

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

สายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรง
รูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

A CIRCUMFERENTIAL SLOT ARRAY ANTENNA ON
A CONCENTRIC SECTORAL CYLINDRICAL
CAVITY EXCITED BY A PROBE



นิติกานจน์ พาศรี
NITIKARN PASRI

เลขหม.....
เลขทะเบียน...47518...
วัน, เดือน, ปี...19 ส.ค. 2546

บ.....
น.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ ISBN 974-432-242-2. ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**A CIRCUMFERENTIAL SLOT ARRAY ANTENNA ON
A CONCENTRIC SECTORAL CYLINDRICAL
CAVITY EXCITED BY A PROBE**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2003

ISBN 974-432-242-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2003

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	สายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของ โพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ
นักศึกษา	นางสาวนิติกาญจน์ พาศรี
รหัสประจำตัว	43061084
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2546
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.โมไนย ไกรฤกษ์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการศึกษา การออกแบบ การสร้าง และการทดสอบสายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบซึ่งสายอากาศนี้มีข้อเด่นในระบบป้อนสัญญาณที่ไม่ซับซ้อนและสามารถทนกำลังได้สูง การศึกษาเริ่มจากการสร้างสมการเชิงอินทิกรัล โดยประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขขอบเขตที่บริเวณร่องและโพรบ ฟังก์ชันของกรีน ไดแอดิกและวิธีโมเมนต์ร่วมกับเทคนิคของกาลอกินจะใช้ในการคำนวณหากระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าในสมการเชิงอินทิกรัลที่เกิดขึ้นบริเวณร่องและโพรบตามลำดับ จากนั้นทำการวิเคราะห์คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์และการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ เพื่อนำไปสู่การออกแบบและการสร้างสายอากาศที่มีประสิทธิภาพและสุดท้ายทำการทดสอบสายอากาศเพื่อเปรียบเทียบและตรวจสอบผลที่ได้จากการศึกษาทางทฤษฎี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title A Circumferential Slot Array Antenna on a Concentric Sectoral Cylindrical Cavity Excited by a Probe
Student Miss Nitikarn Pasri
Student ID. 43061084
Degree Master of Engineering
Programme Electrical Engineering
Year 2003
Thesis Advisor Assoc.Prof.Dr.Monai Krairiksh

ABSTRACT

This thesis presents the theory, design, fabrication and measurement of a circumferential slot array antenna on a concentric sectoral cylindrical cavity excited by a probe. This antenna has a simple and high power handling feeding system. The integral equations can be formulated by applying the Field Equivalent Principle and the boundary conditions at the slots and the probe. The dyadic Green's functions and the Method of Moments together with the Galerkin's technique are used to solve for the unknown magnetic current and electric current, in the integral equations, on the slots and the probe respectively. Subsequently, the analysis of the impedance and propagation characteristic is carried out for the design and fabrication of the desired one. Finally, the experiments are set up to verify the theoretical results.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยดี เนื่องจากคำสอน ชี้แนะ และความช่วยเหลืออย่าง ต่อเนื่อง ตั้งแต่การศึกษาระดับปริญญาตรีเพื่อให้ผ่านพ้นปัญหาและอุปสรรคต่างๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็น ด้านวิชาการ หรือด้านการประพฤติปฏิบัติ จาก รศ.ดร. โมไนย ไกรฤกษ์ ผศ.ดร.สมผล โกศลวิตร และ ดร.ชวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์ ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.จเร สุรวัฒน์ปัญญา สำหรับความรู้และ ความเข้าใจในด้านแม่เหล็กไฟฟ้าและทฤษฎีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากใน การวิจัยนี้ และขอขอบพระคุณ อ.รังสรรค์ วงศ์สรรคร์ อย่างยิ่งสำหรับคำแนะนำและความช่วยเหลือ ในงานวิจัยอย่างมากมาย และขอขอบคุณครอบครัว “วงศ์สรรคร์” สำหรับการต้อนรับที่อบอุ่นตลอด ช่วงเวลาที่อยู่มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

นอกจากนี้ขอขอบคุณสมาชิกของห้องปฏิบัติการการสื่อสารไร้สายที่ให้คำแนะนำและ ข้อคิดดีๆ ระหว่างการอภิปรายและความสนุกสนานในการร่วมทำกิจกรรมต่างๆ ร่วมกันตลอด ช่วงเวลาที่ผ่านมา และขอขอบคุณคุณไพโรจน์ วุ่นชุม และ คุณประสิทธิ์ อินทองสำหรับความ ช่วยเหลือในการทดสอบสายอากาศ ขอขอบคุณเพื่อนๆ ที่มีความเอาใจใส่ กำลังใจ รอยยิ้ม และ ความรู้ดีๆ ตลอดมา และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยบูรพาที่ให้เงินสนับสนุนเพื่อการศึกษาใน หลักสูตรปริญญาโท

สุดท้ายขอขอบคุณความรัก ความห่วงใย และความเข้าใจอย่างหาที่เปรียบไม่ได้จาก ครอบครัวที่รักยิ่ง

นิติกาญจน์ พาศรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตวิทยานิพนธ์.....	4
1.3 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	4
บทที่ 2 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก.....	6
2.1 พีชคณิตไดแอดิก.....	6
2.1.1 ทรานสโพส.....	7
2.1.2 ไดแอดิกสมมาตรและอสมมาตร.....	8
2.1.3 ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก.....	9
2.1.4 ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก.....	10
2.1.5 ผลคูณสามชั้น.....	11
2.2 ไดเวอร์เจนซ์และเคิร์ลของฟังก์ชันไดแอดิก และเกรเดียนต์ของฟังก์ชันเวกเตอร์.....	12
2.3 สมการแมกซ์เวลล์ในรูปไดแอดิกและฟังก์ชันกรีนไดแอดิก แบบไฟฟ้าและแบบแม่เหล็ก.....	13
2.4 ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก.....	17
2.5 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ของเชกเตอร์ที่นำคลื่นทรงกระบอก.....	18
2.5.1 การหา k_z สำหรับคลื่น โมด TM.....	22
2.5.2 การหา k_z สำหรับคลื่น โมด TE.....	26
2.6 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกบริเวณภายในของเชกเตอร์ที่นำคลื่นทรงกระบอก.....	28
2.7 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกบริเวณภายในของเชกเตอร์โพรงทรงกระบอก.....	33
2.8 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกบริเวณภายนอกของทรงกระบอก.....	40
2.9 สรุป.....	41

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 3	สายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์	
	ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	43
	3.1 โครงสร้างของสายอากาศ.....	43
	3.2 รูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศ.....	44
	3.3 การสร้างสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์	
	ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	46
	3.4 สมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องแถวลำดับบนเซกเตอร์	
	ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	49
	3.5 สรุป.....	51
บทที่ 4	วิธีโมเมนต์.....	53
	4.1 วิธีโมเมนต์.....	53
	4.2 ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก.....	55
	4.3 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์	
	ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	59
	4.4 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของสายอากาศร่องแถวลำดับบน	
	เซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	64
	4.5 สรุป.....	66
บทที่ 5	แบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้า.....	67
	5.1 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พิคตทรงกระบอก.....	67
	5.2 การแผ่ขยายฟังก์ชัน ไอเคนของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในอากาศอิสระ.....	68
	5.3 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกสำหรับทรงกระบอกตัวนำ.....	71
	5.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของช่องเปิดบนตัวนำรูปทรงกระบอก.....	72
	5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของร่องแถวลำดับบนตัวนำทรงกระบอก.....	77
	5.6 สภาพเจาะงทศทางของสายอากาศ.....	79
	5.7 อิมพีแดนซ์ด้านเข้า.....	80
	5.8 สรุป.....	82

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 การวิเคราะห์ผลการคำนวณและผลการทดสอบสายอากาศ.....	83
6.1 ผลการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้า.....	83
6.1.1 ขนาดโพรง.....	84
6.1.2 ตำแหน่งร่อง.....	86
6.1.3 รัศมีภายในทรงกระบอก.....	87
6.1.4 อัตราส่วนรัศมีภายนอกและรัศมีภายในของทรงกระบอก.....	89
6.1.5 ระยะห่างระหว่างร่อง.....	90
6.2 แบบรูปการแผ่พลังงาน.....	91
6.3 การออกแบบสายอากาศด้วยเงื่อนไขที่เหมาะสม.....	93
6.4 ผลการทดสอบสายอากาศ.....	97
6.4.1 สายอากาศร่องเดี่ยว.....	98
6.4.2 สายอากาศร่องแถวลำดับ.....	99
6.5 สรุป.....	100
บทที่ 7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	102
เอกสารอ้างอิง.....	104
ประวัติผู้เขียน.....	106

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 รากของสมการเงื่อนไขขอบเขตรวมเบสเซล-นอยมานน์.....	25
2.2 รากของสมการเงื่อนไขขอบเขตอนุพันธ์รวมเบสเซล-นอยมานน์.....	27
2.3 แสดงค่าของพจน์ปริกิริยาสำหรับสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของ โพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	39
6.1 ขนาดพารามิเตอร์อ้างอิงของสายอากาศ.....	84
6.2 ขนาดพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของสายอากาศ.....	95



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1	วิวัฒนาการของร่องบนทรงกระบอกจากร่องบนแผ่นตัวนำ.....2
1.2	การเสมือนร่องบนผิวทรงกระบอกด้วยสายส่งที่มีลักษณะขดเป็นรูปค่อๆ กัน.....2
2.1	สนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากแหล่งกำเนิดโคโพลไฟฟ้าจิวสามตำแหน่งที่วางอยู่ที่ \bar{R}' ในทิศทาง x, y และ z16
2.2	รูปทรงปัญหาทรงกระบอกตัวนำที่มีช่องเปิด.....18
2.3	เซกเตอร์ของท่อนำคลื่นทรงกระบอกแกนร่วม.....20
2.4	โพรงเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วมยาว a และ b คือรัศมีภายในและภายนอกตามลำดับ หน้าตัดมีขนาดมุม ϕ_c และยาว z_d35
2.5	โครงสร้างของทรงกระบอกตัวนำยาวอนันต์ซึ่งมีรัศมี R_039
3.1	โครงสร้างสายอากาศร่องแฉกลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรง ทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....43
3.2	แหล่งกำเนิดจริงและรูปแบบจำลองสมมูล.....44
3.3	พื้นผิวปิด S ที่เลือก.....45
3.4	รูปแบบจำลองสนามสมมูลของสายอากาศ.....46
3.5	สายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณ ด้วยโพรบและรูปแบบจำลองสมมูล.....47
3.6	โครงสร้างสายอากาศร่องแฉกลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วม ที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบและรูปแบบจำลองสมมูล.....50
4.1	ฟังก์ชันฐานที่แบ่งส่วนเป็นขอบเขตย่อยเป็นค่าคงที่.....56
4.2	รูปแบบการกระจายของกระแสแม่เหล็กเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{m}_p(\bar{R}')$57
4.3	รูปแบบการกระจายของกระแสไฟฟ้าเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{j}_q(\bar{R}')$58
4.4	โครงสร้างร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ....60
4.5	พจน์ของเมตริกซ์ปฏิกริยา.....63
4.6	โครงสร้างร่องแฉกลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วม ซึ่งป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....64
5.1	ทรงกระบอกตัวนำวงกลม.....71
5.2	การเปรียบเทียบระบบแกน.....74
5.3	ทรงกระบอกตัวนำซึ่งถูกเจาะให้เป็นร่องที่มีความกว้าง w_r และยาว l_r ในแนวเส้นรอบวง ที่พิกัด (a, ϕ_r, z_r)75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.4 แลวลำดับร่องบนตัวนำทรงกระบอก.....	78
6.1 พารามิเตอร์ของสายอากาศ.....	83
6.2 คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $z_d = 3.5, 3.7, 3.9$ และ 4.1 ชม.....	85
6.3 คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $z_r = 2.0, 2.5, 3.0$ และ 3.5 ชม.....	87
6.4 คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $a = 2.5, 3.0, 3.5$ และ 4.0 ชม.....	88
6.5 คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $b/a = 1.8, 2.0$ และ 2.5	90
6.6 คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $h = 0.7, 1.4, 2.1$ และ 2.8 ชม.....	91
6.7 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยว.....	92
6.8 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องคู่โดยที่รัศมีภายนอกทรงกระบอก เท่ากับ 6.3 ชม. ($kb = 19.47$).....	93
6.9 แบบรูปการแผ่พลังงานในเงื่อนไขในตารางที่ 6.1 เมื่อ $z_{r1} = 0.9 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.4 \lambda$	94
6.10 ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับในเงื่อนไขในตารางที่ 6.1 เมื่อ $z_{r1} = 0.9 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.4 \lambda$	94
6.11 แบบรูปการแผ่พลังงานด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่ดีที่สุด เมื่อ $z_{r1} = 0.87 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.37 \lambda$	95
6.12 ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่ดีที่สุด เมื่อ $z_{r1} = 0.87 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.37 \lambda$	96
6.13 แบบรูปการแผ่พลังงานด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุด เมื่อ $z_{r1} = 0.98 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.16 \lambda$	96
6.14 ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุด เมื่อ $z_{r1} = 0.98 \lambda$ และ $z_{r2} = 0.16 \lambda$	96
6.15 ภาพถ่ายสายอากาศในการทดสอบ.....	97
6.16 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยว เมื่อ $z_d = 3.73$ ชม. , $l_r = 1.5$ ชม. , $z_r = 1.865$ ชม. , $b/a = 2.0$, $a = 3.15$ ชม.....	98
6.17 ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ เมื่อ $z_d = 3.73$ ชม. , $l_r = 1.5$ ชม. , $z_r = 1.865$ ชม. , $b/a = 2.0$, $a = 3.15$ ชม.....	99
6.18 ผลการคำนวณและผลการทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องคู่ เมื่อ $z_d = 3.73$ ชม. , $l_r = 1.5$ ชม. , $z_{r1} = 2.9$ ชม. , $z_{r2} = 0.4$ ชม. , $b/a = 2.0$, $a = 3.15$ ชม.....	99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่

หน้า

6.19 ผลการคำนวณและผลการทดสอบความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ เมื่อ

$z_d = 3.73$ ซม. , $l_s = 1.5$ ซม. , $z_{s1} = 2.9$ ซม. , $z_{s2} = 0.4$ ซม. , $b/a = 2.0$, $a = 3.15$ ซม....100



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

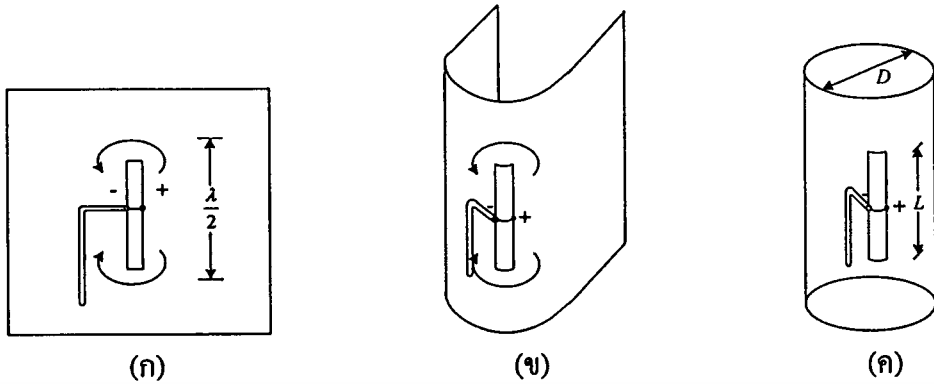
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สายอากาศร่อนบนตัวนำได้รับความสนใจและมีการศึกษากันอย่างแพร่หลายและต่อเนื่องมานานเริ่มตั้งแต่ช่วงปี 1940 จนกระทั่งปัจจุบัน เนื่องจากลักษณะทางกายภาพของสายอากาศร่อนมีความโดดเด่นหลายประการ นั่นคือ ทนกำลังงานสูง มีน้ำหนักเบา โครงสร้างกะทัดรัด สร้างได้ง่าย และสายอากาศร่อนนี้เมื่อติดตั้งแล้วสายอากาศจะมีลักษณะราบเรียบไปกับพื้นผิว โดยไม่มีส่วนที่โผล่ยื่นออกมา ดังนั้นจึงเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานในลักษณะต่างๆ ที่ต้องการความเรียบ ไม่ต้านลม อีกทั้งยังสามารถจัดเรียงเป็นสายอากาศร่อนแถวลำดับให้เหมาะสมเพื่อปรับปรุงอัตราขยายกำลังงาน สภาพเจาะจงทิศทาง และแบบรูปการแผ่พลังงานได้อีกด้วย เมื่อเทียบกับสายอากาศแผ่นไมโครสตริป สายอากาศร่อนบนตัวนำจะให้แบนด์วิดท์ที่กว้างกว่า [1] ดังนั้นสายอากาศร่อนบนตัวนำจึงถูกนำมาใช้งานอย่างกว้างขวาง อย่างเช่น เรดาร์ (radar) และการสื่อสารผ่านดาวเทียม (satellite communications)

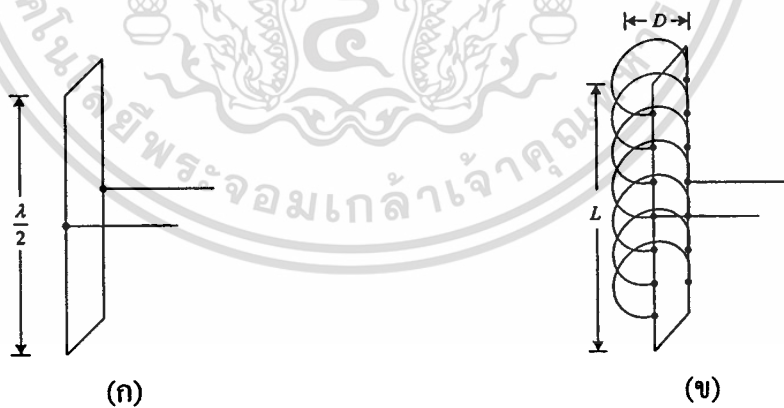
ในลักษณะ โครงสร้างของพื้นผิวดำนำที่ศึกษากันทั่วไป [2] ได้แก่ แผ่นระนาบ ทรงกระบอกวงกลม ทรงกระบอกวงรี ลิ่ม ทรงกลม ทรงกลมไข่ และกรวย ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะปัญหาและความต้องการนั้นๆ โครงสร้างของผิวดำนำที่มีรูปทรงเป็นทรงกระบอก (ผิวโค้ง) เป็นหนึ่งในรูปแบบที่ได้รับความสนใจอย่างมาก เนื่องจากลักษณะของรูปทรงที่ไม่มีความเป็นเหลี่ยมทำให้สามารถที่จะประยุกต์ใช้การเจาะร่อนบนผิวทรงกระบอกกับงานด้านอื่นๆ ได้มากเมื่อเทียบกับการเจาะร่อนบนผิวแผ่นระนาบซึ่งจะมีข้อจำกัดในลักษณะของการติดตั้งสายอากาศมากกว่า อีกทั้งการคำนวณทางคณิตศาสตร์ก็ไม่ซับซ้อนจนเกินไป

สายอากาศร่อนบนแผ่นตัวนำถูกนำเสนอครั้งแรกโดย A. Alford ในปี 1946 [3] เพื่อใช้งานในระบบกระจายเสียงคลื่นที่มีโพลาไรซ์แนวตั้งและแบบรูปการแผ่พลังงานเป็นสายอากาศทิศทางเดียวหรือมีรูปแบบที่เป็นวงกลมในระนาบราบ สายอากาศร่อนบนแผ่นตัวนำแสดงในรูปที่ 1.1ก) โดยการโค้งแผ่นตัวนำให้อยู่ในรูปตัวยู ดังแสดงใน 1.1ข) และสุดท้ายเป็นทรงกระบอก ดังรูปที่ 1.1ค) จะได้สายอากาศร่อนทรงกระบอก (slotted cylinder antenna) ค่าความต้านทานของเส้นทางในแนวเส้นรอบวงของทรงกระบอกอาจจะมีค่าต่ำที่พอเพียง ทำให้กระแสส่วนใหญ่มีแนวโน้มที่จะไหลเป็นวงในแนวราบ (horizontal loop) รอบทรงกระบอก



รูปที่ 1.1 แสดงวิวัฒนาการของร่องบนทรงกระบอกจากร่องบนแผ่นตัวนำ

ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง D ของทรงกระบอกมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับความยาวคลื่น นั่นคือน้อยกว่า $1/8$ เท่า สายอากาศร่องในแนวตั้ง (vertical slotted cylinder) จะแผ่พลังงานคลื่นที่มีโพลาไรซ์แนวนอน และมีแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบราบค่อนข้างจะเป็นวงกลม เมื่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของกระบอกเพิ่มขึ้นแบบรูปการแผ่พลังงานในระนาบราบ (horizontal plane) จะไม่ใช่สายอากาศทิศทางเดียว (unidirectional antenna) อีกต่อไป อย่างไรก็ตามพลังงานส่วนใหญ่จะยังคงแผ่ออกทางด้านที่มีร่อง สายอากาศร่องในแนวตั้งบนทรงกระบอกนั้นเทียบเสมือนสายส่งที่มีจำนวนของลูป (loop) ที่พอเพียง ตามรูปที่ 1.2 สายอากาศร่องบนทรงกระบอก ขนาดของสายอากาศร่องบนทรงกระบอกทั่วไปจะมี $D = 0.125\lambda$, $L = 0.75\lambda$ และ ความกว้างร่องประมาณ 0.02λ



รูปที่ 1.2 แสดงการเสมือนร่องบนผิวทรงกระบอกด้วยสายส่งที่มีลักษณะขดเป็นลูปต่อกัน

จากนั้นก็มีการศึกษาและวิจัยในหัวข้อสายอากาศร่องบนทรงกระบอกอย่างแพร่หลายต่อมา 1988 - T.S. Bird [4] ศึกษาและทดลองเปรียบเทียบค่าแอดมิตแดนซ์ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่ทำมุมใดๆ ในผิวตัวนำทรงกระบอก เมื่อท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมแผ่พลังงานคลื่นผ่านพื้นผิวตัวนำ ทิศทางของท่อนำคลื่นและความโค้งของพื้นผิวมีอิทธิพลต่อค่าแอดมิตแดนซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1989 - A.F. Peterson และ R. Mittra [5] ศึกษาวิธีการคำนวณหาการเชื่อมต่อร่วม (mutual coupling) แบ่งพิจารณา 2 กรณี คือ ก) ช่องเปิด 2 ช่องที่วางในแนวเส้นรอบวง ข) ช่องเปิด 2 ช่องที่วางในแนวแกนบนผิวตัวนำทรงกระบอก โดยที่ช่องเปิดสมมติมีท่อนำคลื่นป้อนสัญญาณด้วยโหมด TE_{10} เพียงโหมดเดียว

1990 – T.M. Habashy, S.M. Ali และ J.A. Kong [6] ศึกษาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าและแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศทรงกระบอกยาวอนันต์ โดยมีแผ่นตัวนำสมบูรณบางส่วนวางอยู่บนผิวของแท่งสารไดอิเล็กตริกทรงกระบอกทำหน้าที่แผ่พลังงานคลื่นและแท่งตัวนำสมบูรณ์รูปทรงกระบอกที่ถัดเข้าไปข้างในจากไดอิเล็กตริกจะทำหน้าที่เป็นกราวด์ ทั้งสองส่วนมีความยาวเป็นอนันต์

1992 – S. Papatheodorou, J. R. Mautz และ R.F. Harrington [7] ศึกษาแอมิตแดนซ์ของช่องเปิดแนวเส้นรอบวงในทรงกระบอกเต็มใบที่ยาวอนันต์ โดยพิจารณาสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสเป็นแหล่งกำเนิด ใช้ทฤษฎีบทของปาร์เซวาล (Parseval's theorem) ที่สัมพันธ์กับอินทิกรัลฟูรีเยร์ (Fourier integral) แสดงแอมิตแดนซ์ของช่องเปิดในรูปของอินทิกรัล

1994 – S.W. Lue, Y. Zhuang และ S.M. Cao [8] วิเคราะห์การกระจายสนามไฟฟ้าตลอดช่องเปิดแคบๆ ที่วางตัวในแนวแกนบนผิวท่อนำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอกโดยใช้วิธีโมเมนต์และหลักการสมมูล

แง่มุมต่างๆ ของสายอากาศร่องบนทรงกระบอกเป็นที่สนใจสำหรับนักวิจัยอย่างแพร่หลายตลอดมา จนกระทั่งในงานวิจัย [9] และ [10] วิเคราะห์คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศร่องแนวแกนและแนวเส้นรอบวงตามลำดับ บนเซกเตอร์ของทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ อาศัยสมการเชิงอินทิกรัล ฟังก์ชันของกรีน ไดแอดิกและวิธีโมเมนต์คำนวณหากระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็ก

ในส่วนของ การป้อนสัญญาณให้กับสายอากาศร่องบนโพรงตัวนำมีหลายวิธี เช่น การป้อนโดยใช้สายส่งไมโครสตริป [1] สายคู่ขนาน [11] การเชื่อมต่อผ่านช่องเปิด [12] หรือโพรบ เป็นต้น จากการศึกษาพบว่าวิธีป้อนสัญญาณด้วยโพรบจะเหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับสายอากาศแถวลำดับแบบร่อง เนื่องจากมีโครงสร้างที่ง่าย ไม่ซับซ้อน ไม่มีการสูญเสียในตัวนำและไดอิเล็กตริก และสามารถทนทานกำลังงานได้สูง

ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่ต้องการสายอากาศประจำสถานีฐานที่ให้อัตราขยายกำลังงานสูง แบบรูปการแผ่พลังงานอาจเป็นสายอากาศเซกเตอร์หรือสายอากาศรอบทิศทาง และแบนด์วิดท์ที่กว้างเพียงพอ คุณสมบัติทางไฟฟ้าที่กล่าวมานี้ทำให้สายอากาศที่ใช้อยู่หลายๆ แบบมีข้อจำกัด จึงมีความจำเป็นต้องพัฒนาสายอากาศให้เข้ากับความต้องการดังกล่าว นอกจากนั้นสายอากาศจะต้องมีคุณสมบัติทางกลที่แข็งแรง ทนกำลังได้สูง ประกอบง่าย และที่สำคัญต้องมีต้นทุนต่ำ ดังนั้นด้วยลักษณะโครงสร้างสายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูป

ทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบสามารถตอบสนองความต้องการดังกล่าวได้อย่างเหมาะสม ในส่วนของการป้อนสัญญาณจะใช้โพรบซึ่งมีข้อดีคือ ไม่ต้องการระบบป้อนสัญญาณที่ซับซ้อนและสามารถทนกำลังได้สูง หากนำแต่ละเซกเตอร์มาประกอบเป็นทรงกระบอกเต็มใบสามารถใช้ตัวแบ่งกำลังงานส่งผ่านให้โพรบในแต่ละจุดป้อนสัญญาณ จะเห็นว่าสามารถทำได้ง่าย สะดวกและง่าย

1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์เล่มนี้เป็นการนำเสนอสายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรบรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบซึ่งมีโครงสร้างที่ง่าย แข็งแรง ทนกำลังได้สูง เป้าหมายการประยุกต์ใช้งานเป็นสายอากาศสำหรับสถานีฐานของระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ สายอากาศที่นำเสนอมีลักษณะเป็นร่องในแนวเส้นรอบวงซึ่งเรียงตัวเป็นแถวลำดับบนผิวตัวนำด้านนอกของเซกเตอร์โพรบรูปทรงกระบอกแกนร่วม โดยที่โพรบจะทำหน้าที่ป้อนสัญญาณภายในโพรบ การวิเคราะห์คุณลักษณะพื้นฐานของสายอากาศทำได้โดยเริ่มจากการสร้างสมการเชิงอินทิกรัลโดยการประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขขอบเขตที่บริเวณและโพรบ จากนั้นจะใช้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกและวิธีโมเมนต์ร่วมกับเทคนิคของกาเลอกินคำนวณหาผลเฉลยของ สมการเชิงอินทิกรัล นั่นก็คือกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่กระจายบริเวณร่องและโพรบตามลำดับ นำกระแสทั้งสองไปวิเคราะห์หาคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้าแบบรูปการแผ่พลังงาน การวิเคราะห์ธรรมชาติของสายอากาศที่ละเอียดและแม่นยำจะนำไปสู่การออกแบบและการสร้างสายอากาศที่มีคุณภาพสูงและต้นทุนต่ำได้ และสุดท้ายสร้างสายอากาศและทดสอบคุณลักษณะต่างๆ ของสายอากาศเพื่อเปรียบเทียบและยืนยันผลการคำนวณ

1.3 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 จะกล่าวถึงความจำเป็นและความสำคัญของงานวิจัยจากอดีตถึงปัจจุบันในหัวข้อสายอากาศร่องบนทรงกระบอก นอกจากนี้ยังอธิบายถึงจุดมุ่งหมาย หลักการและแนวคิดของวิทยานิพนธ์ สุดท้ายจะสรุปเนื้อหาทั้งหมดในวิทยานิพนธ์โดยแบ่งเป็นบทๆ ได้ดังนี้

บทที่ 2 จะอธิบายความหมายและการวิเคราะห์ฟังก์ชันกรีนไดโอดิก ซึ่งจะแบ่งการพิจารณาเป็นสองส่วนใหญ่ นั่นก็คือบริเวณภายในโพรบและบริเวณภายนอกโพรบ ในส่วนนี้จะแสดงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับโครงสร้างที่ศึกษานั้นก็คือโพรบรูปทรงกระบอกแกนร่วม

บทที่ 3 จะแสดงโครงสร้างของสายอากาศร่องเดี่ยวและร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรบรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบอย่างละเอียด จากนั้นจะอธิบายวิธีการสร้างสมการเชิงอินทิกรัลสำหรับโครงสร้างที่พิจารณาซึ่งเป็นสมการหลักที่จะนำไปสู่การวิเคราะห์คุณสมบัติต่างๆ ของสายอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 เป็นกระบวนการสำคัญในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อให้ได้มาซึ่งผลเฉลยของปัญหาที่ศึกษา นั่นคือวิธีโมเมนต์ซึ่งเป็นวิธีการแปลงระบบสมการเชิงอินทิกรัลให้อยู่ในรูปของสมการเมตริกซ์ซึ่งเป็นรูปแบบที่พร้อมจะนำไปวิเคราะห์โดยคอมพิวเตอร์ สุดท้ายจะได้ผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหา ซึ่งได้แก่กระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กของสายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรจรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

บทที่ 5 จะกล่าวถึงวิธีการหาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยวและร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนผิวคานาทรงกระบอก โดยกระแสเหนี่ยวนำจะได้มาจากขั้นตอนในบทที่ 4

บทที่ 6 จะแสดงผลการวิเคราะห์คุณลักษณะต่างๆ ของสายอากาศ โดยใช้กระบวนการและเทคนิคต่างๆ ที่ได้แสดงไว้ในบทที่ 2 – 4 เพื่อออกแบบสายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรจรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบที่เหมาะสมที่สุดในย่านความถี่ที่ใช้งาน จากนั้นสร้างและทดสอบสายอากาศนี้ เพื่อเปรียบเทียบและยืนยันความถูกต้องแม่นยำ

และบทสุดท้ายจะกล่าวสรุปผลการวิจัยทั้งหมดและแสดงข้อเสนอแนะแนวทางสำหรับการพัฒนาสายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรจรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบให้ดียิ่งขึ้นต่อไป

บทที่ 2

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกถือว่าเป็นฟังก์ชันตอบสนองอิมพัลส์หรือฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีแหล่งกำเนิดเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ กล่าวได้ว่าฟังก์ชันกรีนไดแอดิกคือสนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเกิดจากไดโพลจิวน์เอง ในปัญหาที่แตกต่างกันจะมีเงื่อนไขขอบเขตที่ต่างกันทำให้ได้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่ต่างกันตามขอบเขตเงื่อนไขนั้นๆ ดังนั้นหากรู้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกของปัญหานั้นๆ ซึ่งมีแหล่งกำเนิดเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ เราสามารถที่จะหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันเนื่องจากการกระจายกระแสรูปแบบใดๆ ได้ โดยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรของแหล่งกำเนิดของผลคูณระหว่างฟังก์ชันกรีนไดแอดิกและการกระจายความหนาแน่นกระแสที่แหล่งกำเนิดนั้นๆ ซึ่งจะแสดงรายละเอียดในบทที่ 3

เพื่อให้เกิดความรู้และความเข้าใจในหลักการและความหมายของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงพีชคณิตของฟังก์ชันไดแอดิก การเขียนสมการแมกซ์เวลล์ในรูปของไดแอดิก และฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดต่างๆ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้กำหนดให้สนามมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเป็นฮาร์มอนิกซึ่งแสดงด้วยฟังก์ชัน $e^{j\omega t}$ นอกจากนี้ยังได้อธิบายถึงวิธีการหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดต่างๆ สำหรับปัญหาที่เป็นโครงสร้างเซกเตอร์โพรงทรงกระบอกซึ่งจะนำไปใช้ในการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบทที่ 3 ต่อไป

2.1 พีชคณิตไดแอดิก

J. W. Gibbs [13] ซึ่งเป็นนักฟิสิกส์ชาวอเมริกันที่มีชื่อเสียงในด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์และเทอร์โมไดนามิกส์เป็นบุคคลแรกที่ตั้งสัญลักษณ์สมัยใหม่ของการวิเคราะห์เวกเตอร์ ฟังก์ชันเวกเตอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ซึ่งนิยามไว้ว่า

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^3 F_i \hat{x}_i \quad (2.1)$$

ตัวอักษร “ i ” ซึ่งเป็นดรรชนีบอกจำนวนครั้งในการบวกของฟังก์ชัน โดยปกติจะมีค่า ตั้งแต่ 1 ถึง 3 จากสมการ (2.1) J.W. Gibbs ได้นิยามฟังก์ชันไดแอดิก (dyadic function) หรือเรียกสั้นๆ ว่า ไดแอดิก (dyadic) ซึ่งแสดงได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{\bar{F}} = \sum_{j=1}^3 \bar{F}_j \hat{x}_j \quad (2.2)$$

เมื่อ

$$\bar{F}_j = \sum_i F_{ij} \hat{x}_i \quad i=1,2,3 \quad (2.3)$$

แสดงฟังก์ชันเวกเตอร์ที่ต่างหรือเป็นอิสระกันสามฟังก์ชัน ตำแหน่งของ \bar{F}_j และ \hat{x}_j จะต้องเรียงลำดับตามนี้และไม่สามารถสลับตำแหน่งสองเวกเตอร์นี้ได้ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือกฎแห่งการสลับที่ไม่สามารถนำมาใช้กับสมการ (2.2) เมื่อแทนสมการ (2.3) ลงในสมการ (2.2) จะได้

$$\bar{\bar{F}} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 F_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.4)$$

โดยอาศัยกฎแห่งการกระจายในการเปลี่ยนสมการ (2.2) ให้เป็นสมการ (2.4) กล่าวได้ว่าสมการ (2.2) ถึง (2.4) เป็นสมการที่แสดงนิยามของไดแอดิกในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน จะเห็นว่า $\bar{\bar{F}}$ มีทั้งหมด 9 องค์ประกอบสเกลาร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยคู่ (double unit vectors) ซึ่งเป็นการนำเอาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสองตัวมาวางติดกัน นั่นคือ \hat{x}_i กับ \hat{x}_j ซึ่ง $i, j = (1,2,3)$ เราเรียกว่า ไดแอดส์ (dyads) ซึ่งจะมีได้ทั้งหมด 9 องค์ประกอบเช่นกัน ตัวอย่างองค์ประกอบไดแอดิก เช่น $F_{23} \hat{x}_2 \hat{x}_3$ ซึ่งไดแอดส์ จะทำการสลับตำแหน่งไม่ได้ นั่นคือ

$$\hat{x}_i \hat{x}_j \neq \hat{x}_j \hat{x}_i \quad (2.5)$$

2.1.1 ทรานสโพส

ทรานสโพส ของไดแอดิก $\bar{\bar{F}}$ กำหนดเป็น $[\bar{\bar{F}}]^T$ นิยามโดย

$$[\bar{\bar{F}}]^T = \sum_j \hat{x}_j \bar{F}_j = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_j \hat{x}_i = \sum_i \sum_j F_{ji} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.6)$$

พิจารณาเปรียบเทียบสมการ (2.6) และ (2.4) จะเห็นว่าตำแหน่งของ \hat{x}_i และ \hat{x}_j ในพจน์ที่สามของสมการ (2.6) สลับตำแหน่งกันอยู่ หรือฟังก์ชัน F_{ij} ในสมการ (2.4) ถูกแทนที่ด้วย F_{ji} ในพจน์สุดท้ายของสมการ (2.6)

2.1.2 ไคแอติกสมมาตรและอสมมาตร

ไคแอติกสมมาตร \bar{F}_i มีคุณลักษณะคือ

$$[\bar{F}_i]^T = \bar{F}_i \quad (2.7)$$

นั่นคือ ไคแอติกสมมาตรจะมีแค่ 6 องค์ประกอบสเกลาร์ที่แตกต่างกัน เพราะ $F_{ij} = F_{ji}$ ส่วน ไคแอติกอสมมาตร \bar{F}_a กำหนดเป็น

$$[\bar{F}_a]^T = -\bar{F}_a \quad (2.8)$$

ดังนั้น

$$F_{ij} = -F_{ji} \quad (2.9)$$

สมการ (2.9) บอกเป็นนัยว่า

$$F_{ii} = 0, \quad i=1,2,3 \quad (2.10)$$

ดังนั้น \bar{F}_a จะมีองค์ประกอบสเกลาร์ที่แตกต่างกันเพียง 3 องค์ประกอบเท่านั้น หากไม่พิจารณาเครื่องหมายลบในสมการ (2.9) กรณีพิเศษหนึ่งของไคแอติกสมมาตรเมื่อ $F_{ij} = 0$ สำหรับ $i \neq j$ และ $F_{ii} = 1$ สำหรับ $i=(1,2,3)$ คุณสมบัติสองอย่างนี้สามารถแสดงได้ ดังนี้

$$F_{ij} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.11)$$

โดย δ_{ij} คือ ฟังก์ชันเดลตาโครเนคเคอร์ (Kronecker delta function) เราเรียกไคแอติกนี้ว่า ตัวประกอบไอเดม (idem factor) หรือ ไคแอคไอเดม (idem-dyad) ซึ่งแทนด้วย \bar{I} สามารถแสดงได้ เป็น

$$\bar{I} = \sum_i \hat{x}_i \hat{x}_i \quad (2.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์และโคแอดิก

