สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอมพิวเตอร์

THE COMPUTER AIDS INSTRUCTION IN NUMERICAL METHODS BY COMPUTER

T051772

ปิลันธน์ ลวานนท์
วุฒินันท์ รุ่งเจริญ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 51772
วัน,เดือน,ปี 29 ก.ค. 2547

.b.....
.i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

THE COMPUTER AIDS INSTRUCTION IN NUMERICAL METHODS BY COMPUTER

PILUN LAWANONT

WUTTHINAN RUNGJAROEN

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2003

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอมพิวเตอร์ COMPUTER AIDS INSTRUCTION IN NUMERICAL METHODS BY COMPUTER	
ชื่อนักศึกษา	นางสาวปิลันธน์ ลวานนท์	43050029
	นายวุฒินันท์ รุ่งเจริญ	43050045
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์	
	ผศ.สุนทร สุชาติเวชภูมิ	

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอม-
-เกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2546

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ อ.พรชัย ชัยสนิท	
กรรมการ อ.คัมปนาท นามงาม	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.สุนทร สุชาติเวชภูมิ	

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วีระ บุญจริง)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอมพิวเตอร์	
นักศึกษา	นางสาวปิลันธน์ ลวานนท์	43050029
	นายวุฒินันท์ รุ่งเจริญ	43050045
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2546	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์	
	ผศ.สุนทร สุชาติเวชภูมิ	

บทคัดย่อ

ปัญหาโครงงานพิเศษหัวข้อโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขฉบับนี้จัดทำเพื่อเป็นแนวทางแก่นักศึกษาผู้สนใจที่จะศึกษาเพิ่มเติมในวิชาวิธีการเชิงตัวเลข และ เพื่อแก้ปัญหาของนักศึกษาที่เกิดปัญหาจากการศึกษาในห้องเรียนวิชาวิธีการเชิงตัวเลข โดยจัดทำโปรแกรมเป็น 2 ส่วน คือ โปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลข และโปรแกรมวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรมภาษา Visual Basic เวอร์ชัน 6.0 เป็นเครื่องมือในการจัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	THE COMPUTER AIDS INSTRUCTION IN NUMERICAL METHODS BY COMPUTER	
Students	Miss Pilun Lawanont	43050029
	Mr.Wutthinan Rungjaroen	43050045
Degree	Bachelor of Science	
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2003	
Special Project Advisor	Assoc.Prof.Pongpan Rattanathanawan	
	Assist.Prof.Sunthorn Suchatvejapoom	

ABSTRACT

This special project, we will present a guide for students who study in Numerical Methods by themselves.

The computer aids instruction in numerical method is a tool for studying and for solving the problem, the program was performed in two parts which are numerical instruction aids and the numerical program by using Visual basic version 6.0 as a tool to perform.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอมพิวเตอร์สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์และผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ อาจารย์ผู้รับผิดชอบในการจัดทำปัญหาพิเศษที่กรุณาให้คำปรึกษาในการทำงานทั้งยังเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของการทำปัญหาพิเศษ

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้และคำปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆและขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือและความสะดวกในการใช้งานเครื่องคอมพิวเตอร์หรืออุปกรณ์ในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ขอขอบพระคุณบิดาและมารดาผู้ให้กำเนิดและให้ความอุปการะคุณในการศึกษาและขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในงานด้านต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาพิเศษนี้จนกระทั่งปัญหาพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II

กิตติกรรมประกาศ.....III

สารบัญ.....IV

สารบัญรูป.....VII

บทที่ 1 บทนำ.....1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....1

1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ.....2

1.3 ขอบเขตการศึกษา.....2

1.4 ขั้นตอนการศึกษา.....3

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....3

บทที่ 2 ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง.....4

2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน(CAI).....4

2.1.1 คำจำกัดความคอมพิวเตอร์ช่วยสอน(CAI).....4

2.1.2 ลักษณะคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....5

2.1.3 ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....5

2.1.4 ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....7

2.2 VISUAL BASIC 6.0.....8

2.2.1 ความสามารถของ VISUAL BASIC 6.0.....8

2.3 การประมาณค่าในช่วง.....9

2.3.1 ระเบียบวิธีการใช้พหุนามกำลังสอง.....9

2.3.2 ระเบียบวิธีการประมาณค่าแบบพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด.....11

2.3.3 ระเบียบวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม.....15

2.4 การประมาณค่าอินทิเกรต.....20

2.4.1 ระเบียบวิธีการนิวตัน-โคตส์.....20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.4.2 ระเบียบวิธีการซิมป์สัน.....23
2.4.3 ระเบียบวิธีการรอมเบิร์ก.....24
2.4.4 ระเบียบวิธีการของซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม.....26

บทที่ 3 ขั้นตอนดำเนินงานและหลักการของโปรแกรม.....28
3.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....28
3.2 หลักการทำงานของโปรแกรม.....28
3.3 แผนผังการทำงานหลักของโปรแกรม.....30

บทที่ 4 ผลการทดลอง.....31
4.1 การทดลองและผลการทดลอง.....31
4.1.1 การทดลองที่ 1 เรื่องการประมาณค่าในช่วง.....37
4.1.1.1 วิธีการพหุนามกำลังสอง.....37
4.1.1.2 วิธีการพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด.....41
4.1.1.3 วิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม.....46
4.1.2 การทดลองที่ 2 เรื่องการประมาณค่าอินทิเกรต.....51
4.1.2.1 วิธีการนิวตัน-โคตส์.....51
4.1.2.2 วิธีการซิมป์สัน.....56
4.1.2.3 วิธีการรอมเบิร์ก.....61
4.1.2.4 วิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม.....66
4.2 การแสดงข้อผิดพลาดของโปรแกรม.....71
4.2.1 การประมาณค่าในช่วง.....71
4.2.1.1 การแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบ.....71
4.2.1.2 การแสดงคำเตือนเมื่อไม่ทำตามขั้นตอน.....72
4.2.1.3 การแสดงคำเตือนเมื่อค่า X มีค่าซ้ำกันในวิธีพหุนามกำลังสอง.....73
4.2.1.4 การแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลว่าดีกรีเท่าใดในวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด..74
4.2.1.5 การแสดงคำเตือนเมื่อป้อนจำนวนข้อมูลผิดในวิธีธรรมชาติเสมือนะหุนามกำลังสาม.....75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.2.2 การประมาณค่าอินทิเกรต.....76
4.2.2.1 การแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบ.....76
4.2.2.2 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการหารด้วย 0.....77
4.2.2.3 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดที่เกิดจาก 0 หาร 0.....78
4.2.2.4 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนฟังก์ชันผิด.....79
4.2.2.5 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนตัวแปรนอกเหนือจากที่กำหนด.....80

บทที่ 5 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ.....81
5.1 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ.....81
5.2 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษ.....81
5.3 ข้อจำกัดของโปรแกรม.....82
5.4 ข้อเสนอแนะ.....82

ภาคผนวก.....83
บรรณานุกรม.....84

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 แสดงการใช้พหุนามกำลังสองเพื่อประมาณค่าในช่วง.....9
2.2 แสดงการประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม.....15
3.3 แผนผังการทำงานหลักของโปรแกรม.....30
4.1 แสดงหน้าจอแรกของโปรแกรม.....31
4.2 แสดงหน้าจอผู้นำเสนอ.....32
4.3 แสดงหน้าจอเมนูหลักของโปรแกรม.....33
4.4 แสดงหน้าจอคำแนะนำการใช้โปรแกรม.....34
4.5 แสดงหน้าจอการประมาณค่าในช่วง.....35
4.6 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต.....36
4.7 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสองหน้าแรก.....37
4.8 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสองหน้าสุดท้าย.....38
4.9 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสอง.....39
4.10 แสดงหน้าจอการประมาณค่าในช่วงด้วยโปรแกรมวิธีพหุนามกำลังสอง.....40
4.11 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดหน้าแรก.....41
4.12 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดหน้าสุดท้าย.....42
4.13 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด.....43
4.14 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด.....44
4.15 แสดงหน้าจอการประมาณค่าด้วยโปรแกรมวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด.....45
4.16 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามหน้าแรก.....46
4.17 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามหน้าสุดท้าย.....47
4.18 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม.....48
4.19 หน้าจอแสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม.....49
4.20 แสดงหน้าจอการประมาณค่าด้วยโปรแกรมวิธีธรรมเสมือนพหุนามกำลังสาม.....50
4.21 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีนิวตัน-โคตส์หน้าแรก.....51
4.22 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีนิวตัน-โคตส์หน้าสุดท้าย.....52
4.23 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์.....53
4.24 แสดงหน้าจอการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์.....54
4.25 แสดงหน้าจอประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์.....55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูป	หน้า
4.26 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันหน้าแรก	56
4.27 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันหน้าสุดท้าย	57
4.28 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีซิมป์สัน	58
4.29 แสดงหน้าจอการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีซิมป์สัน	59
4.30 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีซิมป์สัน	60
4.31 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีรอมเบิร์กหน้าแรก	61
4.32 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีรอมเบิร์กหน้าสุดท้าย	62
4.33 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก	63
4.34 แสดงหน้าจอการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก	64
4.35 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก	65
4.36 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมหน้าแรก	66
4.37 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมหน้าสุดท้าย	67
4.38 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม	68
4.39 แสดงหน้าจอการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม	69
4.40 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม	70
4.41 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบในการประมาณค่าในช่วง	71
4.42 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อไม่ทำตามขั้นตอน	72
4.43 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อค่า X มีค่าซ้ำกันในวิธีพหุนามกำลังสอง	73
4.44 หน้าจอแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลว่าเหมาะสมดีกรีเท่าใดในวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด	74
4.45 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อป้อนจำนวนข้อมูลผิดในวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม	75
4.46 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อป้อนข้อมูลไม่ครบในการประมาณค่าอินทิเกรต	76
4.47 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการหาร 0	77
4.48 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการที่ 0 หาร 0	78
4.49 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนฟังก์ชันผิด	79
4.50 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนตัวแปรนอกเหนือจากที่กำหนด	80

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากวิชาทางด้านการคำนวณเชิงตัวเป็นวิชาหนึ่งในหลักสูตรการศึกษาระดับปริญญาตรีในหลักสูตรทางวิทยาศาสตร์และทางเทคโนโลยี ซึ่งนักศึกษาในหลักสูตรเหล่านี้จะต้องศึกษาเพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาตามหลักสูตรและเพื่อเป็นการจัดการศึกษานอกห้องเรียนสำหรับนักศึกษาที่มีความสนใจจะศึกษาเพิ่มเติมหรือเกิดข้อสงสัยข้องใจหรือปัญหาที่เกิดมาจากการศึกษาภายในห้องเรียนนั้นเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนักศึกษาในหลักสูตรเหล่านี้ ผู้จัดทำปัญหาพิเศษจึงเล็งเห็นความสำคัญในการศึกษาวิชาทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยตนเอง ทั้งนี้การจัดทำโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับใช้เป็นสื่อการเรียนวิชาทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลขในเรื่อง ต่อไปนี้

1. การประมาณค่าในช่วงในวิธีพหุนามกำลังสองและวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีเสมือนธรรมชาติพหุนามกำลังสามโดยทั้ง 3 วิธีนี้จะสามารถประมาณค่าได้ครอบคลุมถึงฟังก์ชันพหุนามกำลังสามโดยที่วิธีพหุนามกำลังจะเหมาะสมกับการประมาณค่าพหุนามกำลังสองซึ่งจะใช้ข้อมูลในการประมาณค่าน้อยเพียง 3 ชุดและวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดจะเหมาะสมกับพหุนามกำลังสองซึ่งทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดแต่จะสามารถประมาณค่าฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังต่างๆ ซึ่งอาจจะมากกว่าสองหรือน้อยกว่าสองซึ่งจะสามารถระบุได้โดยจะใช้จำนวนชุดข้อมูลในการประมาณค่าจำนวนมากหรือน้อยก็ได้และวิธีเสมือนธรรมชาติพหุนามกำลังสามจะเหมาะสมกับฟังก์ชันพหุนามกำลังสามซึ่งจะทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดซึ่งจะสามารถรับจำนวนชุดข้อมูลได้จำนวนมาก

2. การประมาณค่าอินทิเกรตในวิธีนิวตัน-โคตส์และวิธีซิมป์สันและวิธีรอมเบิร์กและวิธีซิมป์สันสองมิติสำหรับสี่เหลี่ยมซึ่งวิธีรอมเบิร์กเป็นวิธีที่จะมีขั้นตอนในการทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อนให้มีค่าน้อยลงและวิธีซิมป์สันสองมิติสำหรับสี่เหลี่ยมจะเป็นการประมาณค่าอินทิเกรตแบบสองมิติ

วิธีการที่ได้กล่าวถึงทั้งหมดนี้จะเป็นวิธีที่นิยมศึกษาในหลักสูตรของวิชาทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลขและเป็นวิธีที่มีขั้นตอนในการคำนวณไม่ซับซ้อนมากสามารถศึกษาเข้าใจได้ไม่ยากเหมาะสมกับการเป็นพื้นฐานทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลข

เนื่องจากวิชวลเบสิคเป็นภาษาคอมพิวเตอร์ที่ใช้เทคโนโลยีในลักษณะ Visualize ซึ่งเพียงแต่เลือก Control ที่เหมาะสม แล้ววาดลงบน Form ก็สามารถสร้างจอภาพใช้สำหรับติดต่อผู้ใช้ รวมทั้งการใช้เทคนิคการเขียนโปรแกรมแบบ Even-driven ซึ่งเป็นการเขียนโปรแกรมเพื่อกำหนดขั้นตอนการทำงานให้กับ Control ต่าง ๆ ที่สร้างขึ้นตามเหตุการณ์ (Event) ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้ เช่น การเลื่อนเม้าส์ หรือการรับข้อมูลจากคีย์บอร์ด ฯลฯ เป็นต้น ประกอบกับภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรม เป็นภาษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เบสิค (Basic) ซึ่งเป็นภาษาคอมพิวเตอร์ที่ผู้ใช้บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลส่วนใหญ่คุ้นเคย จึงส่งผลให้การพัฒนาโปรแกรมบน Windows ด้วย Visual basic มีขั้นตอนน้อย กระทำได้ง่ายและสะดวกต่อการใช้งานผู้จัดทำจึงนำภาษาวิชวลเบสิคเวอร์ชั่น 6.0 เป็นเครื่องมือในการพัฒนา

1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ

1. เพื่อจัดทำโปรแกรมสำเร็จรูป สำหรับใช้เป็นสื่อการเรียนในวิชาทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลข

2. เพื่อให้นักศึกษาที่ต้องการศึกษาได้ศึกษา และแก้ปัญหาเพื่อเติมจากการเรียนวิชาวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขในห้องเรียน

1.3 ขอบเขตการศึกษา

จัดทำโปรแกรมสำเร็จรูปด้วยภาษาวิชวลเบสิกเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนและการคำนวณทางวิธีการเชิงตัวเลข ในเรื่อง

1. การประมาณค่าในช่วง
   1.1 ระเบียบวิธีการพหุนามกำลังสองในแบบนิวตัน
   1.2 ระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยสุด
   1.3 ระเบียบวิธีการเสมือนธรรมชาติพหุนามกำลังสาม

ในส่วนของโปรแกรมภาคการคำนวณ วิธีการประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดจะประมาณค่าได้พหุนามกำลัง 1 หรือ พหุนามกำลัง 2 โดยโปรแกรมจะทำการวิเคราะห์จากข้อมูลที่ผู้ใช้ได้ป้อนเข้าสู่โปรแกรมว่าเหมาะสมกับพหุนามกำลังเท่าไรและวิธีการเสมือนธรรมชาติพหุนามกำลังสามจะสามารถรับข้อมูลได้ไม่เกิน 8 จุดและ ไม่น้อยกว่า 3 จุด

2. การหาค่าอินทิเกรตในช่วง

2.1 ระเบียบวิธีการของนิวตัน-โคตส์ โดยในส่วนของโปรแกรมภาคการคำนวณจะใช้โคตส์นับเบอร์เท่ากับ 11

2.2 ระเบียบวิธีการซิมป์สัน โดยในส่วนของโปรแกรมภาคการคำนวณจะกำหนดค่าเริ่มต้นการแบ่งช่วงในการประมาณค่าอินทิเกรตเป็น 4 ช่วง และทำการเพิ่มช่วงขึ้นทีละ 4 ช่วงและทำจนกระทั่งค่าประมาณ 2 ค่ามีความแตกต่างกัน เป็นน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ 0.000001

2.3 ระเบียบวิธีการของรอมเบิร์ก โดยในส่วนของโปรแกรมภาคการคำนวณขั้นตอนแรกของการคำนวณจะใช้สูตรของกฎสี่เหลี่ยมคางหมูโดยจะเริ่มต้นการแบ่งช่วงในการประมาณค่าอินทิเกรตเป็น 2 ช่วงและทำการเพิ่มช่วงขึ้นทีละ 1 เท่าตัวโดยทำจนกระทั่งค่าประมาณอินทิเกรต 2 ค่ามีความแตกต่างกัน เป็นน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของ 0.01 แล้วจึงดำเนินการในขั้นต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 ระเบียบวิธีการของซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม โดยส่วนของโปรแกรมภาคการคำนวณจะทำการแบ่งช่วงการอินทิเกรตเป็น 32 ช่วง

โดยทั้ง 4 วิธีจะมีสามารถในการรับฟังก์ชันได้ทั้ง ฟังก์ชันพหุนามและฟังก์ชันตรีโกณและฟังก์ชันเอ็กซ์โปเน็นเชียล

1.4 ขั้นตอนการศึกษา

1. ศึกษาเนื้อหาวิธีการเชิงตัวเลขและโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนและวิธีการเขียนโปรแกรมด้วย ภาษาวิชวลเบสิก
2. ออกแบบโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนวิธีการเชิงตัวเลข
3. จัดทำโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนวิธีการเชิงตัวเลข
4. ทดสอบการทำงานของโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนวิธีการเชิงตัวเลข
5. จัดทำเอกสารสรุปผลการจัดทำโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนวิธีการเชิงตัวเลข
6. นำเสนอโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อทำให้ได้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้ในการศึกษาวิธีการเชิงตัวเลข
2. เพื่อให้ผู้ใช้สามารถศึกษาเนื้อหาเรื่องวิธีการเชิงตัวเลขได้ด้วยตนเอง
3. เพื่อเพิ่มความน่าสนใจให้กับผู้ศึกษาให้มีความสนใจในเรื่องวิธีการเชิงตัวเลขมากขึ้น
4. เพื่อให้การศึกษาเรื่องวิธีการเชิงตัวเลขทำได้ง่ายขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.1 คำจำกัดความคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI)

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นการนำเอาเทคโนโลยีรวมกับการออกแบบโปรแกรมการสอนมาใช้ช่วยสอน ซึ่งเรียกกันโดยทั่วไปว่าบทเรียน ซึ่ง " ซีเอไอ "เป็นคำที่ย่อมาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Computer Assisted Instruction หรือเรียกย่อๆ ว่า ซีเอไอ (CAI) การจัดโปรแกรมการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในปัจจุบันมักอยู่ในรูปของสื่อประสม (Multimedia) หมายถึงนำเสนอได้ทั้งภาพ ข้อความ เสียงภาพเคลื่อนไหว ฯลฯ โปรแกรมช่วยสอนนี้เหมาะกับการศึกษาด้วยตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถโต้ตอบกับบทเรียนได้ตลอด จนมีผลป้อนกลับเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนได้อย่างถูกต้องและเข้าใจในเนื้อหาวิชาของบทเรียนนั้นๆ

2.1.2 ลักษณะคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ลักษณะคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีลักษณะสำคัญๆ ดังนี้

1) เริ่มจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ไม่รู้ จัดเนื้อหาเรียงไปตามลำดับจากง่ายไปสู่ยาก

2) การเพิ่มเนื้อหาให้กับผู้เรียนต้องค่อยๆ เพิ่มทีละน้อย และมีสาระใหม่ไม่มากนักผู้ศึกษาสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองอย่างเข้าใจ

3) แต่ละเนื้อหาต้องมีการแนะนำความรู้ใหม่เพียงอย่างเดียวไม่ให้ทีละมากๆ จนทำให้ผู้ศึกษาสับสน

4) ในระหว่างการเรียนต้องให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมกับบทเรียน เช่น มีคำถามมีการตอบ มีทำแบบฝึกหัดแบบทดสอบซึ่งทำให้ผู้เรียนสนใจอยู่กับการเรียนไม่น่าเบื่อหน่าย

5) การตอบคำถามที่ผิดต้องมีคำแนะนำหรือทบทวนบทเรียนเก่าอีกครั้งหรือมีการเฉลยซึ่งเป็นการเพิ่ม เนื้อหาไปด้วยถ้าเป็นคำตอบที่ถูกผู้เรียนได้รับคำชมเชย และได้เรียนบทเรียนต่อไปที่ก้าวหน้าขึ้น

6) ในการเสนอบทเรียนต้องมีการสรุปท้ายบทเรียนแต่ละบทเรียนช่วยให้เกิดการวัดผลได้ด้วยตนเอง

7) ทุกบทเรียนต้องมีการกำหนดวัตถุประสงค์ไว้ให้ชัดเจน ซึ่งช่วยให้แบ่งเนื้อหาตามลำดับได้ดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่นำมาใช้ในปัจจุบันมีอยู่มากมายหลายรูปแบบ นักวิชาการและนักการศึกษา ทั้งในประเทศและต่างประเทศได้จัดแบ่งประเภทตามลักษณะการใช้ดังนี้

1) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อการสอน (Tutoring) เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นในลักษณะของบทเรียนที่ลอกเลียนแบบ การสอนของครูกล่าวคือ มีบทนำ มีคำบรรยายซึ่งประกอบด้วยทฤษฎีกฎเกณฑ์ แนวคิดที่สอนหลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาแล้วก็มีคำถาม (Question) เพื่อใช้ในการตรวจสอบความเข้าใจของผู้ศึกษา มีการป้อนกลับ ตลอดจนมีการเสริมแรงจูงใจและสามารถให้ผู้ศึกษาย้อนกลับไปเรียนบทเรียนเดิมได้ หรือข้ามบทเรียนที่ได้เรียนรู้ แล้วได้นอกจากนี้ยังสามารถบันทึกการเรียนของผู้ศึกษาไว้ได้

2) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อการฝึก (Drill and Practice) แบบฝึกส่วนใหญ่ใช้เพื่อเสริมทักษะเมื่อครูได้สอน บทเรียนบางอย่างไปแล้ว จุดมุ่งหมายเพื่อฝึกหัดกับคอมพิวเตอร์เพื่อวัดระดับ หรือให้ฝึกจนถึงระดับที่ยอมรับได้ บทเรียนประเภทนี้ จึงประกอบด้วยคำถามและคำตอบการเตรียมคำถามต้องเตรียมไว้มากๆ ซึ่งผู้ศึกษาควรได้สุ่มขึ้นมาฝึกเองได้ สิ่งสำคัญของการฝึกคือต้องกระตุ้นให้ผู้ศึกษาอยากทำ และตื่นเต้นกับการทำแบบฝึกหัดนั้น ซึ่งอาจมีภาพเคลื่อนไหว คำพูดโต้ตอบ มีการแข่งขัน เช่น จับเวลาหรือสร้างรูปแบบที่ท้าทายความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหา

3) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) โปรแกรมประเภทนี้เป็นโปรแกรมที่ใช้จำลองสถานการณ์ให้ใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงของผู้ศึกษาโดยมีเหตุการณ์สมมติต่างๆ อยู่ในโปรแกรม และผู้ศึกษาสามารถที่จะเปลี่ยนแปลงหรือจัดกระทำได้สามารถมีการโต้ตอบหรือมีทางเลือกหลายๆ ทาง การสร้างสถานการณ์จำลองขึ้นเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ เมื่อสถานการณ์จริงไม่สามารถทำได้ เช่น การเคลื่อนที่ของลูกปืน การเดินทางของแสงการหักเหของคลื่นแม่เหล็กไ ฟฟ้าหรือการทำปฏิกิริยาทางเคมีที่อาจเกิดการระเบิดขึ้น หรือการเจริญเติบโตนี้ใช้เวลานานหลายวันการใช้คอมพิวเตอร์สร้างสถานการณ์จำลองจึงมีความจำเป็นอย่างมาก และคอมพิวเตอร์ประเภทนี้มีจำนวนน้อยมาก เนื่องจากความยากในการออกแบบจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้เรื่องที่ทำอย่างดี สามารถจำแนกเป็นลำดับขั้นการเปลี่ยนแปลงได้อีกทั้งอาจจะต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงเพื่อเปลี่ยนแปลงเนื้อหาแต่ละส่วนนั้นให้สามารถนำเสนอในรูปแบบที่ง่ายขึ้นได้

4) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อเป็นเกม (Game) ในการเรียนการสอน โปรแกรมประเภทนี้นับเป็นแบบพิเศษของแบบจำลองสถานการณ์ โดยมีการแข่งขันเป็นหลัก ซึ่งสามารถเล่นได้คนเดียวหรือหลายคน ก่อให้เกิดการแข่งขันและร่วมมือกัน ก่อให้เกิดการเรียนรู้ได้มากโดยการเพิ่มคุณค่าทางการศึกษาจุดมุ่งหมาย เนื้อหา และกระบวนการที่เหมาะสม

5) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อการทดสอบ (Testing) เป็นโปรแกรมที่ใช้รวมแบบทดสอบไว้และสุ่มข้อสอบตามจำนวนที่ต้องการ โดยที่ข้อสอบเหล่านั้น ผ่านการสร้างมาอย่างดีมีความเชื่อถือได้ในการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโปรแกรมมีการตรวจข้อสอบให้คะแนนวิเคราะห์และประเมินผลให้ผู้สอบได้ทราบทันที

6) คอมพิวเตอร์ใช้เพื่อการไต่ถามข้อมูล (Inguiry) เป็นโปรแกรมที่ช่วยในการค้นหาข้อเท็จจริงหรือข่าวสารที่เป็นประโยชน์ในตัวคอมพิวเตอร์แบบนี้จะมีแหล่งเก็บข้อมูลที่เป็นประโยชน์ ซึ่งสามารถแสดงได้ทันทีเมื่อผู้เรียนต้องการด้วยระบบง่ายๆ ที่ผู้เรียนสามารถทำได้เพียงแต่กดหมายเลขหรือใส่รหัส ซึ่งทำให้คอมพิวเตอร์แสดงข้อมูลที่ต้องการไต่ถามได้ตามต้องการ

นอกจากนั้นยังนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ในลักษณะอื่นๆ เช่น การนำเสนอประกอบการสอน การใช้เพื่อฝึกแก้ปัญหาการสาธิต เป็นต้น

การนำประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปใช้เพื่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้ศึกษา มากที่สุดนั้น จะต้องคำนึงถึงจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน ควรมีการวางแผนที่ดี สำหรับการสร้างบทเรียนหนึ่งๆ โดยมีจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ชัดเจนว่าต้องการ ให้ผู้เรียน เรียนรู้อะไรอย่างไรโดยมีอะไรเป็นเกณฑ์เพื่อวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ ซึ่งแต่ละขั้นตอนต้องสามารถตรวจสอบได้ เพื่อให้ได้มาตรฐานกับการที่จะสามารถ นำไปใช้ได้กับทุกกลุ่มผู้ศึกษา ดังนั้น จึงควรมีการออกแบบบทเรียนที่ดีซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ ในการผลิตบทเรียนให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลซึ่งจะต้องอาศัยวิธีการจัดระบบเข้า มาใช้และยังต้องคำนึงถึงทฤษฎีการเรียนรู้ของผู้ศึกษา จากการศึกษาหลักการ และทฤษฎีการเรียนรู้รวมทั้งผลงานวิจัยพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การออกแบบบทเรียนนั้นควรจะมีองค์ประกอบอยู่ 4 ประการ คือ

1) การออกแบบสิ่งเร้าหรือเนื้อหา (Design of the Stimulus)

หลักในการออกแบบ คือ ผู้ศึกษาสามารถเห็นเนื้อหา ความรู้หรือข้อมูลบนจอภาพ ซึ่งผู้-ศึกษาจะเกิดความเข้าใจและสามารถจำได้มาก อาจจะมีคำบรรยาย คำถาม แบบฝึกหัด ตัวชี้นำ (cue) และเสียงประกอบ เพื่อให้ผู้เรียนมีการตอบสนองจากสิ่งเร้าหรือเนื้อหา นั้นๆ รูปแบบของบทเรียนอาจจะเป็นแบบเกมส์การศึกษา การฝึกทักษะและทำแบบฝึกหัด ซึ่งเน้นการเสนอเนื้อหาบนจอภาพ

2) การตอบสนองของผู้ศึกษา (Learner Responses)

การตอบสนองของผู้ศึกษาจะบ่งบอกถึงคุณภาพของผู้ออกแบบบทเรียน การตอบสนองไม่จำเป็นที่จะต้องแสดงออกให้เห็นเสมอไปคำถามที่ถามควรเป็นคำถามที่สามารถกระตุ้นผู้ศึกษาให้ตอบสนอง ผู้ศึกษาสามารถประเมินผลตนเองได้จากความเข้าใจเนื้อหาที่ศึกษาอาจใช้วิธีการประเมินจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจากเพื่อน จากครูหรือจากแบบฝึกหัด บทเรียน จะต้องมีการวางแผนเพื่อให้ตอบสนองให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ จัดกระบวนการ คิดของผู้ศึกษาให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3) ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback)

การให้ข้อมูลย้อนกลับหรือ Feedback หลังจากผู้เรียนมีการตอบสนองจัดได้ว่า เป็นขบวนการของการสื่อสารอย่างหนึ่ง ซึ่งชนิดของการให้ Feedback ประการแรกนั้น จะต้องมีความสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กันกับการตอบสนองของผู้ศึกษาประการที่สององค์ประกอบ ทางด้านเวลา ความถี่และการถ่วงเวลาในการให้Feedbackจะเป็นการเสริมแรง (Reinforcement) คือ ผู้ศึกษาจะมีความต้องการในการได้รับ Feedback จากการ ตอบสนองในแต่ละครั้งจัดได้ว่าเป็นสิ่งสำคัญในการออกแบบบทเรียนการให้ Feedbackจะเป็นสิ่งดึงดูดความสนใจให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะตอบสนอง ต่อสิ่งเร้าหรือเนื้อหาความรู้ที่เสนอ

