สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การประยุกต์ใช้อนุกรมฟูเรียร์ในการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มแบบง่าย

APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC

T045632

โอฬาร ชำนิ

ORAN CHUMNI

เลขหมู่..........
เลขทะเบียน 45632
วัน, เดือน, ปี 12 ก.พ. 2546

b.........
i.........

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2545

ISBN 974-324-172-8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC

ORAN CHUMNI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2002

ISBN 974-324-172-8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2002

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประยุกต์ใช้อนุกรมฟูเรียร์ในการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็ม แบบง่าย
นักศึกษา	นายโอฬาร ชำนิ
รหัสประจำตัว	38624303
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
พ.ศ.	2545
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.อุบลวรรณา เงินวิจิตร
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	รศ.ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบของสัญญาณพีพีเอ็ม (PPM, Pulse Position Modulation) โดยใช้สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม (PWM, Pulse Width Modulation) ในแต่ละคาบเป็นคาบเวลาที่มีค่าดิวตี้ไซเคิลแปรตามความแรงของสัญญาณ ดังนี้

$$\phi_{pwm}(t) = \phi_{pwm}(t+T) = F_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \tag{1}$$

โดยที่สัญญาณพีพีเอ็มเกิดจากการหาอนุพันธ์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม (1) ด้วยสเกลลบหนึ่ง แล้วนำไปทำการเรคติไฟร์ ในรูป

$$\phi_{ppm}(t) = -\frac{d\phi_{pwm}(t)}{dt} + \phi_p(t) \tag{2}$$

การวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็ม (2) สามารถลดขั้นตอนและความยุ่งยากของวงจรการรับส่งข่าวสาร ซึ่งวิธีการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอเป็นการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็ม โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Applications of Fourier Series in Simple PPM System Analytic
Student	Mr.Oran Chumni
Student ID.	38624303
Degree	Master of Science
Programme	Applied Mathematics
Year	2002
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Ubolwanna Ngernwichit
Thesis Coadvisor	Assoc.Prof.Dr.Paramote Wardkein

ABSTRACT

In this thesis, an analytic method of Pulse Position Modulation (PPM) by using Pulse Width Modulation (PWM) that the time of positive pulse in each period of signals is proportional to voltage of signals is presented. By definition

$$\phi_{pwm}(t) = \phi_{pwm}(t+T) = F_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \qquad (1)$$

Where PPM is generated by the differentiation PWM signals with gain (−1) and It is rectifier by the way of it and summing impulse train carrier $\phi_p(t)$.

$$\phi_{ppm}(t) = -\frac{d\phi_{pwm}(t)}{dt} + \phi_p(t) \qquad (2)$$

From the above idea, it can be achieved a simple analysis PPM signals. In additional above PPM and PWM signals is simulated by MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12). Which it's a result agreed well with the real PPM.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้เป็นอีกหนึ่งความสำเร็จของผู้วิจัย ได้เพิ่มพูนประสบการณ์มากมายหลายด้าน ซึ่งมีคุณค่ายิ่ง ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์อุบลวรรณา เงินวิจิตร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ให้คำปรึกษา ชี้แนะ แก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างสม่ำเสมอและให้โอกาสแก่ผู้วิจัยได้แก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง ตลอดจน รองศาสตราจารย์ ดร.ไมตรี โพธิ์สุข ที่กรุณาชี้แนะและตรวจสอบในการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณน้องๆ เอกคณิตศาสตร์ประยุกต์ ปริญญาโท ที่ช่วยเหลืออำนวยความสะดวกสิ่งต่างๆ ด้วยดี ตลอดมา

ขอขอบคุณสำหรับความห่วงใย เอื้ออาทร จากคุณสุณิศา ขามทอง คุณทองอินทร์ อังคณานุกูล ครอบครัวพิณภาทย์ ตลอดจนผู้ช่วยเหลือทุกท่านที่ไม่สามารถกล่าวนามได้หมดอีกหลายท่าน

ขอขอบคุณเป็นพิเศษสำหรับ คุณยุพยงค์ ชำนิ เด็กหญิงวริศฐ์ชยา ชำนิ และเด็กชายพณฤฎฐ์ ชำนิ เป็นส่วนสำคัญที่ผลักดันให้เกิดกำลังใจ เกิดความมุมานะ อดทน

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบแด่ บิดา, มารดา พี่ชาย และพี่สาว บุพการีทุกท่าน ผู้มีพระคุณทุกท่าน จึงขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

นายโอฬาร ชำนิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูป	VII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์และข้อกำหนดในการทำวิจัย	2
1.3 ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการทำวิจัย	2
1.4 ขั้นตอนการศึกษา	3
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานการส่งสัญญาณพีพีเอ็ม	4
2.1 การวิเคราะห์สัญญาณมีคาบและการวิเคราะห์สัญญาณไร้คาบ	5
2.2 ทฤษฎีการชักค่าตัวอย่าง (Sampling Theorem)	17
2.3 การวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็มแนวความคิดเดิม	21
บทที่ 3 หลักการในการมอดูเลตพีพีเอ็มที่นำเสนอ	41
3.1 การวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม	41
3.2 การวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพีพีเอ็ม	44
บทที่ 4 ผลของงานวิจัย	49
4.1 ผลของการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม	49
4.2 ผลของการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีพีเอ็ม	54
4.3 การเปรียบเทียบฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม	60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 65
5.1 สรุปผลการวิจัย 65
5.2 ข้อเสนอแนะ 65

เอกสารอ้างอิง 66

ภาคผนวก ก 68
ภาคผนวก ข 70
ภาคผนวก ค 72
ภาคผนวก ง 74
ภาคผนวก จ 76
ภาคผนวก ฉ 78
ภาคผนวก ช 80
ภาคผนวก ซ 82

ประวัติผู้เขียน 84

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	ค่าระดับแรงดันสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อ $0 < c < 1$	53
4.2	ระยะห่างของที่เกิดขอบและตกขอบของสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อ $0 < c < 1$	58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 แสดงการมอดูเลตสัญญาณพัลส์แบบ PAM, PWM, PPM ตามลำดับ 5

2.2 แสดงแผนผังวงจรระบบการสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม และพีพีเอ็ม 5

2.3 แสดงองค์ประกอบของฟังก์ชัน $f(t)$ เมื่อจำนวนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากมีค่าเป็น 1,3,5 และ 7 ตามลำดับ 8

2.4 แสดงตัวอย่างสเปกตรัมแอมปลิจูด และเฟสของสัญญาณ 10

2.5 แสดงประกอบเพื่ออธิบายว่าสัญญาณไร้คาบ คือ สัญญาณมีคาบที่มีเวลาเป็นอนันต์ 14

2.6 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณคาบ $f_T(t)$ 14

2.7 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณที่ถูกชักค่าตัวอย่าง 18

2.8 แสดงแอมปลิจูดสเปกตรัมของฟังก์ชันการชักค่าตัวอย่าง 19

2.9 แสดงแอมปลิจูดสเปกตรัมของฟังก์ชันการชักค่าตัวอย่างเมื่อ $\tau << T$ 19

2.10 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณที่เกี่ยวเนื่องกับการสุ่มค่าสัญญาณ 21

2.11 วงจรพื้นฐานสำหรับเครื่องส่งพีพีเอ็ม 25

2.12 รูปแบบคลื่นนำออกเครื่องส่งพีพีเอ็ม 26

2.13 ขอบเขตของตัวอินทิเกรตพีพีเอ็มกับการชักค่าตัวอย่างแบบธรรมชาติ 28

2.14 ขอบเขตการอินทิเกรตของรูปแบบคลื่นพีดีเอ็มหาอนุพันธ์จากการชักค่าตัวอย่างเชิงธรรมชาติ PPM 32

2.15 การสร้างผิดส่วนในช่องสัญญาณแถบฐานจากเครื่องส่งโดยพีพีเอ็มกับ Natural sampling และการจัดสัญญาณพีพีเอ็ม-พีดีเอ็ม 33

2.16 การเกิดสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม 34

2.17 สเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มกับ $\beta = 0.1$ 36

2.18 การเกิดของสัญญาณพีพีเอ็มจากพีดับบลิว (a) การเกิด (b) รูปแบบคลื่น 37

2.19 แสดงกระบวนในการมอดูเลต 39

3.1 แสดงขั้นตอนการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม 41

3.2 แสดงขั้นตอนการมอดูเลตสัญญาณพีพีเอ็ม 45

3.3 ผลการตอบสนองตัวกรองความถี่ต่ำที่ใช้เป็นอินติเกรเตอร์ 47

4.1 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ $c = 0$ และ $k = 0$ จะได้ $t_d = 0, t_{prt} = 0$ 50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

4.2 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 0.1 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.1$, $t_{prt} = 1.25$ 50

4.3 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 0.25 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.25$, $t_{prt} = 1.25$ 51

4.4 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.5$, $t_{prt} = 1.25$ 51

4.5 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 0.75 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.75$, $t_{prt} = 1.25$ 52

4.6 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 1 และ k = 0 จะได้ $t_d = 1$, $t_{prt} = 1.25$ 52

4.7 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยเทียบระหว่างค่า c กับค่าดิวตี้ไซเคิล (t_d/t_{prt}) 53

4.8 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 54

4.9 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0 และ k = 0 จะได้ 55

4.10 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.1 และ k = 0 55

4.11 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.25 และ k = 0 56

4.12 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0 56

4.13 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.75 และ k = 0 57

4.14 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 1 และ k = 0 57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

4.15 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยเทียบระหว่าง c กับระยะห่างที่เกิดขอบกับขอบตก 58

4.16 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 59

4.17 กราฟแสดงวงกลมหนึ่งหน่วย 60

4.18 กราฟของฟังก์ชันไซน์ 60

4.19 กราฟของฟังก์ชันโคไซน์ 61

จ.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด J.E.PEARSON [1] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 77

ฉ.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด MISCHA SCHWARTZ, WILLIAM R. BENNETT และ SEYMOUR STEIN [3] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 79

ช.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด R.E.ZIEMER และ W.H.TRANTER [5] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 81

ซ.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด Philip F. Panter [4] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 83

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ปัจจุบันเป็นยุคของการสื่อสาร การปรับปรุงและพัฒนาระบบสื่อสารให้มีประสิทธิภาพจึงเป็นเรื่องที่ได้รับความสนใจและได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ทั้งด้านความถูกต้องในการรับส่งข้อมูล, วิธีการตรวจจับความผิดพลาดของข้อมูลในการส่ง ตลอดจนการพัฒนาเทคนิคและวิธีการรับส่งข้อมูลข่าวสาร ซึ่งกระบวนการรับส่งข้อมูลที่สำคัญคือ การมอดูเลตสัญญาณ (Modulation)

การมอดูเลตที่ใช้ในระบบสื่อสารนั้นมีหลายแบบ กระบวนการมอดูเลตที่มีความสำคัญต่อระบบสื่อสารกระบวนการหนึ่ง ได้แก่ การมอดูเลตพัลส์ (Pulse Modulation หรือ Analogue Pulse Modulation) เป็นวิธีการมอดูเลตสัญญาณข้อมูลโดยใช้สัญญาณพัลส์เป็นสัญญาณคลื่นพาห์ (Carrier) และส่งสัญญาณถูกมอดูเลตแล้วไปในช่องสัญญาณ (Channel) แบบอนาลอก (Analog) [1] สามารถแบ่งออกเป็น 3 แบบใหญ่ๆ ด้วยกันคือ การมอดูเลตเชิงแอมปลิจูด (Pulse Amplitude Modulation : PAM), การมอดูเลตพีดับบลิวเอ็ม (Pulse Width Modulation : PWM) และ การมอดูเลตพีพีเอ็ม (Pulse Position Modulation : PPM) ซึ่งในปัจจุบันได้มีการนำวิธีการพีพีเอ็ม (PPM) ไปประยุกต์ใช้กับระบบการสื่อสารทางแสง ซึ่งเป็นเทคโนโลยีการสื่อสารใหม่อีกด้านหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญ

กระบวนการส่งสัญญาณโดยการมอดูเลตและการดีมอดูเลตสัญญาณแบบพีพีเอ็มในปัจจุบันนั้นมีขั้นตอนที่ซับซ้อนและยุ่งยาก ทำโดยสร้างสัญญาณพีพีเอ็มซึ่งได้มาจากการนำสัญญาณพีดับบลิวเอ็มไปผ่านวงจรโมโนสเตเบิ้ลมัลติไวเบรเตอร์ [9] นั่นคือจำเป็นต้องสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มให้ได้ก่อนจึงจะสามารถสร้างสัญญาณพีพีเอ็มได้ ส่วนการดีมอดูเลตสัญญาณเกิดขึ้นโดยเมื่อภาครับนำสัญญาณพีพีเอ็มที่ได้รับ จึงทำการแปลงสัญญาณพีพีเอ็มให้เป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจึงสามารถกู้สัญญาณข่าวสารกลับคืนมาได้ ในกระบวนการแปลงสัญญาณพีพีเอ็มเป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็มที่ตัวรับจำเป็นที่จะต้องใช้สัญญาณพัลส์อ้างอิง (Pulse Synchronize)

ซึ่งระบบการส่งสัญญาณโดยการมอดูเลตและการดีมอดูเลตสัญญาณดังกล่าวมีความยุ่งยาก ซับซ้อนในการสร้างวงจรและการกู้สัญญาณข่าวสารกลับคืน รวมทั้งในขั้นตอนการแปลงสัญญาณจากสัญญาณพีพีเอ็มไปเป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็มยังจำเป็นต้องใช้สัญญาณพัลส์อ้างอิง ซึ่งถ้าสัญญาณพัลส์อ้างอิงเกิดการผิดพลาดจะทำให้ข้อมูลที่รับได้ไม่ตรงกับทางด้านส่ง ดังนั้นหาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีการปรับปรุงการส่งสัญญาณพีพีเอ็มให้ง่ายขึ้นแบบไม่ต้องใช้สัญญาณอ้างอิง (Synchronize Signal) จะช่วยลดความซับซ้อนของขั้นตอนการปฏิบัติงาน และยังช่วยให้วงจรง่ายขึ้นอีกด้วย

1.2 วัตถุประสงค์และข้อกำหนดในการทำวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้ได้มุ่งเน้นการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็ม โดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ซึ่งสมมติฐานเบื้องต้นว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มในแต่ละคาบเวลา เป็นสัญญาณแบบคาบ (Periodic Signal) จากสมมุติฐานดังกล่าวทำให้สามารถวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มในเชิงความถี่ (Frequency Domain) ด้วยคณิตศาสตร์คือ อนุกรมฟูเรียร์ (Fourier Series) ในการสังเคราะห์และวิเคราะห์ฟังก์ชันของสัญญาณพีพีเอ็ม และทำการพิสูจน์ว่าผลที่ได้จากการทดสอบสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ฟังก์ชันของสัญญาณตามสมมุติฐานหรือไม่ ซึ่งถ้าเป็นจริงจะสามารถนำผลจากการวิเคราะห์ตามสมมุติฐานดังกล่าวมาปรับปรุงกระบวนการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็มให้มีกระบวนการที่ง่ายขึ้น โดยเฉพาะสัญญาณพีพีเอ็มจะสามารถลดขั้นตอนและความยุ่งยากของวงจรในการรับส่งข่าวสารลงไปได้

1.3 ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการทำวิจัย

แนวทางที่วิทยานิพนธ์นี้ได้จากการตั้งสมมุติฐานเบื้องต้นว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มที่ใช้ในการส่งสัญญาณนั้นเป็นสัญญาณแบบคาบ (Periodic Signal) ดังนั้นในการศึกษาวิเคราะห์องค์ประกอบของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจึงใช้การวิเคราะห์ด้วยคณิตศาสตร์ในเชิงความถี่ (Frequency Domain) เป็นพื้นฐาน นั่นคือ อนุกรมฟูเรียร์ในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential of Fourier Series) จากการวิเคราะห์พบว่าพจน์ความถี่ต่ำสุดของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มมีค่าแปรผันตามสัญญาณข่าวสาร $k.m(t)$ (k คือค่าคงที่, $m(t)$ คือสัญญาณข่าวสาร)

จากผลการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มเมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มในเชิงความถี่ (Frequency Domain) พบว่าพจน์ความถี่ต่ำสุดของสัญญาณพีพีเอ็ม มีค่าแปรผกผันกับสัญญาณข่าวสาร $-kdm(t)/dt$ จะเห็นได้ว่าผลการวิเคราะห์สัญญาณนั้นสามารถนำไปสร้างเป็นวงจรจริงได้ โดยที่ภาครับสัญญาณพีพีเอ็มสามารถกู้สัญญาณข่าวสารกลับคืนมาได้โดยการนำเอาสัญญาณพีพีเอ็มที่รับได้ในภาครับไปผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำและนำพจน์ความถี่ต่ำสุดที่ได้นั้นไปผ่านวงจรแปลงสัญญาณ (Low Pass Filter) ก็จะได้สัญญาณข่าวสาร $m(t)$ กลับคืนมาโดยไม่ต้องใช้สัญญาณอ้างอิงรวมทั้งลดความยุ่งยากวงจรในภาครับลงได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ขั้นตอนการศึกษาวิจัย

พิจารณาจากสัญญาณพีพีเอ็มมีขั้นตอนการสร้างสัญญาณมาจากสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ในงานวิจัยนี้จึงเริ่มจากพื้นฐานการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม โดยสมมุติฐานเบื้องต้นว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มในแต่ละคาบเวลา เป็นสัญญาณแบบคาบ (Periodic Signal) แล้ว จึงทำการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มในเชิงความถี่ด้วยคณิตศาสตร์อนุกรมฟูเรียร์ได้ จากการวิเคราะห์ได้ผลลัพธ์ที่น่าสนใจค่าหนึ่ง พบว่าพจน์ความถี่ต่ำสุดของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มคือพจน์ของสัญญาณข่าวสาร ดังนั้นในการตรวจจับสัญญาณพีดับบลิวเอ็มใช้เพียงตัวกรองความถี่ต่ำ (low pass filter) ที่เหมาะสมไปกรองสัญญาณข่าวสารกลับคืนมาได้ จากนั้นนำค่าของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มที่วิเคราะห์ได้ ทำการวิเคราะห์ต่อเพื่อให้ได้ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีพีเอ็ม สำหรับผลลัพธ์ที่ได้การวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพีพีเอ็ม พบความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณพีพีเอ็มกับพีดับบลิวเอ็มทั้งสองว่า สัญญาณพีพีเอ็มคืออนุพันธ์ (differential) ของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม คูณด้วยอัตราขยายสเกลลบหนึ่งรวมอยู่กับสัญญาณขบวนอิมพัลส์คลื่นพาห์ จากนั้นนำค่าที่วิเคราะห์ได้นำไปทดลอง โดยการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม ด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อทดสอบว่ามีผลการทดสอบอย่างไร เพื่อเป็นการยืนยันแนวความคิดที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีพื้นฐานการส่งสัญญาณแบบพีพีเอ็ม
(Pulse Position Modulation : PPM)

การมอดูเลตสัญญาณ หมายถึง การฝากข้อมูลสัญญาณข่าวสารในช่วงความถี่แถบฐาน (Baseband) ไปกับคลื่นพาห์ที่เป็นสัญญาณอ้างอิง โดยใช้ความแรงของสัญญาณข่าวสารเป็นตัวควบคุมค่าตัวแปรต่าง ๆ ของคลื่นพาห์ให้เปลี่ยนไปตามค่าความแรงของสัญญาณข่าวสารในการมอดูเลตสัญญาณข่าวสารอนาลอก นอกจากการมอดูเลตด้วยคลื่นพาห์ต่อเนื่อง (Continuos wave) แล้ว ยังมีอีกแบบหนึ่งซึ่งเรียกว่า การมอดูเลตพัลส์ (pulse modulation) หมายถึงการมอดูเลตสัญญาณข่าวสารด้วยคลื่นพาห์ที่เป็นขบวนพัลส์ (pulse train) การมอดูเลตสัญญาณพัลส์นั้น สามารถแบ่งได้เป็น 3 แบบ คือ

แบบที่ 1 การมอดูเลตเชิงแอมปลิจูด (Pulse Amplitude Modulation : PAM) ใช้ค่าแอมปลิจูด ของพัลส์ในขบวนพัลส์จะแปรค่าตามความแรงของค่าตัวอย่างของสัญญาณข่าวสาร

แบบที่ 2 การมอดูเลตความกว้างพัลส์ (Pulse Width Modulation : PWM หรือ Pulse Duration Modulation : PDM) ใช้ความกว้างของแต่ละพัลส์ในขบวนพัลส์ แปรผันตามค่าความแรงของตัวอย่างสัญญาณข่าวสาร

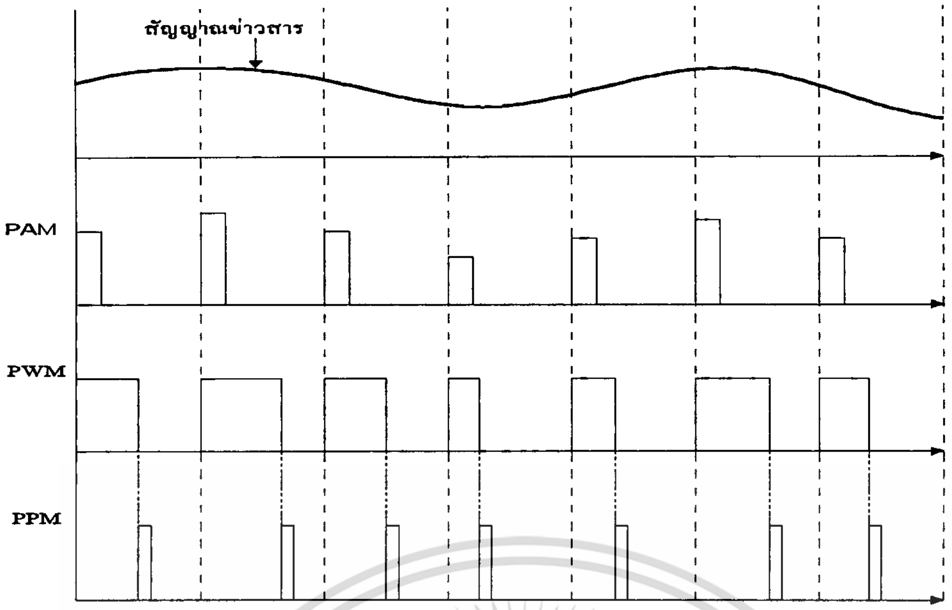
แบบที่ 3 การมอดูเลตตำแหน่งพัลส์ (Pulse Position Modulation : PPM) ใช้การเลื่อนตำแหน่งของพัลส์แต่ละพัลส์ แปรผันตามค่าตัวอย่างสัญญาณข่าวสาร

ซึ่งการมอดูเลตสัญญาณพัลส์มีรูปแบบดังแสดง ในรูปที่ 2.1 ตามลำดับ

สำหรับการมอดูเลตพัลส์สองแบบหลังคือการมอดูเลตตำแหน่งพัลส์และการมอดูเลตความกว้างพัลส์นั้นบางครั้งถูกเรียกว่าการมอดูเลตเวลาพัลส์ (pulse timing modulation) [4]

จากการศึกษาการมอดูเลตพัลส์ พบว่าวิธีการมอดูเลตตำแหน่งพัลส์และการมอดูเลตความกว้างพัลส์ได้รับความนิยมนำมาประยุกต์ใช้มากเป็นพิเศษ [11-13] เนื่องจากมีข้อดีคือสามารถป้องกันสัญญาณรบกวนได้ดี หากใช้ความกว้างช่องสัญญาณ (bandwidth) ที่กว้างพอ กระบวนการในการมอดูเลตตำแหน่งพัลส์และการมอดูเลตความกว้างพัลส์นั้นแสดงไว้ในรูปที่ 2.2 ซึ่งมีขั้นตอนคร่าว ๆ ดังนี้คือ สัญญาณข่าวสารจะถูกชักค่าตัวอย่างก่อนถูกนำไปสร้างเป็นสัญญาณความกว้างพัลส์ หลังจากนั้นจึงนำสัญญาณความกว้างพัลส์ที่ได้ไปสร้างเป็นสัญญาณตำแหน่งพัลส์ต่อไป จากขั้นตอนการมอดูเลตพัลส์ดังกล่าว จะพบว่ามีขั้นตอนบางอย่างเป็นขั้นตอนที่สำคัญ เช่น การชักค่าตัวอย่าง จึงจำเป็นต้องกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อประกอบความเข้าใจต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1 แสดงการมอดูเลตสัญญาณพัลส์แบบ PAM, PWM, PPM ตามลำดับ

รูปที่ 2.2 แสดงแผนผังวงจรระบบการสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม และพีพีเอ็ม

2.1 การวิเคราะห์สัญญาณมีคาบและการวิเคราะห์สัญญาณไม่มีคาบ

กระบวนการพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการสื่อสารนั้นได้แก่ การวิเคราะห์สัญญาณที่นำมาใช้ในการสื่อสาร เราทราบว่าสัญญาณเป็นปริมาณทางกายภาพที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นจึงสามารถแทนสัญญาณต่าง ๆ ด้วยฟังก์ชันของเวลาได้ และผลจากการแทนสัญญาณต่าง ๆ ด้วยฟังก์ชันของเวลาในการวิเคราะห์สัญญาณเชิงคณิตศาสตร์นั้นทำให้มีความสะดวกมากขึ้น ในการวิเคราะห์สัญญาณเชิงคณิตศาสตร์นี้ จึงได้อธิบายคุณสมบัติของสัญญาณต่าง ๆ นั้น ให้ชัดเจนและสะดวกในการใช้งานมากยิ่งขึ้น

วิธีการวิเคราะห์สัญญาณนี้จะทำการกระจายสัญญาณที่ปรากฏในโดเมนของเวลา (Time Domain) ออกเป็นส่วนประกอบย่อยที่เป็นคลื่นรูปไซน์ที่มีขนาด ความถี่ และเฟส ตามความเหมาะสม จำนวนอนันต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1 การวิเคราะห์สัญญาณมีคาบ (Periodic Signal)

สัญญาณมีคาบ (Periodic Signal) สัญญาณที่เกิดขึ้นแล้ว มีรูปแบบของสัญญาณซ้ำรูปเดิมทุก ๆ ช่วงเวลาที่มีค่าจำกัดค่าหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$f(t+T)=f(t) \qquad \text{สำหรับทุกค่า } t \text{ ในโดเมน} \tag{2.1}$$

โดยในที่นี้ T เป็นช่วงเวลาคงที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ (2.1) เป็นจริง โดยจะเรียกค่า T นี้ว่า คาบเวลา (period) ของสัญญาณ $f(t)$ นั้น

ชุดของฟังก์ชันที่นิยมนำมาใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณมีคาบนั้น ได้แก่ฟังก์ชันที่มีชื่อว่า ฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Function) ซึ่งจะต้องมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. ฟังก์ชัน $f(t)$ และ $f^*(t)$ ซึ่งต่างไม่ได้มีค่าเป็นศูนย์ตลอดช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$ จะเป็นฟังก์ชันที่เรียกว่า เชิงตั้งฉากซึ่งกันและกัน ในช่วง (t_0, t_1) เมื่อ

$$\int_{t_0}^{t} f_1(t) f_2^*(t) = 0 \tag{2.2}$$

หมายถึง การทำสังยุค (Conjugate) ของฟังก์ชันนั้น แต่ถ้าฟังก์ชันมีมากกว่า 2 ฟังก์ชัน กล่าวคือมี $f_1(t), f_2(t), \ldots\ldots, f_n(t)$ แล้วฟังก์ชันเหล่านี้ จะเป็นฟังก์ชันเชิงตั้งฉากซึ่งกันและกัน ในช่วง (t_0, t_1) เมื่อ

$$\int_{t_0}^{t_1} f_i(t) f_j^*(t)\,dt = k \begin{cases} 0, & i \neq j \\ k_i, & i = j \end{cases} \tag{2.3}$$

โดยในที่นี้ $i, j = 1,2,3,\ldots,n$ และ k_i คือค่าตัวเลขใด ๆ ที่เหมาะสมค่าหนึ่ง

2. แต่ละฟังก์ชันในกลุ่มฟังก์ชันเชิงตั้งฉากต้องเป็นอิสระเชิงเส้นซึ่งกันและกัน ในช่วงเวลา (t_0, t_1) หมายความว่าในช่วงเวลานี้ไม่มีฟังก์ชันใดเลยจากฟังก์ชันกลุ่มนี้ที่สามารถสร้างขึ้นได้จากการใช้ฟังก์ชันอื่น ๆ ที่เหลือในกลุ่ม โดยการรวมกันเชิงเส้น หรืออธิบายในรูปสมการได้คือ

$$f_i(t) \neq \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} c_j f_j(t) \qquad \text{เมื่อ } c_j \text{ คือ ค่าคงที่} \tag{2.4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลุ่มของฟังก์ชันหรือสัญญาณที่เป็นตั้งฉากซึ่งกันและกันที่กล่าวมาข้างต้นสามารถนำมาใช้ประกอบรวมกันเพื่อประมาณฟังก์ชันใด ๆ ทั่วไปได้ โดยที่ฟังก์ชันเชิงตั้งฉากแต่ละฟังก์ชันเพิ่มสาระหรือองค์ประกอบที่ไม่ซ้ำซ้อนกันให้กับการประมาณฟังก์ชันนั้นได้เสมอ อธิบายในรูปสมการได้คือ

$$f(t) \approx \tilde{f}(t) \approx \sum_{i=1}^{n} c_i f_i(t) \tag{2.5}$$

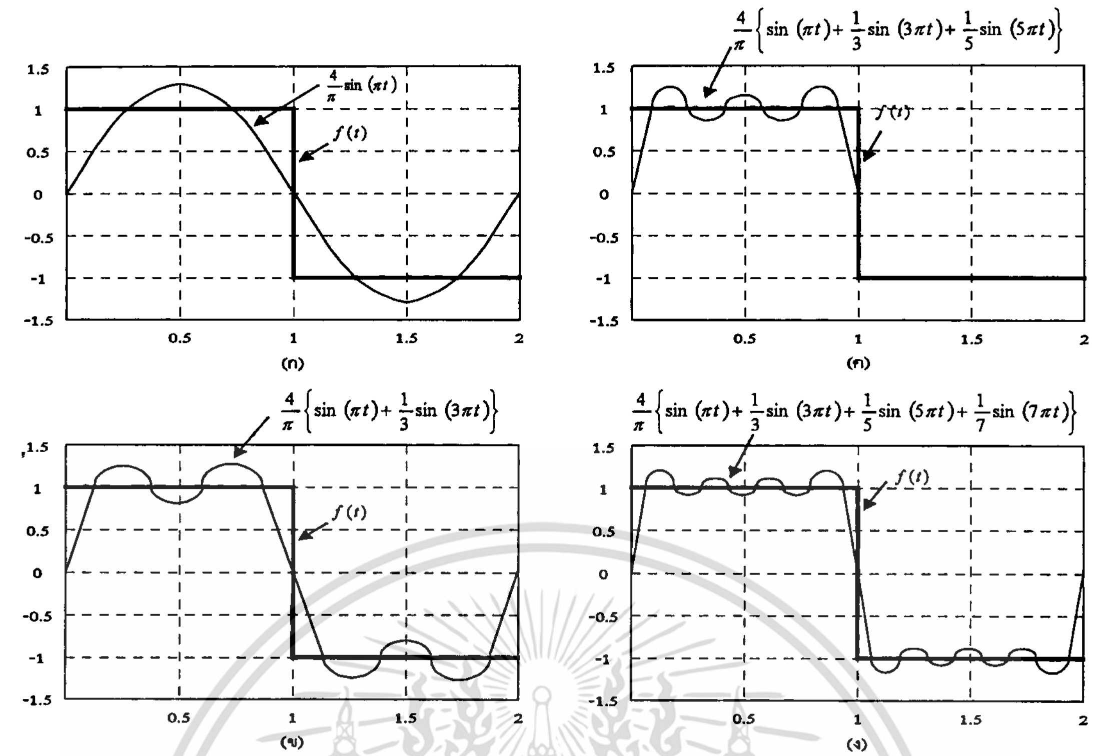
หากมีการปรับค่าให้เหมาะสมสามารถทำให้ฟังก์ชัน $f(t)$ จะมีลักษณะคล้ายกับฟังก์ชัน $f(t)$ ใด ๆ ได้ ในช่วงเวลา (t_0, t_1) และถ้าหากค่า n หรือจำนวนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากมีมากขึ้น การประมาณโดยนัยของ (2.5) ก็ยิ่งใกล้เคียงมากขึ้นทุกที ดังนั้น ถ้าให้ n มีค่าเป็นอนันต์ เราได้ว่า [15]