ผลคูณเชิงสเกลาร์ระหว่างเวกเตอร์และโคแอดิกมีอยู่สองแบบ นั่นคือ ผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า (anterior scalar product) และผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหลัง (posterior scalar product) ผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า ($\bar{b} \cdot \bar{F}$) นิยามโดย

$$\begin{aligned}\bar{b} \cdot \bar{F} &= \sum_j (\bar{b} \cdot \bar{F}_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j (\bar{b} \cdot F_{ij} \hat{x}_i) \hat{x}_j \\ &= \sum_i \sum_j (b_i F_{ij}) \hat{x}_j\end{aligned}\quad (2.13)$$

ผลลัพธ์จากการคูณจะเป็นเวกเตอร์ ถ้าแทนผลคูณนี้ด้วยเวกเตอร์ \bar{c} จะได้

$$c_j = \sum_i b_i F_{ij} \quad ; j = 1, 2, 3 \quad (2.14)$$

ส่วนผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหลังของเวกเตอร์และโคแอดิก ($\bar{F} \cdot \bar{b}$) แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{F} \cdot \bar{b} &= \sum_j \bar{F}_j (\hat{x}_j \cdot \bar{b}) = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_i (\hat{x}_j \cdot \bar{b}) \\ &= \sum_i \sum_j (b_j F_{ij}) \hat{x}_i\end{aligned}\quad (2.15)$$

ผลที่ได้จะเป็นเวกเตอร์เช่นกัน ถ้าแทนผลคูณที่ได้ด้วยเวกเตอร์ \bar{d} จะได้

$$d_i = \sum_j b_j F_{ij} \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (2.16)$$

เปรียบเทียบสมการ (2.14) ถึง (2.16) จะพบว่าในกรณีทั่วไป $c_j \neq d_j$ ยกเว้นในกรณีของโคแอดิกสมมาตร นั่นคือ

$$\bar{b} \cdot \bar{F}_i = \bar{F}_i \cdot \bar{b} \quad (2.17)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{b} \cdot \bar{I} = \bar{I} \cdot \bar{b} = \bar{b} \quad (2.18)$$

สมการ (2.18) เป็นคุณลักษณะสำคัญของตัวประกอบไอเดม สืบเนื่องจากการทรานสโพสของไดแอดิกที่แสดงในสมการ (2.6) และพิจารณาสมการ (2.13) จะทำให้ได้ว่า

$$\bar{b} \cdot \bar{F} = [\bar{F}]^T \cdot \bar{b} \quad (2.19)$$

หรือ

$$\bar{F} \cdot \bar{c} = \bar{c} \cdot [\bar{F}]^T \quad (2.20)$$

ความสัมพันธ์นี้สำคัญอย่างมากในการวิเคราะห์ไดแอดิก

2.1.4 ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก

สามารถแบ่งผลคูณเชิงเวกเตอร์ระหว่างเวกเตอร์และไดแอดิกได้สองแบบอีกเช่นกัน นั่นคือ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ข้างหน้า (anterior vector product) และผลคูณเชิงเวกเตอร์ข้างหลัง (posterior vector product) แสดงได้ในสมการ (2.21) และ (2.22) ตามลำดับ

$$\bar{b} \times \bar{F} = \sum_j (\bar{b} \times F_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j F_{ij} (\bar{b} \times \hat{x}_i) \hat{x}_j \quad (2.21)$$

และ

$$\bar{F} \times \bar{b} = \sum_j F_j (\hat{x}_j \times \bar{b}) = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_i (\hat{x}_j \times \bar{b}) \quad (2.22)$$

จากสมการ (2.21) และ (2.22) จะเห็นว่าผลคูณทั้งคู่จะเป็นไดแอดิก โดยทั่วไปแล้วจะได้

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq -\bar{F} \times \bar{b} \quad (2.23)$$

และ

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq [\bar{F}]^T \times \bar{b} \quad (2.24)$$

แต่จะเป็น

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq -\{[\bar{F}]^T \times \bar{b}\}^T \quad (2.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีพิเศษของตัวประกอบไอเดม จะได้

$$\bar{b} \times \bar{I} = -[\bar{I} \times \bar{b}]^r$$

2.1.5 ผลคูณสามชั้น

ในพีชคณิตเวกเตอร์ จะมีเอกลักษณ์หนึ่งที่ว่า

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}) = \bar{d} \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{c} \cdot (\bar{d} \times \bar{b}) \quad (2.26)$$

สามารถสร้างเอกลักษณ์ที่คล้ายกันนี้สำหรับไคแอดิกโดยอ้างอิงจากสมการ (2.26) เริ่มพิจารณาเอกลักษณ์สามชุดซึ่งเกี่ยวข้องกับเวกเตอร์ที่แตกต่างกันสามเวกเตอร์ \bar{d}_j เมื่อ $j = (1,2,3)$ นั่นคือ

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}_j) = (\bar{b} \times \bar{c}) \cdot \bar{d}_j = -\bar{c} \cdot (\bar{b} \times \bar{d}_j) \quad (2.27)$$

จากนั้นวางเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j ติดกับตำแหน่งหลังสุดของแต่ละพจน์ในสมการ (2.27) และรวมองค์ประกอบทั้งหมดของไคแอดิกทั้งสามพจน์ จะได้เป็น

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}_j) = (\bar{b} \times \bar{c}) \cdot \bar{d}_j = -\bar{c} \cdot (\bar{b} \times \bar{d}_j) \quad (2.28)$$

แต่ละพจน์ในสมการ (2.28) เป็นเวกเตอร์เพราะว่าเป็นผลคูณเชิงสเกลาร์ระหว่างเวกเตอร์กับ ไคแอดิก ดังนั้นสรุปได้ว่าผลคูณสามชั้นของเวกเตอร์สามารถเปลี่ยนรูปเป็นหนึ่งไคแอดิก ($\bar{c} \times \bar{d}_j$, \bar{d}_j , หรือ $\bar{b} \times \bar{d}_j$) กับ หนึ่งเวกเตอร์ (\bar{b} , $\bar{b} \times \bar{c}$ หรือ $-\bar{c}$) ตามสมการ (2.28) นั่นเอง อย่างไรก็ตามสมการ (2.28) ก็ยังเป็นเวกเตอร์ เราสามารถทำให้ \bar{c} อยู่ในรูปไคแอดิกได้ โดยพิจารณาสองพจน์สุดท้ายในสมการ (2.28) และใช้คุณลักษณะในสมการ (2.19) และ (2.20) ตามลำดับ จะได้

$$[\bar{d}_j]^r \cdot (\bar{b} \times \bar{c}_j) = -[\bar{b} \times \bar{d}_j]^r \cdot \bar{c}_j \quad ; j = 1,2,3 \quad (2.29)$$

เมื่อรวมองค์ประกอบทั้งหมดของไคแอดิก \bar{c} หลังจากนำเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j ไปวางติดข้างหลัง \bar{c}_j สุดท้ายจะได้เอกลักษณ์ไคแอดิก คือ

$$[\bar{d}_j]^r \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = -[\bar{b} \times \bar{d}_j]^r \cdot \bar{c} \quad (2.30)$$

ซึ่งแต่ละพจน์ในสมการ (2.30) ล้วนเป็นไคแอดิก
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 ไคเวอร์เจนซ์และเคิร์ลของฟังก์ชันไคแอดิก และเกรเดียนต์ของฟังก์ชันเวกเตอร์

ไคเวอร์เจนซ์ของฟังก์ชันไคแอดิก \vec{F} ซึ่งแสดงโดยสมการ (2.2) ถึง (2.4) ในหัวข้อก่อนหน้านี้ แทนด้วย $\nabla \cdot \vec{F}$ ถูกนิยามได้โดย

$$\nabla \cdot \vec{F} = \sum_j (\nabla \cdot \vec{F}_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_i} \hat{x}_j \quad (2.31)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ สำหรับเคิร์ลของฟังก์ชันไคแอดิก \vec{F} แสดงโดย $\nabla \times \vec{F}$ และนิยามได้เป็น

$$\nabla \times \vec{F} = \sum_j (\nabla \times \vec{F}_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j (\nabla F_{ij} \times \hat{x}_i) \hat{x}_j \quad (2.32)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันไคแอดิกเช่นกัน ในการพิสูจน์สมการ (2.32) เราจะใช้สัญลักษณ์เวกเตอร์

$$\nabla \times (F_{ij} \hat{x}_j) = \nabla F_{ij} \times \hat{x}_j \quad (2.33)$$

ต่อมาพิจารณาเกรเดียนต์ของฟังก์ชันเวกเตอร์เป็น แสดงโดย $\nabla \vec{F}$ ซึ่งสามารถนิยาม ดังนี้

$$\nabla \vec{F} = \sum_j (\nabla F_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j \frac{\partial F_j}{\partial x_i} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.34)$$

ซึ่งผลที่ได้ยังคงเป็นไคแอดิก

เมื่อฟังก์ชันไคแอดิก \vec{F} ประกอบด้วยตัวประกอบไอเดม \vec{I} และฟังก์ชันสเกลาร์ f ในรูปของ

$$\vec{F} = f\vec{I}$$

เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F} &= \nabla \cdot (f\vec{I}) = \sum_i \nabla \cdot (f\hat{x}_i) \hat{x}_i = \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \hat{x}_i \\ &= \nabla f \end{aligned} \quad (2.35)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{F} &= \nabla \times (f\vec{I}) = \sum_i \nabla \times (f\hat{x}_i)\hat{x}_i \\ &= \sum_i (\nabla f \times \hat{x}_i)\hat{x}_i = \nabla f \times \vec{I}\end{aligned}\quad (2.36)$$

ซึ่งทั้งสองจะให้ฟังก์ชันไดแอดิก

2.3 สมการแมกซ์เวลล์ในรูปไดแอดิกและฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าและแบบแม่เหล็ก

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมการแมกซ์เวลล์และฟังก์ชันไดแอดิก นั่นก็คือการเขียนสมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบของไดแอดิก โดยพิจารณาจากสนามสามชุดที่เกิดขึ้นอย่างสอดคล้องกันด้วยความถี่และในเงื่อนไขแวดล้อมเดียวกันและใช้ฟังก์ชันเวลาคือ $e^{j\omega t}$ โดยสนามแต่ละชุดจะเกิดจากการกระจายของกระแสที่แตกต่างกัน นั่นคือ \vec{J}_j เมื่อ $j=(1,2,3)$ สมการแมกซ์เวลล์สำหรับสนามเหล่านี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla \times \vec{E}_j = -j\omega\mu_0\vec{H}_j \quad (2.37ก)$$

$$\nabla \times \vec{H}_j = \vec{J}_j + j\omega\epsilon_0\vec{E}_j \quad (2.37ข)$$

$$\nabla \cdot \vec{J}_j = -j\omega\rho_j \quad (2.37ค)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{E}_j) = \rho_j \quad (2.37ง)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0\vec{H}_j) = 0 \quad (2.37จ)$$

โดยสมมติให้ตัวกลางภายใต้เงื่อนไขที่พิจารณาคืออากาศ สำหรับตัวกลางเอกพันธ์อื่นๆ เราสามารถแทนค่าคงที่ μ_0 และ ϵ_0 ด้วย μ และ ϵ ก่อนอื่นจะขอเปลี่ยน (x, y, z) เป็น (x_1, x_2, x_3) เพื่อความสะดวกและให้เข้าถึงความเข้าใจ จากนั้นนำเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j วางติดข้างหลัง (juxtapose) ของสมการ (2.37ก) ถึง (2.37จ) และรวมสมการแมกซ์เวลล์ทั้งสามชุดเข้าด้วยกัน จะทำให้ได้ สมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบของไดแอดิก แสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (2.38ก)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0\vec{E} \quad (2.38ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla \cdot \bar{\bar{J}} = -j\omega\bar{\rho} \quad (2.38ก)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \bar{\bar{E}}) = \bar{\rho} \quad (2.38ง)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \bar{\bar{H}}) = 0 \quad (2.38จ)$$

โดยที่

$$\bar{\bar{E}} = \sum_j \bar{E}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j E_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.39ก)$$

$$\bar{\bar{H}} = \sum_j \bar{H}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j H_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.39ข)$$

$$\bar{\bar{J}} = \sum_j \bar{J}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j J_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.39ค)$$

$$\bar{\rho} = \sum_j \rho_j \hat{x}_j \quad (2.39ง)$$

จากการนิยามของไดโพลในหัวข้อ 2.2 สามารถอธิบายฟังก์ชันไดโพลิก $\bar{\bar{E}}$ ได้ว่า ประกอบด้วยสามองค์ประกอบเวกเตอร์ นั่นคือ \bar{E}_j ซึ่ง $j=(1,2,3)$ และฟังก์ชันเวกเตอร์ความหนาแน่นประจุ ($\bar{\rho}$) ประกอบด้วยการกระจายประจุเชิงสเกลาร์ที่แตกต่างกันสามชุด พิจารณาการกระจายกระแสสามชุดที่สอดคล้องกับไดโพลไฟฟ้าจิวสามตัว ณ ตำแหน่ง $\bar{R} = \bar{R}'$ และวางในทิศทาง $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ หรือ $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ ดังนี้

$$\bar{J}_j = c_j \delta(\bar{R} - \bar{R}') \hat{x}_j \quad ; j=(1,2,3) \quad (2.40)$$

ซึ่ง c_j คือโมเมนต์กระแสของไดโพล (current moment of dipole) นั่นคือ

$$\iiint \bar{J}_j dv = c_j \hat{x}_j \quad (2.41)$$

เราจะนอร์มอลไลซ์โมเมนต์กระแสให้เป็น

$$-j\omega\mu_0 c_j = 1 \quad (2.42)$$

ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ $-j\omega\mu_0 \bar{J}_j = -j\omega\mu_0 c_j \delta(\bar{R} - \bar{R}') \hat{x}_j$ นี้มีจุดมุ่งหมายให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \delta(\bar{R} - \bar{R}') \hat{x}_j \quad (2.43)$$

ภายใต้เงื่อนไขนี้ เราจะกำหนดตัวแปรใหม่ สำหรับฟังก์ชันไดแอดิกต่างๆ นั่นคือ

$$\bar{\bar{E}} = \bar{\bar{G}}_e \quad (2.44ก)$$

$$-j\omega\mu_0\bar{H} = \bar{\bar{G}}_m \quad (2.44ข)$$

$$-j\omega\mu_0\bar{J} = \bar{I}\delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.44ค)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= \frac{1}{-j\omega} \nabla \cdot \bar{J} = \frac{-1}{\omega^2 \mu_0} \nabla \cdot [\bar{I}\delta(\bar{R} - \bar{R}')] \\ &= \frac{-\epsilon_0}{k^2} \nabla \delta(\bar{R} - \bar{R}') \end{aligned} \quad (2.44ง)$$

ซึ่ง $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{\omega}{c}$
 $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} =$ ความเร็วของแสงในอากาศ

เมื่อแทนตัวแปรใหม่เหล่านี้ลงในสมการ (2.38ก), (2.38ข), (2.38ง) และ (2.38จ) จะได้ว่า

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_m \quad (2.45ก)$$

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_m = \bar{I}\delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{\bar{G}}_e \quad (2.45ข)$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_e = -\frac{1}{k^2} \nabla \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.45ค)$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_m = 0 \quad (2.45ง)$$

กำหนดให้ $\bar{\bar{G}}_e$ คือฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้า (electric dyadic Green function) และ $\bar{\bar{G}}_m$ คือฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็ก (magnetic dyadic Green function) ซึ่งจะเขียนตามนิยามของไดแอดิก จะได้ดังนี้

$$\bar{\bar{G}}_e = \sum_j \bar{G}_{ej} \hat{x}_j \quad (2.46ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

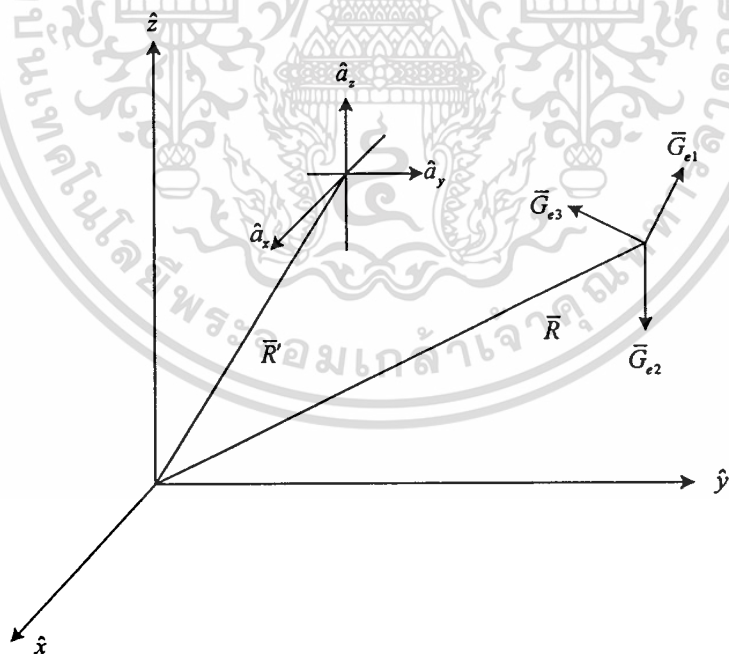
$$\bar{\bar{G}}_m = \sum_j \bar{G}_{mj} \hat{x}_j \quad (2.46\text{ข})$$

ดังนั้น \bar{G}_{ej} และ \bar{G}_{mj} คือ เวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนแบบไฟฟ้า (vector Green function of electric type) และเวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนชนิดแม่เหล็ก (vector Green function of magnetic type) ตามลำดับ เราสามารถมองทางกายภาพได้ว่า \bar{G}_{ej} แสดงถึงสนามไฟฟ้าอันเกิดจากไดโพลไฟฟ้าจั่วซึ่งวางอยู่ในทิศ \hat{x}_j และอยู่ที่ตำแหน่ง $\bar{R} = \bar{R}'$ นั่นคือ

$$\bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_e(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.47\text{ก})$$

$$\bar{\bar{G}}_m = \bar{\bar{G}}_m(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.47\text{ข})$$

โดยที่ \bar{R} คือตำแหน่งเวกเตอร์ของจุดสนาม และ \bar{R}' คือตำแหน่งเวกเตอร์ของแหล่งกำเนิด หากรู้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเกิดจากไดโพลไฟฟ้าจั่วที่ตั้งฉากกัน นั่นคือรู้ $\bar{\bar{G}}_e$ และ $\bar{\bar{G}}_m$ เราสามารถที่จะหาสนามอันเนื่องจากการกระจายกระแสรูปแบบใดๆ ได้ ซึ่งจะแสดงละเอียดในบทที่ 3 และในรูปที่ 2.1 แสดงความหมายทางกายภาพของเวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนทั้งสาม \bar{G}_{ej}



รูปที่ 2.1 แสดงสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากแหล่งกำเนิดไดโพลไฟฟ้าจั่วสามตำแหน่งที่วางอยู่ที่ \bar{R}' ในทิศทาง x, y และ z

2.4 ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

เราสามารถจำแนกฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าซึ่งแบ่งตามเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับฟังก์ชันได้สองชนิด คือ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่ง \bar{G}_{e1} ซึ่งจะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตดิริคท์ (Dirichlet boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \tag{2.48}$$

และฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่สอง \bar{G}_{e2} จะต้องรองรับเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ (Neumann boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \tag{2.49}$$

จากสมการ (2.48) จะเห็นว่าส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดที่หนึ่งในแนวสัมผัสกับผิวของปัญหามีค่าเป็นศูนย์ และจากสมการ (2.49) ส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดที่สองในแนวตั้งฉากกับผิวของปัญหามีค่าเป็นศูนย์

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กใช้เงื่อนไขขอบเขตดิริคท์และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์แบ่งฟังก์ชันเป็นสองชนิดเช่นกันกับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้า จะได้

$$\hat{n} \times \bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \tag{2.50}$$

และ

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \tag{2.51}$$

ตามลำดับ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{G}_e และ \bar{G}_m ในสมการ (2.45ก) และ (2.45ข) เราจะได้ว่า

$$\nabla \times \bar{G}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') \tag{2.52}$$

และ

$$\nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') \tag{2.53}$$

สมการ (2.52) และ (2.53) ถือว่าเป็นความสัมพันธ์ที่สำคัญที่ใช้หา \bar{G}_{m1} เมื่อทราบ \bar{G}_{e2} และ \bar{G}_{e1}

เมื่อทราบ \bar{G}_{m2} ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับกรณีโครงสร้างที่กระจัดกระจายคลื่น (scattering body) ซึ่งมีบางส่วนที่เป็นตัวนำ อย่างเช่น โครงสร้างของทรงกระบอกตัวนำที่มีช่องเปิด ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ที่ซึ่งไม่มีแหล่งกำเนิด กระแสอยู่ภายนอกทรงกระบอก เราสามารถหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปมาตรฐานดังแสดงใน สมการข้างล่าง

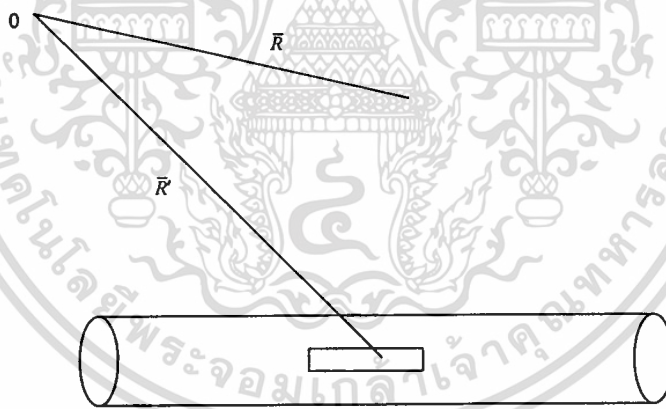
$$\vec{E}(\vec{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \vec{G}_{e1}(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \vec{J}(\vec{R}') dV' \quad (2.54ก)$$

$$\vec{E}(\vec{R}) = - \iint_{S_a} [\nabla \times \vec{G}_{e2}(\vec{R}, \vec{R}')] \cdot [\hat{n}' \times \vec{E}(\vec{R}')] dS' \quad (2.54ข)$$

$$\vec{H}(\vec{R}) = \iiint_V [\nabla \times \vec{G}_{e1}(\vec{R}, \vec{R}')] \cdot \vec{J}(\vec{R}') dV' \quad (2.54ค)$$

$$\vec{H}(\vec{R}) = j\omega\epsilon_0 \iint_{S_A} \vec{G}_{e2}(\vec{R}, \vec{R}') \cdot [\hat{n}' \times \vec{E}(\vec{R}')] dS' \quad (2.54ง)$$

โดยที่ \vec{R} คือเวกเตอร์ตำแหน่งสำหรับสนาม และ \vec{R}' คือเวกเตอร์ตำแหน่งสำหรับแหล่งกำเนิด



รูปที่ 2.2 แสดงรูปทรงปัญหาทรงกระบอกตัวนำที่มีช่องเปิด

2.5 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ของเซกเตอร์ที่นำคลื่นทรงกระบอก

ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ (vector wave function) คือฟังก์ชันเจาะจง (eigen function) หรือ ฟังก์ชันคุณลักษณะ (characteristic function) ที่เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์ (homogeneous vector wave equation)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{F} - \kappa^2 \vec{F} = 0 \quad (2.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการ (2.55) เป็นสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์ โดยที่ κ เป็นค่าใดๆ เราจะได้ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในระบบคาร์ทีเซียน ดังต่อไปนี้

$$\vec{F} = \nabla \times (\psi_1 \vec{c}) \quad (2.56)$$

โดยที่ ψ_1 คือ ฟังก์ชันเจาะจงซึ่งสอดคล้องกับสมการคลื่นสเกลาร์

$$\nabla^2 \psi + \kappa^2 \psi = 0 \quad (2.57)$$

และ \vec{c} เป็นค่าคงที่เวกเตอร์ (constant vector) ได้แก่ \hat{x} , \hat{y} หรือ \hat{z} เพื่อความสะดวกเราจะเรียก \vec{c} ว่าเวกเตอร์นำร่อง (piloting vector) และ ψ ว่าเป็นฟังก์ชันกำเนิด (generating function) หาก ψ_1 เป็นผลเฉลยสำหรับสมการ (2.57) จะได้ (2.56) เป็นผลเฉลยสำหรับสมการ (2.55) ด้วยเช่นกัน ซึ่งเราจะให้ \vec{M} เป็นฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ นั่นคือ

$$\vec{M}_1 = \nabla \times (\psi_1 \vec{c}) \quad (2.58)$$

ส่วนฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์อีกชุดหนึ่งซึ่งแทนด้วย \vec{N} จะได้ว่า

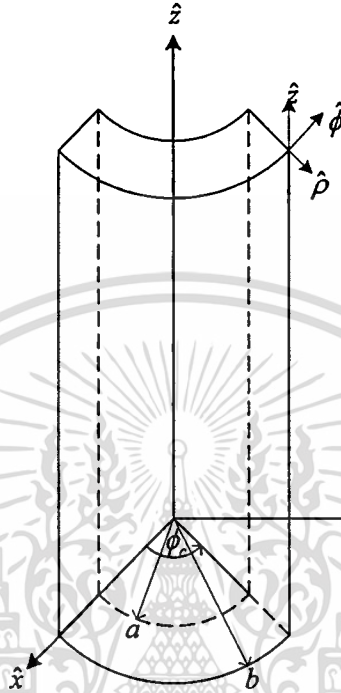
$$\vec{N}_2 = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times (\psi_2 \vec{c}) \quad (2.59)$$

โดยที่ ψ_2 คือฟังก์ชันเจาะจงที่สอดคล้องกับสมการ (2.57) และ \vec{N}_2 คือผลเฉลยสำหรับสมการ (2.55) ในกรณีที่ใช้ ฟังก์ชันกำเนิด ψ เหมือนกันทั้ง \vec{M} และ \vec{N} เราจะได้ความสัมพันธ์ที่สมมาตรกันระหว่างฟังก์ชันสองชนิดนี้

$$\vec{N} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \vec{M} \quad (2.60)$$

$$\vec{M} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \vec{N} \quad (2.61)$$

สมมติให้ท่อนำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอก (sectoral cylindrical waveguide) มีความยาวอนันต์ในแนวแกน (ทิศ z) มีโครงสร้างเป็นท่อตัวนำสมบูรณ์ทรงกระบอกแกนร่วมและพื้นที่หน้าตัดเป็นเซกเตอร์มุม ϕ_c ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงเซกเตอร์ของท่อนำคลื่นทรงกระบอกแกนร่วม

เราจะได้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับฟังก์ชันกำเนิด $\psi(\rho, \phi, z)$ สมการ (2.57) ในระบบพิกัดทรงกระบอก คือ

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.62ก)$$

หรือ

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.62ข)$$

โดยวิธีแยกตัวแปร เราจะได้ฟังก์ชันกำเนิดสำหรับท่อนำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอก ดังนี้

$$\psi(\rho, \phi, z) = [A_1 J_\nu(k_\rho \rho) + B_1 Y_\nu(k_\rho \rho)] + [C_2 \cos(\nu \phi) + D_2 \sin(\nu \phi)] e^{-jk_z z} \quad (2.63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $k_\rho^2 + k_z^2 = k^2$, $v = \frac{m\pi}{\phi_c}$ เมื่อ $m=0,1,2,\dots$ และ ϕ_c คือขนาดมุมของเซกเตอร์ทรงกระบอก เพื่อความสะดวกจะจัดรูปแบบของสมการ (2.63) ให้อยู่ในรูปที่ง่ายต่อการอธิบายและการนำไปใช้ต่อไป นั่นคือ

$$\psi_{e_{vh}}(k_g) = B_v(k_h, \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (v\phi) e^{-jk_z z} \quad ; \text{ โหมด TE} \quad (2.64ก)$$

$$\psi_{e_{ve}}(k_g) = B_v(k_e, \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (v\phi) e^{-jk_z z} \quad ; \text{ โหมด TM} \quad (2.64ข)$$

โดยที่

$$A_1 J_v(k_\rho \rho) + B_1 Y_v(k_\rho \rho) = \begin{cases} B_v(k_h, \rho) \\ B_v(k_e, \rho) \end{cases} \quad (2.65)$$

และ

$$k_\rho = \begin{cases} k_h & ; \text{TE} \\ k_e & ; \text{TM} \end{cases} \quad ; k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

เราเรียก $B_v(k_h, \rho)$ และ $B_v(k_e, \rho)$ ว่า ฟังก์ชันรวมเบสเซล-นอยมานน์ (Bessel-Neumann combination function) สำหรับโหมด TE และโหมด TM ตามลำดับ จากสมการ (2.64ก) และ (2.64ข) เราสามารถเขียนใหม่ให้กะทัดรัดขึ้น ดังนี้

$$\psi_{e_{v\xi}}(k_g) = B_v(k_\xi, \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (v\phi) e^{-jk_z z} \quad (2.66)$$

โดยที่

$$\xi = \begin{cases} h & ; \text{TE} \\ e & ; \text{TM} \end{cases}$$

จากสมการ (2.58) และ (2.59) เราจะได้

$$\bar{M}_{e_{vh}}(k_g) = \nabla \times [\psi_{e_{vh}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.67ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{N}_{e_{o've}}(k_g) = \frac{1}{\kappa_e} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{o've}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.67\text{ข})$$

ซึ่ง $\kappa_e^2 = k_e^2 + k_g^2$

สมการ (2.67) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตคิริคท์ ที่ $\rho = a$ และ b ฟังก์ชัน $\bar{M}_{e_{o'vh}}$ จะแสดงถึงสนามไฟฟ้าของคลื่น โหมด TE_w ในเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม และฟังก์ชัน $\bar{N}_{e_{o've}}$ จะแสดงถึงสนามไฟฟ้าของคลื่น โหมด TM_w และ

$$\bar{M}_{e_{o've}}(k_g) = \nabla \times [\psi_{e_{o've}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.68\text{ก})$$

$$\bar{N}_{e_{o'vh}}(k_g) = \frac{1}{\kappa_h} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{o'vh}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.68\text{ข})$$

ซึ่ง $\kappa_h^2 = k_h^2 + k_g^2$

สมการ (2.68) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตนอยมานันท์ ที่ $\rho = a$ และ b ฟังก์ชัน $\bar{M}_{e_{o've}}$ จะแสดงถึงสนามแม่เหล็กของคลื่น โหมด TM_w ในเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม และฟังก์ชัน $\bar{N}_{e_{o'vh}}$ จะแสดงถึงสนามแม่เหล็กของคลื่น โหมด TE_w

สามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นในสมการ (2.67) และ (2.68) ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\bar{M}_{e_{o'v\zeta}}(k_g) = \nabla \times [\psi_{e_{o'v\zeta}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.69\text{ก})$$

$$\bar{N}_{e_{o'v\zeta}}(k_g) = \frac{1}{\kappa_\zeta} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{o'v\zeta}}(k_g) \hat{z}] \quad (2.69\text{ข})$$

2.5.1 การหา k_e สำหรับคลื่นโหมด TM

พิจารณาสมการคลื่นเวกเตอร์ (2.55) เมื่อ $\bar{A} = \hat{z}A_z(\rho, \phi, z)$ จะได้ว่า

$$\nabla^2 A_z(\rho, \phi, z) + k^2 A_z(\rho, \phi, z) = 0 \quad (2.70)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อพิจารณาในระบบพิกัดทรงกระบอกสมการ (2.70) จะเป็น

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z = 0 \quad (2.71)$$

ใช้วิธีแยกตัวแปรและเงื่อนไขตามโครงสร้างรูปที่ 2.3 กำหนดให้คลื่นเดินทางในทิศ +z เราจะได้ผลเฉลยของสมการ (2.71) คือ

$$A^+(\rho, \phi, z) = [A_1 J_\nu(k_e \rho) + B_1 Y_\nu(k_e \rho)] + [C_2 \cos(\nu \phi) + D_2 \sin(\nu \phi)] e^{-jk_e z} \quad (2.72ก)$$

และ

$$A_z^+(\rho, \phi) = [A_1 J_\nu(k_e \rho) + B_1 Y_\nu(k_e \rho)] + [C_2 \cos(\nu \phi) + D_2 \sin(\nu \phi)] \quad (2.72ข)$$

เราจะได้สนามไฟฟ้าในองค์ประกอบ z ที่เดินทางไปในทิศ +z [14] ดังนี้

$$E_z^+ = -j\omega A_z^+ \quad (2.73ก)$$

$$E_z = [A' J_\nu(k_e \rho) + B' Y_\nu(k_e \rho)] + [C' \cos(\nu \phi) + D' \sin(\nu \phi)] \quad (2.73ข)$$

จากเงื่อนไขขอบเขตที่ว่า

$$E_z(\rho = a) = 0 \quad (2.74ก)$$

$$E_z(\rho = b) = 0 \quad (2.74ข)$$

และ

$$E_z(\phi = 0) = 0 \quad (2.75ก)$$

$$E_z(\phi = \phi_c) = 0 \quad (2.75ข)$$

ทำให้ C' และ $D' = 0$ จะได้

$$[A' J_\nu(k_e a) + B' Y_\nu(k_e a)] = 0 \quad (2.76ก)$$

$$[A' J_\nu(k_e b) + B' Y_\nu(k_e b)] = 0 \quad (2.76ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถเขียนสมการ (2.76ก) และ (2.76ข) ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} J_\nu(k_e a) & Y_\nu(k_e a) \\ J_\nu(k_e b) & Y_\nu(k_e b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

จะเห็นว่า A' และ B' ไม่เท่ากับศูนย์ และจากพีชคณิตเชิงเส้นเรารู้ว่าชุดของสมการข้างต้นที่มีตัวไม่ทราบค่า A' และ B' จะเป็นจริงได้เมื่อดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\begin{vmatrix} J_\nu(k_e a) & Y_\nu(k_e a) \\ J_\nu(k_e b) & Y_\nu(k_e b) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.78ก)$$

หรือ

$$J_\nu(k_e a)Y_\nu(k_e b) - J_\nu(k_e b)Y_\nu(k_e a) = 0 \quad (2.78ข)$$

ซึ่งเราเรียกว่าเงื่อนไขขอบเขตรวมเบสเซล-นอยมานน์ (Bessel-Neumann combination boundary condition) ซึ่งมี k_e ตัวเดียวที่ยังไม่รู้ค่า ในการแก้หาคำตอบของสมการ (2.78ข) ไม่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ทั่วไปได้ แต่จะทำได้โดยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical analysis) หรือการวิเคราะห์โดยใช้กราฟ (graphical analysis) ซึ่งจะทำได้โดยย้ายพจน์ที่ติดลบไปด้านขวาของสมการ จากนั้นกำหนดชื่อแต่ละด้านให้เป็นฟังก์ชันของ k_e จะได้ว่า

$$Y_1(k_e) = J_\nu(k_e a)Y_\nu(k_e b) = J_\nu(k_e b)Y_\nu(k_e a) = Y_2(k_e) \quad (2.79)$$

จากนั้นก็พล็อตกราฟระหว่าง Y_1 และ Y_2 กับ k_e (กำหนดค่า ν, a และ b) บนแกนเดียวกัน จะได้จุดตัดของ Y_1 และ Y_2 ซึ่งจะนำไปสู่การหาค่า k_e ของสมการได้ จากการวิเคราะห์ ณ ν หนึ่งค่าจะเกิดจุดตัดหลายจุด เราจึงกำหนดสัญลักษณ์ l แทนลำดับของจุดตัด นั่นคือ

$$\text{TM}_{\nu,l} \quad \text{โดยที่} \quad \nu = \frac{m\pi}{\phi_c} \quad \text{เมื่อ} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{และ} \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (2.80)$$

ในตารางที่ 2.1 จะแสดงค่า k_e สำหรับ $\text{TM}_{\nu,l}$ ค่าที่กำหนดในตารางไม่ใช่ค่า $k_{e,\nu}$ โดยตรง แต่เท่ากับ $\left(\frac{b}{a}-1\right)x_{\nu,l}$ โดยที่ $x = k_e a$ ส่วน b และ a เป็นรัศมีนอกและในของทรงกระบอกแกนร่วมตามลำดับ ดังนั้นเราจะได้ค่าของ k_e จริงๆ จะเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_e = \frac{x}{a} \quad (2.81)$$

ตารางที่ 2.1 แสดงรากของสมการเงื่อนไขขอบเขตรวมเบสเซล-นอยมานน์

$\frac{b}{a}$	vl							
	01	11	21	31	02	12	22	32
1.0	3.142	3.142	3.142	3.142	6.283	6.283	6.283	6.283
1.1	3.141	3.143	3.147	3.154	6.283	6.284	6.286	6.289
1.2	3.140	3.146	3.161	3.187	6.282	6.285	6.293	6.306
1.3	3.139	3.150	3.182	3.236	6.282	6.287	6.304	6.331
1.4	3.137	3.155	3.208	3.294	2.281	2.290	2.317	6.362
1.5	3.135	3.161	3.237	3.36	6.280	6.293	6.332	6.387
1.6	3.133	3.168	3.27	3.43	6.279	6.296	6.349	6.437
1.8	3.128	3.182	3.36	3.6	6.276	6.304	6.387	6.523
2.0	3.123	3.197	3.4	3.7	6.273	6.312	6.43	6.62