4) การควบคุมบทเรียน (Lesson Control)

สิ่งที่สำคัญที่สุดในการออกแบบบทเรียนให้ได้ดีอีกองค์ประกอบหนึ่งก็คือ การที่ผู้ศึกษาสามารถควบคุมบทเรียนได้ด้วยตนเอง สามารถตัดสินใจเลือกเนื้อหาที่จะศึกษาเลือกวิธี การเรียนเลือกรูปแบบการศึกษา จะทำให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจที่จะศึกษา ผู้ศึกษา สามารถศึกษาได้ตามความรู้ ความสามารถของตนเอง เป็นการสนองความแตกต่างระหว่าง ผู้ศึกษาได้ดี ซึ่งลักษณะเช่นนี้เป็นคุณสมบัติของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เราสามารถนำมาใช้ ประโยชน์ได้

การออกแบบบทเรียนนั้น โดยพื้นฐานแล้วควรมีให้ครบทั้ง ๔ องค์ประกอบเป็นอย่างน้อย ถ้าจะถามว่ารูปแบบใด วิธีการแบบใดดีที่สุดนั้นไม่สามารถตอบได้ เนื่องจากรูปแบบและวิธีการในแต่ละวิธีนั้นจะมีคุณสมบัติเฉพาะตัว ในการนำไปใช้และใช้ให้ถูกวิธีตรงกับเป้าหมายและจุดมุ่งหมายของผู้ศึกษา ผู้ศึกษาก็จะได้รับประโยชน์สูงสุดเช่นกัน จึงจะจัดได้ว่ารูปแบบการศึกษาและวิธีการศึกษานั้นดีที่สุดในสถานการณ์นั้นๆ

2.1.4 ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การนำเอาคอมพิวเตอร์มาช่วยในการสอนมีประโยชน์หลายประการดังนี้

1) ทำให้นักศึกษาได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนมากขึ้น

2) ทำให้นักศึกษาสามารถเลือกเรียนได้หลายแบบตามความถนัดของแต่ละบุคคล

3) ทำให้ประหยัดเวลาในการท่องจำสิ่งที่ไม่ควรจะต้องจำ ใช้สมองในการคิดวิเคราะห์และตัดสินใจแทน

4) ทำให้สามารถปรับปรุงเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับแต่ละบุคคล

5) ทำให้ผู้ศึกษามีอิสรภาพในการศึกษาผู้ศึกษาสามารถเรียนรู้ได้ทุกเวลาที่ต้องการ

6) ลดช่องว่างการศึกษาระหว่างโรงเรียนในเมืองและชนบทเพราะสามารถส่งบทเรียนไปยังโรงเรียนชนบทให้ศึกษาได้ด้วย

7) ทำให้ผู้ศึกษามีความสนใจโดยใช้เทคนิคการนำเสนอด้วยกราฟิก ภาพเคลื่อนไหว แสง สี เสียง สวยงามและเหมือนจริง

8) ทำให้ผู้ศึกษามีความรับผิดชอบต่อตนเอง ต้องควบคุมการศึกษาด้วยตนเองมีการแก้ปัญหาและฝึกคิดอย่างมีเหตุผล

9) ทำให้ผู้ศึกษาสามารถสรุปหลักการ เนื้อหา สาระของบทเรียนแต่ละบทเรียนได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 VISUAL BASIC 6.0

Visual Basic เป็นภาษาคอมพิวเตอร์ (Programming Language) ที่พัฒนาโดย บริษัทไมโครซอฟท์ ซึ่งเป็นบริษัทที่สร้างระบบปฏิบัติการ Windows 95/98/NT โดยตัวภาษามีรากฐานมาจากภาษา Basic ซึ่งย่อมาจาก Beginner's All Purpose Symbolic Instruction ถ้าแปลให้ได้ความหมายก็ คือ "ชุดคำสั่งหรือภาษาคอมพิวเตอร์สำหรับผู้เริ่มต้น" ภาษา Basic มีจุดเด่นคือผู้ที่ไม่มีพื้นฐานเรื่องการเขียนโปรแกรมเลยก็สามารถเรียนรู้และนำไปใช้งานได้อย่างง่ายและรวดเร็ว เมื่อเทียบกับภาษาคอมพิวเตอร์อื่นๆ

Visual Basic เวอร์ชันแรกคือเวอร์ชัน 1.0 ออกมาตั้งแต่ปี 1991 เน้นเรื่องเครื่องมือที่ช่วยในการเขียนโปรแกรมบนวินโดว์ ซึ่งปรากฏว่า Visual Basic ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างดีไมโครซอฟท์จึงพัฒนา Visual Basic ให้ดีขึ้นเรื่อยๆ ทั้งในด้านประสิทธิภาพ ความสามารถและเครื่องมือต่างๆ เช่น เครื่องมือตรวจสอบแก้ไขโปรแกรม (debugger) การเขียนโปรแกรมแบบหลายวินโดว์ย่อย (MDI) และอื่นๆสำหรับ Visual Basic เวอร์ชัน 6.0 ซึ่งออกมาในปี 1998 ได้เพิ่มความสามารถในการเขียนโปรแกรมติดต่อกับเครือข่ายอินเตอร์เน็ต การเชื่อมต่อกับระบบฐานข้อมูล รวมทั้งปรับปรุงเครื่องมือและการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุ (Object Oriented Programming) ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นพร้อมทั้งเพิ่มเครื่องมือต่างๆ อีกมากมายที่ทำให้ใช้งานได้ง่ายและสะดวกขึ้นกว่าเดิม

2.2.1 ความสามารถของ VISUAL BASIC 6.0

1. โปรแกรมทั่วไปที่รันบนระบบปฏิบัติการ Window โดยเราสามารถสร้างโปรแกรมทางด้านกราฟฟิก โปรแกรมจัดการไฟล์ โปรแกรมคำนวณเลขพื้นฐานให้ตรงกับความต้องการของเราได้

2. โปรแกรมฐานข้อมูล Visual Basic 6.0 นั้นช่วยให้การสร้างโปรแกรมฐานข้อมูลเป็นเรื่องง่าย เนื่องจากมีเครื่องมือต่างๆ เกี่ยวกับฐานข้อมูลอย่างครบถ้วน เช่น เครื่องมือในการติดต่อกับฐานข้อมูลทั้ง Microsoft Access หรือฐานข้อมูลบนระบบ Client Server เช่น Microsoft SQL Server โดยการติดต่อกับฐานข้อมูลนั้น เราเพียงแต่กำหนดตำแหน่งของฐานข้อมูลพร้อมกับข้อมูลที่จำเป็นในการติดต่อกับฐานข้อมูลเท่านั้น เราก็สามารถติดต่อกับฐานข้อมูลได้ทันที นอกจากนี้ Visual Basic 6.0 ยังมีเครื่องมือในการสร้างรายงานสรุปข้อมูลจากฐานข้อมูลที่ใช้งานได้ง่าย

3. คอมโพเน้นต์ทางด้าน ActiveX ซึ่งได้แก่ ActiveX Component, ActiveX Control และ ActiveX Document ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เราสามารถนำส่วนของโปรแกรมที่เราได้สร้างแล้ว ไปใช้ในโปรแกรมอื่นๆ ได้ เช่น Microsoft Excel เป็นต้น

4. โปรแกรมที่รันบนอินเตอร์เน็ตหรืออินทราเน็ตผ่านทาง Web Browser ด้วยความสามารถของ Vasual Basic 6.0 ช่วยให้เราสามารถสร้างโปรแกรมที่รันบนอินเตอร์เน็ตได้อย่างง่าย โดยที่ไม่ต้องเรียนรู้การเขียนคำสั่งด้วยภาษา HTML (Hyper Text Markup Language) หรือภาษาสคริปต์ที่ใช้งานบนอินเตอร์เน็ต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การประมาณค่าในช่วง

2.3.1 ระเบียบวิธีการใช้พหุนามกำลังสองในแบบนิวตัน

การประมาณค่าในช่วงพหุนามกำลังสอง

ให้จุด 3 จุดที่ ติดกัน $x_j, x_{j+1} = x_j + h$ และ $x_{j+2} = x_j + 2h$ โดยที่ $h_i = h_{i+1} - h_i$ เป็นช่วงห่างระหว่างจุดซึ่งเป็นช่วงที่เท่าๆกัน สมมติให้ $f(x)$ ประมาณโดย

$$p_2(x) = a + b(x - x_j) + c(x - x_j)(x - x_{j+1})$$

และที่ a, b และ c กำหนดโดย $p_2(x_{j+k}) = f(x_{j+k}) = f_{j+k}$; $k = 0,1,2$

ดังนั้น $p_2(x_j) = a + b(x_j - x_j) + c(x_j - x_j)(x_j - x_{j+1})$

ได้ $p_2(x_j) = a = f_j$

และ $p_2(x_{j+1}) = a + b(x_{j+1} - x_j) + c(x_{j+1} - x_j)(x_{j+1} - x_{j+1})$

ได้ $p_2(x_{j+1}) = a + b(x_{j+1} - x_j) = a + bh = f_{j+1}$

และ $p_2(x_{j+2}) = a + b(x_{j+2} - x_j) + c(x_{j+2} - x_j)(x_{j+2} - x_{j+1})$

ได้ $p_2(x_{j+2}) = a + bh + ch^2 = f_{j+2}$

ดังนั้นจะได้ว่า

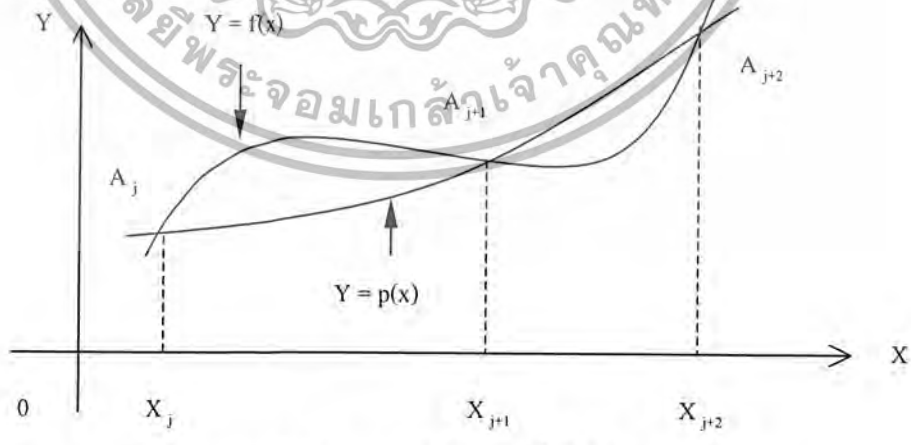
$$a = f_i$$

$$b = (f_{j+1} - a)/h = (f_{j+1} - f_j)/h$$

$$c = (f_{j+2} - 2bh - a)/(2h^2) = (f_{j+2} - 2f_{j+1} + f_j)/2h^2$$

ดังนั้นจะได้ว่าฟังก์ชัน $f(x)$ ประมาณค่าโดย

$$p_2(x) = f_j + \frac{(f_{j+1} - f_j)}{h}(x - x_j) + \frac{(f_{j+2} - 2f_{j+1} + f_j)}{2h^2}(x - x_j)(x - x_{j+1})$$



รูป 2.1 แสดงการใช้พหุนามกำลังสองเพื่อใช้ประมาณค่า

การประมาณค่าในช่วงพหุนามกำลังสองแบบนิวตัน

ให้ $p(x)$ เป็นพหุนามกำลังสองหรือพาราโบลาที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ 3 จุด คือ

$A_0(x_0, f(x_0)), A_1(x_1, f(x_1)), A_2(x_2, f(x_2))$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ $f(x)$ ประมาณค่าโดย

และจาก p และ f มีค่าเท่ากันที่จุดทั้งสาม เราได้

$$p_2(x) = a + b(x - x_0) + c(x - x_0)(x - x_1)$$

ที่จุด $A_0 \Rightarrow a = f(x_0)$

ที่จุด $A_1 \Rightarrow b = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = f[x_1, x_0]$

ที่จุด $A_2 \Rightarrow c = \dfrac{f(x_2) - f(x_0)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} - \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)} = f[x_2, x_1, x_0]$

ดังนั้น

$$p(x) = f(x_0) + (x - x_0) f[x_1, x_0] + (x - x_0)(x - x_1) f[x_2, x_1, x_0] \qquad (3)$$

ซึ่งสมการพหุนามกำลังสองที่อยู่ในรูปแบบของนิวตันซึ่งใช้ในการประมาณค่า $f(x)$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาพหุนามประมาณค่าในช่วงสำหรับ $f(x)$ ที่มีค่ากำหนดให้ตามตารางดังนี้

x	-1	1	3
$f(x)$	1	4	2

และจงประมาณค่าที่จุด $x = 2$

<u>วิธีทำ</u> ให้ $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 3$

ดังนั้น $f(x_0) = 1, f(x_1) = 4, f(x_2) = 2$

ในการหาพหุนามประมาณค่าในช่วงแบบนิวตันจากสมการ (3) ได้

$$p(x) = 1 + (x+1)\frac{(4-1)}{(1+1)} + (x+1)(x-1)\left(\frac{(2-1)}{(3+1)(3-1)} - \frac{(4-1)}{(1+1)(3-1)}\right)$$

$$= 1 + (x+1)(\frac{3}{2}) + (x+1)(x-1)(-\frac{5}{8})$$

$$= \frac{1}{8}(-5x^2 + 12x + 25)$$

ดังนั้นสมการที่ได้จากการประมาณ คือ $f(x) = \dfrac{1}{8}(-5x^2 + 12x + 25)$

ที่ $x = 2$ ได้ $\qquad f(2) = \dfrac{1}{8}\left(-5(2)^2 + 12(2) + 25\right) = 3.625$

และค่าที่ได้จากการประมาณ ณ จุด $x = 2$ คือ $f(2) = 3.625$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2 ระเบียบวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด

ให้ฟังก์ชันประมาณค่าโดยฟังก์ชันพหุนาม

$$F(x) = a_0 + a_1 x + ... + a_m x^m, \qquad 1 \le m < n$$

และให้ค่าความคลาดเคลื่อน คือ

$$E(a_0, a_1, ..., a_m) = \sum_{r=0}^{n} e_r^n = \sum_{r=0}^{n} \left[f_r - F(x_r; a_0, a_1, ..., a_m) \right]^2 \qquad (4)$$

โดยที่ m คือ ดีกรีของฟังก์ชันประมาณค่าและ $n+1$ คือจำนวนข้อมูล

การหาค่าตัวแปรเสริม $a_0, a_1, ..., a_m$ ซึ่งมีอยู่ $m+1$ ทำโดยการทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนดังสมการค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด

จากสมการ (4) พิจารณา E เป็นฟังก์ชันของตัวแปร $a_0, a_1, ..., a_m$ โดยมี $x_0, x_1, ..., x_n$ และฟังก์ชัน $f_0, f_1, ..., f_n$ เป็นค่าคงที่และจากเงื่อนไขการหาค่าสุดขีดของฟังก์ชันหลายตัวแปร ค่าที่ต้องการคือค่าตัวแปรที่ทำให้

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0, \quad k = 0,1,..., m$$

พิจารณาการประมาณค่าฟังก์ชันพหุนามดีกรี 1 ซึ่งประมาณค่าโดย $F(x) = a_0 + a_1 x$ ค่าความคลาดเคลื่อน คือ

$$E = \sum_{r=0}^{n} \left[f_r - (a_0 + a_1 x_r) \right]^2 = E(a_0, a_1)$$

ทำการหาค่า $\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0 \quad , k = 0,1$

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = \sum_{r=0}^{n} 2\left[f_r - (a_0 + a_1 x_r) \right](-1) = -2\sum_{r=0}^{n} (f_r - a_0 - a_1 x_r) = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} f_r - \sum_{r=0}^{n} a_0 - \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} a_0 + \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r = \sum_{r=0}^{n} f_r$$

$$(n+1)a_0 + a_1 \sum_{r=0}^{n} x_r = \sum_{r=0}^{n} f_r \qquad (5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = \sum_{r=0}^{n} 2\left[f_r - (a_0 + a_1 x_r) \right](-x) = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} f_r x_r - \sum_{r=0}^{n} a_0 x_r - \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r^2 = 0$$

$$a_0 \sum_{r=0}^{n} x_r + a_1 \sum_{r=0}^{n} x_r^2 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r \qquad (6)$$

นำสมการ (5) และ (6) มารวมกันเป็นระบบสมการเพื่อใช้ในการ หาค่าตัวแปรเสริม a_0 และ a_1 ของฟังก์ชันประมาณค่าพหุนามดีกรี 1 ซึ่งจะได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(n+1)a_0 + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r = \sum_{r=0}^{n} f_r$$

$$a_0\sum_{r=0}^{n} x_r + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r^2 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r$$

พิจารณาการประมาณค่าฟังก์ชันพหุนามดีกรี 2 ซึ่งประค่าโดย $F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ ค่าความคลาดเคลื่อน คือ

$$E = \sum_{r=0}^{n}\left[f_r - (a_0 + a_1 x_r + a_2 x_r^2)\right]^2 = E(a_0, a_1, a_2)$$

ทำการหาค่า $\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0 \quad , k = 0,1,2$

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = \sum_{r=0}^{n} 2\left[f_r - a_0 - a_1 x_r - a_3 x_r^2\right](-1) = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} a_0 + \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r + \sum_{r=0}^{n} a_2 x_r^2 = \sum_{r=0}^{n} f_r$$

$$(n+1)a_0 + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^2 = \sum_{r=0}^{n} f_r \qquad (7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = \sum_{r=0}^{n} 2\left[f_r - a_0 - a_1 x_r - a_3 x_r^2\right](-x_r) = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} a_0 x_r + \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r^2 + \sum_{r=0}^{n} a_2 x_r^3 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r$$

$$a_0\sum_{r=0}^{n} x_r + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r^2 + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^3 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r \qquad (8)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_2} = \sum_{r=0}^{n} 2\left[f_r - a_0 - a_1 x_r - a_3 x_r^2\right](-x_r^2) = 0$$

$$\sum_{r=0}^{n} a_0 x_r^2 + \sum_{r=0}^{n} a_1 x_r^3 + \sum_{r=0}^{n} a_2 x_r^4 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r^2$$

$$a_0\sum_{r=0}^{n} x_r^2 + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r^3 + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^4 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r^2 \qquad (9)$$

นำสมการ (7),(8) และ (9) มารวมกันเป็นระบบสมการเพื่อใช้ในการหาค่าตัวแปรเสริม a_0, a_1 และ a_2 ของฟังก์ชันประมาณค่าพหุนามดีกรี 2 ซึ่งจะได้เป็น

$$(n+1)a_0 + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^2 = \sum_{r=0}^{n} f_r$$

$$a_0\sum_{r=0}^{n} x_r + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r^2 + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^3 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r$$

$$a_0\sum_{r=0}^{n} x_r^2 + a_1\sum_{r=0}^{n} x_r^3 + a_2\sum_{r=0}^{n} x_r^4 = \sum_{r=0}^{n} f_r x_r^2$$

และในทำนองเดียวกันเมื่อ $n+1$ คือ จำนวนจุดในการประมาณค่าฟังก์ชันพหุนามดีกรี m จะได้ระบบสมการ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
(n+1)a_0 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r\right)a_1 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^2\right)a_2 + \ldots + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^m\right)a_m &= \sum_{r=0}^{n} f_r \\
\left(\sum_{r=0}^{n} x_r\right)a_0 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^2\right)a_1 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^3\right)a_2 + \ldots + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^{m+1}\right)a_m &= \sum_{r=0}^{n} x_r f_r \\
\left(\sum_{r=0}^{n} x_r^2\right)a_0 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^3\right)a_1 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^4\right)a_2 + \ldots + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^{m+2}\right)a_m &= \sum_{r=0}^{n} x_r^2 f_r \qquad (10) \\
\vdots \qquad\qquad & \qquad\qquad \vdots \\
\left(\sum_{r=0}^{n} x_r^m\right)a_0 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^{m+1}\right)a_1 + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^{m+2}\right)a_2 + \ldots + \left(\sum_{r=0}^{n} x_r^{2m}\right)a_m &= \sum_{r=0}^{n} x_r^m f_r
\end{aligned}
$$

เพื่อใช้ในการหาค่าตัวแปรเสริม $a_0, a_1, \ldots, a_m$ ของฟังก์ชันประมาณค่าดีกรี m

ตัวอย่าง จากข้อมูลจงหาสมการ $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดให้เหมาะสมกับข้อมูล เพื่อทำการประมาณค่าที่ $x = 10$

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	2.105	2.808	3.614	4.604	5.857	7.451	9.467	11.985

วิธีทำ ในกรณีนี้ $n = 7$ จากสมการ (10) โดย $k = 0,1,2,3$ จะได้ระบบสมการ คือ

$$
\begin{aligned}
8a_0 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^2\right)a_2 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^3\right)a_3 &= \sum_{i=0}^{7} y_i \\
\left(\sum_{i=0}^{7} x_i\right)a_0 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^2\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^3\right)a_2 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^4\right)a_3 &= \sum_{i=0}^{7} x_i y_i \\
\left(\sum_{i=0}^{7} x_i^2\right)a_0 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^3\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^4\right)a_2 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^5\right)a_3 &= \sum_{i=0}^{7} x_i^2 y_i \\
\left(\sum_{i=0}^{7} x_i^3\right)a_0 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^4\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^5\right)a_2 + \left(\sum_{i=0}^{7} x_i^6\right)a_3 &= \sum_{i=0}^{7} x_i^3 y_i
\end{aligned}
$$

ทำการหาค่า $\sum x_i^j$ และ $\sum x_i^l y_i$ เมื่อ $i = 0,1,2,\ldots,7$ และ $j = 1,2,\ldots,6$ และ $l = 1,2,3$

i	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6
1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	8	16	32	64
3	3	9	27	81	243	729

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

i	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6
4	4	16	64	256	1,024	4,096
5	5	25	125	625	3,125	15,625
6	6	36	216	1,296	7,776	46,656
7	7	49	343	2,401	16,807	117,649
8	8	64	512	4,096	32,768	262,144
$\sum x_i^j$	36	204	1,296	8,772	61,776	446,964

i	x_i	y_i	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$
1	1	2.105	2.105	2.105	2.105
2	2	2.808	5.616	11.232	22.464
3	3	3.614	10.842	32.526	97.578
4	4	4.604	18.416	73.664	294.656
5	5	5.857	29.285	146.425	732.125
6	6	7.451	44.706	268.236	1,609.416
7	7	9.467	66.269	463.883	3,247.181
8	8	11.985	95.880	767.040	6,136.320
$\sum x_i^l y_i$	36	47.891	273.119	1,765.111	12,141.845

และจากค่า $\sum x_i^j$ และ $\sum x_i^l y_i$ จะได้

$$8a_0 + 36a_1 + 204a_2 + 1{,}296a_3 = 47.891$$

$$36a_0 + 204a_1 + 1{,}296a_2 + 8{,}772a_3 = 273.119$$

$$204a_0 + 1{,}296a_1 + 8{,}772a_2 + 61{,}776a_3 = 1{,}765.111$$

$$1{,}296a_0 + 8{,}772a_1 + 61{,}776a_2 + 446{,}964a_3 = 12{,}141.845$$

ทำการหาผลเฉลยของระบบสมการได้

$$a_0 = 1.426 \qquad a_1 = 0.693 \qquad a_2 = -0.028 \qquad a_3 = 0.013$$

ดังนั้นสมการที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด คือ

$$y = 1.426 + 0.693x - 0.028x^2 + 0.013x^3$$

ทำการประมาณค่าที่ $x = 10$

$$y(10) = 1.426 + 0.693(10) - 0.028(10)^2 + 0.013(10)^3 = 18.556$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.3 ระเบียบวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

พิจารณาข้อมูล n จุดของ $(x_i, y_i), i = 1,2,...,n$ และสมมติให้ $x_1 < x_2 < ... < x_n$ เมื่อ $a = x_1, b = x_n$

ให้ $S_i(x)$ นิยามในช่วง $[x_{i-1}, x_i]$ ที่ประมาณค่าในช่วงผ่านข้อมูลโดยที่

$$S(x_i) = y_i \quad , \quad i = 1,2,...,n$$

และ $$S(x_i) = y_i = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \qquad (11)$$

เพื่อให้เส้นโค้งนี้เรียบจะกำหนดให้ $S'(x)$ และ $S''(x)$ ต่อเนื่องและเป็นเส้นโค้งเป็นช่วงๆ และเชื่อมต่อระหว่างจุดของข้อมูล (x_i, y_i) เงื่อนไขที่สำคัญของการหา $S(x)$ มีว่าค่าอนุพันธ์ $S'(x)$ จะไม่เปลี่ยนค่าอย่างรวดเร็วเกินไประหว่างจุดต่อ และค่า $S''(x)$ นี้จะต้องมีค่าน้อยๆและเพื่อให้ค่า $S(x)$ มีค่าเพียงค่าเดียวแล้วค่า $S(x)$ จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของ $S(x)$ ที่เป็นฟังก์ชันธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามที่ประมาณค่าในช่วง คือ

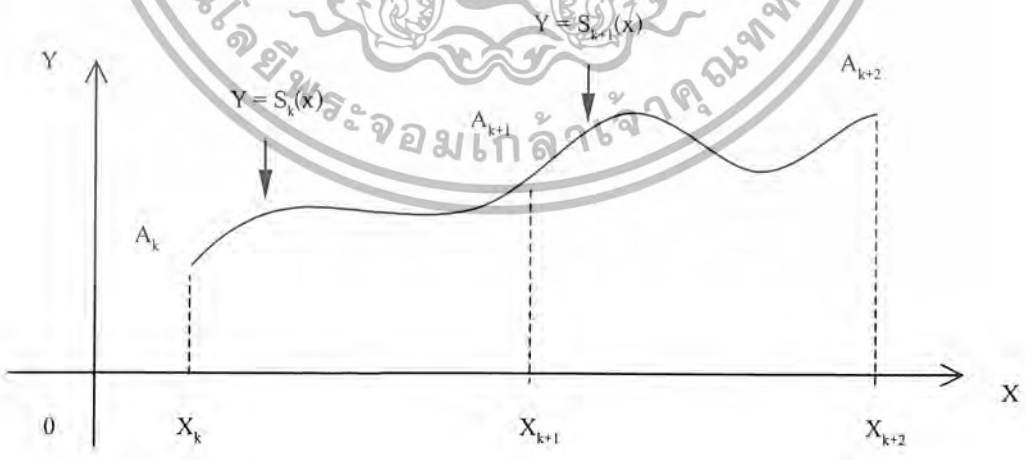
1. $S(x)$ จะเป็นสมการพหุนามของลำดับน้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 บนแต่ละช่วงของ $[x_{i-1}, x_i]$ สำหรับ $i = 1,2,3,...,n-1$

2. $S(x), S''(x)$ และ $S'''(x)$ จะต้องต่อเนื่องสำหรับ $a \le x \le b$

3. ที่จุดต่อภายในช่วงใดๆ ฟังก์ชัน 2 ด้านที่เชื่อมกันที่จุดต่อจะมีค่าเท่ากันที่ตำแหน่ง ณ จุดนั้น นั่นคือ $S(x_{i-1}) = y_{i-1}, S(x_i) = y_i$

4. ที่จุดต่อภายในช่วงใดๆ ค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งก็คือความชันของฟังก์ชันทั้ง 2 ด้านของจุดต่อ จะต้องมีค่าเท่ากัน นั่นคือ $S'(x)$ บน $[x_{i-1}, x_i] = S'(x)$ บน $[x_i, x_{i+1}]$

5. $S''(x_1) = S''(x_n) = 0$



รูป 2.2 แสดงการประมาณค่าในช่วงโดยวิธีการเสมือนพหุนามกำลังสาม

ให้ $m_i \equiv S_i''(x_i), \quad i = 1,2,..,n$ เมื่อ $m_1, m_2, ...m_n$ คือ ตัวแปรใดๆ และ $h_i = h_i - h_{i-1}$ ค่า a_i, b_i, c_i และ c_i นิยามโดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ $x = x_{i-1}$ กับ x_i และ $y = y_i$ กับ y_i

$$y_i = a_i + b_i(x_i - x_i) + c_i(x_i - x_i)^2 + d_i(x_i - x_i)^3 = a_i$$

และ

$$y_{i-1} = a_i + b_i(x_{i-1} - x_i) + c_i(x_{i-1} - x_i)^2 + d_i(x_{i-1} - x_i)^3$$

$$y_{i-1} = a_i - b_i h_i + c_i h_i^2 - d_i h_i^3 \quad (12)$$

ทำการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 เพื่อความสัมพันธ์กับความชันและความเว้าของพหุนามร่วมกัน

หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 และ 2 ของสมการที่ (11) จะได้

$$y_i' = b_i + 2c_i(x - x_i) + 3d_i(x - x_i)^2 \quad (13)$$

$$y_i'' = 2c_i + 6d_i(x - x_i) \quad (14)$$

ให้ m_{i-1} แทนอนุพันธ์อันดับ 2 ที่ (x_{i-1}, y_{i-1})

และ m_i แทนอนุพันธ์อันดับ 2 ที่ (x_i, y_i)

จากสมการที่ (14) จะได้

$$m_{i-1} = 2c_i + 6d_i(x_{i-1} - x_i) \quad (15)$$

$$m_i = 2c_i + 6d_i(x_i - x_i) = 2c_i \quad (16)$$

นำสมการที่ (16)-(15) จะได้

$$m_i - m_{i-1} = -6d_i(x_{i-1} - x_i) = 6d_i h_i$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$c_i = \frac{m_i}{2} \quad \text{และ}$$

$$d_i = \frac{m_i - m_{i-1}}{6h_i}$$

และนำ a_i, c_i และ d_i แทนลงในสมการที่ (12) จะได้

$$y_{i-1} = y_i - b_i h_i + \frac{m_i}{2} h_i^2 - \left(\frac{m_i - m_{i-1}}{6h_i}\right) h_i^3$$

จะได้

$$b_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} + \frac{h_i(2m_i - m_{i-1})}{6}$$