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_i f_i(t) \ , \ t_0 < t < t_1 \tag{2.6}$$

อาจกล่าวได้ว่าฟังก์ชัน $f(t)$ ใด ๆ ประกอบได้จากองค์ประกอบของฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก $f_i(t)$ จำนวนมาก ๆ และหากฟังก์ชันเชิงตั้งฉากเพิ่มมากขึ้นจนเป็นจำนวนอนันต์ ค่าความผิดพลาดของการประมาณฟังก์ชันก็ควรจะมีค่าเฉลี่ยลดลงสู่ศูนย์ นั้นคือผลรวมของฟังก์ชันเชิงตั้งฉากจำนวนอนันต์สามารถแทนฟังก์ชันใด ๆ ได้ดังแสดงใน (2.6) ซึ่งในทางคณิตศาสตร์เรียกว่าอนุกรมฟูเรียร์ (Fourier Series) ซึ่งรูปที่ 2.3 แสดงให้เห็นว่าเมื่อจำนวนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากที่มากขึ้นสามารถประกอบกันได้รูปแบบใกล้เคียงกับฟังก์ชันใด ๆ มากขึ้น

ฟังก์ชันเชิงตั้งฉากที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณนั้นไม่ได้จำกัดว่าต้องมีรูปแบบเป็นอย่างใด ดังนั้นในการวิเคราะห์สัญญาณจึงใช้ฟังก์ชันรูปไซน์แทนฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก เนื่องจากเป็นฟังก์ชันพื้นฐานที่เกิดขึ้นเป็นปรกติใช้ในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้ง่าย รวมทั้งยังเหมาะสมสำหรับนำไปใช้ประโยชน์ในเชิงปฏิบัติการอย่างมาก ซึ่งเมื่อแทนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากด้วยฟังก์ชันรูปไซน์แล้ว ดัง (2.6) จะถูกแปลงรูปเป็น (2.7) และมีชื่อเรียกเฉพาะว่าอนุกรมฟูเรียร์เชิงตรีโกณ (Trigonometric Fourier Series)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 แสดงองค์ประกอบของฟังก์ชัน $f(t)$ เมื่อจำนวนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากมีค่าเป็น 1,3,5 และ 7 ตามลำดับ

ซึ่งมีรูปแบบโดยทั่วไปในลักษณะกระชับรูป (Compact form) ดังนี้ คือ (โดยทั่วไป $f(t)$ อาจเป็นฟังก์ชันเชิงซ้อน แต่ในงานวิจัยนี้มุ่งเน้นเฉพาะกรณีที่ $f(t)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริง)

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \ , \ t_0 < t < t_1 \tag{2.7}$$

หรือกระจายได้เป็น

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)\} \ , \ t_0 < t < t_1 \tag{2.8}$$

โดยที่ ω_0, a_n, b_n, c_n และ ϕ นั้นสามารถกำหนดได้ดังต่อไปนี้ คือ (ในที่นี้ กำหนดนิยามให้ $T = t_1 - t_0$)

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{t_1 - t_0} = \frac{2\pi}{T} \tag{2.9}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_0 = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt \tag{2.10}$$

$$a_n = \frac{2}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt\ , \qquad n = 1,2,.... \tag{2.11}$$

$$b_n = \frac{2}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt\ ,\ n = 0,1,.... \tag{2.12}$$

$$c_n = \left|\sqrt{a_n^2 + b_n^2}\right| \tag{2.13}$$

และ

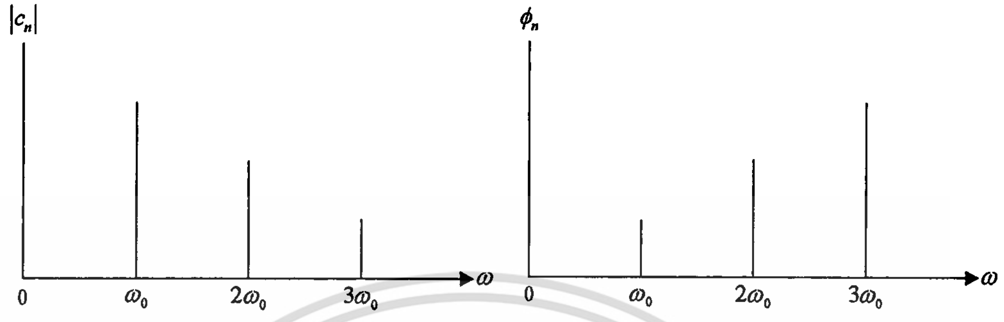
$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right) \tag{2.14}$$

จากสมการดังกล่าวข้างต้นนั้นเป็นสมการที่ใช้ในการหาค่าต่าง ๆ ของอนุกรมฟูเรียร์ ซึ่งประโยชน์ของอนุกรมฟูเรียร์ที่สำคัญคือ เพื่อใช้วิเคราะห์สัญญาณที่มีคาบ เพราะเมื่อสัญญาณใด ๆ ถูกแยกออกเป็นองค์ประกอบย่อยที่มีสัญญาณรูปไซน์แล้ว จะทำการคำนวณหาค่าผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นที่มีต่อสัญญาณนั้น ๆ ได้ง่าย เพียงใช้หลักการซ้อน (Superposition principle) และทฤษฎีเบื้องต้นอื่นที่เกี่ยวกับระบบมาใช้ให้เป็นประโยชน์

เกี่ยวเนื่องกับเรื่องของสัญญาณแถบฐาน f(t) ที่สามารถแยกส่วนประกอบออกเป็นคลื่นรูปไซน์หลาย ๆ คลื่นมารวมกันนี้ ได้มีการกำหนดเรียกชื่อคลื่นรูปไซน์ที่เป็นองค์ประกอบย่อยของสัญญาณนั้นว่า ฮาร์มอนิก (Harmonic) ของสัญญาณนั้น ความถี่ของฮาร์มอนิกต่าง ๆ จะมีค่าเป็นเลขจำนวนเต็ม n เท่าของความถี่ของสัญญาณแถบฐาน ซึ่งสัญญาณใดสัญญาณหนึ่งจะมีฮาร์มอนิกต่าง ๆ ประกอบรวมกันอยู่เป็นจำนวนมาก ลักษณะของการของการประกอบรวมกันของมีฮาร์มอนิกต่าง ๆ ในสัญญาณใดสัญญาณหนึ่งนั้นเรียกว่า สเปกตรัมฟูเรียร์ (Fourier spectrum) ของสัญญาณ หรือเรียกสั้น ๆ ว่า สเปกตรัมของสัญญาณ สเปกตรัมของสัญญาณนั้นมีความสำคัญต่อการวิเคราะห์สัญญาณมาก เพราะสเปกตรัมของสัญญาณเป็นตัวบอกให้รู้ว่าสัญญาณนั้นประกอบด้วยสัญญาณย่อยที่เป็นคลื่นรูปไซน์ด้วยสัดส่วนอย่างไร เพื่อให้ง่ายต่อการแสดงภาพสเปกตรัมโดยทั่วไปแสดงภาพสเปกตรัมด้วยภาพ 2 มิติ ในแต่ละสัญญาณจะต้องแสดงภาพสเปกตรัมที่มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์สัญญาณนั้น ๆ 2 ภาพ คือสเปกตรัมแอมปลิจูด (amplitude spectrum)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แสดงถึงขนาดของฮาร์มอนิกที่เป็นองค์ประกอบของสัญญาณบนแกนความถี่และสเปกตรัมเฟส (phase spectrum) แสดงถึงค่าเฟสของฮาร์มอนิกที่เป็นองค์ประกอบของสัญญาณบนแกนความถี่ ซึ่งตัวอย่างภาพสเปกตรัมทั้งสองได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.4 (ก) และ 2.4 (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างสเปกตรัมแอมปลิจูด และเฟสของสัญญาณ

เนื่องจากฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential Fourier Series) นั้นเป็นพื้นฐานอีกฟังก์ชันหนึ่งที่ใช้แทนฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ เมื่อทำการกระจายฟังก์ชันเป็นอนุกรมฟูเรียร์ที่มีพจน์ย่อยเป็นเชิงฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล รูปแบบอนุกรมที่กระชับกว่ารูปแบบอนุกรมฟูเรียร์เชิงตรีโกณ และการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของพจน์ในอนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียลนี้มักจะทำได้ง่ายและสะดวกกว่า ดังนั้นอนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียลนี้เป็นที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณมีคาบ ซึ่งการหาค่าอนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โพเนนเชียลนั้น มีขั้นตอน ดังนี้ คือ

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \tag{2.15}$$

และ

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \tag{2.16}$$

ดังนั้นสมการอนุกรมฟูเรียร์ (2.8) สามารถกระจายได้เป็น

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{a_n}{2}\left(e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}\right) + \frac{b_n}{2j}\left(e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}\right)\right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega_0 t} \tag{2.17}$$

โดยการเปลี่ยน $n = -n$ ในนิพจน์ของ $\sum$ ชุดหลังของ (2.17) จะได้

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} \frac{a_{-n} + jb_{-n}}{2} e^{jn\omega_0 t} \tag{2.18}$$

เพราะ $a_n = a_{-n}$ และ $b_n = b_{-n}$ ดังนั้น (2.18) จึงมีรูปใหม่เป็น

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} \frac{a_n + jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} \tag{2.19}$$

โดยการกำหนดให้ $F_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$, $F_0 = a_0$, $F_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}$ ทำให้สามารถจัดรูปแบบอนุกรมใน (2.19) นี้ ได้กระชับรูปขึ้น ดังนี้

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \tag{2.20}$$

เรียก (2.20) ว่า อนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียล ส่วนความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียลกับอนุกรมฟูเรียร์เชิงตรีโกณนั้น สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้ (ความสัมพันธ์เหล่านี้จะเป็นจริงเมื่อ $f(t)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงเท่านั้น)

$$F_0 = c_0 \tag{2.21}$$

$$2|F_n| = |c_n| \quad ,n = 1,2,\ldots.. \tag{2.22}$$

$$\angle F_n = \phi_n \quad ,n = 1,2,\ldots.. \tag{2.23}$$

$$F_{-n} = F_n^* \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นเลขจำนวนเต็ม} \tag{2.24}$$

$$F_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) \quad ,n = 1,2,\ldots.. \tag{2.25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ $a_0 = F_0$ (2.26)

$$a_n = 2\,\mathrm{Re}\{F_n\} \qquad ,n = 1,2,\ldots.. \tag{2.27}$$

$$b_n = -2\,\mathrm{Im}\{F_n\} \qquad ,n = 1,2,\ldots.. \tag{2.28}$$

สำหรับการหาค่า F_n นั้นหาได้ (2.25) นั้น ไม่เป็นที่นิยม โดยปกติแล้วการหาค่า F_n จะหาค่าโดยตรงจาก f(t) โดยการคูณค่า $e^{-jm\omega_0 t}$ ใน (2.20) ทั้งสองข้าง และทำการอินทิเกรตในช่วงเวลา T จะได้

$$\int_{t_0}^{t_1} f(t)\,e^{-jm\omega_0 t}dt = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\, e^{jn\omega_0 t}\, e^{-jm\omega_0 t}dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \int_{t_0}^{t_1} e^{j(n-m)\omega_0 t}dt \tag{2.29}$$

เนื่องจากกลุ่มของฟังก์ชัน $\left\{e^{jn\omega_0 t}\right\}$ เมื่อ n เป็นเลขจำนวนเต็ม เป็นกลุ่มของฟังก์ชันเชิงตั้งฉาก กล่าวคือ

$$\int_{t_0}^{t_1} e^{j(n-m)\omega_0 t}dt = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ T, & n = m \end{cases} \tag{2.30}$$

โดยในที่นี้ $T = t_1 - t_0 = 2\pi/\omega_0$

ดังนั้นพจน์ต่าง ๆ ใน (2.29) จึงมีค่าเป็นศูนย์หมด ยกเว้นพจน์ในกรณี n = m จะได้

$$\int_{t_0}^{t_1} f(t)\,e^{-jm\omega_0 t}dt = TF_m \tag{2.31}$$

โดยการเปลี่ยนใช้ค่า n แทน m และจัดพจน์จะได้ สูตรความสัมพันธ์ที่ใช้หาค่า F_n โดยตรงจาก f(t) ดังนี้คือ

$$F_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_1} f(t)\,e^{-jn\omega_0 t}dt \tag{2.32}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 การวิเคราะห์สัญญาณไม่มีคาบ (Aperiodic signal)

โดยนิยามแล้วสัญญาณไม่มีคาบหมายถึงสัญญาณใด ๆ ที่ไม่สามารถหารูปแบบซ้ำเดิมได้ในทุก ๆ ช่วงเวลาจำกัดค่าหนึ่ง ซึ่งเมื่อสัญญาณเป็นสัญญาณไร้คาบเช่น มีลักษณะเป็นพัลส์เดียวโดด ๆ จะเห็นว่าอนุกรมฟูเรียร์ไม่สามารถแทนที่ฟังก์ชันนั้นได้ตลอดเวลา ดังนั้นในการวิเคราะห์สัญญาณไร้คาบ จึงจำเป็นต้องมีการแก้ไขวิธีการให้เหมาะสมมากขึ้น เทคนิคการวิเคราะห์สัญญาณไร้คาบนั้นเรียกว่า การแปลงฟูเรียร์ (Fourier's transform) การแปลงฟูเรียร์นี้ทำให้สามารถวิเคราะห์สัญญาณไร้คาบในโดเมนเวลาว่ามีองค์ประกอบความถี่เป็นเช่นไรได้

2.1.2.1 การแทนสัญญาณไร้คาบในโดเมนความถี่

เมื่อพิจารณาสัญญาณไร้คาบ $f(t)$ ตามที่แสดงในรูปที่ 2.5 (ก) เราอาจจะนึกภาพได้ว่าคือสัญญาณมีคาบเช่นเดียวกับ $f_T(t)$ ตามรูปที่ 2.5 (ข) แต่คาบเวลา T นั้นถูกขยายลิมิต (limit) เข้าไปสู่ค่าอนันต์ กล่าวคือ

$$f(t) = \lim_{T\to\infty}\{f_T(t)\} \tag{2.33}$$

หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าค่า $T \to \infty$ นั้นมีผลเท่ากับการเคลื่อนย้ายพัลส์ทั้งสองข้างของพัลส์ตัวกลางใน $f_T(t)$ ออกไปจนไกลสุด จนเหมือนกับเหลือเพียงพัลส์ $f(t)$ อยู่เพียงพัลส์เดียวโดด ๆ เท่านั้น เมื่อมองภาพจินตนาการดังกล่าวนี้ได้แล้ว ก็สามารถที่จะพิจารณาถึงกระบวนการที่จะแทน $f(t)$ ด้วยองค์ประกอบของสัญญาณย่อยเช่นเดียวกับที่ทำกับสัญญาณมีคาบ เพื่อที่จะหาสเปกตรัมของ $f(t)$ ในโดเมนความถี่ โดยการเริ่มต้นนั้นพิจารณาจาก $f_T(t)$ โดยใช้สมบัติของสัญญาณมีคาบของ $f(t)$ เราจะได้อนุกรมฟูเรียร์ ตาม (2.33) คือ

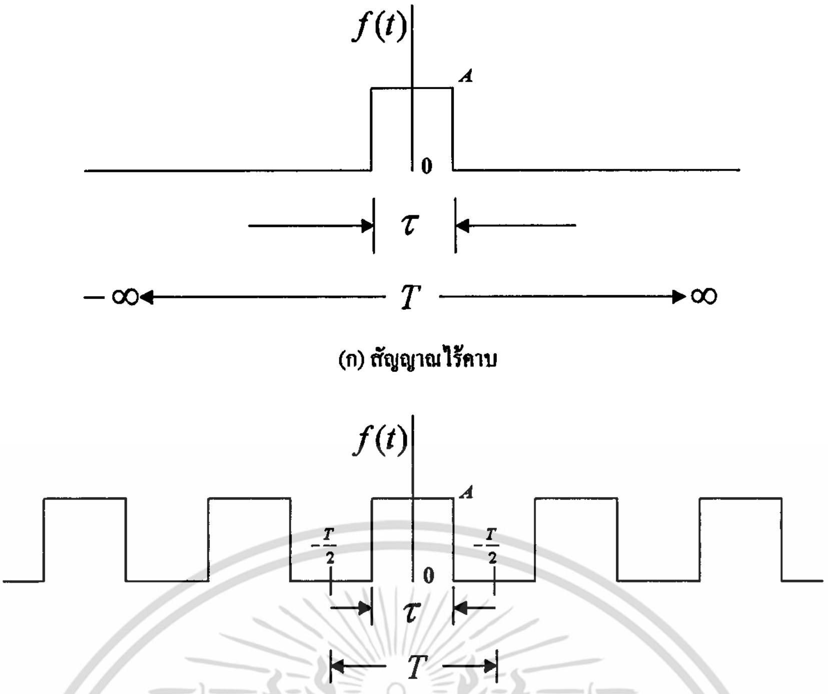
$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\, e^{-jn\omega_0 t} \tag{2.34}$$

โดยที่ F_n หาได้จาก

$$F_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f_T(t)\, e^{-jn\omega_0 t}dt \tag{2.35}$$

และ ω_0 ในที่นี้มีค่าคือ $\omega_0 = 2\pi/T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



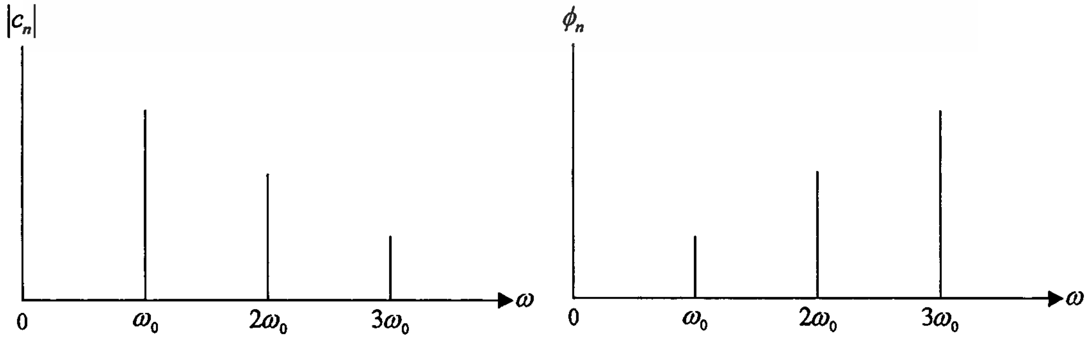
(ก) สัญญาณไร้คาบ

(ข) สัญญาณมีคาบ

รูปที่ 2.5 ภาพแสดงประกอบเพื่ออธิบายว่าสัญญาณไร้คาบคือสัญญาณมีคาบที่มีเวลาเป็นอนันต์

ตามปรกติ ω_0 นี้จะหมายถึงความถี่เชิงมุมของคลื่นมูลฐานของสัญญาณ $f_T(t)$ แต่เมื่อพิจารณาสเปกตรัมของ $f_T(t)$ ตามรูปที่ 2.6 แล้วจะเห็นว่ายังหมายถึงช่วงของความถี่ที่ห่างกันระหว่างแต่ละฮาร์มอนิกในสเปกตรัมของ $f_T(t)$ นั้นด้วย ดังนั้นถ้ากำหนดให้ $\Delta\omega$ คือช่วงความถี่ระหว่างฮาร์มอนิกดังกล่าวนั้นแล้ว เรากล่าวได้ว่า

$$\omega_0 = \Delta\omega = 2\pi/T \qquad (2.36)$$



(ก) สเปกตรัมแอมปลิจูด

(ข) สเปกตรัมเฟส

รูปที่ 2.6 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณคาบ $f_T(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามที่ได้อธิบายว่า ให้จินตนาภาพฟังก์ชัน $f(t)$ คือ $f_T(t)$ ที่มีคาบเวลา $T \rightarrow \infty$ ดังนั้นขั้นตอนต่อจากนั้นทำการเพิ่มลิมิต $T \rightarrow \infty$ เข้าไป อย่างไรก็ดีไม่สามารถดำเนินขั้นตอนนี้ได้โดยตรง ทั้งนี้เพราะเมื่อ $T \rightarrow \infty$ จะทำให้ค่า F_n ตาม (2.35) มีลิมิตเข้าสู่ 0 ซึ่งไม่ได้ให้ความหมายอะไร ดังนั้นจึงต้องมีการดัดแปลงความคิดเล็กน้อย โดยการคูณ T ทั้งสองข้างของ (2.35) ก่อนดังนี้คือ

$$TF_n = \int_{-T/2}^{T/2} f_T(t)\, e^{-jn\omega_0 t} dt \tag{2.37}$$

โดยการทำเช่นนี้พบว่า แม้เราให้ค่า $T \rightarrow \infty$ แต่ค่าผลคูณ TF_n ก็ยังมีค่าจำกัดเพราะว่าค่าขวามือของ (2.37) นั้นมีค่าจำกัด เพื่อให้เกิดความสะดวกในการจัดรูปสมการต่อไปจะกำหนดใช้สัญลักษณ์ ω_n แทนค่า $n\omega_0$

$$\omega_n = n\omega_0 \tag{2.38}$$

และกำหนดให้

$$F\omega_0 = TF_n \tag{2.39}$$

ดังนั้น (2.34) และ (2.37) เขียนได้เป็น

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{F(\omega_n)}{T} e^{-j\omega_n t} \tag{2.40}$$

และ

$$F(\omega_n) = \int_{-T/2}^{T/2} f_T(t) e^{-j\omega_n t} dt \tag{2.41}$$

เมื่อแทนค่า (2.36) ลงใน (2.41) ได้ดังนี้

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_n) e^{-j\omega_n t} \frac{\Delta\omega}{2\pi} \tag{2.42}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ T มีค่าเพิ่มขึ้น $\Delta\omega$ จะแคบลง ฮาร์มอนิกในสเปคตรัมก็จะหนาแน่นขึ้น แต่เมื่อ $T \rightarrow \infty$ ฮาร์มอนิกข้างเคียงก็จะมาเรียงชิดต่อกัน ซึ่งเมื่อเป็นดังนี้ ค่า ω_n ที่เคยห่างกันเป็นช่วง ๆ ก็จะมาเรียงชิดต่อกันทำให้ ω_n กลายเป็นตัวแปรที่ต่อเนื่อง เมื่อเป็นเช่นนั้นจึงสมควรที่จะกำหนดสัญลักษณ์ใหม่ให้เป็น ω ในขณะเดียวกันเมื่อ $T \rightarrow \infty$ $\Delta\omega$ จะมีค่ากลายเป็น $d\omega$ และตัวปฏิบัติการ Σ ก็จะกลายเป็น $\int$ กล่าวคือ เมื่อคิดลิมิต $T \rightarrow \infty$ กับ (2.42) แล้ว กล่าวได้ว่า

$$\lim_{T\to\infty} f_T(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_n) e^{-j\omega_n t} \Delta\omega \tag{2.43}$$

ซึ่งจะมีค่าเป็น

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \tag{2.44}$$

และโดยนัยการพิจารณาเดียวกัน เมื่อ $T \rightarrow \infty$ ใน (2.41) กลายเป็น

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \tag{2.45}$$

จาก (2.44) – (2.45) เป็นที่รู้จักกันโดยทั่วไปว่าคู่การแปลงฟูเรียร์ (Fourier's Transform pair) โดยที่ความสัมพันธ์ของ $F(\omega)$ ตาม (2.45) มีชื่อเรียกว่าการแปลงฟูเรียร์ (Fourier's Transform) ของ $f(t)$ และเรียก $f(t)$ ตามความสัมพันธ์ (2.44) ว่า การแปลงฟูเรียร์กลับ (invert Fourier's Transform) ของ $F(\omega)$ และสามารถเขียนสัญลักษณ์แสดงคู่การแปลงฟูเรียร์ของ $f(t)$ และ $F(\omega)$ ด้วยเครื่องหมายดังนี้คือ $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$

และจากความสัมพันธ์ของ (2.38) และ (2.39) ทำให้หาค่าสัมประสิทธิ์ F_n ของอนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียลได้ดังนี้

$$F_n = \left. \frac{f(\omega)}{T} \right|_{\omega=n\omega_0} \tag{2.46}$$

ทั้งนี้โดยมีเงื่อนไขว่า ณ ตำแหน่ง $\omega = n\omega_0$ นั้น $F(\omega)$ จะต้องมีค่าที่กำหนดได้แน่นอน และค่า $f(t)$ ที่ $t = \pm T/2$ นั้นจะต้องมีค่าเป็นศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลที่กล่าวในข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการแปลงฟูเรียร์นี้มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์สัญญาณทั่วไป ซึ่งมีความหมายทางกายภาพ คือเป็นการกำหนดความหนาแน่นของสเปกตรัมของสัญญาณในโดเมนความถี่ หรือเป็นการแสดงข้อมูลเกี่ยวกับสัญญาณไร้คาบในโดเมนความถี่นั่นเอง

2.2 ทฤษฎีการชักค่าตัวอย่าง (Sampling Theorem)

ทฤษฎีการชักค่าตัวอย่าง (Sampling Theorem) นั้นสรุปได้ว่า สัญญาณอนาลอก (Analog signal) ใด ๆ ก็ตาม ที่มีองค์ประกอบความถี่ หรือความหนาแน่นสเปกตรัมอยู่ในช่วงความถี่ที่มีความกว้างแถบฐาน (Bandwidth) จำกัด ไม่เกิน B เฮิรตซ์แล้ว สามารถเลือกชักค่าตัวอย่าง (Sampling) ของสัญญาณนั้นได้ที่ขณะเวลาที่ห่างกันอย่างสม่ำเสมอเป็นคาบไม่เกิน 1/2B วินาที หรือให้สามารถเลือกชักค่าตัวอย่างของสัญญาณนั้นด้วยค่าความถี่ไม่น้อยกว่า 2 เท่าของค่าความถี่สูงสุดของสัญญาณนั้น [1,8] ทำให้เราสามารถหารูปสัญญาณอนาลอกเดิมกลับคืนมาได้ จากสัญญาณชักค่าตัวอย่างเหล่านั้น หรือสามารถเขียนในรูปสมการได้คือ

$$f_s \geq 2f_{max} \tag{2.47}$$

f_s คือความถี่ที่ใช้ในการชักค่าตัวอย่าง

f_{max} คือความถี่สูงสุดของสัญญาณข่าวสารอนาลอก

หรือ

$$T \leq \frac{1}{2B} \tag{2.48}$$

T คือคาบเวลาที่ใช้ในการชักค่าตัวอย่าง

B คือความกว้างแถบฐานของสัญญาณข่าวสารอนาลอก

กระบวนการพื้นฐานของการชักค่าตัวอย่าง นั้นคือการใช้ฟังก์ชันเกท (Function gate) คูณกับสัญญาณอนาลอกทุก ๆ คาบเวลา [1] ซึ่งสัญญาณเกทแบบคาบหรือฟังก์ชันการชักค่าตัวอย่าง (sampling function) $\delta_T(t)$, นั้นคือขบวนพัลส์ที่พัลส์มีความสูงคงที่ มีความยาว τ วินาที และมีคาบเท่ากับ T ดังรูปที่ 2.7 (ข) ส่วนสัญญาณอนาลอก $f(t)$ แสดงในรูปที่ 2.7 (ก) ผลลัพธ์ที่ได้จาก

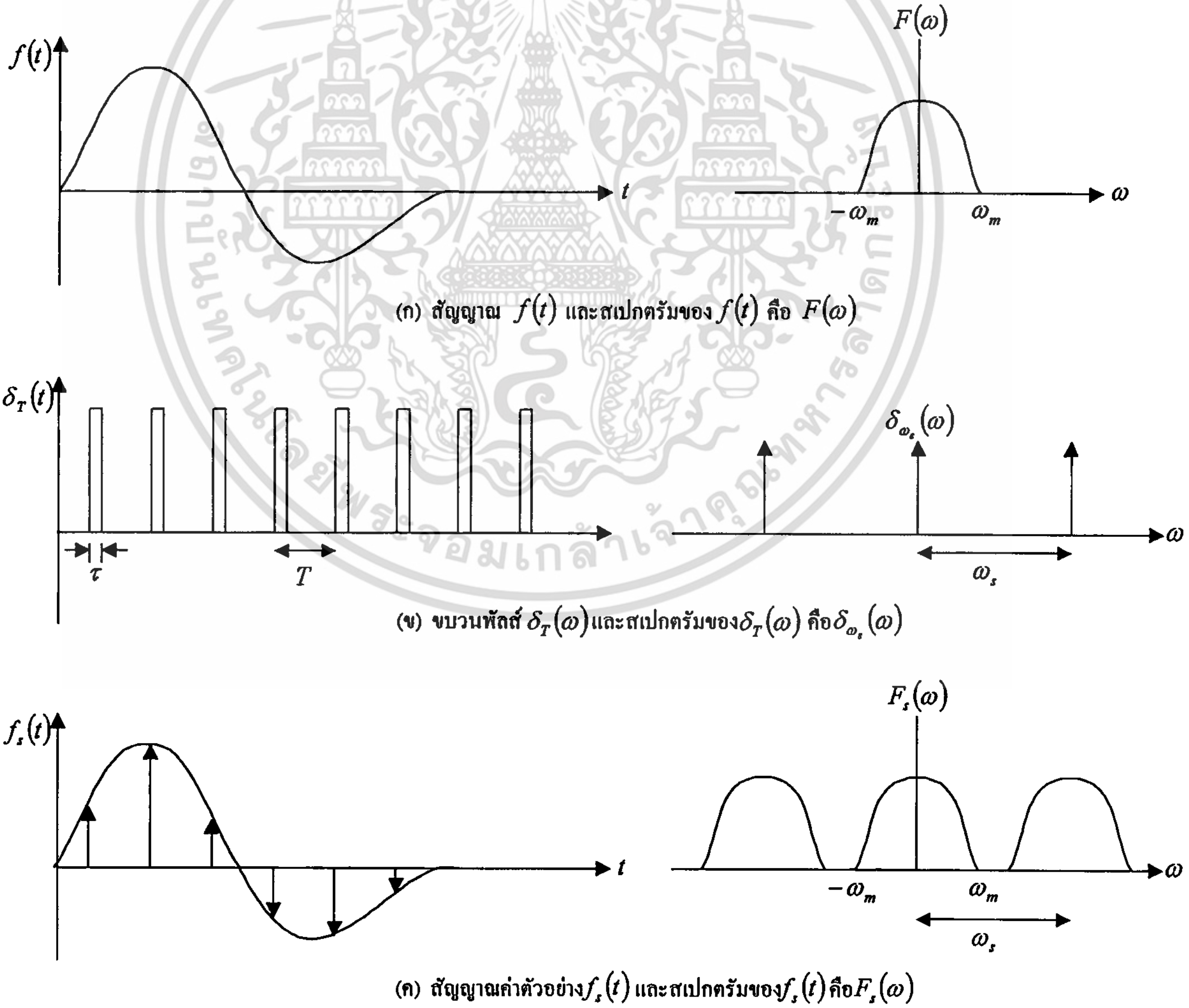
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคูณสัญญาณทั้งสองจะเรียกว่า สัญญาณดิสครีต (discrete signal) แทนด้วยสัญญลักษณ์ $f_s(t)$ ซึ่งสัญญาณดิสครีตที่ได้จะมีข้อมูลสำหรับสัญญาณอนาลอกเดิมอยู่ครบถ้วน โดยภาพแสดงสัญญาณดิสครีตจะแสดงไว้ในรูปที่ 2.7 (ค) และสามารถสรุปความสัมพันธ์สมการได้ดัง (2.49)

$$f_s(t) = f(t)\delta_T(t) \tag{2.49}$$

ก่อนที่จะวิเคราะห์ (2.49) จึงจะขออธิบายที่มาของฟังก์ชันการชักค่าตัวอย่าง $\delta_T(t)$ ก่อน เนื่องจากฟังก์ชันการชักค่าตัวอย่าง $\delta_T(t)$ เป็นขบวนพัลส์แคบที่เป็นคาบ ดังแสดงในรูปที่ 2.7 (ข) ดังนั้นเราจึงทำการวิเคราะห์สเปกตรัมด้วยฟูเรียร์ [9] ซึ่งได้ตาม (2.50) คือ

$$\delta_T(t) = \frac{\tau}{T}\left\{1 + 2\left[\left(\sin c\frac{\pi\tau}{T}\right)\cos\omega_c t + \left(\sin c\frac{2\pi\tau}{T}\right)\cos 2\omega_c t + \ldots\right]\right\} \tag{2.50}$$