$\frac{b}{a}$	vl							
	03	13	23	33	04	14	24	34
1.0	9.425	9.425	9.425	9.425	12.566	12.566	12.566	12.566
1.1	9.425	9.425	9.427	9.429	12.566	12.567	12.568	12.569
1.2	9.424	9.426	9.431	9.440	12.566	12.567	12.571	12.578
1.3	9.424	9.427	9.438	9.457	12.566	12.568	12.577	12.590
1.4	9.423	9.429	9.447	9.478	12.565	12.570	12.583	12.606
1.5	9.423	9.431	9.458	9.502	12.565	12.571	12.591	12.624
1.6	9.422	9.434	9.469	9.528	12.564	12.573	12.600	12.644
1.8	9.420	9.439	9.495	9.587	12.563	12.577	12.619	12.689
2.0	9.418	9.444	9.523	9.652	12.561	12.581	12.640	12.738

แทน $x = k_e a$ ลงในสมการ (2.78ข) จะได้ว่า

$$J_\nu(x)Y_\nu\left(\frac{b}{a}x\right) - J_\nu\left(\frac{b}{a}x\right)Y_\nu(x) = 0 \quad (2.82)$$

ดังนั้นจากค่าในตาราง เราจะหา k_e ได้โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_{e, TM_u} = \frac{x_{pl}}{a} = \frac{\text{ค่าในตาราง}}{a \left(\frac{b}{a} - 1 \right)} = \frac{\text{ค่าในตาราง}}{(b-a)} \quad (2.83)$$

2.5.2 การหา k_h สำหรับคลื่นโหมด TE

พิจารณาสมการคลื่นเวกเตอร์ (2.55) เมื่อ $\vec{F} = \hat{z}F_z(\rho, \phi, z)$ จะได้ว่า

$$\nabla^2 F_z(\rho, \phi, z) + k^2 F_z(\rho, \phi, z) = 0 \quad (2.84)$$

ผลเฉลยของสมการ (2.84) หาได้โดยวิธีเดียวกันกับสมการ (2.70) จะได้ว่าเท่ากับ

$$F^+(\rho, \phi, z) = [A_1 J_\nu(k_h \rho) + B_1 Y_\nu(k_h \rho)] + [C_2 \cos(\nu\phi) + D_2 \sin(\nu\phi)] e^{-jk_z z} \quad (2.85ก)$$

และ

$$F_z^+(\rho, \phi) = [A_1 J_\nu(k_h \rho) + B_1 Y_\nu(k_h \rho)] + [C_2 \cos(\nu\phi) + D_2 \sin(\nu\phi)] \quad (2.85ข)$$

จาก

$$E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a,b} = 0 \quad (2.86)$$

เราจะได้สนามไฟฟ้าองค์ประกอบ ϕ ที่เดินทางไปในทิศ $+z$ ดังนี้

$$E_\phi^+(\rho, \phi) = \frac{k_h}{\epsilon} [A_1 J'_\nu(k_h \rho) + B_1 Y'_\nu(k_h \rho)] + [C_2 \cos(\nu\phi) + D_2 \sin(\nu\phi)] \quad (2.87)$$

จากเงื่อนไขขอบเขตที่ว่า $E_\phi(\rho = a, b) = 0$ เราจะได้

$$[A_1 J'_\nu(k_h a) + B_1 Y'_\nu(k_h a)] = 0 \quad (2.88ก)$$

$$[A_1 J'_\nu(k_h b) + B_1 Y'_\nu(k_h b)] = 0 \quad (2.88ข)$$

จากพีชคณิตเชิงเส้นจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{vmatrix} J'_v(k_h a) & Y'_v(k_h a) \\ J'_v(k_h b) & Y'_v(k_h b) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.89ก)$$

นั่นคือ

$$J'_v(k_h a)Y'_v(k_h b) - J'_v(k_h b)Y'_v(k_h a) = 0 \quad (2.89ข)$$

ซึ่งเรียกว่าเงื่อนไขขอบเขตอนุพันธ์รวมเบสเซล-นอยมานน์ (Bessel–Neumann derivative combination boundary condition)

ตารางที่ 2.2 แสดงรากของสมการเงื่อนไขขอบเขตอนุพันธ์รวมเบสเซล-นอยมานน์

$\frac{b}{a}$	vl							
	01	11	21	31	02	12	22	32
1.001	3.141	3.141	3.141	3.141	6.283	6.283	6.283	6.283
1.1	3.142	0.095	0.190	0.285	6.283	3.144	3.148	3.155
1.2	4.145	0.182	0.364	0.546	6.285	3.150	3.166	3.193
1.3	3.149	0.261	0.523	0.784	6.287	3.160	3.194	3.248
1.4	3.154	0.334	0.669	1.002	6.289	3.173	3.228	3.318
1.5	3.160	0.402	0.804	1.203	6.293	3.188	3.269	3.400
1.6	3.167	0.465	0.928	1.387	6.296	3.204	3.314	3.490
1.8	3.181	0.578	1.150	1.710	6.304	3.241	3.416	3.694
2.0	3.196	0.677	1.340	1.978	6.312	3.282	3.531	3.920

$\frac{b}{a}$	vl							
	03	13	23	33	04	14	24	34
1.001	9.424	9.424	9.424	9.424	12.566	12.566	12.566	12.566
1.1	9.425	6.284	6.286	6.290	12.566	9.425	9.427	9.429
1.2	9.426	6.287	6.295	6.309	12.567	9.427	9.433	9.442
1.3	9.427	6.292	6.309	6.336	12.568	9.431	9.442	9.460
1.4	9.429	6.299	6.326	6.371	12.569	9.435	9.453	9.483
1.5	9.431	6.306	6.346	6.412	12.571	9.440	9.466	9.510
1.6	9.433	6.314	6.368	6.457	12.573	9.445	9.481	9.541
1.8	9.438	6.332	6.418	6.559	12.576	9.457	9.514	9.608
2.0	9.444	6.353	6.474	6.673	12.581	9.471	9.551	9.684

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกันกับ โมด TM เราจะให้

$$x' = k_h a \quad \text{หรือ} \quad k_h = \frac{x'}{a} \quad (2.90)$$

จะได้เงื่อนไขขอบเขตของสมการ (2.89b) เป็น

$$J'_v(x')Y'_v\left(\frac{b}{a}x'\right) - J'_v\left(\frac{b}{a}x'\right)Y'_v(x') = 0 \quad (2.91)$$

เราสามารถแก้สมการหาผลเฉลยได้โดยวิธีกราฟ ดังที่ได้อธิบายในโมด TM ในตารางที่ 2.2 จะแสดงค่า $\left(\frac{b}{a}-1\right)x'_v$ สำหรับโมด TE_v โดยที่ $v = \frac{m\pi}{\phi_c}$ เมื่อ $m=0,1,2,\dots$ และ $l=1,2,3,\dots$ สุดท้ายเราจะได้ k_h เท่ากับ

$$k_{h,TE_v} = \frac{x'_v}{a} = \frac{\text{ค่าในตาราง}}{a\left(\frac{b}{a}-1\right)} = \frac{\text{ค่าในตาราง}}{(b-a)} \quad (2.92)$$

2.6 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในของเซกเตอร์ท่อนำคลื่นทรงกระบอก

ก่อนอื่นเราจะหา $\bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}')$ เนื่องจากเป็นฟังก์ชันไดโอดิกโซลินอยด์ (solenoidal dyadic function) นั่นคือ

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0$$

จากนั้นใช้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดโอดิกเพื่อหาฟังก์ชันที่เหลือ นั่นคือ $\bar{\bar{G}}_{e1}$, $\bar{\bar{G}}_{e2}$ และ $\bar{\bar{G}}_{m1}$

เราจะประยุกต์ใช้วิธีการ Ohm-Rayleigh [15] เพื่อหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สอง สำหรับท่อนำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอกแแกนร่วมซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') - k^2 \bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] \quad (2.93)$$

โดยที่ $a \leq \rho \leq b$; $0 \leq \phi \leq \phi_c$; $-\infty \leq z \leq \infty$ และเงื่อนไขขอบเขตนอyman

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (2.94)$$

ณ $\rho = a, b$ และ $\phi = 0, \phi_c$ ซึ่ง $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$

จากวิธีการของ Ohm-Rayleigh ก่อนอื่นเราจะต้องหาฟังก์ชันเจาะจงสำหรับแหล่งกำเนิด $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')]$ โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์โซลินอยด์ (solenoidal vector wave function) ที่กล่าวถึงในหัวข้อก่อนหน้านี้ ฟังก์ชันที่เหมาะสมคือ $\bar{M}_{e_{ove}}(k_g)$ และ $\bar{N}_{e_{voh}}(k_g)$ เนื่องจากเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (2.94) ดังนั้นเราจะได้

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int_{-\infty}^{\infty} dk_g \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} [\bar{N}_{e_{voh}}(k_g) \bar{A}_{e_{voh}}(k_g) + \bar{M}_{e_{ove}}(k_g) \bar{B}_{e_{ove}}(k_g)] \quad (2.95)$$

โดยที่ l เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งจะมีค่าตาม TE_{vl} สำหรับ k_h และ TM_{vl} สำหรับ k_e ส่วน $\bar{A}_{e_{voh}}(k_g)$ และ $\bar{B}_{e_{ove}}(k_g)$ เป็นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ (vector coefficient) ที่ต้องหาค่า ซึ่งทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรในสมการ (2.95) หลังจากที่คุณเชิงสเกลาร์ข้างหน้าด้วย $\bar{N}_{evh}(-k'_g)$ และ $\bar{N}_{ovh}(-k'_g)$, $\bar{M}_{eve}(-k'_g)$ และ $\bar{M}_{ove}(-k'_g)$ และอาศัยความสัมพันธ์ตั้งฉาก (orthogonal relation) ของฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์สำหรับเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม ซึ่งดูรายละเอียดได้ใน [9] และ [16] เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \bar{A}_{e_{voh}}(k_g) &= \frac{2 - \delta_0}{\phi_c^2 k_h^2 I_h} \nabla' \times \bar{N}_{e_{voh}}(-k'_g) \\ &= \frac{(2 - \delta_0) \kappa_h}{\phi_c^2 k_h^2 I_h} \bar{M}'_{e_{voh}}(-k'_g) \end{aligned} \quad (2.96)$$

และ

$$\begin{aligned} \bar{B}_{e_{ove}}(k_g) &= \frac{2 - \delta_0}{\phi_c^2 k_e^2 I_e} \nabla' \times \bar{M}_{e_{ove}}(-k'_g) \\ &= \frac{(2 - \delta_0) \kappa_e}{\phi_c^2 k_e^2 I_e} \bar{N}'_{e_{ove}}(-k'_g) \end{aligned} \quad (2.97)$$

เครื่องหมายไพรม์ (') ในสมการ (2.96) และ (2.97) จะแสดงถึงฟังก์ชันของแหล่งกำเนิด \bar{R}' และตัวประกอบนอร์มอลไลซ์ I_h และ I_e เท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_h = \frac{1}{2k_h^2} (k_h^2 \rho^2 - v^2) [B_v(k_h \rho)]^2 \Big|_{\rho_a}^{\rho_b} \quad (2.98)$$

$$I_e = \frac{1}{2k_e^2} \left[\frac{\rho \partial B_v(k_e \rho)}{\partial \rho} \right]^2 \Big|_{\rho_a}^{\rho_b} \quad (2.99)$$

ดังนั้นเราจะสามารถแสดงการแผ่ขยายฟังก์ชันเงาจะจง $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')]$ ได้ดังนี้

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int_{-\infty}^{\infty} dk_g \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2 - \delta_0)}{\phi_c^2} \left[\frac{\kappa_h}{k_h^2 I_h} \bar{N}_{e_{vh}}(k_g) \bar{M}'_{e_{vh}}(-k_g) + \frac{\kappa_e}{k_e^2 I_e} \bar{M}_{e_{ve}}(k_g) \bar{N}'_{e_{ve}}(-k_g) \right] \quad (2.100)$$

เพื่อที่จะหา $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$ เราจะให้

$$\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_g \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2 - \delta_0)}{\phi_c^2} \left[a(k_g) \frac{\kappa_h}{k_h^2 I_h} \bar{N}_{e_{vh}}(k_g) \bar{M}'_{e_{vh}}(-k_g) + b(k_g) \frac{\kappa_e}{k_e^2 I_e} \bar{M}_{e_{ve}}(k_g) \bar{N}'_{e_{ve}}(-k_g) \right] \quad (2.101)$$

เราสามารถหาสัมประสิทธิ์ $a(k_g)$ และ $b(k_g)$ ได้โดยแทนสมการ (2.100) และ (2.101) ลงในสมการ (2.93) จะได้

$$a(k_g) = \frac{1}{k_{gh}^2 - k^2} \quad (2.102)$$

$$b(k_g) = \frac{1}{k_{ge}^2 - k^2} \quad (2.103)$$

ดังนั้นเราจะได้ฟังก์ชันเงาจะจงของ $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$ คือ

$$\begin{aligned} \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_g \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c^2} \left[\frac{\kappa_h}{k_h^2 I_h(k_{gh}^2 - k^2)} \bar{N}_{o_{vh}}(k_g) \bar{M}'_{o_{vh}}(-k_g) \right. \\ \left. + \frac{\kappa_e}{k_e^2 I_e(k_{ge}^2 - k^2)} \bar{M}_{o_{ve}}(k_g) \bar{N}'_{o_{ve}}(-k_g) \right] \end{aligned} \quad (2.104)$$

การอินทิเกรตฟูรีเยร์ (Fourier integration) ในสมการ (2.104) ใช้วิธีการอินทิเกรตแบบคอนทัวร์ (contour integration) โดยที่โพลของตัวอินทิเกรตคือ

$$k_g = \pm \sqrt{k^2 - k_h^2} = \pm k_{gh} \quad \text{สำหรับ โหมด TE} \quad (2.105ก)$$

และ

$$k_g = \pm \sqrt{k^2 - k_e^2} = \pm k_{ge} \quad \text{สำหรับ โหมด TM} \quad (2.105ข)$$

ซึ่ง k_{gh} และ k_{ge} คือเลขคลื่น (wave number) ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ สุดท้ายเราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สองสำหรับเซกเตอร์ที่นำคลื่นทรงกระบอก ดังสมการ

$$\bar{G}_{m_2}^{\pm}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left[C_h \bar{N}_{o_{vh}}(\pm k_{gh}) \bar{M}'_{o_{vh}}(\mp k_{gh}) + C_e \bar{M}_{o_{ve}}(\pm k_{ge}) \bar{N}'_{o_{ve}}(\mp k_{ge}) \right]; \quad z \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} z' \quad (2.106)$$

ซึ่ง

$$C_h = \frac{-jk(2-\delta_0)}{\phi_c k_h^2 I_h k_{gh}} \quad (2.107ก)$$

และ

$$C_e = \frac{-jk(2-\delta_0)}{\phi_c k_e^2 I_e k_{ge}} \quad (2.107ข)$$

ส่วนบนของสมการ (2.106) สำหรับ $z > z'$ และส่วนล่างสำหรับ $z < z'$ ณ ที่ สมการ (2.106) จะไม่มีความต่อเนื่อง สำหรับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็ก จาก

$$\hat{n} \times (\bar{G}_m^+ - \bar{G}_m^-) = \bar{I}_s \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.108)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ \bar{I}_z คือตัวประกอบไอเคมสองมิติซึ่งนิยามโดย

$$\bar{I}_z = \bar{I} - \hat{n}\hat{n} \quad ; \hat{n} = \hat{z}$$

เราจะได้ว่า

$$\hat{z} \times (\bar{G}_{m_2}^+ - \bar{G}_{m_2}^-) = \frac{1}{\rho} (\bar{I} - \hat{z}\hat{z}) \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \quad (2.109)$$

โดยที่ $\bar{G}_{m_2}^+$ สำหรับ $z > z'$ และ $\bar{G}_{m_2}^-$ สำหรับ $z < z'$ เราจะหา $\bar{G}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}')$ ได้จากความสัมพันธ์

$$\nabla \times \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{G}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.110)$$

เนื่องจาก $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$ มีความไม่ต่อเนื่องที่ $z = z'$ เราจะเขียนได้เป็น

$$\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{G}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}') U(z - z') + \bar{G}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}') U(z' - z) \quad (2.111)$$

ซึ่งเราจะนิยามฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย (unit step function) ดังนี้

$$U(z - z') = \begin{cases} 1 & ; z > z' \\ 0 & ; z < z' \end{cases} \quad (2.112ก)$$

$$U(z' - z) = \begin{cases} 1 & ; z < z' \\ 0 & ; z > z' \end{cases} \quad (2.112ข)$$

เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') &= [\nabla \times \bar{G}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}')] U(z - z') + \nabla U(z - z') \times \bar{G}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}') \\ &\quad + [\nabla \times \bar{G}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}')] U(z' - z) + \nabla U(z' - z) \times \bar{G}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}') \end{aligned} \quad (2.113)$$

โดยอาศัย $\nabla \times (\bar{B}a) = [(\nabla \times \bar{B})a] + [(\nabla a) \times \bar{B}]$ และจาก

$$\nabla U(z - z') = \hat{z} \delta(z - z') \quad (2.114ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla U(z' - z) = -\hat{z}\delta(z - z') \quad (2.114\text{ข})$$

ดังนั้น

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2} = [\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^+] U(z - z') + [\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^-] U(z' - z) + \hat{z}\delta(z - z') \times [\bar{\bar{G}}_{m_2}^+ - \bar{\bar{G}}_{m_2}^-] \quad (2.115)$$

พิจารณาสมการ (2.109) เราสามารถเขียน สมการข้างต้นได้ใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2} &= [\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^+] U(z - z') + [\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^-] U(z' - z) \\ &\quad + \frac{1}{\rho} (\bar{\bar{I}} - \hat{z}\hat{z}) \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z') \end{aligned} \quad (2.116)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z') = \delta(\bar{\bar{R}} - \bar{\bar{R}}')$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก และอาศัยความสัมพันธ์

$$\nabla \times \bar{N}_{e_{vh}}(\pm k_g) = k \bar{M}_{e_{vh}}(\pm k_g) \quad (2.117)$$

$$\nabla \times \bar{M}_{e_{ve}}(\pm k_g) = k \bar{N}_{e_{ve}}(\pm k_g) \quad (2.118)$$

สุดท้ายเราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับเซกเตอร์ที่นำคลื่นทรงกระบอก ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}_{e_1}(\bar{\bar{R}}, \bar{\bar{R}}') &= \frac{-1}{k^2} \hat{z}\hat{z} \delta(\bar{\bar{R}} - \bar{\bar{R}}') \\ &\quad + \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left[C_h \bar{M}_{e_{vh}}(\pm k_{gh}) \bar{M}'_{e_{vh}}(\mp k_{gh}) + C_e \bar{N}_{e_{ve}}(\pm k_{ge}) \bar{N}'_{e_{ve}}(\mp k_{ge}) \right]; z > z' \\ &\quad \left[C_h \bar{M}_{e_{vh}}(\pm k_{gh}) \bar{M}'_{e_{vh}}(\mp k_{gh}) + C_e \bar{N}_{e_{ve}}(\pm k_{ge}) \bar{N}'_{e_{ve}}(\mp k_{ge}) \right]; z < z' \end{aligned} \quad (2.119)$$

2.7 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในของเซกเตอร์โพรงทรงกระบอก

เราจะหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับโพรงของเซกเตอร์ทรงกระบอกแแกนร่วม โดยเริ่มจาก

ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับที่นำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอกแแกนร่วมที่มีขนาดหน้าตัดเหมือนกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปเผยแพร่หรือใช้งานด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจากนั้นประยุกต์ใช้วิธีการทับซ้อนกระจัดกระจาย (scattering superposition) เพื่อหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของโครงสร้างโพรง ซึ่งมีสองชั้นตอน ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยก่อนอื่นเราจะพิจารณาโครงสร้างท่อนำคลื่นยาวอนันต์ $0 \leq z \leq \infty$ โดยท่อนำคลื่นถูกปิดด้วยผนังตัวนำสมบูรณ์ที่ $z=0$ จากฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งใน \bar{G}_{E_1} เราจะได้ฟังก์ชันสำหรับโครงสร้างท่อนำคลื่นกึ่งอนันต์ (semi-infinite waveguide) ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{E_1}(\bar{R}, \bar{R}') &= \frac{-1}{k^2} \hat{z} \hat{z} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \\ &+ \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (2j) \begin{cases} C_h \bar{M}_H(k_{gh}) \bar{M}'_{H_o}(z') - jC_e \bar{N}_E(k_{ge}) \bar{N}'_{E_e}(z') & ; z > z' \\ C_h \bar{M}_{H_o}(z) \bar{M}'_H(k_{gh}) - jC_e \bar{N}_{E_e}(z) \bar{N}'_E(k_{ge}) & ; z < z' \end{cases} \quad (2.220) \end{aligned}$$

โดยที่

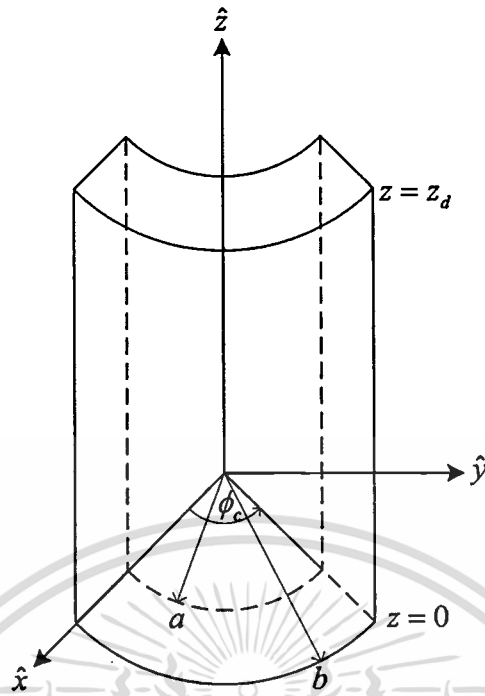
$$\bar{M}_H(k_{gh}) = \bar{M}_{\circ_{vh}}(k_{gh}) \quad (2.221ก)$$

$$\bar{N}_E(k_{ge}) = \bar{N}_{\circ_{ve}}(k_{ge}) \quad (2.221ข)$$

และ

$$\bar{M}_{H_o}(z) = \bar{M}_{\circ_{vho}}(z) = \nabla \times \left[B_v(k_h \rho) \begin{Bmatrix} \cos(v\phi) \\ \sin(v\phi) \end{Bmatrix} \sin(k_{gh} z) \hat{z} \right] \quad (2.222ก)$$

$$\bar{N}_{E_e}(z) = \bar{N}_{\circ_{vee}}(z) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \left[B_v(k_e \rho) \begin{Bmatrix} \cos(v\phi) \\ \sin(v\phi) \end{Bmatrix} \cos(k_{ge} z) \hat{z} \right] \quad (2.222ข)$$



รูปที่ 2.4 แสดงโพรงเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วมยาว a และ b คือรัศมีภายในและภายนอก ตามลำดับ หน้าตัดมีขนาดมุม ϕ_c และยาว z_d

ขั้นตอนต่อไปนำวิธีการทับซ้อนกระจายประยุกต์ใช้อีกครั้ง สำหรับโพรงเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วมซึ่งถูกปิดด้วยผนังตัวนำสมบูรณ์ที่ $z = z_d$ เราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับเซกเตอร์โพรงทรงกระบอก ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') &= \frac{-1}{k^2} \hat{z} \hat{z} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \\ &+ \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \begin{cases} C_H [\bar{M}_{H_\nu}(z_d - z) \bar{M}'_{H_\nu}(z')] - C_E [\bar{N}_{E_\nu}(z_d - z) \bar{N}'_{E_\nu}(z')] & ; z > z' \\ C_H [\bar{M}_{H_\nu}(z) \bar{M}'_{H_\nu}(z_d - z')] - C_E [\bar{N}_{E_\nu}(z) \bar{N}'_{E_\nu}(z_d - z')] & ; z < z' \end{cases} \end{aligned} \quad (2.223)$$

โดยที่

$$C_H = \frac{1}{k_h^2 I_h k_{gh} \sin(k_{gh} z_d)} \quad (2.224ก)$$

$$C_E = \frac{1}{k_e^2 I_e k_{ge} \sin(k_{ge} z_d)} \quad (2.224ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\bar{M}_{H_o}(z_d - z) = \nabla \times \left[B_v(k_h \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \sin k_{gh}(z_d - z) \hat{z} \right] \quad (2.225ก)$$

$$\bar{N}_{E_e}(z_d - z) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \left[B_v(k_e \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \cos k_{ge}(z_d - z) \hat{z} \right] \quad (2.225ข)$$

โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดโอดิกทั้งสี่ชนิดดังที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ ทำให้เราได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของคลื่นที่แพร่กระจายบริเวณภายในโพรงของเซกเตอร์ทรงกระบอกแบนร่วม นั่นคือ จาก

$$\nabla \times \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{G}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.226)$$

และความสัมพันธ์ที่สมมาตรกัน

$$\nabla \times \bar{M}_{H_o} = k \bar{N}_{H_o} \quad (2.227ก)$$

$$\nabla \times \bar{N}_{E_e} = k \bar{M}_{E_e} \quad (2.227ข)$$

จะได้

$$\bar{N}_{H_o}(z) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \left[B_v(k_h \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \sin(k_{gh} z) \hat{z} \right] \quad (2.228ก)$$

$$\bar{M}_{E_e}(z) = \nabla \times \left[B_v(k_e \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \cos(k_{ge} z) \hat{z} \right] \quad (2.228ข)$$

$$\bar{N}_{H_o}(z_d - z) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \left[B_v(k_h \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \sin k_{gh}(z_d - z) \hat{z} \right] \quad (2.228ค)$$

$$\bar{M}_{E_e}(z_d - z) = \nabla \times \left[B_v(k_e \rho) \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (v\phi) \right\} \cos k_{ge}(z_d - z) \hat{z} \right] \quad (2.228ง)$$

ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สองสำหรับเซกเตอร์โพรงทรงกระบอก คือ

$$\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \begin{cases} C_H [\bar{N}_{H_0}(z_d - z) \bar{M}'_{H_0}(z')] - C_E [\bar{M}_{E_0}(z_d - z) \bar{N}'_{E_0}(z')] & ; z > z' \\ C_H [\bar{N}_{H_0}(z) \bar{M}'_{H_0}(z_d - z')] - C_E [\bar{M}_{E_0}(z) \bar{N}'_{E_0}(z_d - z')] & ; z < z' \end{cases} \quad (2.229)$$

และใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง \bar{G}_{e_1} และ \bar{G}_{e_2} , \bar{G}_{m_1} และ \bar{G}_{m_2} เราจะได้

$$\bar{G}_{e_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{-1}{k^2} \hat{z} \hat{z}' \delta(\bar{R} - \bar{R}') + \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \begin{cases} C_H [\bar{N}_{H_0}(z_d - z) \bar{N}'_{H_0}(z')] - C_E [\bar{M}_{E_0}(z_d - z) \bar{M}'_{E_0}(z')] & ; z > z' \\ C_H [\bar{N}_{H_0}(z) \bar{N}'_{H_0}(z_d - z')] - C_E [\bar{M}_{E_0}(z) \bar{M}'_{E_0}(z_d - z')] & ; z < z' \end{cases} \quad (2.230)$$

$$\bar{G}_{m_1}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \begin{cases} C_H [\bar{M}_{H_0}(z_d - z) \bar{N}'_{H_0}(z')] - C_E [\bar{N}_{E_0}(z_d - z) \bar{M}'_{E_0}(z')] & ; z > z' \\ C_H [\bar{M}_{H_0}(z) \bar{N}'_{H_0}(z_d - z')] - C_E [\bar{N}_{E_0}(z) \bar{M}'_{E_0}(z_d - z')] & ; z < z' \end{cases} \quad (2.231)$$

จากสมการฟังก์ชันกรีนไดโอดิกทั้งสี่ชนิดข้างบนจะพิจารณาได้ว่าฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในพจน์หลังที่มีเครื่องหมายไพรม์จะเป็นฟังก์ชันของการกระตุ้น (excitation function) และฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พจน์หน้าจะเป็นฟังก์ชันของสนาม (field function) ซึ่งเราจะได้ว่าฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ \bar{M}_{H_0} และ \bar{N}_{E_0} ใช้อธิบายสนามไฟฟ้าในโหมด TE และ TM ตามลำดับ ส่วนสนามแม่เหล็กจะใช้ \bar{N}_{H_0} และ \bar{M}_{E_0} สำหรับ TE และ TM ตามลำดับ อย่างไรก็ตามเพื่อหลีกเลี่ยงความสับสนชนิดของสนามและชนิดของแหล่งกำเนิดสำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดต่างๆ เราจะกำหนดสัญลักษณ์ของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกทั้งหมดใหม่ ดังนี้

$$\bar{G}_{e_1} = \bar{G}_{EJ} \quad (2.232ก)$$

$$\bar{G}_{m_1} = \bar{G}_{EM} \quad (2.232ข)$$

$$\bar{G}_{e_2} = \bar{G}_{HM} \quad (2.232ค)$$

$$\bar{G}_{m_2} = \bar{G}_{HJ} \quad (2.232ง)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $\bar{G}_{EJ}(\bar{R}, \bar{R}')$ และ $\bar{G}_{EM}(\bar{R}, \bar{R}')$ หมายถึงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดเป็นความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าและความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กตามลำดับ ส่วน $\bar{G}_{HM}(\bar{R}, \bar{R}')$ และ $\bar{G}_{HJ}(\bar{R}, \bar{R}')$ หมายถึงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กที่มีแหล่งกำเนิดเป็นความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กและความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตามลำดับ

สำหรับโครงสร้างที่เป็นร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแฉก รวมและป้อนสัญญาณด้วยโพรบที่วางในแนวรัศมี เนื่องด้วยเงื่อนไขของโครงสร้างของสายอากาศ ดังนั้นจะมีบางองค์ประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแต่ละชนิดเท่านั้นที่จำเป็นสำหรับปัญหาที่จะแสดงองค์ประกอบที่จำเป็น ได้แก่

$$G_{EJ,\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{v^2}{k_h^2 I_h k_{gh} \sin(k_{gh} z_d)} \frac{B_v(k_h \rho) B_v(k_h \rho') \sin(v\phi) \sin(v\phi')}{\rho \rho'} \left\{ \begin{array}{l} \sin[k_{gh}(z_d - z)] \sin[k_{gh} z']; z > z' \\ \sin[k_{gh} z] \sin[k_{gh}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \\ + \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{k_{ge}}{k^2 k_e^2 I_e \sin(k_{ge} z_d)} \frac{\partial B_v(k_e \rho)}{\partial \rho} \frac{\partial B_v(k_e \rho')}{\partial \rho'} \sin(v\phi) \sin(v\phi') \left\{ \begin{array}{l} \sin[k_{ge}(z_d - z)] \sin[k_{ge} z']; z > z' \\ \sin[k_{ge} z] \sin[k_{ge}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \quad (2.233ก)$$

$$G_{EM,\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{-(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{v^2}{k_h^2 I_h \sin(k_{gh} z_d)} \frac{B_v(k_h \rho) B_v(k_h \rho') \sin(v\phi) \sin(v\phi')}{\rho \rho'} \left\{ \begin{array}{l} \cos[k_{gh}(z_d - z)] \cos[k_{gh} z']; z > z' \\ \cos[k_{gh} z] \cos[k_{gh}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \\ + \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{1}{k_e^2 I_e \sin(k_{ge} z_d)} \frac{\partial B_v(k_e \rho)}{\partial \rho} \frac{\partial B_v(k_e \rho')}{\partial \rho'} \sin(v\phi) \sin(v\phi') \left\{ \begin{array}{l} \cos[k_{ge}(z_d - z)] \cos[k_{ge} z']; z > z' \\ \cos[k_{ge} z] \cos[k_{ge}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \quad (2.233ข)$$

$$G_{HM,\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{k_{gh} v^2}{k^2 k_h^2 I_h \sin(k_{gh} z_d)} \frac{B_v(k_h \rho) B_v(k_h \rho') \sin(v\phi) \sin(v\phi')}{\rho \rho'} \left\{ \begin{array}{l} \sin[k_{gh}(z_d - z)] \sin[k_{gh} z']; z > z' \\ \sin[k_{gh} z] \sin[k_{gh}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \\ + \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{-1}{k_e^2 k_e^2 I_e \sin(k_{ge} z_d)} \frac{\partial B_v(k_e \rho)}{\partial \rho} \frac{\partial B_v(k_e \rho')}{\partial \rho'} \sin(v\phi) \sin(v\phi') \left\{ \begin{array}{l} \sin[k_{ge}(z_d - z)] \sin[k_{ge} z']; z > z' \\ \sin[k_{ge} z] \sin[k_{ge}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \quad (2.233ค)$$

$$G_{HJ,\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{-(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{v^2}{k_h^2 I_h \sin(k_{gh} z_d)} \frac{B_v(k_h \rho) B_v(k_h \rho') \sin(v\phi) \sin(v\phi')}{\rho \rho'} \left\{ \begin{array}{l} \cos[k_{gh}(z_d - z)] \cos[k_{gh} z']; z > z' \\ \cos[k_{gh} z] \cos[k_{gh}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \\ + \sum_{v=0}^V \sum_{l=1}^L \frac{(2-\delta_0)}{\phi_c} \frac{1}{k_e^2 I_e \sin(k_{ge} z_d)} \frac{\partial B_v(k_e \rho)}{\partial \rho} \frac{\partial B_v(k_e \rho')}{\partial \rho'} \sin(v\phi) \sin(v\phi') \left\{ \begin{array}{l} \cos[k_{ge}(z_d - z)] \cos[k_{ge} z']; z > z' \\ \cos[k_{ge} z] \cos[k_{ge}(z_d - z)']; z < z' \end{array} \right\} \quad (2.233ง)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

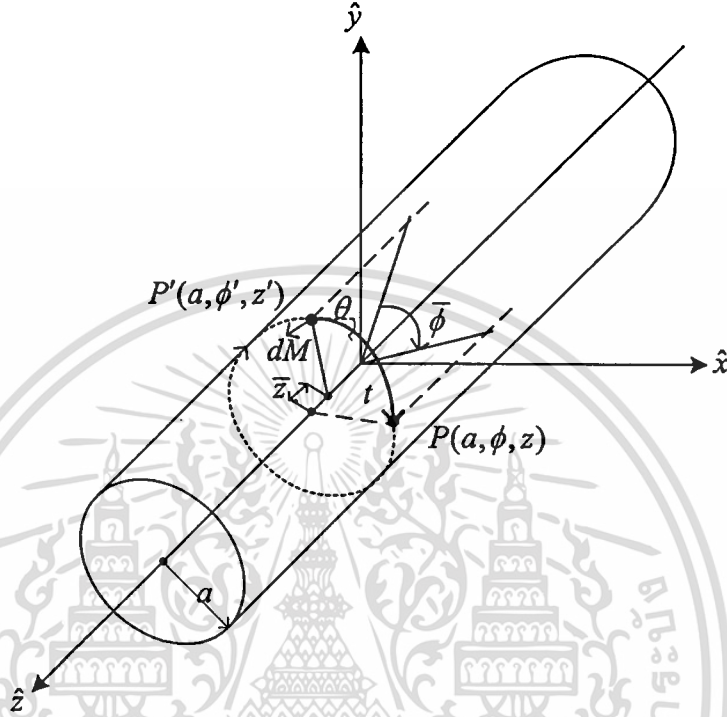
ในทางอุดมคติผลรวมอนุกรมของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในสมการ (2.223), (2.229) ถึง (2.231) จะประกอบด้วยจำนวนอนันต์พจน์ แต่ในทางปฏิบัติต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์และระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณซึ่งจะเพิ่มขึ้นตามจำนวนพจน์ที่ใช้ จำนวนพจน์ของอนุกรมยิ่งมากจะทำให้ผลการคำนวณยิ่งเข้าใกล้อุดมคติ สำหรับโครงสร้างสายอากาศที่มีขนาดใหญ่จะต้องใช้จำนวนพจน์มากกว่าสายอากาศที่มีขนาดเล็ก [17] ในการใช้งานขององค์ประกอบของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่แสดงตามสมการ (2.233) เมื่อตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบทำให้จำกัดพจน์ในการคำนวณคือ $V=36$ และ $L=6$ ในตารางที่ 2.3 ได้แสดงค่าของพจน์ปฏิริยาสำหรับองค์ประกอบของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดต่างๆ [บทที่ 4] เมื่อ $v = \frac{m\pi}{\phi_c}$, $m=0,1,2,\dots,12$ และ $\phi_c = \frac{\pi}{3}$ ซึ่งเวลาที่ใช้ในการคำนวณประมาณ 8 วินาทีโดย Pentium III 667 MHz

ตารางที่ 2.3 แสดงค่าของพจน์ปฏิริยาสำหรับสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

m	$G_{EJ,pp}$	$G_{EM,pp}$	$G_{HM,pp}$	$G_{HJ,pp}$
0	0.240000	4.353710	0.0000003	4.354056
1	0.239000	4.353735	0.0000002	4.354270
2	2.830025	4.353483	0.0000020	4.353867
3	2.830017	4.353483	0.0000622	4.353841
4	3.066709	4.418756	0.0002770	4.405690
5	3.066702	4.418756	0.0003090	4.405690
6	3.079762	4.404047	0.0003370	4.394136
7	3.079761	4.404047	0.0003490	4.394273
8	3.080325	4.405593	0.0003540	4.395382
9	3.080325	4.405593	0.0003610	4.395382
10	3.080347	4.404047	0.0003710	4.394273
11	3.080347	4.404047	0.0003760	4.394273
12	3.080363	4.404354	0.0003780	4.393724

