

เว็บเซอร์วิสสำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น

WEB SERVICES FOR NUMERICAL SOLUTION OF NONLINEAR  
SYSTEMS OF EQUATIONS



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2546

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน..... 51789

วัน,เดือน,ปี 29 ก.ค. 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

i.....

**WEB SERVICES FOR NUMERICAL SOLUTION OF  
NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS**



**MARUT NA PATTHALUNG  
WASSANA SINTUDACHAGUL  
SOMYING RANGSANSARID**

**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE  
REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE  
FACULTY OF SCIENCE  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2003**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



หัวข้อปัญหาพิเศษ	เว็บเซอร์วิสสำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น	
ชื่อนักศึกษา	นายมารุต ฌ พัทลุง	43050035
	นางสาววาสนา สิ้นธุเดชากุล	43050043
	นางสาวสมหญิง รังสรรค์ศฤงศ์	43050052
ปริญญา	ปริญญาตรี	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2546	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม	
	รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข	

### บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ได้พัฒนาเว็บเซอร์วิสสำหรับฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องสำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น ซึ่งผู้พัฒนาโปรแกรมประยุกต์สามารถเรียกใช้ผ่านทางเว็บได้ โดยวิธีการที่ใช้ในการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น คือ วิธีนิวตัน-ราฟสัน และ วิธีนิวตัน-ไลค์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Special Project Title</b>	WEB SERVICES FOR NUMERICAL SOLUTION OF NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS		
<b>Students</b>	Mr. Marut Na Patthalung	43050035	
	Miss Wassana Sintudachagul	43050043	
	Miss Somying Rangsansarid	43050052	
<b>Degree</b>	Bachelor of Science		
<b>Department</b>	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science		
<b>Program</b>	Applied Mathematics		
<b>Academic Year</b>	2003		
<b>Special Project Advisor</b>	Asst.Prof.Dr.Sarun Intagosum		
	Assoc.Prof.Dr.Maitree Podisuk		

## ABSTRACT

This special project develops web services functions for solving the nonlinear systems of equations that can be applied via web. The method for solving the equations are Newton – Raphson and Newton – like.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำปัญหาพิเศษ เรื่องเว็บเซอร์วิสสำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นนี้ สามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีนั้น ทางคณะผู้จัดทำต้องขอกราบขอบพระคุณ

ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม

รศ.ดร.ไมตรี โปธิ์สุข

อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นอย่างยิ่ง ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำที่ดีในทุกๆเรื่อง และให้อภัยกับความผิดพลาดของคณะผู้จัดทำเสมอ รวมทั้งได้คอยเอาใจใส่ทางคณะผู้จัดทำตลอดมา และยังเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้ด้วย

ขอขอบพระคุณ รศ.ภักคินี ชิตสกุลที่ให้ความช่วยเหลือด้วยดีเสมอ ขอขอบคุณพี่มะที่ให้คำแนะนำและช่วยเหลือทางผู้จัดทำอย่างดี ขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ และขอขอบพระคุณคณะเจ้าหน้าที่ทางภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ที่ให้ความสะดวกในการใช้ห้องคอมพิวเตอร์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์และให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่างๆ ในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้

สุดท้ายนี้ทางคณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาที่เป็นกำลังใจและความรู้สึกดีดีเสมอมา และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ประสาทวิชาความรู้ทั้งทางทฤษฎีและปฏิบัติแก่คณะผู้จัดจนกระทั่งปัญหาพิเศษฉบับนี้สัมฤทธิ์ผล ได้ด้วยดีทุกประการ

คณะผู้จัดทำ  
มีนาคม 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 ขอบเขตของการศึกษา.....	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	1
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....	2
บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 คอทเน็ตเฟรมเวิร์ค( .NET Framework ).....	3
2.1.1 สถาปัตยกรรมคอทเน็ตเฟรมเวิร์ค( .NET Framework ).....	3
2.2 วิชาลซีชาร์ป( Visual C# ).....	3
2.2.1 ความเป็นมาของวิชาลซีชาร์ป ( Visual C# ).....	3
2.2.2 หลักการทำงานของซีแอลอาร์( CLR ).....	3
2.2.3 ขั้นตอนการทำงานของซีแอลอาร์( CLR ).....	4
2.3 เว็บเซอร์วิส .....	5
2.3.1 เว็บเซอร์วิส ( Web Services ) คืออะไร.....	5
2.3.2 สถาปัตยกรรมของเว็บเซอร์วิส ( Web Services ).....	5
2.4 ระบบสมการไม่เชิงเส้น.....	7
2.4.1 วิธีนิวตัน-ราฟสัน ( Newton-Raphson ).....	8
2.4.2 วิธีนิวตัน-ไลค์ ( Newton-like ).....	11
2.5 การหาผลเฉลยของสมการไม่เชิงเส้นด้วยวิธีนิวตัน ( Newton ) .....	12
2.6 การหาอนุพันธ์เชิงตัวเลข โดยใช้รูปแบบผลต่างสืบเนื่องข้างหน้า.....	12
2.7 อินฟิกซ์-โพสฟิกซ์ ( Infix-Posfix ).....	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.1 กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการคำนวณค่าของเครื่องคอมพิวเตอร์.....	15
2.7.2 การแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็น โพลสฟิกซ์.....	15
2.8 การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ .....	17
บทที่ 3 วิธีการออกแบบ.....	18
3.1 ขั้นตอนการออกแบบ.....	18
3.2 ฟังก์ชันต่าง ๆ ที่สร้างเป็นเว็บเซอร์วิส.....	18
3.2.1 ฟังก์ชัน Posfix ( string st ).....	18
3.2.2 ฟังก์ชัน Cal_fn ( string st , string variable ).....	19
3.2.3 ฟังก์ชัน Check_fn ( string st ).....	19
3.2.4 ฟังก์ชัน Matrix_det(string matrix).....	19
3.2.5 ฟังก์ชัน Diff(string st ,string variable, string var_diff,double h,double error).....	20
3.2.6 ฟังก์ชัน Newton_equation(string st , string variable,string var_cal,double error).....	20
3.2.7 ฟังก์ชัน Newton_system(string multi_fn,string variable,double error).....	20
3.2.8 ฟังก์ชัน Newton_like(string multi_fn,string variable,double error).....	21
3.3 ขั้นตอนการทำงาน.....	21
บทที่ 4 การเรียกใช้เว็บเซอร์วิส.....	43
4.1 การเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยวิธีต่าง ๆ.....	43
4.1.1 ตัวอย่างขั้นตอนการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิส โดยใช้ Visual Studio .NET.....	43
4.2 ตัวอย่างการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นโดยใช้ วิธีนิวตัน-ราฟสันและนิวตัน-โกลด์.....	49
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย.....	73
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	73
บรรณานุกรม	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ขั้นตอนการทำงานของ ซีแอลอาร์ (CLR).....	4
2.2 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 2.4.2.1.....	10
2.2 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 2.4.3.1.....	11
2.3 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 2.5.1.....	12
2.4 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 2.6.1.1.....	14
4.1 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.2.....	59
4.2 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.3.....	59
4.3 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.4.....	60
4.4 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.5.....	60
4.5 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.6.....	61
4.6 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.7.....	61
4.7 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.8.....	62
4.8 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.9.....	62
4.9 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.10.....	63
4.10 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.11.....	63
4.11 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.11.....	64
4.12 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.11.....	64
4.13 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.12.....	64
4.14 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.12.....	65
4.15 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.12.....	65
4.16 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.13.....	65
4.17 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.14.....	66
4.18 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.15.....	66
4.19 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.16.....	67
4.20 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.17.....	67
4.21 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.18.....	68
4.22 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.19.....	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.23 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.20.....	69
4.24 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.20.....	70
4.25 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.21.....	70
4.26 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.22.....	70
4.27 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.23.....	71
4.28 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.24.....	71
4.29 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.25.....	72
4.30 ผลเฉลยจากตัวอย่างที่ 4.2.26.....	72



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป

ตารางที่	หน้า
2.1 ขั้นตอนการทำงานของ ซีแอลอาร์ ( CLR ).....	4
2.2 แสดงการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิส.....	6
4.1 แสดงการสร้าง Console Application ของ Visual C#.NET.....	43
4.2 แสดงการ Add Web services.....	44
4.3 แสดงการป้อน URL ที่เว็บเซอร์วิสตั้งอยู่.....	45
4.4 แสดงผลหลังจากติดต่อกับเว็บเซอร์วิสที่ต้องการแล้ว.....	46
4.5 แสดง Code ที่ทำการเขียนเพิ่ม.....	47
4.6 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อกับใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว.....	48
4.7 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อกับใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว.....	48
4.8 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อกับใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว.....	49
4.9 แสดงการเลือกจำนวนสมการทั้งหมดที่ใช้ในระบบสมการ.....	50
4.10 แสดงการใส่ค่าเริ่มต้นของตัวแปรแต่ละตัว รวมทั้งใส่ค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้.....	51
4.11 แสดงการป้อนสมการแรกที่ใช้ในระบบสมการ.....	52
4.12 ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการแรก.....	53
4.13 แสดงการป้อนสมการที่สองที่ใช้ในระบบสมการ.....	54
4.14 ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการที่สอง.....	55
4.15 ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการที่สอง.....	56
4.16 แสดงผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน.....	57
4.17 แสดงผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ไลต์.....	58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา และความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันเทคโนโลยีทางด้านเว็บเซอร์วิสช่วยให้การพัฒนาโปรแกรมประยุกต์ในแบบกระจายทำได้สะดวก รวมทั้งในการพัฒนา โปรแกรมประยุกต์ทางด้านคณิตศาสตร์ ในเรื่องของการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นมีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในเรื่องต่างๆ ได้มากมาย และบ่อยครั้งกว่าการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น จากทั้งสองเหตุผลนี้ จึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาคอมพิวเตอร์ทางด้านของระบบสมการไม่เชิงเส้น เพื่อให้ผู้ที่พัฒนาโปรแกรมประยุกต์แบบกระจายทางด้านคณิตศาสตร์ หรือผู้ใช้อื่นๆ จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางด้านผลการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นสามารถเรียกใช้ฟังก์ชันต่างๆ ในการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นผ่านทางเว็บเซอร์วิสได้

### 1.2 ความมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ของการศึกษา

- 1) เพื่อพัฒนาคอมพิวเตอร์ของระบบสมการไม่เชิงเส้น ซึ่งสามารถเรียกใช้บริการผ่านเว็บได้
- 2) เพื่อศึกษาการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการไม่เชิงเส้น
- 3) เพื่อนำความรู้ที่เรียนมาทางคณิตศาสตร์ และคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้ร่วมกันในการทำงานจริง

### 1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

- 1) คอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นจะสนับสนุนเฉพาะฟังก์ชันระบบสมการไม่เชิงเส้นเท่านั้น
- 2) วิธีการแก้สมการไม่เชิงเส้น ซึ่งในที่นี้ใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน และวิธีนิวตัน-ไลต์

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) ได้คอมพิวเตอร์ทางด้านระบบสมการไม่เชิงเส้นที่สามารถเรียกใช้บริการผ่านเว็บเซอร์วิสได้
- 2) ได้ศึกษา และเข้าใจแนวทางการพัฒนาโปรแกรมทางด้านเว็บเซอร์วิสมากขึ้น
- 3) ได้ศึกษา และเข้าใจการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการไม่เชิงเส้นวิธีนิวตัน-ราฟสัน และวิธีนิวตัน-ไลต์มากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

- 1) ศึกษาวิธีการสร้างเว็บเซอร์วิสโดยใช้ทูลของไมโครซอฟต์
- 2) ทบทวน และทำความเข้าใจเรื่องระบบสมการไม่เชิงเส้นสำหรับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ซึ่งมีวิธีการหาผลเฉลยด้วยกันหลายวิธี เพื่อเลือกวิธีที่จะใช้เขียน โปรแกรมจริง
- 3) ออกแบบคอมโพเนนท์ สำหรับระบบสมการไม่เชิงเส้น
- 4) สร้างคอมโพเนนท์ ที่ออกแบบไว้ให้เป็นเว็บเซอร์วิส
- 5) ออกแบบ และสร้างแอปพลิเคชันเพื่อทดสอบ และเรียกใช้เว็บเซอร์วิส
- 6) แก้ไข และปรับปรุงข้อบกพร่องต่างๆ
- 7) สรุปผล
- 8) นำเสนอ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# ความรู้พื้นฐาน และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 คอทเน็ตเฟรมเวิร์ค (.NET Framework)

#### 2.1.1 สถาปัตยกรรมคอทเน็ตเฟรมเวิร์ค (.NET Framework)

สถาปัตยกรรมคอทเน็ตคือ กรอบการทำงานของการเขียนโปรแกรมที่ไมโครซอฟต์คิดขึ้นมา เพื่อรองรับการติดต่อสื่อสาร เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกัน หรือแลกเปลี่ยนระหว่างแพลตฟอร์ม (Platform) ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยอาศัยภาษา XML (Extensible Markup Language) ทำหน้าที่เป็นตัวกลางในการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างแพลตฟอร์มไฟล์ของฐานข้อมูล

### 2.2 วิชาลซีชาร์ป (Visual C#)

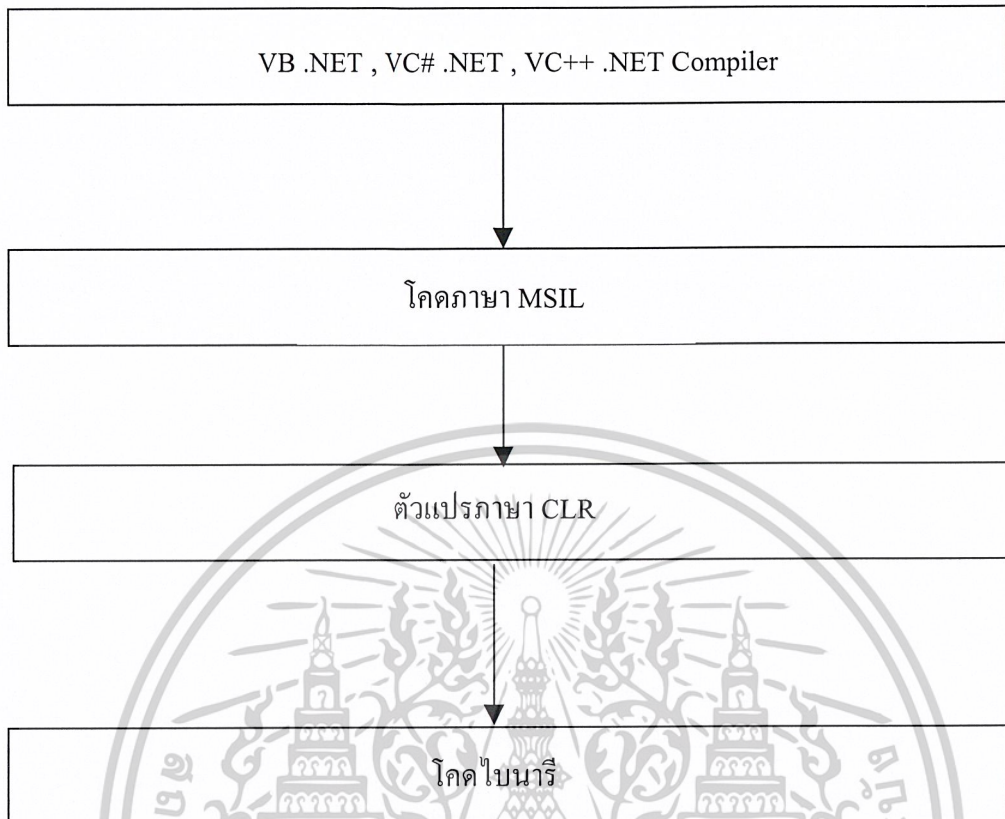
#### 2.2.1 ความเป็นมาของวิชาลซีชาร์ป (Visual C#)

วิชาลซีชาร์ป คือ ภาษาที่สามารถนำมาใช้ในการสร้างแอปพลิเคชันที่จะรันอยู่ได้ตัวแปลภาษาของคอทเน็ตได้ โดยที่มันถูกพัฒนาขึ้นมาจากภาษา ซี และ ซีพลัสพลัส ซึ่งสร้างโดยไมโครซอฟต์ และเจาะจงให้ทำงานกับแพลตฟอร์มคอทเน็ต โดยมีแนวของภาษาเป็นแบบการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุสมัยใหม่ (Modern Object Oriented Programming) ซึ่งภาษาวิชาลซีชาร์ปนั้นช่วยให้ง่ายต่อการเขียนโปรแกรมในเชิงวัตถุ

#### 2.2.2 หลักการทำงานของซีแอลอาร์ (CLR)

ในยุคของคอทเน็ตนั้น ตัวแปลภาษา หรือคอมไพเลอร์นั้นมีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งโดยทั่วไปภาษาแต่ละภาษาจะมีตัวแปลภาษาของตัวเอง แต่สำหรับภาษาต่างๆ ในวิชาลซีชาร์ปไอคอทเน็ต นั้นทางไมโครซอฟต์ได้ทำการปรับปรุงให้สามารถใช้ ตัวแปลภาษา ที่เรียกว่า CLR (Common Language Runtime) ทำหน้าที่แปลงโคdexของแอปพลิเคชันจากภาษาใดๆ ที่เขียนให้เป็นภาษาเครื่องได้

### 2.2.3 ขั้นตอนการทำงานของ ซีแอลอาร์ (CLR)



รูป 2.1 ขั้นตอนการทำงานของ ซีแอลอาร์ (CLR)

ในการที่จะทำให้โคดทำงานได้นั้น จะต้องมีการแปลงไปเป็นภาษาที่ระบบปฏิบัติการเข้าใจ ก่อน ซึ่งก็คือ คอมไพเลอร์จะต้องทำการแปลงให้เป็นเนทีฟโคด(Native code)

จากรูปจะเห็นได้ว่าเมื่อ ซีแอลอาร์ ทำการคอมไพล์โคดที่ใช้ไลบรารีคอตเน็ตเฟรมเวิร์คนั้น จะไม่ได้สร้างเนทีฟโคด( native code )ที่เฉพาะเจาะจงสำหรับระบบปฏิบัติการใดในทันที แต่จะแปลงให้เป็น เอ็มเอสไอแอล ( MSIL = Microsoft Intermediate Language ) ซึ่งไม่ได้เฉพาะเจาะจงสำหรับระบบปฏิบัติการใด จากนั้นถ้าต้องการแปลงออกมาเป็นภาษาเครื่องก็จะอาศัยหลักการทำงานของเครื่องจักรเสมือน ( Virtual Machine ) แปลงภาษาเอ็มเอสไอแอลอีกครั้งหนึ่ง โดยอาศัยคอมไพเลอร์เจไอที ( JIT = Just-In-Time )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 เว็บเซอร์วิส

### 2.3.1 เว็บเซอร์วิส ( Web Services ) คืออะไร

เว็บเซอร์วิสคือ แอปพลิเคชัน หรือโปรแกรมซึ่งทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งในลักษณะให้บริการ โดยจะถูกเรียกใช้งานจากแอปพลิเคชัน หรือโปรแกรมอื่นๆ ผ่านเว็บ การให้บริการเว็บเซอร์วิสจะมีเอกสารที่อธิบายคุณสมบัติของบริการกำกับไว้ ผู้ใช้บริการจึงสามารถค้นหาเว็บเซอร์วิสได้โดยที่ไม่จำเป็นต้องรู้ที่อยู่จริงของแอปพลิเคชัน หรือโปรแกรมนั้น

