สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การจำลองการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าภายในวัตถุ

AN ELECTRICAL CAPACITANCE TOMOGRAPHIC MODELLING

ชาญฤทธิ์ ยศสันติกุล

CHANRIT YOSSONTIKUL

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974 – 324 – 979 - 6

วน.
ส 494ก
2547

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....50967
วัน,เดือน,ปี 26 พ.ค. 2547

.b.....
.i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b11380937e

AN ELECTRICAL CAPACITANCE TOMOGRAPHIC MODELLING

CHANRIT YOSSONTIKUL

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER ENGINEERING IN ELECTRONICS ENGINEERING

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2004

ISBN 974 – 324 - 979 - 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าภายในวัตถุ
นักศึกษา	นายชาญฤทธิ์ ยศสันติกุล
รหัสนักศึกษา	42061312
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์
พ.ศ.	2547
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	ดร.กิติพล ชิตสกุล

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอ รายละเอียด โครงสร้างของระบบการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าภายในวัตถุ โดยใช้การจำลองค่าความจุไฟฟ้า จากการกำหนดรูปแบบการกระจายของค่าเพอมิตติวิตี (permittivity) ของตัวกลางในวัตถุ และกล่าวถึงวิธีการสร้างภาพกลับจากค่าความจุไฟฟ้านั้น นอกจากนี้ยังได้นำเสนอการประยุกต์ใช้เทคนิคของการสร้างภาพตัดขวางที่เดิมใช้กับรังสีเอ็กซ์ทางการแพทย์ มาปรับปรุงคุณภาพของภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าที่ได้ด้วย

เป้าหมายของงานวิจัยนี้คือเพื่อศึกษาระบบการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าภายในวัตถุด้วยแบบจำลองทั้งแบบวงกลมและแบบสี่เหลี่ยม แต่ละแบบจำลองจะประกอบด้วยเซ็นเซอร์อิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด ค่าความจุไฟฟ้าของระบบจะถูกจำลองขึ้นจากแบบจำลองโดยใช้วิธีผลต่างจำกัด (finite difference) ไฟไนต์อิลิเมนต์ (finite element) ร่วมกับ กฎของเกาส์ (Gauss's law) ส่วนการสร้างภาพกลับใช้วิธี ลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน(linear backprojection) ตามหลักการของ projected Landweber iteration นอกจากนี้ยังได้ใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิตคือ algebraic reconstruction technique (ART) และ simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) ในการลดจำนวนการทำซ้ำของกระบวนการสร้างภาพ และใช้วิธี การเทรชโฮลด์ (thresholding) ในการปรับปรุงคุณภาพของภาพด้วย จากผลการทดลองเปรียบเทียบทั้งสามวิธี พบว่าวิธีการสร้างภาพกลับแบบ SART ให้คุณภาพของภาพและให้อัตราการลู่เข้าดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	An Electrical Capacitance Tomographic Modelling
Student	Mr. Chanrit Yossontikul
Student ID.	42061312
Degree	Master of Engineering
Programme	Electronics Engineering
Year	2004
Thesis Advisor	Dr. Kitiphol Chitsakul

ABSTRACT

This thesis reports on a study of implementing the Electrical Capacitance Tomography (ECT). A capacitance simulation calculated from the given permittivity patterns is described. The general theories concerning the image reconstruction from the capacitance are investigated. Certain techniques employed in X-ray tomography are applied to ECT in order to enhance the performance of the image reconstruction.

Two models, square and circular sensor with 8 electrodes, have been studied. The finite difference method, the finite element method and Gauss's law were used for calculating numerically the capacitance of the models. Three image reconstruction algorithms namely linear backprojection based on projected Landweber iteration, algebraic reconstruction technique (ART) and simultaneous algebraic reconstruction technique (SART), all used in medical tomography, then were applied and comparatively studied both on image quality and rate of convergence.

Certain criteria to evaluate the performance of the image reconstruction algorithms are illustrated in this thesis. From the experiments, it has been found that the SART provides the best image quality and the effective rate of convergence.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ด้วยความช่วยเหลือและการสนับสนุนจากบุคคลหลายๆ ท่าน ซึ่งผู้เขียนขอขอบคุณทุกๆ ท่านดังต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.กิติพล ชิตสกุล อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ซึ่งให้คำปรึกษา คำแนะนำต่างๆ แรงผลักดัน รวมทั้งความเอื้อเฟื้อเครื่องมือเครื่องใช้ในการทำวิจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งกำลังใจ ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตาของท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ ผู้ซึ่งให้คำแนะนำและติดตามเกี่ยวกับงานวิจัยตลอดมา

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.วรากร เกษมสุวรรณ์ ผู้ซึ่งให้คำปรึกษาทางด้านภาษาเป็นอย่างดีและคำแนะนำต่างๆเกี่ยวกับการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณ นายสักกะพันธ์ คล้ายดอกจันทร์ นายอรรถพล ระโหฐาน นายพิทยา อึงพินิจพงศ์ นายอภินัย ฤกษ์รัตน์ นายวิทวัส วิทยชำนาญกุล นายสุทัศน์ เรเรือง นายอดิศักดิ์ ร่มพุฒตาล นายศุภชัย งามเอนกรัตน์ นายนพรัตน์ พันธุ์เสนา และน.ส.ปาริชาติ พฤทธิ์จารุพงศ์ ที่ช่วยให้แนวคิดแก้ปัญหา คำแนะนำและความช่วยเหลือเกี่ยวกับงานวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้

ขอขอบคุณ น.ส.ชลลดา วชิรเดชเสถียร ที่เข้าใจและคอยเป็นกำลังใจเสมอมา

ขอขอบพระคุณคุณพ่อและคุณแม่ ผู้ซึ่งคอยให้การอบรมสั่งสอน เลี้ยงดู สนับสนุนการศึกษา ตลอดจนให้กำลังใจเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ชาญฤทธิ์ ยศสันติกุล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญตาราง VIII

สารบัญรูป IX

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย 2

1.3 สมมติฐานของการศึกษา 2

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย 2

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย 3

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์ 3

บทที่ 2 การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ (Tomography) 4

2.1 บทนำ 4

2.2 แนวคิดพื้นฐาน 4

2.3 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพตัดขวาง 5

2.3.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอ็กซ์ 6

2.3.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก 8

2.3.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ความต้านทานไฟฟ้า 9

2.4 การสร้างภาพตัดขวางในกระบวนการทางอุตสาหกรรม (Industrial process tomography) 10

บทที่ 3 การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า (Electrical Capacitance Tomography) 13

3.1 บทนำ 13

3.2 หลักการพื้นฐาน 13

3.3 โครงสร้างของระบบ ECT 14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4 รูปร่างของโมเดลในการทดลอง 16
3.4.1 เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม 16
3.4.2 เซ็นเซอร์แบบวงกลม 17
3.5 รูปแบบการวัดค่าความจุไฟฟ้า 18

บทที่ 4 การจำลองค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance Simulation) 19
4.1 บทนำ 19
4.2 ค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) 19
4.3 วิธีการจำลองค่าความจุไฟฟ้า 20
4.4 การคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม 22
4.4.1 การคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างจำกัด 22
4.4.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างจำกัด 25
4.4.3 การหาค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม 25
4.5 การคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลม 26
4.5.1 การคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ 27
4.5.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ 27
4.5.3 การหาค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลม 33

บทที่ 5 การสร้างภาพกลับ (Image Reconstruction) 34
5.1 บทนำ 34
5.2 แนวคิดพื้นฐาน 34
5.3 วิธีการหาค่าเซนซิติวิตี (Sensitivity) ของระบบ ECT 36
5.4 การสร้างภาพกลับด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันและการเทรซโฮลด์ 39
5.5 การสร้างภาพกลับด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration 40

บทที่ 6 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิต 43
6.1 บทนำ 43
6.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต 43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

6.3 ชนิดของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต 46

6.3.1 ART (Algebraic Reconstruction Technique)....46

6.3.2 SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)....47

บทที่ 7 การทดลองและผลการทดลอง 49

7.1 บทนำ....49

7.2 เกณฑ์ประเมินสมรรถนะ (Performance evaluation criteria)....49

7.3 การกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตี 50

7.4 การทดลองการคำนวณค่าความจุไฟฟ้า....51

7.5 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม....57

7.5.1 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจ็กชัน 57

7.5.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration....58

7.5.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี ART....59

7.5.4 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี SART....60

7.6 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลม....63

7.6.1 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจ็กชัน 63

7.6.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration....64

7.6.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี ART....65

7.6.4 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี SART....66

7.7 การปรับปรุงคุณภาพของภาพด้วยวิธีการเทรชโฮลด์ระดับเทา 70

7.8 การทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการสร้างภาพตัดขวางเมื่อมีสัญญาณรบกวน....74

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 8 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 75

เอกสารอ้างอิง 77

ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ และประวัติผู้เขียน 79

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

3.1 แสดงข้อดีและข้อเสียของการติดอิเล็กโทรดแต่ละแบบ 15

7.1 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อใช้วิธีการเทรซโฮลด์ระดับเทาโดยวิธี LBP, LBP iteration, ART และ SART 72

7.2 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อใช้วิธีการเทรซโฮลด์ระดับเทาโดยวิธี LBP iteration, ART และ SART 73

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 หลักการของเทคนิคโทโมกราฟฟี 5

2.2 ตัวอย่างของการสร้างภาพตัดขวางตามวิธีการแบ็กโปรเจคชัน 8

(ก) โปรเจคชันของวัตถุในทิศทางที่ตั้งฉากกับแกน x และแกน y 8

(ข) การแบ็กโปรเจคข้อมูลโปรเจคชันไปยังระนาบของภาพ 8

2.3 องค์ประกอบโดยทั่วๆไปของเครื่องมือการสร้างภาพตัดขวางทางอุตสาหกรรม 12

3.1 แสดงระบบพื้นฐานของ ECT 14

3.2 ลักษณะการติดอิเล็กโทรดลงในส่วนที่จะวัด 15

3.3 รูปเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและลักษณะของตำแหน่งอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด บน ภาพตัดขวาง 2 มิติของวัตถุ 16

3.4 รูปเซ็นเซอร์แบบวงกลมและลักษณะของตำแหน่งอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด บน ภาพตัดขวาง 2 มิติของวัตถุ 17

4.1 รูปแสดงตัวนำสองตัวใดๆ เมื่อวางอยู่ในวัสดุที่เป็นฉนวนทางไฟฟ้า 19

4.2 ส่วนหนึ่งของบริเวณสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ แบ่งออกเป็นสี่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง h 22

4.3 รูปแสดงลักษณะขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์ระหว่าง 2 ตัวกลางคือ ε_1 และ ε_2 24

4.4 แสดงการแบ่งตัวเซ็นเซอร์ออกเป็นตารางด้วยความกว้างและความยาวที่เท่ากัน 25

4.5 รูปแสดงเส้นทางของเส้นวงปิด C ที่ล้อมรอบอิเล็กโทรดเพื่อใช้ในการหาค่าประจุไฟฟ้า 26

4.6 รูปการแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมย่อยๆ 28

4.7 รูปแสดงการแบ่งตัวเซ็นเซอร์ออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆรูปสามเหลี่ยม 28

4.8 อิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมแบบสองมิติ 29

4.9 บริเวณขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์และการกำหนดค่าเพอมิตติวิตีของแต่ละอิลิเมนต์ 32

5.1 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-2 ถึงคู่อิเล็กโทรด 1-8 37

5.2 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-4 ในแบบ 3 มิติ 37

5.3 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-2 ถึงคู่อิเล็กโทรด 1-8 38

5.4 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-6 ในแบบ 3 มิติ 39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.5 ขั้นตอนวิธี วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration.....40

6.1 ภาพแสดงรูปแบบการฉายแสงและการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนักของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต.....44

7.1 บริเวณที่มีลักษณะลายเฉียงคือบริเวณที่ถูกกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลาง (ก) เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม.....50
(ข) เซ็นเซอร์แบบวงกลม.....50

7.2 แสดงลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลางสำหรับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม (ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4.....51

7.3 แสดงลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลางสำหรับเซ็นเซอร์แบบวงกลม (ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4.....51

7.4 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 1.....52

7.5 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 2.....52

7.6 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 3.....53

7.7 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 4.....53

7.8 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อเซ็นเซอร์มีเฉพาะก๊าซ และน้ำมันอยู่เต็ม.....54

7.9 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 1.....54

7.10 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 2.....55

7.11 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 3.....55

7.12 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 4.....56

7.13 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อเซ็นเซอร์มีเฉพาะก๊าซ และน้ำมันอยู่เต็ม.....56

7.14 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน.....57

7.15 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration.....58

7.16 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี ART.....59

7.17 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี SART.....60

7.18 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 1 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม.....61

7.19 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 2 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม.....61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

7.20 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 3 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม.....62

7.21 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 4 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม.....62

7.22 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน .63

7.23 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ตามหลักการของ projected Landweber iteration.....64

7.24 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี ART.....65

7.25 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี SART 66

7.26 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 1 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม.....67

7.27 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 2 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม.....67

7.28 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 3 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม.....68

7.29 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 4 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม.....68

7.30 รูปผลการสร้างภาพกลับโดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 500 รอบ.....69

(ก) วิธีวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration 69

(ข) วิธี ART.....69

(ค) วิธี SART.....69

7.31 ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้า ในแบบที่ 1 2 3 และ 4 โดยวิธี SART 70

7.32 แสดงภาพที่ถูกสร้างกลับของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อใช้วิธีเทรซโฮลด์ระดับเทา.....71

(ก) วิธี LBP 71

(ข) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration.....71

(ค) วิธี ART.....71

(ง) วิธี SART.....71

7.33 แสดงภาพที่ถูกสร้างกลับของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อใช้วิธีเทรซโฮลด์ระดับเทา.....73

(ก) วิธี LBP 73

(ข) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration.....73

(ค) วิธี ART.....73

(ง) วิธี SART.....73

7.34 รูปแสดงผลการสร้างภาพตัดขวางโดยมีสัญญาณรบกวน.....74

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การตรวจสอบการบรรจุหรือการกระจายตัวของวัสดุในภาชนะปิดทึบ สามารถทำได้หลายวิธี ไม่ว่าจะใช้รังสีเอ็กซ์ ภาพตัดขวางการกำทอนแม่เหล็ก (Magnetic Resonance Imaging ; MRI) ตลอดจนใช้เทคนิคอัลตร้าซาวด์ (Ultrasound) หรือ ภาพตัดขวางค่าความต้านทานไฟฟ้า (Electrical Impedance Tomography ; EIT) ถึงแม้ว่าการใช้รังสีเอ็กซ์ MRI และอัลตร้าซาวด์ จะประสบผลสำเร็จอย่างดียิ่งในทางการแพทย์ในการดูภาพอวัยวะภายในของผู้ป่วย แต่ข้อจำกัดของ MRI และรังสีเอ็กซ์ คือมีขนาดใหญ่ทำให้วัตถุที่ต้องการศึกษาโครงสร้างภายในต้องเคลื่อนย้ายได้โดยสะดวก ราคาต้นทุนสูงทั้งในด้านราคาอุปกรณ์ที่ใช้และราคาในการปฏิบัติการ เทคนิคของอัลตร้าซาวด์ แม้ว่าจะสามารถทำให้มีขนาดเล็กเคลื่อนที่ได้ แต่การใช้เครื่องมือลักษณะดังกล่าวสร้างภาพตัดขวางยังมีข้อจำกัดในการใช้กับเฉพาะวัตถุบางชนิด ราคายังสูง ส่วน EIT ถึงแม้ว่ามีราคาต่ำกว่าและใช้เทคโนโลยีที่ซับซ้อนน้อยกว่าวิธีข้างต้น แต่ข้อจำกัดที่สำคัญคือ บรรจุภัณฑ์ต้องเป็นตัวนำไฟฟ้าเท่านั้น นอกจากนี้อิเล็กโทรดที่ใช้ในการป้อนกระแสไฟฟ้าต้องสัมผัสกับวัสดุภายใน จึงไม่เหมาะกับการใช้งานกับวัสดุที่มีการกัดกร่อนสูง สำหรับภาพตัดขวางค่าความจุไฟฟ้า (Electrical Capacitance Tomography ; ECT) ใช้หลักการป้อนสนามไฟฟ้าเข้าในวัตถุและวัดค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance) โดยรอบวัตถุ ข้อดีของระบบนี้คือ ไม่รบกวนหรือส่งผลกระทบใดๆต่อระบบ มีขนาดเล็ก มีความปลอดภัยสูง มีความเร็วในการสร้างภาพ เป็นเครื่องมือที่มีราคาถูก และสร้างได้ง่าย แต่ข้อจำกัดที่สำคัญคือ บรรจุภัณฑ์ต้องเป็นฉนวนทางไฟฟ้าเท่านั้น

หลักการของการสร้างภาพตัดขวางภายในวัตถุจะแตกต่างกันตามเทคนิคที่ใช้ เช่น กรณีรังสีเอ็กซ์ ใช้ความแตกต่างของการดูดกลืนรังสีเอ็กซ์ของวัตถุและสร้างภาพด้วยวิธีแบ็กโปรเจคชันเป็นหลัก MRI ใช้การกำทอนแม่เหล็กของอะตอมไฮโดรเจน ที่มีจำนวนที่แตกต่างกันในสารแต่ละชนิด เทคนิคอัลตร้าซาวด์ใช้การสะท้อนของคลื่นเหนือเสียงเป็นหลัก ระบบ EIT อาศัยการวัดการเปลี่ยนแปลงความต้านทานทางไฟฟ้า และระบบ ECT อาศัยการเปลี่ยนแปลงของค่าความจุไฟฟ้าระหว่างแผ่นอิเล็กโทรดที่ติดอยู่ที่ผิวด้านนอกของสิ่งที่จะวัด ซึ่งมีข้อดีดังกล่าวข้างต้น ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ใช้วิธีของการวัดค่าความจุไฟฟ้า

ระบบ ECT ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อให้สามารถดูลักษณะการกระจายของไดอิเล็กตริก (Dielectric) ภายในวัตถุในรูปแบบของภาพตัดขวาง 2 มิติในกระบวนการทางอุตสาหกรรม เช่น การไหลหรือการกระจายตัวของก๊าซ/น้ำมันในท่อ หรือสังเกตส่วนผสมกระบวนการ การแยก/ผสมในทางเคมี [1,2] เป็นต้น และได้รับการพัฒนาด้วยโมเดลทั้งแบบวงกลมและแบบสี่เหลี่ยม [1,2]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาและทดลองด้วยโมเดลทั้งสองแบบ และจำลองการสร้างภาพตัดขวางโดยกำหนดรูปแบบการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีที่แตกต่างกัน และคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของระบบทั้งหมด จากนั้นใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน (Linear backprojection) ร่วมกับเทคนิคการทำซ้ำ (iteration) ในการสร้างภาพกลับ นอกจากนี้ยังได้ใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิตในการลดจำนวนการทำซ้ำของกระบวนการสร้างภาพ และใช้วิธีการเทรชโฮลด์ในการปรับปรุงคุณภาพของภาพอีกด้วย

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อศึกษาระบบ และหลักการของการสร้างภาพตัดขวาง 2 มิติภายในวัตถุด้วยค่าความจุไฟฟ้าของวัตถุ

2. เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของการสร้างภาพตัดขวาง โดยลดจำนวนการทำซ้ำในกระบวนการ โดยใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิต และปรับปรุงคุณภาพของภาพตัดขวางโดยใช้วิธีการเทรชโฮลด์

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การกระจายตัวของวัสดุองค์ประกอบภายในวัตถุที่มีค่าเพอมิตติวิตีต่างกันสามารถแสดงเป็นภาพตัดขวางได้จากการวัดค่าความจุไฟฟ้าภายนอกรอบวัตถุ โดยการป้อนศักดาไฟฟ้าระหว่างคู่อิเล็กโทรดแผ่นที่ติดโดยรอบ ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าภายในวัตถุ ค่าความแตกต่างของค่าความจุไฟฟ้าวัดโดยคู่อิเล็กโทรดที่ติดโดยรอบ สามารถนำมาคำนวณค่าเพอมิตติวิตี ของตัวกลางหรือวัตถุนั้นๆ และนำข้อมูลที่ได้จากการคำนวณนี้มาสร้างเป็นภาพตัดขวางแบบ 2 มิติด้วยอัลกอริธึมการสร้างภาพต่างๆ ที่เหมาะสม ซึ่งภาพตัดขวาง 2 มิตินี้แสดงถึงความแตกต่างของค่าเพอมิตติวิตีในเนื้อวัตถุ เนื่องจากระบบการวัดมีลักษณะคล้ายกับที่ใช้กับรังสีเอ็กซ์ที่ประสบความสำเร็จอย่างดียิ่งทางการแพทย์ จึงนำอัลกอริธึมของการสร้างภาพตัดขวางที่ใช้กับรังสีเอ็กซ์มาประยุกต์ใช้ เพื่อให้ได้ประสิทธิภาพของภาพที่ดีขึ้น

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

ตามวัตถุประสงค์ งานวิจัยนี้ใช้การจำลองระบบการวัดค่าความจุไฟฟ้าภายนอกวัตถุ เมื่อกำหนดแบบจำลองของวัตถุและระบบการวัดแล้ว สามารถคำนวณค่าความจุไฟฟ้าที่สอดคล้องกับค่าเพอมิตติวิตีที่กำหนดให้กระจายอยู่ภายใน โดยคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าภายในที่เกิดเนื่องจากการป้อนศักดาไฟฟ้าที่แผ่นอิเล็กโทรด โดยใช้วิธี ผลต่างจำกัด (Finite difference) ในกรณีวัตถุมีหน้าตัดเป็นสีเหลี่ยม และวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ (Finite element) กับวัตถุที่มีภาพตัดขวางเป็นอย่างอื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่คำนวณได้นี้สามารถนำไปคำนวณค่าประจุไฟฟ้าและค่าความจุไฟฟ้าระหว่างคู่อิเล็กโทรดอื่น ๆ โดยใช้ กฎของเกาส์ ซึ่งค่าความจุไฟฟ้าที่ได้จะขึ้นอยู่กับการกระจายของค่าเพอมิตติวิตีของวัตถุ การสร้างภาพตัดขวาง 2 มิติของค่าเพอมิตติวิตีด้วยค่าความจุไฟฟ้าจะใช้การประมาณค่าด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันและอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย

ศึกษาถึงระบบ ECT และวิธีการจำลองค่าความจุไฟฟ้าจากการกำหนดลักษณะการกระจายของค่าเพอมิตติวิตีของวัตถุ โดยใช้โมเดลของเซ็นเซอร์ที่มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมจตุรัสและวงกลม จากนั้นศึกษาวิธีการสร้างภาพตัดขวาง 2 มิติจากข้อมูลค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้ และเปรียบเทียบด้วยวิธี วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration และด้วยอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต คือ Algebraic Reconstruction Technique (ART) และ Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) รวมทั้งการปรับปรุงคุณภาพของภาพโดยใช้การเทรชโฮลด์

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 8 บท ในแต่ละบทจะมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการศึกษา สมมติฐาน แนวความคิดของงานวิจัย และขอบเขตของงานวิจัย

บทที่ 2 กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานและหลักการของการสร้างภาพตัดขวาง 2 มิติด้วยวิธีต่างๆ ที่ถูกใช้ในทางการแพทย์และในทางอุตสาหกรรม

บทที่ 3 กล่าวถึงหลักการพื้นฐานของระบบ ECT รวมทั้งแสดงรูปแบบโมเดลของงานวิจัย

บทที่ 4 อธิบายพื้นฐานของค่าความจุไฟฟ้า และขั้นตอนการจำลองค่าความจุไฟฟ้าของโมเดลจากการกำหนดค่ากระจายของค่าเพอมิตติวิตี

บทที่ 5 อธิบายถึงหลักการ การสร้างภาพกลับของภาพตัดขวางค่าความจุไฟฟ้า ด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน และวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

บทที่ 6 อธิบายพื้นฐานและขั้นตอนการคำนวณของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิตที่ใช้ในการสร้างภาพกลับ และวิธีการประยุกต์ใช้กับระบบ ECT

บทที่ 7 แสดงขั้นตอนของการทดลอง วิธีการทดสอบกระบวนการ การสร้างภาพกลับ และผลการทดลองของการสร้างภาพกลับด้วยวิธีต่างๆ

บทที่ 8 เป็นการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะแนวทางในการทำวิจัยต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ
(Tomography)

2.1 บทนำ

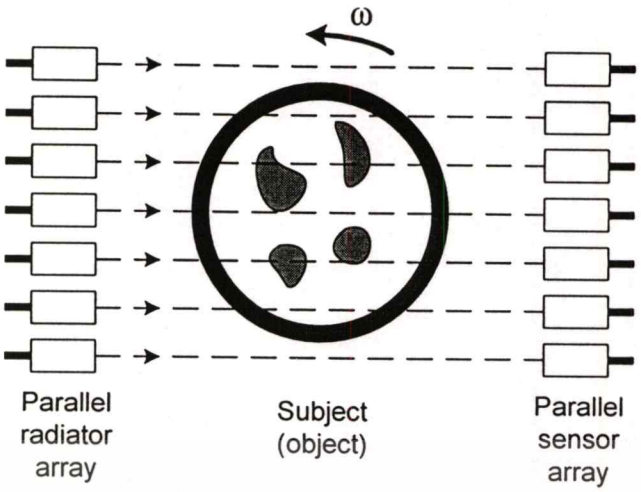
ในบทนี้จะกล่าวถึงความหมายของการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ ความเป็นมาของการสร้างภาพตัดขวาง และหลักการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งถูกนำไปใช้ทั้งในทางการแพทย์และทางอุตสาหกรรม เช่นเครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ เครื่อง MRI และเครื่อง EIT รวมทั้งคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพตัดขวางเบื้องต้น

2.2 แนวคิดพื้นฐาน

ข้อมูลโครงสร้างภายใน และคุณสมบัติต่างๆของวัตถุ มีความสำคัญและมีประโยชน์อย่างมากในการตรวจสอบวัตถุนั้น วิธีการที่ง่ายที่สุดเพื่อที่จะได้ข้อมูลเหล่านั้น คือ การผ่าวัตถุตามแนวขวางให้ผ่านส่วนที่ต้องการตรวจสอบ อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติในกรณีต่างๆ เช่น การวินิจฉัยโรคทางการแพทย์ การสังเกตการณ์ทางดาราศาสตร์ การทดสอบในทางอุตสาหกรรมแบบไม่ทำลาย เป็นต้น จะไม่สามารถใช้วิธีการนี้ได้ ดังนั้นจึงได้มีผู้เสนอเทคนิคที่เรียกว่า โทโมกราฟฟี (Tomography) [1] หรือการสร้างภาพตัดขวางภายในวัตถุเพื่อแก้ปัญหานี้ ซึ่งเทคนิคนี้จะทำให้เห็นถึงโครงสร้างภายใน และลักษณะสมบัติบางอย่างของวัตถุโดยไม่ต้องทำลายวัตถุนั้น

หลักการของเทคนิคโทโมกราฟฟี คือการวัดข้อมูลของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกับตัวกลางของการวัดโดยเซ็นเซอร์ที่อยู่ภายนอกวัตถุ ในมุมต่างๆ ของระนาบหนึ่ง ซึ่งทำได้โดยการหมุนชุดของเซ็นเซอร์ หรือหมุนวัตถุที่ต้องการวัด ข้อมูลนี้จะสัมพันธ์กับคุณสมบัติตามธรรมชาติที่แตกต่างกันของส่วนประกอบต่างๆ ที่ตอบสนองต่อตัวกลางหรือสื่อสัญญาณที่ส่งเข้าไป จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ในหลายๆทิศทางนี้มาประมวลผลด้วยคณิตศาสตร์ชั้นสูง ก็สามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายขององค์ประกอบต่างๆภายในวัตถุได้ ดังรูปที่ 2.1 การใช้สื่อสัญญาณแต่ละชนิดนั้นมีข้อดี ข้อเสีย ข้อจำกัด และขั้นตอนการประมวลผลที่แตกต่างกัน ซึ่งจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุที่ต้องการตรวจสอบ ลักษณะของภาพที่ต้องการ และรูปแบบของการประยุกต์ใช้งาน เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1 หลักการของเทคนิคโทโมกราฟฟี

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ทำลายวัตถุ แบ่งออกตามหลักการกว้างๆได้ 3 วิธี คือ การส่งผ่าน (Transmission) การแผ่ (Emission) และการสะท้อน (Reflection) ในการส่งผ่านจะใช้รังสีเอ็กซ์ ลำอิเล็กตรอน ความร้อนหรือแสง หรือพลังงานใดๆก็ได้ที่มีพฤติกรรมตามกฎของการดูดซึม (Absorption law) โดยพลังงานที่ผ่านเข้าไปในวัตถุจะถูกดูดซับในส่วนต่างๆของวัตถุไม่เท่ากัน พลังงานส่วนที่ทะลุออกมา เรียกว่า โปรเจคชัน และภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ สำหรับวิธีการแผ่จะฉีดสารที่มีกัมมันตภาพรังสีเป็นส่วนประกอบ เมื่อสารนี้ไปยังอวัยวะที่สนใจก็จะแผ่รังสีแกมม่าในทิศทางที่แตกต่างกัน ความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรังสีแกมม่าที่ผ่านตำแหน่งเดียวกัน จะสามารถนำไปประมวลผลหาตำแหน่งของจุดนั้นได้ ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องโพซิตรอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Positron Emission Tomography หรือ P.E.T) และ เครื่องซิงเกิลโฟตอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Single Photon Emission Computed Tomography หรือ S.P.E.C.T) ส่วนการสะท้อนจะใช้คุณสมบัติการสะท้อนของผิวหน้าของวัตถุมาตรวจสอบหาลักษณะของวัตถุได้ ตัวกลางที่ใช้ เช่น แสง ลำอิเล็กตรอน เรดาร์ หรือ อัลตร้าโซนิค ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องอัลตร้าซาวด์

2.3 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพตัดขวาง

การสร้างภาพตัดขวางนั้นมีอยู่หลายวิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ในที่นี้ขอสรุปหลักการสร้างภาพเพื่อเป็นตัวอย่างเพียง 3 ตัวอย่าง คือ การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอ็กซ์ การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการกำทอนแม่เหล็ก และหลักการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ความต้านทานไฟฟ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอ็กซ์ [3]

มีการค้นพบรังสีเอ็กซ์ เมื่อวันที่ 8 พฤศจิกายน ค.ศ. 1895 โดยศาสตราจารย์วิลเฮล์ม คอนรัด เรินต์เกน (Wilhelm Konrad Roenigen) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน รังสีที่เรินต์เกนค้นพบนี้ถูกเรียกว่า รังสีเอ็กซ์ หรือ เอ็กซ์เรย์

รังสีเอ็กซ์ เป็นพลังงานรูปหนึ่งเช่นเดียวกับแสงสว่าง แต่เป็นชนิดที่ไม่สามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่า รังสีเอ็กซ์พบได้น้อยตามธรรมชาติ แต่สามารถสร้างได้จากเครื่องมือชนิดหนึ่งที่เรียกว่าเครื่องเอ็กซ์เรย์ โดยรังสีเอ็กซ์มีคุณสมบัติทางกายภาพหลายอย่างที่ทำให้มีลักษณะที่ทั้งเหมือนและแตกต่างจากรังสีอื่นๆ เรินต์เกนพบว่า รังสีเอ็กซ์สามารถฉายทะลุวัตถุทึบแสง เช่น ร่างกายมนุษย์ได้ เขาจึงลองเอารังสีเอ็กซ์มาใช้ประโยชน์ทางการแพทย์ โดยใช้รังสีเอ็กซ์ผ่านมือคน เนื้อ เอ็น และกระดูกในมือคน ซึ่งจะกั้นรังสีเอาไว้ ส่วนเนื้อและเอ็นกั้นรังสีได้น้อยมากก็มีรังสีออกมามาก กระดูกกั้นรังสีได้มากก็มีรังสีผ่านออกมาน้อย รังสีทั้งหมดที่ผ่านมือออกมาจะมีความเข้มต่อพื้นที่ไม่เท่ากัน ทำให้เกิดเป็นรูปแบบ (Pattern) ของความเข้มของรังสีเป็นมือขึ้น เมื่อเอารังสีที่มีรูปแบบแล้วนี้ไปกระทบกับวัสดุที่ไวต่อแสง (Photographic material) เช่น ฟิล์มถ่ายรูปหรือกระดาษอัดรูป แล้วนำไปล้างด้วยน้ำยาล้างรูป ก็จะเกิดภาพของมือที่มีกระดูกซ้อนอยู่ในเนื้อ แพทย์จึงสามารถบอกได้ว่ากระดูกข้างในมือนั้นผิดปกติหรือไม่ โดยไม่จำเป็นต้องผ่าเอาเนื้อที่หุ้มกระดูกออกมาดู นั่นคือเป็นที่มาของภาพถ่ายรังสีเอ็กซ์