2.8 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายนอกของทรงกระบอก

พิจารณาสนามบนพื้นผิวทรงกระบอกตัวนำยาวอนันต์ซึ่งมีรัศมี R_0 ที่จุด P อันเนื่องมาจากแหล่งกำเนิดที่เป็นไดโพลแม่เหล็กที่จุด P' เส้นทาง t และ มุม θ แสดงวิถีการเดินทางของสนามจากแหล่งกำเนิด ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดง โครงสร้างของทรงกระบอกตัวนำยาวอนันต์ซึ่งมีรัศมี a

จากวิธีของ Silver และ Saunders [18] สามารถแสดงสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสบนผิวตัวนำทรงกระบอกที่พิกัด (a, ϕ, z) ได้ดังนี้

$$dH_s(\phi, z | \phi', z') = \bar{T}(\phi, z | \phi', z') \cdot dM \quad (2.234)$$

โดยที่ H_s คือ สนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสบนผิวตัวนำทรงกระบอก

\bar{T} คือ ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับสนามแม่เหล็กที่มีแหล่งกำเนิดเป็นกระแสแม่เหล็ก

M คือ กระแสแม่เหล็กบนผิวตัวนำทรงกระบอก

สัญลักษณ์ของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับสนามแม่เหล็กบนผิวตัวนำด้านนอกของทรงกระบอกที่เกิดจากกระแสแม่เหล็ก $\bar{G}_{HM}^{out}(\phi, z | \phi', z')$ สามารถเขียนใหม่เพื่อให้สื่อความหมายของชนิดสนามและชนิดแหล่งกำเนิด ได้เป็น

$$\bar{T}(\phi, z | \phi', z') = \bar{G}_{HM}^{out}(\phi, z | \phi', z') = \left[\hat{\phi}\hat{\phi}G_{HM,\phi\phi}^{out} + \hat{\phi}\hat{z}G_{HM,\phi z}^{out} + \hat{z}\hat{\phi}G_{HM,z\phi}^{out} + \hat{z}\hat{z}G_{HM,zz}^{out} \right] \quad (2.235)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาติให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเราจะได้แต่ละองค์ประกอบ ดังนี้

$$G_{HM,\phi\phi}^{out}(\phi, z | \phi', z') = -c_h \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j(n\bar{\phi} - \xi z)} \frac{k}{h} \left[\frac{H_n^{(2)'}(ha)}{H_n^{(2)}(ha)} - \left(\frac{n\xi}{kha} \right)^2 \cdot \frac{H_n^{(2)}(ha)}{H_n^{(2)'}(ha)} \right] \quad (2.236)$$

$$G_{HM,\phi z}^{out}(\phi, z | \phi', z') = c_h \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j(n\bar{\phi} - \xi z)} \cdot \frac{n\xi}{kha} \frac{H_n^{(2)}(ha)}{H_n^{(2)'}(ha)} \quad (2.237)$$

$$G_{HM,z\phi}^{out}(\phi, z | \phi', z') = G_{HM,\phi z}^{out}(\phi, z | \phi', z') \quad (2.238)$$

$$G_{HM,zz}^{out}(\phi, z | \phi', z') = c_h \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j(n\bar{\phi} - \xi z)} \cdot \frac{h}{k} \frac{H_n^{(2)}(ha)}{H_n^{(2)'}(ha)} \quad (2.239)$$

โดยที่

$$h = \begin{cases} |h| & ; |\xi| < k \\ -j|h| & ; |\xi| > k \end{cases} \quad |h| = \sqrt{|k^2 - \xi^2|} \quad c_h = \frac{jY}{(2\pi)^2 a} \quad \bar{\phi} = \phi - \phi' \quad ; \bar{z} = z - z' \quad \text{และ} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.270)$$

$H_n^{(2)}$ คือฟังก์ชันแฮงเกลชนิดที่สองลำดับที่ n และเครื่องหมายไพรม์แสดงถึงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง λ และ Y คือความยาวคลื่นและค่าแอดมิตแตนซ์ของคลื่นในอากาศอิสระตามลำดับ

2.9 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายถึงหลักการที่สำคัญๆ ของการวิเคราะห์ไดแอดิกซึ่งประกอบด้วยพีชคณิต ไดแอดิก ไดเวอร์เจนซ์และเคิร์ลของฟังก์ชันไดแอดิก ความรู้ในการวิเคราะห์ไดแอดิกจะนำไปสู่ความเข้าใจในวิธีการของฟังก์ชันไดแอดิกที่ประกอบในทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าต่างๆ โดยที่สมการแมกซ์เวลล์ทั้งหมดจะถูกอธิบายในรูปแบบของไดแอดิกด้วยเช่นกัน ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกจะแบ่งออกเป็นสองแบบคือแบบไฟฟ้าและแบบแม่เหล็กซึ่งสอดคล้องกับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามลำดับ ทั้งฟังก์ชันกรีนไดแอดิกทั้งสองแบบยังจำแนกย่อยเป็นฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(แบบแม่เหล็ก) ชนิดที่หนึ่งและที่สองซึ่งจะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตคิริเคท์และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ตามลำดับ

สำหรับบทนี้จะพิจารณาโครงสร้างของปัญหาเป็นสองส่วนคือบริเวณภายนอกและภายในทรงกระบอก สำหรับบริเวณภายในเราสามารถหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกได้จากฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์และมีความสอดคล้องกันกับผลเฉลยของสมการคลื่นสเกลาร์ที่เรียกว่าฟังก์ชันกำเนิดของโครงสร้างที่ศึกษานั้นๆ ในการหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดต่างๆ นั้นวิธีที่ง่ายที่สุดคือการเริ่มจากฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแม่เหล็กชนิดที่สองเนื่องจากเป็นฟังก์ชันไดแอดิกโซลินอยด์ จากนั้นจะใช้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเพื่อหาฟังก์ชันไดแอดิกที่เหลือ ส่วนฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่หนึ่งสำหรับบริเวณผิวตัวนำด้านนอกของทรงกระบอกจะพิจารณาจากสนามแม่เหล็กที่ถูกเหนี่ยวนำจากแหล่งกำเนิดไดโพลแม่เหล็กที่อยู่บนผิวด้านนอกของทรงกระบอกตัวนำนั้น ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกทั้งหมดที่แสดงในบทนี้จะนำไปใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบทต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

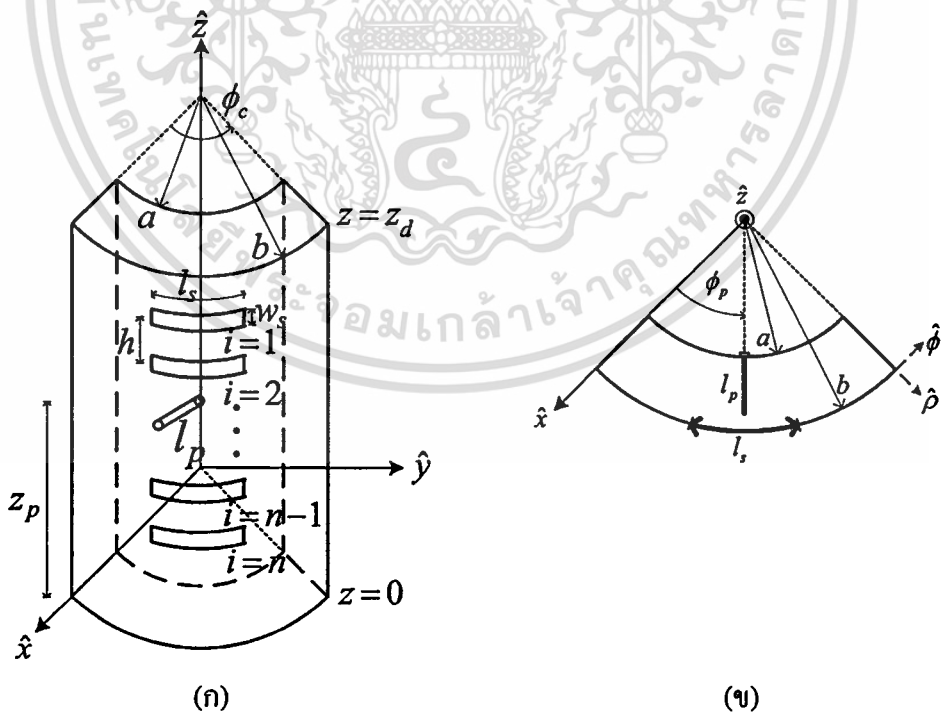
บทที่ 3

สายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

ในบทนี้จะอธิบายถึงโครงสร้างทางกายภาพและรูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศร่องแฉวและร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบในแนวรัศมี จากนั้นจะแสดงสมการเชิงอินทิกรัลของโครงสร้างสายอากาศร่องแฉวและร่องแฉวลำดับตามลำดับ โดยอาศัยเงื่อนไขความต่อเนื่องและเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับโครงสร้างที่พิจารณานั้นๆ

3.1 โครงสร้างของสายอากาศ

สายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ดังแสดงในรูปที่ 3.1



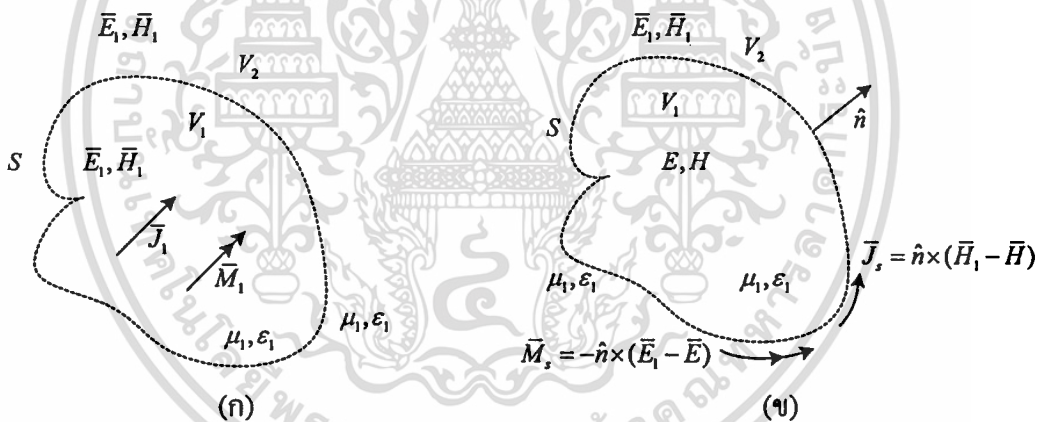
รูปที่ 3.1 (ก) แสดงโครงสร้างสายอากาศร่องแฉวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ และ (ข) ภาพตัดขวางของสายอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่าบนผิวตัวนำรัศมีชั้นนอกของโพรงถูกเจาะเป็นร่องแคบๆ มีขนาดกว้าง w และยาว l , อยู่ในแนวเส้นรอบวง เรียงตัวเป็นแถวลำดับในแนวแกน z ห่างกันเป็นระยะ h จำนวน n แถว โดยที่โพรงตัวนำสมบูรณ์จะมีลักษณะเป็นเซกเตอร์ของทรงกระบอกที่มีแกน z เป็นแกนร่วม และยาว z_p โพรงมีพื้นที่หน้าตัด ดังแสดงในรูปที่ 3.1ข) ซึ่ง a และ b คือรัศมีภายในและรัศมีภายนอกตามลำดับ และ ϕ_c คือขนาดมุมของเซกเตอร์เมื่อวัดจากแกน x ส่วนการป้อนสัญญาณให้โพรงทำได้โดยโพรงที่มีจุดกระตุ้นอยู่บนผิวตัวนำรัศมีชั้นใน a วางในแนวรัศมี และยาว l_p ที่ตำแหน่ง (a, ϕ_p, z_p)

3.2 รูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศ

หลักการสมมูลพื้นผิว (surface equivalent principle) [14] เป็นหลักการที่อธิบายถึงการแทนที่แหล่งกำเนิดจริง (actual source) ด้วยแหล่งกำเนิดสมมูล (equivalent source) เราเรียกแหล่งกำเนิดที่สร้างขึ้นมาว่าเป็นแหล่งกำเนิดสมมูล เนื่องจากแหล่งกำเนิดนี้จะสร้างสนามที่เหมือนกันกับแหล่งกำเนิดจริงในบริเวณที่กำหนด พิจารณารูปที่ 3.2ก)



รูปที่ 3.2 ก) แสดงแหล่งกำเนิดจริง และ ข) แสดงรูปแบบจำลองสมมูล

จะเห็นว่ามีแหล่งกำเนิดจริง \vec{J}_1 และ \vec{M}_1 นั่นคือกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กตามลำดับ ซึ่งจะแพร่กระจายสนามไฟฟ้า \vec{E}_1 และสนามแม่เหล็ก \vec{H}_1 ไปทั่วบริเวณ จากหลักการของทฤษฎีสมมูลพื้นผิว หากเราเลือกพื้นผิวปิด S ล้อมรอบแหล่งกำเนิดกระแส \vec{J}_1 และ \vec{M}_1 ซึ่งแสดงเป็นเส้นประ ในรูปที่ 3.2ก) ปริมาตรภายในพื้นผิวปิด S แทนด้วย V_1 และปริมาตรภายนอกพื้นผิวปิด S แทนด้วย V_2 เราจะแสดงสนามที่สมมูลกับปัญหาเดิมในรูปที่ 3.2ก) ได้ในรูปที่ 3.2ข) แหล่งกำเนิดดั้งเดิม \vec{J}_1 และ \vec{M}_1 ถูกกำจัดออกไปและกำหนดให้สนามภายในพื้นผิวปิด S แทนด้วย \vec{E}, \vec{H} และสนามภายนอกพื้นผิวปิดแทนด้วย \vec{E}_1, \vec{H}_1 ซึ่งสนามเหล่านี้จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต

ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส ดังนั้นเราจะได้ว่าที่บริเวณพื้นผิวปิด S จะเกิดแหล่งกำเนิดสมมูลซึ่งแสดงได้ดังสมการ

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}) \quad (3.1)$$

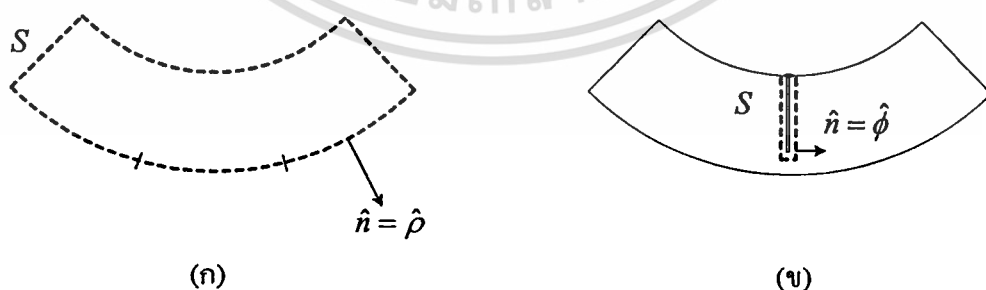
$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}) \quad (3.2)$$

ซึ่ง \vec{J}_s และ \vec{M}_s จะเป็นแหล่งกำเนิดสนาม \vec{E}_1 และ \vec{H}_1 ในบริเวณ V_2 และสนาม \vec{E} และ \vec{H} ภายในพื้นผิวปิด S จะมีค่าเท่าใดก็ได้ ดังนั้นเราจึงให้เท่ากับศูนย์ ทำให้ได้ว่า

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}_1 \quad (3.3)$$

$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}_1 = \vec{E}_1 \times \hat{n} \quad (3.4)$$

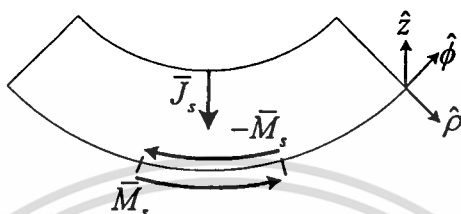
ต่อไปเราจะนำหลักการสมมูลที่กล่าวไปข้างต้นมาประยุกต์ใช้กับโครงสร้างของสายอากาศร่องบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ดังแสดงในรูปที่ 3.1 เราแบ่งพิจารณาเป็นสองส่วน คือบริเวณร่องและบริเวณโพรบ เริ่มพิจารณาในส่วนของร่องบนผิวของเซกเตอร์โพรงทรงกระบอก เราเลือกพื้นผิวปิด S แสดงด้วยเส้นประ ดังรูปที่ 3.3ก) และให้พื้นผิวปิด S เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (perfect electric conductor : PEC) ซึ่งจะทำให้กระแสไฟฟ้าสมมูล $\vec{J}_s = 0$ ทั่วบริเวณผิวปิด และกระแสแม่เหล็กสมมูล \vec{M}_s จะมีค่าเฉพาะบริเวณของร่องเท่านั้น



รูปที่ 3.3 แสดงพื้นผิวปิด S ที่เลือก (ก) สำหรับร่อง และ (ข) สำหรับโพรบ

ต่อมาประยุกต์ใช้หลักการสมมูลกับโพรบ เราจะเลือกพื้นผิวปิด S ซึ่งแสดงตามเส้นประ ล้อมรอบแท่งโพรบ ดังรูปที่ 3.3ข) สมมติให้พื้นผิวปิดเป็นตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ (perfect magnetic เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

conductor : PMC) ซึ่งทำให้เราได้กระแสไฟฟ้าสมมูล \vec{J}_s แทนแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าจริง (โพรบ) ดังนั้นเราจะได้รูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศ ซึ่งแสดงในรูปที่ 3.4 สมมติให้ผนังตัวนำของโพรงไม่มีความหนาและโพรบหุ้ม เราสามารถแบ่งปัญหาในการวิเคราะห์เป็นสองบริเวณ ได้แก่ บริเวณภายในโพรงและบริเวณภายนอกโพรง



รูปที่ 3.4 แสดงรูปแบบจำลองสนามสมมูลของสายอากาศ

โดยที่ \vec{M} คือ กระแสแม่เหล็กสมมูล

\vec{J} คือ กระแสไฟฟ้าสมมูล

3.3 การสร้างสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแฉกร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

วิธีสมการเชิงอินทิกรัล (integral equation : IE) คือเทคนิคหนึ่งที่ใช้หาผลเฉลยของความหนาแน่นกระแสซึ่งถูกเหนี่ยวนำที่ไม่ทราบค่า จะมีรูปของสมการเป็นสมการเชิงอินทิกรัล (ซึ่งเป็นที่มาของชื่อ) โดยกระแสเหนี่ยวนำที่ไม่ทราบค่าจะเป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันที่อยู่ภายในเครื่องหมายอินทิเกรต เราจะแก้สมการเชิงอินทิกรัลเพื่อหาความหนาแน่นกระแสที่ไม่ทราบค่านี้ได้ โดยใช้เทคนิคเชิงตัวเลข (numerical technique) ได้แก่ วิธีโมเมนต์ (Method of Moments : MoM) ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในบทที่ 4

สำหรับโครงสร้างปัญหาของสายอากาศที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ กรณีร่องเดี่ยวบนผิวตัวนำของโพรง แสดงในรูปที่ 3.5 จะพบว่าเกิดความไม่ต่อเนื่องของโครงสร้างในบริเวณร่องและบริเวณโพรบ หลังจากที่ใช้ประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลในหัวข้อที่แล้ว เราจะได้รูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศซึ่งแสดงในรูปที่ 3.5ก) ทำให้สามารถพิจารณาได้ว่าความไม่ต่อเนื่องดังกล่าวได้ถูกกำจัดไป ซึ่งต้องมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขความต่อเนื่องสำหรับสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัส ณ บริเวณร่อง แสดงได้ดังสมการ

$$\vec{H}_t^{out} = \vec{H}_t^{in} \quad (3.5ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

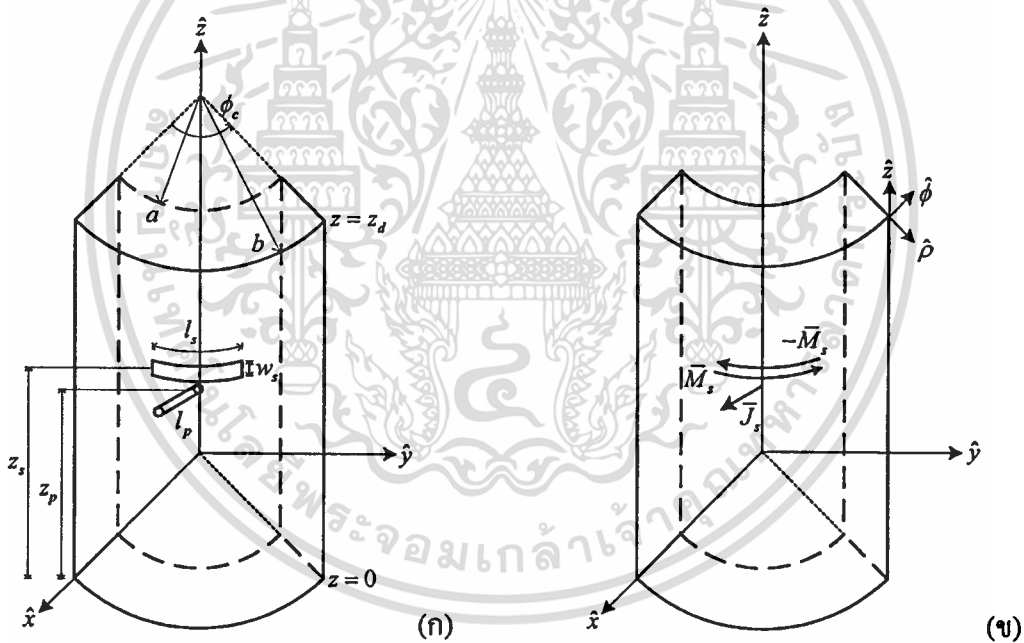
$$\bar{H}_t^{out} = \bar{H}_s^{out} \times \hat{n} \quad (3.5\text{ข})$$

$$\bar{H}_t^{in} = (\bar{H}_s^{in} + \bar{H}_p^{in}) \times \hat{n} \quad (3.5\text{ค})$$

จะได้

$$\bar{H}_s^{out} = \bar{H}_s^{in} + \bar{H}_p^{in} \quad (3.5\text{ง})$$

ซึ่ง \bar{H}_t^{out} และ \bar{H}_t^{in} คือสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสบริเวณภายนอกและบริเวณภายในตามลำดับ \bar{H}_p^{in} และ \bar{H}_s^{in} คือสนามแม่เหล็กบริเวณภายในโดยมีกระแสไฟฟ้าที่โพรบและกระแสแม่เหล็กที่ร่องเป็นแหล่งกำเนิดตามลำดับ และ \hat{n} คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉาก (normal vector) ($\hat{n} = \hat{\rho}$)



รูปที่ 3.5 (ก) แสดงสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ และ (ข) แสดงรูปแบบจำลองสมมูล

จากหัวข้อ 2.5 ในบทที่ 2 เราจะได้สนามแม่เหล็กที่ถูกเหนี่ยวนำจากกระแสแม่เหล็กบนร่องและกระแสไฟฟ้าที่โพรบ ดังนี้

$$\bar{H}_s^{out}(\bar{R}) = -j\omega\epsilon_0 \iiint_V [\bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot [\bar{E}(\bar{R}') \times \hat{\rho}]] dV'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= -j\omega\varepsilon_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_{HM}^{out}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{M}(\bar{R}') dV' \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_s^{in}(\bar{R}) &= -j\omega\varepsilon_0 \iiint_V [\bar{\bar{G}}_{HM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}')] \cdot [\bar{E}(\bar{R}') \times -\hat{\rho}] dV' \\ &= j\omega\varepsilon_0 \iiint_V \bar{\bar{G}}_{HM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{M}(\bar{R}') dV' \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\bar{H}_p^{in}(\bar{R}) = \iiint_V \bar{\bar{G}}_{HJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' \quad (3.8)$$

โดยที่ $\bar{\bar{G}}_{HM}^{out}$, $\bar{\bar{G}}_{HM}^{in}$ คือฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแม่เหล็กที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กบริเวณภายในและบริเวณภายนอกของร่องแถบตามลำดับ ส่วน $\bar{\bar{G}}_{HJ}^{in}$ คือฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแม่เหล็กที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวโพรบ พิกัดตำแหน่ง \bar{R} และ \bar{R}' คือตำแหน่งของสนามและแหล่งกำเนิดตามลำดับ แทนสนามแม่เหล็กจากสมการ (3.6), (3.7) และ (3.8) ลงในสมการ (3.5) จะได้

$$j\omega\varepsilon_0 \iiint_V \left\{ \bar{\bar{G}}_{HM}^{out}(\bar{R}, \bar{R}') + \bar{\bar{G}}_{HM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \right\} \cdot \bar{M}(\bar{R}') dV' + \iiint_V \bar{\bar{G}}_{HJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' = \bar{0} \quad (3.9)$$

ต่อไปพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่ว่าสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสพื้นผิวโพรบ \bar{E}_t จะเท่ากับศูนย์

$$\bar{E}_t^{in} = \bar{E}_a + \bar{E}_m = \bar{0} \quad (3.10ก)$$

และ

$$\bar{E}_a = \delta(\bar{R} - \bar{R}') \hat{\rho} \quad (3.10ข)$$

$$\bar{E}_{in} = \bar{E}_s^{in} + \bar{E}_p^{in} \quad (3.10ค)$$

โดยที่

\bar{E}_a คือ สนามไฟฟ้าซึ่งถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกำเนิดแบบช่องว่างเคลตาที่จุดปลายของโพรบ

\bar{E}_m คือ สนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายบริเวณภายในโพรบซึ่งจะประกอบด้วยสนามที่ถูกเหนี่ยวนำ

โดยกระแสแม่เหล็กที่ร่องและกระแสไฟฟ้าที่โพรบนั่นคือ \bar{E}_s^{in} และ \bar{E}_p^{in} ตามลำดับ

และจากสมการสนามไฟฟ้าที่แสดงในบทที่ 2 เราจะได้สนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากกระแสแม่เหล็กบนร่องและกระแสไฟฟ้าที่โพรบ ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{E}_s^{\text{in}}(\bar{R}) &= \iiint_V \bar{G}_{EM}^{\text{in}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot [\bar{E}(\bar{R}') \times -\hat{\rho}] dV' \\ &= - \iiint_V \bar{G}_{EM}^{\text{in}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{M}(\bar{R}') dV'\end{aligned}\quad (3.11)$$

และ

$$\bar{E}_p^{\text{in}}(\bar{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{G}_{EJ}^{\text{in}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' \quad (3.12)$$

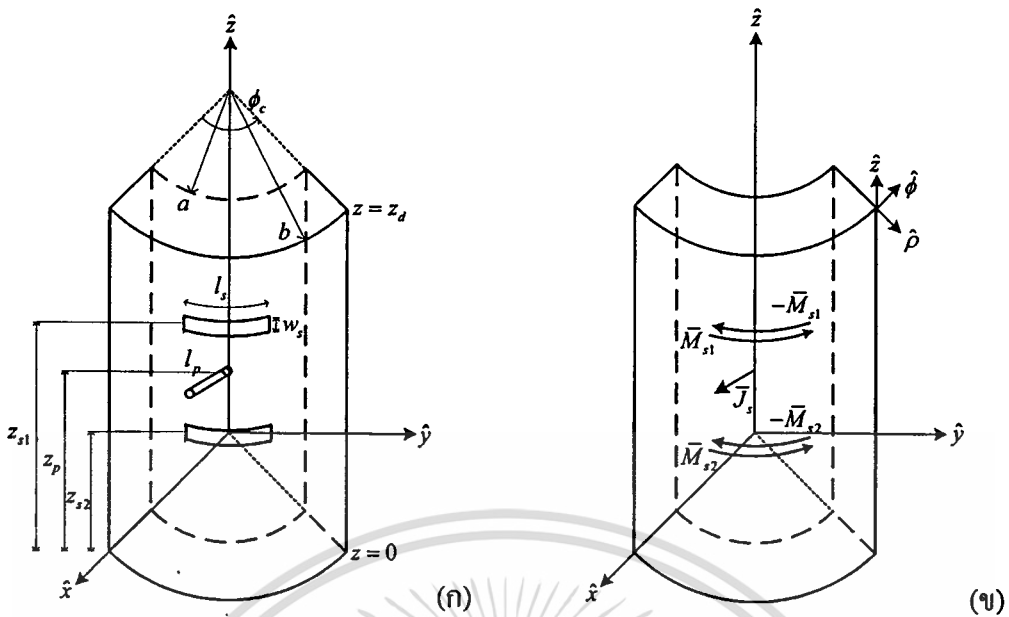
โดยที่ \bar{G}_{EM}^{in} , \bar{G}_{EJ}^{in} คือฟังก์ชันกรีนไดโอดิกไฟฟ้าที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กบริเวณร่องและความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวโพรบตามลำดับ เมื่อแทนสนามไฟฟ้าที่ได้จากสมการ (3.11) และ (3.12) ลงในสมการ (3.10ก) จะได้

$$- \iiint_V \bar{G}_{EM}^{\text{in}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{M}(\bar{R}') dV' - j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{G}_{EJ}^{\text{in}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' = -\delta(\bar{R} - \bar{R}') \hat{\rho} \quad (3.13)$$

เราจะได้ระบบสมการเชิงอินทิกรัลของโครงสร้างสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ดังสมการ (3.9) และ (3.13)

3.4 สมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องแฉวลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

จากหัวข้อที่แล้ว เราได้พิจารณาระบบสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบซึ่งเป็นการแสดงถึงหลักการของการสร้างสมการเชิงอินทิกรัลของปัญหาที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้ ในการใช้งานจริงของสายอากาศ สายอากาศร่องแฉวลำดับจะเป็นที่สนใจมากกว่าเนื่องจากสายอากาศร่องแฉวลำดับจะมีคุณสมบัติที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงกว่าสายอากาศร่องเดี่ยว ดังนั้นในหัวข้อนี้จะพิจารณาระบบสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องแฉวลำดับ n แถวบนตัวนำเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ มีโครงสร้างดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 (ก) แสดง โครงสร้างสายอากาศร่องแฉกลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วม
ที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ และ (ข) แสดงรูปแบบจำลองสมมูล

พิจารณาเงื่อนไขความต่อเนื่องของสนามแม่เหล็กบนร่องแฉกลำดับ n ตัว จะได้ว่า

$$\sum_{j=1}^{n+1} [\bar{H}_{ij}^{out} - \bar{H}_{ij}^{in}] = 0 \quad ; i = (1, 2, 3, \dots, n) \quad (3.14)$$

และเงื่อนไขสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสผิวของโพรบเท่ากับศูนย์ จะได้ว่า

$$\sum_{j=1}^{n+1} \bar{E}_{pj}^{in} = -\bar{E}_a \quad (3.15)$$

เราสามารถขยายสมการ (3.14) และ (3.15) ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} & [\bar{H}_{11}^{out} - \bar{H}_{11}^{in}] + [\bar{H}_{12}^{out} - \bar{H}_{12}^{in}] + \dots + [\bar{H}_{1j}^{out} - \bar{H}_{1j}^{in}] = 0 \\ & \vdots \\ & [\bar{H}_{i1}^{out} - \bar{H}_{i1}^{in}] + [\bar{H}_{i2}^{out} - \bar{H}_{i2}^{in}] + \dots + [\bar{H}_{ij}^{out} - \bar{H}_{ij}^{in}] = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

และ

$$\bar{E}_{p1}^{in} + \bar{E}_{p2}^{in} + \dots + \bar{E}_{pj}^{in} = -\bar{E}_a \quad (3.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

\bar{H}_{ij}^{out} และ \bar{H}_{ij}^{in} หมายถึงสนามแม่เหล็กภายนอกและภายในบริเวณร่องลำดับที่ i เนื่องจากกระแสจากแหล่งกำเนิดลำดับที่ j ตามลำดับ และ \bar{E}_{pj}^{in} คือสนามไฟฟ้า ณ แท่งโพรบ อันเนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแสลำดับที่ j และ \bar{E}_p คือสนามไฟฟ้าช่องว่างเคลตา แทนสนามแม่เหล็กในสมการ (3.6) ถึง (2.8) และสนามไฟฟ้าในสมการ (3.9) และ (3.13) ลงในสมการ (3.16) และ (3.17) ตามลำดับ เราจะได้เป็น

$$\bar{H}_{ij}^{out} = \bar{H}^{out}(\bar{R}_i) = \begin{cases} -j\omega\epsilon_0 \iiint_{V_j} \bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{M}_j(\bar{R}'_j) dV' & ; j=1,2,\dots,n \\ 0 & ; j=n+1 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\bar{H}_{ij}^{in} = \bar{H}^{in}(\bar{R}_i) = \begin{cases} j\omega\epsilon_0 \iiint_{V_j} \bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{M}_j(\bar{R}'_j) dV' & ; j=1,2,\dots,n \\ \iiint_{V_j} \bar{G}_{HJ}^{in}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{J}_j(\bar{R}'_j) dV' & ; j=n+1 \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\bar{E}_{pj}^{in} = \bar{E}^{in}(\bar{R}_p) = \begin{cases} -\iiint_{V_j} \bar{G}_{EM}^{in}(\bar{R}_p, \bar{R}'_j) \cdot \bar{M}_j(\bar{R}'_j) dV' & ; j=1,2,\dots,n \\ -j\omega\mu_0 \iiint_{V_j} \bar{G}_{EJ}^{in}(\bar{R}_p, \bar{R}'_j) \cdot \bar{J}_j(\bar{R}'_j) dV' & ; j=n+1 \end{cases} \quad (3.20)$$

โดยที่

\bar{M}_j คือลำดับของแหล่งกำเนิดจากกระแสแม่เหล็กบนร่องที่พิจารณา เมื่อ $j=(1,2,3,\dots,n)$

\bar{J}_j คือลำดับของแหล่งกำเนิดจากกระแสแม่ไฟฟ้าบนโพรบที่พิจารณา เมื่อ $j=n+1$

สมการ (3.16) และ (3.17) เป็นชุดสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องแถวลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบที่มีกระแสแม่เหล็กเหนี่ยวนำและกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่ไม่ทราบค่าบนร่องแถวลำดับและบนโพรบตามลำดับ ในบทความต่อไปจะอธิบายถึงวิธีการที่ใช้หาผลเฉลยของสมการเชิงอินทิกรัลเหล่านี้

3.5 สรุป

ในบทนี้ได้แสดงลักษณะกายภาพของสายอากาศอย่างละเอียด จากนั้นประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลเพื่อให้ได้รูปแบบจำลองสมมูลของสายอากาศซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการสร้างสมการเชิงอินทิกรัลของโครงสร้างสายอากาศนั้นๆ และอาศัยเงื่อนไขความต่อเนื่องสำหรับสนามแม่เหล็ก เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในแนวสัมผัสบริเวณร่องและเงื่อนไขขอบเขตสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสพื้นผิวโพรบเท่ากับ ศูนย์ เราสามารถสร้างสมการเชิงอินทิกรัลซึ่งเป็นวิธีที่ใช้หาผลเฉลยของความหนาแน่นของกระแสที่ไม่ทราบค่า โดยจะใช้ร่วมกับวิธีโมเมนต์ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

วิธีโมเมนต์

ในอดีตต้องใช้ความพยายามอย่างมากในการที่จะลดรูปของระบบสมการที่มีความยุ่งยากให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายที่สุดเพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการหาคำตอบของสมการนั้นๆ ในปัจจุบันเพื่อแบ่งเบาภาระของกระบวนการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้มีการนำคอมพิวเตอร์ที่มีความเร็วในการประมวลผลสูงมาใช้ในขั้นตอนการวิเคราะห์ ทำให้สามารถคำนวณระบบที่มีความซับซ้อนได้มากขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยลดความซ้ำซากที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยมืออีกด้วย

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงกระบวนการสำหรับการแก้ปัญหาสนามที่เป็นเชิงเส้นซึ่งนำมาประยุกต์ใช้หาสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าในสมการเชิงอินทิกรัลในบทที่ 3 เราเรียกกระบวนการนี้ว่าวิธีเมตริกซ์ (matrix method) เนื่องจากวิธีนี้จะลดรูปของระบบสมการดั้งเดิมให้อยู่ในรูปของระบบสมการเมตริกซ์ และเราเรียกวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งระบบสมการเมตริกซ์นี้ว่า วิธีโมเมนต์ (Method of Moments : MoM)

4.1 วิธีโมเมนต์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อแก้สมการเชิงเส้นโดยใช้วิธีโมเมนต์ [20] พิจารณาสมการต่อไปนี้

$$L(f) = g \quad (4.1)$$

เมื่อ L คือ ตัวดำเนินการเชิงเส้น (linear operator)

g คือ ฟังก์ชันกระตุ้นหรือแหล่งกำเนิด (excitation function or source) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่รู้ค่า

f คือ ผลตอบสนอง (response) หรือ สนาม (field) ซึ่งเป็นฟังก์ชันไม่รู้ค่าที่ต้องการหา

ให้ f ซึ่งแสดงด้วยอนุกรมของฟังก์ชัน $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ในโดเมนของ L นั่นคือ

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad ; n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.2)$$

โดยที่ α_n คือ ค่าสัมประสิทธิ์คงที่ที่ไม่ทราบค่า (unknown coefficient)