เว็บเซอร์วิส = SOAP + WSDL + UDDI

สิ่งสำคัญในการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสคือ ต้องรู้ที่อยู่ (จาก UDDI) รู้คุณลักษณะของเว็บเซอร์วิสนั้นๆ เช่น เมธอดของเว็บเซอร์วิส และพารามิเตอร์ต่างๆ ที่จำเป็น (จากเอกสาร WSDL) และร้องขอบริการ – รอฟลัดพ์จากผู้ให้บริการ (ด้วยโพรโตคอล SOAP)

SOAP จัดเป็นโพรโตคอลสื่อสารที่อาศัยไวยากรณ์ของภาษา XML (XML-Based Messaging) และทำงานกับโพรโตคอลอื่นๆ ได้หลายชนิดเช่น HTTP, SMTP, FTP, IIOP เป็นต้น สาเหตุที่ใช้ไวยากรณ์ของ XML จึงทำงานได้ในทุกแพลตฟอร์ม หรือที่เรียกว่าไม่ขึ้นกับแพลตฟอร์ม

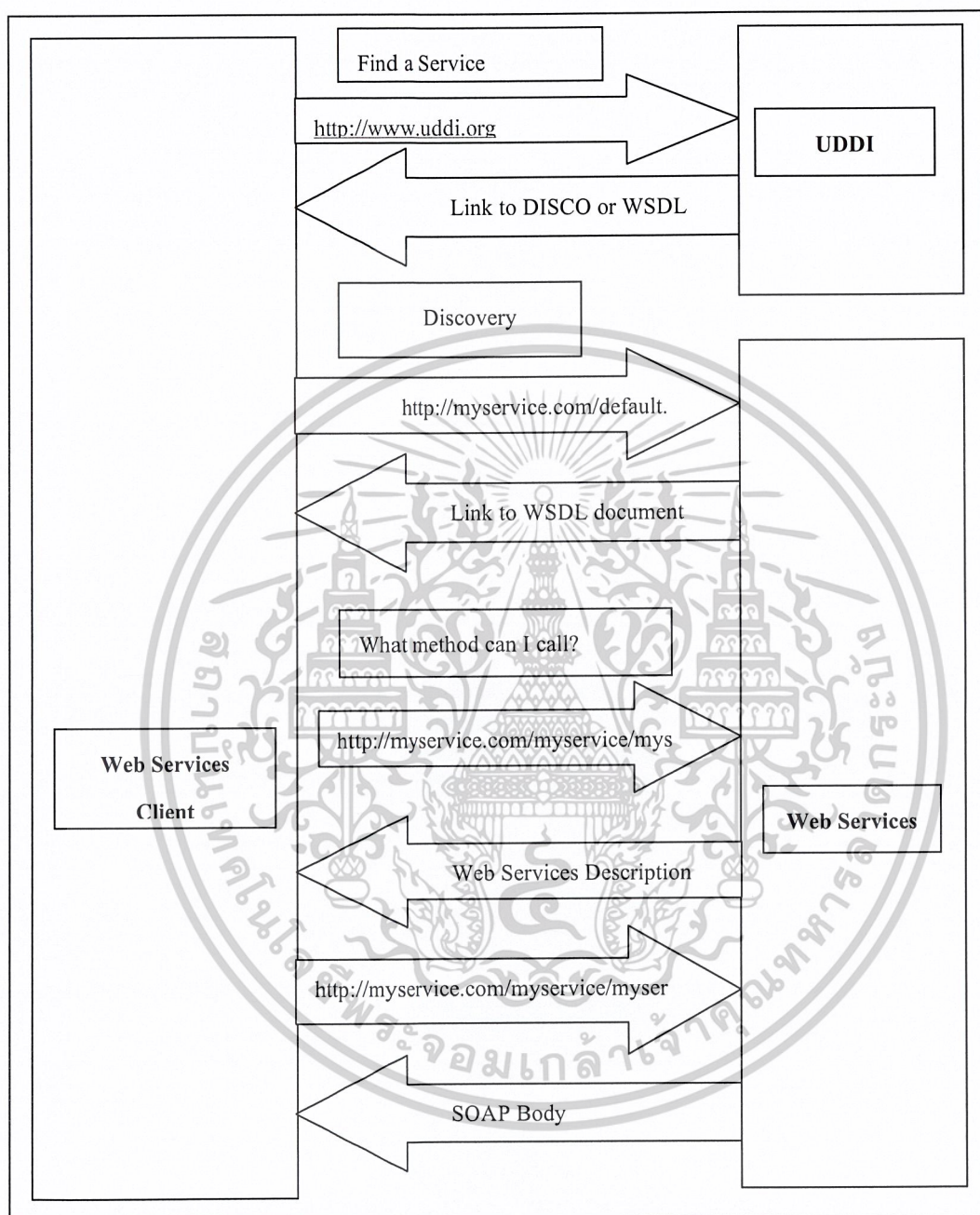
WSDL คือ เป็นเอกสารที่ใช้อธิบายคุณลักษณะของเว็บเซอร์วิส โดยใช้ไวยากรณ์ของ XML เช่นกัน

UDDI ทำหน้าที่เหมือนฐานข้อมูลที่เก็บรายละเอียดของเว็บเซอร์วิสไว้ และรอให้ผู้ให้บริการมาค้นหาบริการ ส่วนกรณีของผู้ให้บริการก็ต้องนำข้อมูลเกี่ยวกับเว็บเซอร์วิสของตนไปเก็บไว้ใน UDDI

### 2.3.2 สถาปัตยกรรมของเว็บเซอร์วิส

ถ้าเราต้องการใช้ เว็บเซอร์วิส เราต้องเลือกใช้เว็บเซอร์วิสที่ตรงกับความต้องการของเรา เมื่อเรารู้แล้วว่า จะใช้เว็บเซอร์วิสไหน เราต้องขอคิงข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการที่จะสื่อสารกับเว็บเซอร์วิสนั้นได้ ภาพต่อไปนี้จะแสดงกลไกที่สำคัญสำหรับการเรียกใช้เว็บเซอร์วิส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.2 แสดงการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## จากรูปที่ 2.2

ขั้นตอนแรก เราจะค้นหาเว็บเซอร์วิสต่างๆ ที่ได้ลงทะเบียนเอาไว้เป็นที่เรียบร้อยแล้วใน ไคลเอนต์หรือเซอร์วิสสำหรับการลงทะเบียน ไคลเอนต์หรือเซอร์วิสนี้จะส่งคืนข้อมูลในการเชื่อมต่อเว็บเซอร์วิสมาให้

ขั้นตอนต่อไป ดิสคัฟเวอร์รี่ ถ้าเรารู้เซิร์ฟเวอร์ซึ่งโฮสต์เว็บเซอร์วิสนี้อยู่ เราก็สามารถร้องขอให้เซิร์ฟเวอร์ คึงรายละเอียดของเซอร์วิสมาให้เรา สำหรับขั้นตอนนี้ (*DISCO = Discovery Protocol*) จะถูกนำมาใช้

คำอธิบาย (*Description*) ของเซอร์วิสจะถูกนำเสนอในรูปแบบของ (*Web Services Discription Language* หรือ *WSDL*) คำอธิบายนี้จะอธิบายเมธอดที่เซอร์วิสมีอยู่ และอาร์กิวเมนต์ใดบ้างที่สามารถถูกส่งผ่านมาได้ เพื่อที่จะใช้งานเว็บเซอร์วิสที่ไม่สนับสนุนการค้นหา และไม่ได้ลงทะเบียนเอาไว้ใน UDDI ไคลเอนต์ทั้งหมดที่เราได้กลับมาคือเอกสาร *WSDL*

ด้วยคำอธิบายของเว็บเซอร์วิสเราก็จะรู้ว่าเมธอดใดบ้างที่สามารถเรียกใช้ได้ เมธอดทั้งหลายจะถูกเรียกใช้งานโดยการใช้ *SOAP* ดังนั้นการเรียกใช้เมธอดทั้งหมดรวมทั้งอาร์กิวเมนต์ต้องถูกแปลงไปเป็นโปรโตคอล *SOAP* เสียก่อน

## 2.4 ระบบสมการไม่เชิงเส้น

การแก้ปัญหาระบบสมการไม่เชิงเส้นเป็นสิ่งที่สำคัญ และจะพบเสมอในงานด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และด้านสังคมศาสตร์ ระบบสมการไม่เชิงเส้นจะอยู่ในรูป

$$f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$f_m(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

(2.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือเขียนเป็นรูปแบบสมการเวกเตอร์

$$f(x) = 0 \quad \text{เมื่อ } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{และ } f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

สำหรับในที่นี้จะศึกษาเฉพาะกรณีที่  $m = n$

#### 2.4.1 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

วิธีนิวตัน-ราฟสัน เป็นวิธีเดียวกันกับวิธีนิวตัน เพียงแต่ดัดแปลงวิธีนิวตันเพื่อให้การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ง่ายลง รูปแบบวิธีนิวตันซึ่งเป็นวิธีย่อจะเป็นดังนี้

$$x_{m+1} = x_m - (J)^{-1} f(x_m) \quad ; m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

เมื่อ  $J$  เป็นจาโคเบียนเมทริกซ์ของ  $f(x)$  นั่นคือ

$$J = \begin{bmatrix} f_{11}(x) & f_{12}(x) & \dots & f_{1m}(x) \\ f_{21}(x) & f_{22}(x) & \dots & f_{2m}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1}(x) & f_{m2}(x) & \dots & f_{mm}(x) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{เมื่อ } f_{ij}(x) = \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \quad , i = 1, 2, 3, \dots, n ; j = 1, 2, 3, \dots, m$$

ในการจะเริ่มต้นอธิบายการแก้ปัญหาระบบสมการ ไม่เชิงเส้นข้างต้น จะเริ่มต้นที่การแก้สมการไม่เชิงเส้นสองสมการ ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 0 \\ g(x, y) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าต้องการศึกษาแนวทางวิธีการพิสูจน์สามารถค้นคว้าเพิ่มเติมได้จากหนังสือเรื่องการวิเคราะห์เชิงตัวเลข  
พื้นฐานเขียนโดย รศ.ดร.ไมตรี โปธิ์สุข

สูตรในการหาผลเฉลยตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันเป็น ดังนี้

$$\begin{aligned}x_{m+1} &= x_m - \left[ \frac{fg_y - gf_y}{J(f, g)} \right]_{(x_m, y_m)} \\y_{m+1} &= y_m - \left[ \frac{gf_x - fg_x}{J(f, g)} \right]_{(x_m, y_m)}\end{aligned}\quad (2.6)$$

โดย  $J(f, g) = f_x g_y - f_y g_x$  เรียกว่า จาคอเบียนของระบบ  
หรือ

$$J(f, g) = \begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}$$

ถ้าสำหรับระบบสมการไม่เชิงเส้นสามสมการจะมีรูปแบบเป็น

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= 0 \\g(x, y, z) &= 0 \\h(x, y, z) &= 0\end{aligned}\quad (2.7)$$

สูตรในการหาผลเฉลยตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันเป็น ดังนี้

$$\begin{aligned}x_{m+1} &= x_m - \left[ \frac{fg_y h_z - fg_z h_y + gf_z h_y - gf_y h_z + hf_y g_z - hf_z g_y}{J(f, g, h)} \right]_{(x_m, y_m, z_m)} \\y_{m+1} &= y_m - \left[ \frac{fg_z h_x - fg_x h_z + gf_x h_z - gf_z h_x + hf_x g_z - hf_z g_x}{J(f, g, h)} \right]_{(x_m, y_m, z_m)} \\h_{m+1} &= h_m - \left[ \frac{fg_x h_y - fg_y h_x + gf_y h_x - gf_x h_y + hf_x g_y - hf_y g_x}{J(f, g, h)} \right]_{(x_m, y_m, z_m)}\end{aligned}\quad (2.8)$$

โดยที่  $J(f, g, h) = \begin{vmatrix} f_x & f_y & f_z \\ g_x & g_y & g_z \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับในการแก้ปัญหาระบบสมการ  $N$  สมการ  $N$  ตัวแปร จะกระทำเช่นเดียวกันกับที่ทำมาแล้วข้างต้น โดยจะใช้กฎของคราเมอร์หาค่า  $x_{1_{m+1}}, x_{2_{m+1}}, \dots, x_{n_{m+1}}$  จากสมการดังนี้

$$x_{i_{m+1}} = x_{i_m} - \frac{|A_i|}{|J|} \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$A_i = \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{1(i-1)} & f_1 & f_{1(i+1)} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & & & f_2 & & & f_{2n} \\ \cdot & & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ f_{n1} & \dots & & f_n & & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

โดย  $f_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$  และ  $x_{i_k}$  เป็นค่าของ  $x_i$  ในการย้ายครั้งที่  $k$

**ตัวอย่าง 2.4.2.1** จงหาค่า  $x, y, z$  ที่ทำให้

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - xyz + x + y - z + 1.25 = 0$$

$$g(x, y, z) = xy + yz + zx + 0.25 = 0$$

$$h(x, y, z) = x^3 - y^3 + 2x^2y - y^2z - xz^2 + 0.5 = 0$$

โดยให้ค่าเริ่มต้น  $x_0 = y_0 = z_0 = 1.0$  และหยุดเมื่อ

$$error = |f(x_m, y_m, z_m) + g(x_m, y_m, z_m) + h(x_m, y_m, z_m)| < 0.00005$$

**วิธีทำ** จากสมการ (2.8) จะได้ผลเฉลยเป็นดังนี้

$m$	$x_m$	$y_m$	$z_m$	$error$
0	1.0	1.0	1.0	7.0
1	0.402777778	-0.138888889	1.0	1.310187866
2	1.051694443	-0.279470226	1.2072233	0.317737112
3	0.212743674	-0.261784997	1.3642762	0.168260854
4	0.200760393	-0.3291318	1.35533782	0.0160251096
5	0.199318552	-0.333991123	1.35680477	0.001034813
6	1.99318552	-0.334356318	1.35690829	0.000179106
7	0.199318499	-0.334421159	1.35690839	0.000031699

## ตาราง 2.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.3 วิธีนิวตัน-ไลค์ (Newton-Like Method)

เป็นวิธีที่พัฒนาโดย รศ.ดร.ไมตรี โพธิ์สุข และนางสาวเนตรชนก คงช่วย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง จากวิธีของนิวตัน-ราฟสัน

$$x_{m+1} = x_m - J^{-1}f(x_m) \quad , m = 0,1,2,3,\dots \quad (2.10)$$

โดยที่  $J$  คือ จาคอบีเยน เมตริกซ์ ของ  $f$

ส่วนวิธีของนิวตัน-ไลค์นั้นคือ

$$x_{m+1} = x_m - (A(x_m))^{-1} f(x_m) \quad , m = 0,1,2,3,\dots \quad (2.11)$$

โดยที่  $A$  คือ ไม่เอกฐาน เมตริกซ์ (Nonsingular matrix) ที่ทำให้ระบบสมการนี้ลู่อเข้า ซึ่งเมตริกซ์  $A$  ที่ใช้มีลักษณะดังนี้ คือ ใช้สมาชิกของเส้นทแยงมุมหลัก และใช้สมาชิกที่มีค่าสัมบูรณ์มากที่สุดอีกหนึ่งตัว

**ตัวอย่าง 2.4.3.1** จงหาค่า  $x, y, z$  ที่ทำให้

$$f(x, y, z) = x^2 + z^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$g(x, y, z) = y^2 + z^2 - 1 = 0$$

$$h(x, y, z) = x^2 + y^2 - 4z = 0$$

โดยให้ค่าเริ่มต้น  $x_0 = 1.0, y_0 = 1.0, z_0 = 0.0$  และหยุดเมื่อ

$$error = |f(x_m, y_m, z_m) + g(x_m, y_m, z_m) + h(x_m, y_m, z_m)| < 0.00005$$

$m$	$x$	$y$	$z$	$error$
0	1	1	0	3.75
1	0.625	0.875	0.25	0.578125
2	0.423214285714286	0.863520408163265	0.232142857142857	0.0421248307996665
3	0.445851561120548	0.866687869028817	0.237103174603175	0.0126697007054204
4	0.439432267336771	0.86584752676669	0.235789820993113	0.00327957265832979
5	0.441121201144801	0.866072974097784	0.23614235164915	0.000885549111639405
6	0.440667119542892	0.866012668170557	0.236048064891003	0.000236468083974761
7	0.440788513409686	0.866028812405331	0.236073306932872	0.000063333255094832
8	0.440756010555717	0.86602449141443	0.236066550989498	0.000016948993619119

ตาราง 2.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.5 การหาผลเฉลยของสมการไม่เชิงเส้นด้วยวิธีนิวตัน

การหาผลเฉลยของสมการไม่เชิงเส้นด้วยวิธีนิวตัน

$$\text{โดย } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.12)$$

**ตัวอย่าง 2.5.1** กำหนดให้  $f(x) = x^2 - 4$  จงหารากของ  $f(x)$  โดยกำหนดให้  $x_0 = 1$  และหยุดเมื่อ  $|x_{n+1} - x_n| < 0.0000005$

**วิธีทำ** จาก  $f(x) = x^2 - 4$

$$f'(x) = 2x$$

$$\therefore \text{ใช้สูตร } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$n$	$x$	$error$
0	1	1.5
1	2.5	0.450000000000000018
2	2.05	0.049390243902438957
3	2.0006097560975609	0.00060966317526611746
4	2.0000000929222947	0.00000009292229252721995
		2

### ตาราง 2.3

## 2.6 การหาอนุพันธ์เชิงตัวเลขโดยใช้รูปแบบผลต่างสืบเนื่องข้างหน้า

ในการหาอนุพันธ์เชิงตัวเลขในที่นี้เป็นรูปแบบทั่วไปของรูปแบบผลต่างสืบเนื่องข้างหน้า (*Forward finite difference method*) ซึ่งอาจจะสามารถประยุกต์เปลี่ยนเป็นรูปแบบผลต่างสืบเนื่องตรงกลาง หรือย้อนหลังได้

เริ่มด้วยการกำหนดตัวดำเนินการ  $\Delta, I, E, D$  โดย  $h > 0$  ดังนี้

$$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$$

$$\Delta^2 f(x) = \Delta f(x+h) - \Delta f(x)$$

⋮

⋮

⋮

$$\Delta^k f(x) = \Delta^{k-1} f(x+h) - \Delta^{k-1} f(x)$$

$$I f(x) = f(x)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E(f(x)) = f[x+h] = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2 f''(x)}{2!} + \frac{h^3 f'''(x)}{3!} + \dots + \frac{h^n f^{(n)}(x)}{n!} + \dots$$

$$Df(x) = f'(x)$$

$$D^2 f(x) = f''(x)$$

.

.

