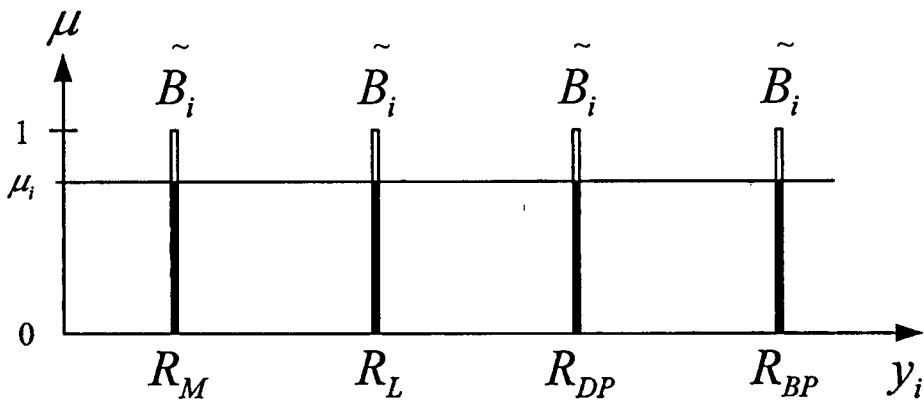
| วิธีฟัชซีอินเฟอเรนซ์                | คำจำกัดความ   |
|-------------------------------------|---|
| Mamdani minimum inference, $R_M$    | $\min(\mu_i, \mu_{B_i}(y_i))$   |
| Larsen product inference, $R_L$     | $\mu_i \times \mu_{B_i}(y_i)$   |
| Drastic product inference, $R_{DP}$ | $\begin{cases} \mu_i, & \text{for } \mu_{B_i}(y_i) = 1 \\ \mu_{B_i}, & \text{for } \mu_i = 1 \\ 0, & \text{for } \mu_i < 1 \text{ and } \mu_{B_i}(y_i) < 1 \end{cases}$ |
| Bounded product inference, $R_{BP}$ | $\max(0, \mu_i + \mu_{B_i}(y_i) - 1)$   |

จากตารางที่ 2.3 สัญลักษณ์  $\mu_{B_i}(y_i)$  คือฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของฟัชซีเซต  $B_i$  ซึ่งสามารถแสดงรูปอธิบายคำจำกัดความของวิธีฟัชซีอินเฟอเรนซ์ทั้ง 4 วิธี ดังนี้



รูปที่ 2.9 แสดงการฟัชซีอินเฟอเรนซ์ทั้ง 4 วิธี เมื่อแทนเอาที่พูดของกฎฟัชซีด้วยฟัชซีเซต

ไม่ว่าการณ์ใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงการฟัซซีอินเฟอเรนซ์ทั้ง 4 วิธี เมื่อแทนเอาต์พุตของกฎฟัซซีด้วยฟัซซีซิงเกิลตัน

จากรูปที่ 2.9 แสดงผลลัพธ์ของการอินเฟอเรนซ์ในบริเวณแรเงา ซึ่งแต่ละวิธีจะให้ผลลัพธ์ที่ต่างกัน แต่จากรูปที่ 2.10 เมื่อแทนเอาต์พุตของกฎฟัซซีด้วยฟัซซีซิงเกิลตัน แต่ละวิธีจะให้ผลลัพธ์ของการอินเฟอเรนซ์ที่เหมือนกัน

สำหรับผลลัพธ์การอินเฟอเรนซ์ของกฎฟัซซีคือ  $\mu_i \times f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ซึ่งเป็นการถ่วงน้ำหนักเอาต์พุตของกฎฟัซซีด้วยค่าการเป็นสมาชิกของข้อมูลอินพุต

#### 2.6.4 ดีฟัซซีฟิเคชัน

ดีฟัซซีฟิเคชัน คือ ส่วนที่แปลงเอาต์พุตฟัซซีเซตที่ได้จากขั้นตอนของการอินเฟอเรนซ์ให้เป็นค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี วิธีการดีฟัซซีฟิเคชันมีดังนี้

##### 2.6.4.1 วิธีเจนเนอราไลซ์ดีฟัซซีฟายเออร์

กำหนดให้  $z$  คือเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี  $N$  คือจำนวนกฎฟัซซี  $\mu_i$  คือค่าการเป็นสมาชิกของแต่ละกฎ  $i$  คือ  $1, 2, \dots, N$  และ  $\alpha$  คือพารามิเตอร์ในการออกแบบ ซึ่งการหาผลลัพธ์ของวิธีเจนเนอราไลซ์ดีฟัซซีฟายเออร์ (generalized defuzzifier) แสดงได้ดังสมการ

$$z = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i^\alpha \cdot y_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i^\alpha} \quad (2.29)$$

โดยที่  $y_i$  คือเอาต์พุตฟัซซีของแต่ละกฎ ถ้าใช้กฎแมกคานี  $y_i$  หมายถึงเอาต์พุตฟัซซีซิงเกิลตัน  $\tilde{B}_i$  และถ้าใช้กฎทีเอส  $y_i$  หมายถึงเอาต์พุตฟัซซีฟังก์ชัน  $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$   
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 2.6.4.2 วิธีเซ้นทรอยด์ และวิธีมีนออฟแมกซิมัคดีฟัซซีฟายเออร์

จากวิธีเงินเนอรอลไลซ์ดีฟัซซีฟายเออร์ สำหรับค่า $\alpha$ ที่แตกต่างกันสามารถให้วิธีดีฟัซซีฟายเออร์ที่ต่างกัน เมื่อ $\alpha = 1$ เรียกวิธีดีฟัซซีฟายเออร์นี้ว่าเซ้นทรอยด์ดีฟัซซีฟายเออร์(Centroid defuzzifier) เป็นวิธีที่นิยมใช้กันมากที่สุดเพราะเป็นการหาจุดกึ่งกลางถ่วงน้ำหนักของเอาต์พุตดีฟัซซีจากกฎต่าง ๆ

เมื่อ $\alpha = \infty$ เรียกวิธีดีฟัซซีฟายเออร์นี้ว่ามีนออฟแมกซิมัคดีฟัซซีฟายเออร์(Mean of maximum defuzzifier) เป็นการหาค่าเฉลี่ยของเอาต์พุตดีฟัซซีที่มีค่าการเป็นสมาชิกสูงสุด เหมาะสำหรับระบบที่ต้องการใช้เวลาในการคำนวณน้อยและไม่ต้องการความถูกต้องมากนัก

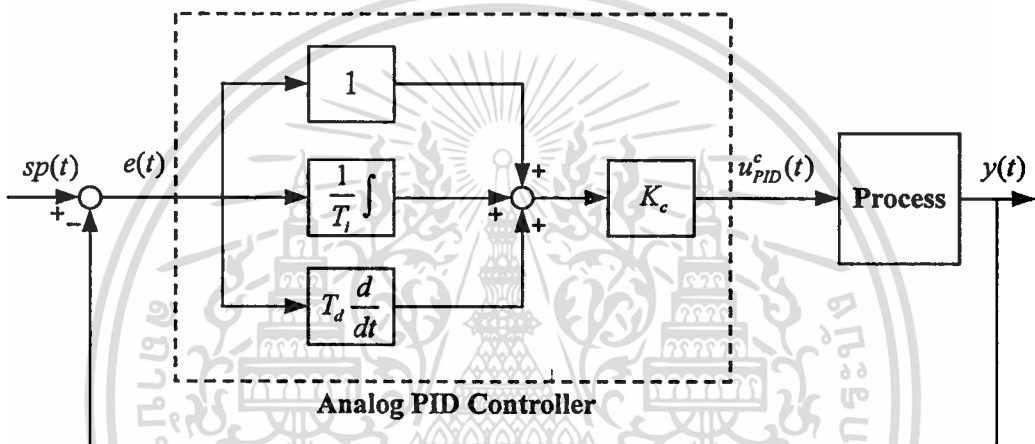


### บทที่ 3

## โครงสร้างและการออกแบบตัวควบคุมพีซีพีไอ+พีดี

### 3.1 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม

ระบบควบคุมแอนะล็อกพีไอดีดั้งเดิมดังแสดงในรูปที่ 3.1 ประกอบด้วยตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม และกระบวนการ(process)



รูปที่ 3.1 ระบบควบคุมแอนะล็อกพีไอดีดั้งเดิม

อินพุตของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม คือ ค่าผิดพลาด  $e(t)$  ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างค่าเป้าหมาย  $sp(t)$  กับเอาต์พุตของกระบวนการ  $y(t)$  เอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม คือ  $u_{PID}^c(t)$  ซึ่งมีรูปแบบมาตรฐานดังสมการ

$$u_{PID}^c(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (3.1)$$

โดยที่  $K_c$  คือพารามิเตอร์สัดส่วน (proportional gain)  $T_i$  คืออินทิกรัลไทม์ (integral time) และ  $T_d$  คือเดริเวทีฟไทม์ (derivative time) ของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิมแบบแอนะล็อก

โครงสร้างของตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะได้จากการจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม จึงเรียกโครงสร้างที่นำเสนอว่า โครงสร้างของตัวควบคุมแมมคานีฟิชซีพีไอ+พีดีซึ่งจะประกอบด้วยตัวควบคุมฟิชซีสองส่วน คือส่วนของตัวควบคุมฟิชซีพีไอ กับส่วนของตัวควบคุมฟิชซีพีดี โดยที่ตัวควบคุมฟิชซีแต่ละส่วนจะมีอินพุตของตัวควบคุมฟิชซีที่เหมือนกัน ทำให้สามารถออกแบบตัวควบคุมฟิชซีทั้งสองส่วนให้เหมือนกันได้ ดังนั้น การออกแบบตัวควบคุมฟิชซี การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟิชซี การวิเคราะห์เสถียรภาพ และการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมฟิชซีจึงมีความยุ่งยากน้อยลง ซึ่งวิธีการจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิมไปเป็นโครงสร้างของตัวควบคุมที่นำเสนอ จะอธิบายตามลำดับในหัวข้อต่อไป

### 3.2 การจัดโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีดั้งเดิม

เมื่อคุณสมการที่ (3.1) ด้วย  $\frac{2}{2}$  แล้วจัดผลคูณของสมการใหม่จะได้

$$u_{PID}^c(t) = \frac{u_{PI}^c(t) + u_{PD}^c(t)}{2} \quad (3.2)$$

โดยที่

$$u_{PI}^c(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{2}{T_i} \int_0^t e(t) dt \right] \quad (3.3)$$

และ

$$u_{PD}^c(t) = K_c \left[ e(t) + 2T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (3.4)$$

การแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอในสมการที่ (3.3) กับเอาต์พุตของตัวควบคุมพีดีในสมการที่ (3.4) ให้อยู่ในรูปดิสครีต-ไทม์(discrete-time)จะกล่าวในหัวข้อต่อไป

#### 3.2.1 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอ

เมื่อประมาณเทอมของอินทิกรัลในสมการที่ (3.3) โดยวิธีประมาณค่าผลรวมพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู(trapezoidal summation) จะได้

$$u_{PI}^c(nT) = K_c \left[ e(nT) + \frac{2T}{T_i} \sum_{k=1}^n \frac{e((k-1)T) + e(kT)}{2} \right] \quad (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่(3.5) พบว่า ไม่สามารถจัดสมการให้มีเทอมของ  $(e(nT) - e(nT - T))$  กับ  $e(nT)$  ได้ ซึ่งเทอมดังกล่าวเป็นสิ่งที่ต้องการเพื่อนำไปเป็นอินพุตของตัวควบคุมพีซีพีไอ เพราะฉะนั้น จึงต้องแปลงแซดของสมการที่(3.5)และจัดสมการใหม่ จะได้

$$u_{PI}^c(z) = \frac{2T}{T_i} K_c E(z) + \left(1 - \frac{T}{T_i}\right) K_c (E(z) - E(z)(z^{-1})) + u_{PI}^c(z)z^{-1} \quad (3.6)$$

เมื่อแปลงแซดกลับ จะได้สมการเอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอดังนี้

$$u_{PI}^c(nT) = K_i e(nT) + K_p \Delta e(nT) + u_{PI}^c(nT - T) \quad (3.7)$$

โดยที่  $K_i = \frac{2T}{T_i} K_c$  คืออินทิกรัลเกน(integral gain)  $K_p = \left(1 - \frac{T}{T_i}\right) K_c$  คือพรอพอร์ชันนัลเกน (proportional gain) ซึ่งพรอพอร์ชันนัลเกน  $K_p$  ของตัวควบคุมแบบดิฟเฟอเรนเชียลจะน้อยกว่าพรอพอร์ชันนัลเกน  $K_c$  ของตัวควบคุมแบบแอนะล็อก  $e(nT) = sp(nT) - y(nT)$  คือค่าผิดพลาด  $\Delta e(nT) = e(nT) - e(nT - T)$  คือการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด  $u_{PI}^c(nT - T)$  คือเอาต์พุตของตัวควบคุมพีไอที่หนึ่งหน่วยเวลาและ  $T$  คือคาบเวลาสุ่ม

### 3.2.2 โครงสร้างของตัวควบคุมพีดี

จากสมการที่ (3.4) ประมาณเทอมของอนุพันธ์ด้วยวิธีผลต่างสองจุด(two-point difference) จะได้สมการ

$$u_{PD}^c(nT) = K_c \left[ e(nT) + 2T_d \left( \frac{e(nT) - e(nT - T)}{T} \right) \right] \quad (3.8)$$

จัดสมการที่ (3.8) ใหม่จะได้สมการเอาต์พุตของตัวควบคุมพีดีดังนี้

$$u_{PD}^c(nT) = \tilde{\Delta} u_{PD}^c(nT) K_{upd} \quad (3.9)$$

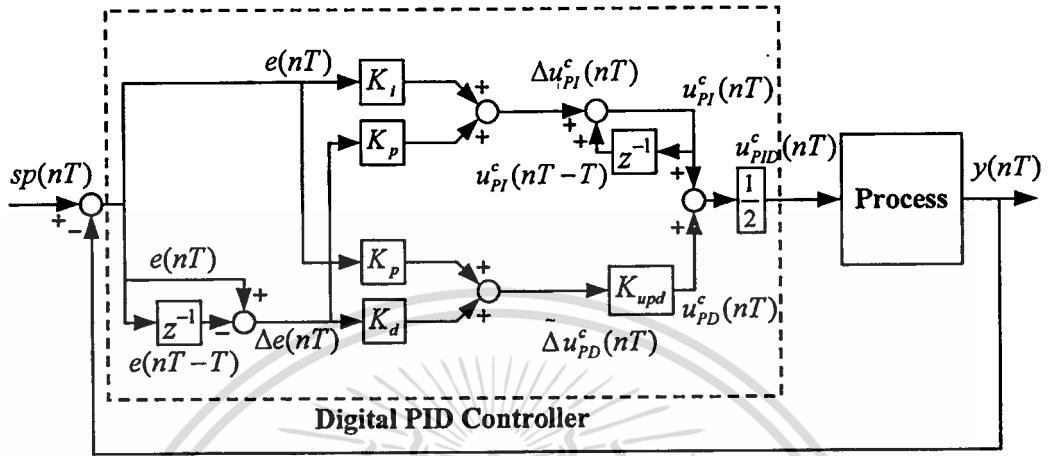
โดยที่  $\tilde{\Delta} u_{PD}^c(nT)$  คือ  $K_p e(nT) + K_d \Delta e(nT)$ ,  $K_{upd} = \frac{T_i}{T_i - T}$  และ  $K_d = \frac{2T_d}{T} K_p$  คือ

เดริเวอทีฟเกน(derivertive gain)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.3 โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดี

เมื่อรวมสมการเอาต์พุตที่ (3.7) กับ (3.9) ของตัวควบคุมพีไอกับพีดีเข้าด้วยกัน จะสามารถแสดงโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีในกรอบของเส้นประ ดังรูปต่อไปนี้

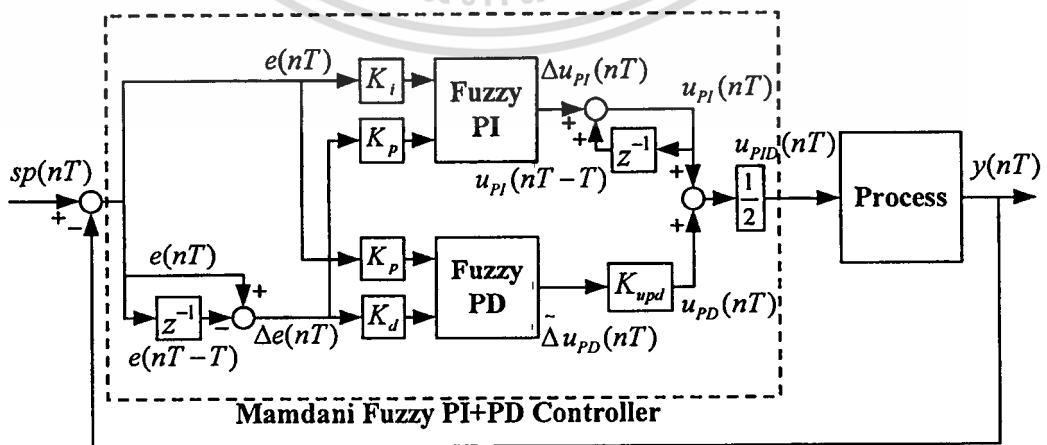


รูปที่ 3.2 ระบบควบคุมพีไอดี

จากรูปที่ 3.2 เมื่อแทนที่การรวมของ  $K_i e(nT) + K_p u_{pi}(nT-T)$  ด้วยตัวควบคุมพีซีพีไอ และแทนที่การรวมของ  $K_p e(nT) + K_d \Delta e(nT)$  ด้วยตัวควบคุมพีซีพีดี ดังนั้นจะนำไปสู่โครงสร้างของตัวควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดีซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

### 3.3 โครงสร้างของตัวควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดี

ระบบควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดี ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการและตัวควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดี สามารถแสดงได้ในรูปที่ 3.3 ดังนี้



รูปที่ 3.3 ระบบควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี จะประกอบด้วยตัวควบคุมฟิชซีพีไอและตัวควบคุมฟิชซีพีดี ซึ่งตัวควบคุมฟิชซีทั้งสองมีอินพุตคือค่าผิดพลาด  $e(nT)$  และการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด  $\Delta e(nT)$  เอาท์พุทของตัวควบคุมแอมคานีฟิชซีพีไอ+พีดี ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยระหว่างเอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีไอ  $u_{PI}(nT)$  กับเอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีดี  $u_{PD}(nT)$  แสดงได้ดังสมการ

$$u_{PID}(nT) = \frac{u_{PI}(nT) + u_{PD}(nT)}{2} \quad (3.11)$$

โดยที่ เอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีไอคือ

$$u_{PI}(nT) = \Delta u_{PI}(nT) + u_{PI}(nT - T) \quad (3.12)$$

และเอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีดีคือ

$$u_{PD}(nT) = \tilde{\Delta} u_{PD}(nT) \cdot K_{upd} \quad (3.13)$$

สำหรับ  $\Delta u_{PI}(nT)$  และ  $\tilde{\Delta} u_{PD}(nT)$  คือการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีไอและพีดีตามลำดับ ซึ่งจะได้จากการดีฟิชซีพีเคชัน สำหรับวิธีการออกแบบตัวควบคุมฟิชซีทั้งสองจะอธิบายโดยละเอียดในหัวข้อต่อไป

### 3.4 การออกแบบตัวควบคุมฟิชซี

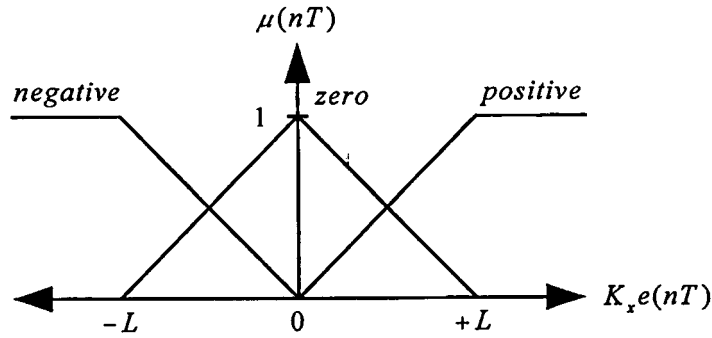
เมื่อตัวควบคุมฟิชซีพีไอและตัวควบคุมฟิชซีพีดีมีอินพุตเหมือนกันคือ ค่าผิดพลาด  $e(nT)$  และการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด  $\Delta e(nT)$  ดังนั้น จะทำให้การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเอาท์พุท การวิเคราะห์เสถียรภาพและการปรับแต่งตัวควบคุมฟิชซีทำได้ง่ายขึ้น เนื่องจากจะสามารถออกแบบตัวควบคุมทั้งสองโดยใช้ ฟิชซีพีเคชัน กฎฟิชซี และดีฟิชซีพีเคชันที่เหมือนกัน

#### 3.4.1 ฟิชซีพีเคชัน

การออกแบบฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของอินพุตและฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทให้กับตัวควบคุมฟิชซีมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนแรก กำหนดให้ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของอินพุตชื่อว่า ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกค่าผิดพลาดแสดงดังรูปที่ 3.4 และฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาดแสดงดังรูปที่ 3.5 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของอินพุตทั้งสองประกอบด้วยฟิชซีเซตที่มีชื่อว่า *negative*,

*zero* และ *positive* ใช้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกค่าผิดพลาด

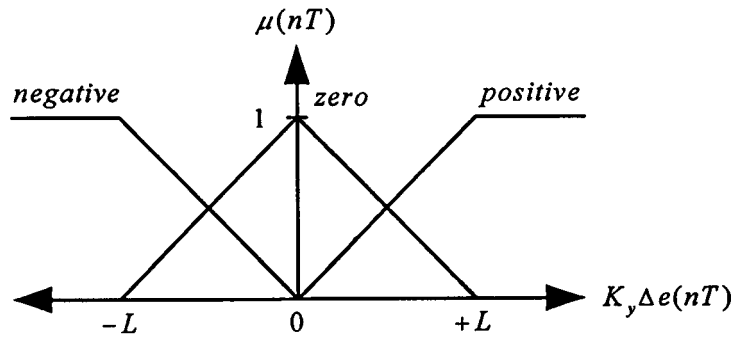
จากรูปที่ 3.4 กำหนดให้ฟังก์ชันเซตที่มีชื่อว่า *negative*, *zero* และ *positive* แทนด้วย  $\mu_{en}(nT)$ ,  $\mu_{ez}(nT)$  และ  $\mu_{ep}(nT)$  ตามลำดับและสามารถแสดงสมการฟังก์ชันของฟังก์ชันเซตได้ดังนี้

$$\mu_{en}(nT) = \begin{cases} 1, & (-\infty, -L] \\ \frac{-K_x e(nT)}{L}, & [-L, 0] \\ 0, & [0, +\infty) \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\mu_{ez}(nT) = \begin{cases} 0, & (-\infty, -L] \\ \frac{L + K_x e(nT)}{L}, & [-L, 0] \\ \frac{L - K_x e(nT)}{L}, & [0, +L] \\ 0, & [+L, +\infty) \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\mu_{ep}(nT) = \begin{cases} 0, & (-\infty, 0] \\ \frac{K_x e(nT)}{L}, & [0, +L] \\ 1, & [+L, +\infty) \end{cases} \quad (3.16)$$