ปัญหาสำคัญของการวินิจฉัยโรคด้วยภาพถ่ายเอ็กซ์เรย์นี้คือ การซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะใน 3 มิติบนฟิล์ม 2 มิติ, ไม่สามารถแยกความแตกต่างของซอฟท์ทิชชู(Soft tissue)ได้ และไม่สามารถบอกความหนาแน่นที่แตกต่างกันของสารองค์ประกอบของโครงสร้างภายในร่างกายได้ ต่อมาในปี ค.ศ. 1922 นายแพทย์ชาวฝรั่งเศสชื่อ โบกาจ (Bocage) ได้เสนอเทคนิคการถ่ายภาพที่เรียกว่า โทโมกราฟฟี ซึ่งเป็นเทคนิคที่ช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับการซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะในแบบ 3 มิติบนฟิล์ม 2 มิติได้แต่ไม่สมบูรณ์นัก หลายสิบปีต่อมามีการตั้งข้อสังเกตว่าถ้ายิงรังสีเอ็กซ์ลำเล็กๆ ผ่านผู้ป่วยเลยไปยังหัววัดแล้วกวาดทั้งระบบไปในระนาบหนึ่งของผู้ป่วยที่ต้องการตรวจและทำซ้ำกันโดยบิดมุมของระบบไป ข้อมูลความเข้มของรังสีเอ็กซ์ที่บันทึกได้โดยหัววัดน่าจะสามารถนำไปใช้ศึกษาการจำแนกของสัมประสิทธิ์การลดลงภายในระนาบนั้นได้ นั่นหมายความว่าจะสามารถสร้างภาพของระนาบที่สนใจได้ เพราะความหนาแน่นของเนื้อเยื่อมีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การลดลงและการคำนวณก็จะต้องอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ด้วย ซึ่งต่อมาข้อสังเกตดังกล่าวก็ได้กลายเป็นจริง และถูกเรียกว่า เครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ (X-ray Computed Tomography ; X-ray CT) ซึ่งถูกสร้างขึ้นจริงในปี ค.ศ. 1972 โดยด๊อกเตอร์กอดเฟรย์ นิวโบลด์ เฮาน์สฟิลด์ (Dr. Godfrey Newbold Hounsfield) วิศวกรไฟฟ้าชาวอังกฤษ

ทฤษฎีการสร้างภาพของเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ จะเกี่ยวข้องกับการพิจารณาการจำแนกของสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีเอ็กซ์ที่ทะลุผ่านร่างกายผู้ป่วยชิ้นบางๆออกมาในทิศทางต่างๆจำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มาก การจำแนกของสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีเอ็กซ์สามารถอธิบายได้ดังนี้คือ ถ้าตัวกลางเป็นวัตถุชิ้นเดียว มีความหนา x เมื่อฉายรังสีเอ็กซ์ที่มีความเข้ม I_0 ผ่านเข้าไป รังสีที่ทะลุออกมาจะมีความเข้มลดลงเป็น I โดยมีความสัมพันธ์กันดังสมการต่อไปนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \tag{2.1}$$

เมื่อ μ คือ สัมประสิทธิ์การลดทอนของรังสีเอ็กซ์ในตัวกลาง

กรณีที่ตัวกลางไม่ใช่สารเนื้อเดียว ความสัมพันธ์จะเป็นดังสมการที่ (2.2) และ (2.3)

$$I = I_0 e^{-\int \mu dx} \tag{2.2}$$

$$p(r,\phi) = -\ln \frac{I}{I_0} = \int_{r,\phi} \mu(x,y) ds \tag{2.3}$$

โดย ค่า $\mu(x,y)$ เป็นค่าคงที่ของตัวกลางหนึ่งๆ ตรงจุด (x,y) ถ้า $\mu(x,y)$ มีค่าสูงแสดงว่าตัวกลางนั้นมีความหนาแน่นสูงและดูดกลืนรังสีเอ็กซ์ได้ดี ถ้ามีค่าต่ำแสดงว่าตัวกลางนั้นมีความหนาแน่นต่ำ และดูดกลืนรังสีเอ็กซ์ได้น้อย ถ้าสามารถคำนวณหาค่า $\mu(x,y)$ บนทุกๆจุดในระนาบได้ ก็จะสามารถสร้างภาพได้ด้วยการใช้ค่า $\mu(x,y)$ มาเรียงกันตามตำแหน่งบนระนาบจริงนั้น

$p(r,\phi)$ เรียกว่า เรย์ซัม หรือเรย์โปรเจคชัน (Ray-projection) หมายถึง การอินทิเกรท $\mu(x,y)$ ตามเส้นทางของรังสีเอ็กซ์ลำแคบที่มีโคออร์ดิเนต (r,ϕ) เมื่อ r คือ ระยะทางในแนวเคลื่อนตัด และ ϕ คือ มุมที่แนวรังสีเอ็กซ์ทำกับแกน y

หลักการสร้างภาพตัดขวางที่ง่ายที่สุด มีความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์น้อย และเป็นพื้นฐานสำคัญในการสร้างภาพของเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ คือ วิธีแบ็กโปรเจคชัน (Backprojection) วิธีการนี้เป็นการนำเอาค่าโปรเจคชันทั้งหมดมารวมกันบนทุกๆจุดตามเส้นทางของลำรังสีเอ็กซ์ ข้อมูลโปรเจคชันทั้งหมดหาได้โดย ให้ ϕ มีค่าคงที่ และให้รังสีเอ็กซ์เคลื่อนที่ตัดในแนวเส้นตรงไปในระนาบของร่างกายหรือตัวกลางใดๆ 1 ครั้ง จะได้เซตของเรย์ซัมหรือ $p(r,\phi)$ จำนวนหนึ่งสำหรับมุม ϕ นั้น เซตดังกล่าวนี้เรียกว่า โปรไฟล์ (Profile) หรือ โปรเจคชัน ทำการบิดแนวรังสีเอ็กซ์ไปจากแนวเดิมทีละ 1 องศา จนครบ 180 องศา จะได้ 180 โปรไฟล์

พิจารณารูปที่ 2.2 ซึ่งเป็นตัวอย่างของการสร้างภาพตัดขวางตามวิธีการแบ็กโปรเจคชัน โดยใช้ข้อมูลเพียง 2 โปรไฟล์ (หรือ 2 โปรเจคชัน) ซึ่งตั้งฉากกับแกน x และแกน y เมื่อนำโปรไฟล์ทั้งสองมาซ้อนทับกัน หรือแบ็กโปรเจคไปยังระนาบของภาพ จะเห็นว่าตรงตำแหน่งที่สอดคล้องกับตำแหน่งของวัตถุที่มีค่าสูงมากจะรวมกันหรือเสริมกันทำให้เด่นเป็นภาพของวัตถุขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ก) (ข)

รูปที่ 2.2 ตัวอย่างของการสร้างภาพตัดขวางตามวิธีการแบ็กโปรเจคชัน
(ก) โปรเจคชันของวัตถุในทิศทางที่ตั้งฉากกับแกน x และแกน y
(ข) การแบ็กโปรเจคข้อมูลโปรเจคชันไปยังระนาบของภาพ

การสร้างภาพอีกวิธีหนึ่งคือ คือการสร้างภาพด้วยเทคนิคอิทเทอเรชั่น (Iterative techniques) เทคนิคนี้ถูกนำไปใช้ในการแก้สมการเมทริกซ์ มานานแล้ว ต่อมาเฮานสฟิลด์ได้นำวิธีการนี้มาสร้างภาพตัดขวางของร่างกายผู้ป่วย หลักการของวิธีนี้เริ่มต้นด้วยการสมมุติค่าความหนาแน่นค่าหนึ่งซึ่งเป็นค่าคงที่ที่สัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของรังสีเอ็กซ์ในตัวกลาง แล้วทำการคำนวณค่าโปรเจคชันทั้งหมด นำค่าโปรเจคชันที่คำนวณได้นี้มาเปรียบเทียบกับค่าข้อมูลโปรเจคชันที่วัดได้ ซึ่งค่าความแตกต่างของข้อมูล 2 ข้อมูลนี้จะถูกใช้เพื่อหาค่าแก้สำหรับค่าความหนาแน่นนั้นในการทำซ้ำครั้งต่อไป การคำนวณการสร้างภาพโดยอาศัยเทคนิคอิทเทอเรชั่นนี้ สิ่งที่สำคัญคือการคำนวณหาค่าแก้ดังกล่าว ซึ่งสามารถทำได้หลายแบบโดยมีชื่อเรียกต่างกัน เช่น Algebraic Reconstruction Technique (ART), Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) และ Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) เป็นต้น ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 6

2.3.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก [3]

หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก หรือ Magnetic Resonance Imaging (MRI) เป็นเทคนิคการเกิดภาพหรือการสร้างภาพภายในวัตถุโดยอาศัยคุณสมบัติเฉพาะของนิวเคลียสของอะตอมที่เรียกว่า กำทอนแม่เหล็กนิวเคลียส (Nuclear Magnetic Resonance ; NMR) ซึ่งถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1946 โดยนักฟิสิกส์ 2 กลุ่ม คือ เพอร์เซล (Purcell) และคณะ กับ บล็อซ (Bloch) และคณะ ต่อมาในปี ค.ศ. 1973 เลาเตอร์เบอร์ (Lauterbur) เป็นบุคคลแรกที่สร้างภาพชิ้นบางๆ ของแฟนตอม (phantom) ที่ทำเป็นหลอดบรรจุน้ำขนาดเล็กโดยอาศัย NMR จนสำเร็จ หลังจากนั้น ค.ศ. 1976 แมนส์ฟิลด์ (Mansfield) และโมดส์เลย์ (Maudsley) ใช้ NMR เพื่อสร้างภาพมนุษย์ที่มีชีวิตได้เป็นครั้งแรกและพัฒนาจนกระทั่งสามารถสร้างภาพได้ตลอดทั้งตัว

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก ใช้หลักการสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ (Gradient magnetic field) ซึ่งมีกำลังลดหลั่นตามแนวยาวของร่างกายจากศีรษะไปปลายเท้า (แนวแกน Z) โดยมีกำลังสูงสุดทางด้านศีรษะ ซึ่งโปรตอน (นิวเคลียสของไฮโดรเจน) ภายใต้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สนามแม่เหล็กที่มีกำลังค่าหนึ่งก็จะมีความถี่เรโซแนนซ์ค่าหนึ่ง และความถี่เรโซแนนซ์จะสูงขึ้นเมื่อกำลังของสนามแม่เหล็กสูงขึ้น ดังนั้นเราจึงสามารถเลือกแถบของเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นโดยการใช้คลื่นวิทยุความถี่ที่ตรงกับความถี่เรโซแนนซ์ของแถบเนื้อเยื่อที่ต้องการได้ ซึ่งจะมีผลให้เกิดการหมุนควงของนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในแถบนั้น เช่น ความถี่ 42.6 MHz เป็นความถี่เรโซแนนซ์หรือความถี่ลามอร์ของนิวเคลียสของไฮโดรเจนที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กกำลัง 1 เทสลา และการเลือกกลุ่มเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นนั้นอาจทำได้อีกวิธีหนึ่งคือโดยเลื่อนสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์

หลังจากการกระตุ้นด้วยคลื่นวิทยุแล้ว จะทำการปิดสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวแกน Z และคลื่นวิทยุ ซึ่งเนื้อเยื่อในแถบที่ถูกกระตุ้นจะเริ่มปล่อยสัญญาณออก พร้อมกันนั้นจะสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์สนามที่สองขึ้นในแนวขวาง (ระนาบ XY) ซึ่งนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในบริเวณที่เคยถูกกระตุ้นและหมุนควงด้วยความถี่เรโซแนนซ์ค่าเดียวกันจะปรับตัวตามสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ พร้อมทั้งปล่อยสัญญาณคลื่นวิทยุออกมาซึ่งประกอบด้วยหลายความถี่ แต่ละความถี่หมายถึงค่าเรโซแนนซ์ของโปรตอนในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ และกำลังของคลื่นวิทยุในแต่ละความถี่ก็จะหมายถึงปริมาณของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อแต่ละแถบภายใต้สนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่นั้น

เมื่อทำซ้ำใหม่ตั้งแต่การปล่อยสนามแม่เหล็กในแนวยาว ปล่อยคลื่นวิทยุ และเปลี่ยนทิศของสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวขวาง แล้ววัดค่าของคลื่นวิทยุความถี่ต่างๆ ก็จะได้ข้อมูลอีกแนวหนึ่ง ซึ่งถ้าทำไปเรื่อยๆ ก็จะได้ข้อมูลในแนวต่างๆจำนวนหลายร้อยชุด เมื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาประมวลผลก็จะสามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อได้ ซึ่งวิธีการประมวลผลนั้นก็จะคล้ายกับ X-ray CT มาก

2.3.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ความต้านทานไฟฟ้า [4]

การวัดความต้านทานหรือการนำไฟฟ้าได้ถูกนำมาใช้ในการตรวจสอบวัตถุต่างๆ ในทางการแพทย์เช่น ใช้การวัดความต้านทางไฟฟ้าบริเวณทรวงอกแบบ 2 อิเล็กโทรดเพื่อวัดอัตราการหายใจสำหรับเฝ้าระวังการหยุดหายใจของทารกในระหว่างหลับ และเครื่องมือแบบ 4 อิเล็กโทรดสำหรับวัดการย่อยอาหาร

หลักการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้ความต้านทานไฟฟ้า คือการคำนวณหาค่าการกระจายของความต้านทานทางไฟฟ้าภายใน เพื่อนำข้อมูลที่คำนวณได้ไปสร้างเป็นภาพแสดงการกระจายของความต้านทานภายในวัตถุนั้น โดยใช้สีหรือระดับความเข้มเป็นตัวแสดงความแตกต่าง

เนื่องจากวัตถุที่มีสารหรือเนื้อเยื่อต่างชนิดกัน จะมีค่าความต้านทานจำเพาะที่แตกต่างกัน ดังนั้นเมื่อทำการจ่ายกระแสคงที่แล้ววัดค่าศักดาไฟฟ้าในแต่ละจุดโดยรอบผิววัตถุ ค่าศักดาไฟฟ้านั้นจะให้ผลที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่วัดและโครงสร้างภายในของวัตถุนั้น ค่าศักดาไฟฟ้านี้คล้ายกับการดูดซับของวัตถุแต่ละชนิดต่อรังสีเอ็กซ์ที่แตกต่างกัน นำค่าศักดาไฟฟ้านี้มาคำนวณหาค่าการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระจายของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุ และใช้ระดับความเข้มของสีในจอภาพคอมพิวเตอร์ ก็จะสามารถสร้างภาพตัดขวางแสดงโครงสร้างภายในวัตถุได้หรือร่างกายได้

เทคนิคการสร้างภาพของ EIT นี้มีอยู่หลายวิธี เช่น

- วิธี Perturbation วิธีการนี้ใช้หลักของการจ่ายศักดาไฟฟ้าคงที่ แล้ววัดค่ากระแส ทำการคำนวณหา perturbation matrix โดยการเปลี่ยนค่าความต้านจำเพาะของอิลิเมนต์ แล้วคำนวณหาค่าการเปลี่ยนแปลงของกระแสที่จุดวัดด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ (FEM) จากนั้นนำค่าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของกระแสจาก perturbation matrix ไปใช้คำนวณหาการกระจายของความต้านทานด้วยวิธีแบ็กโปรเจคชัน
- วิธี Double constraint วิธีการนี้แก้สมการของปัวซง (Poisson) โดยใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ร่วมกับวิธีการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต Neumann และ Dirichlet แล้วนำผลไปใช้ในการคำนวณปรับค่าความต้านทานจำเพาะ
- วิธี Backprojection between equipotential line มีหลักการคำนวณคล้ายกับวิธีแบ็กโปรเจคชันของ X-ray CT
- วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) วิธีการนี้ทำการคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิววัตถุด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ สลับกับการปรับค่าความต้านทานจำเพาะด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน

2.4 การสร้างภาพตัดขวางในกระบวนการทางอุตสาหกรรม (Industrial process tomography)

การประยุกต์ใช้เทคนิคการสร้างภาพตัดขวางมาใช้ในกระบวนการทางอุตสาหกรรม [1, 2, 5] เริ่มต้นและถูกเสนอขึ้นในปี 1970 โดยเริ่มต้นจากการใช้รังสีเอ็กซ์เป็นแหล่งกำเนิดของพลังงาน ซึ่งการใช้รังสีเอ็กซ์ในกระบวนการทางอุตสาหกรรมนี้ยังไม่เหมาะสมกับการใช้งานจริง เนื่องจากอุปกรณ์มีราคาสูงและความไม่ปลอดภัยต่อรังสีเอ็กซ์ นอกจากนี้วิธีการอื่นๆ ที่อาศัยหลักการแผ่รังสีหรือการกระจายคลื่น (Radiation) ยังไม่สามารถใช้ได้กับการตรวจสอบวัตถุที่มีลักษณะไม่คงที่ได้ ซึ่งหมายถึงไม่สามารถแสดงผลในลักษณะเวลาจริง (Real time) ได้ เนื่องจากคุณสมบัติของ exposure time

ต่อมา กลางปี 1980 มหาวิทยาลัย University of Manchester Institute of Science and Technology (UMIST) ได้พัฒนาระบบการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การวัดค่าความจุไฟฟ้าขึ้น ซึ่งใช้สำหรับการสร้างภาพตัดขวางการไหลของวัสดุ 2 ชนิดในท่อจากบ่อน้ำมัน เช่น ก๊าซ/น้ำมัน ซึ่งระบบนี้ได้เป็นจุดเริ่มต้นของระบบการสร้างภาพตัดขวางในทางอุตสาหกรรมในปัจจุบัน ในเวลาเดียวกันกลุ่มของ Morgantown Energy Technology Center แห่งสหรัฐอเมริกาได้ทำการออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบ ECT นี้สำหรับการวัดสัดส่วนการกระจายของ gas fluidized bed ระบบ ECT ของทั้งสองในขณะนั้นใช้ได้เฉพาะกับระบบที่ส่วนภายนอกไม่เป็นตัวนำทางไฟฟ้าเท่านั้น

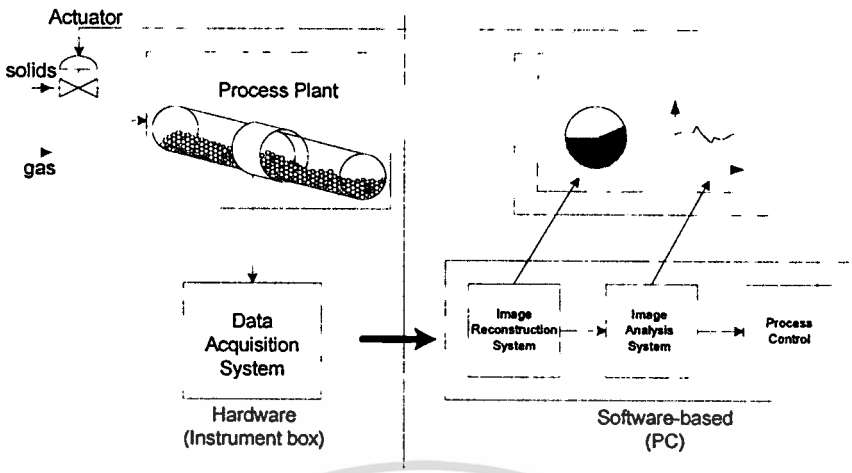
ในปัจจุบันได้มีผู้เสนอเทคนิคการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการต่าง ๆ เพิ่มขึ้น เพื่อใช้ในทางอุตสาหกรรมที่มีความซับซ้อนของกระบวนการและคุณสมบัติของสิ่งที่ตรวจสอบ เช่น หลักการอินฟราเรด(Infrared), Optical, PET, MRI, อัลตร้าโซนิค (Ultrasonic) หรือการวัดคุณสมบัติทางไฟฟ้า (Resistance, Capacitance และ Impedance) ซึ่งแต่ละหลักการเหล่านี้มีทั้งข้อได้เปรียบ ข้อเสียบเปรียบ และข้อจำกัดต่างๆกัน การเลือกหลักการต่างๆ ให้เหมาะกับการใช้งานจะขึ้นอยู่กับหลายๆ ปัจจัย เช่น คุณสมบัติทางกายภาพของสิ่งที่ตรวจสอบ ความละเอียดของภาพที่ต้องการ ราคาของอุปกรณ์ ทรัพยากรบุคคลในการทำงาน หรืออันตรายที่เกิดจากคุณสมบัติของเครื่องมือ เป็นต้น

จุดประสงค์ของการสร้างภาพตัดขวางของกระบวนการ (Process Tomography) มีลักษณะคล้ายกับจุดประสงค์ของการสร้างภาพตัดขวางในทางการแพทย์ เช่น การตรวจสอบร่างกายมนุษย์ แต่การสร้างภาพตัดขวางของกระบวนการถูกนำมาประยุกต์ใช้กับกระบวนการทางอุตสาหกรรม (Industrial Process) เช่น การตรวจสอบวัตถุภายในแท้งค์ (tank) หรือท่อ (pipe) โดยมีหลักการคือการใช้ชุดของเซ็นเซอร์ติดอยู่รอบ ๆ ภาชนะที่ภายในมีวัตถุที่ต้องการตรวจสอบอยู่ จะทำให้สามารถสร้างภาพการกระจายตัว ความเข้มข้นหรือการเคลื่อนตัวของวัตถุที่อยู่ภายในได้ ข้อมูลที่ได้จากการวัดจะถูกสร้างเป็นภาพ 2 มิติ หรือ 3 มิติ เพื่อใช้ในการสังเกตดู (monitoring) กระบวนการ, ตรวจสอบผลการผลิต, ตรวจสอบคุณภาพและประสิทธิภาพ หรือการส่งข้อมูลที่ถูกประมวลผลแล้วกลับไปควบคุมระบบ และยังสามารถนำข้อมูลเหล่านี้ไปใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของกระบวนการ และการออกแบบกระบวนการการทำงานให้มีประสิทธิภาพดีขึ้น

อย่างไรก็ตามเครื่องมือสร้างภาพตัดขวางในทางอุตสาหกรรมนี้จะต้องมีคุณลักษณะคือ ราคาถูก, การวัดมีความเร็วสูง, ระบบเซ็นเซอร์จะต้องไม่ทำให้เกิดรอยแตกหรือทำลายภาชนะหรือวัตถุที่กำลังตรวจสอบ (non-invasive) ซึ่งสามารถทำให้ใช้ได้กับกระบวนการที่มีการกัดกร่อนสูง และต้องไม่รบกวนหรือส่งผลกระทบต่อการทำงานของระบบ (non-intrusive) เช่น การไหลของน้ำมันในท่อ เป็นต้น

กระบวนการทางอุตสาหกรรมที่ถูกประยุกต์ใช้เช่น การขนส่งภายในท่อ (น้ำมัน ก๊าซ ของแข็ง หรือของไหล) stirred reactor หรือ กระบวนการการแยกและการผสม (mixer and separator) เป็นต้น ส่วนประกอบหลักของเครื่องมือการสร้างภาพตัดขวางทางอุตสาหกรรมโดยทั่ว ๆ ไป แสดงได้ดังรูปที่ 2.3 ซึ่งจะแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของเครื่องมือวัด (hardware) และส่วนของการประมวลผลข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือวัดแล้วแสดงผล (software) ส่วนของเครื่องมือวัดนั้นจะประกอบด้วย เซ็นเซอร์และสัญญาณควบคุม ส่วนของการประมวลผลข้อมูลจะประกอบด้วยการสร้างกลับของสัญญาณ, การแสดงผล และส่วนกำเนิดสัญญาณควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 องค์ประกอบโดยทั่วๆไปของเครื่องมือการสร้างภาพตัดขวางทางอุตสาหกรรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า
(Electrical Capacitance Tomography)

3.1 บทนำ

การจำลองการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้าภายในวัตถุ โดยทั่วไปสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน [6] คือ 1. ส่วนของการจำลองค่าความจุไฟฟ้า จากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต เช่น ค่าศักดาไฟฟ้า และค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง ซึ่งจะถูกเรียกว่า ปัญหาทางตรง (The direct problem) และ 2. ส่วนของการสร้างภาพกลับจากค่าความจุไฟฟ้านั้น หรือการสร้างภาพการกระจายของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางจากค่าศักดาไฟฟ้า และค่าความจุไฟฟ้า ซึ่งจะถูกเรียกว่า ปัญหาย้อนกลับ (The reverse problem) โดยในส่วนที่ 1 นั้นจะถูกอธิบายในบทที่ 4 และ ส่วนที่ 2 จะถูกอธิบายในบทที่ 5 และ 6 ต่อไป ในส่วนของบทนี้จะกล่าวถึงความหมายของการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากค่าความจุไฟฟ้า หลักการพื้นฐานและโครงสร้างของระบบ ECT รวมถึงได้ออกแบบรูปร่างของโมเดลที่ใช้ในการทดลองของงานวิจัยนี้ ซึ่งจะประกอบด้วยโมเดลแบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม

3.2 หลักการพื้นฐาน

การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า [7, 8] ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ดูลักษณะการกระจายของไดอิเล็กตริก (Dielectric) ภายในวัตถุในรูปแบบของภาพตัดขวาง 2 มิติ ในกระบวนการทางอุตสาหกรรม เช่น การไหลหรือการกระจายตัวของ gas/oil ในท่อส่งน้ำมัน กระบวนการการแยก/ผสมทางเคมี หรือสังเกตการเกิดของเปลวไฟ [9] เป็นต้น ข้อดีของระบบนี้คือ ไม่รบกวน หรือส่งผลกระทบต่อการไหลของระบบ มีความปลอดภัยสูง มีความเร็วในการสร้างภาพ เครื่องมือสร้างได้ง่าย มีราคาถูก และมีขนาดเล็กกว่าเมื่อเทียบกับ MRI หรือ X-ray CT

ระบบ ECT แตกต่างจากระบบ EIT คือ ระบบ EIT ใช้แสดงภาพตัดขวางภายในวัตถุโดยอาศัยความแตกต่างของค่าความต้านทานทางไฟฟ้า โดยการป้อนกระแสเข้าไปที่ผิวภายนอกของวัตถุแล้วใช้อิเล็กโทรดวัดศักดาโดยรอบ จากนั้นคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์ภายใน ที่ทำให้เกิดศักดาตกคร่อมโดยรอบนั้น ปัญหาของ EIT คืออิเล็กโทรดต้องสัมผัสโดยตรงกับตัวนำภายในวัตถุ ซึ่งไม่เหมาะกับการประยุกต์ใช้งานทางอุตสาหกรรม ที่โครงสร้างภายนอกวัตถุมีลักษณะเป็นฉนวนและยุ่งยากในการทำให้อิเล็กโทรดสัมผัสโดยตรงกับสารในวัตถุ

ระบบ ECT อาศัยการวัดความแตกต่างของค่าความจุไฟฟ้า ระหว่างแผ่นอิเล็กโทรดที่ติดอยู่รอบๆ วัตถุที่จะวัด ซึ่งความแตกต่างนี้เป็นผลมาจากความแตกต่างของค่าเพอมิตติวิตี ของสาร

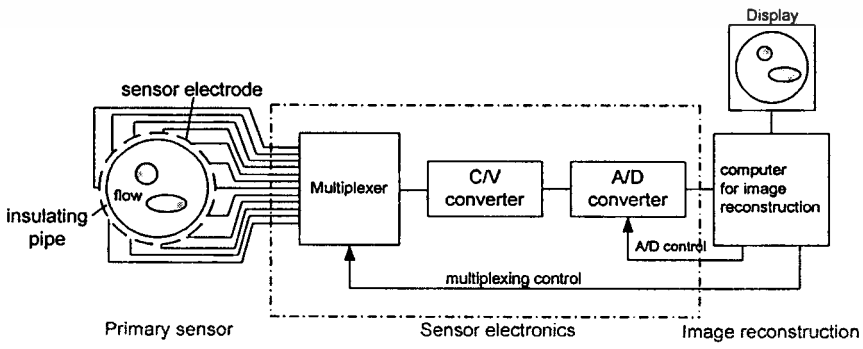
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

องค์ประกอบในวัตถุนั้นๆ และนำข้อมูลที่ได้จากการวัดนี้มาสร้างเป็นภาพตัดขวางแบบ 2 มิติ แสดงถึงความแตกต่างของค่าเพอมิตติวิตีของบรรจุภัณฑ์ ด้วยขั้นตอนการสร้างภาพต่างๆที่เหมาะสม ดังนั้นทำให้สามารถใช้ได้กับวัตถุที่ภายนอกเป็นฉนวน และอิเล็กโทรดไม่ต้องสัมผัสโดยตรงกับสารภายในวัตถุได้ วัตถุนี้จะมีลักษณะเป็นฉนวนทางไฟฟ้าหรือมีค่าความเป็นตัวนำทางไฟฟ้าต่ำ

ระบบ ECT เดิมถูกพัฒนาในรูปแบบของโมเดลที่เป็นภาคตัดขวางแบบวงกลม แต่เนื่องจากต้องการตรวจสอบวัตถุเช่น industrial boilers หรือ circulating fluidised beds ในอุตสาหกรรมเฉพาะด้านที่ต้องใช้โมเดลที่เป็นแบบสี่เหลี่ยม จึงมีผู้เสนอระบบ ECT ด้วยโมเดลที่เป็นแบบสี่เหลี่ยม [10] ข้อดีประการหนึ่งคือสามารถใช้วิธีผลต่างจำกัด ในการคำนวณหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้า ทำให้ลดความยุ่งยากและเวลาที่ในการคำนวณลงได้มาก ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาและทดลองใช้โมเดลทั้ง 2 แบบคือ แบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม จำลองการสร้างภาพตัดขวางโดยกำหนดรูปแบบการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีที่แตกต่างกันและคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของระบบทั้งหมด จากนั้นใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration และอัลกอริธึมเชิงพีชคณิตในการสร้างภาพกลับ นอกจากนี้ยังได้แสดงให้เห็นว่าสามารถใช้วิธี thresholding ในการลดส่วนของ grey level ระดับต่ำ ๆ ลง ทำให้ภาพที่ได้ใกล้เคียงกับภาพจำลองมากขึ้น

3.3 โครงสร้างของระบบ ECT

ระบบ ECT พื้นฐาน [1] จะประกอบไปด้วย 3 ส่วนใหญ่ๆ คือ ส่วนแรกเป็นส่วนของเซ็นเซอร์ที่ติดอยู่กับส่วนที่จะวัด (Primary sensor) ซึ่งประกอบไปด้วย อิเล็กโทรดและส่วนที่ใช้ป้องกันสนามไฟฟ้าจากภายนอกต่าง ๆ ซึ่งเรียกว่า earth screen อิเล็กโทรดของระบบ ECT โดยส่วนใหญ่จะถูกติดอยู่ด้านนอกของส่วนที่ต้องการตรวจสอบ ส่วนที่สองคือ ส่วนที่ใช้วัดค่าความจุไฟฟ้า และเปลี่ยนค่าเหล่านี้ไปเป็นข้อมูลทางดิจิตอล และส่วนเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ ส่วนที่สาม คือ ส่วนที่ใช้ในการสร้างภาพกลับที่สัมพันธ์กับค่าที่วัดได้ โดยทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์ (Image reconstruction computer) โดยระบบทั้งหมดแสดงได้ดังรูปที่ 3.1

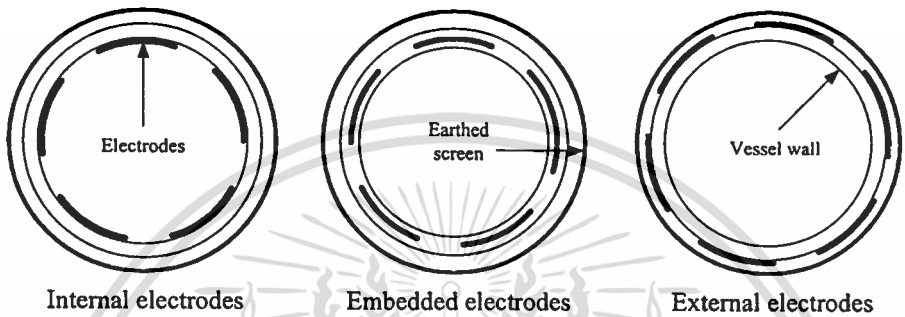


รูปที่ 3.1 แสดงระบบพื้นฐานของ ECT

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลักษณะการติดอิเล็กโทรด [6, 11] ลงในส่วนที่จะวัด ตัวอย่างเช่น ท่อ ของระบบ ECT สามารถแบ่งได้เป็น 3 แบบใหญ่ๆ แสดงได้ดังรูปที่ 3.2 และข้อดีข้อเสียของแต่ละแบบแสดงได้ดังตารางที่ 3.1

1. ติดอยู่ด้านในของท่อ (Internal electrodes)
2. ฝังอยู่ภายในของท่อ (Embedded electrodes)
3. ติดอยู่ด้านนอกของท่อ (External electrode)



รูปที่ 3.2 ลักษณะการติดอิเล็กโทรดลงในส่วนที่จะวัด

ตารางที่ 3.1 แสดงข้อดีและข้อเสียของการติดอิเล็กโทรดแต่ละแบบ

แบบที่	ข้อดี	ข้อเสีย
1	- วัสดุที่ใช้ทำท่อไม่มีผลต่อค่าความจุไฟฟ้า - ระบบมีความไวต่อค่าความจุไฟฟ้าสูง - วัสดุที่ใช้ทำท่อสามารถเป็นตัวนำไฟฟ้า	- อิเล็กโทรดอาจถูกกัดกร่อน - รบกวนการไหลของระบบ - ยากต่อการสร้าง
2	- ไม่รบกวนการไหลของระบบ - อิเล็กโทรดมีความแข็งแรง - อิเล็กโทรดไม่สัมผัสกับวัตถุ (วัตถุไม่เสียหาย)	- วัสดุที่ใช้ทำท่อมีผลต่อค่าความจุไฟฟ้า - ระบบมีความไวต่อค่าความจุไฟฟ้าต่ำ - วัสดุที่ใช้ทำท่อต้องเป็นฉนวนทางไฟฟ้า - ยากต่อการสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

