สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การประมวลผลทางภาพด้วยโปรแกรมแมทแลบ

IMAGE PROCESSING APPLICATION ON MATLAB

T050091

โดย

นาย ศิวกร รัฐศุภชัยกุล

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2545

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 50091
วัน,เดือน,ปี 21 เม.ย. 2547

.b.....
.i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมวลผลทางภาพด้วยโปรแกรมแมทแลบ

IMAGE PROCESSING APPLICATION ON MATLAB

โดย

นาย ศิวกร รัฐศุภชัยกุล 42010406

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร. พิเชษ ม่วงนวล

ดร. ชูวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2545

ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง **การประมวลผลทางภาพด้วยโปรแกรมแมทแลบ**

IMAGE PROCESSING APPLICATION ON MATLAB

ผู้จัดทำ **นายศิวกร รัฐศุภชัยกุล** **42010406**

ลายเซ็นของอาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา

.....

(ดร.พิเชษฐ ม่วงนวล)

ลายเซ็นของอาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์ที่ปรึกษา

.....

(ดร.ชูวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมวลผลทางภาพด้วยโปรแกรมแมทแลบ

IMAGE PROCESSING APPLICATION ON MATLAB

โดย นายศิวกร รัฐศุภชัยกุล 42010406

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.พิเชษฐ ม่วงนวล
ดร.ชูวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์

บทคัดย่อ

ในปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการศึกษา อัลกอริทึมการประมวลผลทางภาพนำมาเขียนเป็นโปรแกรมบนโปรแกรมแมทแลบเพื่อศึกษาหลักการของการประมวลผลทางภาพแบบต่างๆ โดยมีจุดประสงค์คือ เปรียบเทียบลักษณะการใช้งานของการประมวลผลทางภาพด้วยอัลกอริทึมแบบต่างๆ เพื่อนำความรู้ที่ได้ไปเป็นพื้นฐานในการเลือกวิธีการในการปรับปรุงภาพที่เหมาะสมในการใช้งานต่างๆต่อไป

ABSTRACT

This project is the study in image processing algorithm to implement on MatLab software. The objective is to compare the algorithm of processing such as filters, zooming by interpolation such as linear interpolation, cubic spline interpolation and transform follow the theory of each method to be select the best method to enhancement the image.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 บทนำ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน	1
1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์	1
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	
2.1 พื้นฐานการประมวลผลดิจิตอล	2
2.2 การประมวลผลภาพดิจิตอลโดยการกรองความถี่	3
2.2.1 หลักการกรองความถี่	3
2.3 การขยายภาพ	8
2.3.1 การขยายภาพโดยการทำซ้ำ	8
2.3.2 การขยายภาพโดยการแทรกแบบเชิงเส้น	9
2.3.3 การขยายภาพโดยการแทรกแบบคิวบิคสไปลน์	10
2.4 การทรานส์ฟอร์มแบบต่างๆ	16
2.4.1 การแปลงแบบฮาดาหมัด	18
2.4.2 การแปลงแบบฮาร์	25
2.5 การหาขอบภาพ	27
2.5.1 หลักการของการหาขอบภาพ	27
บทที่ 3 การคำนวณและการสร้าง	
3.1 การสร้างตัวกรองผ่านความถี่ต่ำแบบบัตเตอร์เวิร์ธ	30
3.2 การสร้างการขยายภาพ	32
3.2.1 การขยายภาพโดยการทำซ้ำ	32
3.2.2 การขยายภาพโดยการแทรกแบบเชิงเส้น	34
3.2.3 การขยายภาพโดยการแทรกแบบคิวบิคสไปลน์	37
3.3 การทรานส์ฟอร์ม	39
3.3.1 อัลกอริทึมของฮาร์และฮาดาหมัด	39
3.3.2 การทรานส์ฟอร์ม	40
3.3.3 อินเวอร์สทรานส์ฟอร์ม	41
3.4 การหาขอบภาพ	42

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 การทดลอง

4.1 การทดลองการกรองผ่านความถี่แบบต่างๆ 43

4.2 การทดลองการขยายภาพ 45

4.3 การทดลองการทรานส์ฟอร์ม 48

4.4 การทดลองการหาขอบภาพ 52

บทที่ 5 บทสรุปและวิจารณ์

5.1 ผลของการกรองความถี่แบบต่างๆ 53

5.2 ผลของการขยายภาพแบบต่างๆ 53

5.3 ผลของการทรานส์ฟอร์มโดยการแปลงแบบฮาร์และแบบฮาดามาร์ด 53

5.4 ผลของการหาขอบภาพ 54

หนังสืออ้างอิง

กิตติกรรมประกาศ

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้าที่
2.1 การนำภาพเข้าสู่คอมพิวเตอร์	2
2.2 เมตริกซ์ของรูปขนาด 256*256	2
2.3 แสดงการจัดการระบบเชิงเส้น	5
2.4 แสดงตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติ	5
2.5 แสดงตัวกรองผ่านความถี่ต่ำแบบบัตเตอร์เวอร์ธ	6
2.6 แสดงตัวกรองผ่านความถี่สูงอุดมคติ	7
2.7 แสดงตัวกรองผ่านความถี่สูงแบบบัตเตอร์เวอร์ธ	8
2.8 แสดงการแทรกค่าแบบเชิงเส้น	10
2.9 เปรียบเทียบวิธีการแทรกค่าแบบเชิงเส้นและแบบคิวบิคสไปลน์	11
2.10 ฟังก์ชันพื้นฐานของการแปลงแบบฮาดาหมัด	24
2.11 แสดงภาพอิมเมจตัวอย่างและล็อกแมกนิจูด	24
2.12 แสดงเทคนิคการหาขอบภาพโดยใช้ฟังก์ชันอนุพันธ์	27
4.1 ภาพต้นฉบับ	43
4.1 (a) ภาพที่ผ่านการกรองความถี่ต่ำ	44
4.1 (b) ภาพที่ผ่านการกรองความถี่สูง	44
4.2 ภาพต้นฉบับ	45
4.2 (a) การขยายภาพโดยการทำซ้ำ	46
4.2 (b) การขยายภาพโดยการแทรกค่าเชิงเส้น	46
4.2 (c) การขยายภาพโดยการแทรกค่าแบบคิวบิค	47
4.3 ภาพต้นฉบับ	48
4.3 (a) การทรานส์ฟอร์มแบบฮาร์	49
4.3 (b) การทรานส์ฟอร์มแบบฮาดาหมัด	50
4.3 (c) อินเวอร์สภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มแบบฮาร์แล้ว	51
4.3 (d) อินเวอร์สภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มแบบฮาดาหมัดแล้ว	51
4.4 ภาพต้นฉบับ	52
4.4 (a) การหาขอบภาพโดยวิธีโซเบล	53
4.4 (b) การหาขอบภาพโดยวิธีพรีวิท	54
4.4 (c) การหาขอบภาพโดยวิธีเคิร์ช	55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
2.1 แสดงค่าเคอเนลของการแปลงแบบฮาดาหมัดในระบบ 1 มิติ	20
2.2 ค่าเคอเนลของการแปลงแบบฮาดาหมัด	22
2.3 มาส์คขนาด 3*3 แบบโซเบล	28
2.4 มาส์คขนาด 3*3 แบบพรีวิท	29
2.5 มาส์คขนาด 3*3 แบบเคิร์ช	29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 บทนำ

ในปัจจุบันได้มีการเก็บข้อมูลต่างๆไว้ในรูปของสัญญาณทางดิจิตอล(Digital Signal) มากขึ้นทั้งนี้เนื่องจาก เทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์เช่น การแสดงผล การประมวลผล และการเก็บข้อมูล สามารถทำได้โดยง่ายและมีระเบียบแบบแผน ข้อมูลทางภาพก็เช่นกันเราสามารถเก็บภาพไว้ได้ในลักษณะของข้อมูลเชิงเลขโดยการสุ่มตัวอย่าง(Sampling) ข้อมูลอนาลอก(Analog)ออกมา นอกจากนั้นเรายังสามารถทำการประมวลผลกับข้อมูลเหล่านั้นเพื่อให้ได้คุณภาพของภาพที่ดีขึ้นโดยการประมวลผลดังกล่าวเราเรียกว่าการประมวลผลภาพดิจิตอล(Digital Image Processing) ซึ่งการประมวลผลภาพดิจิตอลนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับความต้องการหลายๆอย่างเช่น การเพิ่มระดับความแตกต่างของจุดสีของภาพเพื่อที่จะสามารถมองเห็นรายละเอียดของภาพได้ดีขึ้น การขยายภาพให้มีขนาดใหญ่ขึ้นเพื่อที่จะสามารถสังเกตส่วนประกอบของภาพบางส่วนได้ ฯลฯ

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

โครงงานนี้จะนำเอาอัลกอริทึม(Algorithm) ในการประมวลผลภาพดิจิตอลแบบต่างๆมาสร้างเป็นโปรแกรมเพื่อที่จะสามารถดูผลของการประมวลผลของอัลกอริทึมแบบต่างๆ เปรียบเทียบกันว่าชนิดใดเหมาะกับการปรับปรุงภาพแบบใด โดยโปรแกรมที่ใช้เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์เรียกว่า แมทแลป (MatLab) เพื่อแสดงให้เห็นผลในการทดลอง โดยที่ไม่ใช่การสร้างเครื่องมือสำหรับใช้งานจริง

1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์

บทที่ 1 บทนำ

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ

กล่าวถึงความรู้พื้นฐานที่ควรทราบในการศึกษาและอัลกอริทึมแบบต่างๆที่นำมาใช้ในการประมวลผลภาพดิจิตอลเช่น ลักษณะการเก็บข้อมูล การประมวลผลภาพดิจิตอลโดยใช้การกรองแบบต่างๆ(Filters) การขยายภาพ(Zooming) การทรานฟอร์ม(Transform) และการหาขอบภาพ (Edge Detection)

บทที่ 3 การคำนวณและการสร้าง

การนำอัลกอริทึมแบบต่างๆมาทำการคำนวณและสร้างออกมาโดยโปรแกรมแมทแลป

บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง

เป็นวิธีการทดลองและผลการทดลองของการใช้อัลกอริทึมแบบต่างๆ

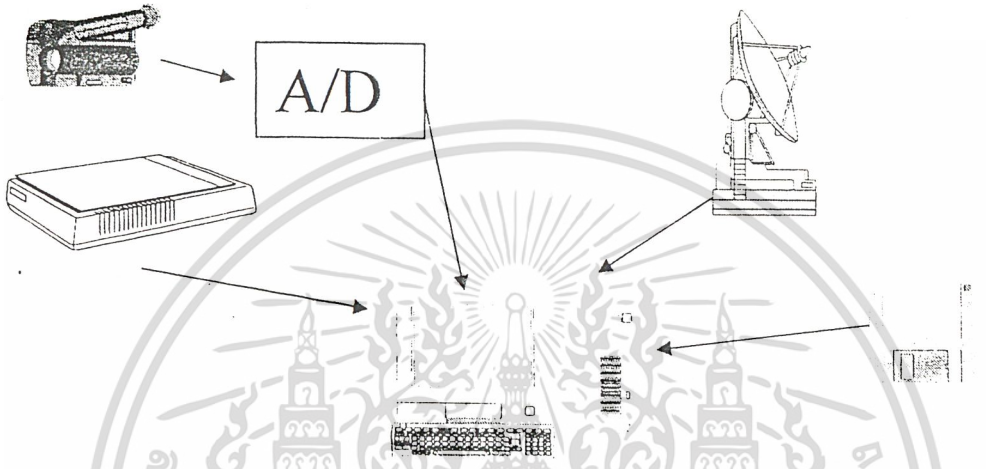
บทที่ 5 บทวิจารณ์และบทสรุป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีหรือหลักการ

2.1 พื้นฐานการประมวลผลภาพดิจิตอล

ภาพต่างๆที่เราจะนำมาประมวลผลได้โดย Computer นั้นจะต้องทำให้อยู่ในรูปของสัญญาณดิจิตอล (ตัวเลข) ก่อนโดยหลักการ Sampling สัญญาณภาพ ซึ่งส่งผลให้มีลักษณะของการนำภาพเข้าสู่ Computer ได้หลายรูปแบบตามชนิดของแหล่งภาพนั้นๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การนำภาพเข้าสู่ Computer

ภาพที่นำเข้าสู่ Computer ไม่ว่ากรณีใดๆภาพที่ได้จะมีลักษณะเป็น 2 มิติ กล่าวคือจะเป็นลักษณะของผืนผ้าสี่เหลี่ยม ที่อาจไม่ใช่สี่เหลี่ยมจัตุรัสก็ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ซึ่งในรูปจะมี Index อยู่สองตัวที่ชี้ตำแหน่งของจุดในแนวนอนและแนวตั้งคือ X, Y ซึ่งก็จะเป็นค่าที่แสดงถึงขนาดความละเอียดของภาพนั้นด้วย ส่วนจุดภาพ (Pixels) ที่ประกอบเป็นภาพนั้นจะใช้เก็บค่าของความสว่างไว้ซึ่งแต่ละจุดจะให้ความสว่างต่างกันหรือเหมือนกันก็แล้วแต่ภาพนั้นๆ ซึ่งหากจำนวนบิต (bit) ที่ใช้แสดงความสว่างของจุดภาพเป็นขนาด 8 บิต ก็จะสามารถใช้แสดงความสว่างได้ขนาด 0-255 ระดับ (2^8)

$$\begin{bmatrix} f(1,1) & f(1,2) & f(1,3)\cdots\cdots & f(1,256) \\ f(2,1) & f(2,2) & f(2,3)\cdots\cdots & f(2,256) \\ f(3,1) & f(3,2) & f(3,3)\cdots\cdots & f(3,256) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f(256,1) & f(256,2) & f(256,3)\cdots\cdots & f(256,256) \end{bmatrix}$$

รูปที่ 2.2 เมตริกซ์ของรูปขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่าภาพดิจิตอลก็คือ เมตริกซ์ขนาด 2 มิตินั่นเอง ดังนั้นหากเราจะกระทำการประมวลผลภาพก็สามารถทำได้โดยง่ายในรูปของเมตริกซ์ 2 มิติ ซึ่งโปรแกรมที่ใช้โดยทั่วไปคือ ภาษา C, Matlab ซึ่งเป็นที่นิยมมากเพราะสามารถคำนวณได้อย่างง่ายดาย

2.2 การประมวลผลภาพดิจิตอลโดยการกรองความถี่

การประมวลผลภาพโดยการกรองความถี่ถือว่ามีประโยชน์มากในการประมวลผลภาพดิจิตอลเนื่องจากการประมวลผลด้วยวิธีการกรองความถี่นี้สามารถให้ผลที่เกิดกับภาพอย่างชัดเจน โดยจะแบ่งเป็น 2 ชนิดใหญ่ๆคือ การกรองความถี่ต่ำและการกรองความถี่สูง โดยที่การกรองความถี่ต่ำจะเป็นการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดในภาพเนื่องจากสัญญาณรบกวนในภาพนั้นจะเป็นความถี่สูง ดังนั้นจะกรองให้เฉพาะความถี่ต่ำผ่านทำให้สามารถลดสัญญาณรบกวนได้ ส่วนการกรองความถี่สูงผ่านนั้นจะทำให้ภาพที่ได้มีความคมชัดมากขึ้น