โดยที่  $L$  คือค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบขอบเขตความคลุมเครืออินพุตของตัวควบคุมที่นำเสนอ ถ้า  $e(nT)$  เป็นอินพุตของตัวควบคุมพีซีพีไอแล้ว  $K_x$  จะหมายถึง  $K_i$  ถ้า  $e(nT)$  เป็นอินพุตของตัวควบคุมพีซีพีดีแล้ว  $K_x$  จะหมายถึง  $K_p$



รูปที่ 3.5 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด

จากรูปที่ 3.5 เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชันเซตที่มีชื่อว่า *negative*, *zero* และ *positive* แทนด้วย  $\mu_{\Delta en}(nT)$ ,  $\mu_{\Delta ez}(nT)$  และ  $\mu_{\Delta ep}(nT)$  ตามลำดับแล้ว จะสามารถแสดงสมการฟังก์ชันของฟังก์ชันเซตได้ดังนี้

$$\mu_{\Delta en}(nT) = \begin{cases} 1, & (-\infty, -L] \\ \frac{-K_y \Delta e(nT)}{L}, & [-L, 0] \\ 0, & [0, +\infty) \end{cases} \quad (3.17)$$

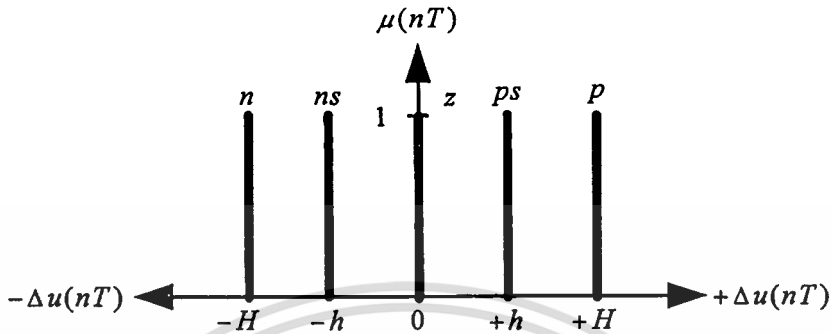
$$\mu_{\Delta ez}(nT) = \begin{cases} 0, & (-\infty, -L] \\ \frac{L + K_y \Delta e(nT)}{L}, & [-L, 0] \\ \frac{L - K_y \Delta e(nT)}{L}, & [0, +L] \\ 0, & [+L, +\infty) \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\mu_{\Delta ep}(nT) = \begin{cases} 0, & (-\infty, 0] \\ \frac{K_y \Delta e(nT)}{L}, & [0, +L] \\ 1, & [+L, +\infty) \end{cases} \quad (3.9)$$

ถ้า  $\Delta e(nT)$  เป็นอินพุตของตัวควบคุมพีชชีพีไอแล้ว  $K_y$  จะหมายถึง  $K_p$

ถ้า  $\Delta e(nT)$  เป็นอินพุตของตัวควบคุมพีชชีพีดีแล้ว  $K_y$  จะหมายถึง  $K_d$

ขั้นตอนที่สอง กำหนดให้ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุม ฟัชซีฟีโอและฟีดีประกอบด้วยฟัชซีเซตที่มีชื่อว่า *negative = n* , *negative small = ns* , *zero = z* , *positive small = ps* และ *positive = p* แสดงได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 3.6 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัชซี

ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัชซีจะถูกออกแบบเป็น ฟัชซีซิงเกิลตัน โดยที่ *H* และ *h* คือค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบตัวควบคุมฟัชซีฟีโอ+ฟีดี

### 3.4.2 กฎฟัชซี

เมื่อตัวควบคุมฟัชซีมีสองอินพุตและแต่ละอินพุตมีการเป็นสมาชิกสามฟังก์ชัน ดังนั้นจึง ออกแบบกฎฟัชซีได้ดังตารางที่ 3.1 ซึ่งครอบคลุมความเป็นไปได้ของเอาต์พุตของระบบในทุก สภาวะ และกฎฟัชซีดังกล่าวเป็นชนิดกฎแมมดานีฟัชซี จึงเรียกตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ ฉบับนี้ว่าตัวควบคุมแมมดานีฟัชซีฟีโอ+ฟีดี

ตารางที่ 3.1 กฎฟัชซี 9 กฎ

| $\Delta e(nT) \backslash e(nT)$ | <i>negative</i>   | <i>zero</i>       | <i>positive</i>   |
|---------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>negative</i>                 | $\Delta u_1 = n$  | $\Delta u_2 = ns$ | $\Delta u_3 = z$  |
| <i>zero</i>                     | $\Delta u_4 = ns$ | $\Delta u_5 = z$  | $\Delta u_6 = ps$ |
| <i>positive</i>                 | $\Delta u_7 = z$  | $\Delta u_8 = ps$ | $\Delta u_9 = p$  |

จากตารางที่ 3.1  $\Delta u_1$  ถึง  $\Delta u_9$  หมายถึงการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของแต่ละกฎ เช่นกฎที่ 1

**IF  $e(nT)$  is negative AND  $\Delta e(nT)$  is negative THEN  $\Delta u_1$  is negative**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้ท่านใช้ระบบเชิงอัตโนมัติการคำนวณ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4.3 ดีพีซซีพีเคชัน

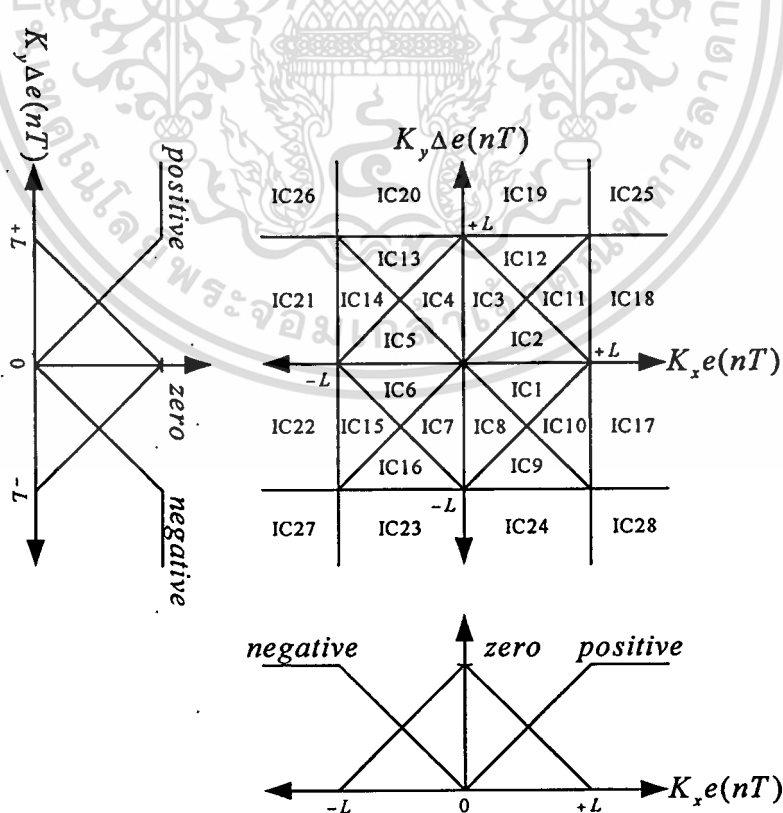
ตัวควบคุมพีชซีพีไอและตัวควบคุมพีชซีพีดีได้รับการออกแบบ พีชซีพีเคชัน และกฎพีชซีพีที่เหมือนกัน ในขั้นตอนดีพีซซีพีเคชันสำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีเช่นทรอยด์ดีพีชซีพีเออร์คำนวณการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีทั้งสอง ดังสมการต่อไปนี้

$$\Delta u(nT) = \frac{\sum_{i=1}^9 \mu_i \cdot \Delta u_i}{\sum_{i=1}^9 \mu_i} \tag{3.20}$$

โดยที่  $\mu_i$  คือค่าการเป็นสมาชิกอินพุตของแต่ละกฎ และ  $\Delta u_i$  คือพีชซีพีซึ่งเกิดต้นของแต่ละกฎ

### 3.5 วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพี

จากฟังก์ชันการเป็นสมาชิกค่าผิดพลาดและการเปลี่ยนแปลงค่าผิดพลาด สามารถแบ่งอินพุตสเปซ(input space) ของตัวควบคุมพีชซีพีออกเป็น 28 บริเวณ (input component : IC) ดังรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ 3.7 อินพุตสเปซของตัวควบคุมพีชซีพีให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์หาผลลัพธ์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซีในแต่ละบริเวณของ IC เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซีพีไอและพีดี ซึ่งจะนำผลลัพธ์ที่ได้ไปวิเคราะห์เสถียรภาพในบทต่อไป ฉะนั้นการวิเคราะห์หาผลลัพธ์ดังกล่าวมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนแรก หาค่าฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของแต่ละอินพุต โดยกำหนดค่าอินพุต  $(K_x e(nT), K_y \Delta e(nT))$  ในบริเวณของ IC ที่พิจารณา เพื่อให้เป็นตัวแทนของอินพุตที่จะถูกฟัซซีฟิเคชัน ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาในบริเวณของ IC1 กำหนดให้  $K_x e(nT) = 0.5L$  ดังนั้นผลลัพธ์ของการฟัซซีฟิเคชันคือ  $\mu_{ep}(nT) = 0.5$ ,  $\mu_{ez}(nT) = 0.5$  และ  $\mu_{en}(nT) = 0$  เมื่อกำหนดให้  $K_y \Delta e(nT) = -0.25L$  ผลลัพธ์ของการฟัซซีฟิเคชันจะได้  $\mu_{\Delta ep}(nT) = 0$ ,  $\mu_{\Delta ez}(nT) = 0.75$  และ  $\mu_{\Delta en}(nT) = 0.25$  เป็นต้น

ขั้นตอนที่สอง ใช้กฎฟัซซีในตารางที่ 3.1 และใช้ปฏิบัติการฟัซซีลอจิก AND หาค่าการเป็นสมาชิกอินพุตของแต่ละกฎดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\mu_4 &= \min\{\mu_{ez}, \mu_{\Delta en}\} = \mu_{\Delta en} = \frac{-K_y \Delta e(nT)}{L} \\ \mu_5 &= \min\{\mu_{ez}, \mu_{\Delta ez}\} = \mu_{ez} = \frac{L - K_x e(nT)}{L} \\ \mu_7 &= \min\{\mu_{ep}, \mu_{\Delta en}\} = \mu_{\Delta en} = \frac{-K_y \Delta e(nT)}{L} \\ \mu_8 &= \min\{\mu_{ep}, \mu_{\Delta ez}\} = \mu_{ep} = \frac{K_x e(nT)}{L} \\ \mu_1 &= \mu_2 = \mu_3 = \mu_6 = \mu_9 = 0\end{aligned}$$

ขั้นตอนสุดท้าย คำนวณการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมฟัซซี โดยใช้สมการที่(3.20) จะได้

$$\Delta u(nT) = \frac{(\mu_4 \times \Delta u_4) + (\mu_5 \times \Delta u_5) + (\mu_7 \times \Delta u_7) + (\mu_8 \times \Delta u_8)}{\mu_4 + \mu_5 + \mu_7 + \mu_8}$$

เมื่อแทน  $\Delta u_i$  ของแต่ละกฎด้วย  $n = -H$ ,  $ns = -h$ ,  $z = 0$ ,  $ps = h$ ,  $p = H$  และแทน  $\mu_i$  ด้วยค่าการเป็นสมาชิกอินพุตของแต่ละกฎที่ได้รับจากขั้นตอนที่สอง จะได้

$$\Delta u(nT) = \frac{hLK_x e(nT) + hK_y \Delta e(nT)}{L - 2K_y \Delta e(nT)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

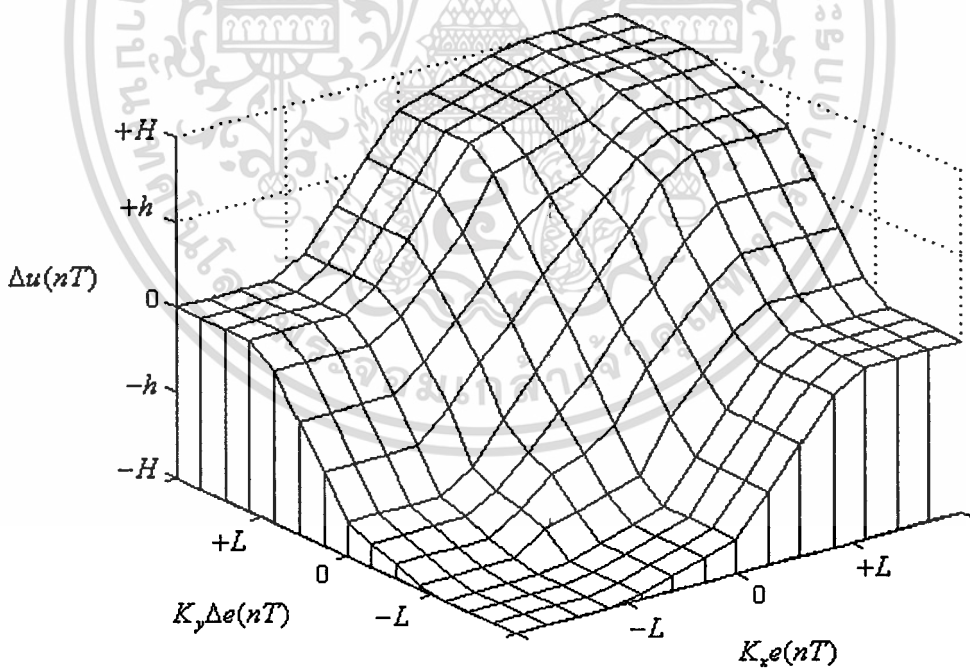
เมื่อแทน  $K_x$  และ  $K_y$  ด้วย  $K_i$  และ  $K_p$  ตามลำดับ การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีไอในบริเวณ IC1 คือ

$$\Delta u_{PI}(nT) = \frac{hLK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)}$$

เมื่อแทน  $K_x$  และ  $K_y$  ด้วย  $K_p$  และ  $K_d$  ตามลำดับ การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีดีในบริเวณ IC1 คือ

$$\tilde{\Delta u}_{PD}(nT) = \frac{hLK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)}$$

ตั้งแต่บริเวณ IC2 ถึง IC28 สามารถคำนวณการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุต โดยอาศัยแนวทางเดียวกับ IC1 และสรุปเป็นสูตรได้ดังแสดงในตารางที่ 3.2 และ 3.3 ซึ่งพบว่า ในแต่ละบริเวณของอินพุตสเปซ จะให้สมการของการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตที่ต่างกัน และสามารถแสดงตัวอย่างผลลัพธ์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีไอและพีดีดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ตัวอย่างผลลัพธ์การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีชซีพีไอและพีดี

จากรูปที่ 3.8 เมื่อกำหนดให้  $K_x$  และ  $K_y$  แทนด้วย  $K_i$  และ  $K_p$  ตามลำดับแล้ว  $\Delta u(nT)$  จะหมายถึง  $\Delta u_{PI}(nT)$  ถ้าหากแทน  $K_x$  และ  $K_y$  ด้วย  $K_p$  และ  $K_d$  ตามลำดับแล้ว  $\Delta u(nT)$  จะหมายถึง

เอกสาร  $\tilde{\Delta u}_{PD}(nT)$  ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.2 การเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมพีชซีพีไอและพีดี IC1 ถึง IC14

| IC | $\Delta u_{PI}(nT)$   | $\tilde{\Delta} u_{PD}(nT)$   |
|----|---|---|
| 1  | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)}$            | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)}$            |
| 2  | $\frac{hK_i e(nT) + (H+h)K_p \Delta e(nT)}{L + 2K_p \Delta e(nT)}$        | $\frac{hK_p e(nT) + (H+h)K_d \Delta e(nT)}{L + 2K_d \Delta e(nT)}$        |
| 3  | $\frac{(H+h)K_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L + 2K_p \Delta e(nT)}$        | $\frac{(H+h)K_p e(nT) + h \Delta e(nT)}{L + 2K_d \Delta e(nT)}$           |
| 4  | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_i e(nT)}$                   | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_p e(nT)}$                   |
| 5  | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L + 2K_p \Delta e(nT)}$            | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L + 2K_d \Delta e(nT)}$            |
| 6  | $\frac{hK_i e(nT) + (H+h)K_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)}$        | $\frac{hK_p e(nT) + (H+h)K_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)}$        |
| 7  | $\frac{(H+h)K_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)}$        | $\frac{(H+h)K_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)}$        |
| 8  | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L + 2K_i e(nT)}$                   | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L + 2K_p e(nT)}$                   |
| 9  | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{3L + 2K_i \Delta e(nT)}$           | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{3L + 2K_d \Delta e(nT)}$           |
| 10 | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{3L - 2K_i e(nT)}$                  | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{3L - 2K_p e(nT)}$                  |
| 11 | $\frac{hK_i e(nT) + (H-h)K_p \Delta e(nT) + 2hL}{3L - 2K_i e(nT)}$        | $\frac{hK_p e(nT) + (H-h)K_d \Delta e(nT) + 2hL}{3L - 2K_p e(nT)}$        |
| 12 | $\frac{(H-h)K_i e(nT) - hK_p \Delta e(nT) + 2hL}{3L - 2K_p \Delta e(nT)}$ | $\frac{(H-h)K_p e(nT) - hK_d \Delta e(nT) + 2hL}{3L - 2K_d \Delta e(nT)}$ |
| 13 | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{3L - 2K_p \Delta e(nT)}$           | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{3L - 2K_d \Delta e(nT)}$           |
| 14 | $\frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{3L + 2K_p \Delta e(nT)}$           | $\frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{3L + 2K_d \Delta e(nT)}$           |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.3 การเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตของตัวควบคุมพีซีพีไอและพีดี IC15 ถึง IC28

| IC | $\Delta u_{PI}(nT)$   | $\tilde{\Delta} u_{PD}(nT)$   |
|----|---|---|
| 15 | $\frac{-hK_p e(nT) + (H-h)K_p \Delta e(nT) - 2hL}{3L + 2K_p e(nT)}$       | $\frac{-hK_p e(nT) + (H-h)K_d \Delta e(nT) - 2hL}{3L + 2K_p e(nT)}$       |
| 16 | $\frac{(H-h)K_p e(nT) - hK_p \Delta e(nT) - 2hL}{3L + 2K_p \Delta e(nT)}$ | $\frac{(H-h)K_p e(nT) - hK_d \Delta e(nT) - 2hL}{3L + 2K_d \Delta e(nT)}$ |
| 17 | $\frac{hK_p \Delta e(nT) + hL}{L}$  | $\frac{hK_d \Delta e(nT) + hL}{L}$  |
| 18 | $\frac{(H-h)K_p \Delta e(nT) + hL}{L}$                                    | $\frac{(H-h)K_d \Delta e(nT) + hL}{L}$                                    |
| 19 | $\frac{(H-h)K_p e(nT) + hL}{L}$   | $\frac{(H-h)K_p e(nT) + hL}{L}$   |
| 20 | $\frac{hK_p e(nT) + hL}{L}$   | $\frac{hK_p e(nT) + hL}{L}$   |
| 21 | $\frac{hK_p \Delta e(nT) - hL}{L}$  | $\frac{hK_d \Delta e(nT) - hL}{L}$  |
| 22 | $\frac{(H-h)K_p \Delta e(nT) - hL}{L}$                                    | $\frac{(H-h)K_d \Delta e(nT) - hL}{L}$                                    |
| 23 | $\frac{(H-h)K_p e(nT) - hL}{L}$   | $\frac{(H-h)K_p e(nT) - hL}{L}$   |
| 24 | $\frac{hK_p e(nT) - hL}{L}$   | $\frac{hK_p e(nT) - hL}{L}$   |
| 25 | $H$   | $H$   |
| 26 | $0$   | $0$   |
| 27 | $-H$  | $-H$  |
| 28 | $0$   | $0$   |

## บทที่ 4

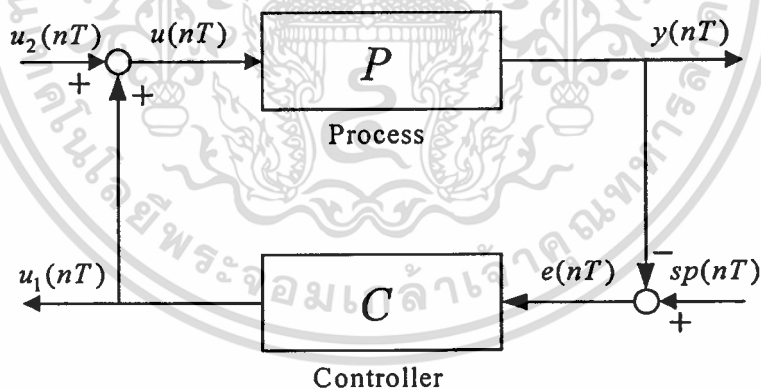
### การวิเคราะห์เสถียรภาพ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะใช้หลักเกณฑ์เสถียรภาพบีโอบีโอ(Bounded Input Bounded Output stability) ในการตัดสินเสถียรภาพของระบบ กล่าวคือ ระบบควบคุมจะมีเสถียรภาพ เมื่อสัญญาณอินพุตที่มีขอบเขตจำกัดป้อนเข้ามาในระบบควบคุมและให้สัญญาณเอาต์พุตที่มีขอบเขตด้วย

การวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุมแอมคานีฟิซซีทีโอ+พีดี ที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้ทฤษฎีบทเกนน้อย(Small gain theorem) หาเงื่อนไขเสถียรภาพที่พอเพียงของระบบควบคุมดังกล่าว เพื่อใช้ในการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแอมคานีฟิซซีทีโอ+พีดี

#### 4.1 ทฤษฎีบทเกนน้อย

ทฤษฎีบทเกนน้อย เป็นวิธีการวิเคราะห์เพื่อตัดสินเสถียรภาพบีโอบีโอของระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นต่างๆไป ซึ่งมีบล็อกไดอะแกรมแสดงในรูปที่ 4.1 โดยที่  $C$  คือตัวควบคุมใดๆ และ  $P$  คือกระบวนการที่ถูกควบคุม หรือระบบพลวัตไม่เป็นเชิงเส้น(nonlinear dynamic system)



รูปที่ 4.1 ระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นต่างๆไป

จากรูปที่ 4.1 อินพุตของระบบควบคุมคือ  $sp(nT)$  เอาต์พุตของตัวควบคุมคือ  $u_1(nT) = C \cdot e(nT)$  อินพุตของกระบวนการคือ  $u(nT) = u_1(nT) + u_2(nT)$  และเอาต์พุตของระบบคือ  $y(nT) = P \cdot u(nT)$