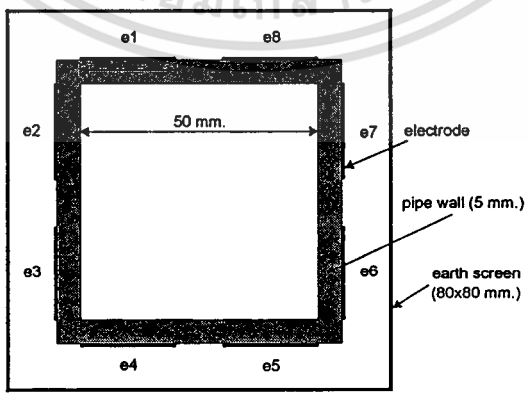
แบบที่	ข้อดี	ข้อเสีย
3	- ไม่รบกวนการไหลของระบบ - ง่ายต่อการสร้าง - ราคาถูก - อิเล็กโทรดไม่สัมผัสกับวัตถุ (วัตถุไม่เสียหาย)	- ระบบมีความไวต่อค่าความจุไฟฟ้าต่ำ - วัสดุที่ใช้ทำท่อมีผลต่อค่าความจุไฟฟ้า - วัสดุที่ใช้ทำท่อต้องเป็นฉนวนทางไฟฟ้า

3.4 รูปร่างของโมเดลในการทดลอง

ระบบ ECT โดยส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปแบบที่ 3 เนื่องจากความง่ายต่อการสร้าง และอิเล็กโทรดไม่ต้องสัมผัสโดยตรงกับวัตถุ ทำให้วัตถุไม่เสียหายและไม่รบกวนต่อการไหลของระบบ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้การติดอิเล็กโทรดในรูปแบบที่ 3 และใช้โมเดลในการทดลอง 2 แบบคือ เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม และเซ็นเซอร์แบบวงกลม ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

3.4.1 เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมแสดงได้ดังรูปที่ 3.3 โดยจะประกอบด้วยอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด (e1-e8) ขนาดกว้าง 20 มม. วางห่างกัน 10 มม. และวางอยู่ติดกับส่วนนอกของกรอบด้านใน (pipe wall) ที่มีขนาดความหนา 5 มม. กรอบด้านนอก (earth screen) ทำจากทองแดง ล้อมรอบเซ็นเซอร์โดยมีขนาด 80 x 80 มม. ตัวเลขที่ใช้กำกับบนตัวอิเล็กโทรดกำหนดให้เป็นแบบทวนเข็มนาฬิกา



รูปที่ 3.3 รูปเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและลักษณะของตำแหน่งอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด บนภาพตัดขวาง 2 มิติของวัตถุ

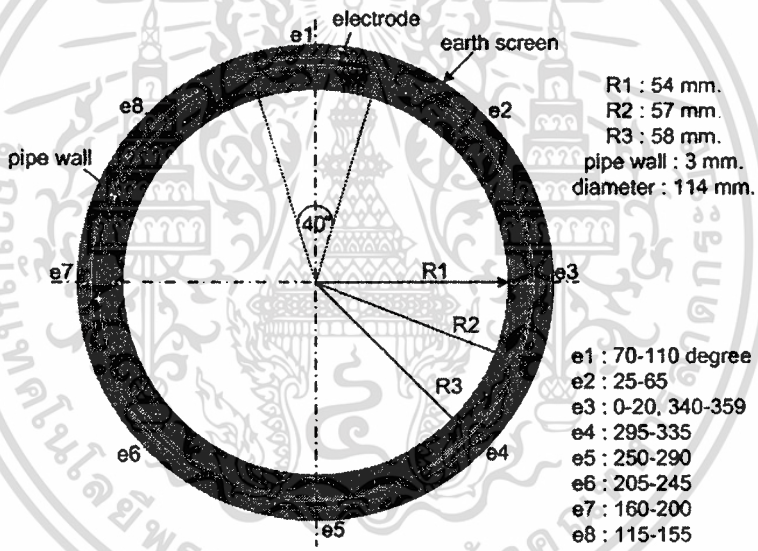
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

กรอบด้านในทำมาจากอีพ็อกซี่เรซิ่น (Epoxy resin) โดยมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 3.7 ในช่องว่างระหว่างกรอบด้านในและกรอบด้านนอกถูกบรรจุด้วยก๊าซ ซึ่งมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 1 ค่าเพอมิตติวิตีของส่วนประกอบต่างๆเหล่านี้จะถูกกำหนดลงในส่วนของการคำนวณค่าความจุไฟฟ้า

3.4.2 เซ็นเซอร์แบบวงกลม

เซ็นเซอร์แบบวงกลมแสดงได้ดังรูปที่ 3.4 โดยจะประกอบด้วยอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด ซึ่งแต่ละอิเล็กโทรดจะทำมุมกับจุดศูนย์กลางเท่ากับ 40 องศา และวางติดอยู่กับส่วนนอกของกรอบด้านใน (pipe wall) ที่มีขนาดความหนา 3 มม. โดยมีตำแหน่งต่างๆดังรูป ขนาดของรัศมี R1 เท่ากับ 54 มม. ขนาดของ R2 เท่ากับ 57 มม. และขนาดของ R3 เท่ากับ 58 มม. กรอบด้านนอก (earth screen) ทำจากทองแดงล้อมรอบเซ็นเซอร์ ตัวเลขที่ใช้กำกับบนตัวอิเล็กโทรดกำหนดให้เป็นแบบตามเข็มนาฬิกา



รูปที่ 3.4 รูปเซ็นเซอร์แบบวงกลมและลักษณะของตำแหน่งอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรด บนภาพตัดขวาง 2 มิติของวัตถุ

กรอบด้านในทำมาจากวัสดุ PVC (polyvinyl chloride) โดยมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 2.7 และในช่องว่างระหว่างกรอบด้านในและกรอบด้านนอกจะถูกบรรจุด้วยอีพ็อกซี่เรซิ่น ซึ่งมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 3.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

50967

3.5 รูปแบบการวัดค่าความจุไฟฟ้า

วิธีการหาค่าความจุไฟฟ้าในระบบ ECT ทำได้โดยให้อิเล็กโทรดเพียง 1 อิเล็กโทรดเป็นแหล่งจ่ายไฟบวก เรียกว่าอิเล็กโทรดตัวส่ง (source electrode) และให้อิเล็กโทรดส่วนที่เหลือเรียกว่าอิเล็กโทรดตัวรับ (detecting electrode) และกรอบด้านนอกต่อลงดิน (ground) จากนั้นหาค่าความจุไฟฟ้าระหว่างคู่อิเล็กโทรดต่างๆ ในลำดับดังต่อไปนี้ คือ ให้อิเล็กโทรดที่ 1 เป็นอิเล็กโทรดตัวส่ง และให้อิเล็กโทรดส่วนที่เหลือและกรอบด้านนอกต่อลงดิน แล้วทำการหาค่าความจุไฟฟ้าระหว่างคู่อิเล็กโทรด 1-2, 1-3,..., 1-8 จากนั้นให้อิเล็กโทรดที่ 2 เป็นอิเล็กโทรดตัวส่ง และให้อิเล็กโทรดส่วนที่เหลือและกรอบด้านนอกต่อลงดิน แล้วทำการหาค่าความจุไฟฟ้าระหว่างคู่ 2-3, 2-4,..., 2-8 จากนั้นทำการหาค่าด้วยขั้นตอนเช่นเดียวกันจนถึงคู่ 7-8 จนได้ค่าความจุทางไฟฟ้าทั้งหมด 28 ค่า ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายตัวของตัวกลางภายในวัตถุ

จำนวณคู่ของการหาค่าความจุไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับจำนวนของคู่อิเล็กโทรด โดยถ้ามีอิเล็กโทรดจำนวน N อิเล็กโทรดแล้ว จำนวนคู่ของการหาค่าความจุไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการคือ

$$M = \frac{N(N-1)}{2} \tag{3.1}$$

โดย M คือ จำนวนคู่ของการหาค่าความจุไฟฟ้า ในงานวิจัยนี้มีจำนวนอิเล็กโทรดทั้งหมด 8 อิเล็กโทรด ดังนั้นจำนวนคู่ของการหาค่าความจุไฟฟ้าทั้งหมด คือ 28 คู่

เนื่องจากในงานวิจัยนี้เป็นการจำลองการสร้างภาพตัดขวางความจุไฟฟ้า ดังนั้นค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรดเหล่านี้จะถูกใช้เป็นข้อมูลสำหรับการสร้างภาพตัดขวางต่อไป ซึ่งเป็นการแทนการสร้างเครื่องมือวัดค่าความจุไฟฟ้าจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

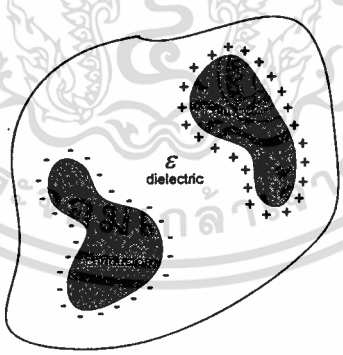
บทที่ 4
การจำลองค่าความจุไฟฟ้า
(Capacitance Simulation)

4.1 บทนำ

เนื่องจากในงานวิจัยนี้เป็นการจำลองค่าความจุไฟฟ้าแทนการสร้างเครื่องมือวัดจริง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงความหมายของค่าความจุไฟฟ้าเบื้องต้น และจากนั้นจะได้กล่าวถึง วิธีการจำลองค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม ซึ่งจะประกอบด้วย การคำนวณค่าการกระจายศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างจำกัด และวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ และการคำนวณค่าความจุไฟฟ้าจากค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้านั้น

4.2 ค่าความจุไฟฟ้า (Capacitance)

ตัวนำสองตัวนำใดๆ เมื่อถูกแยกหรือถูกขั้นด้วยวัสดุที่เป็นฉนวนทางไฟฟ้าดังรูปที่ 4.1 จะมีค่าความจุไฟฟ้าระหว่างตัวนำนั้น เมื่อป้อนค่าศักดาไฟฟ้าระหว่างตัวนำทั้งสองจะเกิดประจุบวกขึ้นที่ตัวนำหนึ่ง และจะเกิดประจุลบขึ้นที่ตัวนำอีกตัวหนึ่ง ค่าความจุไฟฟ้าจะถูกนิยามว่าเป็นอัตราส่วนระหว่างค่าสัมบูรณ์ของประจุไฟฟ้าและค่าสัมบูรณ์ของค่าศักดาไฟฟ้าที่ป้อนนั้น [12, 13] แสดงได้ดังสมการที่ (4.1)



รูปที่ 4.1 รูปแสดงตัวนำสองตัวใดๆ เมื่อวางอยู่ในวัสดุที่เป็นฉนวนทางไฟฟ้า

$$C = \frac{Q}{V} \tag{4.1}$$

โดย C คือ ค่าความจุไฟฟ้ามีหน่วยเป็นฟารัด (farad ; F), Q คือ ค่าประจุไฟฟ้าบนแผ่นอิเล็กโทรดในงานวิจัยนี้ และ V คือ ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าความจุไฟฟ้าจะไม่ขึ้นอยู่กับค่าประจุไฟฟ้าและค่าศักดาไฟฟ้า เนื่องจากเมื่อเพิ่มค่าศักดาไฟฟ้าที่ป้อนให้ จะมีผลทำให้ประจุไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ดังนั้นอัตราส่วนของปริมาณทั้งสองจึงมีค่าคงที่ แต่ค่าความจุไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับลักษณะทางกายภาพของตัวนำและค่าเพอมิตติวิตีของวัสดุที่เป็นตัวกลาง

ค่าเพอมิตติวิตี (ε) แสดงได้ดังสมการที่ (4.2)

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \tag{4.2}$$

โดย ε_0 คือ ค่าเพอมิตติวิตีของอวกาศอิสระ (Permittivity of free space) มีค่าเท่ากับ 8.854×10^{-12} F/m และ ε_r คือ ค่าเพอมิตติวิตีสัมพัทธ์ของวัสดุ (Relative permittivity) หรือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของวัสดุ (Dielectric constant) โดยไม่มีหน่วย

4.3 วิธีการจำลองค่าความจุไฟฟ้า

การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้านั้นจำเป็นต้องมีข้อมูลค่าความจุไฟฟ้าที่สัมพันธ์กับการกระจายตัวของสารองค์ประกอบของวัตถุนั้น ข้อมูลค่าความจุไฟฟ้านี้สามารถได้มาโดยการสร้างเครื่องมือวัดค่าความจุไฟฟ้าจริง หรือการจำลองค่าความจุไฟฟ้าโดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีการจำลองค่าความจุไฟฟ้าเพื่อวัตถุประสงค์คือ ง่ายต่อการพิสูจน์ความเป็นไปได้ของการสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า และง่ายต่อการทดสอบประสิทธิภาพของกระบวนการการสร้างภาพตัดขวาง

การจำลองค่าความจุไฟฟ้าในงานวิจัยนี้คือ การคำนวณค่าความจุไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของเซ็นเซอร์และรูปแบบการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีที่ถูกกำหนดขึ้นในรูปแบบต่างๆ ขั้นตอนการจำลองค่าความจุไฟฟ้าสามารถแบ่งได้ 3 ขั้นตอนคือ

1. ออกแบบโมเดลของระบบ ECT
2. กำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตี
3. คำนวณค่าความจุไฟฟ้า

ในขั้นตอนที่ 1 นั้นได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 ส่วนขั้นตอนที่ 2 จะเกี่ยวข้องกับการกำหนดรูปแบบการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีซึ่งใช้ในการคำนวณค่าความจุไฟฟ้าสำหรับเป็นภาพทดสอบ ซึ่งจะได้กล่าวถึงในบทของการทดลอง ดังนั้นในหัวข้อถัดไปจะเกี่ยวข้องกับขั้นตอนที่ 3 โดยขั้นตอนเหล่านี้จะมีวิธีการคำนวณที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับรูปร่างของโมเดล

ค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรดสามารถหาได้โดยใช้สมการที่ (4.1) โดยการคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้าที่กระจายอยู่บนแผ่นอิเล็กโทรดตัวรับ [8] แต่เนื่องจากโดยทั่วไปเราไม่สามารถทราบค่าการกระจายของประจุไฟฟ้านั้นล่วงหน้าได้ และข้อมูลเบื้องต้นที่มีอยู่คือ ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระหว่างคู่อิเล็กโทรดซึ่งจะเท่ากับค่าศักดาไฟฟ้าที่ป้อน และค่าเพอมิตติวิตีซึ่งจะถูกกำหนดขึ้น ดังนั้นค่าการกระจายของประจุไฟฟ้าสามารถหาได้จากค่าความเข้มสนามไฟฟ้า แสดงได้ดังสมการ

$$Q = \oint_S D.dS = \oint_S \varepsilon E.dS \tag{4.3}$$

โดย D คือ ความหนาแน่นฟลักซ์สนามไฟฟ้า (Electric flux density), E คือ ความเข้มสนามไฟฟ้า (Electric field intensity) และ S คือ พื้นผิวของเกาส์ (Gaussian Surface) สมการที่ (4.3) คือสูตรคณิตศาสตร์ของเกาส์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าค่าประจุไฟฟ้าบนแผ่นอิเล็กโทรดสามารถหาได้โดยการอินทิเกรทบนพื้นผิวปิดล้อมรอบอิเล็กโทรดที่ซึ่งมีสนามไฟฟ้าผ่านพื้นผิวเล็กๆ (dS) ค่าความเข้มสนามไฟฟ้าหาได้โดยความสัมพันธ์ดังนี้คือ

$$E = -\nabla\phi \tag{4.4}$$

โดย ∇ คือ ตัวปฏิบัติการเวคเตอร์ และ ϕ คือ ค่าศักดาไฟฟ้า สมการที่ (4.4) เรียกว่า เกรเดียนต์ (Gradient) ของฟังก์ชันศักดาไฟฟ้า นั่นคือถ้าสามารถคำนวณหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าได้ ก็สามารถคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าได้เช่นกัน ดังนั้นการคำนวณหาค่าความจุไฟฟ้าจึงมีขั้นตอนดังนี้คือ คำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าภายในวัตถุ จากนั้นคำนวณค่าการกระจายของประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดตัวรับโดยใช้กฎของเกาส์ และคำนวณค่าความจุไฟฟ้าด้วยสมการที่ (4.1)

การหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าอธิบายได้ดังนี้ จากสมการที่ (4.1)-(4.4) จะเห็นว่าจะเกี่ยวข้องกับปัญหาทางสนามไฟฟ้า ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยสมการของปัวซง (Poisson's equation) โดยมีความหนาแน่นประจุในตัวกลางเท่ากับศูนย์หรือเรียกว่าสมการของลาปลาซ (Laplace's equation) [12, 13] ซึ่งสมการคือ

$$\nabla.[\varepsilon_0\varepsilon_r(x,y)\nabla\phi(x,y)] = 0 \tag{4.5}$$

โดย $\varepsilon_r(x,y)$ คือ ค่าเพอมิตติวิตีสัมพัทธ์ของวัสดุในแบบ 2 มิติ และ $\phi(x,y)$ คือ ค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าแบบ 2 มิติ สมการที่ (4.5) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสองแบบเอลลิปติก (elliptic) ซึ่งใช้ในการหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้า แต่เนื่องจากลักษณะทางกายภาพของโมเดลและอิเล็กโทรดทำให้การคำนวณหาผลเฉลยของสมการที่ (4.5) ด้วยวิธีการวิเคราะห์ (Analytical method) นั้นเป็นไปได้ยาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการคำนวณเชิงเลข (Numerical method) เพื่อหาผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้อยู่ด้วยกัน 2 วิธีคือ วิธีผลต่างจำกัด และวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ โดยวิธีผลต่างจำกัดนั้นจะถูกใช้กับโมเดลของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม เนื่องจากรูปร่างของตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรอบและอิเล็กโทรดเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่สมมาตร และใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์กับโมเดลของเซ็นเซอร์แบบวงกลม เนื่องจากรูปร่างของตัวกรอบและอิเล็กโทรดมีความซับซ้อนมากกว่า และการคำนวณนั้นจะถูกคำนวณในแบบ 2 มิติ

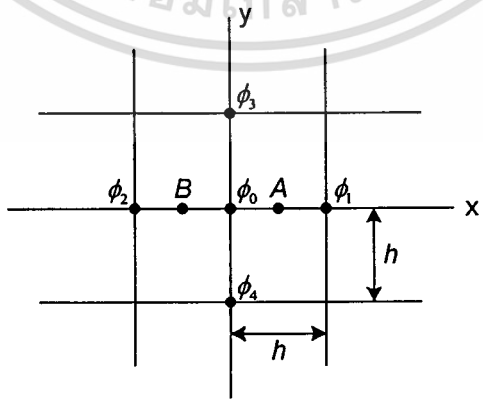
ในหัวข้อถัดไปเป็นการอธิบายถึงขั้นตอนการคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้า ค่าการกระจายของประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดและค่าความจุไฟฟ้าโดยแยกอธิบายตามลักษณะรูปร่างของโมเดล

4.4 การคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

ในการคำนวณค่าความจุไฟฟ้านั้น ทำได้โดยการกำหนดค่าการกระจายของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง เช่น น้ำมัน ก๊าซ และวัสดุที่ใช้ทำกรอบลงในโมเดล ซึ่งทำให้เกิดเป็นปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบเอกพันธ์ (homogeneous) และแบบไม่เอกพันธ์ (non-homogeneous) ของสมการที่ (4.5) การแก้สมการหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่สอดคล้องกับปัญหาเงื่อนไขขอบเขตทั้งสองนี้ด้วยวิธีผลต่างจำกัด [14] สามารถอธิบายได้ดังนี้

4.4.1 การคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างจำกัด

หลักการของวิธีผลต่างจำกัดสำหรับหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าในสมการที่ (4.5) คือ เริ่มจากการแบ่งพื้นที่ภาคตัดขวางของบริเวณที่ต้องการทราบค่าศักดาไฟฟ้าออกเป็นช่องๆ โดยมีขนาดความกว้าง h ในทิศทางของแกน x และแกน y ส่วนหนึ่งของบริเวณดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 ช่องเหล่านี้จะประกอบกันขึ้นเป็นตาราง ซึ่งเชื่อมต่อกันที่จุดต่อ (gird point) ที่อยู่ในตำแหน่งที่ต่างๆกัน จุดต่างๆเหล่านี้คือจุดที่เราจะคำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณ หรือก็คือค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้านั่นเอง จากนั้นคือการแปลงสมการที่ (4.5) ให้อยู่ในรูปของค่าศักดาไฟฟ้าที่ไม่รู้ค่าที่จุดต่อ ตัวอย่างเช่น $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3$ และ ϕ_4



รูปที่ 4.2 ส่วนหนึ่งของบริเวณสนามไฟฟ้าแบบ 2 มิติ แบ่งออกเป็นสี่เหลี่ยมที่มีขนาดความกว้าง h

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีของเงื่อนไขขอบเขตแบบเอกพันธ์ สมการที่ (4.5) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอนุพันธ์ย่อยอันดับสองได้คือ

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} \tag{4.6}$$

จากรูปที่ 4.2 ค่าโดยประมาณของอนุพันธ์ย่อยที่จุด A และ B คือ

$$\frac{\partial\phi(A)}{\partial x} = \frac{\Delta\phi(A)}{\Delta x} = \frac{\phi_1 - \phi_0}{h} \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial\phi(B)}{\partial x} = \frac{\Delta\phi(B)}{\Delta x} = \frac{\phi_0 - \phi_2}{h} \tag{4.8}$$

ดังนั้นค่าโดยประมาณที่จุด ϕ_0 คือ

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_1 + \phi_2 - 2\phi_0}{h^2} \tag{4.9}$$

และในทำนองเดียวกัน

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \frac{\phi_3 + \phi_4 - 2\phi_0}{h^2} \tag{4.10}$$

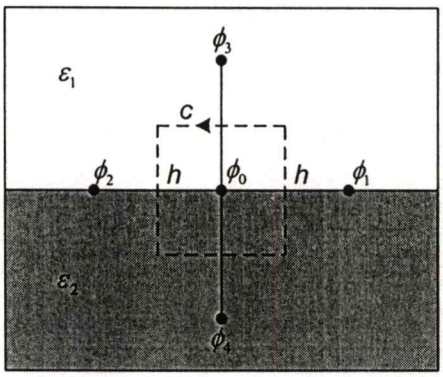
จากสมการที่ (4.9) และ (4.10) สมการของลาปลาซโดยประมาณแบบ 2 มิติแสดงได้โดย

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \frac{\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 - 4\phi_0}{h^2} = 0 \tag{4.11}$$

นั่นคือ สมการที่ (4.11) จะใช้แทนลงในจุดสำหรับบริเวณของตัวกลางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบเอกพันธ์ ในกรณีของเงื่อนไขขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์ หรือขอบเขตของตัวกลางไม่เป็นเนื้อเดียวกันดังรูปที่ 4.3 ซึ่งแสดงเพียง 2 ตัวกลาง สามารถอธิบายได้ดังนี้คือ จากกฎของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้า และเนื่องจากไม่มีประจุในบริเวณที่ถูกล้อมรอบด้วยพื้นผิว S จะได้สมการคือ

$$\oint_S \varepsilon E.dS = Q = 0 \tag{4.12}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 รูปแสดงลักษณะขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์ระหว่าง 2 ตัวกลางคือ ε_1 และ ε_2

แทนค่า $E = -\nabla\phi$ จะได้

$$\oint_S \varepsilon \nabla\phi . dS = \oint_C \varepsilon \nabla\phi . dC = \oint_C \varepsilon \frac{\partial\phi}{\partial n} dc = 0 \tag{4.13}$$

เนื่องจากในงานวิจัยนี้ เป็นการคำนวณแบบ 2 มิติ นั่นคือค่าศักดาไฟฟ้าจะไม่เปลี่ยนแปลงตามแนวแกน z ทำให้สมการที่ (4.13) ถูกแทนด้วยเส้นวงปิด C (contour C) และ $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ แทนอนุพันธ์เชิงตั้งฉาก (Normal derivative) ของศักดาไฟฟ้าบนเส้นวงปิด C

ประมาณค่าอินทิเกรท $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ ตามเส้นของเส้นวงปิด C จะได้

$$\begin{aligned}\oint_C \frac{\partial\phi}{\partial n}(\varepsilon dc) = {} & \frac{\phi_1 - \phi_0}{h}\left(\varepsilon_2 \frac{h}{2} + \varepsilon_1 \frac{h}{2}\right) + \frac{\phi_3 - \phi_0}{h}(\varepsilon_1 h) \\ & + \frac{\phi_2 - \phi_0}{h}\left(\varepsilon_1 \frac{h}{2} + \varepsilon_2 \frac{h}{2}\right) + \frac{\phi_4 - \phi_0}{h}(\varepsilon_2 h)\end{aligned} \tag{4.14}$$

จัดเรียงสมการที่ (4.14) ใหม่ จะได้

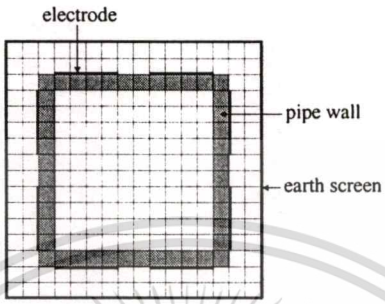
$$2\varepsilon_1\phi_3 + 2\varepsilon_2\phi_4 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\phi_1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\phi_2 - 4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\phi_0 = 0 \tag{4.15}$$

นั่นคือ สมการที่ (4.15) จะใช้แทนลงในจุดสำหรับบริเวณของตัวกลางที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีผลต่างจำกัด

ขั้นตอนที่หนึ่ง แบ่งพื้นที่หน้าตัดของระบบวัดให้เป็นตาราง โดยมีความกว้างและความยาวของตารางเท่ากัน ดังรูปที่ 4.4 และแทนแต่ละจุดของตารางด้วยโหนดของศักดาไฟฟ้า คือ ϕ_1 , ϕ_2 ถึง ϕ_n โดยในงานวิจัยนี้ได้แบ่งตารางที่มีความกว้างและความยาวเท่ากัน เท่ากับ 1.25 มม. ซึ่งจะได้จำนวนโหนด (n) ทั้งหมด 4221 โหนด



รูปที่ 4.4 แสดงการแบ่งตัวเซ็นเซอร์ออกเป็นตารางด้วยความกว้างและความยาวที่เท่ากัน

ขั้นตอนที่สอง แทนค่าสมการของวิธีผลต่างจำกัดไปที่โหนดต่างๆ ที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด ตามลักษณะของเงื่อนไขขอบเขตของตัวกลาง และแทนค่าของศักดาไฟฟ้าที่ทราบค่าของแต่ละโหนด ซึ่งจะได้ระบบสมการตามจำนวนโหนดที่ไม่ทราบค่า และเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ คือ

$$[A][\phi] = [B] \tag{4.16}$$

โดย $[A]$ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง $[\phi]$ คือ เมตริกซ์ตัวแปรของค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่า และ $[B]$ คือ เมตริกซ์ค่าศักดาไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรดต่างๆ

ขั้นตอนที่สาม แก้ระบบสมการเพื่อหาค่าของ ϕ ด้วยวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล (Gauss-Seidel Method) [15]

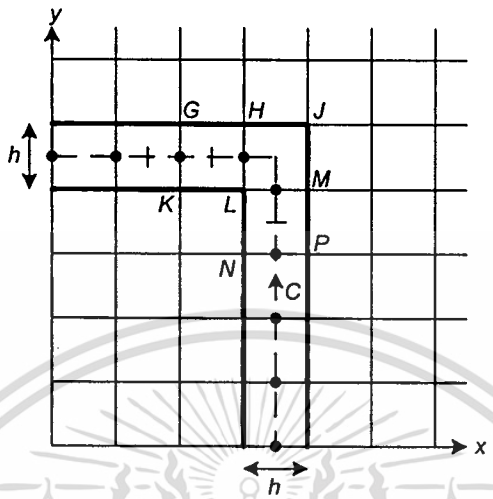
4.4.3 การหาค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

ค่าความจุไฟฟ้าสามารถหาได้โดยการหาค่าของประจุที่อยู่บนอิเล็กโทรดตัวรับ โดยใช้กฎของเกาส์ และในการคำนวณแบบ 2 มิติ พื้นผิวที่ปิดล้อมรอบอิเล็กโทรดตัวรับ S จะถูกแทนด้วยเส้นวงปิด C นั่นคือจะได้

$$-\oint_S \varepsilon \nabla \phi . dS = -\oint_C \varepsilon \nabla \phi . dC = -\oint_C \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial n} dc = Q \tag{4.17}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย Q คือ ประจุที่อยู่บนอิเล็กโทรดตัวรับต่อหน่วยความยาว และ $\nabla\phi.dC$ จะถูกแทนด้วยอนุพันธ์เชิงตั้งฉาก $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ ที่อินทิเกรทตามเส้นของเส้นวงปิด C ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 รูปแสดงเส้นทางของเส้นวงปิด C ที่ล้อมรอบอิเล็กโทรดเพื่อใช้ในการหาค่าประจุไฟฟ้า

จากสมการที่ (4.17) ค่าประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดหาได้โดย

$$\varepsilon\left(\frac{\phi_P-\phi_N}{h}\right)h+\varepsilon\left(\frac{\phi_M-\phi_L}{h}\right)h+\varepsilon\left(\frac{\phi_H-\phi_L}{h}\right)h+\varepsilon\left(\frac{\phi_G-\phi_K}{h}\right)h+\ldots=-Q \qquad (4.18)$$

เมื่อได้ค่าของประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดตัวรับแล้ว ค่าความจุไฟฟ้าต่อหน่วยความยาวของคู่อิเล็กโทรด จะหาได้โดยสมการที่ 4.1

4.5 การคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

ขั้นตอนการคำนวณค่าความจุไฟฟ้าของโมเดลแบบวงกลมนั้น มีขั้นตอนที่เหมือนกับโมเดลแบบสี่เหลี่ยมคือ เริ่มจากการคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าภายในเซ็นเซอร์ จากนั้นคือการคำนวณค่าการกระจายของประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดตัวรับ และใช้สมการที่ (4.1) คำนวณค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด ส่วนที่แตกต่างกันคือ วิธีการคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้า ซึ่งจะใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ เนื่องจากรูปร่างของโมเดล รวมถึงลักษณะการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางมีความซับซ้อนมากกว่าโมเดลแบบสี่เหลี่ยม ดังนั้นวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์จึงถูกใช้ในการประมาณค่าของผลเฉลยหรือประมาณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้า ซึ่งให้ความถูกต้องและแม่นยำของผลเฉลยมากกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5.1 การคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

หลังจากกำหนดค่าการกระจายของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง ด้วยวิธีเดียวกันกับโมเดลแบบสี่เหลี่ยมแล้ว จะเกิดเป็นเงื่อนไขขอบเขตเช่นเดียวกัน แต่หลักการ การหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์นั้นจะแตกต่างกัน

หลักการของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ [16, 17, 18] คือ การแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยอิลิเมนต์ย่อยๆ ซึ่งมีลักษณะและขนาดต่างๆกัน และผลเฉลยของแต่ละอิลิเมนต์จำเป็นต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหานั้นๆ โดยเริ่มต้นจากการพิจารณาอิลิเมนต์ทีละอิลิเมนต์ ทำการสร้างสมการสำหรับแต่ละอิลิเมนต์ที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา จากนั้นจึงนำสมการของแต่ละอิลิเมนต์ที่สร้างขึ้นนั้นมาประกอบเข้าด้วยกัน ก่อให้เกิดระบบสมการรวม แล้วทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการรวม จากนั้นจึงทำการแก้สมการดังกล่าว ซึ่งจะก่อให้เกิดผลเฉลยโดยประมาณ ณ ตำแหน่งต่างๆของปัญหาที่ต้องการนั้น

สมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลิเมนต์ สามารถสร้างได้โดยวิธีการแปรผัน (Variational method) โดยหลักการของวิธีการแปรผันคือ ถ้าสามารถสร้างฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการแก้นั้นได้ แล้วทำการหาค่าต่ำสุด (Minimization) ของฟังก์ชันนั้น ผลลัพธ์ที่ได้จะเหมือนกับการแก้สมการเชิงอนุพันธ์พร้อมกับเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมของปัญหานั้น ฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการลาปลาซซึ่งเกี่ยวข้องกับปัญหาทางสนามไฟฟ้าคือ สมการพลังงานไฟฟ้า (The electric energy) แสดงได้โดย

$$W = \frac{1}{2}\int E.DdS \tag{4.19}$$

4.5.2 ขั้นตอนการคำนวณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

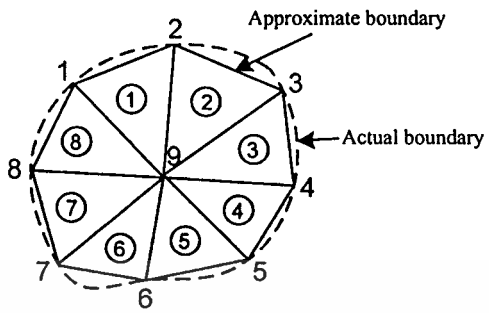
ขั้นตอนวิธีการคำนวณและสมการของไฟไนต์อิลิเมนต์บนพื้นฐานของวิธีการแปรผัน อธิบายได้ดังนี้