2.2.1 หลักการของการกรองความถี่

หลักใหญ่ของการกรองความถี่นั้นมาจากทฤษฎีของการประมวลผลของสัญญาณดิจิตอลนั่นคือการประมวลผลโดยนำข้อมูลที่ต้องการประมวลผลมาทำการคอนโวลูชันกับฟังก์ชันการตอบสนองความถี่ของฟังก์ชันอิมพัลซ์โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$y(m,n) = x(n_1,n_2) * h(n_1,n_2) \tag{1}$$

$$= \sum_{k_1=-N_1}^{N_1} \sum_{k_2=-N_2}^{N_2} h(n_1,n_2)x(n_1-k_1,n_2-k_2)$$

เมื่อ $y(m,n)$ เป็นสัญญาณภาพที่ได้จากการกรองความถี่

$x(n_1,n_2)$ เป็นสัญญาณภาพที่ต้องการจะกรองความถี่

$h(n_1,n_2)$ เป็นฟังก์ชันผลตอบสนองความถี่อิมพัลซ์

โดยที่ค่า $h(n_1,n_2)$ นี้สามารถที่จะหาได้จากฟังก์ชันผลตอบสนองความถี่ $H(w_1,w_2)$ ซึ่งสามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$h(n_1,n_2) = 1/\pi^2 \int_0^{\pi} \cos(x_1,n_1)dw_1 \int_0^{\pi} H(w_1,w_2)\cos(w_2,n_2)dw_2 \tag{2}$$

โดยที่ $H(w_1,w_2)$ คือ ฟังก์ชันผลตอบสนองความถี่

ในโครงงานนี้จะได้กล่าวถึงการกรองความถี่หลายๆชนิดแต่ละชนิดก็มีความแตกต่างกันและเหมาะสมกับงานหลายๆอย่างต่างกันซึ่งมีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.1.1 การกรองผ่านความถี่ต่ำ (Lowpass filter)

ขอบของภาพและการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน(เช่น Noise) ในระดับความสว่างของภาพ มักจะประกอบด้วยองค์ประกอบความถี่สูงในโดเมนความถี่ของการแปลงฟูริเยร์ การจะทำให้ภาพดูนุ่มนวลขึ้นหรือเบลอ สามารถทำได้ในโดเมนความถี่ของภาพโดยการลดทอนองค์ประกอบความถี่สูงในโดเมนความถี่ในช่วงที่กำหนดจากสมการที่ (4) เราจะได้ความสัมพันธ์คือ

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) \tag{3}$$

เมื่อ F(u,v) เป็นผลของการแปลงฟูริเยร์ของภาพที่เราต้องการทำให้นุ่มนวลขึ้น ปัญหาคือว่าเราจะหาฟังก์ชัน H(u,v) ที่ให้ G(u,v) ที่เป็นการลดทอนองค์ประกอบความถี่สูงของ G(u,v) ได้อย่างไร การแปลงฟูริเยร์ผกผันของ G(u,v) จะได้ภาพ g(x,y) ที่นุ่มนวลขึ้น เนื่องจากองค์ประกอบความถี่ถูกกรองออกไป ส่วนองค์ประกอบความถี่ต่ำผ่านไปโดยไม่มีการลดทอนวิธีการที่กล่าวมานี้เรียกว่า การกรองความถี่ต่ำผ่าน ฟังก์ชัน H(u,v) ที่กล่าวถึงในที่นี้เรียกว่า ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองการแปลงฟูริเยร์ F(u,v) เนื่องจากตัวกรองควรที่จะเป็นแบบไม่มีการเลื่อนเฟส (Zero phase shift) เพราะว่าเฟสเป็นส่วนสำคัญของภาพจึงไม่ควรถูกรบกวน

(ก) ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติ

ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติ ได้นิยามฟังก์ชันถ่ายโอนไว้ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & if\ D(u,v) > D_0 \\ 1 & if\ D(u,v) \le D_0 \end{cases} \tag{4}$$

เมื่อ D_0 เป็นจำนวนจริงบวกและ D(u,v) และระยะทางถึงจุดกำเนิด(Origin) ในแกนความถี่ซึ่งมีค่าดังแสดงความสัมพันธ์ในสมการที่ (5)

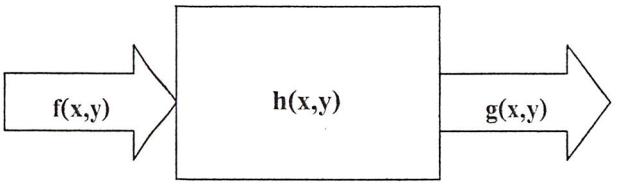
$$D(u,v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \tag{5}$$

ภาพ 3 มิติแสดงฟังก์ชันของตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติแสดงไว้ในรูปที่ (2.2) ซึ่งอาจอธิบายได้ว่าทุกค่าความถี่ในวงกลมรัศมี D_0 ซึ่งเป็นความถี่ต่ำจะผ่านไปโดยไม่มีการลดทอนแต่ในขณะที่ทุกค่าความถี่สูงจะถูกลดทอนลงอย่างสิ้นเชิง

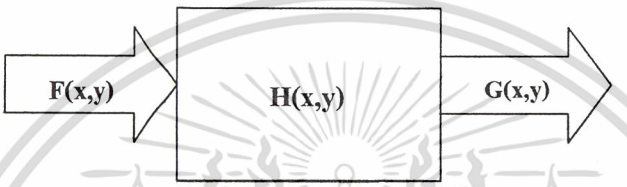
ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำในที่นี้จะเป็นแบบสมมาตรรอบจุดกำเนิดเพื่อให้ตัวกรองนั้นมีคุณสมบัติเพียงพอกับข้อกำหนดที่ต้องการ ภาคตัดขวางของตัวกรองเป็นฟังก์ชันของระยะทางจากจุดกำเนิดตามแนวรัศมีดังแสดงในรูปที่ 2.3 (b) ฟังก์ชันถ่ายโอนที่สมบูรณ์ของตัวกรองสามารถสร้างโดยการหมุนภาคตัดขวางไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

360 องศารอบจุดกำเนิด ซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุดกึ่งกลางระนาบความถี่ รูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด N*N ของภาพ เนื่องจากว่าจุดกำเนิดของผลการแปลงฟูริเยร์ F(u,v) มีศูนย์กลางที่จุดกึ่งกลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัส



(ก)



(ข)

(ก)เอาท์พุทของระบบเป็นการ Convulution h(x,y) กับอินพุท (ข)เอาท์พุทเป็นผลคูณของ H(u,v) กับอินพุท

รูปที่ 2.3 แสดงการจัดการระบบเชิงเส้น

(ก) (ข)

รูปที่ 2.4 แสดงตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติ (ก) แสดงรูป 3 มิติ (ข) แสดงภาพตัดขวาง

สำหรับการกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติระหว่าง H(u,v) = 1 กับ H(u,v) = 0 จะเรียกว่าความถี่คัทออฟ (Cut off frequency) เช่นความถี่คัทออฟของรูปที่ 2.3(ข) คือ D จากภาพตัดขวางที่ถูกนำมาหมุนรอบจุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำเนิดที่ D_0 จะกลายเป็นขอบของวงกลม และ มีจุดคัทออฟที่มีระยะห่างจากจุดกำเนิด D_0 เราจะพบว่าความถี่คัทออฟจะเป็นประโยชน์ในการกำหนดคุณสมบัติของตัวกรองต่างๆและใช้เป็นพื้นฐานในการเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวกรองชนิดต่างๆ

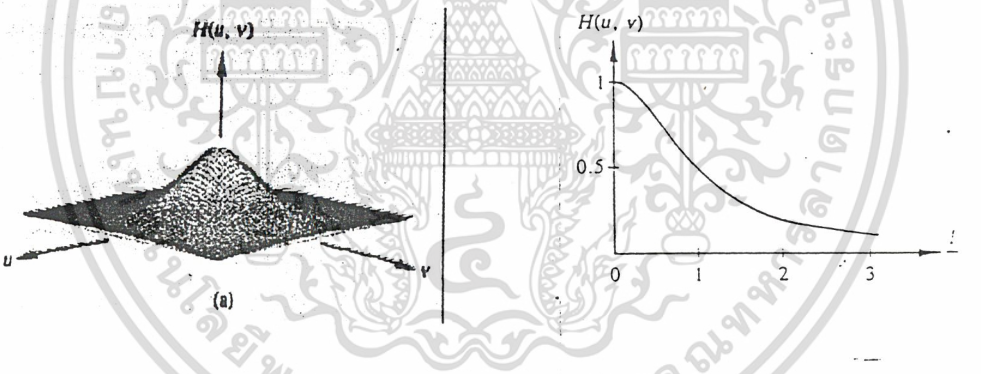
สำหรับความถี่คัทออฟที่ความถี่ต่ำแสดงในรูปที่ 2.3 นี้จะไม่สามารถที่จะสังเคราะห์เป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์ได้แต่เราสามารถทำการสร้าง (Simulate) ด้วยคอมพิวเตอร์ได้

(ข) ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำบัต เตอร์เวอร์ธ

ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำบัตเตอร์เวอร์ธอันดับ n (Order n) ที่มีความถี่คัทออฟ D_0 นิยามไว้ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}} \tag{6}$$

ซึ่งมีภาพ 3 มิติแสดงไว้ในรูปที่ 2.4 ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำบัตเตอร์เวอร์ธไม่มีช่วงคัทออฟที่คมชัดซึ่งแยกแถบผ่าน (Pass band) กับแถบหยุด (Stop band) ไว้อย่างชัดเจน แต่จะมีช่วงเปลี่ยนสถานะ(Transition band) ที่เรียบดังรูปที่ 2.4



(ก) แสดงรูป 3 มิติ (ข) แสดงภาคตัดขวาง

รูปที่ 2.5 แสดงตัวกรองผ่านความถี่ต่ำบัต เตอร์เวอร์ธ

ในสมการที่ 6 เราพบว่าที่ความถี่คัทออฟ D(u,v) = D_0 ค่า H(u,v) จะลดลงเหลือ ½ หรือเหลือ 50% จากค่าสูงสุดซึ่งโดยส่วนใหญ่เราจะใช้ H(u,v) = $1/\sqrt{2}$ หรือ 70.7% ของค่าสูงสุดเป็นค่า H(u,v) ที่ความถี่คัทออฟ ดังนั้นเราสามารถปรับปรุงสมการที่ 6 ได้โดยง่ายเป็น

$$H(u,v)=\frac{1}{1+(\sqrt{2}-1)[D(u,v)/D_0]^{2n}} \tag{7}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(u,v) = \frac{1}{1+(0.414)[D(u,v)/D_0]^{2n}} \quad (8)$$

2.2.1.2 ตัวกรองผ่านความถี่สูง

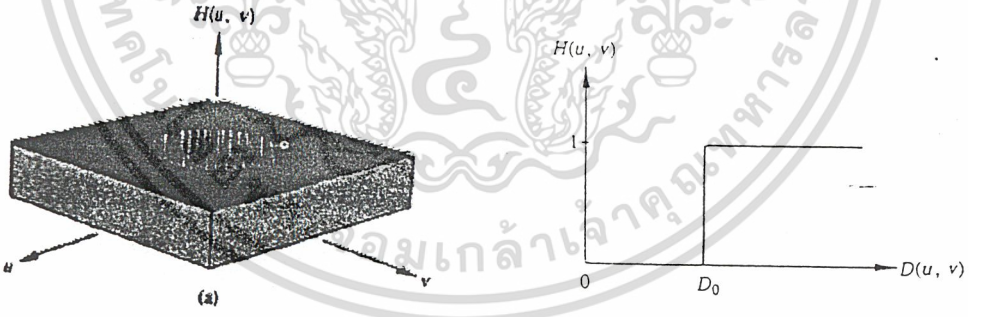
ภาพสามารถถูกทำให้เบลอได้ โดยการลดทอนส่วนความถี่สูงของภาพในโดเมนความถี่หรือนำไปผ่านตัวกรองผ่านความถี่ต่ำส่วนของภาพที่เป็นขอบและที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันของระดับสีเทา (Gray level) นั้นจะประกอบด้วยองค์ประกอบความถี่สูง ดังนั้นการทำภาพให้คมชัดขึ้นสามารถทำได้โดยกระบวนการผ่านความถี่สูง

(ก) ตัวกรองผ่านความถี่สูงอุดมคติ

ตัวกรองผ่านความถี่สูง 2 มิติอุดมคติ สามารถให้นิยามได้ดังนี้

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & if\ D(u,v) \le D_0 \\ 1 & if\ D(u,v) > D_0 \end{cases} \quad (9)$$

เมื่อ D_0 คือ ค่าระยะคัทออฟที่วัดจากจุดกำเนิดและ D(u,v) มีค่าตามสมการที่ 5 รูป 3 มิติและภาคตัดขวางของฟังก์ชันตัวกรองความถี่สูงจะตรงข้ามกับฟังก์ชันตัวกรองความถี่ต่ำอย่างสิ้นเชิง ขณะเดียวกันองค์ประกอบความถี่สูงภายนอกวงกลมจะผ่านไปโดยไม่มีการลดทอน เช่นเดียวกับตัวกรองผ่านความถี่ต่ำอุดมคติตัวกรองนี้ก็ไม่สามารถทำให้เป็นจริงได้ทางกายภาพ



(ก) แสดงรูป 3 มิติ (ข) แสดงภาคตัดขวาง

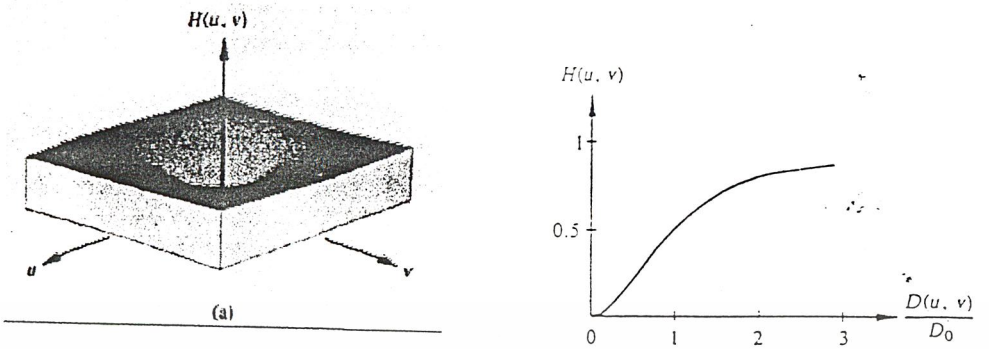
รูป 2.6 แสดงตัวกรองผ่านความถี่สูงอุด มคติ

(ก) ตัวกรองความถี่สูงผ่านบัตเตอร์เวอร์ธ

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองผ่านความถี่สูงแบบบัตเตอร์เวอร์ธ อันดับ n และความถี่คัทออฟที่ D_0 จากจุดกำเนิดสามารถแสดงด้วยความสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(u,v)=\frac{1}{1+[D_0/D(u,v)]^{2n}} \tag{10}$$