ในการหาเงื่อนไขเริ่มต้นที่จะนำไปสู่เงื่อนไขเสถียรภาพบีโอบีโอบของระบบควบคุมวงปิด นั้น จะกำหนดให้นอร์มของเอาต์พุตของตัวควบคุม  $u_1(nT)$  แสดงดังสมการ

$$\|u_1(nT)\| = \|C \cdot e(nT)\| \leq \alpha_c \|e(nT)\| + \beta_c, \quad \alpha_c, \beta_c \geq 0, \quad (4.1)$$

และนอร์มของเอาต์พุตของระบบ  $y(nT)$  แสดงดังนี้

$$\|y(nT)\| = \|P \cdot u(nT)\| \leq \alpha_p \|u(nT)\| + \beta_p, \quad \alpha_p, \beta_p \geq 0, \quad (4.2)$$

โดยที่  $\alpha_c, \alpha_p, \beta_c, \beta_p$  หมายถึงค่าคงที่ และนอร์ม  $\|\cdot\|$  ในวิทยานิพนธ์นี้คือ  $\|\cdot\|_\infty$  อินฟินิตีนอร์ม จากสมการที่(4.1)และสมการที่(4.2) จะหานอร์มของค่าผิดพลาด  $\|e(nT)\|$  ได้ นั่นคือ

$$\|e(nT)\| \leq \frac{\|sp(nT)\| + \alpha_p \|u_2(nT)\| + \alpha_p \beta_c + \beta_p}{1 - \alpha_c \cdot \alpha_p} \quad (4.3)$$

จากสมการที่(4.3) พิจารณาให้เทอมของ  $(\|sp(nT)\| + \alpha_p \|u_2(nT)\| + \alpha_p \beta_c + \beta_p)$  เป็นค่าคงที่ ฉะนั้น ถ้าเทอมของ  $\alpha_c \cdot \alpha_p$  มีค่าน้อยกว่า 1 จะทำให้ขนาดของค่าผิดพลาดอยู่ในขอบเขตที่จำกัด ดังนั้น เงื่อนไขเสถียรภาพบีโอบีโอบของระบบควบคุมวงปิดคือ

$$\alpha_c \cdot \alpha_p < 1 \quad (4.4)$$

โดยที่  $\alpha_c$  และ  $\alpha_p$  อีกนัยหนึ่งหมายถึงค่าของนอร์มของตัวควบคุมและนอร์มของกระบวนการ ตามลำดับ สำหรับกระบวนการ  $P$  ใดๆ สามารถหาค่า  $\alpha_p$  ได้จากสมการต่อไปนี้ [10]

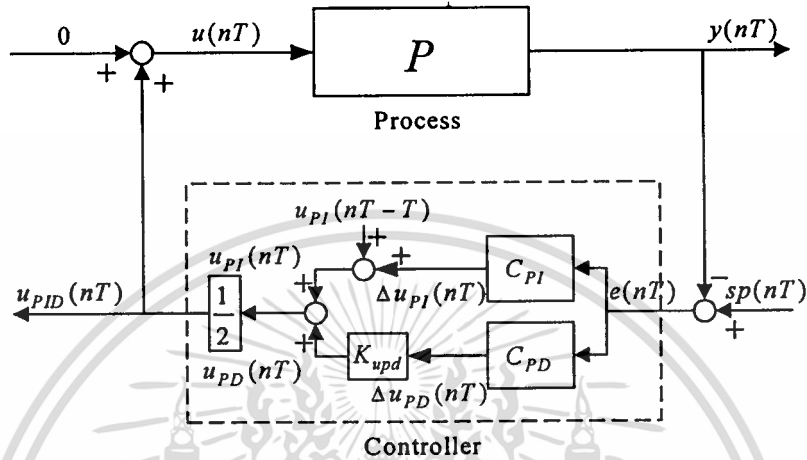
$$\|P \cdot u(nT)\| \leq \|P\| \cdot \|u(nT)\| \quad \text{เมื่อ } \|P\| < \infty \quad (4.5)$$

ดังนั้น  $\alpha_p = \|P\|$  โดยที่  $\|P\|$  หมายถึง อัตราขยายของกระบวนการที่มากที่สุด

ในหัวข้อต่อไปจะอธิบายถึงการหาเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมแอมมอดานีพีซีซี พีไอ+พีดี

## 4.2 เงื่อนไขเสถียรภาพระบบควบคุมแอมคานีพีซีพีไอ+พีดี

บล็อกโคแอมแกรมของระบบควบคุมแอมคานีพีซีพีไอ+พีดีที่นำมาใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 ในที่นี้  $P$  คือกระบวนการที่ถูกควบคุม  $C_{PI}$  คือตัวควบคุมพีซีพีไอ และ  $C_{PD}$  คือตัวควบคุมพีซีพีดี



รูปที่ 4.2 ระบบควบคุมแอมคานีพีซีพีไอ+พีดี

เงื่อนไขเริ่มต้นที่จะนำไปสู่เงื่อนไขเสถียรภาพบีโอบีโอของระบบควบคุมวงปิด คือ

$$\|u_{PI}(nT)\| \leq \|\Delta u_{PI}(nT)\| + M_{PI} \leq \alpha_{PI} \cdot \|e(nT)\| + \beta_{PI} + M_{PI} \quad (4.6)$$

$$\|u_{PD}(nT)\| = \|\Delta u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\| \leq \alpha_{PD} \cdot \|e(nT)\| + \beta_{PD} \quad (4.7)$$

$$\|u(nT)\| = \|u_{PID}(nT)\| \leq \left( \frac{\alpha_{PI} + \alpha_{PD}}{2} \right) \cdot \|e(nT)\| + \left( \frac{\beta_{PI} + \beta_{PD} + M_{PI}}{2} \right) \quad (4.8)$$

$$\|y(nT)\| = \|P \cdot u(nT)\| \leq \|P\| \cdot \|u_{PID}(nT)\| \quad (4.9)$$

โดยที่  $\beta_{PI}, \beta_{PD} \geq 0$  และ  $M_{PI} = \|u_{PI}(nT-T)\|$  เมื่อหาค่าของค่าผิดพลาด  $\|e(nT)\|$  จากสมการที่(4.6)ถึงสมการที่(4.9) จะได้

$$\|e(nT)\| \leq \frac{\|sp(nT)\| + \|P\| \cdot \left( \frac{\beta_{PI} + \beta_{PD} + M_{PI}}{2} \right)}{1 - \left( \frac{\alpha_{PI} + \alpha_{PD}}{2} \right) \cdot \|P\|} \quad (4.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานี้ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น เงื่อนไขเสถียรภาพบีโอบีโอของระบบควบคุมแอมคานีฟิชซีพีโอ+พีดีคือ

$$\left( \frac{\alpha_{PI} + \alpha_{PD}}{2} \right) \cdot \|P\| < 1 \quad (4.11)$$

โดยที่  $\alpha_{PI}$  และ  $\alpha_{PD}$  หาได้จากนอร์มของตัวควบคุมฟิชซีพีโอและนอร์มของตัวควบคุมฟิชซีพีดีตามลำดับ ซึ่งจะแสดงการหาค่า  $\alpha_{PI}$  และ  $\alpha_{PD}$  ในหัวข้อต่อไป

### 4.3 นอร์มของตัวควบคุมฟิชซีพีโอ

จากผลลัพธ์ของการดีฟิชซีพีเคชันในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.5 พบว่าการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมฟิชซีพีโอในบริเวณของ IC1 คือ

$$\Delta u_{PI}(nT) = \frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)} \quad (4.12)$$

เมื่อนอร์มของ  $\Delta u_{PI}(nT)$  จะได้ว่า

$$\|\Delta u_{PI}(nT)\| = \left\| \frac{hK_i e(nT) + hK_p \Delta e(nT)}{L - 2K_p \Delta e(nT)} \right\| \quad (4.13)$$

บริเวณของ IC1 นอร์มของ  $\Delta u_{PI}(nT)$  มีค่ามากที่สุด เมื่อ  $K_p \Delta e(nT) = 0$  ซึ่งจะได้

$$\|\Delta u_{PI}(nT)\| \leq \left| \frac{hK_i + hK_p}{L} \right| \cdot \|e(nT)\| + \left| \frac{hK_p}{L} \right| \cdot \|e(nT - T)\| \quad (4.14)$$

แทน  $M_e = \sup_{n \geq 1} |e(nT - T)|$  จะได้ว่า

$$\|\Delta u_{PI}(nT)\| \leq \alpha_{PI} \cdot \|e(nT)\| + \beta_{PI} \quad (4.15)$$

โดยที่  $\alpha_{PI} = \left| \frac{hK_i + hK_p}{L} \right|$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมฟิชซีพีโอ และ  $\beta_{PI} = \left| \frac{hK_p}{L} \right| \cdot M_e$  คือค่าคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับ  $\|\Delta u_{PI}(nT)\|$  ของบริเวณ IC2 ถึง IC28 จะสามารถหาได้ในทำนองเดียวกัน ค่าออร์ม  $\alpha_{PI}$  ของตัวควบคุมพีซีพีไอทั้ง 28 บริเวณที่หาได้นั้น คือค่าออร์มมากที่สุดในแต่ละบริเวณ และสามารถจัดสรุปค่าออร์มทั้งหมดได้ 10 กลุ่ม ดังแสดงในตารางที่ 4.1 ซึ่งกลุ่มที่ 1 ถึง 9 จะใช้เป็นสูตรในการคำนวณค่าออร์ม  $\alpha_{PI}$  ของตัวควบคุมพีซีพีไอ

ตารางที่ 4.1 ค่าออร์มของตัวควบคุมพีซีพีไอ

| กลุ่มที่ | บริเวณของ IC                          | $\alpha_{PI}$                    |
|----------|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1        | IC1,IC4,IC5,IC8<br>IC9,IC10,IC13,IC14 | $\frac{ hK_i + hK_p }{L}$        |
| 2        | IC2,IC6                               | $\frac{ hK_i + (H + h)K_p }{L}$  |
| 3        | IC3,IC7                               | $\frac{ (H + h)K_i + hK_p }{L}$  |
| 4        | IC11,IC15                             | $\frac{ -hK_i + (H - h)K_p }{L}$ |
| 5        | IC12,IC16                             | $\frac{ (H - h)K_i - hK_p }{L}$  |
| 6        | IC17,IC21                             | $\frac{ hK_p }{L}$               |
| 7        | IC18,IC22                             | $\frac{ (H - h)K_p }{L}$         |
| 8        | IC19,IC23                             | $\frac{ (H - h)K_i }{L}$         |
| 9        | IC20,IC24                             | $\frac{ hK_i }{L}$               |
| 10       | IC25,IC26,IC27,IC28                   | 0                                |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4 นอร์มของตัวควบคุมพีชชีพีดี

จากผลลัพธ์ของการดีพีชชีพีเคชันในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.5 พบว่าการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมพีชชีพีดีในบริเวณของ IC1 คือ

$$\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) = \frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)} \quad (4.16)$$

เมื่อนำนอร์มของ  $u_{PD}(nT)$  จะได้

$$\|u_{PD}(nT)\| = \|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\| \quad (4.17)$$

โดยที่  $\tilde{\Delta}u_{PD}(nT)$  คือการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุทของตัวควบคุมพีชชีพีดีในบริเวณของ IC1 ดังนั้น  $\|u_{PD}(nT)\|$  ในบริเวณของ IC1 คือ

$$\|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\| = \left\| \frac{hK_p e(nT) + hK_d \Delta e(nT)}{L - 2K_d \Delta e(nT)} \cdot K_{upd} \right\| \quad (4.18)$$

ในบริเวณของ IC1  $\|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\|$  จะมีค่ามากที่สุด เมื่อ  $K_d \Delta e(nT) = 0$  ซึ่งจะได้

$$\|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\| \leq \left| \frac{hK_p + hK_d}{L} \right| \cdot K_{upd} \cdot \|e(nT)\| + \left| \frac{hK_d K_{upd}}{L} \right| \cdot \|e(nT - T)\| \quad (4.19)$$

แทน  $M_e = \sup_{n \geq 1} |e(nT - T)|$  จะได้

$$\|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\| \leq \alpha_{PD} \cdot \|e(nT)\| + \beta_{PD} \quad (4.20)$$

โดยที่  $\alpha_{PD} = \left| \frac{hK_p + hK_d}{L} \right| K_{upd}$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมพีชชีพีดี และ  $\beta_{PD} = \left| \frac{hK_d K_{upd}}{L} \right| \cdot M_e$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในบริเวณของ IC2 ถึง IC28 จะสามารถหา  $\|\tilde{\Delta}u_{PD}(nT) \cdot K_{upd}\|$  ได้ในทำนองเดียวกัน ซึ่งค่าออร์ม  $\alpha_{PD}$  ของตัวควบคุมพีซีพีดีทั้ง 28 บริเวณ คือค่าออร์มมากที่สุดในแต่ละบริเวณ และสามารถจัดสรุปค่าออร์มทั้งหมดได้ 10 กลุ่ม ดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่งกลุ่มที่ 1 ถึง 9 จะใช้เป็นสูตรคำนวณค่าออร์ม  $\alpha_{PD}$  ของตัวควบคุมพีซีพีดี

ตารางที่ 4.2 ค่าออร์มของตัวควบคุมพีซีพีดี

| กลุ่มที่ | บริเวณของ IC                          | $\alpha_{PD}$                          |
|----------|---------------------------------------|--|
| 1        | IC1,IC4,IC5,IC8<br>IC9,IC10,IC13,IC14 | $\frac{ hK_p + hK_d }{L} K_{upd}$      |
| 2        | IC2,IC6                               | $\frac{ hK_p + (H+h)K_d }{L} K_{upd}$  |
| 3        | IC3,IC7                               | $\frac{ (H+h)K_p + hK_d }{L} K_{upd}$  |
| 4        | IC11,IC15                             | $\frac{ -hK_p + (H-h)K_d }{L} K_{upd}$ |
| 5        | IC12,IC16                             | $\frac{ (H-h)K_p - hK_d }{L} K_{upd}$  |
| 6        | IC17,IC21                             | $\frac{ hK_d }{L} K_{upd}$             |
| 7        | IC18,IC22                             | $\frac{ (H-h)K_d }{L} K_{upd}$         |
| 8        | IC19,IC23                             | $\frac{ (H-h)K_p }{L} K_{upd}$         |
| 9        | IC20,IC24                             | $\frac{ hK_p }{L} K_{upd}$             |
| 10       | IC25,IC26,IC27,IC28                   | 0                                      |

ดังนั้น ในการออกแบบระบบควบคุมแอมคานีพีซีพีไอ+พีดีให้มีเสถียรภาพ จะต้องเลือกค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแอมคานีพีซีพีไอ+พีดี  $K_p, K_i, K_d, K_{upd}, H, h$  และ  $L$  ให้ได้ค่า  $\alpha_{PI}$  และ  $\alpha_{PD}$  ที่สอดคล้องกับสมการที่ 4.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

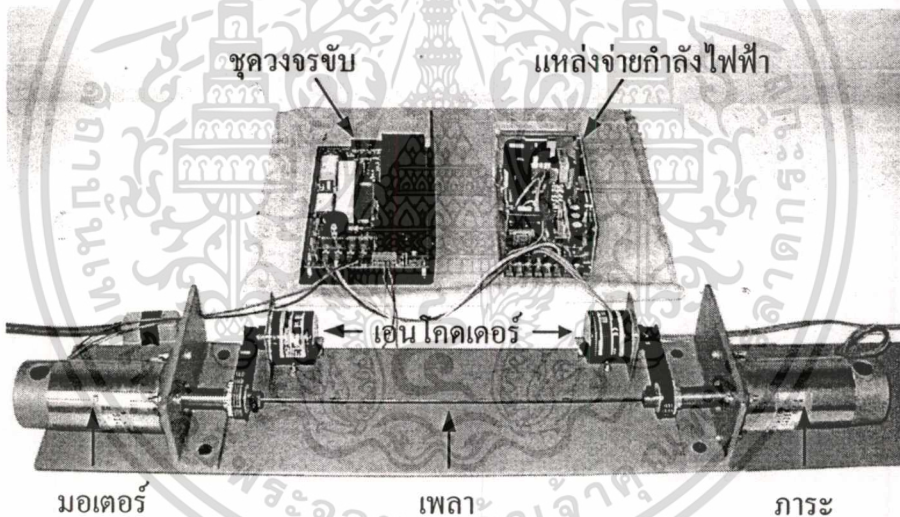
## บทที่ 5

### การจำลองและการทดลองระบบควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดสอบการทำงานของระบบควบคุมแมมดานิฟชชีพีไอ+พีดี โดยนำตัวควบคุมแมมดานิฟชชีพีไอ+พีดีไปควบคุมความเร็วมอเตอร์ของระบบสองมวล เนื้อหาในบทนี้จะอธิบายถึงโครงสร้างของระบบสองมวล ผลการจำลองและผลการทดลองระบบควบคุม

#### 5.1 โครงสร้างของระบบสองมวล

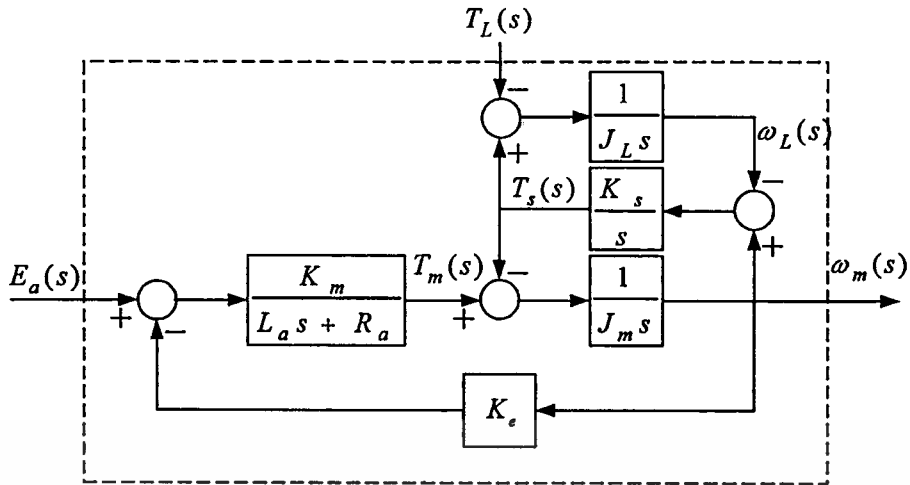
ระบบสองมวลประกอบด้วยมอเตอร์ทำหน้าที่ขับเคลื่อนเพลา ภาระทำหน้าที่เป็นตัวถูกขับเคลื่อนด้วยเพลา และเพลาทำหน้าที่ต่อคู่ควบระหว่างมอเตอร์กับภาระ ซึ่งมีโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 โครงสร้างของระบบสองมวล

ในการจำลองเพื่อหาผลตอบสนองของระบบสองมวลที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแมมดานิฟชชีพีไอ+พีดี จะต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสองมวลก่อน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ การหาแบบจำลองดังกล่าวจะเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วมอเตอร์  $\omega_m(s)$  ที่ขับเคลื่อนเพลา กับแรงดันไฟฟ้า  $E_d(s)$  ที่ป้อนให้มอเตอร์ ซึ่งมีบล็อกไดอะแกรมแสดงดังรูปที่ 5.2 (รายละเอียดของส่วนประกอบและการวิเคราะห์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสองมวลอยู่ในภาคผนวก ก.)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบสองมวล

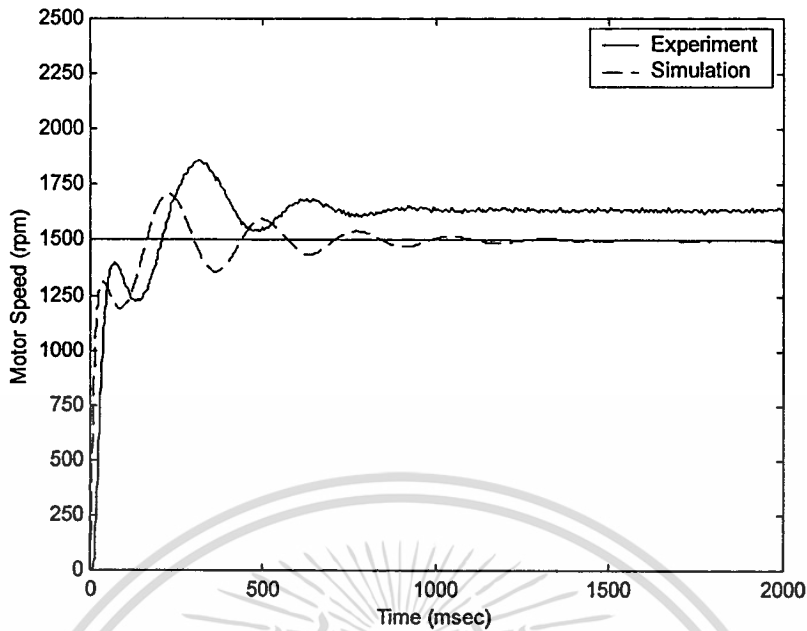
จากบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 5.2 อินพุตของระบบสองมวล คือแรงดันไฟฟ้าอินพุต  $E_a(s)$  มีหน่วยเป็นโวลต์ และเอาต์พุตของระบบสองมวลคือความเร็วของมอเตอร์  $\omega_m(s)$  มีหน่วยเป็น 1000รอบต่อนาที ( $krpm$ ) เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ของระบบสองมวลที่แสดงในตารางที่ 5.1 ลงในสมการ ก.11 แล้ว จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้สำหรับจำลองหาผลตอบสนองสำหรับความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆในรูปที่ 5.2 ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์ของระบบสองมวล

| $R_a$<br>$\Omega$ | $L_a$<br>$mH$ | $K_e$<br>$v / krpm$ | $K_m$<br>$N - cm / A$ | $J_m$<br>$kg - cm^2$ | $J_L$<br>$kg - cm^2$ | $K_s$<br>$N - m / rad$ |
|-------------------|---------------|---------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 0.25              | 0.1           | 4                   | 3.8                   | 0.7                  | 0.7                  | 3.5                    |

การจำลองเพื่อหาผลตอบสนองของระบบสองมวลนั้น จะกำหนดให้แรงบิดการรบกวน (disturbance torque)  $T_L(s) = 0$  และกำหนดให้ความเร็วของมอเตอร์ที่จะควบคุมคือ 1500 รอบต่อนาที เมื่อใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้หาไว้แล้วมาคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้าอินพุต  $E_a(s)$  เพื่อนำไปใช้ควบคุมมอเตอร์ให้ได้ความเร็วตามที่กำหนดนั้น พบว่า จะต้องป้อนสัญญาณอินพุตของระบบสองมวล  $E_a(s)$  เป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงขนาด 6 โวลต์ ดังนั้น เมื่อจำลองและทดลองป้อนสัญญาณอินพุต  $E_a(s)$  ด้วยค่าดังกล่าวและเก็บสัญญาณเอาต์พุตของระบบสองมวล  $\omega_m(s)$  เป็นค่าความเร็วเชิงมุม โดยไม่มีการป้อนกลับจะได้ผลการจำลองและผลการทดลองของการควบคุมความเร็วระบบสองมวลแสดงดังรูปที่ 5.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.3 ผลตอบสนองระบบควบคุมวงเปิดของการควบคุมความเร็วระบบสองมวล