- แบ่งขอบเขตเนื้อที่ของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆ เช่นรูปสามเหลี่ยม ดังรูปที่ 4.6 โดยที่ตัวเลขที่อยู่ที่จุดต่อหรือโหนดจะถูกเรียกว่า global node และตัวเลขที่อยู่ภายในอิลิเมนต์สามเหลี่ยมจะแสดงถึงลำดับของอิลิเมนต์

ฟังก์ชันการประมาณสำหรับค่าศักดาไฟฟ้าภายในอิลิเมนต์คือ

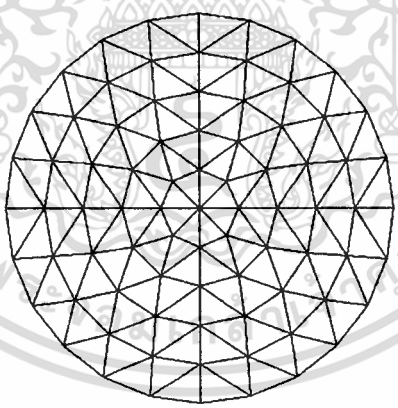
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย e คือ อิลิเมนต์ และ a,b และ c คือ สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ สมการที่ (4.20) จะเป็นตัวแทนของการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นของศักดาไฟฟ้า (Linear variation of potential) ภายในอิลิเมนต์



รูปที่ 4.6 รูปการแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมย่อยๆ

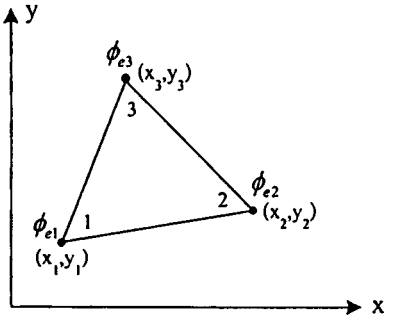
จากรูปร่างของโมเดลแบบวงกลมที่แสดงในรูปที่ 3.3 สามารถแบ่งพื้นที่หน้าตัดของระบบวัดให้เป็นอิลิเมนต์ย่อยๆรูปสามเหลี่ยมโดยมีลักษณะดังรูปที่ 4.7 และแทนแต่ละจุดของสามเหลี่ยมด้วยโหนดของศักดาไฟฟ้า คือ ϕ_1, ϕ_2 ถึง ϕ_n โดยในงานวิจัยนี้ได้แบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมออกเป็นจำนวน 2108 อิลิเมนต์ ซึ่งจะได้จำนวนโหนด (n) ทั้งหมด 1101 โหนด



รูปที่ 4.7 รูปแสดงการแบ่งตัวเซ็นเซอร์ออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆรูปสามเหลี่ยม

- สร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับแต่ละอิลิเมนต์ พิจารณาอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 4.8 โดยตัวเลขที่อยู่ภายในอิลิเมนต์จะถูกเรียกว่า local node และมีการเรียงในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 อิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมแบบสองมิติ

ค่าศักดาไฟฟ้า ϕ_{e1},ϕ_{e2} และ ϕ_{e3} ที่โหนด 1, 2 และ 3 ตามลำดับ สามารถหาได้โดยใช้สมการที่ (4.20) นั่นคือ

$$\begin{bmatrix}\phi_{e1}\\ \phi_{e2}\\ \phi_{e3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 1 & x_3 & y_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix} \tag{4.21}$$

โดยสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ a,b และ c หาได้โดย

$$\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_2 & y_2\\ 1 & x_3 & y_3\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\phi_{e1}\\ \phi_{e2}\\ \phi_{e3}\end{bmatrix} \tag{4.22}$$

แทน (4.22) ลงใน (4.20) จะได้

$$\phi_e=\begin{bmatrix}1 & x & y\end{bmatrix}\frac{1}{2A}\begin{bmatrix}(x_2y_3-x_3y_2) & (x_3y_1-x_1y_3) & (x_1y_2-x_2y_1)\\ (y_2-y_3) & (y_3-y_1) & (y_1-y_2)\\ (x_3-x_2) & (x_1-x_3) & (x_2-x_1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{e1}\\ \phi_{e2}\\ \phi_{e3}\end{bmatrix} \tag{4.23}$$

หรือจัดเรียงสมการใหม่จะได้

$$\phi_e=\sum_{i=1}^{3}\alpha_i(x,y)\phi_{ei} \tag{4.24}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A}\left[(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y\right]$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{2A}\left[(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y\right] \quad (4.25)$$
$$\alpha_3 = \frac{1}{2A}\left[(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y\right]$$

α_i ถูกเรียกว่า element shape functions และ A คือ พื้นที่ของอิลิเมนต์ หาได้โดย

$$A = \tfrac{1}{2}\left[(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right] \quad (4.26)$$

หลังจากได้ฟังก์ชันการประมาณสำหรับค่าศักดาไฟฟ้าภายในอิลิเมนต์แล้ว ฟังก์ชันที่จะถูกทำการหาค่าต่ำสุดตามหลักการของวิธีการแปรผันเพื่อสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์คือ สมการพลังงานไฟฟ้า นั่นคือ

$$W_e = \tfrac{1}{2}\int_A \varepsilon |E|^2 \, dS = \tfrac{1}{2}\int_A \varepsilon \, |\nabla \phi_e|^2 \, dS \quad (4.27)$$

และจากสมการที่ (4.24) ดังนั้น

$$\nabla \phi_e = \sum_{i=1}^{3} \phi_{ei} \nabla \alpha_i \quad (4.28)$$

แทน (4.28) ลงใน (4.27) จะได้

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \varepsilon \phi_{ei}\left[\int_A \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j dS\right]\phi_{ej} \quad (4.29)$$

โดยกำหนดให้

$$C_{ij}^{(e)} = \int_A \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j dS \quad (4.30)$$

สมการที่ (4.29) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$W_e = \tfrac{1}{2}\varepsilon[\phi_e]^T[C^{(e)}][\phi_e] \tag{4.31}$$

เมื่อ T คือ การสลับเปลี่ยนของเมตริกซ์ (The transpose of the matrix) และ

$$\begin{aligned}[\phi_e] &= \begin{bmatrix}\phi_{e1}\\ \phi_{e2}\\ \phi_{e3}\end{bmatrix}\\ [C^{(e)}] &= \begin{bmatrix}C_{11}^{(e)} & C_{12}^{(e)} & C_{13}^{(e)}\\ C_{21}^{(e)} & C_{22}^{(e)} & C_{23}^{(e)}\\ C_{31}^{(e)} & C_{32}^{(e)} & C_{33}^{(e)}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{4.32}$$

เมตริกซ์ $C^{(e)}$ ถูกเรียกว่า เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ (element coefficient matrix) โดยสัมประสิทธิ์ของเมตริกซ์หาได้ดังตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned}C_{12}^{(e)} &= \int_A \nabla\alpha_1 \cdot \nabla\alpha_2 dS\\ &= \frac{1}{4A^2}\left[(y_2-y_3)(y_3-y_1)+(x_3-x_2)(x_1-x_3)\right]\int_A dS\\ &= \frac{1}{4A}\left[(y_2-y_3)(y_3-y_1)+(x_3-x_2)(x_1-x_3)\right]\end{aligned} \tag{4.33}$$

และสัมประสิทธิ์ของเมตริกซ์ตัวอื่นๆจะหาได้ในทำนองเดียวกัน

- ทำการรวมสมการของทุกๆอิลิเมนต์เข้าด้วยกัน จะได้ระบบสมการรวม

$$W = \sum_{e=1}^{N} W_e = \tfrac{1}{2}\varepsilon[\phi]^T[C][\phi] \tag{4.34}$$

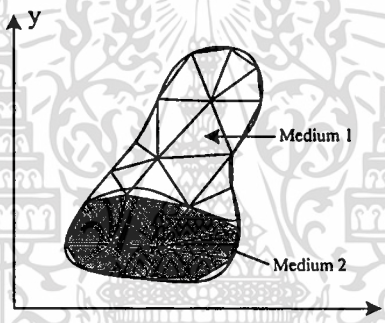
โดยที่

$$[\phi] = \begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \vdots\\ \phi_n\end{bmatrix} \tag{4.35}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ n คือ จำนวนของโหนด N คือ จำนวนของอิลิเมนต์ $[\phi]$ คือ เมตริกซ์ของค่าศักดาไฟฟ้าที่โหนดต่างๆ $[C]$ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวม (global coefficient matrix) ซึ่งเกิดจากการรวมกันของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ทั้งหมด และจะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวมที่มีขนาดเท่ากับ $n \times n$

สำหรับการคำนวณเกี่ยวกับเงื่อนไขขอบเขตแบบเอกพันธ์และแบบไม่เอกพันธ์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการกำหนดค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์นั้น ทำได้โดยการคูณสมการที่ (4.30) ด้วยค่า ε_r ของตัวกลางของอิลิเมนต์นั้นก่อนที่จะทำการรวมเป็นระบบสมการรวม และคูณเมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวมในสมการที่ (4.34) ด้วยค่า ε_0 ทั้งนี้เนื่องจากวิธีการของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นการแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆ ดังนั้นค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางที่บริเวณต่างๆ จะถูกกำหนดลงไปที่แต่ละอิลิเมนต์นั้นๆ และจะเกิดเป็นเพียงเงื่อนไขขอบเขตแบบเอกพันธ์เท่านั้น แสดงได้ดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 บริเวณขอบเขตแบบไม่เอกพันธ์และการกำหนดค่าเพอมิตติวิตีของแต่ละอิลิเมนต์

- หาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันพลังงานไฟฟ้า โดยเทียบกับค่าศักดาไฟฟ้าที่โหนด แล้วให้เท่ากับศูนย์ แสดงได้โดย

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_k} = 0 \text{ , for } k = 1,2,..,n \tag{4.36}$$

ซึ่งเขียนในรูปแบบทั่วไปได้คือ

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ki}\phi_i = 0 \text{ , for } k = 1,2,..,n \tag{4.37}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการที่ (4.36)-(4.37) แสดงให้เห็นว่า ผลเฉลยจะสอดคล้องกับสมการลาปลาซเมื่อพลังงานไฟฟ้ารวมในบริเวณขอบเขตของปัญหามีค่าต่ำสุด เมื่อทำการหาค่าของสมการ (4.37) สำหรับทุกโหนดแล้ว จะก่อให้เกิดระบบสมการขนาดใหญ่ และเมื่อแทนค่าเงื่อนไขขอบเขตของศักดาไฟฟ้าที่ทราบค่าแล้ว จากนั้นแก้ระบบสมการเพื่อหาค่าของ ϕ ด้วยวิธีการทำซ้ำแบบเกาส์-ไซเดล ก็จะสามารถหาค่าของศักดาไฟฟ้าที่โหนดต่างๆหรือภายในบริเวณขอบเขตของปัญหาได้

4.5.3 การหาค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

เมื่อได้ค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าภายในตัวกลางแล้ว ค่าประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดตัวรับสามารถคำนวณหาได้โดยใช้วิธี Charge method [19] ซึ่งแสดงได้ดังสมการ

$$Q_j = \sum_{n_j} (C\phi)_{n_j} \tag{4.38}$$

โดย $(C\phi)_{n_j}$ คือ การคูณกันระหว่างแถวที่ n_j ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวม $[C]$ ที่สอดคล้องกับโหนด j บนอิเล็กโทรดตัวรับ ด้วยเมตริกซ์ของค่าศักดาไฟฟ้าที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ หรือ $[\phi]$ ในสมการที่ (4.35) สมการที่ (4.38) แสดงถึง ค่าประจุสุทธิที่อยู่บนอิเล็กโทรดตัวรับ จากนั้นค่าความจุไฟฟ้าต่อหน่วยความยาวของคู่อิเล็กโทรดสามารถหาได้โดยสมการที่ (4.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
การสร้างภาพกลับ
(Image reconstruction)

5.1 บทนำ

ค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้ในบทที่แล้ว จะถูกใช้เป็นข้อมูลในการสร้างภาพกลับ วิธีการสร้างภาพกลับในงาน ECT ที่ถูกเสนอขึ้นเป็นครั้งแรกคือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันโดยใช้ค่าเซนซิติวิตี (Sensitivity) ของระบบระหว่างค่า 0 และ 1 เท่านั้น [7] ซึ่งให้ผลของภาพที่ถูกสร้างกลับไม่ถูกต้องมากนัก ต่อมาวิธีนี้ได้ถูกปรับปรุงในส่วนของค่าเซนซิติวิตีโดยใช้ค่าทั้งหมดของเซนซิติวิตีที่คำนวณได้ รวมถึงใช้วิธีเทรชโฮลด์ [8] ซึ่งเป็นผลให้ภาพที่ได้ดีขึ้น แต่ภาพยังไม่คมชัดมากนัก จากนั้นได้มีการนำเสนอวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration [10, 21, 22] เพื่อแก้ปัญหานั้น ซึ่งให้ผลของภาพที่ถูกสร้างกลับดีกว่าวิธีเดิม

ดังนั้นในบทนี้จะได้กล่าวถึงวิธีการสร้างภาพกลับจากค่าความจุไฟฟ้าโดยวิธีคือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน และวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration รวมถึงได้อธิบายวิธีการหาค่าเซนซิติวิตีของระบบและวิธีการเทรชโฮลด์ด้วยเช่นกัน

5.2 แนวคิดพื้นฐาน

การสร้างภาพกลับของระบบ ECT เป็นการสร้างภาพลักษณะการกระจายของไดอิเล็กตริกจากค่าความจุทางไฟฟ้าทั้งหมด 28 ค่าที่วัดได้ (ในการทดลองนี้ใช้การจำลองค่าขึ้นมา) ซึ่งจะเห็นได้ว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (จำนวนพิกเซล (pixel) ของภาพ เช่น 1600 พิกเซล) มีจำนวนมากกว่าตัวแปรที่ทราบค่า (ค่าความจุทางไฟฟ้า 28 ค่า) และผลเนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นของสนามไฟฟ้าเนื่องจากการกระจายตัวของเพอมิตติวิตี ทำให้การคำนวณแบบแม่นตรงในการคำนวณย้อนกลับของสมการที่ (4.1) เป็นไปได้ยากหรือทำไม่ได้เลย ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีการประมาณค่าในการสร้างภาพกลับ และวิธีที่ใช้คือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน (Linear backprojection : LBP) [7, 8]

การสร้างภาพกลับในงานวิจัยนี้ เซ็นเซอร์จะถูกพิจารณาเป็นพิกเซล (p) โดยลักษณะของพิกเซลจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของเซ็นเซอร์ นั่นคือ เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม พิกเซลจะมีลักษณะเช่นเดียวกับการแบ่งเป็นตารางของวิธีผลต่างจำกัด ซึ่งในส่วนของการแสดงผลภาพ จะได้จำนวนพิกเซลทั้งหมดคือ 1600 พิกเซล และเซ็นเซอร์แบบวงกลม พิกเซลจะมีลักษณะเช่นเดียวกับการแบ่งเป็นอิลิเมนต์สามเหลี่ยมของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งในส่วนของการแสดงผลภาพ จะได้จำนวนพิกเซลทั้งหมดคือ 1436 พิกเซล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลักการพื้นฐานของวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันคือ สมการค่าความจุไฟฟ้าจะถูกแปลง (Transform) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ (Matrix equation) ซึ่งเมทริกซ์นี้จะสัมพันธ์กับค่าความจุไฟฟ้า (C) ที่วัดได้หรือที่ได้จากการคำนวณ ที่มีต่อค่าเพอมิตติวิตีของพิกเซล (G) การแปลงนี้แสดงได้โดย

$$C = S.G \tag{5.1}$$

โดย C คือ เมทริกซ์ของค่าความจุไฟฟ้าขนาด $M x 1$, M เป็นจำนวนคู่ของการวัด G คือ เมทริกซ์ของจำนวนพิกเซลขนาด $N x 1$ ซึ่งแสดงถึงการกระจายของเพอมิตติวิตีภายในเซ็นเซอร์, N คือ จำนวนของพิกเซล และ S คือ เมทริกซ์ของการแปลง โดยในระบบ ECT จะถูกเรียกว่า เซนซิติวิตีเมทริกซ์ (Sensitivity matrix) ซึ่งจะมีขนาด $M x N$ โดยแสดงถึงความสัมพันธ์ของค่าความจุไฟฟ้าของแต่ละคู่อิเล็กโทรดเมื่อค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางเปลี่ยนตำแหน่งไป

เมื่อได้เมทริกซ์ของค่าความจุไฟฟ้า C เมทริกซ์การกระจายของเพอมิตติวิตี G สามารถได้มาโดยใช้เมทริกซ์ผกผัน (inverse matrix) ของเมทริกซ์ S ดังสมการ

$$G = S^{-1}.C \tag{5.2}$$

จากสมการที่ (5.2) เมทริกซ์ S^{-1} ไม่สามารถหาค่าได้เนื่องจากไม่ใช่เมทริกซ์จตุรัส ($M = N$) ซึ่งระบบ ECT โดยทั่วไปแล้วขนาดของเมทริกซ์ S คือ $M << N$ เช่น $M = 28$ และ $N = 1600$ ดังนั้นในวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันจะใช้ค่าของการสลับเปลี่ยนเมทริกซ์ (Transpose matrix) ของ S หรือ S^T ซึ่งมีขนาด $N x M$ แทน และ ค่าของเมทริกซ์ G หรือค่าของแต่ละพิกเซล (g_n : $n = 1...N$) จะเท่ากับการบวก (หรือการแบ็กโปรเจค) ของค่าความจุไฟฟ้า c_m ($m = 1...M$) ของทุกคู่อิเล็กโทรดที่ถูกถ่วงน้ำหนัก (weight) ด้วยค่าเซนซิติวิตีของแต่ละพิกเซลในแต่ละคู่อิเล็กโทรดที่สอดคล้องกัน แสดงได้ดังสมการ

$$g_n = \sum_{m=1}^{M} c_m s_{nm} \tag{5.3}$$

เนื่องจากค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรดที่อยู่ติดกันโดยปกติจะมีค่ามากที่สุด และค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรดที่อยู่ตรงข้ามกันจะมีค่าต่ำที่สุด ซึ่งช่วงของการเปลี่ยนแปลงนี้จะมีย่านกว้าง ดังนั้นจึงต้องทำการนอร์มอไลซ์ค่าความจุไฟฟ้าเหล่านี้ให้อยู่ในช่วงระหว่าง 0 (เมื่อเซ็นเซอร์มีค่าเพอมิตติวิตีเฉพาะก๊าซ) และ 1 (เมื่อเซ็นเซอร์มีค่าเพอมิตติวิตีเฉพาะน้ำมัน) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C_{ij}^{n} = \frac{C_{ij}^{m} - C_{ij}^{gas}}{C_{ij}^{oil} - C_{ij}^{gas}} \quad ;i = 1..7,\ j = i+1..8 \tag{5.4}$$

โดย i คือ อันดับที่ของอิเล็กโทรดตัวส่ง j คือ อันดับที่ของอิเล็กโทรดตัวรับ C_{ij}^{n} คือ ค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้า (Normalised capacitance) ของคู่อิเล็กโทรด $i-j$, C_{ij}^{m} คือ ค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด $i-j$ ที่คำนวณได้จากการกำหนดลักษณะการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง C_{ij}^{gas} คือ ค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด $i-j$ ที่คำนวณได้เมื่อกำหนดให้ทุกพิกเซล (ในส่วนของการแสดงผล) มีค่าเพอมิตติวิตีของก๊าซ และ C_{ij}^{oil} คือ ค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด $i-j$ ที่คำนวณได้เมื่อกำหนดให้ทุกพิกเซล (ในส่วนของการแสดงผล) มีค่าเพอมิตติวิตีของน้ำมัน

5.3 วิธีการหาค่าเซนซิติวิตี (Sensitivity) ของระบบ ECT

เซนซิติวิตี S ของระบบ ECT จากวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความจุไฟฟ้าของพิกเซลต่างๆที่มีต่ออิเล็กโทรดแต่ละคู่ (Relative capacitance change) [20] แสดงได้ดังสมการ

$$S_{ij}(p) = \left[\frac{C_{ij}^{oil,p} - C_{ij}^{gas}}{C_{ij}^{oil} - C_{ij}^{gas}}\right]\left[\frac{1}{\varepsilon_{oil} - \varepsilon_{gas}}\right]\left[\frac{A_{\max}}{A_p}\right] \tag{5.5}$$

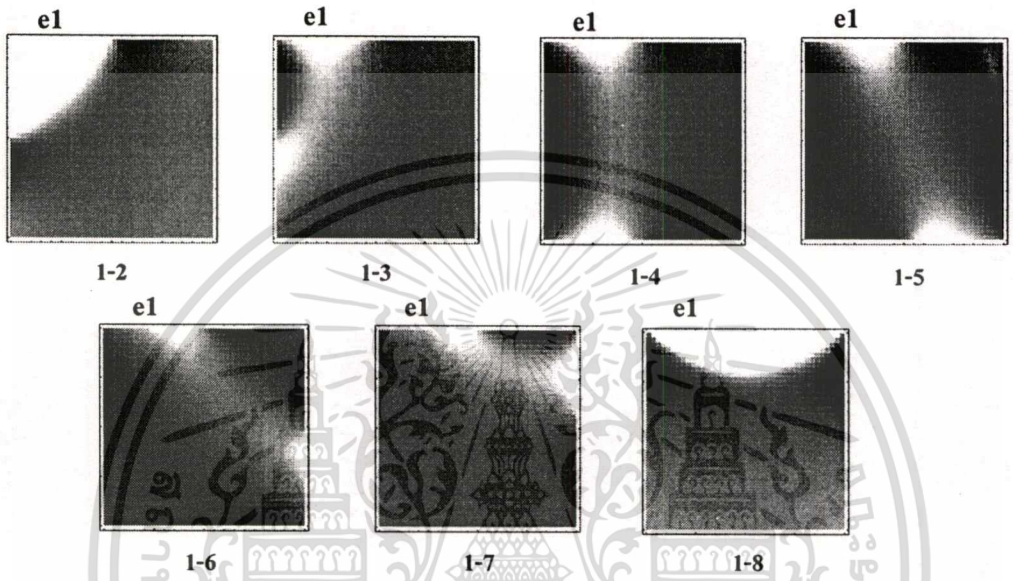
โดย $S_{ij}(p)$ คือ เซนซิติวิตีของพิกเซล p ที่เป็นของคู่อิเล็กโทรด $i-j$, $C_{ij}^{oil,p}$ คือ ค่าความจุไฟฟ้า เมื่อกำหนดให้พิกเซล p มีค่าเพอมิตติวิตีของน้ำมัน และพิกเซลอื่นๆที่เหลือมีค่าเพอมิตติวิตีของก๊าซ ε_{oil} และ ε_{gas} คือ ค่าเพอมิตติวิตีสัมพัทธ์ของน้ำมันและก๊าซ ตามลำดับ $A_{\max}$ คือ พื้นที่ทั้งหมดของภาพที่ใช้แสดงผล และ A_p คือ พื้นที่ของพิกเซล

จากสมการที่ (5.5) แสดงให้เห็นถึง การตอบสนองของเซ็นเซอร์ที่มีต่อค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางค่าสูงค่าหนึ่งที่อยู่บนพื้นที่จุดเล็กๆในบริเวณของเซ็นเซอร์ที่มีค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลางค่าต่ำกว่า ซึ่งเป็นผลให้สามารถแสดงค่าของเพอมิตติวิตีค่าสูงบนค่าเพอมิตติวิตีที่ต่ำกว่าได้ ค่าเซนซิติวิตีสามารถได้มาโดยการวัดทางกายภาพ หรือจากการคำนวณด้วยสมการที่ 5.5 โดยการวัดทางกายภาพนั้นจะทำได้ยาก หรือทำไม่ได้เลย ดังนั้นในระบบ ECT จึงเลือกใช้วิธีการคำนวณ แต่ปัญหาที่สำคัญของวิธีการนี้คือ ใช้ประสิทธิภาพของเครื่องคำนวณและเวลาในการคำนวณสูง

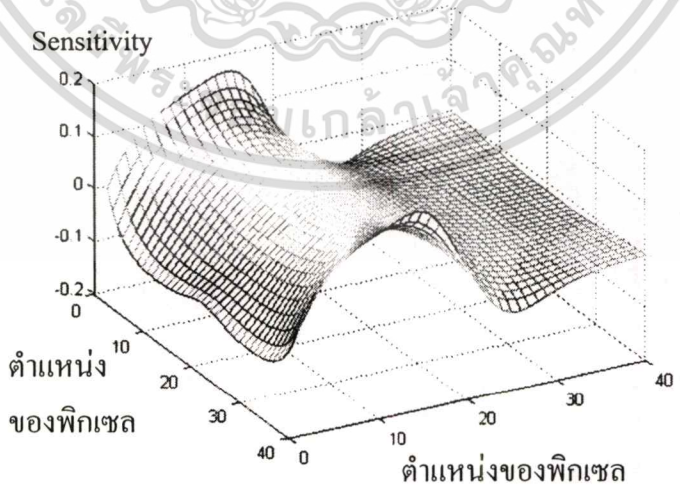
เนื่องจากความสมมาตรของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม ทำให้ค่าเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรดที่สมมาตรกันมีค่าเท่ากัน เช่น ค่าเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรด 1-2, 3-4, 5-6 และ 7-8 จะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นการคำนวณหาค่าเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรด จึงสามารถทำได้โดยการคำนวณเฉพาะคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อิเล็กโทรด 1-2 ถึง 1-8 เท่านั้น และค่าเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรดอื่นๆอีกจำนวน 21 คู่ จะใช้วิธีการหมุน (rotation) เปรียบเทียบคู่ที่เท่ากัน โดยคุณสมบัตินี้จะทำให้สามารถลดเวลาในการคำนวณลงได้อย่างมาก รูปลักษณะการกระจายของเซนซิติวิตีที่อยู่ภายในส่วนของการแสดงผลของภาพของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม เฉพาะเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรด 1-2 ถึงคู่อิเล็กโทรด 1-8 แสดงได้ดังรูปที่ 5.1 และเซนซิติวิตีของเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-4 ในแบบ 3 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.1 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-2 ถึงคู่อิเล็กโทรด 1-8

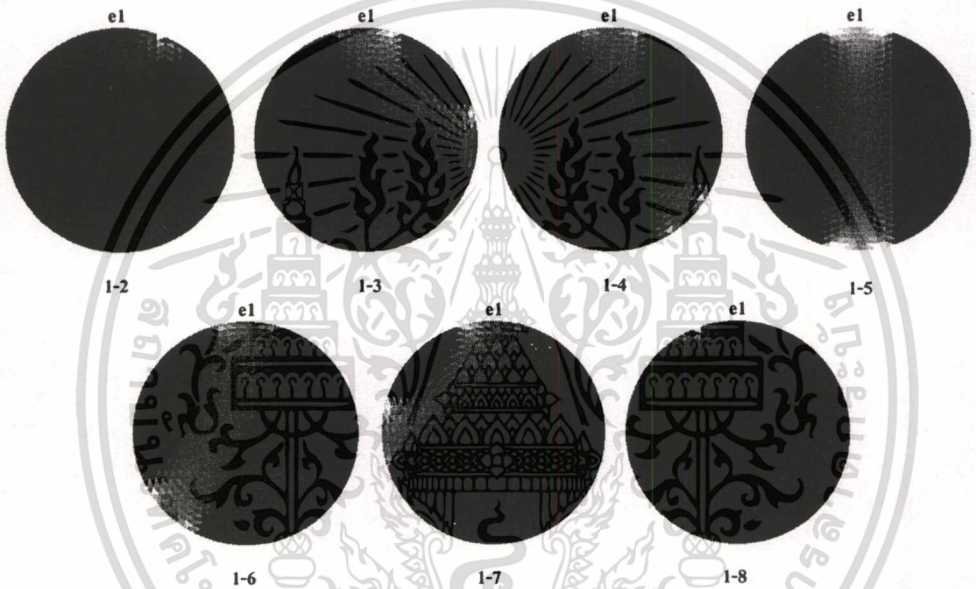


รูปที่ 5.2 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-4 ในแบบ 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

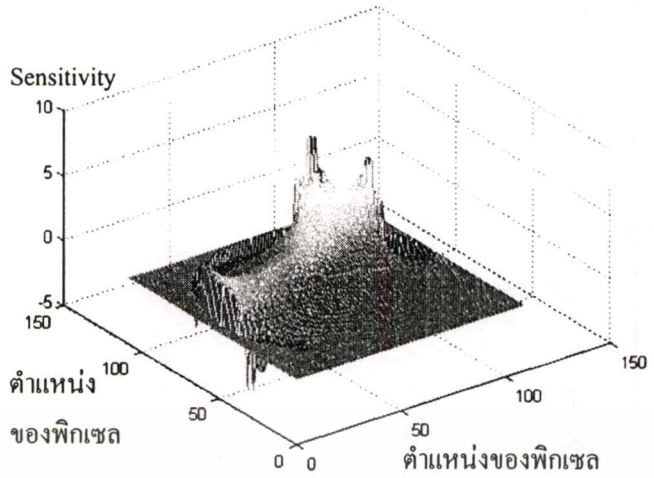
จากรูปที่ 5.1 และ 5.2 จะเห็นได้ว่า ค่าของเซนซิติวิตีของแต่ละคู่อิเล็กโทรดจะมีทั้งค่าบวกและค่าลบ โดยจะสังเกตเห็นว่า ถ้าวัตถุอยู่ภายนอกบริเวณที่มีค่าเป็นบวกของคู่อิเล็กโทรดคู่หนึ่งแล้ว ค่าระดับเทาในบริเวณนี้ที่เกิดจากคู่อิเล็กโทรดคู่นี้นั้น จะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจากหลักการของวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ซึ่งจะทำการบวกค่าความจุไฟฟ้าที่ถูกถ่วงน้ำหนักด้วยค่าเซนซิติวิตีของทุกคู่อิเล็กโทรดเข้าด้วยกัน ค่าระดับเทาของบริเวณที่มีวัตถุจะเด่นชัดขึ้น และที่บริเวณอื่นๆค่าระดับเทาจะมีค่าลดลงเนื่องจากค่าที่เป็นลบนั้น

ในส่วนของค่าเซนซิติวิตีของแต่ละคู่อิเล็กโทรดสำหรับเซ็นเซอร์แบบวงกลม จะมีลักษณะเหมือนกับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม แสดงได้ดังรูปที่ 5.3 และ 5.4



รูปที่ 5.3 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-2 ถึงคู่อิเล็กโทรด 1-8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.4 รูปลักษณะการกระจายของค่าเซนซิติวิตีของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเฉพาะคู่อิเล็กโทรด 1-6 ในแบบ 3 มิติ

5.4 การสร้างภาพกลับด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันและการเทรซโฮลด์

เนื่องจากเซ็นเซอร์ถูกแบ่งเป็นอิลิเมนต์ย่อยๆ ซึ่งรูปแบบจะขึ้นอยู่กับวิธีการคำนวณ ส่วนที่ถูกแสดงผลเป็นภาพซึ่งอยู่ภายในกรอบด้านในของเซ็นเซอร์ จะถูกแสดงผลด้วยระดับเทา (Grey level : $G(p)$) เพื่อแสดงถึงค่าประมาณของค่าเพอมิตติวิตีของตัวกลาง ระดับเทาของภาพถูกคำนวณด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ดังสมการ

$$G(p) = \frac{\sum_{i=1}^{7}\sum_{j=i+1}^{8} C_{ij}^{n} S_{ij}(p)}{\sum_{i=1}^{7}\sum_{j=i+1}^{8} S_{ij}(p)} \qquad (5.6)$$

โดย p คือ ตำแหน่งของพิกเซล ค่าระดับเทาของแต่ละพิกเซลในสมการที่ (5.6) จะถูกคำนวณโดยการบวกกันของค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้าที่เหมาะสม

เนื่องจากระบบ ECT เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นเนื่องจากสนามไฟฟ้า ซึ่งทำให้ค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้าและค่าระดับเทา มีค่ามากกว่า 1 (Overshooting) และต่ำกว่า 0 (Undershooting) และผลเนื่องจากข้อจำกัดของวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ซึ่งจะทำให้ค่าระดับเทามีลักษณะไม่คมชัด ดังนั้นค่าระดับเทาของพิกเซลก่อนการแสดงผลจริง จะผ่านกระบวนคือ การตัด (truncation operation) และการเทรชโฮลด์ [8] โดย Overshooting ของระดับเทาสามารถแก้ไขได้โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระบวนการตัด ถ้า C_{ij}^{n} ในสมการที่ (5.4) มีค่ามากกว่า 1 ให้ $C_{ij}^{n}=1$ และ Undershooting ของระดับเทาสามารถแก้ไขได้โดยการเทรชโฮลด์ ดังสมการ

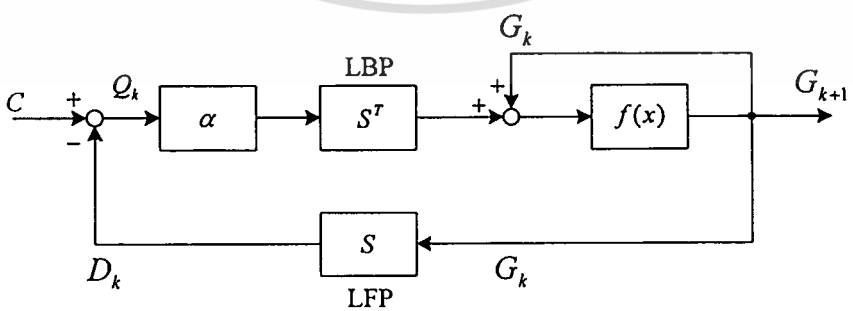
$$\begin{aligned} TH &= (1-0.9th_1)th_2 \\ th_1 &= \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} C_m^n \\ th_2 &= \frac{1}{P^+}\sum_{p=1}^{P^+} g_p \end{aligned} \tag{5.7}$$