(ก) สัญญาณ $f(t)$ และสเปกตรัมของ $f(t)$ คือ $F(\omega)$

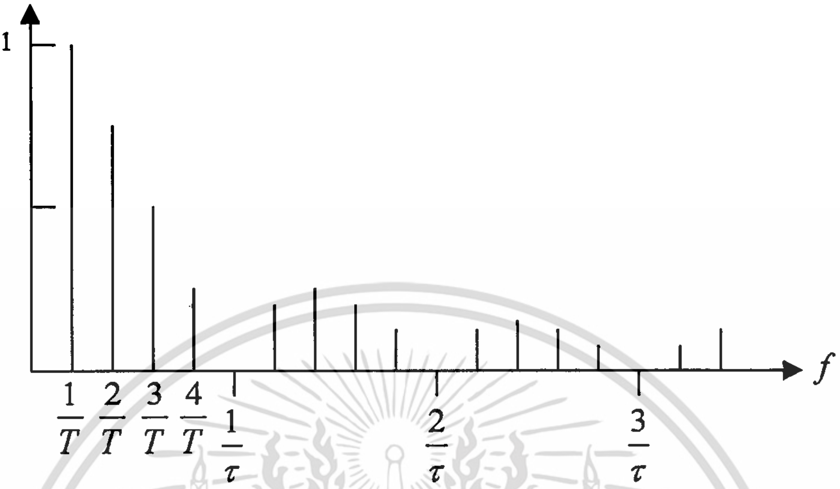
(ข) ขบวนพัลส์ $\delta_T(\omega)$ และสเปกตรัมของ $\delta_T(\omega)$ คือ $\delta_{\omega_s}(\omega)$

(ค) สัญญาณค่าตัวอย่าง $f_s(t)$ และสเปกตรัมของ $f_s(t)$ คือ $F_s(\omega)$

รูปที่ 2.7 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณที่ถูกชักค่าตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

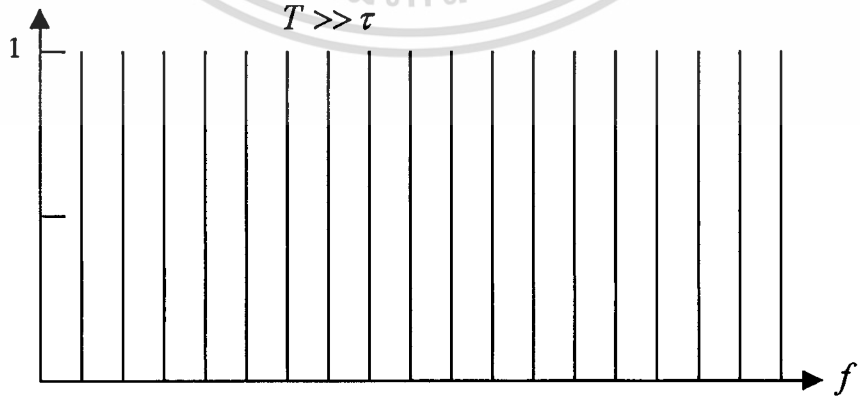
จาก (2.50) เราสามารถเขียนเป็นสเปกตรัมได้ดังรูปที่ 2.8 ซึ่งพบว่าแต่ละฮาร์มอนิกห่างกันเท่ากับ $f_s = 1/T$ และจะมีฟังก์ชันชักค่าตัวอย่าง (sampling function) หรือ sinc เป็นกรอบ (envelope) บังคับอยู่ ซึ่งค่าฮาร์มอนิกจะมีค่าเป็นศูนย์ที่ $1/\tau$



รูปที่ 2.8 แสดงแอมปลิจูดสเปกตรัมของฟังก์ชันชักค่าตัวอย่าง

เนื่องจากช่วงเวลาในการชักค่าตัวอย่างสัญญาณเป็นช่วงเวลาสั้น ๆ จึงอนุมานได้ว่าเมื่อ $\tau << T$ แล้ว จะทำให้ $\operatorname{sinc}(n\pi\tau/T) \cong 1$ ดังนั้นจึงทำให้ (2.50) เปลี่ยนรูปเป็น (2.51) และมีแอมปลิจูดสเปกตรัม และเรียก (2.51) ว่าฟังก์ชันชักค่าตัวอย่างอย่างง่าย ดังรูปที่ 2.9

$$\delta_T(t) = \frac{\tau}{T}\left(1 + 2\cos\omega_s t + 2\cos 2\omega_s t + 2\cos 3\omega_s t + \ldots\right) \qquad (2.51)$$



รูปที่ 2.9 แสดงแอมปลิจูดสเปกตรัมของฟังก์ชันแซมปลิงเมื่อ $\tau << T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนค่า (2.51) ลงใน (2.49) จะได้

$$f_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nt)\delta(-nTt) \tag{2.52}$$

จากคู่การแปลงฟูเรียร์เบื้องต้น จะได้ $\delta_T(t) \leftrightarrow \delta_{\omega_s}(\omega)\omega_s$ ถ้ากำหนดให้ $f_s(t) \leftrightarrow F_s(\omega)$ และ $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ จะได้

$$F_s(\omega) = F(\omega) \otimes \delta_{\omega_s}(\omega)\omega_s$$

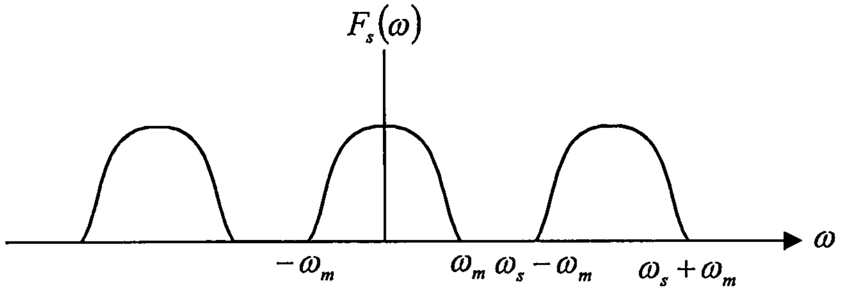
$$= \frac{\omega_s}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(z)\, f(\omega - n\omega_s - z)dz$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s) \tag{2.53}$$

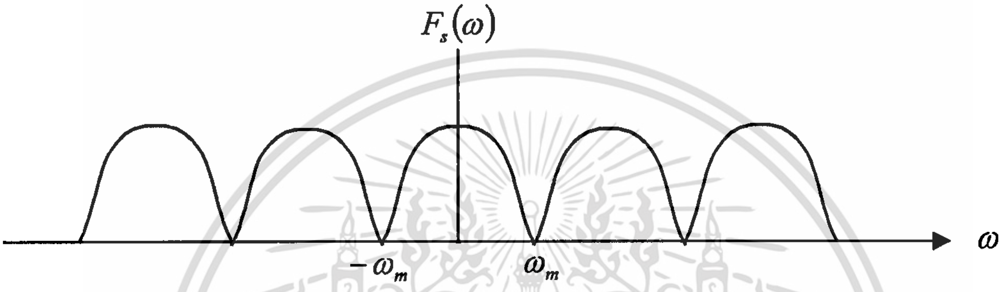
จาก (2.53) ทำให้รู้ว่า $f_s(t)$ หรือสัญญาณดิสครีตที่เกิดจากการชักค่าตัวอย่าง จะมีฟังก์ชันความหนาแน่นเชิงสเปกตรัมที่มีรูปร่างเหมือนฟังก์ชันความหนาแน่นเชิงสเปกตรัมของ $f(t)$ โดยจะเกิดซ้ำกันทุกคาบความถี่ ω_s ดังแสดงในรูปที่ 2.7 เมื่อ $f(t)$ มีองค์ประกอบของความถี่สูงสุดคือ B เฮิรตซ์ ค่าความถี่เชิงมุมที่ตรงกับค่าความถี่สูงสุดนี้มีค่า $\omega_m = 2\pi B$ และพบว่าถ้า $\omega_s > 2\omega_m$ หรือ $T < 1/2B$ แล้ว $F_s(\omega)$ จะมีลักษณะเหมือนกับการเอา $F(\omega)$ มาเรียงกันห่าง ๆ บนแกนความถี่ ω ดังแสดงในรูปที่ 2.10 (ก) แต่เมื่อค่า $\omega_s = 2\omega_m$ หรือ $T = 1/2B$ แล้ว $F_s(\omega)$ จะมีลักษณะเหมือนรูปที่ 2.10 (ข) และถ้าค่า $\omega_s < 2\omega_m$ หรือ $T > 1/2B$ แล้ว $F_s(\omega)$ จะมีลักษณะเหมือนรูปที่ 2.10 (ค) ซึ่งมีการทับซ้อนกันของส่วนประกอบสเปกตรัม ซึ่งปรากฏการณ์ในรูปที่ 2.10 (ค) นี้เรียกว่าการเกิดเคลือบแฝง (aliasing)

จากรูปที่ 2.10 ค่า $T = 1/2B$ นี้มีความสำคัญต่อทฤษฎีการชักค่าตัวอย่างมาก เพราะเป็นค่าวิกฤตที่จะบอกว่าสามารถตรวจจับแยกสัญญาณข่าวสารออกมาได้อย่างสมบูรณ์หรือไม่ ค่าคาบเวลา $T = 1/2B$ นี้มีชื่อเรียกว่า ช่วงเวลาในการชักค่าตัวอย่างไนควิสต์ (Nyquist) บางครั้งเรียกสั้น ๆ ว่าช่วงเวลาไนควิสต์ (Nyquist Interval) และได้ค่าความถี่ที่ $f = 2B$ และถูกเรียกว่าความถี่ไนควิสต์ (Nyquist frequency)

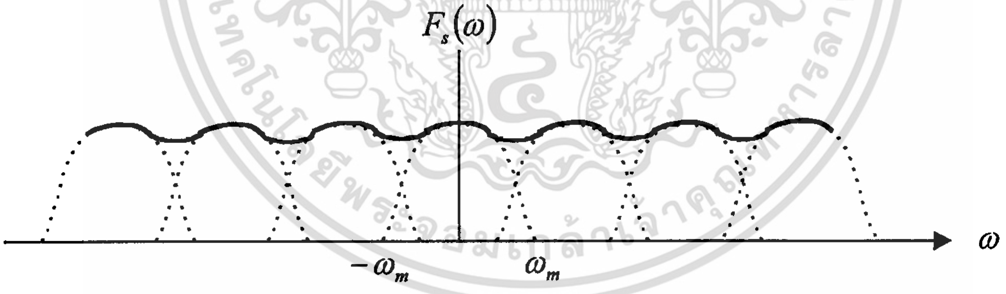
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) กรณีที่ $\omega_s > 2\omega_m$ หรือ $T < \frac{1}{2B}$



(ข) กรณีที่ $\omega_s = 2\omega_m$ หรือ $T = \frac{1}{2B}$



(ค) กรณีที่ $\omega_s < 2\omega_m$ หรือ $T > \frac{1}{2B}$

รูปที่ 2.10 แสดงสเปกตรัมของสัญญาณที่เกี่ยวเนื่องกับการสุ่มค่าสัญญาณ

2.3 การวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มแนวความคิดเดิม

ทฤษฎีที่กล่าวถึงการสัญญาณพีพีเอ็มได้มีการกล่าวถึงไว้ในเอกสารอ้างอิง [1,3-5] นั้น มีวิธีการในการหาสัญญาณพีพีเอ็มด้วยคณิตศาสตร์ที่ต่างกัน และกล่าวอ้างถึงการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มด้วย ซึ่งโดยมีรายละเอียดดังนี้

ในการวิเคราะห์ตามแนวคิดแรก [1] มีเงื่อนไขของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แนวความคิดของ J.E.PEARSON ในการส่งสัญญาณพีดับบลิวเอ็มคือการส่งสัญญาณพัลส์ที่มีความสูงเท่ากันแต่ความกว้างของพัลส์ τ จะแปรผันตามขนาดแอมปลิจูดของสัญญาณดิสครีต v_s กล่าวคือ มีค่า

$$\tau \propto v_s \tag{2.54}$$

ซึ่งค่า τ คือความกว้างพัลส์ในแต่ละช่วงคาบของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

v_s คือแอมปลิจูดสัญญาณดิสครีตที่ได้จากการชักค่าตัวอย่าง

เพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์สเปกตรัม ได้กำหนดให้สัญญาณข่าวสารเป็นคลื่นรูปไซน์ จาก (2.54) จะได้

$$\tau = \tau_0(1 + \cos\omega_m t) \tag{2.55}$$

จากการชักค่าสัญญาณตัวอย่างในหัวข้อที่ (2.3) ได้สมการสเปกตรัมของสัญญาณชักค่าตัวอย่างคือ

$$\delta(t) = \frac{\tau}{T}(1 + 2\cos\omega_s t + 2\cos 2\omega_s t + 2\cos 3\omega_s t + \ldots.) \tag{2.56}$$

เมื่อแทน (2.55) ลงใน (2.56) จะได้

$$f_{pwm}(t) = \left[\frac{\tau_0(1 + \cos\omega_m t)}{T}\right][1 + 2\cos\omega_s t + 2\cos 2\omega_s t + 2\cos 3\omega_s t + \ldots.]$$

$$= \left(\frac{\tau_0}{T}\right)(1 + \cos\omega_m t + 2\cos\omega_s t + 2\cos\omega_m t\cos\omega_s t + 2\cos\omega_m t\cos 2\omega_s t + \ldots.)$$

หรือจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$f_{pwm}(t) = \left[\frac{\tau_0}{T}\right][1 + \cos\omega_m t + \cos(\omega_s - \omega_m)t + 2\cos\omega_s t + \cos(\omega_s + \omega_m)t + \cos(2\omega_s - \omega_m)t + \ldots] \tag{2.57}$$

ซึ่งจัดให้อยู่ในรูปแบบที่กระชับคือ

เอกสารนี้มีไว้เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f_{pwm}(t) = \left(\frac{\tau_0}{T}\right)\left(1 + \cos\omega_m t + \frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{1}{2}\omega_s\tau_0\left(1 + \cos\omega_m t\right)\right)\cos\omega_s t + \ldots\right) \quad (2.58)$$

เมื่อพิจารณา (2.57) พบว่ามีองค์ประกอบความถี่เหมือนสัญญาณที่มอดูเลตแบบพีเอเอ็ม นั่นหมายถึงว่ามีสเปกตรัมเหมือนสัญญาณพีเอเอ็มและทำให้สามารถดีมอดูเลตสัญญาณให้กลับมาเป็นสัญญาณข่าวสารได้โดยใช้วงจรกรองความถี่ต่ำ และใน (2.58) พบว่าฮาร์มอนิกที่ประกอบในเทอมถัด ๆไปจะอยู่ในรูปของฟังก์ชันเบลเซล ซึ่งอาจเป็นสาเหตุของปรากฏการณ์เคลือบแฝง

ในส่วนของการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มมีค่าการเลื่อนเวลาของพัลส์ (t_d) จะแปรผันตามค่าแอมปลิจูดของสัญญาณดิสครีต (v_s) ได้ว่า $t_d \propto v_s$ นั่นคือ

$$t_d = t_{d0}.v_s \quad (2.59)$$

ถ้ากำหนดให้สัญญาณข่าวสารเป็นคลื่นรูปไซน์ จะได้

$$t_d = t_{d0}\left(1 + \cos\omega_m t\right) \quad (2.60)$$

จากข้อกำหนดเบื้องต้น ไม่สามารถวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มได้ ดังนั้นจำเป็นต้องใช้การแก้ไขค่า T และค่า τ โดยการประมาณให้

$$t \equiv t + t_d = t + t_{d0}\left(1 + \cos\omega_m t\right) \quad (2.61)$$

$$T \equiv T_s + \delta T$$

$$= T_s + \frac{dt_d}{dt}.\delta t$$

$$= T_s - \omega_m t_{d0}\sin\omega_m t.T_s$$

$$= T_s(1 - \omega_m t_{d0}\sin\omega_m t) \quad (2.62)$$

เมื่อแทนลงใน (2.58) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f_{ppm}(t) = \left(\frac{\tau}{T_s}\right)(1 - \omega_m t_{d0} \sin \omega_m t) \times \left[1 + 2\cos\left(\frac{2\pi[t + t_{d0}(1 + \cos \omega_m t)]}{T_s(1 - \omega_m t_{d0} \sin \omega_m t)}\right) + \ldots\right] \quad (2.63)$$

ในกรณีที่ส่งสัญญาณตาม (2.63) แบบ TDM จะทำให้ค่า $\omega_m t_{d0}$ มีค่าน้อยมาก และเมื่อค่า $\frac{2\pi}{T_s} = \omega_s$ จะได้

$$f_{ppm}(t) = \left(\frac{\tau}{T_s}\right)(1 - \omega_m t_{d0} \sin \omega_m t) \times \{1 + 2\cos \omega_s [(t + t_{d0}) + t_{d0} \cos \omega_m t] + \ldots\} \quad (2.64)$$

จากการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มด้วยคณิตศาสตร์ พบว่าเทอมแรกของ (2.64) คือเทอมข่าวสารซึ่งในการดีมอดูเลตจำเป็นต้องแปลงสัญญาณพีพีเอ็มให้เป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็มก่อนจะทำการดีมอดูเลตสัญญาณข่าวสารออกจากสัญญาณพีดับบลิวเอ็มอีกครั้งหนึ่ง

ในการวิเคราะห์แนวคิดที่ 2 [3] มีเงื่อนไขของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวความคิดของ Mischa Schwartsz, William R. Bennett และ Seymour Stein

การมอดูเลตพีพีเอ็มและการมอดูเลตพีดีเอ็ม Modulation (PDM) การทำสัญญาณซ้ำขึ้นมาใหม่อย่างถูกต้องจากตัวอย่าง (sample) มีความจำเป็นที่ต้องเลือกสัญญาณที่ช่วงเวลาสม่ำเสมอและตัวตรวจจับ (detector) สัญญาณต้องส่ง (deliver) ตัวอย่าง (sample) อย่างเป็นระเบียบแบบแผน (uniformly)

ซึ่งสัญญาณพีเอเอ็มนั้นมีแบบแผนกว่าสัญญาณพีพีเอ็มและสัญญาณพีดีเอ็ม วิธีเปลี่ยนแอมปลิจูด (amplitude) ไปเป็นเวลา และจากเวลากลับไปเป็นแอมปลิจูด ต้องมี

1. sampling และ holding สัญญาณในช่วงเวลาที่ความยาวของพัลส์ หรือตำแหน่งที่ควบคุมได้

2. sampling และ holding ของแอมปลิจูด ที่ตรวจจับ (detected) ได้ มีความสอดคล้องกับความยาวหรือตำแหน่งของพัลส์ที่รับได้

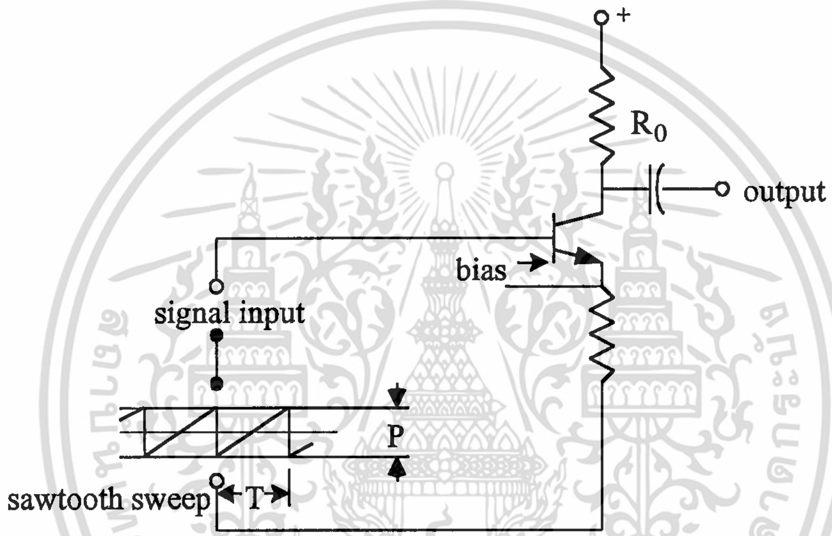
3. มีการ resampling ของพัลส์จากตัวจับที่สม่ำเสมอมีแบบแผน

ในทางปฏิบัติพบว่ามีการละเว้นบางขั้นตอนของทฤษฎีนี้ จึงเป็นเหตุให้มีการผิดเพี้ยนไปบ้างซึ่งยังรับได้ เช่น ใน speech transmission ซึ่งไม่ต้องการความละเอียด ถ้าการจับสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของตัวอย่างในเวลาที่กำหนดโดยการเกิดพัลส์ได้สิ่งที่เรียกว่า natural sampling ซึ่งตรงกันข้ามกับ uniform sampling, Natural sampling ทำให้สัญญาณที่กู้คืนเพี้ยนไปจากองค์ประกอบการมอดูเลตเฟส (phase-modulating components)

การชักค่าตัวอย่าง (sampling) ไม่ยึดวิธีทำช่องว่าง (space) ให้สม่ำเสมอ (uniform) แต่อาจทำให้เกิดปัญหามากในการกู้คืนสัญญาณในกรณีที่รูปร่างของรูปแบบคลื่น (waveform) ซึ่งมีความสำคัญอย่างมาก ในกรณีที่วิธีส่งพัลส์นำมาประยุกต์ใช้กับสัญญาณเช่น ในโทรทัศน์สีหรือช่องรับ frequency-division multiplex.

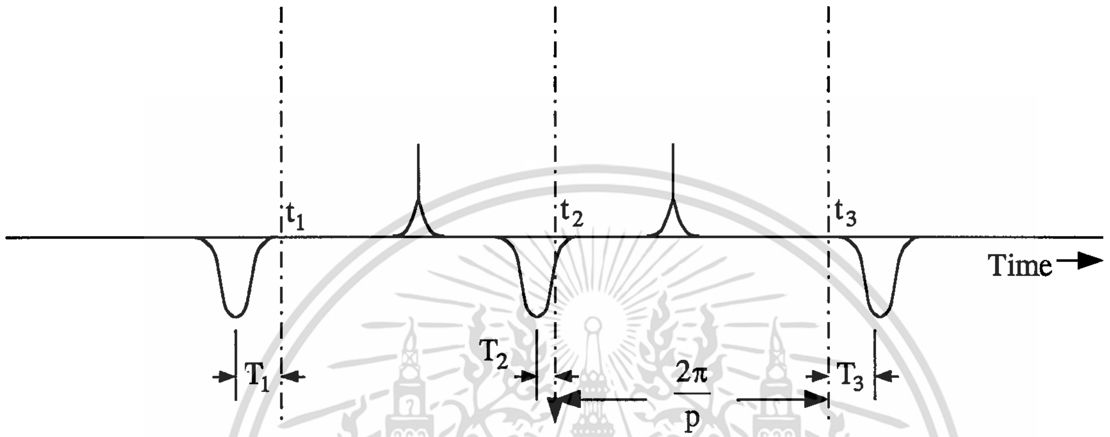


รูปที่ 2.11 วงจรพื้นฐานสำหรับเครื่องส่งพีพีเอ็ม

รูปที่ 2.11 แสดงวงจรพื้นฐานของเครื่องส่งพีพีเอ็มโดยการชักค่าตัวอย่างแบบธรรมชาติ (natural sampling) สัญญาณที่ป้อนเข้าไปเป็นอนุกรมกับแรงดันไฟฟ้าฟันเลื่อยการกวาด (sawtooth sweep voltage) บนฐานของทรานซิสเตอร์ (transistor) ในกรณีที่ไม่มีสัญญาณแรงดันไฟฟ้าการกวาด V (sweep voltage V) นำแรงดันไฟฟ้าพื้นฐาน (base voltage) จากค่าที่เป็นลบมาก ๆ ไปหยุดกระแสอุปกรณ์รวม (collector I_c)ให้เป็นค่าบวก ถ้า I_c มีขนาดใหญ่ ผลที่ได้ปรากฏว่าบางช่วงเวลาระหว่างเขตการกวาด (sweep) อาจเกิดกระแสของอุปกรณ์ (collector) เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และอุปกรณ์แรงดันไฟฟ้า (collector voltage) ตกลงอย่างเร็วอย่างสอดคล้องกันเนื่องจากแรงดันไฟฟ้า (voltage) ของ external resistor Ro ทำให้เกิดพัลส์ลบ (negative pulse) ในผลที่ออกมาผ่านความจุ C (capacitor C). พัลส์บวก (positive pulse) เกิดขึ้นเมื่อกวาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลับ (sweep) ปัญหานี้แก้ได้โดย half-wave rectifier การปรากฏของแรงดันช่องสัญญาณที่เป็นลำดับสัมพันธ์กันกับฟันเลื่อยทำให้มีไบแอส (bias) เพิ่มขึ้น มีผลให้เวลาของการเกิดพัลส์ลบ (negative pulse) ระหว่างเขตการกวาดตรงหน้า (forward sweep) เปลี่ยนแปลงไปรูปร่างของคลื่นที่ออกมาดูในรูปที่ 2.12 จุดศูนย์กลางเส้นตรง (center line) ที่ $t_1, t_2, t_3, \ldots$ คือเวลาที่เกิดพัลส์ลบในขณะที่ไม่มีสัญญาณ



รูปที่ 2.12 รูปแบบคลื่นนำออกเครื่องส่งพีพีเอ็ม

สัญญาณเข้าไปแทนที่เวลาในการเกิดด้วย $-t_1, -t_2, t_3, \ldots$ ขึ้นอยู่กับขนาด (magnitude) ของสัญญาณ ค่าของเวลา $-t_1, -t_2, t_3, \ldots$ ประกอบกันเข้าเป็นตัวอย่าง (sample) ของคลื่นสัญญาณ ในอัตราที่ไม่สม่ำเสมอและขึ้นอยู่กับขนาดของสัญญาณ ถ้าไม่มีสัญญาณเกิดพัลส์อย่างสม่ำเสมอ

ถ้าให้ T เป็นคาบการกวาดและมีสัญญาณเป็นองค์ประกอบความถี่เชิงเดี่ยว (single frequency component) $Q\cos(qt+\theta)$ แรงดันไฟฟ้าที่มีการกวาด (sweep voltage) V ระหว่าง r^{th} sweep

$$V = \frac{2P}{T}(t - rT) \qquad , rT - \frac{T}{2} < t < rT + \frac{T}{2} \tag{2.65}$$

สมมติให้พัลส์เกิดขึ้นเมื่อผลบวกของสัญญาณกับแรงดันไฟฟ้าการกวาดเป็นศูนย์ และเมื่อไม่มีสัญญาณเกิดพัลส์เมื่อ $t = rT$ เมื่อให้ t_r แทนเวลาเมื่อเกิดพัลส์ r^{th} เมื่อมีสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น ใช้แสดงช่องสัญญาณตัวอย่าง (signal sample) ด้วยการแทนที่เวลา (time displacement) $t_r - rT$ ค่าของ t_r ดังสมการ

$$Q\cos(qt_r + \theta) + \frac{2P}{T}(t_r - rT) = 0 \tag{2.66}$$

ถ้าให้ $g(t)$ เป็นพัลส์นำออก (output pulse) เมื่อ $t = 0$ สามารถกำหนดให้คลื่นนำออก (output wave) ของเครื่องส่งพีพีเอ็ม (PPM transmitter) ดังสมการ

$$E(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} g(t - t_r) \tag{2.67}$$