จากรูปที่ 5.3 ผลตอบสนองของการควบคุมความเร็วที่ได้จากการทดลองแสดงโดยเส้นทึบ และผลตอบสนองของการควบคุมความเร็วที่ได้จากการจำลองแสดงโดยเส้นประ พบว่า ที่สภาวะชั่วครู่(transient state)ผลตอบสนองของการจำลองจะมีค่าใกล้เคียงกับผลตอบสนองของการทดลอง และที่สภาวะคงตัว(steady state)ผลตอบสนองของการจำลองจะมีระดับสัญญาณเอาต์พุตต่ำกว่าผลตอบสนองของการทดลอง ซึ่งผลตอบสนองของการจำลองที่ได้ นั้น มีความคลาดเคลื่อนจากผลการทดลองอยู่บ้างแต่ไม่มาก ดังนั้น จากความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเอาต์พุต  $\omega_m(s)$  กับสัญญาณอินพุต  $E_a(s)$  ของระบบสองมวล นั่นคือ

$$P(s) = \frac{\omega_m(s)}{E_a(s)} \quad (5.1)$$

เมื่อแปลงแซด(z-transform)ของ  $P(s)$  โดยใช้คาบเวลาการสุ่ม  $T = 0.001$  วินาที และใช้อุปกรณ์จับระดับสัญญาณอันดับศูนย์(zero-order hold) แล้วหาค่าอินฟินิตี นอร์มของระบบสองมวลจะได้

$$\|P(z)\| = \sup_{|z|=1} \left| \frac{\omega_m(z)}{E_a(z)} \right| = 0.25 \quad (5.2)$$

โดยที่รายละเอียดของการหา  $\|P(z)\|$  อยู่ในภาคผนวก ข.  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการจำลองและการทดลองควบคุมความเร็วมอเตอร์ของระบบสองมวลที่ 1500 รอบต่อนาที จะเปรียบเทียบความแตกต่างของผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมแอมปานีพีซีพีไอ+พีดีกับผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดี โดยใช้คาบเวลาการสุ่ม  $T = 0.001$  วินาที วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้วิธีทดลองผิดทดลองถูก(trial and error method) หาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดีเพื่อนำไปใช้ควบคุมความเร็วมอเตอร์ของระบบสองมวล โดยจำลองระบบควบคุมพีไอดีและปรับตัวควบคุมพีไอดีให้ระบบมีผลตอบสนองที่ไม่มีค่าพุ่งเกิน(overshoot) พบว่า  $K_c = 0.2, T_i = 0.015$  วินาที และ  $T_d = 0.0002$  วินาที แล้วนำค่า  $T, K_c, T_i$  และ  $T_d$  ดังกล่าวไปหาค่าเกน  $K_p, K_i, K_d$  และ  $K_{upd}$  ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแอมปานีพีซีพีไอ+พีดี จะได้ค่าเกน  $K_p = 0.187, K_i = 0.027, K_d = 0.075$  และ  $K_{upd} = 1.07$  เมื่อเลือกค่าพารามิเตอร์  $H = 0.04, h = 0.03$  และ  $L = 0.015$  ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพสมการที่ 4.11 โดยใช้สูตรในตารางที่ 4.1 และ ตารางที่ 4.2 คำนวณหาค่านอร์มของ  $\alpha_{PI}$  และ  $\alpha_{PD}$  ตามลำดับ จะได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 ค่านอร์มของตัวควบคุมพีซีพีไอและพีดี

| กลุ่มที่ | บริเวณของIC                        | $\alpha_{PI}$ | $\alpha_{PD}$ |
|----------|------------------------------------|---------------|---------------|
| 1        | IC1,IC4,IC5,IC8,IC9,IC10,IC13,IC14 | 0.43          | 0.56          |
| 2        | IC2,IC6                            | 0.93          | 0.77          |
| 3        | IC3,IC7                            | 0.50          | 1.09          |
| 4        | IC11,IC15                          | 0.07          | 0.35          |
| 5        | IC12,IC16                          | 0.36          | 0.03          |
| 6        | IC17,IC21                          | 0.37          | 0.16          |
| 7        | IC18,IC22                          | 0.12          | 0.05          |
| 8        | IC19,IC23                          | 0.02          | 0.13          |
| 9        | IC20,IC24                          | 0.05          | 0.40          |
| 10       | IC25,IC26,IC27,IC28                | 0.00          | 0.00          |

จากตารางที่ 5.2 ค่านอร์มของตัวควบคุมพีซซีพีไอและพีดีมีค่ามากที่สุดคือ  $\alpha_{PI} = 0.93$  และ  $\alpha_{PD} = 1.09$  ตามลำดับ เมื่อแทนค่านอร์มของตัวควบคุมและ  $\|P(z)\| = 0.25$  ในเงื่อนไขเสถียรภาพ

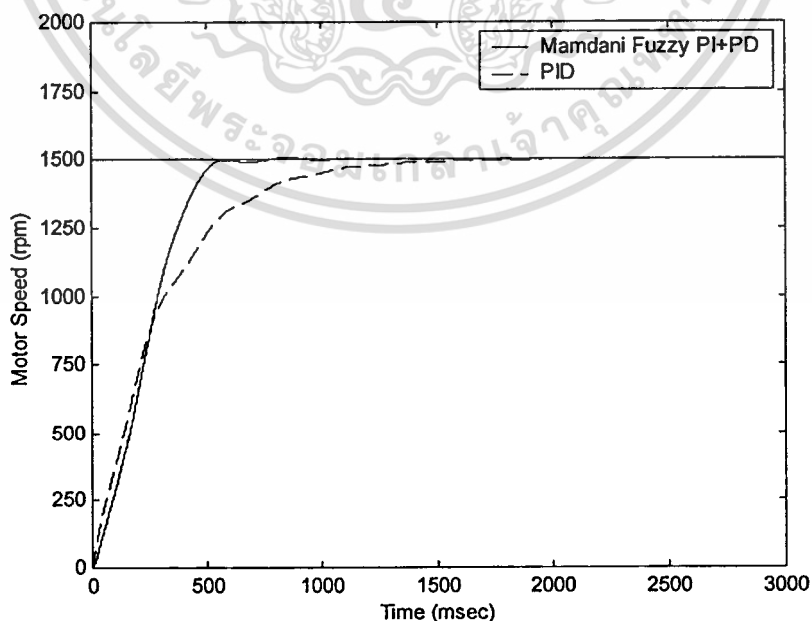
$$\left( \frac{\alpha_{PI} + \alpha_{PD}}{2} \right) \cdot \|P\| < 1$$

จะได้  $0.2525 < 1$  ซึ่งแสดงว่าระบบควบคุมแมมดานิพีซซีพีไอ+พีดีมีเสถียรภาพ หลังจากนั้นทำการจำลองระบบควบคุมเพื่อทดสอบสมรรถนะการควบคุม ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

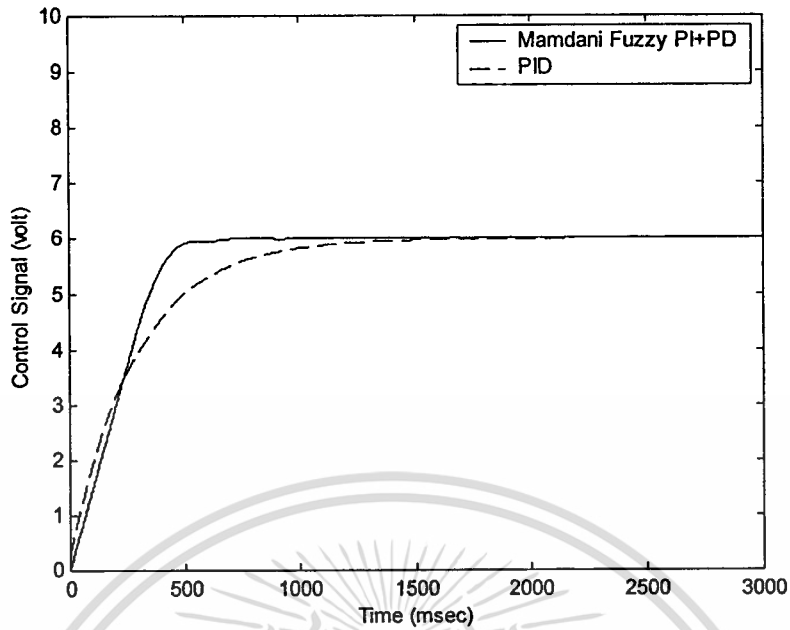
สำหรับกรณีที่เกน  $K_p, K_i, K_d$  ถูกออกแบบให้มีค่าเท่ากัน ผู้ออกแบบสามารถใช้วิธีคำนวณค่าผลรวมระหว่าง  $\alpha_{PI}$  กับ  $\alpha_{PD}$  ในกลุ่มเดียวกันได้ เนื่องจากอินพุตของตัวควบคุมพีซซีทั้งสองส่วนที่ตรวจวัดได้จะอยู่ในบริเวณอินพุตสเปซเดียวกัน ดังนั้นจึงสามารถเลือกค่าผลรวมระหว่าง  $\alpha_{PI}$  กับ  $\alpha_{PD}$  ของกลุ่มที่มากที่สุดแทนลงในเงื่อนไขเสถียรภาพดังกล่าวได้

## 5.2 ผลการจำลองระบบควบคุม

นำตัวควบคุมแมมดานิพีซซีพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ได้ออกแบบไว้ข้างต้นไปจำลองควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาที ผลตอบสนองของระบบควบคุม และสัญญาณควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.4 และรูปที่ 5.5 ตามลำดับ



เอกสารนี้เป็นรูปที่ 5.4 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที การคำนวณค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.5 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที

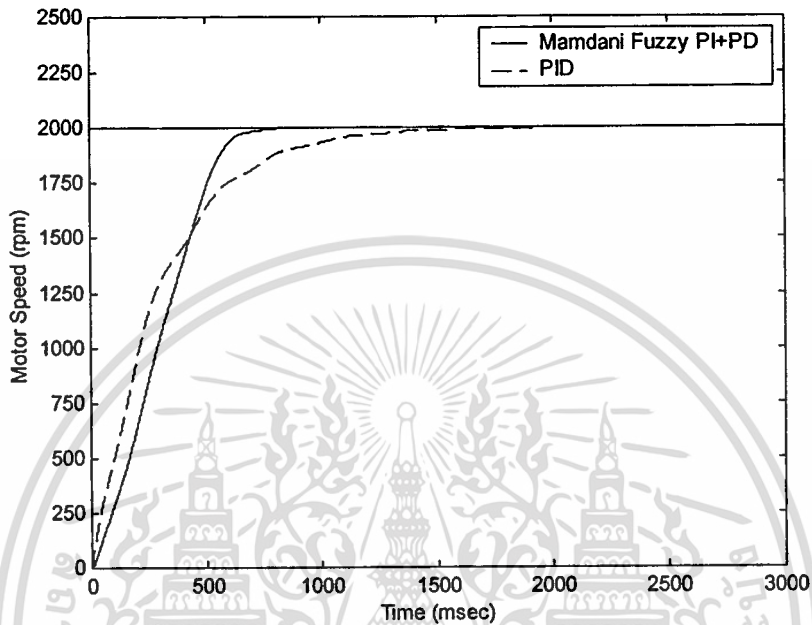
เมื่อพิจารณาผลการจำลองจากรูปที่ 5.4 พบว่าตัวควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองลู่เข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดี แต่ที่สถานะชั่วคราวให้ผลตอบสนองช้าและที่สถานะคงตัวผลตอบสนองแกว่งเล็กน้อย ในขณะที่ผลตอบสนองของระบบควบคุมพีไอดีไม่แกว่ง ตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองไม่มีค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัวและไม่มีค่าพุ่งเกิน โดยที่สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที แสดงได้ดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที

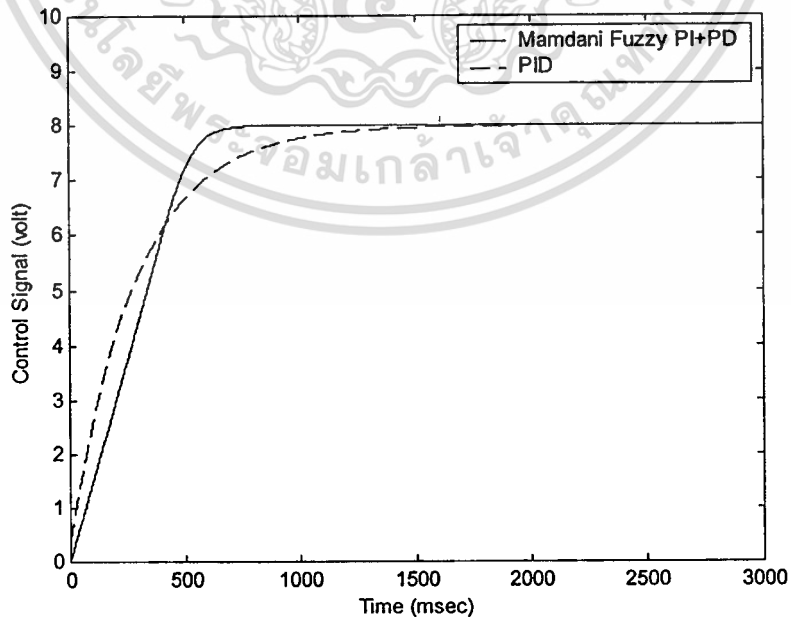
| Controller Type     | Rise time (msec) | Settling time (msec) | Overshoot (percent) |
|---------------------|------------------|----------------------|---------------------|
| Mamdani Fuzzy PI+PD | 390.85           | 506.50               | 0                   |
| PID                 | 632.90           | 1110.85              | 0                   |

การจำลองต่อไป จะนำตัวควบคุมแมมดานิพีซีพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ออกแบบเพื่อควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาทีไปจำลองควบคุมความเร็ว 2000 รอบต่อนาที และความเร็ว 1000 รอบต่อนาที โดยไม่เปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม เพื่อศึกษาความสามารถไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของตัวควบคุมว่า เมื่อนำไปควบคุมที่สัญญาณอ้างอิงอื่นจะยังสามารถควบคุมได้หรือไม่ ซึ่งผลตอบสนองและสัญญาณควบคุมของระบบควบคุมความเร็ว 2000 รอบต่อนาที แสดงดังรูปที่ 5.6 และรูปที่ 5.7 ตามลำดับ



รูปที่ 5.6 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที

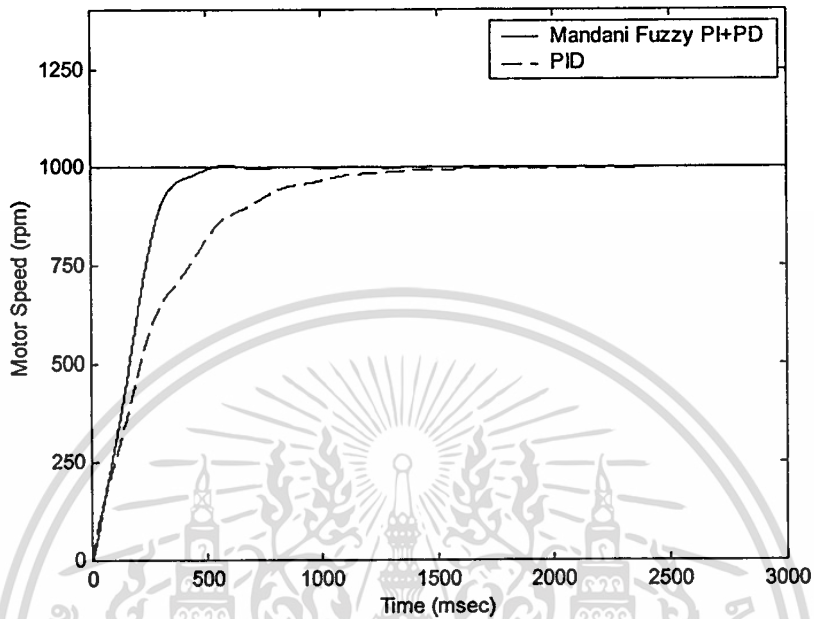


รูปที่ 5.7 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที

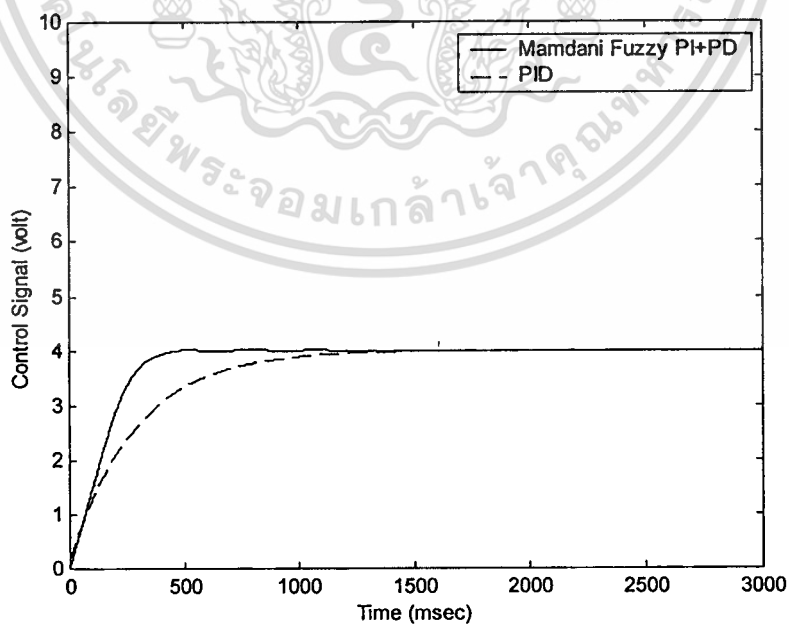
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที ผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุม แสดงดังรูปที่ 5.8 และรูปที่ 5.9 ตามลำดับดังต่อไปนี้



รูปที่ 5.8 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที



รูปที่ 5.9 สัญญาณควบคุมเมื่อจำลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที

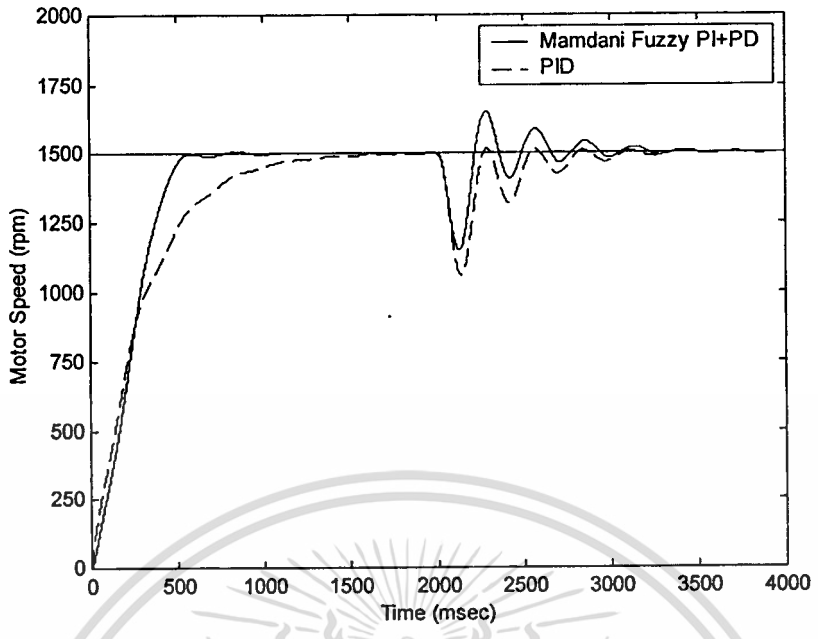
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการจำลองการควบคุม โดยใช้ตัวควบคุมแมมดานิฟuzzyพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ออกแบบเพื่อควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาทีไปจำลองควบคุมความเร็ว 2000 รอบต่อนาที และ 1000 รอบต่อนาที พบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมความเร็วดังกล่าวได้ โดยตัวควบคุมแมมดานิฟuzzyพีไอ+พีดีสามารถควบคุมให้ได้ผลตอบสนองของระบบเร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดี แต่ค่าเวลาไต่ขึ้น(rise time)และค่าเวลาเข้าที่(settling time)ของผลตอบสนองระบบควบคุมแมมดานิฟuzzyพีไอ+พีดีที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที และ 1000 รอบต่อนาที จะมีค่าแตกต่างกัน และที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที ผลตอบสนองของระบบควบคุมแมมดานิฟuzzyพีไอ+พีดีจะมีค่าพุ่งเกิน ในขณะที่ค่าเวลาไต่ขึ้นและค่าเวลาเข้าที่ของผลตอบสนองระบบควบคุมพีไอดีที่ความเร็วดังกล่าวจะมีค่าไม่แตกต่างกันและไม่มีค่าพุ่งเกิน สามารถแสดงสมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็วดังกล่าว ได้ดังตารางที่ 5.4

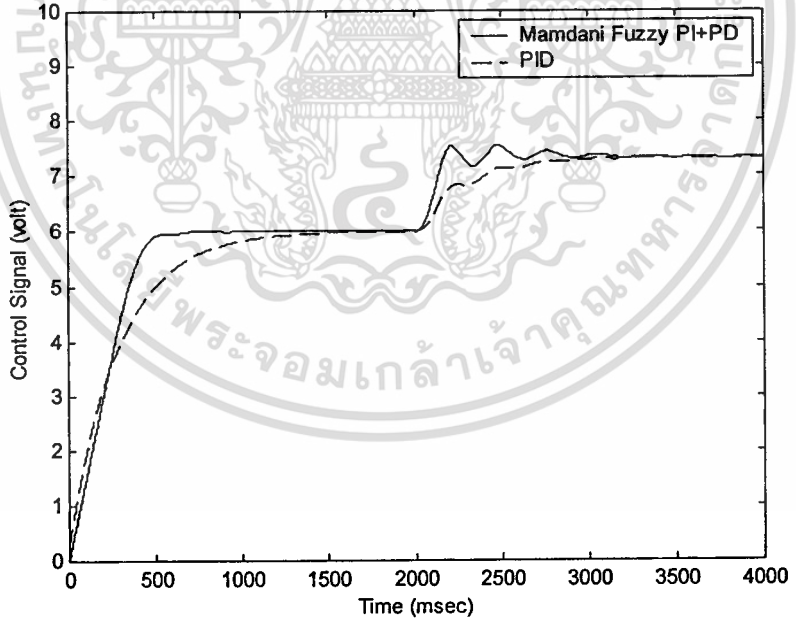
ตารางที่ 5.4 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองที่ความเร็ว 2000 และ 1000 รอบต่อนาที

| Motor speed<br>(rpm) | Controller<br>Type  | Rise time<br>(msec) | Settling time<br>(msec) | Overshoot<br>(percent) |
|----------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|------------------------|
| 2000                 | Mamdani Fuzzy PI+PD | 453.65              | 630.00                  | 0                      |
|                      | PID                 | 684.23              | 1110.85                 | 0                      |
| 1000                 | Mamdani Fuzzy PI+PD | 528.50              | 442.67                  | 0.572                  |
|                      | PID                 | 648.53              | 1110.85                 | 0                      |