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง f_n คือ ฟังก์ชันการแผ่ขยาย (expansion function) หรือ ฟังก์ชันฐาน (basis function) มีด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในสมการ (4.2) สำหรับผลเฉลยที่เที่ยงตรง (exact solution) จะได้จากผลรวมของอนุกรมจำนวนอนันต์เทอม โดยทั่วไปจำนวนเทอมของอนุกรมจะเป็นจำนวนจำกัดค่าหนึ่งเท่านั้นและผลรวมที่ได้เราจะเรียกว่าผลเฉลยประมาณ (approximate solution) โดยการแทนสมการ (4.2) ลงในสมการ (4.1) และใช้ความเป็นเชิงเส้นของ L จะได้ว่า

$$\sum_n \alpha_n L(f_n) = g \quad (4.3)$$

โดยที่การคูณภายใน (inner product) ที่เหมาะสมกับเงื่อนไขของปัญหา $\langle f, g \rangle$ มีค่าจริง [21] เรานิยามฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weighting function) หรือ ฟังก์ชันทดสอบ (testing function) $w_1, w_2, w_3, \dots, w_m$ ซึ่งอยู่ในช่วงของ L และคูณภายในของสมการ (4.3) ด้วยแต่ละ w_m แสดงได้ดังนี้

$$\sum_n \alpha_n \langle w_m, Lf_n \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (4.4)$$

ซึ่ง $m = 1, 2, 3, \dots$ และชุดของสมการเหล่านี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$[l_{mn}][\alpha_n] = [g_m] \quad (4.5)$$

โดยที่

$$[l_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, Lf_1 \rangle & \langle w_1, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_1, Lf_N \rangle \\ \langle w_2, Lf_1 \rangle & \langle w_2, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_2, Lf_N \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_M, Lf_1 \rangle & \langle w_M, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_M, Lf_N \rangle \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$[\alpha_n] = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad [g_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_M, g \rangle \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

ถ้าเมตริกซ์ $[l_{mn}]$ ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน จะได้เมตริกซ์ผกผัน $[l_{mn}]^{-1}$ ดังนี้

$$[\alpha_n] = [l_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และผลเฉลยสำหรับ f จะมีค่าตามสมการ (4.2) ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบที่กะทัดรัด เข้าใจง่าย โดยจะนิยามเมตริกซ์ของฟังก์ชัน

$$[f'_n] = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \dots \ f_N] \quad (4.9)$$

และจะได้ว่า

$$f = [f'_n][\alpha_n] = [f'_n][l_{mm}]^{-1} [g_m] \quad (4.10)$$

วิธีการลดรูปสมการเชิงเส้นที่ซับซ้อนมาเป็นสมการเมตริกซ์และการทำเมตริกซ์ผกผันเพื่อหาผลเฉลยจะเหมาะสมอย่างยิ่งกับการคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือ และยิ่งกว่านั้น เมตริกซ์ผกผันนี้ยังสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบได้อีกด้วย นั่นคือเราสามารถหาทุกๆ ผลตอบสนองที่เกิดจากการกระตุ้นแบบใดๆ ได้ โดยใช้เมตริกซ์ผกผันเดิมซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวแทนของระบบนั้น

ถ้าเมตริกซ์ $[I]$ มีขนาดอนันต์ ดังนั้นเมตริกซ์ผกผัน $[I]^{-1}$ จะมีค่าได้ในบางกรณีเท่านั้น เช่น เมตริกซ์นั้นเป็นเมตริกซ์ทแยง (diagonal matrix) ในกรณีทั่วไปที่จุดของ f_n และ w_m มีค่าจำกัดทำให้เมตริกซ์ $[I]$ มีขนาดจำกัดด้วย ดังนั้นสามารถหาเมตริกซ์ผกผัน $[I]^{-1}$ ได้ด้วยรูปแบบเชิงตัวเลขต่างๆ ไปได้ ผลเฉลยที่ได้นี้จะมีความถูกต้องแม่นยำอย่างไรนั้น ปัจจัยหนึ่งขึ้นอยู่กับทางเลือก f_n และ w_m ให้เหมาะสม

4.2 ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก

ขั้นตอนสำคัญของวิธีโมเมนต์นั้นก็คือการเลือก f_n และ w_m ให้เหมาะสมกับปัญหา ซึ่ง f_n ควรจะเป็นอิสระเชิงเส้น (linearly independent) และจำนวนเทอมที่ใช้ในการประมาณสมการ (4.2) ควรเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล ส่วน w_m ก็ควรเป็นฟังก์ชันอิสระเชิงเส้นด้วยเช่นกัน และการคูณภายใน $\langle w_m, g \rangle$ ต้องสัมพันธ์อย่างอิสระกับฟังก์ชัน g

นอกจากนี้ยังมีบางปัจจัยที่ส่งผลต่อการเลือก f_n และ w_m ได้แก่

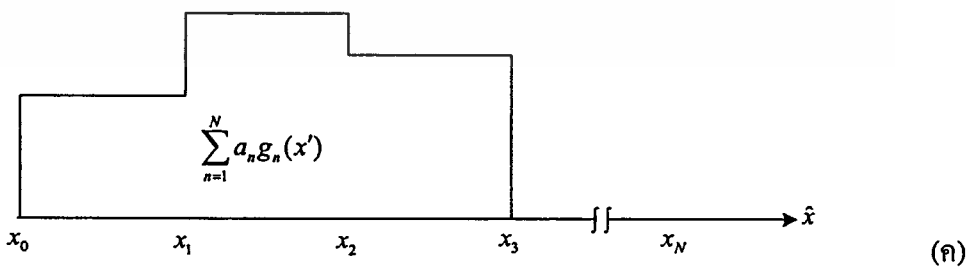
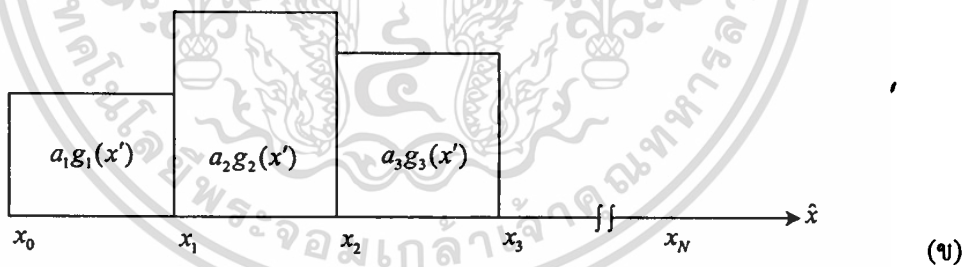
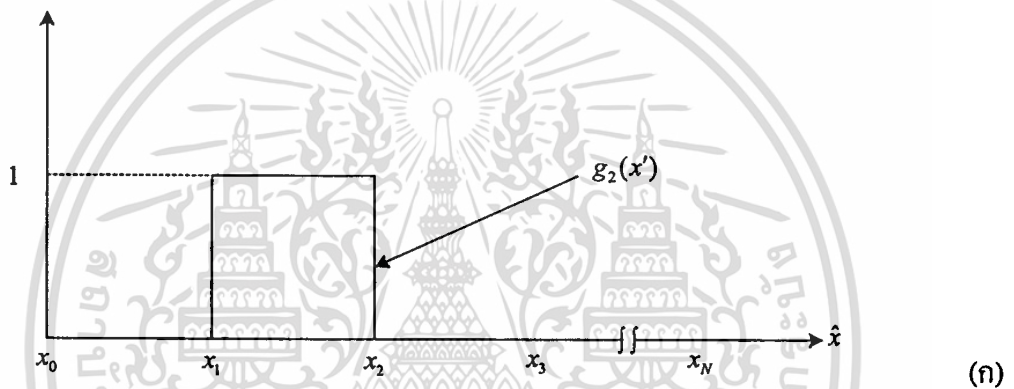
- ก) ระดับความแม่นยำของผลเฉลยที่ต้องการ
- ข) ความง่ายของการประเมินค่า (evaluation) ขององค์ประกอบในเมตริกซ์
- ค) ขนาดของเมตริกซ์ที่สามารถหาเมตริกซ์ผกผัน
- ง) การพิจารณาเงื่อนไขที่เหมาะสม (well-condition) ของเมตริกซ์ $[I]$

ในการเลือกฟังก์ชันฐานโดยทั่วไปแล้วจะต้องคำนึงว่าฟังก์ชันฐานนั้นจะต้องสามารถใช้เป็นตัวแทนของฟังก์ชันคาดหวังที่เรายังไม่ทราบค่า และให้ความแม่นยำและความง่ายในการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวนที่อยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการซึ่งมีความสัมพันธ์กับจำนวนเทอมของฟังก์ชันฐานที่ใช้ในสมการ (4.2)

ฟังก์ชันฐานที่เป็นจำนวนจำกัดเท่านั้นที่จะสามารถเป็นจริงได้ในทางปฏิบัติ โดยทั่วไปแบ่งออกเป็นสองแบบ คือแบบแรกจะประกอบด้วยฟังก์ชันที่แบ่งเป็นขอบเขตย่อยๆ (subdomain functions) ซึ่งจะมีค่าเฉพาะบริเวณของส่วนย่อยนั้นๆ ที่พิจารณา และฟังก์ชันแบบนี้จะพิจารณาบนผิวของโครงสร้างเท่านั้น ในรูปที่ 4.1 จะแสดงตัวอย่างของฟังก์ชันที่แบ่งส่วนของขอบเขตย่อยเป็นค่าคงที่ ส่วนอีกแบบหนึ่งจะเป็นฟังก์ชันแบบกระจายตลอดทั้งหมดของบริเวณที่พิจารณา (entire-domain functions) ซึ่งจะคล้ายกับการกระจายอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier series expansion) สำหรับรายละเอียดของรูปแบบของฟังก์ชันฐานทั้งสองสามารถศึกษาอย่างลึกซึ้งได้ใน [14],[22] และ [23]

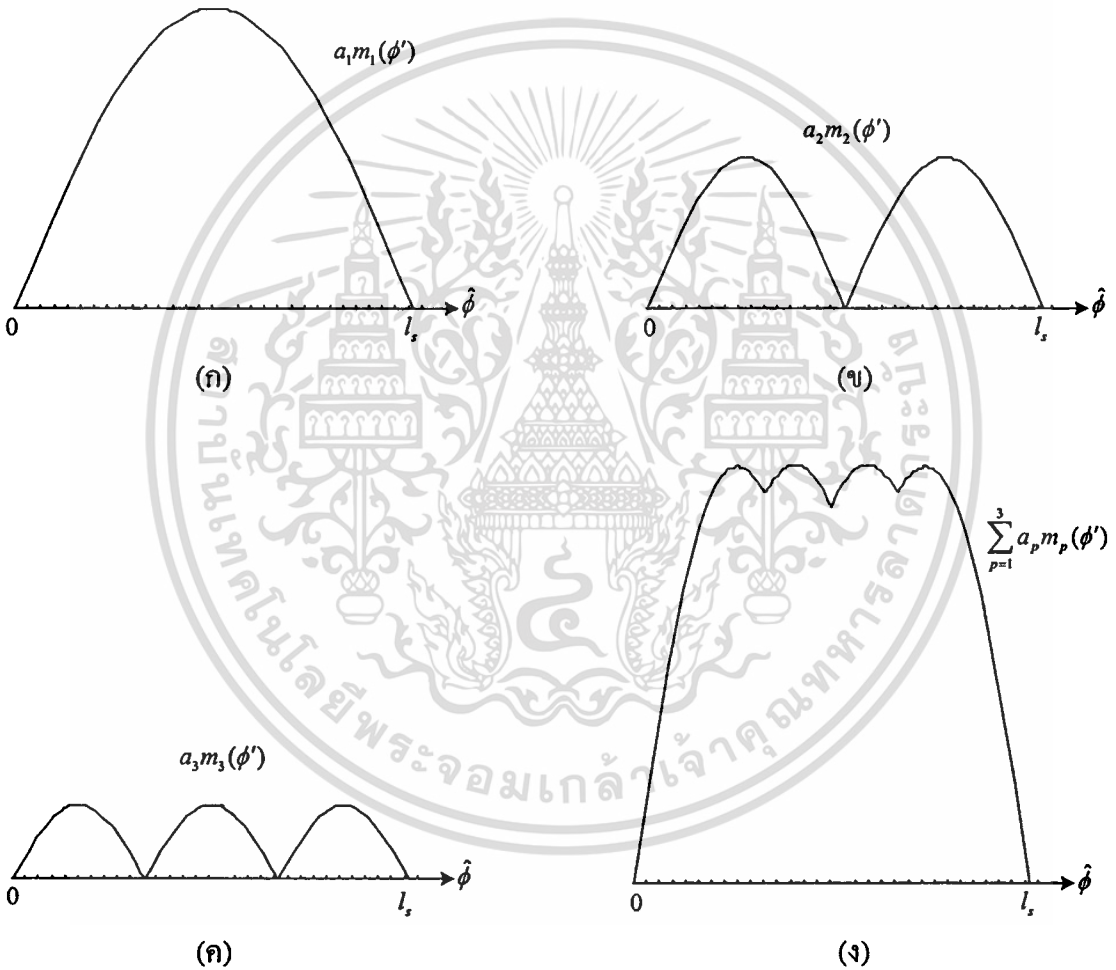


รูปที่ 4.1 แสดงฟังก์ชันฐานที่แบ่งส่วนเป็นขอบเขตย่อยเป็นค่าคงที่

(ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน (ค) ผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน

สำหรับโครงสร้างของสายอากาศที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะแบ่งเป็นสองส่วน นั่นคือ กระแสแม่เหล็กบริเวณร่องและกระแสไฟฟ้าบนแท่งโพรบ ในส่วนบริเวณบนร่องแถบที่ซึ่งมีลักษณะการกระจายของสนามไฟฟ้าตลอดความยาวร่องเป็นฟังก์ชันโคไซน์ [24] และมีค่าคงที่ตามความกว้างของร่อง ดังนั้นเราจะเลือกรูปแบบของฟังก์ชันฐานชนิดกระจายตลอดทั้งหมดของบริเวณที่พิจารณาดำหรับกระแสแม่เหล็กได้ ดังนี้

$$\bar{m}_p(\bar{R}') = \frac{1}{w_s} \sin \frac{p\pi}{l_s} \left(\rho_b \phi' + \frac{l_s}{2} \right) \hat{\phi} \quad ; p=1,2,3,\dots \quad (4.11)$$



รูปที่ 4.2 แสดงรูปแบบการกระจายของกระแสแม่เหล็กเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{m}_p(\bar{R}')$ เมื่อ

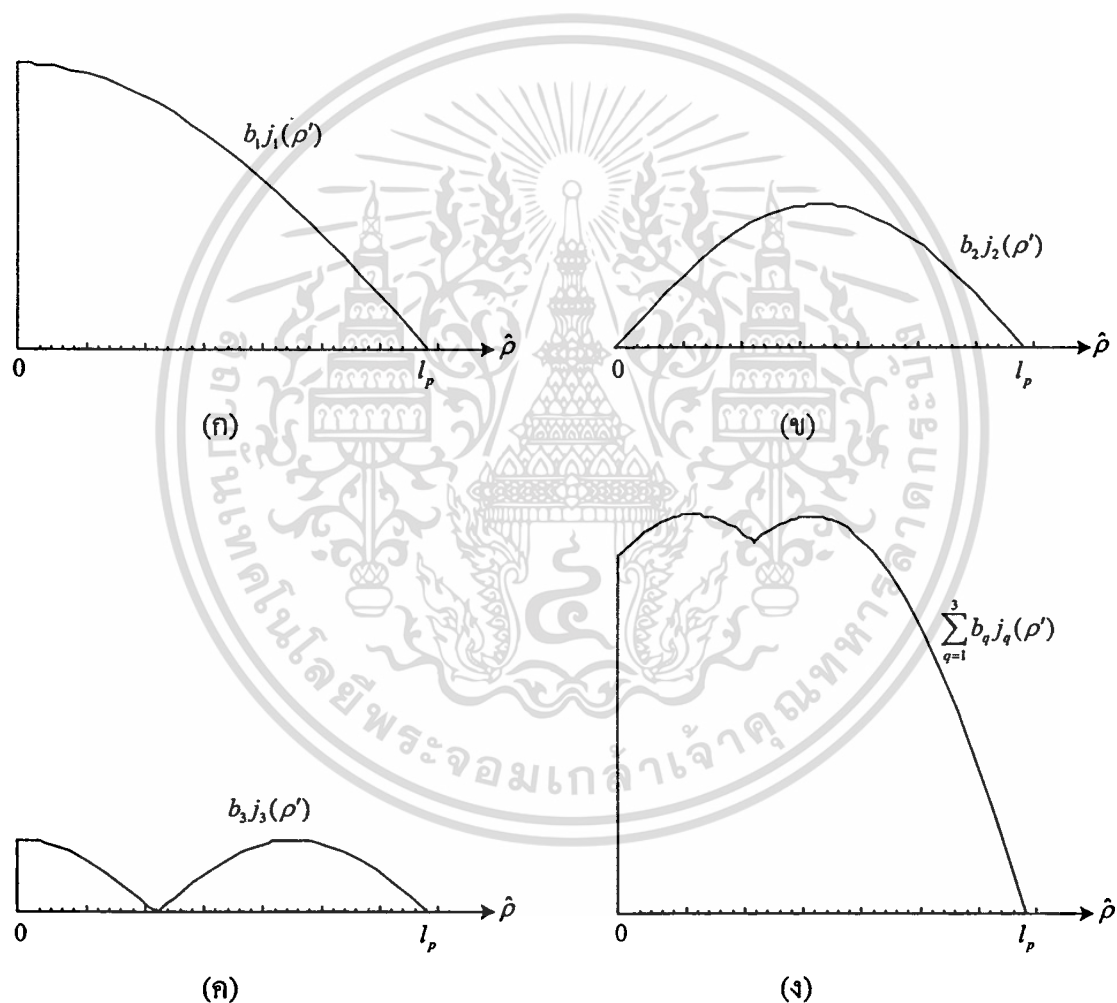
(ก) $p=1$ (ข) $p=2$ (ค) $p=3$ (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด

จากสมการ (4.11) จะเห็นว่าฟังก์ชันฐานที่เลือกมีความสอดคล้องกับการกระจายสนามไฟฟ้าและเป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่องตลอดบริเวณร่อง ดังรูปที่ 4.2 นอกจากนี้เพียงจำนวนเทอม

น้อยๆ ของฟังก์ชันฐานสามารถให้ผลเฉลยของฟังก์ชันที่ไม่ทราบค่า (กระแสแม่เหล็ก) ที่แม่นยำใน ระดับที่ต้องการได้อีกด้วย

ต่อมาพิจารณาฟังก์ชันฐานสำหรับกระแสไฟฟ้าบนโพรบเชิงเส้นที่ผอมซึ่งรูปแบบการ กระจายฟังก์ชันดังแสดงในรูปที่ 4.3 เราให้ ณ จุดกระตุ้นสัญญาณฟังก์ชันจะมีค่าสูงสุดและจะมีค่า ลดลงในลักษณะไซน์ซอซอด์ตามความยาวโพรบ จนถึงจุดปลายสุดของโพรบ ฟังก์ชันจะมีค่าเป็น ศูนย์ สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\bar{j}_q(\bar{R}') = \sin \frac{q\pi}{2l_p} (\rho' - \rho_a + l_p) \hat{\rho} \quad ; q=1,2,3,\dots \quad (4.12)$$



รูปที่ 4.3 แสดงรูปแบบการกระจายของกระแสไฟฟ้าเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{j}_q(\bar{R}')$ เมื่อ
 (ก) $q=1$ (ข) $q=2$ (ค) $q=3$ (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด

จากสมการ (4.2) , (4.11) และ (4.12) เราสามารถสร้างสมการของกระแสแม่เหล็กตลอด บริเวณร่อง $\bar{M}(\bar{R}')$ และกระแสไฟฟ้าบนโพรบ $\bar{J}(\bar{R}')$ ได้ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\bar{M}(\bar{R}') &= \sum_{p=1}^{N_p} A_p \bar{m}_p(\bar{R}') \\ &= \sum_{p=1}^{N_p} A_p \frac{1}{w_s} \sin \frac{p\pi}{l_s} (\rho_b \phi' + \frac{l_s}{2}) \hat{\phi}\end{aligned}\quad (4.13)$$

และ

$$\begin{aligned}\bar{J}(\bar{R}') &= \sum_{q=1}^{N_q} B_q \bar{j}_q(\bar{R}') \\ &= \sum_{q=1}^{N_q} B_q \sin \frac{q\pi}{2l_p} (\rho' - \rho_a + l_p) \hat{\rho}\end{aligned}\quad (4.14)$$

ในวิชานี้พนธ์เล่มนี้ได้เลือกใช้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักตามแบบวิธีของกาเลอกิน (Galerkin's method) [25], [26] นั่นคือให้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเท่ากับฟังก์ชันฐาน ดังนั้นจากสมการ (4.11) และ (4.12) เราจะได้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักดังนี้

$$\bar{g}_m(\bar{R}) = \frac{1}{w_s} \sin \frac{m\pi}{l_s} (\rho_b \phi + \frac{l_s}{2}) \hat{\phi} \quad ; m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (4.15)$$

และ

$$\bar{h}_n(\bar{R}) = \sin \frac{n\pi}{2l_p} (\rho - \rho_a + l_p) \hat{\rho} \quad ; n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.16)$$

ตามลำดับ

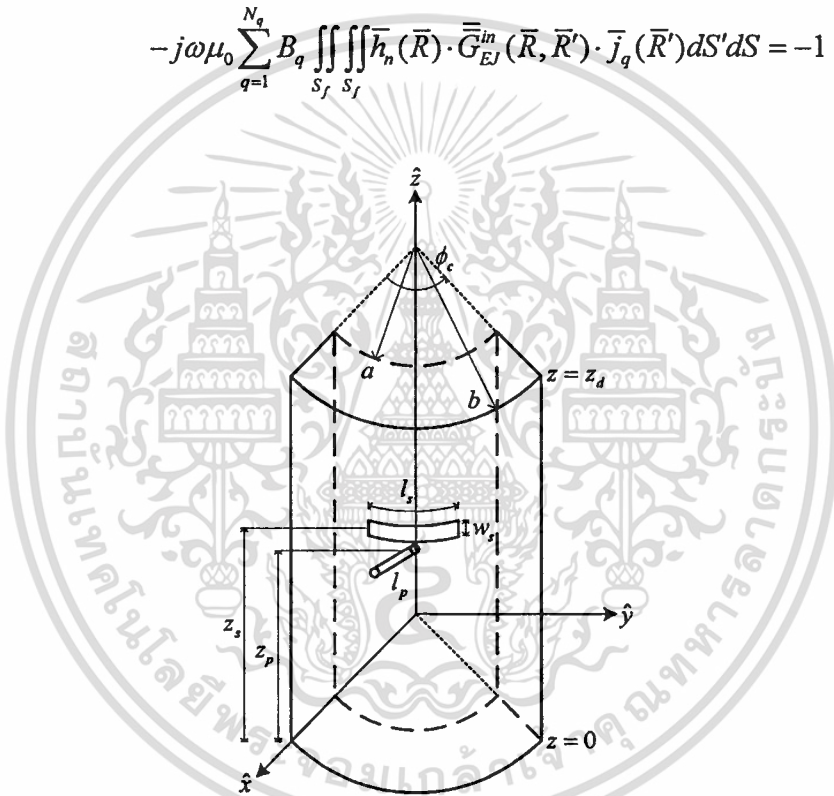
4.3 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

จากวิธีโมเมนต์ที่ได้อธิบายข้างต้นทำให้เราสามารถแก้หาผลเฉลยของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่าที่อยู่ในชุดสมการเชิงอินทิกรัลของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ดังแสดงในรูปที่ 4.4 โดยแทนกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าจากสมการ (4.13) และ (4.14) ลงในสมการเชิงอินทิกรัล (3.9) และ (3.13) ในบทที่ 3 จากนั้นทำการคูณภายในสมการเชิงอินทิกรัลทั้งสองด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักในสมการ (3.15) และ (3.16) ตามลำดับ จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
& j\omega\varepsilon_0 \sum_{p=1}^{N_p} A_p \iint_{S_a} \iint_{S_a} \bar{g}_m(\bar{R}) \cdot \left\{ \bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}, \bar{R}') + \bar{G}_{HM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \right\} \cdot \bar{m}_p(\bar{R}') dS' dS \\
& + \sum_{q=1}^{N_q} B_q \iint_{S_a} \iint_{S_f} \bar{g}_m(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{HJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_q(\bar{R}') dS' dS = 0 \quad (4.17)
\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
& -\sum_{p=1}^{N_p} A_p \iint_{S_f} \iint_{S_a} \bar{h}_n(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{EM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{m}_p(\bar{R}') dS' dS \\
& -j\omega\mu_0 \sum_{q=1}^{N_q} B_q \iint_{S_f} \iint_{S_f} \bar{h}_n(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{EJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_q(\bar{R}') dS' dS = -1 \quad (4.18)
\end{aligned}$$



รูปที่ 4.4 แสดงโครงสร้างร่องเคียวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

สมการเชิงอินทิกรัล (4.17) และ (4.18) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ โดยทางซ้ายมือของสมการเชิงอินทิกรัลจะประกอบด้วยสองเมตริกซ์ ได้แก่ เมตริกซ์ปฏิกิริยา (reaction matrix) และเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ต้องการหาของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้า (unknown coefficient matrix) ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_p \\ B_1 \\ \vdots \\ B_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

โดยที่

$$\langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle = j\omega\epsilon_0 \iint_{S_a} \iint_{S_a} \bar{g}_m(\bar{R}) \cdot \left\{ \bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}, \bar{R}') + \bar{G}_{HM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \right\} \cdot \bar{m}_{N_p}(\bar{R}') dS' dS \quad (4.20ก)$$

$$\langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle = \iint_{S_a} \iint_{S_f} \bar{g}_m(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{HJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{N_q}(\bar{R}') dS' dS \quad (4.20ข)$$

$$\langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle = - \iint_{S_f} \iint_{S_a} \bar{h}_n(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{EM}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{m}_{N_p}(\bar{R}') dS' dS \quad (4.20ค)$$

$$\langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle = -j\omega\mu_0 \iint_{S_f} \iint_{S_f} \bar{h}_n(\bar{R}) \cdot \bar{G}_{EJ}^{in}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{N_q}(\bar{R}') dS' dS \quad (4.20ง)$$

หากเมตริกซ์ปฏิกริยาไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐานซึ่งมีเมตริกซ์ผกผัน คือ

$$\begin{bmatrix} \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle \end{bmatrix}^{-1}$$

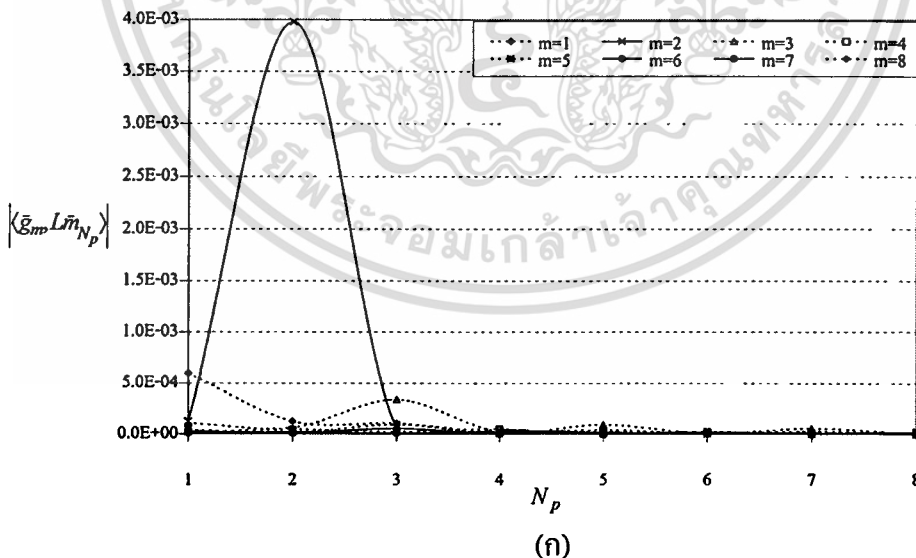
เราสามารถหาค่าเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ได้ดังนี้

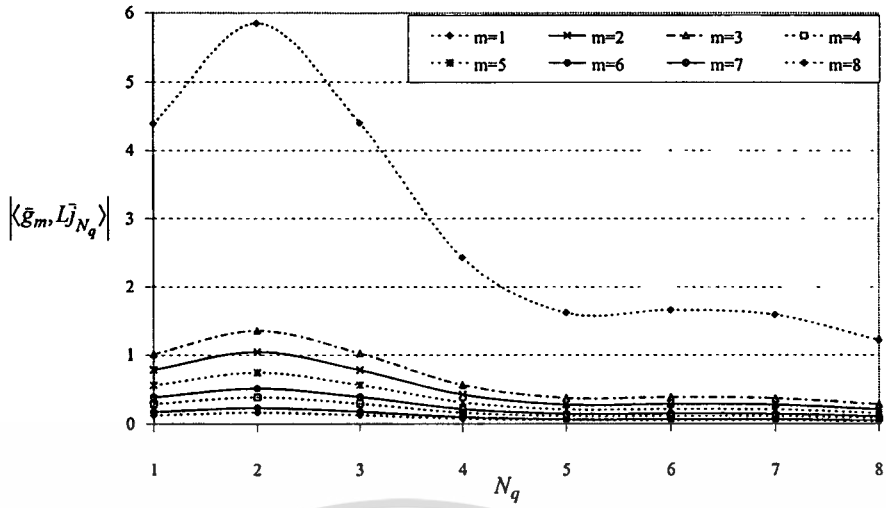
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_p \\ B_1 \\ \vdots \\ B_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_1 \rangle & \cdots & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

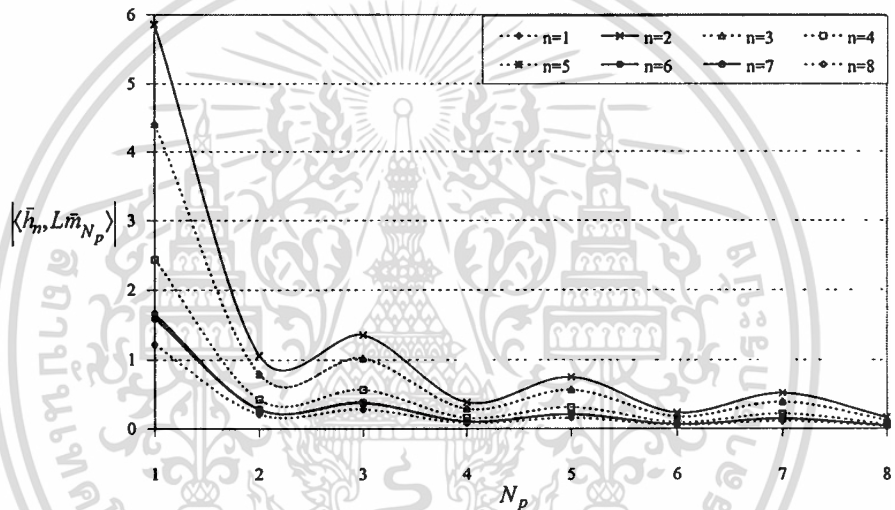
สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าสามารถหาค่าได้ ดังสมการ (4.21) ทำการแทนค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้ลงในสมการของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้า (4.13) และ (4.14) ตามลำดับ สุดท้ายเราจะได้ผลเฉลยฟังก์ชันกระแสแม่เหล็กตลอดบริเวณร่องและฟังก์ชันกระแสไฟฟ้าบนโพรบสำหรับ โครงสร้างสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

สำหรับฟังก์ชันฐานแบบกระจายตลอดทั้งหมดตลอดความยาวร่องและโพรบทำให้ได้กระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่ร่องและโพรบซึ่งแสดงในสมการ (4.13) และ (4.14) ตามลำดับ ในรูปที่ 4.4 จะแสดงค่าการลู่เข้าของพจน์ในเมตริกซ์ปฏิบัติการที่อยู่ในสมการ (4.19) เมื่อ $N_p = N_q = 8$ และ $m = n = 1, 2, \dots, 8$ ณ ที่ความถี่ 10 กิกะเฮิรตซ์ เวลาที่ใช้ในการคำนวณประมาณ 10 นาทีโดย Pentium III 667 MHz

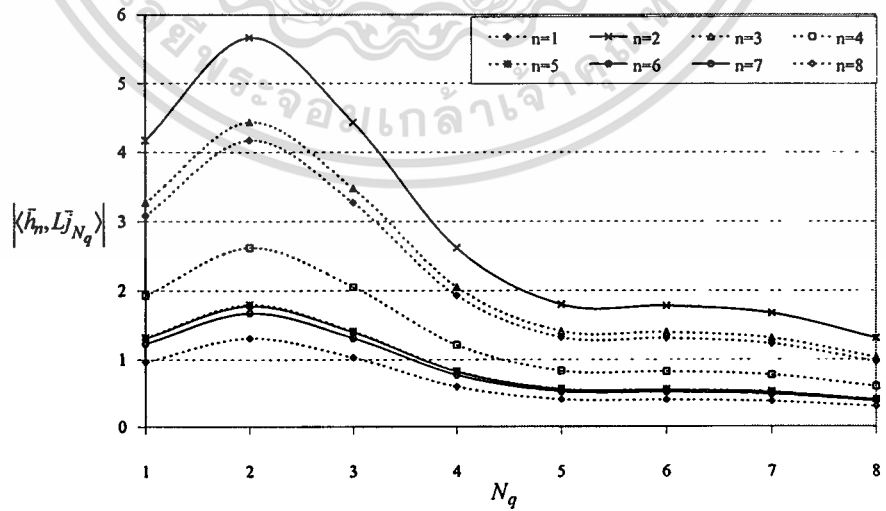




(ข)



(ค)



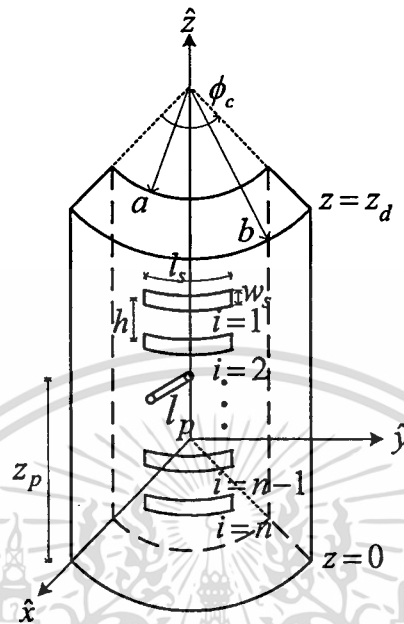
(ง)

รูปที่ 4.5 แสดงพจน์ของเมตริกซ์ปฏิกริยา เมื่อ $N_p = N_q = 8$ และ $m = n = 1, 2, \dots, 8$

(ก) $\langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle$ (ข) $\langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle$ (ค) $\langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle$ (ง) $\langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของสายอากาศร่องแฉวลำดับบนเซกเตอร์ของ โพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ



รูปที่ 4.6 แสดงโครงสร้างร่องแฉวลำดับบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมซึ่งป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

ด้วยวิธีเดียวกันกับหัวข้อ 4.4 จากสมการ (4.13) ถึง (4.16) และชุดสมการเชิงอินทิกรัล (3.16) และ (3.17) ในบทที่ 3 เราจะได้เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงอินทิกรัลสำหรับโครงสร้างสายอากาศร่องแฉวลำดับ n แถว บนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบซึ่งแสดงในรูปที่ 4.6 ดังนี้

$$[Y][X] = [Z] \quad (4.22)$$

โดยที่ $[Y]$ คือ เมตริกซ์ปฏิกิริยา (reaction matrix) $[X]$ คือเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ต้องการหาของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้า (unknown coefficient matrix) และ $[Z]$ คือเมตริกซ์กระตุ้น (excitation matrix) แสดงรายละเอียดได้ ดังนี้

$$[Y] = \begin{bmatrix} \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{11} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{11} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{1n} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1n} & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_1 \rangle_{1(n+1)} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{1(n+1)} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle_{11} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{11} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle_{1n} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1n} & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_1 \rangle_{1(n+1)} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{1(n+1)} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{1l} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1l} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{1n} & \dots & \langle \bar{g}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1n} & \langle \bar{g}_1, L\bar{j}_1 \rangle_{l(n+1)} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{l(n+1)} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle_{1l} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1l} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_1 \rangle_{1n} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{1n} & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_1 \rangle_{l(n+1)} & \dots & \langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{l(n+1)} \\ \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{p1} & \dots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{p1} & \dots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_1 \rangle_{pn} & \dots & \langle \bar{h}_1, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{pn} & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_1 \rangle_{p(n+1)} & \dots & \langle \bar{h}_1, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{p(n+1)} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_1 \rangle_{p1} & \dots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{p1} & \dots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_1 \rangle_{pn} & \dots & \langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{pn} & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_1 \rangle_{p(n+1)} & \dots & \langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{p(n+1)} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} A_1^1 \\ \vdots \\ A_p^1 \\ \vdots \\ A_1^n \\ \vdots \\ A_p^n \\ B_1^{n+1} \\ \vdots \\ B_q^{n+1} \end{bmatrix} \quad [Z] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