.

$$D^k f(x) = f^{(k)}(x)$$

$$\therefore f(x+h) = E(f(x)) = \left[ 1 + hD + \frac{h^2 D^2}{2!} + \dots + \frac{h^n D^n}{n!} + \dots \right] f(x) = (I + \Delta)f(x) \quad (2.13)$$

ดังนั้นตัวดำเนินการ  $e^{hD}$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $\Delta$  จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$e^{hD} = E = I + \Delta \quad (2.14)$$

$$\therefore hD = h(I + \Delta) = \Delta - \frac{1}{2}\Delta^2 + \frac{1}{3}\Delta^3 - \frac{1}{4}\Delta^4 + \dots + (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \Delta^k + \dots$$

$$\therefore hDf(x) = \left( \Delta - \frac{1}{2}\Delta^2 + \frac{1}{3}\Delta^3 - \frac{1}{4}\Delta^4 + \dots + (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \Delta^k + \dots \right) f(x)$$

$$\therefore hf'(x) = \left( \Delta - \frac{1}{2}\Delta^2 + \frac{1}{3}\Delta^3 - \frac{1}{4}\Delta^4 + \dots + (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \Delta^k + \dots \right) f(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{h} \left( \Delta f(x) - \frac{1}{2}\Delta^2 f(x) + \frac{1}{3}\Delta^3 f(x) - \frac{1}{4}\Delta^4 f(x) + \dots + (-1)^k \frac{1}{k} \Delta^k f(x) + \dots \right)$$

ในทางปฏิบัติจะใช้  $k$  เทอม ตามรูปแบบดังนี้

$$f'(x) = \frac{1}{h} \left( \Delta f(x) - \frac{1}{2}\Delta^2 f(x) + \frac{1}{3}\Delta^3 f(x) - \frac{1}{4}\Delta^4 f(x) + \dots + (-1)^k \frac{1}{k} \Delta^k f(x) + R'_n(x) \right) \quad (2.15)$$

โดยที่ 
$$R_n(x) = \frac{f^{(k+1)}(\xi)}{(k+1)!} \prod_{j=1}^k (x - x_j)$$

เมื่อ 
$$x < \xi < x + kh \quad ; h > 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.6.1 ตัวอย่างการหาอนุพันธ์เชิงตัวเลขโดยวิธีผลต่างสี่เบื้องไปข้างหน้า

**ตัวอย่าง 2.6.1.1** จงใช้วิธีดังกล่าวหาค่า  $f'(0.5)$  เมื่อกำหนดให้

$$f(x) = x^5 - x^3, \quad h = 0.1$$

**วิธีทำ** ตารางนี้เป็นตารางของผลต่างสี่เบื้องไปข้างหน้าของ  $f(x)$

X	$f(x)$	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$	$\Delta^5 f(x)$
0.5	-0.09375					
		-0.04449				
0.6	-0.13824		0.00780			
		-0.03669		0.01950		
0.7	-0.17493		0.02730		0.00840	
		-0.00939		0.02790		0.00120
0.8	-0.18432		0.05520		0.00960	
		0.04581		0.03750		
0.9	-0.13851		0.09270			
		0.13851				
1.0	0					

ตาราง 2.4 ผลต่างสี่เบื้องไปข้างหน้าของ  $f(x)$

$$\text{จากตารางจะได้ } \left| \frac{1}{5} \Delta^5 f(0.5) \right| = \left| \frac{0.0012}{5} \right| = 0.0024 < 0.0025$$

$$\begin{aligned} \therefore f'(0.5) &= \frac{1}{0.1} \left[ 0.04449 - \frac{0.00780}{2} + \frac{0.01950}{3} - \frac{0.00840}{4} + \frac{0.00120}{5} \right] \\ &= 10(-0.04375) = -0.4375 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าอนุพันธ์ของ  $f(x)$  ที่  $x = 0.5$  คือ -0.4375

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.7 อินฟิกซ์-โพสฟิกซ์ (Infix-Postfix)

นิพจน์ทางคณิตศาสตร์จะเขียนอยู่ในรูปแบบอินฟิกซ์นั่นคือโอเปอเรเตอร์ที่อยู่ระหว่างโอเปอเรนด์เช่น A,B เป็นโอเปอเรนด์ และ + เป็นโอเปอเรเตอร์ แล้ว A+B อยู่ในรูปแบบอินฟิกซ์

### 2.7.1 กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการคำนวณค่าของเครื่องคอมพิวเตอร์

1) ลำดับการทำการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ เรียงตามลำดับก่อนหลังดังนี้

( ) วงเล็บเล็ก

^ ยกกำลัง

\*,/ คูณ ,หาร

+, - บวก , ลบ

2) ลำดับการทำงานที่เท่ากันจะทำการคำนวณจากซ้ายไปขวา

$$A+B+C = (A+B)+C$$

$$A*B*C = (A*B)*C$$

$$A*B/C = (A*B)/C$$

$$A/B*C = (A/B)*C$$

3) ในกรณีที่เครื่องหมายยกกำลังซ้อนจะคำนวณจากขวาไปซ้าย

$$A^B^C = A^{(B^C)}$$

โดยปกติเมื่อป้อนนิพจน์อินฟิกซ์เข้าเครื่องคอมพิวเตอร์ คอมไพเลอร์จะไม่สามารถสร้างรหัสหรือชุดของคำสั่งจากนิพจน์ที่ป้อนเข้าไปนี้ได้ คอมไพเลอร์จะต้องทำการแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็นโพสฟิกซ์ก่อน แล้วจึงแปลเป็นชุดคำสั่งภาษาเครื่องอีกต่อหนึ่ง เพื่อการคำนวณค่าต่อไป

### 2.7.2 การแปลงนิพจน์จากอินฟิกซ์ให้เป็นโพสฟิกซ์

2.6.2.1 ถ้า อินพุต เป็นตัวโอเปอเรนด์ ให้นำไปไว้ที่เอาต์พุต (postfix string)

2.6.2.2 ถ้า อินพุต เป็นตัว โอเปอเรเตอร์ ให้

2.6.2.2.1 นำ โอเปอเรเตอร์ เข้าสู่ โอเปอเรเตอร์สแตก ถ้าสแตกตัวนั้นว่างเปล่า

2.6.2.2.2 ถ้าโอเปอเรเตอร์สแตกไม่ว่างเปล่า ซึ่งแสดงว่ามีโอเปอเรเตอร์อยู่ในสแตก

ให้เปรียบเทียบลำดับของโอเปอเรเตอร์ที่เป็นอินพุต กับโอเปอเรเตอร์ที่อยู่ในสแตกดังนี้

เครื่องหมาย	ลำดับเมื่ออยู่ที่อินพุต	ลำดับเมื่ออยู่ที่สแตก
^	3	4
*, /	2	2
+, -	1	1
(	4	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ำลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่เป็นอินพุตน้อยกว่า หรือเท่ากับลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตคให้นำโอเปอร์เรเตอร์ ตัวที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค ไปไว้ที่เอาท์พุท จากนั้นก็เปรียบเทียบแบบเดิมอีก ระหว่าง อินพุต ตัวนั้น กับโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค (ซึ่งเป็นโอเปอร์เรเตอร์ตัวใหม่) โดยใช้หลักการเดิมนี้ ทำเช่นนี้จนกระทั่ง

- 1) ลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่เป็นอินพุตมีค่ามากกว่า ลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค หรือ
- 2) ทำจนกระทั่งสแตคว่างเปล่า หรือ
- 3) ทำจนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิด

แต่ถ้ำลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ ที่เป็นอินพุตมากกว่าลำดับของโอเปอร์เรเตอร์ที่อยู่ส่วนบนสุดของสแตค นำโอเปอร์เรเตอร์ตัวนั้น ใส่ออกไปนอกสแตค

2.6.2.3 ถ้ำอินพุตเป็นเครื่องหมายวงเล็บเปิด “(” ให้ใส่ “)” ลงสู่สแตคแต่ถ้ำอินพุตเป็นเครื่องหมายวงเล็บปิด “)” ก็ให้นำข้อมูลออกจากสแตค จนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิด แล้วทิ้งเครื่องหมายวงเล็บเปิดปิดส่วนโอเปอร์เรเตอร์ที่นำออกมาจากสแตคก็ให้ไปต่อไว้ที่เอาท์พุทตามลำดับ

2.6.2.4 ถ้ำอินพุตหมดแล้วให้นำข้อมูลทั้งหมดออกจากสแตคมาไว้ที่เอาท์พุท

### ตัวอย่าง 2.7.1 จงแปลง A+B-C เป็น โพลสฟิกซ์

วิธีทำ	อินพุต	โพลสฟิกซ์ สตรีง	โอเปอร์เรเตอร์สแตค
	A	blank	blank
	+	A	blank
	B	A	+
	-	AB	+
	C	AB+	-
		AB+C	-
		AB+C-	

ดังนั้น โพลสฟิกซ์ คือ AB+C-

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.8 การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ขนาด $n \times n$

การหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ขนาด  $n \times n$  สามารถหาได้โดยวิธีที่เรียกว่า “การกระจายโดยโคแฟกเตอร์”

นิยาม ให้  $A$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times n$  และให้  $M_{ij}$  เป็นเมตริกซ์ที่เกิดจากการตัดแถวที่  $i$  และหลักที่  $j$  ของ  $A$  ออก และเรียก  $\det M_{ij}$  ว่า ไมเนอร์ (Minor) ของ  $a_{ij}$  และเรียก  $A_{ij} = (-1)^{i+j} \det M_{ij}$  ว่า โคแฟกเตอร์ (Cofactor) ของ  $a_{ij}$

ถ้า  $A$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times n$  สามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ของ  $A$  ได้โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ ดังนี้

- 1) หา  $\det A$  โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ตามแถวที่  $i$  ของ  $A$  จะได้

$$\det A = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in} \quad \text{หรือ}$$

- 2) หา  $\det A$  โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ตามหลักที่  $j$  ของ  $A$  จะได้

$$\det A = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}$$

**ตัวอย่าง 2.8.1** ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

หา  $\det A$  โดยกระจายตามแถวที่ 3 ดังนี้

$$\begin{aligned} \det A &= a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} + a_{34}A_{34} \\ &= 3A_{31} + 0A_{32} + 0A_{33} + (-3)A_{34} \\ &= 3A_{31} + (-3)A_{34} \\ &= 3(-1)^{3+1} \det M_{31} + (-3)(-1)^{3+4} \det M_{34} \end{aligned}$$

$$= 3(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (3)(1)(20) + (-3)(-1)(-4)$$

$$= 60 - 12$$

$$= 48$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

### วิธีการออกแบบ

#### 3.1 ขั้นตอนการออกแบบ

ในส่วนของการออกแบบนั้น ได้ทำการออกแบบเว็บเซอร์วิสในการคำนวณหาค่าผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น ตามวิธีของ นิวตัน-ราฟสัน และวิธีนิวตัน-ไลค์ โดยจากการศึกษาวิธีการคำนวณหาค่าผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นตามวิธีของ นิวตัน-ราฟสัน แล้วทำให้ได้ขั้นตอนในการออกแบบฟังก์ชันที่ใช้ในการสร้างฟังก์ชันนิวตัน-ราฟสันดังนี้

- 1) ฟังก์ชัน *Posfix* เพื่อทำการ Posfix สมการที่รับเข้ามา
- 2) ฟังก์ชัน *Cal\_fn* เพื่อทำการคำนวณค่าของสมการ
- 3) ฟังก์ชัน *Check\_fn* เพื่อทำการตรวจสอบรูปแบบสมการที่รับเข้ามาว่าถูกหรือผิด
- 4) ฟังก์ชัน *Matrix\_det* เพื่อทำการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์
- 5) ฟังก์ชัน *Diff* เพื่อทำการหาค่าอนุพันธ์ของสมการ
- 6) ฟังก์ชัน *Newton\_equation* เพื่อคำนวณผลเฉลยของสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน
- 7) ฟังก์ชัน *Newton\_system* เพื่อคำนวณผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน

ฟังก์ชัน *Newton\_like* เพื่อคำนวณผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ไลค์

และเนื่องจากวิธีนิวตัน-ไลค์มีขั้นตอนการทำงานที่เหมือนกับนิวตัน-ราฟสัน ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องมีการออกแบบฟังก์ชันเพิ่มเติมจากเดิม

#### 3.2 ฟังก์ชันต่างๆ ที่สร้างเป็นเว็บเซอร์วิส

##### 3.2.1 ฟังก์ชัน *Posfix(string st)*

หน้าที่ แปลง Infix เป็น Posfix

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

- 1) *st* เป็น *string* ของสมการที่รับเข้ามา

ค่าที่ส่งกลับ *string* ที่ทำการ Posfix แล้ว

การทำงาน ตัวแปร *st* ที่รับเข้ามาจะถูกแยกออกเป็นพจน์ แล้วเอาไปเปรียบเทียบตามหลักการของการ Posfix ที่กล่าวไว้ข้างต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.2 ฟังก์ชัน *Cal\_fn(string st,string variable)*

หน้าที่ คำนวณค่าสมการที่รับเข้ามา

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 2 ตัว คือ

1) *st* เป็น *string* ที่รับค่าสมการที่จะทำการคำนวณ

2) *variable* เป็น *string* ที่รับค่าตัวแปรที่แต่ละตัวในสมการมีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้ามีตัวแปร *x* ตัวแปรเดียวจะเป็น  $x=1$  แต่ถ้ามีตัวแปร *a* และ *b* ก็จะมีรูปแบบเป็น  $a=1, b=2$  และถ้าหากมีตัวแปร *x, y* และ *z* ก็จะมีรูปแบบการใส่เป็น  $x=1, y=2, z=3$

ค่าที่ส่งกลับ ค่าที่คำนวณได้ของสมการซึ่งมีชนิดเป็น *Double*

การทำงาน ตัวแปร *st* ที่รับเข้ามาจะถูกส่งไปยังฟังก์ชัน *Posfix* เพื่อทำการ *Posfix* เสียก่อน แล้วจึงทำการคำนวณค่าตาม ตัวแปรที่รับเข้ามา

### 3.2.3 ฟังก์ชัน *Check\_fn(string st)*

หน้าที่ ตรวจสอบรูปแบบสมการที่รับเข้ามาว่าถูกหรือผิด

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) *st* เป็น *string* ของสมการที่รับเข้ามา

ค่าที่ส่งกลับ ค่า *true* หรือ ค่า *false* ของรูปแบบสมการ

การทำงาน *st* ที่รับมาจะถูกส่งไปยังฟังก์ชัน *Posfix* แล้วทำการตรวจสอบว่าโอเปอเรเตอร์ที่มีน้อยกว่าพจน์ของตัวแปรอยู่ 1 หรือไม่ ถ้าใช่ก็ส่งค่า *true* กลับ แต่ถ้าไม่ใช่ก็ส่งค่า *false* กลับ

### 3.2.4 ฟังก์ชัน *Matrix\_det(string matrix)*

หน้าที่ หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 1 ตัว

1) *matrix* เป็น *string* ที่มีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้าต้องการหาค่า  $\det 2*2$  ดังนั้น *string* ที่รับมาจะเป็น  $((1,2),(3,4))$  และถ้ามีขนาดเป็น  $3*3$  ดังนั้น *string* ที่รับมาจะเป็น  $((1,2,3),(2,3,4),(5,6,7))$  และถ้ามีขนาดเป็น  $4*4$  แล้ว *string* ที่รับมาจะเป็น  $((1,2,3,4),(5,6,7,8),(9,10,11,12),(13,14,15,16))$  เป็นต้น

ค่าที่ส่งกลับ ค่าดีเทอร์มิแนนต์ที่คำนวณได้โดยมีชนิดเป็น *Double*

การทำงาน ตัวแปร *Matrix* ที่รับเข้ามาจะถูกแปลงเป็นค่า *Double* แล้วเก็บลงใน *array* ที่สร้างขึ้น แล้วทำการคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์ตามวิธีการที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น

### 3.2.5 ฟังก์ชัน *Diff(string st, string variable, string var\_diff, double h, double error)*

หน้าที่ คำนวณค่าอนุพันธ์ของสมการ

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 5 ตัว คือ

1) *st* เป็น *string* ที่รับค่าสมการที่จะทำการหาค่าอนุพันธ์

2) *variable* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรที่ใช้ในสมการ โดยมีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้ามีตัวแปร *x* ตัวแปรเดียวจะเป็น *x=1* แต่ถ้ามีตัวแปร *a* และ *b* จะมีรูปแบบในการใส่เป็น *a=1,b=2* และถ้ามีตัวแปร *x, y* และ *z* จะรูปแบบในการใส่เป็น *x=1,y=2,z=3*

3) *var\_diff* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรที่ใช้เทียบในการหาค่าอนุพันธ์เช่น ถ้าจะทำการหาอนุพันธ์เทียบ *x* ค่าที่ใส่คือ *x*

4) *h* เป็นตัวแปร *Double* ใช้รับค่าความกว้างของข้อมูลตัวถัดไป

5) *Error* เป็นตัวแปร *Double* ที่ใช้รับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ค่าที่ส่งกลับ ค่าอนุพันธ์ของสมการที่คำนวณได้ เป็น ซึ่งมีชนิดของข้อมูลเป็น *Double*

การทำงาน ทำตามขั้นตอนการหาอนุพันธ์โดยวิธีผลต่างสืบเนื่องไปข้างหน้า (*Forward*) ดังที่กล่าวไว้ข้างต้น โดยจะใช้ฟังก์ชัน *Cal\_fn* ในการคำนวณค่าของสมการแต่ละครั้ง

### 3.2.6 ฟังก์ชัน *Newton\_equation(string st, string variable, string var\_cal, double error)*

หน้าที่ คำนวณผลเฉลยของสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 4 ตัว คือ

1) *st* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าสมการที่จะทำการหาผลเฉลย

2) *variable* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรทั้งหมดที่ใช้ในสมการที่จะทำการหาผลเฉลย ซึ่งมีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้ามีตัวแปร *x* ตัวแปรเดียวจะเป็น *x = 1* แต่ถ้ามีตัวแปร *a* และ *b* จะมีรูปแบบการใส่เป็น *a = 1, b = 2* และถ้ามีตัวแปร *x, y* และ *z* จะมีรูปแบบการใส่เป็น *x = 1, y = 2, z = 3*

3) *va\_cal* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรที่จะทำการหาผลเฉลย

4) *error* เป็นตัวแปร *Double* ที่รับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ค่าที่ส่งกลับ ค่าผลเฉลยของตัวแปรที่ต้องการคำนวณ ซึ่งมีชนิดเป็น *Double*

การทำงาน รับค่า *st* ซึ่งเป็นสมการที่ต้องการหาผลเฉลย จากนั้นก็นำไปคำนวณตามวิธีนิวตัน ซึ่งได้กล่าวไว้ข้างต้น

### 3.2.7 ฟังก์ชัน *Newton\_system(string multi\_fn, string variable, double error)*

หน้าที่ คำนวณผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-กราฟเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 3 ตัว คือ

1) *multi\_fn* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าสมการที่จะทำการคำนวณหาค่าผลเฉลย โดยมีรูปแบบในการใส่คือ แต่ละสมการจะต้องคั่นด้วย “,” เช่น  $x^2, y+2$  เป็นต้น

2) *variable* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรแต่ละตัวที่ใช้ในสมการ ซึ่งจะมีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้ามีตัวแปร  $x$  ตัวแปรเดียวจะเป็น  $x = 1$  แต่ถ้ามีตัวแปร  $a$  และ  $b$  จะมีรูปแบบการใส่เป็น  $a = 1, b = 2$  แต่ถ้ามีตัวแปร  $x, y$  และ  $z$  จะมีรูปแบบการใส่เป็น  $x = 1, y = 2, z = 3$

3) *Error* เป็นตัวแปร *double* ที่รับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ค่าที่ส่งกลับ ค่าผลเฉลยตัวแปรแต่ละตัว และจำนวนครั้งที่ซ้ำ โดยส่งกลับมาเป็น *array* ของตัวแปร *double* โดยที่ *array* ตัวที่ 0 คือจำนวนครั้งที่ใช้ในการหาผลเฉลย และตัวต่อๆ ไปคือค่าผลเฉลยของตัวแปรต่างๆ ตามลำดับ