การนำขบวนคลื่น (wave train) $E(t)$ ในคลื่นพีพีเอ็มเข้าไปเป็นองค์ประกอบไซน์ทำได้โดย ฟังก์ชันทั่วไปของตัวแปรอิสระ (independent variables) $F(x, y)$ ซึ่งนำมาแทน $E(t)$ โดยการสร้างกรณีพิเศษขึ้นมาให้ x และ y เป็นฟังก์ชันที่เหมาะสมของ t พบว่ามีความถี่พื้นฐาน (fundamental) เกิดขึ้น 2 อย่าง คือ สัญญาณความถี่ q และความถี่การกวาด (sweep frequency) $p = 2\pi/T$ ความถี่ทั้งสองมีค่าเป็นเรเดียนต่อวินาที เราต้องคิดไว้เสมอเกี่ยวกับฟังก์ชัน $F(x, y)$ ว่าในที่สุดเรานำผลที่ได้ไปใช้ในกรณีพิเศษ $x = pt$, $y = qt + \theta$ ค่าของ x และ y อยู่บนเส้นตรง

$$y = \frac{q}{p}x + \theta \tag{2.68}$$

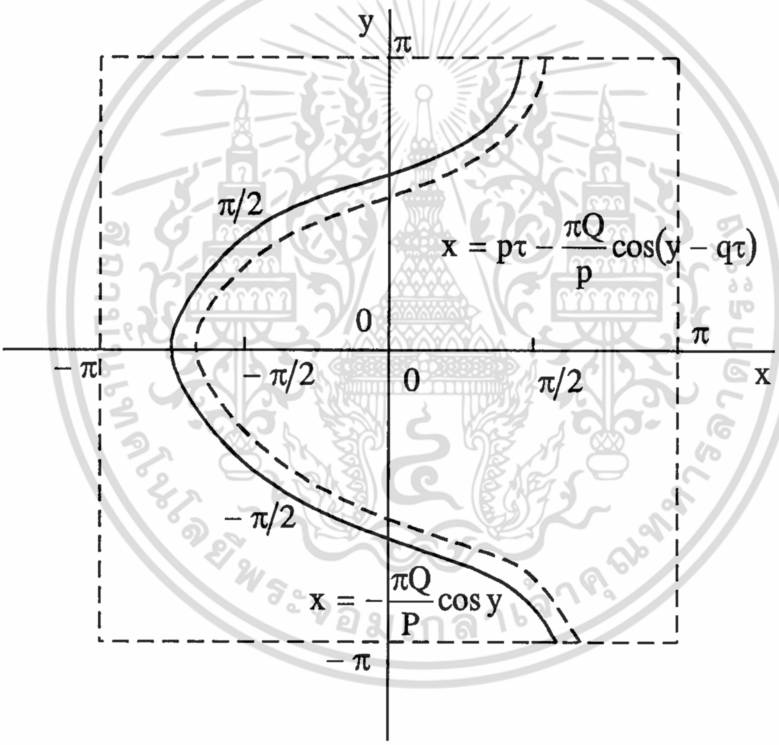
ฟังก์ชัน $F(x, y)$ กำหนดเป็นระยะ ๆ แต่ละระยะมีค่า 2π ค่าของ $F(x, y)$ ใน (2.65) หาได้เช่นกันจากจุดต่าง ๆ บนเส้นขนาน ซึ่งค่าของ x และ y เพิ่มขึ้นหรือลดลงด้วยผลคูณกับ 2π ดังนั้นเราสามารถหาค่าของ $F(x, y)$ ได้จากตำแหน่งใด ๆ ได้บนระนาบ xy ที่มีคาบสมบูรณ์ (complete period) ใน x และ y ถ้าให้ $F(x_r, y_r)$ เป็นจุดบนระนาบ xy ที่เมื่อเราให้ค่าพิเศษของ x กับ y เป็น t แล้วทำให้ ค่า $t = t_r$ ใน (2.66) จากนั้น $F(x, y)$ อยู่ในลักษณะของพัลส์ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (x_r, y_r) ในสมการ

$$Q\cos y_r + \frac{p}{\pi}(x_r - 2r\pi) = 0 \tag{2.69}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเกิดพัลส์ไปตามเส้นตรงที่มีความชัน q/p และมีนิยามตามฟังก์ชัน $g((x - x_r)/p)$ การวิเคราะห์ง่ายเข้าถ้ากำหนดให้พัลส์มีตำแหน่งสั้นมาก (very short duration) วิธีแก้ปัญหาพัลส์ในรูปแบบคลื่นอื่น ๆ ทำได้โดยการประยุกต์ใช้การแปลงฟูเรียร์ของพัลส์ เป็นคำตอบฟังก์ชันความถี่ (frequency-response) และแก้โดยให้พัลส์สั้นนั่น คือใช้ฐานการวิเคราะห์พัลส์ในเบื้องต้นโดยใช้ฟังก์ชันเดลต้า ดังนั้นฟังก์ชัน $F(x, y)$ ให้มีค่าเป็นศูนย์ในทุกแห่ง ยกเว้นบริเวณใกล้เคียงจุดบนแขนงเส้นโค้ง (multibranched curve) ตาม (2.69) แขนงของเส้นโค้งขนานกันและมีระยะแนวนอน 2π

รูปที่ 2.13 แสดงให้เห็นลักษณะของฟังก์ชัน $F(x, y)$ ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคาบ (period square) ใน ระนาบ xy มีระยะ $-\pi$ ถึง π ในตัวแปรทั้งสอง



รูปที่ 2.13 ขอบเขตของตัวอินทิเกรตพีพีเอ็มกับการชักค่าตัวอย่างแบบธรรมชาติ (natural sampling)

สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้มีแขนง $r = 0$ ของเส้นโค้งพาดขวาง อธิบายโดย (2.69) สมการของแขนงคือ

$$x = -\frac{\pi Q}{P}\cos y \tag{2.70}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พัลส์เริ่มต้นที่เส้นโค้งนี้แล้วต่อ ๆ ไปบนเส้นตรงที่ยาวออกไปทางขวาด้วยความชัน q/p เราสมมติให้พัลส์ทำมุมฉากกับความสูง h และระยะ r ได้ภาพฉายของแนวนอนและแนวตั้งเป็น p_r และ q_r ตามลำดับ การหาสมการของตำแหน่งสุดท้ายใช้การพิจารณาดูลักษณะของพัลส์ปกติที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด (x_0, y_0) สมการจุด-ความชัน (Point-slope equation) ของเส้นตรงที่ผ่านจุดนี้ด้วยความชัน q/p คือ

$$(y - y_0) = \frac{q}{p}(x - x_0) \qquad (2.71)$$

เนื่องจาก x_0 และ y_0 เป็นค่าของ x ใน (2.71) เราสามารถใช้ y_0 แทน x_0 จาก (2.71) เพื่อเขียน (2.72) ในรูปแบบของ

$$y - y_0 = \frac{q}{p}\left(x + \frac{\pi Q}{P}\cos y_0\right) \qquad (2.72)$$

พัลส์สิ้นสุดที่ $y = y_0 + q\tau$ เนื่องจาก $q\tau$ เป็นภาพฉายแนวตั้งของพัลส์ฐานการแทนค่าในลักษณะนี้เราได้สมการของเส้นโค้งที่ชนของ รูปที่ 2.13 แสดงตำแหน่งจุดปลายสุดของพัลส์ (pulse terminations)

$$x + \frac{\pi Q}{P}\cos(x - q\tau) = p\tau \qquad (2.73)$$

เราขยาย $F(x, y)$ ในอนุกรมฟูเรียร์สองชั้น (double Fourier series) ดังนี้

$$F(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{mn} e^{j(mx+ny)} \qquad (2.74)$$

$$c_{mn} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x, y) e^{-j(mx+ny)} dx dy \qquad (2.75)$$

ค่าของ $F(x, y)$ เป็นศูนย์ตลอดทั้งสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีคาบ ยกเว้นในขอบเขตสายยาว (strip bounded) ที่เชื่อมต่อด้วยเส้นจริง (full-line) และเส้นโค้งที่ชน (dashed curves) ของรูปที่ 2.13 แสดงโดย (2.70) และ (2.73) ตามลำดับ ค่าของ $F(x, y)$ บนสายยาว (strip) เป็นค่าความสูงพัลส์ h ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์ c_{mn} คำนวณจากการอินทิเกรต x ระหว่างลิมิต $-(\pi Q/P)\cos y$ และ $p\tau - (\pi Q/P)\cos(y - q\tau)$ ซึ่ง $F(x, y)$ วางเท่ากันที่ h ในลิมิตเท่ากับ τ มีค่าเกือบเป็นศูนย์เรา

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า $\cos(y - q\tau)$ ด้วยการประมาณค่าอันดับที่หนึ่ง $\cos y + q\tau \sin y$ ลิมิตบน (Upper limit) บน x อินทิเกรตมีค่าเท่ากับลิมิตล่าง (lower limit) ที่เพิ่มขึ้นโดย $(pP - \pi qQ \sin y)\tau / P$ ขณะที่ τ เข้าใกล้ศูนย์ และ h เข้าใกล้ความไม่มีขอบเขต ที่ทำให้ $h\tau = 1$ แล้ว $F(x,y)$ กลายเป็นอิมพัลส์ของน้ำหนัก $(pP - \pi qQ \sin y)/P$ ที่ค่าของ x ใน (2.60) เพราะฉะนั้น

$$c_{mn} = \frac{1}{4\pi^2 P}\int_{-\pi}^{\pi}(pP - \pi qQ\sin y)e^{-jny}dy\int_{-\pi}^{\pi}\delta\left(x + \frac{\pi Q}{P}\cos y\right)e^{-jmx}dx$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 P}\int_{-\pi}^{\pi}(pP - \pi qQ\sin y)e^{-j(nPy - mxQ\cos y)/P}dy \tag{2.76}$$

เมื่อประเมินค่าอินทิเกรตและแทนค่า x และ y ด้วยข้อเท็จจริงพิเศษในพจน์ของเวลา เราพบว่าเมื่อ $g(t) = \delta(t)$ แล้วคลื่นพีพีเอ็มหาผลเฉลยดังรูปแบบ

$$E(t) = \frac{p}{2\pi} - \frac{qQ}{2P}\sin qt + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{mp + nq}{m\pi}J_n\left(\frac{m\pi Q}{P}\right)\cos\left[(mp + nq)t + \frac{n\pi}{2}\right] \tag{2.77}$$

ถ้า $g(t)$ เป็นพัลส์มีการแปลงฟูเรียร์

$$g(\omega) = A(\omega)e^{jB(\omega)} \tag{2.78}$$

กับ $A(\omega)$ และ $B(\omega)$ แท้จริง

$$E(t) = \frac{p}{2\pi}a(0) - \frac{qQ}{2P}A(q)\sin[qt + B(q)] + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{mp + nq}{m\pi}J_n\left(\frac{m\pi Q}{P}\right)A(mp + nq)\times \cos\left[(mp + nq)t + B(mp + nq) + \frac{n\pi}{2}\right] \tag{2.79}$$

พจน์แรกใน (2.79) มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของพัลส์ ส่วนพจน์ที่สองเป็นสัดส่วนกับ อนุพันธ์ของสัญญาณที่ดัดแปลงโดยทำให้เกิดช่อง (aperture effect) ที่เกี่ยวกับรูปแบบพัลส์ พจน์ที่เหลือเป็นผลของ cross-modulation ระหว่างการชักค่าตัวอย่าง (sampling) กับความถี่สัญญาณ (signal

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

frequencies) มีหลายพจน์ที่เข้าไปอยู่ในช่วงความถี่ของสัญญาณ และไม่สามารถแยกออกสัญญาณที่จับได้ การที่มีองค์ประกอบช่องสัญญาณในขบวนพัลส์ ถ้าไม่วิเคราะห์อย่างระมัดระวังรอบคอบ อาจทำให้มองข้ามไป แม้รูปแบบที่แตกต่างกันเน้นถึงองค์ประกอบ ความสูง ความถี่ และการย้ายเฟสทั้งหมด (shifts all phases) ไป 90 องศา แต่องค์ประกอบสัญญาณที่ได้ ในกรณีศึกษายังเข้าใจได้ การอินทิเกรตขบวนพัลส์ทำให้องค์ประกอบสัญญาณมาอยู่ในรูปเดิม (original waveshape)

ขนาดของสัญญาณที่ใหญ่ขึ้นแต่มีการผิดส่วน (distortion) ที่เครื่องรับน้อยลงทำได้โดยการแปลงพีพีเอ็มเป็นพีดีเอ็มทำได้โดยการใช้ขบวนช่องว่างปกติของพัลส์ที่ความถี่การกวาด p เพื่อเปิดวงจร flip-flop ซึ่งต่อไปปิดวงจรโดยพัลส์พีพีเอ็มเมื่อแทน $m = 1, n = 0$ ใน (2.79) เราพบว่ามีองค์ประกอบความถี่ p ในขบวนพัลส์พีพีเอ็มผ่านตัวกรองความถี่ที่จำกัดที่มีศูนย์กลางที่ p แยกองค์ประกอบนี้ ซึ่งต่อไปเป็นตัวทำให้เกิดพัลส์ที่มีช่องว่างปกติ ควรตั้งระยะของพัลส์ให้เกิดขึ้นกึ่งทางของพัลส์พีพีเอ็มในแบบที่ไม่มีสัญญาณมอดูเลตสัญญาณที่นำออก (Output) ของ flip-flop เป็นขบวนของพัลส์ที่มีความยาวยืดออกไป ซึ่งเริ่มต้นที่จุดที่ตั้งช่องว่างเท่า ๆ กัน และจบลงเมื่อพัลส์พีพีเอ็ม เริ่มขึ้นฟังก์ชัน $G(x, y)$ ที่เหมาะสมในการให้สัญญาณนำออก พีดีเอ็มมีบทบาทเช่นเดียวกับฟังก์ชัน $F(x, y)$ ในขบวนพัลส์พีพีเอ็ม ในรูปที่ 2.14 พัลส์เริ่มบนเส้นดิ่ง $x = -\pi$ และจบลงบนเส้นโค้ง แสดงไว้ในสมการ (2.70) ซึ่งเป็น จุดเริ่มต้นของพัลส์พีพีเอ็ม ค่า $G(x, y)$ เท่ากับค่าคงที่ h ในบริเวณที่แลเงา (shaded regions) ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีคาบ และมีค่าเท่ากับศูนย์ ในส่วนที่เหลืออยู่ของจัตุรัสนั้น ถ้าขยาย $G(x, y)$ ในอนุกรมฟูเรียร์อันดับในลักษณะเดียวกับที่ขยาย $F(x, y)$เราได้สัมประสิทธิ์

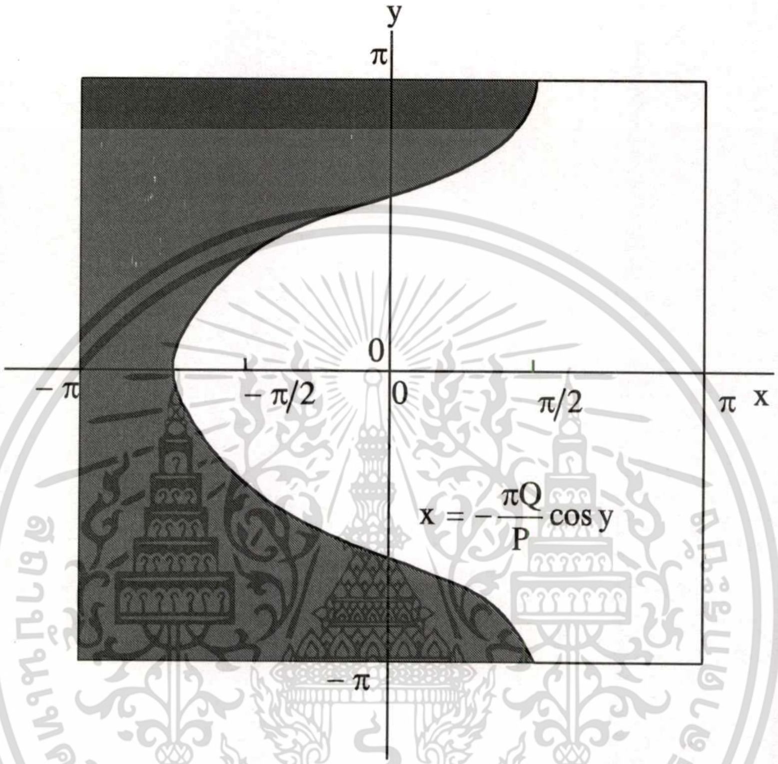
$$c_{mn} = \frac{h}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} e^{-jny}dy\int_{-\pi}^{-\frac{\pi Q}{P}\cos y} e^{-jmx}dx \qquad (2.80)$$

เมื่อหาผลเฉลยได้สมบูรณ์สำหรับรูปแบบคลื่นพีดีเอ็มออกมาเป็นฟังก์ชันของเวลา ได้

$$E(t) = \frac{h}{2} - \frac{hQ}{2P}\cos qt + \frac{h}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\left[(-)^m - J_0\left(\frac{m\pi Q}{P}\right)\right]\frac{\sin mpt}{m} - \frac{h}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_n(m\pi Q/P)}{m}\left[\begin{array}{l}\sin\left(mpt + nqt + \frac{n\pi}{2}\right)\\ + \sin\left(mpt - nqt + \frac{n\pi}{2}\right)\end{array}\right] \qquad (2.81)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พจน์ที่สองของการขยายเป็นสัญญาณดั้งเดิมในรูปแบบที่ไม่มีการผิดแผก (distort) กับมีการกลับขั้วที่ไม่มีความสำคัญ สัญญาณที่ไม่ผิดรูปไปนี้ตามมาด้วยผลที่ผิดส่วน (distortion products) หลาย ๆ อันที่รวมอยู่ในสัญญาณฐาน ถ้าเพิ่มสัญญาณฐาน จาก q_1 ไป q_2 มีผลที่ผิดส่วนเป็นพจน์ในผลรวมสองชั้นที่มีความถี่ $mp - nq$ ซึ่งตกอยู่ในช่วงของ q_1 ไป q_2



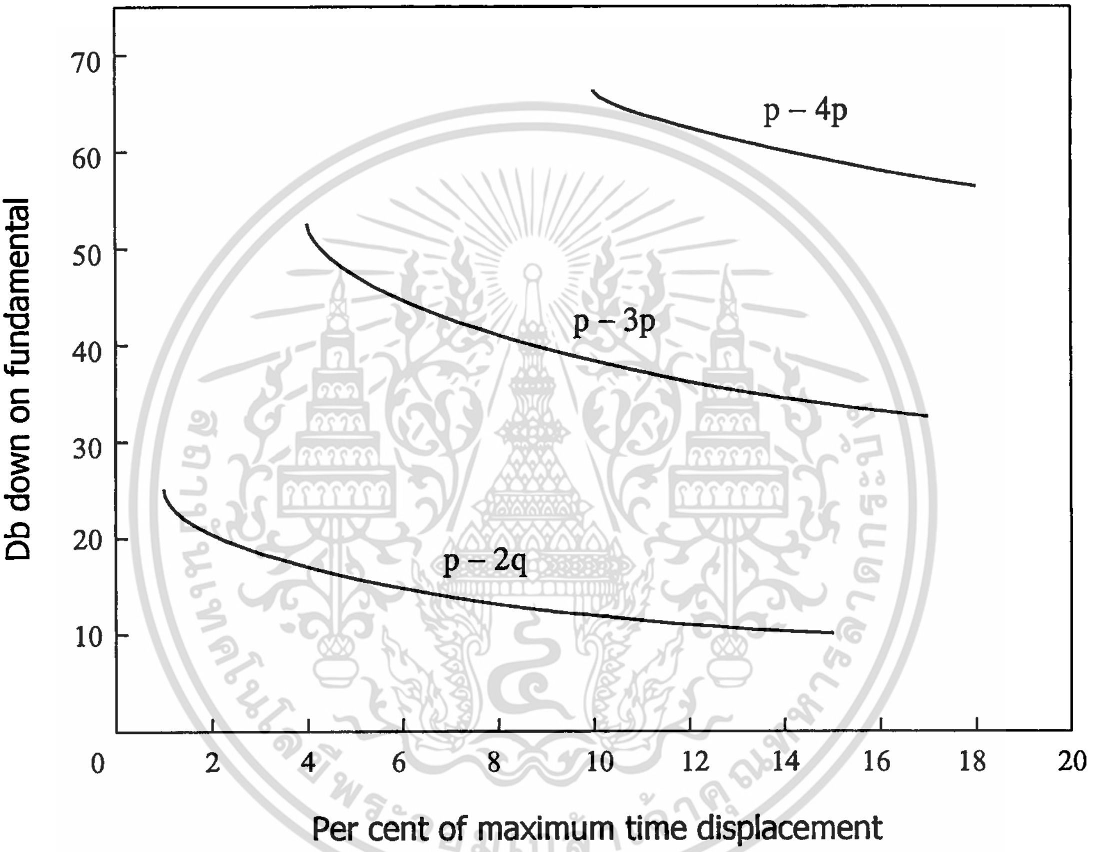
รูปที่ 2.14 ขอบเขตการอินทิเกรตของรูปแบบคลื่น PDM หาอนุพันธ์จากการชักค่าตัวอย่างเชิงธรรมชาติ PPM

ระดับความถี่เฉลี่ยของการทำซ้ำพัลส์อย่างน้อยสุดควรเป็นสองเท่าของสัญญาณความถี่ที่สูงที่สุด ทั้งนี้เพื่อให้ได้จำนวนตัวอย่างต่ำสุดที่พอทำให้เกิดสัญญาณกลับมา ผลที่ผิดส่วนในความถี่ $p - q$ โดยปรกติตกอยู่เหนือสัญญาณฐาน ส่วนที่ตกอยู่ในสัญญาณฐานเป็นพวกที่มีความถี่ $p - 2q, p - 3q, \ldots$ ถ้ากำหนดให้ D_n เป็นอัตราส่วนของขนาดของผลของความถี่ $p - nq$ ต่อขนาดขององค์ประกอบสัญญาณจาก (2.81)

$$D_n = \frac{2}{\pi\mu} | J_n(\pi\mu) | \qquad (2.82)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยกำหนดให้ $\mu = Q/P$ เป็นดัชนีมอดูเลต เมื่อ $\mu = 1$ แล้วพัลส์เปลี่ยนที่ไปมากที่สุด โดยปราศจากการกระจายเข้าไปในตำแหน่งเวลาที่อยู่ติดกัน ใน PPM time-division multiplex system. ช่วงของการชักค่าตัวอย่างต้องถูกแบ่ง (subdivided) ลงไปในตำแหน่งเวลา สำหรับแต่ละช่องสัญญาณ และดัชนีของมอดูเลตต้องถูกลดลงอย่างได้สัดส่วนกัน รูปที่ 2.15 แสดงกราฟของผลที่ผิดส่วนหลัก ซึ่งตกในสัญญาณฐานในกรณีของพีพีเอ็มที่มีโดยปกติการชักค่าตัวอย่าง และจับสัญญาณโดยแปลงเป็นพีดีเอ็ม



รูปที่ 2.15 การสร้างผิดส่วนในช่องสัญญาณแถบฐานจากเครื่องส่งโดยพีพีเอ็มกับ Natural sampling และการจัดสัญญาณพีพีเอ็ม-พีดีเอ็ม

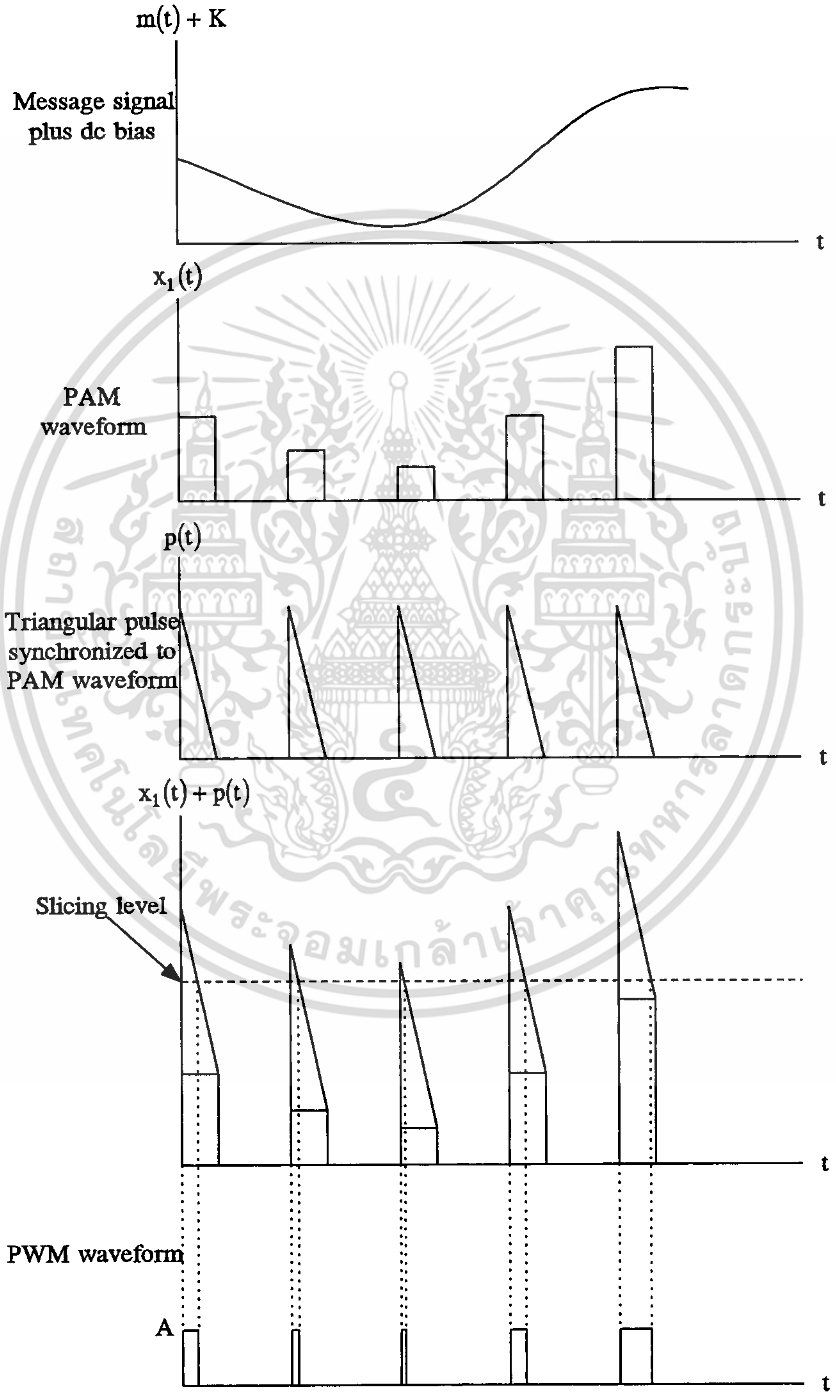
ในการวิเคราะห์แนวคิดที่ 3 [5] มีเงื่อนไขของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวความคิดของ R.E.Ziemer, W.H.Tranter

สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เป็นคลื่นประกอบด้วยพัลส์ที่เรียงลำดับกัน แต่ละอันมีความกว้างเป็นสัดส่วนกับสัญญาณข่าวสารที่ชักค่าตัวอย่าง การสร้างรูปแบบของคลื่นพีดับบลิวเอ็มดังแสดงในรูปที่ 2.16 ความกว้างของพัลส์ไม่อาจมีค่าเป็นลบ จึงต้องเติม dc ไบแอส (bias) เข้าใน m(t)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ก่อนทำมอดูเลตรูปแบบของคลื่นพีเอเอ็ม $x_1(t)$ เกิดจาก สัญญาณ bias $m(t)+K$ $x_1(t)$ ถูกเติมเข้าไปในลำดับของสามเหลี่ยมอ้างอิง (synchronized triangular)

สัญญาณ $x_1(t)+p(t)$ เฉือนเป็นชั้น ๆ โดยวงจรที่ให้ผล A เมื่อ $x_1(t)+p(t)$ อยู่เหนือระดับที่เฉือนเป็นชั้น ๆ (Slicing) สัญญาณนี้เป็นรูปแบบคลื่นพีดับบลิวเอ็มที่สนใจ



รูปที่ 2.16 การเกิดสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปแบบคลื่นพีดับบลิวเอ็มสามารถมอดูเลตโดยตัวกรองความถี่ต่ำ พิสูจน์ได้โดยการหาอนุพันธ์สเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ซึ่งปรกติทำได้ยาก วิธีหาอนุพันธ์ที่เยี่ยมมากอยู่ในหนังสือเขียนโดย Schwartz, Bennett, and Stein (1966) ผลที่นำมาแสดงไว้ได้มาจากอ้างอิงนี้

ถ้าเราสมมติว่าสัญญาณข่าวสารเป็น

$$m(t) = A\cos 2\pi f_m t \tag{2.83}$$

มีความถี่พื้นฐาน 2 แบบ คือความถี่ของสัญญาณ f_m กับความถี่ของชักค่าตัวอย่าง $f_s = 1/t_s$ ถ้าความถี่ทั้งสองนี้ไม่ได้สัดส่วนกัน ซึ่งพบได้เสมอ ๆ ผลของรูปแบบคลื่นพีดับบลิวเอ็มไม่เป็นคาบ แม้ว่าทั้งสัญญาณข่าวสารและชักค่าตัวอย่างเป็นแบบคาบตาม แม้ยากเช่นนี้ Schwartz, Bennett, and Stein ใช้อนุกรมตรีโกณมิติสำหรับสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ผลที่ได้คือ

$$\begin{aligned} x(t) = {} & \frac{1}{2}h - \frac{1}{2}h\beta\cos 2\pi f_m t + \frac{1}{\pi}h\sum_{m=1}^{\infty}\left[(-1)^m - J_0(m\pi\beta)\right]\frac{1}{m}\sin 2\pi m f_s t - \\ & \frac{1}{2}h\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{m}J_0(m\pi\beta)\left\{\begin{array}{l}\sin\left[2\pi(mf_s + nf_m)t + \frac{n\pi}{2}\right] + \\ \sin\left[2\pi(mf_s - nf_m)t + \frac{n\pi}{2}\right]\end{array}\right\} \end{aligned} \tag{2.84}$$

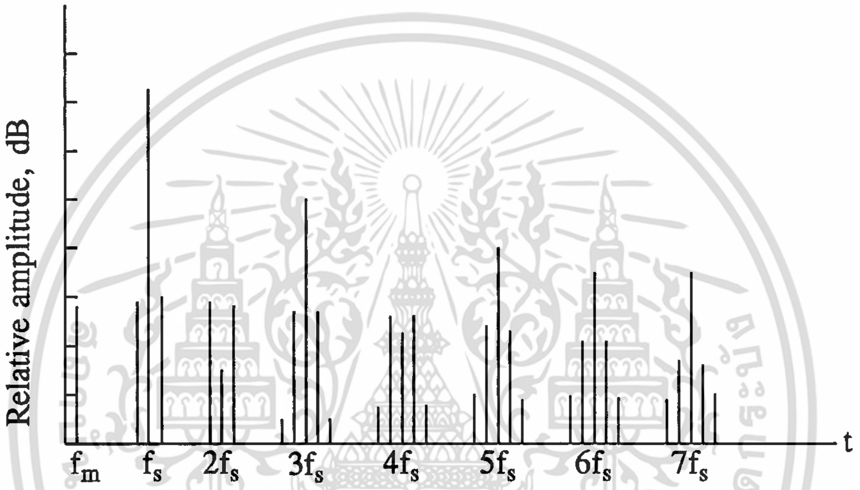
ในที่นี้ h แทน แอมปลิจูดของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม และ β แทนดัชนีมอดูเลต โดยให้ $\beta = 1$ ขณะที่ค่าของ β เป็นผลให้พัลส์มีความกว้างมากสุดโดยไม่มีผลรบกวนพัลส์ข้าง ๆ สังเกตว่าส่วนประกอบของ f_m เป็นสัดส่วนกับ β

ค่า $x(t)$ แสดงให้เห็นลักษณะของสเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มที่มีมอดูเลตรูปไซน์ มีส่วนของ dc ที่มีค่า $\frac{1}{2}h$ ปรากฏอยู่ที่ความถี่ข่าวสาร f_m ประกอบด้วย แอมปลิจูด (Amplitude) ขององค์ประกอบนี้ เป็นสัดส่วนกับดัชนีมอดูเลชั่น β ตัวกรองความถี่ต่ำปล่อยให้มีองค์ประกอบที่ f_m แทนข่าวสาร $m(t)$ กู้คืนกลับมาจากสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม นอกจากนี้ในสเปกตรัม $x(t)$ ยังปรากฏมีสเปกตรัมที่ความถี่ $mf_s + nf_m$ ในทุกส่วนผสมระหว่าง m กับ n ส่วนต่าง ๆ เหล่านี้เป็นผลของการมอดูเลตภายใน (intermodulation) ระหว่างสัญญาณกับความถี่การชักค่าตัวอย่าง และฮาร์มอนิก

สเปกตรัมที่แสดงไว้ในรูปที่ 2.17 มีดัชนีมอดูเลต $\beta = 0.1$ ความถี่การชักค่าตัวอย่าง f_s เป็น $8f_m$ เห็นได้ว่า สเปกตรัมที่มีองค์ประกอบของสเปกตรัมฟูเรียร์-เบสเซส รวมตัวอยู่กลาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความถี่การชักค่าตัวอย่างและฮาร์มอนิกของความถี่การชักค่าตัวอย่าง สเปกตรัมฟูเรียร์-เบสเซล อยู่ที่ประมาณ $f = f_s$ นั้นประกอบด้วยส่วนประกอบเดี่ยวสำหรับแต่ละสัญญาณแถบข้าง (sideband) ซึ่งสอดคล้องกับ narrowband modulation ($\beta = 0.1$) ในส่วนของสเปกตรัมฟูเรียร์-เบสเซล ที่มี $f = f_s$ มีส่วนประกอบคู่ในแต่ละสัญญาณแถบข้าง ดังนั้นไม่สอดคล้องกับ narrowband modulation. จากรูปที่ 2.17 และ (2.84) เห็นว่าตัวทำให้เกิดดัชนีเป็นฟังก์ชันของ m เป็นฮาร์มอนิกของ f_s กระบวนการคล้ายคลึงกันมากกับกระบวนการที่พบได้ในการแปลง narrowband ไปเป็น wideband