ดังนั้นจะได้

$$a_i = y_i$$

$$b_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} + \frac{h_i(2m_i - m_{i-1})}{6}$$

$$c_i = \frac{m_i}{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

$$d_i = \frac{m_i - m_{i-1}}{6h_i}$$

ต่อไปจะพิจารณาเงื่อนไขความชันของสมการกำลังสาม 2 สมการ ที่จุดเชื่อม (x_i, y_i) จะมีค่าเท่ากัน สำหรับสมการในช่วงที่ i จากสมการที่ (13) ที่จุด $x = x_i$ จะได้

$$y_i' = b_i + 2c_i(x_i - x_i) + 3d_i(x_i - x_i)^2 = b_i \tag{17}$$

และในช่วงจาก x_i ถึง x_{i+1} ความชันทางขวาสุดเป็น

$$\begin{aligned} y_i' &= b_{i+1} + 2c_{i+1}(x_i - x_{i+1}) + 3d_{i+1}(x_i - x_{i+1})^2 \\ &= b_{i+1} - 2c_{i+1}h_{i+1} + 3d_{i+1}h_{i+1}^2 \end{aligned} \tag{18}$$

แทนค่า b_{i+1}, c_{i+1} และ d_{i+1} ในสมการที่(18) จะได้

$$y_i' = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} + \frac{h_{i+1}(2m_{i+1} + m_i)}{6} - m_{i+1}h_{i+1} + 3\frac{m_{i+1} - m_i}{6}h_{i+1} \tag{19}$$

เพราะฉะนั้นจากสมกาที่ (17)=(19)จะได้

$$\frac{y_i - y_{i-1}}{h_i} + \frac{h_i(2m_i + m_{i-1})}{6} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} + \frac{h_{i+1}(2m_{i+1} + m_i)}{6} - m_{i+1}h_{i+1} + 3\frac{m_{i+1} - m_i}{6}h_{i+1}$$

และทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย จะได้

$$h_i m_{i-1} + 2(h_i + h_{i+1})m_i + h_{i+1}m_{i+1} = 6\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i}\right) \text{ สำหรับ } i = 1,2,\ldots,n-1 \tag{20}$$

โดยที่ n เป็นจำนวนจุดทั้งหมด ซึ่งจะได้ $n-1$ สมการที่จะสัมพันธ์กับค่า m_i ที่มีทั้งหมด n ค่าและจากเงื่อนไขของธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามคือ $m_0 = m_n = 0$ สามารถเขียนได้เป็นระบบสมการโดย ให้ $\alpha_i = 2(h_i + h_{i+1})$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & h_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & \alpha_2 & h_3 \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_3 & \alpha_3 \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots\ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0\cdots & \alpha_{n-3} & h_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0\cdots & h_{n-2} & \alpha_{n-2} & h_{n-3} \\ 0 & 0 & 0\cdots & & h_{n-3} & \alpha_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_{n-3} \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = b$$

เมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

51772

$$b=\begin{bmatrix} 6\left(\dfrac{y_2-y_1}{h_2}-\dfrac{y_1-y_0}{h_1}\right) \\ 6\left(\dfrac{y_3-y_2}{h_3}-\dfrac{y_2-y_1}{h_2}\right) \\ \vdots \\ 6\left(\dfrac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-1}}-\dfrac{y_{n-2}-y_{n-3}}{h_{n-2}}\right) \\ 6\left(\dfrac{y_n-y_{n-1}}{h_n}-\dfrac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-1}}\right) \end{bmatrix}$$

<u>ตัวอย่าง</u> จากข้อมูลต่อไปนี้ (0,1), (1,4), (2,15) และ (3,40) จงหาสมการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ให้

<u>วิธีทำ</u>

I	0	1	2	3
x_i	0	1	2	3
y_i	1	4	15	40

จาก $h_i = x_i - x_{i-1}$ เพราะฉะนั้น $h_i = 1 \;;\; i = \{1,2,3\}$

หาค่า m_0, m_1, m_2 และ m_3

จาก $h_i = 1$ และ $m_0 = m_3 = 0$ จะได้

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = b$$

$$b=\begin{bmatrix} 6\left(\dfrac{y_2-y_1}{h_2}-\dfrac{y_1-y_0}{h_1}\right) \\ 6\left(\dfrac{y_3-y_2}{h_3}-\dfrac{y_2-y_1}{h_2}\right) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 48 \\ 84 \end{bmatrix}$$

ได้ $4m_1 + 1m_2 = 48$

$1m_1 + 4m_2 = 84$

เมื่อแก้ระบบสมการจะได้

$m_1 = 36/5$

$m_2 = 96/5$

$m_0 = m_3 = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S(x)=\begin{cases} s_1(x) & ; \quad 0\le x<1 \\ s_2(x) & ; \quad 1\le x<2 \\ s_3(x) & ; \quad 2\le x\le 3 \end{cases}$$

$$S_i(x)=a_i+b_i(x-x_i)+c_i(x-x_i)^2+d_i(x-x_i)^3$$

เมื่อ

$$a_i=y_i$$

$$b_i=\frac{y_i-y_{i-1}}{h_i}+\frac{h_i(2m_i+m_{i-1})}{6}$$

$$c_i=\frac{m_i}{2}$$

$$d_i=\frac{m_i-m_{i-1}}{6h_i}$$

$$S_1(x)=a_1+b_1(x-x_1)+c_1(x-x_1)^2+d_1(x-x_1)^3$$

$$a_1=4$$

$$b_1=\frac{4-1}{1}+(1)(\frac{2(\frac{36}{5})+\frac{96}{5}}{6(1)})=\frac{27}{5}$$

$$c_1=\frac{\frac{36}{5}}{2}=\frac{18}{5}$$

$$d_1=\frac{\frac{36}{5}-0}{6(1)}=\frac{6}{5}$$

$$\therefore S_1(x)=4+\frac{27}{5}(x-1)+\frac{18}{5}(x-1)^2+\frac{6}{5}(x-1)^3$$

$$S_2(x)=a_2+b_2(x-x_2)+c_2(x-x_2)^2+d_2(x-x_2)^3$$

$$a_2=15$$

$$b_2=\frac{15-4}{1}+(1)(\frac{2(\frac{96}{5})-\frac{36}{5}}{6(1)})=\frac{93}{5}$$

$$c_2=\frac{\frac{96}{5}}{2}=\frac{48}{5}$$

$$d_2=\frac{\frac{96}{5}-\frac{36}{5}}{6(1)}=2$$

$$\therefore S_2(x)=15+\frac{93}{5}(x-2)+\frac{48}{5}(x-2)^2+2(x-2)^3$$

$$S_3(x)=a_3+b_3(x-x_3)+c_3(x-x_3)^2+d_3(x-x_3)^3$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_3 = 40$$

$$b_3 = \frac{40-15}{1} + (1)\left(\frac{2(10) - 96/5}{6(1)}\right) = \frac{141}{5}$$

$$c_2 = \frac{0}{2} = 0$$

$$d_2 = \frac{0 - 96/5}{6(1)} = -\frac{16}{5}$$

$$\therefore S_3(x) = 40 + \frac{141}{5}(x-3) - \frac{16}{5}(x-3)^3$$

ธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม คือ

$$S(x) = \begin{cases} S_1(x) = 4 + \frac{27}{5}(x-1) + \frac{18}{5}(x-1)^2 + \frac{6}{5}(x-1)^3 & , \quad 0 \le x < 1 \\ S_2(x) = 15 + \frac{93}{5}(x-2) + \frac{48}{5}(x-2)^2 + 2(x-2)^3 & , \quad 1 \le x < 2 \\ S_3(x) = 40 + \frac{141}{5}(x-3) - \frac{16}{5}(x-3)^3 & , \quad 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

หาค่า $f(x)$ ที่ $x = 2.3$

$$S_3(2.3) = 40 + \frac{141}{5}(2.3-3) - \frac{16}{5}(2.3-3)^3 = 21.3576$$

2.4 การประมาณค่าอินทิเกรต

2.4.1 ระเบียบวิธีการของนิวตัน-โคตส์

การประมาณค่า $\int_a^b f(x)dx$ โดยใช้วิธีการนิวตัน-โค๊ตส์จะแบ่งช่วง [a, b] ออกเป็น n ช่วงที่มีขนาดเท่ากัน คือ $h = \frac{b-a}{n}$

จากสูตรการประมาณค่าในช่วงแบบลากรองจ์

$$f(x) = p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} L_k(x) y_k$$

เมื่อ $L_k(x) = \frac{(x-x_0)}{(x_k-x_0)}\frac{(x-x_1)}{(x_k-x_1)}\cdots\frac{(x-x_{k-1})}{(x_k-x_{k-1})}\frac{(x-x_{k+1})}{(x_k-x_{k+1})}\cdots\frac{(x-x_n)}{(x_k-x_n)}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &= \int_{x_0}^{x_0+nh} f(x)dx = \int_{x_0}^{x_0+nh} p_n(x)dx \\ &= \int_{x_0}^{x_0+nh} \left[L_0(x)y_0 + \ldots + L_n(x)y_n\right]dx \\ &= y_0\int_{x_0}^{x_0+nh} L_0(x)dx + \ldots + y_n\int_{x_0}^{x_0+nh} L_n(x)dx \\ &= \sum_{k=0}^{n} y_k \int_{x_0}^{x_0+nh} L_k(x)dx \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และให้ $x = x_0 + ph \Rightarrow dx = hdp$

ได้ $$\int_a^b f(x)\,dx = h\sum_{k=0}^{n} y_k \int_0^n L_k\,dx$$

$$= nh \sum_{k=0}^{n} y_k \frac{1}{n}\int_0^n L_k\,dx$$

ให้ $\frac{1}{n}\int_0^n L_k\,dx = C_k^n$ และ เรียกว่า *Cote's Number*

ดังนั้น $\int_a^b f(x)\,dx = nh\sum_{k=0}^{n} y_k C_k^n$ เรียกว่า *Newton-Cote 's formula*

และจาก $x = x_o + ph$

$$L_k(x_0 + ph) = \left(\frac{(x_0 + ph - x_0)}{(x_0 + kh - x_0)}\frac{(x_0 + ph - (x_0 + h))}{(x_0 + kh - (x_0 + h))}\cdots\frac{(x_0 + ph - (x_0 + (k-1)h))}{(x_0 + kh - (x_0 + (k-1)h))}\right.$$
$$\left.\frac{(x_0 + ph - (x_0 + (k+1)h))}{(x_0 + kh - (x_0 + (k+1)h))}\cdots\frac{(x_0 + ph - (x_0 + nh))}{(x_0 + kh - (x_0 + nh))}\right)$$

$$= \frac{p}{k}\frac{(p-1)}{(k-1)}\cdots\frac{(p-k+1)}{(k-k+1)}\frac{(p-k-1)}{(k-k-1)}\cdots\frac{(p-n)}{(k-n)}$$

เพราะฉะนั้น $\int_a^b f(x)dx = nh\sum_{k=0}^{n} y_k c_k^n \;;\; c_k^n = \frac{1}{n}\int_0^n L_k dp$

พิจารณาการหาค่า $\int_a^b f(x)\,dx$ เมื่อ $n = 1$ จาก *Newton-Cote 's formula*

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = 1h\sum_{k=0}^{1} y_k c_k^n = h(c_0^1 y_0 + c_1^1 y_1)$$

$$c_0^1 = \frac{1}{1}\int_0^1 L_0\,dp = \int_0^1 \frac{(p-1)}{(0-1)}\,dp = -(\frac{p^2}{2} - p)_0^1 = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$c_1^1 = \frac{1}{1}\int_0^1 L_1\,dp = \int_0^1 \frac{(p-0)}{(1-0)}\,dp = (\frac{p^2}{2})_0^1 = \frac{1}{2}$$

เพราะฉะนั้น $\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx = 1h(\frac{1}{2}y_0 + \frac{1}{2}y_1)$

พิจารณาการหาค่า $\int_a^b f(x)\,dx$ เมื่อ $n = 2$ จาก *Newton-Cote 's formula*

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = 2h\sum_{k=0}^{2} y_k c_k^n = 2h(c_0^2 y_0 + c_1^2 y_1 + c_2^2 y_2)$$

$$c_0^2 = \frac{1}{2}\int_0^2 L_0 dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p-1)}{(0-1)}\frac{(p-2)}{(0-2)}dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p^3 - 3p + 2)}{2} = \frac{1}{4}(\frac{p^3}{3} - 3\frac{p^2}{2} + 2p)_0^2$$

$$= \frac{1}{4}(\frac{8}{3} - 6 + 4) = \frac{1}{6}$$

$$c_1^2 = \frac{1}{2}\int_0^2 L_1\,dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p-0)}{(1-0)}\frac{(p-2)}{(1-2)}dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p^2 - 2p)}{-1} = -\frac{1}{2}(\frac{p^3}{3} - p^2)_0^2$$

$$= -\frac{1}{2}(\frac{8}{3} - 4) = \frac{4}{6}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_2^2 = \frac{1}{2}\int_0^2 L_2\,dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p-0)}{(2-0)}\frac{(p-1)}{(2-1)}dp = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(p^2-p)}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{p^3}{3}-\frac{p^2}{2}\right)_0^2$$

$$= \left(\frac{8}{3}-2\right) = \frac{1}{6}$$

เพราะฉะนั้นจะได้ $\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = 2h\left(\frac{1}{6}y_0 + \frac{4}{6}y_1 + \frac{1}{6}y_2\right)$

<u>หมายเหตุ</u> ความคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าอินทิเกรตโดยวิธีนิวตัน-โคตส์ที่แบ่งเป็น n ช่วง จะไม่มีเลยถ้าฟังก์ชันที่อินทิเกรตเป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีดีกรีไม่เกิน $n-1$

<u>ตาราง *Cote's Number*</u> $(C_k^n = C_{n-k}^n)$

n	c_1^n	c_2^n	c_3^n	c_4^n	c_5^n	c_6^n
1	$1/2$	$1/2$				
2	$1/6$	$4/6$	$1/2$			
3	$1/8$	$4/8$	$4/8$	$1/8$		
4	$7/45$	$32/45$	$12/45$			
5	$19/144$	$75/144$	$50/144$			
6	$41/420$	$216/420$	$27/420$	$272/420$		
7	$751/6840$	$3577/6840$	$1323/6840$	$2989/6840$		
8	$\frac{989}{14175}$	$\frac{588}{14175}$	$\frac{-928}{14175}$	$\frac{10496}{14175}$	$\frac{-4540}{14175}$	
9	$\frac{2857}{44800}$	$\frac{15741}{44800}$	$\frac{1080}{44800}$	$\frac{19344}{44800}$	$\frac{5778}{44800}$	
10	$\frac{16067}{299376}$	$\frac{106300}{299376}$	$\frac{-48525}{299376}$	$\frac{-272400}{299376}$	$\frac{260550}{299376}$	$\frac{427368}{299376}$
11	$\frac{2171465}{87091200}$	$\frac{13486535}{87091200}$	$\frac{-3237113}{87091200}$	$\frac{25226685}{87091200}$	$\frac{-9595542}{87091200}$	$\frac{15493566}{87091200}$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่า $\int_0^{\pi}\sin(x)dx$ โดยวิธีการนิวตัน-โคตส์ โดยใช้ $n=4$

<u>วิธีทำ</u> หาค่า h

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{\pi-0}{4} = \frac{\pi}{4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก $\int_a^b f(x)dx = nh\sum_{k=0}^{n} y_k c_k^n$

ได้ $\int_0^{\pi} \sin(x)dx = 4\frac{\pi}{4}\sum_{k=0}^{4} y_k c_k^n$

$$= 4\frac{\pi}{4}\left[\frac{7}{90}\sin(0)+\frac{32}{90}\sin(\frac{\pi}{4})+\frac{12}{90}\sin(\frac{3\pi}{4})+\frac{32}{90}\sin(\frac{\pi}{2})+\frac{7}{90}\sin(\pi)\right]$$

$$= 1.999$$

2.4.2 ระเบียบวิธีการซิมป์สัน

การประมาณค่า $\int_a^b f(x)dx$ โดยใช้วิธีซิมป์สันเป็นรูปแบบหนึ่งของวิธีการนิวตัน-โคตส์ โดยที่แบ่ง $[a,b]$ ช่วงออกเป็น 2 ช่วงคือ $n+2$ ซึ่งจะได้ออกมาเป็นจุด 3 จุด คือ $f(a), f(\frac{a+b}{2})$ และ $f(b)$ ดังนั้นจากสูตรของนิวตัน-โคตส์ที่ $n+2$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(1y_0 + 4y_1 + 1y_2)$$

จะได้ $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b))$ ซึ่งเรียกว่า กฎของซิมป์สัน *(Simpson's Rule)* และจากกฎของซิมป์สันเราจะทำการรวมกฎเพื่อทำให้สามารถแบ่งช่วง $[a,b]$ ออกได้มากขึ้น

การรวมกฎของซิมป์สัน

สำหรับการรวมกฎโดยใช้กฎของซิมป์สัน เราแบ่ง $[a,b]$ เป็น $n = 2m$ ช่วงเพื่อใช้กฎของซิมป์สัน m ครั้ง โดยให้ $x_0 = a, x_n = x_{2m} = b, h = \frac{b-a}{2m}$

และ $x_i = x_0 + ih \quad ; i = 0,1,...,2m$

ดังนั้น $\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=0}^{m-1}\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx$

โดยที่จากกฎของซิมป์สัน $\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \frac{h}{3}(f_{2i} + 4f_{2i+1} + f_{2i+2})$

เมื่อรวมกฎแล้วจะได้

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + ... + 4f_{2m-1} + f_{2m})$$

$$= \frac{h}{3}\left[f_0 + f_{2m} + 4\sum_{i=1}^{m} f_{2i-1} + 2\sum_{i=1}^{m-1} f_{2i}\right] \qquad (21)$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงประมาณค่า $\int_0^1 \frac{1}{1+x}dx$ โดยใช้การรวมกฎของซิมป์สันโดยแบ่งช่วง $[0,1]$ เป็น 16 ช่วง

<u>วิธีทำ</u> $x_0 = 0$, $x_{16} = 1$, $n = 16$ และ $m = 16$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$h=\frac{b-a}{2m}=\frac{1-0}{16}=0.0625$$

ดังนั้นใช่กฎซิมป์สัน 8 ครั้ง ดังสมการที่ (21)การรวมกฎของซิมป์สันจะได้

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x}dx=\frac{0.0625}{3}\left[f_0+f_{16}+4\sum_{i=1}^{8}f_{2i-1}+2\sum_{i=1}^{m-1}f_{2i}\right]$$

$$=\frac{0.0625}{3}[f(0)+f(1)+4(f(0.0625)+f(0.1875)+f(0.3125)$$

$$+f(0.4975)+f(0.5625)+f(0.6875)+f(0.8125)+f(0.9375))$$

$$+2(f(0.0125)+f(0.25)+f(0.375)+f(0.5)+f(0.625)$$

$$+f(0.75)+f(0.875))]=0.6293148$$

2.4.3 ระเบียบวิธีการรอมเบิร์ก

การอินทิเกรตแบบรอมเบิร์กเป็นการประมาณค่าอินทิกรัล

$$I(f)=\int_a^b f(x)dx$$

โดยใช้สูตรสี่เหลี่ยมคางหมูที่ใช้ช่วงกว้างเท่ากับ $h, h_1=rh, h_2=r^2h,\ldots,h_m=r^mh$ เมื่อ $r=\frac{1}{2}$ และ $h=b-a$

$$I(f)=(\frac{b-a}{2^m})[\tfrac{1}{2}f_0+f_1+\ldots+f_{s-1}+\tfrac{1}{2}f_s] \quad (22)$$

เมื่อ $s=2m, m=0,1,2,\ldots m$

ถ้าให้ $I_{0,m}=(\frac{b-a}{2^m})[\tfrac{1}{2}f_0+f_1+\ldots+f_{s-1}+\tfrac{1}{2}f_s]$ (23)

$$x_0=a, x_i=x_0+i(\frac{b-a}{2^m})$$

$$f_i=f(x_i),\quad i=0,1,2,\ldots,s$$

ขั้นตอนประมาณค่ามีลำดับดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> : คำนวณ $I_{0,m}$ $m=0,1,2,\ldots,n$ ตามสมการที่ (23)

<u>ขั้นที่ 2</u> : คำนวณ $I_{1,m}$ $m=0,1,2,\ldots,n-1$ จาก

$$I_{1,0}=(\frac{4I_{0,1}-I_{0,0}}{3})$$

$$I_{1,1}=(\frac{4I_{0,2}-I_{0,1}}{3})$$

.....

.....

$$I_{1,m}=(\frac{4I_{0,m+1}-I_{0,m}}{3}) \quad (24)$$

<u>ขั้นที่ 3</u> : คำนวณ $I_{2,m}$ $m=0,1,2,\ldots,n-2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_{2,0} = (\frac{16I_{1,1} - I_{1,0}}{15})$$

$$I_{2,1} = (\frac{16I_{1,2} - I_{1,1}}{15})$$

.....

.....

$$I_{2,m} = (\frac{16I_{1,m+1} - I_{1,m}}{15})$$

$$= (\frac{4^2 I_{1,m+1} - I_{1,m}}{4^2 - 1}) \quad (25)$$

<u>ขั้นที่ i</u> : เมื่อ $i = 3,4,5...,n$ คำนวณ $I_{i,m}$ $m = 0,1,2,...,(n-i)$ จาก

$$I_{i,m} = (\frac{4^i I_{i-1,m+1} - I_{i-1,m}}{4^i - 1}) \quad (26)$$

ตารางต่อไปนี้แสดงการคำนวณค่า $I_{0,n}, I_{1,n-1},..., I_{n,0}$ ซึ่งแต่ละค่าปรับปรุงให้ค่าใกล้เคียงกับ $I(f)$ มากขึ้นตามลำดับ วิธีการดังกล่าวมานี้ เรียกว่า การอินทิเกรตแบบรอมเบิร์ก

<u>ตารางแสดงการคำนวณค่าต่าง ๆ ในการอินทิเกรตแบบรอมเบิร์ก</u>

m	$I_{0,m}$	$I_{1,m}$	$I_{2,m}$		$I_{n,m}$
0	$I_{0,0}$				
1	$I_{0,1}$	$I_{1,0}$			
2	$I_{0,2}$	$I_{1,2}$	$I_{2,0}$		
⋮	⋮	⋮	⋮		
n	$I_{0,n}$	$I_{1,n-1}$	$I_{2,2n-2}$		$I_{n,0}$

<u>ตัวอย่าง</u> จงใช้วิธีอินทิเกรตแบบรอมเบิร์ก ประมาณค่าของ $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$

<u>วิธีทำ</u> ดำเนินการคำนวณตามขั้นตอน ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> หาค่า $I_{0,m}$ $m = 0,1,2,3,4$ จากสมการที่ (23)

$$I_{0,0} = \frac{1}{1}\left[\frac{1}{2}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}(\frac{1}{2})\right] = \frac{3}{4}$$

$$= 0.75$$

$$I_{0,1} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(\frac{1}{1}) + \frac{1}{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}(\frac{1}{2})\right] = \frac{17}{24}$$

$$= 0.708333$$

ในทำนองเดียวกันคำนวณได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$I_{0,2} = 0.6970238095 \quad I_{0,3} = 0.6941218504 \quad I_{0,4} = 0.6933912022$

ขั้นที่ 2 หาค่า $I_{1,m} \quad m = 0,1,2,3$ จากสมการที่ (24)

$$I_{1,0} = \frac{4I_{0,1} - I_{0,0}}{3} = \frac{4(0.708333333) - 0.75}{3}$$

$$= 0.6944444444$$

$I_{1,1}, I_{1,2}, I_{1,3}$ และ $I_{1,4}$ หาได้ตามตาราง

ขั้นที่ 3,4และ 5 หาค่า $I_{2,m} \quad I_{3,m}$ และ $I_{4,m}$ จากสมการที่ (26) จะได้ค่าตามตาราง

m	$I_{0,m}$	$I_{1,m}$	$I_{2,m}$	$I_{3,m}$	$I_{4,m}$
0	0.75				
1	0.7083333333	0.6944444444			
2	0.6970238095	0.6932539628	0.6931746031		
3	0.6941218504	0.6931545307	0.6931479015	0.6931474777	
4	0.6933912022	0.6931476528	0.6931471943	0.6931471831	0.6931471819

ดังนั้น $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = 0.6931471819$

ซึ่งค่าที่ถูกต้องของ $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln \alpha = 0.6931471805$

2.4.4 ระเบียบวิธีการของซิมป์สัน 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

การประมาณค่าอินทิกรัลสำหรับ 2 มิติมีรูปแบบเป็น

$$\iint_R f(x,y)dxdy = \int_a^b \left[\int_c^d f(x,y)dy \right] dx$$

เริ่มแรกจะใช้สูตรการประมาณค่าอินทิกรัลโดยซิมป์สัน 1 มิติเพื่อการประมาณค่า

$$g(x) = \int_c^d f(x,y)dy$$

โดยให้ x เป็นค่าคงที่และใช้สูตรการประมาณค่าอินทิกรัลโดยซิมป์สันอีกครั้ง เพื่อการประมาณค่า

$$I(f;R) = \int_a^b G(x)dx$$

โดยการแบ่งช่วง $[a,b]$ และ $[c,d]$ เป็น $2n$ และ $2m$ ซึ่งเป็นช่วงที่เท่า ๆ กันตามลำดับและให้

$$h = \frac{b-a}{2n} \qquad \text{และ} \qquad k = \frac{d-c}{2m}$$

และ $x_i = a + ih, \ 0 \le i \le 2n, \ y_j = c + jk, \ 0 \le j \le 2m$ เพราะฉะนั้นจะได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_c^d f(x,y)dy = \frac{k}{3}\left[f(x,y_0) + 4\sum_{j=1}^{m} f(x,y_{2j-1}) + 2\sum_{j=1}^{m-1} f(x,y_{2j}) + f(x,y_{2m}) \right] \qquad (27)$$

และ

$$\int_a^b f(x,y_l)dx = \frac{h}{3}\left[f(x_0,y_l) + 4\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i}-1,y_l) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_l) + f(x_{2n},y_l) \right] \qquad (28)$$

เมื่อ $0 \le l \le 2n$

และเมื่อนำ 2 สมการมารวมกัน โดยนำสมการที่ (28) ไปแทนในสมการที่ (27) จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
\iint_R f(x,y)dxdy &= \int_a^b \left[\int_c^d f(x,y)dy \right] dx \\
&= \frac{hk}{9}\Bigg[f(x_0,y_0) + 4\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1},y_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_0) + f(x_{2n},y_0) \\
&\quad + 4\sum_{j=1}^{m} f(x_0,y_{2j-1}) + 16\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1},y_{2j-1}) + 8\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_{2j-1}) \\
&\quad + 4\sum_{j=1}^{m} f(x_{2n},y_{2j-1}) + 2\sum_{j=1}^{m-1} f(x_0,y_{2j}) + 8\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1},y_{2j}) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{m-1}\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_{2j}) + 2\sum_{j=1}^{m-1} f(x_{2n},y_{2j}) + f(x_0,y_{2m}) \\
&\quad + 4\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1},y_{2m}) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_{2m}) + f(x_{2n},y_{2m}) \Bigg]
\end{aligned} \qquad (29)$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงประมาณค่า $\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} \sin(x)\sin(y)dxdy$ โดยใช้กฎของซิมป์สัน 2 มิติ สำหรับสี่เหลี่ยม โดยแบ่งช่วง $[0,\pi]$ และ $[0,\pi]$ เป็น 16 ช่วง

<u>วิธีทำ</u> $m = n = 8$ ได้ $h = \frac{b-a}{2n} = \frac{\pi - 0}{16} = \frac{\pi}{16}$ และ $k = \frac{d-c}{2m} = \frac{\pi - 0}{16} = \frac{\pi}{16}$

จากสมการที่ (29) จะได้

$$\begin{aligned}
\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} \sin(x)\sin(y)dydx = \frac{\pi}{16}\frac{\pi}{16}\frac{1}{9}\Bigg[& f(x_0,y_0) + 4\sum_{i=1}^{8} f(x_{2i-1},y_0) + 2\sum_{i=1}^{7} f(x_{2i},y_0) \\
& + f(x_{2n},y_0) + 4\sum_{j=1}^{8} f(x_0,y_{2j-1}) + 16\sum_{j=1}^{8}\sum_{i=1}^{8} f(x_{2i-1},y_{2j-1}) \\
& + 8\sum_{j=1}^{8}\sum_{i=1}^{7} f(x_{2i},y_{2j-1}) + 4\sum_{j=1}^{8} f(x_{2n},y_{2j-1}) + 2\sum_{j=1}^{7} f(x_0,y_{2j}) \\
& + 8\sum_{j=1}^{7}\sum_{i=1}^{8} f(x_{2i-1},y_{2j}) + \sum_{j=1}^{7}\sum_{i=1}^{7} f(x_{2i},y_{2j}) + 2\sum_{j=1}^{7} f(x_{2n},y_{2j}) \\
& + f(x_0,y_{2m}) + 4\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1},y_{2m}) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i},y_{2m}) + f(x_{2n},y_{2m}) \Bigg]
\end{aligned}$$

$$= 4.00000$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
ขั้นตอนดำเนินงานและหลักการของโปรแกรม

3.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาหัวข้อเรื่องโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนและวิธีการเชิงตัวเลขและการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาวิชวลเบสิกเพื่อใช้เขียนโปรแกรม
2. กำหนดขอบเขตของการทำงานของโปรแกรม
3. ออกแบบและพัฒนาการทำงานของโปรแกรม
4. ทำการทดสอบและปรับปรุงโปรแกรม
5. นำเสนอ
6. ประเมินผลการทำงาน

3.2 หลักการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมประกอบไปด้วยการทำงานเพื่อการนำเสนอและประมวลผลหลัก 2 ส่วน คือ

1. การประมาณค่าในช่วง ซึ่งแบ่งเป็น 3 วิธี คือ
   - 1.1 ระเบียบวิธีการใช้พหุนามกำลังสองในแบบนิวตัน
   - 1.2 ระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด
   - 1.3 ระเบียบวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม
2. การประมาณค่าอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 4 วิธี คือ
   - 2.1 ระเบียบวิธีการของนิวตัน-โคตส์
   - 2.2 ระเบียบวิธีการของซิมป์สัน
   - 2.3 ระเบียบวิธีการของรอมเบิร์ก
   - 2.4 ระเบียบวิธีการของซิมป์สันสำหรับสองมิติสำหรับสี่เหลี่ยม