การทำงาน รับค่า *multi\_fn* ซึ่งเป็นระบบสมการที่ต้องการหาผลเฉลย จากนั้นจึงทำการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นโดยวิธีนิวตัน-ราฟสัน ตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ข้างต้น

### 3.2.8 ฟังก์ชัน *Newton\_like* (*string multi\_fn, string variable, double error*)

หน้าที่ คำนวณผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยวิธีนิวตัน-ไลค์

อาร์กิวเมนต์ที่รับ มี 3 ตัว คือ

1) *multi\_fn* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าสมการที่จะทำการคำนวณหาค่าผลเฉลย โดยมีรูปแบบในการใส่คือ แต่ละสมการจะต้องคั่นด้วย “,” เช่น  $x^2, y+2$  เป็นต้น

2) *variable* เป็นตัวแปร *string* ที่รับค่าตัวแปรทั้งหมดที่ใช้ในสมการ ซึ่งจะมีรูปแบบในการใส่เช่น ถ้ามีตัวแปร  $x$  ตัวแปรเดียวจะเป็น  $x = 1$  แต่ถ้ามีตัวแปร  $a$  และ  $b$  จะมีรูปแบบการใส่เป็น  $a=1, b = 2$  แต่ถ้ามีตัวแปร  $x, y$  และ  $z$  จะมีรูปแบบการใส่เป็น  $x = 1, y = 2, z = 3$

3) *Error* เป็นตัวแปร *double* ที่รับค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ค่าที่ส่งกลับ ค่าผลเฉลยของตัวแปรแต่ละตัว และจำนวนครั้งที่ซ้ำ โดยส่งกลับมาเป็น *array* ของตัวแปรชนิด *double* โดยที่ *array* ตัวที่ 0 คือจำนวนครั้งที่ใช้ในการหาผลเฉลย และตัวต่อๆ ไปคือค่าผลเฉลยของตัวแปรต่างๆ ตามลำดับ

การทำงาน รับค่า *multi\_fn* ซึ่งเป็นระบบสมการที่ต้องการหาผลเฉลย จากนั้นจึงทำการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นโดยวิธีนิวตัน-ไลค์ ตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ข้างต้น

### 3.3 ขั้นตอนการทำงาน

#### 1) รับสมการเข้ามา

$$f(x, y) = (0.125 * x^2 * y) - (0.5 * x) + (0.5 + y) + 0.3258$$

$$g(x, y) = (0.001 * x * (y^2)) + (0.1 * x) - (0.5 * y) + 0.3978$$

แล้วแปลงจากอินฟิเคให้เป็นโพสฟิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 3.1  $(0.125 * x^2 * y) - (0.5 * x) + (0.5 + y) + 0.3258$

### วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอเรเตอร์สแตก
(	(	blank
0.125	0.125	(
*	0.125	(*
(	0.125	(* (
x	0.125 x	(* (
^	0.125 x	(* (^
2	0.125 x 2	(* (^
)	0.125 x 2 ^	(*
*	0.125 x 2 ^ *	(*
y	0.125 x 2 ^ * y	(*
)	0.125 x 2 ^ * y *	blank
-	0.125 x 2 ^ * y *	-
(	0.125 x 2 ^ * y *	-(
0.5	0.125 x 2 ^ * y * 0.5	-(
*	0.125 x 2 ^ * y * 0.5	-(*
x	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x	-(*
)	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x *	-
+	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * -	+
(	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * -	+(
0.05	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05	+(
*	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05	+(*
y	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05 y	+(*
)	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05 y *	+
+	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05 y * +	+
0.3258	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05 y * + 0.3258	+
	0.125 x 2 ^ * y * 0.5 x * - 0.05 y * + 0.3258 +	blank

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 3.2  $(0.001 * x * (y^2)) + (0.1 * x) - (0.5 * y) + 0.3978$

### วิธีทำ

อินพุต	โพสฟิกซ์สตริง	โอเปอเรเตอร์สแตค
(	blank	(
0.001	0.001	(
*	0.001	(*
x	0.001 x	(*
*	0.001 x *	(*
(	0.001 x *	(* (
y	0.001 x * y	(* (
^	0.001 x * y	(* (^
2	0.001 x * y 2	(* (^
)	0.001 x * y 2 ^	(*
)	0.001 x * y 2 ^ *	blank
+	0.001 x * y 2 ^ *	+
(	0.001 x * y 2 ^ *	+(
0.1	0.001 x * y 2 ^ * 0.1	+(
*	0.001 x * y 2 ^ * 0.1	+( *
x	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x	+( *
)	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x *	+
-	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * +	-
(	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * +	-(
0.5	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5	-(
*	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5	-( *
y	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5 y	-( *
)	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5 y *	-
+	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5 y * -	+
0.3978	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5 y * - 0.3978 +	+
	0.001 x * y 2 ^ * 0.1 x * + 0.5 y * - 0.3978 +	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2) จากโพลีฟังก์ชัน

$$f(x,y) = 0.125 x^2 y + 0.5 x - 0.05 y + 0.3258 +$$

$$g(x,y) = 0.001 x^2 y + 0.1 x + 0.5 y - 0.3978 +$$

$$x = 1, y = 1$$

แทนค่า  $x, y$  ใน โพลีฟังก์ชันของ  $f(x, y)$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f(1,1) &= 0.125 \cdot 1^2 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= 0.125 \cdot 1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= 0.125 \cdot 1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= 0.125 \cdot 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= 0.125 \cdot 0.5 - 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= -0.375 + 0.05 \cdot 1 + 0.3258 + \\ &= -0.375 + 0.05 + 0.3258 + \\ &= -0.325 + 0.3258 + \\ &= 0.0079999999999999674 \\ \therefore f(1,1) &= 0.0079999999999999674 \\ x &= 1, y = 1 \end{aligned}$$

แทนค่า  $x, y$  ใน โพลีฟังก์ชันของ  $g(x, y)$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} g(x,y) &= 0.001 \cdot 1^2 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.001 \cdot 1^2 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.001 \cdot 1 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.001 \cdot 0.1 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.001 \cdot 0.1 + 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.101 \cdot 0.5 \cdot 1 - 0.3978 + \\ &= 0.101 \cdot 0.5 - 0.3978 + \\ &= -0.399 + 0.3978 + \\ &= -0.0012000000000000034 \\ \therefore g(1,1) &= -0.0012000000000000034 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3) หากจาโคเบียน โดย  $x = 1, y = 1, error \leq 0.0000001$

$$f(x, y) = (0.125 * x^2 * y) - (0.5 * x) + (0.5 + y) + 0.3258$$

$$g(x, y) = (0.001 * x * (y^2)) + (0.1 * x) - (0.5 * y) + 0.3978$$

$$J = \begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g \end{vmatrix}$$

โดยต้องเอา  $f(x), g(x)$  ไปหาอนุพันธ์เทียบ  $x$  และ  $y$  ก่อนแล้วจึงนำค่าที่ได้มาคำนวณหาค่าดีเทอร์มิแนนท์ และในการหา อนุพันธ์ นั้นเราใช้วิธีผลต่างสี่บเนื่องข้างหน้าคือ จะนำค่า  $error$  ที่ได้มาเป็นช่วงที่ใช้ในการเพิ่มค่าตัวแปรในการหาอนุพันธ์

**กรณี  $f_x$**   $h = 0.0000001, error = 0.0000001$

$$f(1,1) = -0.0012000000000000034$$

$$f(1.0000001,1) = 0.00079997500000122956$$

$$\begin{aligned} \text{ทำการ ตรวจสอบ } \left| \frac{1}{1} \Delta f(x, y) \right| &= |0.00079997500000122956 - 0.00079999999999999674| \\ &= |-0.00000002499999873784| < error \end{aligned}$$

$$\text{ได้ } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{0.0000001} (-0.00000002499999873784)$$

$$= -0.249999987378402$$

แต่หากคำนวณจริงตามปกติ เมื่อ  $x = 1, y = 1$

$$\text{จะได้ } \frac{\partial f}{\partial x} = 0.25xy - 0.5$$

$$= -0.25$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณี  $f_y$   $h = 0.0000001, error = 0.0000001$

$$f(1,1) = 0.0007999999999999674$$

$$f(1,1.0000001) = 0.00080001750000002758$$

$$\begin{aligned} \text{ทำการตรวจสอบ } \left| \frac{1}{1} \Delta f(x, y) \right| & \\ &= |0.00080001750000002758 - 0.0007999999999999674| \\ &= |0.000000017500000060177712| < error \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ได้ } \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{1}{0.0000001} (0.000000017500000060177712) \\ &= 0.17500000060177712 \end{aligned}$$

แต่หากคำนวณจริงตามปกติ เมื่อ  $x = 1, y = 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{\partial f}{\partial x} &= 0.125x^2 + 0.05 \\ &= 0.175 \end{aligned}$$

กรณี  $g_x$   $h = 0.0000001, error = 0.0000001$

$$g(1,1) = -0.00120000000000000344$$

$$g(1.0000001, 1) = -0.0011999898999999759$$

$$\begin{aligned} \text{ทำการตรวจสอบ } \left| \frac{1}{1} \Delta g(x, y) \right| & \\ &= |(-0.0011999898999999759) - (-0.00120000000000000344)| \\ &= |0.000000010000005852163| < error \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ได้ } \frac{\partial g}{\partial x} &= \frac{1}{0.0000001} (0.000000010000005852163) \\ &= 0.1010000005852163 \end{aligned}$$

แต่หากคำนวณจริงตามปกติ เมื่อ  $x = 1, y = 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{\partial g}{\partial x} &= 0.001y^2 + 0.1 \\ &= 0.101 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \text{กรณี } g_y \quad h &= 0.0000001, \text{error} = 0.0000001 \\ g(1,1) &= -0.00120000000000000344 \\ g(1,1.0000001) &= 0.001200498000000047 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ทำการตรวจสอบ } \left| \frac{1}{1} \Delta g(x,y) \right| &= |(-0.001200498000000047) - (-0.00120000000000000344)| \\ &= |-0.00000049800000012645285| < \text{error} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ได้ } \frac{\partial g}{\partial x} &= \frac{1}{0.0000001} (-0.00000049800000012645285) \\ &= -0.49800000012645285 \end{aligned}$$

แต่หากคำนวณจริงตามปกติ เมื่อ  $x=1, y=1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{\partial g}{\partial y} &= 0.002xy - 0.5 \\ &= -0.498 \end{aligned}$$

จากนั้นนำค่าที่ได้มาหาจาโคเบียน

$$\begin{aligned} J &= \begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -0.249999987378402 & 0.17500000060177712 \\ 0.1010000005852163 & -0.49800000012645285 \end{vmatrix} \\ &= 0.1068249358286507 \end{aligned}$$

ให้  $x=1, y=1$

$$\text{จาก } x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y \\ g & g_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}}$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} f & f_y \\ g & g_y \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 0.0007999999999999674 & 0.17500000060177712 \\ -0.00120000000000000344 & -0.49800000012645285 \end{vmatrix} \\ &= -0.00018839999937900751 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\therefore x_{n+1} &= 1 - \frac{(-0.0001883999937900751)}{0.10682499358286507} \\ &= 1.0017636322087196\end{aligned}$$

ให้  $x = 1, y = 1$

$$\text{จาก } y_{n+1} = y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f \\ g_x & g \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}}$$

$$\begin{aligned}\begin{vmatrix} f_x & f \\ g_x & g \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} -0.249999987378402 & 0.0007999999999999674 \\ 0.1010000005852163 & -0.00120000000000000344 \end{vmatrix} \\ &= 0.0002191999843859213\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore y_{n+1} &= 1 - \frac{(0.0002191999843859213)}{0.10682499358286507} \\ &= 0.99794804589231367\end{aligned}$$

จากนั้นจึงทำการตรวจสอบ error

$$\text{error} = \left| \sum_{i=1}^n f_i \right| ; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{error} = |f(x, y) + g(x, y)|$$

$$\begin{aligned}&= |(-0.00000051674209228247392) + () - 0.0000000030211348978070873| \\ &= 0.000000519763227180281 > \text{error}\end{aligned}$$

เนื่องจากค่า error ที่ได้ นั้นยังมากกว่า error ที่กำหนด จึงต้องทำการหาจาโคเบียน ใหม่

$$x = 1.0017636322087196$$

$$y = 0.99794804589231367$$

$$J = \begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการหาค่า  $f_x, f_y, g_x, g_y$  โดยวิธีผลต่างสี่บเนื่องข้างหน้า

จะได้

$$f_x = -0.25007297288492936$$

$$f_y = 0.17544129649049722$$

$$g_x = 0.10099589997647485$$

$$g_y = -0.49800058354865229$$

จาก

$$\begin{aligned} J &= \begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -0.25007297288492936 & 0.17544129649049722 \\ 0.10099589997647485 & -0.19800058354865229 \end{vmatrix} \\ &= 0.10681769479434379 \end{aligned}$$

ให้  $x = 1.0017636322087196$

$y = 0.99794804589231367$

จาก  $x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y \\ g & g_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}}$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} f & f_y \\ g & g_y \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} -0.00000051674209228247392 & 0.17544129649049722 \\ -0.0000000030211348978070873 & -0.49800058354865229 \end{vmatrix} \\ &= 0.00000025786789532416751 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x_{n+1} &= 1.0017636322087196 - \frac{0.00000025786789532416751}{0.10681763479434379} \\ &= 1.0017612181139326 \end{aligned}$$

ให้  $x = 1.0017636322087196$

$y = 0.99794804589231367$

จาก  $y_{n+1} = y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f \\ g_x & g \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{vmatrix} f_x & f \\ g_x & g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.25007297288492936 & -0.00000051674209228247392 \\ 0.10099589997647485 & -0.0000000030211348978070873 \end{vmatrix}$$

$$= 0.0000000529443368511761$$

$$\therefore y_{n+1} = 0.99794804589231367 - \frac{0.0000000529443368511761}{0.10681763479434379}$$

$$= 0.9979475502406645$$

จากนั้นจึงทำการตรวจสอบ error

$$x = 1.0017612181139326$$

$$y = 0.9979475502406645$$

$$error = |f(x, y) + g(x, y)|$$

$$= |0.0000000000010569878305943803 + 0.000000000000001609823385706477|$$

$$= 0.0000000000010585976539800868 \text{ (error)}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ

$$x = 1.0017612181139326$$

$$y = 0.9979475502406645$$

โดยทำซ้ำ 2 ครั้ง

### นิเวศน์-ไลค์

$$f(x, y, z) = x^3 - 10x + y - z + 3$$

$$g(x, y, z) = y^2 + 10y - 2x - 2z - 5$$

$$h(x, y, z) = x + y - 10z + 2 \sin z + 5$$

$$x = 2.5, y = 2.5, z = 2.5, error \leq 0.0000005$$

จากโจทย์

$$f(x, y, z) = (x^3) - (10 * x) + y - z + 3$$

$$g(x, y, z) = (y^2) + (10 * y) - (2 * x) - (2 * z) - 5$$

$$h(x, y, z) = x + y - (10 * z) + (2 * (\sin * z)) + 5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แปลงเป็นโพสฟิกได้

$$f(x, y, z) = x^3 + 10x - y + z - 3$$

$$g(x, y, z) = y^2 + 10y + 2x - 2z - 5$$

$$h(x, y, z) = xy + 10z - 2 \sin z + 5$$

$x = 2.5, y = 2.5, z = 2.5$  แทนค่า  $x, y, z$  ใน โพสฟิกของ  $f(x, y, z)$  จะได้

$$f(x, y, z) = 2.5^3 + 10 \cdot 2.5 - 2.5 + 2.5 - 3 +$$

$$= 15.625 + 10 \cdot 2.5 - 2.5 + 2.5 - 3 +$$

$$= 15.625 + 25 - 2.5 + 2.5 - 3 +$$

$$= -9.375 + 2.5 + 2.5 - 3 +$$

$$= -6.875 + 2.5 - 3 +$$

$$= -9.375 + 3 +$$

$$= -6.375$$

$$\therefore f(x, y, z) = -6.375$$

$$g(x, y, z) = 2.5^2 + 10 \cdot 2.5 + 2 \cdot 2.5 - 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 6.25 + 10 \cdot 2.5 + 2 \cdot 2.5 - 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 6.25 + 25 + 2 \cdot 2.5 - 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 31.25 + 2 \cdot 2.5 - 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 31.25 + 5 - 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 26.25 + 2 \cdot 2.5 - 5 -$$

$$= 26.25 + 5 - 5 -$$

$$= 21.25 - 5 -$$

$$= 16.25$$

$$\therefore g(x, y, z) = 16.25$$

$$h(x, y, z) = 2.5 \cdot 2.5 + 10 \cdot 2.5 - 2 \sin 2.5 + 5 +$$

$$= 5 + 10 \cdot 2.5 - 2 \sin 2.5 + 5 +$$

$$= 5 + 25 - 2 \sin 2.5 + 5 +$$

$$= -20 + 2 \sin 2.5 + 5 +$$

$$= -20 + 2 \cdot 0.59847214410395655 + 5 +$$

$$= -20 + 1.1969442882079131 + 5 +$$

$$= -18.803055711792087 + 5 +$$

$$= -13.809055711792087$$

$$\therefore h(x, y, z) = -13.809055711792087$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### หาจาโคเบียน

$$J = \begin{vmatrix} f_x & f_y & f_z \\ g_x & g_y & g_z \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$$

ทำการหาค่าอนุพันธ์ โดยวิธีผลต่างสืบเนื่องข้างหน้า  
จะได้

$$\begin{aligned} f_x &= 8.75000000277737 \\ f_y &= 1.0000000010279564 \\ f_z &= -1.0000000010279564 \\ g_x &= -2.0000000020559128 \\ g_y &= 15.000000001208491 \\ g_z &= -2.0000000020559128 \\ h_x &= 0.99999999747524271 \\ h_y &= 0.99999999747524271 \\ h_z &= -11.602287237622022 \end{aligned}$$

จากนั้นแทนค่าได้

$$J = \begin{vmatrix} 8.75000000277737 & 1.0000000010279564 & -1.0000000010279564 \\ -2.0000000020559128 & 15.000000001208491 & -2.0000000020559128 \\ 0.99999999747524271 & 0.99999999747524271 & -11.602287237622022 \end{vmatrix}$$

เนื่องจากวิธีนิวตัน-ไลต์ นั้นจะเลือกเฉพาะเส้นทแยงมุม และค่าสัมบูรณ์ที่มากที่สุดของแต่ละแถว

$$J = \begin{vmatrix} 8.75000000277737 & 1.0000000010279564 & 0 \\ -2.0000000020559128 & 15.000000001208491 & 0 \\ 0 & 0 & -11.602287237622022 \end{vmatrix}$$

$$= -1546.0047750668846$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6.375 & 1.0000000010279564 & -1.0000000010279564 \\ 16.25 & 15.000000001208491 & -2.0000000020559128 \\ -13.803055711792087 & 0.99999999747524271 & -11.602287237622022 \end{vmatrix}$$

$$= 1089.56616060958$$

$$x_{n+1} = 2.5 - \frac{1089.56616060958}{(-1546.0047750668846)}$$

$$= 3.2047624808030557$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 8.75000000277737 & -6.375 & -1.0000000010279564 \\ -2.0000000020559128 & 16.25 & -2.0000000020559128 \\ 0.99999999747524271 & -13.803055711792087 & -11.602287237622022 \end{vmatrix}$$

$$= -1741.9306414963605$$

$$\therefore y_{n+1} = 2.5 - \frac{(-1741.9306414963605)}{(-1546.0047750668846)}$$

$$= 1.3732695593252617$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$z_{n+1} = z_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} 8.75000000277737 & 1.0000000010279564 & -6.375 \\ -2.0000000020559128 & 15.000000001208491 & 16.25 \\ 0.999999999747524271 & 0.99999999974752471 & -13.803055711792087 \end{vmatrix} \\ &= -1856.819674337328 \\ \therefore z_{n+1} &= 2.5 - \frac{(-1856.819674337328)}{(-1546.0047750668846)} \\ &= 1.2989560548045547 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ error

$$\begin{aligned} &|f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)| \\ &= |3.9412099545236359 + 1.3111278046067739 + 1.4849716953216099| \\ &= 7.037730945445202 > \text{error} \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าที่ได้ มากกว่า error จึงต้องทำซ้ำ