ต่อไปจะนำตัวควบคุมแมมดานิฟuzzyพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ออกแบบเพื่อควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาทีไปจำลองควบคุมระบบที่มีการรบกวน เพื่อทดสอบความสามารถการขจัดอิทธิพลของการรบกวนว่า เมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบกลับเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้หรือไม่ และในการจำลองได้กำหนดให้  $T_L = 0.2$  นิวตัน-เมตร เป็นแรงบิดการรบกวนเข้ามาในระบบที่เวลา 2000 มิลลิวินาที ซึ่งผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.10 และรูปที่ 5.11 ตามลำดับ



รูปที่ 5.10 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการจำลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ



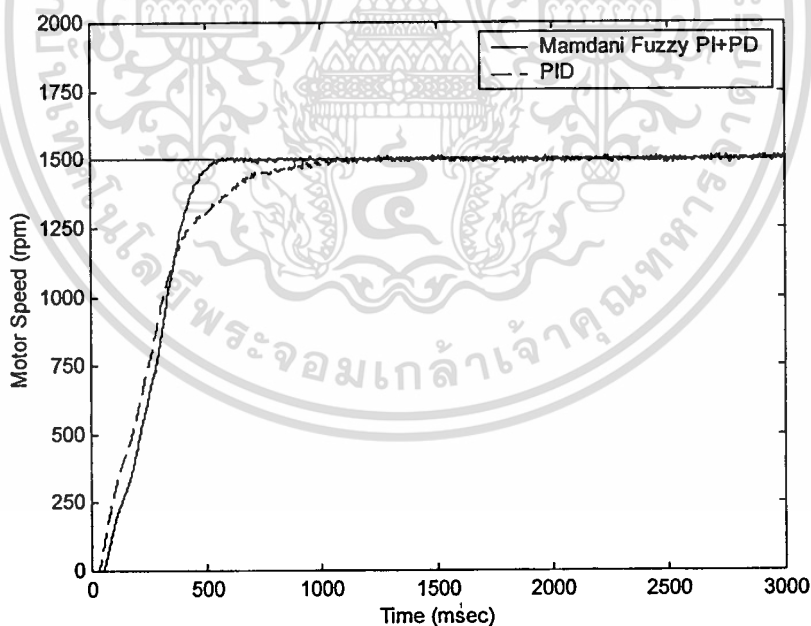
รูปที่ 5.11 สัญญาณควบคุมที่ได้จากการจำลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

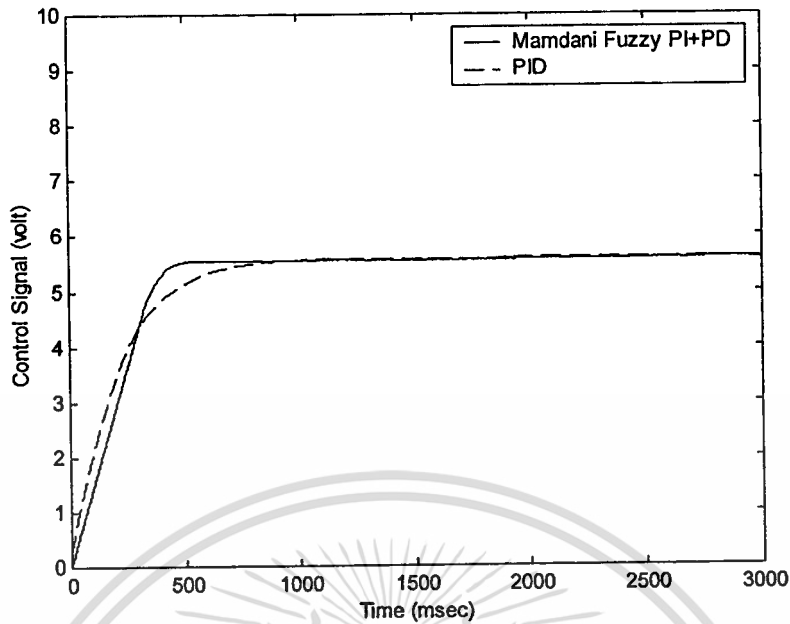
จากผลการจำลอง พบว่าตัวควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบลู่เข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดี และเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบที่เวลา 2000 มิลลิวินาที ตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบกลับเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้ ซึ่งผลตอบสนองของระบบควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดีมีการแกว่งมากกว่าผลตอบสนองของระบบควบคุมพีไอดีเล็กน้อย

### 5.3 ผลการทดลองระบบควบคุม

เมื่อรู้แนวโน้มผลตอบสนองของระบบควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดีและพีไอดีจากการจำลองระบบควบคุมแล้ว อันดับต่อไปจะทำการทดลองระบบควบคุมเพื่อทดสอบดูว่า ในทางปฏิบัติ ตัวควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ได้ออกแบบไว้แล้วสามารถควบคุมความเร็วของระบบสองมวลได้หรือไม่ ซึ่งผลการทดลองควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาที ได้ผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.12 และรูปที่ 5.13 ตามลำดับ



รูปที่ 5.12 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที



รูปที่ 5.13 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที

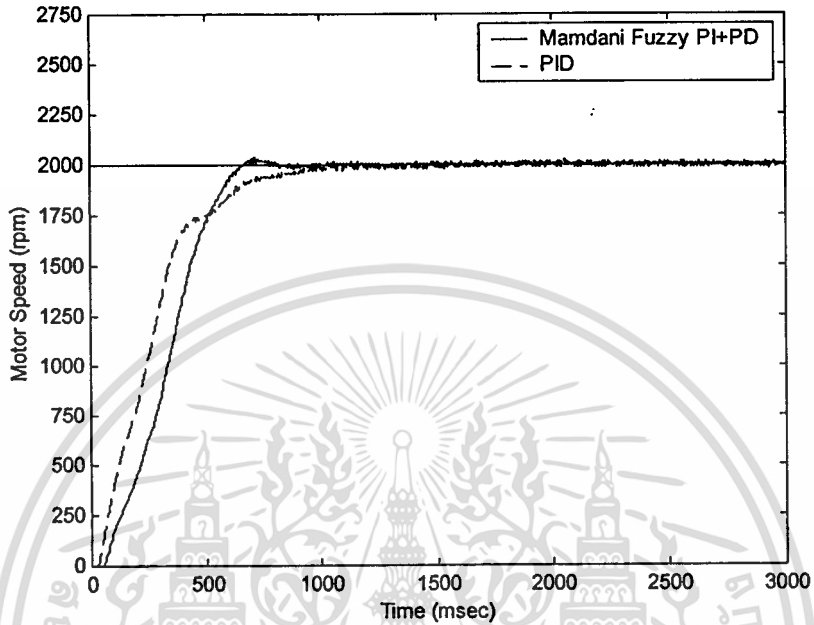
จากผลการทดลองในรูปที่ 5.12 พบว่า ที่สภาวะชั่วคราวตัวควบคุมพีไอดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองเร็วกว่าตัวควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดี แต่เมื่อผลตอบสนองของทั้งสองระบบเข้าใกล้ระดับสัญญาณอ้างอิง ตัวควบคุมแมมดานิฟัซซีพีไอ+พีดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดี และตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองไม่มีค่าพุ่งเกินและไม่มีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที แสดงได้ดังตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที

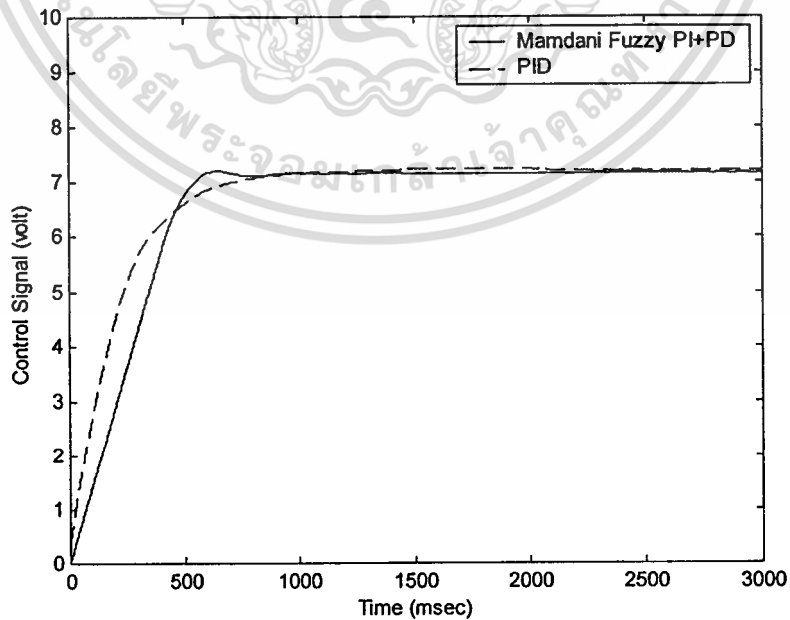
| Controller Type     | Rise time (msec) | Settling time (msec) | Overshoot (percent) |
|---------------------|------------------|----------------------|---------------------|
| Mamdani Fuzzy PI+PD | 331.21           | 509.00               | 0                   |
| PID                 | 497.48           | 860.00               | 0                   |

การทดลองต่อไป จะเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมเมื่อเปลี่ยนแปลงความเร็วที่จะควบคุมเป็นความเร็ว 2000 รอบ ต่อ นาที และ 1000 รอบ ต่อ นาที โดยไม่เปลี่ยนแปลงเอกสารค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำตัวควบคุมแมมดานิฟัซซี่พีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีไปทดลองควบคุมความเร็ว 2000 รอบต่อนาที จะได้ผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.14 และรูปที่ 5.15 ตามลำดับ



รูปที่ 5.14 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที

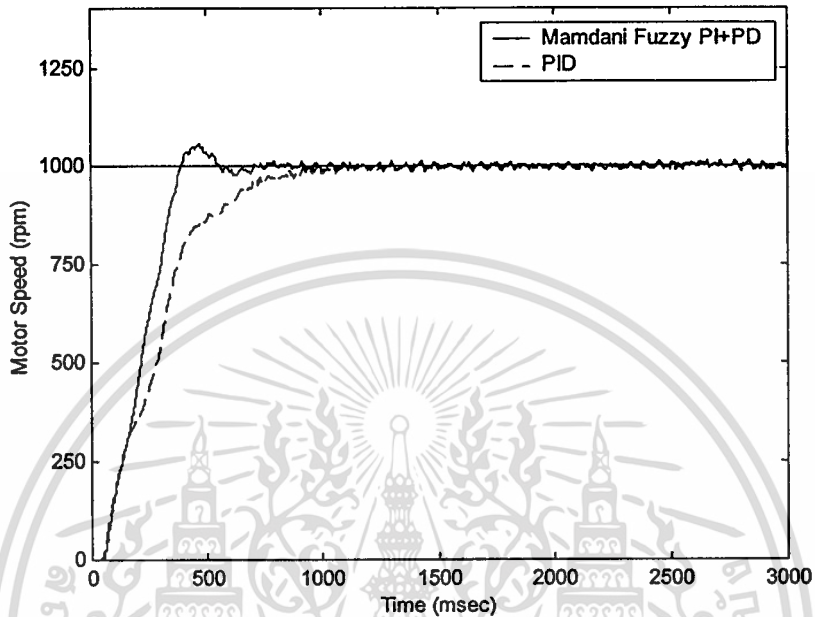


รูปที่ 5.15 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 2000 รอบต่อนาที

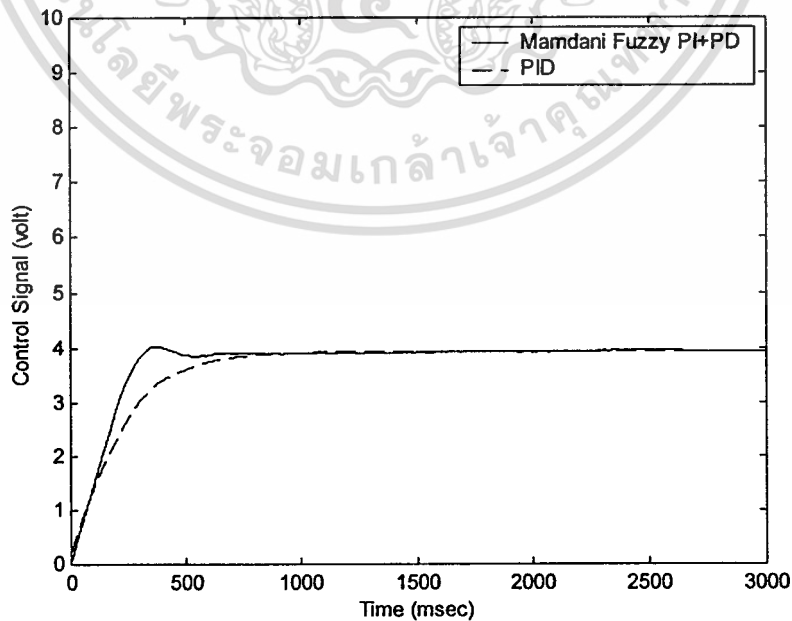
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อไปจะเป็นการทดลองควบคุมความเร็ว 1000 รอบต่อนาที โดยใช้ตัวควบคุมแมมดานิ ฟัซซีพีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุมแสดง ดังรูปที่ 5.16 และ รูปที่ 5.17 ตามลำดับ



รูปที่ 5.16 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที



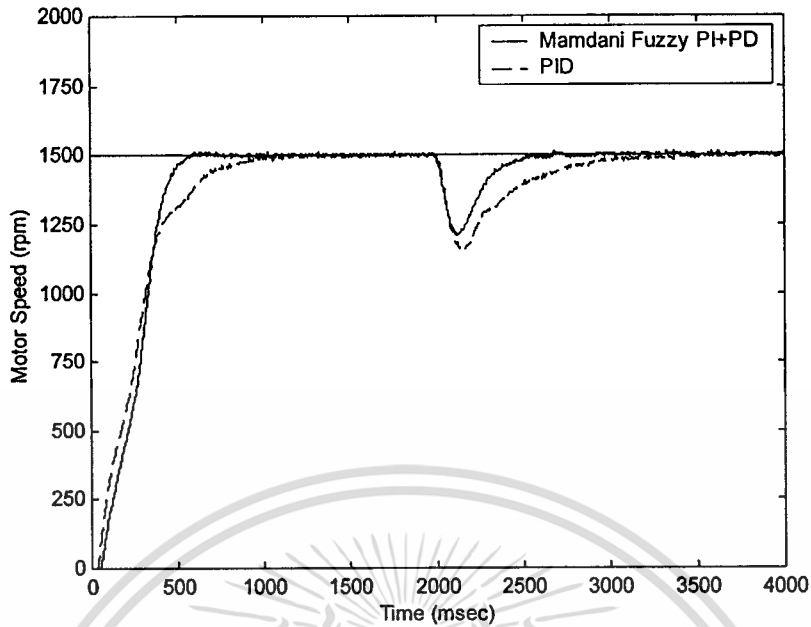
เอกสารนี้เป็นเอกสารรูปที่ 5.17 สัญญาณควบคุมเมื่อทดลองระบบควบคุมที่ความเร็ว 1000 รอบต่อนาที ด้านการคำนวณ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการทดลองการควบคุม โดยใช้ตัวควบคุมแมมดานิฟัซซี่พีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีไปทดลองควบคุมความเร็วที่ 2000 รอบต่อนาที และ 1000 รอบต่อนาที พบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมความเร็วดังกล่าวได้ โดยตัวควบคุมแมมดานิฟัซซี่พีไอ+พีดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดีโดยมีค่าพุ่งเกินเล็กน้อย ในขณะที่ตัวควบคุมพีไอดีสามารถควบคุมผลตอบสนองของระบบไม่มีค่าพุ่งเกินแต่ใช้เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวนานกว่า สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองดังกล่าวแสดงดังตารางที่ 5.6

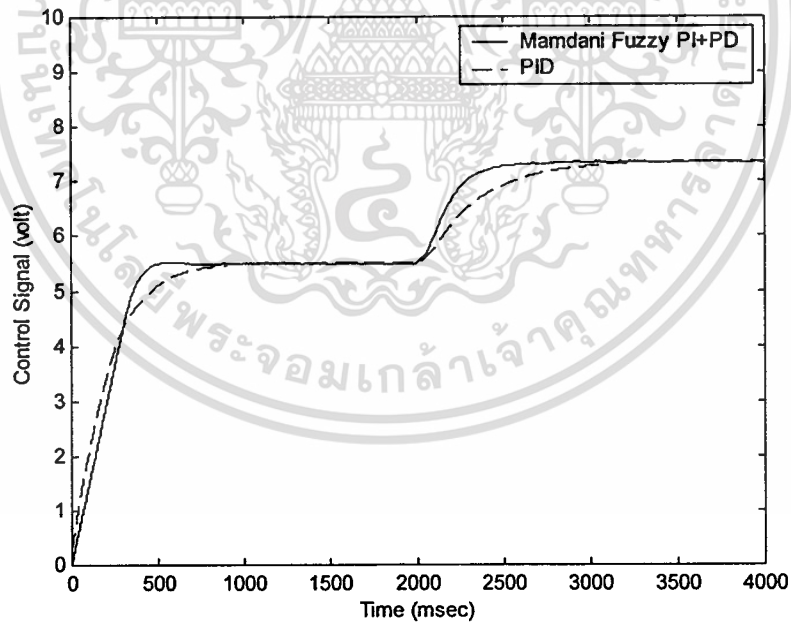
ตารางที่ 5.6 สมรรถนะของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองที่ความเร็ว 2000 และ 1000 รอบต่อนาที

| Motor speed<br>(rpm) | Controller<br>Type  | Rise time<br>(msec) | Settling time<br>(msec) | Overshoot<br>(percent) |
|----------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|------------------------|
| 2000                 | Mamdani Fuzzy PI+PD | 611.00              | 631.00                  | 1.875                  |
|                      | PID                 | 496.58              | 918.00                  | 0                      |
| 1000                 | Mamdani Fuzzy PI+PD | 337.72              | 634.00                  | 6                      |
|                      | PID                 | 497.85              | 909.00                  | 0                      |

การทดลองต่อไปจะนำตัวควบคุมแมมดานิฟัซซี่พีไอ+พีดีและตัวควบคุมพีไอดีที่ออกแบบเพื่อควบคุมความเร็ว 1500 รอบต่อนาทีไปทดลองควบคุมระบบที่มีการรบกวน เพื่อทดสอบความสามารถในการขจัดอิทธิพลของการรบกวนว่า เมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบกลับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้อย่างอิงได้หรือไม่ โดยไม่เปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และในการทดลองได้ใช้ค่าความต้านทาน  $0.5 \Omega$  ต่อคร่อมระหว่างขั้วของภาระเพื่อทำให้เกิดแรงบิดการรบกวนที่เวลา 2000 มิลลิวินาที ซึ่งผลตอบสนองของระบบควบคุมและสัญญาณควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.18 และรูปที่ 5.19 ดังต่อไปนี้



รูปที่ 5.18 ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ได้จากการทดลองเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ



รูปที่ 5.19 สัญญาณควบคุมที่ได้จากการทดลองระบบควบคุมเมื่อมีการรบกวนเข้ามาในระบบ

จากรูปที่ 5.18 พบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบกลับเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้ โดยตัวควบคุมแมมดานิพีซซีพีไอ+พีดีสามารถขจัดอิทธิพลของการรบกวนได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีไอดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

### สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดีซึ่งแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมพีชชีทั้งสองส่วนคือตัวควบคุมพีชชีพีโอและตัวควบคุมพีชชีพีดี สามารถใช้ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกอินพุต ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุต และกฎพีชชีเหมือนกันได้ จึงทำให้การออกแบบและปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีชชีทั้งสองส่วนง่ายขึ้น ความยุ่งยากในการวิเคราะห์เสถียรภาพลดลง และได้เงื่อนไขเสถียรภาพที่พอเพียงสำหรับการออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดี เมื่อทดสอบตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดีเปรียบเทียบกับตัวควบคุมพีโอดี โดยนำตัวควบคุมทั้งสองไปทดลองควบคุมความเร็วของระบบสองมวลที่ความเร็ว 1500 รอบต่อนาที โดยใช้ค่าเกนของตัวควบคุมพีโอดีที่ทำให้ระบบควบคุมพีโอดีมีผลตอบสนองไม่มีค่าพุ่งเกิน ไปเป็นค่าเกนของตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดีพบว่า ตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองเข้าสู่สภาวะอ้างอิงเร็วกว่าตัวควบคุมพีโอดี โดยไม่มีค่าพุ่งเกินและค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเหมือนกับตัวควบคุมพีโอดี นอกจากนี้ยังสามารถจัดอัตรืพลของการรบกวนได้เร็วกว่าตัวควบคุมพีโอดี และเมื่อนำตัวควบคุมทั้งสองไปควบคุมที่ความเร็ว 2000 และ 1000 รอบต่อนาทีโดยไม่เปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม พบว่า ตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดียังสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบเร็วกว่าตัวควบคุมพีโอดีโดยมีค่าพุ่งเกินเล็กน้อยและระบบยังคงมีเสถียรภาพ ในขณะที่ตัวควบคุมพีโอดีสามารถควบคุมให้ผลตอบสนองไม่มีค่าพุ่งเกินและมีเสถียรภาพเช่นเดียวกัน

ตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์มีข้อดีอยู่หลายประการดังกล่าวข้างต้น แต่พบว่าการออกแบบตัวควบคุมแมคานิกพีชชีพีโอ+พีดีนั้น มีพารามิเตอร์ที่จะต้องปรับแต่งคือ  $L$ ,  $H$  และ  $h$  เพราะฉะนั้น ข้อเสนอแนะในการปรับแต่งพารามิเตอร์ มีดังนี้

$L$  ซึ่งเป็นขอบเขตความคลุมเครือของฟังก์ชันการเป็นสมาชิกอินพุตของตัวควบคุมพีชชี ถ้าปรับน้อยจะทำให้ผลตอบสนองเร็วและมีการแกว่ง ถ้าปรับมากผลตอบสนองจะช้าลงแต่ระบบจะมีเสถียรภาพดีขึ้นและต้องไม่ปรับ  $L = 0$  เพราะจะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ

$H$  ซึ่งเป็นขอบเขตภายนอกของการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุตของตัวควบคุมพีชชี ถ้าปรับน้อยผลตอบสนองจะช้าลงและระบบจะมีเสถียรภาพเพิ่มขึ้น ถ้าปรับมากผลตอบสนองจะเร็วและระบบจะมีเสถียรภาพลดลง

$h$  ซึ่งเป็นขอบเขตภายในของการเปลี่ยนแปลงเอาท์พุตของตัวควบคุมพีชชี ถ้าปรับน้อยผลตอบสนองจะช้า ถ้าปรับมากผลตอบสนองจะเร็วและมีค่าพุ่งเกิน ซึ่งสามารถปรับได้ในช่วง

เอกสาร  $0 \leq h \leq H$  ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Guanrong Chen, Trung Tat Pham. **Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems.** Boca Raton : CRC Press. 2001.
- [2] Misir D., Malki H. A. and Chen G. "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional - Integral - Derivative Controller." *Fuzzy Sets and Systems.* Vol. 79, 1996. pp. 297-314.
- [3] อรรถพล กัณเฑาะ, จงกล งามวิวิทย์ และ สุทธิ ผู้เจริญชนะชัย. "การออกแบบตัวควบคุม ทากาจิ-ซุกเกโนฟัซซีพีไอ+ดี สำหรับกระบวนการเชิงเส้นที่อยู่ในช่วง." *วิศวกรรมลาดกระบัง*, ปีที่ 18, ฉบับที่ 1, มีนาคม 2544. หน้า 7-12.
- [4] อรรถพล กัณเฑาะ, จงกล งามวิวิทย์ และ สุทธิ ผู้เจริญชนะชัย. "การออกแบบและวิเคราะห์ เสถียรภาพระบบควบคุมทากาจิ-ซุกเกโนฟัซซีพีดี+ไอ." *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า*, ครั้งที่ 24, 22-23 พฤษภาคม 2544. หน้า 575-580.
- [5] Ying H. "Theory and Application of a novel Fuzzy PID Controller Using a Simplified Takagi-Sugeno Rule Scheme," *Information Sciences*, Vol. 123, 2000. pp. 281-293.
- [6] Carvajal J., Chen G. and Ogmen H. "Fuzzy PID Controller: Design, Performance Evaluation and Stability Analysis." *Information Sciences*, Vol. 123, 2000. pp. 249-270.
- [7] กมล เกี้ยวศรีกุล และถวิดา มณีวรรณ. "ระบบควบคุมฟัซซี." *ปริญญาานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.* 2536.
- [8] Chin-Teng Lin and C.S.George Lee, **Neural Fuzzy Systems : A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems.** Mexico : Prentice-Hall International. 2001.
- [9] ชิดาพร พิทักษ์พรพันธ์. "ตัวควบคุมฟัซซีแบบปรับแต่งพารามิเตอร์ด้วยตนเอง." *วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.* 2539.
- [10] Hao Ying. **Fuzzy Control and Modeling: Analytical Foundations and Applications.** New York : IEEE Press. 2000.