โดย TH คือ ค่าระดับเทรชโฮลด์ m คือ ลำดับของคู่อิเล็กโทรด $i-j$, M คือ จำนวนทั้งหมดของคู่อิเล็กโทรด g_p คือ ค่าระดับเทาของพิกเซล p ขณะที่ยังไม่ถูกแสดงผล P^+ คือ จำนวนทั้งหมดของพิกเซลที่มีค่ามากกว่า 0 และค่า 0.9 ได้จากการทดลอง จากสมการที่ (5.7) จะสังเกตเห็นว่าค่าระดับเทรชโฮลด์จะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายของเพอมิตติวิตีและสัดส่วนของเพอมิตติวิตี ค่าระดับเทาของพิกเซลจะถูกแสดงผลด้วยตัวเลขจำนวณเต็ม 0-255 แสดงได้ดังสมการ

$$G(p)=\begin{cases} 0 & : g_p < TH \\ g_p & : TH \le g_p \le 1 \\ 1 & : g_p > 1 \end{cases} \tag{5.8}$$

5.5 การสร้างภาพกลับด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

ขั้นตอนวิธีการทำซ้ำ (Iterative algorithm) ถูกนำมาใช้เพื่อปรับปรุงคุณภาพของภาพที่ถูกสร้างกลับให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยมีขั้นตอนดังรูป



รูปที่ 5.5 ขั้นตอนวิธี วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนวิธีในรูปที่ 5.5 คือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration โดย k คือ การทำซ้ำครั้งที่ k, α คือ ค่าผ่อนปรน (Relaxation parameter), C คือ ค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้า S คือ ค่าเซนซิติวิตีของระบบ D_k คือ เวกเตอร์ค่าประมาณของค่าความจุไฟฟ้า (the estimated capacitance vector) ที่ได้จากวิธีลิเนียร์ฟอร์เวิร์ดโปรเจคชัน (Linear forward projection : LFP) แสดงได้ดังสมการที่ (5.9) และ Q_k คือ เวกเตอร์ผลต่างของค่าความจุไฟฟ้า (the error capacitance vector)

$$D_{k,ij} = \frac{\sum_{p} G_k(p) S_{ij}(p)}{\sum_{p} S_{ij}(p)} \tag{5.9}$$

จากรูปที่ 5.5 เริ่มต้นด้วยการหาค่า G_0 โดยจะใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน เพื่อเป็นค่าเริ่มต้นของกระบวนการ การทำซ้ำ จากนั้นใช้วิธี LFP เพื่อหาค่า D_k ค่านี้จะแสดงถึงค่าความจุไฟฟ้าของแต่ละคู่อิเล็กโทรดที่ถูกสร้างกลับมาจากค่าระดับเทา (G_k) จากนั้นหาค่าผลต่างระหว่าง D_k และ C ซึ่งจะได้เป็น Q_k ที่แสดงถึงค่าผิดพลาดระหว่างค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้และค่าความจุไฟฟ้าที่ได้จากการประมาณมาจาก G_k ค่าผิดพลาดนี้จะถูกใช้เพื่อสร้างภาพของค่าผิดพลาด (an error image) โดยใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ภาพของค่าผิดพลาดจะถูกบวกเข้ากับค่า G_k เพื่อชดเชยหรือเป็นการปรับค่าให้เข้าสู่ค่าที่ถูกต้อง และขั้นตอนสุดท้ายของแต่ละรอบการทำซ้ำคือ การจำกัดค่า G_k ซึ่งถูกเรียกว่า projected Landweber method แสดงได้โดย

$$f(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x < 0 \\ x & if \quad 0 \le x \le 0 \\ 1 & if \quad x > 1 \end{cases} \tag{5.10}$$

โดย x คือ ค่าระดับเทาที่ได้จากกระบวนการ การทำซ้ำครั้งล่าสุด

ค่า α จะมีผลต่อความเร็วของการลู่เข้าของผลเฉลยหรือค่าระดับเทาเข้าใกล้ค่าที่ถูกต้อง โดยถ้า $\alpha < 1$ จะทำให้ความเร็วของการลู่เข้าช้าลง แต่จะช่วยทำให้ผลเฉลยที่กำลังเกิดการลู่ออกให้ลู่กลับเข้าสู่ผลเฉลยที่แท้จริง และถ้า $\alpha > 1$ จะทำให้ความเร็วของการลู่เข้าเร็วขึ้น แต่จะเป็นสาเหตุของการลู่ออกของผลเฉลย นอกจากนี้ลักษณะการกระจายของเพอมิตติวิตีในลักษณะต่างๆกัน จะมีค่าที่เหมาะสมของ α ที่แตกต่างกัน ซึ่งการเลือกค่า α นั้นจะขึ้นอยู่กับการทดลอง ในส่วนของงานวิจัยนี้จะใช้ค่า α เท่ากับ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจากขั้นตอนทั้งหมด สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$\begin{cases} G_0 = reconstruction\ based\ on\ LBP \\ G_{k+1} = f\left[G_k + \alpha S^T (C - SG_k)\right] \end{cases} \tag{5.11}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6
การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

6.1 บทนำ

อัลกอริธึมเชิงพีชคณิตถูกใช้ในการสร้างภาพตัดขวางโดยเฮาน์สฟิลด์สำหรับเครื่อง CT Scanner ซึ่งต่อมาวิธีการสร้างภาพตัดขวางได้ถูกพัฒนาอย่างรวดเร็ว และได้ถูกเสนอขึ้นอย่างมากมาย โดยการพัฒนาสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 รูปแบบ คือ 1. โดยการใช้ Fourier slice theorem และ 2. การใช้วิธีการทำซ้ำ เช่น วิธี ART และ SART โดยข้อได้เปรียบของแบบที่ 2 นั้นคือจะใช้จำนวนโปรเจคชันที่น้อยกว่าแบบที่ 1 ซึ่งจะสอดคล้องกับในทางปฏิบัติ และในบทที่แล้วได้กล่าวถึงวิธีการสร้างภาพตัดขวางที่นิยมใช้อย่างกว้างขวางในระบบ ECT ซึ่งวิธีการจะคล้ายกับวิธีการหนึ่งในอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต ดังนั้นเราจึงสามารถนำวิธีการอื่นๆของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิตมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของระบบ ECT ได้ ดังนั้นในบทนี้จึงจะได้กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต (Algebraic Reconstruction Algorithm) [23, 24] วิธีของคาร์แมร์ซ (Kaczmarz Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ถูกนำมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางทางการแพทย์ และได้อธิบายถึงวิธีการประยุกต์เพื่อนำมาใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของระบบ ECT

6.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

ในการสร้างภาพตัดขวางของ CT โดยใช้อัลกอริธึมเชิงพีชคณิตนั้น จะสมมติให้วัตถุที่ต้องการสร้างกลับ (ภาพตัดขวางใน 2 มิติ หรือ ปริมาตรใน 3 มิติ) เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า และจากนั้นทำการแก้สมการทางพีชคณิตเพื่อหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจากค่าโปรเจคชันที่วัดได้

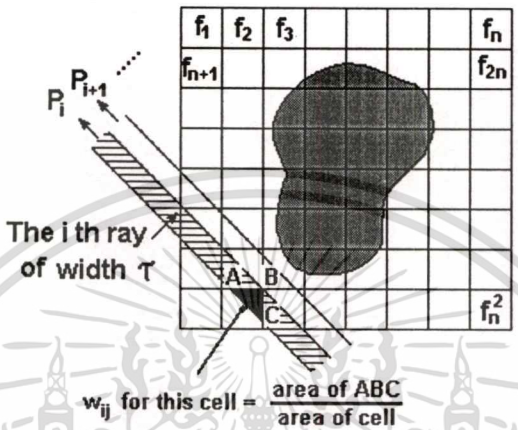
ในที่นี้จะพิจารณาการสร้างกลับของวัตถุเฉพาะใน 2 มิติ แสดงดังรูปที่ 6.1 โดยที่จะสมมุติให้ภาพประกอบด้วยเซตของเซล (cell) $f(x,y)$ โดยที่ในแต่ละเซล ฟังก์ชัน $f(x,y)$ เป็นค่าคงที่กำหนดให้ f_j เป็นค่าคงที่ที่เซลที่ j^{th} และให้ N เป็นจำนวนทั้งหมดของเซล ให้ p_i แทนค่าโปรเจคชันของรังสีเส้นที่ i^{th} ที่วัดได้ (ray-sum) ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง f_j และ p_i คือ

$$\sum_{j=1}^{N} w_{ij} f_j = p_i, \quad i = 1,2,\ldots,M \tag{6.1}$$

โดยที่ M คือ จำนวนรังสีทั้งหมด (ในทุกโปรเจคชัน) และ w_{ij} คือ ค่าแฟกเตอร์น้ำหนัก (weighting factor) ที่แทนผลของเซลที่ j^{th} ที่มีต่อรังสีเส้นที่ i^{th} โดยแฟกเตอร์ w_{ij} มีค่าเท่ากับสัดส่วนของพื้นที่ของเซลที่ j^{th} ที่ตัดกับรังสี i^{th}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้า M และ N มีค่าน้อย เราสามารถใช้ทฤษฎีเมทริกซ์ทั่วๆไปในการแปลงกลับ (Invert) ระบบสมการที่ (6.1) เพื่อหาผลเฉลยได้ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ N อาจจะมีค่ามาก เช่น เท่ากับ 65536 สำหรับกรณีของภาพขนาด 256 x 256 พิกเซล และโดยกรณีส่วนใหญ่จำนวนทั้งหมดของ M จะมีขนาดเท่ากันกับ N ดังนั้นขนาดของเมทริกซ์ $[w_{ij}]$ ในสมการที่ (6.1) จะเท่ากับ 65536 x 65536 ซึ่งไม่สามารถใช้การแปลงกลับเมทริกซ์ได้เลย



รูปที่ 6.1 ภาพแสดงรูปแบบการฉายแสง และการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนักของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

สำหรับ M และ N ที่มีค่ามาก มีวิธีการทำซ้ำที่น่าสนใจที่ใช้ในการแก้สมการ (6.1) คือ วิธีของโปรเจคชัน (Method of Projection) ซึ่งเสนอโดยคาร์เมร์ซ ขั้นตอนการคำนวณของวิธีนี้อธิบายได้โดย

สมการ (6.1) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบที่ขยายออกได้ดังนี้

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + \cdots + w_{1N}f_N &= p_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + \cdots + w_{2N}f_N &= p_2 \\ &\vdots \\ w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + \cdots + w_{MN}f_N &= p_M \end{aligned} \tag{6.2}$$

ภาพที่ถูกแทนด้วย $(f_1, f_2, \ldots f_N)$ จะถูกพิจารณาว่าเป็นจุดในสเปซ (Space) N มิติ ในสเปซดังกล่าว แต่ละสมการจะแทน Hyperplane เมื่อระบบสมการสามารถหาผลเฉลยที่เป็นหนึ่งเดียว (Unique Solution) ได้ จุดตัดของ Hyperplane ทั้งหมดจะเป็นจุดๆเดียวและเป็นค่าผลเฉลยของสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีของคาร์แมร์ซคือ ต้องทำการเดาค่าเริ่มต้น โดยกำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็น $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \ldots, f_N^{(0)}$ และสามารถเขียนแทนแบบเวคเตอร์ได้เป็น $\vec{f}^{(0)}$ ในสเปซ N มิติ และในกรณีส่วนใหญ่ เพื่อความง่ายจะกำหนดให้ค่าเริ่มต้นมีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด ค่าเริ่มต้นนี้จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ซึ่งก็คือสมการแรกใน (6.2) จะได้เป็น $\vec{f}^{(1)}$ จากนั้น $\vec{f}^{(1)}$ จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ที่แทนด้วยสมการที่สองใน (6.2) และจะได้เป็น $\vec{f}^{(2)}$ จากนั้นทำต่อไปเรื่อยๆ โดยที่ $\vec{f}^{(i-1)}$ จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ที่แทนด้วยสมการที่ i^{th} ใน (6.2) จะได้เป็น $\vec{f}^{(i)}$ ซึ่งกระบวนการนี้เราสามารถเขียนแทนในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\vec{f}^{(i)} = \vec{f}^{(i-1)} - \frac{(\vec{f}^{(i-1)}.\vec{w}_i - p_i)}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i}\vec{w}_i \tag{6.3}$$

โดยที่ $\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \ldots, w_{iN})$ และ $\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i$ เป็นผลคูณเวคเตอร์ (Dot product) ของ $\vec{w}_i$

ในการประยุกต์ใช้สำหรับงานที่จำเป็นต้องมีจำนวนของโปรเจคชันจำนวนมาก และภาพที่ต้องการสร้างกลับมีขนาดใหญ่ จะทำให้เกิดความยุ่งยากในการใช้สมการที่ (6.3) เนื่องมาจากปัญหาเรื่องของการคำนวณ เนื้อที่หน่วยความจำ และการเรียกใช้อย่างรวดเร็วของสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} โดยพิจารณากรณีของการสร้างภาพขนาด 100 x 100 พิกเซลด้วยข้อมูล 150 โปรเจคชัน และแต่ละโปรเจคชันมีจำนวนรังสีเท่ากับ 150 รังสี ดังนั้นจำนวนของสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} ทั้งหมดที่ต้องใช้จะอยู่ในระดับของ 10^8 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเป็นจำนวนที่มหาศาล

เพื่อที่จะแก้ปัญหาความยุ่งยากนั้น วิธีทางพีชคณิตอื่นๆได้ถูกนำเสนอ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการประมาณของสมการ (6.3) เพื่อที่จะวิเคราะห์การประมาณที่สามารถคำนวณได้ง่าย สมการที่ (6.3) จะถูกจัดใหม่ในรูปแบบที่ต่างไป คือ

$$f_j^{(i)} = f_j^{(i-1)} + \frac{p_i - q_i}{\sum_{n=1}^{N} w_{in}^2} w_{ij} \tag{6.4}$$

โดยที่

$$q_i = \vec{f}^{(i-1)}.\vec{w}_i = \sum_{n=1}^{N} f_n^{(i-1)} w_{in} \tag{6.5}$$

สมการเหล่านี้กล่าวว่า เมื่อโปรเจคผลเฉลยที่ $(i-1)^{th}$ ไปบน Hyperplane ที่ i^{th} แล้ว ค่าระดับเทาของเซลที่ j^{th} จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของ $\Delta f_j^{(i)}$ นั่นคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta f_j^{(i)} = f_j^{(i)} - f_j^{(i-1)} = \frac{p_i - q_i}{\sum_{n=1}^{N} w_{in}^2} w_{ij} \tag{6.6}$$

โดยที่ p_i คือ ผลบวกที่วัดได้ตามแนวรังสีที่ i^{th} , q_i คือ ผลบวกที่คำนวณได้ตามแนวรังสีเดียวกันที่ใช้ผลเฉลยที่ $(i-1)^{th}$ ของภาพ ค่าแก้ไข Δf_j (Correction) สำหรับเซลที่ j^{th} สามารถได้จากการคำนวณผลต่างระหว่างผลบวกที่วัดได้และผลบวกที่คำนวณได้ ค่าความแตกต่างจะถูกนอร์มอไลซ์ด้วย $\sum_{n=1}^{N} w_{in}^2$ และถูกกำหนดให้กับเซลทุกเซลตามแนวรังสี i^{th} ค่าที่กำหนดให้แต่ละเซลจะถูกถ่วงน้ำหนักด้วยค่า w_{ij} ที่สอดคล้องกัน

6.3 ชนิดของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

อัลกอริธึมเชิงพีชคณิตสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 วิธีด้วยกันคือ วิธี ART (Algebraic Reconstruction Technique), วิธี SIRT (Simultaneous Iterative Reconstructive Technique) และวิธี SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)

วิธี SIRT [25] นั้นจะคล้ายกับวิธีของ การทำซ้ำตามหลักการของ projected Landweber iteration ซึ่งได้กล่าวถึงแล้วในบทที่ 5 ดังนั้นในบทนี้จึงขอกล่าวถึงเฉพาะวิธี ART และวิธี SART ดังนี้

6.3.1 ART (Algebraic Reconstruction Technique)

วิธี ART นี้ ได้ถูกนำเสนอสำหรับงานด้านการเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ และได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของระบบ ECT [26, 27] เพื่อลดจำนวนการทำซ้ำลง ในวิธีนี้ค่าแก้ไขจะถูกใช้ปรับปรุงกับทุกๆเซลที่รังสีที่ i^{th} ผ่านก่อนที่จะแก้ไขในรังสีถัดไป (ray-by-ray updating) โดยสมการของ ART แสดงได้โดย

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \alpha \frac{p_i - \sum_{n=1}^{N} w_{in} f_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^{N} w_{in}^2} w_{ij} \tag{6.7}$$

ขั้นตอนของการคำนวณอธิบายได้ดังนี้

- สำหรับการทำซ้ำที่ k^{th}

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $f_j^0 = 0$
2. หาค่าโปรเจคชันของ f_j^k สำหรับรังสีที่ i^{th}
3. หาค่าผิดพลาดของโปรเจคชันของ f_j^k

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. ทำการปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลที่ j^{th}

5. ทำซ้ำตั้งแต่ข้อที่ 2-4 จนครบทุกๆรังสี เป็นการเสร็จการคำนวณการทำซ้ำที่ k^{th}

ในการประยุกต์ใช้กับระบบ ECT ทำได้โดย ในสมการที่ (6.7) แทนค่า p_i ด้วยค่าความจุไฟฟ้าของแต่ละคู่อิเล็กโทรด กล่าวคือ ค่าความจุไฟฟ้าของแต่ละคู่อิเล็กโทรดของระบบ ECT จะเปรียบเสมือนกับค่าการลดทอนของรังสีของ X-ray ที่วัดได้ และแทนค่า w_{ij} ด้วยค่าเซนซิติวิตี $S_{ij}(p)$ ตัวแปร i และ j ของ X-ray จะหมายถึง รังสีที่ i^{th} ของเซลที่ j^{th} แต่ในระบบ ECT นั้นจะหมายถึง ค่าเซนซิติวิตีของคู่อิเล็กโทรด $i-j$ และจากนั้นทำการคำนวณตามลำดับขั้นตอนเดียวกัน โดยใช้ค่าเริ่มต้นที่ได้จากวิธี วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันในบทที่ 5

6.3.2 SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)

วิธีการนี้เป็นการรวมกันระหว่างวิธี ART และ วิธี SIRT โดยพบว่าให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่าทั้งสองวิธี และสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับระบบ ECT ได้เช่นกัน ในวิธี SART นี้จะมีการปรับปรุงค่าของผลเฉลยจากค่าแก้ไขคล้ายกับวิธี ART แต่จะมีโครงสร้างคล้ายกับวิธี SIRT นั่นคือ จะทำการคำนวณค่าแก้ไขของรังสีทุกเส้นที่อยู่ในโปรเจคชันนั้นก่อน แล้วจึงปรับปรุงค่าของผลเฉลย จากนั้นจึงทำการหาค่าแก้ไขของรังสีทั้งหมดในโปรเจคชันถัดไป แล้วทำด้วยวิธีเดียวกันจนครบทุกโปรเจคชัน (projection-by-projection updating) จากนั้นจึงเริ่มการทำซ้ำครั้งถัดไป ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \alpha \frac{\sum_{p_i \in P_\theta} \left[\frac{p_i - \sum_{n=1}^{N} w_{in} f_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^{N} w_{in}} \right] w_{ij}}{\sum_{p_i \in P_\theta} w_{ij}} \tag{6.8}$$

ขั้นตอนของการคำนวณอธิบายได้ดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $f_j^0 = 0$

2. หาค่าโปรเจคชันของ f_j^k สำหรับรังสีที่ i^{th}

3. หาค่าผิดพลาดของโปรเจคชันของ f_j^k

4. ทำการทำซ้ำในข้อที่ 2 และ 3 จนครบทุกเส้นรังสีที่อยู่ในมุมของการฉายรังสีที่ θ

5. หาค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดในโปรเจคชันที่ θ

6. ทำการปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลที่ j^{th}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. ทำซ้ำในขั้นตอนข้างต้นจนครบทุกโปรเจคชันของการฉายรังสี เป็นการเสร็จการคำนวณการทำซ้ำที่ k^{th}

วิธีการประยุกต์ใช้กับระบบ ECT จะมีลักษณะการแทนค่าเหมือนกับวิธีการประยุกต์ใช้ของวิธี ART แต่จะแตกต่างกันคือ วิธี SART นั้นเป็นการปรับปรุงค่าของผลเฉลยแบบเป็นกลุ่ม หรือกลุ่มของโปรเจคชันที่ทำการฉายในแต่ละมุม θ แต่ในระบบ ECT นั้นเป็นการวัดค่าความจุไฟฟ้าของแต่ละคู่อิเล็กโทรด ซึ่งสำหรับแบบ 8 อิเล็กโทรดนั้นจะมีทั้งหมด 28 คู่ ดังนั้นจึงต้องทำการแบ่งค่าความจุไฟฟ้าออกเป็น 8 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 จะประกอบด้วยค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด 1-2, 1-3, 1-4,...1-8 กลุ่มที่ 2 จะประกอบด้วยค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด 2-1, 2-3, 2-4,...2-8 กลุ่มที่ 3 จะประกอบด้วยค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด 3-1, 3-2, 3-4,...3-8 โดยแบ่งในลักษณะนี้จนถึงกลุ่มที่ 8 ซึ่งจะประกอบด้วยค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรด 8-1, 8-2, 8-3,...8-7 จากนั้นทำการคำนวณตามขั้นตอนข้างต้น และใช้ค่าเริ่มต้นที่ได้จากวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันในบทที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

การทดลองและผลการทดลอง

7.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการทดลองซึ่งจะประกอบด้วย การคำนวณค่าความจุไฟฟ้า การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้จากโมเดลแบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม โดยใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration และวิธีเชิงพีชคณิต และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธี โดยใช้ค่าคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของผลเฉลย (relative norm error of solution) รวมถึงเปรียบเทียบจำนวนของการทำซ้ำ ในการทดลองนี้กระทำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ Intel® Pentium4 1.8 GHz หน่วยความจำขนาด 256 MB ชนิด RDRAM และใช้โปรแกรมภาษา Delphi® ในการคำนวณค่าความจุไฟฟ้าและการสร้างภาพกลับ

7.2 เกณฑ์ประเมินสมรรถนะ (Performance evaluation criteria)

สำหรับการประเมินสมรรถนะของกระบวนการ การสร้างภาพตัดขวาง ทำได้โดยการหาค่าความคลาดเคลื่อนระดับเทาของภาพที่ถูกสร้างกลับเทียบกับภาพทดสอบ โดยในการสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า ทำได้ 2 วิธี [22, 25] คือ

1. Qualitative evaluation เช่น การเปรียบเทียบด้วยตา (Visual comparison)
2. Quantitative evaluation เช่น การคำนวณ ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของภาพและเปรียบเทียบจำนวนของการทำซ้ำ

ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์แสดงได้ดังสมการที่ 7.1

$$error = \frac{\left\| g - \bar{g} \right\|_2}{\left\| g \right\|_2} \tag{7.1}$$

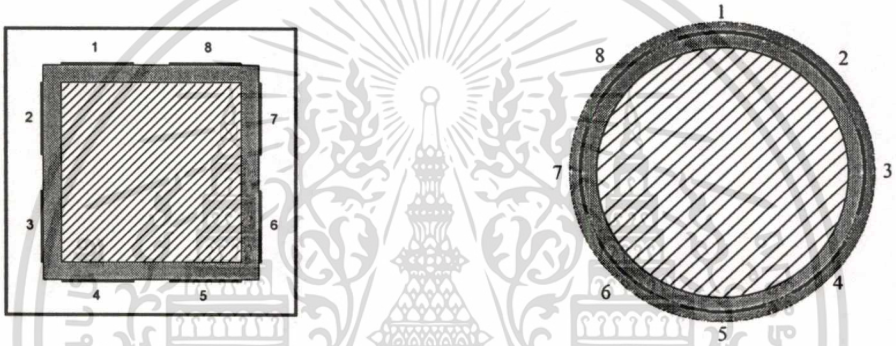
โดย g คือ เวกเตอร์ค่าระดับเทาของภาพทดสอบ $\bar{g}$ คือ เวกเตอร์ค่าระดับเทาของภาพที่ถูกสร้างกลับ

วิธีการสร้างภาพกลับที่ดีจะต้องมีค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ต่ำที่สุด ซึ่งแสดงถึงภาพที่ถูกสร้างกลับมีลักษณะใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากที่สุด และสำหรับวิธีการสร้างภาพกลับที่ใช้ขั้นตอนการทำซ้ำที่ดี จำเป็นต้องใช้จำนวนของการทำซ้ำน้อยที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3 การกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตี

การทดสอบกระบวนการสร้างภาพตัดขวาง จำเป็นต้องกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลาง หรือเรียกว่าภาพทดสอบ เพื่อใช้ในการจำลองค่าความจุไฟฟ้าจากโมเดลที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 3 สำหรับโมเดลของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม บริเวณที่ถูกกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีจะอยู่ภายในบริเวณกรอบด้านในที่มีขนาด 50x50 มม. และโมเดลของเซ็นเซอร์แบบวงกลม บริเวณที่ถูกกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีจะอยู่ภายในบริเวณกรอบด้านในที่มีขนาดของรัศมี R1 เท่ากับ 54 มม. แสดงได้ดังรูปที่ 7.1 โดยบริเวณที่มีลักษณะลายเฉียงคือบริเวณที่ถูกกำหนด และตัวกลางในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ 2 ชนิดคือ น้ำมัน (oil) ซึ่งมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 3 และก๊าซ (gas) ซึ่งมีค่าเพอมิตติวิตีเท่ากับ 1

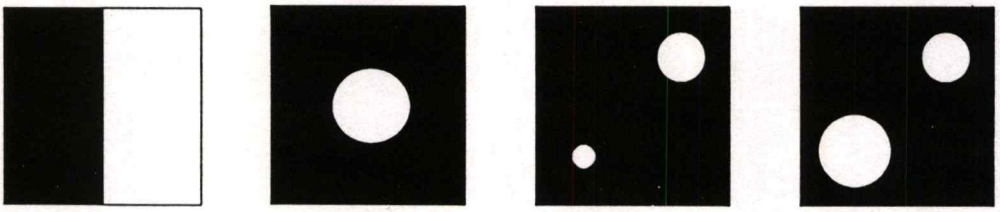


รูปที่ 7.1 บริเวณที่มีลักษณะลายเฉียงคือบริเวณที่ถูกกำหนดลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลาง (ก) เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม
(ข) เซ็นเซอร์แบบวงกลม

ลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลางที่ถูกกำหนดในงานวิจัยนี้สำหรับโมเดลของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลมจะประกอบด้วย 4 แบบ แสดงดังรูปที่ 7.2 และรูปที่ 7.3 ตามลำดับ โดยทั้ง 4 รูปนี้จะอยู่ภายในบริเวณที่มีลักษณะลายเฉียงในรูปที่ 7.1 สีขาวและสีดำแทนลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของน้ำมันและก๊าซตามลำดับ

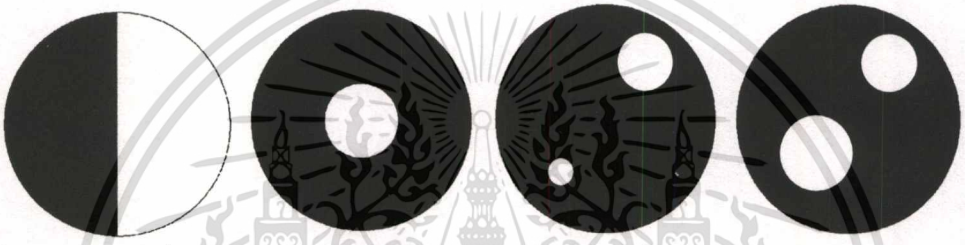
การทดสอบของทั้ง 4 แบบ เพื่อทดสอบสมรรถนะในการสร้างภาพกลับของการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีในลักษณะต่างๆ โดย 1. เพื่อสังเกตผลของสัดส่วนของเพอมิตติวิตี 2. เพื่อทดสอบผลของตำแหน่งของเพอมิตติวิตี และ 3. เพื่อทดสอบความสามารถในการแยกแยะวัตถุที่มีมากกว่าหนึ่งวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4

รูปที่ 7.2 แสดงลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลางสำหรับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม (ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4



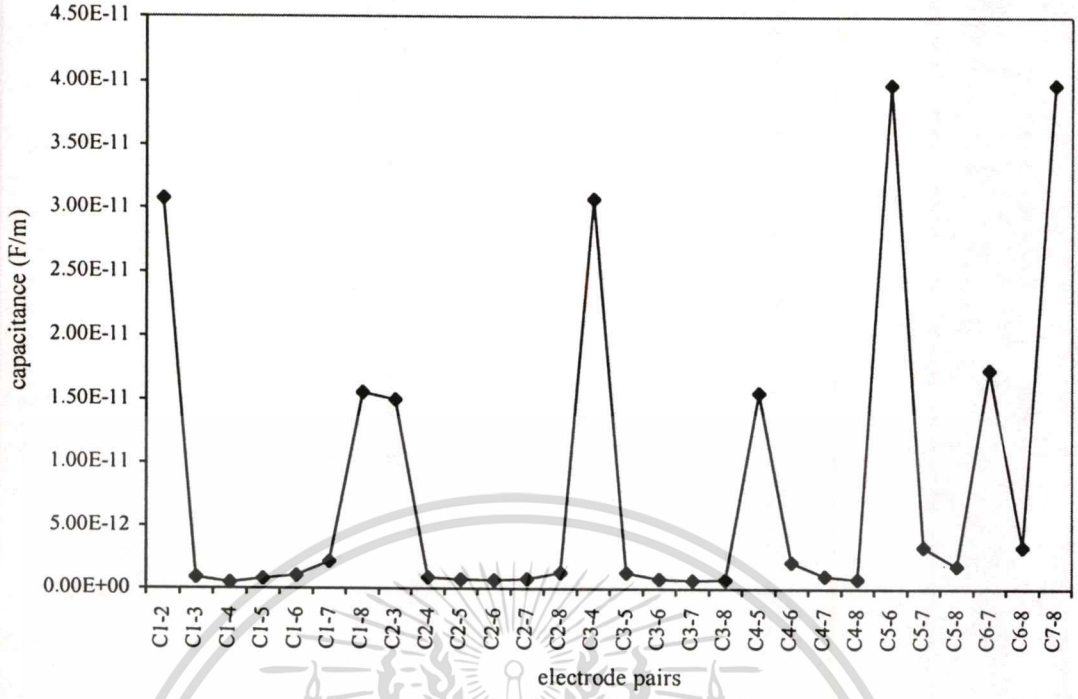
(ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4

รูปที่ 7.3 แสดงลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีของตัวกลางสำหรับเซ็นเซอร์แบบวงกลม (ก) แบบที่ 1 (ข) แบบที่ 2 (ค) แบบที่ 3 (ง) แบบที่ 4

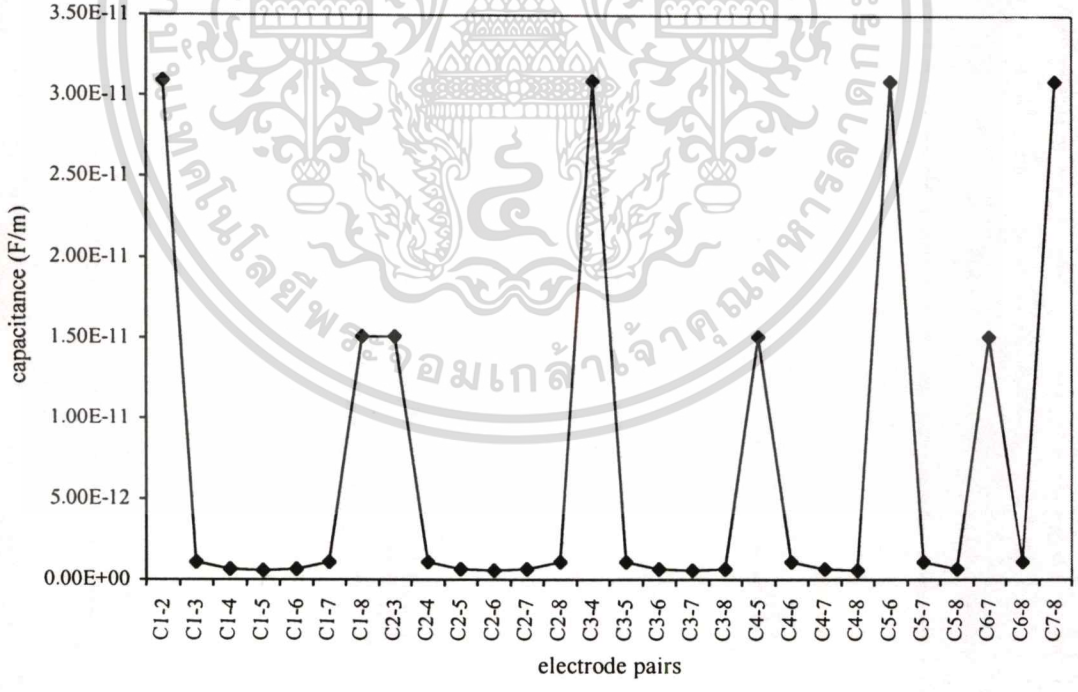
7.4 การทดลองการคำนวณค่าความจุไฟฟ้า

ค่าความจุไฟฟ้าจะถูกคำนวณตามหลักการในบทที่ 4 โดยใช้ลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีในรูปแบบที่ 1 ถึง 4 และเมื่อเซ็นเซอร์มีเฉพาะก๊าซ และน้ำมันอยู่เต็ม โดยค่าทั้งหมดแสดงดังรูปที่ 7.4-7.8 สำหรับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม และรูปที่ 7.9-7.13 สำหรับเซ็นเซอร์แบบวงกลม ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