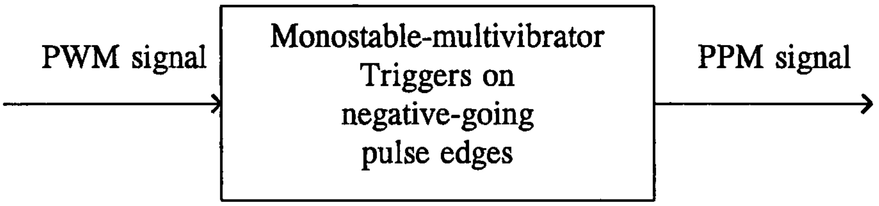
รูปที่ 2.17 สเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม กับ $\beta = 0.1$

สัญญาณพีพีเอ็มประกอบด้วยพัลส์ซึ่งการแทนที่ (displacement) จากเวลาที่กำหนดไว้เวลาใดเวลาหนึ่งเป็นสัดส่วนกับค่าตัวอย่างของสัญญาณที่มีข้อมูล (information bearing signal) เช่นเดียวกันกับในกรณีของ พีดับบลิวเอ็ม ต้องนำ dc bias มาเติมเข้าในสัญญาณข่าวสารก่อนทำมอดูเลต เพื่อว่าสิ่งที่ใส่เข้าไปใน PPM modulator ไม่มีค่าเป็นลบ ที่จริงแล้วพีพีเอ็มสามารถสร้างได้โดยง่ายจากพีดับบลิวเอ็ม ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.18 (a) เริ่มโดยการป้อนสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นนำเข้าของ monostable multivibrator ซึ่งถูกกระตุ้นโดย negative ของนำเข้า ผลของรูปร่างคลื่นพีพีเอ็มแสดงไว้ในรูปที่ 2.18 (b)

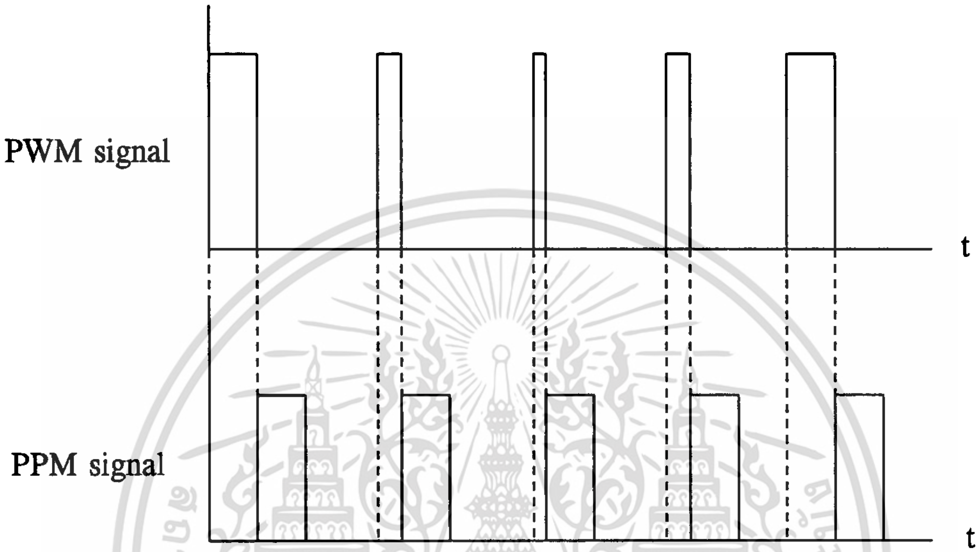
สัญญาณพีพีเอ็มแสดงได้โดย

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t - t_n) \qquad (2.85)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a)



(b)

รูปที่ 2.18 การเกิดของสัญญาณพีพีเอ็มจากพีดับบลิว (a) การเกิด (b) รูปแบบคลื่น

เมื่อ $g(t)$ แทนรูปร่างของแต่ละพัลส์และเวลาที่เกิดขึ้น t_n เกี่ยวพันกับค่าของสัญญาณข่าวสาร $m(t)$ ที่ชักค่าตัวอย่าง nT_s ดังที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้ว การหาสเปกตรัมของสัญญาณพีพีเอ็ม ใช้วิธีที่คล้ายกับการหาสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม. Swartz, Bennett และ Stein (1966) ได้พิจารณาปัญหานี้

$$m(t) = A\cos 2\pi f_m t \tag{2.86}$$

เราสามารถเขียนสัญญาณพีพีเอ็ม

$$x(t) = f_s - \beta f_m \sin 2\pi f_m t + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2m}(mf_s + nf_m)J_n(m\pi\beta)\times \cos\left[2\pi(mf_s + nf_m)t + \frac{n\pi}{2}\right] \tag{2.87}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมุติว่า $g(t)$ ถูกแทนโดยฟังก์ชันอิมพัลส์ได้ ถ้าใช้พัลส์ $g(t)$ ซึ่งไม่สามารถประมาณค่าด้วยฟังก์ชันพัลส์ได้ ได้ค่า $x(t)$ โดยมีผลแต่ละพจน์ด้วยการแปลงฟูเรียร์ $g(t)$ ซึ่งประเมินค่าที่ความถี่ของพจน์ที่เป็นลำดับขั้นเดียวกัน ตัวอย่างเช่น ถ้า $g(t)$ เป็นพัลส์เลขคู่ (even) ที่มีการแปลงจำนวนจริง (real transform) $G(t)$ ผลที่ได้คือ

$$\begin{aligned} x(t) = {} & f_x G(0) - \beta f_m G(f_m) \sin 2\pi f_m t + \\ & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2m}(mf_s + nf_m) J_n(m\pi\beta) G(mf_s + nf_m) \times \\ & \cos\left[2\pi(mf_s + nf_m)t + \frac{n\pi}{2}\right] \end{aligned} \tag{2.88}$$

ในกรณีของ พีดับบลิวเอ็มนั้น β เป็นดัชนีมอดูเลตค่า 1 ในดัชนีนี้ มีผลให้ค่า t_n มีค่าสูงสุดปราศจากการรบกวนของพัลส์ที่อยู่ข้าง ๆ

จาก $x(t)$ เห็นว่าองค์ประกอบความถี่ที่ f_m เป็นสัดส่วนกับการหาอนุพันธ์ของสัญญาณข่าวสาร $x(t)$ ดังนั้นถ้าแยกเอา f_m ออกมาจากสเปกตรัมของ $x(t)$ โดยตัวกรองความถี่ต่ำ (พจน์ dc ถูกกำจัดออกไปโดย blocking capacitor) ผลของตัวกรองเป็นการหาอนุพันธ์ของ $m(t)$ ที่สเกลคงที่ ได้สัญญาณข่าวสาร $m(t)$ โดยการอินทิเกรตตัวกรองนำออก ถ้าหากความถี่การชักค่าตัวอย่างสูงพอ ไม่จำเป็นต้องใช้ตัวกรองความถี่ต่ำ ด้วยเหตุที่ตัวอินทิเกรตทำหน้าที่กรองความถี่ต่ำด้วยแล้ว

การอินทิเกรตสามารถจัดการแปลงสัญญาณพีพีเอ็มให้เป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม และดีมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม โดยใช้ตัวกรองความถี่ต่ำ การเปลี่ยนพีพีเอ็มเป็นพีดับบลิวเอ็ม คือการถอยกลับ (reverse) วิธีการในรูปที่ 2.18 โดยสร้างขบวนของพัลส์ได้ที่ความถี่ f_s ขอบที่นำหน้าของพัลส์เหล่านี้ เกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน อ้างอิง (synchronize) กับตำแหน่งที่ศูนย์ (zero displacement) ของพัลส์พีพีเอ็ม สมการ $x(t)$ แสดงให้เห็นว่ามีองค์ประกอบความถี่ที่ความถี่การชักค่าตัวอย่าง ถ้าหาก $J_0(\pi\beta) \neq 0$ องค์ประกอบนี้นำไปสร้างพัลส์ที่ความถี่ f_s ได้ พัลส์เหล่านี้ต่อไปถูกปิด (turn off) โดยขอบนำ (leading edge) ของสัญญาณพีพีเอ็ม จากสมการ $x(t)$ เห็นได้ว่าความถี่ของสัญญาณพีพีเอ็มเป็นอันเดียวกันกับความถี่ในสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

ในการวิเคราะห์แนวคิดที่ 4 [4] แนวความคิดของ Philip F. Panter กล่าวไว้คือการวิเคราะห์สเปกตรัมของขบวนพัลส์ที่มีจำนวนอนันต์นั้นใช้วิธีการที่เรียกว่า Staircase analysis [12-14] จากการวิเคราะห์ดังกล่าวนั้นทำให้ได้สมการที่ใช้แทนขบวนพัลส์จำนวนอนันต์ตาม (2.89) คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F(t) = \frac{A}{2\pi j}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{k}\left(e^{jk\omega_R\left(\tau/2\right)} - e^{-jk\omega_R\left(\tau/2\right)}\right)e^{jk\omega_R t} \tag{2.89}$$

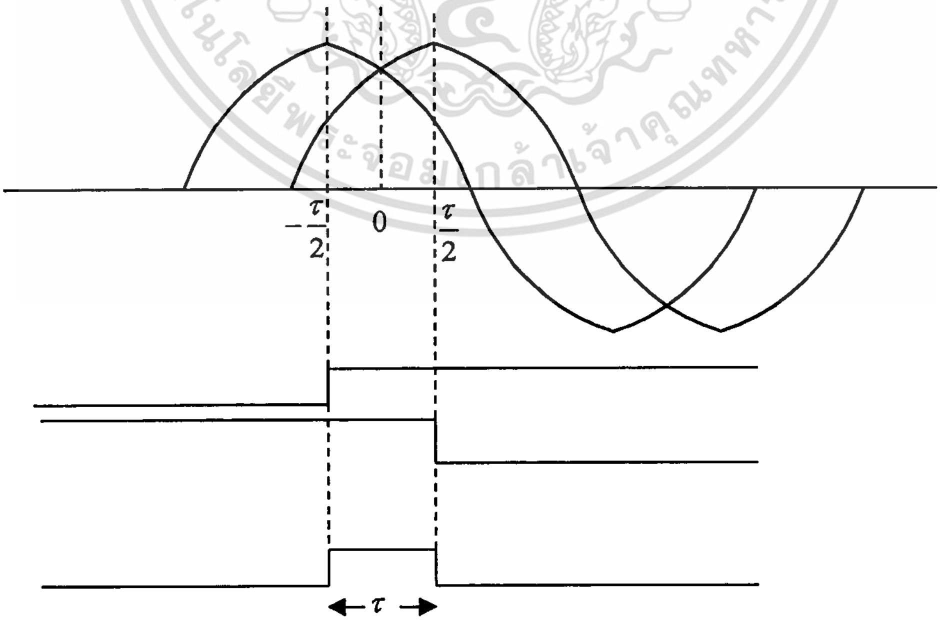
ω_r คือ ความถี่เชิงมุมของพัลส์

τ คือ ค่าความกว้างของพัลส์ที่ยังไม่ได้มอดูเลต

เมื่อคิดว่าค่าความกว้างของพัลส์ขึ้นกับผลต่างของความถี่เชิงมุมของขบวนพัลส์มอดูเลตแบบเฟส ดังรูปที่ 2.19 จากรูปประกอบด้วยรูปคลื่นที่มอดูเลตแบบเฟส a และ b ซึ่งค่าเฟสของรูปคลื่น b นั้นเป็นค่าที่ขึ้นกับขนาดแอมปลิจูดของสัญญาณข่าวสาร ดังนั้นค่าระยะห่างความกว้างพัลส์ซึ่งขึ้นกับระยะห่างของ a และ b จะไม่เท่ากันด้วย เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 2.19 สมการรูปคลื่น a และ b ที่ถูกมอดูเลตเขียนแทนได้เป็น

$$\text{(a) } f(t) = A\cos\omega_r\left[\left(t + \frac{T}{2}\right) + \tau_d \sin(\omega_m t + \phi)\right] \tag{2.90}$$

$$\text{(b) } f(t) = A\cos\omega_r\left[\left(t - \frac{T}{2}\right) + \tau_d' \sin(\omega_m t + \phi)\right] \tag{2.91}$$



รูปที่ 2.19 แสดงกระบวนการในการมอดูเลต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง $\omega_r\tau_d$ และ $\omega_r\tau_d'$ เป็นค่าการเลื่อนเฟสของ คลื่น a และ b ตามลำดับ และเมื่อแทนค่า $\omega_r\tau/2+\omega_r\tau_d\sin(\omega_m t+\phi)$ และค่า $\omega_r\tau/2-\omega_r\tau_d'\sin(\omega_m t+\phi)$ ด้วยค่า $\omega_r\tau/2$ ทำให้ประมาณค่าสเปกตรัมของสัญญาณพัลส์เฟสมอดูเลตได้ ตาม (2.92)

$$F(t)=\frac{A}{2\pi j}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{K}\begin{pmatrix}e^{j\left[k\omega_r\tau/2+k\omega_r\tau_d\sin(\omega_m t+\phi)\right]}\\ -e^{-j\left[k\omega_r\tau/2+k\omega_r\tau_d'\sin(\omega_m t+\phi)\right]}\end{pmatrix}e^{jk\omega_r t} \qquad (2.92)$$

เนื่องจากความกว้างพัลส์ของการพีดับบลิวเอ็มมีระยะห่างเท่ากับระยะห่างเฟสของพัลส์เฟสมอดูเลต ดังนั้นสเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม จึงมีค่าทำนองเดียวกับพัลส์เฟสมอดูเลต ตาม (2.92) ซึ่งสเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มมีค่าตาม (2.92) จาก (2.92) เมื่อทำการหาอนุพันธ์จะทำให้หาค่าพีพีเอ็มได้ (2.93)

$$F(t)=\frac{A}{2\pi j}\sum_{n}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{K}\begin{bmatrix}J_n(k\omega_r\tau_d)e^{jk\omega_r\tau/2}\\ -J_n(-k\omega_r\tau_d)e^{-jk\omega_r\tau/2}\end{bmatrix}e^{j[(k\omega_r+n\omega_m)t+n\phi]} \qquad (2.93)$$

การมอดูเลตสัญญาณพัลส์ตามทฤษฎีพื้นฐานและแนวคิดที่กล่าวมาข้างต้นนั้น มีขั้นตอนในการมอดูเลตที่ซับซ้อน ทำความเข้าใจได้ยาก ซึ่งเมื่อพิจารณาเทอมของสัญญาณข่าวสารเป็นการยุ่งยากและซับซ้อนที่จะทำการตรวจจับสัญญาณข่าวสารกลับคืนมาได้อย่างถูกต้อง และมีความยุ่งยากต่อการสร้างวงจรเพื่อเหมาะแก่การใช้งานและมีประสิทธิภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
หลักการในการมอดูเลตพีพีเอ็มที่นำเสนอ

จากการวิเคราะห์สัญญาณบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.3 การวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มดังกล่าว มีขั้นตอนในการวิเคราะห์ซับซ้อนยากต่อการทำความเข้าใจและไม่มีความชัดเจนในการตั้งสมมุติฐานเบื้องต้น และการทำสัญญาณพีพีเอ็มกลับมาเป็นสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจำเป็นต้องใช้สัญญาณพัลส์อ้างอิง [1,3-5] ส่งผลทำให้เกิดความผิดพลาดในการรับสัญญาณ และวงจรที่ใช้ในการตรวจจับมีขนาดใหญ่ ในบทนี้จะกล่าวถึงแนวคิด คือ สมมุติฐานเบื้องต้นว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็มเป็นสัญญาณที่มีคาบ โดยช่วงคาบสัญญาณเท่ากับคาบของสัญญาณพัลส์ ซึ่งเป็นสัญญาณพาห์ ดังนั้นในการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็มจึงใช้อนุกรมฟูเรียร์ โดยขั้นตอนการวิเคราะห์สัญญาณเริ่มจากการวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มก่อน จากนั้นจึงนำสัญญาณที่ได้ไปวิเคราะห์เป็นสัญญาณพีพีเอ็มต่อไป รายละเอียดดังนี้

3.1 การวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม (Pulse width Modulation) ที่นำเสนอ

พิจารณาสัญญาณพีดับบลิวเอ็มในรูปที่ 3.1 หลักการของการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม กำหนดให้ช่วงเวลาความกว้างของพัลส์บวกมีการแปรผันโดยตรงกับสัญญาณข่าวสาร คือ

$$\Delta t_i \,\alpha\, m(t)$$

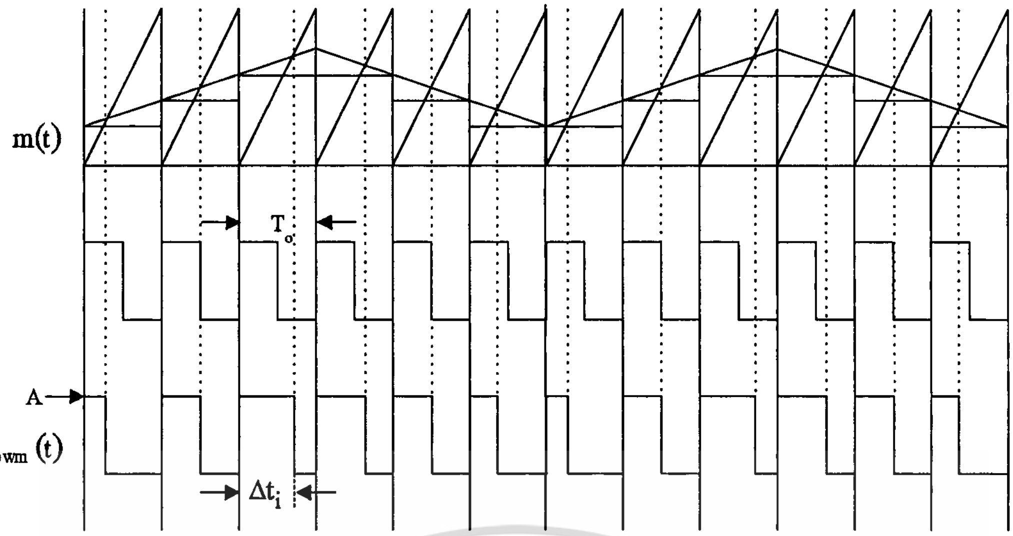
โดยที่ $m(t)$ คือสัญญาณข่าวสาร

Δt_i คือช่วงเวลาความกว้างของพัลส์ลูกที่ i

และ i คือจำนวนเต็ม (i = 0,1,2,...)

สัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นสัญญาณคาบเวลา โดยกำหนดให้ $\phi_{pwm}(t)$ คือฟังก์ชันของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม จาก (2.1) มีรูปแบบของฟังก์ชันซ้ำรูปเดิมทุก ๆ ช่วงเวลาที่มีค่าจำกัดค่าหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

สามารถเขียนในรูปฟังก์ชันได้ดังรูป

$$\phi_{pwm}(t+T) = \phi_{pwm}(t) \tag{3.1}$$

การวิเคราะห์องค์ประกอบฟังก์ชันในที่นี้จะใช้อนุกรมฟูเรียร์ในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียลจาก (2.20) นำมาแทนลงใน (3.1) จะได้ว่า

$$\phi_{pwm}(t+T) = \phi_{pwm}(t) = F_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \tag{3.2}$$

จาก (3.2) หาความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน F_0 และ F_n คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของฟูเรียร์ในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียล ตามลำดับ โดยที่

n คือ เลขจำนวนเต็ม

ω_0 คือความถี่มูลฐานของสัญญาณ มีค่าเท่ากับ $2\pi/T$

T คือคาบเวลาของสัญญาณ พิจารณาสัญญาณคาบที่ i

จาก (2.10) และ (2.26) แสดงหาค่า F_0 ได้ดังนี้

$$F_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_0 = \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+\Delta t_i} A\,dt$$

$$= \frac{A\Delta t_i}{T} \qquad (3.3)$$

และ (2.32) สามารถแสดงหาค่า F_n ได้ดังนี้

$$F_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+\Delta t_i} Ae^{-jn\omega_o t}dt$$

$$= \frac{A}{T}\int_{0}^{\Delta t_i} e^{-jn\omega_o t}dt$$

$$= \frac{A}{2jn\pi}\left(1 - e^{-jn\omega_o \Delta t_i}\right) \qquad (3.4)$$

นำ (3.3) และ (3.4) แทนลงใน (3.2) แสดงค่าการหาอนุกรมฟูเรียร์ในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียลของสัญญาณ $\phi_{pwm}(t)$ ได้ดังนี้

$$\phi_{pwm}(t) = \frac{A\Delta t_i}{T} + \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{A}{2jn\pi}\left(1 - e^{-jn\omega_0 \Delta t_i}\right)e^{jn\omega_0 t}$$

$$= \frac{A\Delta t_i}{T} + \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\left(\frac{A}{2jn\pi}\right)e^{jn\omega_0 t} + \left(-\frac{A}{2jn\pi}\right)e^{-jn\omega_0 \Delta t_i}e^{jn\omega_0 t}\right)$$

$$= \frac{A\Delta t_i}{T} + \frac{A}{2j\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l}\left(\dfrac{e^{jn\omega_0 t}}{n} + \dfrac{e^{-jn\omega_0 t}}{-n}\right) - \\ \left(\dfrac{e^{jn\omega_0 (t-\Delta t_i)}}{n} + \dfrac{e^{-jn\omega_0 (t-\Delta t_i)}}{-n}\right)\end{array}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{A\Delta t_i}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2jn} - \frac{e^{jn\omega_0 (t-\Delta t_i)} - e^{-jn\omega_0 (t-\Delta t_i)}}{2jn}\right) \tag{3.5}$$

นำฟังก์ชันไซน์จาก (2.15) เขียนอนุกรมฟูเรียร์ในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียล (3.5) ได้ดังนี้

$$= \frac{A\Delta t_i}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin(n\omega_0 t)}{n} - \frac{\sin(n\omega_0 (t - \Delta t_i))}{n}\right) \tag{3.6}$$

เนื่องจาก $\Delta t_i \propto m(t)$ และ $\Delta t_i = km(t)$ โดยที่ค่า k คือ ค่าคงที่ จะได้ $\phi_{pwm}(t)$ สำหรับวิเคราะห์ฟังก์ชันพีดับบลิว ดังนี้

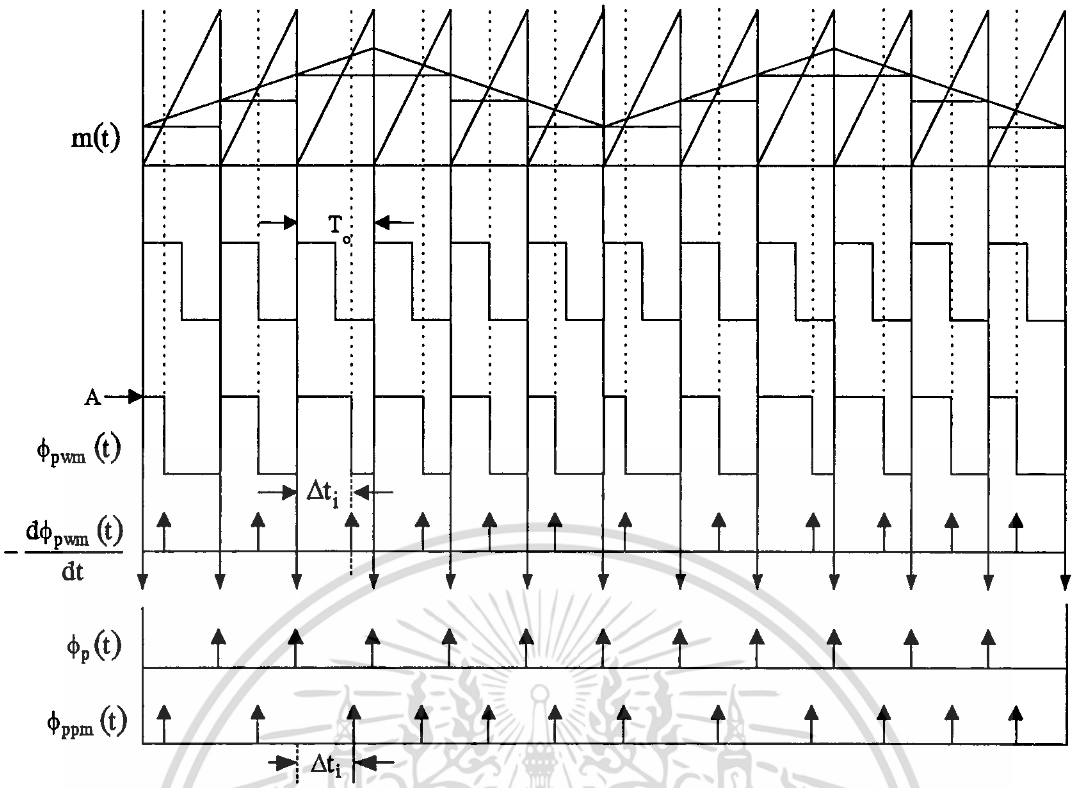
$$\phi_{pwm}(t) = \frac{Akm(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin(n\omega_0 t)}{n} - \frac{\sin(n\omega_0 (t - km(t)))}{n}\right) \tag{3.7}$$

จาก (3.7) พบว่าพจน์แรก $Akm(t)/T$ คือผลคูณระหว่างสัญญาณข่าวสาร $m(t)$ และ Ak/T คือพจน์องค์ประกอบของความถี่ต่ำ ดังนั้นถ้าใช้วงจรกรองความถี่ต่ำที่เหมาะสมสเกล T/Ak กรองสัญญาณพีดับบลิวเอ็มดังกล่าว จะได้สัญญาณข่าวสารที่แท้จริงกลับคืนจากสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

3.2 การวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพีพีเอ็ม (Pulse Position Modulation)

ในส่วนการวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มที่นำเสนอในงานวิจัย ใช้สมมุติฐานเบื้องต้นเดียวกับในหัวข้อ 3.1 สัญญาณพีพีเอ็มเป็นสัญญาณคาบเช่นเดียวกับสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มกับพีพีเอ็ม พบว่าถ้ากำหนดให้พัลส์ที่ใช้กำหนดตำแหน่งประมาณเป็นสัญญาณอิมพัลส์ ดังรูปที่ 3.2 จะได้สัญญาณพีพีเอ็มเกิดจากการหาค่าอนุพันธ์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ด้วยค่าสเกลลบหนึ่งนำมาบวกด้วยพัลส์ $\phi_p(t)$ โดยที่ $\phi_p(t)$ เป็นสัญญาณพัลส์ที่มีค่าคาบเวลาเท่ากับสัญญาณพัลส์คลื่นพาหะ มีค่าดิวตี้ไซเคิลน้อย ๆ ระดับสัญญาณ 0 กับ 1 โวลต์ (เป็นการทำการกลับกระแสสัญญาณให้เดินไปทางเดียวกัน)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 แสดงขั้นตอนการมอดูเลตสัญญาณพีพีเอ็ม

ดังนั้น จาก (3.7) หาอนุพันธ์ ได้ดังนี้

$$\frac{d\phi_{pwm}(t)}{dt} = d\left[\frac{Akm(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\sin(n\omega_0 t)}{n} - \frac{\sin(n\omega_0(t-km(t)))}{n}\right\}\right]$$

$$= d\frac{Akm(t)}{T} + d\frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\sin(n\omega_0 t)}{n} - \frac{\sin(n\omega_0(t-km(t)))}{n}\right\}$$

$$= \frac{Akm'(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{n}n\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \frac{1}{n}\cos(n\omega_0(t-km(t)))\times \\ (n\omega_0 - n\omega_0 km'(t))\end{array}\right\}$$

$$= \frac{Akm'(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{n}n\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \frac{1}{n}(n\omega_0 - n\omega_0 km'(t))\times \\ \cos(n\omega_0(t-km(t)))\end{array}\right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{Akm'(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{matrix}\frac{1}{n}n\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \frac{1}{n}n\omega_0(1-km'(t))\times \\ \cos(n\omega_0(t-km(t)))\end{matrix}\right\}$$

$$= \frac{Akm'(t)}{T} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{matrix}\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \\ \omega_0(1-km'(t))\cos(n\omega_0(t-km(t)))\end{matrix}\right\} \quad (3.8)$$

หาอนุพันธ์ฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็ม (3.7) และนำสเกลลบหนึ่งคูณลงใน (3.8) ได้ดังรูป

$$-\frac{d\phi_{pwm}(t)}{dt} = -\frac{Akm'(t)}{T} - \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{matrix}\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \omega_0(1-km'(t))\times \\ \cos(n\omega_0(t-km(t)))\end{matrix}\right\} \quad (3.9)$$

จาก (3.9) นำฟังก์ชันพัลส์ $\phi_p(t)$ บวกเข้ากับ $-d\phi_{pwm}(t)/dt$ โดยที่ $\phi_p(t)$ เป็นฟังก์ชันพัลส์ที่มีค่าคาบเวลาเท่ากับฟังก์ชันพัลส์คลื่นพาหะแต่มีค่าดิวตี้ไซเคิลน้อยๆ ระดับสัญญาณ 0 กับ 1 โวลต์ โดยที่ $\phi_p(t)$ มีค่าองค์ประกอบทางความถี่ ดังนี้

$$\phi_p(t) = \frac{1}{T} + \frac{2}{T}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(n\omega_0 t) \quad (3.10)$$

และหาองค์ประกอบทางความถี่ของฟังก์ชันพีพีเอ็ม (3.9) นำมาบวกกับฟังก์ชันพัลส์ ได้ดังรูป

$$\phi_{ppm}(t) = -\frac{d\phi_{pwm}(t)}{dt} + \phi_p(t) \quad (3.11)$$

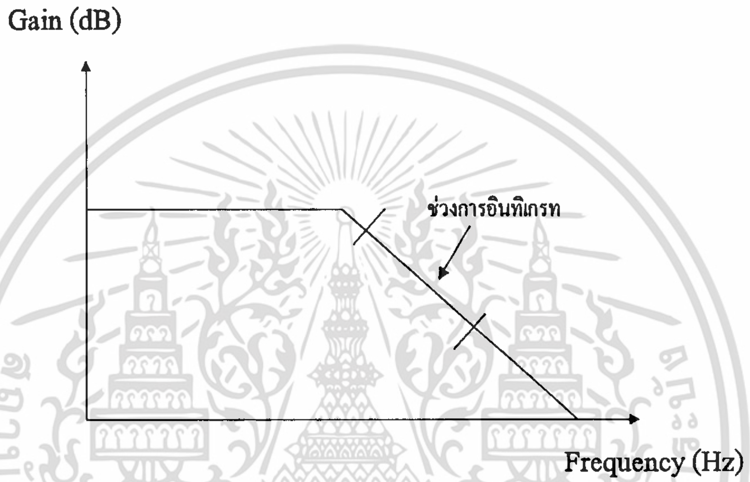
กระจาย (3.11) ดังรูป

$$\phi_{ppm}(t) = \left(-\frac{Akm'(t)}{T} - \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\begin{matrix}\omega_0\cos(n\omega_0 t) - \omega_0(1-km'(t))\times \\ \cos(n\omega_0(t-km(t)))\end{matrix}\right\}\right) + \left(\frac{1}{T} + \frac{2}{T}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(n\omega_0 t)\right) \quad (3.12)$$