เมื่อ

$$\langle \bar{g}_m, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{ij} = j\omega\epsilon_0 \iiint_{S'_i} \iiint_{S'_j} \bar{g}_m(\bar{R}_i) \cdot \left\{ \bar{G}_{HM}^{out}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) + \bar{G}_{HM}^{in}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \right\} \cdot \bar{m}_{N_p}(\bar{R}'_j) dS' dS \quad (4.25ก)$$

$$\langle \bar{g}_m, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{ij} = \iiint_{S'_i} \iiint_{S'_j} \bar{g}_m(\bar{R}_i) \cdot \bar{G}_{HJ}^{in}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{j}_{N_q}(\bar{R}'_j) dS' dS \quad (4.25ข)$$

$$\langle \bar{h}_n, L\bar{m}_{N_p} \rangle_{ij} = - \iiint_{S'_i} \iiint_{S'_j} \bar{h}_n(\bar{R}_i) \cdot \bar{G}_{EM}^{in}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{m}_{N_p}(\bar{R}'_j) dS' dS \quad (4.25ค)$$

$$\langle \bar{h}_n, L\bar{j}_{N_q} \rangle_{ij} = -j\omega\mu_0 \iiint_{S'_i} \iiint_{S'_j} \bar{h}_n(\bar{R}_i) \cdot \bar{G}_{EJ}^{in}(\bar{R}_i, \bar{R}'_j) \cdot \bar{j}_{N_q}(\bar{R}'_j) dS' dS \quad (4.25ง)$$

กรณี j คือลำดับแหล่งกำเนิดที่พิจารณาซึ่ง $j=(1,2,3,\dots,n)$ หมายถึงแหล่งกำเนิดที่เป็นกระแสแม่เหล็กบนร่อง และ $j = n+1$ หมายถึงแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าจากโพรบ ส่วน i คือลำดับร่องที่พิจารณาสนามแม่เหล็กซึ่ง $i=(1,2,3,\dots,n)$ และ p หมายถึงสนามไฟฟ้าที่พิจารณาบนโพรบ

หากเมตริกซ์ปฏิบัติการไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน เราจะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของกระแสต่างๆ จาก

$$[Y]^{-1}[Y][X]=[Y]^{-1}[Z]$$

เมื่อ $[Y]^{-1}$ คือเมตริกซ์ผกผันของ $[Y]$ จะได้ว่า

$$[X]=[Y]^{-1}[Z] \quad (4.26)$$

ดังนั้นเราจะได้กระแสแม่เหล็กบนร่องแถวลำดับที่ n ใดๆ และกระแสไฟฟ้าที่โพรบ ดังนี้

$$\bar{M}_j(\bar{R}') = \sum_{p=1}^{N_p} A_p^j \frac{1}{w_s} \sin \frac{p\pi}{l_s} (\rho_b \phi' + \frac{l_s}{2}) \hat{\phi} \quad (4.27)$$

$$\bar{J}_j(\bar{R}') = \sum_{q=1}^{N_q} B_q^j \sin \frac{q\pi}{2l_p} (\rho' - \rho_a + l_p) \hat{\rho} \quad (4.28)$$

4.5 สรุป

โดยวิธี โมเมนต์และเทคนิคของกาเลอกินเราสามารถแปลงระบบสมการเชิงเส้นเป็นระบบเมตริกซ์ เพื่อแก้สมการเชิงอินทิกรัลหาผลเฉลยของกระแสไม่ทราบค่าที่แสดงในบทที่ 3 นั่นคือเราจะแทนค่าความหนาแน่นของกระแสแม่เหล็กไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่าด้วยอนุกรมของฟังก์ชันซึ่งประกอบด้วยค่าสัมประสิทธิ์คงที่ที่ไม่ทราบค่าและฟังก์ชันฐาน ทำให้ลดรูประบบสมการเชิงเส้นที่มีความซับซ้อนให้อยู่ในรูปของระบบสมการเมตริกซ์ซึ่งจะแยกได้เป็น 3 เมตริกซ์ย่อย ได้แก่เมตริกซ์ปฏิบัติการ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ต้องการหาค่า และเมตริกซ์กระตุ้น ด้วยวิธีการทางเมตริกซ์ทำให้เราสามารถทราบค่ากระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอินทิกรัลสำหรับโครงสร้างสายอากาศที่ศึกษาได้ จากนั้นจะนำไปวิเคราะห์คุณลักษณะแบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าต่อไป

บทที่ 5

แบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้า

จากกระบวนการที่กล่าวถึงทั้งหมดในบทที่ 2 ถึง 4 เราจะได้ค่าผลเฉลยของความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กที่กระจายตลอดบริเวณร่องที่อยู่บนผิวตัวนำทรงกระบอกและกระแสไฟฟ้าที่กระจายตลอดแท่งโพรง ดังนั้นในบทนี้จะเป็นการนำค่าของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้ามาพิจารณาคูณลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศตามลำดับ ในวิทยานิพนธ์นี้เราจะแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี ได้แก่ สายอากาศร่องเดี่ยวและร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนผิวตัวนำทรงกระบอกซึ่งการวิเคราะห์ธรรมชาติของสายอากาศอย่างละเอียดและแม่นยำจะนำไปสู่การออกแบบสายอากาศที่ให้ประสิทธิภาพและตรงกับความต้องการของระบบนั้นๆ ได้เป็นอย่างดี

5.1 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พิชิตทรงกระบอก

เมื่อพิจารณาปัญหาของการแผ่พลังงานของทรงกระบอกที่ยาวอนันต์และเป็น โครงสร้างที่กระจายคลื่น (diffracting body) จะได้ว่าสิ่งที่แตกต่างจากปัญหาของคลื่นที่เดินทางบริเวณภายในทรงกระบอกคือค่าเจาะจง(eigen value) ที่มีความต่อเนื่องในโดเมนของ λ และ h (สำหรับบริเวณภายในทรงกระบอกค่าไอเกนจะเป็นไม่ต่อเนื่อง) [15] สมการฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์สำหรับทรงกระบอกเต็มใบนิยามได้คือ

$$\vec{M}_{e_{n\lambda}}(h) = \nabla \times \left[J_n(\lambda\rho) \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (n\phi) e^{-jhz} \hat{z} \right] \quad (5.1)$$

และ

$$\vec{N}_{e_{n\lambda}}(h) = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times \left[J_n(\lambda\rho) \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} (n\phi) e^{-jhz} \hat{z} \right] \quad (5.2)$$

ซึ่ง $\kappa^2 = \lambda^2 + h^2$

ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในสมการ (5.1) และ (5.2) เป็นฟังก์ชันที่สัมพันธ์ทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กซึ่งอยู่ในเงื่อนไข $0 \leq \rho \leq \infty$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ และ $-\infty \leq z \leq \infty$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2 การแผ่ขยายฟังก์ชันไอเกนของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในอากาศอิสระ

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในอากาศอิสระของตัวนำทรงกระบอกจะมีวิธีการคล้ายกับการหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในท่อนำคลื่น ก่อนอื่นเราจะหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กในอากาศอิสระ ซึ่งสอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{m0}(\bar{R}, \bar{R}') - k^2 \bar{G}_{m0}(\bar{R}, \bar{R}') = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] \quad (5.3)$$

จากวิธีการของ Ohm-Rayleigh [15] เราจะให้

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int_0^\infty d\lambda \int_{-\infty}^\infty dh \sum_{n=0}^\infty \left[\bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{A}_{e_{n\lambda}}(h) + \bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{B}_{e_{n\lambda}}(h) \right] \quad (5.4)$$

โดยที่ λ และ h เป็นค่าไอเกนที่ต่อเนื่อง ค่าของ λ จะเป็นค่าบวก เนื่องจาก $J_n(\lambda\rho)$ และ $J_n(-\lambda\rho)$ ไม่เป็นอิสระต่อกัน เมื่ออินทิเกรตตลอดปริมาตรของสมการที่ถูกคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า (anterior scalar product) ในสมการ (5.4) ด้วย $\bar{N}_{e_{n\lambda}}(-h')$ และ $\bar{N}_{e_{n\lambda}}(-h')$, $\bar{M}_{e_{n\lambda}}(-h')$ และ $\bar{M}_{e_{n\lambda}}(-h')$ เราจะได้สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ $\bar{A}_{e_{n\lambda}}(h)$ และ $\bar{B}_{e_{n\lambda}}(h)$ ดังนี้

$$\bar{A}_{e_{n\lambda}}(h) = \frac{(2 - \delta_0)\kappa}{4\pi^2\lambda} \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(-h) \quad (5.5)$$

$$\bar{B}_{e_{n\lambda}}(h) = \frac{(2 - \delta_0)\kappa}{4\pi^2\lambda} \bar{N}'_{e_{n\lambda}}(-h) \quad (5.6)$$

โดยที่เครื่องหมายไพรม์ (') ฟังก์ชัน \bar{M}' และ \bar{N}' จะนิยามใน (ρ', ϕ', z') ของเวกเตอร์ตำแหน่ง \bar{R}' ดังนั้นเราจะได้การแผ่ขยายฟังก์ชันไอเกนที่ต่อเนื่องของ $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')]$ ดังนี้

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int_0^\infty d\lambda \int_{-\infty}^\infty dh \sum_{n=0}^\infty \frac{(2 - \delta_0)\kappa}{4\pi^2\lambda} \left[\bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(-h) + \bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{N}'_{e_{n\lambda}}(-h) \right] \quad (5.7)$$

จากสมการ (5.3) และ (5.7) เราจะได้ \bar{G}_{m0} คือ

$$\bar{G}_{m0}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_0^\infty d\lambda \int_{-\infty}^\infty dh \sum_{n=0}^\infty \frac{(2-\delta_0)\kappa}{4\pi^2 \lambda(\kappa^2 - k^2)} \left[\bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(-h) + \bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{N}'_{e_{n\lambda}}(-h) \right] \quad (5.8)$$

ด้วยโครงสร้างที่พิจารณาเป็นทรงกระบอกยาวอนันต์ เราต้องการการจัดการอินทิเกรตเชิง λ แต่หากโครงสร้างที่พิจารณาเป็นตัวนำระนาบเรียบหรือตัวกลางที่เป็นชั้นๆ เราจะจัดการอินทิเกรตเชิง h คำนึง เราจะให้

$$\bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) \bar{M}'_{e_{n\lambda}}(-h) = \bar{T}_{e_{n\lambda}} \left[J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') \right] \quad (5.9)$$

โดยที่ \bar{T} คือ dyadic spatial generator เพื่อความสะดวกเขียนสัญลักษณ์ใหม่เป็น $\bar{N}_{e_{n\lambda}}(h) = \bar{N}_\lambda(h)$, $\bar{M}_{e_{n\lambda}}(h) = \bar{M}_\lambda(h)$ และ $\bar{T}_{e_{n\lambda}}(h) = \bar{T}_\lambda(h)$ เราจะได้ว่า

$$\int_0^\infty \frac{\kappa \bar{N}_\lambda(h) \bar{M}'_\lambda(-h)}{\lambda(\kappa^2 - k^2)} d\lambda = \int_0^\infty \frac{\kappa \bar{T}_\lambda \left[J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') \right]}{\lambda(\kappa^2 - k^2)} d\lambda \quad (5.10)$$

โดยที่

$$\kappa^2 = \lambda^2 + h^2$$

กำหนดให้ $\eta^2 = k^2 - h^2$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lambda(\kappa^2 - k^2) &= \lambda[\lambda^2 - (k^2 - h^2)] \\ &= \lambda(\lambda^2 - \eta^2) \end{aligned} \quad (5.11)$$

แทนสมการ (5.11) ลงในสมการ (5.10) ทำให้ด้านขวาของสมการ (5.10) เป็น

$$\int_0^\infty \frac{(\lambda^2 + h^2) \bar{T}_\lambda \left[J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') \right]}{\lambda(\lambda^2 - \eta^2)} d\lambda$$

พิจารณาสมการอินทิกรัลต่อไปนี้

$$f(\rho, \rho') = \int_0^\infty g(\lambda) \frac{J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho')}{\lambda^2 - \mu^2} d\lambda \quad (5.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $J_n(\lambda\rho)$ และ $J_n(\lambda\rho')$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่ง ลำดับที่ n ซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม และ $g(\lambda)$ เป็นฟังก์ชันคี่ของ λ ที่ไม่มีโพลในระนาบเชิงซ้อน λ โดยอาศัยวิธีของ Sommerfeld (1949) เราจะเขียนสมการ (5.12) ได้เป็น

$$f(\rho, \rho') = \frac{-j\pi g(\mu)}{2\mu} \begin{cases} H_n^{(1)}(\mu\rho)J_n(\mu\rho'), & \rho > \rho' \\ J_n(\mu\rho)H_n^{(1)}(\mu\rho'), & \rho < \rho' \end{cases} \quad (5.13)$$

เทียบสมการ (5.11) กับ (5.12) จะได้ว่า

$$g(\lambda) \equiv \frac{(\lambda^2 + h^2)^{1/2}}{\lambda} \bar{T}_\lambda$$

และ

$$\mu \equiv \eta$$

ทำให้ได้

$$g(\eta) = \frac{(\eta^2 + h^2)^{1/2}}{\eta} \bar{T}_\eta = \frac{k\bar{T}_\eta}{\eta}$$

ดังนั้นจากสมการ (5.9), (5.12) และ (5.13) เราจะได้สมการ (5.11) เป็น

$$\frac{-j\pi k}{2\eta^2} \begin{cases} \bar{T}_\eta [H_n^{(1)}(\eta\rho)J_n(\eta\rho')] \\ \bar{T}_\eta [J_n(\eta\rho)H_n^{(1)}(\eta\rho')] \end{cases} = \frac{-j\pi k}{2\eta^2} \begin{cases} \bar{N}_\eta^{(1)}(h)\bar{M}'_\eta(-h), & \rho > \rho' \\ \bar{N}_\eta(h)\bar{M}'_\eta^{(1)}(-h), & \rho < \rho' \end{cases} \quad (5.14)$$

ซึ่ง $H_n^{(1)}$ คือฟังก์ชันแองเกลชนิดที่หนึ่ง และครรชนี (1) บน $\bar{N}_\eta^{(1)}$ และ $\bar{M}_\eta^{(1)}$ จะบ่งบอกว่าฟังก์ชันนี้จะถูกนิยามตามฟังก์ชันแองเกลชนิดที่หนึ่ง สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\bar{N}_\eta^{(1)}(h) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times \left[H_n^{(1)}(\eta\rho) \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} e^{-jhz} \hat{z} \right] \quad (5.15)$$

$$\bar{M}'_\eta^{(1)}(-h) = \nabla' \times \left[H_n^{(1)}(\eta\rho') \frac{\cos(n\phi')}{\sin(n\phi')} e^{jhz'} \hat{z}' \right] \quad (5.16)$$

ในลักษณะเดียวกัน เราจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_0^{\infty} \frac{\kappa \bar{M}_\lambda(h) \bar{N}'_\lambda(-h)}{\lambda(\kappa^2 - k^2)} d\lambda = \frac{-j\pi k}{2\eta^2} \begin{cases} \bar{M}'_\eta(h) \bar{N}'_\eta(-h), & \rho > \rho' \\ \bar{M}_\eta(h) \bar{N}'^{(1)}_\eta(-h), & \rho < \rho' \end{cases} \quad (5.17)$$

สุดท้ายจากสมการ (5.8) เราจะได้ \bar{G}_{m0} ที่เหลือเพียงการอินทิเกรตเชิง h อย่างเดียวซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการ

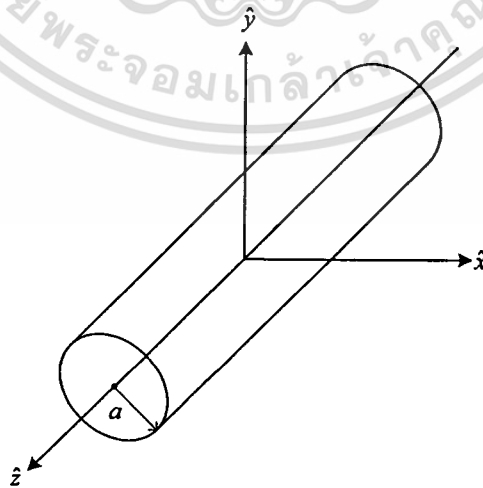
$$\bar{G}_{m0}^\pm(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{-jk}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta^2} \begin{cases} \bar{N}_\eta^{(1)}(h) \bar{M}'_\eta(-h) + \bar{M}'_\eta(h) \bar{N}_\eta(-h), & \rho > \rho' \\ \bar{N}_\eta(h) \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h) + \bar{M}_\eta(h) \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h), & \rho < \rho' \end{cases} \quad (5.18)$$

เราสามารถหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าในอากาศอิสระ \bar{G}_{e0} จาก \bar{G}_{m0} ในสมการ (5.18) โดยอาศัยความสัมพันธ์ในสมการ (5.3) และที่ $\rho = \rho'$ ฟังก์ชัน \bar{G}_{m0} จะไม่มีความต่อเนื่อง ดังนั้นเราจะแสดง \bar{G}_{e0} ได้ดังนี้

$$\bar{G}_{e0}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{1}{k^2} \hat{\rho} \hat{\rho} \delta(\bar{R}, \bar{R}') - \frac{j}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta^2} \begin{cases} \bar{M}'_\eta(h) \bar{M}'_\eta(-h) + \bar{N}_\eta^{(1)}(h) \bar{N}'_\eta(-h), & \rho > \rho' \\ \bar{M}_\eta(h) \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h) + \bar{N}_\eta(h) \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h), & \rho < \rho' \end{cases} \quad (5.19)$$

5.3 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับทรงกระบอกตัวนำ

ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งของทรงกระบอกตัวนำเต็มใบที่รัศมี a ดังแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงทรงกระบอกตัวนำวงกลม

จากวิธีสแกดเตอริงการทับซ้อน [15] เรากำหนดให้

$$\bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{G}_{e0}(\bar{R}, \bar{R}') + \bar{G}_{1s}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (5.20)$$

โดยที่ $\bar{G}_{e0}(\bar{R}, \bar{R}')$ คือ ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าในอากาศอิสระ และ $\bar{G}_{1s}(\bar{R}, \bar{R}')$ คือ ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าของสนามที่ถูกกระจัดกระจายซึ่งจะแสดงได้ในสมการ

$$\bar{G}_{1s}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{j}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta^2} [a_n \bar{M}_\eta^{(1)}(h) \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h) + b_n \bar{N}_\eta^{(1)}(h) \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h)] \quad (5.21)$$

ฟังก์ชันสนามซึ่งจะคิดในเงื่อนไขสนามที่กระจัดกระจายพุ่งออกจากตัวนำ ($\rho > \rho'$) คือ $\bar{M}_\eta^{(1)}(h)$ และ $\bar{N}_\eta^{(1)}(h)$ ฟังก์ชันแหล่งกำเนิดจะกำหนดตาม \bar{G}_{e0} และที่รัศมี $\rho = a$ ฟังก์ชันไดโอดิก \bar{G}_{e1} จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตคิริคท์ $\hat{n} \times \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') = 0$ ซึ่งจะเป็นจริงได้ในกรณีเดียวเท่านั้น ถ้าฟังก์ชันแหล่งกำเนิดเหมือนกับกรณีของ \bar{G}_{e0} เมื่อ $\rho < \rho'$ ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันแหล่งกำเนิดหรือฟังก์ชันกระตุ้นคือ $\bar{M}_\eta^{(1)}(-h)$ และ $\bar{N}_\eta^{(1)}(-h)$ จากสมการ (5.21) จะมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่รู้ค่าสองตัว นั่นคือ a_n และ b_n ซึ่งพิจารณาที่รัศมี $\rho = a$ และ

$$\hat{\rho} \times [\bar{M}_\eta(h) + a_n \bar{M}_\eta^{(1)}(h)] = 0 \quad (5.22)$$

และ

$$\hat{\rho} \times [\bar{N}_\eta(h) + b_n \bar{N}_\eta^{(1)}(h)] = 0 \quad (5.23)$$

เราจะได้ค่า a_n และ b_n ดังนี้

$$a_n = -\frac{[\partial J_n(x)] / \partial x}{[\partial H_n^{(1)}(x)] / \partial x}, \quad x = \eta a \quad (5.24)$$

$$b_n = -\frac{[J_n(x)]}{[H_n^{(1)}(x)]}, \quad x = \eta a \quad (5.25)$$

5.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของช่องเปิดบนตัวนำรูปทรงกระบอก

เราจะหาสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายจากช่องเปิดบนผิวตัวนำทรงกระบอกได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{E}(\bar{R}) = - \iint_{S_A} [\nabla \times \bar{G}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}')] \cdot [\hat{n} \times \bar{E}(\bar{R}')] dS' \quad (5.26ก)$$

หรือ

$$\bar{E}(\bar{R}) = \iint_{S_A} \bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{M}(\bar{R}') dS' \quad (5.26ข)$$

ซึ่ง \hat{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากพุ่งออกจากพื้นผิวทรงกระบอก และ $\bar{M}(\bar{R}')$ คือการกระจายกระแสแม่เหล็กตลอดบริเวณช่องเปิดบนผิวดำนำทรงกระบอก จากฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งของทรงกระบอกตัวนำเต็มใบ \bar{G}_{e1} ในหัวข้อ 5.3 ใช้คุณสมบัติสมมาตรระหว่าง \bar{G}_{e1} และ \bar{G}_{e2} สามารถแสดง \bar{G}_{e2} ได้ดังนี้

$$\bar{G}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{j}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta^2} \left[\bar{M}_\eta^{(1)}(h) (\bar{M}'_\eta(-h) + b_\eta \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h)) \right. \\ \left. + \bar{N}_\eta^{(1)}(h) (\bar{N}'_\eta(-h) + a_\eta \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h)) \right] \quad (5.27)$$

จาก $\nabla \times \bar{G}_{e2} = \bar{G}_{m1}$ เราจะได้ว่า

$$\bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{j}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta^2} \left[\bar{N}_\eta^{(1)}(h) (\bar{M}'_\eta(-h) + b_\eta \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h)) \right. \\ \left. + \bar{M}_\eta^{(1)}(h) (\bar{N}'_\eta(-h) + a_\eta \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h)) \right] \quad (5.28)$$

และในกรณีสำหรับสนามระยะไกลที่มีแหล่งกำเนิดเป็นช่องเปิดบนผิวดำนำทรงกระบอก เราจะสมมติให้ $\eta\rho$ มีค่ามากๆ เราจะประมาณฟังก์ชันแรงแกลชชนิดที่หนึ่ง ได้เป็น

$$H_n^{(1)}(\eta\rho) \approx \left(\frac{2}{\pi\eta\rho} \right)^{1/2} (j)^{n+\frac{1}{2}} e^{-j\eta\rho} \quad (5.29)$$

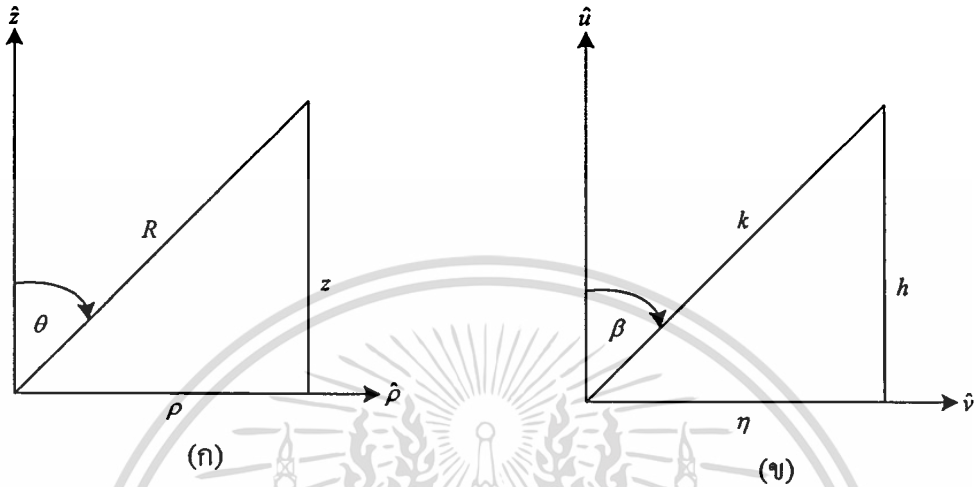
แทนลงในฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ ใน $\bar{N}_\eta^{(1)}(h)$ และ $\bar{M}_\eta^{(1)}(h)$ ทำให้เขียนสมการ (5.28) ได้ใหม่ ดังนี้

$$\bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{k}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{\eta} \left(\frac{2}{2\pi\eta\rho} \right)^{1/2} (j)^{n+\frac{1}{2}} e^{-j(\eta\rho+hz)} \begin{pmatrix} \cos n\phi \\ \sin n\phi \end{pmatrix} \\ \left\{ \hat{\phi} [\bar{N}'_\eta(-h) + a_\eta \bar{N}'_\eta^{(1)}(-h)] - \frac{j}{k} (-h\hat{\rho} + \eta\hat{z}) [\bar{M}'_\eta(-h) + b_\eta \bar{M}'_\eta^{(1)}(-h)] \right\} \quad (5.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการ (5.30) คิดในระบบพิกัดทรงกระบอก เราจะเปลี่ยนให้อยู่ในระบบพิกัดทรงกลม โดยให้

$$\begin{aligned} \eta &= k \sin \beta & ; h &= k \cos \beta & k^2 &= \eta^2 + h^2 \\ \rho' &= R' \sin \theta' & ; z' &= R' \cos \theta' & R^2 &= \rho^2 + z^2 \end{aligned} \quad (5.31)$$



รูปที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบระบบแกน

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \eta\rho + hz &= kR \cos(\theta - \beta) \\ -h\rho + \eta z &= k(-\rho \cos \beta + z \sin \beta) \\ dh &= -k \sin \beta d\beta \end{aligned} \quad (5.32)$$

พิจารณาสมการอินทิกรัล ต่อไปนี้

$$F(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(h)}{\sqrt{2\pi\lambda r}} e^{-j(hz + \lambda r)} dh \quad (5.33)$$

ซึ่ง

$$\lambda = \sqrt{k^2 - h^2} \quad (5.34)$$

โดยที่ k เป็นค่าคงที่ และ r, z เป็นตัวแปรระบบพิกัดทรงกระบอก ดังนั้นเราจะได้

$$\rho\phi(h) = hz + \sqrt{k^2 - h^2}r$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$h_0 = \frac{kz}{\sqrt{r^2 + z^2}} = k \cos \theta$$

$$\rho\phi(h_0) = k\sqrt{r^2 + z^2} = kR$$

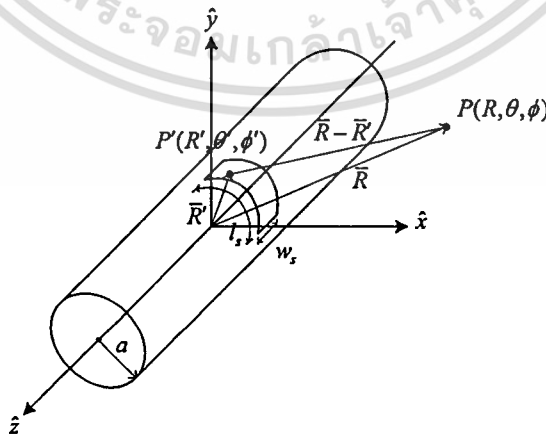
$$\rho\phi''(h_0) = \frac{-k^2 r}{(k^2 - h_0^2)^{3/2}} = -\frac{R}{k \sin^2 \theta} \quad (5.35)$$

โดยที่ R, θ เป็นตัวแปรในระบบพิกัดทรงกลม และ $''$ คืออนุพันธ์อันดับสอง เมื่อ kR มีค่ามากๆ เราสามารถประมาณ สมการ (5.33) ได้เป็น

$$F(R, \theta) = \frac{G(k \cos \theta)}{R} e^{-j(kR - \frac{\pi}{4})} \quad (5.36)$$

จากสมการ (5.33) ถึง (5.36) ทำให้เราสามารถแปลงสมการระบบพิกัดทรงกระบอก (5.30) ให้อยู่ในระบบพิกัดทรงกลมได้ดังนี้

$$\bar{G}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_0)(j)^{n+1} \left(\frac{\cos n\phi}{\sin n\phi} \right) \left\{ \hat{\phi} \left[\bar{N}'_{e_{ns}}(-k \cos \theta) + a_{e_n} \bar{N}'_{e_{ns}}(-k \cos \theta) \right] + j\hat{\theta} \left[\bar{M}'_{e_{ns}}(-k \cos \theta) + b_{e_n} \bar{M}'_{e_{ns}}(-k \cos \theta) \right] \right\} \quad (5.37)$$



รูปที่ 5.3 แสดงทรงกระบอกตัวนำซึ่งถูกเจาะให้เป็นร่องที่มีความกว้าง w_s และยาว l , ในแนวเส้นรอบวง ที่พิกัด (a, ϕ_s, z_s)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาโครงสร้างของทรงกระบอกตัวนำซึ่งถูกเจาะให้เป็นร่องที่มีความกว้าง w_s และยาว l_s ในแนวเส้นรอบวงดังรูปที่ 5.3 และเราให้การกระจายกระแสแม่เหล็กตลอดบริเวณร่อง $\bar{M}(\bar{R}')$ เท่ากับ

$$\bar{M}(\bar{R}') = \sum_q B_q \frac{1}{w_s} \sin \left[\frac{q\pi}{l_s} \left(\rho_b \phi' + \frac{l_s}{2} \right) \right] \hat{\phi} \quad (5.38)$$

ซึ่งจะหาได้จากผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในบทที่ 4

จากการวิเคราะห์ไดโอดิกในบทที่ 2 ทำให้ทราบว่าองค์ประกอบของฟังก์ชันไดโอดิกที่จำเป็นในการใช้หาสนามไฟฟ้า \bar{E} เหลือเพียงสององค์ประกอบเท่านั้นคือฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่หนึ่ง ในองค์ประกอบ $\hat{\phi}\hat{\phi}$: $G_{m1,\phi\phi}$ แสดงได้ดังสมการ

$$G_{m1,\phi\phi} = \frac{e^{-jk(R-\cos\theta R' \cos\theta')}}{4\pi R R' \tan\theta \sin\theta'} \sum_{n=0}^{\infty} (2-\delta_0)(j^{n+2}) [\cos(n\phi) \sin(n\phi') - \sin(n\phi) \cos(n\phi')] \\ [J_n(kR' \sin\theta \sin\theta') + a_e H_n^{(1)}(kR' \sin\theta \sin\theta')] \quad (5.39)$$

และฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่หนึ่ง ในองค์ประกอบ $\hat{\theta}\hat{\theta}$: $G_{m1,\theta\theta}$ แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$G_{m1,\theta\theta} = \frac{ke^{-jk(R-\cos\theta R' \cos\theta')}}{8\pi R} \sum_{n=0}^{\infty} (2-\delta_0)(j^{n+2}) [\cos(n\phi) \cos(n\phi') + \sin(n\phi) \sin(n\phi')] \\ \left\{ [J_{n-1}(kR' \sin\theta \sin\theta') - J_{n+1}(kR' \sin\theta \sin\theta')] \right. \\ \left. + b_e [H_{n-1}^{(1)}(kR' \sin\theta \sin\theta') - H_{n+1}^{(1)}(kR' \sin\theta \sin\theta')] \right\} \quad (5.40)$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่แผ่ออกจากร่องในแนวเส้นรอบวงบนตัวนำทรงกระบอกยาวอนันต์ดังแสดงในรูปที่ 5.1 จะหาได้จาก

$$\bar{E}(\bar{R}) = \iint [G_{m1,\phi\phi} \hat{\phi} + G_{m1,\theta\theta} \hat{\theta}] \cdot [M_{\phi} \hat{\phi}] [\sin\theta'(R')^2] d\theta' d\phi' \quad (5.41ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสาร $\bar{E}(\bar{R}) = E_{\phi} \hat{\phi} + E_{\theta} \hat{\theta}$ ซึ่งงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (5.41ข) รัศมี ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$E_\phi = \frac{e^{-jkR} \rho_b}{4\pi w_s R \tan \theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} n(2-\delta_0)(j^{n+2}) B_q E_{1\phi} E_{2\phi} E_{3\phi} \quad (5.42)$$

$$E_{1\phi} = \left[J_n(\rho_b k \sin \theta) + a_n H_n^{(1)}(\rho_b k \sin \theta) \right] \quad (5.42ก)$$

$$E_{2\phi} = \frac{l_s}{2(nl_s + q\pi\rho_b)(q\pi\rho_b - nl_s)} \left[(nl_s - q\pi\rho_b) \sin(q\pi + \frac{nl_s}{2\rho_b} - n\phi) \right. \\ \left. + (nl_s + q\pi\rho_b) \sin(q\pi - \frac{nl_s}{2\rho_b} + n\phi) - 2q\pi\rho_b \sin(\frac{nl_s}{2\rho_b} + n\phi) \right] \quad (5.42ข)$$

$$E_{3\phi} = \int \frac{e^{\frac{k\rho_b \cos \theta}{\tan \theta'}}}{\sin \theta'} d\theta' \quad (5.42ค)$$

$$E_\theta = \frac{k\rho_b^2 e^{-jkR}}{8\pi w_s R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} (2-\delta_0)(j^{n+2}) B_q E_{1\theta} E_{2\theta} E_{3\theta} \quad (5.43)$$

$$E_{1\theta} = \left[J_{n-1}(\rho_b k \sin \theta) - J_{n+1}(\rho_b k \sin \theta) \right] + b_n \left[H_{n-1}^{(1)}(\rho_b k \sin \theta) - H_{n+1}^{(1)}(\rho_b k \sin \theta) \right] \quad (5.43ก)$$

$$E_{2\theta} = \frac{l_s}{2(nl_s + q\pi\rho_b)(q\pi\rho_b - nl_s)} \left[(nl_s - q\pi\rho_b) \sin(q\pi + \frac{nl_s}{2\rho_b} - n\phi) \right. \\ \left. + (nl_s + q\pi\rho_b) \sin(q\pi - \frac{nl_s}{2\rho_b} + n\phi) - 2q\pi\rho_b \sin(\frac{nl_s}{2\rho_b} + n\phi) \right] \quad (5.43ข)$$

$$E_{3\theta} = \int \frac{e^{\frac{jk\rho_b \cos \theta}{\tan \theta'}}}{\sin \theta'} d\theta' \quad (5.43ค)$$

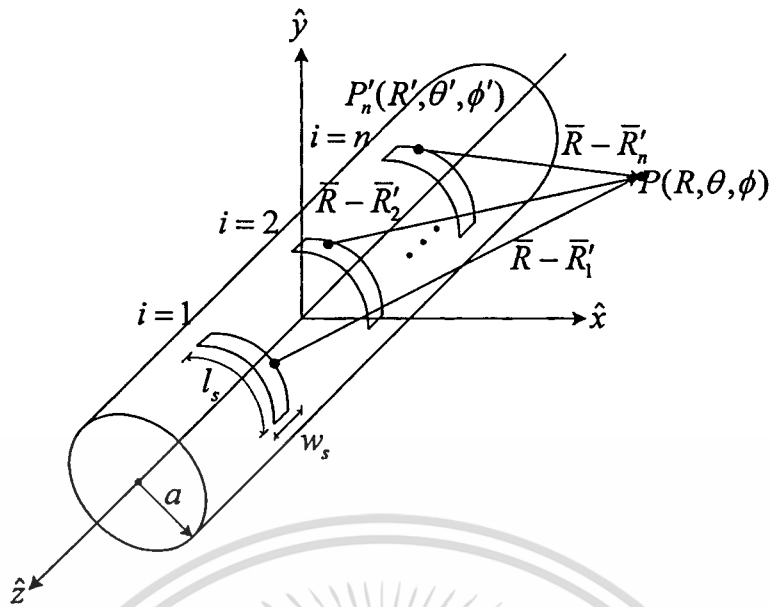
เราสามารถหาสนามแม่เหล็ก \vec{H} ได้ด้วยความสัมพันธ์ตามสมการแมกซ์เวลล์

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$

5.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของร่องแฉลัดดับบนตัวนำทรงกระบอก

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้อธิบายถึงวิธีการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่จากร่องเดี่ยวบนตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาวอนันต์ ต่อไปจะพิจารณาการแผ่กำลังงานของแฉลัดดับร่องจำนวน n

เอกสารแฉลัดดับบนตัวนำทรงกระบอกซึ่งมีโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 5.4 มุ่งอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.4 แสดงแฉวลำดับร่องบนตัวนำทรงกระบอก

จากสนามไฟฟ้าที่แสดงใน (5.25) เราสามารถเขียนสนามไฟฟ้าที่เกิดจากร่องลำดับที่ i ได้เป็น

$$\vec{E}^i(\vec{R}) = \iint_{S_i} \vec{G}_{m1}^i(\vec{R}, \vec{R}'_i) \cdot \vec{M}'(\vec{R}'_i) dS' \quad ; i=1,2,3,\dots,n \quad (5.44)$$

ซึ่ง $\vec{G}_{m1}^i(\vec{R}, \vec{R}'_i)$ คือ ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่หนึ่งเนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแสแม่เหล็ก \vec{M}' ที่กระจายบริเวณร่องลำดับที่ i

จากสมการ (5.42) และ (5.43) เราจะได้สนามไฟฟ้าองค์ประกอบ ϕ และ θ ดังนี้

$$E_\phi^i(\vec{R}) = \iint_{S_i} G_{m1,\phi\phi}^i \cdot M'_\phi dS' \quad (5.45)$$

$$E_\theta^i(\vec{R}) = \iint_{S_i} G_{m1,\theta\phi}^i \cdot M'_\phi dS' \quad (5.46)$$

ดังนั้นผลรวมสนามไฟฟ้าลัพธ์ของร่องแฉวลำดับ n แฉว จะได้เป็น

$$E_\phi(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n E_\phi^i(\vec{R}) \quad (5.47)$$

และ

$$E_\theta(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n E_\theta^i(\vec{R}) \quad (5.48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.6 สภาพเจาะงทศทางของสายอากาศ

จากสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายจากสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ดังแสดงในหัวข้อก่อนหน้านี้ถือว่าเป็นสมการที่มีความซับซ้อนทำให้เกิดความยุ่งยากในการอินทิเกรตหาค่าพลังงานที่แพร่กระจาย ดังนั้นการหาสภาพเจาะงทศทางของสายอากาศในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้เทคนิคของการคำนวณเชิงตัวเลข [19] ซึ่งจะหาได้โดย

$$D_0 = \frac{4\pi U_0}{P_{rad}} \quad (5.49)$$

โดยที่

- D_0 คือ สภาพเจาะงทศทางสูงสุด
- U_0 คือ ความเข้มการแผ่พลังงานสูงสุด
- P_{rad} คือ กำลังคลื่นที่แพร่กระจายทั้งหมด

ความเข้มการแผ่พลังงานของสนามระยะไกลจะหาได้จาก

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= \frac{R^2}{2\eta} |E(R, \theta, \phi)|^2 \\ &= \frac{R^2}{2\eta} [|E_\theta(R, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(R, \theta, \phi)|^2] \\ &= \frac{1}{2\eta} [|E_\theta^0(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi^0(\theta, \phi)|^2] \end{aligned} \quad (5.50ก)$$

และ

$$E(R, \theta, \phi) = E^0(\theta, \phi) \frac{e^{-jkR}}{R}$$

ซึ่ง

- E คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าระยะไกลของสายอากาศ
- E_θ, E_ϕ คือ องค์ประกอบสนามระยะไกลของสายอากาศ
- η คือ อิมพีแดนซ์อินทรีนซิกของตัวกลาง(อากาศอิสระ)

จากเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขทำให้เขียนกำลังงานคลื่นที่แพร่กระจายทั้งหมดจากสายอากาศอยู่ในรูปผลรวมอนุกรม ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{rad} = B_0 \left(\frac{\pi}{N} \right) \left(\frac{2\pi}{M} \right) \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N F(\theta_i, \phi_j) \sin \theta_i \right] \quad (5.51)$$

และ

$$U = B_0 F(\theta, \phi) \quad (5.52)$$

โดยที่

$$\theta_i = \frac{\pi}{2N} + (i-1) \frac{\pi}{N} \quad , i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (5.53ก)$$

$$\phi_j = \frac{2\pi}{2M} + (j-1) \frac{2\pi}{M} \quad , j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (5.53ข)$$

5.7 อิมพีแดนซ์ด้านเข้า

อิมพีแดนซ์ด้านเข้าซึ่งนิยามไว้ว่าเป็นอัตราส่วนระหว่างแรงดันไฟฟ้าต่อกระแส ณ จุดที่ป้อนสัญญาณของสายอากาศ สำหรับโครงสร้างของสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแบนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ เราจะหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศ Z_{in} ได้จาก

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} \quad (5.54)$$

โดยที่ V_{in} และ I_{in} คือแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าด้านเข้าของสายอากาศ ตามลำดับ จากบทที่ 3 เรากำหนดให้แหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า ณ จุดป้อนสัญญาณเป็นแบบช่องว่างเคลตา ดังนั้นขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านเข้าจะมีค่าเท่ากับหนึ่ง นั่นคือ

$$V_{in} = 1 \quad (5.55)$$

จากฟังก์ชันการกระจายกระแสไฟฟ้าบนโพรบเชิงเส้น $\bar{J}(\bar{R}')$ ในบทที่ 4 ซึ่งแสดงได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{J}(\bar{R}') &= \sum_{q=1}^{N_q} B_q \bar{J}_q(\bar{R}') \\ &= \sum_{q=1}^{N_q} B_q \sin \frac{q\pi}{2l_p} (\rho' - \rho_a + l_p) \hat{\rho} \end{aligned} \quad (5.56)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ B_q คือสัมประสิทธิ์คงที่ และ $\bar{j}_q(\bar{R}')$ คือฟังก์ชันฐานสำหรับกระแสไฟฟ้า และโดยวิธีโมเมนต์ทำให้เราสามารถที่จะรู้ค่าการกระจายของกระแสไฟฟ้าบนแท่งโพรบได้ ดังแสดงรายละเอียดในบทที่ 4 พิจารณาที่จุดป้อนสัญญาณ ($\rho' = \rho_a$) เราจะเขียนฟังก์ชันฐานใหม่เป็น

$$\begin{aligned}\bar{j}_q(\bar{R}') &= j_q(\rho') \hat{\rho} = \sin \frac{q\pi}{2l_p} (\rho' - \rho_a + l_p) \Big|_{\rho'=\rho_a} \hat{\rho} \\ &= \sin \frac{q\pi}{2} \hat{\rho}\end{aligned}\quad (5.57)$$

และจะได้กระแสไฟฟ้าด้านเข้าเท่ากับ

$$I_{in} = J_\rho = \sum_{q=1}^{N_q} B_q \sin \frac{q\pi}{2} \quad (5.58)$$

ดังนั้น จากสมการ (5.54) เราจะแสดงอิมพีแดนซ์ด้านเข้า ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}Z_{in} &= \frac{1}{I_{in}} \\ &= \frac{1}{\sum_{q=1}^{N_q} B_q \sin \frac{q\pi}{2}}\end{aligned}\quad (5.59)$$

นอกจากอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศแล้วคุณสมบัติที่จำเป็นสำหรับการออกแบบสายอากาศให้ใช้งานได้ดีในระบบที่ต้องการ นั่นก็คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนและอัตราส่วนคลื่นนิ่งในช่วงความถี่ที่พิจารณา ซึ่งเราสามารถหาได้จาก

$$\Gamma = \frac{Z_0 - Z_{in}}{Z_0 + Z_{in}} \quad (5.60)$$

และ

$$SWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (5.61)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ Γ	คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อน
Z_0	คือ อิมพีแดนซ์ของคลื่นคุณลักษณะ
Z_{in}	คือ อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศ
SWR	คือ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง

5.8 สรุป

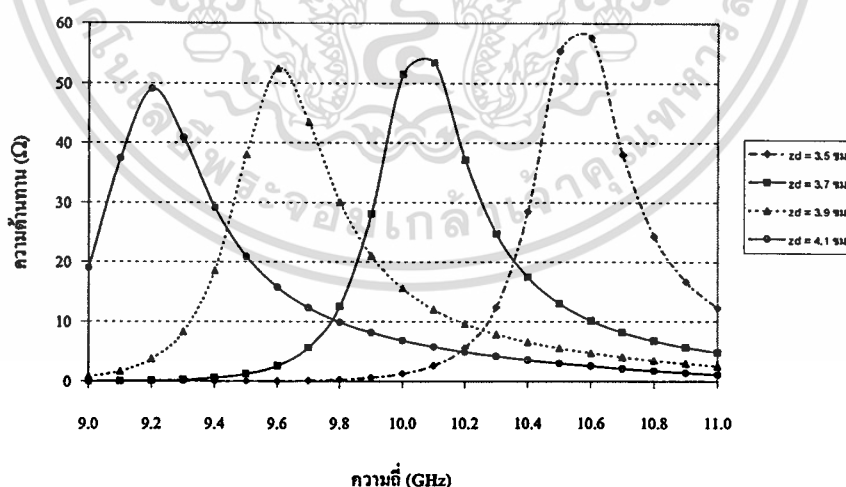
จากที่กล่าวมาทั้งหมดในบทนี้เป็นการนำค่าของกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้ามาพิจารณาคูณลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศตามลำดับ สำหรับการหาแบบรูปการแผ่พลังงานจากแหล่งกำเนิดกระแสแม่เหล็กของร่องบนผิวตัวนำทรงกระบอกในอากาศอิสระ เราจะแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี ได้แก่ ร่องเดี่ยวและร่องแถวลำดับ โดยอาศัยฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์สำหรับสมการฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในพิกัดทรงกระบอก และจากฟังก์ชันกรีนไดโอดิกในอากาศอิสระ เราใช้วิธีสเกตเตอร์ริงการทับซ้อน จะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับทรงกระบอกตัวนำ สุดท้ายเราสามารถหาสนามที่แผ่กระจายในอากาศอิสระได้ จากนั้นแสดงวิธีการหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแฉกร่วมจากกระแสไฟฟ้าบน โพรบ การวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศจากผลการคำนวณทางทฤษฎีและผลการทดสอบสายอากาศที่ออกแบบและสร้างขึ้นเพื่อเปรียบเทียบและยืนยันความถูกต้องของหลักการจะแสดงในบทต่อไป

ตารางที่ 6.1 แสดงขนาดพารามิเตอร์อ้างอิงของสายอากาศ

พารามิเตอร์	ขนาด (ที่ความถี่ 10 กิกะเฮิรตซ์)	
ขนาดโพรง (z_d)	1.24λ	3.73 ซม.
ตำแหน่งร่อง (กรณีร่องเดี่ยว) (ϕ_r, z_r)	$(30^\circ, 0.62 \lambda)$	$(30^\circ, 1.86 \text{ ซม.})$
ความยาวร่อง (l_r)	0.5λ	1.50 ซม.
รัศมีภายในทรงกระบอก (a)	1.05λ	3.15 ซม.
อัตราส่วนรัศมีภายนอกและภายใน (b/a)	2	2
มุมเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม (ϕ_c)	60°	60°
ความกว้างร่อง (w_r)	0.03λ	0.09 ซม.
ความยาวโพรง (l_p)	0.25λ	0.75 ซม.
ตำแหน่งโพรง (ϕ_p, z_p)	$(30^\circ, 0.62 \lambda)$	$(30^\circ, 1.86 \text{ ซม.})$

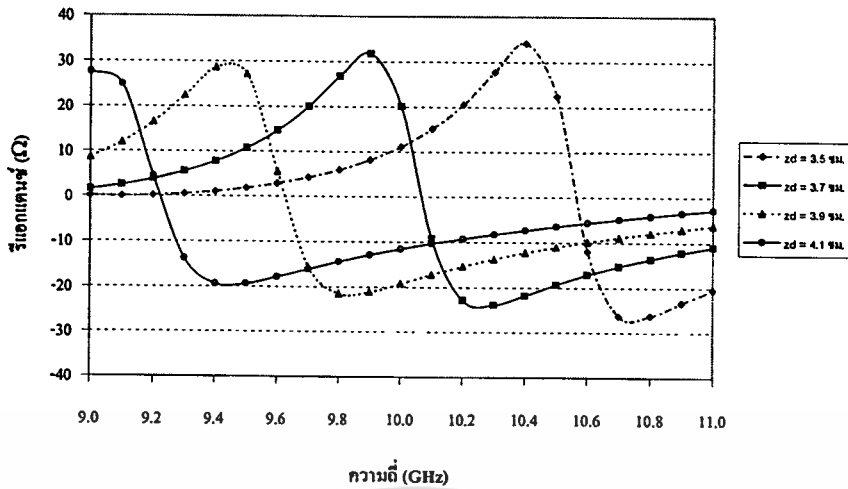
6.1.1 ขนาดโพรง

จากขนาดอ้างอิงในตารางที่ 6.1 เราจะศึกษาการเปลี่ยนแปลงของอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $z_d = 3.5, 3.7, 3.9$ และ 4.1 เซนติเมตร ซึ่งจะแสดงอิมพีแดนซ์ด้านเข้าความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับได้ในรูปที่ 6.2

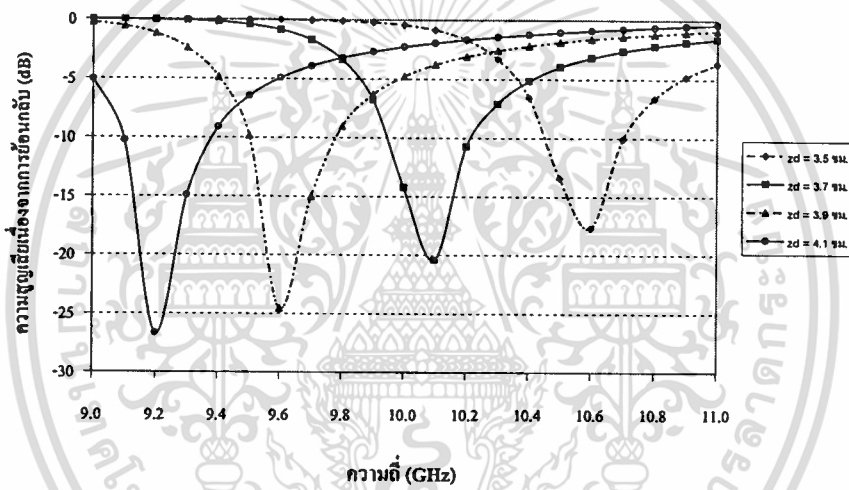


(ก)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข)



(ค)

รูปที่ 6.2 แสดงคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $z_d = 3.5, 3.7, 3.9$ และ 4.1 ซม.

(ก) ความต้านทาน

(ข) รีเอกแตนซ์

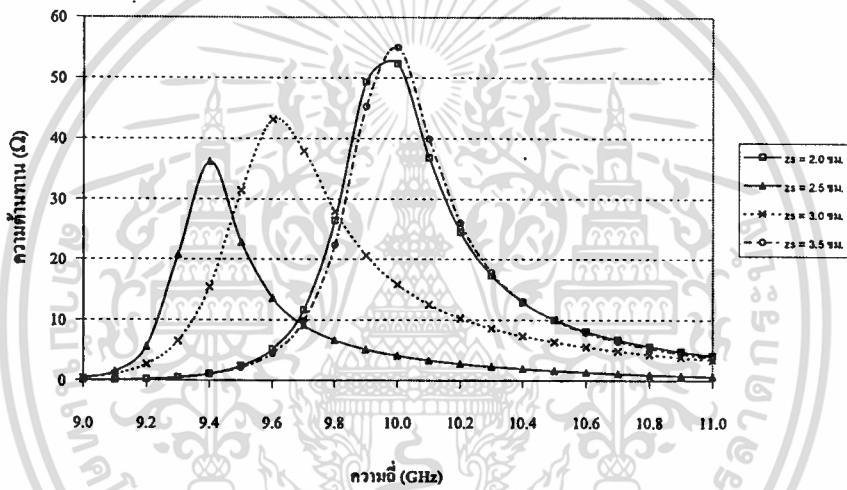
(ค) ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

จากรูปที่ 6.2ก) จะพบว่าความถี่ที่เกิดค่าสูงสุดของความต้านทานจะแปรผกผันกับขนาดโพรง นั่นคือเมื่อโพรงมีความยาวเพิ่มขึ้น ความถี่ที่เกิดค่าสูงสุดของความต้านทานจะลดลง นอกจากนั้นค่าสูงสุดของความถี่นั้นๆ จะลดลงด้วย ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานนี้จะสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงของค่ารีเอกแตนซ์ในลักษณะเดียวกัน ดังแสดงในรูปที่ 6.2ข) เมื่อขนาดของโพรงยาวขึ้น ความถี่ที่เกิดการรีโซแนนซ์ (ค่ารีเอกแตนซ์เท่ากับศูนย์) จะลดลงและค่าสูงสุดของรีเอกแตนซ์จะลดลงด้วยเช่นกัน ดังนั้นเราสามารถเพิ่มหรือลดความถี่ที่เกิดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่ต่ำที่สุด โดยการลดหรือเพิ่มขนาดโพรงได้ตามลำดับ ซึ่งกล่าวอีกนัย

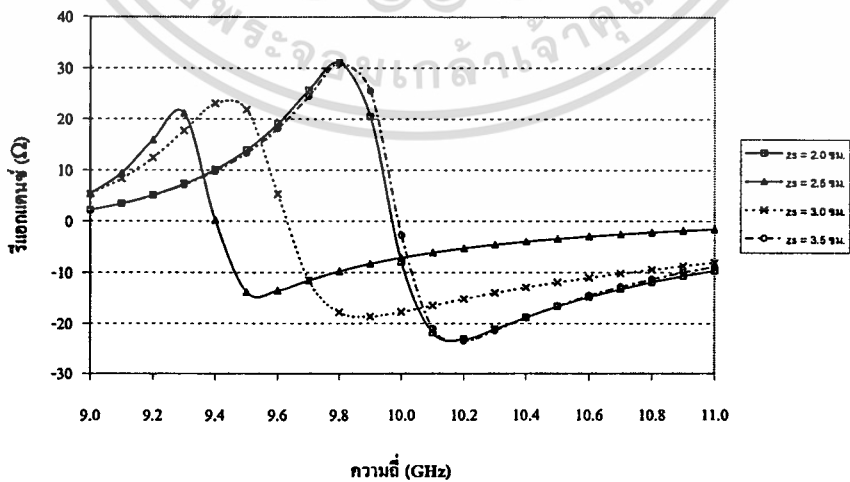
หนึ่งว่าปริมาณของ โพรงที่ลดลงหรือเพิ่มขึ้นจะมีผลต่อความถี่ ริโซแนนซ์ที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 6.2ก)

6.1.2 ตำแหน่งร่อง

โดยการอ้างอิงขนาดของพารามิเตอร์ต่างๆ ตามตารางที่ 6.1 เราจะพิจารณาค่าแห่งของการเจาะร่องบนผิวทรงกระบอกด้านนอก (z_r) จากรูปที่ 6.3 เมื่อตำแหน่งกึ่งกลางของโพรงอยู่ที่ $z = 1.865$ เซนติเมตร จะเห็นว่าที่ $z_r = 2.0, 2.5, 3.0$ และ 3.5 เซนติเมตร ความถี่ที่เกิดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับต่ำสุดอยู่ที่ 10.0, 9.4, 9.6 และ 10.0 กิกะเฮิร์ตซ ตามลำดับ จะเห็นว่าความถี่ที่เกิดการริโซแนนซ์จะลดลงเมื่อ z_r ขยับสูงขึ้น (จาก $z_r = 2.0$ ไป 2.5 เซนติเมตร) และความถี่จะวกกลับไปในทิศทางตรงกันข้าม เมื่อตำแหน่งร่องสูงขึ้นต่อไป (จาก $z_r = 3.0$ ไป 3.5 เซนติเมตร)

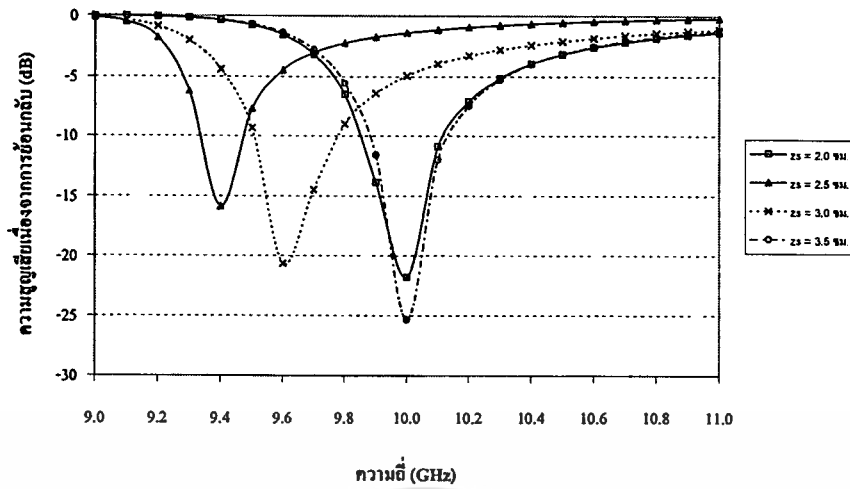


(ก)



(ข)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค)

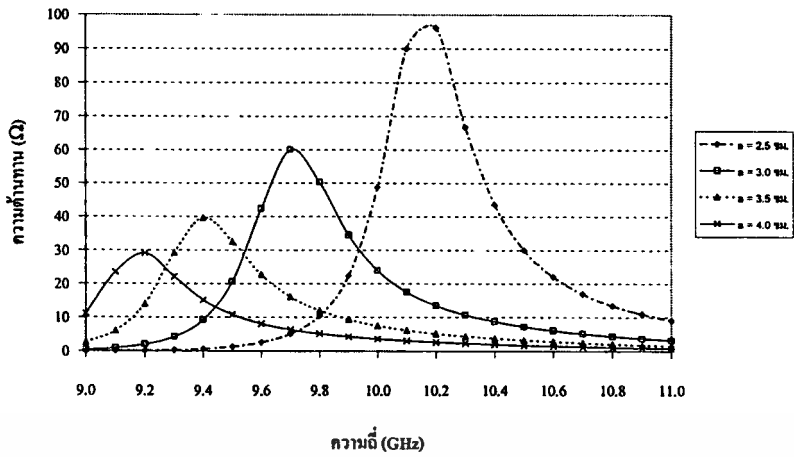
รูปที่ 6.3 แสดงคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $z_r = 2.0, 2.5, 3.0$ และ 3.5 ซม.

(ก) ความต้านทาน (ข) รีแอกแตนซ์ (ค) ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

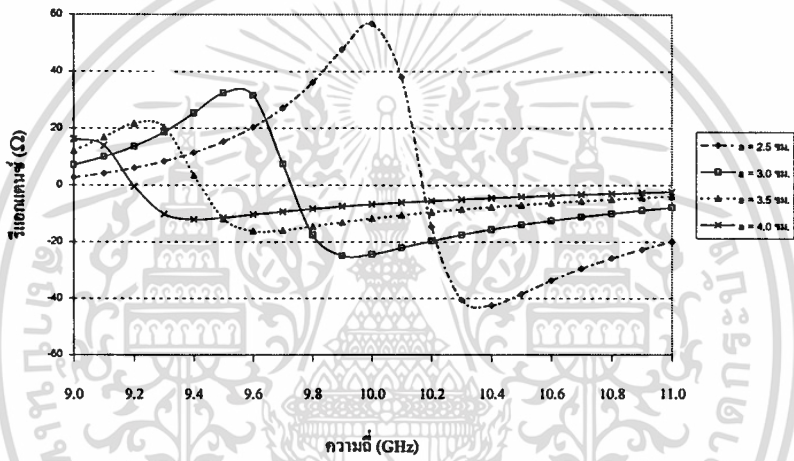
6.1.3 รัศมีภายในทรงกระบอก

ในรูปที่ 6.4 เราจะเปลี่ยนแปลงค่ารัศมีภายในของทรงกระบอกแกนร่วม โดยที่รัศมีภายนอกของทรงกระบอกจะมีค่าเป็นสองเท่าของรัศมีภายใน ตามตารางที่ 6.1 นั่นคือเมื่อรัศมีภายในเพิ่มขึ้น พื้นที่หน้าตัดของเซกเตอร์ทรงกระบอกจะขยายใหญ่เป็นฟังก์ชันของผลต่างของรัศมีภายในและภายในกำลังสอง จากรูปที่ 6.4 จะเห็นว่าหากรัศมีภายในของทรงกระบอกใหญ่ขึ้น ความถี่ที่เกิดค่าความต้านทานสูงสุดจะลดลง ซึ่งความถี่นี้จะสอดคล้องกันกับความถี่ที่เกิดรีโซแนนซ์ด้วย นอกจากนี้จะพบว่าค่าของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศจะมีขนาดสูงสุดที่ลดต่ำลง เมื่อรัศมีภายในของทรงกระบอกเพิ่มขึ้น

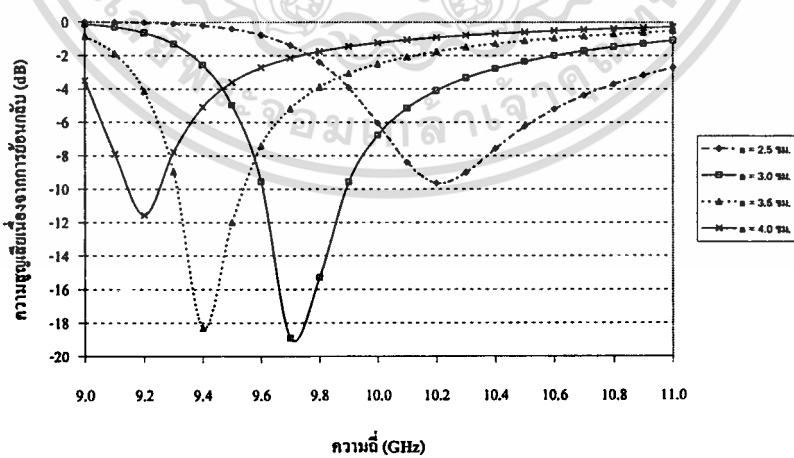
ดังนั้นจะกล่าวได้ว่ารัศมีของทรงกระบอกจะมีผลต่อการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความถี่รีโซแนนซ์ได้โดยการลดหรือเพิ่มขนาดรัศมีตามลำดับ แต่ขนาดรัศมีของทรงกระบอกที่เหมาะสมเท่านั้นที่จะเกิดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่ต่ำเพียงพอ ดังแสดงในรูปที่ 6.4ค)



(ก)



(ข)



(ค)

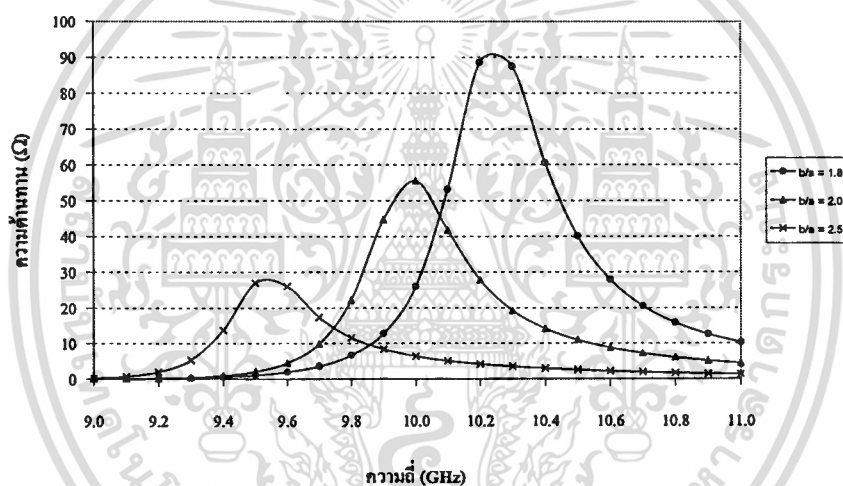
รูปที่ 6.4 แสดงคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $\alpha = 2.5, 3.0, 3.5$ และ 4.0 ซม.

(ก) ความต้านทาน (ข) รีแอกแตนซ์ (ค) ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

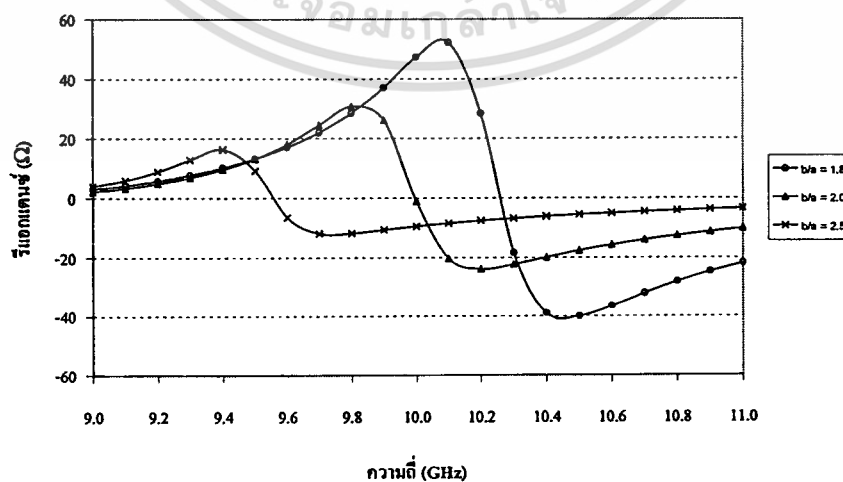
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.1.4 อัตราส่วนรัศมีภายนอกและรัศมีภายในของทรงกระบอก

ต่อจากหัวข้อก่อนหน้านี้นี้ที่วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเซกเตอร์เนื่องจากการเพิ่มหรือรัศมีภายในของทรงกระบอก ในหัวข้อนี้จะพิจารณาอิทธิพลของพื้นที่หน้าตัดของเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วมที่เปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากอัตราส่วนรัศมีภายนอกและรัศมีภายใน (b/a) โดยที่กำหนดให้รัศมีภายในคงที่ตามตารางที่ 6.1 จากรูปที่ 6.5ก) และ 6.5ข) จะเห็นว่าเมื่ออัตราส่วน b/a เพิ่มขึ้น นั่นคือพื้นที่หน้าตัดของเซกเตอร์เพิ่มขึ้นจะทำให้ความถี่ที่เกิดความต้านทานสูงสุด ความถี่ที่เกิดการรีโซแนนซ์ลดต่ำลง และขนาดสูงสุดของอิมพีแดนซ์ก็ลดต่ำลงด้วยเช่นกัน นอกจากนี้ความถี่ที่เกิดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับก็ลดลงเมื่ออัตราส่วน b/a เพิ่มขึ้น แต่ความสูญเสียนี้จะลดต่ำสุดเมื่ออัตราส่วน b/a ที่เหมาะสมเท่านั้น ดังรูปที่ 6.5ค) จะเห็นว่าอัตราส่วน b/a ที่ให้เงื่อนไขที่ดีที่สุดคือ 2.0

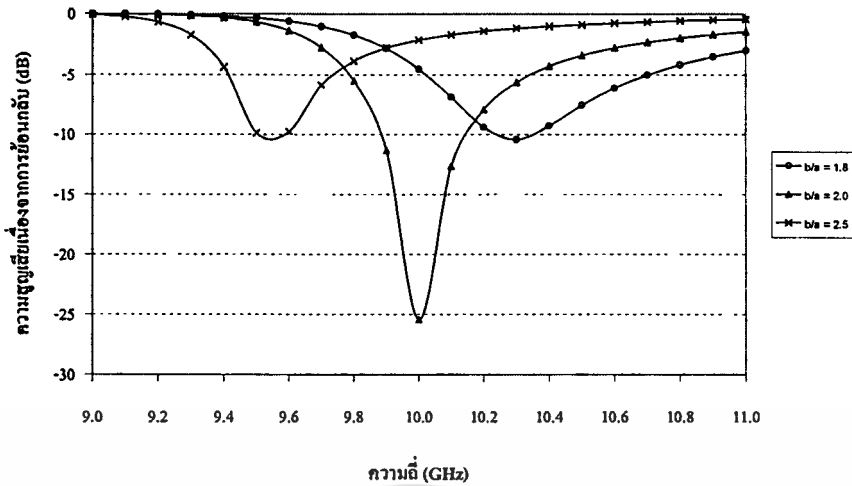


(ก)



(ข)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



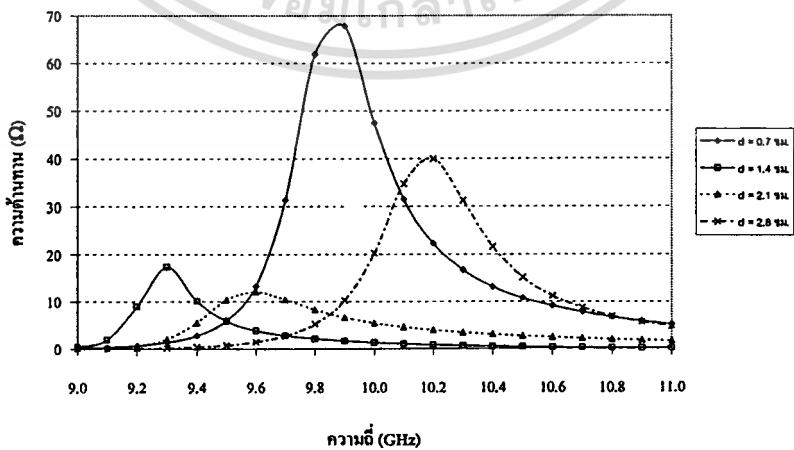
(ค)

รูปที่ 6.5 แสดงคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $b/a = 1.8, 2.0$ และ 2.5

(ก) ความต้านทาน (ข) รีแอกแตนซ์ (ค) ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

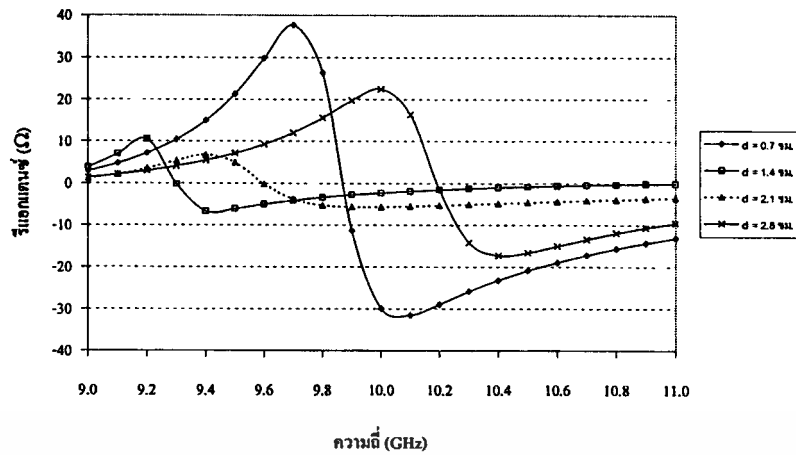
6.1.5 ระยะห่างระหว่างร่อง

ในกรณีของร่องแถวลำดับบนผิวตัวนำเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม พารามิเตอร์หนึ่งที่ต้องพิจารณาคือ ระยะห่างระหว่างร่อง ในรูปที่ 6.6 จะพิจารณาร่องจำนวนหนึ่งคู่ ซึ่งมีระยะห่าง $d = 0.7, 1.4, 2.1$ และ 2.8 เซนติเมตร เมื่อขนาดอื่น ๆ มีค่าตามตารางที่ 6.1 จะเห็นว่าเมื่อระยะห่างระหว่างร่องเพิ่มขึ้น ความถี่รีโซแนนซ์จะลดลง จนกระทั่งระยะห่างนั้นเกินครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นความถี่รีโซแนนซ์จะเลื่อนกลับไปในทิศทางตรงกันข้าม นั่นคือจะมีค่าสูงขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 6.6ข) และจากรูปที่ 6.6ค) จะได้ว่าระยะห่างระหว่างร่องที่เหมาะสมจะให้เงื่อนไขของความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับได้ดีที่สุด

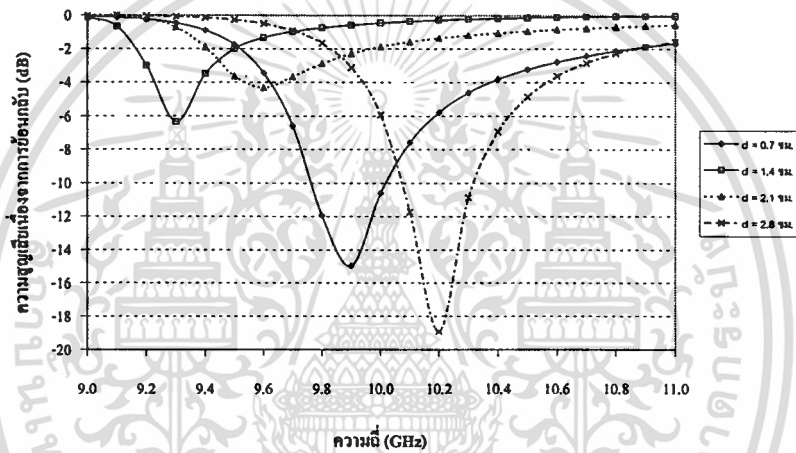


(ก)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข)



(ค)

รูปที่ 6.6 แสดงคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า เมื่อ $d = 0.7, 1.4, 2.1$ และ 2.8 ซม.

