สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ตัวสังเกตสภาวะของระบบ

OBSERVER

T055669

โดย

นาย พงษ์พันธ์ สุวรรณรอด

นาย วัชรา เสาวภาพันธ์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2546

เลขหมู่...

เลขทะเบียน 55669

วัน,เดือน,ปี 24 พ.ค. 2548

b...

i...

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวสังเกตสภาวะของระบบ

OBSERVER

โดย

นาย พงษ์พันธุ์ สุวรรณรอด รหัส 42010214

นาย วัชรา เสาวภาพันธ์ รหัส 43010388

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร.พัลลภ เหล่าเจริญ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2546
ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เรื่อง ตัวสังเกตสภาวะของระบบ

ผู้จัดทำ

1. นาย พงษ์พันธ์ สุวรรณรอด
2. นาย วัชรา เสาวภาพันธ์

....อาจารย์ที่ปรึกษา

(ดร. พัลลภ เหล่าเจริญ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวสังเกตสภาวะของระบบ

(Observer)

นาย พงษ์พันธ์ สุวรรณรอด
นาย วัชรา เสาวภาพันธ์

ดร. พัลลภ เหล่าเจริญ (อาจารย์ที่ปรึกษา)

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ จัดทำขึ้นเพื่อศึกษาหลักการ และการออกแบบตัวสังเกตสภาวะของระบบเนื่องจากเกิดปัญหาการควบคุมการป้อนกลับสภาวะอันเนื่องจากการที่ไม่สามารถตรวจวัดสภาวะได้ หรือตรวจวัดได้เพียงบางสภาวะ โดยใช้วิธีการตัวแปรสภาวะ ทั้งในระบบเวลาแบบต่อเนื่อง และระบบเวลาเป็นช่วงในกรณีที่ไม่รู้ค่าสภาวะทั้งหมด หรือรู้เป็นบางส่วนแล้วนำไปทำการควบคุมแบบป้อนกลับ โดยการศึกษาปัญหาต่างๆ ของการควบคุมดังกล่าว และความจำเป็นของตัวสังเกตสภาวะของระบบแล้วนำไปควบคุมระบบให้มีประสิทธิภาพ หลังจากนั้นจะนำทฤษฎีการออกแบบตัวสังเกตไปใช้ควบคุมระบบที่มีการกระจายตัวของค่าตัวแปรต่างๆ ได้

Abstact

This thesis is a study of the basic observer theory for designing state observer. It occurs in state feedback control system problems which we cannot detect real state or observe some state by using state variable. Moreover, be able to educate the continuous time observer and the discrete time observer. Then the system can be controlled by feedbacking and it is still. After that ,the theory is being applied to control the reduced order distributed parameter system.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

สารบัญ

สารบัญรูปภาพ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมา 1

1.2 วัตถุประสงค์ 1

1.3 ขอบเขตการทำโครงงาน 2

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน 2

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากโครงงาน 2

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ 3

2.1 ปัญหาของการควบคุมโดยระบบป้อนกลับสภาวะ 3
และความจำเป็นของตัวสังเกตสภาวะ

2.2 การทำสมการสภาวะต่อเนื่องเป็นสมการสภาวะแบบช่วง 4

2.3 รูปแบบพื้นฐานของตัวสังเกตสภาวะ 6

2.3.1 ตัวสังเกตสภาวะชนิดที่ต้องหาค่าสภาวะทั้งหมด 6

2.3.2 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน 7

บทที่ 3 การทดลองและผลการทดลอง 11

3.1 การศึกษาสภาวะของระบบจริง 11

3.2 การทดลองตัวสังเกตสภาวะชนิดที่ต้องหาค่าสภาวะทั้งหมด 14

3.3 การทดลองตัวสังเกตสภาวะเมื่อรู้ค่าสภาวะบางส่วน 17

บทที่ 4 การประยุกต์ใช้งาน 20

4.1 การศึกษารูปแบบการควบคุมการกระจายค่าตัวแปร 20
(ระบบการกระจายอุณหภูมิบนแท่งตัวนำ)

4.2 ตัวอย่างปัญหา 21

4.3 การแก้ไขปัญหา 22

บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป 35

ภาคผนวก ก — ทฤษฎีบทต่างๆ

ภาคผนวก ข — การโปรแกรมโดยใช้ MATLAB

กิตติกรรมประกาศ

บรรณานุกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 1 ระบบป้อนกลับสภาวะ	3
รูปที่ 2 ระบบป้อนกลับสภาวะพร้อมด้วยตัวสังเกตสภาวะ	4
รูปที่ 3 การชักตัวอย่างข้อมูลจากระบบสภาวะต่อเนื่อง	5
รูปที่ 4 ตัวสังเกตสภาวะที่หาค่าสภาวะทั้งหมด	6
รูปที่ 5 ตัวสังเกตสภาวะที่ตรวจวัดส่วนที่ไม่ทราบค่า	7
รูปที่ 6 เป็นผลการเพิ่มตัวสังเกตสภาวะต่อระบบวงปิดทั้งหมด	9
รูปที่ 7 สภาวะของระบบแทงค์ที่เป็นระบบจริง	11
รูปที่ 8 สภาวะของระบบแทงค์โดยไม่มีอินพุท	12
รูปที่ 9 สภาวะของระบบแทงค์ในสภาวะแบบช่วง	13
รูปที่ 10 ตัวสังเกตสภาวะทั้งหมดกับสภาวะระบบจริงในสภาวะต่อเนื่อง	15
รูปที่ 11 ตัวสังเกตสภาวะชนิดหาค่าทั้งหมดในระบบสภาวะแบบช่วง	16
รูปที่ 12 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าสภาวะบางส่วนในระบบสภาวะต่อเนื่อง	18
รูปที่ 13 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าสภาวะบางส่วนในระบบสภาวะแบบช่วง	19
รูปที่ 14 สภาวะของระบบการกระจายอุณหภูมิ ในสภาวะแบบต่อเนื่อง	34
รูปที่ 15 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วนของการกระจายอุณภูมิ ในสภาวะแบบต่อเนื่อง	36

รูปในภาคผนวก ข

รูปที่ 16 รูปภาพต้นแบบของโปรแกรม

รูปที่ 17 เริ่มต้นโปรมแกรมการคำนวณ

รูปที่ 18 การกรอกค่าต่างๆ ของระบบ ลงใน โปรแกรม

รูปที่ 19 เมื่อกรอกค่าต่างๆ ของระบบไม่ครบ แล้วคำนวณ โปรแกรมจะขึ้นเตือน ให้ใส่ค่าของระบบ ให้ครบก่อน จะคำนวณ

รูปที่ 20 เมื่อกรอกค่าต่างๆ ของระบบครบแล้ว ต้องเลือกรูปแบบของสภาวะของระบบ ก่อนจึงคำนวณ ถ้ากดคำนวณเลย โปรแกรมจะขึ้นเตือนว่า ให้เลือกรูปแบบของ สภาวะของระบบ ก่อนการคำนวณ

รูปที่ 21 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง

รูปที่ 22 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลา การสุ่มตัวอย่างเป็น 0.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 23 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3
รูปที่ 24 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5
รูปที่ 25 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง
รูปที่ 26 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.1
รูปที่ 27 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3
รูปที่ 28 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5
รูปที่ 29 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง
รูปที่ 30 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.1
รูปที่ 31 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3
รูปที่ 32 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5
รูปที่ 33 จบการทำงานของ โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา

ระบบควบคุมที่ใช้ในปัจจุบัน (Modern Control System) บางครั้งปัญหาการป้อนกลับสภาวะอันเนื่องมาจากการไม่สามารถตรวจวัดสภาวะได้ทั้งหมด หรือไม่สามารถตรวจวัดสภาวะได้เพียงบางสภาวะ เราจึงจำเป็นต้องใช้ข้อมูลอินพุท และเอาท์พุท มาช่วยการแก้ไขปัญหาการตรวจวัดสภาวะ โดยการสังเกตสภาวะของระบบ แต่ก็ยังเกิดปัญหาจากสิ่งรบกวนในขั้นตอนการตรวจวัดข้อมูลทั้งสอง กับอนุพันธ์ หรือแม้แต่การสร้างโมเดลของระบบขึ้นมาประมาณสภาวะ แต่ก็ยังมีปัญหาข้อมูลแรกเริ่ม และยังใช้ได้เฉพาะกรณีที่เมทริกซ์ A มีเสถียรภาพ (Stable) ขณะเดียวกันลักษณะเฉพาะของตัวสังเกต ไม่จำเป็นต้องหาอนุพันธ์ซึ่งสามารถขจัดปัญหาหลักดังกล่าวได้ และสามารถนำตัวสังเกตสภาวะของระบบนี้มาใช้เพื่อทำให้การควบคุมระบบมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์

1. นำข้อมูลอินพุท (Input) และ เอาท์พุท (Output) มาช่วยแก้ปัญหาการสังเกตสภาวะและสร้างตัวสังเกตสภาวะระบบ
2. สร้างโมเดลเพื่อจำลองเปรียบเทียบ และวัดค่าสภาวะของระบบจริง
3. ตรวจวัดสภาวะทั้งหมดของระบบได้
4. ตรวจวัดสภาวะทั้งหมดของระบบที่ยังไม่สามารถตรวจวัดได้
5. แยกส่วนการควบคุมระบบ และสังเกตสภาวะได้
6. ตรวจวัดสภาวะของระบบที่ยังไม่สามารถตรวจวัดได้ แล้วนำมาป้อนกลับสภาวะให้เป็นการควบคุมแบบวงปิด
7. สามารถออกแบบตัวสังเกตโดยการเลือกโพล (Pole) ที่เหมาะสมเพื่อเสถียรภาพ ของระบบ
8. สามารถออกแบบการเขียนโปรแกรม MATLAB มาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
9. สามารถเขียนโปรแกรมให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าของระบบ สร้างตัวสังเกตสภาวะ และสามารถแสดงผล เป็นกราฟ ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ขอบเขตการทำโครงงาน

1. ศึกษาการสร้างสภาวะตัวสังเกตสภาวะ โดยต้องตรวจวัดสภาวะระบบได้ เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นของสภาวะจริงใดๆ
2. ศึกษาและพิสูจน์ทฤษฎีทางการควบคุมของตัวสังเกตสภาวะ โดยนำมาทำการทดลองและนำผลการทดลองแสดงออกมาในรูปของกราฟ
3. นำทฤษฎีทางการควบคุมที่ได้ผ่านการพิสูจน์แล้วนั้น นำไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบอื่นๆให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
4. ศึกษาและเขียนโปรแกรมของ MATLABที่ให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าสภาวะของระบบเพื่อสร้างตัวสังเกตสภาวะได้

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ทำการศึกษาทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้อง โดยใช้วิธีการทางโมเดลคณิตศาสตร์ (Model Mathematics) และ เมทริกซ์ (Matrix)
2. ศึกษาปัญหาต่างๆ และนำทฤษฎีดังกล่าวมาใช้โดยการคิดด้วยมือ และใช้โปรแกรม MATLAB
3. วิเคราะห์กราฟโดยพิจารณาจากทฤษฎี แล้วสรุปวิจารณ์ผลการทดลองโดยสอดคล้องกับทฤษฎี
4. ศึกษาและเขียนโปรแกรมของ MATLABที่ให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าสภาวะของระบบเพื่อสร้างตัวสังเกตสภาวะได้

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับการโครงงาน

1. การศึกษาทฤษฎี และสามารถทำความเข้าใจด้วยตนเอง
2. เข้าใจวิธีการดำเนินงานทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องของพีชคณิตเชิงเส้น (Linear Agebra) อย่างลึกซึ้ง
3. สามารถวิเคราะห์สภาวะของระบบจริง และสภาวะสังเกตได้จากสมการคณิตศาสตร์
4. รู้จักการแก้ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้น
5. สามารถทำงานร่วมกับผู้ร่วมงานได้
6. สามารถเขียนโปรแกรม MATLAB เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

พระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

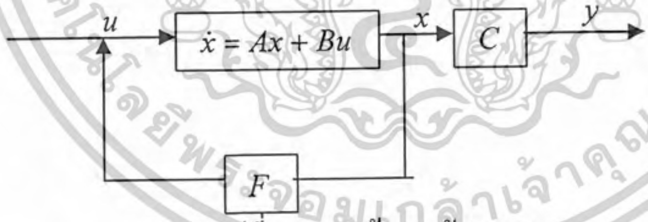
บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

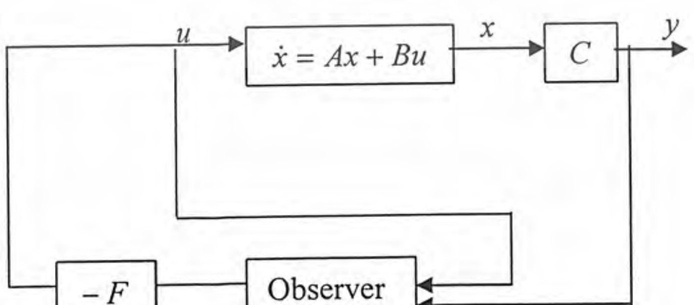
2.1 ปัญหาของการควบคุมโดยระบบป้อนกลับสภาวะ และความจำเป็นของตัวสังเกตสภาวะ

ในการป้อนกลับสภาวะ เราต้องสามารถวัด หรือสังเกตตัวแปรสภาวะในระบบให้ได้ทั้งหมด ก่อนที่เราจะทำการป้อนกลับ แต่ในทางปฏิบัติแล้ว เราสามารถวัด หรือสังเกตได้เฉพาะสัญญาณอินพุท และเอาท์พุทเท่านั้น เราจึงมีความคิดที่จะสร้างระบบจำลองขึ้นมาเพื่อทดสอบ โดยการนำอินพุทและเอาท์พุทของระบบจริง นำมาป้อนกลับเป็นอินพุทให้กับระบบจำลอง แล้วทำการออกแบบให้ตัวแปรของระบบจำลองให้เท่ากับตัวแปรสภาวะของระบบจริง

เนื่องจากตัวสังเกตสภาวะควรมีสมการสภาวะเหมือนระบบจริง ดังนั้นเราต้องออกแบบให้ x (สภาวะของระบบจริง) กับ z (สภาวะระบบจำลอง) แตกต่างกันน้อยที่สุด แต่เนื่องจากไม่สามารถรู้ค่า x ที่แท้จริง ณ เวลานั้นๆได้ เราจึงใช้วิธีให้ผลต่างของเอาท์พุท น้อยที่สุดแทน $(y-\bar{y})$ เมื่อ $y = Cx$ และ $\bar{y} = C\bar{x}$ แล้วนำผลต่างทั้งสองไปผ่าน ตัวแปร L ที่สามารถปรับค่าไปตามตำแหน่งของโพลของระบบจำลองที่เราต้องการ แล้วจึงป้อนกลับเข้าสู่อินพุทของตัวอินทิเกรเตอร์ (Integrator) ของตัวสังเกต ดังนั้น เมื่อเราออกแบบระบบจำลองให้ตัวแปรสภาวะของระบบจำลองเท่ากับตัวแปรสภาวะของระบบจริงแล้ว เราจึงสามารถนำค่าตัวแปรสภาวะของระบบจำลองไปผ่านเกน F แล้วจึงป้อนเข้าสู่อินพุทของระบบจริง



รูปที่ 1 ระบบป้อนกลับสภาวะ



รูปที่ 2 ระบบป้อนกลับสภาวะพร้อมด้วยตัวสังเกตสภาวะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การทำสมการสภาวะต่อเนื่องเป็นสมการสภาวะเป็นช่วง

ในระบบควบคุมแบบดิจิตอล ยังมีบางส่วนของระบบ เช่น plant ที่ทำงานในระบบอนาลอก(Analog) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องแปลงข้อมูล ที่อยู่ในรูปสภาวะต่อเนื่อง (Continuous) เป็นสภาวะแบบช่วง (Discrete) โดยในการแปลงข้อมูล เราจึงมีความจำเป็นต้องใส่เครื่องชักตัวอย่างข้อมูล (Sampler) กับ อุปกรณ์ Holding (Holding Device) เข้าไปในระบบสภาวะต่อเนื่อง โดยให้คาบการชักตัวอย่างเป็นไปตามทฤษฎีการชักตัวอย่างของ Shannon คือ ความถี่ของการชักตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุท แบบ Band-Limited เพื่อจะได้สัญญาณเอาท์พุท คืนกลับมาเหมือนกับสัญญาณอินพุท

จากสมการสภาวะต่อเนื่อง

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \qquad (2.1)$$

ทำการหาค่า $x(t)$ จาก

$$\dot{x}(t) - Ax(t) = Bu(t)$$

โดยให้ $v = e^{\int -Adt} = e^{-At}$

นำ v คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $$e^{-At}(\dot{x}(t) - Ax(t)) = e^{-At}Bu(t)$$

จัดรูปใหม่ $$\frac{d}{dt}(e^{-At}x(t)) = e^{-At}Bu(t)$$

Integrate ทั้ง 2 ข้าง $$e^{-At}x(t) = \int_{t_0}^{t} e^{-A\tau}Bu(\tau)d\tau + x(t_0)$$

คูณ e^{-At} ทั้ง 2 ข้าง $$x(t) = e^{At}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \qquad (2.2)$$

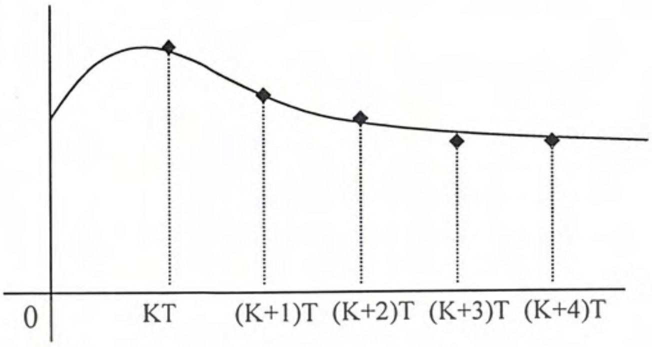
หาพจน์ $x(t_0)$ $$x(t_0) = e^{At_0}x(t_0) + \int_{t_0}^{t_0} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$x(t_0) = e^{-At_0}x(t_0)$$

แทนค่า $x(t_0)$ ใน (2) จะได้ $$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \qquad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมุติระบบสภาวะต่อเนื่อง เป็นดังรูป



รูปที่ 3 การชักตัวอย่างข้อมูลจากระบบสภาวะต่อเนื่อง

ให้ $u(t)$ มีค่าการชักตัวอย่าง T (T เป็นค่าคงที่) เราต้องการหาสมการระบบสภาวะแบบช่วง และเอาท์พุทให้ได้ค่าถูกต้อง ตรงเวลาขณะที่ชักตัวอย่าง ที่ $t = KT$ จะได้สมการสภาวะแบบช่วง โดยเริ่มพิจารณาที่ $KT \le t \le (K+1)T$

$$x[(x+1)T] = e^{AT}x[KT] + \int_{KT}^{(K+1)T} e^{A(KT+T-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$x[(x+1)T] = e^{AT}x[KT] + \int_{KT}^{(K+1)T} e^{A(KT+T-KT)}Bu(KT)dKT$$

เมื่อ K=1 จะได้ $x[(x+1)T] = e^{AT}x[KT] + \int_{0}^{T} e^{AT}BdT \quad U[KT]$

ดังนั้น จะได้ $x[(k+1)] = \overline{A}x[KT] + \overline{B}u[KT]$

$$y[KT] = Cx[KT] \qquad (2.4)$$

โดย $\overline{A} = e^{AT}$

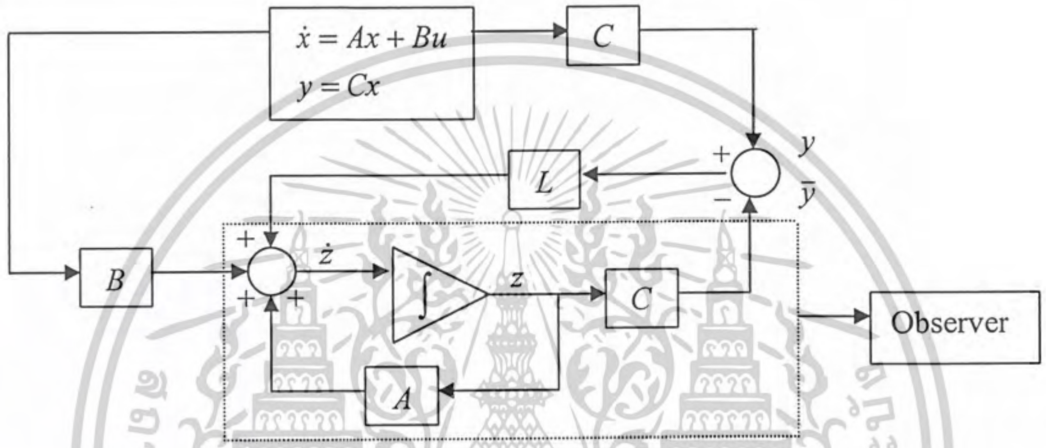
$$\overline{B} = \int_{0}^{T} e^{AT}BdT$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 รูปแบบพื้นฐานของตัวสังเกตสภาวะ

2.3.1 ตัวสังเกตสภาวะชนิดที่ต้องหาค่าสภาวะทั้งหมด

ตัวสังเกตสภาวะชนิดที่ต้องหาค่าสภาวะทั้งหมด (Full Order Observer) คือ การสร้างตัวสังเกตเข้าไปตรวจวัดสภาวะของระบบจริง โดยที่สภาวะของระบบจริงกับตัวสังเกตนี้ จะมีค่าใกล้เคียงกันตามทฤษฎี และ จึง นำตัวสังเกตสภาวะนี้มาใช้ตรวจวัดในการใช้งานแทนสภาวะของระบบจริง ต้องการตรวจวัดสภาวะของระบบจริง โดยนำอินพุท และ เอาท์พุทมาสร้างสภาวะใหม่ดังรูป



รูปที่ 4 ตัวสังเกตสภาวะที่หาค่าสภาวะทั้งหมด

จากสมการ $\dot{z}(t) = (A - LC)z(t) + Ly(t) + Bu(t); z(0) = z_0$

ให้ $D = A - LC$ และ $B = J$

จะได้ $\dot{z}(t) = Dz(t) + Ly(t) + Ju(t); z(0) = z_0$

โดยที่ D เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติเป็น nxn สมาชิกทุกตัวเป็นจำนวนจริง ($D \in R^{nxn}$)

L เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติเป็น nxm สมาชิกทุกตัวเป็นจำนวนจริง ($L \in R^{nxm}$)

หรือ เกนของตัวสังเกตสภาวะ (Observer Gain)

J เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติเป็น nxr สมาชิกทุกตัวเป็นจำนวนจริง ($J \in R^{nxn}$)