(ก) แสดงรูป 3 มิติ (ข) แสดงภาคตัดขวาง

รูป 2.7 แสดงตัวกรองผ่านความถี่สูงแบบบัตเตอร์เวอร์ธ

จากสมการที่ 10 ที่คัทออฟ D(u,v) = D_0 H(u,v) จะมีค่าลดลงเหลือ ½ ของค่าสูงสุดเช่นเดียวกับตัวกรองผ่านความถี่ต่ำแบบบัตเตอร์เวอร์ธ เป็นธรรมดาที่จะให้ค่าของ H(u,v) ที่ความถี่คัทออฟมีค่าลดลงเหลือ $1/\sqrt{2}$ ของค่าสูงสุด สมการที่ 10 สามารถปรับปรุงให้สอดคล้องตามต้องการอย่างง่ายดายโดยการจัดระดับจะได้เป็นสมการที่ 11

$$H(u,v)=\frac{1}{1+(\sqrt{2}-1)[D_0/D(u,v)]^{2n}} \tag{11}$$

$$H(u,v)=\frac{1}{1+(0.414)[D_0/D(u,v)]^{2n}} \tag{12}$$

2.3 การขยายภาพ (Zooming)

การขยายภาพถือว่าเป็นขบวนการที่มีความสำคัญเพราะบ่อยครั้งที่เราต้องการขยายภาพเพื่อที่จะสามารถสังเกตรายละเอียดเล็กๆของภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้นเช่น ภาพที่ได้จากการถ่ายดาวเทียมจะมีขนาดเล็กทำให้พิจารณารายละเอียดได้ลำบากเราจึงต้องทำการขยายภาพให้ใหญ่ขึ้นเพื่อที่จะสามารถพิจารณารายละเอียดของภาพได้ การขยายภาพนั้นมีอยู่หลายวิธีซึ่งเราจะทำการศึกษาวิธีการขยายภาพดังนี้

2.3.1 การขยายภาพโดยการทำซ้ำ(Replication)

การทำซ้ำหมายถึง การเพิ่มจุดสีเข้าไปในภาพโดยที่จุดที่เพิ่มเข้าไปนั้นจะมีค่าระดับสีเทาเท่ากับจุดภาพจุดเดิมนั่นก็คือ การทำซ้ำนั่นเอง วิธีการเริ่มจากเราจะทำการแทรกค่าศูนย์เข้าไปในเมตริกซ์ของภาพที่ต้องการขยายเช่น ถ้าต้องการขยายภาพขนาด r×c ให้มีขนาดเป็นสองเท่าก็ทำได้โดยการนำศูนย์มาแทรก

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แถวและคอลัมน์ของเมตริกซ์ภาพ ก็จะได้เมตริกซ์ใหม่ที่มีขนาด $2r \times 2c$ จากนั้นนำเมตริกซ์ที่เราทำการแทรกค้วยค่าศูนย์แล้วมาคอนโวลูชั่นกับเมตริกซ์ h ซึ่งมีค่าดังนี้

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ยกตัวอย่างเช่น หากมีเมตริกซ์ A ตามรูปเมื่อผ่านการขยายโดยวิธีทำซ้ำเราจะได้ผลลัพธ์เป็นเมตริกซ์ C ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{conv\,of\,h} C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

โดยที่เมตริกซ์ B จะเป็นเมตริกซ์ที่เกิดจากการแทรกศูนย์เข้าไปในเมตริกซ์ A เราจะทำการพิจารณาเมตริกซ์ C ได้ว่าจะมีจำนวนจุดเป็นสี่เท่าของเมตริกซ์ A และจะได้ภาพที่มีขนาดใหญ่กว่าเดิมสองเท่า

การขยายภาพโดยการทำซ้ำนี้เป็นวิธีที่ง่ายแต่มีข้อเสียคือ ภาพที่ทำการขยายจะมีลักษณะไม่เรียบจะเป็นรอยหยักๆต่อกันทั้งภาพแทนที่จะเป็นเส้นต่อกันอย่างราบเรียบ ดังนั้นเพื่อการขยายภาพที่ดีกว่าวิธีการทำซ้ำเราจึงใช้วิธีอื่นๆเช่น วิธีการแทรกจุดแบบต่างๆที่เราจะได้กล่าวถึงต่อไป

2.3.2 การขยายภาพโดยการใช้วิธีการแทรกแบบเชิงเส้น (Linear interpolation)

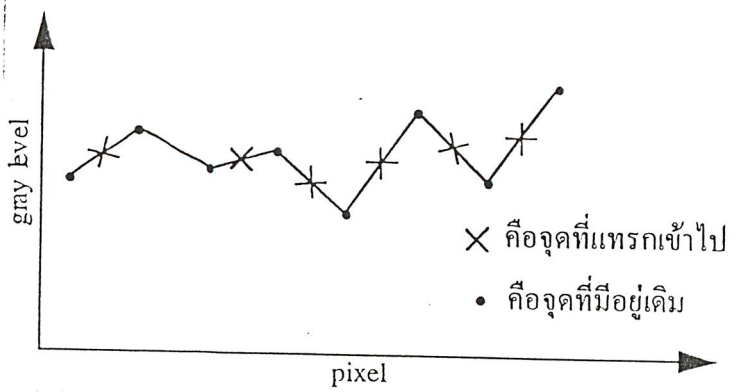
การขยายภาพโดยใช้วิธีการแทรกแบบเชิงเส้นนี้จะให้ผลดีกว่าการขยายภาพด้วยการทำซ้ำมากเนื่องจากจะเป็นการหาค่าเฉลี่ยระหว่างจุดสองจุดก่อนที่จะทำการแทรกเข้าไป ภาพที่ได้จะเป็นภาพที่ผ่านการขยายจึงมีคุณภาพดีกว่าแบบทำซ้ำค่อนข้างมาก

ในการขยายภาพโดยวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นนี้จะมีการแทรกค่าที่ได้จากการคิดค่าเฉลี่ยของค่าใกล้เคียงสองข้างแล้วจึงแทรกค่านั้นลงไป ตัวอย่างเช่น เรามีค่า 2 และ 4 อยู่และต้องการแทรกค่าที่เหมาะสมลงไประหว่างกลางโดยวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นซึ่งค่าระดับสีเทาที่จะแทรกลงไประหว่างจุดสองจุดนี้หาได้จาก

$$(2+4)/2 = 3$$

เราจึงแทรกค่าระดับสีเทาเท่ากับ 3 ลงไป จะเห็นว่าค่าที่เราแทรกลงไปนี้เป็นการมองว่าใช้สมการเส้นตรงจาก 2 ไป 4 เป็นตัวประมาณค่าเราจึงเรียกวิธีการนี้ว่าการแทรกแบบเชิงเส้น สำหรับภาพที่มีจุดเรียงต่อกันเป็นแถวจำนวนมากเราจะสามารถแทรกค่าได้ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.8 แสดงการแทรกค่าแบบเชิงเส้น

เราจะแสดงตัวอย่างของการอ่านจุดภาพจากแฟ้มข้อมูลภาพมาเก็บไว้เป็นเมตริกซ์แล้วนำมาทำการขยายโดยวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นได้ดังนี้

$$I=\begin{bmatrix}1&2&3&4&5\\2&3&4&5&1\\3&4&5&1&2\\4&5&1&2&3\\5&1&2&3&4\end{bmatrix}$$

เราจะได้เมตริกซ์ที่ผ่านการขยายโดยวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นได้ดังนี้

$$Z=\begin{bmatrix}1&1.5&2&2.5&3&3.5&4&4.5&5\\1.5&2&2.5&3&3.5&4&4.5&3.75&3\\2&2.5&3&3.5&4&4.5&5&3&1\\2.5&3&3.5&4&4.5&3.75&3&2.25&1.5\\3&3.5&4&4.5&5&3&1&1.5&2\\3.5&4&4.5&3.75&3&2.25&1.5&2&2.5\\4&4.5&5&3&1&1.5&2&2.5&3\\4.5&3.75&3&2.25&1.5&2&2.5&3&3.5\\5&3&1&1.5&2&2.5&3&3.5&4\end{bmatrix}$$

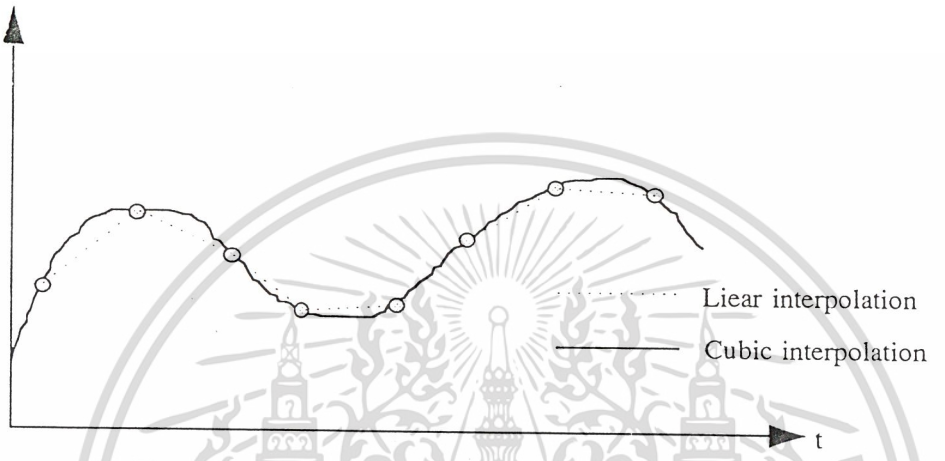
จะเห็นได้ว่าเมตริกซ์ที่ได้นั้นจะมีการขยายขึ้นโดยแทรกค่าที่เหมาะสม จากวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นทำให้ได้ภาพที่ขยายนั้นมีความราบเรียบมากกว่าวิธีการแทรกแบบการทำซ้ำมาก

2.3.3 การขยายภาพโดยวิธีการแทรกแบบคิวบิคสไปลน์ (Cubic spline interpolation)

ถึงแม้ว่าการขยายภาพด้วยวิธีแทรกค่าแบบเชิงเส้นจะได้ผลที่ดีพอสมควรประกอบกับความง่ายในการเขียนโปรแกรมแต่ภาพที่ออกมานั้นจะมีคุณภาพที่ยังไม่ค่อยดีเท่าที่ควรนักเนื่องจากหลักการขยายภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ดีนั้นค่าที่เราจะนำไปแทรกลงไปนั้นควรจะเกิดจากการที่เราสามารถสร้างสัญญาณอนาลอกขึ้นมาใหม่จากสัญญาณทางดิจิตอลที่เรามีอยู่จากนั้นจึงทำการแซมปลิ้งใหม่เพื่อให้ได้จำนวนจุดของภาพที่มากกว่าเดิมตามแต่ขนาดที่ต้องการขยาย แต่วิธีการแทรกแบบเชิงเส้นนั้นไม่ได้อยู่บนหลักการนี้เพราะมันเพียงแต่หาค่าเฉลี่ยระหว่างจุดสองจุดแล้วทำการแทรกค่าลงไปเท่านั้น แต่ถ้าเป็นวิธีการแบบคิวบิคสไปลน์นั้นจะพยายามทำให้เกิดเส้นโค้งที่ต่อเนื่องกันจากจุดหนึ่งไปจนหมดขนาดของสัญญาณโดยจะแสดงได้ดังรูปที่ 2.4 จะเห็นได้ว่าวิธีการแทรกค่าแบบคิวบิคสไปลน์จะทำให้เกิดเส้นโค้งที่ต่อเนื่องกันแต่การแทรกแบบเส้นตรงจะทำให้เกิดเหลี่ยมและมุมขึ้น



รูปที่ 2.9 เปรียบเทียบวิธีการแทรกค่าแบบเชิงเส้นและแบบคิวบิคสไปลน์

2.3.3.1 ทฤษฎีการแทรกค่าแบบคิวบิคสไปลน์

พิจารณาช่วง x_{i-1}, x_i กับ x_i, x_{i+1} จะพบว่า x_i เป็นจุดปลายของช่วงแรกและเป็นจุดเริ่มต้นของช่วงหลัง ณ จุด (x_i, y_i) นี้หากเราใช้การประมาณเป็นเส้นตรงดังสมการต่อไปนี้

$$y_i = ax_i + b$$

เราจะพบว่า

$$y_i' = a$$

ซึ่งเราไม่สามารถจะทำให้มีความต่อเนื่องได้เนื่องจากค่าอนุพันธ์ของมันเป็นค่าคงที่นั่นหมายถึง เราไม่สามารถเปลี่ยนค่าความชันของมันได้เมื่อเราใช้การประมาณเป็นเส้นโค้งคือ มีสมการเป็นเส้นโค้งดังสมการ

$$y = ax_i^2 + bx_i + c$$

โดยที่มันจะมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองเป็นดังนี้

$$y_i' = 2ax_i + b$$

$$y_i'' = 2a$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่าถึงแม้ว่าสมการความชันจะไม่เป็นค่าคงที่แล้วก็ตามแต่ค่าอนุพันธ์อันดับสองซึ่งเป็นค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันก็ยังคงมีค่าคงที่อยู่ แต่เมื่อเราใช้สมการของคิวบิคสไปลน์ ซึ่งเป็นสมการกำลังสามเราจะได้ว่า

$$y = a_{x_i}^3 + b_{x_i}^2 + c_{x_i} + d$$

โดยที่เราจะมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสองดังนี้

$$y_i^{'} = 3a_{x_i}^2 + 2b_{x_i} + c$$
$$y_i^{''} = 6a_{x_i} + 2b$$

เราจะพบว่าสามารถเลือกค่าความชันและลักษณะของเส้นโค้งได้เพื่อให้ความชันและลักษณะเส้นโค้งที่ปลายของช่วงแรกและจุดเริ่มต้นของช่วงหลังได้ ดังนั้นลักษณะของกราฟที่ได้ออกมาจึงมีความต่อเนื่องกันมากเมื่อนำไปใช้ในการเลือกค่าที่จะทำการแทรกในการขยายภาพก็จะทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นภาพที่มีลักษณะที่ดีได้

จากรูปที่ 2.4 เรากำหนด x และ f(x) ให้ s_k เป็นเส้นกราฟที่ประมาณในแต่ละช่วง $[x_k, x_{k+1}]$ โดยเราให้

$$S_k(x_{k+1}) = \mathrm{f}(x_k\, k+1) = S_{k+1}(x_{k+1})$$
$$S_k^{'}(x_{k+1}) = S_{k+1}^{'}(x_{k+1})$$
$$S_k^{''}(x_{k+1}) = S_{k+1}^{''}(x_{k+1})$$

และเงื่อนไขของวิธีการคิวบิคมีดังนี้

1. $S_k(x_r) = \mathrm{f}(x_r)$; $r = k, k+1$, ...
2. $S_{k+1}(x_{k+1}) = S_k(x_{k+1})$
3. $S_{k+1}^{'}(x_{k+1}) = S_k^{'}(x_{k+1})$
4. $S_{k+1}^{''}(x_{k+1}) = S_k^{''}(x_{k+1})$
5. $S^{''}(x_0) = S^{''}(x_0) = 0$ โดย k = 0, 1, 2, 3, ..., n