การทำงานหลักของโปรแกรมในภาคการคำนวณประกอบไปด้วยการทำงานหลัก 3 ขั้นตอน

1. การนำข้อมูลเข้าสู่โปรแกรม

   โดยในส่วนของการประมาณค่าเป็นการป้อนข้อมูลเป็นจุดคู่อันดับ(x,y)เข้าสู่โปรแกรม และในส่วนของการประมาณค่าอินทิเกรตเป็นการป้อนฟังก์ชันเข้าสู่ระบบ

2. การประมวลผล

   โดยจะทำการประมวลผลอยู่ 2 ประการ คือ การประมาณค่าอินทิเกรต หรือ การประมาณค่าในช่วง

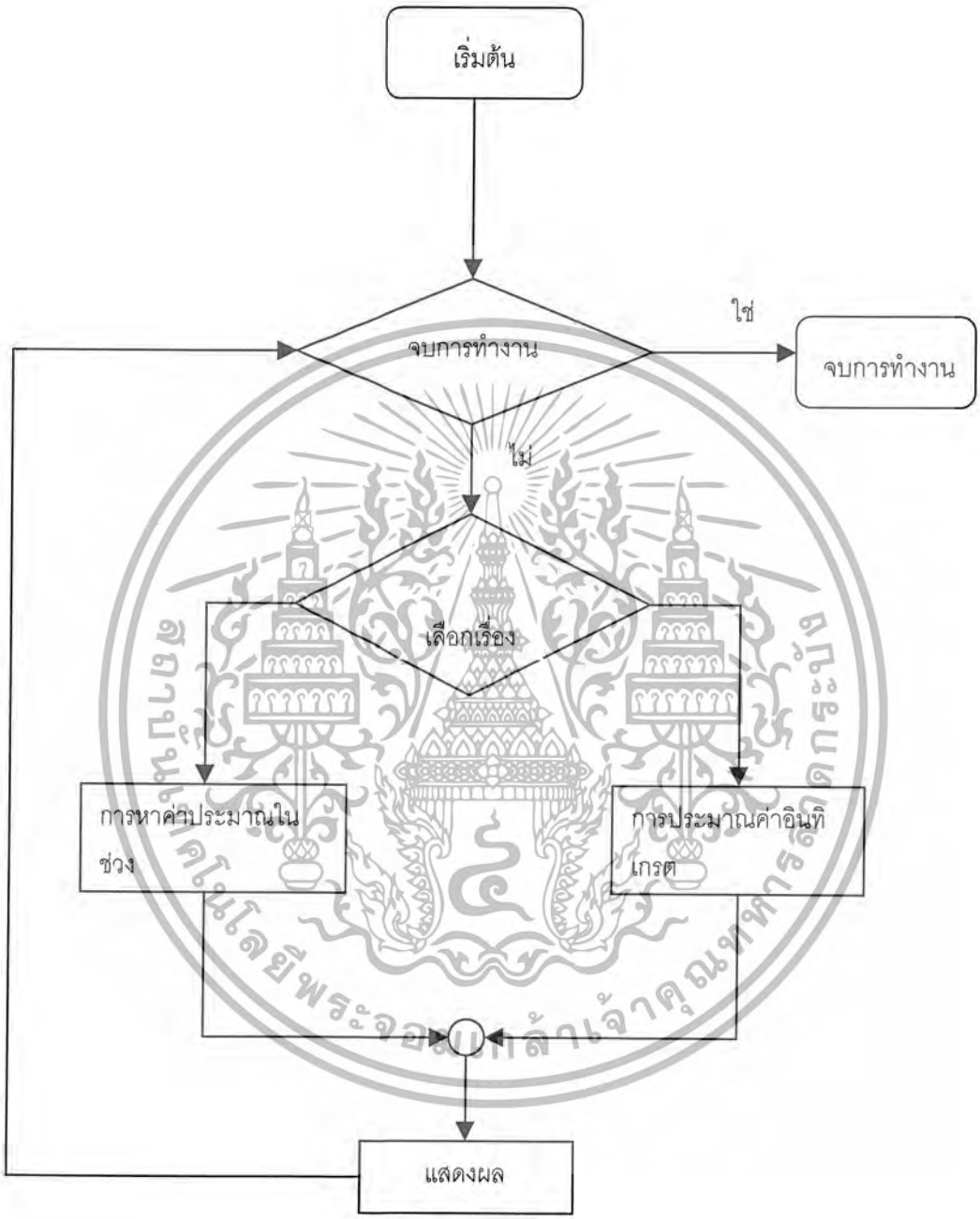
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การนำข้อมูลออก

โดยในส่วนของการประมาณค่าจะทำการแสดงผลออกมาเป็นค่าที่ได้จากการประมาณและฟังก์ชันประมาณค่าและในส่วนของการประมาณค่าอินทิเกรตเป็นการแสดงผลของค่าประมาณค่าอินทิเกรตฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 แผนผังการทำงานหลักของโปรแกรม



รูป 3.1 แผนผังการทำงานหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการทดลอง

4.1 การทดลองและผลการทดลอง

รูปที่ 4.1 แสดงหน้าจอแรกของโปรแกรม

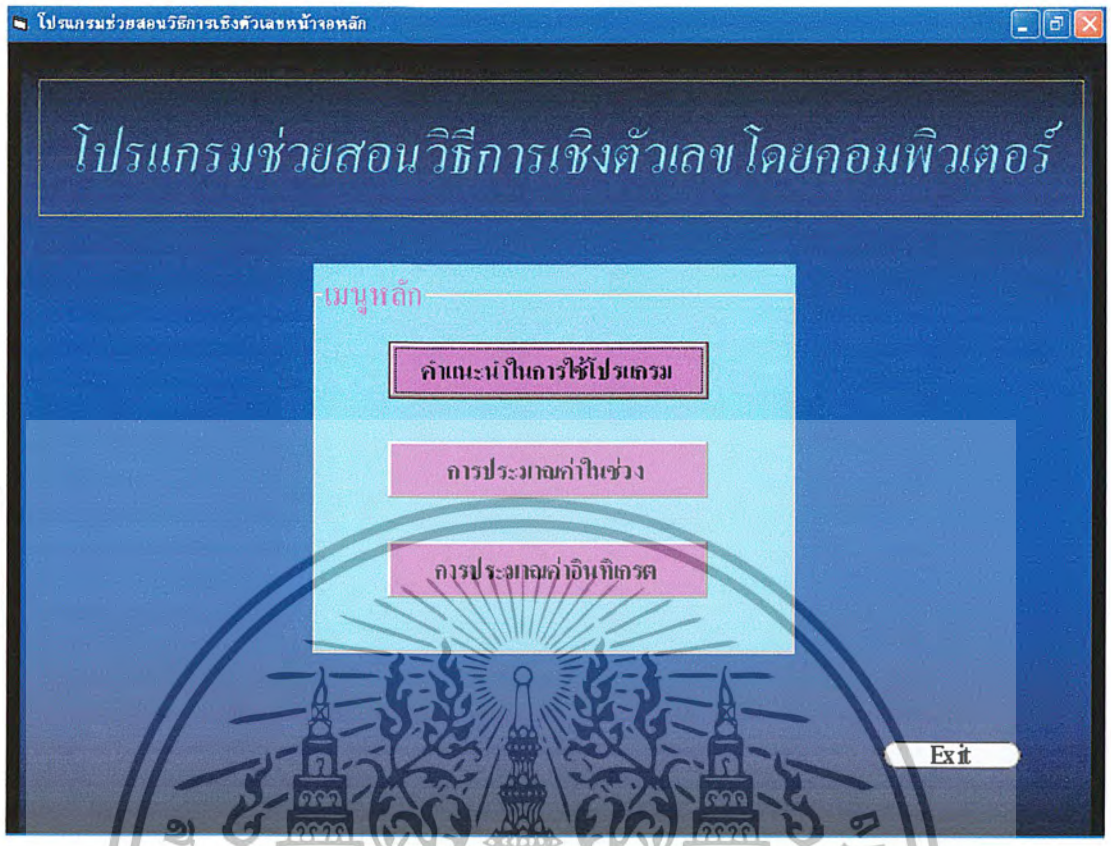
เมื่อคลิกที่ Enter จะแสดงหน้าจอผู้นำเสนอโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.2 แสดงหน้าจอผู้นำเสนอ

รูปที่ 4.2 แสดงหน้าจอผู้นำเสนอ เมื่อคลิกที่ Enter จากหน้าจอแรก คลิกที่ Next จะแสดงหน้าจอหลักของโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

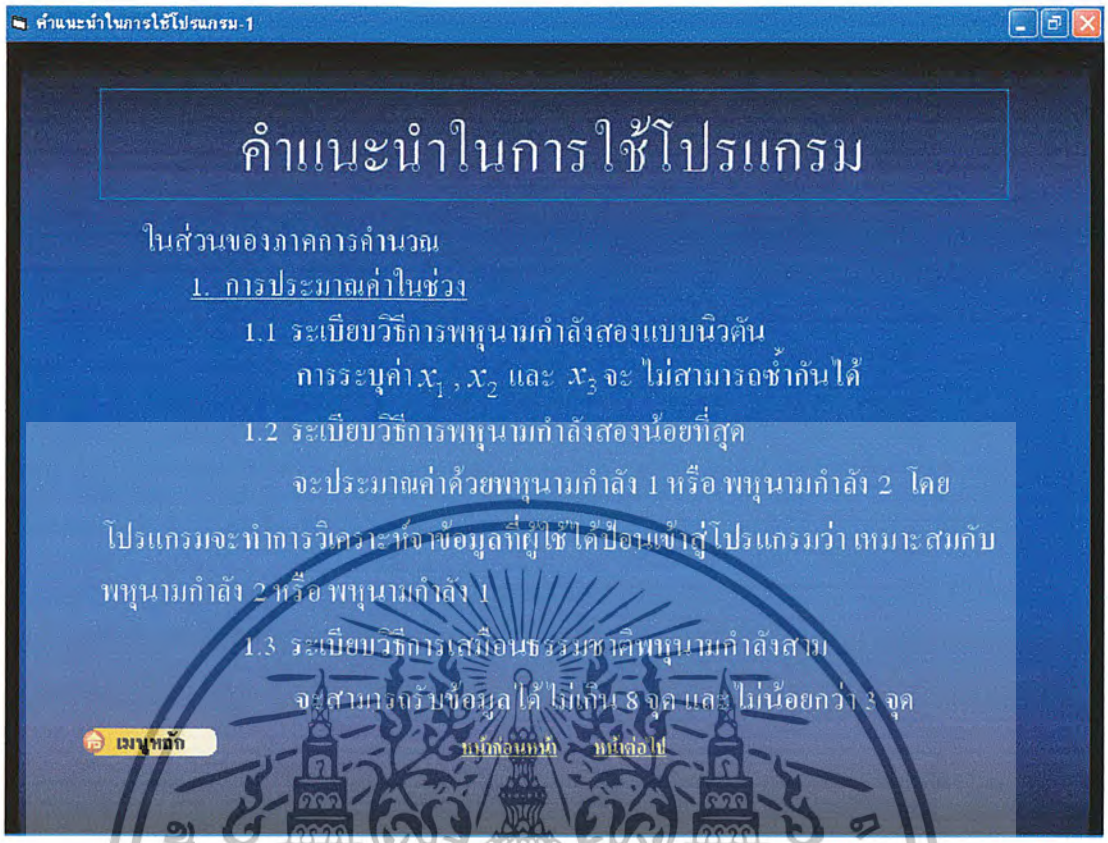


รูปที่ 4.3 แสดงหน้าจอเมนูหลักของโปรแกรม

รูปที่ 4.3 แสดงหน้าจอเมนูหลักของโปรแกรมเมื่อคลิก Next จากหน้าจอผู้นำเสนอ ซึ่งประกอบไปด้วย

1. ปุ่มคำแนะนำในการใช้โปรแกรม คลิกเพื่อศึกษาคำแนะนำในการใช้โปรแกรม
2. ปุ่มการประมาณค่าในช่วง คลิกเพื่อศึกษาเรื่องการประมาณค่าในช่วง
3. ปุ่มการประมาณค่าอินทิเกรต คลิกเพื่อศึกษาเรื่องการประมาณค่าอินทิเกรต
4. ปุ่ม Exit คลิกเพื่อต้องการออกจากโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

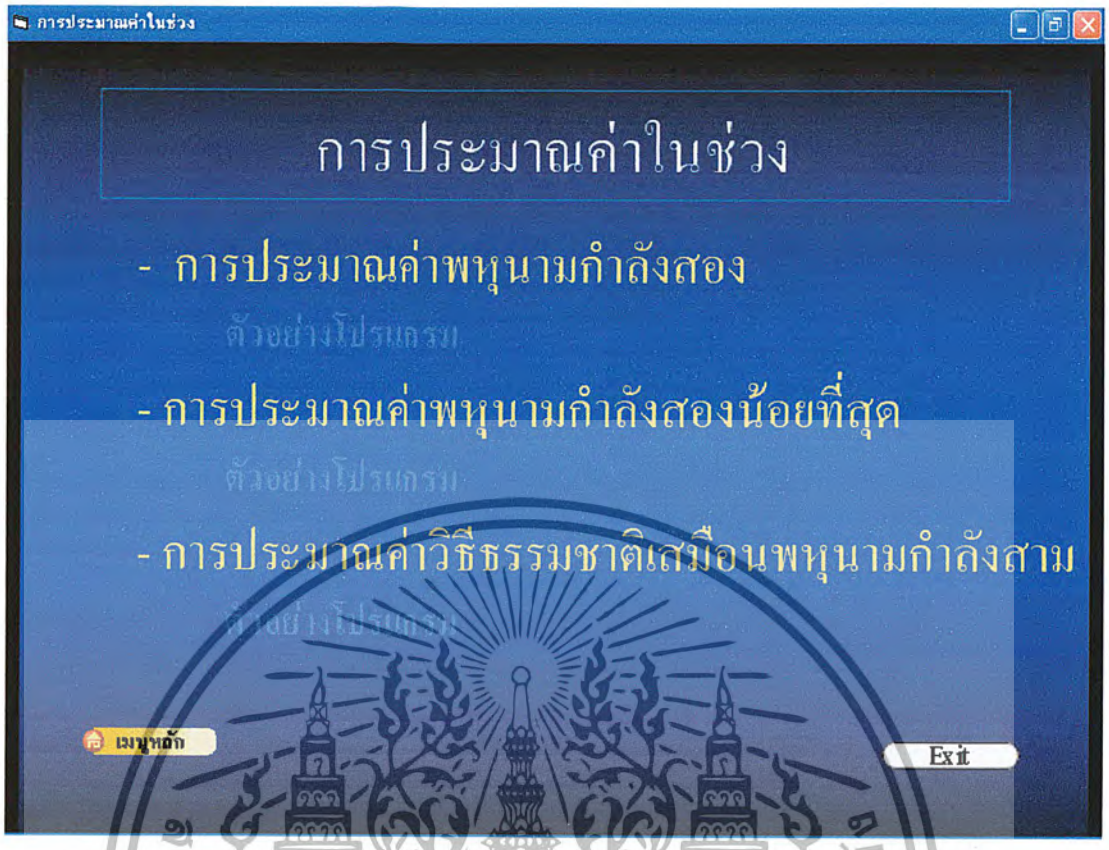


รูปที่ 4.4 แสดงหน้าจอคำแนะนำการใช้โปรแกรม

รูปที่ 4.4 แสดงหน้าจอคำแนะนำการใช้โปรแกรมเมื่อคลิกปุ่มคำแนะนำการใช้โปรแกรมจากหน้าจอเมนูหลัก

1. ปุ่มเมนูหลักและปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเมื่อต้องการกลับสู่หน้าจอเมนูหลัก
2. ปุ่มหน้าต่อไป คลิกเพื่อแสดงหน้าจอคำแนะนำในการใช้โปรแกรมหน้าที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 3 หน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

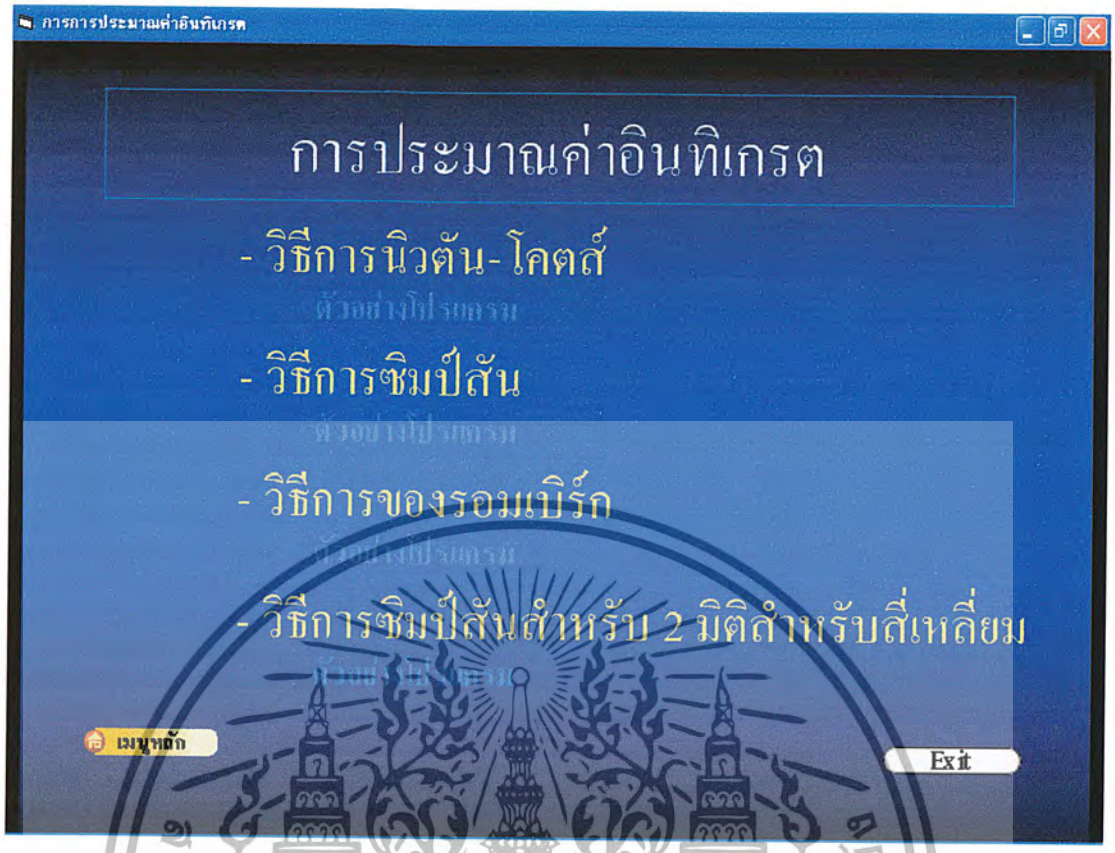


รูปที่ 4.5 แสดงหน้าจอการประมาณค่าในช่วง

รูปที่ 4.5 แสดงหน้าจอการประมาณค่าในช่วงเมื่อคลิกปุ่มการประมาณค่าในช่วงจากหน้าจอเมนูหลักของโปรแกรม

1. ชื่อเรื่อง คลิกเพื่อต้องการศึกษาวิธีการประมาณค่าในช่วงตามชื่อเรื่อง
2. ตัวอย่างโปรแกรม คลิกเพื่อทดลองโปรแกรมการประมาณค่าในช่วงซึ่งเป็นวิธีการตามชื่อเรื่องที่อยู่เหนือประโยค
3. ปุ่มเมนูหลัก คลิกเพื่อกลับสู่หน้าจอหลักของโปรแกรม
4. ปุ่ม Exit คลิกเพื่อต้องการออกจากโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต

รูปที่ 4.6 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตในช่วงเมื่อคลิกปุ่มการประมาณค่าอินทิเกรตจากหน้าจอเมนูหลักของโปรแกรม

1. ชื่อเรื่อง คลิกเพื่อต้องการศึกษาวิธีการประมาณค่าอินทิเกรตตามชื่อเรื่อง
2. ตัวอย่างโปรแกรม คลิกเพื่อทดลองโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตซึ่งเป็นวิธีการตามชื่อเรื่องที่อยู่เหนือประโยค
3. ปุ่มเมนูหลัก คลิกเพื่อกลับสู่หน้าจอเมนูหลักของโปรแกรม
4. ปุ่ม Exit คลิกเพื่อต้องการออกจากโปรแกรม

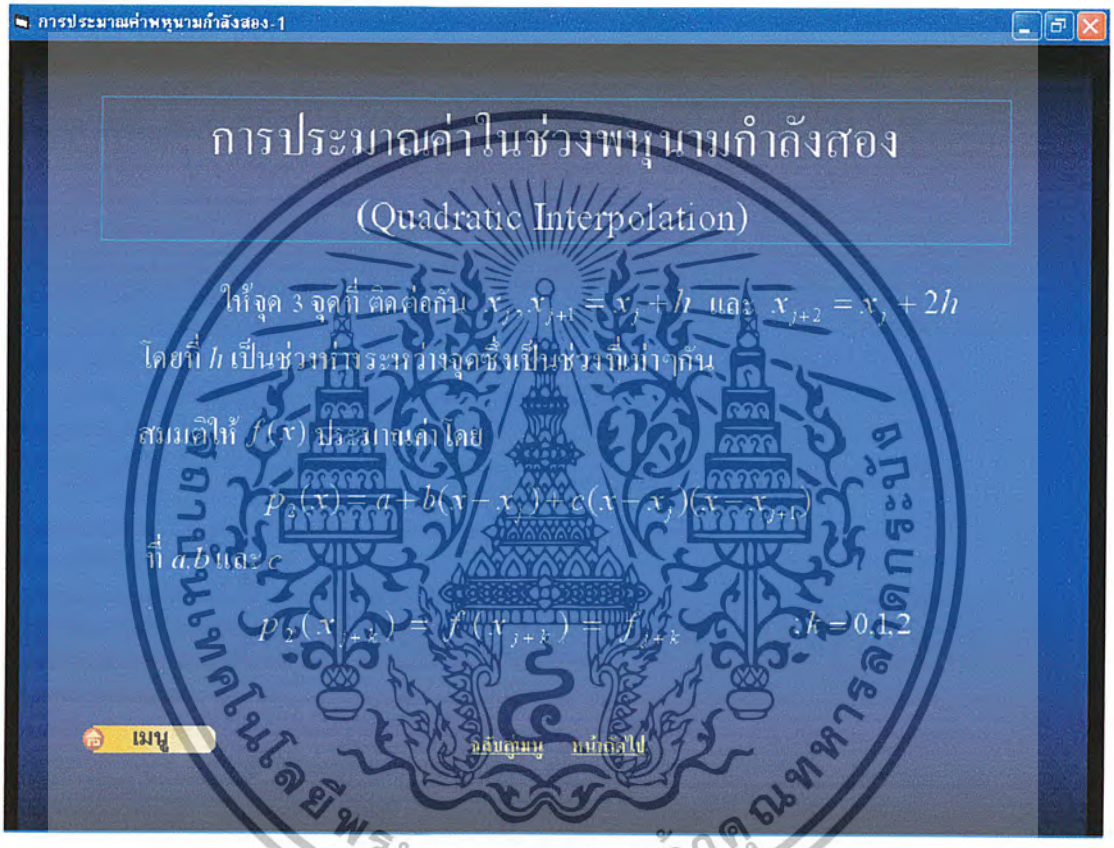
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.1 การทดลองที่ 1 เรื่องการประมาณค่าในช่วง

4.1.1.1 วิธีการพหุนามกำลังสอง

ต้องการประมาณค่าฟังก์ชันจากข้อมูล $(-1,1),(1,4)$ และ $(3,40)$ เพื่อใช้ประมาณค่าที่ $x = 2$ ซึ่งมีวิธีการทำดังนี้

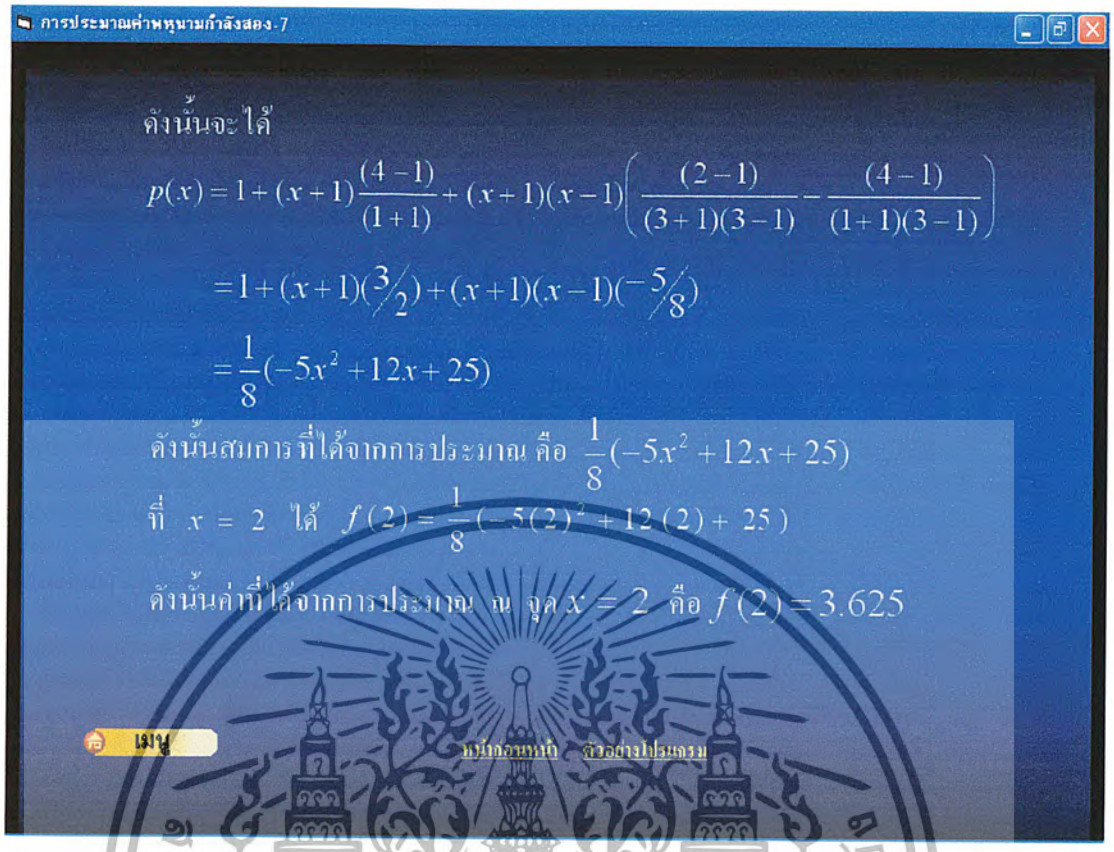
1. คลิกที่ชื่อเรื่อง การประมาณค่าพหุนามกำลังสองจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าพหุนามกำลังสอง



รูปที่ 4.7 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสองหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

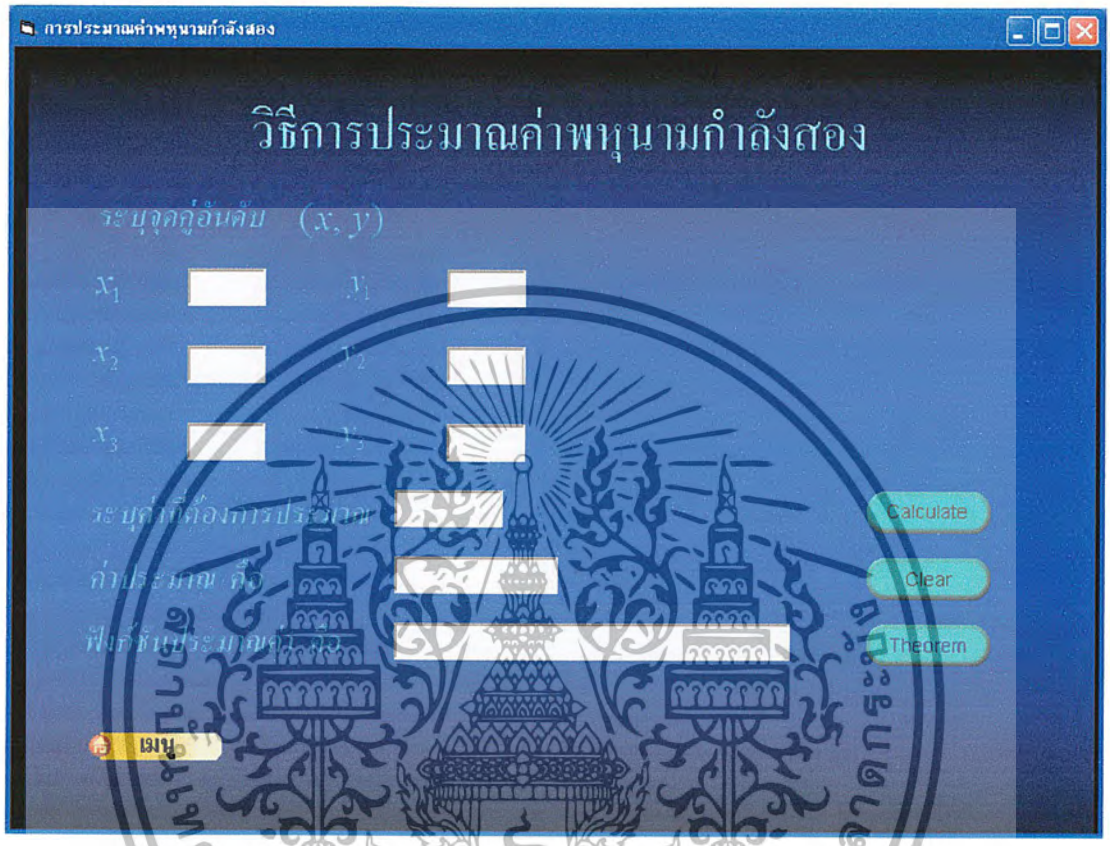


รูปที่ 4.8 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสองหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าในช่วงพหุนามกำลังสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องการประมาณค่าพหุนามกำลังสองจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการประมาณค่าพหุนามกำลังสอง



รูปที่ 4.9 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าในช่วงวิธีพหุนามกำลังสอง