ฟังก์ชันพีพีเอ็มจากการวิเคราะห์ (3.12) มีลักษณะสมการคล้ายกับสมการของฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มดังแสดง (3.7) พบว่าในพจน์แรกเป็นพจน์องค์ประกอบความถี่ต่ำสุดของฟังก์ชันพีพีเอ็มประกอบด้วยผลคูณของค่าคงที่ $-Ak/T$ กับค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันข่าวสาร $m'(t)$ ดังนั้นถ้านำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณพีพีเอ็ม $\phi_{ppm}(t)$ ที่ได้รับไปผ่านวงจรกรองความถี่ที่เหมาะสมจะได้พจน์ $-Akm'(t)/T$ โดยอัตราการขยายของวงจรกรองความถี่ต่ำมีค่าเท่ากับหนึ่ง และถ้ากู้คืนสัญญาณข่าวสารต้องนำพจน์องค์ประกอบความถี่ต่ำสุด $-Akm'(t)/T$ ไปอินทิเกรตด้วยวงจรอินทิเกรตมีค่าสเกล $-T/Ak$ จะทำให้ได้สัญญาณ $m(t)$ กลับคืน กระบวนการดังกล่าวถ้าเลือกวงจรอินทิเกรตที่ให้ผลการตอบสนองเป็นตัวกรองความถี่ต่ำที่เหมาะสมในตัว ทำให้ลดวงจรการดีมอดูเลตสัญญาณพีพีเอ็มลง 1 วงจร ดังรูปที่ 3.2 แสดงช่วงผลการตอบสนองความถี่ต่ำที่เหมาะสมของตัวกรองความถี่ในวงจรอินทิเกรต



รูปที่ 3.3 ผลการตอบสนองตัวกรองความถี่ต่ำที่ใช้เป็นอินติเกรเตอร์

จากการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณ โดยใช้สมมุติฐานว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มเป็นสัญญาณคาบ รายละเอียดการวิเคราะห์สัญญาณทั้งสองด้วยอนุกรมฟูเรียร์เอ็กซ์โพแนนเชียล พบว่าการวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบของสัญญาณตามสมมุติฐานดังกล่าว สามารถทำความเข้าใจตามขั้นตอนได้ การวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มเป็นไปตาม (3.7) และ (3.12) สามารถดีมอดูเลตสัญญาณข่าวสารได้จากพจน์แรกของทั้งสองสมการ และสามารถนำไปใช้ในการออกแบบวงจรที่เล็กลง เพราะไม่ต้องใช้สัญญาณอ้างอิงในการดีมอดูเลตสัญญาณ วิธีการที่ผู้วิจัยได้นำเสนอเป็นการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและสัญญาณพีพีเอ็มโดยใช้โปรแกรม MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) และผลการทดลองในบทต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลของงานวิจัย

ในบทนี้กล่าวถึงการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม เพื่อใช้ในการยืนยันผลการวิเคราะห์องค์ประกอบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มตามสมมติฐานที่ได้นำเสนอไว้ในบทที่ 3 เพื่อพิสูจน์ว่าผลเฉลยที่ได้จริงตามที่ตั้งสมมติฐานหรือไม่ กระบวนการในการพิสูจน์นั้นทำได้โดยการเลียนแบบสร้างสัญญาณด้วยโปรแกรมสำเร็จประยุกต์ MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) และการเปรียบเทียบฟังก์ชัน ทำการวิเคราะห์ฟังก์ชันของพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของงานวิจัยที่นำเสนอกับแนวความคิดเดิม 4 แนวคิด โดยพิจารณาฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแต่ละแนวคิด ดังเช่น สมมติฐานเบื้องต้น รูปแบบสมการ ความยุ่งยากและความซับซ้อนของสมการ

4.1 ผลของการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

จากบทที่ 3 หัวข้อ 3.1 ได้แสดงถึงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มในแต่ละคาบนั้น เป็นสัญญาณแบบคาบ (Periodic signal) เชิงความถี่อนุกรมฟูเรียร์รูปแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยมีช่วงคาบสัญญาณเท่ากับคาบของสัญญาณพัลส์ที่ใช้เป็นสัญญาณพาห์ ที่มีค่าดิวตี้ไซเคิลแปรตามความแรงของสัญญาณ ดังแสดง (3.7) แล้วนำสมการดังกล่าวมาสร้างโปรแกรมเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเพื่อทดสอบหาค่าการเกิดของสัญญาณ (t_d) และระยะการเกิดสัญญาณ (t_{prt}) ของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม ได้ดังภาคผนวก ก โปรแกรมเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเมื่อเทียบกับแรงดันสัญญาณ (c) (โวลต์)

โดยกำหนดฟังก์ชันของสัญญาณข่าวสารตัวอย่าง ดังรูปแบบ

m(t) = ((a*c)+a*k*cos(0.5*t))/p

โดยที่ $0 \le c \le 1$ แรงดันสัญญาณไฟฟ้า (หน่วยเป็นโวลต์)

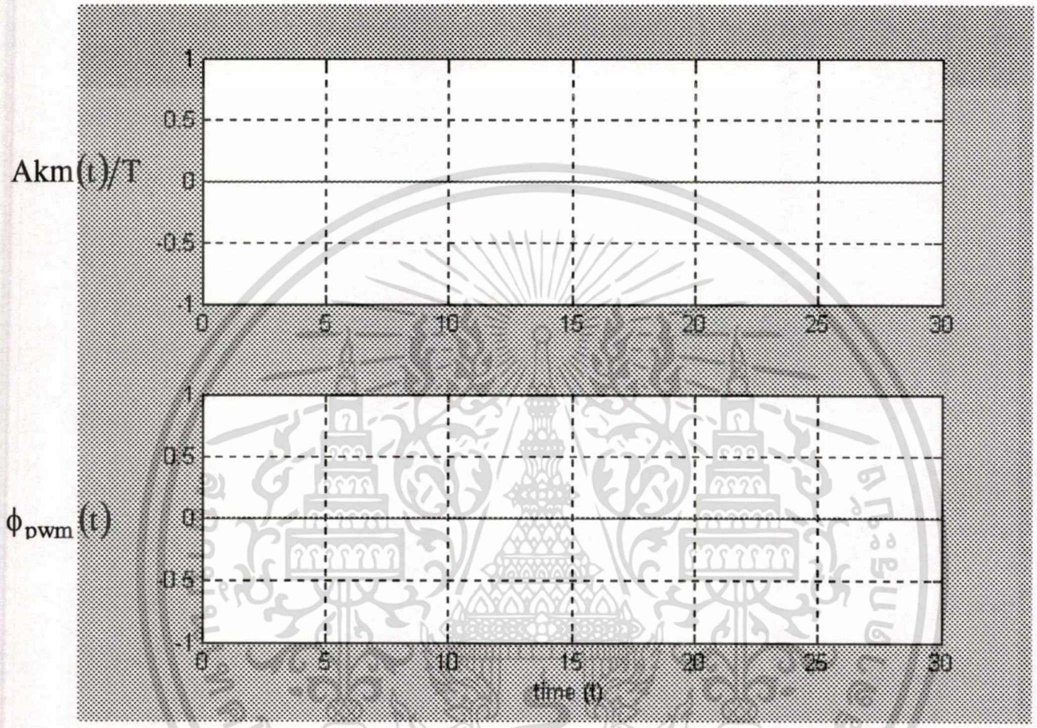
a =1 เป็นค่าของขนาดที่มีค่าคงที่ของฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็ม

และ $$k = \begin{cases} 0 \\ 0.4 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

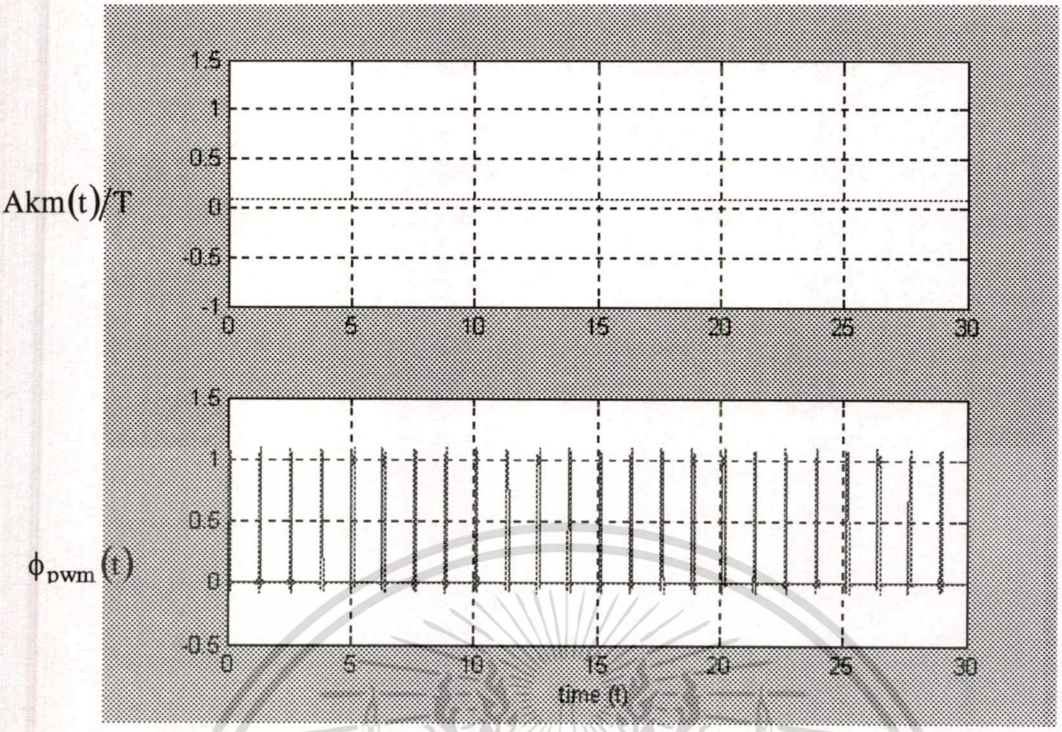
กำหนดแนวคิด ให้ค่า k = 0 เพื่อต้องการที่จะไม่ให้ฟังก์ชันของสัญญาณข่าวสาร m(t) มีแรงดันสัญญาณข่าวสารเกิดขึ้น และ k = 0.4 ต้องการที่จะให้ฟังก์ชันของสัญญาณข่าวสาร m(t) มีแรงดันสัญญาณข่าวสารเกิดขึ้น

ผลการทดลองโปรแกรมได้ดังนี้

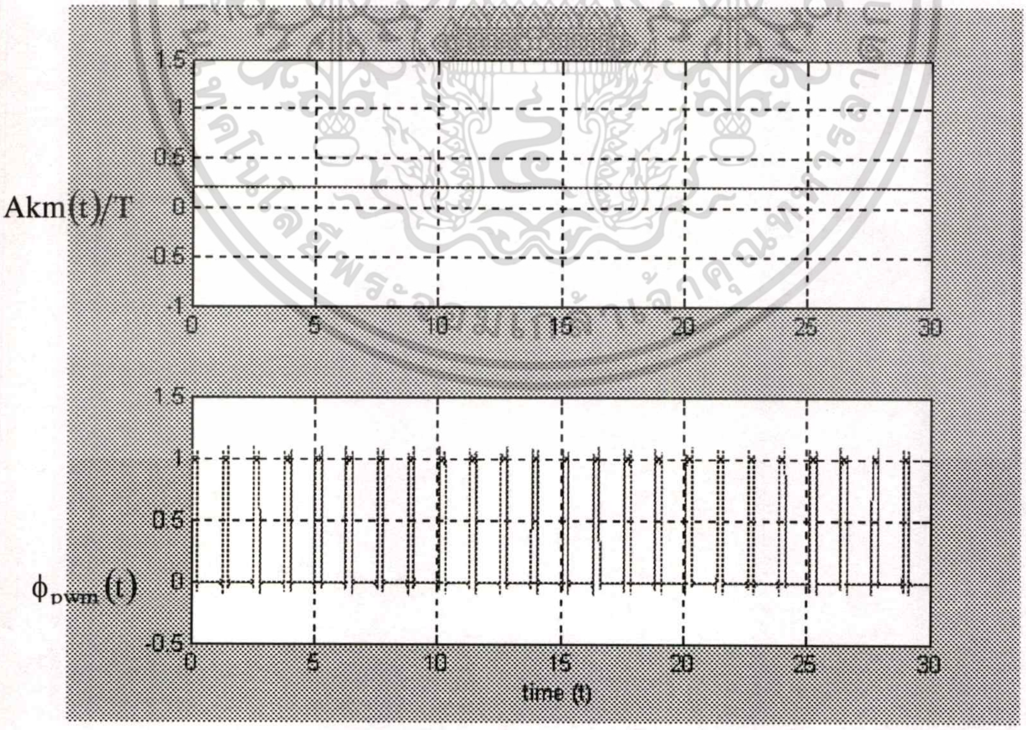


รูปที่ 4.1 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0$, $t_{prt} = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

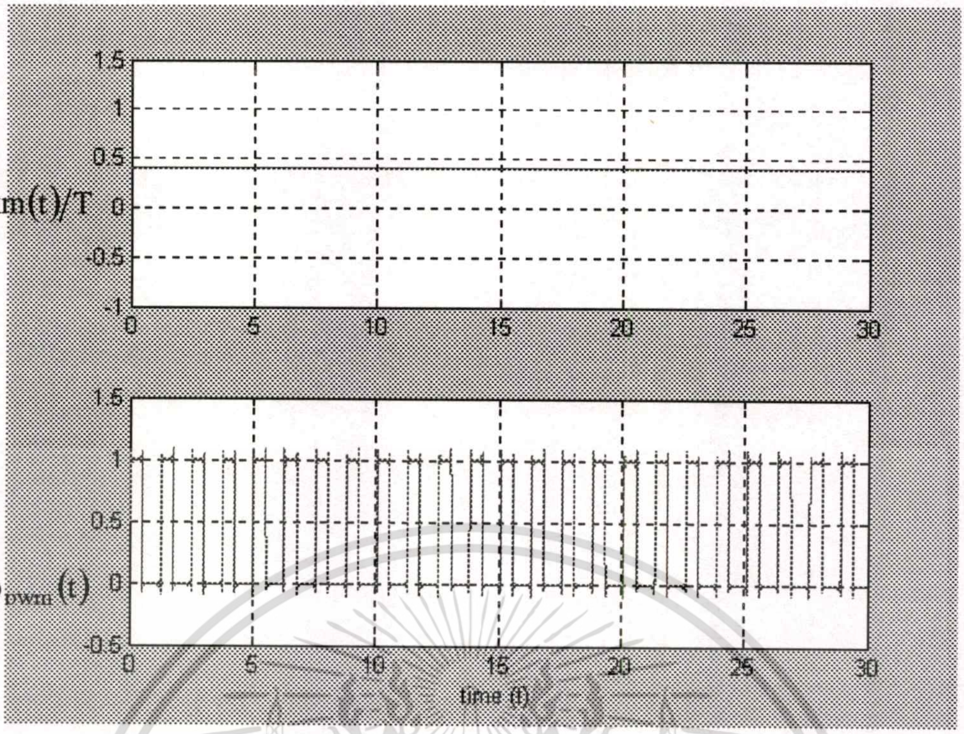


รูปที่ 4.2 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.1 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.1$, $t_{prt} = 1.25$

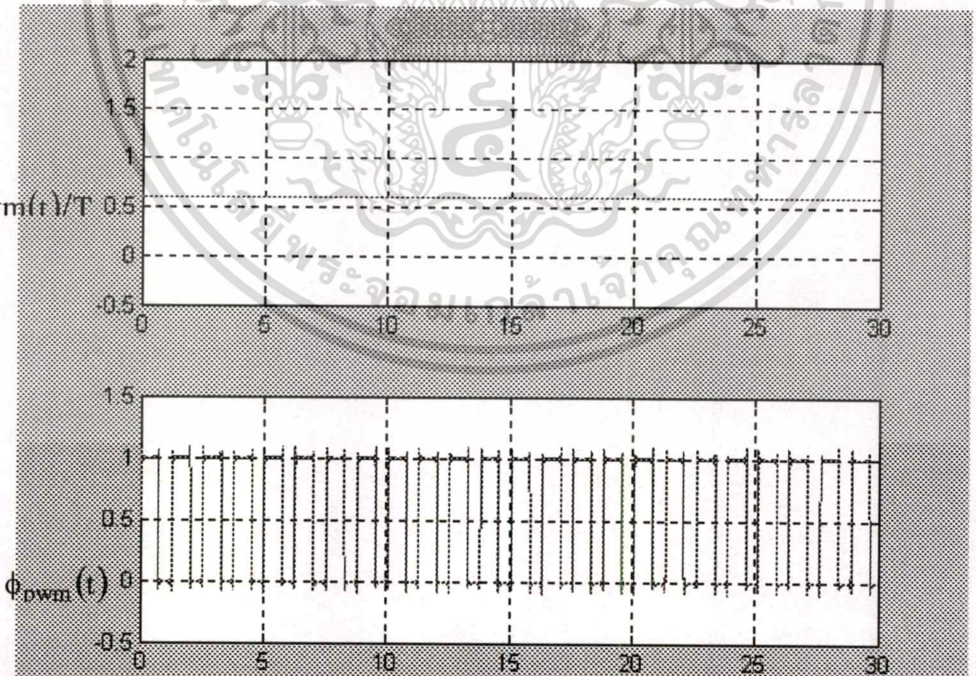


รูปที่ 4.3 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดค่าแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.25 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.25$, $t_{prt} = 1.25$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

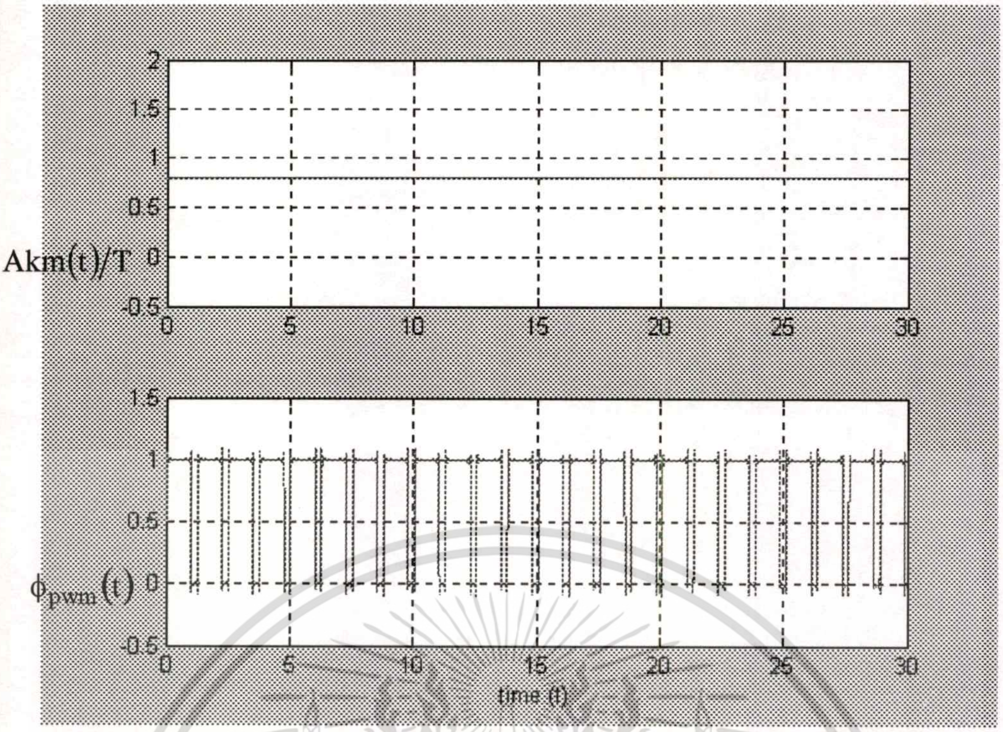


รูปที่ 4.4 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดค่าแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.5$, $t_{prt} = 1.25$



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.75 และ k = 0 จะได้ $t_d = 0.75$, $t_{prt} = 1.25$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ผลงานได้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ c = 1 และ k = 0 จะได้ $t_d = 1$, $t_{prt} = 1.25$

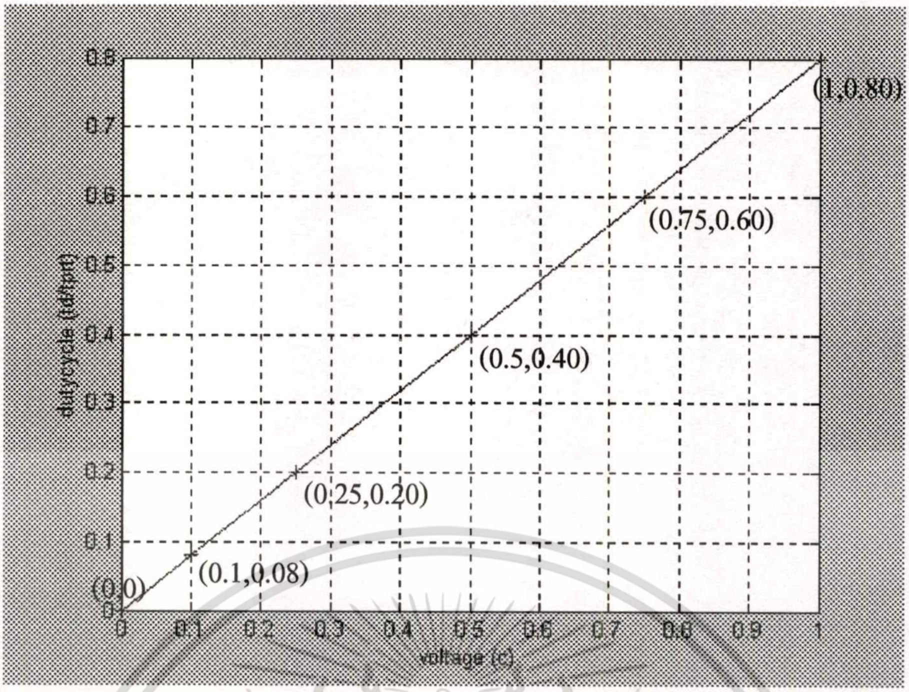
จากการทดลองสามารถนำค่าการเกิดของสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม (t_d) และระยะการเกิดสัญญาณ (t_{prt}) ในระดับสัญญาณเป็น 0 กับ 1 โวลต์ (เป็นการทำเรคติไฟร์) ได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าระดับสัญญาณ 0 < c < 1 (โวลต์) เมื่อ k = 0

แรงดันสัญญาณ (c)	**0**	**0.10**	**0.25**	**0.50**	**0.75**	**1**
t_d	0	0.1	0.25	0.5	0.75	1
t_{prt}	0	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
dutycycle=t_d/t_{prt}	**0**	**0.08**	**0.20**	**0.40**	**0.60**	**0.80**

จากตารางสามารถนำค่าแรงดันสัญญาณ (c) และค่าดิวตี้ไซเคิล (t_d/t_{prt}) แสดงได้ดังรูปที่ 4.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

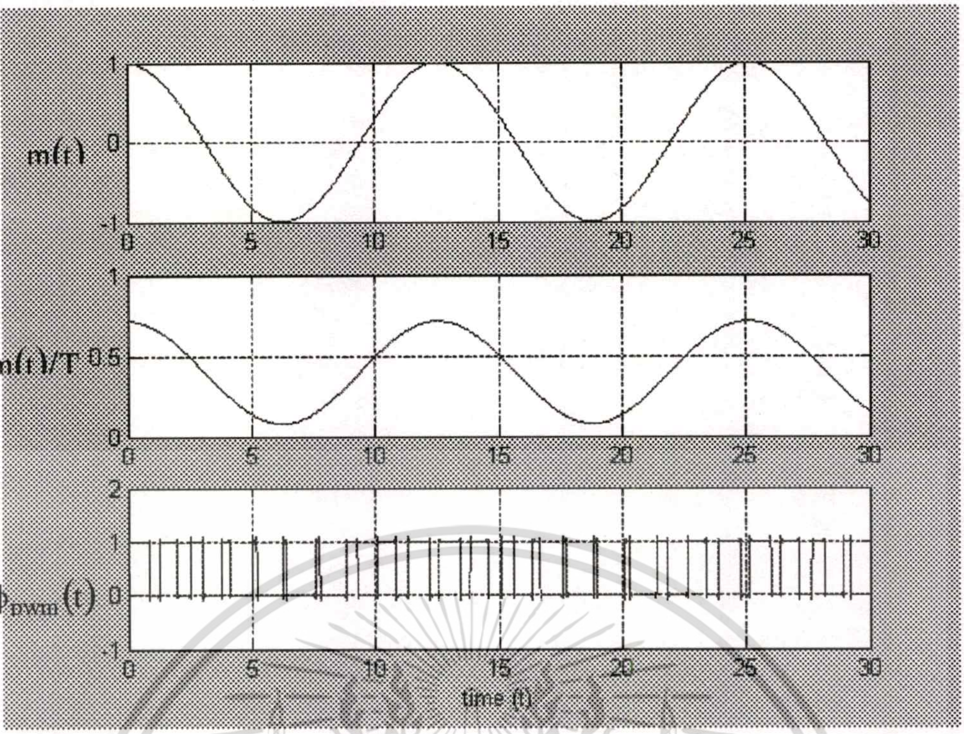


รูปที่ 4.7 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยเทียบระหว่างค่า c กับค่าดิวตี้ไซเคิล (t_d/t_{prt})

จากตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.7 เป็นการเปรียบเทียบแรงดันสัญญาณ (c) กับค่าดิวตี้ไซเคิล (t_d/t_{prt}) พบความสัมพันธ์ว่าค่าแรงดันสัญญาณแปรผันตรงกับค่าดิวตี้ไซเคิล

และในรูปที่ 4.8 เป็นการแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม โดยนำ (3.7) มาสร้างโปรแกรมเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มได้ดังภาคผนวก ข จากการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อเทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ผลการทดลองโปรแกรมได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงผลสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4

4.2 ผลของการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีพีเอ็ม

จากบทที่ 3 หัวข้อ 3.2 ได้แสดงถึงการวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีพีเอ็มนั้น พบว่าเป็นการหาอนุพันธ์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มด้วยสเกลลบหนึ่ง แล้วบวกด้วยสัญญาณพัลส์ โดยที่สัญญาณพัลส์มีค่าคาบเวลาเท่ากับสัญญาณพัลส์คลื่นพาห์แต่มีค่าดิวตี้ไซเคิลน้อย ๆ ระดับสัญญาณเป็น 0 กับ 1 โวลต์ (เป็นการทำเรคติไฟร์) โดยนำสมการ (3.12) มาสร้างโปรแกรมเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็มเพื่อทดสอบหาตำแหน่งเกิดขอบของสัญญาณพีพีเอ็มเมื่อเทียบกับแรงดันสัญญาณ (c) ดังภาคผนวก ค จากการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีพีเอ็มเมื่อเทียบกับแรงดันสัญญาณ

โดยฟังก์ชันของสัญญาณข่าวสารได้กำหนดให้

m(t) = ((a*c)+a*k*cos(0.5*t))/p

โดยที่ $0 \le c \le 1$ แรงดันสัญญาณ (โวลต์)

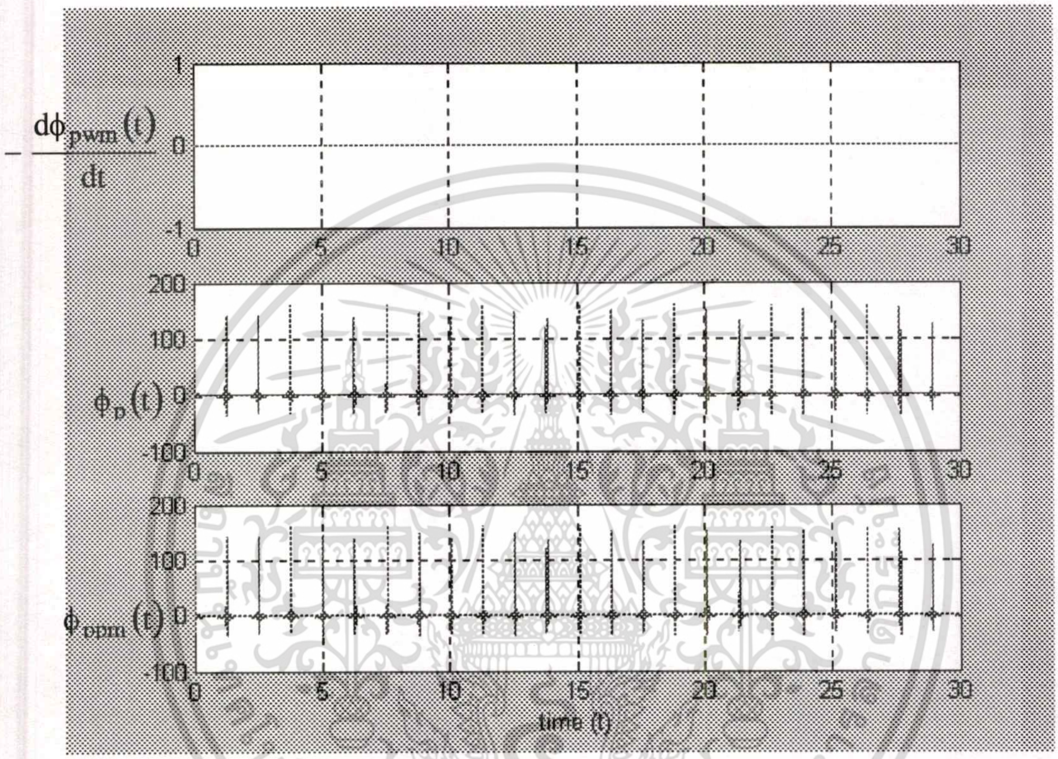
a =1 เป็นขนาดที่คงที่ของฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม

และ $k = \begin{cases} 0 \\ 0.4 \end{cases}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

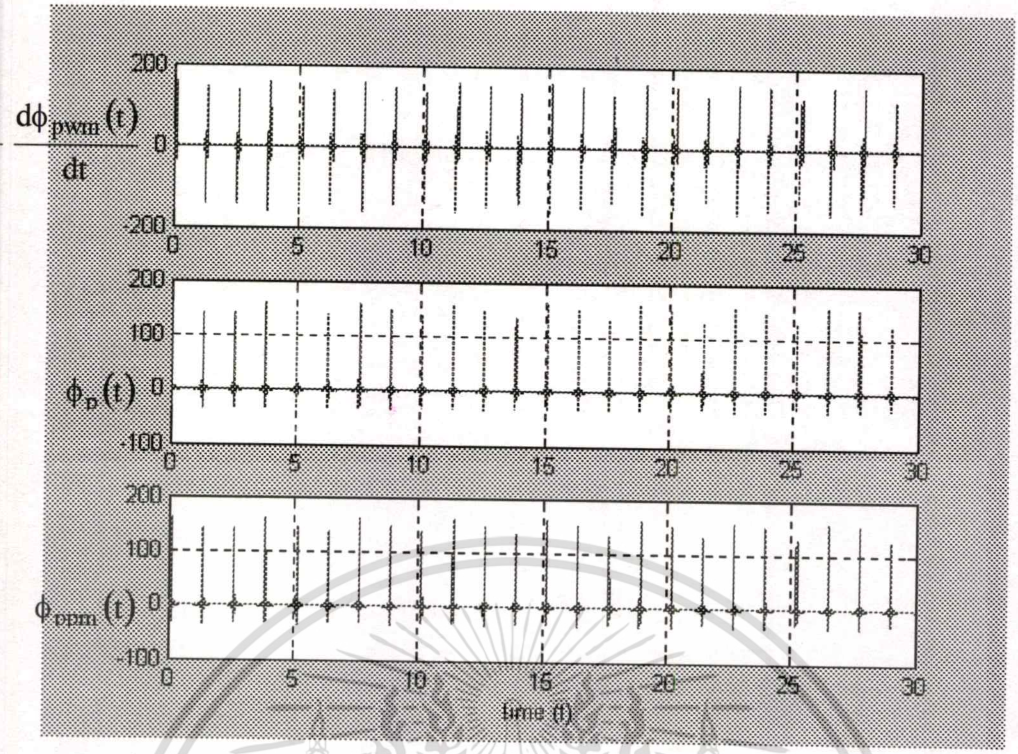
โดยกำหนดแนวคิด ให้ k = 0 เพื่อต้องการที่จะไม่ให้ฟังก์ชันของสัญญาณข่าวสาร m(t) มีแรงดันสัญญาณข่าวสารเกิดขึ้น และ k = 0.4 ต้องการที่จะให้ฟังก์ชันของสัญญาณ m(t) มีแรงดันสัญญาณเกิดขึ้น