ในช่วง $[x_n, x_{n+1}]$ จะมีสมการโพลิโนเมียลกำลังสามคือ

$$S_k(x) = a_x + b_x(x - x_k) + c_x(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3 \quad \text{.....(13)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการดิฟเฟอเรนชิเอท S_k จะได้ว่า

$$S_k^{'}(x) = b_x + 2c_k(x - x_k) + 3d_k(x - x_k) \quad \text{.....(14)}$$

ทำการดิฟเฟอเรนชิเอทอีกครั้ง

$$S_k^{''}(x) = 2c_k + 6d_k(x - x_k) \quad \text{.....(15)}$$

ตัวแปรที่เราต้องการหาคือ a_k, b_k , c_k และ d_k จากสมการ 2.1 เราจะแทน x = x_k

$$S_k(x) = S_k(x_k) = a_k \quad \text{.....(16)}$$

จากสมการ 2.1 แทน $x = x_{k-1}$ และให้ $h_k = x_{k-1} - x_k$ เราจะได้ว่า

$$S_k(x) = S_k(x_{k+1}) = a_x + b_x h_k + c_x h_k^2 + d_k h_k^{\,3} \quad \text{.....(17)}$$

จากเงื่อนไขข้อที่ 1 จะได้ว่า

$$f_{k+1} = f_k + b_x h_k + c_x h_k^2 + d_k h_k^{\,3} \quad \text{.....(18)}$$

จากสมการที่ 2.2 แทน x = x_k ดังนั้น

$$S_k^{'}(x) b_x = S_k^{'}(x_k) = b_k \quad \text{.....(19)}$$

จากสมการที่ 2.2 แทน $x_k = x_{k-1}$ และให้ $h_k = x_{k-1} - x_k$ ดังนั้นจะได้

$$S_k^{'}(x) = S_k^{'}(x_{k+1}) = b_k + 2c_k h_k + 3d_k h_k^2 \quad \text{.....(20)}$$

จากเงื่อนไขข้อที่ 3 ดังนั้น

$$b_{k+1} = b_k + 2c_k h_k + 3d_k h_k^2 \quad \text{.....(21)}$$

จากสมการที่ 2.3 แทน x = x_k จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_k''(x) = S_k''(x_k) = 2c_k \quad \text{.....(22)}$$

และแทนค่า $x_k = x_{k+1}$ และให้ $h_k = x_{k+1} - x_k$

$$S_k''(x) = S_k''(x_{k-1}) = 2c_k + 6d_k h_k \quad \text{.....(23)}$$

และเงื่อนไขจากข้อที่ 4

$$2c_{k+1} = 2c_k + 6d_k h_k \quad \text{.....(24)}$$

จากสมการที่ 2.12 เราจะได้ว่า

$$d_k = 1/3\ (c_{k+1} - c_k)/h_k \quad \text{.....(25)}$$

แทนค่า d_k ลงในสมการที่ 2.5 เพื่อหา b_k

$$b_k = (\mathrm{f}_{k+1} - \mathrm{f}_k)/h_k - 1/3\ c_k - c_{k+1}\ h_k \quad \text{.....(26)}$$

ดังนั้น b_{k+1} จะได้ว่า

$$b_{k+1} = (\mathrm{f}_{k+2} - \mathrm{f}_{k+1})/h_{k+1} - 1/3\ c_{k+1} - c_{k+2}\ h_{k+1} \quad \text{.....(27)}$$

แทน d_k ลงในสมการที่ 2.9 จะได้

$$b_{k+1} = b_k + c_k - c_{k+1}\ h_k \quad \text{.....(28)}$$

นำ b_k และ b_{k+1} ลงในสมการ 2.16 ดังนั้นจะได้ว่า

$$c_k h_k + 2c_{k+1}(h_{k+1} + h_k) + c_{k+2}h_{k+1} = 3/h_{k+1}\Delta \mathrm{f}_{k+1} - 3/h_k \Delta \mathrm{f}_k \quad \text{.....(29)}$$

เมื่อค่า k = 0, 1, 2, 3, ..., n-2 ดังนั้นเมื่อมีการเปลี่ยนค่า k ไปเรื่อยๆก็จะมีสมการ n-1 สมการแต่มีตัวที่เรายังไม่รู้ค่าคือ $c_0, c_1, \ldots\ldots, c_n$ รวม n+1 ตัว จากสมการที่ 2.3 เมื่อให้ k = 0 และ $x = x_0$ จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_0^{\cdot\cdot} = (x_0) = 2c_0 \quad \text{.....(30)}$$

จากเงื่อนไขข้อที่ 5

$$S_0^{\cdot\cdot}(x_0) = 0$$

ดังนั้น $c_0 = 0$

เราจึงสามารถเขียนสมการทั้งหมดได้ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 & \\ 0 & h_1 & 2(h_1+h_{2-1}) & h_2 \\ & h_k & 2(h_k+h_{k-1}) & h_{k+1} \\ & h_{n-2} & 2(h_k+h_{k-1}) & h_{n-1} \\ & 0 & 0 & 0 \quad 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_o \\ c_1 \\ c_2 \\ - \\ - \\ c_k \\ - \\ c_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3[\Delta f_1/h_1 - \Delta f_0/h_0] \\ 3\,\Delta f_2/h_2 - \Delta f_1/h_1 \\ 3[\Delta f_{k+1}/h_{k+1} - \Delta f_0/h_0] \\ 3[\Delta f_{n-1}/h_{n-1} - \Delta f_{n-2}/h_{n-2}] \\ 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจากสูตรในการประมาณค่าโดยใช้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสามเราจะได้ สมการและการหาค่าตัวแปรได้ดังนี้

$$S_k = a_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3 \quad \text{.....(31)}$$

ซึ่ง

$a_k = f_x$

$b_k = (f_{k+1} - f_k)/h_k - 1/3\ 2c_k + c_{k+1}\ h_k$

c_k หาได้จากสมการในรูปเมตริกซ์

$d_k = 1/3\ (c_{k+1} - c_k)/h_k$

2.3.3.2 ขยายภาพโดยวิธีการแทรกค่าแบบคิวบิคสไปลน์

ในโปรแกรมแมทแลบนั้นมีฟังก์ชันเกี่ยวกับการแทรกค่าแบบคิวบิคสไปลน์อยู่แล้วแต่ฟังก์ชันที่ใช้กับมิติเดียวเท่านั้นแต่การขยายภาพจะเป็นข้อมูลสองมิติ ซึ่งเราได้ทำการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันดังกล่าวเพื่อให้สามารถใช้ได้กับข้อมูลแบบสองมิติได้ โดยที่ฟังก์ชันดังกล่าวมีรูปแบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_i = \text{spline}(x,y,x_i)$$

โดยที่

x,y คือ ข้อมูลที่ให้มา

x_i คือ ตำแหน่งที่ต้องการให้หาค่าเพื่อการแทรกค่าแบบคิวบิคสไปลน์

y_i คือ ค่าผลลัพธ์ของการคำนวณ

2.4 การทรานส์ฟอร์มแบบต่าง ๆ (Image Transform)

การแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง(Discrete Fourier Transform) ในระบบ 1 มิติ เป็นรูปแบบการแปลงที่สำคัญแบบหนึ่งซึ่งเราสามารถเขียนในรูปทั่วๆไปได้ดังนี้

$$T(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x)g(x,u) \tag{32}$$

โดย T(u) คือ การแปลงของ f(x)

และ g(x,u) คือ เคอเนลของการแปลงและ u จะมีค่าอยู่ในช่วง 0,1,...,N-1

ในทำนองเดียวกันการแปลงย้อนกลับ(Inverse transform) จะเขียนรูปแบบได้ดังนี้

$$f(x) = \sum_{x=0}^{N-1} T(u)h(u,x) \tag{33}$$

เมื่อ h(x,u) คือ เคอเนลของการแปลงย้อนกลับและ x จะมีค่าอยู่ในช่วง 0,1,...,N-1 ซึ่งเคอเนลของการแปลงจะเป็นตัวที่บ่งบอกถึงลักษณะการแปลงและการแปลงไปข้างหน้า(Forward transform) ในระบบ 2 มิติ เขียนได้ดังนี้

$$T(u,v) = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)g(x,y,u,v) \tag{34}$$

และการแปลงย้อนกลับในระบบ 2 มิติ คือ

$$f(x,y) = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} T(u,v)h(x,y,u,v) \tag{35}$$

โดยที่ g(x,y,u,v) คือ เคอเนลของการแปลงไปข้างหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

และ h(x,y,u,v) คือ เคอเนลของการแปลงย้อนกลับ

ซึ่งเคอเนลนั้นจะขึ้นอยู่กับค่าของ x,y,u,v แต่ไม่ขึ้นอยู่กับฟังก์ชัน f(x,y) และ T(u,v) ดังนั้น g(x,y,u,v) และ h(x,y,u,v) สามารถแสดงได้เป็นฟังก์ชันดังสมการที่ (34) และ (35)

ค่าเคอเนลของการแปลงไปข้างหน้าสามารถแยกได้เป็น

$$g(x,y,u,v) = g_1(x,u)g_2(y,v) \tag{36}$$

ค่าของเคอเนลจะมีความสมมาตร ถ้าฟังก์ชัน $g_1 = g_2$ และถ้าเป็นการแปลงย้อนกลับเราจะใช้ h(x,y,u,v) และ g(x,y,u,v) เพราะฉะนั้นเคอเนลของการแปลงฟูริเยร์ คือ

$$g(x,y,u,v) = \frac{1}{N}\exp[-j2\pi(ux+vy)/N] \tag{37}$$

และสามารถแยกให้มีความสมมาตร คือ

$$\begin{aligned} g(x,y,u,v) &= g_1(x,u)g_1(y,v) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}}\exp[-j2\pi ux/N].\frac{1}{\sqrt{N}}\exp[-j2\pi vy/N] \end{aligned} \tag{38}$$

ซึ่งจะเห็นว่าเคอเนลของการแปลงย้อนกลับสามารถแยกได้และมีความสมมาตร ดังนั้นการแปลงที่เคอเนลของมันสามารถแยกได้จะสามารถคำนวณเป็น 2 ขั้นตอนซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะใช้หลักการของการแปลงในระบบ 1 มิติ

ขั้นแรก ใช้การแปลงในระบบ 1 มิติในแต่ละแถวของ f(x,y) ก่อนจะได้

$$T(x,v) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x,y)g_2(y,v) \tag{39}$$

โดย x,v = 0,1,2,…,N-1

ขั้นสอง ใช้การแปลงในระบบ 1 มิติ ในแต่ละหลักของ T(x,v) ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$T(u,v) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x,v)g_1(x,u) \tag{40}$$

และถ้าเคอเนลสามารถแยกได้และมีความสมมาตรแล้วสมการที่ (34) จึงเขียนในรูปเมตริกซ์(Matrix) ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

50091

$$T = AFA \tag{41}$$

โดย F คือ เมตริกซ์ของภาพที่มีขนาด N*N

A คือ N*N เมตริกซ์ของการแปลงซึ่งมีความสมมาตร โดยมีค่าของ $a(i,j) = g_1(i,j)$

T คือ ผลที่ได้จากการแปลงของภาพที่มีขนาด N*N

เมื่อ u และ v มีค่าอยู่ในช่วง 0,1,2,...,N-1

และในการหาการแปลงย้อนกลับจะต้องนำเมตริกซ์ B ซึ่งเป็นเมตริกซ์ย้อนกลับมาคูณทั้งหน้าและหลังสมการที่ (41) ดังนี้คือ

$$BTB = BAFAB \tag{42}$$

เมื่อ $B = A^{-1}$ ดังนั้น

$$F = BTB \tag{43}$$

แต่ถ้าหาก $B \neq A^{-1}$ แล้วสมการที่ (42) อาจประมาณได้ดังนี้

$$\hat{F} = BAFBA \tag{44}$$

การแปลงมีหลายแบบเช่น ฟูริเยร์(Fourier), วอลส์(Walsh), ฮาดาหมัด(Hadamard), ฮาร์(Harr) และซาลันท์(Salant) ซึ่งการแปลงแบบต่างๆเหล่านี้จะมีรูปแบบเหมือนกันดังสมการที่ (41) ถึง (43) สิ่งที่สำคัญของการแปลงคือ ผลที่ได้จากการแปลงในรูปของเมตริกซ์ คือการที่มันสามารถเขียนในรูปการคูณกันของเมตริกซ์กับค่าที่ไม่เป็นศูนย์ ที่มีจำนวนน้อยกว่าเมตริกซ์เริ่มแรกซึ่งจะดีกว่าการแปลงแบบฟูริเยร์เพราะสามารถลดจำนวนการกระทำ(Operation) ลงได้อย่างมากและจำนวนการลดลงจะเท่ากับวิธีการของ FFT คือในภาพขนาด N*N จะมีจำนวนของการกระทำเท่ากับ $N\log_2 N$ ในแต่ละแถวและแต่ละหลัก แม้ว่าการแปลงจะต้องอาศัยกระบวนการคำนวณของการแปลงไปข้างหน้าและการแปลงย้อนกลับของภาพ ผลลัพธ์ที่ได้นี้จะเหมือนกับการคำนวณที่อาศัยรูปแบบของเมตริกซ์

2.4.1 การแปลงแบบฮาดาหมัด (Hadamard transform)

รูปแบบหนึ่งของการแปลง คือการแปลงแบบฮาดาหมัดและสำหรับเคอเนลสำหรับการแปลงไปข้างหน้าของการแปลงแบบฮาดาหมัดในระบบ 1 มิติ คือ

$$H(u) = \frac{1}{N} f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1} b_i(x) b_i(u)} \tag{45}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ (45) แทนในสมการที่ (32) จะได้การแปลงแบบฮาดาหมัดแบบ 1 มิติ คือ

$$H(u)=\frac{1}{N}f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{46}$$

โดยที่ $N=2^n$ และ u จะมีค่าอยู่ในช่วง 0,1,2,..,N-1

เคอเนลของการแปลงแบบฮาดาหมัดเป็นเมตริกซ์ซึ่งประกอบด้วยแถว(Row)และหลัก(Column)ที่เท่ากันเป็นมุมฉาก ดังนั้นเคอเนลของการแแปลงย้อนกลับจะมีจำนวนเทอมเท่ากับเคอเนลของการแปลงไปข้างหน้าแต่ไม่มี 1/N คูณอยู่ซึ่งก็คือ

$$h(x,u)=(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{47}$$

นำค่าเคอเนลแทนลงในสมการที่ (33) จะได้การแปลงย้อนกลับของฮาดาหมัด(Inverse Hadamard transform) คือ

$$f(x)=\sum_{i=0}^{N-1}H(u)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{48}$$

โดยที่ x = 0,1,2,..,N-1 และในทำนองเดียวกันเคอเนลในระบบ 2 มิติ แสดงได้ดังนี้

$$g(x,y,u,v)=\frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{49}$$

และ

$$h(x,y,u,v)=\frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{50}$$

ต่อไปนำสมการที่ (49) และ (50) แทนลงในสมการที่ (34) และ (35) ดังนั้นการแปลงในระบบ 2 มิติจะได้ดังนี้คือ

$$H(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{51}$$

และ

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}H(u,v)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{52}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการแปลงไปข้างหน้าและย้อนกลับมีลักษณะเหมือนกัน ดังนั้นกระบวนการหรือขั้นตอนที่ใช้สำหรับการคำนวณ H(u,v) จะนำไปใช้ในการหา f(x,y) โดยไม่ต้องทำการเปลี่ยนแปลงและสามารถแสดงให้เห็นว่า เคอเนลของการฮาดาหมัดสามารถแยกได้และมีความสมมาตรดังนี้คือ

$$\begin{aligned} g(x,y,u,v) &= g_1(x,u)h_1(y,v) \\ &= h_1(x,u)h_1(y,v) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(y)b_i(v)} \end{aligned} \tag{53}$$