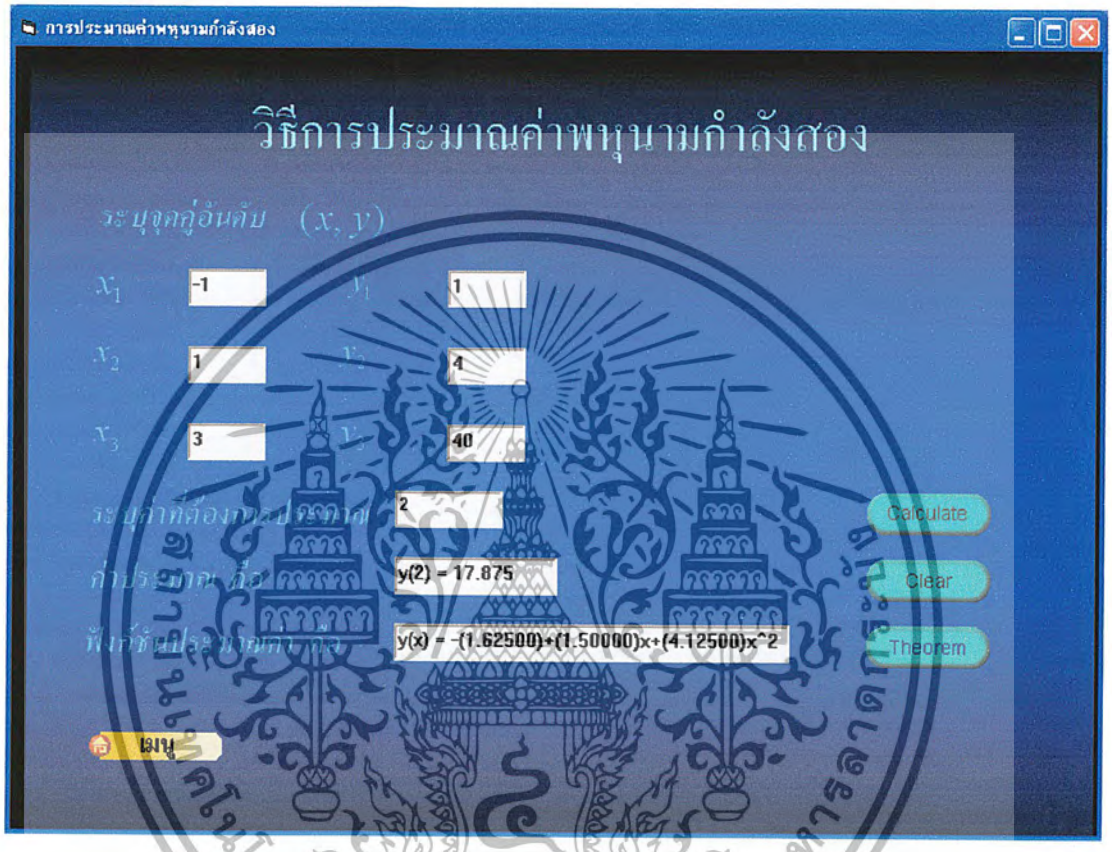
- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณ
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการลบค่าทั้งหมดออกจากโปรแกรม
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าพหุนามกำลังสอง
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ทำการป้อนข้อมูล $(-1,1),(1,4)$ และ $(3,40)$ โดยทำการป้อนค่าที่ x_1, y_1, x_2, y_2 และ x_3, y_3

4. ทำการป้อนข้อมูล 2 ที่ช่องค่าประมาณ

5. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณ



รูปที่ 4.10 แสดงหน้าจอการประมาณค่าในช่วงวิธีการพหุนามกำลังสอง

6. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.1.2 วิธีการพหุนามกำลังน้อยที่สุด

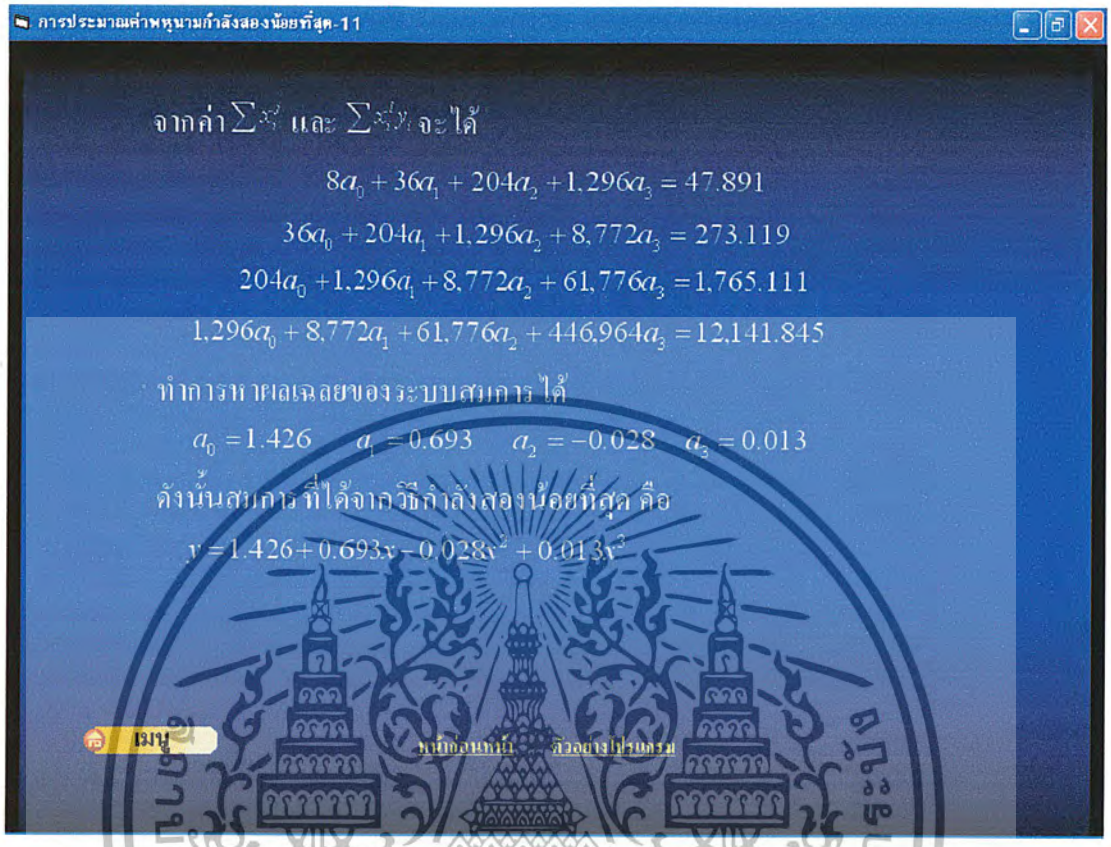
ต้องการประมาณค่าฟังก์ชันจากข้อมูล (1,2.105),(2,2.808),(3,3.614),(4,4.604) (5,5.857),(6,7.451),(7,9.467) และ (8,11.985) เพื่อใช้ประมาณค่าที่ $x = 10$ ซึ่งมีวิธีการทำดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่อง การประมาณค่าพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

รูปที่ 4.11 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

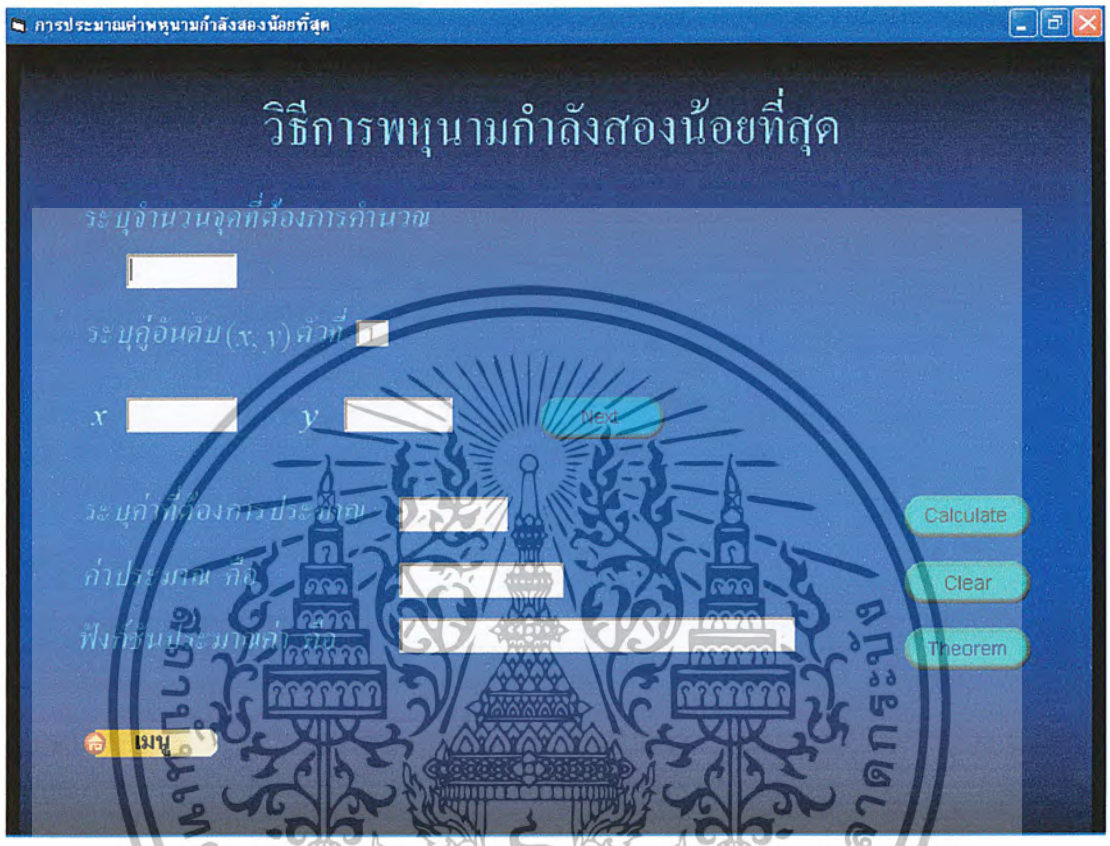


รูปที่ 4.12 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีการประมาณค่าในช่วงพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าในช่วงพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องการประมาณค่าพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการประมาณค่าพหุนามกำลังสองน้อยสุด



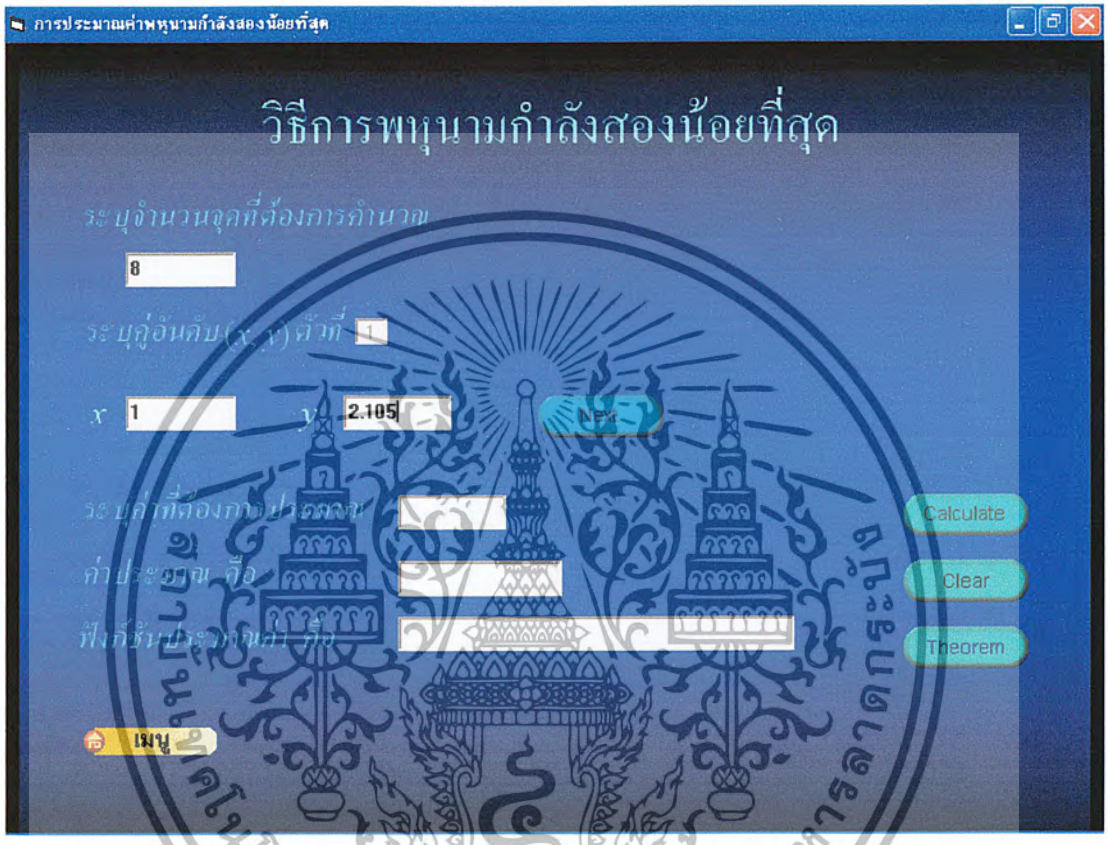
รูปที่ 4.13 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณ
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการคำนวณใหม่
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าพหุนามกำลังน้อยที่สุด
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ทำการป้อนข้อมูลจำนวนจุดที่ต้องการคำนวณ

4. ทำการป้อนข้อมูล (1,2.105), (2,2.808), (3,3.614), (4,4.604), (5,5.857), (6,7451) (7,9.467) และ (8,11.985) โดยทำการป้อนข้อมูลทีละคู่อันดับแล้วคลิก Next เพื่อป้อนคู่อันดับต่อไป

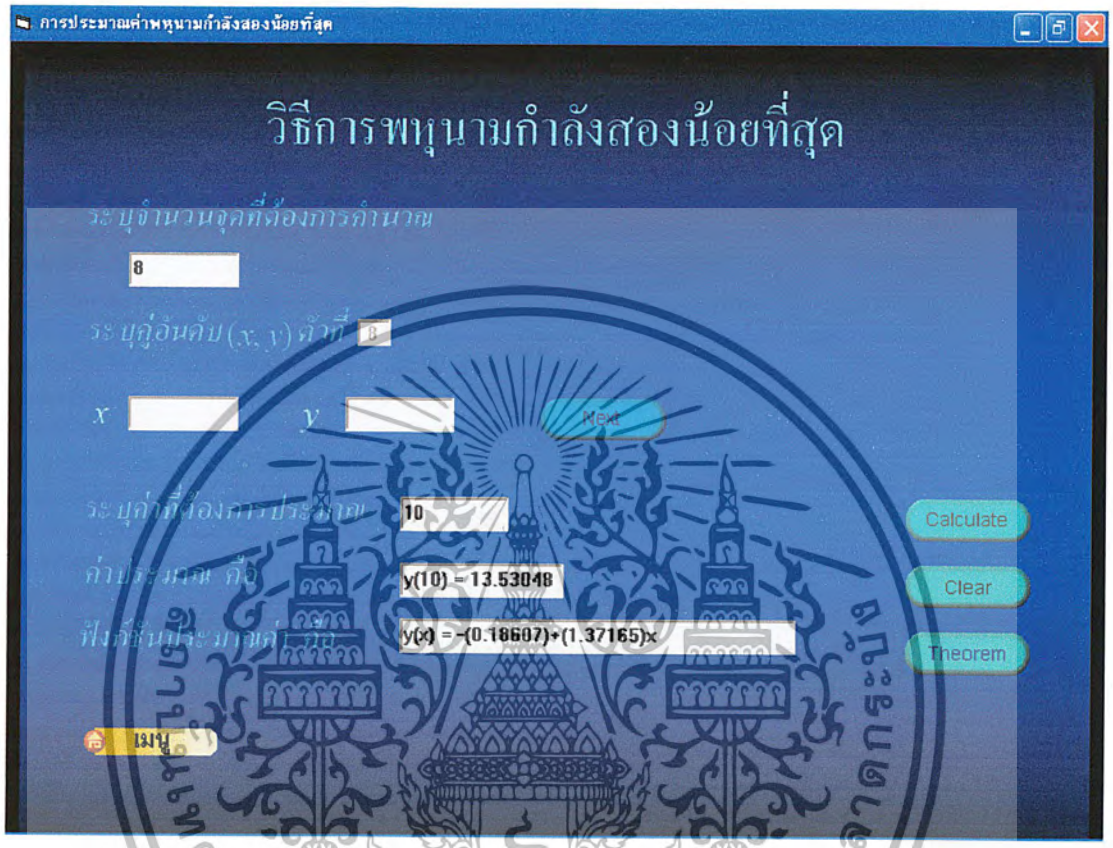


รูปที่ 4.14 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีการพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ทำการป้อนข้อมูล10ที่ช่องค่าประมาณ

6. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณ



รูปที่ 4.15 แสดงหน้าจอการประมาณค่าด้วยโปรแกรมวิธีการพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

7. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.1.3 การประมาณค่าด้วยวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

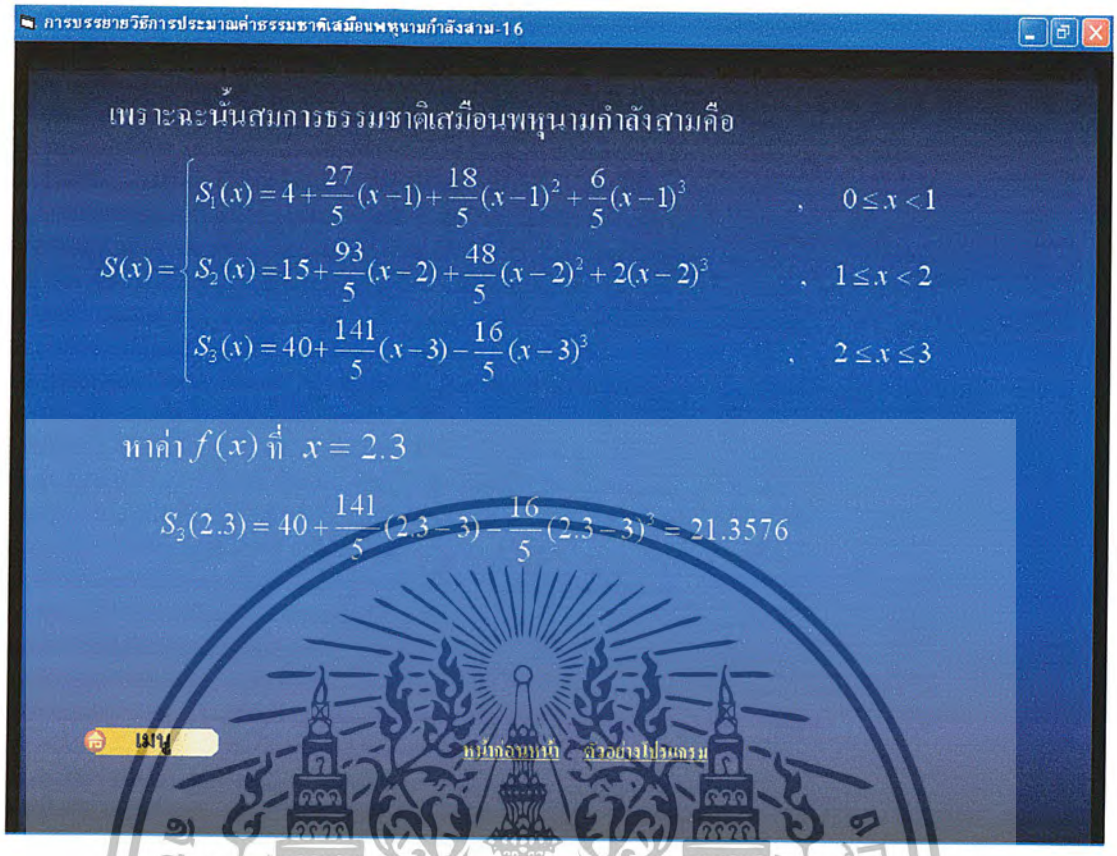
ต้องการประมาณค่าฟังก์ชันจากข้อมูล $(0,1),(1,4),(2,15)$ และ $(3,40)$ เพื่อใช้ประมาณค่าที่ $x=2.3$ ซึ่งมีวิธีการทำดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่อง การประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

รูปที่ 4.16 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

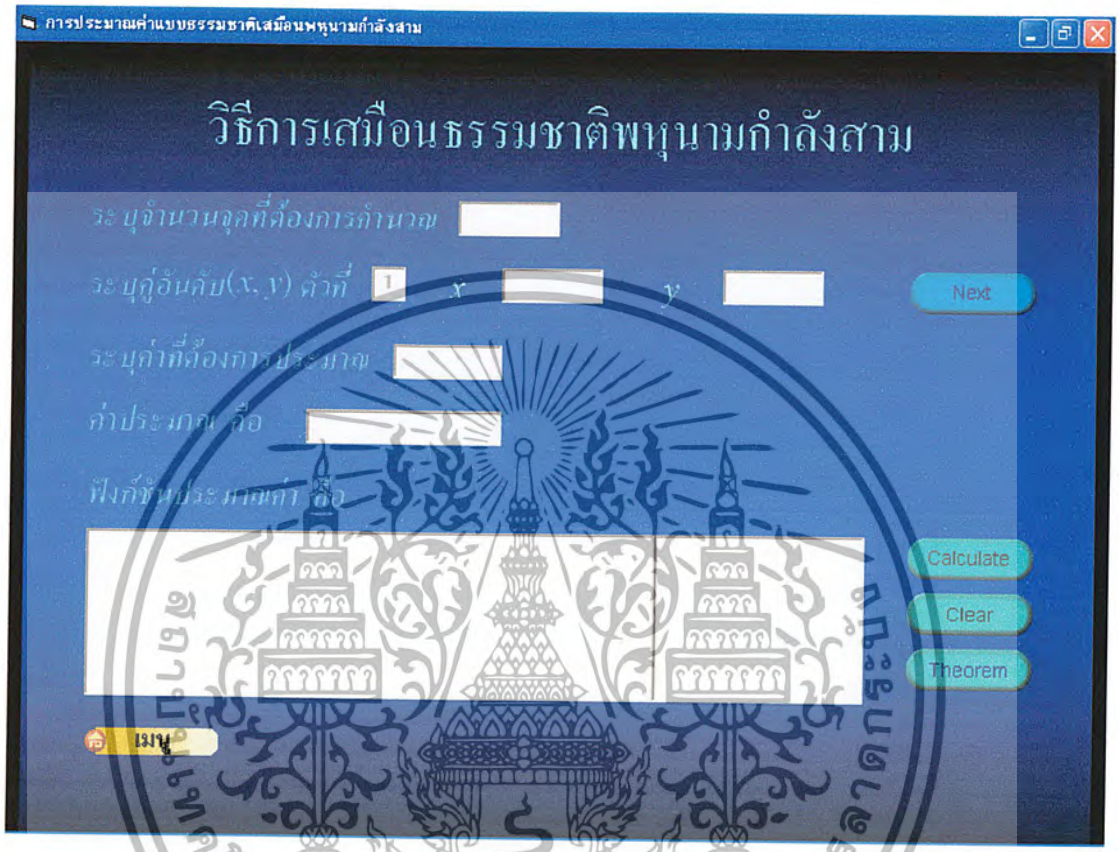


รูปที่ 4.17 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าด้วยวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องการประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามจากหน้าจอการประมาณค่าในช่วงหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม



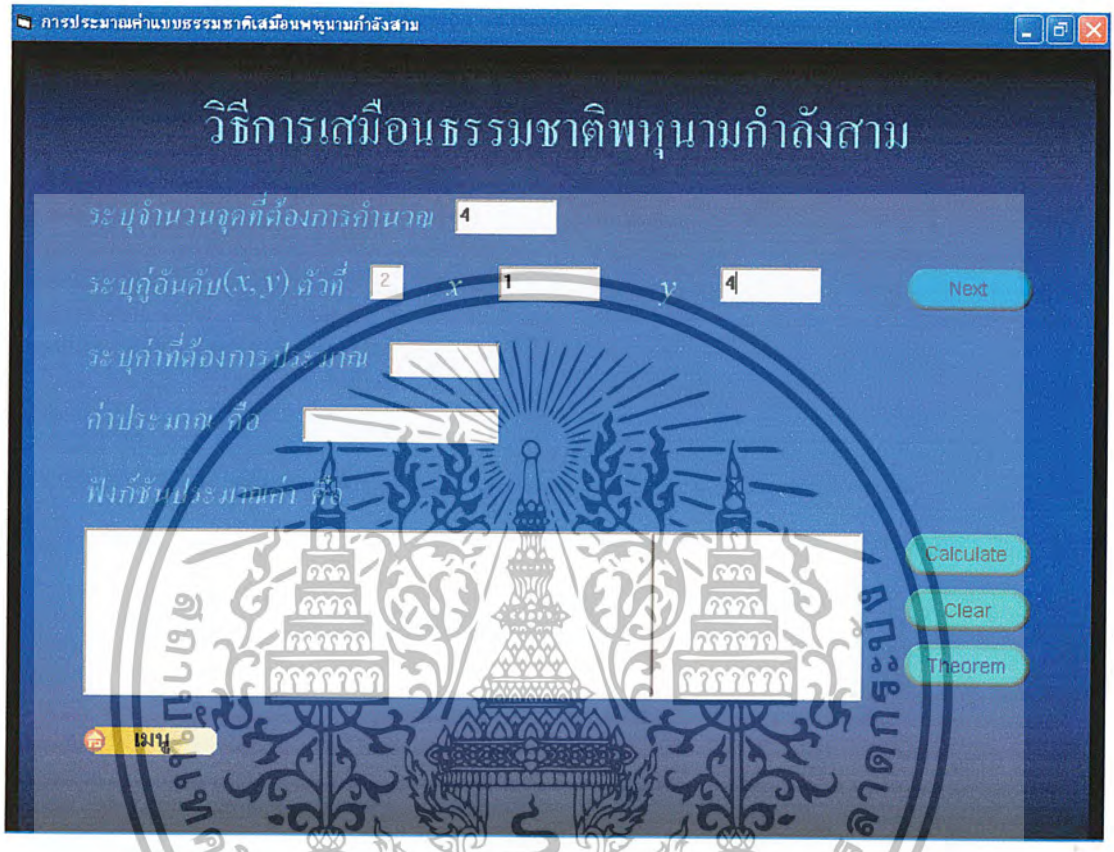
รูปที่ 4.18 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าวิธีเสมือนธรรมชาติพหุนามกำลังสาม

- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณ
- ปุ่ม Clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าในช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ทำการป้อนข้อมูลจำนวนจุดที่ต้องการคำนวณ

4. ทำการป้อนข้อมูล (0,1),(1,4),(2,15) และ (3,40) โดยการป้อนข้อมูลทีละคู่อันดับแล้วคลิก Next เพื่อป้อนคู่อันดับต่อไป

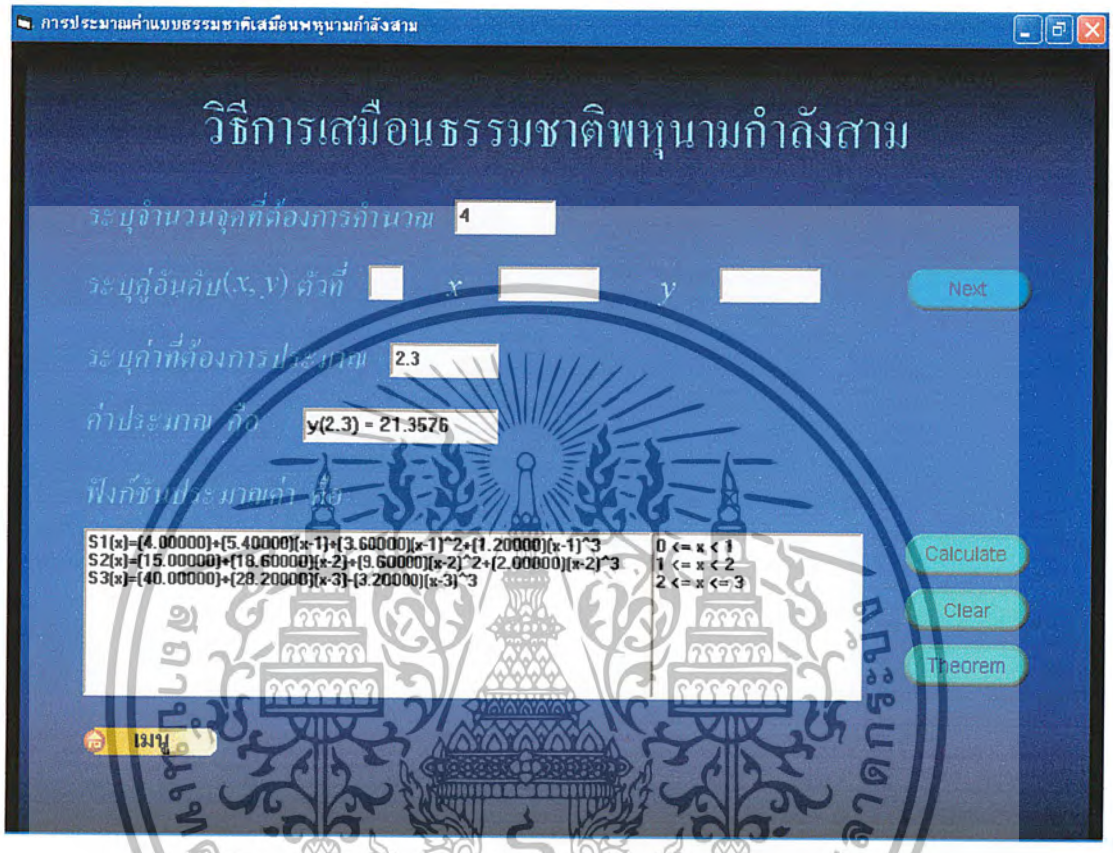


รูปที่ 4.19 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ทำการป้อนข้อมูล 2.3 ที่ช่องค่าประมาณ

6. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณ



รูปที่ 4.20 แสดงหน้าจอการประมาณค่าด้วยโปรแกรมวิธีเสมือนพหุนามกำลังสาม

7. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 การทดลองที่ 2 เรื่องการประมาณค่าอินทิเกรต