ทำซ้ำครั้งที่ 2

$$x = 3.2047624808 \ 030557$$

โดย  $y = 1.3732695593 \ 252617$

$$z = 1.2989560548 \ 045547$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$f(x, y, z) = 3.9412099545 \ 236359$$

$$g(x, y, z) = 1.6111278046 \ 067739$$

$$h(x, y, z) = -9.4629908362 \ 620085$$

$$J = \begin{vmatrix} f_x & f_y & f_z \\ g_x & g_y & g_z \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 20.811507710050137 & 1.0000000010279564 & -0.99999999925159955 \\ -1.9999999985031991 & 12.746539123753564 & -2.0000000038322696 \\ 0.99999999747524271 & 0.99999999747524271 & -9.4629908362620085 \end{vmatrix}$$

ดังนั้นหาค่าสัมบูรณ์มากที่สุดได้เป็น

$$J = \begin{vmatrix} 20.811507710050137 & 1.0000000010279564 & 0 \\ 0 & 12.746539123753564 & -2.0000000038322696 \\ 0.99999999747524271 & 0 & -9.4629908362620085 \end{vmatrix}$$

$$= -2512.2920291740543$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$= 3.2047624808030557 - \frac{(-4.6983118051807281)}{-2512.2920291740543}$$

$$= 3.0177495161229362$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} &= y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}} \\
 &= 1.3732695593252617 - \frac{(-462.9355733911284)}{(-2512.2920291740543)} \\
 &= 1.1890013420896548
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{n+1} &= z_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}} \\
 &= 1.2989560548045547 - \frac{(-486.93343777067884)}{(-2512.2920291740543)} \\
 &= 1.1051356580846861
 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ error

$$\begin{aligned}
 &|f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)| \\
 &= |0.38844845790036064 + 0.057967263972227734 + 0.057555499343514782| \\
 &= 0.50397122121610316 > \text{error}
 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าที่ได้มากกว่า error จึงต้องทำซ้ำ

ทำซ้ำครั้งที่ 3

$$\begin{aligned}
 x &= 3.0177495161229362 \\
 y &= 1.1890013420896548 \\
 z &= 1.1051356580846861
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= 0.38844845790036064 \\g(x, y, z) &= 0.057967263972227734 \\h(x, y, z) &= -0.057555499343514782\end{aligned}$$

$$J = \begin{vmatrix} f_x & f_y & f_z \\ g_x & g_y & g_z \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 17.320436416667917 & 1.0000000010279564 & -0.99999999925159955 \\ -1.9999999985081991 & 12.378002681501243 & -2.0000000011677344 \\ 1.0000000010279564 & 1.0000000010279564 & -9.1019735499742183 \end{vmatrix}$$

หาค่าสัมบูรณ์มากที่สุด

$$J = \begin{vmatrix} 17.320436416667917 & 1.0000000010279564 & 0 \\ 0 & 12.378002681501243 & -2.0000000011677344 \\ 1.0000000010279564 & 0 & -9.1019735499742183 \end{vmatrix}$$

$$= -19533940306709844$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$= 3.0177495161229362 - \frac{(-43.11502031041816)}{(-1953.3940306709844)}$$

$$= 2.9956776659823845$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} &= y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}} \\
 &= 1.1890013420896548 - \frac{(-19.037656659953804)}{(-1953.3940306709844)} \\
 &= 1.1792554043213213
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_{n+1} &= z_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ 0 & g_y & g_z \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix}} \\
 &= 1.1051356580846861 - \frac{(-18.985737141528141)}{(-1953.3940306709844)} \\
 &= 1.0954162994486782
 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ error

$$\begin{aligned}
 &|f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)| \\
 &= |0.010527488963022691 + 0.0010094209721174252 + 0.00099221159355611377| \\
 &= 0.01252912152869623 > \text{error}
 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าที่ได้มากกว่า error จึงต้องทำซ้ำ

ทำซ้ำครั้งที่ 4

$$x = 2.9956776659823845$$

$$y = 1.1792554043213213$$

$$z = 1.0954162994486782$$

$$J = \begin{vmatrix} 13.922254047813112 & 1.0000000010279564 & -0.9999999995159955 \\ -1.9999999985031991 & 12.358510808496703 & -1.9999999985031991 \\ 1.0000000010279564 & 1.0000000010279564 & -9.0846472629024788 \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วจึงหาค่าสัมบูรณ์มากที่สุดได้เป็น

$$J = \begin{vmatrix} 13.922254047813112 & 1.0000000010279564 & 0 \\ -1.9999999985031991 & 12.358510808496703 & 0 \\ 0 & 0 & -9.0846472629024788 \end{vmatrix}$$

$$= -1918.076639308593$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$= 2.995677665982345 - \frac{(-1.1630117740724524)}{(-1918.076639308593)}$$

$$= 2.9950713232793675$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$= 1.1792554043213213 - \frac{(-0.40206896435424913)}{(-1918.076639308593)}$$

$$= 1.1790457834161321$$

$$z_{n+1} = z_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_x & f_y & 0 \\ g_x & g_y & 0 \\ 0 & 0 & h_z \end{vmatrix}}$$

$$= 1.0954162994486782 - \frac{(-0.37672078461855352)}{(-1918.076639308593)}$$

$$= 1.0952198939574178$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตรวจสอบ error

$$\begin{aligned}
 & |f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)| \\
 &= \left| \begin{array}{l} 0.00025689216925606218 + 0.000024359079077385101 \\ + 0.000023934890322152569 \end{array} \right| \\
 &= 0.00030518613865559985 > \text{error}
 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าที่ได้ มากกว่า error จึงต้องทำซ้ำ

ทำซ้ำครั้งที่ 5

$$x = 2.9950713232793675$$

$$y = 1.1790457834161321$$

$$z = 1.062198939574178$$

แล้วจึงหาค่าสัมบูรณ์มากที่สุดได้เป็น

$$J = -1900.5464683028827$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\begin{vmatrix} f & f_y & f_z \\ g & g_y & g_z \\ h & h_y & h_z \end{vmatrix}}{J}$$

$$= 2.9950713232793675 - \frac{(-0.028377102592054584)}{(-1900.5464683028827)}$$

$$= 2.9950563922565983$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f & f_z \\ g_x & g & g_z \\ h_x & h & h_z \end{vmatrix}}{J}$$

$$= 1.1790457834161321 - \frac{(-0.0097564398521124487)}{(-1900.546468302882)}$$

$$= 1.1790406499242576$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$z_{n+1} = z_n - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y & f \\ g_x & g_y & g \\ h_x & h_y & h \end{vmatrix}}{J}$$

$$= 1.0952198939574178 - \frac{(-0.009126139920509446)}{(-1900.5464683028827)}$$

$$= 1.0952150921069643$$

ตรวจสอบ error

$$|f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)|$$

$$= \left| \begin{array}{l} 0.0000040586790825969388 + 0.00000038468930085855391 \\ + 0.00000037798482210860129 \end{array} \right|$$

$$= 0.000004821353205564094 > \text{error}$$

เนื่องจากค่าที่ได้ มากกว่า error จึงต้องทำซ้ำ  
ทำซ้ำครั้งที่ 6

$$x = 2.9950563922565983$$

$$y = 1.1790406499242576$$

$$z = 1.0952150921069643$$

หาค่าสัมบูรณ์มากที่สุดจะได้

$$J = -1916.6815660803259$$

$$x_{n+1} = 2.9950563922565983 - \frac{(-0.00044833302272818135)}{(-1916.6815660803259)}$$

$$= 2.9950561583455353$$

$$y_{n+1} = 1.1790406499242576 - \frac{(-0.00015411131871022874)}{(-1916.6815660803259)}$$

$$= 1.1790405695189772$$

$$z_{n+1} = 1.0952150921069643 - \frac{(-0.00014414615998100078)}{(-1916.6815660803259)}$$

$$= 1.0952150169008568$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตรวจสอบ error

$$\begin{aligned}
 & |f(x, y, z) + g(x, y, z) + h(x, y, z)| \\
 &= \left| 0.0000000977897878229328 + 0.0000000092686409658426783 \right. \\
 &\quad \left. + 0.000000009107183451817491 \right| \\
 &= 0.0000011616561224059296 < \text{error}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลเฉลยของระบบสมการนี้คือ

$$x = 2.9950561583455353$$

$$y = 1.1790405695189772$$

$$z = 1.0952150169008568$$

ซึ่งได้ทำซ้ำ 6 ครั้ง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

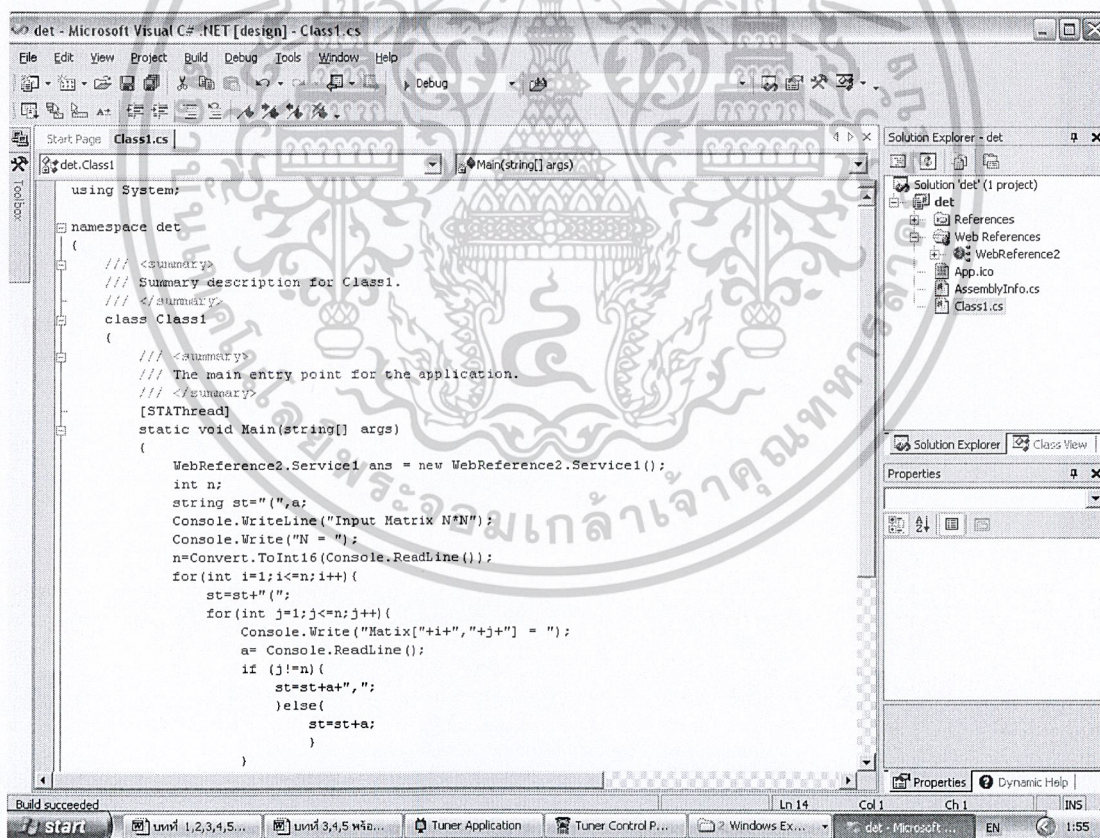
### การเรียกใช้เว็บเซอร์วิส

#### 4.1 การเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยวิธีต่างๆ

##### 4.1.1 ตัวอย่างขั้นตอนการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยใช้ Visual Studio .NET

ในตัวอย่างการเรียกเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสโดยใช้ Visual Studio .NET นี้ จะเรียกใช้ฟังก์ชัน Matrix\_det เพื่อคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยตัวอย่างนี้จะแสดงการเรียกผ่าน Console Application ของ Visual C#.NET ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

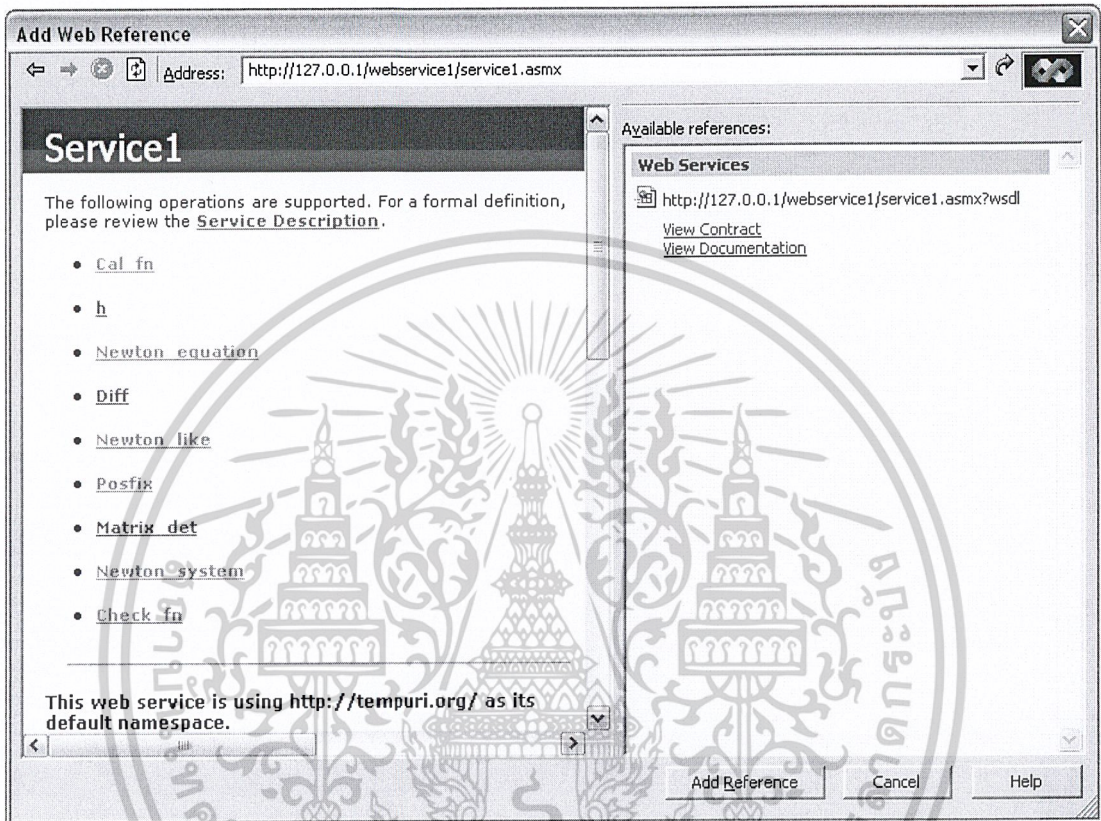
##### 1) สร้าง Console Application ของ Visual C#.NET



รูป 4.1 แสดงการสร้าง Console Application ของ Visual C#.NET

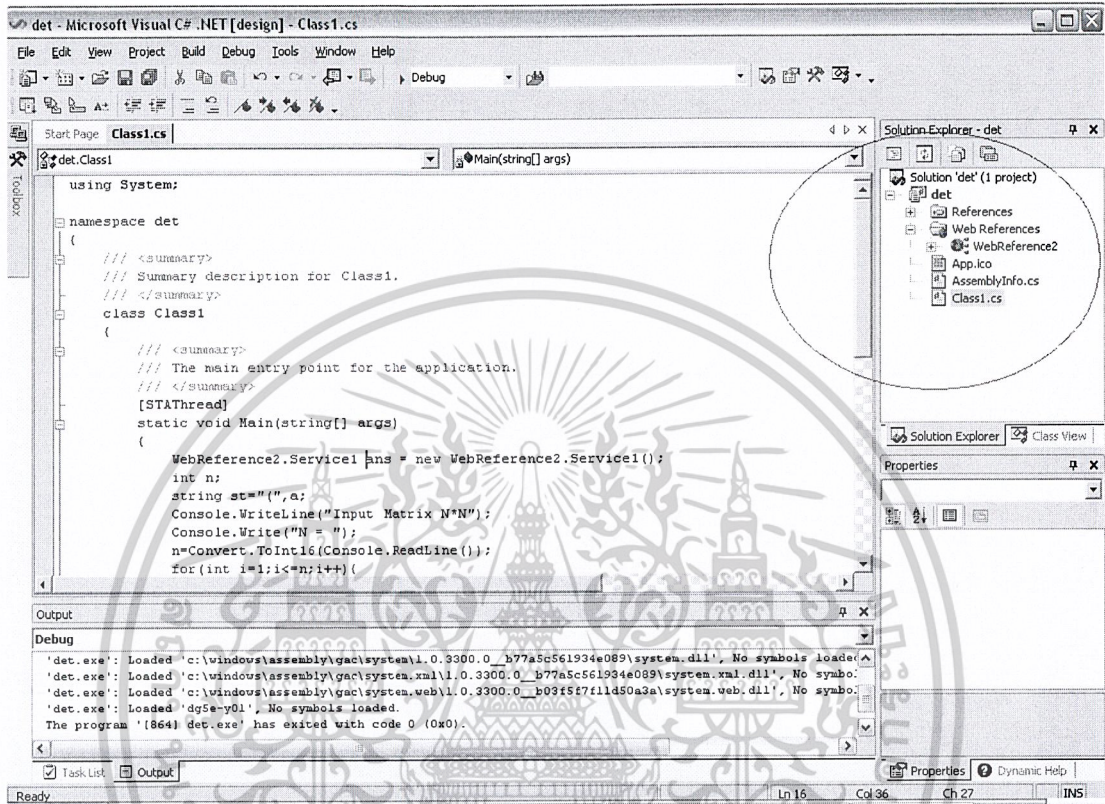
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้