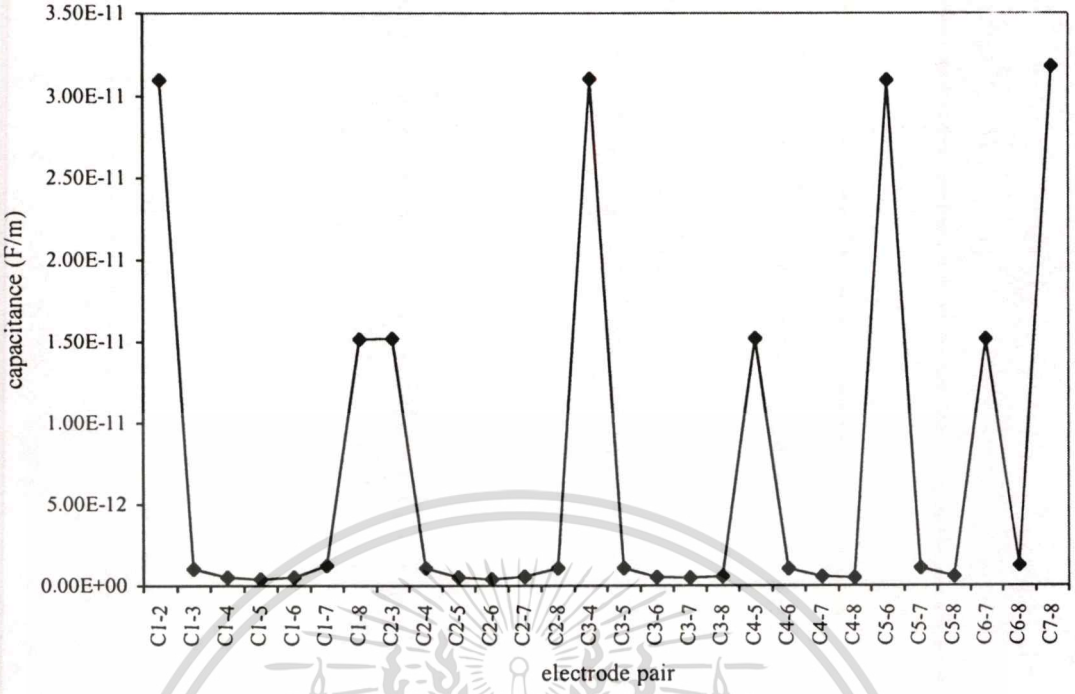


รูปที่ 7.4 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 1

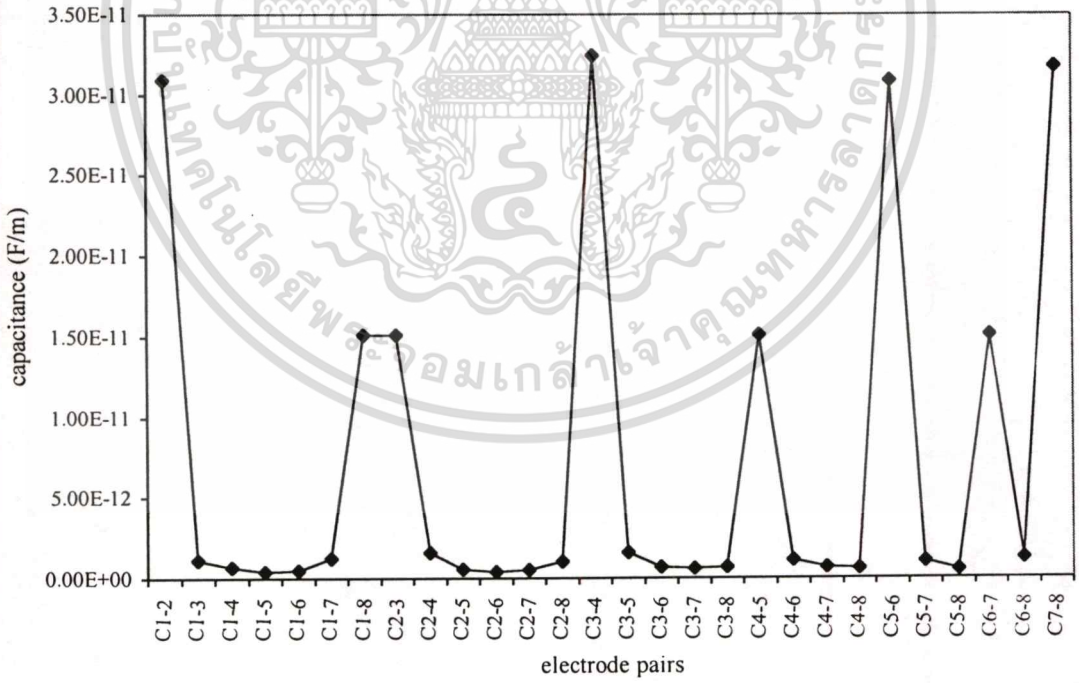


รูปที่ 7.5 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

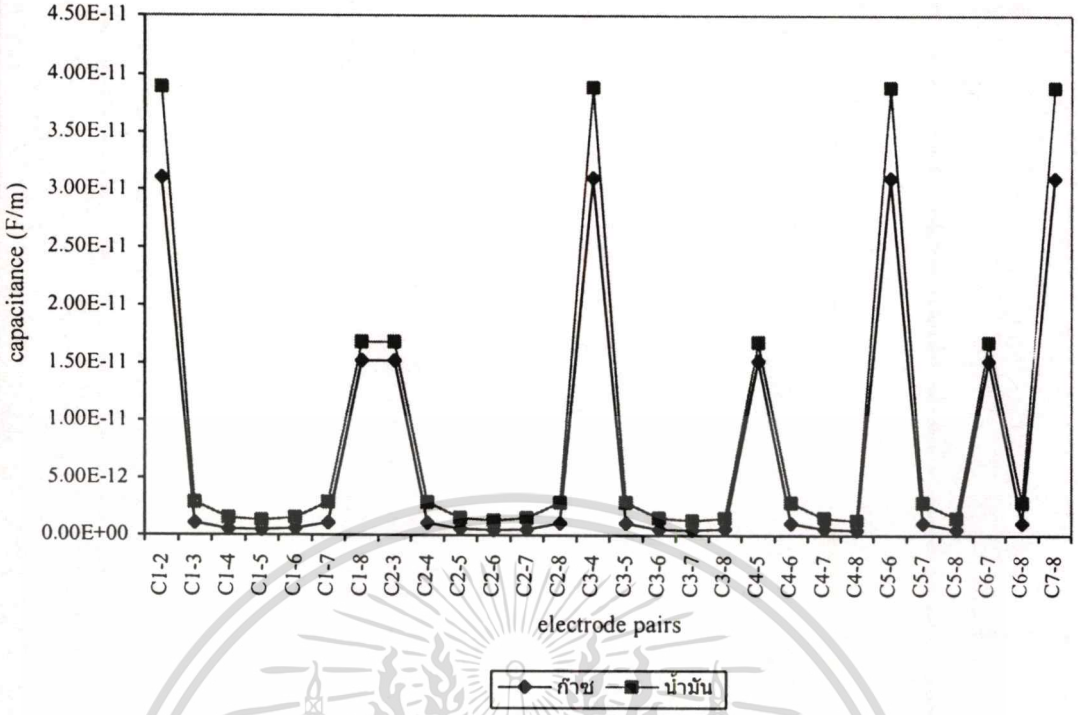


รูปที่ 7.6 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 3

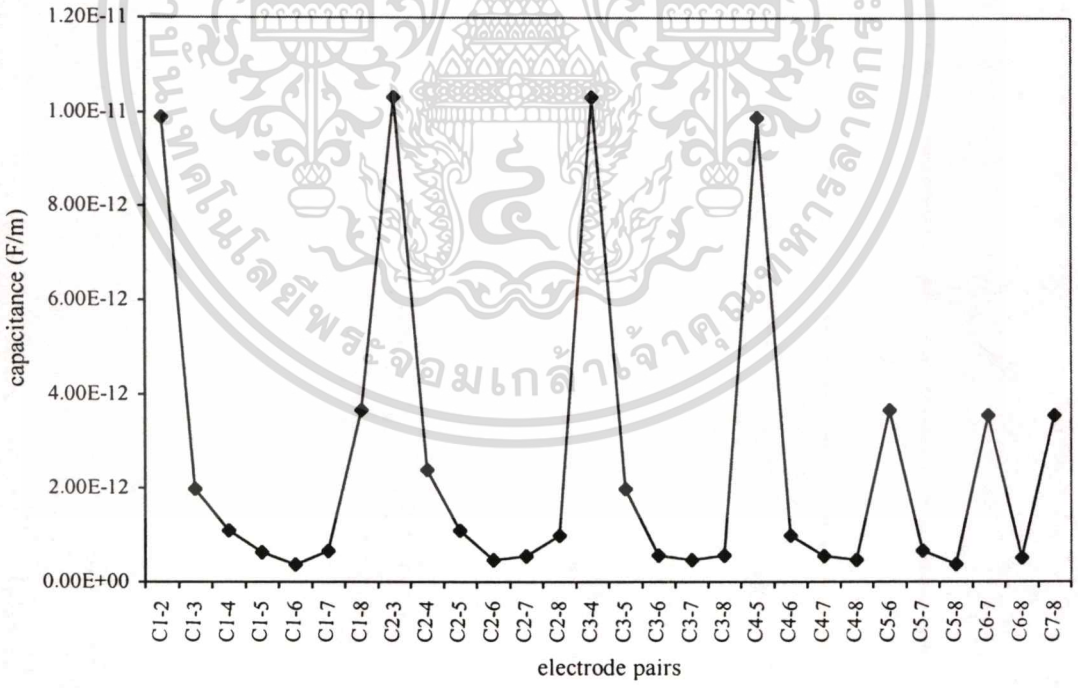


รูปที่ 7.7 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมในแบบที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

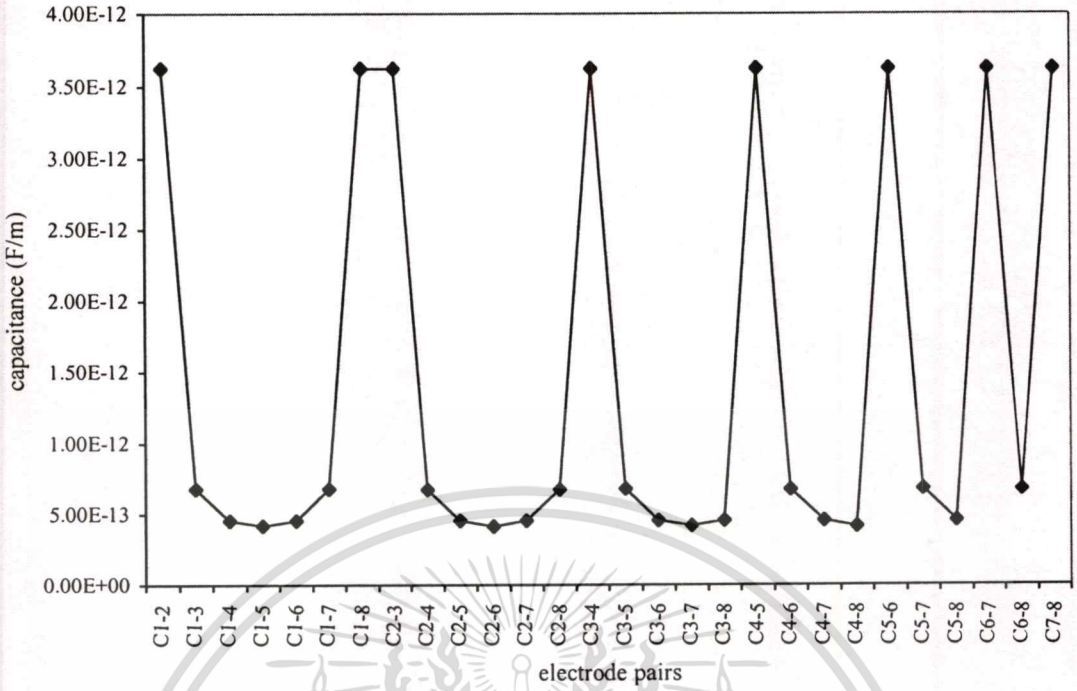


รูปที่ 7.8 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อเซ็นเซอร์มีเฉพาะก๊าซ และน้ำมันอยู่เต็ม

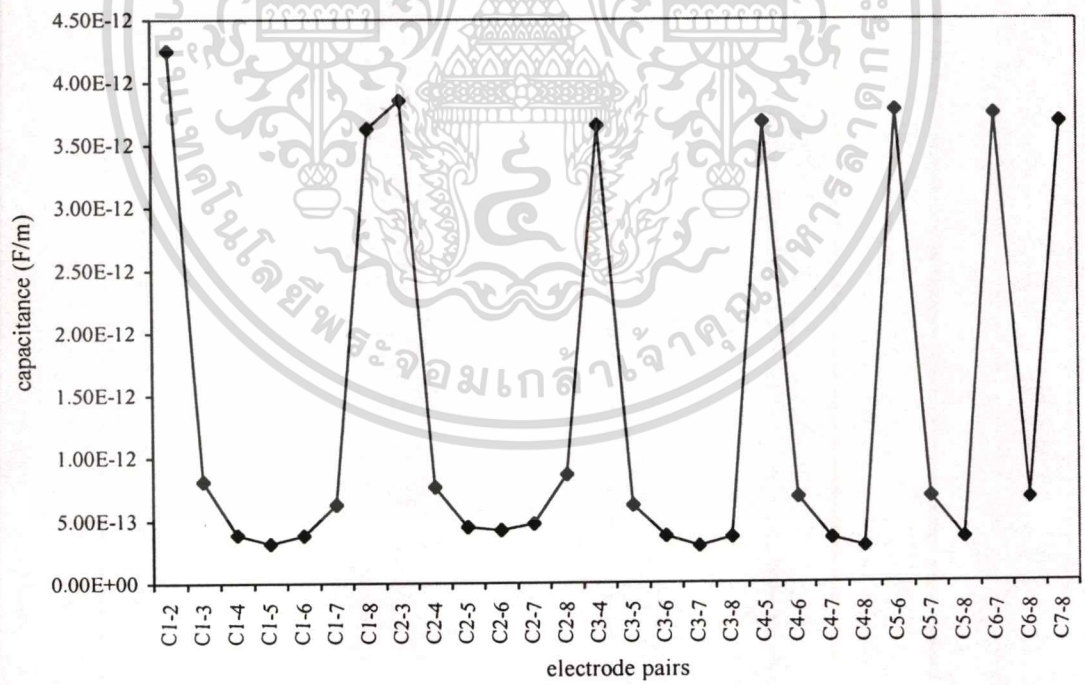


รูปที่ 7.9 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

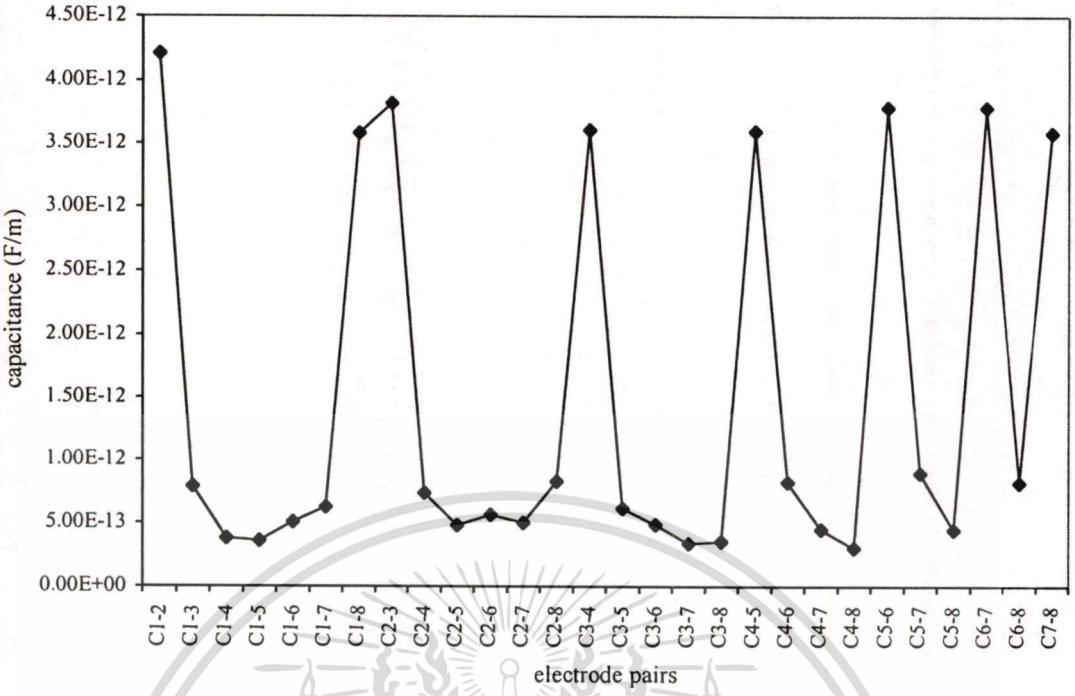


รูปที่ 7.10 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 2

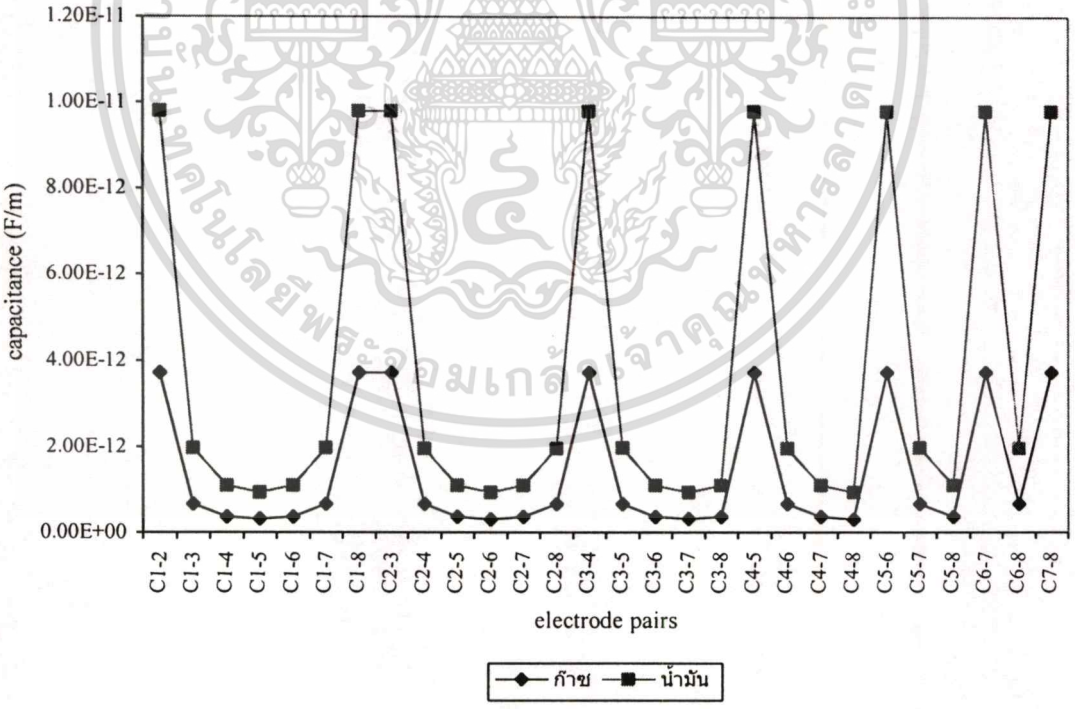


รูปที่ 7.11 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.12 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมในแบบที่ 4



รูปที่ 7.13 ค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อเซ็นเซอร์มีเฉพาะก๊าซ และน้ำมันอยู่เต็ม

จากค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้ทั้งเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม จะเห็นได้ว่ามีค่าค่อนข้างต่ำมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งค่าความจุไฟฟ้าของคู่อิเล็กโทรดที่อยู่ตรงข้ามกัน ดังนั้นเครื่องมือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วัดค่าความจุไฟฟ้าจริงที่จะถูกสร้างขึ้นจะต้องมีคุณสมบัติคือ ต้องมีความไวสูงเพียงพอที่จะสามารถวัดค่าความจุไฟฟ้าที่มีค่าต่ำมากๆนี้ได้ และรวมถึงการไม่ไวต่อสัญญาณรบกวนอื่นๆ ด้วยเช่นกัน

7.5 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมประกอบด้วย 4 วิธี คือ

1. วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน
2. วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration
3. วิธี ART และ
4. วิธี SART

7.5.1 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน

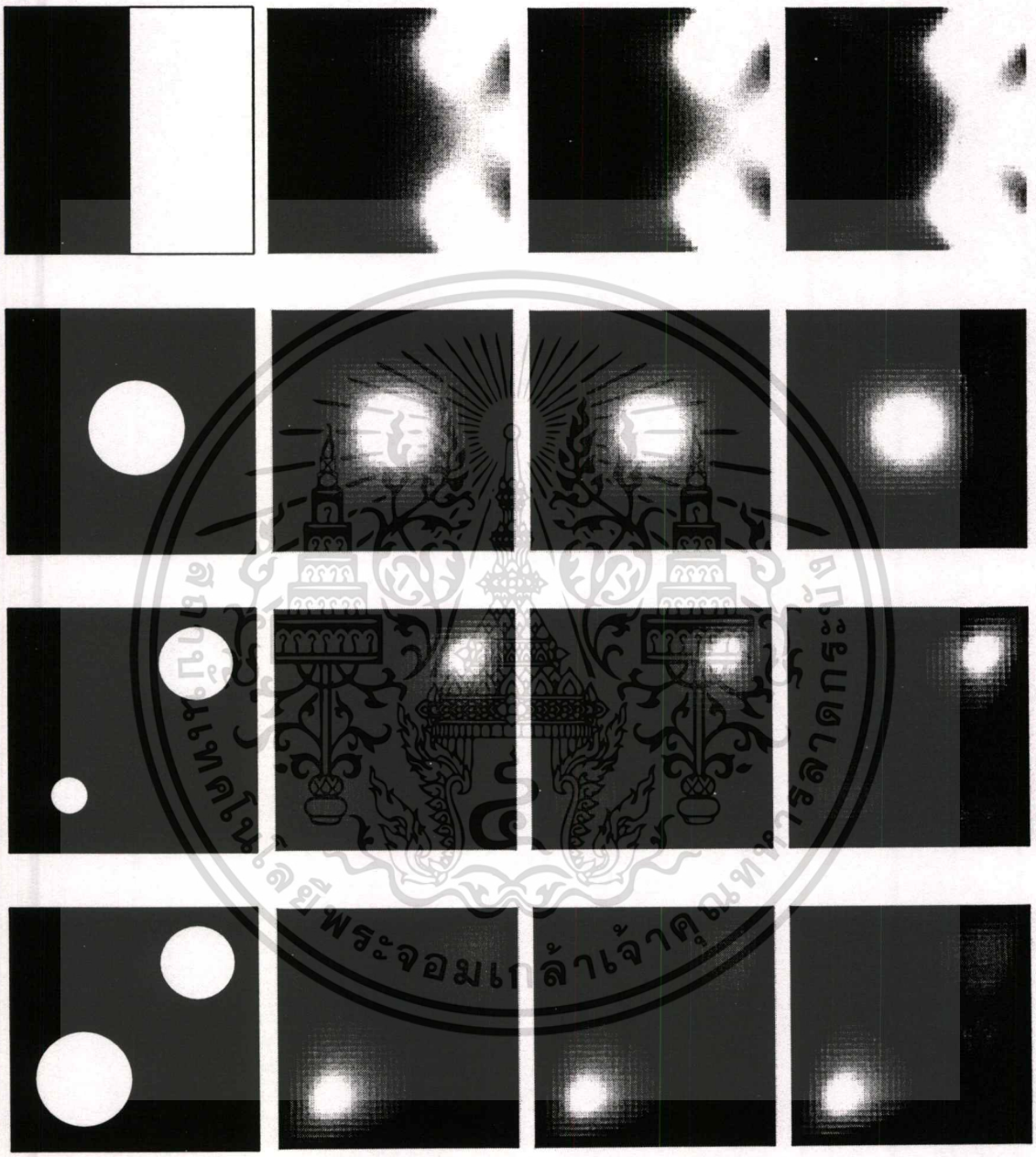
แบบที่ 1 แบบที่ 2 แบบที่ 3 แบบที่ 4

รูปที่ 7.14 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.5.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

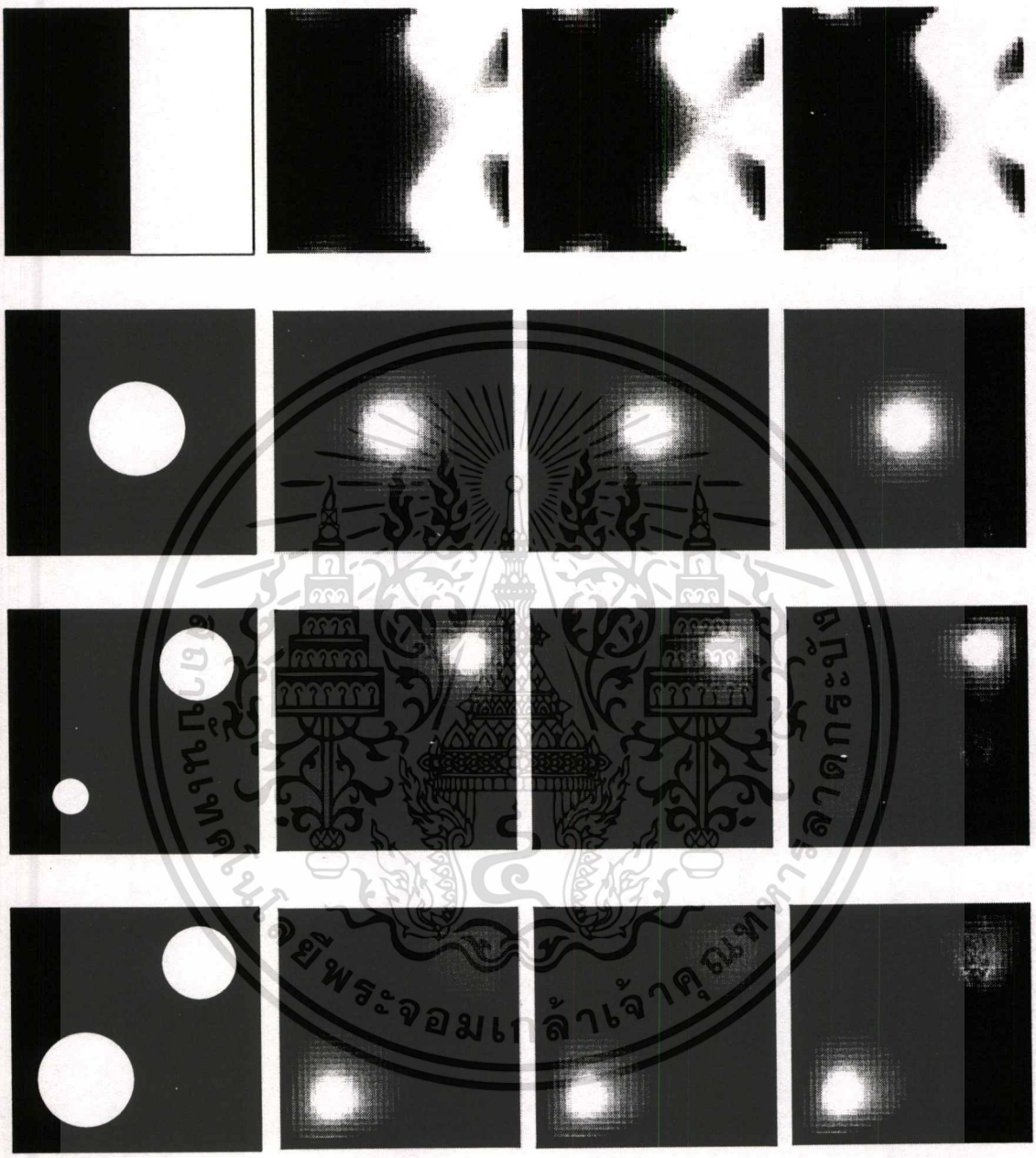


รูปที่ 7.15 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.5.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี ART

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

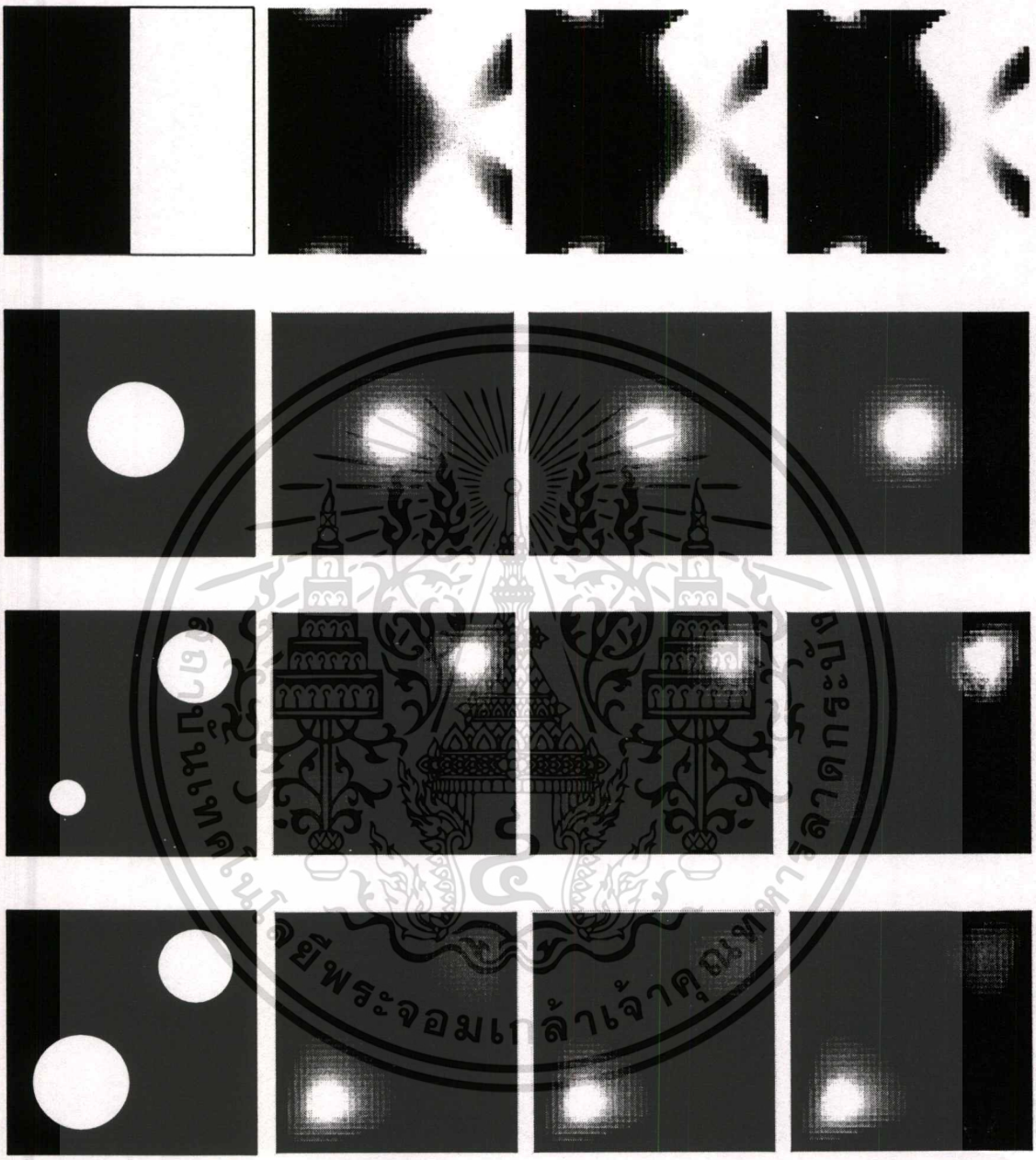


รูปที่ 7.16 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี ART

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

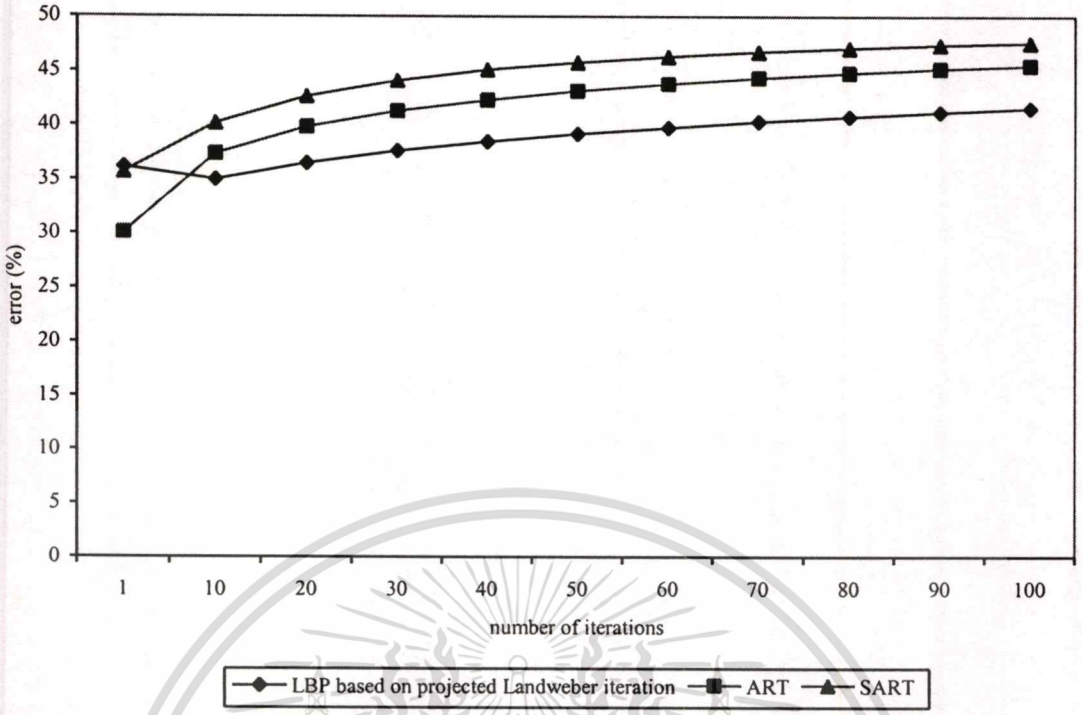
7.5.4 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี SART