4.1.2.1 วิธีการนิวตัน-โคตส์

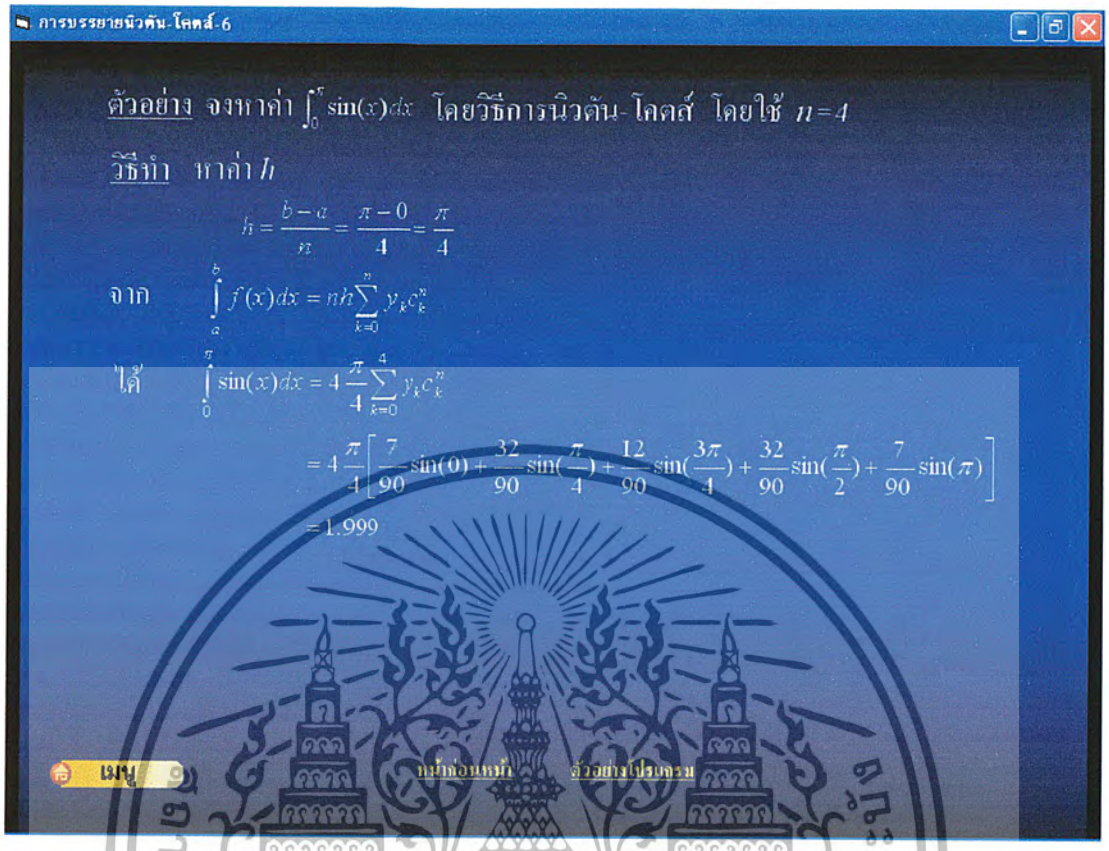
ต้องการประมาณค่า $\int_0^{2\pi} \sin(x)dx$ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่องวิธีนิวตัน-โคตส์จากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตเพื่อศึกษาเนื้อหาวิธีการนิวตัน-โคตส์

รูปที่ 4.21 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีนิวตัน-โคตส์หน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

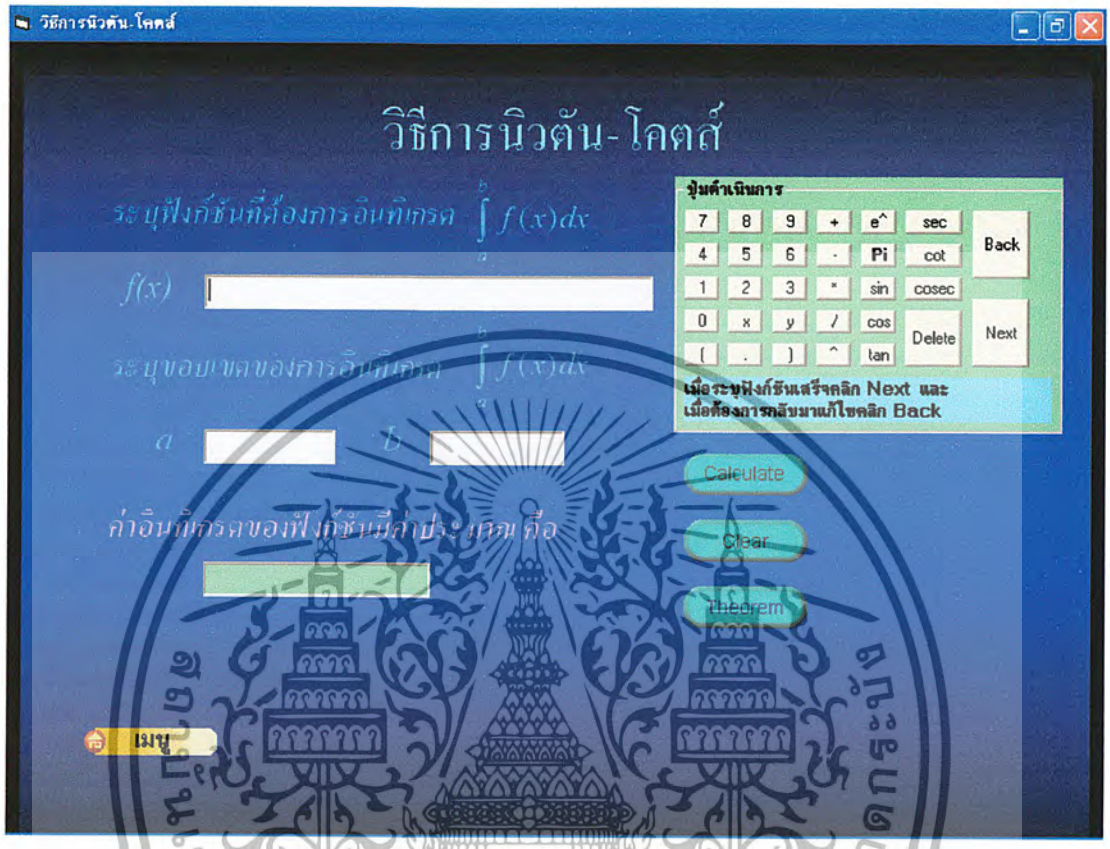


รูปที่ 4.22 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีนิวตัน-โคตส์หน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีนิว--ตัน-โคตส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องการนิวตัน-โคตส์จากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตในช่วงหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการนิวตัน-โคตส์

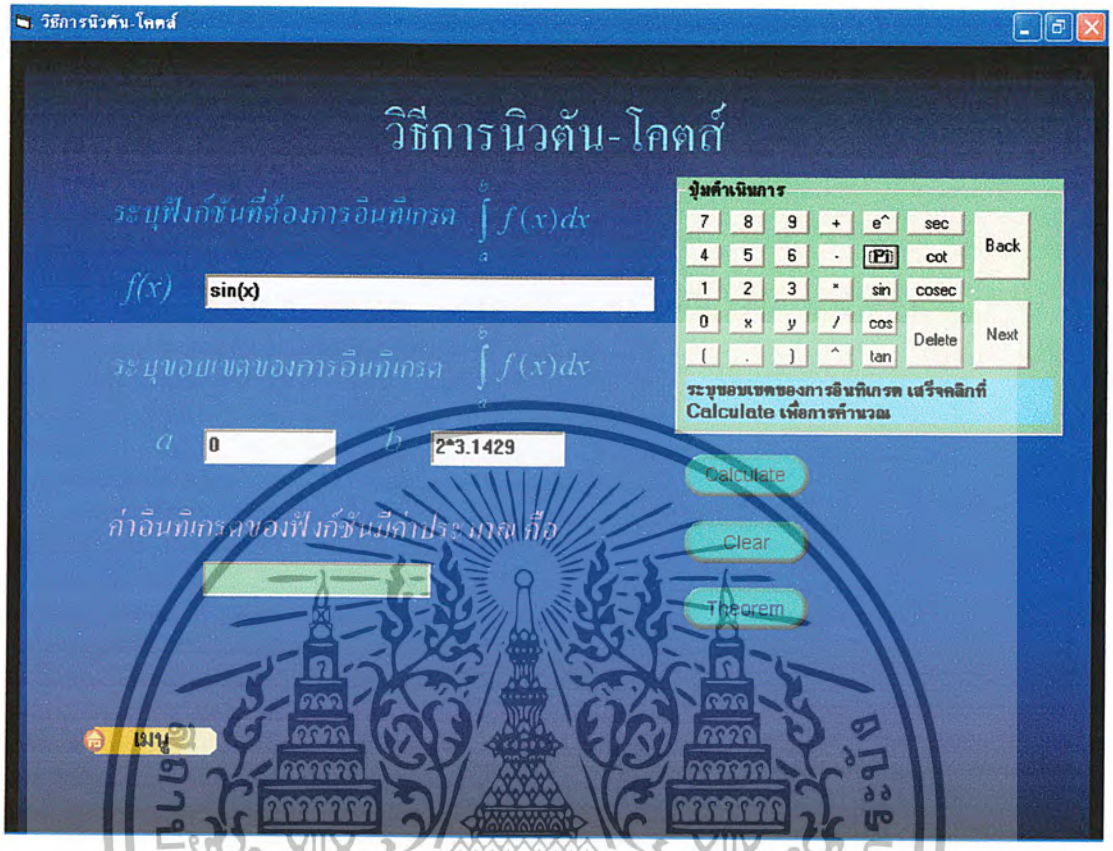


รูปที่ 4.23 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์

- กรอบปุ่มดำเนินการใช้เพื่อทำการป้อนฟังก์ชันและป้อนขอบเขตในการอินทิเกรตโดยทำการป้อนฟังก์ชันแล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวแรก แล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวสอง และเมื่อต้องการกลับไปแก้ไขให้ คลิก Back หรือเมื่อต้องการลบให้กด Erase
- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณอินทิเกรต
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการลบค่าทั้งหมดออกจากโปรแกรม
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีนิวตัน-โคตส์
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

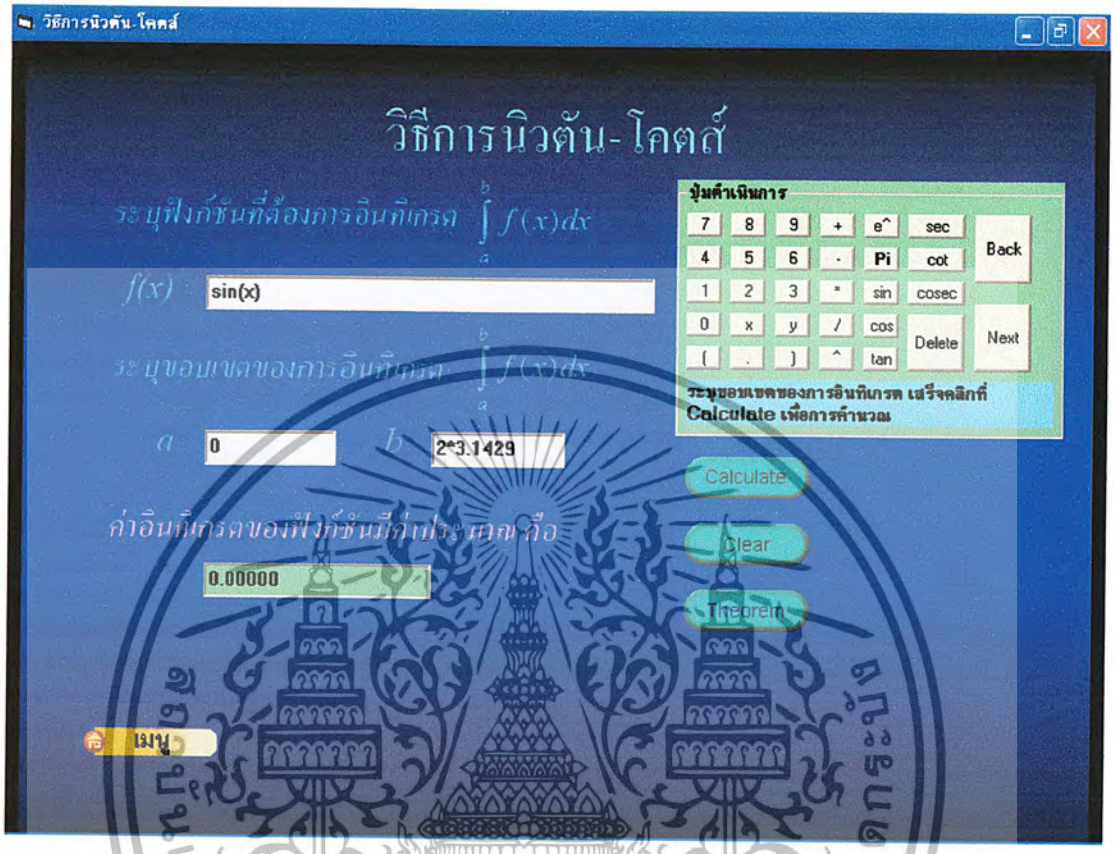
3. ทำการป้อนฟังก์ชันและขอบเขตในการอินทิเกรต



รูปที่ 4.24 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณอินทิเกรต



รูปที่ 4.25 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีนิวตัน-โคตส์

5. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2.2 วิธีการซิมป์สัน

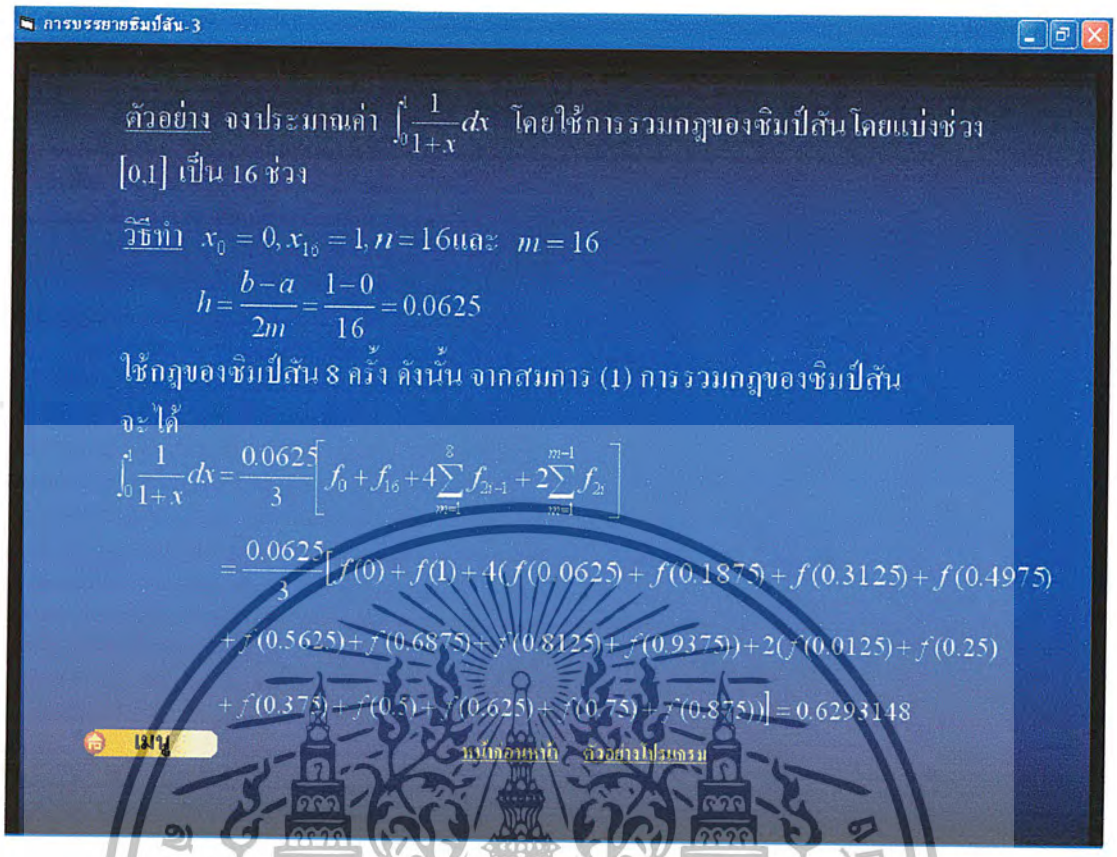
ต้องการประมาณค่า $\int_0^1 \frac{1}{1+x}dx$ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่อง วิธีการซิมป์สันจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าอินทิเกรตในช่วงด้วยวิธีซิมป์สัน

รูปที่ 4.26 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

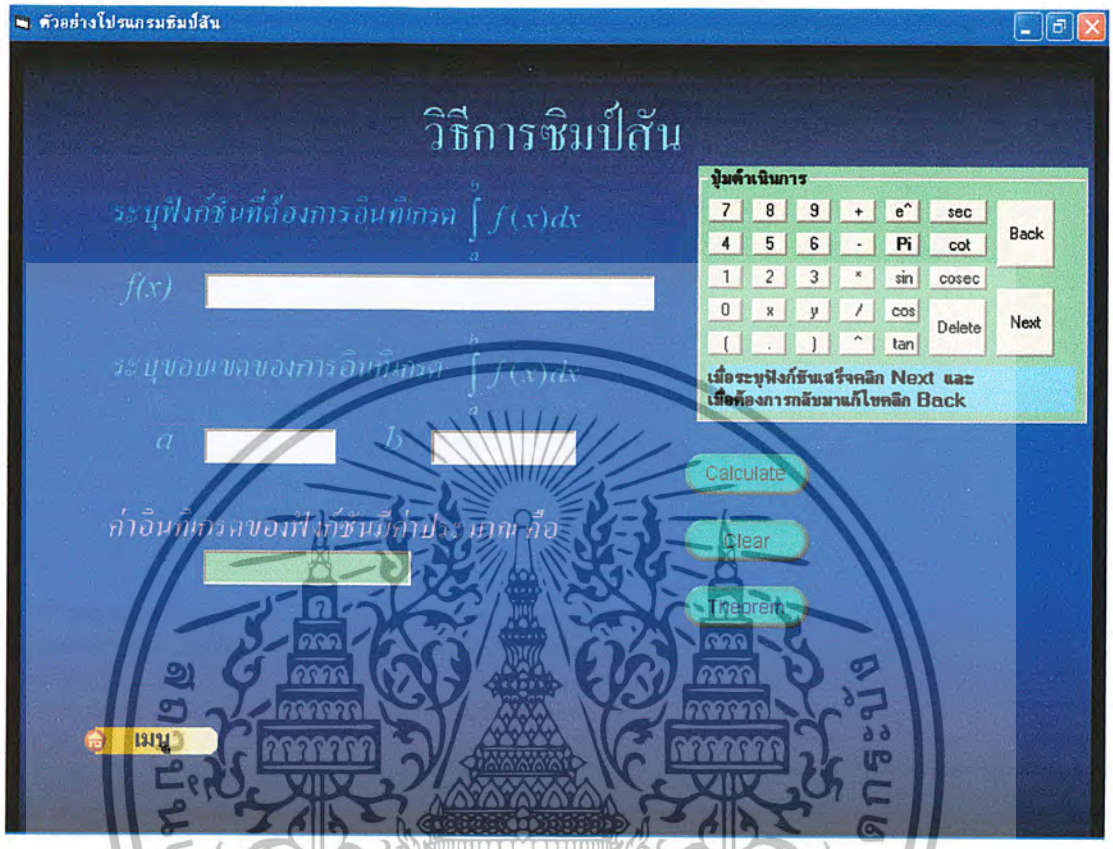


รูปที่ 4.27 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีซิมป์สัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องวิธีการซิมป์สันจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการซิมป์สัน

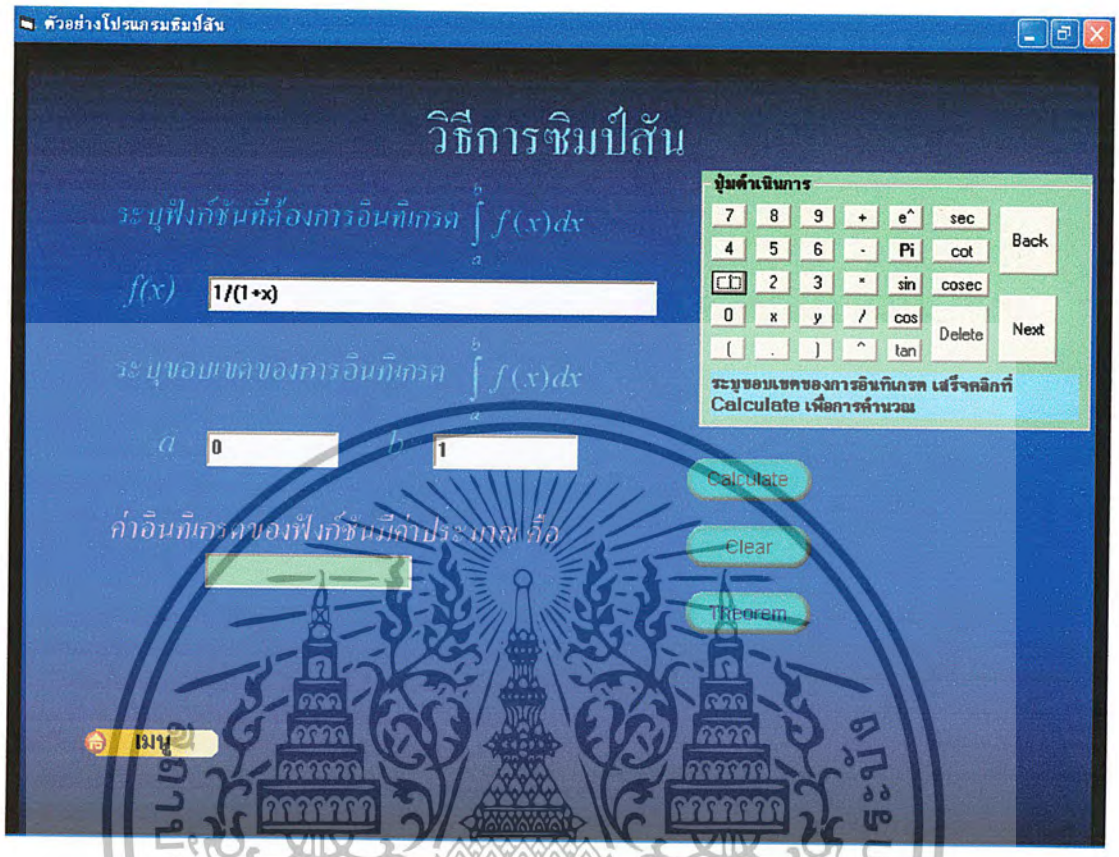


รูปที่ 4.28 แสดงหน้าจอโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีซิมป์สัน

- กรอบปุ่มดำเนินการใช้เพื่อทำการป้อนฟังก์ชันและป้อนขอบเขตในการอินทิเกรตโดยทำการป้อนฟังก์ชันแล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวแรก แล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวสอง และเมื่อต้องการกลับไปแก้ไขให้ คลิก Back หรือเมื่อต้องการลบให้กด Erase
- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณอินทิเกรต
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการลบค่าทั้งหมดออกจากโปรแกรม
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าวิธีซิมป์สัน
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

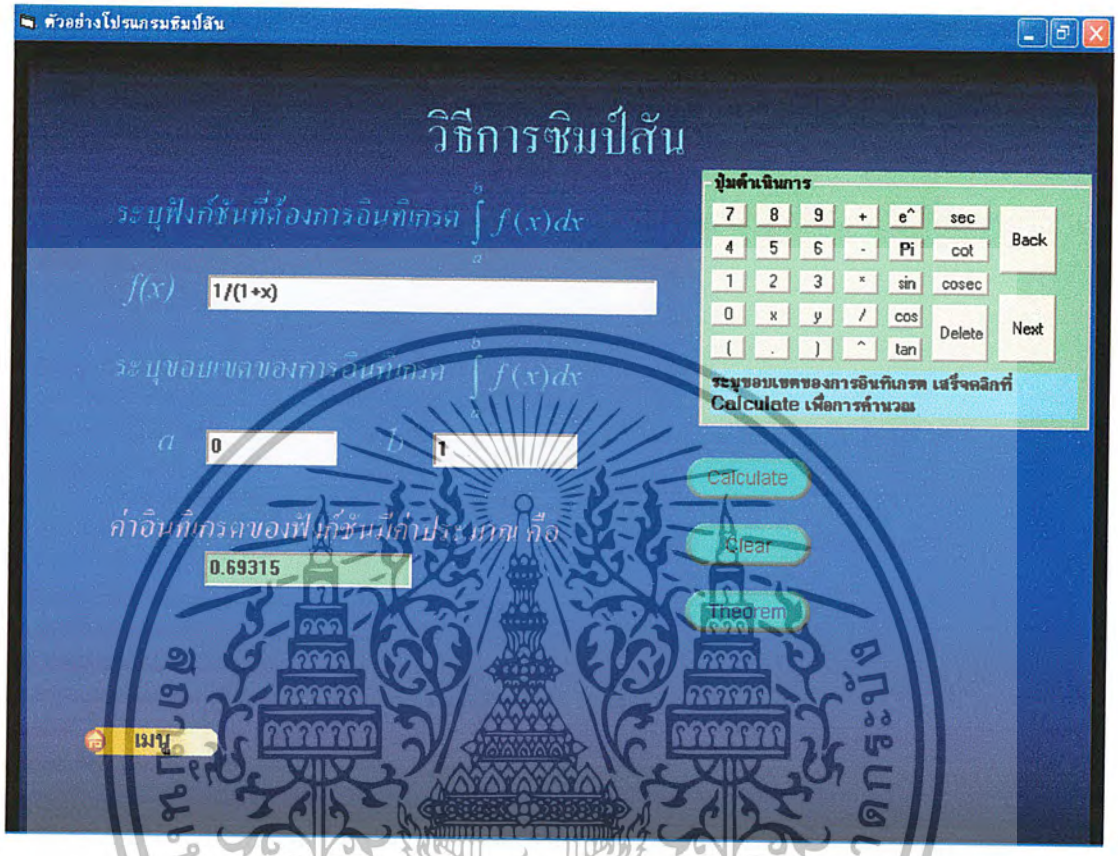
3. ทำการป้อนฟังก์ชันและขอบเขตในการอินทิเกรต



รูปที่ 4.29 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีซิมป์สัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณ



รูปที่ 4.30 แสดงหน้าจอการโปรแกรมวิธีซิมป์สัน

5. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2.3 วิธีการรอมเบิร์ก

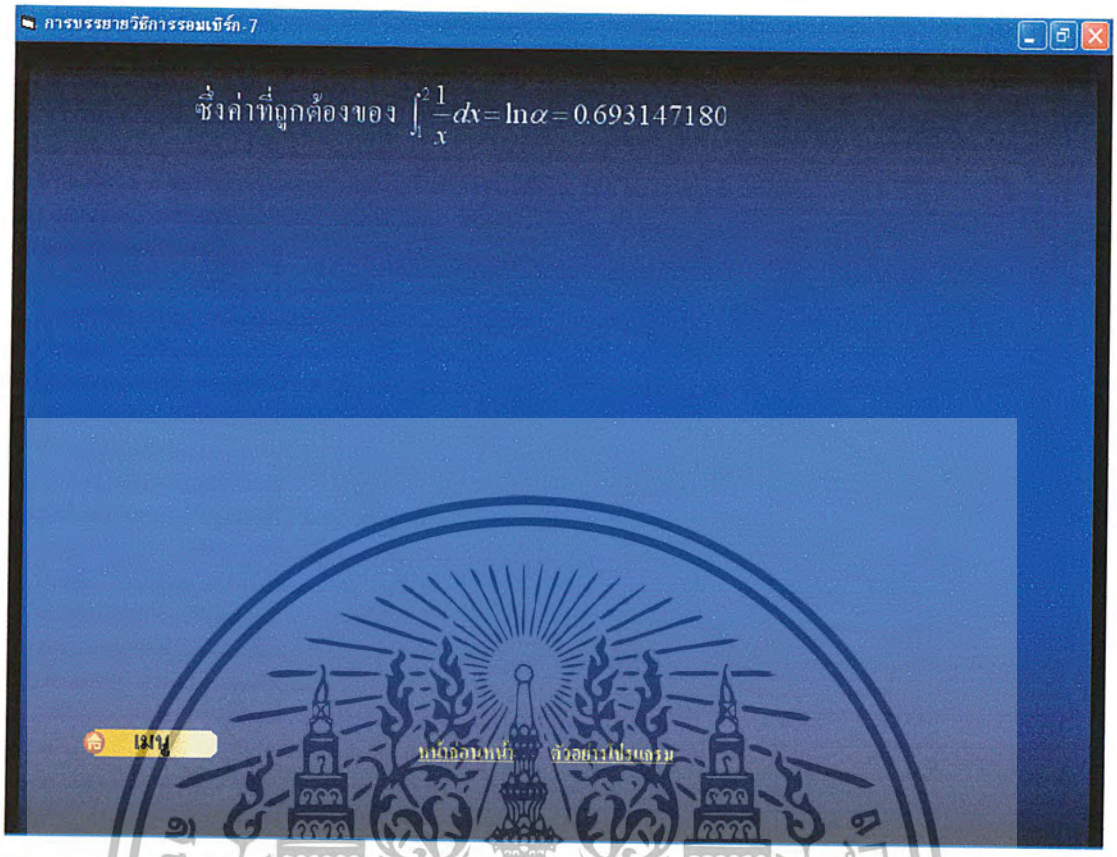
ต้องการประมาณค่า $\int_1^2 \frac{1}{x}dx$ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่อง วิธีการรอมเบิร์กจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าอินทิเกรตในช่วงด้วยรอมเบิร์ก

รูปที่ 4.31 แสดงหน้าจอแสดงเนื้อหาวิธีรอมเบิร์กหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