รูปที่ 4.3 แสดงการป้อน URL ที่เว็บเซอวิสตั้งอยู่

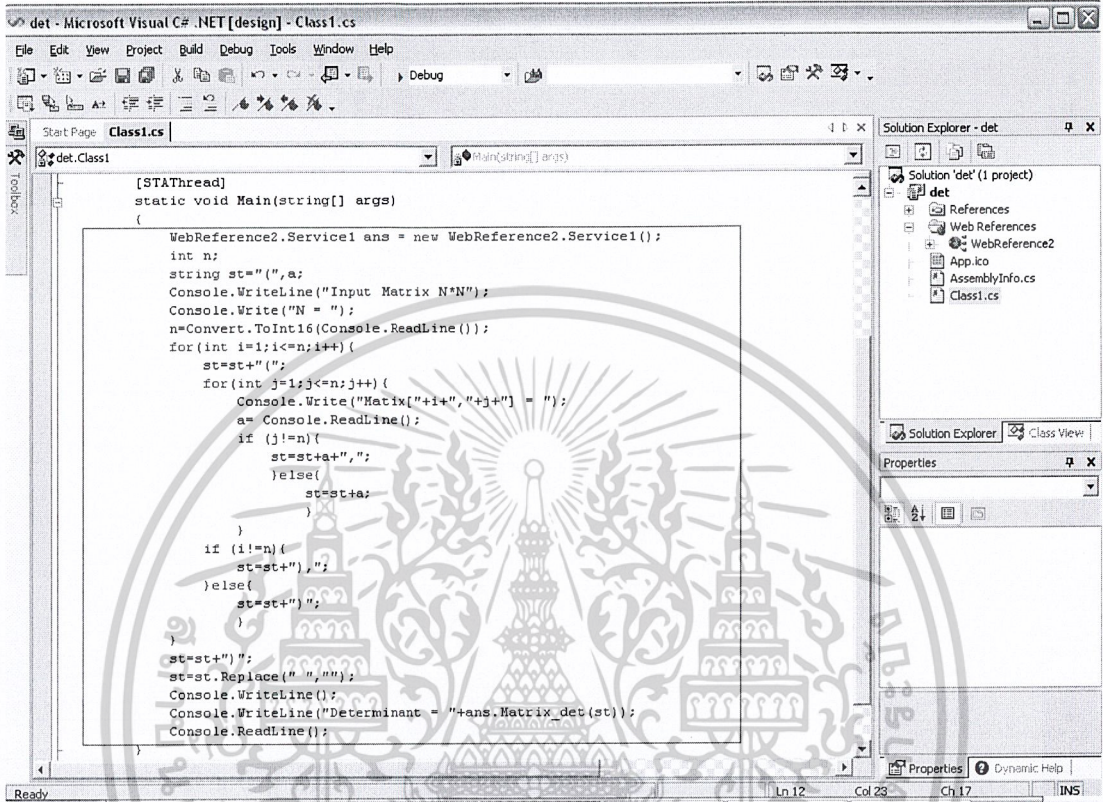
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 4.4 แสดงผลหลังจากติดต่อกับเว็บเซอร์วิสที่ต้องการแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3) Code ที่ต้องเขียนเพิ่มมีดังนี้



```

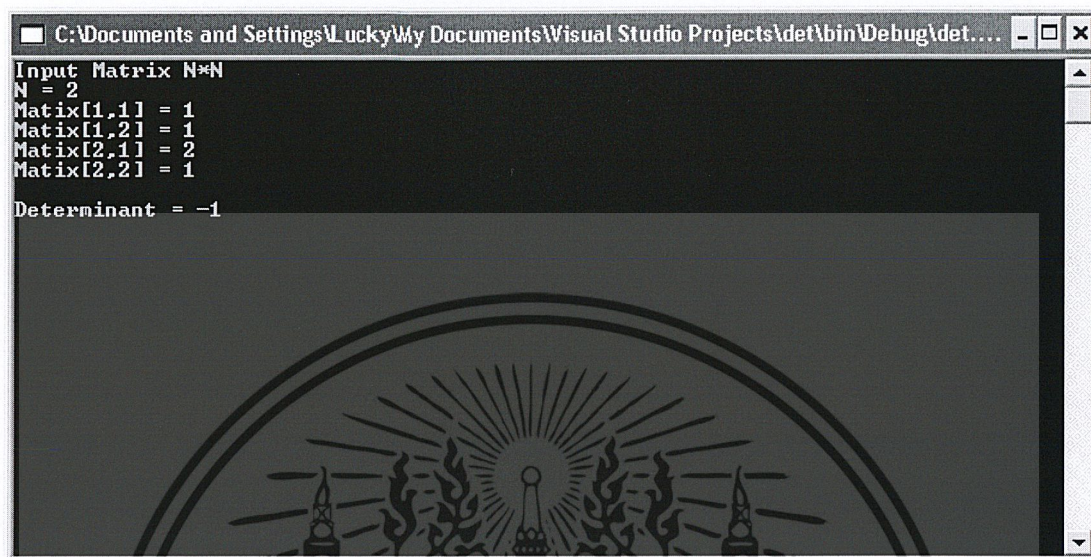
[STAThread]
static void Main(string[] args)
{
    WebReference2.Service1 ans = new WebReference2.Service1();
    int n;
    string st="",a;
    Console.WriteLine("Input Matrix N*N");
    Console.Write("N = ");
    n=Convert.ToInt16(Console.ReadLine());
    for (int i=1;i<=n;i++){
        st=st+" ";
        for (int j=1;j<=n;j++){
            Console.Write("Matrix["+i+","+j+"] = ");
            a= Console.ReadLine();
            if (j!=n){
                st=st+a+",";
            }else{
                st=st+a;
            }
        }
        if (i!=n){
            st=st+"\n";
        }else{
            st=st+"\n";
        }
        st=st+" ";
        st=st.Replace(" ", "");
        Console.WriteLine();
        Console.WriteLine("Determinant = "+ans.Matrix_det(st));
        Console.ReadLine();
    }
}

```

รูป 4.5 แสดง Code ที่ทำการเขียนเพิ่ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

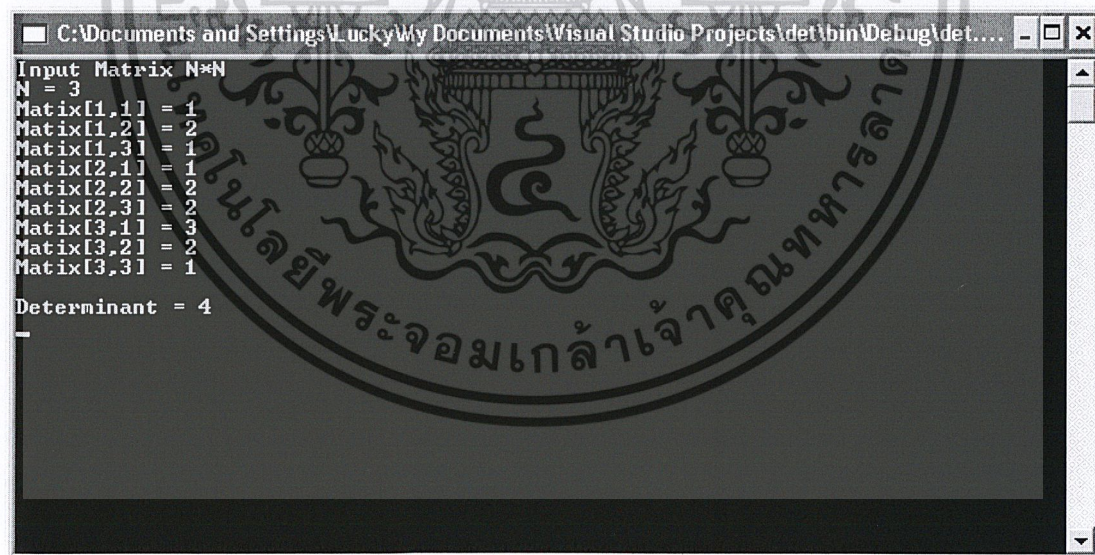
4) จะได้ Console Application ดังนี้



```

C:\Documents and Settings\Lucky\My Documents\Visual Studio Projects\det\bin\Debug\det...
Input Matrix N*N
N = 2
Matix[1,1] = 1
Matix[1,2] = 1
Matix[2,1] = 2
Matix[2,2] = 1
Determinant = -1
  
```

รูป 4.6 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว



```

C:\Documents and Settings\Lucky\My Documents\Visual Studio Projects\det\bin\Debug\det...
Input Matrix N*N
N = 3
Matix[1,1] = 1
Matix[1,2] = 2
Matix[1,3] = 1
Matix[2,1] = 1
Matix[2,2] = 2
Matix[2,3] = 2
Matix[3,1] = 3
Matix[3,2] = 2
Matix[3,3] = 1
Determinant = 4
  