ผลการทดลองโปรแกรมได้ดังนี้

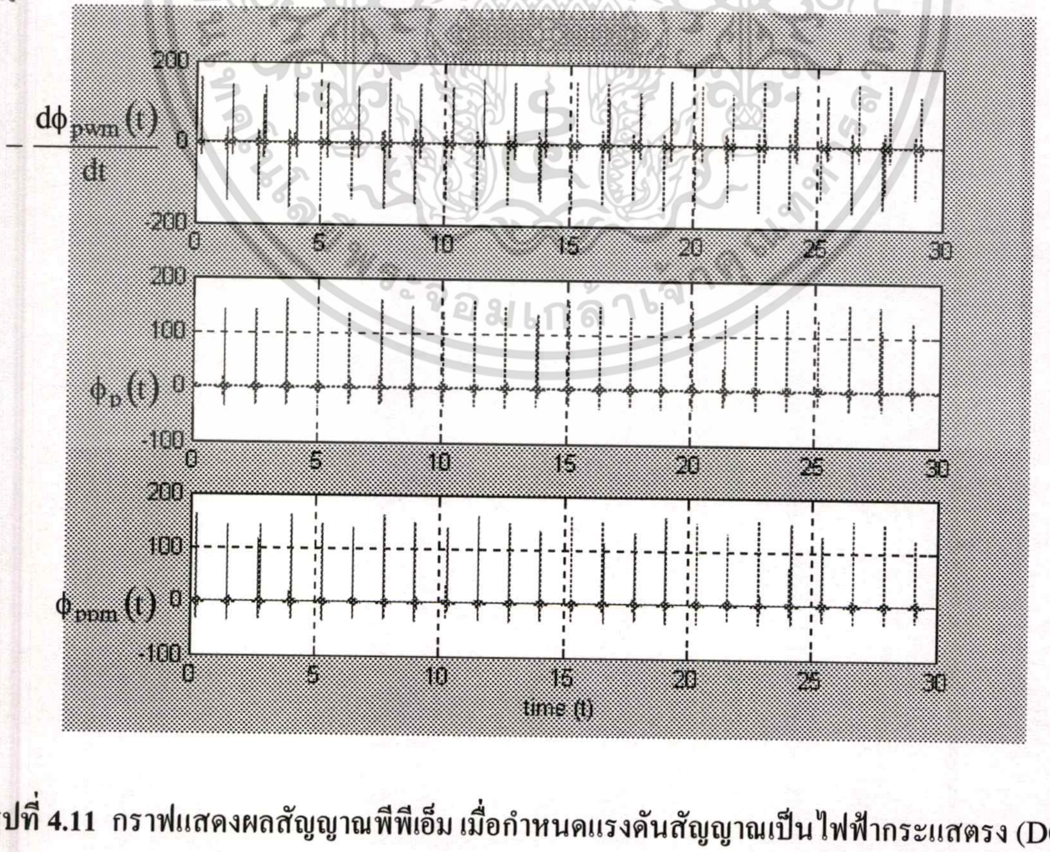


รูปที่ 4.9 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0 และ k = 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

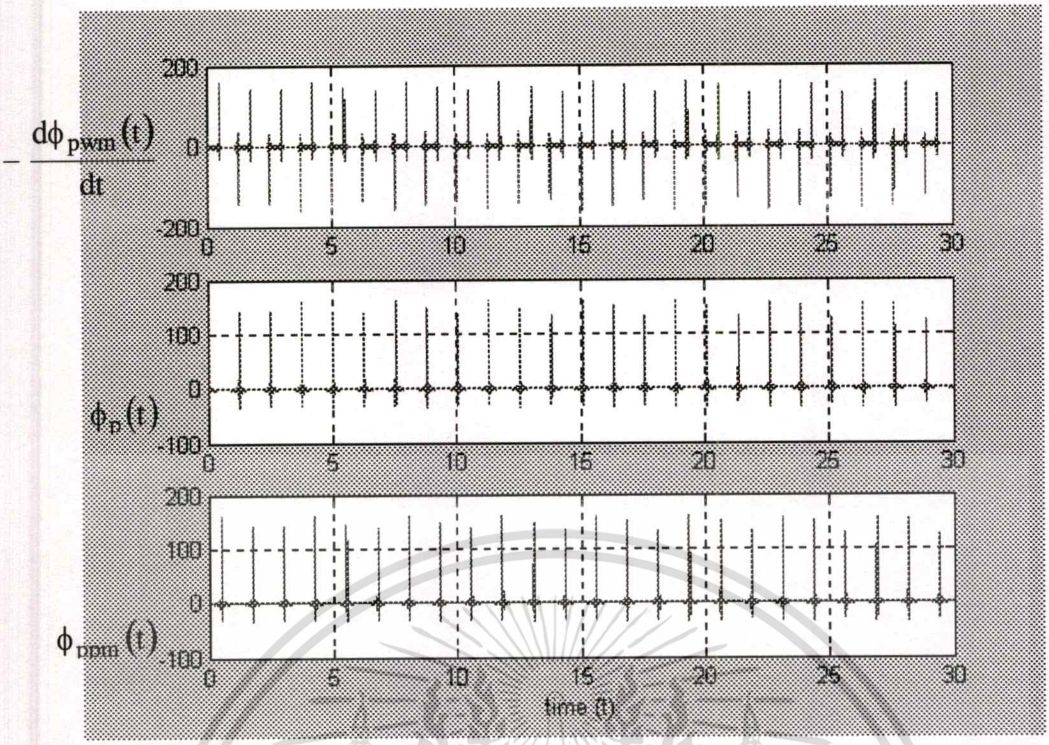


รูปที่ 4.10 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.1 และ k = 0

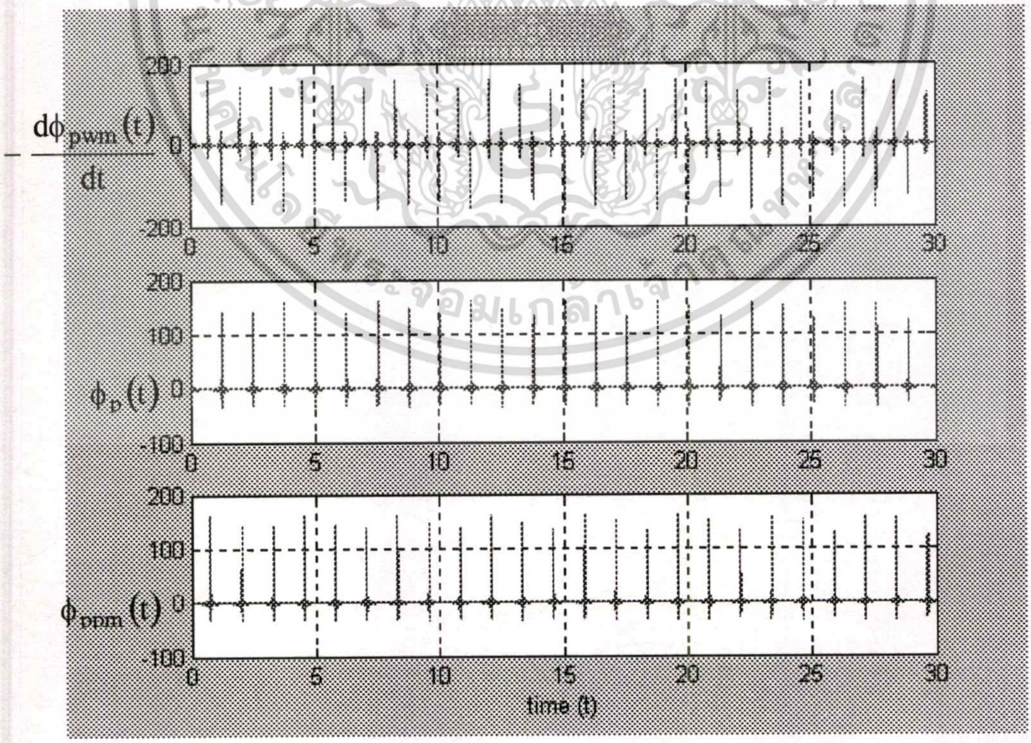


รูปที่ 4.11 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.25 และ k = 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ให้ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

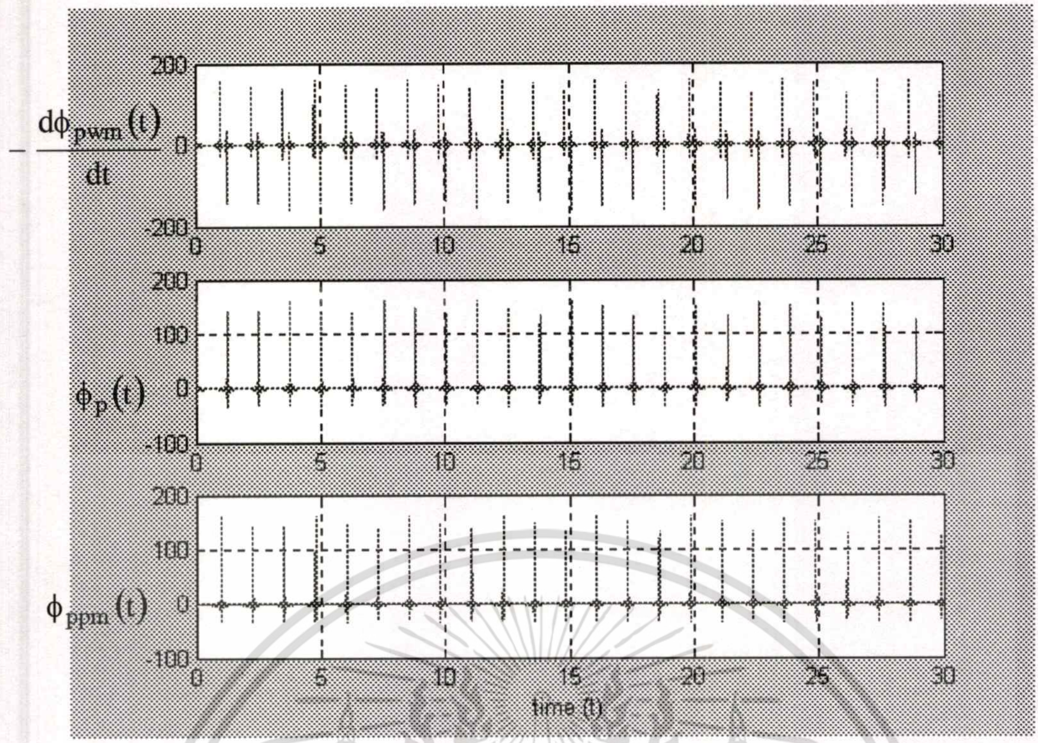


รูปที่ 4.12 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0



รูปที่ 4.13 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 0.75 และ k = 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC) โดยให้ c = 1 และ k = 0

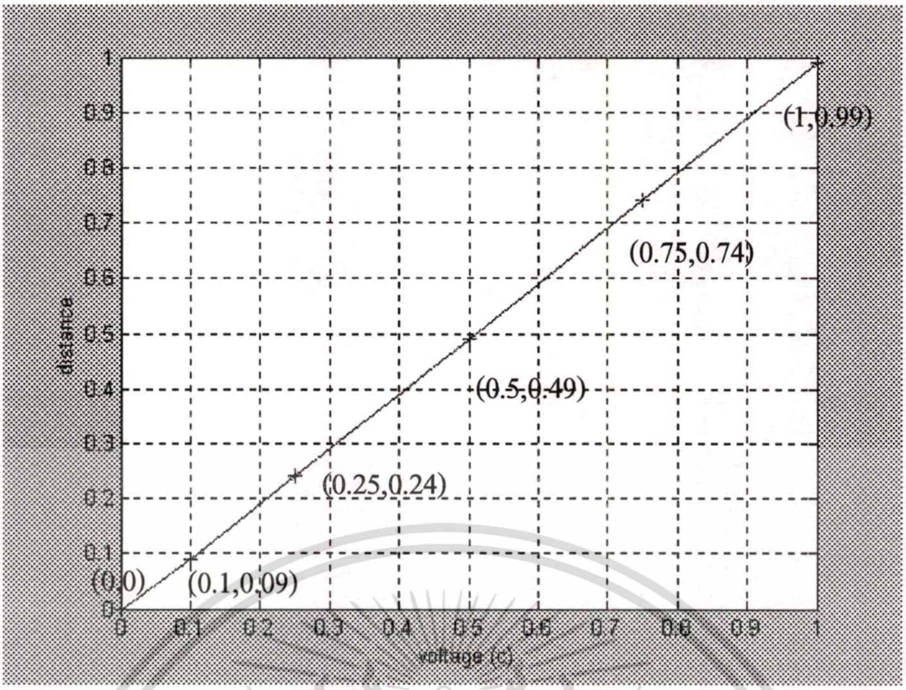
จากการทดลองหาค่าตำแหน่งเกิดขอบสัญญาณพีพีเอ็มเทียบกับค่าแรงดันสัญญาณ 0 กับ 1 โวลต์ ได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ตารางเทียบความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดันสัญญาณ 0 < c < 1 เมื่อ k = 0 กับระยะเวลาเกิดขอบกับระยะเวลาที่ขอบตกที่วัดได้

แรงดันสัญญาณ (c)	**0**	**0.1**	**0.25**	**0.5**	**0.75**	**1**
ตำแหน่งที่เกิดขอบสัญญาณพีพีเอ็ม	0	0.09	0.24	0.49	0.74	0.99

จากตารางที่ 4.2 จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดันสัญญาณ (โวลต์) กับ ตำแหน่งที่เกิดสัญญาณพีพีเอ็ม ดังรูปที่ 4.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

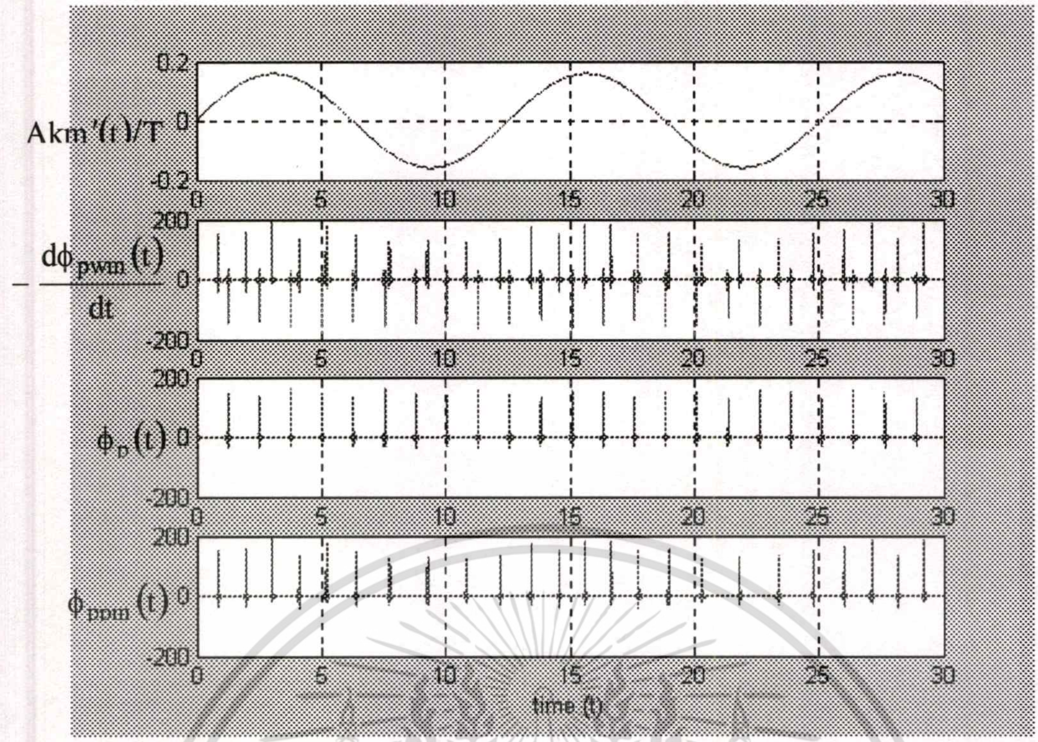


รูปที่ 4.15 กราฟแสดงผลการเทียบความสัมพันธ์ระหว่างค่าระดับสัญญาณ $0 < c < 1$ เมื่อ $k = 0$ กับระยะเวลาเกิดขอบกับระยะเวลาที่ขอบตกที่วัดได้

จากตารางที่ 4.2 และรูปที่ 4.15 เป็นการเปรียบเทียบแรงดันสัญญาณ (โวลต์) กับตำแหน่งที่เกิดสัญญาณพีพีเอ็ม พบว่าแรงดันสัญญาณแปรผันตรงกับตำแหน่งที่เกิดสัญญาณพีพีเอ็ม

ในรูปที่ 4.16 เป็นการแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม โดยนำสมการ (3.12) สร้างโปรแกรมเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็มเพื่อทดสอบหาตำแหน่งการเกิดขอบของสัญญาณพีพีเอ็มดังภาคผนวก ง จากการเลียนแบบสร้างสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเมื่อเทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ $c = 0.5$ และ $k = 0.4$ ผลการทดลองโปรแกรมได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 กราฟแสดงผลสัญญาณพีพีเอ็ม เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4

จากการศึกษา พบว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มกับพีพีเอ็มสมนัยกับฟังก์ชันคาบเวลาในรูปแบบอนุกรมฟูเรียร์เอ็กซ์โปเนนเชียล ตาม (3.7) และ (3.12) ตามลำดับ

4.3 การเปรียบเทียบฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม ซึ่งเป็นสัญญาณสื่อสารแบบอนาลอก และมีค่าสเปกตรัมจำกัดตามคาบเวลา โดยที่สัญญาณเป็นปริมาณทางกายภาพที่มีค่าขึ้นอยู่กับเวลา และใช้กระตุ้นระบบให้ทำงานตามต้องการ

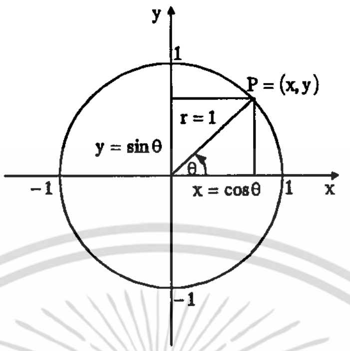
การส่งสัญญาณแบบอนาลอก คือวิธีการส่งสัญญาณโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลใด ๆ และสัญญาณจะเกิดการลดทอน เมื่อผ่านเข้าไปในตัวกลาง ดังนั้นเพื่อให้สัญญาณส่งไปยังปลายทางได้ในระยะไกล ๆ ระบบของการส่งผ่านสัญญาณจะต้องเพิ่มความแรงแก่สัญญาณ แต่การเพิ่มความแรงของสัญญาณ จะทำให้เกิดสัญญาณรบกวนด้วย และเมื่อต่อตัวขยายสัญญาณหลาย ๆ ตัว เป็นแบบอนุกรม เพื่อให้ระบบส่งสัญญาณได้ไกล ๆ ยิ่งทำให้ สัญญาณผิดเพี้ยนมากยิ่งขึ้น นั่นคือ ในการพิจารณาการส่งสัญญาณแบบอนาลอกหรือการส่งสัญญาณแบบความถี่ต่อเนื่องที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะสามารถนำฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ มาประยุกต์ใช้กับฟังก์ชันของเวลา เขียนแทนสัญญาณต่าง ๆ ได้ในรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f(t) = A\sin(\omega t + \phi) \tag{4.3}$$

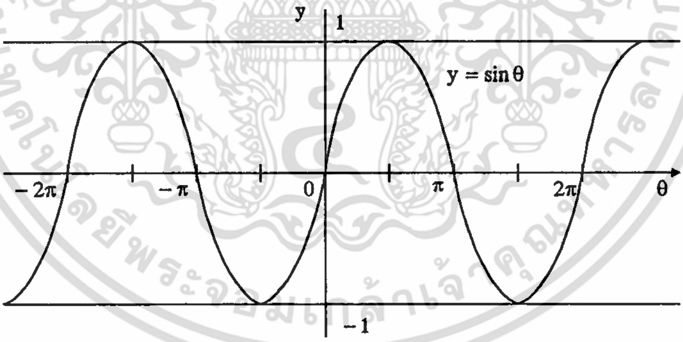
$$g(t) = A\cos(\omega t + \phi) \tag{4.4}$$

โดยสมบัติของไซน์และโคไซน์ สามารถอธิบายได้ด้วยวงกลมหนึ่งหน่วยดังรูป

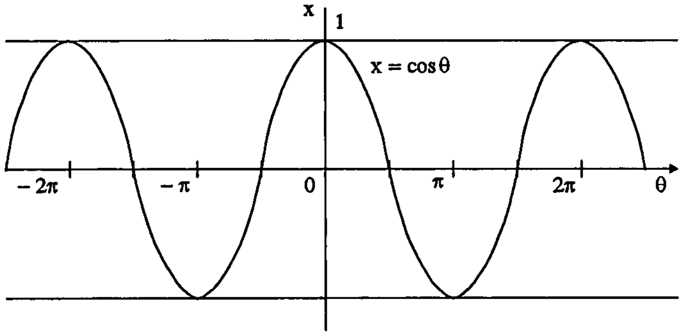


รูปที่ 4.17 กราฟแสดงวงกลมหนึ่งหน่วย

จากรูปที่ 4.17 เมื่อกำหนดจุด $P = (x, y)$ บนวงกลมดังรูป จะได้ $x = \cos\theta$ และ $y = \sin\theta$ ดังนั้นจะได้ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ จากรูปจะเห็นได้ว่า $r = 1 = \sqrt{\cos\theta^2 + \sin\theta^2}$



รูปที่ 4.18 กราฟของฟังก์ชันไซน์



รูปที่ 4.19 กราฟของฟังก์ชันโคไซน์

เอกสา... ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.18 และ 4.19 จะได้ว่าฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ เป็นฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมทุก ๆ ช่วง T ตาม (2.1) จะสามารถเขียนความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากดังรูป

(1) $$\int_{-T/2}^{T/2} \cos(n\omega_0 t)dt = 0, \quad n \neq 0 \tag{4.6}$$

(2) $$\int_{-T/2}^{T/2} \sin(n\omega_0 t)dt = 0, \quad n \text{ เป็นค่าคงที่ไม่เจาะจง} \tag{4.7}$$

(3) $$\int_{-T/2}^{T/2} \cos(m\omega_0 t)\cos(n\omega_0 t)dt = \begin{cases} 0 & ; m \neq n \\ T/2 & ; m = n \neq 0 \end{cases} \tag{4.8}$$

(4) $$\int_{-T/2}^{T/2} \sin(m\omega_0 t)\sin(n\omega_0 t)dt = \begin{cases} 0 & ; m \neq n \\ T/2 & ; m = n \neq 0 \end{cases} \tag{4.9}$$

(5) $$\int_{-T/2}^{T/2} \sin(m\omega_0 t)\cos(n\omega_0 t)dt = 0 \quad \text{สำหรับทุก ๆ ค่า } m \text{ และ } n \tag{4.10}$$

เมื่อ $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$

ซึ่งจะแบ่งแนวคิดในการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม ได้ดังต่อไปนี้

4.3.1 แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มในงานวิจัย

จากการศึกษา นำฟังก์ชันเชิงตั้งฉากมาประมาณค่าแทนฟังก์ชัน (2.5) เพื่อลดค่าความผิดพลาดของการประมาณค่าของฟังก์ชันให้น้อยลง และค่าความผิดพลาดของการประมาณค่าฟังก์ชันจะมีค่าเฉลี่ยลดลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อจำนวนฟังก์ชันเชิงตั้งฉากเพิ่มขึ้นแบบอนันต์ ดัง (2.6)

ฟังก์ชัน $\cos(n\omega_0 t)$ และ $\sin(n\omega_0 t)$ หรือ $\sin(n\omega_0 t) + \phi_n$ และ $\cos(n\omega_0 t + \phi_n)$ เป็นฟังก์ชันพื้นฐานซึ่งจะมีค่าฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมทุก ๆ คาบเวลา $T = 2\pi/n\omega_0$ ดังนั้นผลรวมของฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมตามคาบเวลามากที่สุด $T = 2\pi/\omega_0 = t_1 - t_0$ ทำให้ผลรวมในอนุกรมฟูเรียร์มีคาบเวลาที่จะมีค่าซ้ำรูปแบบเดิมทุกช่วงเวลา $T = t_1 - t_0$ ด้วย ซึ่งในการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ c_i ของ (2.6) หาค่าได้ยาก ดังนั้นในการวิเคราะห์แยกองค์ประกอบย่อย ๆ ในรูปแบบไซน์ โดยการกระจายผลรวมของฟังก์ชันเชิงตั้งฉากตาม (2.7) และเมื่อกระจายพจน์ย่อยของฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(2.7) จะได้ฟังก์ชันในรูป (2.20) เรียกว่า อนุกรมฟูเรียร์เชิงเอกซ์โปเนนเชียล ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ทำได้ง่าย

ดังนั้นการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม ซึ่งเป็นสัญญาณคาบในรูปแบบซ้ำ ๆ ตามคาบเวลาดัง (3.1) ซึ่งแต่ละพจน์ผลรวมของสมการ (3.7) และ (3.12) ตามช่วงเวลาคงที่ t สำหรับ n = 1,2,3,...เมื่อ n เพิ่มมากขึ้น ค่าความผิดพลาดของการประมาณฟังก์ชันนั้นจะมีค่าเฉลี่ยลดลงเข้าใกล้ศูนย์

4.3.2 แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของ J.E.PEARSON [1]

ในการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มแบบสมการของเบสเซลดัง (2.58) และ (2.63) ซึ่งแต่ละพจน์ของสมการจะมีฟังก์ชัน $\cos(n\omega_0 t)$ และ $\sin(n\omega_0 t)$ หรือ $\sin(n\omega_0 t + \phi_n)$ และ $\cos(n\omega_0 t + \phi_n)$ เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งจะมีค่าฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมทุก ๆ คาบเวลา $T = 2\pi/n\omega_0$ ดังนั้นผลรวมของฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมตามคาบเวลามากที่สุด $T = 2\pi/\omega_0 = t_1 - t_0$ ทำให้ผลรวมในอนุกรมฟูเรียร์มีคาบเวลาที่จะมีค่าซ้ำรูปแบบเดิมทุกช่วงเวลา $T = t_1 - t_0$ ด้วย แต่การกำหนดรูปแบบของสมการเบสเซล สำหรับแต่ละพจน์ s, m= 1,2,3,... ค่าความผิดพลาดของการประมาณฟังก์ชันจะมีค่าเฉลี่ยลดลงเข้าใกล้ศูนย์

ในกรณี $\omega_s < 2\omega_m$ หรือ $T > \frac{1}{2}B$ ค่าฟังก์ชัน $F_0(\omega)$ จะเกิดการทับซ้อนของส่วนประกอบสเปกตรัมที่เรียกว่า การเคลือบแฝง (aliasing) และการคำนวณหาฟังก์ชัน $f(t)$ จะมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น เมื่อ s, m เพิ่มขึ้นแบบอนันต์

4.3.3 แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของ MISCHA SCHWARTZ, WILLIAM R. BENNETT และ SEYMOUR STEIN [3]

การมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มใช้รูปแบบสมการอนุกรมฟูเรียร์สองชั้น ตาม (2.74) - (2.75) และการแปลงฟูเรียร์ฟังก์ชันพีดับบลิวเอ็ม (2.78) และพีพีเอ็ม (2.76) ซึ่งแต่ละพจน์ของสมการจะมีฟังก์ชัน $\cos(n\omega_0 t)$ และ $\sin(n\omega_0 t)$ หรือ $\sin(n\omega_0 t + \phi_n)$ และ $\cos(n\omega_0 t + \phi_n)$ เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งจะมีค่าฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมทุกคาบเวลา $T = 2\pi/n\omega_0$ ดังนั้นผลรวมของฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมตามคาบเวลามากที่สุด $T = 2\pi/\omega_0 = t_1 - t_0$ ทำให้ผลรวมในอนุกรมฟูเรียร์มีคาบเวลาที่จะมีค่าซ้ำรูปแบบเดิมทุกช่วงเวลา $T = t_1 - t_0$ ซึ่งในการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ c_{mn} สำหรับ $-\infty \le n \le \infty$ และ $1 \le m \le \infty$ ดัง (2.75) ทำได้ยาก และการหาผลรวมของแต่ละพจน์ (2.78) และ (2.76) ทำได้ยาก ซึ่งในการประมาณค่าฟังก์ชันจะใช้เวลามาก โดยที่การคำนวณหาค่าฟังก์ชันเบสเซลทำได้ยาก และซับซ้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.4 แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของ R.E.ZIEMER และ W.H.TRANTER [5]

ในการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มแบบสมการฟูเรียร์-เบสเซลดัง (2.83) และ (2.86) ตามลำดับ นำแนวคิดที่ [2] ดัง (2.83) ซึ่งแต่ละพจน์ของสมการจะมีฟังก์ชัน $\cos(n\omega_0 t)$ และ $\sin(n\omega_0 t)$ หรือ $\sin(n\omega_0 t+\phi_n)$ และ $\cos(n\omega_0 t+\phi_n)$ เป็นฟังก์ชันพื้นฐาน ซึ่งจะมีค่าฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมทุกคาบเวลา $T = 2\pi/n\omega_0$ ดังนั้นผลรวมของฟังก์ชันซ้ำรูปแบบเดิมตามคาบเวลามากที่สุด $T = 2\pi/\omega_0 = t_1 - t_0$ ทำให้ผลรวมในอนุกรมฟูเรียร์มีคาบเวลาที่จะมีค่าซ้ำรูปแบบเดิมทุกช่วงเวลา $T = t_1 - t_0$ สำหรับ $-\infty \le n \le \infty$ และ $1 \le m \le \infty$ การหาผลรวมของแต่ละพจน์ดัง (2.83) และ (2.86) ทำได้ยาก โดยที่การคำนวณหาค่าฟังก์ชันเบสเซลทำได้ยาก และซับซ้อน

4.3.5 แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของ Philip F. Panter [4]

ในการมอดูเลตสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม (2.91) และพีพีเอ็ม (2.92) แบบฟังก์ชันเชิงตั้งฉากและสมการเบสเซล ในการวิเคราะห์องค์ประกอบย่อย ๆ รูป $e^{jk\omega_r \frac{\tau}{2}}$ โดยที่ ค่าของ k ในอนุกรมนั้นมีค่าได้ทั้งค่าบวกและลบ ในทางปฏิบัติไม่สามารถสร้างขึ้นได้ตัวเดียวโดด ๆ เนื่องจากเป็นฟังก์ชันเชิงผสม คือ

$$e^{jk\omega_r \frac{\tau}{2}} = \cos\left(k\omega_r \frac{\tau}{2}\right) + j\sin\left(k\omega_r \frac{\tau}{2}\right) \tag{4.11}$$

แต่ฟังก์ชันที่สร้างขึ้นได้จริง ในลักษณะคลื่นรูปไซน์จะมีความถี่ทั้งบวกและลบ พบว่าความถี่ที่เป็นลบของฟังก์ชันจะสะท้อนภาพออกมาเป็นความถี่บวกของคลื่นรูปไซน์เท่านั้น และฟังก์ชันองค์ประกอบแต่ละฮาร์มอนิกในอนุกรมล้วนเกิดขึ้นจับคู่กันพอดี สำหรับ $k = 1,2,3,\ldots$ การหาผลรวมของแต่ละพจน์ (2.91) และ (2.92) ทำได้ยาก ซึ่งในการประมาณค่าฟังก์ชันจะใช้เวลามาก โดยที่การคำนวณหาค่าฟังก์ชันเบสเซลทำได้ยาก และซับซ้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้จะแบ่งการวิเคราะห์สัญญาณสำหรับการมอดูเลตสัญญาณแบบอนาลอกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การวิเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นการมอดูเลตสัญญาณที่ค่าแรงดันสัญญาณพบความสัมพันธ์ว่าค่าแรงดันสัญญาณ (c) แปรผันตรงกับค่าดิวตี้ไซเคิล (t_d/t_{prt})

2. การวิเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็มเป็นการมอดูเลตสัญญาณที่แรงดันสัญญาณแปรผันตรงกับตำแหน่งที่เกิดสัญญาณพีพีเอ็ม

โดยที่สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มเป็นสัญญาณของฟังก์ชันคาบเวลาของอนุกรมฟูเรียร์เอกซ์โปเนนเชียล และสามารถทำได้ง่ายต่อการนำไปสร้างวงจรสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

5.2 ข้อเสนอแนะ

ระบบการสื่อสารในปัจจุบันได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและมีความก้าวหน้าทันสมัยอย่างมาก และได้นำระบบการสื่อสารทางแสงเข้ามาเชื่อมโยงข้อมูลข่าวสาร โดยที่การส่ง-รับข้อมูลสัญญาณข่าวสารให้มีประสิทธิภาพ สามารถนำฟังก์ชันเชิงคณิตศาสตร์รูปแบบต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ในการมอดูเลตสัญญาณพัลส์แบบพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม ให้เหมาะสมต่อการใช้งานต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] J.E. Pearson. **Basic Communication Theory.** Prentice Hall. 1995.