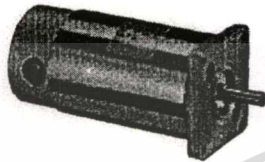


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

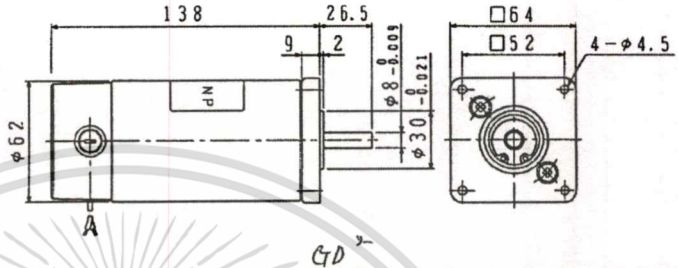


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก.1 มอเตอร์และภาระ ที่ใช้ในการทดลองเป็นมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงขนาด 12 โวลท์ รุ่น SS40E8 ของบริษัท SAWAMURA DENKI KOGYO มีรายละเอียดแสดงดังรูปต่อไปนี้

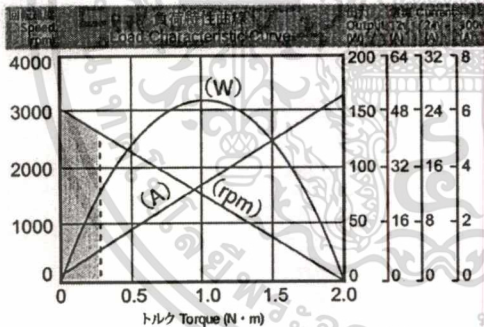


質量 Mass 1.6kg



| 連続定格 Continuous rating |              |                |                         | 無負荷 No load  |                | 電機子 抵抗 Armature R | 電機子 慣性モーメント(GD <sup>2</sup> ) R. Inertia  | 機械的 時定数 (tm) | 逆起電力 定数 (Ke) | トルク 定数 (Kt) | ブラシ 長さ Brush L  |
|------------------------|--------------|----------------|-------------------------|--------------|----------------|-------------------|---|--------------|--------------|-------------|-----------------|
| 電圧 Voltage DC-V        | 電流 Current A | 回転速度 Speed rpm | トルク Torque N·m (kgf·cm) | 電流 Current A | 回転速度 Speed rpm | Ω                 | kg·cm <sup>2</sup> (kgf·cm <sup>2</sup> ) | ms           | V/krpm       | N·m/A       | mm              |
| 12                     | 10           | 2500           | 0.31 (3.2)              | 0.8          | 3000           | 0.25              | 0.7 (2.8)                                 | 12           | 4            | 0.038       | 10<br>限度長さ<br>4 |
| 24                     | 5            | 2500           | 0.31 (3.2)              | 0.4          | 3000           | 0.85              | 0.7 (2.8)                                 | 12           | 8            | 0.076       |                 |
| 100                    | 1.2          | 2500           | 0.31 (3.2)              | 0.08         | 3000           | 15                | 0.7 (2.8)                                 | 12           | 33.3         | 0.32        |                 |

標準定格電圧以外の電圧も製作いたします。  
Ready for offering manufacturing service for a special-voltage products, apart from standard voltage.



連続使用領域 Scope for continual use

許容オーバーハング荷重: 98N(10kgf) Permissible Overhung Load  
許容スラスト荷重: 78N(8kgf) Permissible Thrust Load  
オーバーハング荷重の着力点は、軸端部長さの1/2の位置。  
Point of application of force for overhung load lies on half as long as shaft edge length.

●適用ドライバ Matching Driver List

| 電源電圧 Supply Voltage | ドライバ形式名 Driver Model | ページ Page |
|---------------------|----------------------|----------|
| DC12V               | MS-100□10            | 62       |
|                     | MS-400□1215          | 66       |
| DC24V               | MS-100□10            | 62       |
|                     | MS-400□2408          | 66       |
| AC100V              | MS-300□1001          | 64       |

●標準仕様

- 使用温度: -10℃~40℃
- 使用湿度: 40%~90% 結露なきこと
- 回転方向: 可逆
- 絶縁種別: B種
- 絶縁抵抗: DC500Vメガにて、20MΩ以上
- 耐電圧: AC 1000V 1分間
- 外観: 生地(鉄ケース部めっき)

●取り扱い上の注意

- モータード線の赤を(+), 青を(-)に接続するとモータ軸から見て時計方向に回転します。
- DC電源の極性を替えると、正逆相似の特性が得られます。モータが回転中に極性を替えると、モータや相手装置に悪影響を与えます。一旦停止後に逆方向に回転して下さい。
- 定格は平滑な直流電源での連続定格です。脈流電源を使用する場合は温度上昇が高くなりますのでモータの温度上昇に注意して下さい。

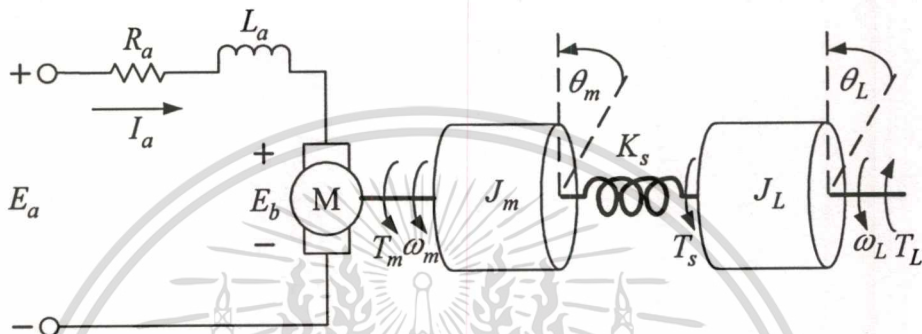
本カタログ記載の内容は予告なく変更させていただく場合がありますのでご了承下さい。 Content of this catalogue is subject to change without notice.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวิศวกรใช้งานเพื่อการศึกษานำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
รูปที่ ก.1 รายละเอียดของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ก.3 เพลา ที่ใช้ในการทดลองเป็นเหล็กสปริง มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.07 มิลลิเมตร และขนาดความยาว 35 เซนติเมตร

การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาคุณสมบัติของระบบสองมวล จากโครงสร้างในรูปที่ 5.1 สามารถแสดงโมเดลของระบบสองมวลได้ดังนี้



รูปที่ ก.3 โมเดลของระบบสองมวล

รูปที่ ก.3 แสดงการควบคุมความเร็วมอเตอร์  $\omega_m$  ขับเพลาที่มีภาระ กระทำได้โดยการเปลี่ยนแรงดันอินพุต  $E_a$  ที่ป้อนให้กับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ซึ่งมอเตอร์ดังกล่าวเป็นชนิดแม่เหล็กถาวร และสัญลักษณ์ต่างๆที่แสดงในรูปมีความหมายดังต่อไปนี้

$E_a$  คือ แรงดันอินพุต(input voltage applied to the armature)

$R_a$  คือ ความต้านทานของอาร์เมเจอร์(armature resistance)

$L_a$  คือ ความเหนี่ยวนำของอาร์เมเจอร์(armature inductance)

$I_a$  คือ กระแสของอาร์เมเจอร์(armature current)

$E_b$  คือ แรงดันย้อนกลับของมอเตอร์(back electromotive force)

$K_e$  คือ ค่าคงที่แรงดันย้อนกลับของมอเตอร์(back electromotive force constant)

$\omega_m$  คือ ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์(motor speed)

$K_m$  คือ ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์(motor torque constant)

$T_m$  คือ แรงบิดของมอเตอร์(motor torque)

$J_m$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์(moment of motor inertia)

$\theta_m$  คือ มุมการหมุนของมอเตอร์(angle of motor rotation)

$K_s$  คือ ค่าความแข็งตึงของเพลา(torsional stiffness of drive shaft)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$J_L$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของภาระ(moment of load inertia)

$\theta_L$  คือ มุมการหมุนของภาระ(angle of load rotation)

$\omega_L$  คือ ความเร็วเชิงมุมของภาระ (load speed)

$T_L$  คือ แรงบิดการรบกวน(disturbance torque)

จากโมเดลของระบบสองมวล เมื่อพิจารณาว่า มีการป้อนแรงดันอินพุต  $E_a$  ให้กับมอเตอร์ เป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า  $I_a$  ในวงจรไฟฟ้า เมื่อใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ รอบวงจรไฟฟ้าจะได้

$$E_a(t) = R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + E_b(t) \quad (ก.1)$$

โดยที่  $E_b(t)$  คือแรงดันย้อนกลับของมอเตอร์ เกิดจากตัวนำของอาร์เมเจอร์ในโรเตอร์หมุนตัดผ่านเส้นแรงแม่เหล็กซึ่งเกิดขึ้นจากแม่เหล็กถาวร จึงทำให้เกิดการเหนี่ยวนำแรงดันไฟฟ้าในตัวนำตามกฎของฟาราเดย์ ซึ่งแรงดันย้อนกลับของมอเตอร์เป็นสัดส่วนกับความเร็วเชิงมุมดังนี้

$$E_b(t) = K_e \omega_m(t) \quad (ก.2)$$

เมื่อแปลงลาปลาซของสมการที่(ก.1) และ(ก.2) แล้วหากระแสอาร์เมเจอร์จะได้

$$I_a(s) = \frac{E_a(s) - K_e \omega_m(s)}{L_a s + R_a} \quad (ก.3)$$

กำหนดให้เส้นแรงของฟิลด์เป็นค่าคงที่ แรงบิดของมอเตอร์จะเป็นสัดส่วนกับ  $I_a(s)$  ดังนี้

$$T_m(s) = K_m I_a(s) \quad (ก.4)$$

เมื่อพิจารณาแรงบิดของมอเตอร์ในเชิงกล พบว่า  $T_m(s)$  ประกอบด้วยเทอมต่างๆดังต่อไปนี้

$$T_m(s) = T_f(s) + T_s(s) + f_m \omega_m(s) + J_m s \omega_m(s) \quad (ก.5)$$

โดยที่  $T_f$  คือแรงบิดที่ห้องชนะการสูญเสียเนื่องจากการเสียดทาน และ  $f_m$  คือสัมประสิทธิ์วิสกอสฟริกชันของมอเตอร์ มักจะมีค่าต่ำ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงประมาณให้  $T_f = 0$  และ  $f_m = 0$  เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ซึ่งสามารถหา  $\omega_m(s)$  จากสมการที่(ก.5) ได้ดังนี้

$$\omega_m(s) = \frac{T_m(s) - T_s(s)}{J_m s} \quad (\text{ก.6})$$

ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์  $\omega_m(t)$  อีกนัยหนึ่ง คืออัตราการเปลี่ยนมุมการหมุนของมอเตอร์  $\theta_m(t)$  ต่อเวลา  $t$  ดังนั้นจึงสามารถแสดงความสัมพันธ์ของ  $\theta_m(s)$  กับ  $\omega_m(s)$  ได้ดังนี้

$$\theta_m(s) = \frac{\omega_m(s)}{s} \quad (\text{ก.7})$$

สำหรับการพิจารณาหาแรงบิดของภาระ  $T_s(s)$  สามารถหาได้ในทำนองเดียวกันกับมอเตอร์ ซึ่งจะได้ ความเร็วเชิงมุม  $\omega_L(s)$  และมุมการหมุน  $\theta_L(s)$  ของภาระ ตามลำดับดังนี้

$$\omega_L(s) = \frac{T_s(s) - T_L(s)}{J_L s} \quad (\text{ก.8})$$

$$\theta_L(s) = \frac{\omega_L(s)}{s} \quad (\text{ก.9})$$

จากการศึกษา พบว่าแรงบิดของภาระ  $T_s(s)$  จะแปรผันกับผลต่างระหว่างมุมการหมุนของมอเตอร์  $\theta_m(s)$  กับมุมการหมุนของภาระ  $\theta_L(s)$  แสดงได้ดังสมการ

$$T_s(s) = (\theta_m(s) - \theta_L(s)) K_s \quad (\text{ก.10})$$

จากสมการที่(ก.3),(ก.4)และสมการที่(ก.6)ถึง(ก.10) สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบสองมวลคือ

$$P(s) = \frac{\omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_0}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (\text{ก.11})$$

$$\text{โดยที่ } a_0 = \frac{K_m K_s}{J_m J_L L_a}, \quad a_2 = \frac{K_m}{J_m L_a}, \quad b_0 = \frac{K_m K_e K_s}{J_m J_L L_a}, \quad b_1 = \frac{K_s R_a (J_m + J_L)}{J_m J_L L_a},$$

$$b_2 = \frac{K_s L_a (J_m + J_L) + K_m K_e J_L}{J_m J_L L_a}, \quad b_3 = \frac{R_a}{L_a} \quad \text{และ} \quad b_4 = 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สจ.มจร.ให้บริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาค่านอร์มของระบบสองมวลในวิชานิพนธ์ฉบับนี้ จะเป็นการหาค่าอินฟินิตี้นอร์ม สามารถหาได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบสองมวลที่แสดงในสมการที่ ก.11 โดยใช้โปรแกรม MATLAB เข้ามาช่วยในการคำนวณ ซึ่งแสดงโปรแกรมดังนี้

### โปรแกรมหาค่าอินฟินิตี้นอร์มของระบบสองมวล

/\* ค่าพารามิเตอร์ของระบบสองมวล \*/

Ra=0.25;

La=0.1/1000;

Ke=4;

Km=3.8;

Jm=0.7;

Jl=0.7;

Ks=350;

a0=Km\*Ks/(Jm\*Jl\*La);

a2=Km/(Jm\*La);

b0=Km\*Ke\*Ks/(Jm\*Jl\*La);

b1=Ks\*Ra\*(Jm+Jl)/(Jm\*Jl\*La);

b2=(Ks\*La\*(Jm+Jl)+Km\*Ke\*Jl)/(Jm\*Jl\*La);

b3=Ra/La;

b4=1;

n=[a2 0 a0];

d=[b4 b3 b2 b1 b0];

/\* ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบสองมวลในรูปcontinuous-time \*/

Ps=tf(n,d);

/\* ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบสองมวลในรูปdiscrete-time \*/

Pz=c2d(Ps,0.001,'zoh');

/\* อินฟินิตี้นอร์มของระบบสองมวล \*/

norm(Pz,inf)

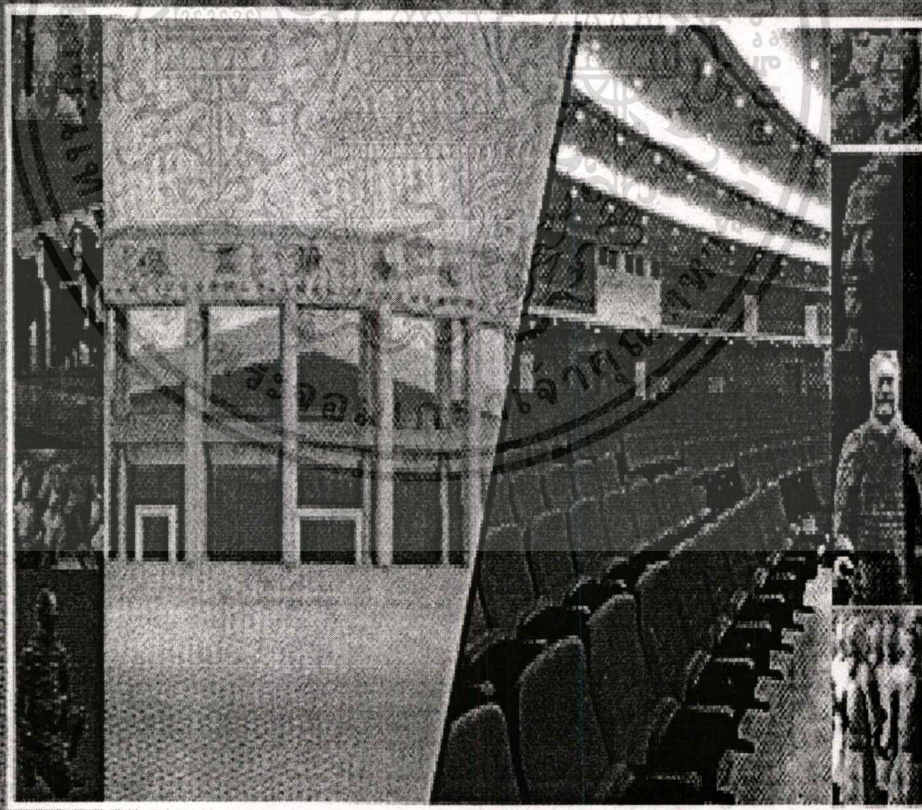
เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**International Symposium on Information Theory and Its Applications**  
**International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications**

October 7-11, 2002  
 Xi'an International Conference Center, PRC



เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนเวลาทบทวนการใช้งานเพื่อการรศศึกษาเท่านั้น ไม่นอญูชาติเหเนาเปเชประเขชนดานการคา  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Speed Control using Mamdani Fuzzy PI+PD Controller

K. Saensawasd\*, T. Benjanarasuth\*, J. Ngamwiwit\* and N. Komine\*\*

\*Department of Control Engineering,  
Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand  
Phone: 662-326-4221, Fax: 66-2-326-4221.  
Email: knjongko@kmitl.ac.th

\*\* Department of Applied Computer Engineering,  
School of Information Technology and Electronics, Tokai University  
1117 Kitakaname, Hiratsuka-Shi, Kanagawa-Ken, 259-1292, Japan  
Phone: 81-463-58-1211, Fax: 81-463-50-2240,  
Email: komine@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

**Abstract:** This paper proposes a Mamdani fuzzy PI+PD controller for controlling the speed of two-inertia system. The simplicity in designing the proposed controller is described. System performances and stability of the Mamdani fuzzy PI+PD fuzzy control system are shown.

## 1. Introduction

It is known that the conventional proportional-integral (PI) and proportional-integral-derivative (PID) controller with well-tuned parameters will give good system performance [1]. However the controllers are not proper for the nonlinear or uncertain system. On the other hand, it is also known that the fuzzy controller both in Mamdani and Takagi-Sugeno type have been introduced for nonlinear or uncertain system. The fuzzy PID controllers have also been introduced recently [2, 3]. A fuzzy sliding mode approach for the two-mass system [4] has also reported in the literature.

Since the conventional PID controller consists of three terms: proportional term, integral term and derivative term, the three inputs of the fuzzy PID controller will be needed. This will lead to the difficulty and complexity in designing the fuzzy control rules and membership functions.

In order to avoid those difficulty and complexity in designing fuzzy PID controller, this paper proposes a controller called the Mamdani fuzzy PI+PD controller, which is the modification of the conventional PID structure. The conventional PID structure is first divided into two parts, PI controller part and PD controller part. Then the structure of the PID controller after rearranging is a parallel structure. The structure of PI and PD controller will be constructed to be a fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. Consequently, the inputs of the fuzzy PI and fuzzy PD controllers will consist of two inputs, error and change of error. The merit points of the Mamdani fuzzy PI+PD controller can be stated as follows:

(1) The two inputs of each part of the fuzzy controller consist of the same inputs. That is error and change of error.

(2) The same control rules and membership functions of the two fuzzy controllers can be designed.

(3) The stability of a closed-loop system can be guaranteed by utilizing the small gain theorem.

Hence, it is easily to adjust the Mamdani fuzzy PI+PD controller in order to meet the desired system performances and stability.

## 2. Structure of Mamdani Fuzzy PI+PD Control System

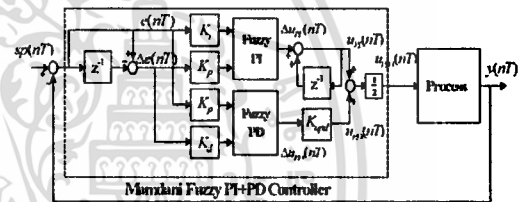


Fig. 1. Structure of Mamdani Fuzzy PI+PD Control System.

The block diagram of a Mamdani fuzzy PI+PD control system consisting of a process and the proposed Mamdani fuzzy PI+PD controller is illustrated in Fig. 1. The structure of the proposed controller is shown in the dashed line. The integral gain  $K_I$  and proportional gain  $K_P$  are the fuzzy control gains for the Mamdani fuzzy PI controller. The proportional gain  $K_P$ , derivative gain  $K_D$  and output gain  $K_{out}$  are the fuzzy control gains for the Mamdani fuzzy PD controller. The control signal  $u_{PI+PD}(nT)$  of the Mamdani fuzzy PI+PD controller is then proposed as

$$u_{PI+PD}(nT) = \frac{u_{PI}(nT) + u_{PD}(nT)}{2} \quad (1)$$

where

$$u_{PI}(nT) = \Delta u_{PI}(nT) + u_{PI}(nT - T) \quad (2)$$

and

$$u_{PD}(nT) = \Delta u_{PD}(nT) K_{out} \quad (3)$$

are the new outputs of the fuzzy PI and fuzzy PD controllers, respectively. The derivation of the fuzzy PI and fuzzy PD controller structures are described in the following subsections.