```

รูป 4.7 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

C:\Documents and Settings\Lucky\My Documents\Visual Studio Projects\det\bin\Debug\det....
Input Matrix N*N
N = 4
Matix[1,1] = 1
Matix[1,2] = 2
Matix[1,3] = 2
Matix[1,4] = 2
Matix[2,1] = 2
Matix[2,2] = 3
Matix[2,3] = 1
Matix[2,4] = 4
Matix[3,1] = 5
Matix[3,2] = 6
Matix[3,3] = 7
Matix[3,4] = 8
Matix[4,1] = 2
Matix[4,2] = 3
Matix[4,3] = 4
Matix[4,4] = 1
Determinant = 21

```

รูป 4.8 แสดง Console Application ที่ได้ติดต่อใช้งานเว็บเซอร์วิสแล้ว

4.2 ตัวอย่างการเรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสจากแอปพลิเคชันในการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นโดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน และนิวตัน-ไลต์

ตัวอย่างที่ 4.2.1

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \sin(xy) - \frac{y}{4\pi} - \frac{1}{2}x = 0$$

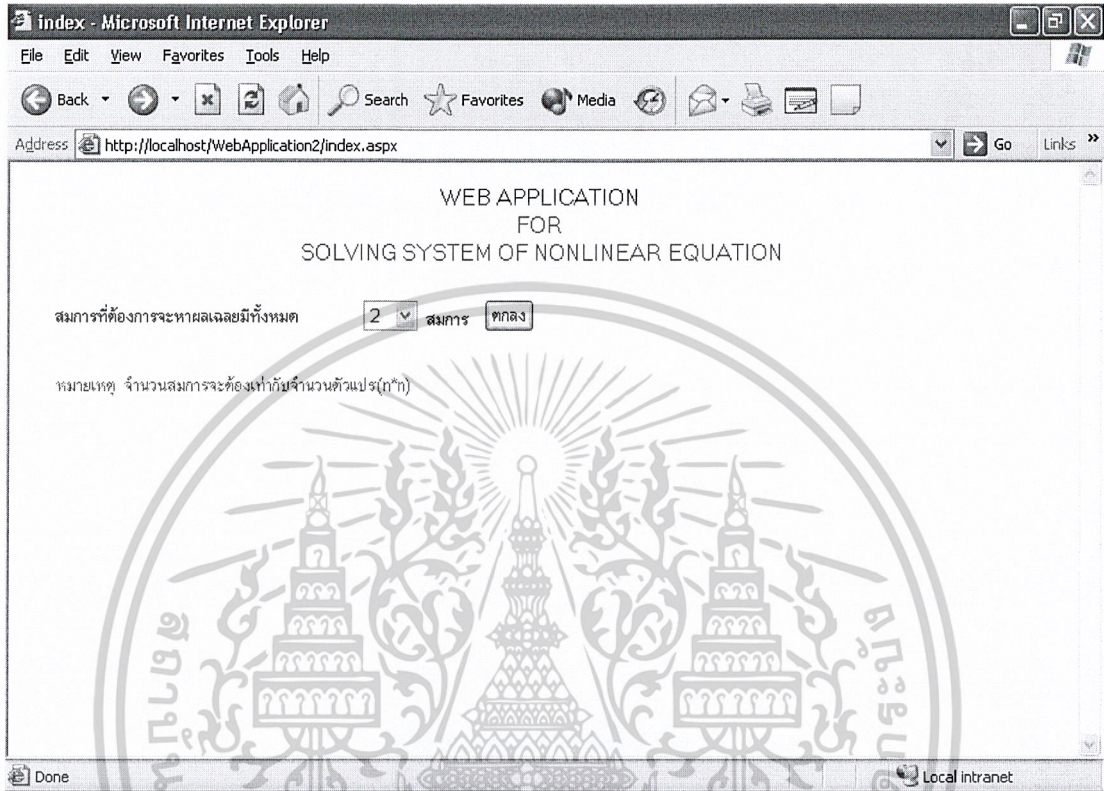
$$g(x, y) = \left(1 - \frac{1}{4\pi}\right)(e^x - e) + \frac{ey}{\pi} - 2ex = 0$$

โดยที่  $x = 0.5$ ,  $y = 2.5$  และทำซ้ำจนกว่าค่าคลาดเคลื่อนจะน้อยกว่า 0.0000005

จากระบบสมการที่ให้มา เราสามารถหาผลเฉลยจากวิธีนิวตัน-ราฟสันได้ โดยการใช้อัปพลิเคชันที่เรียกใช้งานเว็บเซอร์วิสดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

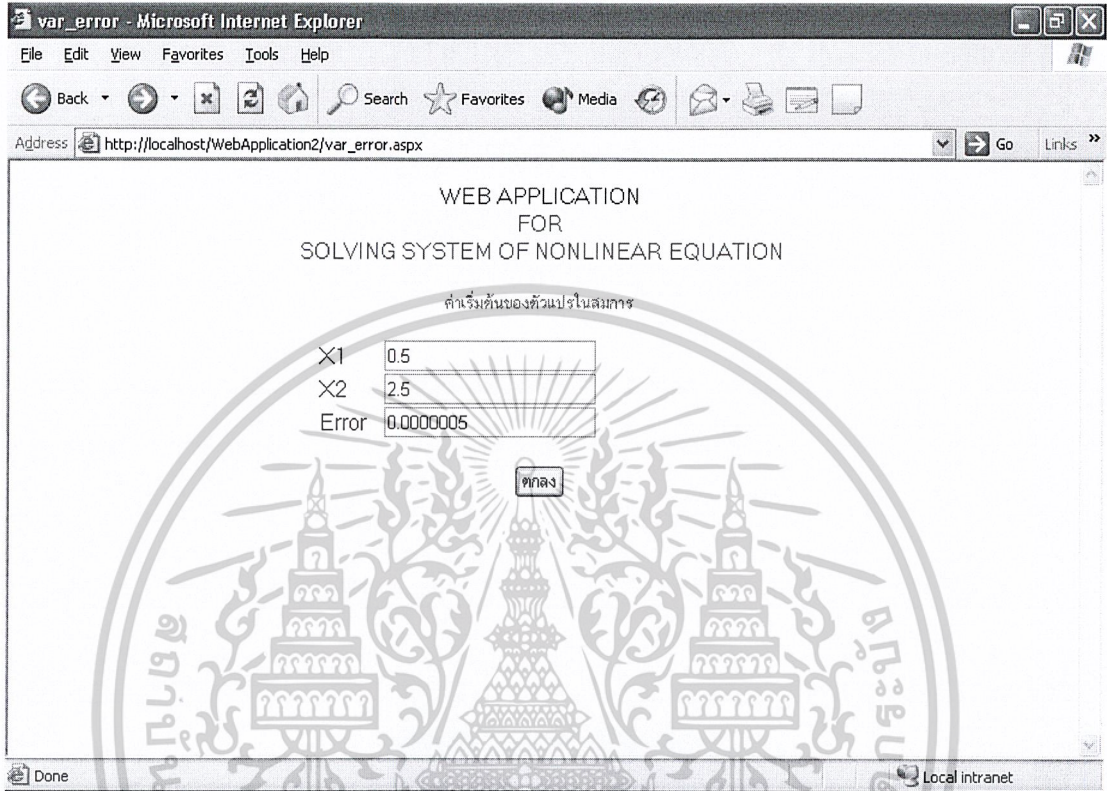
1) เลือกจำนวนสมการทั้งหมดที่ใช้ในระบบสมการ ซึ่งในโจทย์ข้อนี้คือ 5 โดยที่จำนวนสมการ จะเท่ากับจำนวนตัวแปร



รูป 4.9 แสดงการเลือกจำนวนสมการทั้งหมดที่ใช้ในระบบสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

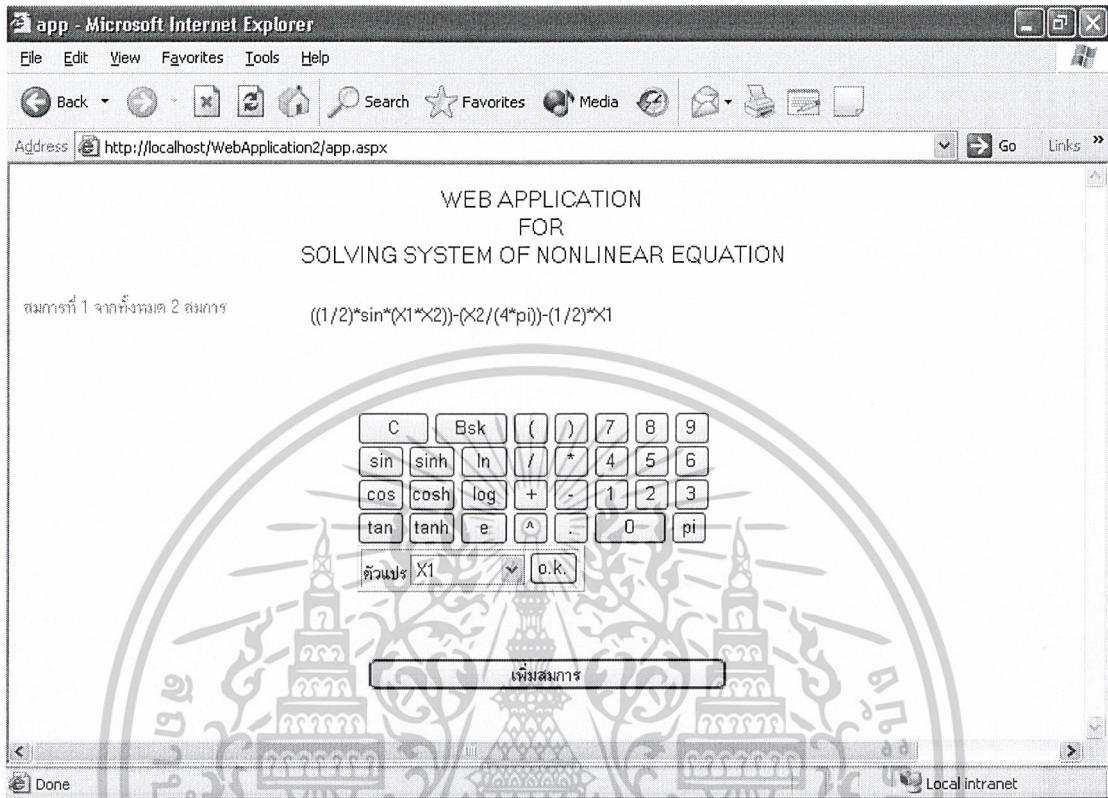
2) ใส่ค่าเริ่มต้นของตัวแปรแต่ละตัว รวมทั้งใส่ค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้



รูป 4.10 แสดงการใส่ค่าเริ่มต้นของตัวแปรแต่ละตัว รวมทั้งใส่ค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

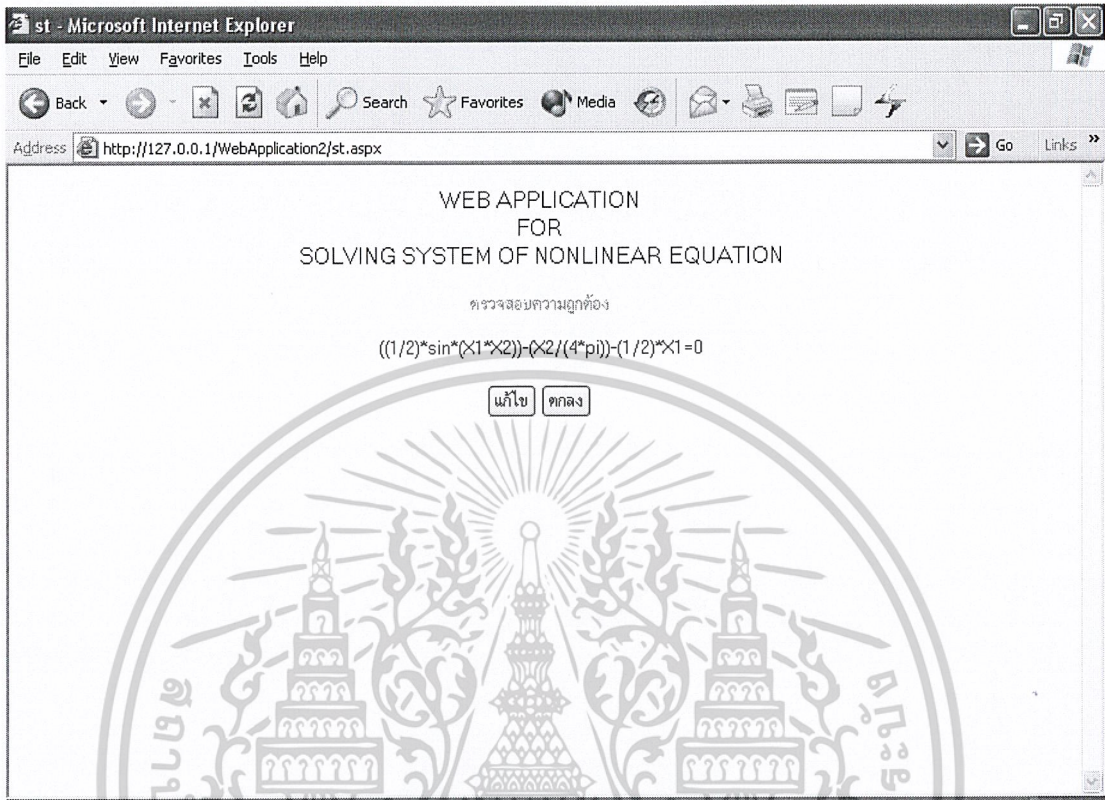
### 3) ป้อนสมการแรกที่ใช้ในระบบสมการ



รูป 4.11 แสดงการป้อนสมการแรกที่ใช้ในระบบสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

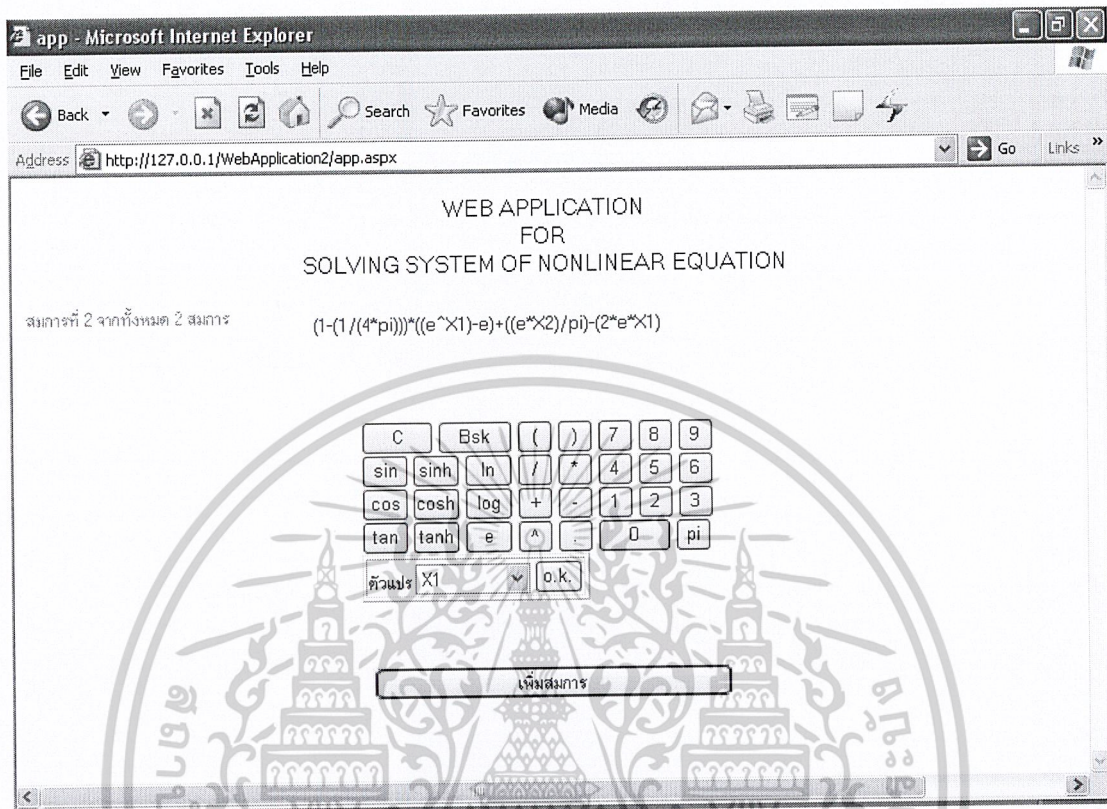
## 4) ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการแรก



รูป 4.12 ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการแรก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

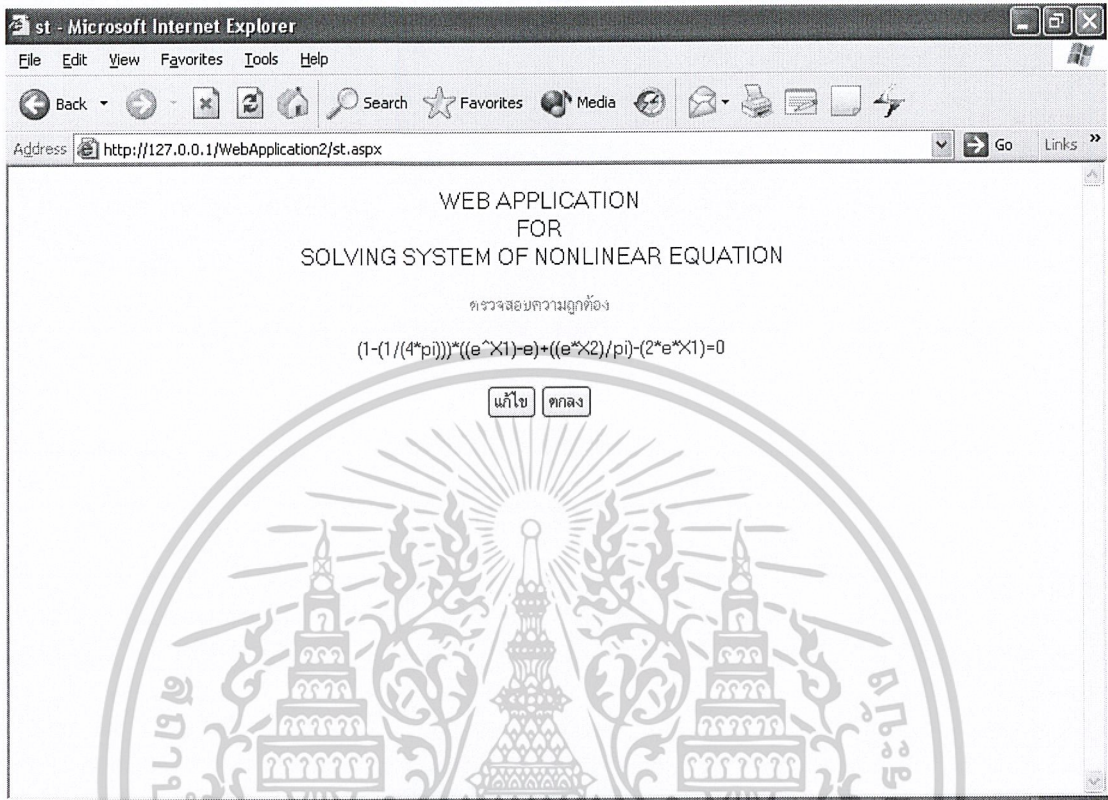
## 5) ป้อนสมการที่สอง ที่ใช้ในระบบสมการ



รูป 4.13 แสดงการป้อนสมการที่สอง ที่ใช้ในระบบสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

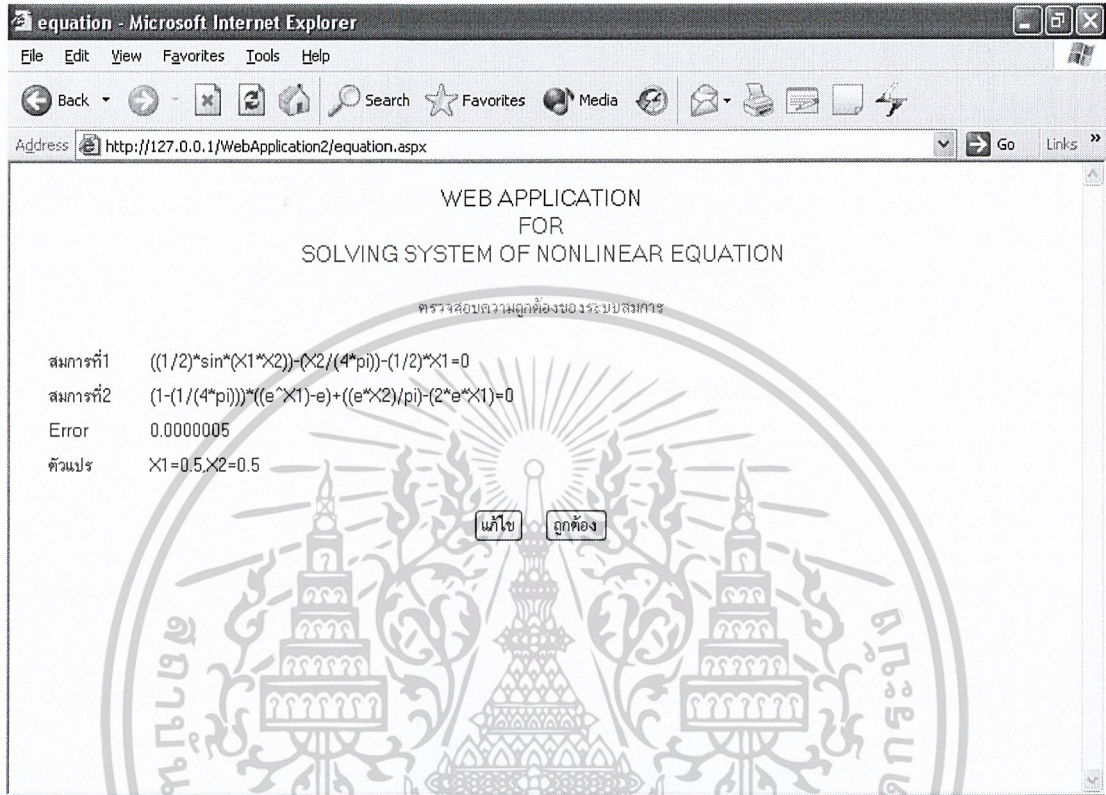
## 6) ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการที่สอง



รูป 4.14 ผลการตรวจสอบจากการป้อนสมการที่สอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

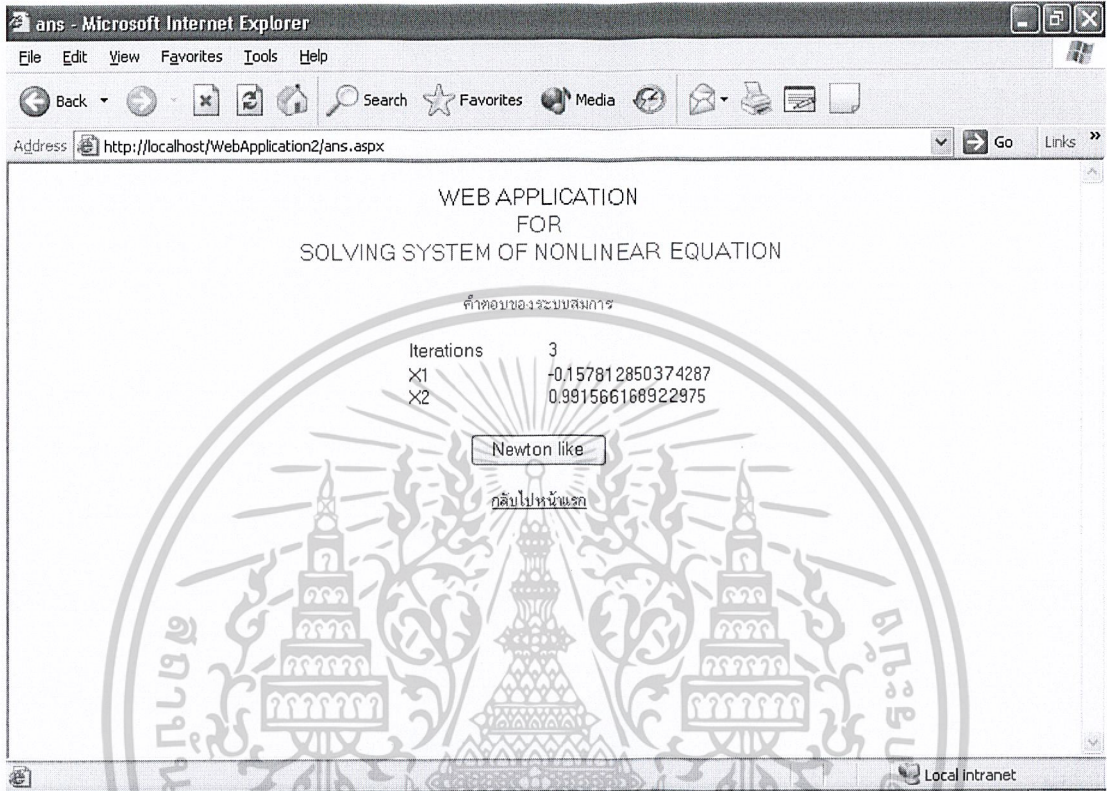
7) จะปรากฏหน้าจอที่ให้ตรวจสอบความถูกต้องของระบบสมการทั้งหมด



รูป 4.15 หน้าจอที่ให้ตรวจสอบความถูกต้องของระบบสมการทั้งหมด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

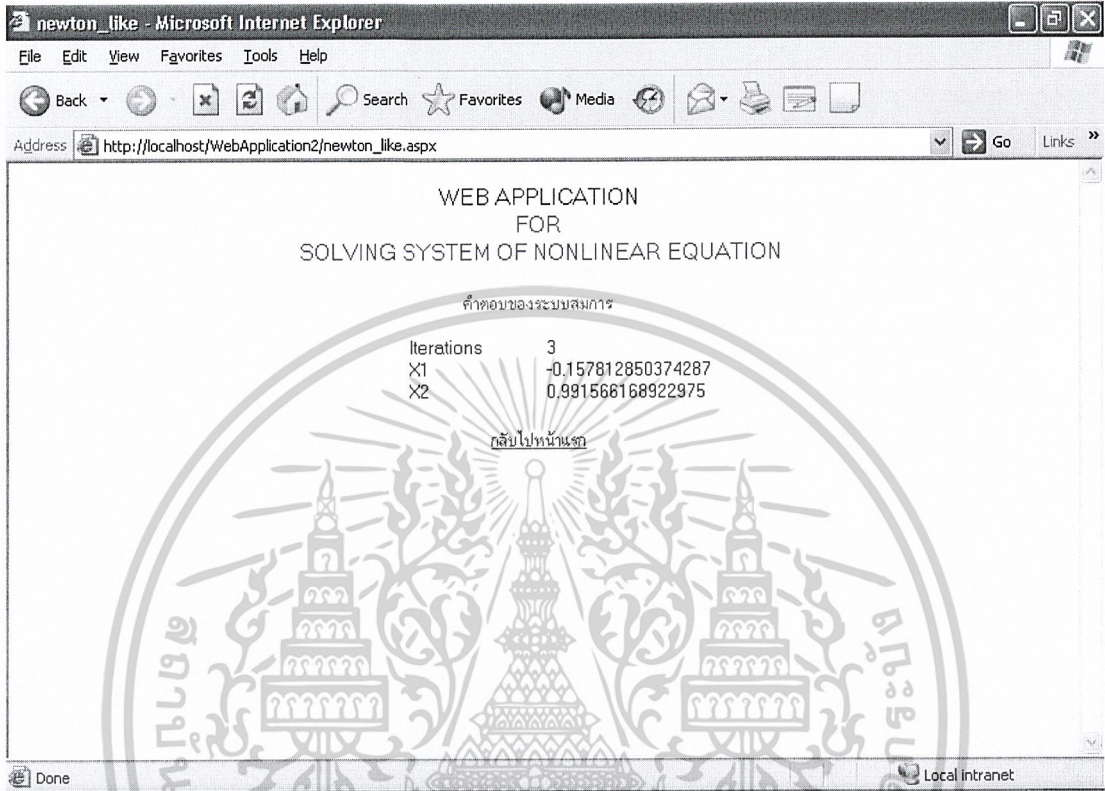
## 8) ผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน



รูป 4.16 แสดงผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

9) ผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ไลต์ ซึ่งในที่นี้การหาผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้วิธีนิวตัน-ไลต์นั้นจะหาค่าไม่ได้



รูป 4.17 แสดงผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้วิธีนิวตัน-ไลต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 4.2.2 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y) = 0.5 \cos x + 0.35 \cos(x + y) - 0.2$$

$$g(x, y) = 0.5 \sin x + 0.35 \sin(x + y) - 0.4 = 0$$

$$x = 0.6, y = 0.6, \text{error} < 0.0000005$$

ตาราง 4.1

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	6	6
$x$	0.35806371878399684	0.35806371878399684
$y$	2.0861666936895049	2.0861666936895049

ตัวอย่าง 4.2.3 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \sin(xy) - \frac{y}{4\pi} - \frac{1}{2}x = 0$$

$$g(x, y) = (1 - \frac{1}{4\pi})(e^x - e) + \frac{ey}{\pi} - 2ex = 0$$

$$x = 0.5, y = 2.5, \text{error} < 0.0000005$$

ตาราง 4.2

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	3	3
$x$	-0.15781285037428694	-0.15781285037428694
$y$	0.99156616892297511	0.99156616892297511

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอย่าง 4.2.4 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = x^3 - 10x + y - z + 3 = 0$$

$$g(x, y, z) = y^2 + 10y - 2x - 2z - 5 = 0$$

$$h(x, y, z) = x + y - 10z + 2\sin z + 5 = 0$$

$$x = 2.5, y = 2.5, z = 2.5, \text{error} < 0.0000005$$

## ตาราง 4.3

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	5	6
$x$	2.9950561525705415	2.9950561583455353
$y$	1.1790405675338744	1.1790405695189772
$z$	1.0952150150441047	1.0952150169008568

## ตัวอย่าง 4.2.5 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = \sin x + \ln x + \ln y - e^z - 1.87073 = 0$$

$$g(x, y, z) = \cos x + \sin y + e^{-z} - 39.93815 = 0$$

$$h(x, y, z) = \ln x - e^y + \sin z + 13.09764 = 0$$

$$x = 3.0, y = 3.0, z = -3.5, \text{error} < 0.0000005$$

## ตาราง 4.4

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	5
$x$	3.4996748142825695	3.499674815317102
$y$	2.7000279412645782	2.7000279430767331
$z$	-3.700001526139	-3.7000015267729838

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอย่าง 4.2.6 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = 3x - \cos yz - 0.5x^2 - 81(y + 0.1)^2 + \sin z + 1.06 = 0$$

$$g(x, y, z) = x^2 - 81(y + 0.1)^2 + \sin z + 1.06 = 0$$

$$h(x, y, z) = e^{-xy} + 20z + \frac{10\pi - 3}{3} = 0$$

$x = 1.0, y = 1.0, z = 2.0, \text{error} < 0.0000005$

## ตาราง 4.5

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	7	7
$x$	0.50000000000026978	0.50000000003744238
$y$	2.410898756904944E-11	4.0989529116578558E-09
$z$	-0.52359877559766144	-0.52359877549107559

## ตัวอย่าง 4.2.7 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 137x_1 + 55x_2 + 20x_3 - 76 = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 76x_2 - 21x_2x_4 - 19 = 0$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0$$

$$f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = 76x_1 + 61x_1x_4 - 38 = 0$$

$x_1 = 0.1, x_2 = 1.0, x_3 = -0.2, x_4 = 2.5, \text{error} < 0.0000005$

## ตาราง 4.6

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	3	19
$x_1$	0.15458973317083249	0.15458973354209668
$x_2$	1.0832286062574663	1.0832286021119915
$x_3$	-0.23781833942830458	-0.23781833674715125
$x_4$	2.7838020463489066	2.7838020347590846

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอย่าง 4.2.8 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$L_x(x, y, z, \lambda, \mu) = \lambda + 2\mu x = 0$$

$$L_y(x, y, z, \lambda, \mu) = \lambda + 2\mu y = 0$$

$$L_z(x, y, z, \lambda, \mu) = 1 + \lambda - \mu = 0$$

$$L_\lambda(x, y, z, \lambda, \mu) = x + y + z - 12 = 0$$

$$L_\mu(x, y, z, \lambda, \mu) = x^2 + y^2 - z = 0$$

$$x = 2.5, y = 2.5, z = 16.0, \lambda = 1.0, \mu = 5.0, \text{error} < 0.0000005$$

ตาราง 4.7

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	ไม่ออก
$x$	-2.999999999999982	
$y$	-2.999999999999982	
$z$	17.99999999999989	
$\lambda$	-1.2000000000005013	
$\mu$	-0.2000000000004962	

## ตัวอย่าง 4.2.9 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$x_1 - \left(1 + \frac{x_2}{x_3}\right)109677.68 = 0$$

$$x_1 - \left(1 + \frac{x_2}{x_4}\right)109722.34 = 0$$

$$x_2 + x_3 - 1.00812 = 0$$

$$2x_2 + x_4 - 4.00388 = 0$$

$$x_1 = 2000, x_2 = 0.5, x_3 = 0.5, x_4 = 1, \text{error} < 0.0000005$$

ตาราง 4.8

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	6	ไม่ออก
$x_1$	109737.3715385689	
$x_2$	0.00054836591234546186	
$x_3$	1.0075716340876584	
$x_4$	4.00278326817531	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.10 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y) = 0.5 \sin(xy) - 0.5x - \frac{0.25y}{\pi} = 0$$

$$g(x, y) = \left(1 - \frac{0.25}{\pi}\right)(e^{2x} - e) - 2ex + \frac{ey}{\pi} = 0$$

$$x = 0, y = 3.5, \text{error} < 0.0000005$$

ตาราง 4.9

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	4	4
$x$	0.29944859073070251	0.29944859073070251
$y$	2.8369276431645987	2.8369276431645987

ตัวอย่าง 4.2.11 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = xyz + x + y - z - 1.25 = 0$$

$$g(x, y, z) = x^2 + z^2 + y^2 - 1.5 = 0$$

$$h(x, y, z) = xz^2 + y^2z + x - y + z - 0.625 = 0$$

$$\text{เมื่อ } x = 0, y = 1, z = 0, \text{error} \leq 0.0000005$$

ตาราง 4.10

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	5	12
$x$	0.499999999999996442	0.50000011759083329
$y$	1.0000000000001019	0.99999995381864371
$z$	0.50000000000006128	0.50000004724773339

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $x = 1, y = 1.5, z = 1, error < 0.0000005$

ตาราง 4.11

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	6	13
$x$	0.4999999999998167	0.49999999235643955
$y$	1.0000000000002103	1.0000000343505091
$z$	0.50000000000027445	0.50000002612470329

เมื่อ  $x = 1, y = 2, z = 1, error < 0.0000005$

ตาราง 4.12

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	5	14
$x$	0.50000000000157763	0.50000004770244144
$y$	1.0000000000003201	1.0000000214047158
$z$	0.50000000000243461	0.50000003696226836

ตัวอย่าง 4.2.12 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z, w) = -2.0625x + 2y - 0.0625x^3 + 0.5 = 0$$

$$g(x, y, z, w) = z - 2y + x - 0.0625y^3 + 0.125y(z - x) = 0$$

$$h(x, y, z, w) = w - 2z + y - 0.0625z^3 + 0.125z(w - y) = 0$$

$$j(x, y, z, w) = -1.9375w + z - 0.0625w^3 - 0.125zw + 0.5 = 0$$

เมื่อ  $x = 0, y = 0, z = 0, w = 0, error < 0.0000005$

ตาราง 4.13

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	5	49
$x$	0.97891066234820712	0.97891036611113957
$y$	0.788815898291043	0.78881568377845157
$z$	0.660767286330502	0.66076709587916227
$w$	0.56891299587463362	0.56891279833056241

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $x = 0.5, y = 0.5, z = 0.5, w = 0.5, error < 0.0000005$

ตาราง 4.14

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	47
$x$	0.97891066235628532	0.97891029789151029
$y$	0.78881589829854115	0.78881569868150347
$z$	0.66076728633606363	0.66076718180648353
$w$	0.56891299587744792	0.56891295292500976

เมื่อ  $x = 1, y = 1, z = 0, w = 0, error < 0.0000005$

ตาราง 4.15

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	3	52
$x$	0.97891067848051527	0.97891067143193378