ซึ่ง g_1 และ h_1 นั้นเหมือนกันกับสมการที่ (45) นอกจากนี้เคอเนลของฮาดาหมัดสามารถแยกได้ ดังนั้นการแปลงในระบบ 2 มิติก็จะได้มาจากการแปลงในระบบ 1 มิติ

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าของเมตริกซ์ซึ่งได้มาจากเคอเนลของฮาดาหมัดใน 1 มิติ โดยที่ N=8 และยังไม่นำเทอม 1/N มาคิดในขั้นตอนนี้ ในการแปลงแบบฮาดาหมัดสามารถคำนวณได้โดยที่ค่า N มากถึง 200 ทีเดียว

x/u	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	-	+	-	+	-	+	-
2	+	+	-	-	+	+	-	-
3	+	-	-	+	+	-	-	+
4	+	+	+	+	-	-	-	-
5	+	-	+	-	-	+	-	+
6	+	+	-	-	-	-	+	+
7	+	-	-	+	-	+	+	-

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าเคอเนลของการแปลงแบบฮาดาหมัดในระบบ 1 มิติ เมื่อ N=8

จากกระบวนการแปลงของการประมวลผลภาพนั้นจะใช้จำนวนของการสุ่มเท่ากับ $N = 2^n$ ต่อแถวและต่อหลักของภาพ การแปลงแบบวอลส์และฮาดาหมัดมักนำมาใช้ร่วมกันในกระบวนการของการประมวลผลภาพ ดังนั้นคำว่าการแปลงแบบวอลส์-ฮาดาหมัด(Walsh-Hadamard transform) จึงมีปรากฏให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เห็นว่าการแปลงแบบฮาดาหมัดนี้นำไปสู่ความสัมพันธ์ในการสร้างเมตริกซ์ที่จำเป็นในการคอมพลีเมนต์ (Complement) สมการที่ (41) และ (43) และเมตริกซ์ที่มีลำดับต่ำสุดของฮาดาหมัด (N=2) คือ

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{54}$$

ดังนั้น H_N จะหมายถึง เมตริกซ์ที่มีลำดับเท่ากับ N ซึ่งสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$H_{2N} = \begin{bmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{bmatrix} \tag{55}$$

โดยที่ H_{2N} คือ เมตริกซ์ของฮาดาหมัดที่มีลำดับเท่ากับ 2N และ $N = 2^n$

เมตริกซ์สำหรับการแปลงที่นำมาใช้ในสมการที่ (41) จะหาจากการนำเทอม $1/\sqrt{N}$ ไปคูณ ดังนั้นในกรณีของ N*N จะได้ดังนี้

$$A = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot H_N \tag{56}$$

และการแปลงย้อนกลับของเมตริกซ์นั้นก็ทำได้ดังสมการที่ (54) ถึง (56)

ตัวอย่างเช่น จากสมการ (54) และ (56) จะนำไปสู่การหาเมตริกซ์ของฮาดาหมัดที่มีลำดับเท่ากับ 4 และ 8 ดังนี้คือ

$$H_4 = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix}$$

และ

$$H_8 = \begin{bmatrix} H_4 & H_4 \\ H_4 & -H_4 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_8 = \begin{bmatrix} H_4 & H_4 \\ H_4 & -H_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \end{bmatrix}$$

โดยที่ + และ – จะหมายถึง +1 และ –1 ตามลำดับ

จากสมการที่ (45) ถึง (54) ค่า $g(x,u)$ และ $g_1(x,u)$ จะต่างกันเฉพาะค่าคงที่ที่นำไปคูณเท่านั้น และเนื่องจาก $a(i,j) = g_1(i,j)$ ดังนั้นใน A เมตริกซ์ จะมีลักษณะเหมือนกับ $g(x,u)$ ซึ่งจะเห็นได้จากการเปรียบเทียบตัวอย่างนี้ตัวอย่างนี้กับตาราง 2.1 โดยที่

$$A = \frac{1}{\sqrt{8}} . H_8$$

x/u	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	+	+	+	-	-	-	-
2	+	+	-	-	-	-	+	+
3	+	+	-	-	+	+	-	-
4	+	-	-	+	+	-	-	+
5	+	-	-	+	-	+	+	-
6	+	-	+	-	-	+	-	+
7	+	-	+	-	+	-	+	-

ตารางที่ 2.2 ค่าเคอเนลของการแปลงแบบฮาดาหมัด เมื่อ N = 8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวนของเครื่องหมายจะเปลี่ยนตามจำนวนหลักของเมตริกซ์ ซึ่งเราเรียกว่า การเรียงตามลำดับ (Sequence) ของหลักนั้นๆ และค่าแต่ละค่าในเมตริกซ์จะได้มาจากค่าของเคอเนลจากหลักการของการเรียงตามลำดับจะนำไปใช้กับ $g_1(x,u)$ โดยที่ x และ u = 0,1,2,...,N-1 ดังนั้นการเรียงตามลำดับตามหลักทั้ง 8 ของ H_8 และตารางที่ 2.1 จะได้เป็น 0,7,3,4,1,6,2 และ 5 จะพบว่าเคอเนลของฮาดาหมัดจะมีลำดับเพิ่มตามฟังก์ชันของ u ที่เพิ่มขึ้นเช่นกัน และ เคอเนลของฮาดาหมัดเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$g(x,u)=\frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{57}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} p_0(u) &= b_{n-1}(u) \\ p_1(u) &= b_{n-1}(u)+b_{n-2}(u) \\ &\vdots \\ p_{n-1}(u) &= b_1(u)+b_u(u) \end{aligned} \tag{58}$$

รายละเอียดของสมการ (57) และ (58) แสดงในตารางที่ 2.2 เมื่อค่า N = 8 โดยค่าคงที่ที่นำมาคูณนั้นยังไม่นำมาคิดในตอนนี้ และเครื่องหมาย + และ – จะหมายถึง +1 และ –1 ตามลำดับ และ จำนวนหลักและแถวจะมีความสมมาตรกัน และ มีการเรียงเพิ่มตามจำนวนของลำดับ สำหรับการหาย้อนกลับแล้วเคอเนลของฮาดาหมัด คือ

$$h(x,u)=\frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{59}$$

โดยที่ $p_i(u)$ จะได้มาจากสมการที่ (58) เมื่อนำเคอเนลของการแปลงไปข้างหน้าและการแปลงย้อนกลับไปแทนลงในสมการที่ (32) และ (33) จะได้คู่ของการแปลงแบบฮาดาหมัดดังนี้คือ

$$H(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{60}$$

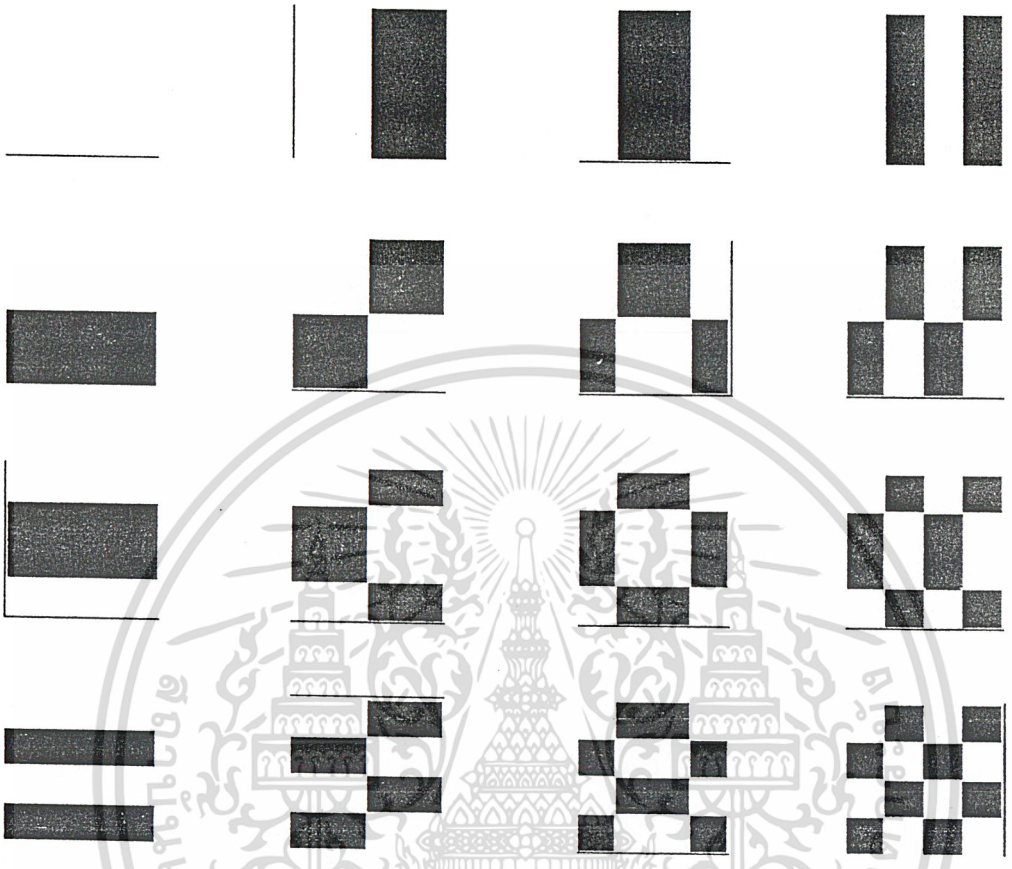
และ

$$f(x)=\sum_{x=0}^{N-1}H(u)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}b_i(x)b_i(u)} \tag{61}$$

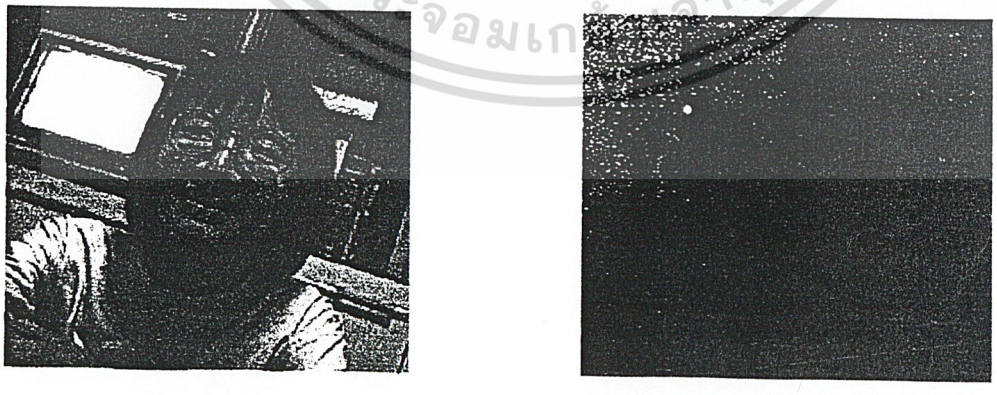
ดังนั้นเคอเนลในระบบ 2 มิติ สามารถแสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$g(x,y,u,v) = h(x,y,u,v)$$
$$= \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \quad (62)$$



รูปที่ 2.10 ฟังก์ชันพื้นฐานของการแปลงแบบฮาดาหมัดเมื่อ N = 4 โดยในแต่ละบล็อกมีขนาด 4*4 ตามแนวแกน x และแกน y และจุดเริ่มต้นของแต่ละบล็อกอยู่ที่จุดบนซ้าย โดยที่ค่า +1 แทนด้วยสีดำ –1 แทนด้วยสีขาว



(a) (b)

รูปที่ 2..11 แสดงภาพอิมเมจตัวอย่างและล็อกแมกนิจูด(Log magnitude) ที่ได้จากการแปลงแบบฮาดาหมัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ห้ามมิให้ผู้ใดนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นนำเคอเนลที่ได้มาแทนลงไปในสมการที่ (33) และ (35) จะได้ การแปลงแบบฮาดาหมัดคู่ในระบบ 2 มิติดังนี้ คือ

$$H(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{63}$$

และ

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}H(u,v)(-1)^{\sum_{i=0}^{N-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]} \tag{64}$$

ในรูปที่ 2.4.1 แสดงฟังก์ชันพื้นฐานของฮาดาหมัดและใน รูปที่ 2.4.2 แสดงล็อกแมกนิจูดและภาพเดิมก่อนทำการแปลงแบบฮาดาหมัดซึ่งแมกนิจูดที่ได้นี้จะแตกต่างจากสเปกตรัมของฟูริเยร์เพราะใช้แสดงในแง่ของความถี่ ถึงแม้รูป 2.4.2 b จะไม่ได้ใช้สำหรับการตีความทางฟิสิกส์ก็ตามแต่ก็แสดงให้เห็นว่าค่าของลำดับจะเพิ่มขึ้นตามค่าของฟังก์ชัน u และ v ซึ่งรูปที่ 2.4.2 b นี้ได้มาจากฟังก์ชันของภาพเริ่มแรก โดยการใช้ค่า +1 และ –1 แทนการใช้ฟังก์ชันไซน์(Sine) และ โคไซน์(Cosine) ที่ยุ่งยากซับซ้อนในการแปลงฟูริเยร์

2.4.2 การแปลงแบบฮาร์ (Harr transform)

การแปลงแบบฮาร์นี้จะมีส่วนประกอบพื้นฐานคือ ฮาร์ฟังก์ชัน $h_k(z)$ โดยขอบเขตของ z คือ $Z\varepsilon\ 0,1$ และ k = 0,1,2,...,N-1 โดยที่ $N=2^n$

ขั้นแรก หาค่า k โดยค่า k หาได้จาก

$$k=2^p+q-1 \tag{65}$$

โดยที่ $0\le p\le n-1$ เมื่อ q = 0 หรือ 1 , p = 0

และ $1\le q\le 2^p$ เมื่อ $p\neq 0$

ตัวอย่างที่แสดงดังต่อไปนี้ ถ้าให้ N = 4 จะได้ค่า k,p,q ดังนี้

k	p	q
0	0	0
1	0	1
2	1	1
3	1	2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตารางข้างต้นฮาร์ฟังก์ชัน เป็นดังนี้

$$h_0(z) = h_{00}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \qquad for\ z\,\varepsilon[0,1] \tag{66}$$

และ

$$h_k(z) = h_{pq}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{cases} 2^{p/2} & \frac{q-1}{2^p} \le z \le \frac{q-1/2}{2^p} \\ 2^{p/2} & \frac{q-1/2}{2^p} \le z \le \frac{q}{2^p} \\ 1 & otherwise\ for z\,\varepsilon[0,1] \end{cases} \tag{67}$$