[2] P.H. Young. **Electronic Communication Techniques.** Merrill. Third edition. 1994.

[3] M. Schwartz, W.R. Bennett, Seymour Stein. **Communication Systems and Techniques.** McGraw-Hill. 1996.

[4] Philip F. Panter. **Modulation, Noise and Spectral analysis.** McGraw-Hill. 1965.

[5] R.E. Ziemer, W.H. Tranter. **Principle of Communication systems modulation and Noise.** Hoighton Mifflin. 1990.

[6] M. Schwartz. **Information Transmission, Modulation and Noise.** McGraw-Hill. 1987.

[7] K. Sam Shanmugam. **Digital and Analog communication systems.** John Wiley & Sons. 1985.

[8] วิวัฒน์ กิรานนท์. วิศวกรรมการสื่อสาร. อักษรสยามการพิมพ์. พ.ศ. 2540.

[9] นภัทร วัจนเทพินทร์. ทฤษฎีและการออกแบบวงจรพัลส์. บริษัท สกายบุ๊กส์ จำกัด. พ.ศ. 2538.

[10] สุศักดิ์ ทองธรรมชาติ. คณิตศาสตร์สำหรับไฟฟ้าสื่อสาร. โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. พ.ศ. 2539.

[11] **A Review of Three PWM Techniques.** Proceeding of the American Control Conference Albuquerque, New Mexico June 1997.

[12] Joachim Holtz. **Plusewidth Modulation – A survey.** IEEE transactions on industrial electronics, Vol.39, No.5, December 1992.

[13] Leon W. Couch II. **Digital and Analog Communication System.** Prentice-Hall Inc. Fifth edition. 1996.

[14] Martin S. Roden. **Analog and Digital Communication System.** Prentice-Hall Inc. Fouth edition. 1997.

[15] Stremler, F.G. **Introduction to Communication Systems.** Addison-Wesley Publishing Company, Philipines, 1977.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[16] ณรงค์ฤทธิ์ มณีจิระปราการ. **พัลส์โพสิชั่นมอดูเลตชั่นแบบไม่มีสัญญาณซิงโครไนซ์.** สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2543.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

ในส่วนนี้จะได้แสดงซอสโค้ด (source code) ที่ผู้วิจัยได้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) ในการเขียนโปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เพื่อสังเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม โดยสมมุติฐานว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นสัญญาณคาบ รายละเอียดการวิเคราะห์สัญญาณด้วยคณิตศาสตร์ฟูเรียร์ ดังหัวข้อ 3.1 แล้ว พบว่าการวิเคราะห์ตามสมมุติฐานดังกล่าว สามารถทำความเข้าใจตามขั้นตอนได้ง่าย รวมทั้งผลเฉลยจากการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นไปตาม (3.7) เทียบกับสัญญาณข่าวสารกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ $0 < c < 1$ และ $k = 0$ ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

```
% ...........................
% This program analysis PWM  "APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN
% SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC"
% BY ORAN  CHUMNI
% Variable descriptions
% t = time
% a = amplitude of the PWM = 1
% y = signal start
% p = periodic of time
% w = (2*pi)/p (radian)
% c = width rate rise
% z = signal message
% ...........................
clear all
t = 0:0.005:30;
y = 0;
a = 1;
w = 5;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
c = 1; โดยที่ 0 < c < 1
k = 0;
p = (2*(22/7))/w;
ms=cos(0.5*t);
z = ((a*c)+a*k*cos(0.5*t))/p;
for n = 1:1:100;
   y=y+(a/(w*p))*(2/n)*((sin(w*n*t))-sin(n*w*(t-(k*cos(0.5*t))-c)));
end;
r = y+z;
subplot(3,1,1);plot(t,ms);grid;
subplot(3,1,2);plot(t,z);grid;
subplot(3,1,3);plot(t,r);grid;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

ในส่วนนี้จะได้แสดงซอสโค้ด (source code) ที่ผู้วิจัยได้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) ในการเขียนโปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม เพื่อสังเคราะห์สัญญาณพีดับบลิวเอ็ม โดยสมมุติฐานว่าสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นสัญญาณคาบ รายละเอียดการวิเคราะห์สัญญาณด้วยคณิตศาสตร์ฟูเรียร์นั้นได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.1 แล้ว พบว่าการวิเคราะห์ตามสมมุติฐานดังกล่าว สามารถทำความเข้าใจตามขั้นตอนได้ง่าย รวมทั้งผลเฉลยจากการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีดับบลิวเอ็มเป็นไปตาม (3.7) เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

```
% ..........................
% This program analysis PWM  "APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN
% SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC"
% BY ORAN  CHUMNI
% Variable descriptions
% t = time
% a = amplitude of the PWM = 1
% y = signal start
% p = periodic of time
% w = (2*pi)/p (radian)
% c = width rate rise
% z = signal message
% ..........................
clear all
t = 0:0.005:30;
y = 0;
a = 1;
w = 5;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
c = 0.5;

k = 0.4;

p = (2*(22/7))/w;

ms=cos(0.5*t);

z = ((a*c)+a*k*cos(0.5*t))/p;

for n = 1:1:100;

   y=y+(a/(w*p))*(2/n)*((sin(w*n*t))-sin(n*w*(t-(k*cos(0.5*t))-c)));

end;

r = y+z;

subplot(3,1,1);plot(t,ms);grid;

subplot(3,1,2);plot(t,z);grid;

subplot(3,1,3);plot(t,r);grid;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค

ในส่วนนี้จะได้แสดงซอสโค้ด (source code) ที่ผู้วิจัยได้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) ในการเขียนโปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม เพื่อสังเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็ม รายละเอียดการวิเคราะห์สัญญาณในหัวข้อ 3.2 พบว่าการวิเคราะห์ตามสมมุติฐานที่กำหนด สามารถทำความเข้าใจตามขั้นตอนได้ง่าย รวมทั้งผลเฉลยจากการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีพีเอ็มเป็นไปตาม (3.12) เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสตรง (DC)โดยให้ $0 < c < 1$ และ $k = 0$ ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

```
% ..........................
% This program analysis PPM  "APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN
% SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC"
% BY ORAN  CHUMNI
% Variable descriptions
% t = time
% a = amplitude of the PPM = 1
% y = signal start
% p = periodic of time
% w = (2*pi)/p (radian)
% c = width rate rise
% z = signal message
% ..........................
clear all
t = 0:0.005:30;
y = 0;
a = 1;
w = 5;
c = 0; โดยที่ 0 < c < 1
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
k = 0;
p = (2*(22/7))/w;
ms = cos(0.5*t);
zms = -(a*k*(-0.5)*sin(0.5*t))/p;
iuu = 0;
iu = (1/p);
for n = 1:1:100;
   iuu = iuu + (2/p)*cos(n*w*t);
   y = y+(-2*a/(w*p))*((w*cos(n*w*t))-(w*(1-(k*(-0.5)*sin(0.5*t)))).*cos(n*w*(t-(k*cos
(0.5*t))-c)));
end;
r = y+zms;
q = iuu+iu;
sumrq = r + q;
subplot(4,1,1);plot(t,ms);grid;
subplot(4,1,2);plot(t,r);grid;
subplot(4,1,3);plot(t,q);grid;
subplot(4,1,4);plot(t,sumrq);grid;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ง

ในส่วนนี้จะได้แสดงซอสโค้ด (source code) ที่ผู้วิจัยได้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) ในการเขียนโปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม เพื่อสังเคราะห์สัญญาณพีพีเอ็ม รายละเอียดการวิเคราะห์สัญญาณในหัวข้อ 3.2 แล้ว พบว่า การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ตามสมมุติฐานดังกล่าว สามารถทำความเข้าใจตามขั้นตอนได้ง่าย รวมทั้งผลเฉลยจากการวิเคราะห์ค่าองค์ประกอบของสัญญาณพีพีเอ็มเป็นไปตาม (3.12) เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

```
% ............................
% This program analysis PPM  "APPLICATIONS OF FOURIER SERIES IN
% SIMPLE PPM SYSTEM ANALYTIC"
% BY ORAN  CHUMNI
% Variable descriptions
% t = time
% a = amplitude of the PPM = 1
% y = signal start
% p = periodic of time
% w = (2*pi)/p (radian)
% c = width rate rise
% z = signal message
% ............................
clear all
t = 0:0.005:30;
y = 0;
a = 1;
w = 5;
c = 0.5;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
k = 0.4;
p = (2*(22/7))/w;
ms = cos(0.5*t);
zms = -(a*k*(-0.5)*sin(0.5*t))/p;
iuu = 0;
iu = (1/p);
for n = 1:1:100;
   iuu = iuu + (2/p)*cos(n*w*t);
   y = y+(-2*a/(w*p))*((w*cos(n*w*t))-(w*(1-(k*(-0.5)*sin(0.5*t)))).*cos(n*w*(t-(k*cos...
(0.5*t))-c)));
end;
r = y + zms;
q = iuu + iu;
sumrq = r + q;
subplot(4,1,1);plot(t,ms);grid;
subplot(4,1,2);plot(t,r);grid;
subplot(4,1,3);plot(t,q);grid;
subplot(4,1,4);plot(t,sumrq);grid;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก จ

ในส่วนนี้แสดงซอสโค้ด (source code) สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณของ J.E.PEARSON [1] ได้เขียนขึ้น โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) สร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจาก (2.56) และพีพีเอ็มจาก (2.63) หัวข้อ 2.3 เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

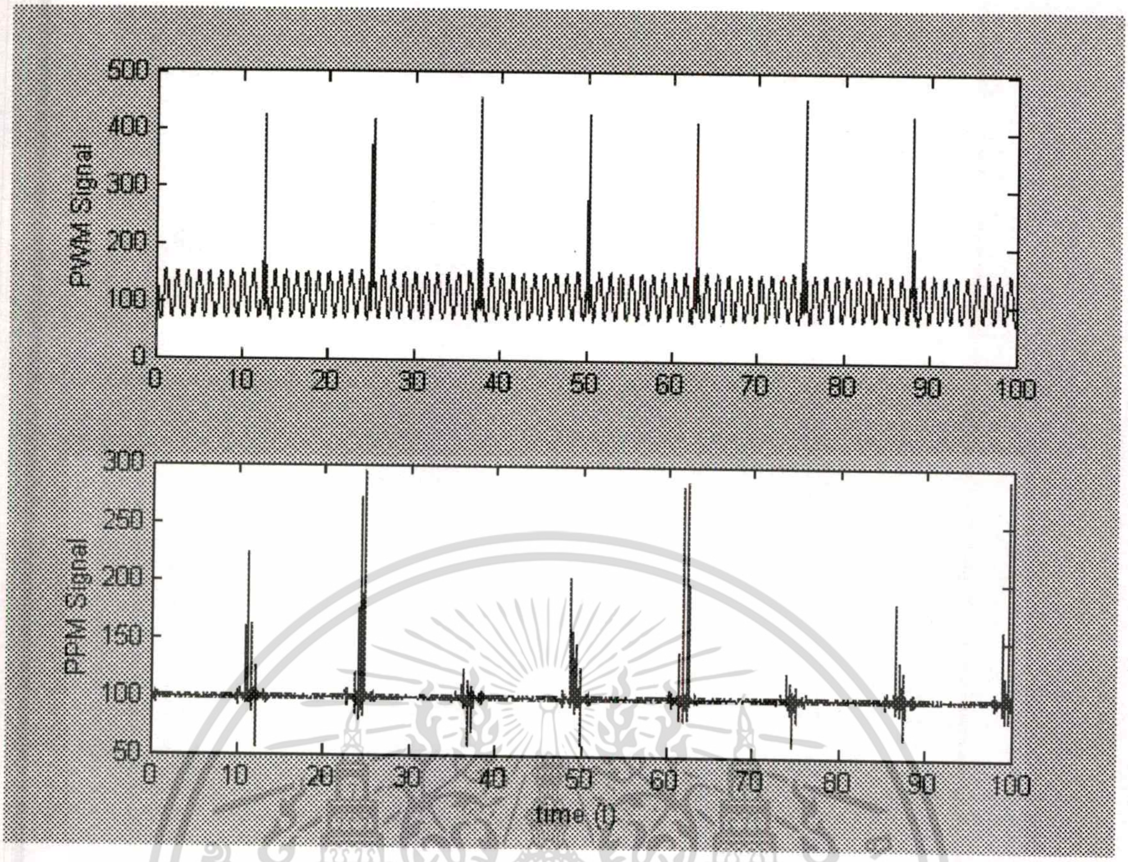
จ.1 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

```
t=0:0.05:100; k=0.4; c=0.5; b=1; wm=5; t0=0.25; ws=0.5; v=0; u=0; r=0; rt=0;
p=(2*pi)/wm;
v=(t0*c)+(1+(k*cos(wm*t)));
for n=1:1:100;
        r = r+(1+(2*cos(n*ws*t)));
end;
rt=v.*r
subplot(2,1,1);plot(t,rt);
```

จ.2 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม

```
t=0:0.05:100; c=0.5; k=0.4; wm=5; t0=0.25; td=1; ws=0.5; x=0; p=(2*pi)/ws;
y=(t0*(1+(k*cos(wm*t))/p)).*(1-(wm*td*sin(wm*t)));
for n=1:1:100;
    x = x+(1+(2*cos((n*ws)*((t+td)+(td*cos(wm*t))))));
end
xr=x;
subplot(2,1,2);plot(t,xr);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ จ.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด J.E.PEARSON [1] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ฉ

ในส่วนนี้แสดงซอสโค้ด (source code) สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณของ MISCHA SCHWARTZ, WILLIAM R. BENNETT และ SEYMOUR STEIN [3] ได้เขียนขึ้น โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) สร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจาก (2.80) และพีพีเอ็มจาก (2.76) หัวข้อ 2.3 เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

ฉ.1 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

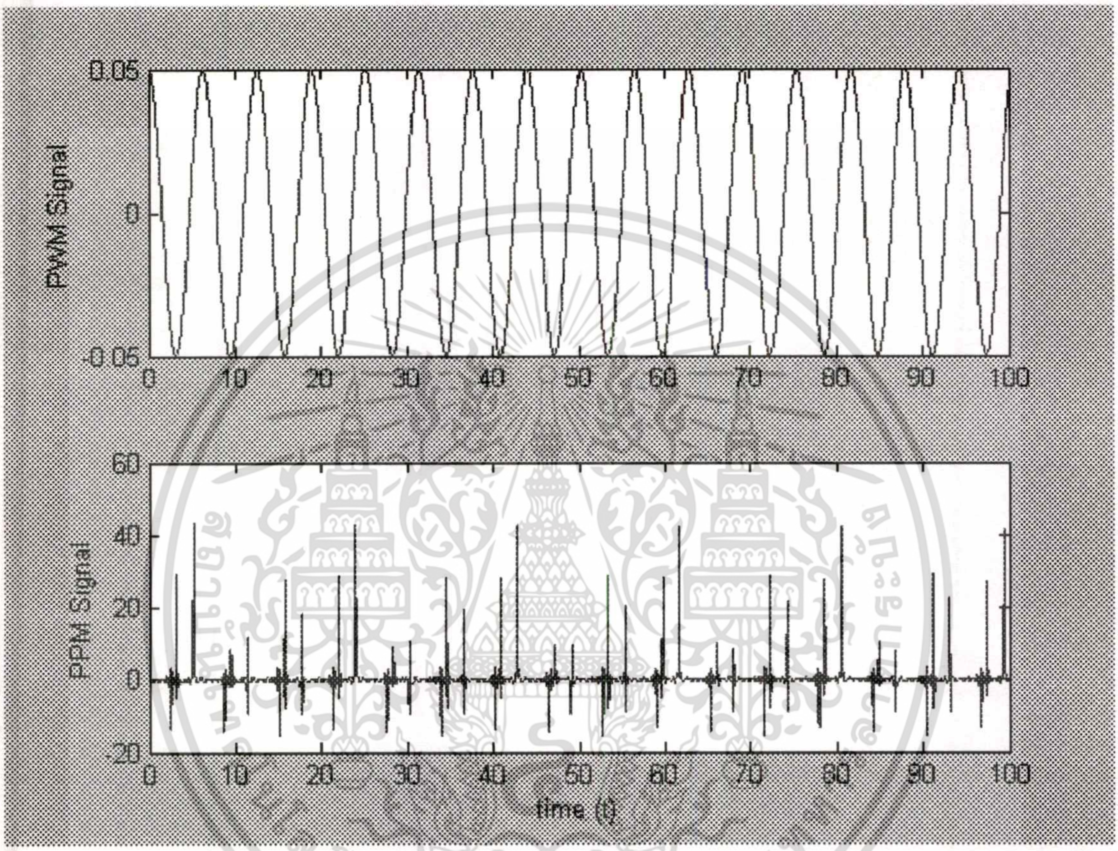
```
t=0:0.05:100; a=1; c=0.5; k=0.4; beta=5; fm=1/12; fs=8*fm;
w11=0; w12=0; z=0; r=0; q=1; p=1; Qi=1; Pi=1;
   for m=1:100
     w11=w11+((-1)^m-BESSELJ(0,(m*pi*Qi)/Pi))*(sin(pi*m*t)/m);
      for n=1:100
        wl2=w12+(BESSELJ(n,(m*pi*Qi/Pi))/m)*(sin(m*p*t)+(n*q*t)+
                    ((n*pi)/2)+(sin(m*p*t)-(n*q*t)+((n*pi)/2)));
      end
   end
r=(a*0.5*c)*(((a*Qi*k)/(2*Pi))*cos(q*t))+((a/pi)*w11)-(a/pi)*w12;
subplot(2,1,1); plot(t,r);
```

ฉ.2 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม

```
t=0:0.05:100; p=1; q=1; P=1; Q=1; e1=0;
for m=1:100
  for n=-100:100
      e1=e1+((m*p+n*q)/(m*pi))*BESSELJ(n,m*pi*Q/P)*cos((m*p+n*q)
                *t+n*pi/2);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    end
  end
  e=(p/(2*pi))-((q*Q)/(2*P))*sin(q*t)+e1;
  subplot(2,1,2); plot(t,e);
```



รูปที่ ฉ.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด MISCHA SCHWARTZ, WILLIAM R. BENNETT และ SEYMOUR STEIN [3] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ช

ในส่วนนี้แสดงซอสโค้ด (source code) สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวคิดการมอดูเลตสัญญาณของ R.E.ZIEMER และ W.H.TRANTER [5] ได้เขียนขึ้น โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) สร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจาก (2.83) และพีพีเอ็มจาก (2.86) หัวข้อ 2.3 เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

ช.1 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

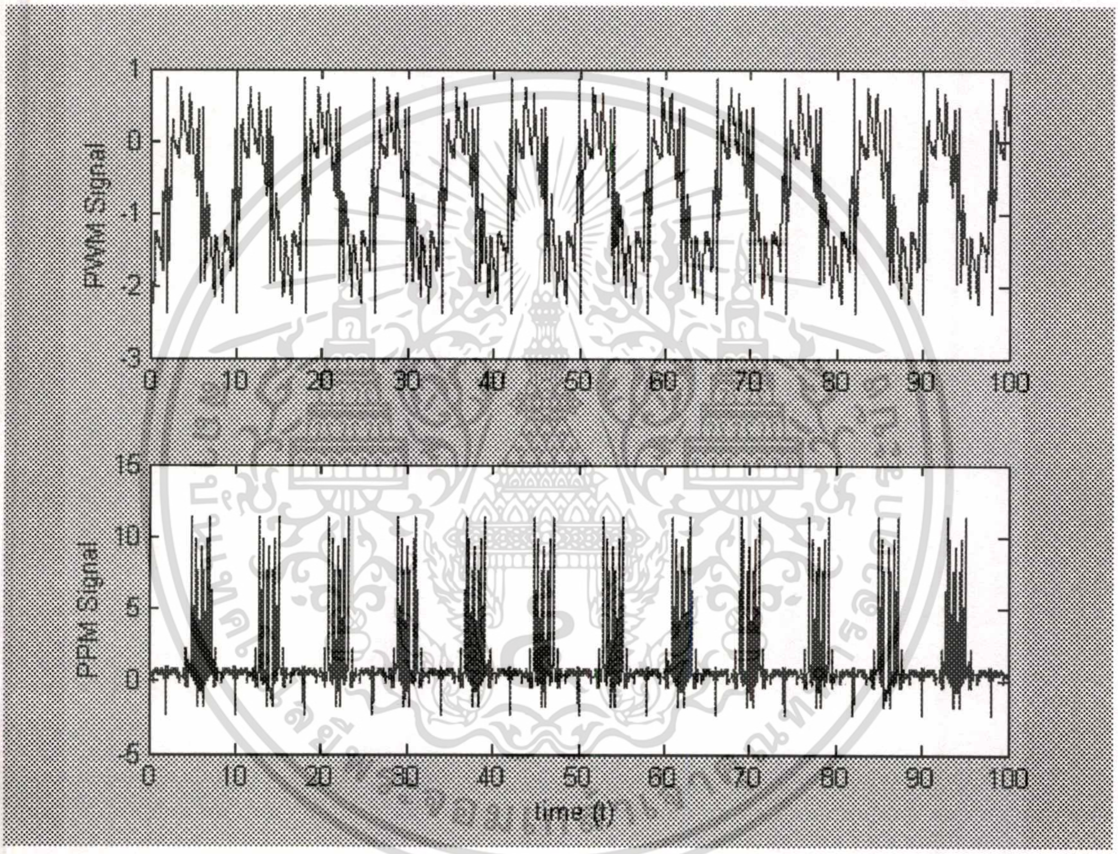
```
t=0:0.05:100; c=0.5; k=0.4; beta=5; fm=1/8; fs=8*fm; a=1; w=0; r=0;
x1=0; x2=0; y=0;
z=(a*c)+(a*k)*cos(2*pi*fm*t);
for m=1:1:100;
  x1=x1+((-1)^m-BESSELJ(0,m*pi*beta)).*(1/m).*sin(2*pi*fs*m*t);
  for n=1:1:100
    x2=x2+(1/m).*BESSELJ(0,m*pi*beta).*(sin(2*pi*(m*fs+n*fm)*t+
          (n*pi)/2)+sin(2*pi*(m*fs-n*fm)*t+(n*pi)/2));
  end
end
y=((1/2)*a)-(1/2)*a*beta*z+((1/pi)*a*x1)-((1/pi)*a*x2);
subplot(2,1,1);plot(t,y);
```

ช.2 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม

```
t=0:0.05:100; c=0.5; k=0.4; beta=5; fm=1/8; fs=8*fm; a=1; w=0; r=0;
z=(a*c)+(a*k)*sin(2*pi*fm*t);
y=fs-beta*fm*z;
for m=1:100;
    for n=-100:100;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        w=w+(1/(2*m))*(m*fs+n*fm)*BESSELJ(n,m*beta*pi)*...
          cos(2*pi*(m*fs+n*fm)*t+(n*pi/2));
    end
end
r=y+w;
subplot(2,1,2); plot(t,r);
```



รูปที่ ช.1 กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด R.E.ZIEMER และ W.H.TRANTER [5] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ซ

ในส่วนนี้แสดงซอสโค้ด (source code) สัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็ม แนวคิดการมอดูเลตของ Philip F. Panter [4] ได้เขียนขึ้น โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB (Version 6.0.0.88 release 12) สร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็มจาก (2.91) และพีพีเอ็มจาก (2.92) หัวข้อ 2.3 เทียบกับสัญญาณข่าวสาร กำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC)โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4 ดังซอสโค้ดที่ใช้สังเคราะห์สัญญาณ มีดังนี้

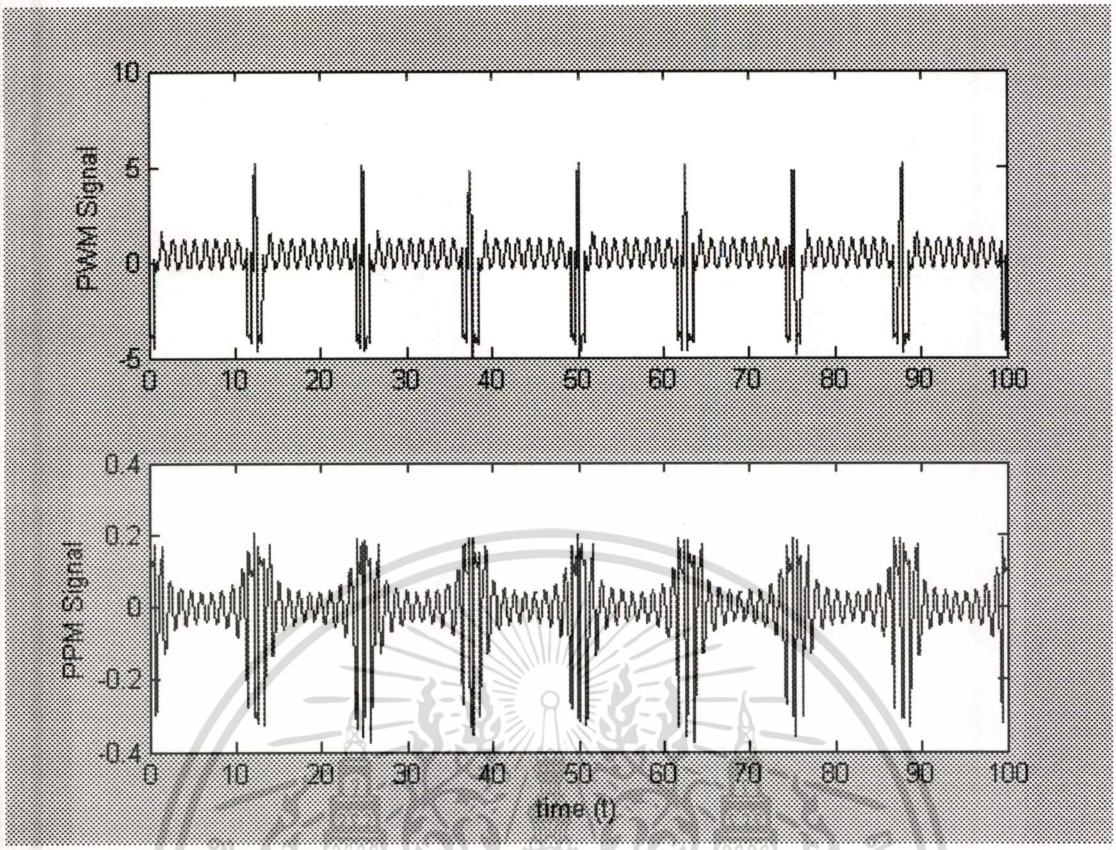
ซ.1 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีดับบลิวเอ็ม

```
t=0:0.05:100; wm=5; wr=0.5; td=1; j=sqrt(-1); z=0; f=0; a=1; r=0;
for k=1:1:100;
   z=z+((1/k)*(exp(j*(k*wr*(td/2)+k*wr*td*sin(wm*t+f)))-exp(-j*(k*wr*
            (td/2)+k*wr*td.*sin(wm*t+f))))).*exp(j*k*wr*t);
end
r=(a/2*pi*j)*z;
subplot(2,1,1);plot(t,r);
```

ซ.2 โปรแกรมทำงานสร้างเลียนแบบสัญญาณพีพีเอ็ม

```
t=0:0.05:100; a=1; wm=5; wr=0.5; td=1; j=sqrt(-1); z=0; r1=0; f=0;
for n=1:1:100
    for k=1:1:100;
        z=z+((1/k)*(BESSELJ(n,k*wr*td)*exp(j*k*wr*(td/2))-BESSELJ(n,-
              k*wr*td)*exp(-j*k*wr*(td/2))))*exp(j*((k*wr+n*wm)*(t+n*f)));
    end
end
r1=(a/(2*pi*j))*z;
subplot(2,1,2);plot(t,r1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ซ.1 **กราฟแสดงสัญญาณพีดับบลิวเอ็มและพีพีเอ็มของแนวคิด Philip F. Panter [4] เทียบกับสัญญาณข่าวสาร เมื่อกำหนดแรงดันสัญญาณเป็นไฟฟ้ากระแสสลับ (AC) โดยให้ c = 0.5 และ k = 0.4**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายโอฬาร ชำนิ เกิดวันที่ 6 มีนาคม 2512 ที่บ้านเลขที่ 13 หมู่ที่ 8 ตำบลท่าดินแดง อำเภอผักไห่ จังหวัดพระนครศรีอยุธยา สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต (คบ.) สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูพระนครศรีอยุธยา ในปีการศึกษา 2533 ประสบการณ์การทำงาน ในปี พ.ศ. 2534-2536 เป็นพนักงานบริษัทบางกอกรับเบอร์ (เสนา) จำกัด ปี พ.ศ. 2537 เป็นพนักงานบริษัทวิวัฒน์ชัยมาร์เก็ตติ้ง จำกัด ปี พ.ศ. 2538 เข้าทำงานรับราชการครู สังกัดวิทยาลัยช่างศิลป สถาบันศิลปกรรม กรมศิลปากร กระทรวงศึกษาธิการ จนถึงปัจจุบัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้