$y$	0.78881591352034075	0.78881593359454527
$z$	0.66076729792269784	0.660767202210822
$w$	0.56891300253033728	0.56891292759674428

ตัวอย่าง 4.2.13 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(\alpha, \beta) = 5 \cos(\alpha) + 6 \cos(\alpha + \beta) - 10 = 0$$

$$g(\alpha, \beta) = 5 \sin(\alpha) + 6 \sin(\alpha + \beta) - 4 = 0$$

เมื่อ  $\alpha = 0.7, \beta = 0.7, error < 0.0000005$

ตาราง 4.16

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	6	6
$\alpha$	0.15598381761740415	0.15598381761740415
$\beta$	0.41113794041507118	0.41113794041507118

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.14 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = x^2 + z^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

$$h(x, y, z) = x^2 + y^2 - 4z = 0$$

เมื่อ  $x = 1, y = 1, z = 0, error < 0.0000005$

ตาราง 4.17

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	5	11
$x$	0.44076287275589815	0.44076300434451288
$y$	0.86602540378443826	0.86602542127980364
$z$	0.23606797749978983	0.23606800485453419

ตัวอย่าง 4.2.15 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(p, \mu_1, \mu_2) = \frac{\alpha^3}{T^2(\mu_1, \mu_2)} - p^3 = 0$$

$$g(p, \mu_1, \mu_2) = 5 \log p + 8.75 \log \mu_1 + m_1 + 0.2 = 0$$

$$h(p, \mu_1, \mu_2) = 5 \log p + 8.75 \log \mu_2 + m_2 + 0.2 = 0$$

เมื่อ  $p = 0.5, \mu_1 = 1, \mu_2 = 0.5, error < 0.0000005$

ตาราง 4.18

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	6	9
$p$	0.21769639416542871	0.21769642948845583
$\mu_1$	0.75078152938592035	0.750781416744335
$\mu_2$	0.46751903078565782	0.46751895794287457

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 4.2.16 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z, w) = x - \left(1 + \frac{y}{w}\right)109722.34$$

$$g(x, y, z, w) = x - \left(1 + \frac{y}{z}\right)109677.68 = 0$$

$$h(x, y, z, w) = z + y - 1.00812 = 0$$

$$j(x, y, z, w) = 2y + w - 4.00388 = 0$$

เมื่อ  $x = 109733.3122300, y = -0.0000062, z = 1.0076200, w = 4.0028800, error < 0.0000005$

ตาราง 4.19

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	2	8
$x$	109737.37153857244	109737.37153859616
$y$	0.00054836591234676876	0.00054836591406232679
$z$	1.0075716340876493	1.00757163408571
$w$	4.0027832681753015	4.0027832681714166

ตัวอย่าง 4.2.17 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(p_1, p_2, p_3, p_4) = 0.2\sqrt{p_1 - p_2} + 0.1\sqrt{p_1 - p_3} - 0.3\sqrt{500 - p_1} = 0$$

$$g(p_1, p_2, p_3, p_4) = 0.2\sqrt{p_1 - p_2} - 0.1\sqrt{p_2 - p_4} - 0.2\sqrt{p_2 - p_3} = 0$$

$$h(p_1, p_2, p_3, p_4) = 0.1\sqrt{p_1 - p_3} + 0.2\sqrt{p_2 - p_3} - 0.1\sqrt{p_3 - p_4} = 0$$

$$j(p_1, p_2, p_3, p_4) = 0.1\sqrt{p_2 - p_4} + 0.1\sqrt{p_3 - p_4} - 0.2\sqrt{p_4} = 0$$

เมื่อ  $p_1 = 400, p_2 = 350, p_3 = 340, p_4 = 180, error < 0.0000005$

ตาราง 4.20

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	22
$x_1$	423.18975624824822	423.18974939037776
$x_2$	347.79366509496731	347.79366712823492
$x_3$	343.51178967481059	343.51179037876625
$x_4$	172.82304844144343	172.82305151377406

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอย่าง 4.2.18 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = 2x \sin(\alpha) - 7 \cos(\alpha) = 0$$

$$g(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = 2x \sin(\beta) - 5 \cos(\beta) = 0$$

$$h(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = 2x \sin(\gamma) - 3 \cos(\gamma) = 0$$

$$j(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = 2x \sin(\delta) - \cos(\delta) = 0$$

$$q(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = \cos(\alpha) + \cos(\beta) + \cos(\gamma) + \cos(\delta) - 3 = 0$$

เมื่อ  $\alpha = 0.5, \beta = 0.5, \gamma = 0.5, \delta = 0.5, x = 0.5, error < 0.0000005$

ตาราง 4.21

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	ไม่ออก
$\alpha$	1.0071538296791063	
$\beta$	0.84641496336038058	
$\gamma$	0.59586350549419609	
$\delta$	0.222291831751416	
$x$	2.2121239311016518	

## ตัวอย่าง 4.2.19 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = x_3 + x_4 + x_5 - 1 = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = x_6 + x_7 + x_8 - 1 = 0$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = x_1 + x_2 - 1 = 0$$

$$f_4(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = x_1 x_6 + x_2 x_3 - 0.50 = 0$$

$$f_5(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = x_1 x_7 + x_2 x_4 - 0.25 = 0$$

$$f_6(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = \frac{1370}{760} x_6 - x_3 = 0$$

$$f_7(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = \frac{550}{760} x_7 - x_4 = 0$$

$$f_8(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = \frac{200}{760} x_8 - x_5 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $x_1 = 0, x_2 = 0.5, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 1, x_7 = 0.5, x_8 = 1, error < 0.0000005$

ตาราง 4.22

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	5	ไม่ออก
$x_1$	0.67461000049153308	
$x_2$	0.32538999950846703	
$x_3$	0.714667342266931	
$x_4$	0.19879476864863319	
$x_5$	0.086537889084435937	
$x_6$	0.39645779571012191	
$x_7$	0.27469822576902192	
$x_8$	0.32884397852085573	

ตัวอย่าง 4.2.20 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y) = (e^x \cos y) - x^2 + y^2$$

$$g(x, y) = (e^x \sin y) - 2xy$$

$x = 0, y = 0, error < 0.0000001$

ตาราง 4.23

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	4
$x$	-0.703467468317976	-0.703467468317976
$y$	0	0

$x = 1, y = 0, error < 0.0000001$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.24

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	5	5
$x$	-0.70346742259883355	-0.70346742259883355
$y$	0	0

ตัวอย่าง 4.2.21 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y) = e^x + xy - 1$$

$$g(x, y) = \sin(xy) + x + y - 1$$

$$x = 1, y = 1, \text{error} < 0.0000001$$

ตาราง 4.25

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	5	5
$x$	-7.5024518021885131E-12	-7.5024518021885131E-12
$y$	0.9999999999777622	0.9999999999777622

ตัวอย่าง 4.2.22 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = e^x + yz - 3$$

$$g(x, y, z) = \frac{x}{y} + z^2 - \log y$$

$$h(x, y, z) = \frac{x}{x + y + z} - \sin z$$

$$x = 1, y = 1, z = 1, \text{error} < 0.0000001$$

ตาราง 4.26

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลค์
จำนวนที่ครั้ง	6	23
$x$	0.87097676275574964	0.87097672349577959
$y$	2.5283496805386672	2.5283497017096659
$z$	0.24156332747338985	0.24156335457766143

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ตัวอย่าง 4.2.23 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = x^3 - 10x + y - z + 3$$

$$g(x, y, z) = y^3 + 10y - 2x - 2z - 5$$

$$h(x, y, z) = x + y - 10z + 2 \sin z + 5$$

$$x = 1, y = 1, z = 1, \text{error} < 0.0000001$$

ตาราง 4.27

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	6
$x$	0.29703611177844164	0.29703611143017233
$y$	0.67480978718682838	0.67480978716051088
$z$	0.73065629971593138	0.73065629968428492

## ตัวอย่าง 4.2.24 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = 7744x^3 y + 7744x^3 z - 97.336$$

$$g(x, y, z) = 0.5 \log x + 8375 \log y + 4.4$$

$$h(x, y, z) = 0.5 \log x + 8.75 \log z + 6.2$$

$$x = 0.1, y = 0.1, z = 0.1, \text{error} < 0.0000001$$

ตาราง 4.28

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	4	9
$x$	0.25799716715566789	0.25799717366701952
$y$	0.31700945869123603	0.31700945471365366
$z$	0.44198851407915868	0.4419885141028061

## ตัวอย่าง 4.2.25 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(a, b, c, d) = 137a + 55b + 20c - 76$$

$$g(a, b, c, d) = 76b - 21bd - 19$$

$$h(a, b, c, d) = a + b + c - 1$$

$$i(a, b, c, d) = 76a + 61ad - 38$$

$$a = 1, b = 1, c = 1, d = 1, \text{error} < 0.0000001$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 4.29

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	5	10
$a$	0.39645779566341	0.39645779571100354
$b$	0.27469822592517124	0.27469822599369564
$c$	0.3288439784114186	0.32884397846127433
$d$	0.3253899998324741	0.32539000187588335

ตัวอย่าง 4.2.26 จงหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$f(x, y, z) = 2x - y - 50$$

$$g(x, y, z) = x - 2y + z$$

$$h(x, y, z) = y^2 - 100y - 2yz - 100z + 5z^2 - 2500$$

$$x = 5, y = 12, z = 25, \text{error} < 0.0000001$$

ตาราง 4.30

	นิวตัน-ราฟสัน	นิวตัน-ไลต์
จำนวนที่ครั้ง	6	34
$x$	45.221758939375569	45.22175893810401
$y$	40.443517878751173	40.443517878037461
$z$	35.6652768181268	35.665276818182036

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

ระบบสมการไม่เชิงเส้นเป็นระบบที่ได้รับความนิยมในการแก้ปัญหาต่างๆ มากมาย มากกว่าระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยวิธีการที่นิยมใช้ในการแก้สมการไม่เชิงเส้น คือวิธีนิวตัน-ราฟสัน ดังนั้นปัญหาพิเศษฉบับนี้จึงพัฒนาเว็บเซอร์วิส สำหรับฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยวิธีนิวตัน-ราฟสัน เพื่อความสะดวกต่อผู้พัฒนาโปรแกรมประยุกต์ในการเรียกใช้ผ่านเว็บ

นอกจากวิธีนิวตัน-ราฟสันแล้ว ยังมีวิธีนิวตัน-ไลต์ ซึ่งผู้พัฒนาเชื่อว่าจะมีประสิทธิภาพดีเทียบเท่าวิธีนิวตัน-ราฟสัน ดังนั้นปัญหาพิเศษฉบับนี้จึงได้พัฒนาเว็บเซอร์วิส สำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยวิธีนิวตัน-ไลต์ด้วย

ประโยชน์ที่ได้รับจากปัญหาพิเศษนี้คือ เว็บเซอร์วิส ซึ่งสามารถหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยวิธีการทั้งสอง ซึ่งอาจเป็นแนวทางพัฒนา โปรแกรม ซึ่งเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองวิธีนี้ต่อไป

## บรรณานุกรม

ไมตรี โพธิ์สุข. 2546. การวิเคราะห์เชิงตัวเลขพื้นฐาน , สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง.

สรารุช อ้อยศรีสกุล. 2544. ถอดรหัส .NET+Web Services : วิตตี้ กรู๊ป.

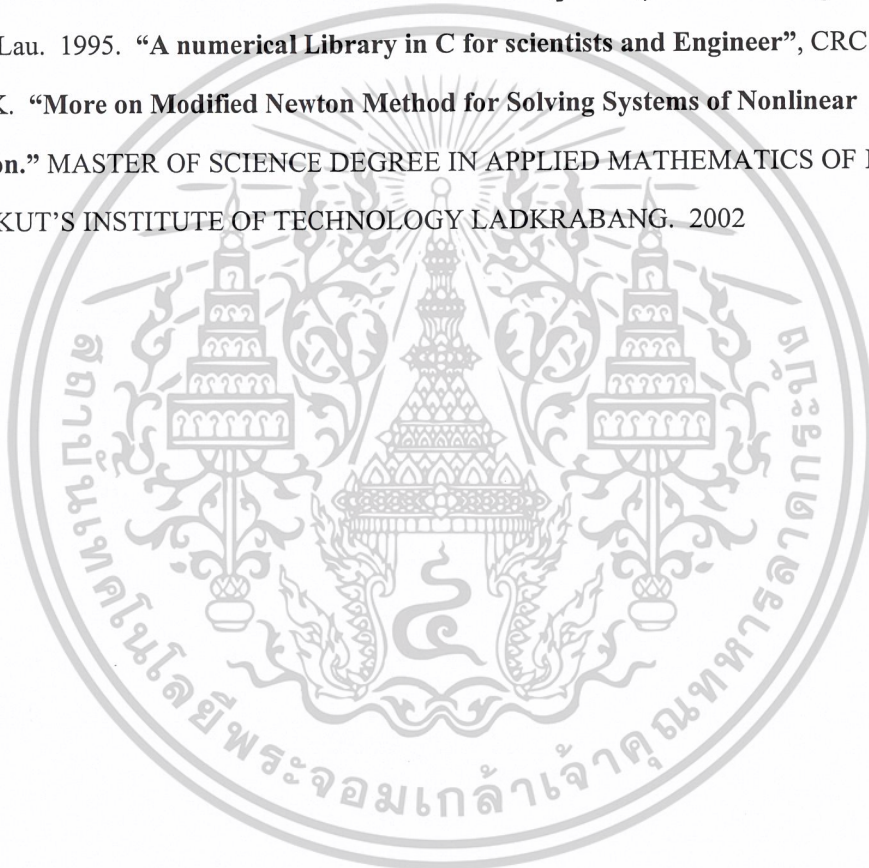
ศุภชัย สมพานิช. 2546. คู่มือการเขียนโปรแกรมและใช้งาน Visual C# .NET ฉบับสมบูรณ์.

กรุงเทพฯ : อินโฟเพรส.

สุวัฒนา สุขสมจินตน์. 2544. คัมภีร์การใช้ Visual C# ฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.

Hang-Tong Lau. 1995. “A numerical Library in C for scientists and Engineer”, CRC.

Netchanok K. “More on Modified Newton Method for Solving Systems of Nonlinear Equation.” MASTER OF SCIENCE DEGREE IN APPLIED MATHEMATICS OF KING MONGKUT’S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG. 2002



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้