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

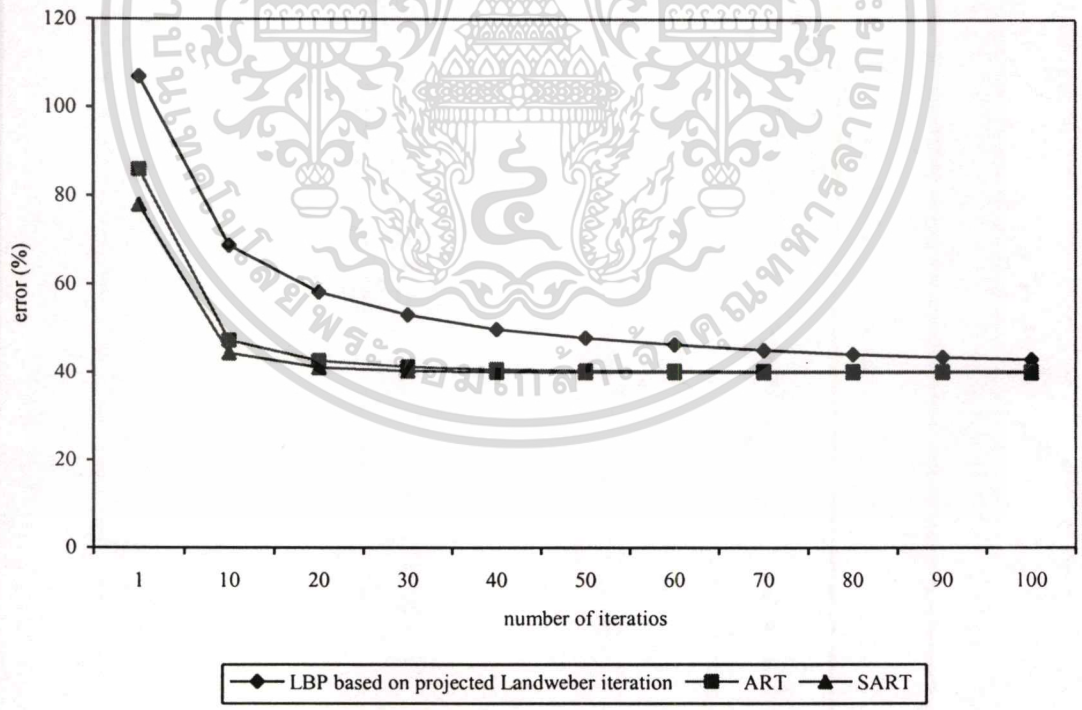


รูปที่ 7.17 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยวิธี SART

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

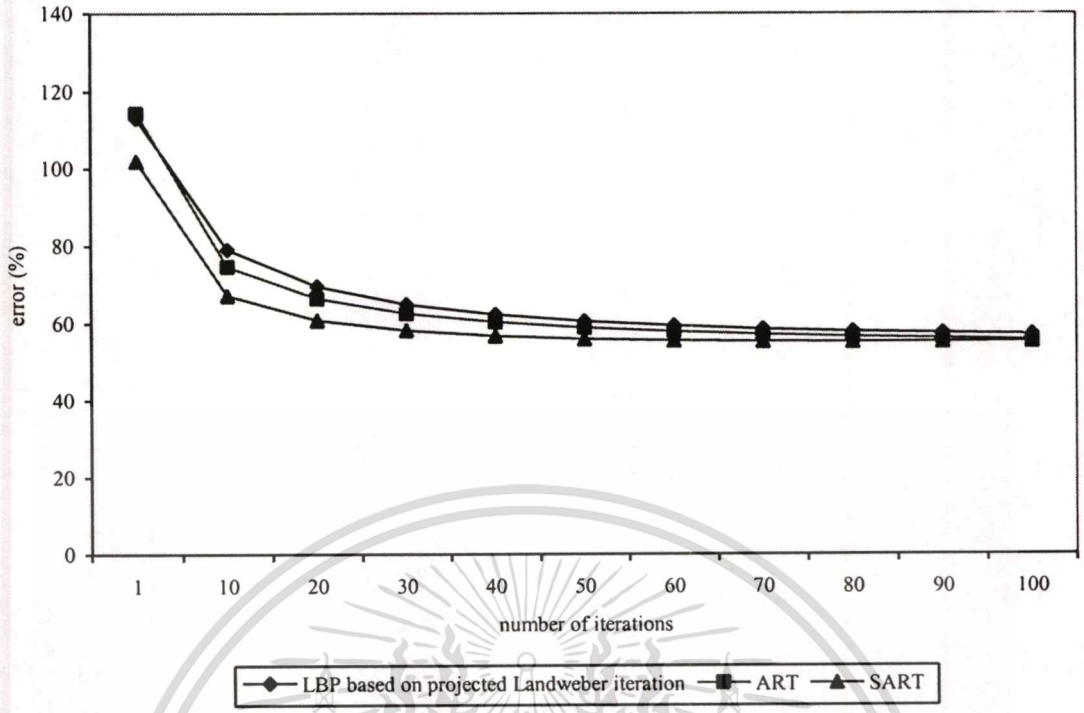


รูปที่ 7.18 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 1 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

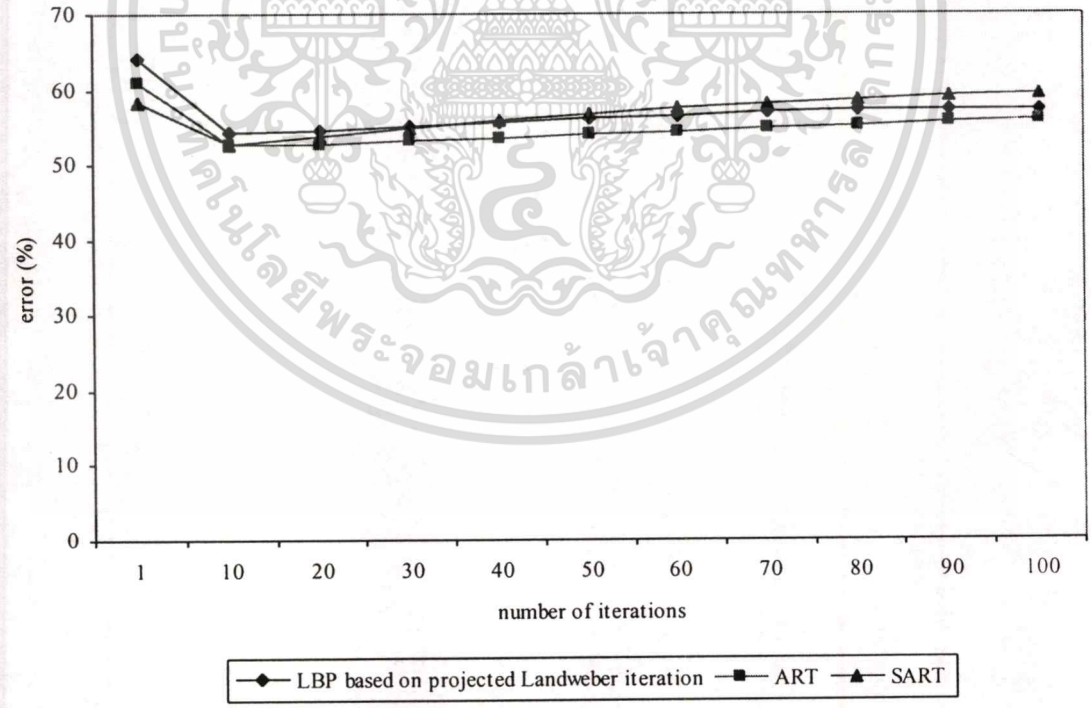


รูปที่ 7.19 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 2 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.20 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 3 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม



รูปที่ 7.21 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 4 ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

จากผลการทดลองโดยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ภาพตัดขวางที่ได้มีลักษณะไม่คมชัดของขอบภาพ ไม่สามารถแยกวัตถุหลายๆวัตถุที่อยู่ใกล้ๆกันได้ และมีความผิดพลาดสูงในทุกแบบของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาพทดสอบ จากผลการทดลองของแบบที่ 1 พบว่าทุกวิธีของการสร้างภาพจะเกิดค่าความคลาดเคลื่อนขึ้นทันทีเมื่อมีการทำซ้ำของกระบวนการสร้างภาพตัดขวาง เนื่องจากค่าเซนซิติวิตีของระบบมีค่าสูงมากและค่าต่ำมากอยู่เฉพาะบริเวณใกล้ขอบของเซ็นเซอร์ รวมทั้งผลของลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตีด้วยเช่นกัน

จากผลการทดลองโดยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration พบว่าภาพที่ได้ในรูปแบบที่ 2 3 และ 4 นั้นเมื่อเพิ่มจำนวนของการทำซ้ำ ภาพที่ได้เริ่มมีความใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อใช้วิธี ART และ SART ภาพที่ได้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากกว่าที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากัน และด้วยวิธี SART จะใช้จำนวนของการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีอื่นๆ

7.6 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

การสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้าของเซ็นเซอร์แบบวงกลมประกอบด้วย 4 วิธี คือ

1. วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน
2. วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration
3. วิธี ART และ
4. วิธี SART

7.6.1 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน

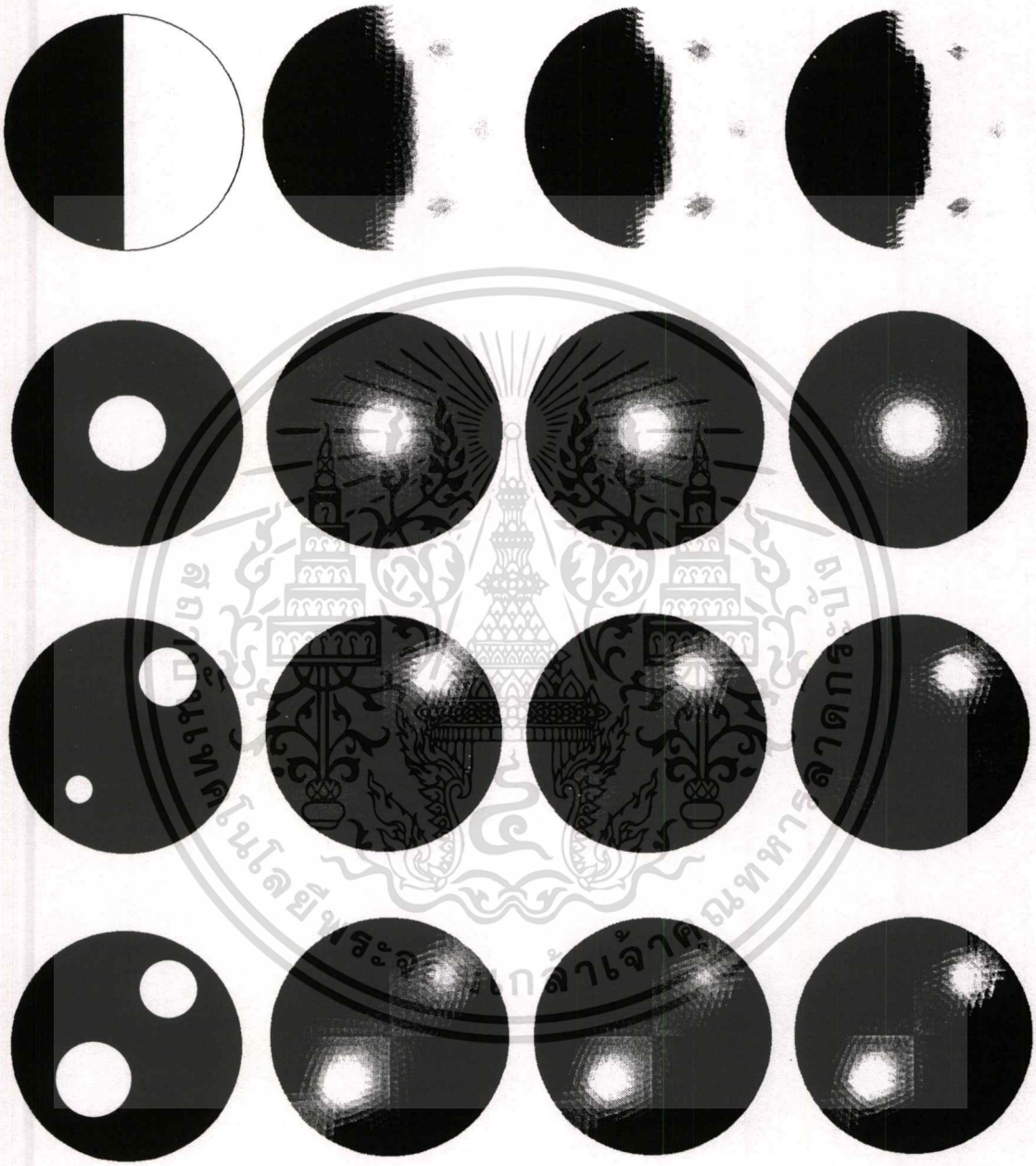
แบบที่ 1 แบบที่ 2 แบบที่ 3 แบบที่ 4

รูปที่ 7.22 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.6.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

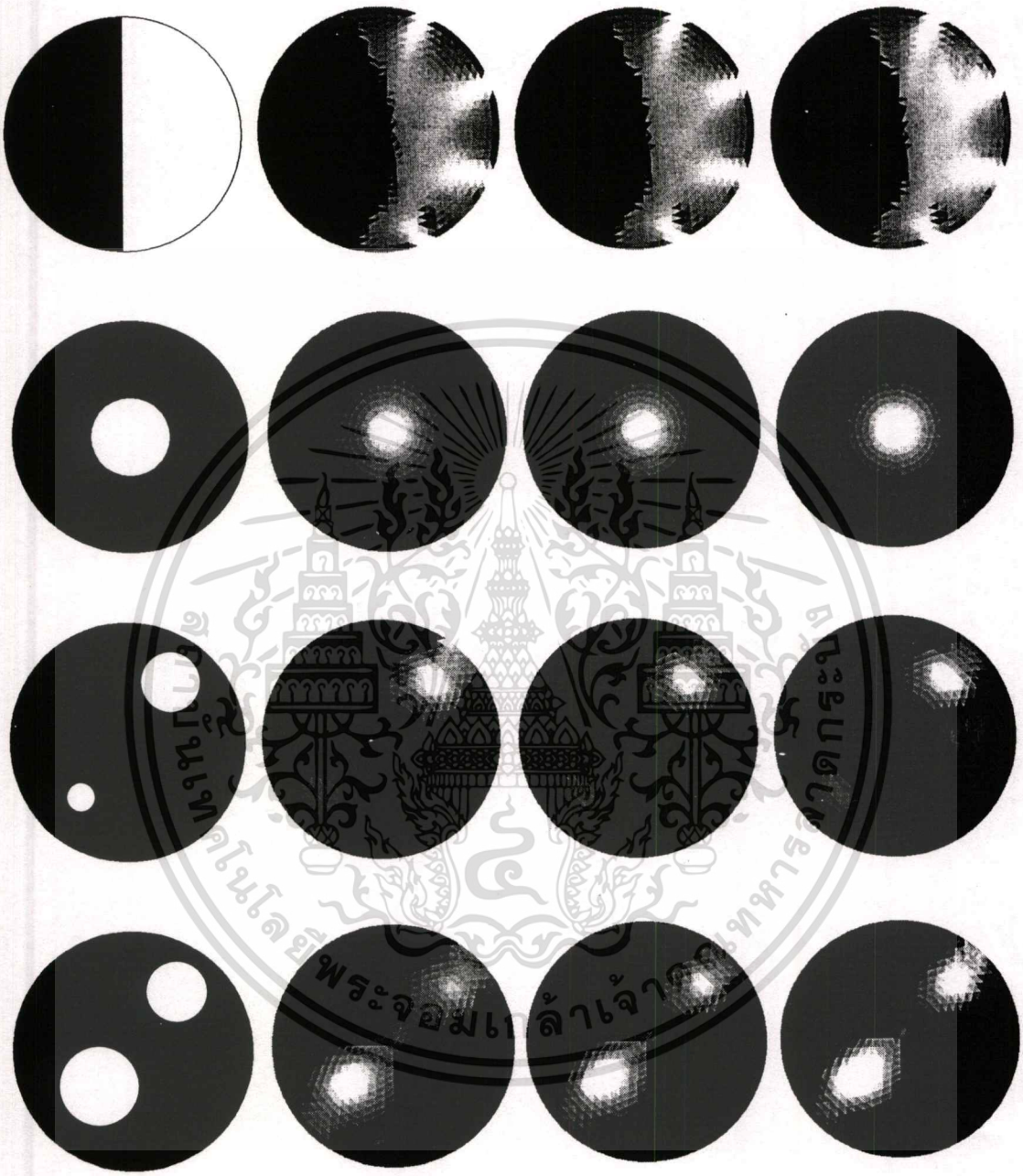


รูปที่ 7.23 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.6.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี ART

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

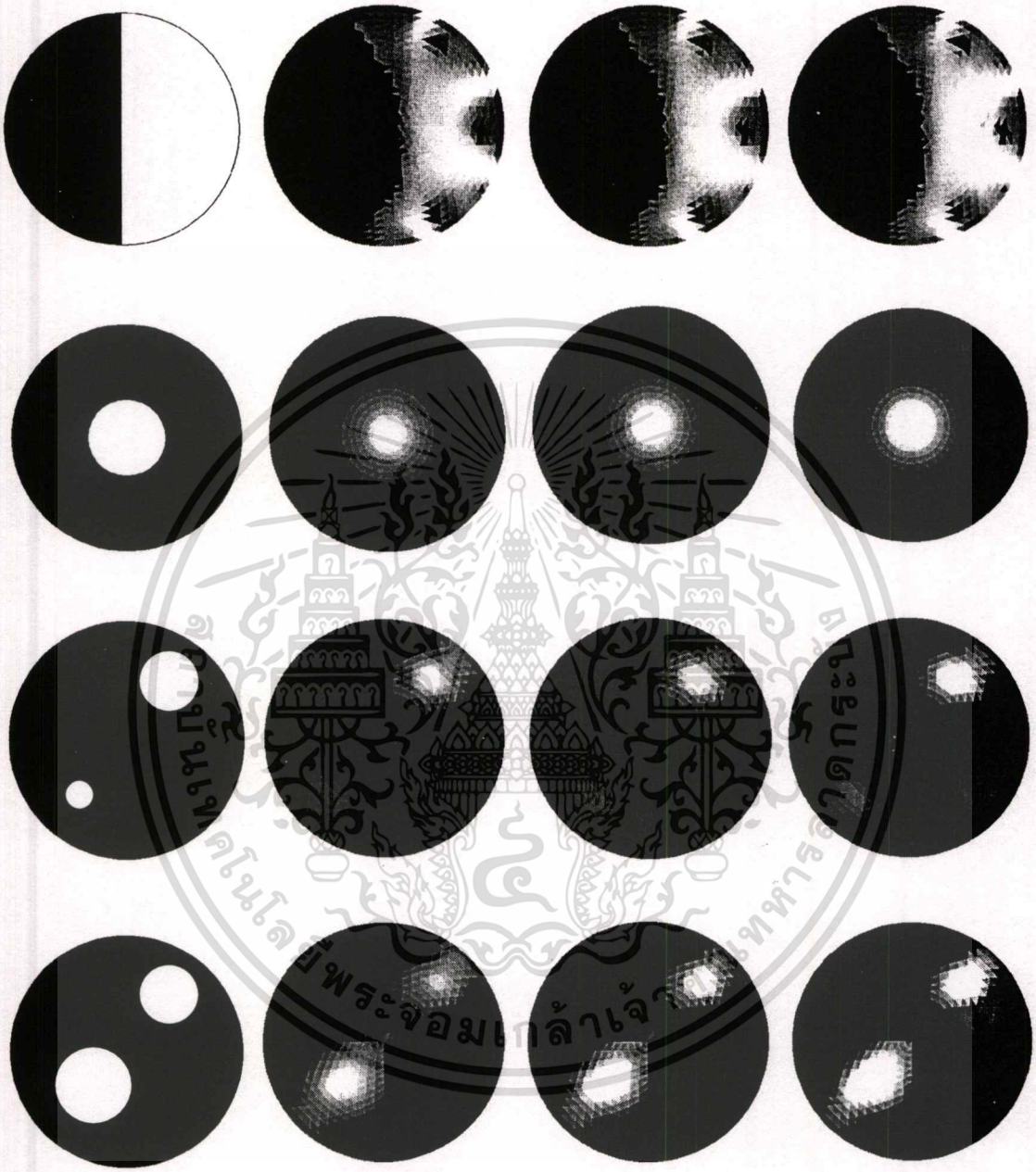


รูปที่ 7.24 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี ART

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

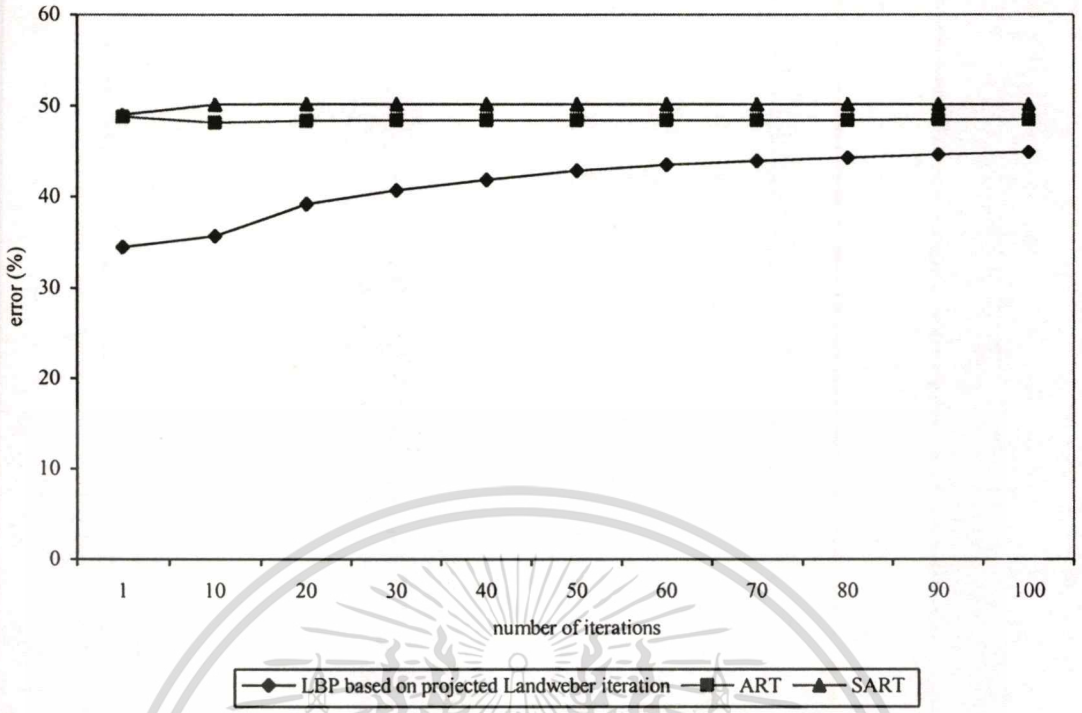
7.6.4 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี SART

ผลการทดลองของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5, 10 และ 15 รอบ ตามลำดับ

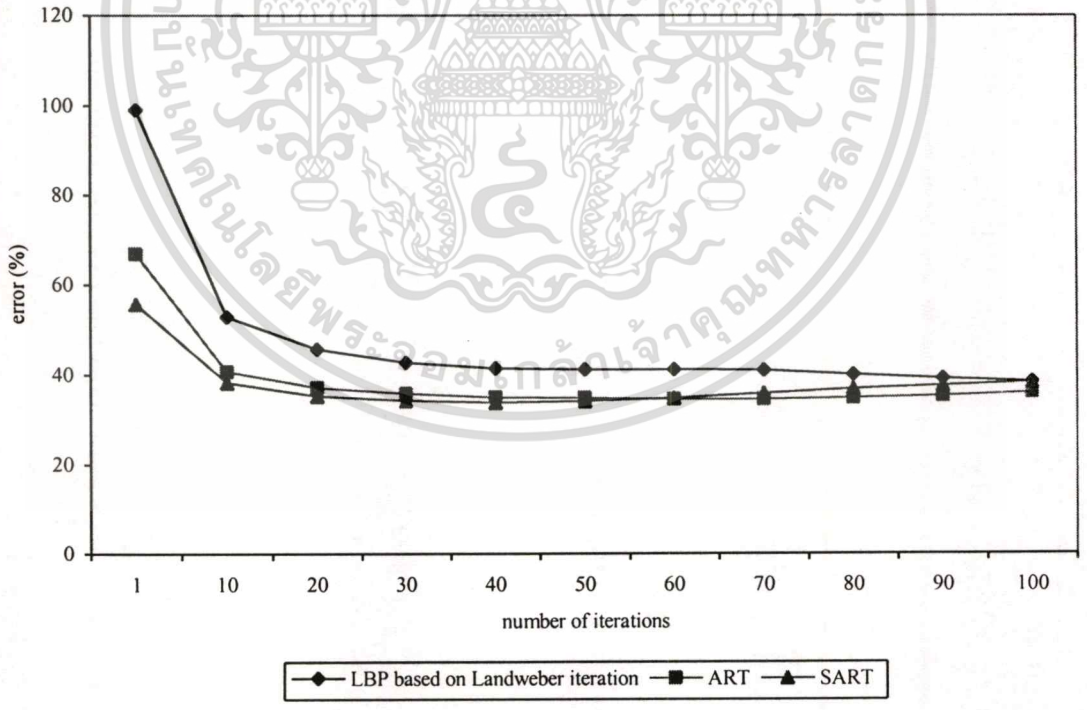


รูปที่ 7.25 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของเซ็นเซอร์แบบวงกลมด้วยวิธี SART

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

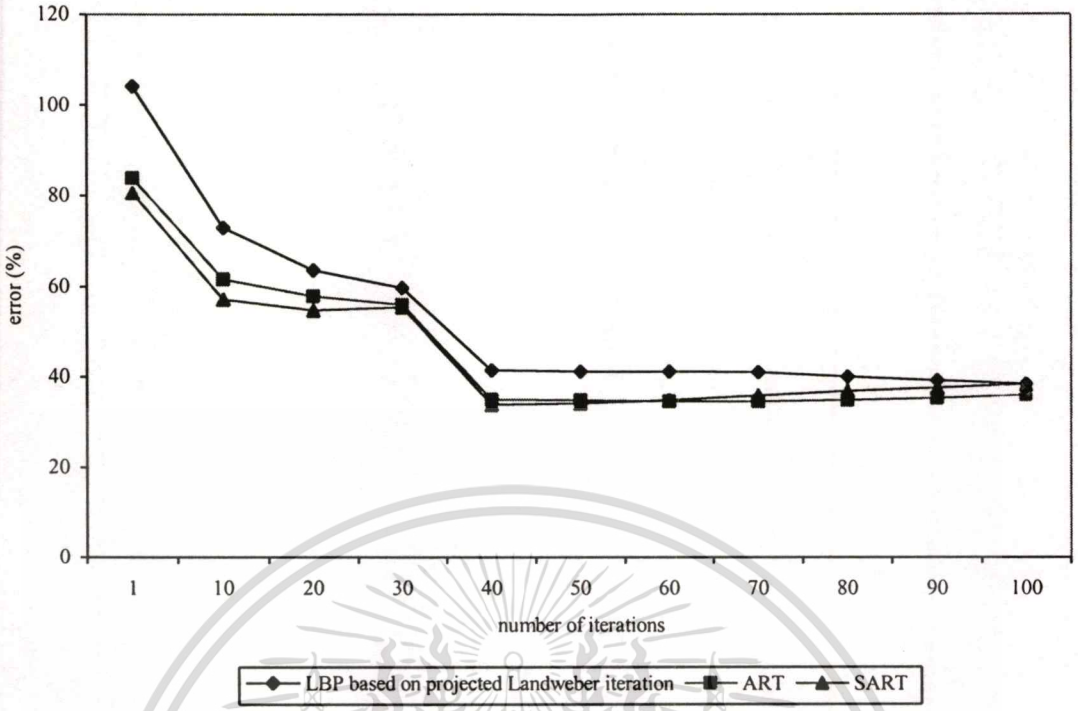


รูปที่ 7.26 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 1 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

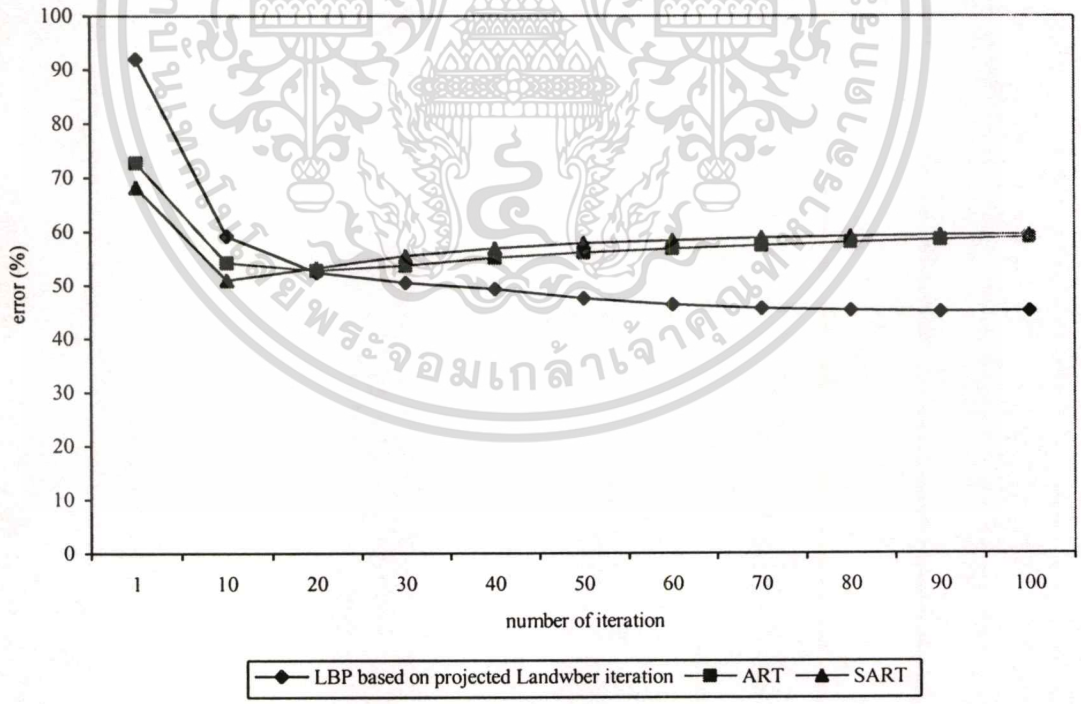


รูปที่ 7.27 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 2 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.28 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 3 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม



รูปที่ 7.29 รูปแสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของแบบที่ 4 ของเซ็นเซอร์แบบวงกลม

จากผลการทดลองโดยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชัน ภาพตัดขวางที่ได้มีลักษณะไม่คมชัดของขอบภาพ ไม่สามารถแยกวัตถุหลายๆวัตถุที่อยู่ใกล้ๆกันได้ และมีความผิดพลาดสูงในทุกแบบของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาพทดสอบ ผลการทดลองของแบบที่ 1 จะมีลักษณะลู่ออกของผลเฉลยทันทีเมื่อมีการทำซ้ำของกระบวนการสร้างภาพตัดขวาง ซึ่งมีสาเหตุเช่นเดียวกับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม

จากผลการทดลองโดยวิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration พบว่าภาพที่ได้ในแบบที่ 2 3 และ 4 นั้นเมื่อเพิ่มจำนวนของการทำซ้ำ ภาพที่ได้เริ่มมีความใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อใช้วิธี ART และ SART ภาพที่ได้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากกว่าที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากัน และด้วยวิธี SART จะใช้จำนวนของการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีอื่นๆ