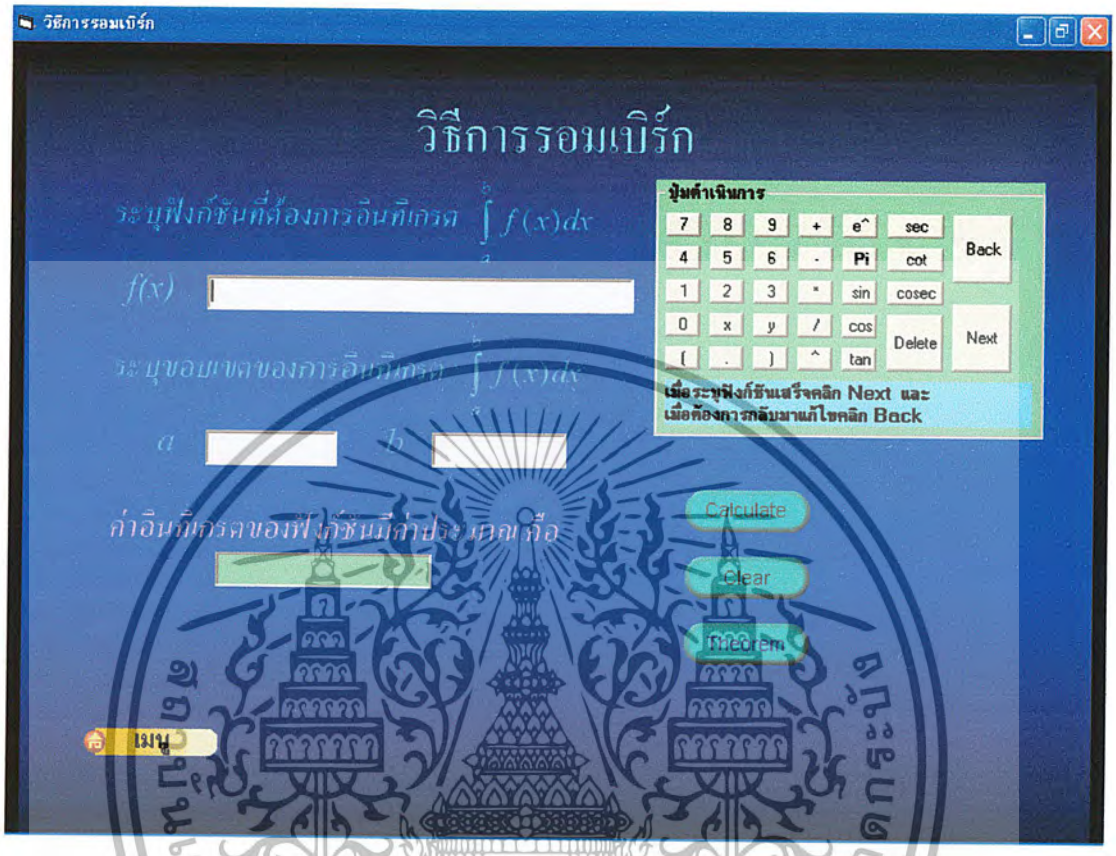


รูปที่ 4.32 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีรอมเบิร์กหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับ ไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีรอมเบิร์ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องวิธีการรอมเบิร์กจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต หรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการรอมเบิร์ก

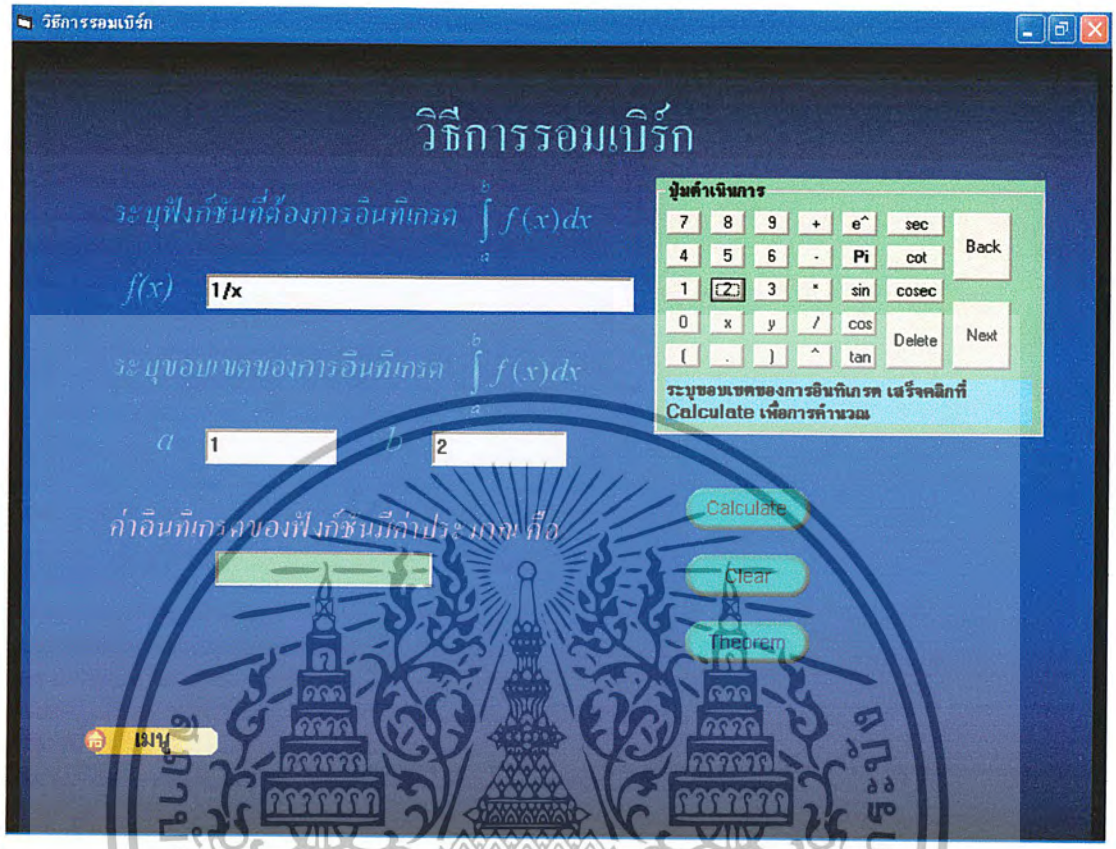


รูปที่ 4.33 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก

- กรอบปุ่มดำเนินการใช้เพื่อทำการป้อนฟังก์ชันและป้อนขอบเขตในการอินทิเกรตโดยทำการป้อนฟังก์ชันแล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวแรก แล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวสอง และเมื่อต้องการกลับไปแก้ไขให้ คลิก Back หรือเมื่อต้องการลบให้กด Erase
- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณอินทิเกรต
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการลบค่าทั้งหมดออกจากโปรแกรม
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าวิธีรอมเบิร์ก
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

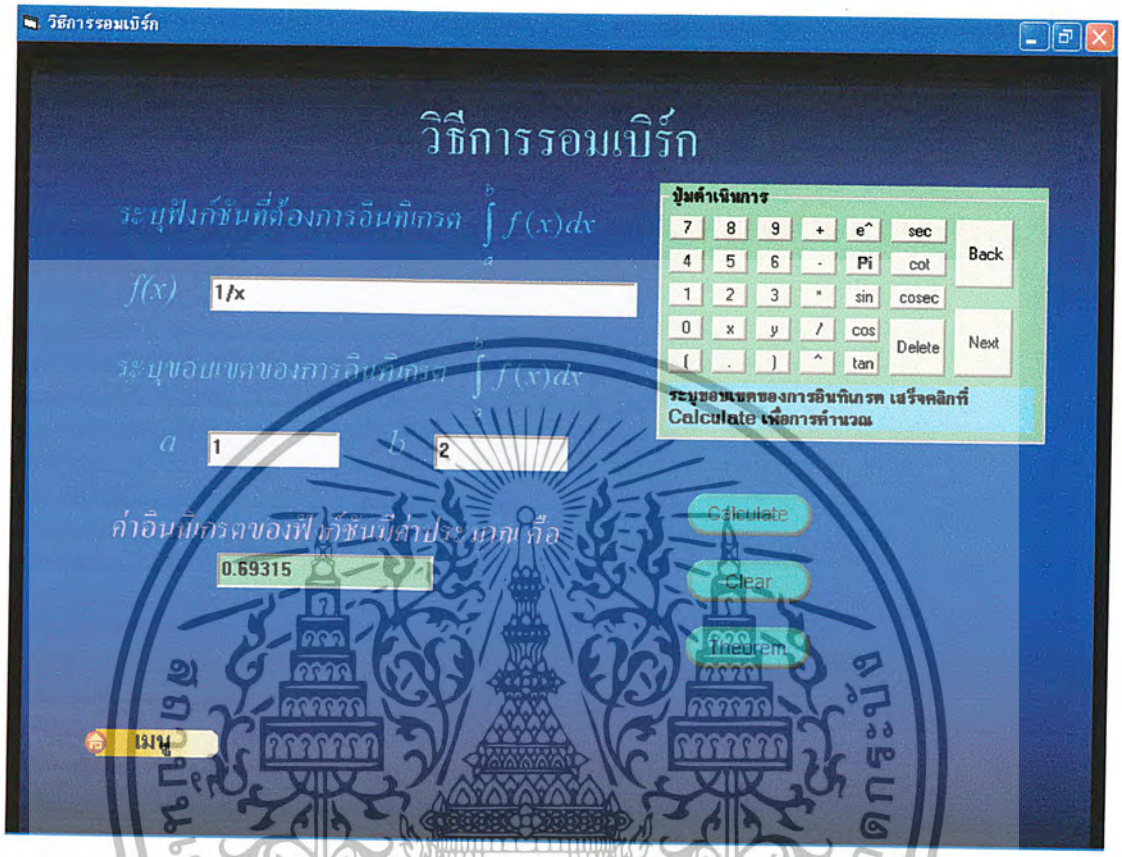
3. ทำการป้อนฟังก์ชันและขอบเขตในการอินทิเกรต



รูปที่ 4.34 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าประมาณ



รูปที่ 4.35 แสดงหน้าจอการประมาณค่าด้วยโปรแกรมวิธีรอมเบิร์ก

5. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2.4 วิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

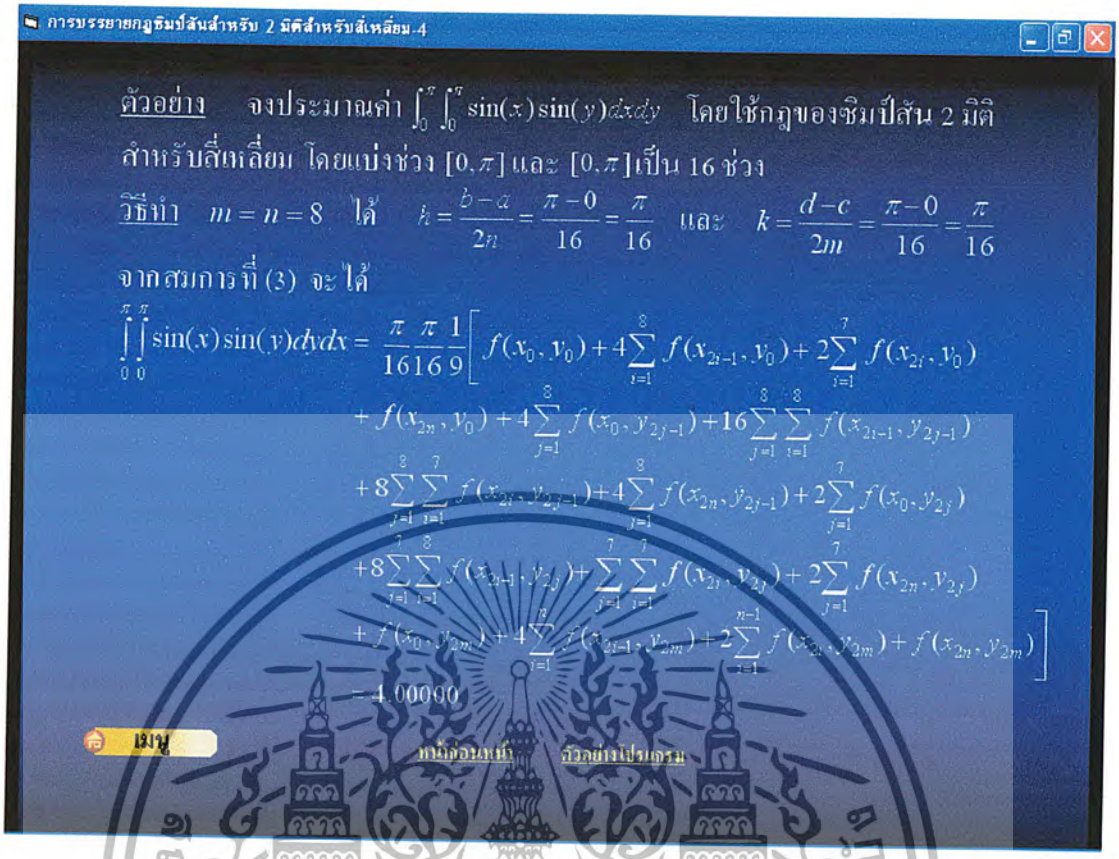
ต้องการประมาณค่า $\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\sin(x)\sin(y)dydx$ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. คลิกที่ชื่อเรื่อง วิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตเพื่อศึกษาเนื้อหาการประมาณค่าอินทิเกรตในช่วงด้วยวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่--เหลี่ยม

รูปที่ 4.36 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมหน้าแรก

- ปุ่มเมนูหรือกลับสู่เมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าถัดไป คลิกเพื่อต้องการศึกษาเนื้อหาหน้าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

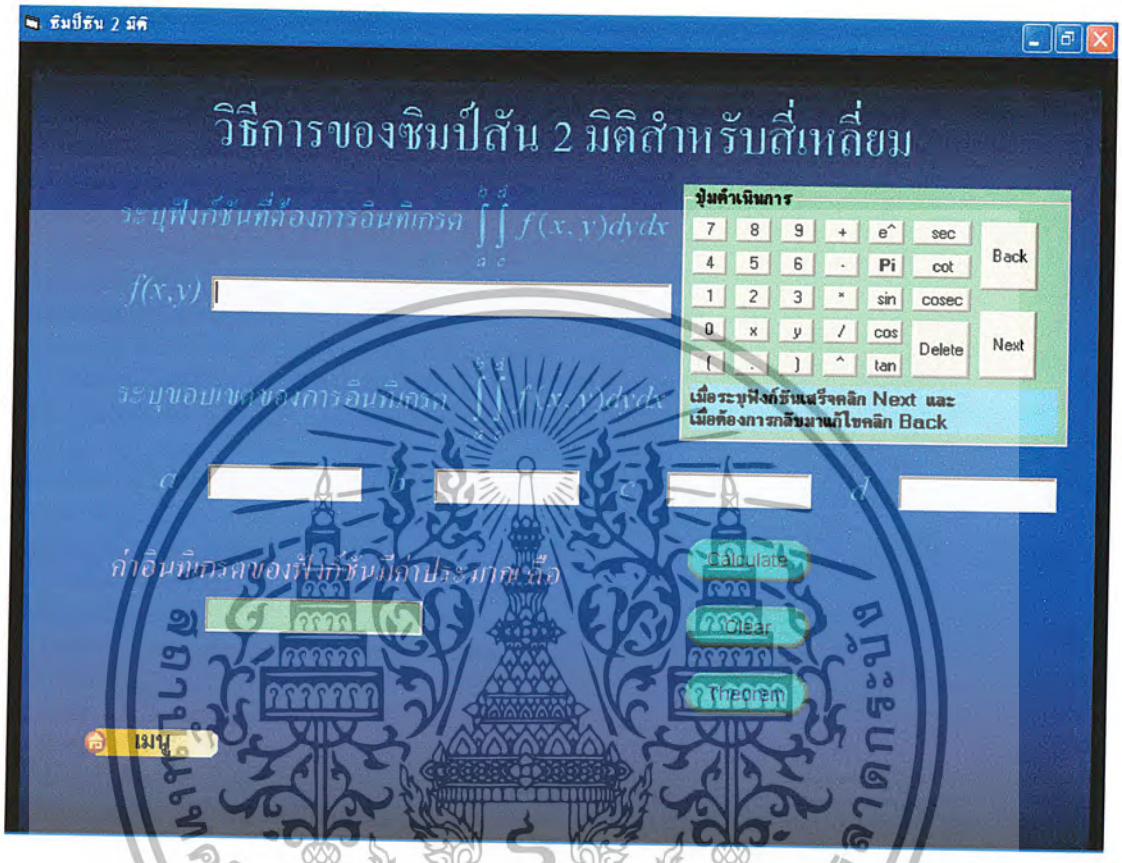


รูปที่ 4.37 แสดงหน้าจอเนื้อหาวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมหน้าสุดท้าย

- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต
- ปุ่มหน้าก่อนหน้า คลิกเพื่อต้องการกลับไปศึกษาเนื้อหาหน้าที่ผ่านมา
- ปุ่มตัวอย่างโปแกรม คลิกเพื่อต้องการทดลองโปรแกรมการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยวิธีซิม--ป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คลิกตัวอย่างโปรแกรมใต้เรื่องวิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยมจากหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตหรือคลิกที่ตัวอย่างโปรแกรมจากหน้าสุดท้ายของการศึกษาเนื้อหาวิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

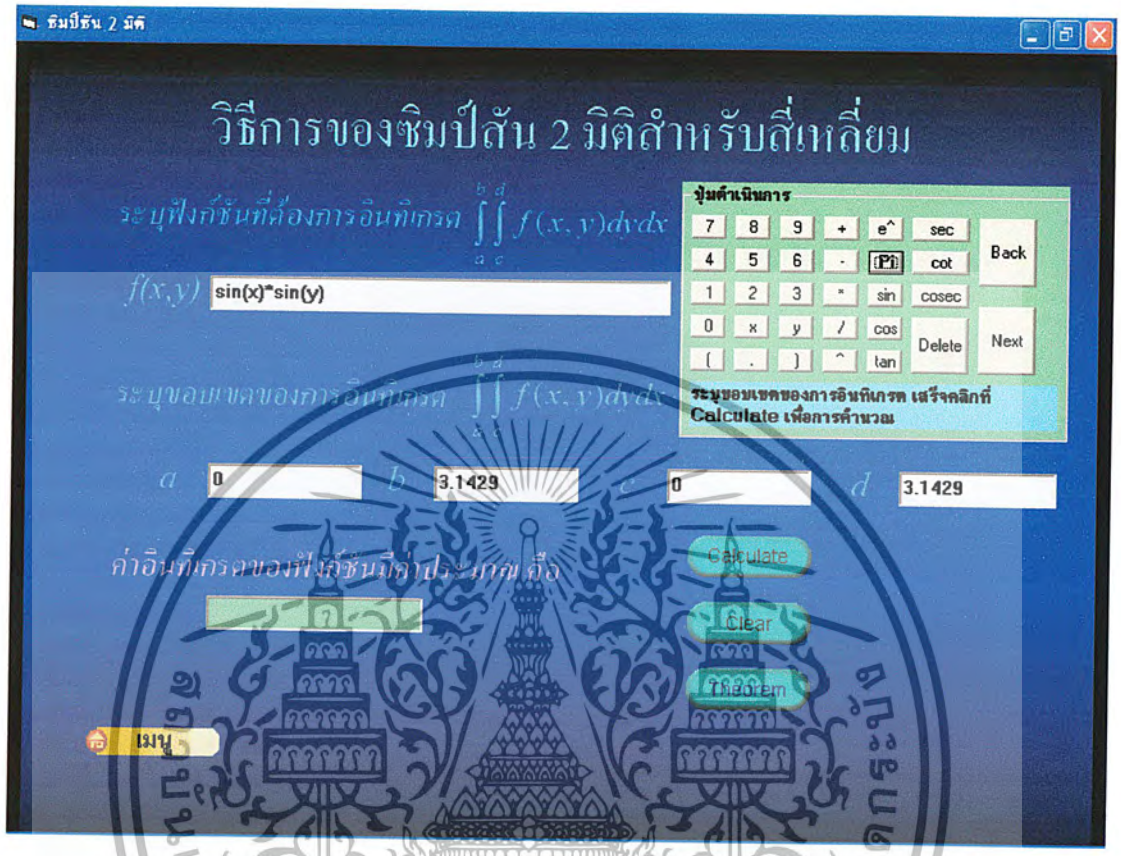


รูปที่ 4.38 แสดงหน้าจอโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

- กรอบปุ่มดำเนินการใช้เพื่อทำการป้อนฟังก์ชันและป้อนขอบเขตในการอินทิเกรตโดยทำการป้อนฟังก์ชันแล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวแรก แล้วคลิก Next เพื่อทำการป้อนค่าขอบเขตตัวสอง และเมื่อต้องการกลับไปแก้ไขให้ คลิก Back หรือเมื่อต้องการลบให้กด Erase
- ปุ่ม Calculate คลิกเพื่อคำนวณค่าประมาณอินทิเกรต
- ปุ่ม Clear คลิกเพื่อต้องการลบค่าทั้งหมดออกจากโปรแกรม
- ปุ่ม Theorem คลิกเพื่อต้องการศึกษาการประมาณค่าวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม
- ปุ่มเมนู คลิกเพื่อต้องการกลับสู่หน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

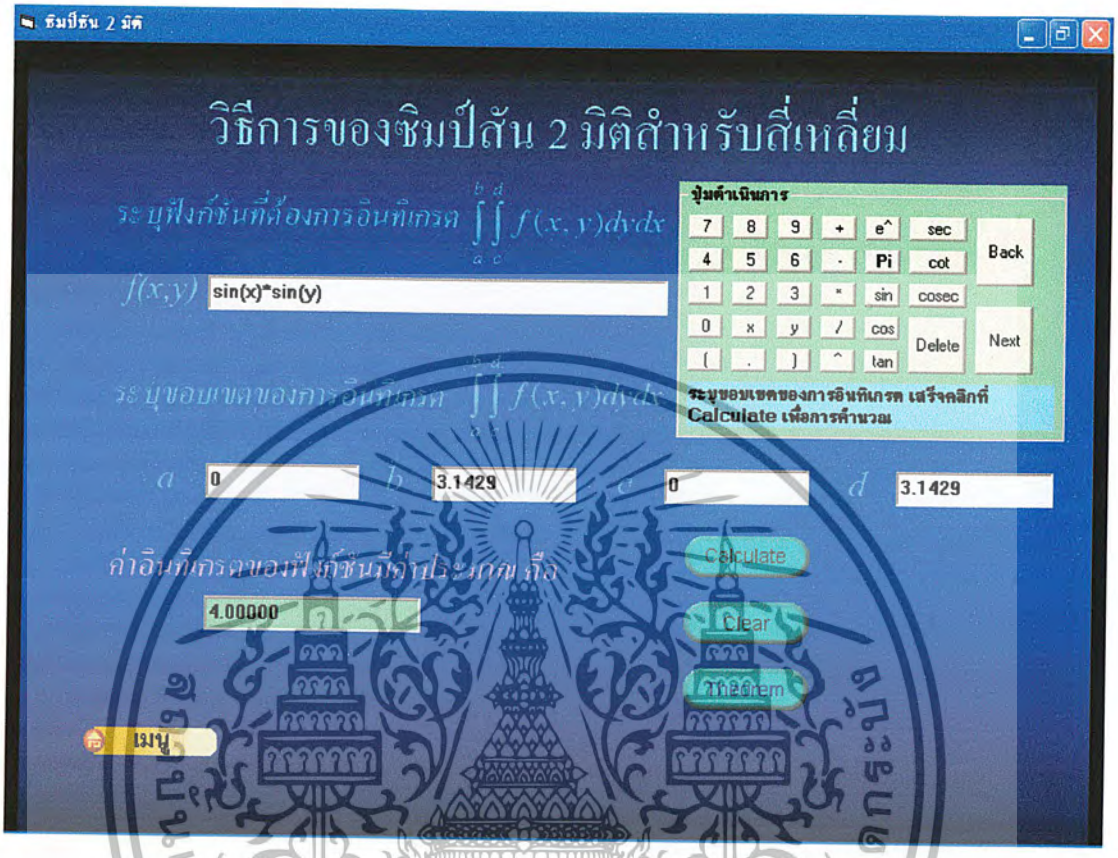
3. ทำการป้อนฟังก์ชันและขอบเขตในการอินทิเกรต



รูปที่ 4.39 แสดงการป้อนข้อมูลโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. คลิกปุ่ม Calculate เมื่อป้อนข้อมูลครบและต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณประมาณ



รูปที่ 4.40 แสดงหน้าจอการประมาณค่าอินทิเกรตด้วยโปรแกรมวิธีซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

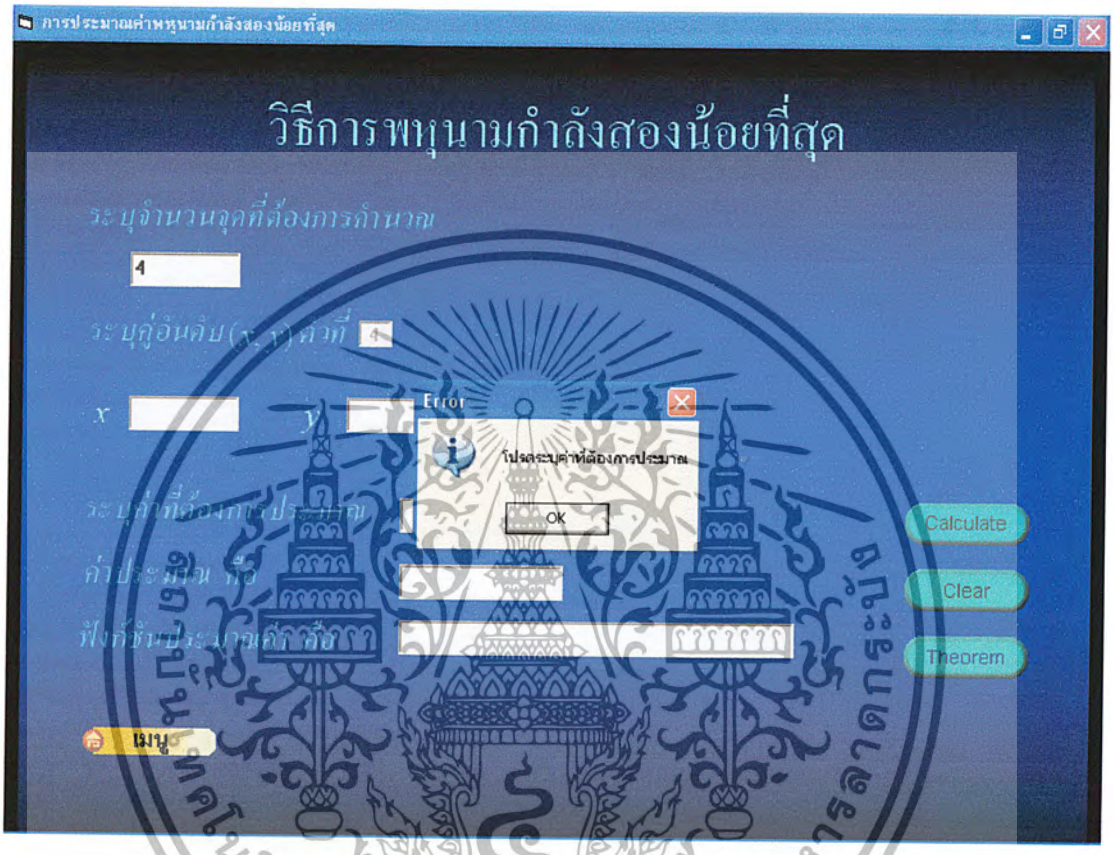
5. คลิกปุ่ม clear เมื่อต้องการคำนวณใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การแสดงข้อผิดพลาดของโปรแกรม

4.2.1 การประมาณค่าในช่วง

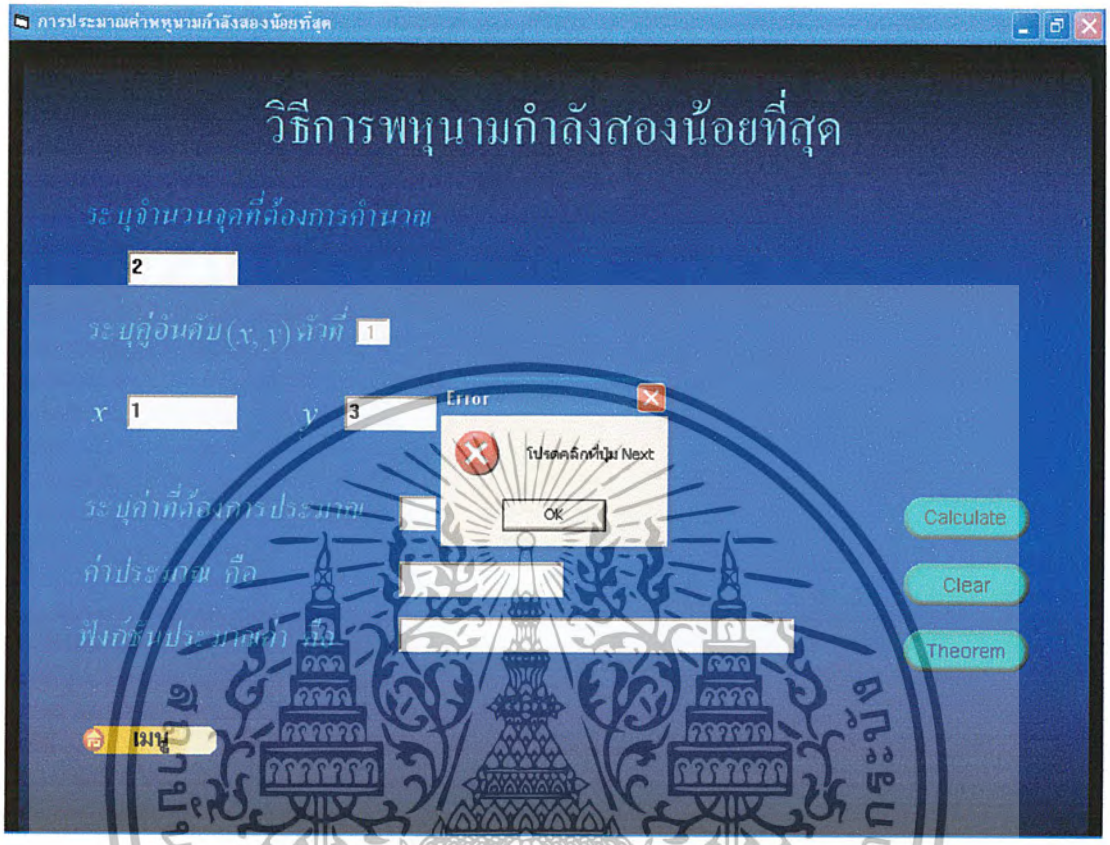
4.2.1.1 การแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบ



รูปที่ 4.41 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบถ้วนในการประมาณค่าในช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