เมื่อต้องการเปรียบเทียบสภาวะจริงกับสภาวะสังเกต

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)]$$

$$\dot{z}(t) = Dz(t) + Ly(t) + Ju(t)$$

$$\dot{x}(t) - \dot{z}(t) = Ax(t) - LCx(t) - Dz(t)]$$

$$= Dx(t) - Dz(t)$$

$$= D(x(t) - z(t))$$

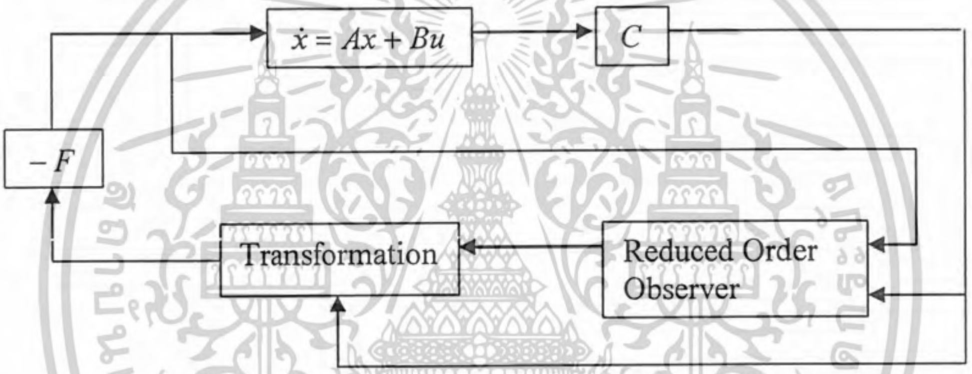
$$x(t) - z(t) = e^{Dt}(x_0 - z_0)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาที่เกิดคือเราไม่ทราบค่าเริ่มต้น x_0 ในพจน์ของ $(x_0 - z_0)$ จึงจำเป็นต้องใช้ค่า D ในพจน์ของ e^{Dt} โดยการทำให้ระบบมีเสถียรภาพ และ D จะมีเสถียรภาพก็ต่อเมื่อค่าส่วนจริงของค่าไอเกน (Eigen Value) ของ D มีค่าน้อยกว่า ศูนย์ $(\mathrm{Re}\,al\lambda(D) < 0)$ จาก $|D - \lambda I| = 0$
ดังนั้นในพจน์ของ $e^{Dt}(x_0 - z_0)$ จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ระบบก็จะมีเสถียรภาพแล้วนำตัวสังเกตนี้ไปใช้วิเคราะห์ระบบต่อไป

2.3.2 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน

ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าสภาวะบางส่วน (Reduced Order Observer) คือการสร้างตัวสังเกตเข้าไปตรวจวัดสภาวะเฉพาะบางส่วนที่เรายังไม่สามารถวัดได้ในสภาวะ ตัวสังเกตสภาวะแบบนี้จะมีตัวแปรอยู่ m ตัว ซึ่งไม่จำเป็น เพราะเราสามารถวัดได้โดยตรงจากเอาท์พุท n ตัวซึ่งเราสามารถวัดค่าได้อยู่แล้ว จึงไม่ต้องประมาณค่า ดังนั้น ตัวแปรสภาวะที่ต้องการประมาณค่าจึงมีเพียง n-m ตัวเท่านั้น



รูปที่ 5 ตัวสังเกตสภาวะที่ตรวจวัดส่วนที่ไม่ทราบค่า

พิจารณาจากระบบดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

เราได้ทำการแบ่งตัวแปรสภาวะเป็นตัวแปรที่สังเกตได้ กับตัวแปรสภาวะที่สังเกตไม่ได้ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix}$$

โดยที่ A_{aa} เป็นเมทริกซ์ขนาด (n-m)x (n-m)

A_{ab} เป็นเมทริกซ์ขนาด (n-m)x 1

A_{ba} เป็นเมทริกซ์ขนาด 1x (n-m)

A_{bb} เป็นปริมาณ scalar

เมื่อพิจารณา จากสมการสภาวะ จัดให้อยู่ในรูปของ Reduced Order

$$\dot{x}_a = A_{aa}x_a + A_{ab}x_b + B_a u$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{x}_b = A_{ba}x_a + A_{bb}x_b + B_b u \tag{2.5}$$

$$y = x_b$$

จาก ค่าตัวแปร x_b m ตัว ⟶ จะหาค่าได้โดยจากเอาท์พุท $x_b = y$

ค่าตัวแปร x_a ที่เหลือ $(n-m)$ ตัว ⟶ ต้องใช้ตัวสังเกตประมาณค่า x_a โดยพิจารณาได้เป็นสภาวะย่อยของมิติ $(n-m)$

จากระบบ Full Order Observer

$$\dot{z} = (A - LC)z + Ly + Bu \tag{2.6}$$

จาก (1) จะได้ $\boxed{\dot{x}_a} = \boxed{A_{aa}x_a} + \boxed{A_{ab}x_b + B_a U}$

↓ x ↓ Ax ↓ Bu

จาก (2) จะได้ $\boxed{\dot{x}_b - A_{bb}x_b - B_b U} = \boxed{A_{ba}x_a}$

↓ y ↓ CX

Full Order	Reduced Order
A	A_{aa}
Bu	$A_{ab}x_b + B_a u$
y	$\dot{x}_b - A_{bb}x_b - B_b U$
C	A_{ba}
x	x_a

จากการเปรียบเทียบระบบของ Reduced Order กับ Full Order ในตาราง จะได้

$$\dot{x}_a = (A_{aa} - LA_{ba})x_a + L(\dot{x}_b - A_{bb}x_b - B_b u) + A_{ab}x_b + B_a u$$

ให้ $w = x_a - Lx_b$

จะได้ $\dot{x}_a - L\dot{x}_b = (A_{aa} - LA_{ba})x_a - LA_{bb}x_b - LB_b u + A_{ab}x_b + B_a u$

$$\dot{w} = (A_{aa} - LA_{ba})\dot{w} + (A_{aa} - LA_{ba})Lx_b - LA_{bb}x_b - LB_b u + A_{ab}x_b + B_a u$$

$$\dot{w} = (A_{aa} - LA_{ba})\dot{w} + ((A_{aa} - LA_{ba})L - LA_{bb} + A_{ab})x_b + (B_a - LB_b)u$$

ให้ $\hat{A} = A_{aa} - LA_{ba}$, $K = \hat{A}L - LA_{bb} + A_{ab}$, $y = x_b$, $\hat{B} = B_a - LB_b$

ดังนั้น จะได้ $\dot{w} = \hat{A}w + Ky + \hat{B}u$

หลังจากประมาณสภาวะที่สังเกตไม่ได้ออกมาได้แล้ว ทำการรวมสภาวะที่ได้โดยตรงอยู่แล้วจากเอาท์พุท กับตัวสังเกตสภาวะ

จาก $w = x_a - Lx_b$ ⟶ $Hw = z - Ly$

$$z = Hw + Ly$$

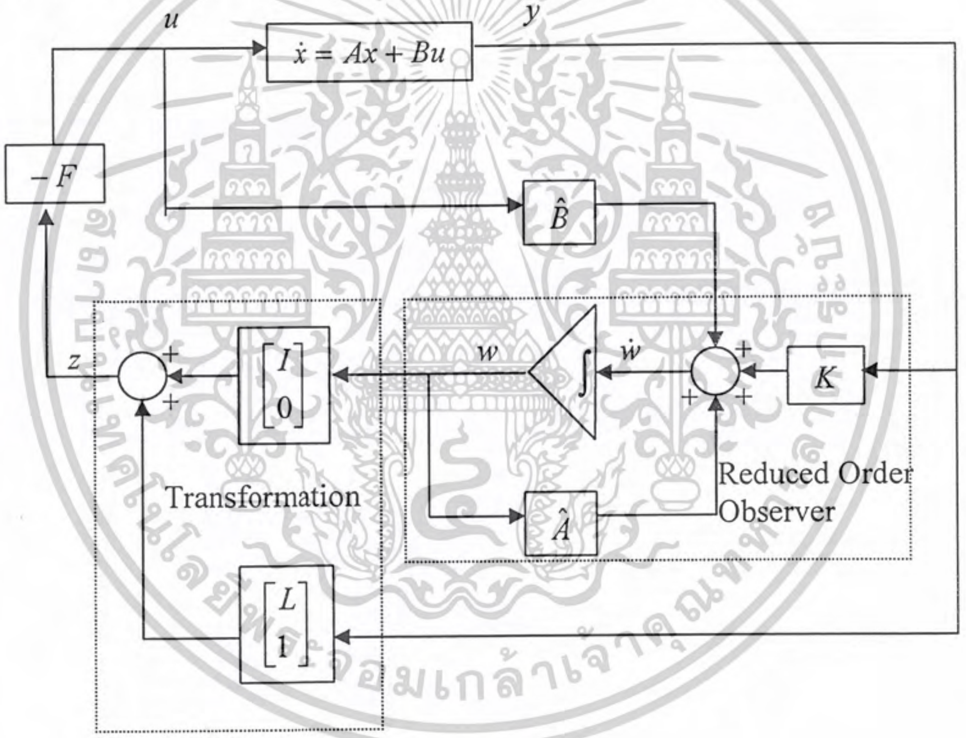
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากเมทริกซ์ w ที่เราได้จะได้รูป (n-m)x1 เราต้องนำไปผ่านส่วน Transform โดยแปลง ให้อยู่ในรูป nx1 โดยที่ไม่เปลี่ยนแปลงค่า w ซึ่งก็คือ เราต้องนำไปผ่าน ตัว $P = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}_{nx(n-m)}$ เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}_{nx(n-m)} * [w]_{(n-m)x1} = \begin{bmatrix} w \\ 0 \end{bmatrix}_{nx1}$$

ส่วน เมทริกซ์ L จะอยู่ในรูป $L = \begin{bmatrix} L_1 \\ \downarrow \\ L_{n-m} \\ 1 \\ \downarrow \\ 1_m \end{bmatrix}$

นำค่าที่ได้มาใส่ในระบบ



รูปที่ 6 เป็นผลการเพิ่มตัวสังเกตสภาวะต่อระบบวงปิดทั้งหมด

จากรูป เป็นผลการเพิ่มตัวสังเกตสภาวะต่อระบบวงปิดทั้งหมด

โดยต่อไปนี้ เราจะศึกษาการใช้สภาวะจำลอง $\bar{x}$ โดยไม่ใช้สภาวะจริง โดยศึกษาว่าจะมีผลต่อสมการคุณลักษณะของระบบวงปิด อย่างไรบ้าง

จาก $\dot{x} = Ax + Bu$

ให้ $u = -Fz$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $\dot{x} = Ax - BFz$

$$\dot{x} = (A-BF)x + BFx - BFz = (A-BF)x + BF(x-z) = (A-BF)x + BFe$$

โดยสมการสภาวะของตัวสังเกตสภาวะ คือ

$$\dot{e} = (A-LC)e$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A-BF) & BF \\ 0 & (A-LC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

แสดงค่าไดนามิกส์ของระบบควบคุมสภาวะป้อนกลับด้วยสภาวะจากตัวสังเกตสภาวะ โดยมีสมการคุณลักษณะเป็น

$$\begin{bmatrix} sI - A + BF & -BF \\ 0 & sI - A + LC \end{bmatrix} = 0$$

จะได้ $|sI - A + BF||sI - A + LC| = 0$

โดยจะเห็นว่า ผลของระบบวงปิดรวม ประกอบด้วยโพลจากการออกแบบสภาวะป้อนกลับกับโพลจากการออกแบบตัวสังเกตสภาวะ โดยแต่ละอย่างจะเป็นอิสระต่อกัน แสดงว่าการออกแบบสภาวะป้อนกลับ และการออกแบบตัวสังเกตสภาวะสามารถกระทำแยกกันได้ โดยไม่มีผลกระทบต่อกัน โดยโพลของสภาวะป้อนกลับจะเลือกเพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของผลตอบสนองของระบบ ส่วนโพลของตัวสังเกต เราเลือกเพื่อให้ผลตอบสนองของตัวสังเกตสภาวะเร็วกว่าผลตอบสนองของระบบมากๆ โดยสภาวะจำลองจะต้องลู่เข้าสภาวะจริงโดยเร็ว ซึ่งมักจะมีผลตอบสนองเร็วกว่าผลตอบสนองของระบบประมาณ 4-5 เท่า

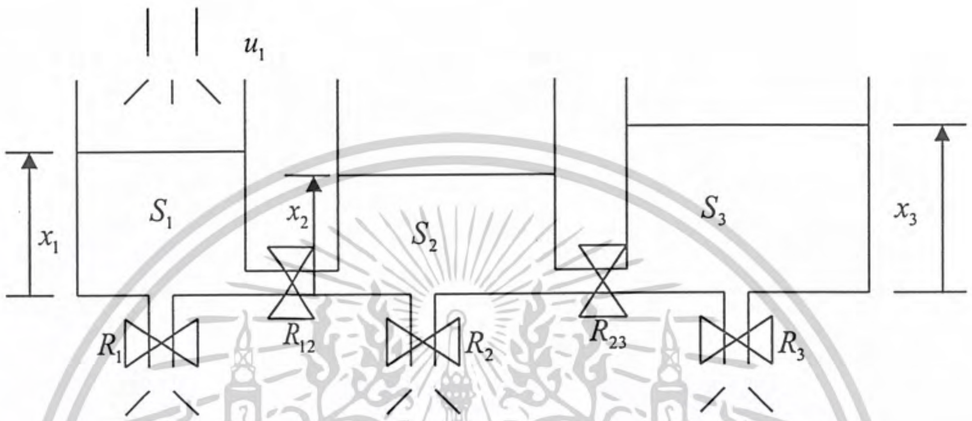
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การทดลองและผลการทดลอง

3.1 การศึกษาสภาวะของระบบจริง

จากการทำศึกษาระบบแทงค์ (Tank) ดังรูป



รูปที่ 7 สภาวะของระบบแทงค์ที่เป็นระบบจริง

โดยมีสมการสภาวะของถังน้ำทั้ง 3 เป็น

$$\dot{x}_1 = -\left(\frac{1}{S_1R_1} + \frac{1}{S_2R_2}\right)x_1 + \frac{1}{S_1R_{12}}x_2 + \frac{u_1}{s_1}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{S_2R_{12}}x_1 - \left(\frac{1}{S_2R_{12}} + \frac{1}{S_2R_2} + \frac{1}{S_2R_{23}}\right)x_2 + \frac{1}{S_2R_{23}}x_3 + \frac{1}{S_2}u_2$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{S_3R_{23}}x_2 - \left(\frac{1}{S_3R_3} + \frac{1}{S_3R_{23}}\right)x_3$$

เมื่อเริ่มต้น ต้องการศึกษาสภาวะจริงของระบบโดยให้ $u_2(t) = 0$ และ

$$S_1 = 0.25 \quad m^2$$

$$S_2 = S_3 = 1 \quad m^2$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_{12} = R_{13} = R_{23} = 1 \quad s/m^2$$

แทนค่าจะได้สมการสภาวะของระบบแทงค์เป็น

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

โดยกำหนดเงื่อนไขค่าเริ่มต้นเป็น

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad m$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อ $u(t)=0$ จะได้สมการสภาวะเป็น

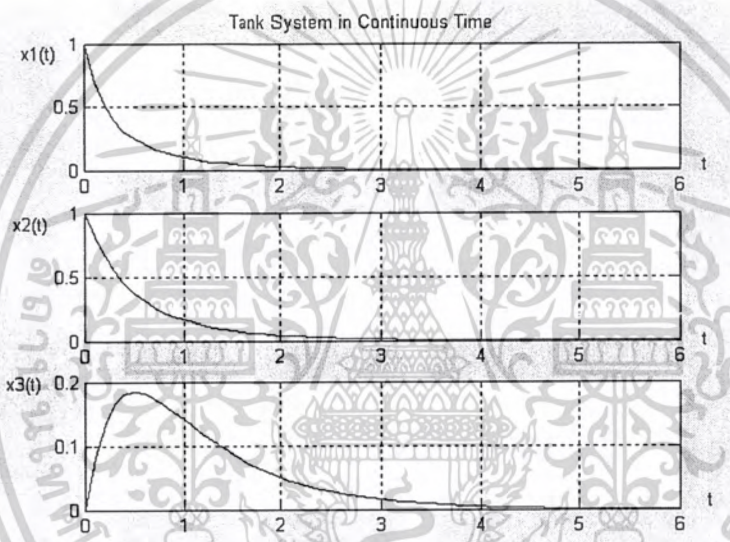
$$\dot{x}_1(t)=\begin{bmatrix}-8 & 4 & 0\\ 1 & -3 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{bmatrix}x(t)$$

โดย $\quad x(t)=e^{At}x(0)$

โดยที่

$$\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2490e^{-8.7182t}+0.4915e^{-3.0964t}+0.2596e^{-1.1854t}\\ -0.0447e^{-8.7182t}+0.6025e^{-3.0964t}+0.4422e^{-1.1854t}\\ 0.0067e^{-8.7182t}-0.5495e^{-3.0964t}+0.5429e^{-1.1854t}\end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป



รูปที่ 8 สภาวะของระบบแทงค์โดยไม่มีอินพุท

เมื่อทำการเปลี่ยนสภาวะจากสภาวะต่อเนื่องเป็นสภาวะแบบช่วง

จากสมการ สภาวะ

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-8 & 4 & 0\\ 1 & -3 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}4\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x(t)$$

เมื่อ $\quad \overline{A}=e^{AT}=\sum_{n=0}^{a}\frac{A^nT^n}{n!}$

และ $\quad \overline{B}=\int_0^T e^{AT}B \quad dT$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อต้องการแซมปลิงเวลา $T = 0.3$ ดังนั้น

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 0.1208 & 0.2734 & 0.0546 \\ 0.0684 & 0.4762 & 0.1502 \\ 0.0136 & 0.1502 & 0.5719 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 0.4743 \\ 0.0694 \\ 0.0074 \end{bmatrix} u[k]$$

และค่า $u[k] = 0$ จาก ระบบ เวลาเป็นช่วง

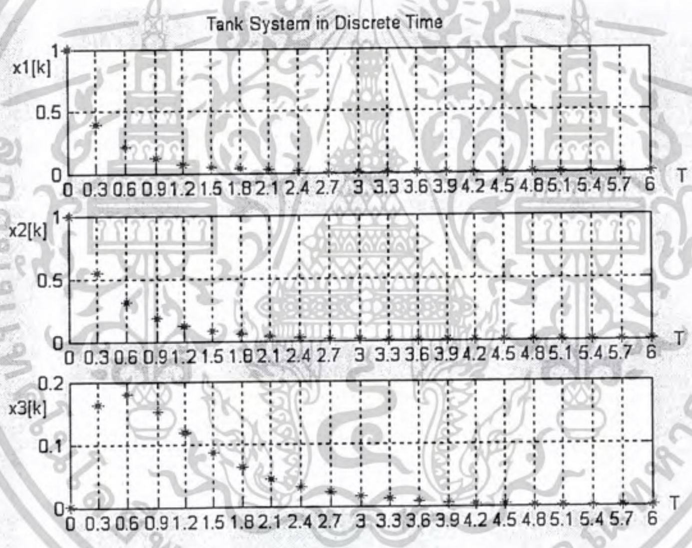
จากสมการสภาวะของระบบเวลาเป็นช่วง ของระบบแทงค์

จาก $\quad x[k+1] = Ax[k]$

ดังนั้น $\quad x[k] = A^k x(0)$

$$x[k] = \begin{bmatrix} x_1 k \\ x_2 k \\ x_3 k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2595(0.7007)^k + 0.2491(0.0731)^k + 0.4914(0.3950)^k \\ 0.4421(0.7007)^k - 0.0448(0.0731)^k + 0.6026(0.3950)^k \\ 0.5428(0.7007)^k + 0.0067(0.0731)^k - 0.5495(0.3950)^k \end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป



รูปที่ 9 สภาวะของระบบแทงค์ในสภาวะแบบช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การทดลองตัวสังเกตสภาวะชนิดที่ต้องหาค่าสภาวะทั้งหมด

(Full Order Observer)

จากสภาวะต่อเนื่อง เมื่อทำการตรวจวัดสภาวะทั้งหมดโดยใช้ตัวสังเกตสภาวะ

จากสมการสภาวะ $$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

กำหนดให้ $u(t) = 0$ และค่าเริ่มต้นของตัวสังเกตสภาวะ

คือ $$z(0) = \begin{bmatrix} z_1(0) \\ z_2(0) \\ z_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} m$$

เราทำการออกแบบตัวสังเกตสภาวะทั้งหมดโดยใช้ ขั้นตอนดังนี้

1. $|SI_n - A + LC| = S^n + a_1 S^{n-1} + \ldots + a_n = 0$

จะได้ $S^3 + (L_3 + 13)S^2 + (41 + 11L_3 + L_2)S + (L_1 + 8L_2 + 20L_3 + 32)$

2. จากการเลือกโพลที่ -6,-7,-8 ในระบบสภาวะต่อเนื่อง

จะได้สมการคุณลักษณะเป็น $S^3 + 21S^2 + 146S + 336 = 0$

เมื่อทำการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะทั้งสอง

จะได้ค่า $$L = \begin{bmatrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 17 \\ 8 \end{bmatrix}$$

จากสมการของของตัวสังเกตสภาวะ

$$\dot{z}(t) = Dx(t) + Ly(t) + Ju(t)$$

โดย $D = A - LC, J = B$ และ D มีเสถียรภาพ

จะได้ $$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -8 \\ 1 & -3 & -16 \\ 0 & 1 & -10 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 8 \\ 17 \\ 8 \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

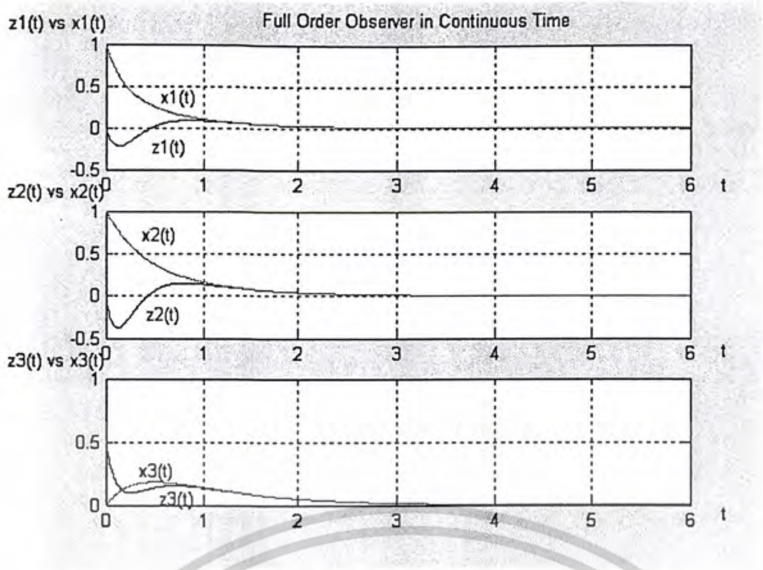
โดยเมื่อทำการวัดค่าของระบบจริงเปรียบเทียบกับค่าตัวสังเกตสภาวะ ดังสมการ

$$x(t) - z(t) = e^{Dt}(x_0 - z_0)$$

จะได้ $$x(t) - z(t) = \begin{bmatrix} 9e^{-8t} - 24e^{-7t} + 16e^{-6t} \\ 3e^{-8t} - 18e^{-7t} + 16e^{-6t} \\ 1.5e^{-8t} - 6e^{-7t} + 4e^{-6t} \end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 10 ตัวสังเกตสภาวะทั้งหมดกับสภาวะระบบจริงในสภาวะต่อเนื่อง

แต่เมื่อระบบเปลี่ยนจากสภาวะต่อเนื่องมาเป็นสภาวะแบบช่วง

เราทำการออกแบบตัวสังเกตสภาวะทั้งหมดโดยใช้ ขั้นตอนดังนี้

1. $\left|ZI_n - \overline{A} + LC\right| = Z^n + a_1 Z^{n-1} + \ldots + a_n = 0$

จะได้ $$Z^3 + (L_3 - 1.1689)Z^2 + (0.3569 - 0.567L_3 + 0.0502L_2 + 0.0136L_1)Z + (0.0038L_1 - 0.0144L_2 + 0.0388L_3 - 0.0202)$$

2. จากการเลือกโพลที่ -6,-7,-8 ในระบบสภาวะต่อเนื่อง ทำการแปลงให้อยู่ในรูปโพล ในระบบสภาวะแบบช่วง ได้เป็น $z = 0.1653 \quad 0.1225 \quad 0.0907$ ตามลำดับ

จะได้สมการคุณลักษณะเป็น $Z^3 - 0.3785Z^2 + 0.0463Z - 0.0018 = 0$

และจาก สมการข้อ 1 = ข้อ 2

จะได้ $$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6291 \\ 1.0167 \\ 0.7904 \end{bmatrix}$$

3. เมื่อ u[k]=0 เขียนสมการตัวสังเกตสภาวะได้เป็น

จาก $z[k+1] = Dz[k] + Ly[k] + \overline{B}u[k]$ (1)