2.1. Structure of Fuzzy PI Controller

In order to find the structure of the Mamdani fuzzy PI+PD controller, which is constructed from fuzzy PI and fuzzy PD controllers, the control signal of the conventional PID controller is first given by

$$u_{PID}^c(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4)$$

where  $K_c$  is the proportional gain,  $T_i$  is the integral time,  $T_d$  is the derivative time and  $e(t)$  is the error signal. By rearranging the structure of the above conventional PID controller, it becomes

$$u_{PID}^c(t) = \frac{u_{PI}^c(t) + u_{PD}^c(t)}{2} \quad (5)$$

where

$$u_{PI}^c(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{2}{T_i} \int_0^t e(t)dt \right] \quad (6)$$

and

$$u_{PD}^c(t) = K_c \left[ e(t) + 2T_d \frac{de(t)}{dt} \right]. \quad (7)$$

Approximating the integral term of equation (6) by the trapezoidal summation yields

$$u_{PI}^c(nT) = K_i e(nT) + K_p \Delta e(nT) + u_{PI}^c(nT - T) \quad (8)$$

where the error  $e(nT) = sp(nT) - y(nT)$ , the change of error  $\Delta e(nT) = e(nT) - e(nT - T)$ ,  $K_i = \frac{2T}{T_i} K_c$ ,  $K_p = \left(1 - \frac{T}{T_i}\right) K_c$ , and  $T$  is the sampling time. When the term  $K_i e(nT) + K_p \Delta e(nT)$  is replaced by  $\Delta u_{PI}(nT)$ , the new output fuzzy PI controller can be obtained as

$$u_{PI}(nT) = \Delta u_{PI}(nT) + u_{PI}(nT - T) \quad (9)$$

where  $e(nT)$  and  $\Delta e(nT)$  are the inputs and  $\Delta u_{PI}(nT)$  is the output change of the fuzzy PI controller.

2.2. Structure of Fuzzy PD Controller

The structure of fuzzy PD controller can be found from equation (7) by approximating the derivative term with two-point difference form. Hence,

$$u_{PD}^c(nT) = (K_p e(nT) + K_d \Delta e(nT)) K_{upd}, \quad (10)$$

where  $K_d = \frac{2T_d}{T} K_p$  and  $K_{upd} = \frac{T_i}{T_i - T}$ . When the term of  $K_p e(nT) + K_d \Delta e(nT)$  is replaced by  $\Delta u_{PD}(nT)$ , the new output fuzzy PD controller becomes

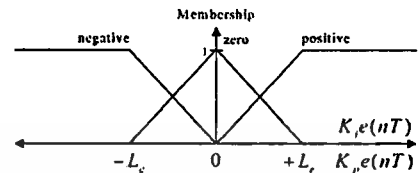
$$u_{PD}(nT) = \Delta u_{PD}(nT) K_{upd}, \quad (11)$$

where  $e(nT)$  and  $\Delta e(nT)$  are the inputs and  $\Delta u_{PD}(nT)$  is the output change of the fuzzy PD controller.

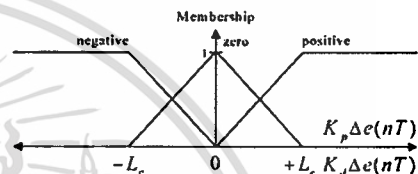
3. Mamdani Fuzzy PI+PD Controller Design

3.1. Fuzzification

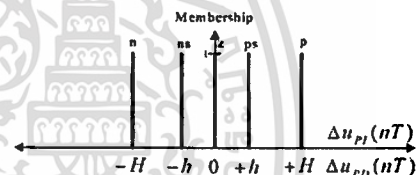
In the fuzzification step, the error  $e(nT)$  and the change of error  $\Delta e(nT)$  of the fuzzy PI controller and fuzzy PD controller are employed. The input membership functions and the output change membership functions are shown in Fig. 2 (a), (b) and (c) respectively, where  $L_c$ ,  $L_r$ ,  $H$  and  $h$  are the arbitrary constants.



(a) Error membership functions.



(b) Change of error membership functions.



(c) Output change membership functions.

Fig. 2. Membership functions.

In Fig. 2 (c), terminology is n for negative, ns for negative small, z for zero, ps for positive small and p for positive.

3.2. Fuzzy Control Rules

Based on these membership functions, the fuzzy control rules that used for designing the fuzzy PI or PD controllers are shown in Table 1. The number of the control rules is 9.

Table 1 Fuzzy control rules

| change of error | negative | zero | positive |
|-----------------|----------|------|----------|
| negative        | n        | ns   | z        |
| zero            | ns       | z    | ps       |
| positive        | z        | ps   | p        |

3.3. Defuzzification

The output change  $\Delta u_{PI}(nT)$  and  $\Delta u_{PD}(nT)$  of the fuzzy PI controller and the fuzzy PD controller, respectively, are obtained by employing the centroid defuzzifier as

$$\Delta u_{PI}(nT) = \frac{\sum_{n1}^q \mu_{r1} \Delta u_{r1}}{\sum_{n1}^q \mu_{r1}} \quad \text{and} \quad \Delta u_{PD}(nT) = \frac{\sum_{n1}^q \mu_{r1} \Delta u_{r1}}{\sum_{n1}^q \mu_{r1}} \quad (12)$$

where  $\mu_{r1}$  and  $\mu_{rD}$  are the membership values at the  $r^{th}$  rule,  $\Delta u_{r1}$  and  $\Delta u_{rD}$  are the singleton output fuzzy sets at the  $r^{th}$  rule of the fuzzy PI and fuzzy PD controllers.

3. Stability Analysis

In this section, the stability analysis of Mamdani fuzzy PI+PD control system illustrated in Fig.1 is shown by using the Small Gain Theorem [5], which is a generally applicable tool in nonlinear control theory.

Let  $C_{PI}$ ,  $C_{PD}$  and  $P$  denote the fuzzy PI controller, the fuzzy PD controller and a process respectively. Then the process output is  $P(u_{PI+PD}(nT))$ . When the fuzzy PI controller is treated as a nonlinear operator mapping inputs  $e(nT)$  and  $\Delta e(nT)$  to the output change of fuzzy PI controller  $\Delta u_{PI}(nT)$ . therefore,  $\Delta u_{PI}(nT) = C_{PI}e(nT)$  can be obtained. In the same manner, when the fuzzy PD controller is treated as a nonlinear operator mapping inputs  $e(nT)$  and  $\Delta e(nT)$  to the output change of fuzzy PD controller  $\Delta u_{PD}(nT)$ , then  $\Delta u_{PD}(nT) = C_{PD}(e(nT))$ .

In order to analyze the stability of the Mamdani fuzzy PI+PD control system, the  $\Delta u_{PI}(nT)$  and  $\Delta u_{PD}(nT)$  using defuzzification algorithm (12) will be found by decomposing the input space of the input membership functions into 28 different input combinations (ICs) as shown in Fig. 3.

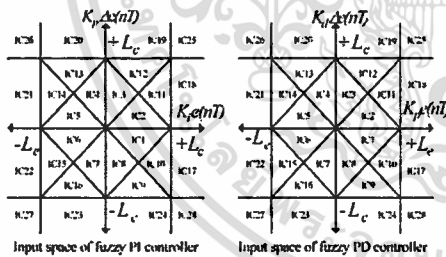


Fig. 3. Input space of fuzzy PI and fuzzy PD controller.

Next, determine  $\|\Delta u_{PI}(nT)\|$  and  $\|\Delta u_{PD}(nT)\|$  so that the maximum value  $\alpha_{PI}$  and  $\alpha_{PD}$  of each IC can be obtained and summarized in Table 2. Then the stability condition is expressed as

$$\left( \frac{\alpha_{PI} + \alpha_{PD}}{2} \right) \cdot \|P\| < 1 \quad (13)$$

where  $\|P\|$  is operator norms of a given process.

Table 2  $\alpha_{PI}$  and  $\alpha_{PD}$  for fuzzy PI and fuzzy PD controllers

| Group | IC#                    | $\alpha_{PI}$                           | $\alpha_{PD}$                                   |
|-------|------------------------|---|---|
| A1    | IC1, IC4, IC5, IC8     | $\frac{m h K_p + h K_p}{2 m L_c}$       | $\frac{m h K_p + h K_d}{2 m L_c} K_{upd}$       |
| A2    | IC2, IC6               | $\frac{m h K_p - (H + h) K_p}{2 m L_c}$ | $\frac{m h K_p + (H + h) K_d}{2 m L_c} K_{upd}$ |
| A3    | IC3, IC7               | $\frac{m (H - h) K_p - h K_p}{2 m L_c}$ | $\frac{m (H - h) K_p + h K_d}{2 m L_c} K_{upd}$ |
| A4    | IC9, IC10, IC13, IC14  | $\frac{m h K_p - h K_p}{m L_c}$         | $\frac{m h K_p + h K_d}{m L_c} K_{upd}$         |
| A5    | IC11, IC15             | $\frac{-m h K_p - (H - h) K_p}{m L_c}$  | $\frac{-m h K_p - (H - h) K_d}{m L_c} K_{upd}$  |
| A6    | IC12, IC16             | $\frac{m (H - h) K_p - h K_p}{m L_c}$   | $\frac{m (H - h) K_p + h K_d}{m L_c} K_{upd}$   |
| A7    | IC17, IC21             | $\frac{h K_p}{m L_c}$                   | $\frac{h K_d}{m L_c} K_{upd}$                   |
| A8    | IC18, IC22             | $\frac{(H - h) K_p}{m L_c}$             | $\frac{(H - h) K_d}{m L_c} K_{upd}$             |
| A9    | IC19, IC23             | $\frac{(H - h) K_p}{L_c}$               | $\frac{(H - h) K_d}{L_c} K_{upd}$               |
| A10   | IC20, IC24             | $\frac{h K_p}{L_c}$                     | $\frac{h K_d}{L_c} K_{upd}$                     |
| A11   | IC25, IC26, IC27, IC28 | 0                                       | 0   |

The  $\alpha_{PI}$  and  $\alpha_{PD}$  for the stability judgment are chosen according to the parameters of  $K_p, K_i, K_d, K_{upd}, H, h$  and  $m = L_c/L_a$ .

4. Experimental Results

The experimental results in controlling the motor speed  $\omega_m$  of the two-inertia system by using the Mamdani fuzzy PI+PD controller is shown in this section. The block diagram of the two-inertia system to be controlled is shown in Fig. 4.

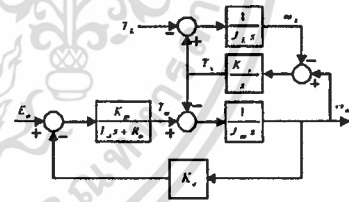


Fig. 4. Block diagram of the two-inertia system.

The transfer function from the reference input to the motor speed is given by

$$P(s) = \frac{\omega_m(s)}{E_o(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_0}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (14)$$

where  $a_0 = \frac{K_m K_d}{J_m J_l L_a}$ ,  $a_2 = \frac{K_m}{J_m L_a}$ ,  $b_0 = \frac{K_m K_c K_d}{J_m J_l L_a}$ ,  $b_1 = \frac{K_c R_a (J_m + J_l)}{J_m J_l L_a}$ ,  $b_2 = \frac{K_c L_a (J_m + J_l) + K_m K_c J_l}{J_m J_l L_a}$ ,  $b_3 = \frac{R_a}{L_a}$ ,  $b_4 = 1$  and the parameters of the two-inertia system are shown in Table 3.

Table 3 Parameters of the two-inertia system

| $R_a$<br>$\Omega$ | $L_a$<br>$mH$ | $K_t$<br>$v/krpm$ | $K_m$<br>$N-cm/A$ | $J_m$<br>$kg-cm^2$ | $J_L$<br>$kg-cm^2$ | $K_t$<br>$N-m/rad$ |
|-------------------|---------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 0.25              | 0.10          | 4                 | 3.8               | 0.7                | 0.7                | 15                 |

By taking the z-transform to equation (14) and using sampling time  $T=0.001$  second, yields

$$P(z) = \frac{0.01354z^3 - 0.02098z^2 + 0.001418z + 0.006066}{z^4 - 2.949z^3 + 3.085z^2 - 1.167z + 0.08208} \quad (15)$$

Hence,

$$\|P(z)\| = \sup_{|z|=1} |P(z)| = 0.25$$

can be obtained.

The parameters of the conventional PID controller  $K_p$ ,  $T_i$  and  $T_d$  are first obtained from the Ziegler-Nichols tuning method and are tuned later until the system response has no overshoot. Hence,  $K_p$ ,  $T_i$  and  $T_d$  are  $0.09 \cdot 0.9 \times 10^{-2}$  second and  $0.094 \times 10^{-3}$  second respectively. By using parameters of PID controller thus obtained and  $T=0.001$  second, the gains of Mamdani fuzzy PI+PD controller become  $K_p=0.08$ ,  $K_i=0.02$ ,  $K_d=0.015$  and  $K_{sw}=1.125$ . The constants  $H$ ,  $h$  and  $m=L_c/L_e$  are chosen to be  $L_c=L_e=0.5$ ,  $H=4$  and  $h=1$ . Therefore, the Mamdani fuzzy PI+PD control system is stable according to equation (13), when  $\|P(z)\|=0.25$ ,  $\alpha_{pi}^{min}=0.48$  and  $\alpha_{pd}^{min}=0.6$ .

### 5.1. Step Response with Disturbance Torque

The Mamdani fuzzy PI+PD controller and the PID controller designed in section 5 will be implemented to control the speed of the two-inertia system at 1 krpm. The controlled systems have been also applied the disturbance torque  $T_d$  at 1.4 seconds. The experimental results are shown in Fig. 5.

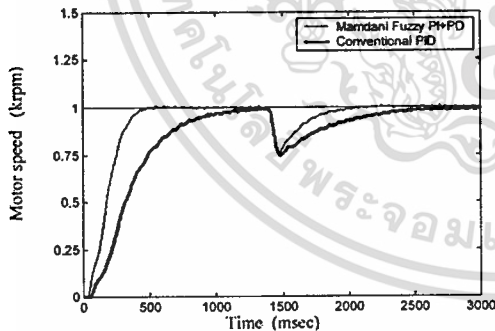


Fig. 5. Step responses with disturbance torque.

It is seen that the response of the proposed fuzzy PI+PD control system is faster the response of the PID control system. However, both control systems can reduce the vibration of the two-inertia system. It is also observed that

the effect of the disturbance torque can be fast rejected by the Mamdani fuzzy PI+PD controller.

### 5.2. Step Response due to Motor Speed Change

In this section, the Mamdani fuzzy PI+PD controller is used to control the speed of the two-inertia system at 1.3 krpm and 0.7 krpm without changing the controller parameters in order to show the effectiveness of the controller.

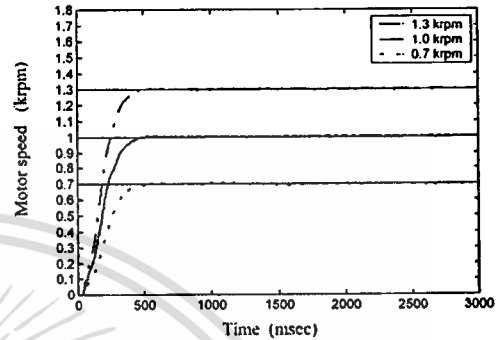


Fig. 6. Step responses for reference speed has been changed.

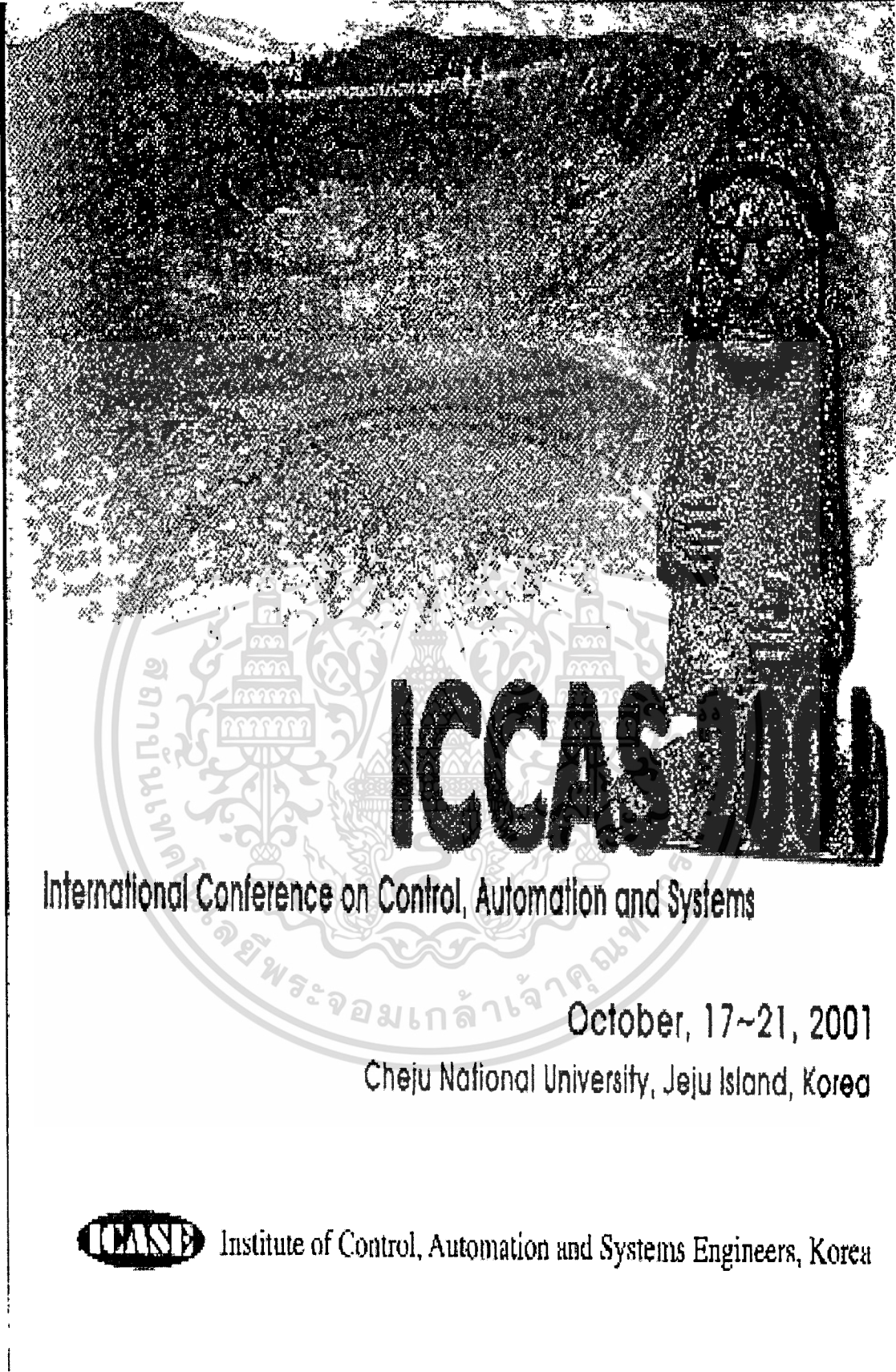
The experimental results are shown in Fig. 6 and are seen that the proposed controller has the ability to control the different speed without overshoots and steady state errors of the step responses.

### 6. Conclusions

The Mamdani fuzzy PI+PD controller has been proposed and implemented to control motor speed of the two-inertia system. The simplicity in designing the proposed controller to meet the desired control system, and stability have also been shown. The effectiveness of the proposed controller has been demonstrated by the experimental results.

### References

- [1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controller," ASME Trans., Vol. 64., pp. 759-768, 1942.
- [2] J. Carvajal, G. Chen and H. Ogmen, "Fuzzy PID Controller: Design, Performance Evaluation and Stability Analysis," Information Sciences 123 (2000), pp. 249-270, 2000.
- [3] H. Ying, "Theory and Application of a novel Fuzzy PID Controller Using a Simplified Takagi-Sugeno Rule Scheme," Information Sciences, Vol. 123., pp. 281-293, 2000
- [4] D. Szabo, O. Dranga, S. Kerekes and T. Gajdar, "A Fuzzy Sliding Mode Approach for the Two-Mass System," IEEE ISIE'99, pp. 348-352, 1999.
- [5] H. Ying, "Fuzzy Control and Modeling Analytical Foundations and Applications," IEEE Press, 2000.



**ICCAS 2001**

International Conference on Control, Automation and Systems

October, 17~21, 2001  
Cheju National University, Jeju Island, Korea

**ICASE** Institute of Control, Automation and Systems Engineers, Korea

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Mamdani Fuzzy PID Controller for Processes with Small Dead Times

K. Saensawasd\*, O. Saingaroon\*, S. Panauomsup\*, J. Ngamwivit\* and N. Komine\*\*

\*Department of Control Engineering, Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand  
(Tel: 66-2-326-9989; Fax: 66-2-326-9989; E-mail: knjongko@kmitl.ac.th)

\*\* Department of Applied Computer Engineering, School of Information Technology and Electronics, Tokai University  
1117 Kitakanme, Hiratsuka-Shi, Kanagawa-Ken 259-1292, Japan  
(Tel: 81-463-58-1211; Fax: 81-463-50-2240; E-mail: komine@tokai.ac.jp)

**Abstract:** This paper proposes a Mamdani fuzzy PID controller for controlling a process with small dead time. The controller composes of a parallel structure of fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. Each controller has two inputs, error and change of error. Hence, the control signal of the proposed controller is the average value of the output of the fuzzy PI and PD controllers. The Mamdani fuzzy PID controller is easily to be adjusted to meet the desired control system performances both in transient state and steady state. The simulation results of the proposed Mamdani fuzzy PID controller by using the same parameters (proportional gain, integral time and derivative time) as the conventional PID controller are shown. The response of the Mamdani fuzzy PID control system is faster than the conventional PID control system. Both system responses have no overshoot and steady-state error. The ability of constant output disturbance rejection of the proposed control system is better than the conventional PID control system. The effectiveness of the proposed controller when the process parameters have been changed is also shown.

**Keywords:** Mamdani fuzzy PID controller, PID controller, small dead time process,

### 1. Introduction

It is known that the conventional proportional-integral (PI) and proportional-integral-derivative (PID) controller with well-tuned parameters will give good system performance [1]. However the conventional controllers are not proper for the nonlinear or uncertain system. On the other hand, it is also known that the fuzzy controller has been introduced for nonlinear or uncertain system. The fuzzy PID controller has also been introduced recently [2,3]. Since the conventional PID controller consists of three terms: proportional term, integral term and derivative term, the three inputs of the fuzzy PID controller will be needed. So this will lead to the difficulty and complexity in designing the control rules and membership functions.

This paper will avoid those difficulty and complexity in designing fuzzy PID controller by proposing the Mamdani fuzzy PID controller, which is the modification of the structure of the conventional PID structure. In order to construct the proposed controller, the structure of conventional PID controller is divided into two parts, PI controller part and PD controller part. Then the structure of the PID controller after rearranging is a parallel structure. The structure of PI and PD controllers will be constructed to be the fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. Hence, the structure of the Mamdani fuzzy PID controller is a parallel structure of fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. Each controller has two inputs, error and change of error. Thus the control rule can easily be designed. Then the control signal of the proposed controller is the average value of the output of the fuzzy PI and PD controllers. The merit points of the Mamdani fuzzy PID controller are as follows:

- (1) The two inputs of each part of the fuzzy controller consist of the same inputs. That is error and change of error.
- (2) The same control rules and membership functions of the two fuzzy controllers can be designed.