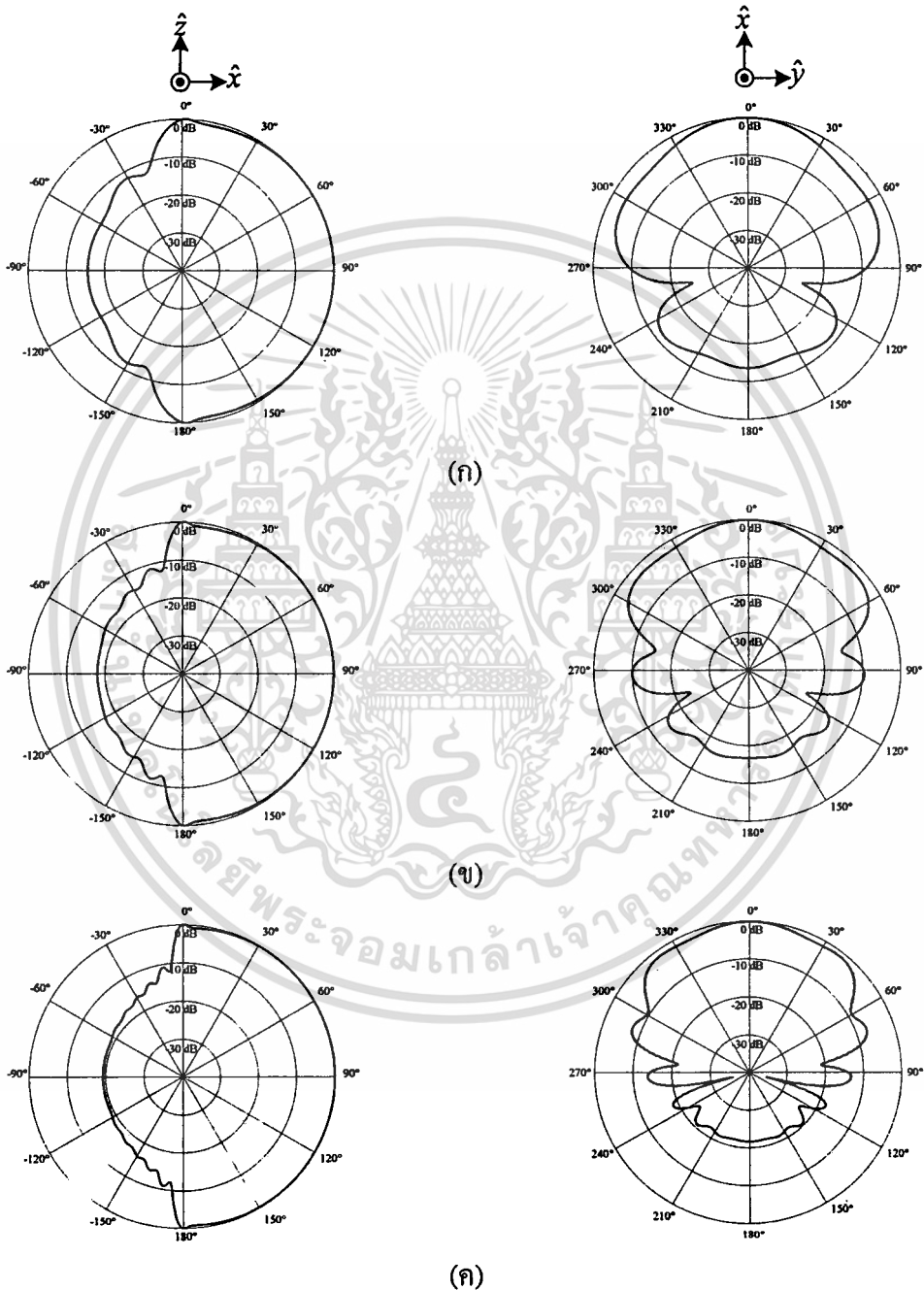
(ก) ความต้านทาน (ข) รีแอกแตนซ์ (ค) ความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

6.2 แบบรูปการแผ่พลังงาน

แบบรูปการแผ่พลังงานเป็นคุณสมบัติที่สำคัญในการออกแบบสายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วม ดังนั้นในหัวข้อนี้จะแสดงถึงคุณลักษณะของแบบรูปการแผ่พลังงานของร่องบนผิวตัวนำทรงกระบอกด้านนอก เราจะแบ่งเป็นสองส่วน โดยส่วนแรกจะพิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานของร่องเดี่ยวบนผิวตัวนำทรงกระบอกที่มีรัศมีต่างๆ อีกส่วนหนึ่งจะเป็นแบบรูปการแผ่พลังงานของร่องคู่บนผิวตัวนำทรงกระบอก โดยที่จะเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างร่องเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบสายอากาศร่องแถวลำดับที่มีแบบรูปการแผ่พลังงานตามความต้องการได้ต่อไป พารามิเตอร์ต่างๆ ของสายอากาศอ้างตามตารางที่ 6.1 ในรูปที่ 6.7 จะเป็นการแสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยวซึ่งมีค่าของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สภาพเจาะจงทิศทางเท่ากับ 4.66, 4.67 และ 4.49 dB เมื่อ $kb = 5, 9$ และ 15 ตามลำดับ โดยที่ $k = 2\pi / \lambda$ และ b คือรัศมีภายนอกของทรงกระบอกแกนร่วม และรูปที่ 6.8 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานสำหรับสายอากาศร่องคู่ที่มีระยะห่างระหว่างร่องเท่ากับ 0.7, 1.4, 2.1 และ 2.8 เซนติเมตร และจากการคำนวณการโพลาริไรซ์ยืนยันได้ว่าสายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรมิโพลาริไรซ์เป็นเชิงเส้นในแนวแกน

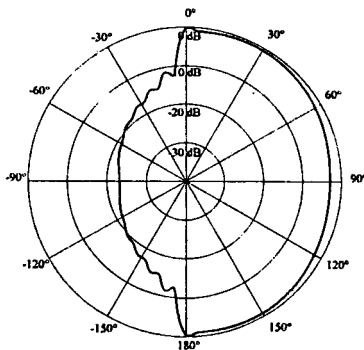


ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$)

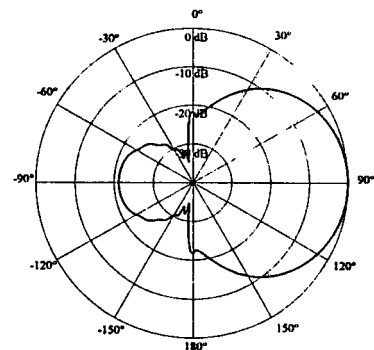
ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)

รูปที่ 6.7 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยว เมื่อ (ก) $kb = 5$, (ข) $kb = 9$ และ (ค) $kb = 15$

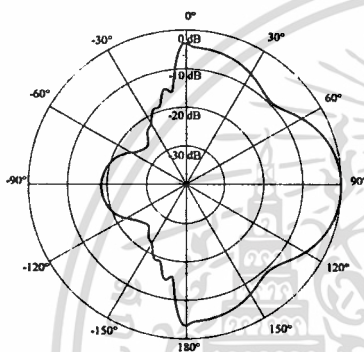
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



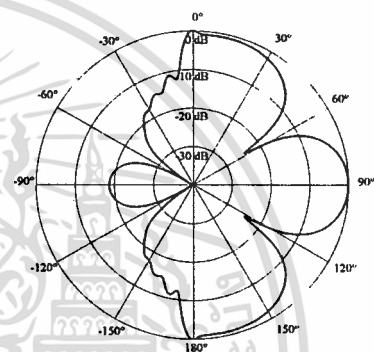
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$)

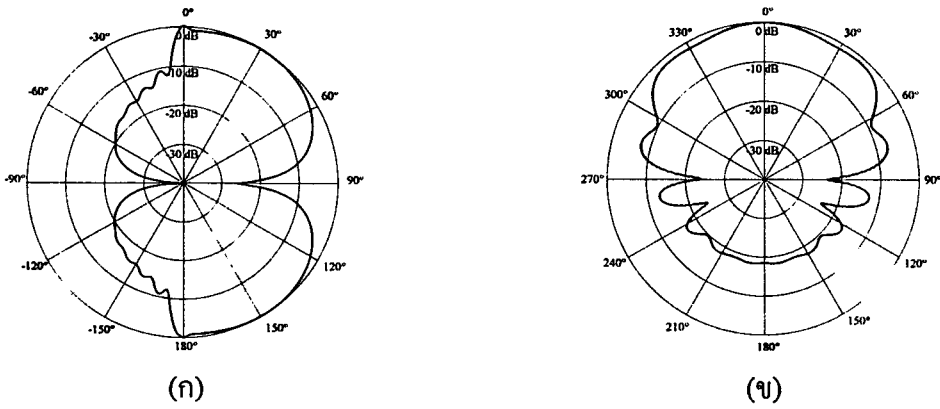
รูปที่ 6.8 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องคู่โดยที่รัศมีภายนอกทรงกระบอกเท่ากับ 6.3 ซม. ($kb=19.47$) (ก) $d=0.7$ ซม. (ข) $d=1.4$ ซม. (ค) $d=2.1$ ซม. (ง) $d=2.8$ ซม.

6.3 การออกแบบสายอากาศด้วยเงื่อนไขที่เหมาะสม

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะพิจารณาถึงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องแถวลำดับบนผิวตัวนำทรงกระบอกและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ ณ จุดป้อนสัญญาณที่โพรบซึ่งถือว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการออกแบบให้สายอากาศร่องแถวลำดับมีความเหมาะสมที่สุดสำหรับการประยุกต์ใช้งานกับระบบการสื่อสารโทรศัพท์เคลื่อนที่ ดังนั้นสิ่งที่เราต้องการคือแบบรูปการแผ่พลังงานที่มีลักษณะหลักที่แคบในแนวระนาบในแนวตั้งและในขณะเดียวกันก็มีความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่อยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการด้วย

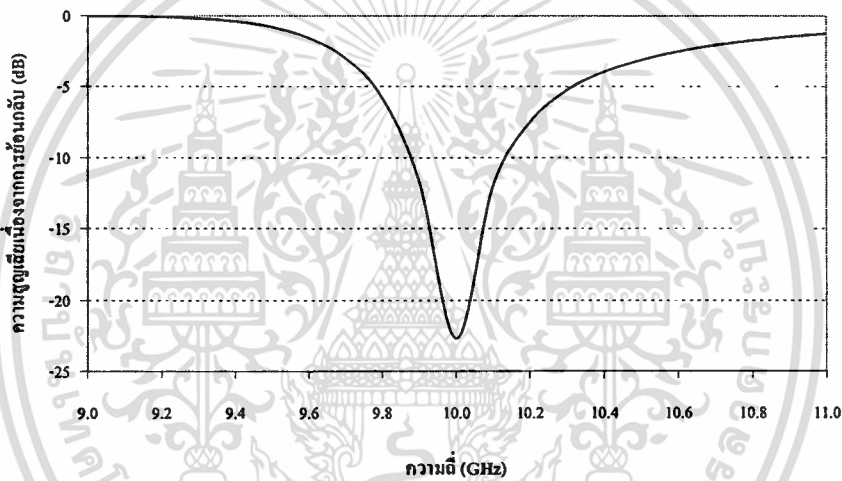
กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ต่างๆ ของสายอากาศดังแสดงในตารางที่ 6.1 และตำแหน่งร่องที่หนึ่งและสองเท่ากับ 0.9λ และ 0.4λ ตามลำดับ ซึ่งจะมีแบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับแสดงในรูปที่ 6.9 และ 6.10 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.9 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานในเงื่อนไขในตารางที่ 6.1 เมื่อ $z_{s1} = 0.9 \lambda$ และ $z_{s2} = 0.4 \lambda$

(ก) ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$) (ข) ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)



รูปที่ 6.10 แสดงความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับในเงื่อนไขในตารางที่ 6.1 เมื่อ $z_{s1} = 0.9 \lambda$ และ $z_{s2} = 0.4 \lambda$

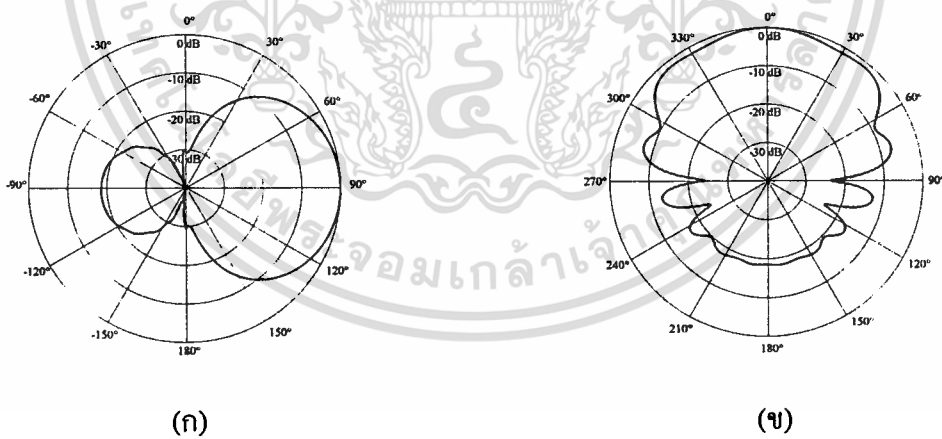
ในการหาเงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุดของแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ เริ่มแรกโดยการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและระยะห่างระหว่างร่องเพื่อหาแบบรูปการแผ่พลังงานที่ดีที่สุด จากรูปที่ 6.11 จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์อื่นๆ มีขนาดตามตารางที่ 6.1 ตำแหน่งของร่องที่ดีที่สุดจะอยู่ที่ z เท่ากับ 2.615 เซนติเมตร (0.87λ) และ 1.115 เซนติเมตร (0.37λ) ซึ่งมีระยะห่างกันเท่ากับ 1.5 เซนติเมตร จากนั้นพิจารณาความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับของตำแหน่งของร่องคู่นี้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 6.12 จะพบว่า ณ ตำแหน่งที่ให้แบบรูปการแผ่พลังงานที่ดีที่สุดยังมีความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับสูงมาก ดังนั้นเราจึงต้องปรับพารามิเตอร์ของสายอากาศใหม่ เพื่อให้ได้เงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุดทั้งแบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ สุดท้ายจะได้ขนาดของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดซึ่งแสดงในตารางที่ 6.2 และรูปที่ 6.13 และ 6.14 จะแสดง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับของเงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุดใน การออกแบบสายอากาศร่องแถวลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกน ร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

ตารางที่ 6.2 แสดงขนาดพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของสายอากาศ

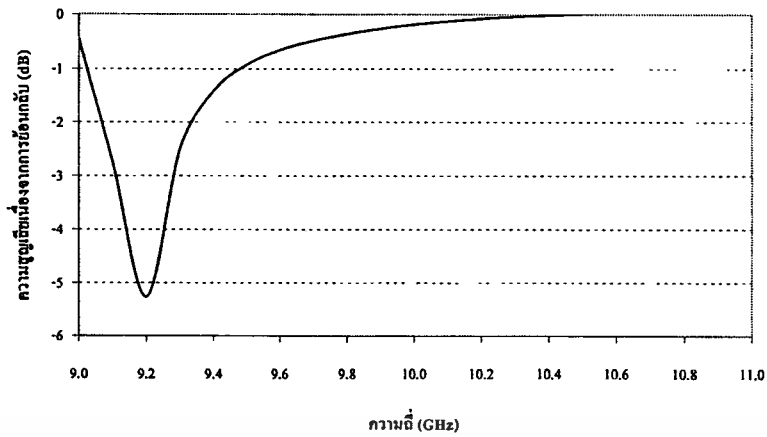
พารามิเตอร์	ขนาด (ที่ความถี่ 10 กิกะเฮิร์ตซ)	
ขนาดโพรง (z_d)	1.24 λ	3.73 ซม.
ตำแหน่งร่องคู่ (ϕ_r, z_r)	(30°, 0.98 λ) (30°, 0.16 λ)	(30°, 2.94 ซม.) (30°, 0.48 ซม.)
ความยาวร่อง (l_r)	0.5 λ	1.5 ซม.
รัศมีภายในทรงกระบอก (a)	1.05 λ	3.15 ซม.
อัตราส่วนรัศมีภายนอกและภายใน (b/a)	2	2
มุมเซกเตอร์ทรงกระบอกแกนร่วม (ϕ_c)	60°	60°
ความกว้างร่อง (w_r)	0.03 λ	0.09 ซม.
ความยาวโพรบ (l_p)	0.25 λ	0.75 ซม.
ตำแหน่งโพรบ (ϕ_p, z_p)	(30°, 0.62 λ)	(30°, 1.86 ซม.)



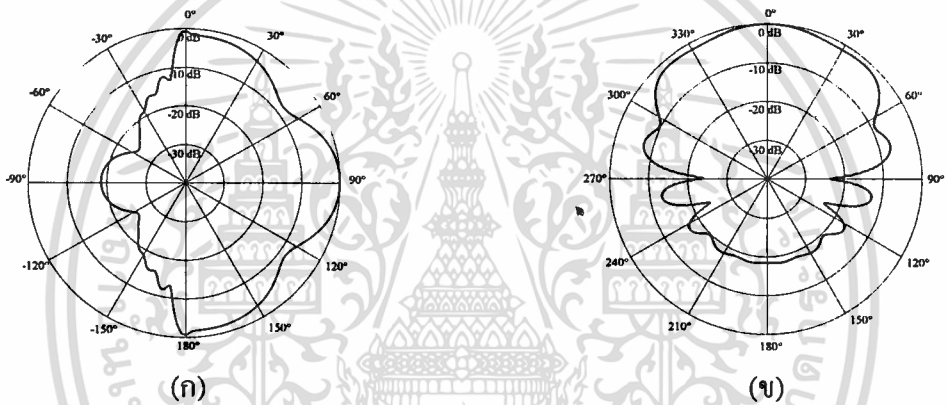
รูปที่ 6.11 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่ดีที่สุด เมื่อ $z_{r1} = 0.87 \lambda$ และ

$$z_{r2} = 0.37 \lambda$$

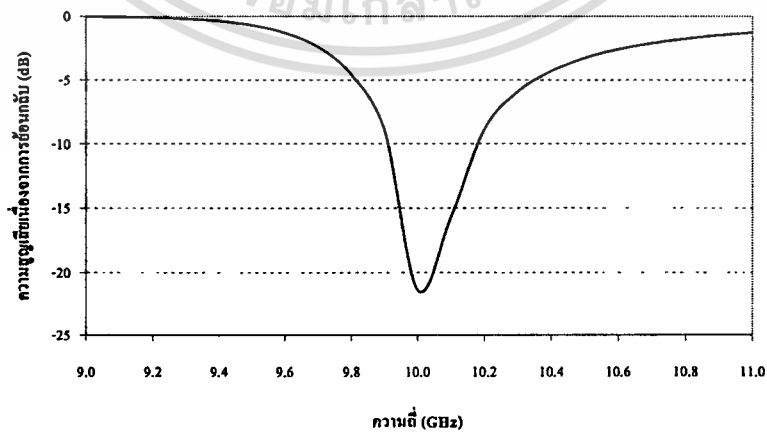
(ก) ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$) (ข) ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)



รูปที่ 6.12 แสดงความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่ดีที่สุด
เมื่อ $z_{r_1} = 0.87 \lambda$ และ $z_{r_2} = 0.37 \lambda$



รูปที่ 6.13 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานด้วยพารามิเตอร์ที่ให้เงื่อนไขที่เหมาะสมที่สุด
เมื่อ $z_{r_1} = 0.98 \lambda$ และ $z_{r_2} = 0.16 \lambda$
(ก) ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$) (ข) ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)



รูปที่ 6.14 แสดงความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับด้วยพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด
เมื่อ $z_{r_1} = 0.98 \lambda$ และ $z_{r_2} = 0.16 \lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.4 ผลการทดสอบสายอากาศ

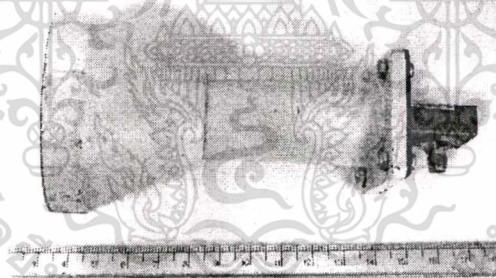
ในหัวข้อนี้จะเป็นการเปรียบเทียบผลจากการคำนวณและผลการทดสอบสายอากาศซึ่งสร้างตามเงื่อนไขในตารางที่ 6.2 ในรูปที่ 6.15 แสดงภาพถ่ายสายอากาศที่สร้างเพื่อการทดสอบ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนการวัดแบบรูปการแผ่พลังงาน

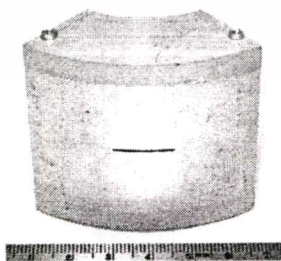
1. วัดที่ความถี่ 10 GHz
2. สายอากาศปากแตรเป็นสายอากาศส่ง ดังรูปที่ 6.15ก)
3. สายอากาศร่องในแนวเส้นรอบวง ดังรูปที่ 6.15ข) และ ค)
4. ระยะห่างระหว่างสายอากาศส่งและรับเท่ากับ 1 เมตร
5. วัดค่า S_{21} โดยเครื่องวิเคราะห์โครงข่าย HP 8720C

ขั้นตอนการวัดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ

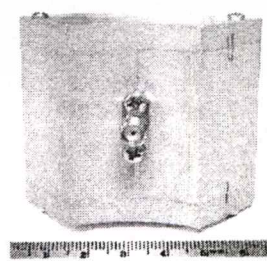
1. ช่วงความถี่ 9 GHz ถึง 11 GHz
2. วัดค่า S_{22} โดยเครื่องวิเคราะห์โครงข่าย HP 8530A



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 6.15 แสดงภาพถ่ายสายอากาศในการทดสอบ

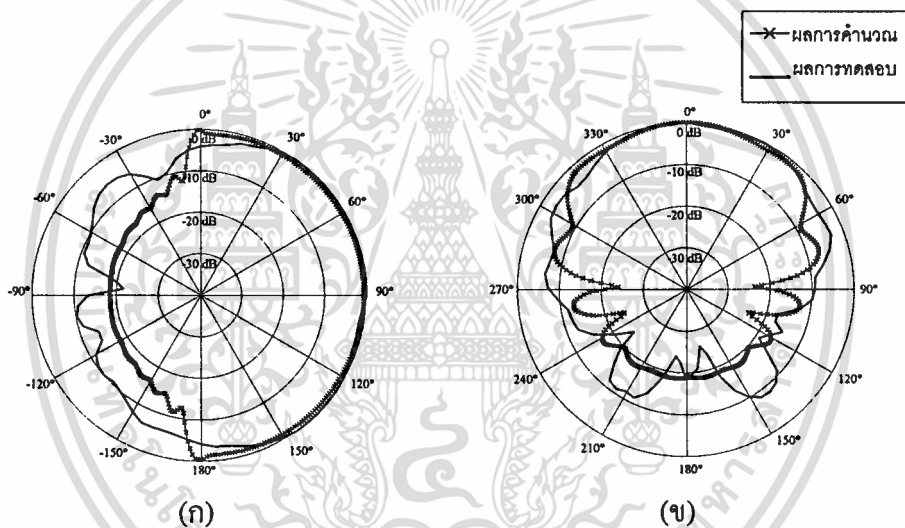
(ก) สายอากาศปากแตร (ข) ด้านหน้า

สายอากาศร่องเดี่ยว และ (ค) ด้านหลังสายอากาศร่องเดี่ยว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

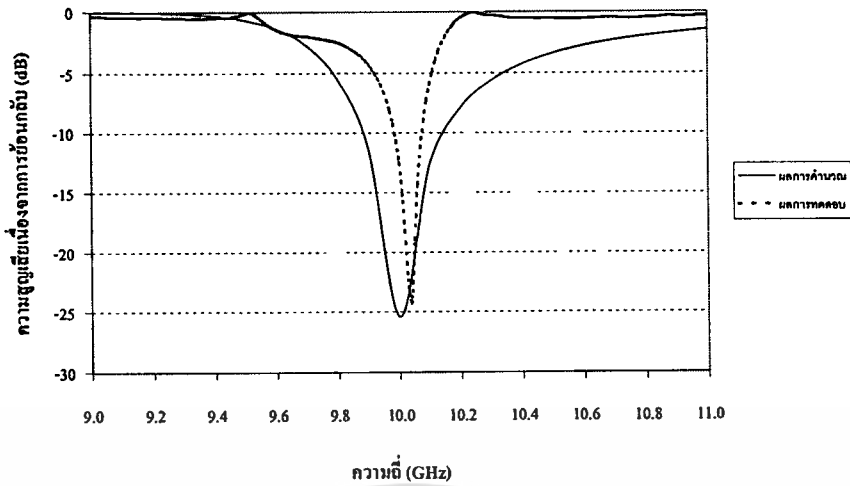
6.4.1 สายอากาศร่องเดี่ยว

ในรูปที่ 6.16 จะแสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยวในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแฉกร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ และรูปที่ 6.17 จะเป็นผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณและผลการทดสอบของความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับของสายอากาศร่องเดี่ยว พิจารณาแบบรูปการแผ่พลังงานจากการทดลองในรูปที่ 6.16 จะพบว่าในระนาบ xz และ xy มีความกว้างลำครึ่งกำลัง (half-power beamwidth) ประมาณ 120 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ ซึ่งจะแคบกว่าผลการคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงาน ส่วนความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่ได้จากการทดลองในรูปที่ 6.17 ความถี่ที่เกิดความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่ต่ำที่สุดคลาดเคลื่อนจากผลการคำนวณไปอยู่ที่ความถี่ 10.04 GHz และค่าที่ต่ำสุดนี้ยังมีค่าสูงกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณเล็กน้อย



รูปที่ 6.16 แสดงแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยว เมื่อ $z_d = 3.73$ ซม. , $l_s = 1.5$ ซม. , $z_r = 1.865$ ซม. , $b/a = 2.0$ และ $a = 3.15$ ซม.

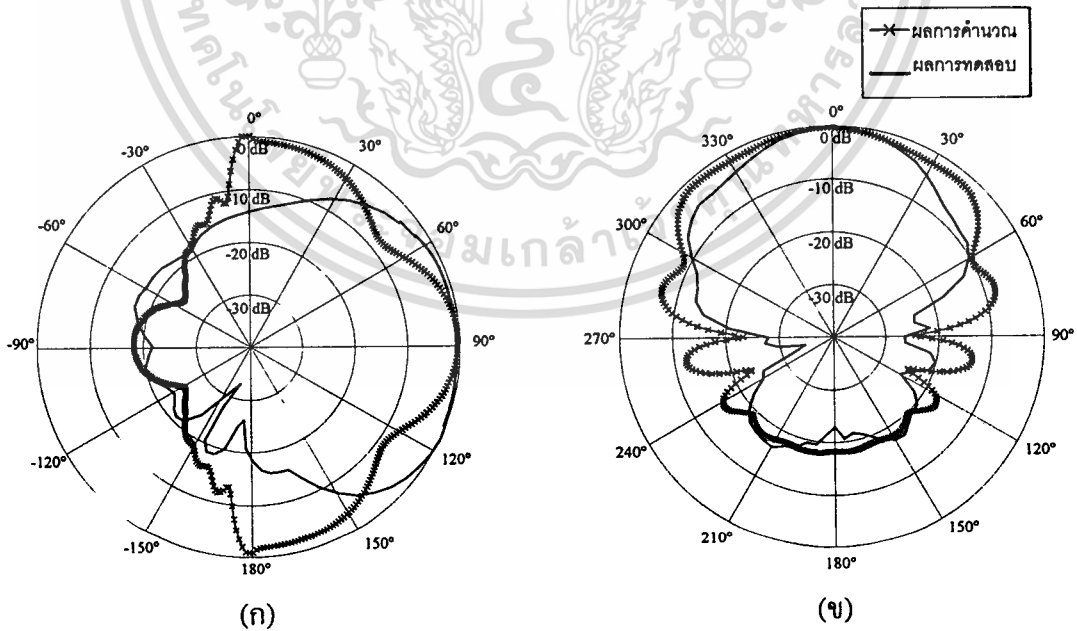
(ก) ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$) (ข) ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)



รูปที่ 6.17 แสดงความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ เมื่อ $z_d = 3.73$ ซม., $l_s = 1.5$ ซม., $z_s = 1.865$ ซม., $b/a = 2.0$ และ $a = 3.15$ ซม.

6.4.2 สายอากาศร่องแฉกลำดับ

การเปรียบเทียบผลการคำนวณและการทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงาน และความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับของสายอากาศร่องแฉกลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ แสดงได้ในรูปที่ 6.18 และ 6.19 ตามลำดับ



รูปที่ 6.18 แสดงผลการคำนวณและผลการทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องแฉก เมื่อ $z_d = 3.73$ ซม., $l_s = 1.5$ ซม., $z_{s1} = 2.9$ ซม., $z_{s2} = 0.4$ ซม., $b/a = 2.0$ และ $a = 3.15$ ซม.

(ก) ระนาบ xz ($\phi = 0^\circ$) (ข) ระนาบ xy ($\theta = 90^\circ$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระหว่างผลการทดลองและผลการคำนวณเนื่องจากข้อจำกัดบางอย่างทั้งในทางทฤษฎีและทางปฏิบัติซึ่งสมควรจะมีการพัฒนาในขั้นต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้เป็นการนำเสนอสายอากาศร่องแฉกลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ สายอากาศแบบนี้มีลักษณะเด่นด้วยโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน มีความแข็งแรง รองรับกำลังงานสูงได้ และสามารถที่จะนำเซกเตอร์ของทรงกระบอกมาประกอบเป็นทรงกระบอกเต็มใบ โดยใช้ตัวแบ่งกำลังงานส่งผ่านสัญญาณด้านเข้าให้โพรบในแต่ละจุดป้อนสัญญาณซึ่งสามารถทำได้อย่างสะดวกและง่าย สายอากาศที่นำเสนอจะสร้างด้วยเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมซึ่งจะถูกเจาะเป็นร่องแคบๆ ในแนวเส้นรอบวงบนผิวตัวนำชั้นนอกที่ทำหน้าที่เป็นช่องเปิดเชื่อมต่อสัญญาณภายในและภายนอกโพรง ส่วนการเชื่อมต่อสัญญาณระหว่างโพรงและเครื่องรับส่งจะส่งผ่านโพรบเส้นผ่าศูนย์กลางน้อยที่อยู่ในแนวรัศมีนับจากตัวนำชั้นใน

โดยการประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขกับโครงสร้างสายอากาศเพื่อสร้างสมการเชิงอินทิกรัลซึ่งจะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแสดงอยู่ในสมการนี้ นั่นคือกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่ร่องและโพรบตามลำดับ ซึ่งเป็นกุญแจสำคัญที่จะใช้หาคุณลักษณะพื้นฐานของสายอากาศ ในขั้นตอนการหาค่าของกระแสแม่เหล็กไฟฟ้านี้จะสำเร็จได้ต้องอาศัยฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกที่เป็นผลการตอบสนองอิมพัลส์สำหรับโครงสร้างสายอากาศ และวิธีโมเมนต์ร่วมกับเทคนิคกาเลอกินซึ่งเป็นวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่จะแปลงระบบสมการเชิงเส้นเป็นระบบเมตริกซ์เพื่อแก้หาผลเฉลยของสมการเชิงอินทิกรัล จากนั้นจะนำกระแสแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าที่ได้ไปวิเคราะห์ต่อไป

การวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะเริ่มจากอิมพีแดนซ์ด้านเข้าและแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศร่องเดี่ยวบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบซึ่งทำให้เรามีความรู้และเข้าใจในพื้นฐานของอิทธิพลจากขนาดพารามิเตอร์ต่างๆ ของสายอากาศที่มีต่อแบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้า จากนั้นได้เพิ่มจำนวนร่องที่เจาะบนผิวตัวนำทรงกระบอกเพื่อศึกษาแบบรูปการแผ่พลังงานและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าเมื่อเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างร่อง ในส่วนของการออกแบบเพื่อจะนำสายอากาศไปใช้งานสิ่งสำคัญนั้นคือจะต้องทำให้สายอากาศมีความเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบนั้นๆ และเงื่อนไขที่ได้นำมาพิจารณาในการออกแบบสายอากาศนั้นก็คือแบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ การวิเคราะห์เชิงทฤษฎีทั้งหมดทำโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ฟอร์แทรน 90

จากบทที่ 6 ได้แสดงผลการทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับของสายอากาศที่ได้ออกแบบและสร้าง จะพบว่าผลการทดสอบค่อนข้างจะใกล้เคียงกับผลการคำนวณ ไม่ว่าจะเป็นแบบรูปการแผ่พลังงานและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับ อย่างไรก็ตามยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้าง อันเนื่องมาจากข้อจำกัดทางการคำนวณ และความไม่พร้อมของเครื่องมือที่ใช้การสร้างและการทดสอบ การคำนวณในวิทยานิพนธ์มีบางส่วนที่มีการสมมติเพื่อลดความยุ่งยากและซับซ้อนแต่ยังคงให้ผลการคำนวณที่ยอมรับได้ การคำนวณที่มีความละเอียดมากขึ้นจะทำให้ได้ผลการคำนวณที่มีความแม่นยำสูง อย่างเช่นการเปลี่ยนฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่ใช้คำนวณสนามบริเวณภายนอกทรงกระบอกจากเดิมพิจารณาเป็นกรณีของทรงกระบอกเต็มใบที่มีความยาวอนันต์ให้เป็นฟังก์ชันกรีนไดแอดิกสำหรับโครงสร้างเซกเตอร์ของโพรงทรงกระบอกแกนร่วมโดยเฉพาะ ในส่วนของการทดลองเนื่องจากความถี่ที่ใช้ทดสอบค่อนข้างสูงดังนั้นจึงเกิดความไม่สะดวกอย่างมากในการทดสอบแบบรูปการแผ่พลังงานเนื่องจากความสูญเสียในสายส่งสัญญาณและความไม่สมบูรณ์ของห้องทดสอบ

สำหรับการนำไปใช้งานในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่สายอากาศร่องแฉกลำดับในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกแกนร่วมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรงควมจะถูกพัฒนาต่อไปในด้านจำนวนและตำแหน่งของร่องแฉกลำดับที่อยู่บนผิวตัวนำทรงกระบอก เพื่อให้สายอากาศมีแบบรูปการแผ่พลังงานที่มีการชี้ทิศทางและความสูญเสียเนื่องจากการย้อนกลับที่ดีที่สุดต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] Tam W. Y. "Microstripline-Fed Cylindrical Slot Antennas." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-46, no. 10, Oct. 1998. pp.1587-1589.
- [2] Wait J. R. **Electromagnetic Radiation from Cylindrical Structures.** London : Peter Peregrinus. 1988.
- [3] Kraus J. D. **Antennas.** New York : McGray-Hill. 1998. Pp. 642-644.
- [4] Bird T. S. "Admittance of Rectangular Waveguide Radiating from a Conducting Cylinder." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-36, no. 9, Sept. 1988. pp.1217-1220.
- [5] Peterson A. F. and Mittra R. "Mutual Admittance Between Slots in Cylinders of Arbitrary Shape." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-37, no. 7, July 1989. pp.858-864.
- [6] Habshy T. M., Ali S. M. and Kong J. A. "Input Impedance and Radiation Pattern of Cylindrical-Rectangular and Wraparound Microstrip Antennas." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-38, no. 5, May 1990. pp.722-731.
- [7] Papatheodorou S., Mautz J. R. and Harrington R. F. "The Aperture Admittance of a Circumferential Slot in a Circular Cylinder." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-40, no. 2, Feb. 1992. pp.240-244.
- [8] Lue S. W., Zhuang Y. and Cao S. M. "The Equivalent Parameters for the Radiating Slot on a Sectoral Waveguide." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-42, no. 11, Nov. 1994. pp.1577-1581.
- [9] Wongsan R., Phongcharoenpanich C. and Krairiksh M. "Electromagnetic Dyadic Green's Functions of a Sectoral Cylindrical Cavity." Proc. International Forum cum Conference on Information Technology and Communication at the Dawn of the New Millennium, Bangkok, Thailand, vol.2, Aug. 2000. pp.467-475.
- [10] Pasri N., Phongcharoenpanich C. and Krairiksh M. "Analysis of a Circumferential Slot Antenna on a Sectoral Cylindrical Excited by a Probe using Method of Moments." Proc. The 2002 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, San Antonio, Texas, vol. 1, June 2002. pp. 558-561.
- [11] Ando A., Cho K. and Hori T. "Directric-Loaded Slotted-Cylinder Antennas Offering Reduced Base Station Interference for Personal Communication Services." 1998.
- [12] Fan G. X. and Jin J. M. "Scattering from a Cylindrically Conformal Slotted Waveguide

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Array Antenna.” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-45, no. 7, July 1997. pp.1150-1159.
- [13] Tai C. T. **Generalized Vector and Dyadic Analysis : Applied Mathematics in Field Theory.** Newyork : IEEE Press. 1992.
- [14] Balanis C. A. **Advanced Engineering Electromagnetics.** USA : John Wiley and Sons. 1989.
- [15] Tai C. T. **Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory.** 2nd ed. Newyork : IEEE Press. 1994.
- [16] Rozenfeld P. “The Electromagnetic Theory of Three-Dimensional Inhomogeneous Lenses and the Dyadic Green’s Functions for Cavities.” Doctor Thesis, The University of Michigan. 1974.
- [17] Kut Y. C. and Kwok W. L. “Theory and Experiment of the Cavity-Backed Slot-Excited Dielectric Resonator Antenna.” IEEE Trans. Electromagnetic Comp., vol. 42, no. 3, Aug. 2000. pp. 290-297.
- [18] Silver S. and Saunders W. K. “The External Field Produced by a Slot on an Infinite Circular Cylinder.” J. Appl. Phys, vol.21, 1950. pp.153-158.
- [19] Balanis C. A. **Antenna Theory : Analysis and Design.** USA : John Wiley and Sons. 1982.
- [20] Harrington R. F. **Field Computation by Moment Methods.** Newyork : IEEE Press. 1993.
- [21] Harrington R. F. “Matrix Methods for Field Problems.” Proc. IEEE, vol.55, Feb. 1967. pp.136-149.
- [22] โมไนย ไกรฤกษ์ **วิศวกรรมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า** กรุงเทพฯ : พิมพ์สวย. 2544.
- [23] Lertwiriayaprapa T. “Analysis of Radiation and Impedance Characteristics of Antenna Using the Slot on Rectangular Cavity.” Master Thesis, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang. 2000.
- [24] Josefsson L. G. “Analysis of Longitudinal Slots in Rectangular Waveguide.” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-35, no.12, Dec. 1987. pp.48-53.
- [25] Kantorovich L. and Krylov V. **Approximate Methods of Higher Analysis.** Newyork : Wiley. 1964. ch.4.
- [26] Jones D. S. “A Critique of the Variational Method in Scattering Antennas.” IRE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-4, July. 1956. pp.297-301.

ประวัติผู้เขียน

นางสาวนิติกาญจน์ พาศรี เกิดเมื่อวันที่ 23 กรกฎาคม พ.ศ. 2521 สำเร็จวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง กทม. ในปีการศึกษา 2542

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

1. นิติกาญจน์ พาศรี, รังสรรค์ วงศ์สรรค์, ชูวงศ์ พงศ์เจริญพาณิชย์ และ โมไนย ไกรฤกษ์, “อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศแบบร่องในแนวเส้นรอบวงบนเซกเตอร์ของโพรงรูปทรงกระบอกที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ,” การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 24, หน้า 711-716, พฤศจิกายน 2544.
2. Pasri N., Phongcharoenpanich C. and Krairiksh M. “Analysis of a Circumferential Slot Antenna on a Sectoral Cylindrical Excited by a Probe using Method of Moments.” Proc. The 2002 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, San Antonio, Texas, vol. 1, June 2002. pp. 558-561.