และ $x[k+1] = \overline{A}x[k] + \overline{B}u[k]$ (2)

เมื่อ $e[k] = x[k] - z[k]$ (3)

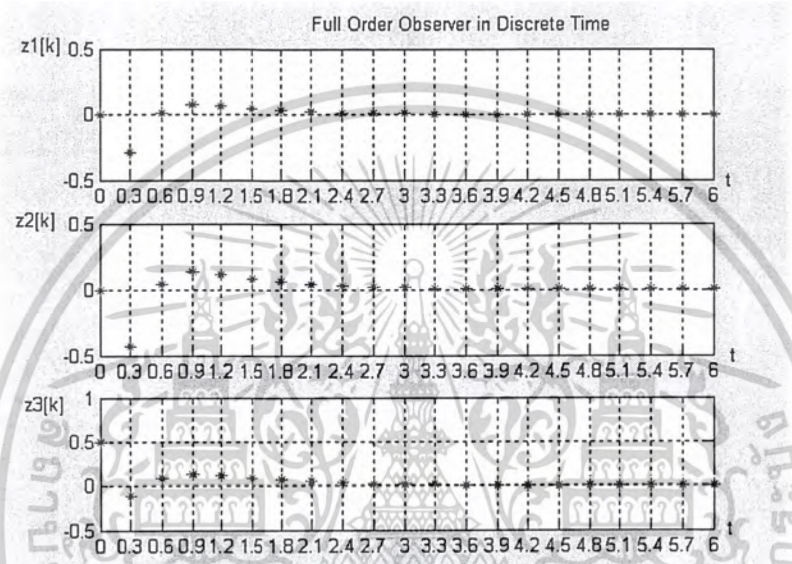
(1)-(2), $$e[k+1] = De[k]$$ $$e[k] = D^k e(0)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $z(0)=\begin{bmatrix}0\\0\\0.5\end{bmatrix}$ และ $x(0)=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$

จะได้ $x[k]-z[k]=\begin{bmatrix}-18.2043(0.1653)^k-7.0794(0.0907)^k+24.2837(0.1225)^k\\-24.3208(0.1653)^k-6.0451(0.0907)^k+29.3658(0.1225)^k\\-10.1580(0.1653)^k-3.2489(0.0907)^k+13.9069(0.1225)^k\end{bmatrix}$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป



รูปที่ 11 ตัวสังเกตสภาวะชนิดหาค่าทั้งหมดในระบบสภาวะแบบช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

3.3 การทดลองตัวสังเกตสภาวะเมื่อรู้ค่าสภาวะบางส่วน

(Reduce Order Observer)

จากสมการสภาวะของระบบในสภาวะต่อเนื่อง

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-8 & 4 & 0\\ 1 & -3 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}4\\0\\0\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x(t)=x_3(t)$$

โดยการป้อน $u(t)=4$ ให้แก่ระบบ และจากเอาท์พุท $y(t)$ สามารถตรวจวัดค่าสภาวะ $y(t)=x_3(t)$ ได้ ดังนั้นจึงสร้างตัวสังเกตสภาวะขึ้น โดยเมื่อวัดค่าสภาวะ $x_1(t),x_2(t)$ ที่ยังไม่สามารถตรวจวัดได้ โดยเลือกโพลเป็น -6 และ -7

จาก $\dot{w}(t)=\hat{A}w(t)+Ky(t)+\hat{B}u(t)$

โดยที่ $\hat{A}=A_{aa}-LA_{ba}$, $K=\hat{A}L-LA_{bb}+A_{ab}$, $y=x_b$, $\hat{B}=B_a-LB_b$

จาก $A_{aa}=\begin{bmatrix}-8 & 4\\ 1 & -3\end{bmatrix}$, $A_{ba}=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}$, $A_{ab}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$, $A_{bb}=[-2]$, $B_a=\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}$, $B_b=[0]$

เมื่อเลือกโพล -6,-7 จะได้

$$\det(zI_{2x2}-\hat{A})=(z+6)(z+7)=z^2+13z+42$$

$$z^2+13z+42=z^2+(11+L_2)z+(20+L_1+8L_2)$$

จะได้ $L=\begin{bmatrix}6\\2\end{bmatrix}$

จะได้ $\hat{A}=\begin{bmatrix}-8 & -2\\ 1 & -5\end{bmatrix}$ $K=\begin{bmatrix}-40\\1\end{bmatrix}$ $\hat{B}=\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}$

ดังนั้นจะได้ $\dot{w}(t)=\begin{bmatrix}-8 & -2\\ 1 & -5\end{bmatrix}w(t)+\begin{bmatrix}-40\\1\end{bmatrix}y(t)+\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}u(t)$

หลังจากประมาณสภาวะที่สังเกตไม่ได้ออกมาได้แล้ว ทำการรวมสภาวะที่ได้โดยตรงอยู่แล้วจากเอาท์พุท กับตัวสังเกตสภาวะ

จาก $z=Hw+Ly$

จะได้ $z=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}w+\begin{bmatrix}6\\2\\1\end{bmatrix}y$ ให้ $T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$

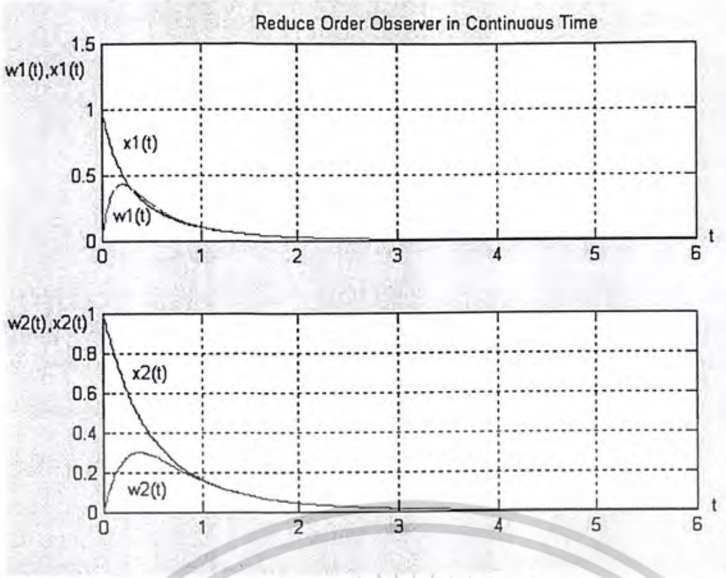
จะได้ $w(t)=Tx(t)+e^{\hat{A}t}(z_0-Tx_0)$

$$w(t)=\begin{bmatrix}0.2490e^{-8.7182t}+0.4915e^{-3.0964t}+0.2596e^{-1.1854t}+3e^{-6t}-4e^{-7t}\\ -0.0447e^{-8.7182t}+0.6025e^{-3.0964t}+0.4422e^{-1.1854t}-3e^{-6t}+2e^{-7t}\end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

55669



รูปที่ 12 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าสภาวะบางส่วนในระบบสภาวะต่อเนื่อง

เมื่อระบบเปลี่ยนสภาวะจากสภาวะต่อเนื่องเป็นสภาวะแบบช่วง จะหาค่าตัวสังเกตสภาวะจากสมการสภาวะแบบช่วง

$$x[k+1]=\begin{bmatrix}0.1208 & 0.2734 & 0.0546\\ 0.0684 & 0.4762 & 0.1502\\ 0.0136 & 0.1502 & 0.5719\end{bmatrix}x[k]+\begin{bmatrix}0.4743\\ 0.0694\\ 0.0074\end{bmatrix}u[k]$$

จาก $w[k+1]=\hat{A}w[k]+Ky[k]+\hat{B}u[k]$

โดยที่ $\hat{A}=A_{aa}-LA_{ba}$, $K=\hat{A}L-LA_{bb}+A_{ab}$, $y=x_b$, $\hat{B}=B_a-LB_b$

จาก $A_{aa}=\begin{bmatrix}0.1208 & 0.2734\\ 0.0684 & 0.4762\end{bmatrix}$, $A_{ba}=\begin{bmatrix}0.0136 & 0.1502\end{bmatrix}$, $A_{ab}=\begin{bmatrix}0.0546\\ 0.1502\end{bmatrix}$,

$A_{bb}=[0.5719]$, $B_a=\begin{bmatrix}0.4743\\ 0.0694\end{bmatrix}$, $B_b=[0.0074]$

จากการเลือกโพลที่ -6,-7 ในระบบสภาวะต่อเนื่อง ทำการแปลงให้อยู่ในรูปโพลในระบบสภาวะแบบช่วง ได้เป็น $z=0.1653 \quad 0.1225$ ตามลำดับ

$$\det(zI_{2x2}-\hat{A})=(z+0.1653)(z+0.1225)=z^2+0.2878z+0.0202$$

$$z^2+0.2878z+0.0202=z^2+(L_2-0.5970)z+(-0.1208L_2+0.0684L_1+0.03882)$$

จะได้ $L=\begin{bmatrix}1.2910\\ 0.8848\end{bmatrix}$

จะได้ $\hat{A}=\begin{bmatrix}0.1032 & 0.0795\\ 0.0564 & 0.3433\end{bmatrix}$ $K=\begin{bmatrix}-0.4801\\ 0.0207\end{bmatrix}$ $\hat{B}=\begin{bmatrix}0.4647\\ 0.0629\end{bmatrix}$

ดังนั้นจะได้ $w[k+1]=\begin{bmatrix}0.1032 & 0.0795\\ 0.0564 & 0.3433\end{bmatrix}w[k]+\begin{bmatrix}-0.4801\\ 0.0207\end{bmatrix}y[k]+\begin{bmatrix}0.4647\\ 0.0629\end{bmatrix}u[k]$

หลังจากประมาณสภาวะที่สังเกตไม่ได้ออกมาได้แล้ว ทำการรวมสภาวะที่ได้โดยตรงอยู่แล้วจากเอาท์พุท กับตัวสังเกตสภาวะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

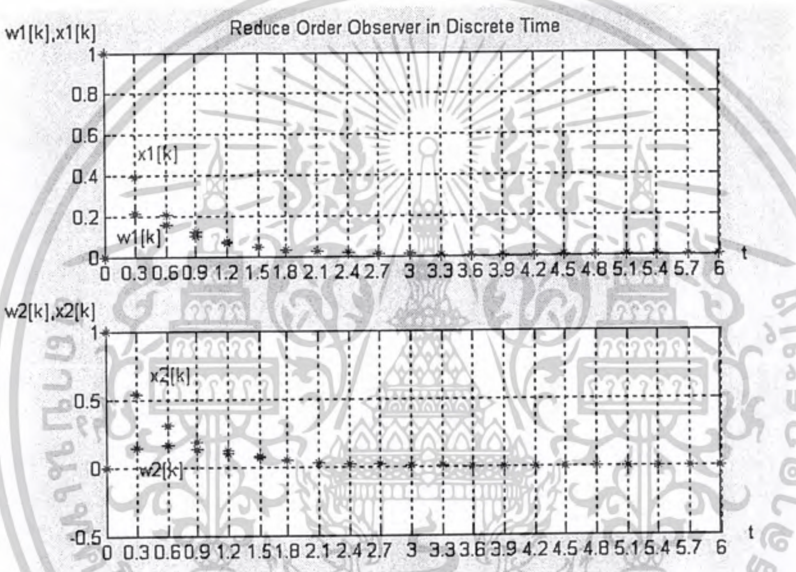
จาก $z = Hw + Ly$

จะได้ $z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 1.2910 \\ 0.8848 \\ 1 \end{bmatrix} y$ ให้ $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

จะได้ $w[k] = Tx[k] + \hat{A}^k (z_0 - Tx_0)$

$$w[k] = \begin{bmatrix} 0.2595(0.7007)^k + 0.2491(0.0731)^k + 0.4914(0.3950)^k - 0.6475(0.0858)^k - 0.3525(0.3607)^k \\ 0.4421(0.7007)^k - 0.0448(0.0731)^k + 0.6026(0.3950)^k + 0.1418(0.0858)^k - 1.1418(0.3607)^k \end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟดังรูป



รูปที่ 13 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าสภาวะบางส่วนในระบบสภาวะแบบช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การประยุกต์ใช้งาน

4.1 การศึกษารูปแบบการควบคุมการกระจายค่าตัวแปร(ระบบการกระจายอุณหภูมิบนแท่งตัวนำ)

จากสมการ การกระจายอุณหภูมิบนพื้นผิวของแท่งตัวนำ (Heat Equation)

จะได้สมการ ตั้งต้น $$\varepsilon(u) = \frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta u + q(x)u = \sum g_i(x) f_i(t) \quad (4.1)$$

ด้วยเงื่อนไขเริ่มต้น $$u(x,0) = u_0(x)$$

$$u(x,t) = 0, x \in S, t > 0$$

หรือ $$\frac{\partial u}{\partial x} = q(x)u = 0$$

$$u^n(x,t) = \sum_{i=1}^{n} e_i(t)\phi_i(x) \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_1(x),\ldots,\phi_n(x) \\ (\phi_i,\phi_j) = \delta_{ij}, i, j = 1,2,\ldots \end{bmatrix}$$

หาค่า $e_i(t)$ จาก

$$(\phi_k, F(u^n) - \sum g_i f_i) = 0$$

$$(\phi_k, u^n(x,t) - u_0) = 0, k = 1 \sim n$$

หรือ $$\dot{e}_k = \sum(\phi_k, \Delta\phi_i - q(x)\phi_i)e_i + \sum_{j=1}^{m}(\phi_k, g_i) f_j \quad (4.3)$$

$$e_k(0) = (\phi_k, u_0), k = 1 \sim n$$

กำหนดให้ $$\left|u^n - u\right| \to 0 \quad (n \to \infty) \quad (4.4)$$

เมื่อเราใส่ออบเซอร์เวอร์ เข้าไป

จะได้ $$y_j(t) = (u(x,t), w_j(x)), j = 1 \sim r \quad (4.5)$$

โดย $w_1(x),\ldots,w_r(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีอิทธิพลต่อการคำนวณ

โดย $$\{w_1,\ldots,w_r,\chi_1,\ldots,\chi_k\} \xrightarrow[Schmidt]{} \{\phi_i(x)\}$$

จะได้ $$\begin{aligned} y_i(t) &= (u(x,t), w_j(x)) \\ &= \lim_{n\to\infty}(u^n(x,t), w_j(t)) \\ &= \lim_{n\to\infty} \sum e_i(t)(\phi_i(x), w_j(x) \\ &= \sum_{i=1}^{r} e_i(t)(\phi_i(x), w_j(x)), j = 1 \sim r \end{aligned} \quad (4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $x(t)=\begin{bmatrix} e_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ e_n(t) \end{bmatrix}$, $x_0=\begin{bmatrix} (u_0,\phi_1) \\ \cdot \\ \cdot \\ (u_0,\phi_m) \end{bmatrix}$, $f(t)=\begin{bmatrix} f_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ f_2(t) \end{bmatrix}$, $y(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_2(t) \end{bmatrix}$

$A=(a_{ki})$, $a_{ki}=(\phi_k,\Delta\phi_i-q\phi_i),k,i=1\sim n$

$B=(b_{ki})$, $b_{ki}=(\phi_k,g_j),k=1\sim n,j=1\sim m$

$C=(c_{ji})$, $c_{ji}=(\phi_i,w_j),\ j=1\sim r,i=1\sim n$

จากสมการที่ (3) และ (6)

$$\dot{x}=Ax+Bf\ ,\ \ x(0)=x_0 \qquad (4.7)$$

$$y=Cx$$

เมื่อใช้ Reduce Order Observer ของ (b)

$$\dot{z}=Fz+Gy+\overline{w}Bf\ ,\ \ z(0)=z_0 \qquad (4.8)$$

$$\hat{x}=Hz+Jy$$

$\because (A,C):Observability$ และ $\lambda_i(F)$ สามารถ ตรวจวัดสภาวะ ได้ โดย $\mathrm{Re}\,\lambda_i<-a_0$

$i=1\sim n=r$ สำหรับ ค่า $a_0>0$

โดยตัวประมาณค่า ของ $\hat{x}:|x-\hat{x}|\leq$ ค่าคงที่ $e^{(-a_0 t)},t\geq 0$ (4.9)

4.2 ตัวอย่างปัญหา

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(2x^2-4x-2)u+(4x-4x^2)f(t),0<x<1,t>0 \qquad (4.10)$$

$$u(x,0)=0,t>0$$

$$u(0,t)=u(1,t)=0,t>0$$

ทดลอง กับ Sensor 3 ตัว และเป็นฟังก์ชันที่มีอิทธิพลที่มีผลต่อการคำนวณ จะได้

$$w_1(x)=\begin{cases} r(x-\frac{1}{3}),\frac{1}{12}<x<\frac{7}{12} \\ 0,Other \end{cases}$$

$$w_2(x)=\begin{cases} r(x-\frac{1}{2}),\frac{1}{4}<x<\frac{3}{4} \\ 0,Other \end{cases},r(x)=\exp\left[-\frac{1}{1-16x^2}\right]$$

$$w_3(x)=\begin{cases} r(x-\frac{2}{3}),\frac{5}{12}<x<\frac{11}{12} \\ 0,Other \end{cases}$$

$$y_i(t)=(u(x,t),w_j),j=1,2,3$$

$$(w_1,w_2,w_3,\sin\pi x,\sin 2\pi x,....)\to\{\phi_i\}_{i=1}^{\infty}$$

$$u^n:5x1\ ,\ \ (\lambda_1,\lambda_2)=(-30,-50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การแก้ไขปัญหา

จากข้อมูล เบื้องต้น ของ Sensor

$$w_1(x) = \exp\left[\frac{-1}{1-16\left(x-\frac{1}{3}\right)^2}\right] \quad , \frac{1}{12} < x < \frac{7}{12} \text{ โดย } x = 0.3$$

$$w_2(x) = \exp\left[\frac{-1}{1-16\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}\right] \quad , \frac{1}{4} < x < \frac{3}{4} \text{ โดย } x = 0.4$$

$$w_3(x) = \exp\left[\frac{-1}{1-16\left(x-\frac{2}{3}\right)^2}\right] \quad , \frac{5}{12} < x < \frac{11}{12} \text{ โดย } x = 0.5$$

$$w_4(x) = \sin \pi x, \quad x = 0.6$$
$$w_5(x) = \sin 2\pi x \quad , x = 0.7$$

เราหาค่าที่

$$w_1(0.3) = 0.3613$$
$$w_2(0.4) = 0.3041$$
$$w_3(0.5) = 0.1653$$
$$w_4(0.6) = 0.9511$$
$$w_5(0.7) = -0.9511$$

จากผลเฉลยที่เราทราบได้จาก

$$u^n(x,t) = \sum_{i=1}^{n} e_i(t)\phi_i(x)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i=1}^{n} e_i(t)\phi_i(x)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sum_{i=1}^{n} \Delta\phi_i(x).e_i(t)$$

$$\sum_{i=1}^{5} e_i(t)\phi_i(x) = \sum_{i=1}^{5} \Delta\phi_i(x).e_i(t) + q(x)\sum_{i=1}^{5} e_i(t)\phi_i(x) + g(x)f(t)$$

$$\sum_{i=1}^{5} e_i(t)\phi_i(x) = \sum_{i=1}^{5} \Delta\phi_i(x) + q(x)\phi_1(x) + g(x)f(t)$$

$$(\phi_k, \sum_{i=1}^{5} e_i(t)\phi_i(t) = \left(\phi_k, \sum_{i=1}^{5}(\Delta e_i(x) + q_i(x)\phi_i(x)e_i(t)\right) + (\phi_k, g(x))f(t)$$

จากสมการข้างต้น จะได้สมการของระบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} (\phi_1, \Delta\phi_1 + g_1(x)\phi_1) & (\phi_1, \Delta\phi_2 + g_2(x)\phi_2) & . & . & (\phi_1, \Delta\phi_5 + g_5(x)\phi_5) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ (\phi_5, \Delta\phi_1 + g_1(x)\phi_1) & . & . & . & (\phi_5, \Delta\phi_5 + g_5(x)\phi_{51}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\phi_1, g_1(x) \\ (\phi_2, g_2(x) \\ (\phi_3, g_3(x) \\ (\phi_4, g_4(x) \\ (\phi_5, g_5(x) \end{bmatrix} f$$

$$y_j(t) = (u(x)t), w_j(x))$$
$$= \lim_{n\to\infty}(u^n(x)t), w_j(x)$$
$$= \lim \sum e_i(t)(\phi_i(x), w_j(x)$$

$y_j(t) = \sum_{j=1}^{r} e_j(t)(\phi_i(x), w_j(x))$ เมื่อ $j = 1 \to r$

เราสามารถหา ค่า $y(t)$ ได้จาก

$$y(t) = (H_1 * e_1(t)) + (H_2 * e_2(t)) + (H_3 * e_3(t))$$

โดยให้ $H_1 = (\phi_1, w_1) + (\phi_2, w_1) + (\phi_3, w_1)$

$H_2 = (\phi_1, w_2) + (\phi_2, w_2) + (\phi_3, w_2)$

$H_3 = (\phi_1, w_3) + (\phi_2, w_3) + (\phi_3, w_3)$

เราใช้ ทฤษฎีของ Gram – Schmidt มาใช้ในการแก้ปัญหา

โดยเปลี่ยน $[w_1, w_2, w_3, w_4, w_5] \to [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5]$ คือ เปลี่ยนเป็นเซ็ตที่สมาชิกทุกตัวตั้งฉากกัน (Orthonormal Set)

โดยมีเงื่อนไข $(\phi_i, \phi_j) = 1$ เมื่อ $i = j$

$(\phi_i, \phi_j) = 0$ เมื่อ $i \neq j$

โดย หา Norm ของ ϕ ได้จาก $\sqrt{(\phi_i, \phi_i)} = 1$

จาก $\phi_1 = \dfrac{w_1}{\|w_1\|}$

หา $\|w_1\|$ จาก $\|w_1\| = \sqrt{(w_1, w_1} = \sqrt{w_1^2} = w_1|_{x=0.3} = 0.3613$

$\phi_1 = \dfrac{w_1}{0.3613} = 2.7678 w_1$

หา $v_2 = w_2 - (w_2, \phi_1)\phi_1$

จะได้ $v_2 = w_2 - (w_2, 2.7678w_1)2.7678w_1 = w_2 - (w_2, w_1)(2.7678)^2 w_1$

$v_2 = w_2 - [(w_2(0.4), w_1(0.3)](2.7678)^2 w_1 = w_2 - 0.3041 * 0.3613 * (2.7678)^2 w_1$

$v_2 = w_2 - 0.8417 w_1$

$$\|v_2\| = \sqrt{(v_1, v_2)} = \sqrt{v_2^T . v_2} = \sqrt{(w_2)^2 + (0.8417w_1)^2} = \sqrt{w_2(0.4)^2 + (0.8417w_1(0.3))^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \sqrt{(0.3041)^2 + (0.8417 * 0.3613)^2}$$

$$= 0.4301$$

จาก $\phi_2 = \frac{v_2}{\|v_2\|} = \frac{w_2 - 0.8417 w_1}{0.4301} = 2.325 w_2 - 1.9569 w_1$