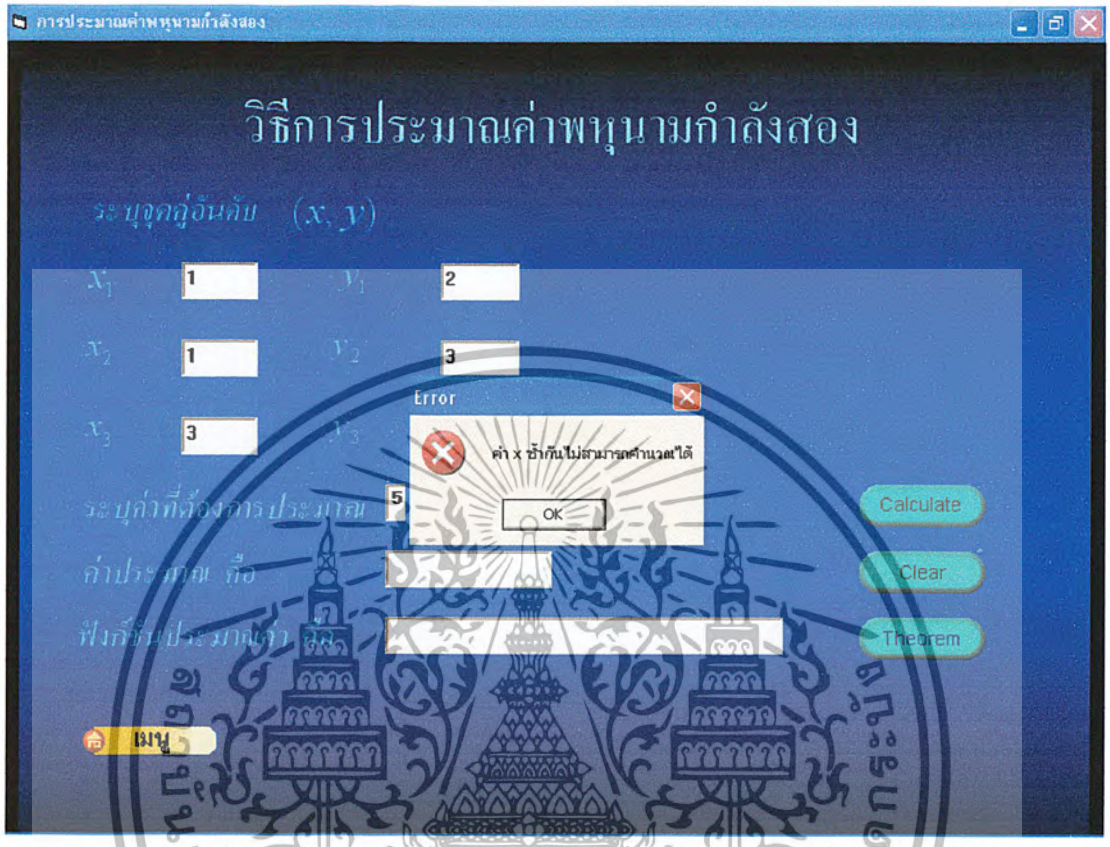
4.2.1.2 การแสดงคำเตือนเมื่อไม่ทำตามขั้นตอน



รูปที่ 4.42 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อไม่ทำตามขั้นตอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

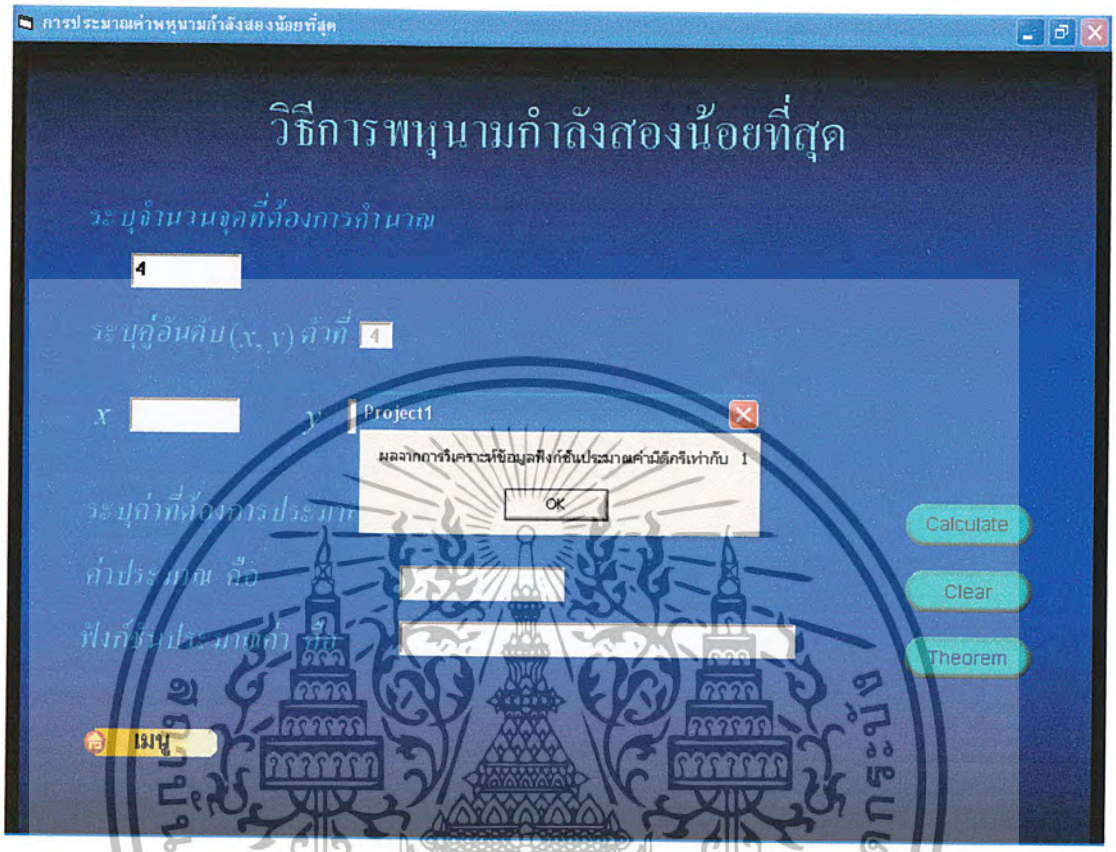
4.2.1.3 การแสดงคำเตือนเมื่อค่า X มีค่าซ้ำกันในวิธีพหุนามกำลังสอง



รูปที่ 4.43 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อค่า X มีค่าซ้ำกันในวิธีพหุนามกำลังสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

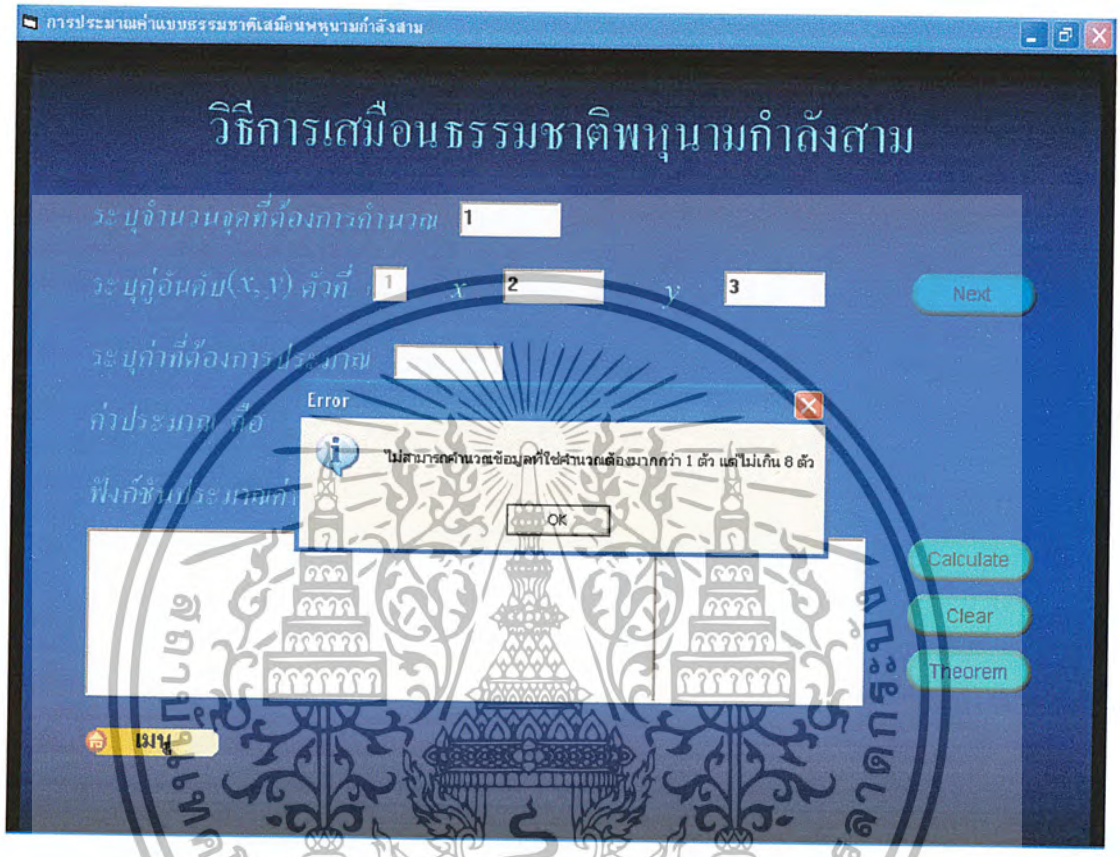
4.2.1.4 การแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลว่าดีกรีเท่าใดในวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด



รูปที่ 4.44 หน้าจอแสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลว่าดีกรีเท่าใดในวิธีพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.1.5 การแสดงคำเตือนเมื่อป้อนจำนวนข้อมูลผิดในวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

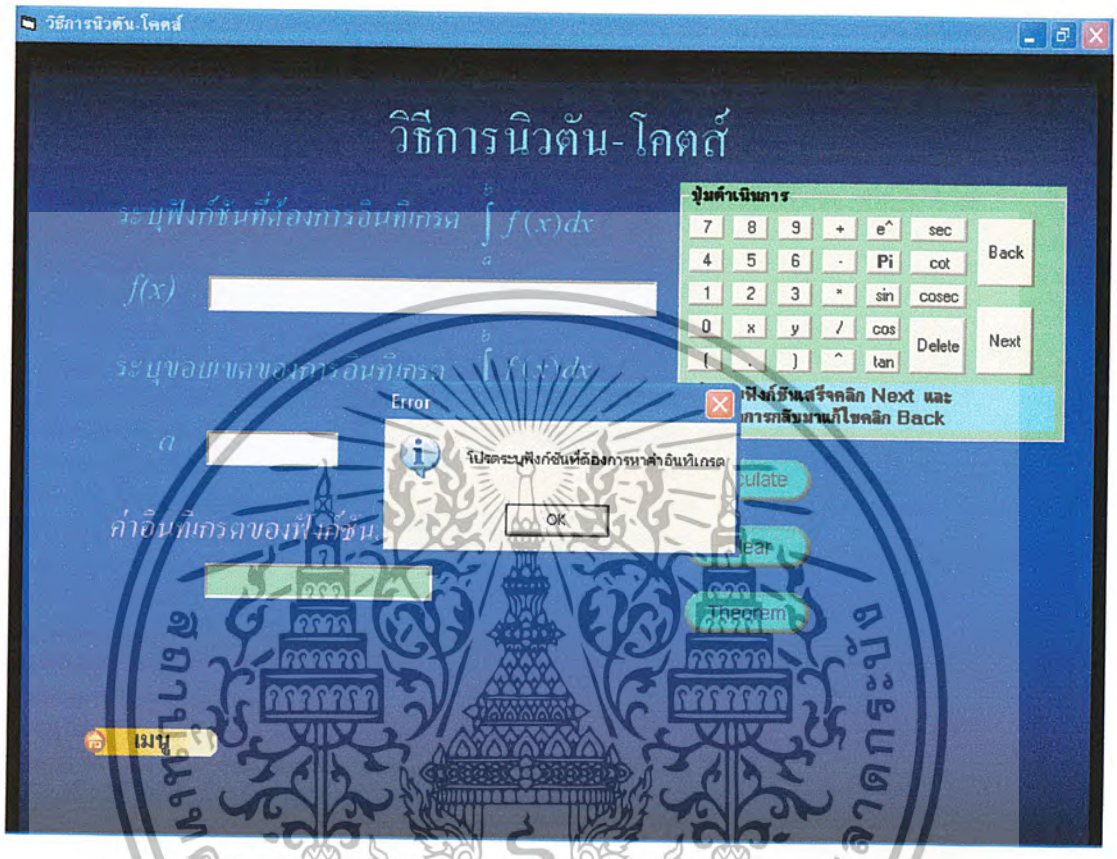


รูปที่ 4.45 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อป้อนจำนวนข้อมูลผิดในวิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 การประมาณค่าอินทิเกรต

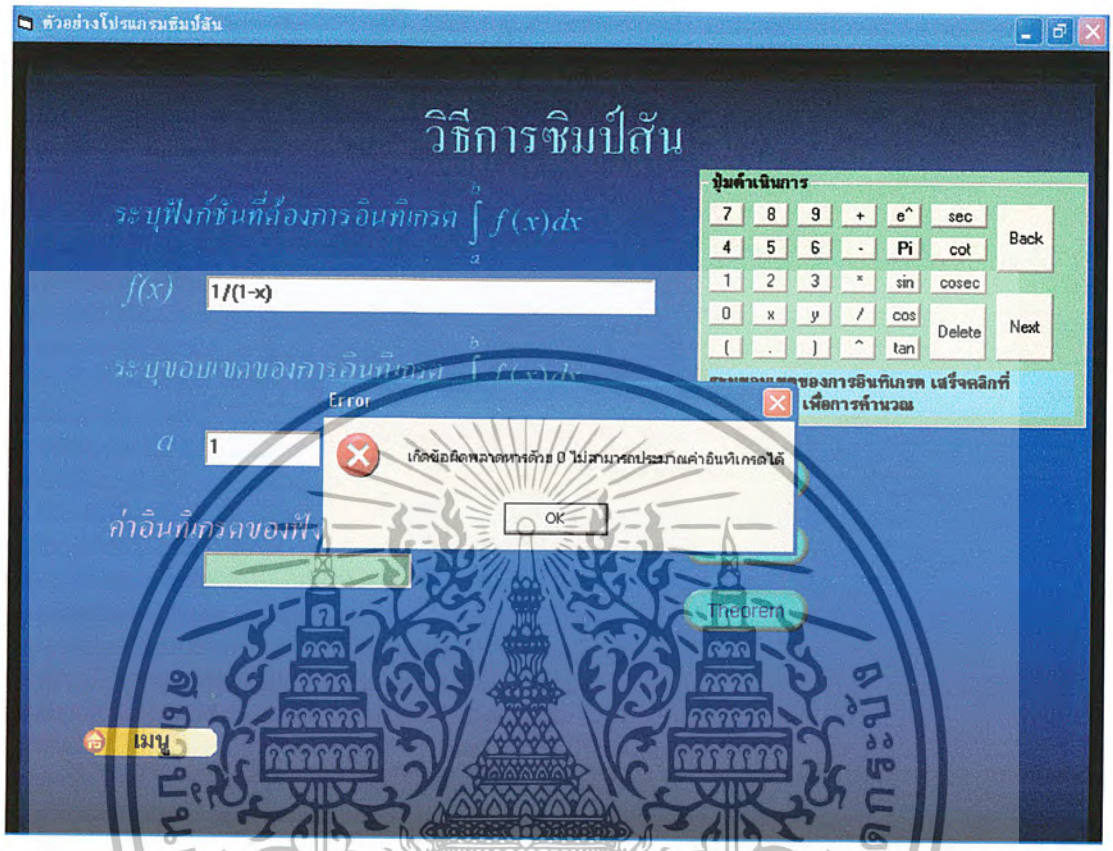
4.2.2.1 การแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบ



รูปที่ 4.46 หน้าจอแสดงคำเตือนเมื่อใส่ข้อมูลไม่ครบในการประมาณค่าอินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

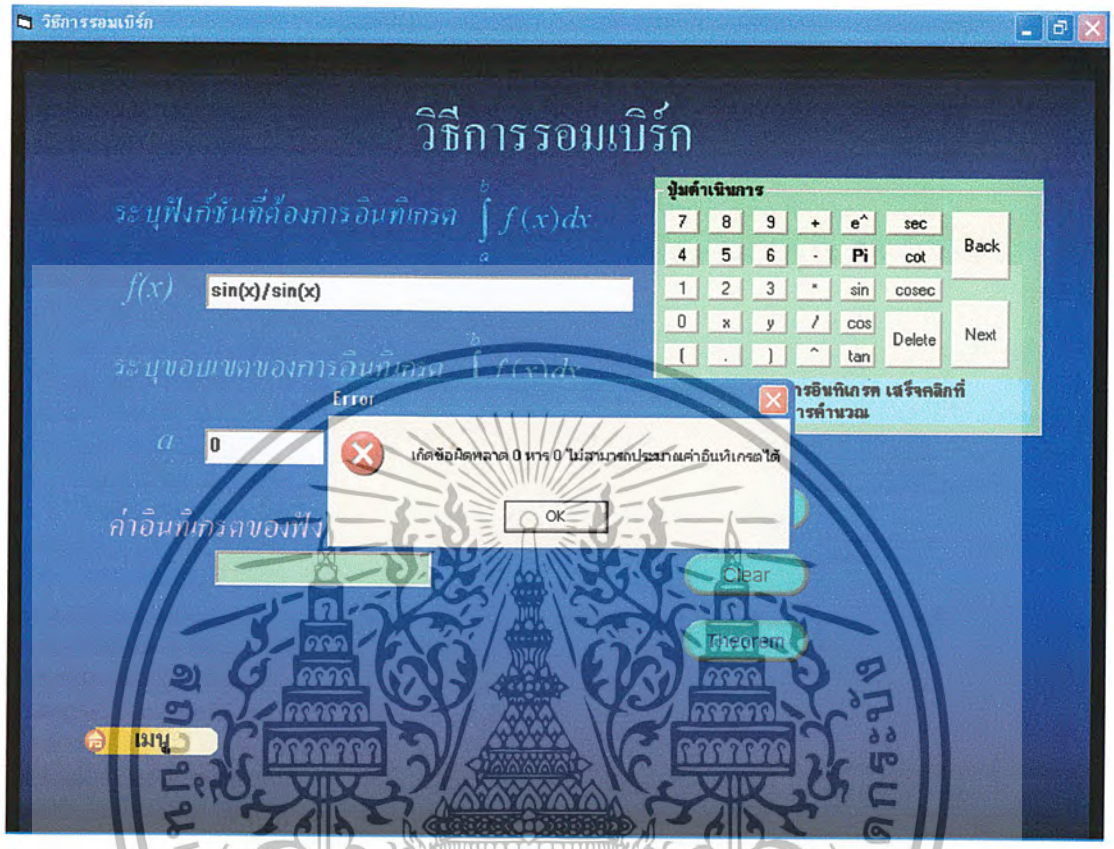
4.2.2.2 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการหารด้วย 0



รูปที่ 4.47 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการหารด้วย 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

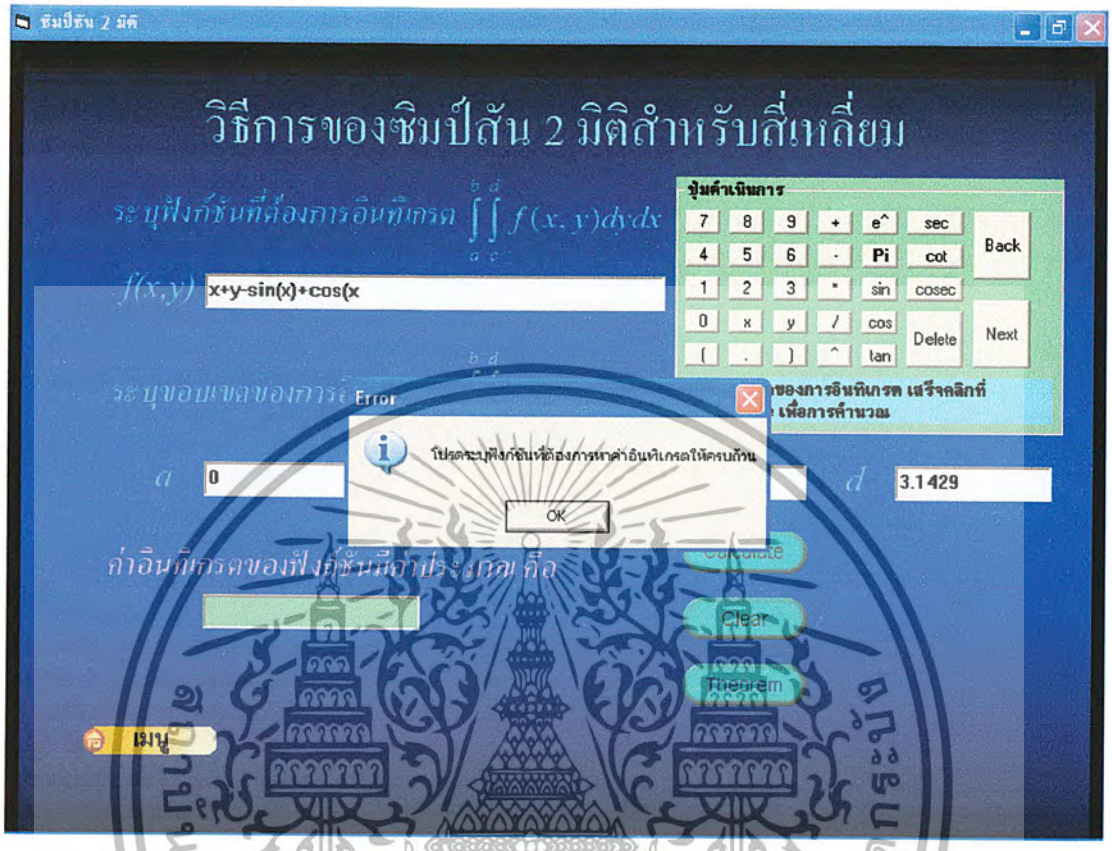
4.2.2.3 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการที่ 0 หาร 0



รูปที่ 4.48 หน้าจอแสดงข้อผิดพลาดที่เกิดจาก 0 หาร 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

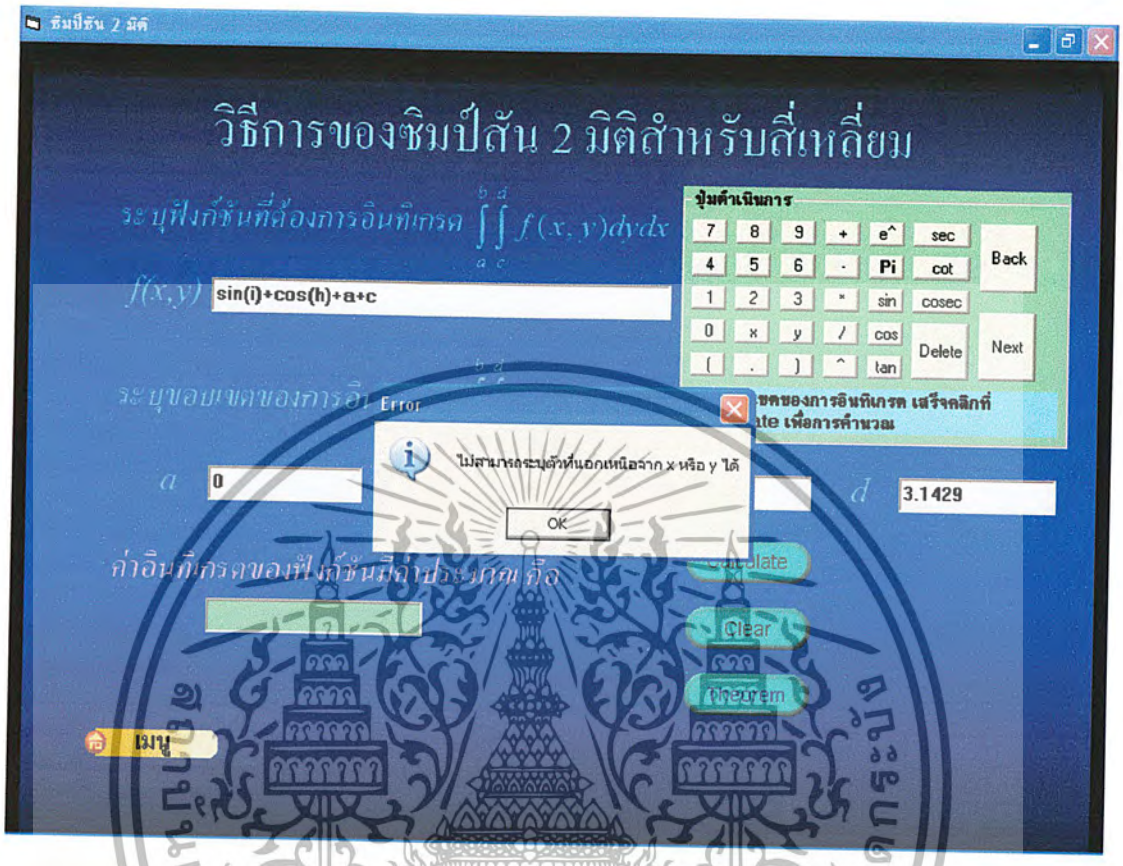
4.2.2.4 การแสดงคำเตือนข้อผิดจากการป้อนฟังก์ชันผิดพลาด



รูปที่ 4.49 แสดงข้อผิดจากการป้อนฟังก์ชันผิดพลาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2.5 การแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนตัวแปรนอกเหนือจากที่กำหนด



รูปที่ 4.50 หน้าจอแสดงคำเตือนข้อผิดพลาดจากการป้อนตัวแปรนอกเหนือจากที่กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ

5.1 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

ปัญหาโครงงานพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขโดยคอมพิวเตอร์ฉบับนี้ได้จัดทำเป็น 2 ส่วนคือ โปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลขและโปรแกรมเชิงตัวเลขในเรื่อง

1. การประมาณค่าเชิงตัวเลขในช่วง
   1.1 วิธีการพหุนามกำลังสอง
   1.2 วิธีการพหุนามกำลังสองน้อยที่สุด
   1.3 วิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม
2. การประมาณค่าอินทิเกรต
   2.1 วิธีการนิวตัน-โคตส์
   2.2 วิธีการซิมป์สัน
   2.3 วิธีการรอมเบิร์ก
   2.4 วิธีการซิมป์สันสำหรับ 2 มิติสำหรับสี่เหลี่ยม

โดยในส่วนเนื้อหาเป็นเนื้อหาที่ผู้ใช้โปรแกรมสามารถศึกษาและเข้าใจได้ด้วยตนเองและในส่วนของโปรแกรมเป็นโปรแกรมที่สามารถใช้งานได้ง่าย ซึ่งพัฒนาโดยใช้โปรแกรม Visual Basic เวอร์ชัน 6.0

5.2 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

สามารถสรุปโดยการแบ่งเป็น 2 ส่วน

1. การประมาณค่าในช่วง

1.1 วิธีการพหุนามกำลัง 2 ไม่สามารถป้อนข้อมูลค่า x ซึ่งเป็นคู่อันดับ (x, y) ซ้ำกันได้ ซึ่งแสดงผลค่าประมาณเป็นเลขทศนิยมได้ 6 หลัก

1.2 วิธีการพหุนามกำลังสองน้อยที่สุดสามารถป้อนข้อมูลได้ n ชุด ซึ่งโปรแกรมจะทำการวิเคราะห์ข้อมูลว่าเหมาะสมกับพหุนามดีกรี 1 หรือ ดีกรี 2 ก่อนแล้วจึงทำการประมาณค่าโดยพหุนามดีกรีที่ได้จากการวิเคราะห์ ซึ่งแสดงผลค่าประมาณเป็นเลขทศนิยมได้ 5 ตำแหน่ง

1.3 วิธีธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามจะสามารถป้อนข้อมูลได้ไม่เกิน 8 ชุดและไม่ต่ำกว่า 2 ชุด และจะประมาณค่าโดยพหุนามกำลังสามของแต่ช่วงๆ ข้อมูล ซึ่งแสดงผลค่าประมาณเป็นเลขทศนิยมได้ 5 ตำแหน่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การประมาณค่าอินทิเกรต

สามารถรับฟังก์ชันได้ทั้งฟังก์ชันพหุนามและฟังก์ชันตรีโกณและฟังก์ชันเอ็กซ์โปเน็นเชียลและสามารถรับเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วนได้และแสดงผลค่าประมาณค่าเป็นเลขทศนิยมได้ 5 ตำแหน่ง

5.3 ข้อจำกัดของโปรแกรม

1. ในวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสามไม่สามารถรับข้อมูลเกิน 8 ชุดได้

2. ในการป้อนฟังก์ชันในการประมาณค่าอินทิเกรตไม่สามารถละเครื่องหมายคูณได้และไม่สามารถรับฟังก์ชันตรีโกณที่มีตัวแปรเป็นตรีโกณและฟังก์ชันเอ็กซ์โปเน็นเชียลที่มีตัวแปรเอ็กซ์โปเน็นเชียลอีกได้

3. ในการป้อนฟังก์ชันในการประมาณค่าอินทิเกรตไม่สามารถไม่สามารถป้อนตัวแปรนอกเหนือจาก x หรือ y ตามที่กำหนดไว้ได้

4. ในการประมาณค่าอินทิเกรตของฟังก์ชันตรีโกณบางฟังก์ชันอาจจะเกิดค่าคลาดเคลื่อน

5.4 ข้อเสนอแนะ

1. พัฒนาให้สามารถรับข้อมูลได้มากขึ้นในวิธีการธรรมชาติเสมือนพหุนามกำลังสาม

2. พัฒนาให้สามารถรับตัวแปรได้หลากหลายขึ้นและสามารถรับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

3. พัฒนาให้มีการทำแบบทดสอบในโปรแกรมช่วยสอนวิธีการเชิงตัวเลข

4. พัฒนาให้ค่าประมาณอินทิเกรตของฟังก์ชันตรีโกณมีค่าความแม่นยำมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

คณิต ไข่มุกด์. 2527. ระเบียบวิธีในการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลข. พิมพ์ครั้งที่ 3. ปัตตานี. โครงการคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ศิริพงษ์ ศรีพิพัฒน์. คณิตศาสตร์เชิงตัวเลขสำหรับคอมพิวเตอร์. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยา-ศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

Hamming, R.W. 1962. Numerical methods for scientists engineers. NewYork. McGraw-Hill book company

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้