จากสมการข้างต้นทำให้ได้เมตริกซ์ของการแปลงแบบฮาร์สำหรับ N*N โดยแถวที่ i ของเมตริกซ์หาได้จากค่าของ $h_i(z)$ เมื่อ z = 0/N,1/N,2/N,...(N-1)/N เช่นถ้า N = 2 แถวแรกของเมตริกซ์จะคำนวณได้จาก $h_0(z)$ เมื่อ z = 0/2,1/2 และจากสมการที่ (66) ค่า $h_0(z)$ จะมีค่าเท่ากับ $1/\sqrt{2}$ ดังนั้นแถวแรกจึงมีค่า 2 ค่าที่เท่ากันคือ $1/\sqrt{2}$ และแถวที่ 2 หาได้จาก $h_1(z)$ โดย z = 0/2,1/2 เมื่อ k = 1, p = 2 และ q = 0 (จากสมการที่ 65)

ดังนั้น $h_1(0) = \frac{2^0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

และ $h_{1/2}(1/2) = -\frac{2^0}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

เพราะฉะนั้นเมตริกซ์ของ 2*2 คือ

$$A_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

และโดยวิธีการทำนองเดียวกันนี้ จะได้เมตริกซี สำหรับ N = 4 คือ

$$A_4 = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมตริกซ์ของฮาร์จะเป็นเมตริกซ์มุมฉากซึ่งเป็นคุณสมบัติที่จะนำไปสู่วิธีการฟาดฮาร์อัลกอริทึม(Fast Harr algorithm) ดังที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ (41) และ (43)

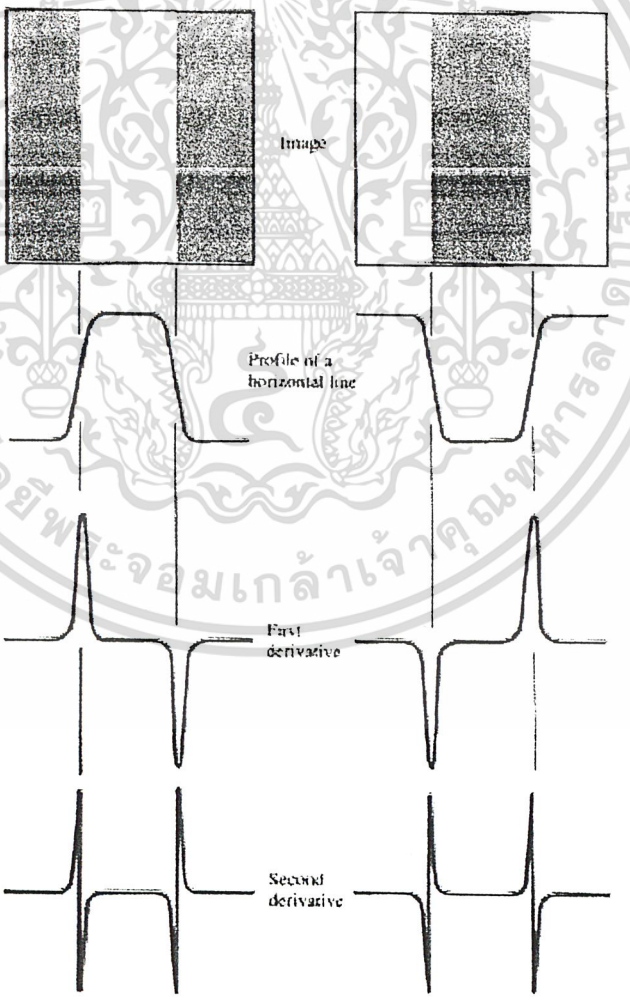
2.5 การหาขอบภาพ (Edge Detection)

ขอบ คือ ขอบเขตระหว่างสองบริเวณที่แตกต่างกันอย่างชัดเจนด้วยคุณสมบัติของระดับสีเทา (Gray level) ซึ่งบ่อยครั้งในการวิเคราะห์หาขอบของภาพเราจะหาโดยการหาขอบเขตของบริเวณต่างๆ

2.5.1 หลักการของการหาของภาพ (Principle of Edge Detection)

การหาขอบภาพคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันอนุพันธ์ในการอธิบาย ซึ่งการหาโดยใช้ฟังก์ชันอนุพันธ์นี้จะมีตัวปฏิบัติการแบ่งได้เป็น 2 ชนิด

- เกรเดียน (Gradient) เช่น โซเบล มาส์ค, พรีวิทท์ มาส์ค และ เคิร์ช มาส์ค
- ลาปาเชียน (Laplacian)



รูปที่ 2.12 แสดงเทคนิคการขอบภาพโดยใช้ฟังก์ชันอนุพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.1.1 ตัวปฏิบัติการแบบเกรเดียน (Gradient Operators)

สำหรับเกรเดียนของภาพ f(x,y) ที่ทุกๆจดบนภาพมีนิยามดังนี้ คือ

$$\nabla \mathrm{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

สำหรับแมกนิจูดของเวคเตอร์เกรเดียน คือ

$$\nabla f = mag(\nabla f) = \left[G_x^2 + G_y^2\right]^{1/2} = |G_x| + |G_y|$$

และเฟสของเวคเตอร์เกรเดียน คือ

$$\theta = phase(\nabla f) = \tan^{-1}\left(\frac{G_x}{G_y}\right)$$

วิธีแบบเกรเดียนนี้ในการหาแมกนิจูดของภาพจะใช้มาส์ค(Mask)ขนาด 3*3 ไปวางไว้บนภาพที่เราต้องการหาขอบภาพ

(ก) มาส์คแบบโซเบล (Sobel mask)

แมกนิจูดของเวคเตอร์เกรเดียนขนาด 3*3 มีนิยามดังนี้

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

H_x (Horizontal)

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

H_y (Vertical)

ตารางที่ 2.3 มาส์คขนาด 3*3 แบบโซเบล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ข) มาส์คแบบพรีวิท (Prewitt mask)

แมกนิจูดของเวคเตอร์เกรเดียนขนาด 3*3 มีนิยามดังนี้

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

H_x (Horizontal)

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

H_y (Vertical)

ตารางที่ 2.4 มาส์คขนาด 3*3 แบบพรีวิท

(ค) มาส์คแบบเคิร์ช (Kirsch mask)

แมกนิจูดของเวคเตอร์เกรเดียนขนาด 3*3 มีนิยามดังนี้

5	5	5
-3	0	-3
-3	-3	-3

-3	5	5
-3	0	5
-3	-3	-3

-3	-3	5
-3	0	5
-3	-3	5

-3	-3	-3
	0	5
-3	5	5

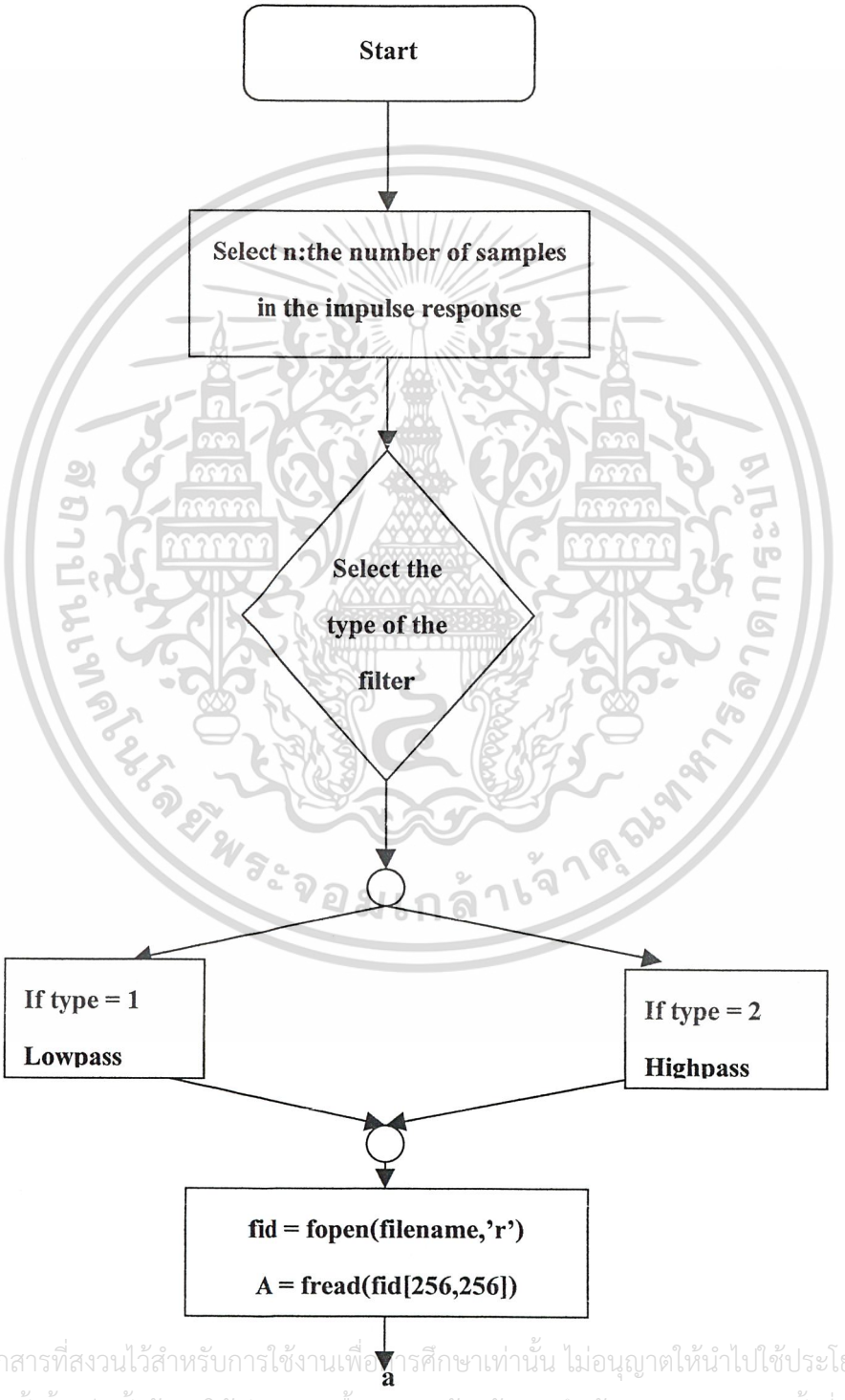
ตารางที่ 2.5 มาส์คขนาด 3*3 แบบเคิร์ช

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

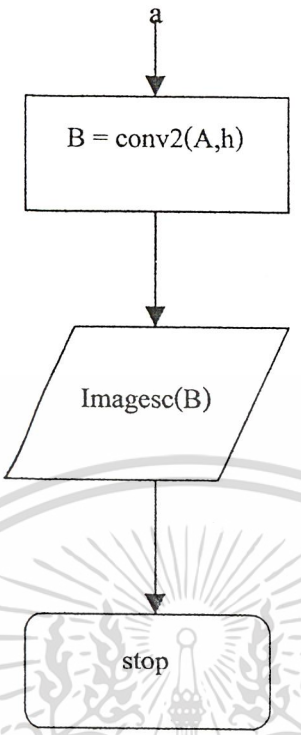
บทที่ 3

การคำนวณและการสร้าง

3.1 การสร้างตัวกรองผ่านความถี่ต่ำแ บบบัตเตอร์เวิร์ธ



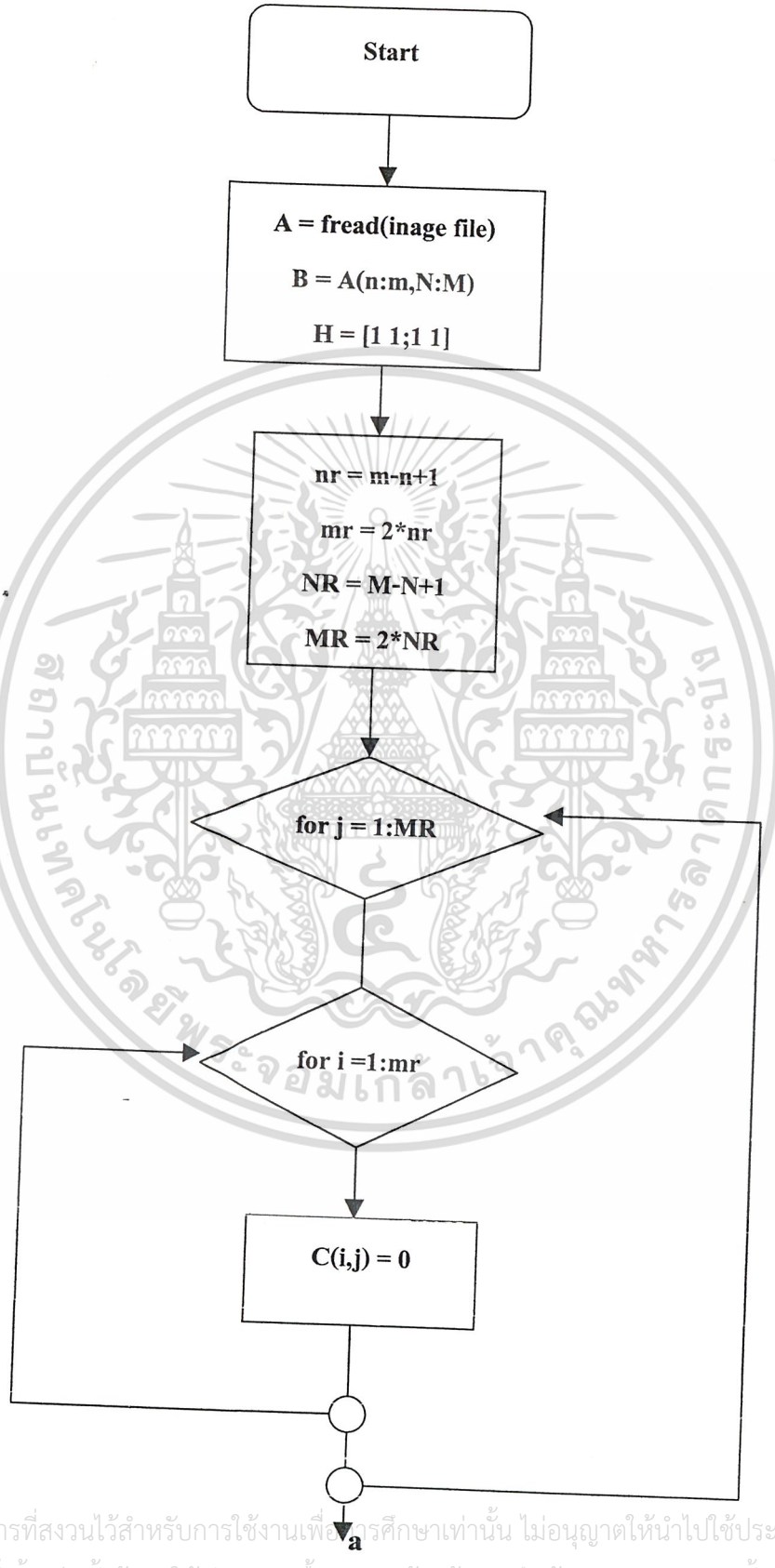
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