โดยต้อง Check ด้วยว่า ϕ_2 ตั้งฉากกับ ϕ_1 หรือไม่

$$(\phi_2, \phi_1) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, 2.7678 w_1)$$

$$= 2.325 * 2.7678 (w_2, w_1) - 1.9569 * 2.7678 (w_1, w_1)$$

$$= 2.325 * 2.7678 w_2(0.4) * w_1(0.3) - 1.9569 * 2.7678 (w_1(0.3))^2$$

$$= 2.325 * 2.7678 * 0.3041 * 0.3613 - 1.9569 * 2.7678 * (0.3613)^2$$

$= -4.5 * 10^{-6} \approx 0$ ดังนั้น $\phi_1 \perp \phi_2$

$$(\phi_2, \phi_2) = \phi_2^T \phi_2 = (2.325 w_2)^2 + (1.9569 w_1)^2$$

$$= (2.325 * 0.3041)^2 + (1.9569 * 0.3613)^2$$

$$= 0.9997835065 \approx 1$$

จาก $v_3 = w_3 - (w_3, \phi_2)\phi_2 - (w_3, \phi_1)\phi_1$

$$(w_3, \phi_2) = (w_3, 2.325 w_2 - 1.9569 w_1) = 2.325 (w_3, w_2) - 1.9569 (w_3, w_1)$$

$$= 2.325 w_3(0.5) * w_2(0.4) - 1.9569 w_3(0.5) * w_1(0.3)$$

$$= 2.325 * 0.1653 * 0.3041 - 1.9569 * 0.1653 * 0.3613$$

$$= 7.48809 * 10^{-7}$$

$$(w_3, \phi_1) = (w_3, 2.7678 w_1) = 2.7678 (w_3, w_1)$$

$$= 2.7678 w_3(0.5) * w_1(0.3) = 2.7678 * 0.1653 * 0.3613$$

$$= 0.1653$$

$$v_3 = w_3 - 7.48809 * 10^{-7} (2.325 w_2 - 1.9569 w_1) - 0.1653 * 2.7678 w_1$$

$$v_3 = w_3 - 17.4098 * 10^{-7} w_2 + 14.9534 * 10^{-7} w_1 - 0.4575 w_1$$

$$v_3 = w_3 - 17.4098 * 10^{-7} w_2 - 0.4575 w_1$$

$$\|v_3\| = \sqrt{(v_3, v_3)} = \sqrt{v_3^T . v_3} = \sqrt{w_3^2 + (-17.4098 * 10^{-7} w_2)^2 + (0.4575 w_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0.1653)^2 + (-17.4098 * 10^{-7} * 0.3041)^2 + (0.4575 * 0.3613)^2}$$

$$= 0.2338$$

จาก $\phi_3 = \frac{v_3}{\|v_3\|} = \frac{w_3 - 17.4098 * 10^{-7} w_2 - 0.4575 w_1}{0.2338}$

$$= 4.2772 w_3 - 7.4464 * 10^{-6} w_2 - 1.9568 w_1$$

โดยต้อง Check ด้วยว่า ϕ_1 ตั้งฉากกับ ϕ_3 หรือไม่

$$(\phi_1, \phi_3) = (2.7678 w_1, 4.2772 w_3 - 7.4464 * 10^{-6} w_2 - 1.9568 w_1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$= 2.7678 * 4.2772(w_1, w_3) - 2.7678 * 7.4464 * 10^{-6}(w_1, w_2)$
$\quad - 2.7678 * 1.9568(w_1, w_1)$

$= 2.7678 * 4.2772 * 0.3613 * 0.1653 - 2.7678 * 7.4464 * 10^{-6} * 0.3613 * 0.3041$
$\quad - 2.7678 * 1.9568 * (0.3613)^2$

$= 2.71 * 10^{-5} \approx 0$

$(\phi_3, \phi_3) = \phi_3{}^T \phi_3 = (4.2772 w_3)^2 + (7.4464 * 10^{-6} w_2)^2 + (1.9568 w_1)^2$

$= (4.2772 * 0.1653)^2 + (7.4464 * 10^{-6} * 0.3041)^2 + (1.9568 * 0.3613)^2$

$= 0.99972 \approx 1$

จาก $\quad v_4 = w_4 - (w_4, \phi_3)\phi_3 - (w_4, \phi_2)\phi_2 - (w_4, \phi_1)\phi_1$

$(w_4, \phi_3) = (w_4, 4.2772 w_3 - 7.4464 * 10^{-6} w_2 - 1.9568 w_1)$

$= 4.2772(w_4, w_3) - 7.4464 * 10^{-6}(w_4, w_2) - 1.9568(w_4, w_1)$

$= 4.2772 * 0.9511 * 0.1653 - 7.4464 * 10^{-6} * 0.9511 * 0.3041$
$\quad - 1.9568 * 0.9511 * 0.3613$

$= 2.573 * 10^{-5}$

$(w_4, \phi_2) = (w_4, 2.325 w_2 - 1.9569 w_1)$

$= 2.325(w_4, w_2) - 1.9569(w_4, w_1)$

$= 4.2772 * 0.9511 * 0.3041 - 1.9569 * 0.9511 * 0.3613$

$= 4.31 * 10^{-6}$

$(w_4, \phi_1) = (w_4, 2.7678 w_1) = 2.7678(w_4, w_1)$

$= 2.7678 * 0.9511 * 0.3613 = 0.9511$

$v_4 = w_4 - 2.576 * 10^{-5} \phi_3 - 4.31 * 10^{-6} \phi_2 - 0.9511 \phi_1$

$= w_4 - 2.573 * 10^{-5}[4.2772 w_3 - 7.4464 * 10^{-6} w_2 - 1.9568 w_1]$

$\quad - 4.31 * 10^{-6}[2.325 w_2 - 1.9569 w_1] - 0.9511 * 2.7678 w_1$

$= w_4 - 1.1 * 10^{-4} w_3 + 19.16 * 10^{-11} w_2 + 5.03 * 10^{-5} w_1$

$\quad - 1 * 10^{-5} w_2 + 8.43 * 10^{-6} w_1 - 2.6324 w_1$

$= w_4 - 1.1 * 10^{-4} w_3 - 1 * 10^{-5} w_2 - 2.6323 w_1$

$\|v_4\| = \sqrt{(v_4, v_4)} = \sqrt{v_4{}^T . v_4} = \sqrt{(w_4)^2 + (1.1 * 10^{-4} w_3)^2 + (1 * 10^{-5} w_2)^2 + (2.6323 w_1)^2}$

$= \sqrt{(0.9511)^2 + (1.1 * 10^{-4} * 0.1653)^2 + (1 * 10^{-5} * 0.3041)^2 + (2.6323 * 0.3613)^2}$

$= 1.345$

จาก $\quad \phi_4 = \dfrac{v_4}{\|v_4\|} = \dfrac{w_4 - 1.1 * 10^{-4} w_3 - 1 * 10^{-5} w_2 - 2.6323 w_1}{1.345}$

$= 0.7435 w_4 - 8.18 * 10^{-5} w_3 - 7.43 * 10^{-6} w_2 - 1.9571 w_1$

โดยต้อง Check ด้วยว่า ϕ_1 ตั้งฉากกับ ϕ_4 หรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(\phi_1,\phi_4) = (2.7678w_1, 0.7435w_4 - 8.18*10^{-5}w_3 - 7.43*10^{-6}w_2 - 1.9571w_1)$$

$$= 2.7678*0.7435(w_1,w_4) - 2.7678*8.18*10^{-5}(w_1,w_3)$$

$$- 2.7678*7.43*10^{-6}(w_1,w_2) - 2.7678*1.9571(w_1,w_1)$$

$$= 4.26*10^{-5} \approx 0$$

$$(\phi_4,\phi_4) \approx 1$$

จาก $v_5 = w_5 - (w_5,\phi_4)\phi_4 - (w_5,\phi_3)\phi_3 - (w_5,\phi_2)\phi_2 - (w_5,\phi_1)\phi_1$

$$(w_5,\phi_4) = (w_5, 0.7435w_4 - 8.18*10^{-5}w_3 - 7.43*10^{-6}w_2 - 1.9571w_1)$$

$$= 0.7435*(-0.9511)*0.9511 - 8.18*10^{-5}*(-0.9511)*0.1653$$

$$- 7.43*10^{-6}*(-0.9511)*0.3041 - 1.9571*(-0.9511)*0.3613$$

$$= -2.55*10^{-5}$$

$$(w_5,\phi_3) = (w_5, 4.2772w_3 - 7.4464*10^{-6}w_2 - 1.9568w_1)$$

$$= 4.2772(w_5,w_3) - 7.4464*10^{-6}(w_5,w_2) - 1.9568(w_5,w_1)$$

$$= 4.2772*(-0.9511)*01653 - 7.4464*10^{-6}*(-0.9511)*0.3041$$
$$- 0.9568*(-0.9511)*(0.3613)$$

$$= -2.57*10^{-5}$$

$$(w_5,\phi_2) = (w_5, 2.325w_2 - 1.9569w_1)$$
$$= 2.325(w_5,w_2) - 1.9569(w_5,w_1)$$
$$= 2.325*(-0.9511)*0.304 - 1.9569*(-0.9511)*0.3613$$
$$= -4.39*10^{-6}$$

$$(w_5,\phi_1) = (w_5, 2.7678w_1) = 2.7678(w_5,w_1)$$

$$= 2.7678*(-0.9511)*0.3613 = -0.9511$$

$$v_5 = w_5 + 2.55*10^{-5}\phi_4 + 2.57*10^{-5}\phi_3 + 4.31*10^{-6}\phi_2 - 0.9511\phi_1$$

$$2.55*10^{-5}\phi_4 = 2.55*10^{-5}[0.7435w_4 - 8.18*10^{-5}w_3 - 7.43*10^{-6}w_2 - 1.9571w_1$$

$$= 1.89*10^{-5}w_4 + 2.09*10^{-9}w_3 - 1.89*10^{-10}w_2 - 4.99*10^{-5}w_1$$

$$2.57*10^{-5}\phi_3 = 2.57*10^{-5}[4.2772w_3 - 7.4464*10^{-6}w_2 - 1.9568w_1]$$

$$= 1.01*10^{-4}w_3 - 1.91*10^{-10}w_2 - 5.03*10^{-5}w_1$$

$$4.31*10^{-6}\phi_2 = 4.31*10^{-6}[2.325w_2 - 1.9569w_1]$$

$$= 1*10^{-5}w_2 - 8.43*10^{-6}w_1$$

$$0.9511\phi_2 = 0.9511*1.9569w_1 = 2.6325w_1$$

$$v_5 = w_5 + 1.89*10^{-5}w_4 + 1.01*10^{-4}w_3 + 1*10^{-5}w_2 - +2.6324w_1$$

$$\|v_5\| = \sqrt{(v_5,v_5)} = \sqrt{v_5^T.v_5}$$

$$= \sqrt{(w_5)^2 + (1.89*10^{-5}w_4)^2 + (1.01*10^{-4}w_3)^2 + (1*10^{-5}w_2)^2 + (2.6324w_1)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \sqrt{(-0.9511)^2 + (1.89*10^{-5}*0.9511)^2 + (1.01*10^{-4}*0.1653)^2}$$
$$* \sqrt{(1*10^{-5}*0.3041)^2 + (2.6324*0.3613)^2}$$

$$= 1.345$$

จาก $\phi_5 = \frac{v_5}{\|v_5\|} = \frac{w_5 + 1.89*10^{-5} w_4 + 1.01*10^{-4} w_3 + 1*10^{-5} w_2 + 3.6324 w_1}{1.345}$

$$\phi_5 = 0.7435 w_5 + 1.41*10^{-5} w_4 + 7.51*10^{-5} w_3 + 0.74*10^{-5} w_2 + 1.9571 w_1$$

ดังนั้น เราจะได้ค่า ต่างๆ ดังนี้

$$\phi_1 = 2.7678 w_1$$
$$\phi_2 = 2.325 w_2 - 1.9569 w_1$$
$$\phi_3 = 4.2772 w_3 - 7.4464*10^{-6} w_2 - 1.9568 w_1$$
$$= 4.2772 w_3 - 1.9568 w_1$$
$$\phi_4 = 0.7435 w_4 - 8.18*10^{-5} w_3 - 7.43*10^{-6} - 1.9571 w_1$$
$$= 0.7435 w_4 - 1.9571 w_1$$
$$\phi_5 = 0.7435 w_5 + 1.41*10^{-5} w_4 + 7.51*10^{-5} w_3 + 0.74*10^{-5} w_2 + 1.9571 w_1$$
$$= 0.7345 w_5 + 1.9571 w_1$$

จาก $y(t) = (H_1 * e_1(t)) + (H_2 * e_2(t)) + (H_3 * e_3(t))$

โดยที่ $H_1 = (\phi_1, w_1) + (\phi_2, w_1) + (\phi_3, w_1)$

$H_2 = (\phi_1, w_2) + (\phi_2, w_2) + (\phi_3, w_2)$

$H_3 = (\phi_1, w_3) + (\phi_2, w_3) + (\phi_3, w_3)$

จากนั้น จะต้องหาค่า

$$(\phi_1, w_1) = (2.7678 w_1, w_1) = 2.7678 (w_1)^2 = 2.7678 (0.3613)^2 = 0.3613$$
$$(\phi_1, w_2) = (2.7678 w_1, w_2) = 2.7678 (w_1, w_2) = 2.7678 * 0.3613 * 0.3041 = 0.3041$$
$$(\phi_1, w_3) = (2.7678 w_1, w_3) = 2.7678 (w_1, w_3) = 2.7678 * 0.3613 * 0.1653 = 0.3613$$
$$(\phi_2, w_1) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, w_1) = 2.325 (w_2, w_1) - 1.9569 (w_1, w_1)$$
$$= 2.325 * 0.3041 * 0.3613 - 1.9569 * (0.3613)^2 = 1.63*10^{-6} \approx 0$$
$$(\phi_2, w_2) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, w_2) = 2.325 (w_2, w_2) - 1.9569 (w_1, w_2)$$
$$= 2.325 * (0.3041)^2 - 1.9569 * 0.3041 * 0.3613 = 1.37*10^{-6} \approx 0$$
$$(\phi_2, w_3) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, w_3) = 2.325 (w_2, w_3) - 1.9569 (w_1, w_3)$$
$$= 2.325 * 0.3041 * 0.1653 - 1.9569 * 0.3613 * 0.1653 = 7.488*10^{-7} \approx 0$$
$$(\phi_3, w_1) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, w_1) = 4.2772 (w_3, w_1) - 1.9568 (w_1, w_1)$$
$$= 4.2772 * 0.1653 * 0.3613 - 1.9568 * (0.3613)^2 = 1*10^{-5} \approx 0$$
$$(\phi_3, w_2) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, w_2) = 4.2772 (w_3, w_2) - 1.9568 (w_1, w_2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 4.2772 * 0.1653 * 0.3041 - 1.956 * 0.3613 * 0.3041 = 8.9 * 10^{-6} \approx 0$$

$$(\phi_3, w_3) = (4.2772w_3 - 1.9568w_1, w_3) = 4.2772(w_3, w_3) - 1.9568(w_1, w_3)$$

$$= 4.2772 * (0.1653)^2 - 1.9568 * 0.3613 * 0.1653 = 4.8 * 10^{-6} \approx 0$$

ดังนั้นจะได้ค่า $y(t)$ เป็น

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0.3613 & 0.3041 & 0.1653 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \end{bmatrix}$$

เราสามารถหา ค่า B ได้จาก

$$B = \begin{bmatrix} (\phi_1, g_1(x)) \\ (\phi_2, g_2(x)) \\ (\phi_3, g_3(x)) \\ (\phi_4, g_4(x)) \\ (\phi_5, g_5(x)) \end{bmatrix}$$

$$(\phi_1, g_1(x)) = (2.7678w_1, 4x - x^2) = 2.7678 * 0.3613(4x - 4x^2)\big|_{x=0.3}$$

$$= 0.8400$$

$$(\phi_2, g_2(x)) = (2.325w_2 - 1.9569w_1, 4x - x^2)$$

$$= 2.325(w_2, 4x - 4x^2\big|_{x=0.4}) - 1.9569(w_1, 4x - 4x^2)\big|_{x=0.3})$$

$$= 2.325 * 0.3041 * 0.96 - 1.9569 * 0.3613 * 0.84$$

$$= 0.0848$$

$$(\phi_3, g_3(x)) = (4.2772w_3 - 1.9568w_1, 4x - x^2)$$

$$= 4.2772(w_3, 4x - 4x^2\big|_{x=0.5}) - 1.9568(w_1, 4x - 4x^2)\big|_{x=0.3})$$

$$= 4.2772 * 0.1653 * 1 - 1.9568 * 0.3613 * 0.84 = 0.1131$$

$$(\phi_4, g_4(x)) = (0.7435w_4 - 1.9571w_1, 4x - x^2)$$

$$= 0.7435(w_4, 4x - 4x^2\big|_{x=0.6}) - 1.9571(w_1, 4x - 4x^2)\big|_{x=0.3})$$

$$= 0.7435 * 0.9511 * 0.96 - 1.9571 * 0.3613 * 0.84 = 0.0849$$

$$(\phi_5, g_5(x)) = (0.7435w_5 + 1.9571w_1, 4x - x^2)$$

$$= 0.7435(w_5, 4x - 4x^2\big|_{x=0.7}) + 1.9571(w_1, 4x - 4x^2)\big|_{x=0.3})$$

$$= 0.7435 * (-0.9511) * (0.84) + 1.9571 * 0.3613 * 0.84 = -3.58 * 10^{-5} \approx 0$$

ดังนั้นจะได้ค่า B เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$B = \begin{bmatrix} 0.84 \\ 0.0848 \\ 0.1131 \\ 0.0849 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เราสามารถหา ค่า A ได้จาก

$$A = \begin{bmatrix} (\phi_1, \Delta\phi_1 + g(x)\phi_1) & (\phi_1, \Delta\phi_2) & (\phi_1, \Delta\phi_3) & (\phi_1, \Delta\phi_4) & (\phi_1, \Delta\phi_5) \\ (\phi_2, \Delta\phi_1) & (\phi_2, \Delta\phi_2 + g(x)\phi_2) & (\phi_2, \Delta\phi_3) & (\phi_2, \Delta\phi_4) & (\phi_2, \Delta\phi_5) \\ (\phi_3, \Delta\phi_1) & (\phi_3, \Delta\phi_2) & (\phi_3, \Delta\phi_3 + g(x)\phi_3) & (\phi_3, \Delta\phi_4) & (\phi_3, \Delta\phi_5) \\ (\phi_4, \Delta\phi_1) & (\phi_4, \Delta\phi_2) & (\phi_4, \Delta\phi_3) & (\phi_4, \Delta\phi_4 + g(x)\phi_4) & (\phi_4, \Delta\phi_5) \\ (\phi_5, \Delta\phi_1) & (\phi_5, \Delta\phi_2) & (\phi_5, \Delta\phi_3) & (\phi_5, \Delta\phi_4) & (\phi_5, \Delta\phi_5 + g(x)\phi_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix}$$

จาก $\phi_1 = 2.7678w_1$

$\phi_2 = 2.325w_2 - 1.9569w_1$

$\phi_3 = 4.2772w_3 - 1.9568w_1$

$\phi_4 = 0.7435w_4 - 1.9571w_1$

$\phi_5 = 0.7435w_5 + 1.9571w_1$

$\Delta\phi_1 = 2.7678\Delta w_1$

$\Delta\phi_2 = 2.325\Delta w_2 - 1.9569\Delta w_1$

$\Delta\phi_3 = 4.2772\Delta w_3 - 1.9568\Delta w_1$

$\Delta\phi_4 = 0.7435\Delta w_4 - 1.9571\Delta w_1$

$\Delta\phi_5 = 0.7435\Delta w_5 + 1.9571\Delta w_1$

เมื่อ เราทำการ Diff 2 ครั้ง ก็จะได้

$\Delta w_1|_{0.3} = -12.4092$

$\Delta w_2|_{0.4} = -18.0431$

$\Delta w_3|_{0.5} = -11.7721$

$\Delta w_4|_{0.6} = -9.3866$

$\Delta w_5|_{0.7} = -37.5462$

$g(x) = 2x^2 - 4x - 2$

$g(0.3) = -3.02$

$g(0.4) = -3.28$

$g(0.5) = -3.5$

$w_1(0.3) = 0.3613$

$w_2(0.4) = 0.3041$

$w_3(0.5) = 0.1653$

$w_4(0.6) = 0.9511$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$g(0.6) = -3.68$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad w_5(0.7) = -0.9511$

$g(0.7) = -3.82$

หาค่า $A_{11} = (\phi_1, \Delta\phi_1 + g(x)\phi_2) = (\phi_1, \Delta\phi_1) + g(x)\big|_{x=0.3}$

$= (2.7678w_1, 2.7678\Delta w_1) + (-3.02)$

$= (2.7678)^2 * 0.3613 * (-12.4092) - 3.02 = -37.3664$

$A_{12} = (\phi_1, \Delta\phi_2) = (2.7678w_1, 2.325\Delta w_2 - 1.9569\Delta w_1)$

$= 2.325 * 2.7678(w_1, \Delta w_2) - 2.7678 * 1.9569(w_1, \Delta w_1)$

$= 2.7678 * 2.325 * 0.3613 * (-18.0431) - 2.7678 * 1.9569 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -17.6667$

$A_{13} = (\phi_1, \Delta\phi_3) = (2.7678w_1, 4.2772\Delta w_3 - 1.9568\Delta w_1)$

$= 2.7678 * 4.2772(w_1, \Delta w_3) - 2.7678 * 1.9568(w_1, \Delta w_1)$

$= 2.7678 * 4.2772 * 0.3613 * (-11.7721) - 2.7678 * 1.9568 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -26.0693$

$A_{14} = (\phi_1, \Delta\phi_4) = (2.7678w_1, 0.7435\Delta w_4 - 1.9571\Delta w_1)$

$= 2.7678 * 0.7435(w_1, \Delta w_4) - 2.7678 * 1.9571(w_1, \Delta w_1)$

$= 2.7678 * 0.7435 * 0.3613 * (-9.3866) - 2.7678 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= 17.3071$

$A_{15} = (\phi_1, \Delta\phi_5) = (2.7678w_1, 0.7435\Delta w_5 + 1.9571\Delta w_1)$

$= 2.7678 * 0.7435(w_1, \Delta w_5) - 2.7678 * 1.9571(w_1, \Delta w_1)$

$= 2.7678 * 0.7435 * 0.3613 * (37.5462) - 2.7678 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= 52.202$

$A_{21} = (\phi_2, \Delta\phi_1) = (2.325w_2 - 1.9569w_1, 2.7678\Delta w_1)$

$= 2.325 * 2.7678(w_2, \Delta w_1) - 1.9569 * 2.7678(w_1, \Delta w_1)$

$= 2.325 * 2.7678 * 0.3041 * (-12.4092) - 1.9569 * 2.7678 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -1.5 * 10^{-4} \approx 0$

$A_{22} = (\phi_2, \Delta\phi_2 + g(x)\phi_2) = (\phi_2, \Delta\phi_2) + g(x)\big|_{x=0.4}$

$= (2.7678w_2 - 1.9569w_1, 2.325\Delta w_2 - 1.9569\Delta w_1) + (-3.28)$

$= (2.325)^2 w_2\Delta w_2 + (1.9569)^2 w_1\Delta w_1 - 3.28$

$= 5.4056 * 0.3041 * (-18.0431) + 3.8294 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -46.8289 - 3.28 = -50.1089$

$A_{23} = (\phi_2, \Delta\phi_3) = (2.325w_2 - 1.9569w_1, 4.2772\Delta w_3 - 1.9568\Delta w_1)$

$= 2.325 * 4.2772(w_2, \Delta w_3) - 1.9569 * 1.9568(w_1, \Delta w_1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$= 2.325 * 4.2772 * 0.3041 * (-11.7721) + 1.9569 * 1.9568 * 0.3613 * (-12.4092) - 3.28$

$= -52.7685$

$A_{24} = (\phi_2, \Delta\phi_4) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, 0.7435 \Delta w_4 - 1.9571 \Delta w_1)$

$= 2.325 * 0.7435 (w_2, \Delta w_4) - 1.9569 * 1.9571 (w_1, \Delta w_1)$

$= 2.325 * 0.7435 * 0.3041 * (-9.3866) + 1.9569 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -22.1052$

$A_{25} = (\phi_2, \Delta\phi_5) = (2.325 w_2 - 1.9569 w_1, 0.7435 \Delta w \ + 1.9571 \Delta w_1)$

$= 2.325 * 0.7435 (w_2, \Delta w_5) - 1.9569 * 1.9571 (w_1, \Delta w_1)$

$= 2.325 * 0.7435 * 0.3041 * (37.5462) + 1.9569 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= 12.2366$