According to the mentioned merit points, it is easily to adjust the Mamdani fuzzy PID controller to meet the desired control system performances both in transient state and steady state. The simulation results of the proposed Mamdani fuzzy PID controller by using the same parameters (proportional gain, integral time and derivative time) as the conventional PID controller in controlling the first order process with small dead time are shown in this paper. The response of the proposed control system is faster than the conventional PID control

system. There is no overshoot and steady-state error in both systems. The ability of constant output disturbance rejection of the proposed control system is better than the conventional PID control system. The results also show the effectiveness of the proposed controller when the parameters of the process are changed.

### 2. Structure of Mamdani Fuzzy PID Control System

In this section, the structure of Mamdani fuzzy PID control system, the structure of fuzzy PI controller and the structure of fuzzy PD controller will be described respectively.

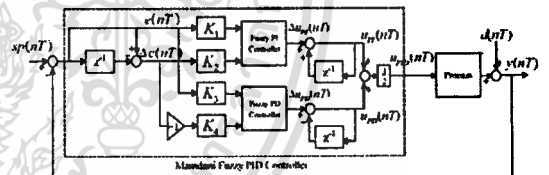


Fig. 1. Structure of Mamdani Fuzzy PID Control System.

**2.1. Structure of Mamdani Fuzzy PID Control System**  
Figure 1 illustrates the block diagram of the Mamdani fuzzy PID control system consisting of a process with small dead time and the proposed Mamdani fuzzy PID controller. The structure of the proposed controller is shown in the dashed line. The controller is constructed as a parallel structure of fuzzy PI controller and fuzzy PD controller. The control signal  $u_{PID}(nT)$  of the Mamdani fuzzy PID controller is the average value of the output of the fuzzy PI and the fuzzy PD controllers and is proposed as

$$u_{PID}(nT) = \frac{u_{PI}(nT) + u_{PD}(nT)}{2} \quad (1)$$

where

$$u_{PI}(nT) = \Delta u_{PI}(nT) + u_{PI}(nT - T) \quad (2)$$

and

$$u_{PD}(nT) = \Delta u_{PD}(nT) - u_{PD}(nT - T) \quad (3)$$

are the new outputs of the fuzzy PI and PD controllers, respectively. The derivation of the fuzzy PI and PD controller structures is described in the following subsections.

2.2. Structure of Fuzzy PI Controller

In order to find the structure of the Mamdani fuzzy PID controller, which is constructed from fuzzy PI and PD controllers, the control signal of the conventional PID controller is first given by

$$u_{PID}(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) e(s) \tag{4}$$

where  $K_c$  is the proportional gain,  $T_i$  is the integral time,  $T_d$  is the derivative time and  $e(s)$  is the error signal. By rearranging the structure of the above conventional PID controller, its structure becomes

$$u_{PID}(s) = \frac{u_{PI}(s) + u_{PD}(s)}{2} \tag{5}$$

where

$$u_{PI}(s) = K_c \left( 1 + \frac{2}{T_i s} \right) e(s) \tag{6}$$

and

$$u_{PD}(s) = K_c (1 + 2T_d s) e(s) \tag{7}$$

After applying the bilinear transformation  $s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$  to

equation (6) and then taking the inverse z-transform yields the output of the conventional PI controller as

$$u_{PI}(nT) = K_1 e(nT) + K_2 \Delta e(nT) + u_{PI}(nT-T) \tag{8}$$

where  $e(nT) = sp(nT) - y(nT)$ ,  $\Delta e(nT) = e(nT) - e(nT-T)$ ,

$$K_1 = \frac{2T}{T_i} K_c, K_2 = \left( 1 - \frac{T}{T_i} \right) K_c \text{ and } T \text{ is the sampling time.}$$

When the term  $K_1 e(nT) + K_2 \Delta e(nT)$  is replaced by  $\Delta u_{PI}(nT)$ , the new output fuzzy PI controller can be obtained as

$$u_{PI}(nT) = \Delta u_{PI}(nT) + u_{PI}(nT-T) \tag{9}$$

where  $\Delta u_{PI}(nT)$  is the output change of the fuzzy PI controller.

2.3. Structure of Fuzzy PD Controller

The structure of fuzzy PD controller can be found from the equation (7) by the same procedure stated in subsection 2.2. Then the conventional PD controller is

$$u_{PD}(nT) = K_3 e(nT) - K_4 \Delta e(nT) - u_{PD}(nT-T) \tag{10}$$

where  $K_3 = 2K_c$  and  $K_4 = \left( 1 - \frac{4T_d}{T} \right) K_c$ .

The new output fuzzy PD controller can be obtained by replacing  $\Delta u_{PD}(nT)$  in the term  $K_3 e(nT) - K_4 \Delta e(nT)$ . Hence,

$$u_{PD}(nT) = \Delta u_{PD}(nT) - u_{PD}(nT-T) \tag{11}$$

where  $\Delta u_{PD}(nT)$  is the output change of the fuzzy PD controller.

3. Mamdani Fuzzy PID Controller Design

It has been mentioned in the section 2 that the structure of the Mamdani fuzzy PID controller composes of a parallel structure of fuzzy PI controller and fuzzy PD controller and each controller will have the same inputs, error  $e(nT)$  and

change of error  $\Delta e(nT)$ . Therefore, the same of fuzzification, fuzzy control rules and defuzzification can be considered in designing both fuzzy PI controller and fuzzy PD controller.

3.1. Fuzzification

In the fuzzification step, the error  $e(nT)$  and the change of error  $\Delta e(nT)$  are employed. The input and output change membership functions are shown in Fig. 2 and Fig. 3 respectively. The input membership values are positive, negative and zero. The output change membership values are positive, small positive, negative, small negative and zero. In these two figures, H, h and L are constants.

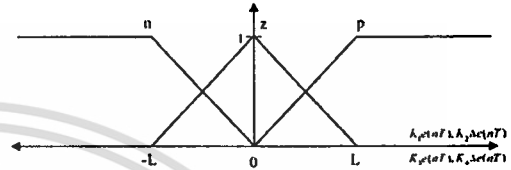


Fig. 2. Input membership functions.

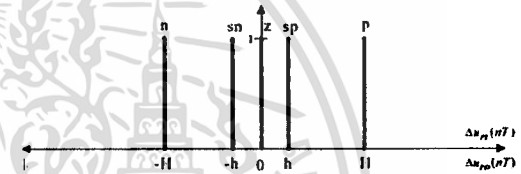


Fig. 3. Output change membership functions.

3.2. Fuzzy Control Rules

Based on these membership functions, the fuzzy control rules that used for designing the fuzzy PI or PD controllers are shown in Table 1. The number of the control rules is 9.

Table 1. Fuzzy control rules.

| change of error \ error | Negative | Zero | Positive |
|-------------------------|----------|------|----------|
| Negative                | n        | n    | n        |
| Zero                    | sn       | z    | sp       |
| Positive                | n        | p    | p        |

3.3. Defuzzification

The centroid defuzzifier is employed to calculate the output change  $\Delta u_{PI}(nT)$  of the fuzzy PI controller and  $\Delta u_{PD}(nT)$  of the fuzzy PD controller. The results of defuzzification are respectively obtained as

$$\Delta u_{PI}(nT) = \frac{\sum_{i=1}^9 \mu_{PI_i} \Delta u_{PI_i}}{\sum_{i=1}^9 \mu_{PI_i}} \tag{12}$$

and

$$\Delta u_{PD}(nT) = \frac{\sum_{i=1}^9 \mu_{PD_i} \Delta u_{PD_i}}{\sum_{i=1}^9 \mu_{PD_i}} \tag{13}$$

Where  $\mu_{PI_r}$  and  $\mu_{PD_r}$  are the membership values at the  $r^{th}$  rule.  $\Delta u_{PI_r}$  and  $\Delta u_{PD_r}$  are the singleton output fuzzy sets at the  $r^{th}$  rule of the fuzzy PI and PD controllers.

Table 2. IC1 to IC16 for  $\Delta u_{PI}(nT)$  and  $\Delta u_{PD}(nT)$

| IC#  | $\Delta u_{PI}(nT)$  | $\Delta u_{PD}(nT)$  |
|------|--|--|
| IC1  | $\frac{HK_1 e(nT) + (H+h)K_2 \Delta e(nT)}{L - 2K_2 \Delta e(nT)}$           | $\frac{HK_3 e(nT) + (H+h)K_4 \Delta e(nT)}{L + 2K_4 \Delta e(nT)}$           |
| IC2  | $\frac{HK_1 e(nT) + (H+h)K_2 \Delta e(nT)}{L + 2K_2 \Delta e(nT)}$           | $\frac{HK_3 e(nT) + (H+h)K_4 \Delta e(nT)}{L - 2K_4 \Delta e(nT)}$           |
| IC3  | $\frac{2HK_1 e(nT) + hK_2 \Delta e(nT)}{L + 2K_2 e(nT)}$                     | $\frac{hK_3 \Delta e(nT)}{L + 2K_4 e(nT)}$                                   |
| IC4  | $\frac{2HK_1 e(nT) + hK_2 \Delta e(nT)}{L - 2K_2 e(nT)}$                     | $\frac{2HK_3 e(nT) + hK_4 \Delta e(nT)}{L - 2K_4 e(nT)}$                     |
| IC5  | $\frac{HK_1 e(nT) + (h-H)K_2 \Delta e(nT)}{L + 2K_2 \Delta e(nT)}$           | $\frac{HK_3 e(nT) + (h+H)K_4 \Delta e(nT)}{L - 2K_4 \Delta e(nT)}$           |
| IC6  | $\frac{HK_1 e(nT) + (h+H)K_2 \Delta e(nT)}{L - 2K_2 \Delta e(nT)}$           | $\frac{HK_3 e(nT) + (h-H)K_4 \Delta e(nT)}{L + 2K_4 \Delta e(nT)}$           |
| IC7  | $\frac{2HK_1 e(nT) + hK_2 \Delta e(nT)}{L - 2K_2 e(nT)}$                     | $\frac{2HK_3 e(nT) + hK_4 \Delta e(nT)}{L - 2K_4 e(nT)}$                     |
| IC8  | $\frac{hK_2 \Delta e(nT)}{L + 2K_2 e(nT)}$                                   | $\frac{2HK_3 e(nT) + hK_4 \Delta e(nT)}{L + 2K_4 e(nT)}$                     |
| IC9  | $\frac{(h-H)K_2 e(nT) + HK_2 \Delta e(nT) + h(H-h)}{3L + 2K_2 \Delta e(nT)}$ | $\frac{-HK_4 \Delta e(nT) + 2LH}{3L - 2K_4 \Delta e(nT)}$                    |
| IC10 | $\frac{-hK_2 e(nT) + 2HK_2 \Delta e(nT) + L(H+h)}{3L + 2K_2 e(nT)}$          | $\frac{-hK_4 \Delta e(nT) + L(H+h)}{3L - 2K_4 e(nT)}$                        |
| IC11 | $\frac{-hK_2 e(nT) + L(H+h)}{3L - 2K_2 e(nT)}$                               | $\frac{-hK_4 \Delta e(nT) + 2HK_4 \Delta e(nT) + L(H+h)}{3L + 2K_4 e(nT)}$   |
| IC12 | $\frac{-HK_2 \Delta e(nT) + 2LH}{3L - 2K_2 \Delta e(nT)}$                    | $\frac{(h-H)K_4 e(nT) + HK_4 \Delta e(nT) + L(H-h)}{3L + 2K_4 \Delta e(nT)}$ |
| IC13 | $\frac{2HK_2 e(nT) + hK_2 \Delta e(nT) + L(H-h)}{3L - 2K_2 \Delta e(nT)}$    | $\frac{(H-h)K_4 e(nT) - HK_4 \Delta e(nT) - L(H+h)}{3L + 2K_4 \Delta e(nT)}$ |
| IC14 | $\frac{hK_2 e(nT) + L(H-h)}{3L + 2K_2 e(nT)}$                                | $\frac{-hK_4 \Delta e(nT) - L(H+h)}{3L + 2K_4 e(nT)}$                        |
| IC15 | $\frac{-hK_2 e(nT) - L(H+h)}{3L + 2K_2 e(nT)}$                               | $\frac{hK_4 \Delta e(nT) + L(H-h)}{3L + 2K_4 e(nT)}$                         |
| IC16 | $\frac{(H-h)K_2 e(nT) - HK_2 \Delta e(nT) - L(H+h)}{3L + 2K_2 \Delta e(nT)}$ | $\frac{2HK_4 e(nT) + hK_4 \Delta e(nT) + L(H-h)}{3L - 2K_4 \Delta e(nT)}$    |

Figure 4 shows the input membership functions that decompose their input space into 28 different input combinations (ICs). After applying defuzzification algorithm (12) and (13) to each of the 28 resulting memberships, the expressions for  $\Delta u_{PI}(nT)$  and  $\Delta u_{PD}(nT)$  in different ICs, are obtained. Due to the space limitation, the expressions for  $\Delta u_{PI}(nT)$  and  $\Delta u_{PD}(nT)$  in IC1 to IC16 are shown in Table 2. It is seen that each output change depends on the error and the change of error. The output change of the fuzzy PI controller depends on gain  $K_1$  and  $K_2$  while the output change of the fuzzy PD controller depends on gain  $K_3$  and  $K_4$ . Hence, the designed fuzzy PI and PD controllers have a self-tuning control capability.

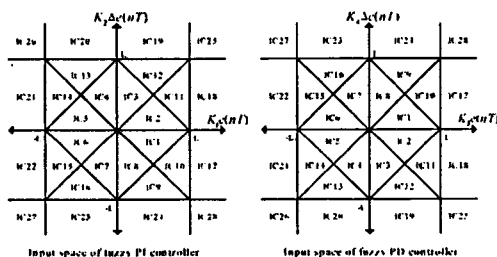


Fig. 4. Input space of fuzzy PI and PD controllers.

4. Simulation Results

The process to be controlled by the proposed Mamdani fuzzy PID controller is [8]

$$G_p(s) = \frac{K}{T_p s + 1} e^{-t_d s} \quad (14)$$

where  $K$ ,  $T_p$  and  $T_d$  are the gain, time constant and the dead time. The term of dead time is approximated to be a fourth-order system by Pade Approximation.

4.1. Step Response

In order to show the effectiveness of the proposed controller, the values of  $K$ ,  $T_p$  and  $T_d$  of the process are 1.1, 250 seconds and 45 seconds respectively. The sampling time  $T$  is chosen to be 1 second. The parameters of the conventional PID controller  $K_c$ ,  $T_i$  and  $T_d$  are first obtained from the Ziegler-Nichols tuning method and are tuned later until the system response has no overshoot. Thus  $K_c$ ,  $T_i$  and  $T_d$  are 1.2, 240 seconds and 0.01 second respectively. The parameters of Mamdani fuzzy PID controller becomes  $K_1 = 0.01$ ,  $K_2 = 1.195$ ,  $K_3 = 2.4$  and  $K_4 = 1.152$ . The constants  $L$  and  $H$  are chosen to be  $L = H = 6000$  and  $h = 1605$ .

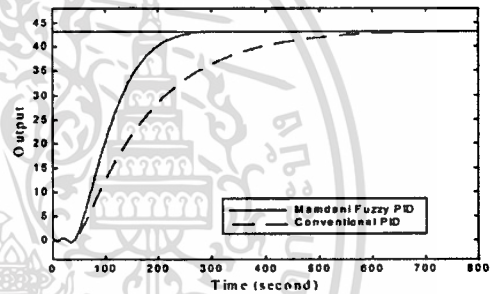


Fig. 5. Step responses of the control systems.

Step responses of the two control systems for the reference signal at 43 are shown in Fig. 5. It is seen that speed of the response of the Mamdani fuzzy PID control system is faster than the conventional PID control system and both control systems have no overshoot and steady-state error.

4.2. Step Response with Constant Output Disturbance

By applying the constant disturbance at the magnitude of 30% of the reference signal to the output, the property in rejecting the effect of the disturbance is shown in Fig. 6. It is obviously observed from the figure that the fast disturbance rejection of the proposed fuzzy PID control system can be obtained.

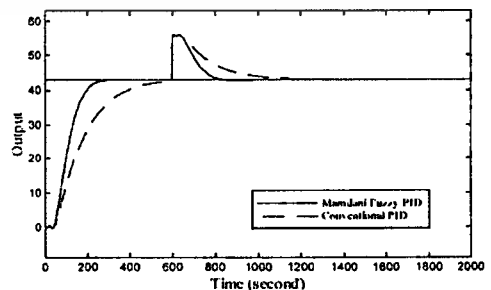


Fig. 6. Step responses with constant output disturbances.

#### 4.3. Step Response due to Process Parameters change

The step responses of the fuzzy PID control system when the process gain  $K$  and time constant  $T_p$  has been changed, are also investigated in this paper. Figure 7 and 8 show the step responses when the values of the process gain and time constant are changed  $\pm 25\%$  from their nominal values, respectively.

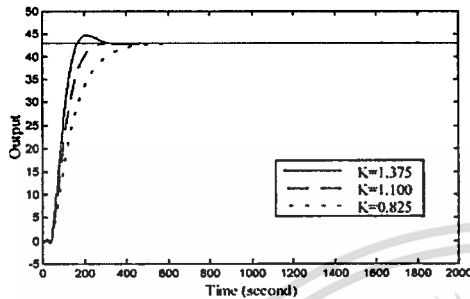


Fig. 7. Step responses for process gain has been changed.

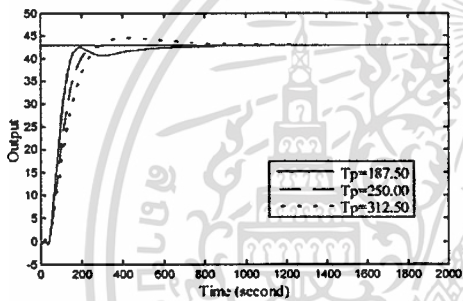


Fig. 8. Step responses for time constant has been changed.

The system performance comparison between the system using the proposed Mamdani fuzzy PID controller and the conventional PID controller are also summarized in Table 3 and 4 respectively. It is found that the speed of the responses of proposed fuzzy PID control system is faster than the conventional PID control system for both cases. Therefore, it can be concluded that the Mamdani fuzzy PID controller will give better response than the conventional one and the system is still stable.

Table 3. System performance comparison for variation of  $K$ .

| $K$   | Controller | $t_r$ (s) | $\%P_o$ | $t_s$ (s) | $\%E_{ss}$ |
|-------|------------|-----------|---------|-----------|------------|
| 0.825 | Fuzzy PID  | 209.20    | 0.00    | 406.80    | 0.00       |
|       | PID        | 420.10    | 0.00    | 760.30    | 0.00       |
| 1.100 | Fuzzy PID  | 126.35    | 0.00    | 238.70    | 0.00       |
|       | PID        | 286.90    | 0.00    | 526.25    | 0.00       |
| 1.375 | Fuzzy PID  | 85.95     | -4.18   | 275.80    | 0.00       |
|       | PID        | 205.60    | 0.46    | 383.00    | 0.00       |

Table 4. System performance comparison for variation of  $T_p$ .

| $T_p$  | Controller | $t_r$ (s) | $\%P_o$ | $t_s$ (s) | $\%E_{ss}$ |
|--------|------------|-----------|---------|-----------|------------|
| 187.50 | Fuzzy PID  | 87.40     | 0.00    | 546.80    | 0.00       |
|        | PID        | 305.80    | 0.00    | 808.70    | 0.00       |
| 250.00 | Fuzzy PID  | 126.35    | 0.00    | 238.70    | 0.00       |
|        | PID        | 286.90    | 0.00    | 526.25    | 0.00       |
| 312.50 | Fuzzy PID  | 158.55    | 4.07    | 654.10    | 0.00       |
|        | PID        | 293.35    | 3.26    | 999.50    | 0.00       |

#### 5. Conclusions

The Mamdani fuzzy PID controller for controlling a process with small dead time has been proposed in this paper. The simplicity in designing the proposed fuzzy PID controller to meet the desired control system performances both in transient state and steady state has also been shown. The better effectiveness of the proposed controller is shown by the simulation results.

#### References

- [1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controller" *ASME Trans.*, vol. 64., pp. 759-768, 1942
- [2] J. Carvajal, G. Chen and H. Ogmen, "Fuzzy PID Controller: Design, Performance Evaluation, and Stability Analysis" *Information Sciences*, vol. 123., pp. 249-270, 2000
- [3] D. Misir, H. A. Malki and G. Chen, "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional Integral Derivative Controller" *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79., pp. 297-314, 1996
- [4] G. Chen and H. Ying, "BIBO Stability of Nonlinear Fuzzy PI Control Systems" *J. Intelligent & Fuzzy System*, vol. 5., pp. 245-256, 1997
- [5] A. Malki, H. Li and G. Chen, "New design and Analysis of a Fuzzy Proportional Derivative Control Systems" *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 2. no. 4., pp. 245-254, 1994
- [6] H. Ying, "Theory and Application of Anovel Fuzzy PID Controller Using a Simplified Takagi-Sugeno Rule Scheme" *Information Sciences*, vol. 123., pp. 281-293, 2000
- [7] A. Kanhawek, J. Ngamwiwit and S. Phoojaruenchanachai, "Takagi-Sugeno Fuzzy PI+D Controller Design for Process with Interval Gain" *Lakkrabang Engineering Journal*, vol. 18., pp. 7-12, 2001
- [8] Y. Ding, H. Ying and S. Shao, "Theoretical Analysis of a Takagi-Sugeno Fuzzy PI Controller with Application to Tissue Hyperthermia Therapy" *IEEE Trans. on Fuzzy System*, vol. 1., pp. 252-257, 1998

## ประวัติผู้เขียน

นายกังวาน แสนสวาสดี เกิดเมื่อวันที่ 17 มิถุนายน พ.ศ. 2517 ที่จังหวัดบุรีรัมย์ เมื่อปี พ.ศ. 2526 ย้ายจากโรงเรียนบ้านถาวร อำเภอนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์ เข้าศึกษาที่โรงเรียนวัดปากบึง แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง จังหวัดกรุงเทพมหานคร จากนั้นเข้าศึกษามัธยมศึกษาตอนต้นที่โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง เมื่อปี พ.ศ. 2534 เข้าศึกษาที่วิทยาลัยเทคนิคมีนบุรี สาขาวิชาช่างไฟฟ้า ซึ่งสำเร็จการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพและประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงในปี พ.ศ. 2537 และ พ.ศ. 2539 ตามลำดับ เมื่อปี พ.ศ. 2540 เข้าศึกษาที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ศึกษาในระดับปริญญาตรี สาขาวิชาอิเล็กทรอนิกส์ ภาควิชาอิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ในปี พ.ศ. 2543 เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิตวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2544 และ พ.ศ. 2545 มีผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์ที่ประเทศเกาหลีใต้ และประเทศจีน ตามลำดับ อย่างละฉบับ