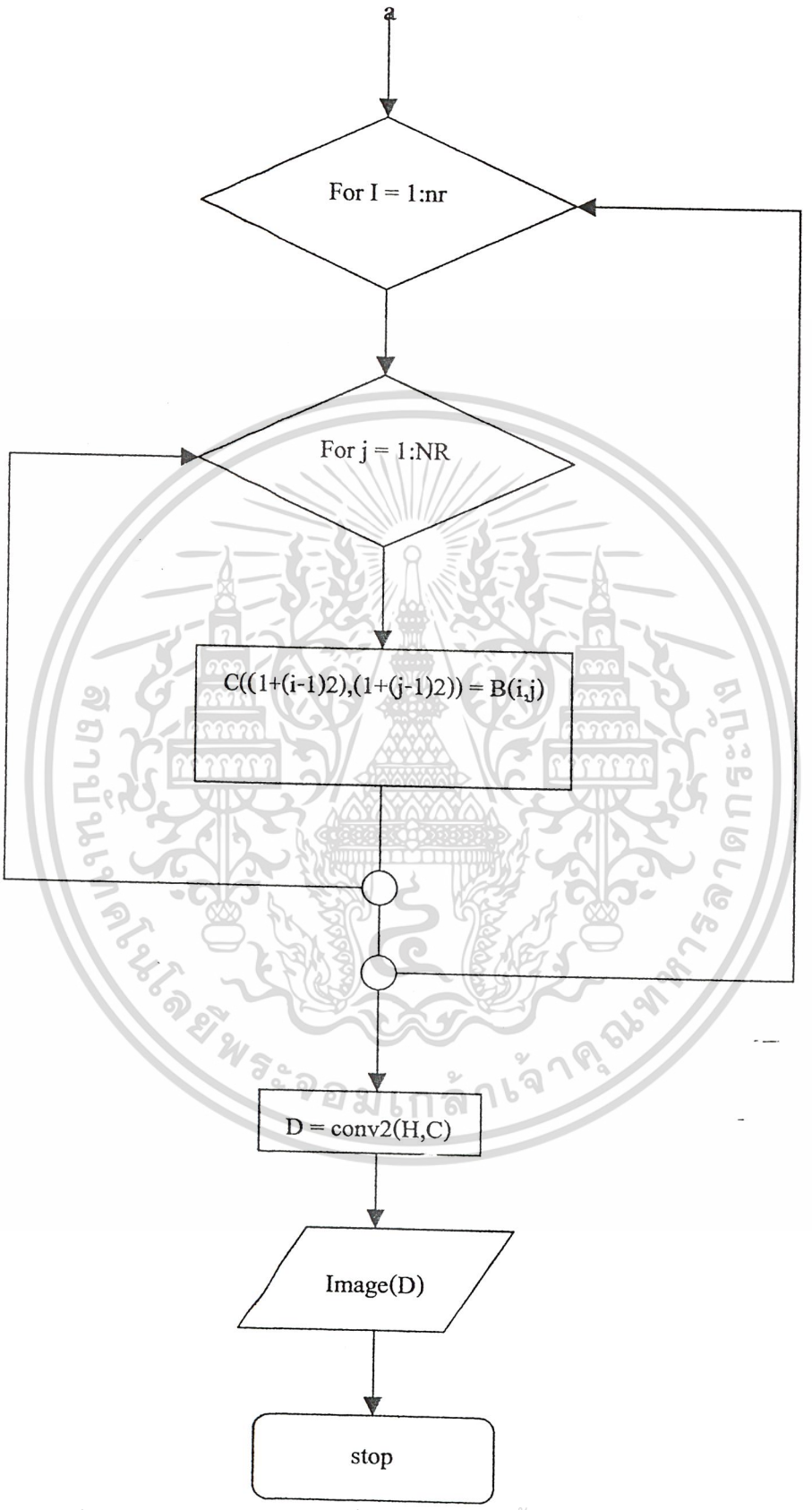
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การสร้างการขยายภาพ

3.2.1การขยายภาพโดยการทำซ้ำ

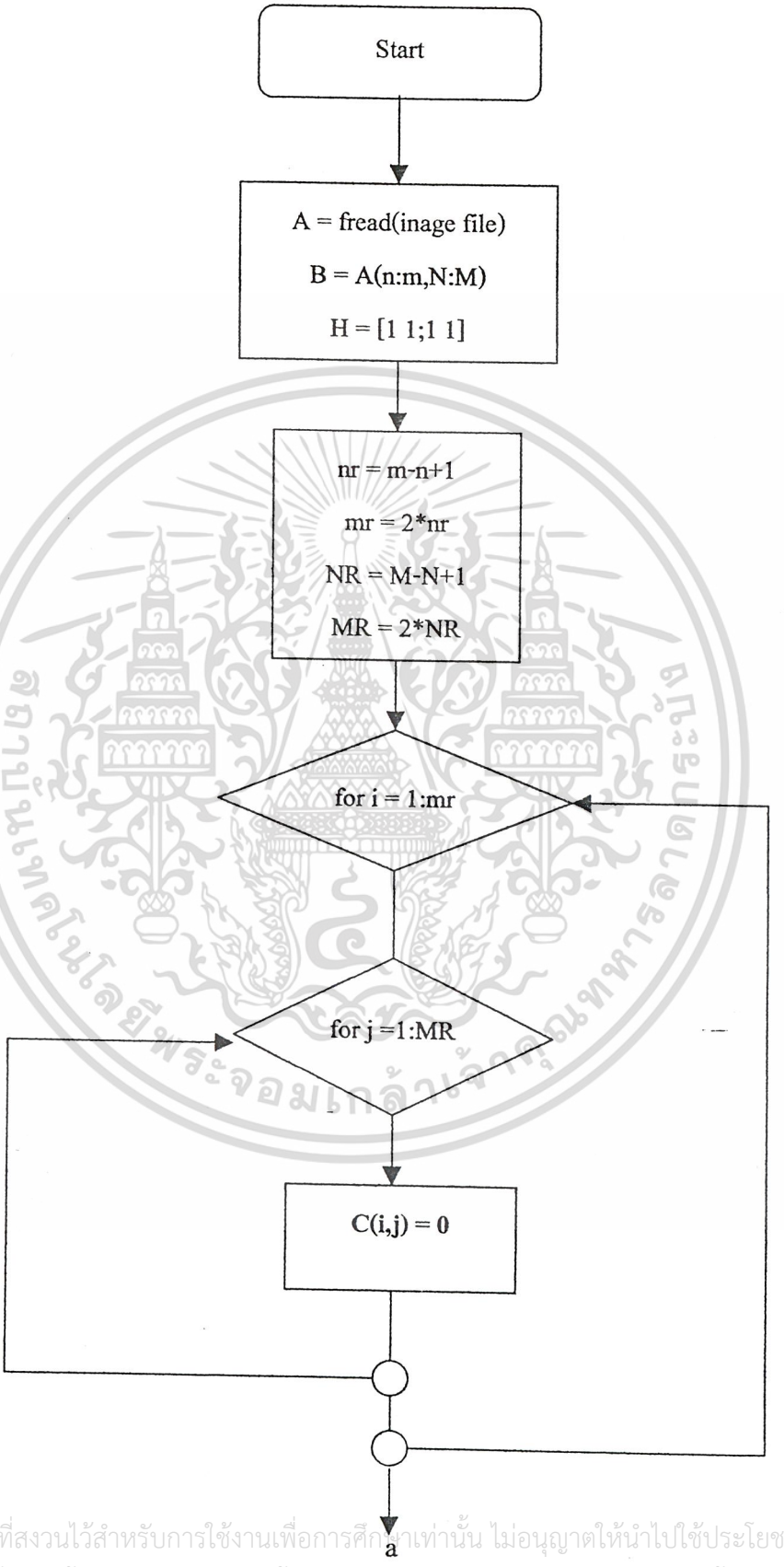


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

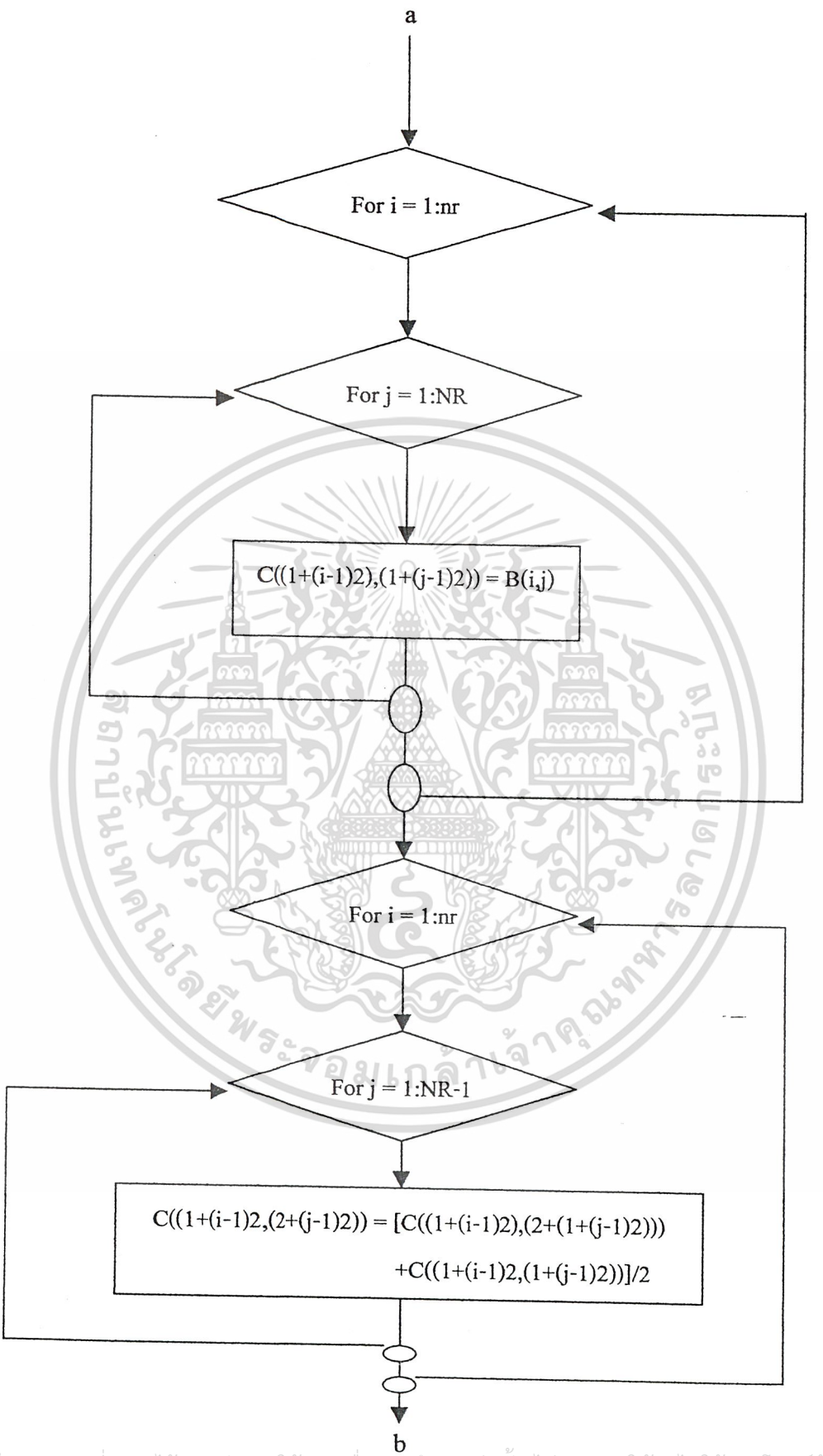


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

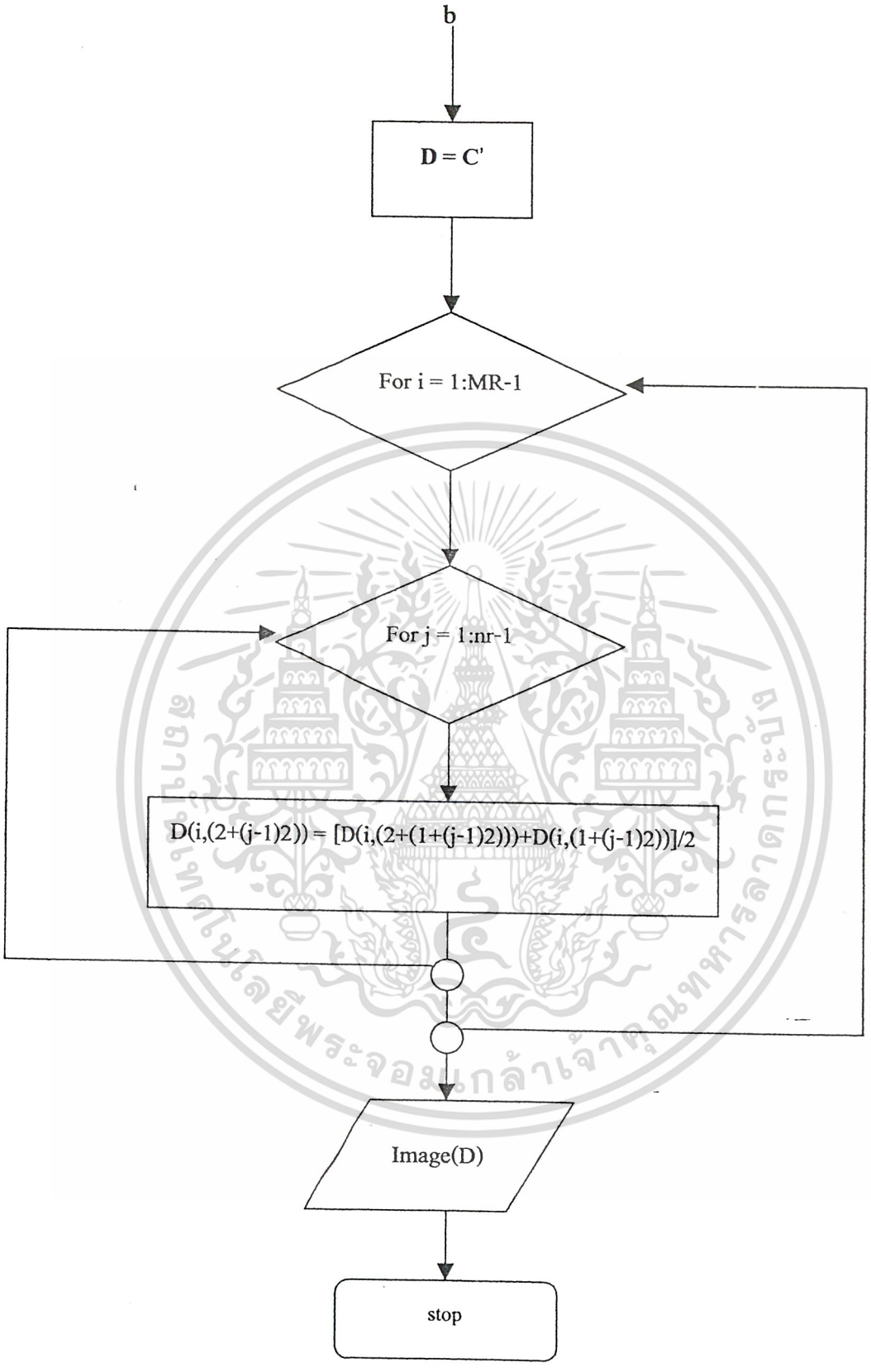
3.2.2 การขยายภาพโดยการใช้วิธีการแทรกแบบเชิงเส้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