$A_{31} = (\phi_3, \Delta\phi_1) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, 2.7678 \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 2.7678 (w_3, \Delta w_1) - 1.9568 * 2.7678 (w_1, \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 2.7678 * 0.1653 * (-12.4092) - 1.9568 * 2.7678 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -1 * 10^{-3} \approx 0$

$A_{32} = (\phi_3, \Delta\phi_2) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, 2.325 \Delta w_2 - 2.7678 \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 2.325 (w_3, \Delta w_2) + 1.9568 * 1.9569 (w_1, \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 2.325 * 0.1653 * (-18.0431) + 1.9568 * 1.9569 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -46.8279$

$A_{33} = (\phi_3, \Delta\phi_3 + g(x)\phi_3) = (\phi_3, \Delta\phi_3) + g(x)\big|_{x=0.5}$

$= (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, 4.2772 \Delta w_3 - 1.9568 \Delta w_1) - 3.5$

$= (4.2772)^2 w_3 \Delta w_3 + (1.9568)^2 w_1 \Delta w_1 - 3.5$

$= 18.2944 * 0.1653 * (-11.7721) + 3.8291 * 0.3613 * (-12.4092) - 3.5$

$= -56.2671$

$A_{34} = (\phi_3, \Delta\phi_4) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, 0.735 \Delta w_4 - 1.9571 \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 0.7435 (w_3, \Delta w_4) + 1.9568 * 1.9571 (w_1, \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 0.1653 * 0.7435 * (-9.3866) + 1.9568 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= -22.1043$

$A_{35} = (\phi_3, \Delta\phi_5) = (4.2772 w_3 - 1.9568 w_1, 0.735 \Delta w_4 + 1.9571 \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 0.7435 (w_3, \Delta w_4) - 1.9568 * 1.9571 (w_1, \Delta w_1)$

$= 4.2772 * 0.1653 * 0.7435 * (37.5462) - 1.9568 * 1.9571 * 0.3613 * (-12.4092)$

$= 36.6762$

$A_{41} = (\phi_4, \Delta\phi_1) = (0.7435 w_4 - 1.9571 w_1, 2.7678 \Delta w_1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 0.7435*2.7678(w_4,\Delta w_1) - 1.9571*2.7678(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.7678*0.9511*(-12.4092) - 1.9571*2.7678*0.3613*(-12.4092)$$

$$= -1.46*10^{-3} \approx 0$$

$$A_{42} = (\phi_4,\Delta\phi_2) = (0.7435w_4 - 1.9571w_1, 2.325\Delta w_2 - 1.9569\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.325(w_4,\Delta w_2) + 1.9571*1.9569(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.325*0.9511*(-18.0431) + 1.9571*1.9569*0.3613*(-12.4092)$$

$$= -46.8357$$

$$A_{43} = (\phi_4,\Delta\phi_3) = (0.7435w_4 - 1.9571w_1, 4.2772\Delta w_3 - 1.9568\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*4.2772(w_4,\Delta w_3) + 1.9571*1.9568(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*4.2772*0.9511*(-11.7721) + 1.9571*1.9568*0.3613*(-12.4092)$$

$$= -32.7758$$

$$A_{44} = (\phi_4,\Delta\phi_4 + g(x)\phi_4) = (\phi_4,\Delta\phi_4) + g(x)\big|_{x=0.6}$$

$$= (0.7435w_4 - 1.9571w_1, 0.7435\Delta w_4 - 1.9571\Delta w_1) - 3.68$$

$$= (0.7435)^2 w_4\Delta w_4 + (1.9571)^2 w_1\Delta w_1 - 3.68$$

$$= (0.7435)^2*0.9511*(-9.3866) + (1.9571)^2*0.3613*(-12.4092) - 3.68$$

$$= -25.7877$$

$$A_{45} = (\phi_4,\Delta\phi_5) = (0.7435w_4 - 1.9571w_1, 0.7435\Delta w_5 + 1.9571\Delta w_1)$$

$$= (0.7435)^2(w_4,\Delta w_3) - (1.9571)^2(w_1,\Delta w_1)$$

$$= (0.7435)^2*0.9511*(37.5462) - (1.9571)^2*0.3613*(-12.4092)$$

$$= 36.913$$

$$A_{51} = (\phi_5,\Delta\phi_1) = (0.7435w_5 + 1.9571w_1, 2.7678\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.7678(w_5,\Delta w_1) + 1.9571*2.7678(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.7678*(-0.9511)*(-12.4092) + 1.9571*2.7678*0.3613*(-12.4092)$$

$$= -1.46*10^{-3} \approx 0$$

$$A_{52} = (\phi_5,\Delta\phi_2) = (0.7435w_5 + 1.9571w_1, 2.325\Delta w_2 - 1.9569\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.325(w_5,\Delta w_2) - 1.9571*1.9569(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*2.325*(-0.9511)*(-18.0431) - 1.9571*1.9569*0.3613*(-12.4092)$$

$$= 46.8357$$

$$A_{53} = (\phi_5,\Delta\phi_3) = (0.7435w_5 + 1.9571w_1, 4.2772\Delta w_3 - 1.9568\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*4.2772(w_5,\Delta w_3) - 1.9571*1.9568(w_1,\Delta w_1)$$

$$= 0.7435*4.2772*(-0.9511)*(-11.7721) - 1.9571*1.9568*0.3613*(-12.4092)$$

$$= 32.7758$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_{54} = (\phi_5, \Delta\phi_4) = (0.7435w_5 + 1.9571w_1, 0.7435\Delta w_4 - 1.9571\Delta w_1)$$

$$= (0.7435)^2 (w_5, \Delta w_3) - (1.9571)^2 (w_1, \Delta w_1)$$

$$= (0.7435)^2 * (-0.9511) * (-9.3866) - (1.9571)^2 * 0.3613 * (-12.4092)$$

$$= 22.1077$$

$$A_{55} = (\phi_5, \Delta\phi_5 + g(x)\phi_5) = (\phi_5, \Delta\phi_5) + g(x)\big|_{x=0.7}$$

$$= (0.7435w_5 - 1.9571w_1, 0.7435\Delta w_5 - 1.9571\Delta w_1) - 3.82$$

$$= (0.7435)^2 w_5 \Delta w_5 + (1.9571)^2 w_1 \Delta w_1 - 3.82$$

$$= (0.7435)^2 * (-0.9511) * (37.5462) + (1.9571)^2 * 0.3613 * (-12.4092) - 3.82$$

$$= 40.7329$$

$$A = \begin{bmatrix} -37.3664 & -17.6667 & -26.0693 & 17.3071 & 52.202 \\ -1.5*10^{-4} & -50.1089 & -52.7685 & -22.1052 & 12.2366 \\ -1*10^{-3} & -46.8279 & -56.2671 & -22.1043 & 36.6762 \\ -1.46*10^{-3} & -46.8357 & -52.7758 & -25.7877 & 36.913 \\ 1.46*10^{-3} & 46.8357 & 52.7758 & 22.1077 & -40.7329 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix}$$

จากสมการที่เรามาได้จาก **Heat Equation** จะได้

$$\dot{e}(t) = \begin{bmatrix} -37.3664 & -17.6667 & -26.0693 & 17.3071 & 52.202 \\ -1.5*10^{-4} & -50.1089 & 52.7685 & -22.1052 & 12.2366 \\ -1*10^{-3} & -46.8279 & -56.2671 & -22.1043 & 36.6762 \\ -1.46*10^{-3} & -46.8357 & -52.7758 & -25.7877 & 36.913 \\ 1.46*10^{-3} & 46.8357 & 52.7758 & 22.1077 & -40.7329 \end{bmatrix} e(t) + \begin{bmatrix} 0.84 \\ 0.0848 \\ 0.1131 \\ 0.0849 \\ 0 \end{bmatrix} f(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0.3613 & 0.3041 & 0.1653 & 0 & 0 \end{bmatrix} e(t)$$

และเมื่อ $f(t) = 0$ จะได้สมการสภาวะเป็น

$$\dot{e}(t) = \begin{bmatrix} -37.3664 & -17.6667 & -26.0693 & 17.3071 & 52.202 \\ -1.5*10^{-4} & -50.1089 & 52.7685 & -22.1052 & 12.2366 \\ -1*10^{-3} & -46.8279 & -56.2671 & -22.1043 & 36.6762 \\ -1.46*10^{-3} & -46.8357 & -52.7758 & -25.7877 & 36.913 \\ 1.46*10^{-3} & 46.8357 & 52.7758 & 22.1077 & -40.7329 \end{bmatrix} e(t)$$

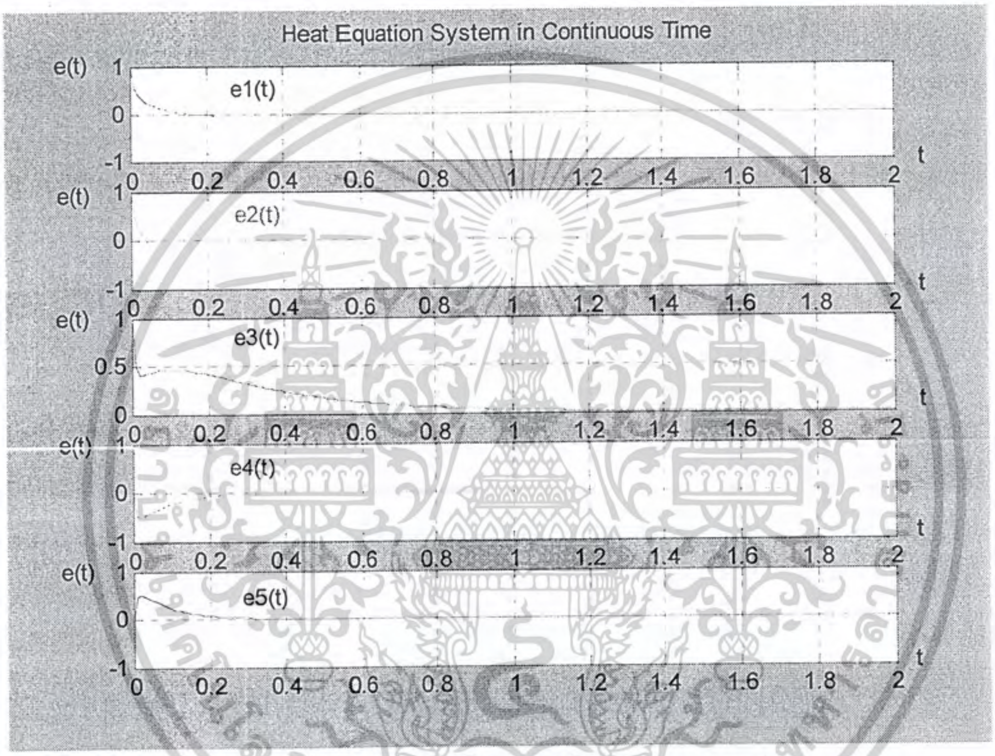
ดังนั้น $e(t) = e^{At} e_0$ เมื่อกำหนดให้ $e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4499e^{-154.4117t} + 0.1512e^{-37.3661t} + 0.5867e^{-11.3115t} - 0.1731e^{-3.4947t} - 0.0148e^{-3.6790t} \\ 0.5803e^{-154.4117t} - 5.345*10^{-6}e^{-37.3661t} + 1.5099e^{-11.3115t} - 1.0992e^{-3.4947t} + 0.009e^{-3.6790t} \\ 0.6940e^{-154.4117t} - 2.97*10^{-7}e^{-37.3661t} - 0.6561e^{-11.3115t} + 0.9619e^{-3.4947t} + 3.0778*10^{-4}e^{-3.67} \\ 0.6960e^{-154.4117t} + 1.77*10^{-6}e^{-37.3661t} - 0.6930e^{-11.3115t} + 0.0166e^{-3.4947t} - 0.0190e^{-3.6790t} \\ -0.6966e^{-154.4117t} - 1.78*10^{-6}e^{-37.3661t} + 0.7059e^{-11.3115t} - 0.0095e^{-3.4947t} + 1.45*10^{-4}e^{-3.67} \end{bmatrix}$$

นำค่าที่ได้ไปพล็อตกราฟ จะได้กราฟ ดังรูป



รูปที่ 14 สภาวะของระบบการกระจายอุณหภูมิ ในสภาวะแบบต่อเนื่อง

หลังจากนั้น เนื่องจากสมการเอาท์พุท ที่เราไม่สามารถตรวจวัดค่าสภาวะ $e_4(t), e_5(t)$ ได้โดยตรง ดังนั้นเราจึงต้องสร้างตัวสังเกตสภาวะขึ้น โดยเลือกโพลที่ตำแหน่ง -30 และ -50

จาก $\dot{w}(t) = \hat{A}w(t) + Ky(t) + \hat{B}u(t)$

โดยที่ $\hat{A} = A_{bb} - LA_{ab}$, $K = \hat{A}L - LA_{aa} + A_{ba}$, $\hat{B} = B_b - LB_a$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก $A_{bb} = \begin{bmatrix} -25.7877 & 36.913 \\ 22.1077 & -40.7339 \end{bmatrix}$, $A_{ba} = \begin{bmatrix} -1.46*10^{-3} & -46.8357 & -52.7758 \\ 1.46*10^{-3} & 46.8357 & 52.7758 \end{bmatrix}$,

$A_{ab} = \begin{bmatrix} 17.3071 & 52.202 \\ -22.1052 & 12.2366 \\ -22.1043 & 36.6762 \end{bmatrix}$, $A_{aa} = \begin{bmatrix} -37.3664 & -17.6667 & -26.0693 \\ -1.5*10^{-4} & -50.1089 & -52.7685 \\ -1*10^{-3} & -46.8279 & -56.2671 \end{bmatrix}$,

$B_a = \begin{bmatrix} 0.84 \\ 0.0848 \\ 0.1131 \end{bmatrix}$, $B_b = \begin{bmatrix} 0.0849 \\ 0 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

เมื่อเลือกโพล -30 ,-50 จะได้

$$\det(sI_{2x2} - \hat{A}) = (s+30)(s+50) = s^2 + 80s + 1500$$

$$s^2 + 80s + 1500 = s^2 + (66.5206 + 52.202L_2 + 17.3071L_1)s + (234.3463 + 1859L_1 + 1985L_2)$$

เมื่อทำการเทียบสัมประสิทธิ์ แล้วแก้สมการออกมา

จะได้ $L = \begin{bmatrix} 0.6271 \\ 0.0503 \end{bmatrix}$

จะได้ $\hat{A} = \begin{bmatrix} -36.6410 & 4.1771 \\ 21.2372 & -43.3587 \end{bmatrix}$ $K = \begin{bmatrix} 0.6636 & -37.7569 & -36.4277 \\ 13.0179 & 47.7243 & 54.0871 \end{bmatrix}$

$\hat{B} = \begin{bmatrix} -0.4419 \\ -0.0423 \end{bmatrix}$

ดังนั้นจะได้

$$\dot{w}(t) = \begin{bmatrix} -36.6410 & 4.1771 \\ 21.2372 & -43.3587 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 0.6636 & -37.7569 & -36.4277 \\ 13.0179 & 47.7243 & 54.0871 \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} -0.4419 \\ -0.0423 \end{bmatrix} f(t)$$

หลังจากประมาณสภาวะที่สังเกตไม่ได้ออกมาได้แล้ว ทำการรวมสภาวะที่ได้โดยตรงอยู่แล้วจากเอาท์พุท กับตัวสังเกตสภาวะ

จาก $\hat{e}(t) = Hw(t) + Ly(t)$

จะได้ $\hat{e}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 2.7678 \\ 3.2884 \\ 6.0496 \\ 0.6271 \\ 0.0503 \end{bmatrix} y(t)$

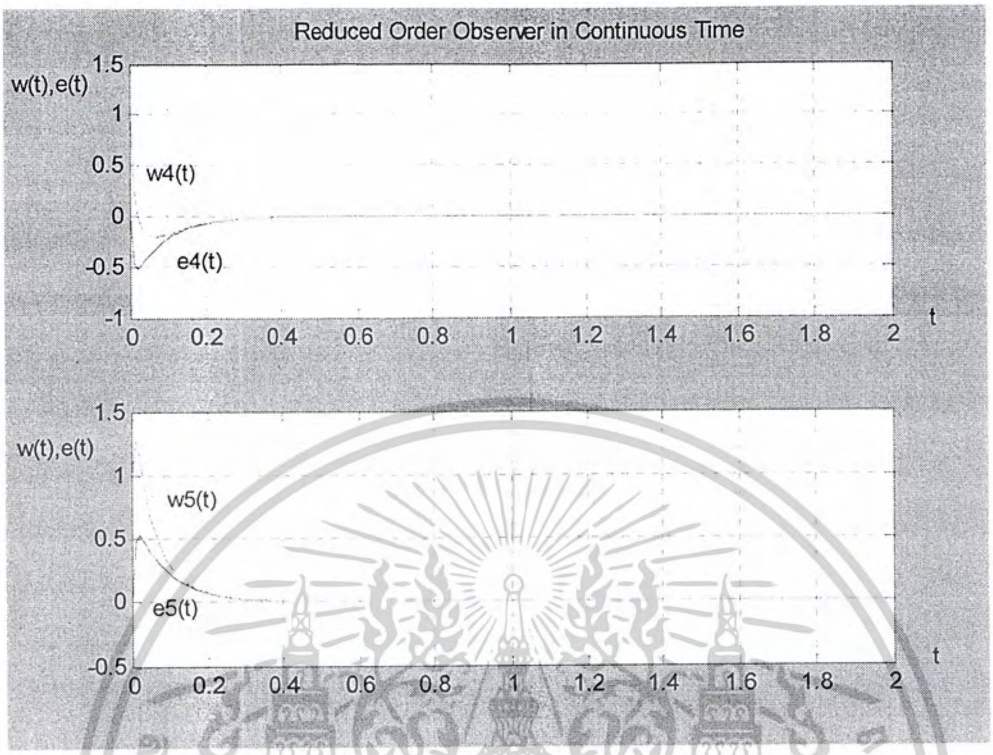
กำหนดให้ $\hat{e}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ โดยให้ $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

จะได้ $w(t) = Te(t) + e^{\hat{A}t}(\hat{e}_0 - Te_0)$

$$w(t) = \begin{bmatrix} 0.6960e^{-154.4117t} + 1.77*10^{-6}e^{-37.3661t} - 0.6930e^{-11.3115t} + 0.0166e^{-3.4947t} - 0.0190e^{-3.6790t} + 0.1232e^{-50t} + 0.3768e^{-30t} \\ -0.6966e^{-154.4117t} - 1.78*10^{-6}e^{-37.3661t} + 0.7059e^{-11.3115t} - 0.0095e^{-3.4947t} + 1.45*10^{-4}e^{-3.6790t} - 0.3940e^{-50t} + 1.3940e^{-30t} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าที่ได้ไป พล็อตกราฟ จะได้กราฟ ดังรูป



รูปที่ 15 ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วนของการกระจายอุณหภูมิ ในสภาวะแบบต่อเนื่อง

จะสังเกต ได้ว่า เมื่อเวลาผ่านไป สภาวะของตัวสังเกตสภาวะที่เราจำลองขึ้น จะเข้าสู่สภาวะจริงของระบบในที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทวิจารณ์และสรุป

จากการศึกษาเกี่ยวกับการออกแบบตัวสังเกตสภาวะ เราได้พบข้อสังเกตหลายอย่างเกี่ยวกับตัวสังเกตสภาวะ ซึ่งสามารถกล่าวสรุปได้ว่า

1. สภาวะของระบบจะถูกสังเกตได้ก็ต้องนำข้อมูลอินพุท และเอาท์พุท มาทำการสร้างสภาวะใหม่ โดยการสังเกตสภาวะจริง

2. การสังเกตสภาวะใดๆก็ตาม จะเกิดปัญหาข้อมูลของสภาวะแรกเริ่มของข้อมูลเสมอ เราจึงต้องกำหนดค่าแรกเริ่มให้แก่ระบบก่อน แต่ค่าแรกเริ่มของตัวสังเกตสภาวะนั้นสามารถกำหนดเป็นอะไรก็ได้ เพื่อให้ใกล้เคียงกับค่าแรกเริ่มของสภาวะจริง

3. ค่าของตัวสังเกตสภาวะจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าของสภาวะจริงของระบบ จนทำให้เปรียบเสมือนเป็นค่าเดียวกัน เมื่อเวลามากขึ้น แล้วนำตัวสังเกตสภาวะกลับไปป้อนกลับสภาวะจริงต่อไป

4. การใช้ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าทั้งหมด เพราะว่าสภาวะของระบบจริงๆนั้น ยังไม่ได้ถูกตรวจวัดค่า หรือไม่ได้ถูกพิจารณามาก่อน ดังนั้น จึงใช้ตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าทั้งหมดมาทำการตรวจวัดระบบ ดังกล่าว

5. การที่ระบบตรวจวัดสภาวะได้บางสภาวะแล้ว เมื่อต้องการตรวจวัดค่าสภาวะที่เหลือ ก็ต้องใช้ตัวสังเกตชนิดที่รู้ค่าเพียงบางส่วน

6. การสังเกตสภาวะแบบเวลาเป็นช่วงโดยใช้คอมพิวเตอร์นั้น ขึ้นอยู่กับการทำแซมปลิงข้อมูล ถ้าการทำแซมปลิงข้อมูลนั้นมีความถี่มาก ก็จะได้ค่าคล้ายกับสภาวะต่อเนื่อง

7. หากทำการสังเกตสภาวะชนิดที่รู้ค่าบางส่วนได้แล้ว จึงค่อยสังเกตสภาวะที่เหลือได้อีกแล้วจึงนำตัวสังเกตสภาวะเหล่านั้นป้อนกลับสภาวะ ก็จะได้ผลตอบสนองเชิงเวลาเหมือนกับการควบคุมโดยใช้เรคกูเลเตอร์

8. ระบบควบคุมใดๆก็ตาม หากสามารถควบคุมและสังเกตได้ ระบบดังกล่าวนั้นสามารถแยกส่วนการควบคุมได้โดยกำหนดค่าโพลทั้งการควบคุม และการสังเกต และการกระทำทั้งสองนี้จะมีเสถียรภาพเสมอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

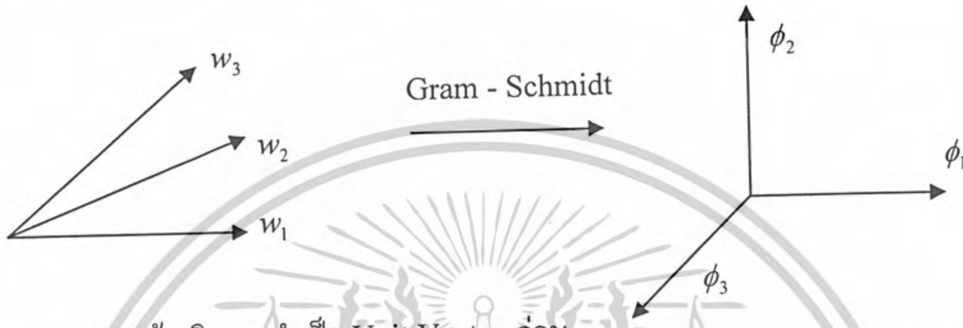
ภาคผนวก ก

ทฤษฎีบท ต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

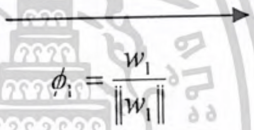
ทฤษฎี Gram – Schmidt Orthonormalization Process

Gram Schmidt Theory เป็นทฤษฎีพื้นฐานที่สร้าง **Orthonormal Set** เช่น เมื่อให้ $W = \{w_1, w_2, ..., w_m\}$ เราจะสร้าง **Orthonormal Set** $V = \{\phi_1, \phi_2, ..., \phi_m\}$ จาก W โดยใช้ ทฤษฎี **Gram Schmidt** โดยให้เราพิจารณา W เป็นเซตของ *Vector* จะทำให้เข้าใจได้มากขึ้น ดังนั้นเมื่อแปลง $w_1, w_2, w_3, ..., w_m$ ให้เป็นเซตของ V โดยที่ $\phi_1, \phi_2, \phi_3, ..., \phi_m$ เป็น Unit Vector ที่ตั้งฉากกัน