จากผลการทดลองของค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ทั้งแบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม แสดงให้เห็นว่าการสร้างภาพตัดขวางที่ใช้วิธีการทำซ้ำ อาจจะมีการลู่ออกของผลเฉลยได้เมื่อเพิ่มจำนวนของการทำซ้ำมากขึ้น พิจารณาการสร้างภาพกลับของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมด้วยภาพทดสอบแบบที่ 4 โดยใช้จำนวนการทำซ้ำทั้งหมด 500 รอบ

(ก) (ข) (ค)

รูปที่ 7.30 รูปผลการสร้างภาพกลับโดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 500 รอบ

(ก) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

(ข) วิธี ART

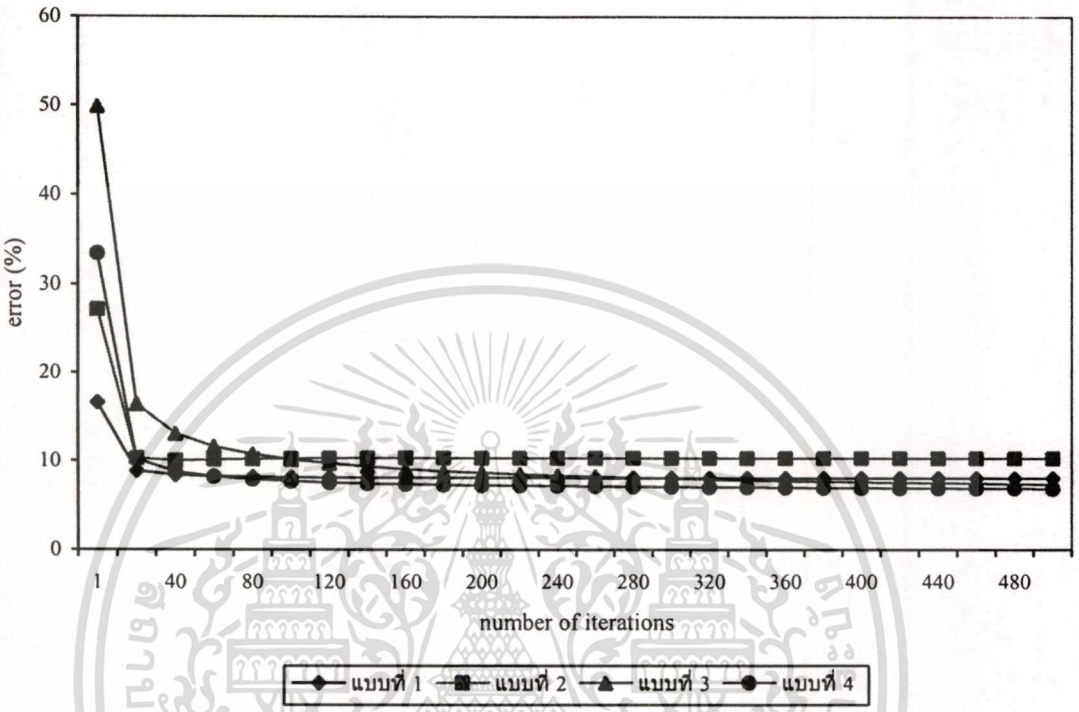
(ค) วิธี SART

การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนโดยการเปรียบเทียบค่าความแตกต่างระหว่างค่าความจุไฟฟ้าที่วัดได้ (C) และค่าความจุไฟฟ้าที่ได้จากวิธีลิเนียร์ฟอร์เวิร์ดโปรเจคชัน (D) จากสมการที่ (5.9) แสดงได้ดังสมการ

$$error = \frac{\|C - D\|_2}{\|C\|_2} \tag{7.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการที่ (7.2) คือ ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของเวกเตอร์ค่าความจุไฟฟ้าที่ทำการนอร์มอไลซ์แล้ว การทดลองทำได้โดย คำนวณค่าของสมการที่ (7.2) ในแบบที่ 1 2 3 และ 4 โดยใช้วิธี SART และใช้จำนวนการทำซ้ำทั้งหมด 500 รอบ



รูปที่ 7.31 ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของค่านอร์มอไลซ์ของค่าความจุไฟฟ้า ในแบบที่ 1 2 3 และ 4 โดยวิธี SART

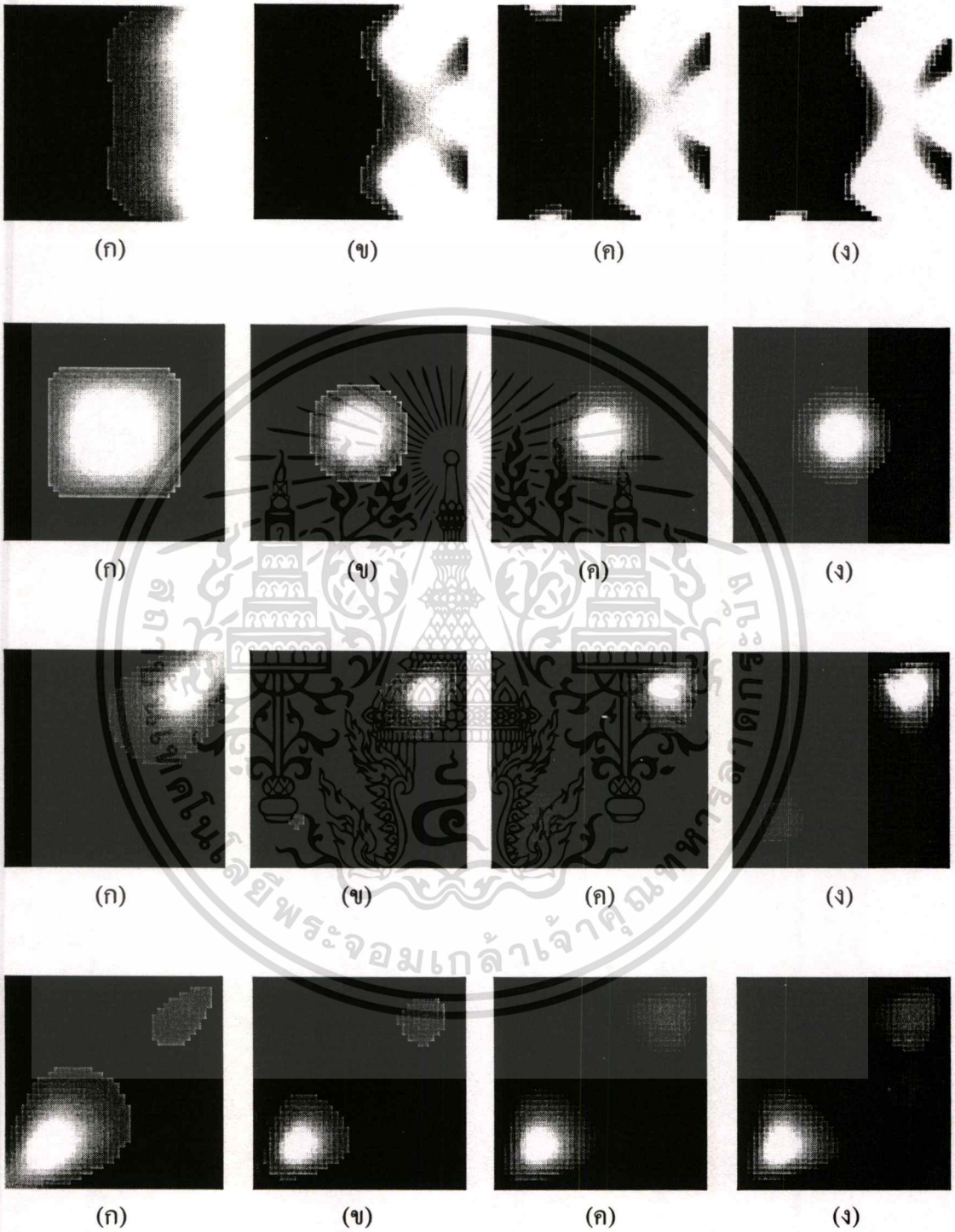
จากรูปที่ 7.31 ค่าความคลาดเคลื่อนนี้จะมีลักษณะที่ลดลงเรื่อยๆเมื่อมีการใช้จำนวนของการทำซ้ำที่มากขึ้น แต่ภาพที่ได้จะมีลักษณะที่ลู่ออกไปแล้ว ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ไม่สามารถใช้สมการที่ (7.2) นี้ในการหยุดกระบวนการของการทำซ้ำได้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ใช้จำนวนของการทำซ้ำโดยประมาณแทน (15 รอบ) ซึ่งได้จากการทดลอง โดยเมื่อมีการใช้จำนวนของการทำซ้ำที่มากกว่านี้ ค่าความคลาดเคลื่อนจะลดลงอีกเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

7.7 การปรับปรุงคุณภาพของภาพด้วยวิธีการเทรชโฮลด์ระดับเทา

ค่าเทรชโฮลด์ระดับเทาของภาพสามารถหาได้จากสมการที่ (5.7) ในหัวข้อที่ 5.4 โดยจะใช้วิธีการเทรชโฮลด์ร่วมกับวิธีการสร้างภาพต่างๆ คือ วิธี LBP (ไม่มีการทำซ้ำ) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration วิธี ART และวิธี SART โดยใน 3 วิธีหลังนี้จะใช้วิธีการเทรชโฮลด์หลังจากการทำซ้ำแล้ว 15 รอบ แสดงได้ดังรูปที่ 7.32 และตารางที่ 7.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม และรูปที่ 7.33 และตารางที่ 7.2 สำหรับเซ็นเซอร์แบบวงกลม ตามลำดับ



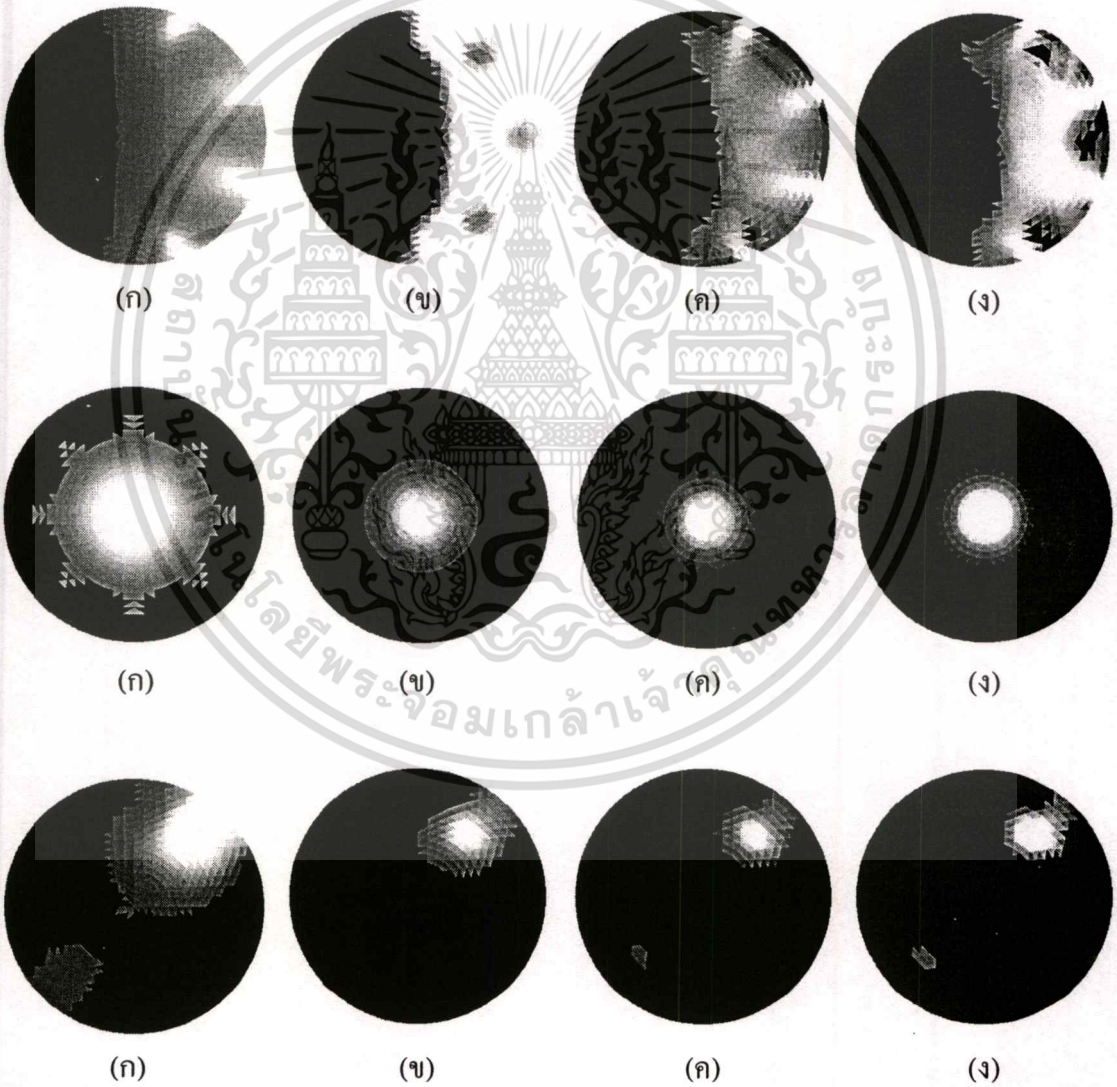
รูปที่ 7.32 แสดงภาพที่ถูกสร้างกลับของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อใช้วิธีเทรซโฮลด์ระดับเทา (ก) วิธี LBP (ข) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration (ค) วิธี ART (ง) วิธี SART

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

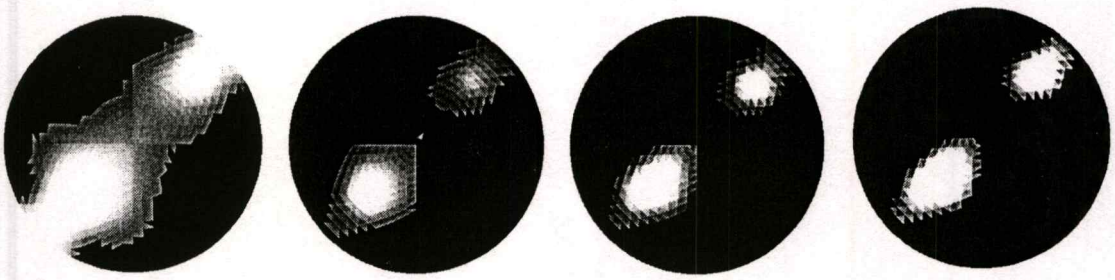
ตารางที่ 7.1 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมเมื่อใช้วิธีการเทรซโฮลด์ระดับเทาโดยวิธี LBP, LBP iteration, ART และ SART

	LBP	LBP iteration*	ART	SART
แบบที่ 1	38.26	40.85	41.64	45.93
แบบที่ 2	112.56	53.43	43.99	41.3
แบบที่ 3	124.31	71.74	69.42	62.4
แบบที่ 4	65.49	51.66	52.46	52.89

*LBP iteration คือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) (ข) (ค) (ง)

รูปที่ 7.33 แสดงภาพที่ถูกสร้างกลับของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อใช้วิธีเทรซโฮลด์ระดับเทา

(ก) วิธี LBP

(ข) วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

(ค) วิธี ART

(ง) วิธี SART

ตารางที่ 7.2 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์ของเซ็นเซอร์แบบวงกลมเมื่อใช้วิธีการเทรซโฮลด์ระดับเทาโดยวิธี LBP, LBP iteration, ART และ SART

	LBP	LBP iteration*	ART	SART
แบบที่ 1	41.77	41.74	51.16	53.12
แบบที่ 2	100.38	44.57	37.98	35.79
แบบที่ 3	112.93	68.54	61.39	58.93
แบบที่ 4	100.12	49.65	54.01	56.49

*LBP iteration คือ วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration

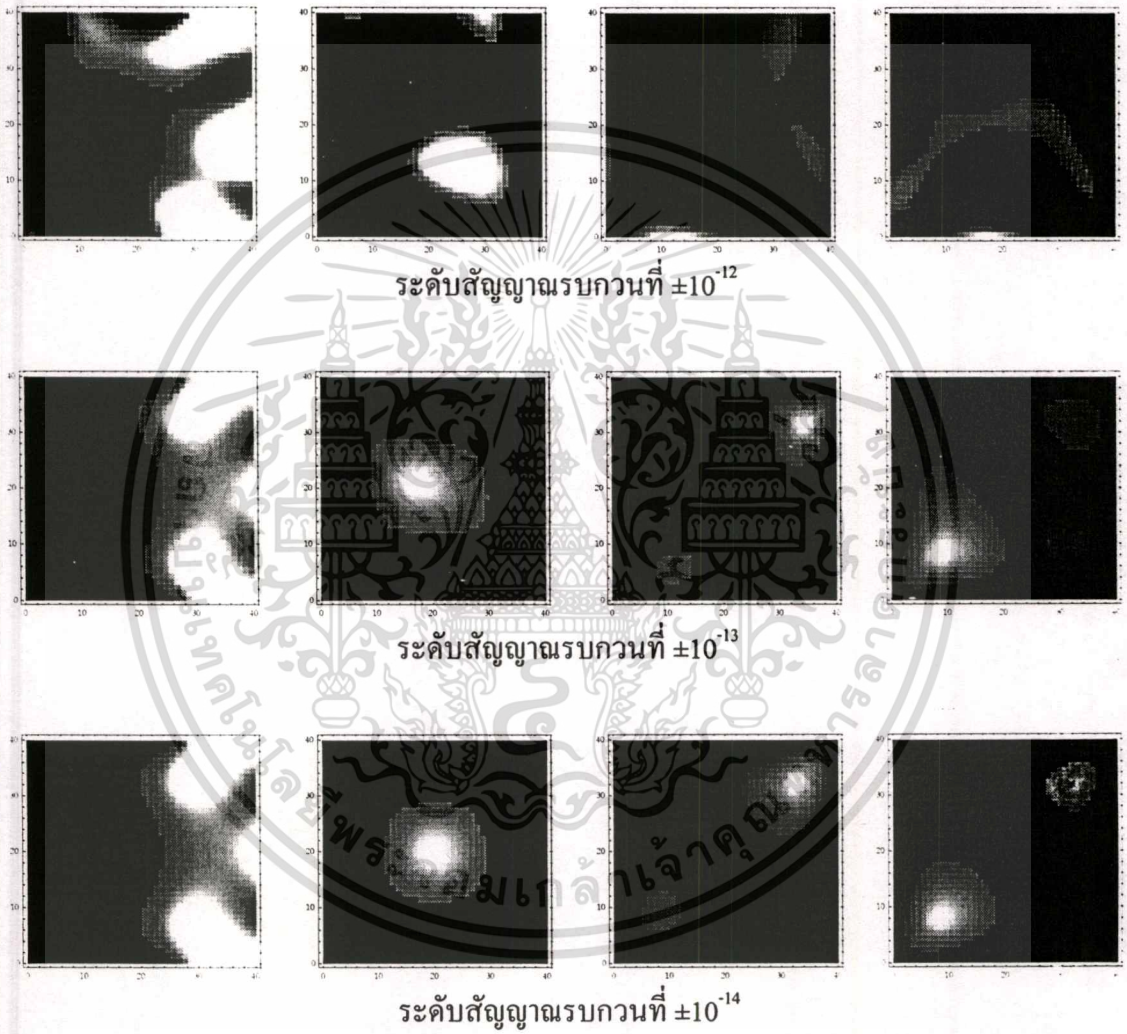
จากผลการทดลองของภาพตัดขวางที่ได้ทั้งเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมและแบบวงกลม จะเห็นว่าลักษณะของขอบภาพจะชัดขึ้นและภาพถูกต้องมากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นผลจากการตัดค่าระดับเทาค่าต่ำๆที่ไม่ถูกต้องทิ้งไป และเป็นผลให้สามารถลดจำนวนของการทำซ้ำลงได้ แต่ข้อเสียคือ ถ้ามีวัตถุขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับวัตถุอื่นที่อยู่ในภาพเดียวกัน จะทำให้วัตถุนี้ไม่สามารถถูกแสดงผลได้ เนื่องจากค่าระดับเทาของบริเวณของวัตถุนี้จะมีค่าต่ำ

จากตารางที่ 7.1 และ 7.2 จะเห็นได้ว่า เมื่อใช้วิธีการเทรซโฮลด์ค่าระดับเทาแล้ว วิธีการสร้างภาพกลับที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนนอร์มสัมพัทธ์น้อยที่สุด จะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายตัว ขนาด รูปร่าง ค่าระดับเทา และตำแหน่งของเพอมิตติวิตี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.8 การทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการสร้างภาพตัดขวางเมื่อมีสัญญาณรบกวน

การสร้างภาพตัดขวางเมื่อมีสัญญาณรบกวนทำได้โดยเพิ่มค่าบวกและค่าลบเข้ากับค่าความจุไฟฟ้าที่คำนวณได้ โดยในงานวิจัยนี้เพิ่มค่า $\pm 10^{-12}$, $\pm 10^{-13}$ และ $\pm 10^{-14}$ เพื่อต้องการทดสอบว่ากระบวนการการสร้างภาพตัดขวางนั้นสามารถสร้างภาพกลับที่ถูกต้องได้ในขณะมีสัญญาณรบกวนในระดับใด โดยผลการทดลองใช้วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration และใช้เซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยม แสดงโดยเรียงลำดับจาก แบบที่ 1, 2, 3 และ 4



รูปที่ 7.34 รูปแสดงผลการสร้างภาพตัดขวางโดยมีสัญญาณรบกวน

ภาพที่ได้จากการเพิ่มสัญญาณรบกวนแสดงให้เห็นว่าเมื่อมีระดับสัญญาณรบกวนสูงกว่า $\pm 10^{-14}$ แล้ว ภาพที่ได้จะเกิดความคลาดเคลื่อนไปจากภาพทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8
บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ภาพตัดขวางค่าความจุไฟฟ้าของวัตถุสามารถสร้างได้ โดยการติดอิเล็กโทรดโดยรอบวัตถุที่ต้องการศึกษาและวัดค่าความจุไฟฟ้าระหว่างคู่อิเล็กโทรด แล้วนำค่าความจุที่วัดได้มาสร้างเป็นภาพการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีภายในวัตถุโดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ ข้อดีของวิธีนี้คือ ระบบการวัดไม่ซับซ้อน ไม่แพง ไม่ก่ออันตรายกับวัตถุที่วัด ขนาดเล็ก และมีแนวโน้มที่สามารถนำไปประยุกต์ทางอุตสาหกรรมและการแพทย์ได้ ส่วนข้อจำกัดคือ วัตถุที่วัดต้องเป็นฉนวนทางไฟฟ้าโดยเฉพาะผิวนอกที่ติดอิเล็กโทรด คุณภาพการแยกแยะการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีจะต่ำทำให้ภาพที่ได้ไม่ดีเท่ากับการใช้เทคนิคภาพตัดขวางที่เป็นมาตรฐานอยู่ในปัจจุบัน เช่นCT MRI หรือ อื่น ๆ ซึ่งข้อจำกัดดังกล่าว ทำให้เหมาะสำหรับวัตถุที่มีผิวเป็นฉนวน มีโครงสร้างการกระจายตัวของค่าเพอมิตติวิตีภายในไม่ซับซ้อน เช่นการดูภาพตัดขวางของวัตถุในท่อทางอุตสาหกรรมน้ำมันหรือเม็ดพลาสติก การสังเกตการผสมของสารเคมีในถังกวนเป็นต้น

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อศึกษาและปรับปรุงเทคนิคการสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า จากเทคนิคเดิมโดย W.Q.Yang และ คณะ ซึ่งใช้วิธี วิธีลิเนียร์แบ็กโปรเจคชันตามหลักการของ projected Landweber iteration ที่มีการจำกัดค่าระดับเทาของแต่ละการทำซ้ำให้อยู่ในช่วง 0 ถึง 1 กับเซ็นเซอร์แบบสี่เหลี่ยมขนาด 50x50 มิลลิเมตร และเซ็นเซอร์แบบวงกลมขนาดรัศมี 54 มิลลิเมตร โดยประกอบด้วยอิเล็กโทรดจำนวน 8 อิเล็กโทรดซึ่งติดอยู่รอบนอกของเซ็นเซอร์ ซึ่งปัญหาของวิธีนี้คือภาพตัดขวางที่ได้มีลักษณะไม่คมชัดของขอบภาพซึ่งเกิดจากข้อจำกัดของวิธีการนี้ ทำให้ต้องใช้จำนวนรอบการทำซ้ำสูง ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการเชิงพีชคณิตในการปรับปรุงคุณภาพของภาพให้ดีขึ้นและลดจำนวนรอบการทำซ้ำนั้นลง โดยใช้เทคนิค SART ซึ่งเหมาะกับการใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นขนาดใหญ่

เนื่องจากงานวิจัยนี้เน้นในการศึกษาปรับปรุงเทคนิคและอัลกอริธึมของการสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้า จึงใช้การจำลองค่าความจุไฟฟ้าจากวัตถุที่มีโครงสร้างที่สร้างขึ้นมาจากแบบจำลอง ที่สามารถเป็นจริงได้ในทางปฏิบัติ โดยสมมุติให้วัตถุที่ต้องการวัดมีโครงสร้างเป็นสี่เหลี่ยมและวงกลม

การจำลองค่าความจุไฟฟ้าทำได้โดยการคำนวณค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าภายในวัตถุทำได้โดยใช้วิธีผลต่างจำกัดเมื่อโมเดลเป็นแบบสี่เหลี่ยม และใช้วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เมื่อโมเดลเป็นแบบวงกลม จากนั้นใช้กฎของเกาส์ เพื่อหาค่าประจุไฟฟ้าบนอิเล็กโทรดที่สัมพันธ์กับการกระจายของเพอมิตติวิตีของวัตถุนั้น และค่าความจุไฟฟ้าจะได้มาโดยการคำนวณจากสัดส่วนของประจุไฟฟ้านั้นกับค่าศักดาไฟฟ้าที่ป้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในส่วนของผลการทดลอง ได้เปรียบเทียบผลของการสร้างภาพตัดขวางจากค่าความจุไฟฟ้าจากโมเดลที่กำหนดขึ้นโดยใช้วิธีที่ปรากฏในเอกสารอ้างอิง กับวิธีที่ได้พัฒนาขึ้นมาใหม่ในแบบจำลองที่วัตถุเป็นรูปสี่เหลี่ยมและวงกลม ซึ่งให้ผลที่ดีกว่าทั้งในแง่ของคุณภาพของภาพ การลู่เข้า ลดวงรอบของการคำนวณ และลดจำนวนของการทำซ้ำ

ความถูกต้องของภาพที่ถูกสร้างกลับ จะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายตัวของเพอมิตติวิตี ขนาด รูปร่าง ค่าระดับเทา และตำแหน่งที่อยู่ในภาพ คุณภาพของภาพสามารถถูกปรับปรุงได้โดย การเพิ่มจำนวนพิกเซลของภาพ การเพิ่มจำนวนของอิเล็กโทรด และการเพิ่มจำนวนของการทำซ้ำ แต่ทั้งนี้จำนวนของการทำซ้ำจะต้องสอดคล้องกับการลู่เข้าของผลเฉลยและเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยเช่นกัน

สิ่งที่ควรศึกษาต่อไปก็คือ ความสามารถในการแยกแยะค่าเพอมิตติวิตีในแบบจำลองของวัตถุที่มีโครงสร้างซับซ้อนขึ้น ตลอดจนผลของความเบี่ยงเบนของค่าความจุที่วัดได้จากการรบกวนในระบบการวัดในทางปฏิบัติ ตลอดจนใช้ข้อมูลที่ได้จากการวัดจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] R.A. Williams, M.S. Beck. **Process Tomography Principles, Techniques and Applications.** UK : Butterworth-Heinemann. 1995.

[2] M.S. Beck. et.al. **Tomographic Techniques for Process Design and Operation.** UK : The Cromwell Press Ltd. 1993.

[3] มานัส มงคลสุข. **พื้นฐานทางฟิสิกส์ของ CT และ MRI.** กรุงเทพ ฯ : ไพศาลศิลป์การพิมพ์. 2532.

[4] เทอดชัย ธเนศวโรดม, "การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำ." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2542.

[5] F.J. Dickin. et.al. "Tomographic imaging of industrial process equipment: techniques and applications." IEE Proc. G, vol. 139, no. 1, February 1992. pp. 72-82.

[6] M.C. Byars. "Developments in Electrical Capacitance Tomography." Proc. 2nd World Congress on Industrial Process Tomography, Hannover, August 2001.

[7] C.G. Xie, A. Plaskowski and M.S. Beck. "8-electrode capacitance system for two-component flow identification Part 1 : Tomographic flow imaging." IEE Proc., vol. 136, no. 4, July 1989. pp. 173-183.

[8] C.G. Xie. et.al. "Electrical capacitance tomography for flow imaging : system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors." IEE Proc. G, vol. 139, no. 1, February 1992.

[9] R.C. Waterfall, R. He, P. Wolanski and Z. Gut. "Monitoring Flame Position and Stability in Combustion Cans Using ECT." Proc. 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Greater Manchester, April 1999.

[10] W.Q. Yang, S. Liu. "Electrical capacitance tomography with a square sensor." Proc. 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Greater Manchester, April 1999.

[11] W.Q. Yang. "Modelling of capacitance tomography sensors." IEE Proc.-Sci. Meas. Technol., vol. 144, no. 5, September 1997.

[12] W.H. Hayt Jr. **Engineering Electromagnetics.** 5th Ed. New York : McGraw-Hill. 1989.

[13] Joseph A. Edminister. **Theory and Problems of Electromagnetics.** 2nd Ed. Singapore : McGraw-Hill. 1993.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[14] M.N.O. Sadiku. **Numerical Techniques in Electromagnetics.** USA : CRC press. 1992.

[15] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. **Numerical Methods for Engineers with Programming and Software Applications.** 3rd Ed. Singapore : McGraw-Hill. 1998.

[16] ปราโมทย์ เดชะอำไพ. **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพ ฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2542.

[17] Peter P. Silvester, Ronald L. Ferrari. **Finite elements for electrical engineers.** 3rd Ed. New York : Cambridge University Press. 1996.

[18] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley. **Applied Numerical Analysis.** 6th Ed. Addison-Wesley. 1999.

[19] H. Yan, F.Q. Shao and S. wang. "Fast calculation of sensitivity distribution of capacitance tomography sensors." Electronics Letters, vol. 34, 1998. pp. 1936-1937.

[20] S.M. Huang, A.B. Plaskowski, C.G. Xie and M.S. Beck. "Capacitance-Based Tomographic Flow Imaging System." Electronics Letters, vol. 24, no. 7, March 1988. pp. 418-419.

[21] S. Liu, L. Fu and W.Q. Yang. "Comparison of Three Image Reconstruction Algorithms for Electrical Capacitance Tomography." Proc. 2nd World Congress on Industrial Process Tomography, Hannover, August 2001.

[22] L.H. Peng, D.Y. Yao and B.F. Zhang. "Regularization Based Image Reconstruction for Electrical Capacitance Tomography." Proc. 2nd World Congress on Industrial Process Tomography, Hannover, August 2001.

[23] Avinash C. Kak and M.C. Slaney. **Principles of Computerized Tomographic Imaging.** New York : IEEE Press. 1988.

[24] Ming Jiang, Ge Wang. "Convergence of the Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART)." IEEE Proc., October 2001. pp. 360-364.

[25] B.L. Su, L.H. Peng, D.Y. Yao and B.F. Zhang. "An improved simultaneous iterative reconstruction technique for electrical capacitance tomography." Proc. 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Greater Manchester, April 1999.

[26] T. Loser, R. Wajman and D. Mewes. "New Reconstruction Algorithm for Electrical Capacitance Tomography." Proc. 2nd World Congress on Industrial Process Tomography, Hannover, August 2001.

[27] Z.Y. Huang, B.L. Wang and H.Q. Li. "Application of Electrical Capacitance Tomography to the Void Fraction Measurement of Two-Phase Flow." IEEE Inst. Meas. Tech. Conf., Budapest, Hungary, May 2001. pp. 341-345.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. Chanrit Yossontikul, Kitiphol Chitsakul, Manas Sangworasil and Yuttana Kitjaidure, *"An Electrical Capacitance Tomography"*, Proc. of 2002 6th International Conference on Signal Processing, Beijing, China, August 26-30, 2002.
2. Chanrit Yossontikul, Phittaya Ungpinitpong, Kitiphol Chitsakul, Manas Sangworasil, "*Image Reconstruction for Electrical Capacitance Tomography using SART Method.*", Proc. of The 2003 International Technical Conference On Circuits/Systems Computers and Communications, Phoenix Park, Korea, July 7-9, 2003.
3. Apinai Rerkratn, Chanrit Yossontikul, Thanakorn Lertpakdee, Kitiphol Chitsakul and Manas Sangworasil, "*Electrical Capacitance Tomography Using Square Sensor*", Proc. of The 2003 International Technical Conference On Circuits/Systems Computers and Communications, Phoenix Park, Korea, July 7-9, 2003.
4. Chanrit Yossontikul, Phittaya Ungpinitpong, Kitiphol Chitsakul and Manas Sangworasil, "*A Comparative Study of Capacitance Image Reconstruction*", Proc. of 2003 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing (PACRIM'03), Victoria, Canada, August 28-30, 2003.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายชาญฤทธิ์ ยศสันติกุล เกิดเมื่อวันที่ 8 สิงหาคม 2519 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานครฯ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2541 และประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาอิเล็กทรอนิกส์ จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคลวิทยาเขตเทคนิคกรุงเทพฯ ปีการศึกษา 2538

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้