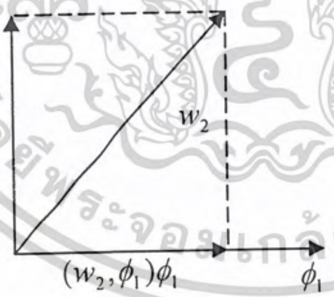


<u>ขั้นที่ 1</u> เราจะอ้างอิง w_1 ทำเป็น Unit Vector ก่อน

ซึ่งจะได้ $\phi_1 = \dfrac{w_1}{\|w_1\|}$ ดังรูป



<u>ขั้นที่ 2</u> ต่อมาเราจะหาค่า ϕ_2 จาก โปรเจ็คชั่น ของ w_2 ลง ϕ_1



$w_2 = v_2' + (w_2, \phi_1)\phi_1$

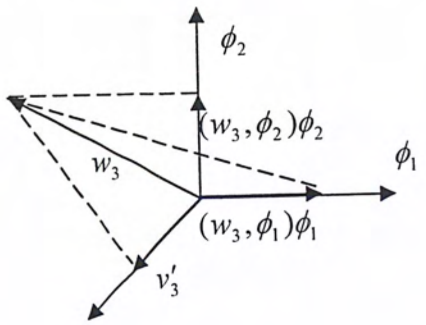
$v_2' = w_2 - (w_2, \phi_1)\phi_1$

v_2' เป็นเวคเตอร์ ตั้งฉากกับ ϕ_1 แต่ยังไม่เป็น Unit Vector ต้องหารด้วย ขนาดก่อนจะได้เป็น

$$\phi_2 = \frac{v_2'}{\|v_2'\|}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ขั้นที่ 3</u> ต่อมาก็หา ϕ_3 จากโปรเจ็คชั่นของ w_3 ลง ϕ_1 และ ϕ_2



$$w_3 = v_3' + (w_3,\phi_2)\phi_2 + (w_3,\phi_1)\phi_1$$
$$v_3' = w_3 - (w_3,\phi_2)\phi_2 - (w_3,\phi_1)\phi_1$$

v_3' เป็น เวคเตอร์ที่ตั้งฉากกับ ϕ_1 กับ ϕ_2 แต่ยังไม่เป็น Unit Vector ต้องหารด้วยขนาดก่อน จึงจะเป็น ϕ_3 จะได้ $\phi_3 = \frac{v_3'}{\|v_3'\|}$

ซึ่งในการหา ϕ_4 และ ค่าอื่นๆ ก็จะใช้หลักการเดียวกันในการคำนวณ โดยจะได้รูปแบบทั่วไปดังนี้

$$\phi_{k+1} = \frac{w_{k+1} - (w_{k+1},\phi_1)\phi_1 - (w_{k+1},\phi_2)\phi_2 - \ldots - (w_{k+1},\phi_k)\phi_k}{\|w_{k+1} - (w_{k+1},\phi_1)\phi_1 - (w_{k+1},\phi_2)\phi_2 - \ldots - (w_{k+1},\phi_k)\phi_k\|}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

การโปรแกรมโดย MATLAB

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างคำสั่งของ MATLAB

1. **การพลอตกราฟ (Plotting Respond Curves)**

การพลอตกราฟระหว่างเวลา และสภาวะของระบบ ($t-x \quad plot$) โดยที่ t และ x เป็นเวคเตอร์ที่มีมิติเดียวกัน โดยใช้คำสั่ง (Command)

$$Plot(t,x)$$

การพลอตกราฟหลายจุด (Plotting Multiple Curves) ใช้คำสั่ง

$$Plot(t_1,x_1,t_2,x_2,...,t_n,x_n)$$

การพลอตกราฟที่แบ่งหน้าต่างรูปภาพเป็นหน้าต่างย่อย ด้วย m แถว n หลัก และลำดับการพลอตคำสั่งด้วยหน้าต่างย่อยที่ p ใช้คำสั่ง

$$Subplot(m,n,p)$$

การพลอตกราฟที่เป็นฟังก์ชัน Symbolic ซึ่งเป็นฟังก์ชันหนึ่งตัวแปร กับเวลา ใช้คำสั่ง

$$Ezplot('Symbolic \quad Function,t)$$

การพลอตกราฟที่ค่าไม่ต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นก้านต่างๆ (Stems) ด้วยปลายที่เป็นวงกลมสำหรับค่าข้อมูล

$$Stem(f(x),t)$$

2. **การสร้างตัวแปร หรือจำนวนเชิงเลขให้เป็น Symbolic** ถ้าอินพุทเป็น String ผลลัพธ์จะเป็นตัวแปร Symbolic และถ้าอินพุทเป็น Scalar หรือ Matrix ผลลัพธ์ก็จะเป็น Symbolic ที่แสดงค่าเชิงเลขที่กำหนด ใช้คำสั่ง

$$Syms \quad A$$

3. **การหาสมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation)**

เมื่อต้องการหารากของสมการคุณลักษณะ ซึ่งเป็นค่า ไอเกน ของ เมทริกซ์ A (Eigen Values) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากคำสั่ง

$$P = Poly(A)$$

จากตัวอย่าง ถ้า Matrix A คือ

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>> A=[0 1 0;0 0 1; -6 -11 -6]
   0   1   0
   0   0   1
  -6  -11  -6
>> P=Poly(A)
P =
     1.0000   6.0000   11.0000   6.0000
```

แสดงว่า MATLAB คำนวณ พหุนามได้เป็น $s^3+6s^2+11s+6=0$ ซึ่งเราสามารถ หารากของสมการคุณลักษณะ $(P=0)$ นี้ได้ โดยการใช้คำสั่ง

$$r = roots(P)$$

```
>> R=Roots(P)
R =
 -3.0000
 -2.0000
 -1.0000
```

4. **<u>การหาค่าเลขยกกำลังของเมทริกซ์ (Matrix Exponential)</u>**

เมื่อเมทริกซ์ A มีมิติ จัตุรัส n X n ใดๆ เมื่อ

$$\exp m(A) = I_{nXn} + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \ldots.$$

สามารถใช้คำสั่ง

$\exp m(A)$ หรือ $sqrtm(A)$

5. **<u>การแปลงสมการสภาวะจากเวลาต่อเนื่องเป็นแบบเวลาเป็นช่วง</u>**

(Conversion from Continuous Time to Discrete Time)

โดยใช้คำสั่ง

$$[G,H] = c2d(A,B,Ts)$$

โดยที่ Ts คือช่วงเวลาที่ต้องการแซมปลิง (Sampling Time) ในหน่วย วินาที(Second)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยแปลงจากสมการสภาวะในเวลาต่อเนื่อง

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

ให้เป็นสมการสภาวะในเวลาเป็นช่วง

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

เมื่อพิจารณา จากตัวอย่าง โดยให้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

โดยระบบเวลาเป็นช่วงสามารถคำนวณหาได้ กำหนดให้การแซมปลิงเป็นช่วงเวลา 0.1 วินาที ได้ดังนี้

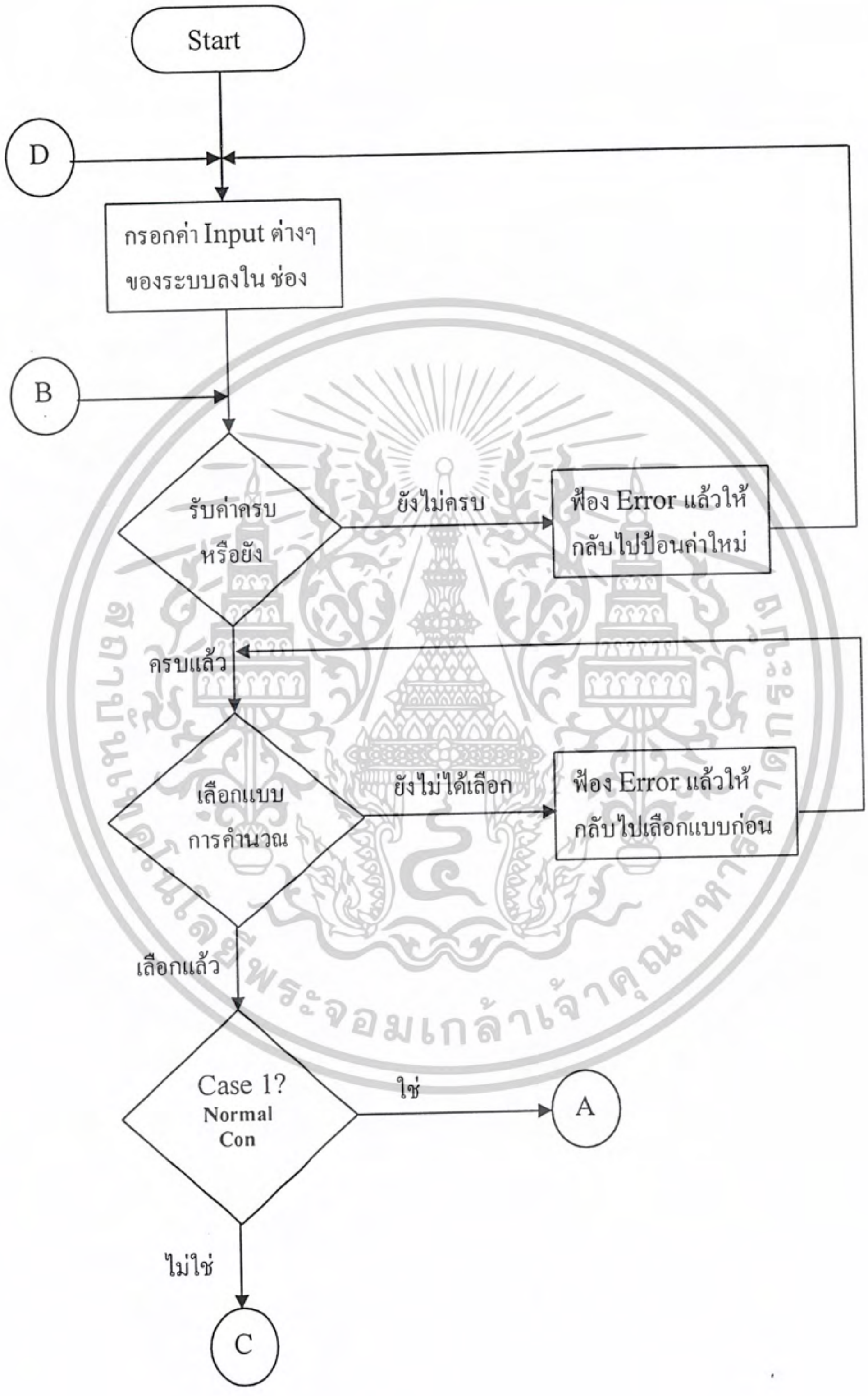
```
>> A=[0 1;-2 -3]
A =
   0   1
  -2  -3
>> B=[0;1]
B =
   0
   1
>> Ts=0.1
Ts =
   0.1000
>> [G,H]=c2d(A,B,Ts)
G =
   0.9909   0.0861
  -0.1722   0.7326
H =
   0.0045
   0.0861
```

ซึ่งจะได้สมการสภาวะแบบเวลาเป็นช่วง ดังนี้

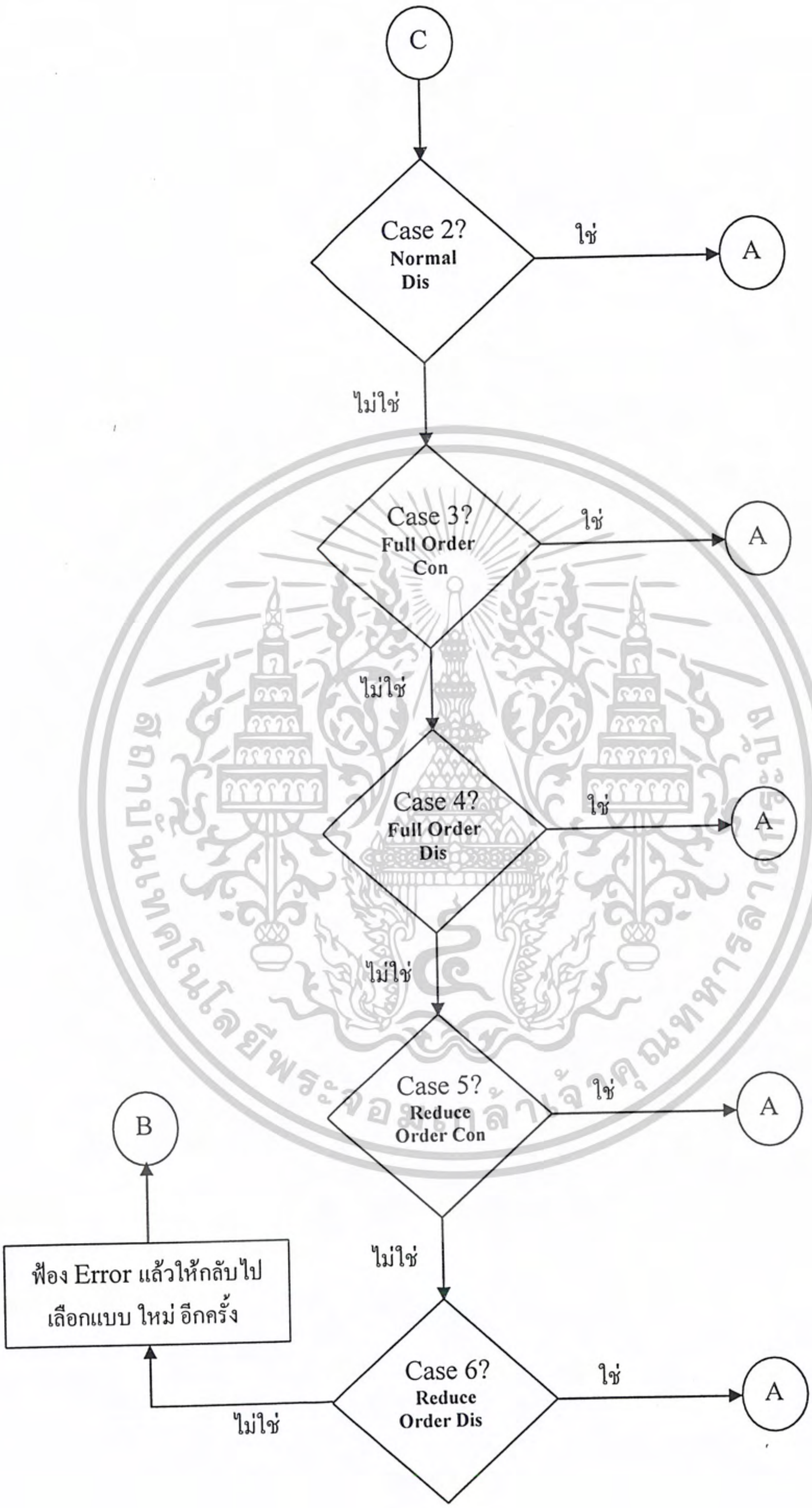
$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9909 & 0.0861 \\ -0.1722 & 0.7326 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0045 \\ 0.0861 \end{bmatrix} u(k)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

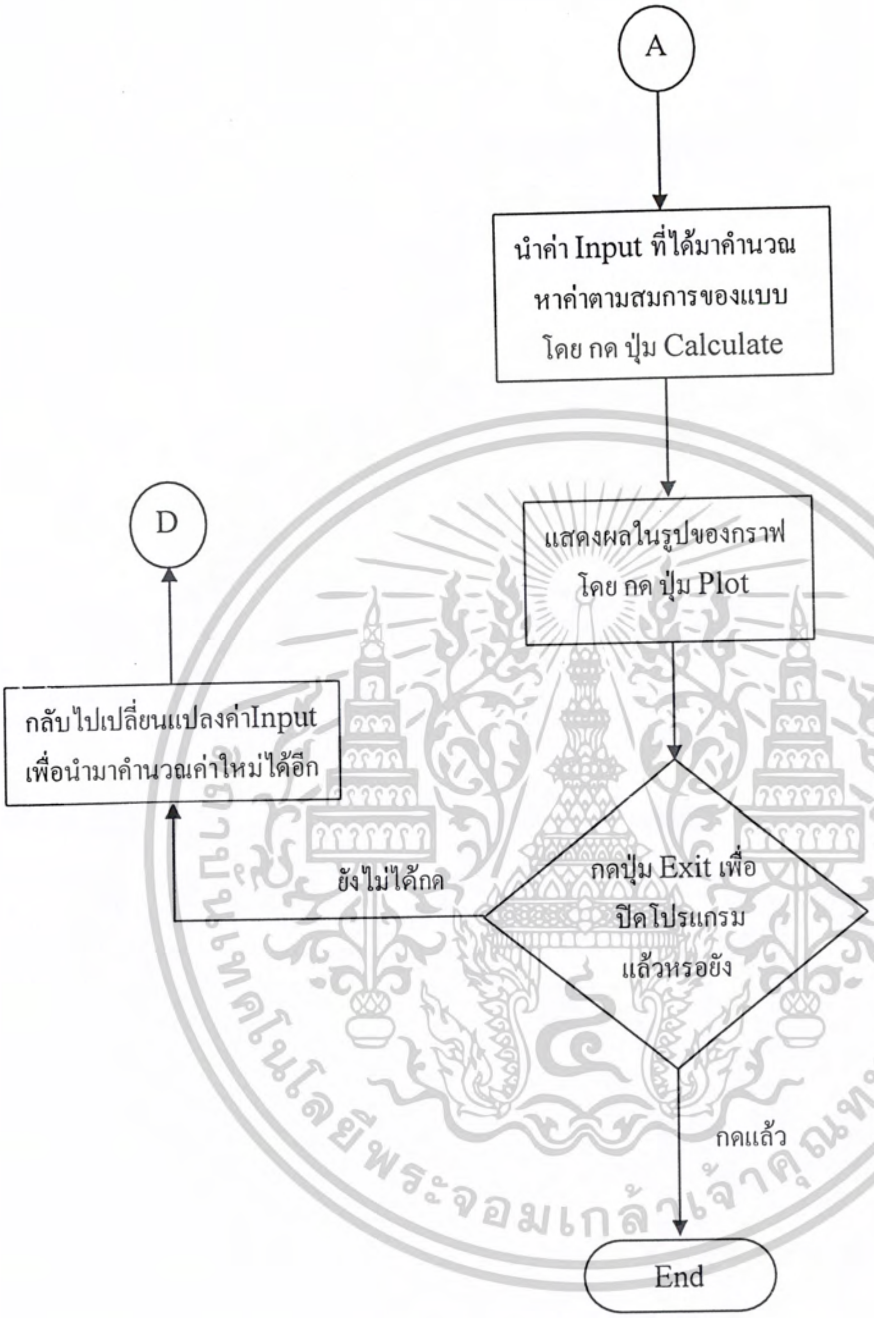
Flow Chart การทำงาน ของ Program Observer Calculation



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

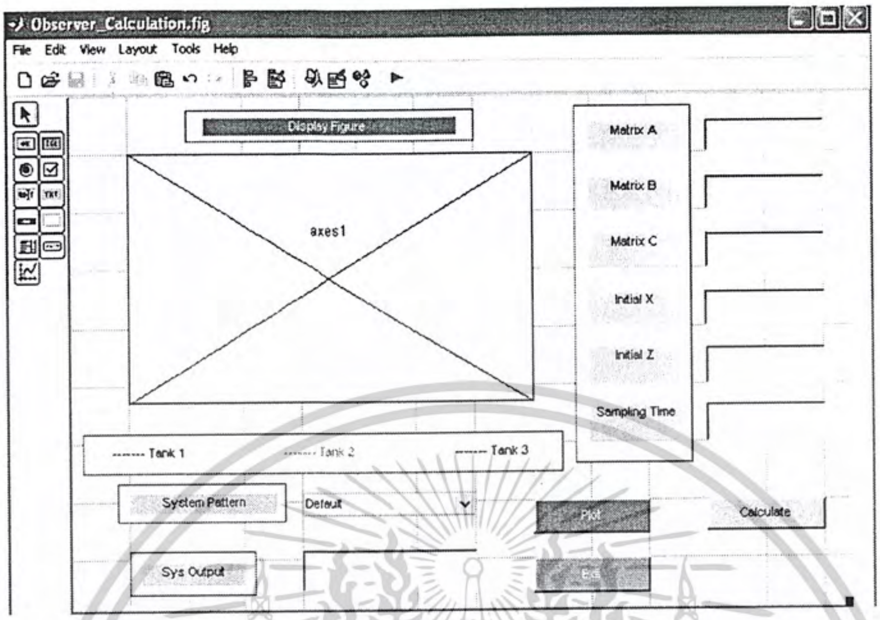


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

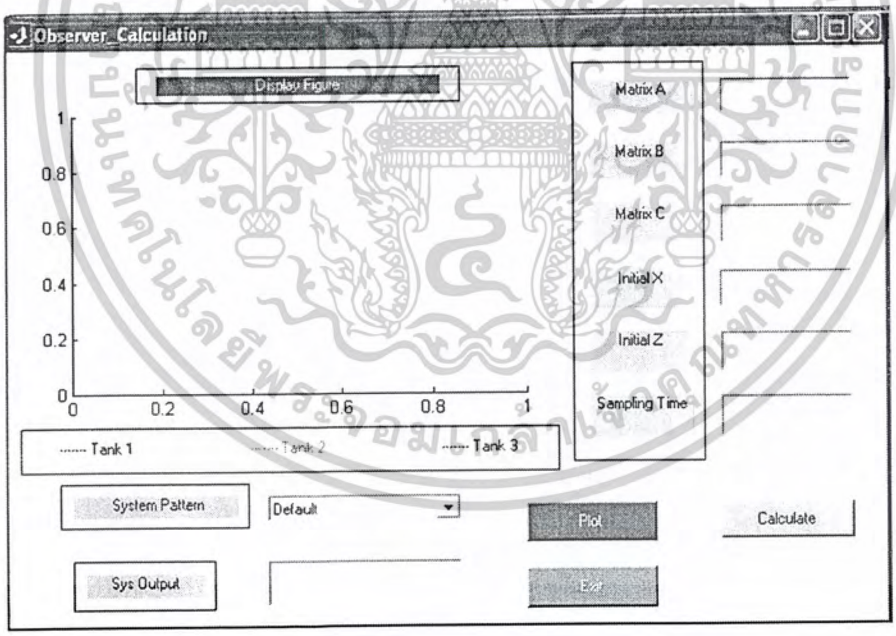


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรม OBSERVER CALCULATION

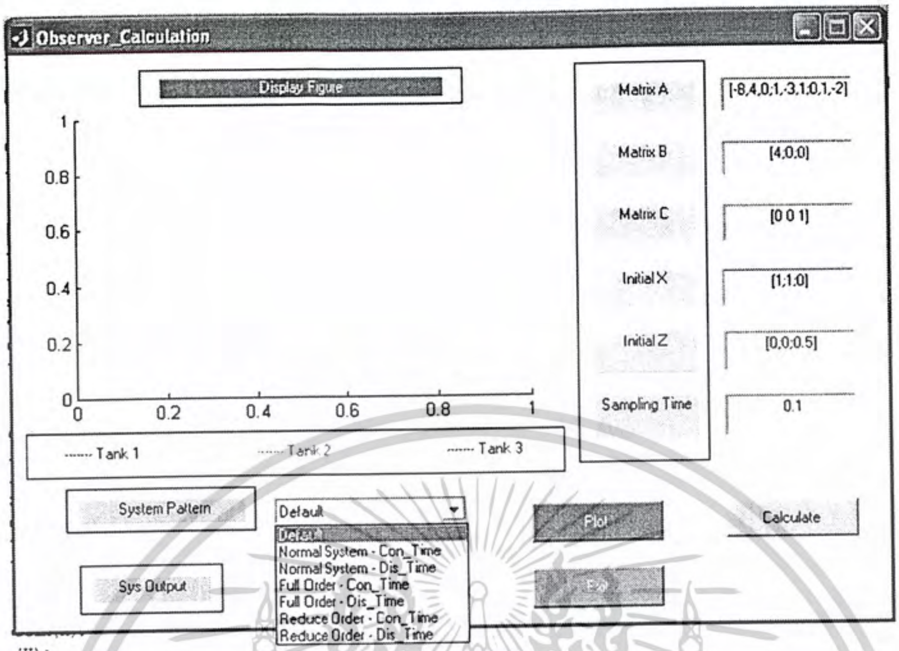


รูปที่ 16 รูปภาพต้นแบบของโปรแกรม

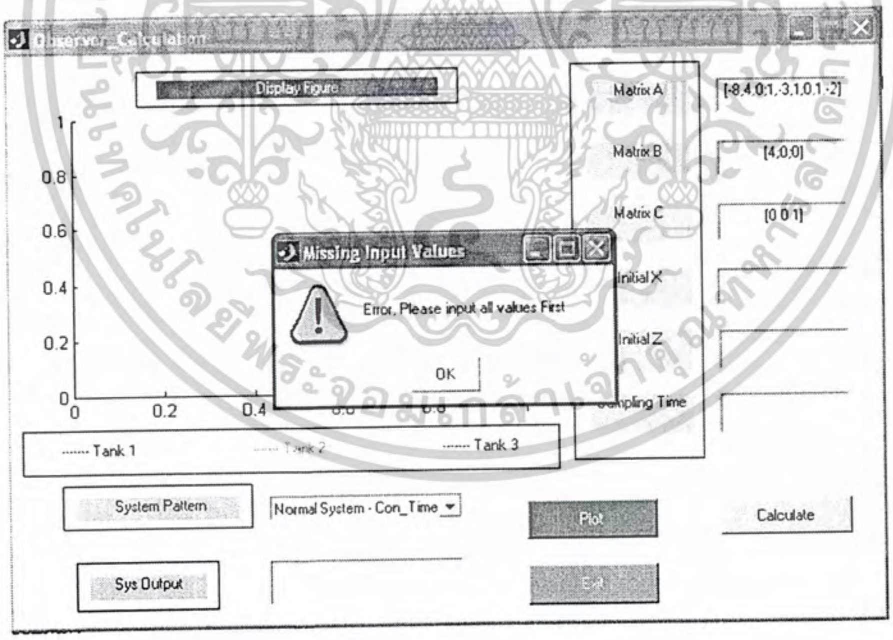


รูปที่ 17 เริ่มต้นโปรมแกรมการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

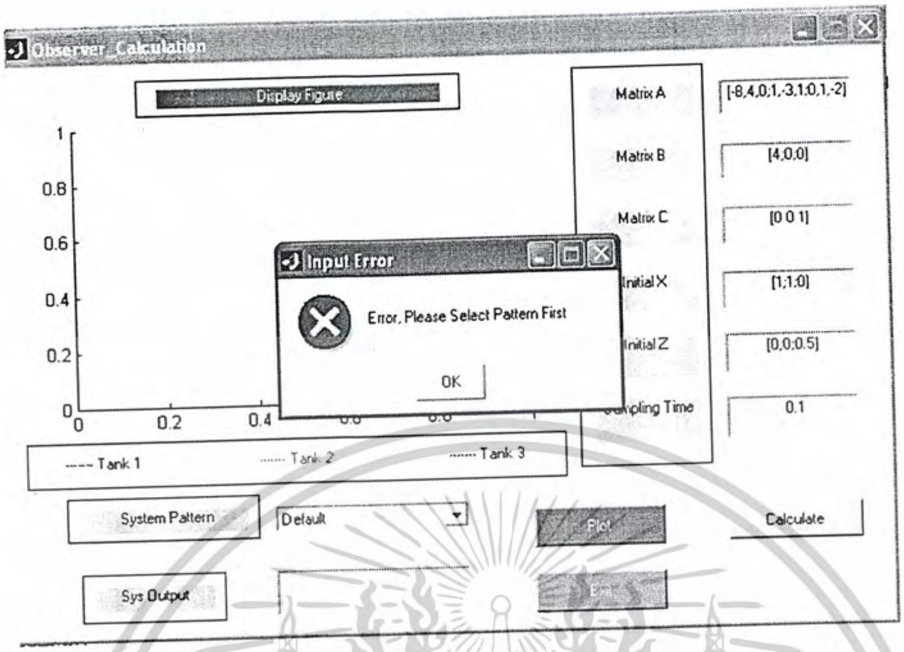


รูปที่ 18 การกรอกค่าต่างๆ ของระบบ ลงใน โปรแกรม



รูปที่ 19 เมื่อกรอกค่าต่างๆ ของระบบไม่ครบ แล้วคำนวณ โปรแกรมจะขึ้นเตือน ให้ใส่ค่าของระบบ ให้ครบก่อน จะคำนวณ

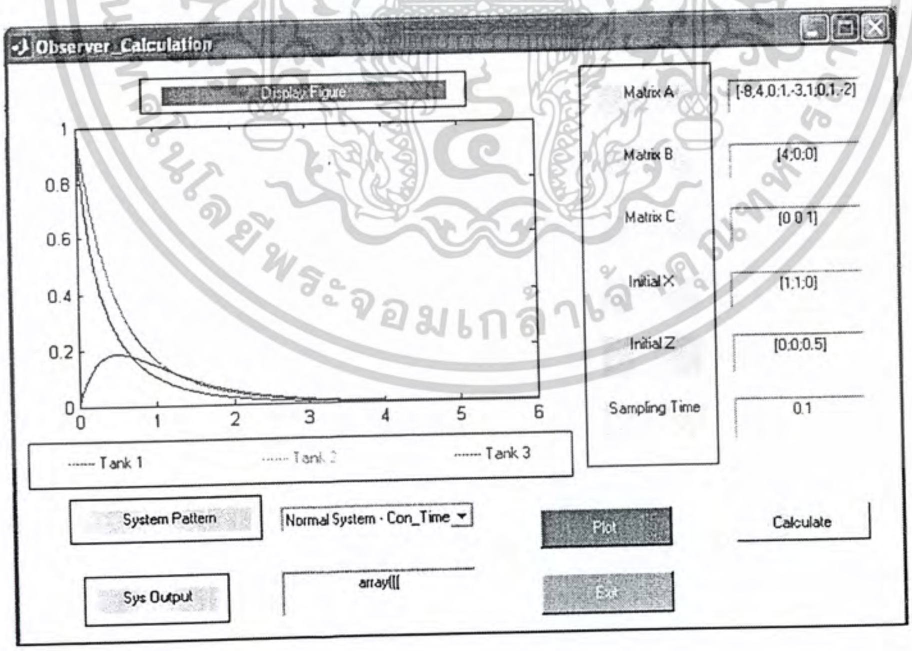
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 20 เมื่อกรอกค่าต่างๆ ของระบบครบแล้ว ต้องเลือกรูปแบบ

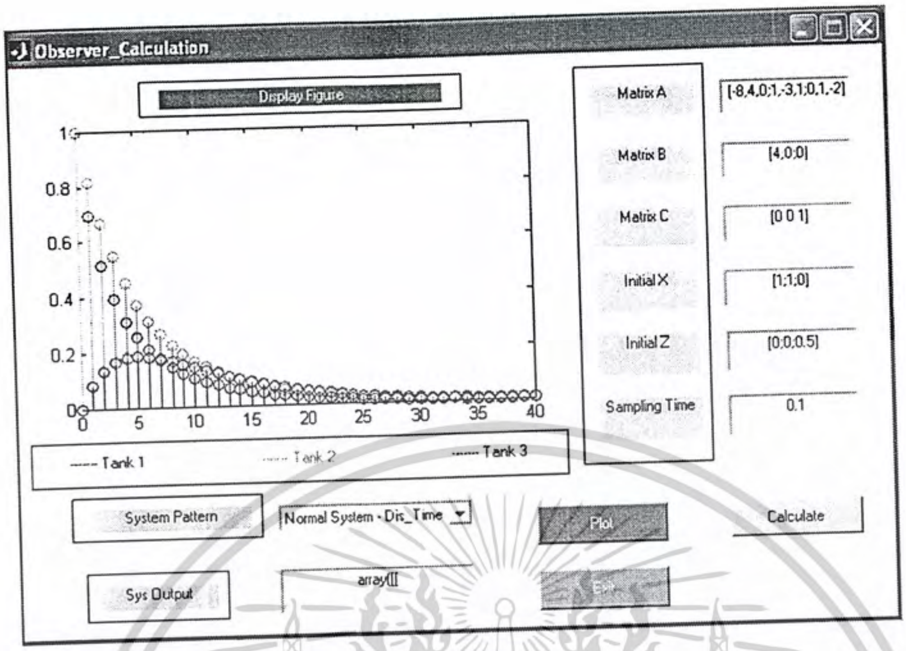
ของสภาวะของระบบก่อนจึงคำนวณ ถ้ากดคำนวณเลย

โปรแกรมจะขึ้นเตือนว่า ให้เลือกรูปแบบของสภาวะของระบบ ก่อนการคำนวณ

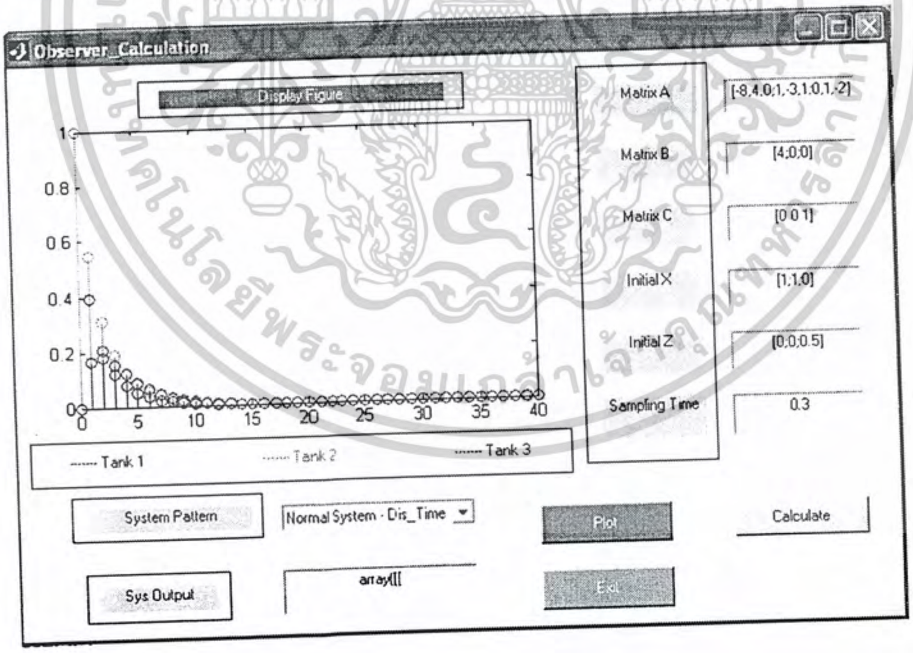


รูปที่ 21 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

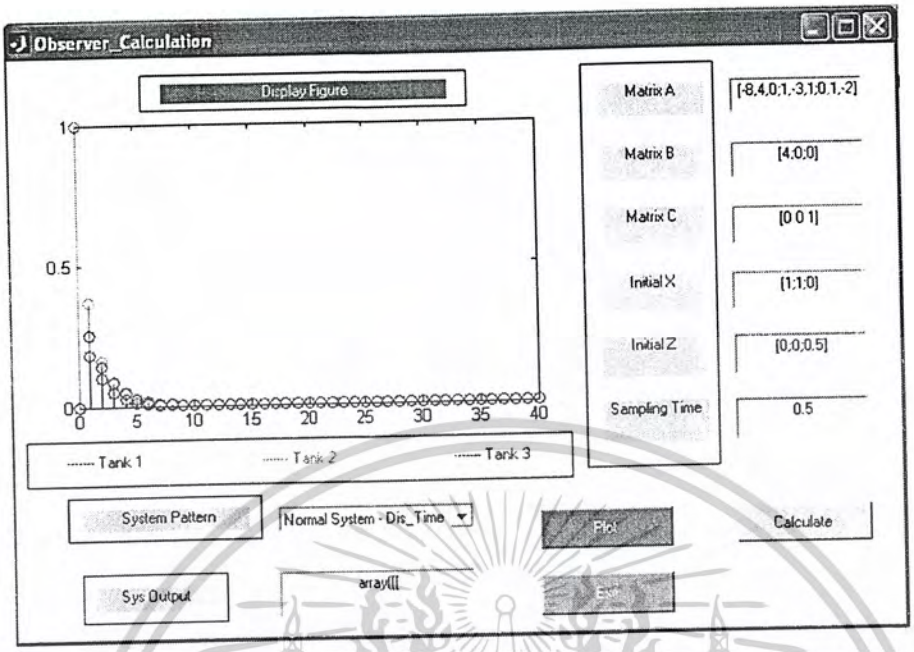


รูปที่ 22 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่างเป็น 0.1

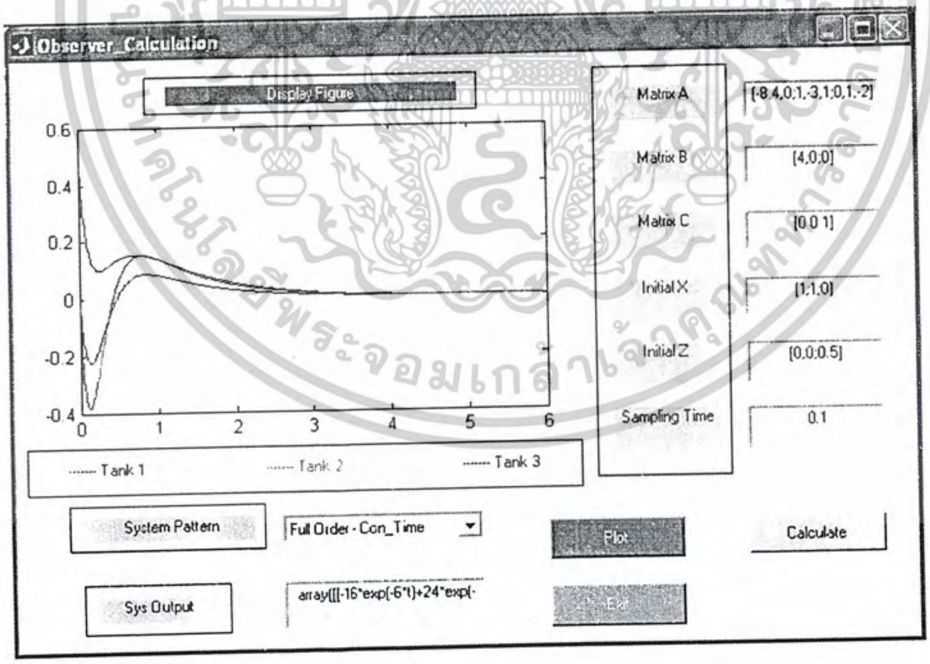


รูปที่ 23 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

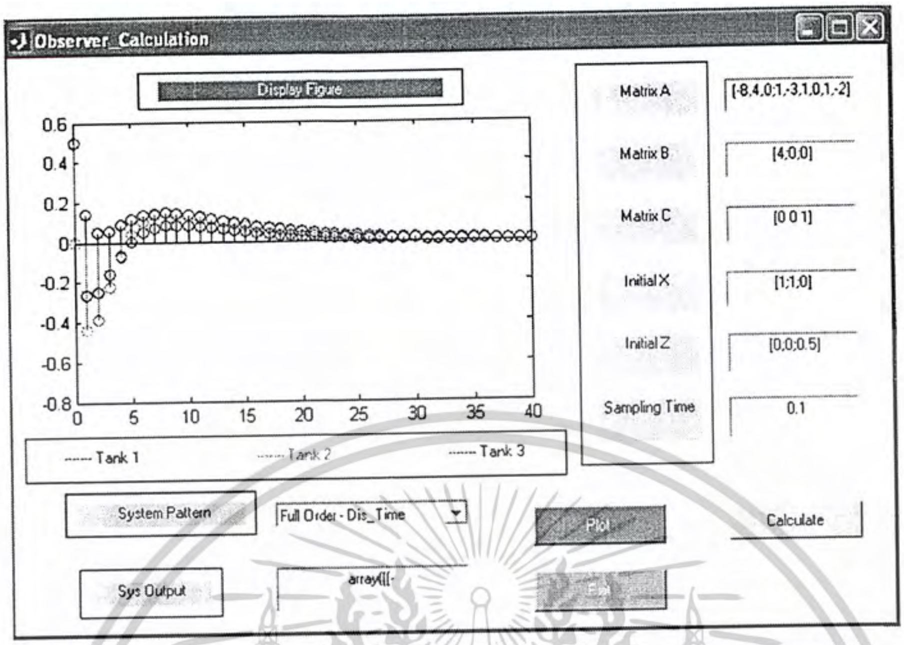


รูปที่ 24 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะปกติ ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5

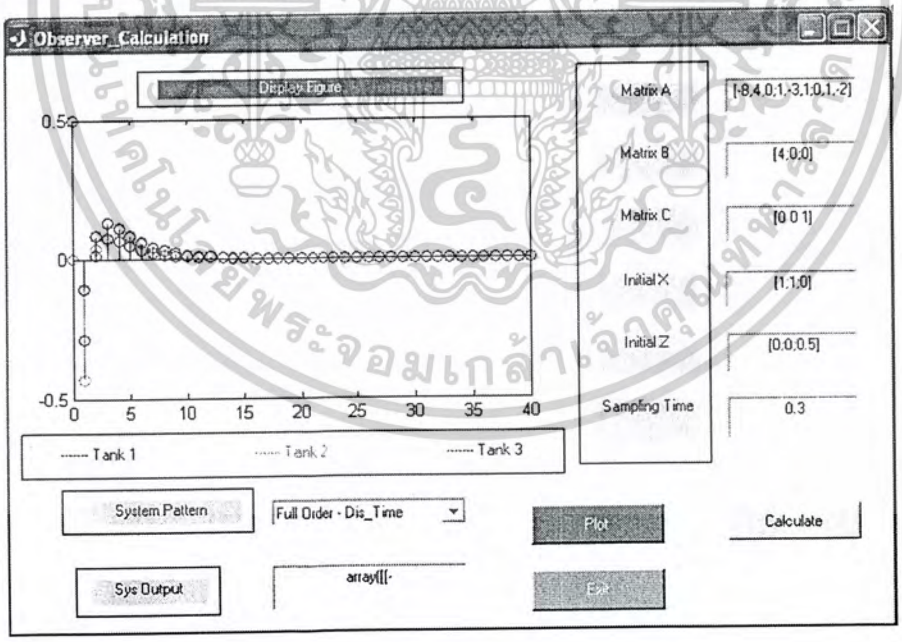


รูปที่ 25 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

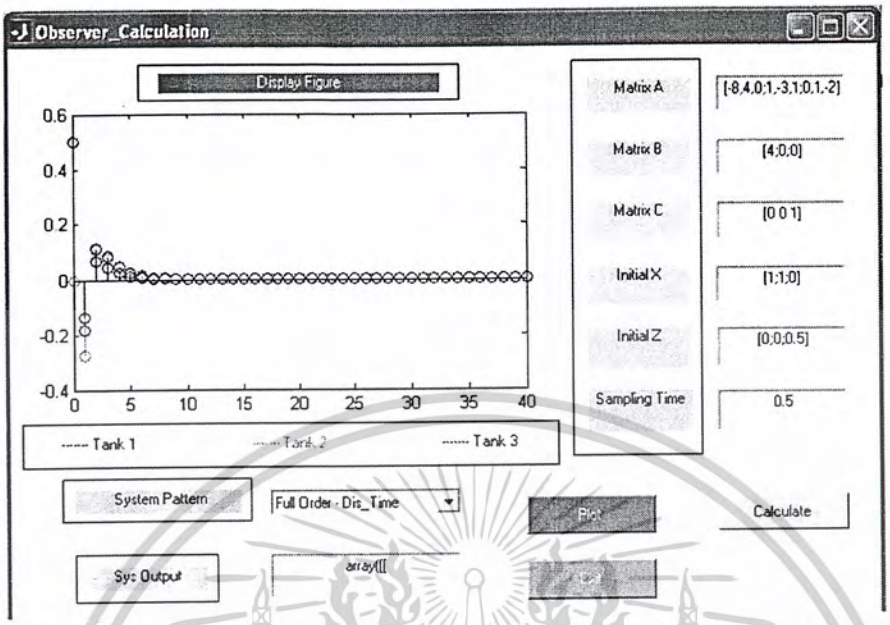


รูปที่ 26 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.1

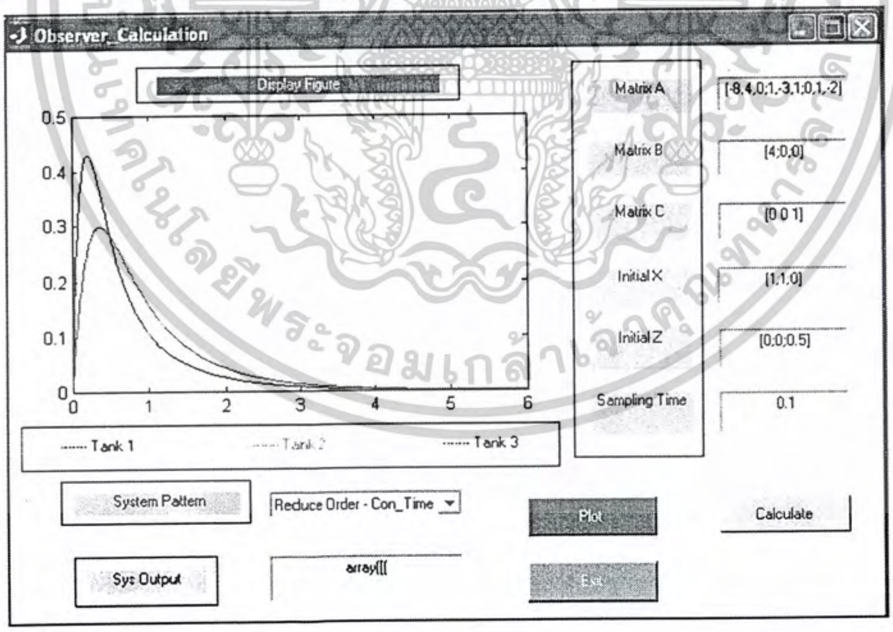


รูปที่ 27 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

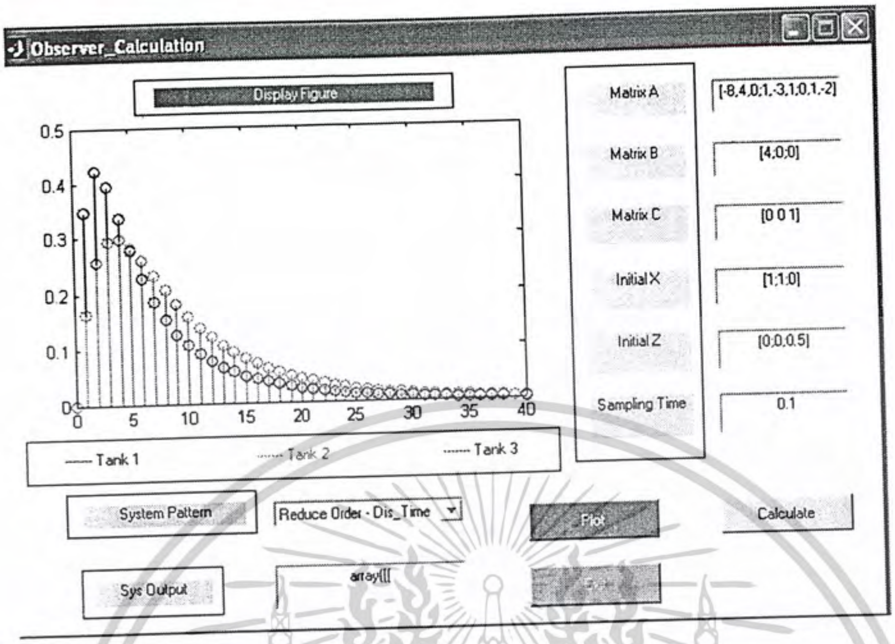


รูปที่ 28 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตชนิดรู้ค่าทั้งหมด ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5

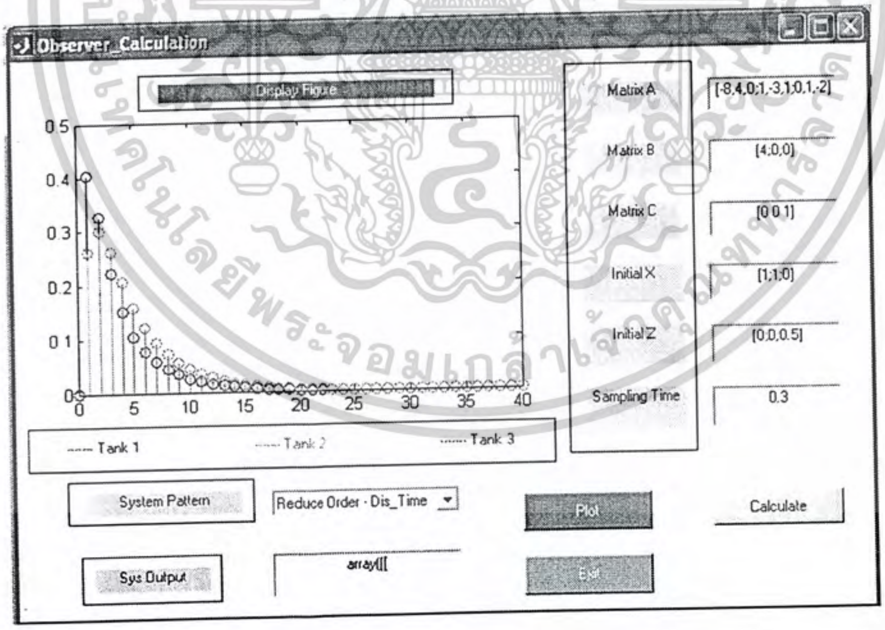


รูปที่ 29 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

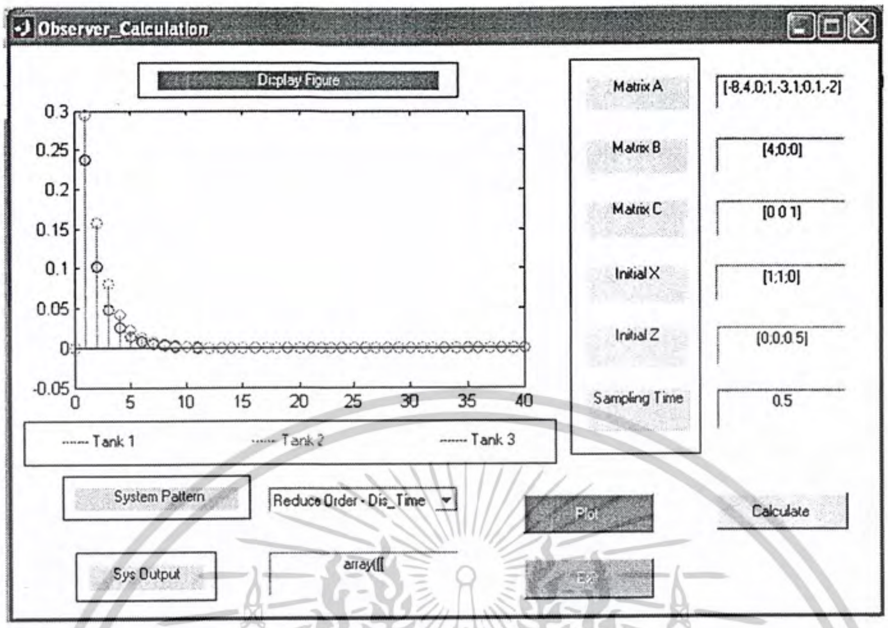


รูปที่ 30 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.1

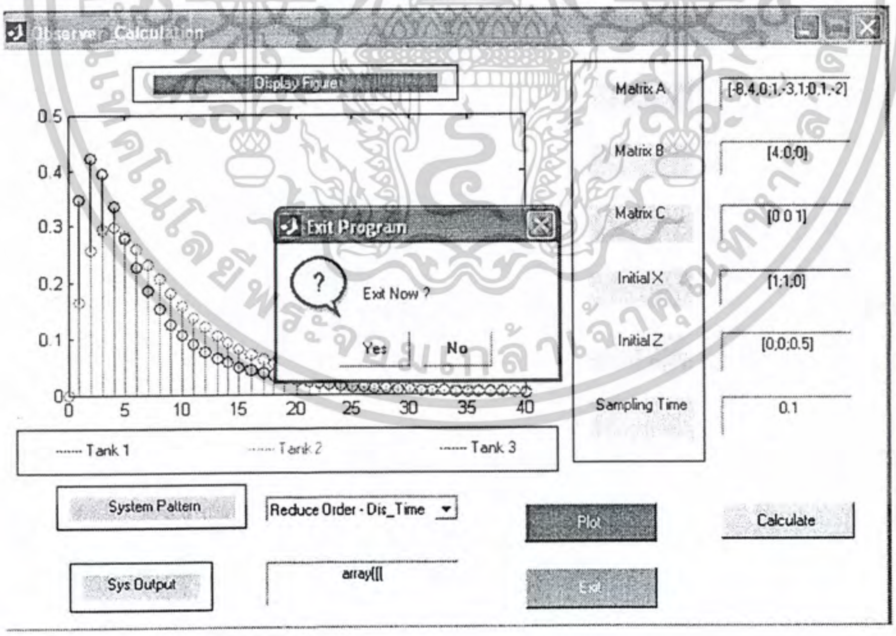


รูปที่ 31 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 32 ค่าของระบบ เมื่อคำนวณใน สภาวะที่เป็นตัวสังเกตสภาวะชนิดรู้ค่าบางส่วน ที่เป็นแบบเวลาเป็นช่วง โดยมี ค่าเวลาการสุ่มตัวอย่าง เป็น 0.5



รูปที่ 33 จบการทำงานของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Source Code " Program Observer Calculation "

```
function varargout = Observer_Calculation(varargin)

% OBSERVER_CALCULATION M-file for Observer_Calculation.fig
%      OBSERVER_CALCULATION, by itself, creates a observer_calculation
OBSERVER_CALCULATION or raises the existing
%      singleton*.
%
%      H = OBSERVER_CALCULATION returns the handle to a observer_calculation
OBSERVER_CALCULATION or the handle to
%      the existing singleton*.
%
%      OBSERVER_CALCULATION('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...)
calls the local
%      function named CALLBACK in OBSERVER_CALCULATION.M with the given
input arguments.
%
%      OBSERVER_CALCULATION('Property','Value',...) creates a
observer_calculation OBSERVER_CALCULATION or raises the
%      existing singleton*.  Starting from the left, property value pairs are
%      applied to the GUI before Observer_Calculation_OpeningFunction gets called.
An
%      unrecognized property name or invalid value makes property application
%      stop.  All inputs are passed to Observer_Calculation_OpeningFcn via varargin.
%
%      *See GUI Options on GUIDE's Tools menu.  Choose "GUI allows only one
%      instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help Observer_Calculation

% Last Modified by GUIDE v2.5 11-Mar-2004 23:43:05

% Begin initialization code - DO NOT EDIT

gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @Observer_Calculation_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @Observer_Calculation_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);
if nargin & isstr(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
else
   gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end

% End initialization code - DO NOT EDIT


% --- Executes just before Observer_Calculation is made visible.
function Observer_Calculation_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles,
varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to Observer_Calculation (see VARARGIN)

% Choose default command line output for Observer_Calculation
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes Observer_Calculation wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

   Default=0;
   handles.Default=Default;
   guidata(hObject,handles);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = Observer_Calculation_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;


%*****************************************************************
*******
% --- Executes on button press in Norsys.
%function NorSys_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Norsys (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of Norsys
%temp1=get(hObject,'Value');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%'temp1',disp(temp1);
%off = [handles.WithOb];
%mutual_exclude(off);
%handles.sys=temp1;
%guidata(hObject,handles);
%'handles.sys',disp(handles);

% --- Executes on button press in WithOb.
%function WithOb_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to WithOb (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of WithOb
%temp2=get(hObject,'Value');
%'temp2',disp(temp2);
%off = [handles.NorSys];
%mutual_exclude(off);
%handles.obs=temp2;
%guidata(hObject,handles);
%'handles.obs',disp(handles);

%function mutual_exclude(off)
%set(off,'Value',0)


%**********************************************************************
*******

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit1 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit1 as a double
Input_1=get(hObject,'String');
handles.Input_1=str2num(Input_1);
guidata(hObject,handles);


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit2 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit2 as a double
Input_2=get(hObject,'String');
handles.Input_2=str2num(Input_2);
guidata(hObject,handles);


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit3 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit3 as a double

%--------------------------------------------------------------------

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit4 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit4 as a double
Input_3=get(hObject,'String');
handles.Input_3=str2num(Input_3);
guidata(hObject,handles);


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
else
  set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit5 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit5 as a double
Input_4=get(hObject,'String');
handles.Input_4=str2num(Input_4);
guidata(hObject,handles);

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit7_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit7 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
  set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
  set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit7_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit7 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit7 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit7 as a double
Input_5=get(hObject,'String');
handles.Input_5=str2num(Input_5);
guidata(hObject,handles);


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit8_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit8 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function edit8_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit8 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit8 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit8 as a double
Input_6=get(hObject,'String');
handles.Input_6=str2num(Input_6);
guidata(hObject,handles);



% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end


% --- Executes on selection change in popupmenu1.
function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% [illegible] = get(hObject,'String') returns pop[illegible] cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from popupmenu1

%all_choices = get(handles.my_[illegible]menu,'String');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%current_choice = all_choices{get(handles.my_menu, 'Value')};
%temp_popup_sel_index = get(handles.popupmenuBlockSize, 'Value');


popup_set_index = get(handles.popupmenu1,'Value');
%popup_sel_index = get(hObject,'Value');
%msgbox(popup_sel_index);
  try
   A=handles.Input_1;
   B=handles.Input_2;
   C=handles.Input_3;
   x0=handles.Input_4;
   z0=handles.Input_5;
   Ts=handles.Input_6;
   Default=0;
   handles.Default=Default;
   guidata(hObject,handles);

  %'handles.Default',disp(handles.Default)
  switch popup_set_index
  case 1
  % The user selected the first item
       handles.Default = 0;
       guidata(hObject,handles);
       errordlg('Error, Please Select Pattern First','Input Error','OK');
       handles.plot_graph=7;
       guidata(hObject,handles);

   case 2
   % The user selected the second item
       syms t;
       [V,J]=jordan(A);
       rev=real(V);
       rej=real(J);
       jt=rej*t;
       ejt=expm(jt);
       eat=rev*ejt*inv(rev);
       xt=eat*x0;
       result=xt;
       handles.temp_result=result;
       guidata(hObject,handles);
       handles.plot_graph=1;
       guidata(hObject,handles);
       handles.Default=1;
       guidata(hObject,handles);

    case 3
    % The user selected the third item
       Ts=handles.Input_6;
       [a,b] = c2d(A,B,Ts);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
syms k;
[V,J]=jordan( a);
rej=real(J);
rev=real(V);
jt=rej.^k;
jk=rev*jt*inv(rev);
xk=jk*x0;
result=xk;
handles.temp_result=result;
guidata(hObject,handles);
handles.plot_graph=2;
guidata(hObject,handles);
handles.Default=1;
guidata(hObject,handles);

case 4
% The user selected the fourth item
o=[C; C*A; C*A*A];
p=[-6 ;-7; -8];
Q=(A+6*eye(3,3))*(A+7*eye(3,3))*(A+8*eye(3,3));
onew=inv(o);
E=Q*onew*[0;0;1];
Dz=A-(E*C);
syms t;
[V,J]=jordan(Dz);
rev=real(V);
rej=real(J);
jt=rej*t;
ejt=expm(jt);
eat=rev*ejt*inv(rev);
zxt=eat*(z0-x0);
[V,J]=jordan(A);
rev=real(V);
rej=real(J);
jt=rej*t;
ejt=expm(jt);
eat=rev*ejt*inv(rev);
xt=eat*x0;
zt=zxt+xt;
result=zt;
handles.temp_result=result;
guidata(hObject,handles);
handles.plot_graph=3;
guidata(hObject,handles);
handles.Default=1;
guidata(hObject,handles);
%'handles.Default',disp(handles.Default)

case 5
% The user selected the fifth item
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
Ts=handles.Input_6;
[a,b] = c2d(A,B,Ts);
o=[C; C*a; C*a*a];
p=[-6,-7,-8];
pnew=exp(p*Ts);
Q=(a-pnew(1,1)*eye(3,3))*(a-pnew(1,2)*eye(3,3))*(a-pnew(1,3)*eye(3,3));
onew=inv(o);
E=Q*onew*[0;0;1];
Dz=a-(E*C);
syms k;
[V,J]=jordan(a);
rej=real(J);
rev=real(V);
jt=rej.^k;
jk=rev*jt*inv(rev);
xk=jk*x0;
syms k;
[V,J]=jordan(Dz);
rej=real(J);
rev=real(V);
jt=rej.^k;
jk=rev*jt*inv(rev);
zxk=jk*(z0-x0);
zk=zxk+xk;
result=zk;
handles.temp_result=result;
guidata(hObject,handles);
handles.plot_graph=4;
guidata(hObject,handles);
handles.Default=1;
guidata(hObject,handles);

case 6
% The user selected the sixth item
z0new=[z0(1,1) ;z0(2,1)];
Aaa=[A(1,1) A(1,2);A(2,1) A(2,2)];
Aba=[A(3,1) A(3,2)];
Aab=[A(1,3); A(2,3)];
Abb=[A(3,3)];
Ba=[B(1,1); B(2,1)];
Bb=[B(3,1)];
o=[C ; C*A; C*A*A];
onew=inv(o);
Q=(A+6*eye(3,3))*(A+7*eye(3,3));
E=Q*onew*[0;0;1];
Enew=[E(1,1); E(2,1)];
Ahat=Aaa-Enew*Aba;
K=Ahat*Enew-Enew*Abb+Aab;
Bhat=Ba-Enew*Bb;
T=[1 0 0;0 1 0];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        syms t;
        [V,J]=jordan(A);
        rev=real(V);
        rej=real(J);
        jt=rej*t;
        ejt=expm(jt);
        eat=rev*ejt*inv(rev);
        xt=eat*x0;
        syms t;
        [V,J]=jordan(Ahat);
        rev=real(V);
        rej=real(J);
        jt=rej*t;
        ejt=expm(jt);
        eat=rev*ejt*inv(rev);
        ehat=eat*(z0new-T*x0);
        wt=T*xt+ehat;
        result=wt;
        handles.temp_result=result;
        guidata(hObject,handles);
        handles.plot_graph=5;
        guidata(hObject,handles);
        handles.Default=1;
        guidata(hObject,handles);

    otherwise
        Ts=handles.Input_6;
        z0new=[z0(1,1) ;z0(2,1)];
        [a,b] = c2d(A,B,Ts);
        Aaa=[a(1,1) a(1,2);a(2,1) a(2,2)];
        Aba=[a(3,1) a(3,2)];
        Aab=[a(1,3); a(2,3)];
        Abb=[a(3,3)];
        Ba=[b(1,1); b(2,1)];
        Bb=[b(3,1)];
        o=[C; C*a; C*a*a];
        p=[-6,-7,-8];
        pnew=exp(p*Ts);
        [a,b] = c2d(A,B,Ts);
        Q=(a-pnew(1,1)*eye(3,3))*(a-pnew(1,2)*eye(3,3));
        onew=inv(o);
        E=Q*onew*[0;0;1];
        Enew=[E(1,1); E(2,1)];
        Ahat=Aaa-Enew*Aba;
        K=Ahat*Enew-Enew*Abb+Aab;
        Bhat=Ba-Enew*Bb;
        T=[1 0 0;0 1 0];
        syms k;
        [V,J]=jordan(a);
        rej=real(J);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
      rev=real(V);
      jt=rej.^k;
      jk=rev*jt*inv(rev);
      xk=jk*x0;
      syms k;
      [V,J]=jordan(Ahat);
      rej=real(J);
      rev=real(V);
      jt=rej.^k;
      jk=rev*jt*inv(rev);
      ehat=jk*(z0new-T*x0);
      wk=T*xk+ehat;
      result=wk;
      handles.temp_result=result;
      guidata(hObject,handles);
      handles.plot_graph=6;
      guidata(hObject,handles);
      handles.Default=1;
      guidata(hObject,handles);
end
catch
  warndlg('Error, Please input all values First','Missing Input Values','OK');

   return
end
% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)


%------------------------------------------------------------------------
%val = str2double(get(handles.edit1,'String'));
%% Determine whether val is a number between 0 and 1
%if isnumeric(val) & length(val)==1 & ...
 %   val >= get(handles.slider1,'Min') & ...
  %  val <= get(handles.slider1,'Max')
   % set(handles.slider1,'Value',val);
   %else
%% Increment the error count, and display it
 %   handles.number_errors = handles.number_errors+1;
  %  guidata(hObject,handles); % store the changes
   % set(handles.edit1,'String',...
    %['You have entered an invalid entry ',...
%num2str(handles.number_errors),' times.']);
%end
%------------------------------------------------------------------------

 if  handles.Default == 0
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    warndlg('Error, Please Select Pattern First','Select Pattern First');

else
    %handles.temp_result=num2str(handles.temp_result);
    disp(handles.temp_result);
    guidata(hObject,handles);
    handles.temp_result=char(handles.temp_result);
    set(handles.edit3,'String',handles.temp_result);
end

%--------------------------------------------------------------------------
% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

%A=handles.Input_1;
%B=handles.Input_2;
%C=handles.Input_3;
%x0=handles.Input_4;
%z0=handles.Input_5;

if  handles.Default == 0
    warndlg('Error, Please Select Pattern First','Select Pattern First');

else

switch handles.plot_graph
case 1
      t=0:0.01:6;
      xt=handles.temp_result;
      xtreal=subs(xt);
      plot (t,xtreal)
      hold off
case 2
      k=0:1:40;
      xk=handles.temp_result;
      x1k=xk(1,1);
      x2k=xk(2,1);
      x3k=xk(3,1);
      x1kreal=subs(x1k);
      stem(k,x1kreal,'b')
      hold on
      x2kreal=subs(x2k );
      stem(k,x2kreal,'g')
      hold on
      x3kreal=subs(x3k);
      stem(k,x3kreal,'r')
      hold off
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
case 3
      t=0:0.01:6;
      zt=handles.temp_result
      ztreal=subs(zt);
      plot (t,ztreal)
      hold off
case 4
      k=0:1:40;
      zk=handles.temp_result;
      z1k=zk(1,1);
      z2k=zk(2,1);
      z3k=zk(3,1);
      z1kreal=subs(z1k);
      stem(k,z1kreal,'b')
      hold on
      z2kreal=subs(z2k );
      stem(k,z2kreal,'g')
      hold on
      z3kreal=subs(z3k);
      stem(k,z3kreal,'r')
      hold off
case 5
      t=0:0.01:6;
      wt=handles.temp_result;
      wtreal=subs(wt);
      plot (t,wtreal);
      hold off
case 6
      k=0:1:40;
      wk=handles.temp_result;
      w1k=wk(1,1);
      w2k=wk(2,1);
      w1kreal=subs(w1k);
      stem(k,w1kreal,'b')
      hold on
      w2kreal=subs(w2k);
      stem(k,w2kreal,'g')
      hold off
otherwise
      warndlg('Error, Please Select Pattern First','Select Pattern First');

end
end

% --- Executes on button press in Exit.
function Exit_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Exit (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
exit_button=questdlg('Exit Now ?','Exit Program','Yes','No','No');
switch exit_button
   case 'Yes'
      delete(handles.figure1);
   case 'No'
      return
end


% --------------------------------------------------------------------
function Observer_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to Observer (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. พัลลภ เหล่าเจริญ ที่ท่านกรุณาเป็นที่อาจารย์ที่ปรึกษาในการทำโครงงานตัวสังเกตสภาวะของระบบนี้ โดยท่านได้มาให้คำแนะนำและชี้แนวทางให้ผู้จัดทำได้รู้จักวิธีคิด นำการทฤษฎีการควบคุมไปประยุกต์ใช้ รวมทั้งการให้ตัวอย่างปัญหาในโครงงานตัวสังเกตสภาวะของระบบนี้ เพื่อให้ผู้จัดทำได้ฝึกการวิเคราะห์แก้ไขปัญหาของระบบ มาตั้งแต่ตลอดปีการศึกษา 2546 และท่านได้แนะนำตำราที่ช่วยให้โครงงานนี้มีความสมบูรณ์แบบมากขึ้นด้วย

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ถาวร เบญจนราสุทธิ์ ที่ท่านให้คอยคำปรึกษา และตอบข้อสงสัยในส่วนที่เกี่ยวกับการใช้ โปรแกรม Matlab และเป็นที่ปรึกษาเกี่ยวกับทางด้านทฤษฎีทาง Control อยู่เสมอ ทำให้ผู้จัดทำได้รับความรู้เพิ่มเติม และทราบถึงแนวทางในการแก้ไขปัญหาในโครงงานนี้ได้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งท่านยังได้แนะนำหนังสือที่อ่านประกอบเพิ่มเติมความรู้ที่นำไปใช้ประกอบการทำโครงงานตัวสังเกตสภาวะของระบบนี้อีกด้วย

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ สุมิตร พนาอุดมทรัพย์ ที่ให้ผู้จัดทำได้มาอยู่ร่วมห้อง Project กับนักศึกษา Project ของอาจารย์ ทำให้ผู้จัดทำได้มีมี เวลา และ ทรัพยากร ในการหาความรู้มาใช้ประกอบในการจัดทำโครงงานตัวสังเกตสภาวะของระบบนี้

ขอขอบคุณ ชุมนุมวิชาการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ที่เป็นที่พึ่งในยามยาก ทั้งยังเป็นที่เล่นทำงาน ทำกิจกรรม พักผ่อน รวมทั้งเป็นที่ที่มีความทรงจำดีๆมากมายที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา 4 ปี ของการเรียนในสถาบันแห่งนี้

ขอขอบคุณ เพื่อนๆ ภาค Control ที่ได้ร่วมเรียน เล่น ติว มาด้วยกันตลอด 3 ปีที่เรียนในภาคตลอดจนช่วงทำ Project ซึ่งเพื่อนๆ แต่ละคนก็ช่วยเหลือซึ่งกันและกันด้วยดีตลอดมา และอยากให้เป็นอย่างนี้ ตลอดไป

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์, วรรัตน์ ภัทรอมรกุล, 2543. **คู่มือโปรแกรม MATLAB ฉบับสมบูรณ์**: สำนักพิมพ์ อินโฟเพรส: บริษัท ดวงกลมสมัย จำกัด

วิพันธ์ ปรีชาพาณิช, 2541. **การวิเคราะห์ระบบควบคุมเวลาดีสครีต**: กรุงเทพฯ: คณะวิศวกรรมศาสตร์: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Atherton, D., Furuta, K., Sano, A., 1998. **State Variable Methods in Automatic Control**: Tokyo Institute Technology, Keio University Yogohama, Sussex University U.K.; Chichester: John Wiley

Brogan, W.L., **Modern Control Theory.** Upper Sassle River, NJ: Prentice Hall, 1985

Franklin, G.F., 1994. **Feedback Control of Dynamic Systems**: The Third Edition: Reading, MA: Addison-Wesley

Okata, M., 1997. **Modern Control Engineering**: International Third Edition. Minnesota: University of Minnesota: Prentice Hall

Westphal, L.C., 1995. **Sourcebook of Control System Engineering**: Sydney University.; London : Chapman & Hall

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้