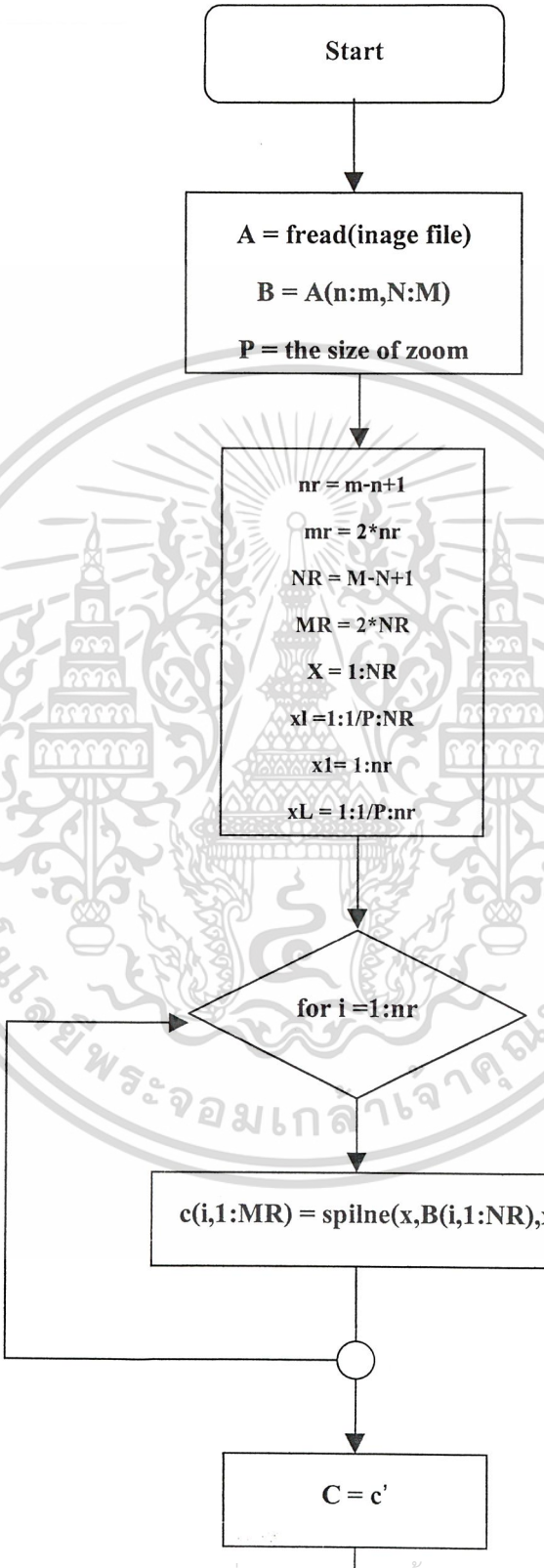


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

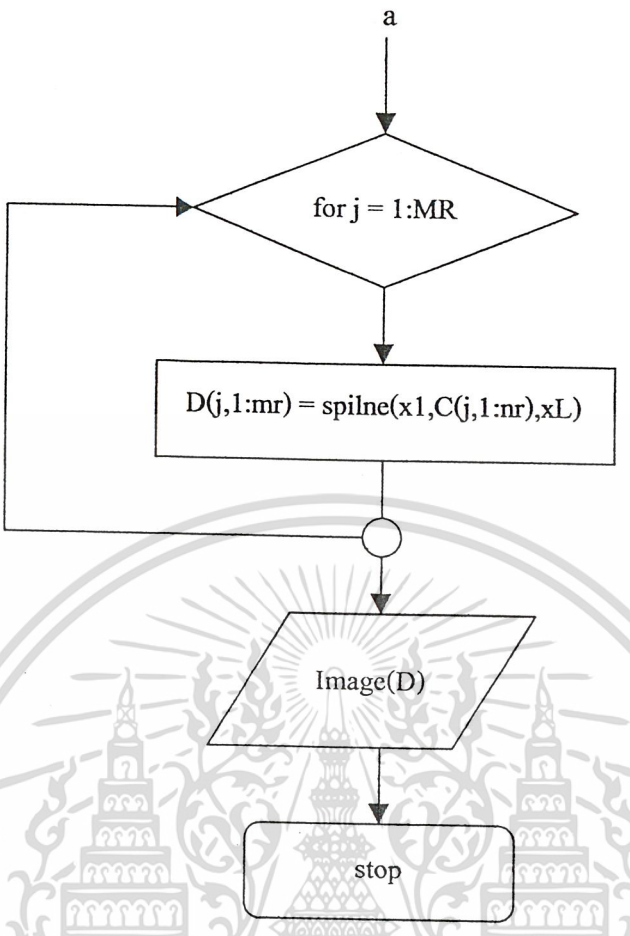


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3 การขยายภาพโดยใช้วิธีการแทรกแบบคิวบิคสไปลน์



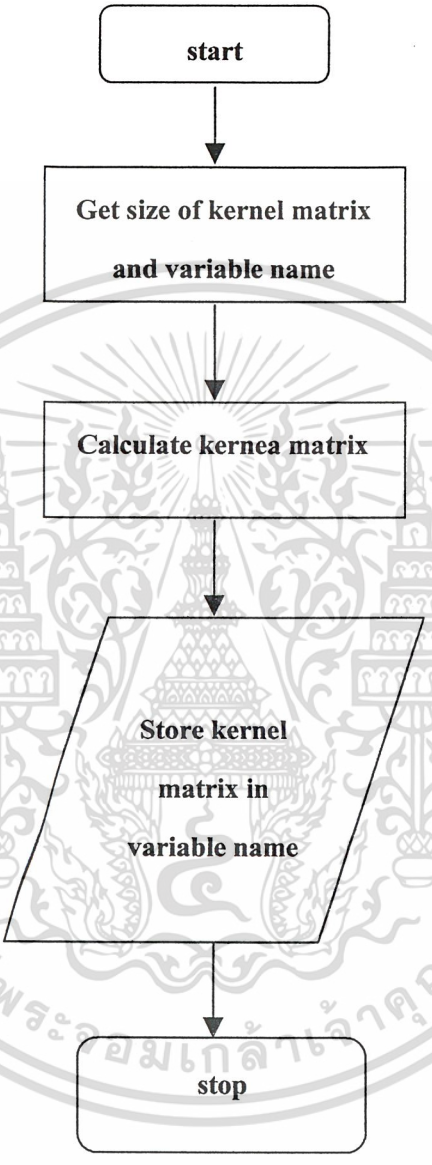
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

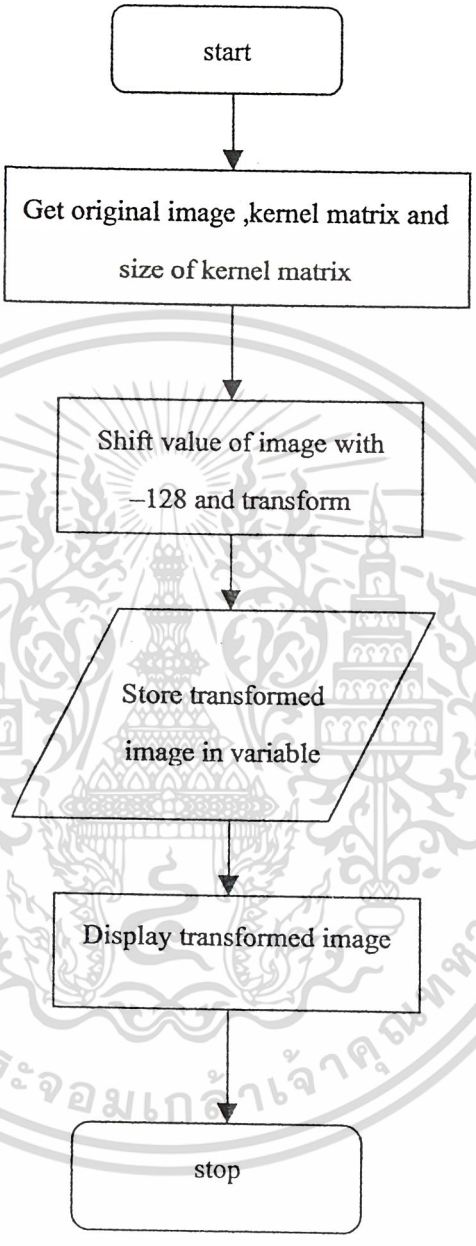
3.3 การทรานส์ฟอร์ม

3.3.1 อัลกอริทึมของฮาร์และฮาดาหมัด



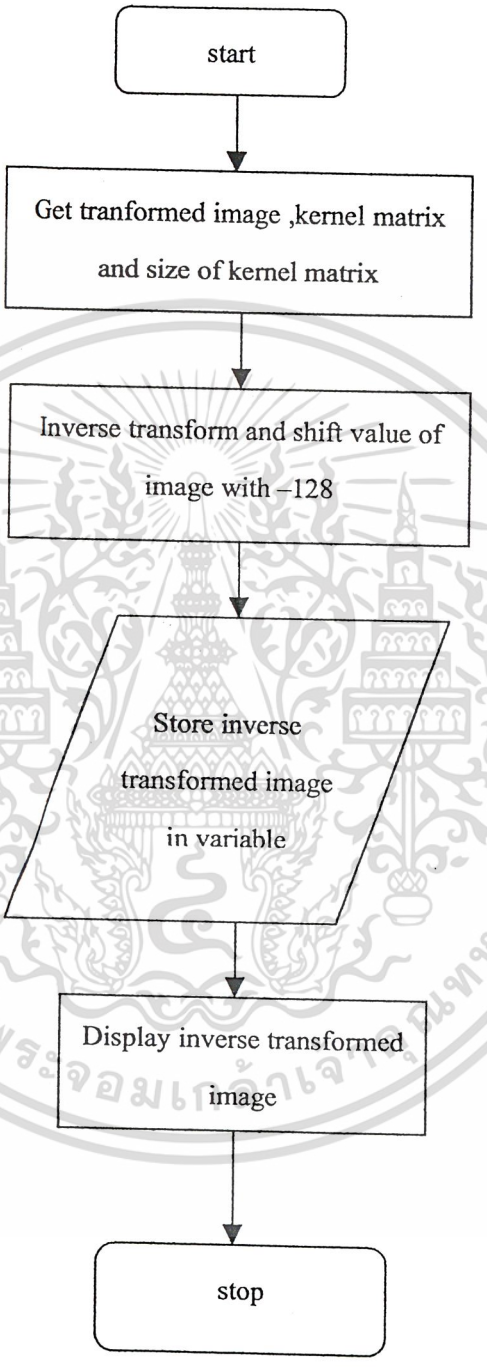
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.2 การทรานส์ฟอร์ม



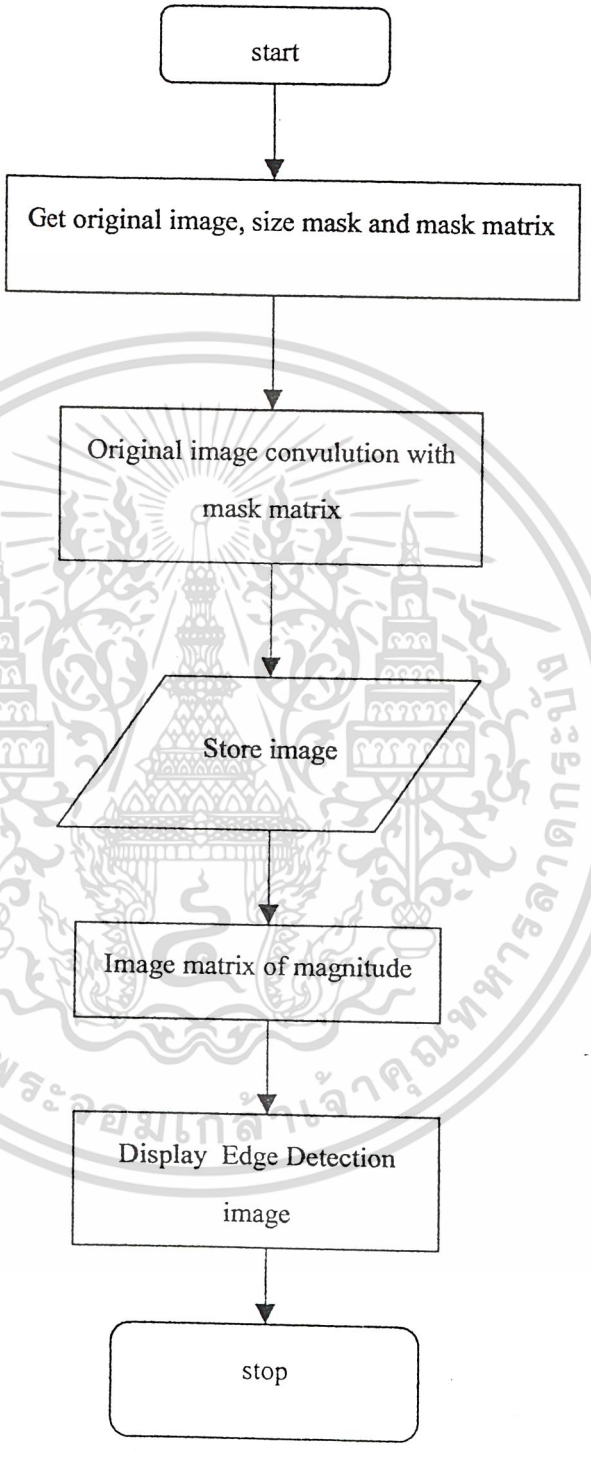
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.3 อินเวอร์สทรานฟอร์ม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 การหาขอบภาพ



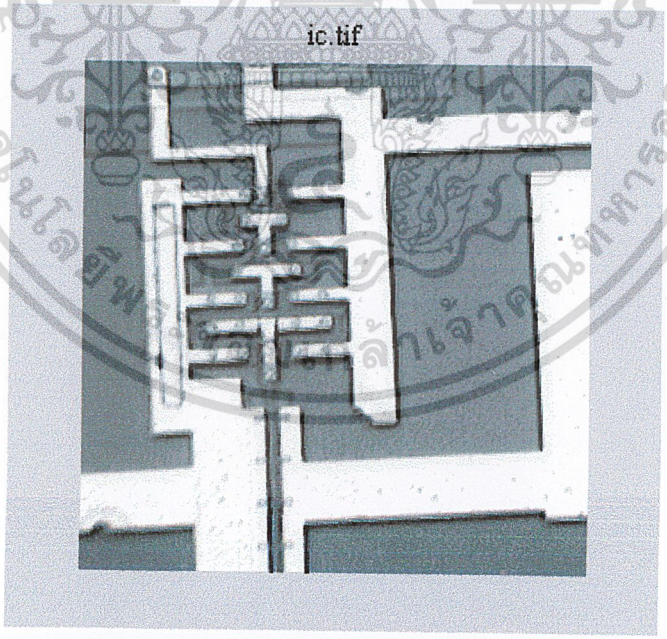
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการทดลอง

จากการที่เราได้ศึกษาถึงหลักการและทฤษฎีการประมวลผลทางภาพกันมาแล้ว ในบทที่ 4 นี้เราจะได้นำผลการทดลองซึ่งได้จากการทดลองนำเอาอัลกอริทึมต่างๆมาเขียนเป็นโปรแกรมและทดลองประมวลผลภาพออกมาโดยจะมีข้อแตกต่างกันไปตามแต่ละวิธีซึ่งสามารถเปรียบเทียบเพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการในการปรับปรุงภาพได้อย่างเหมาะสม

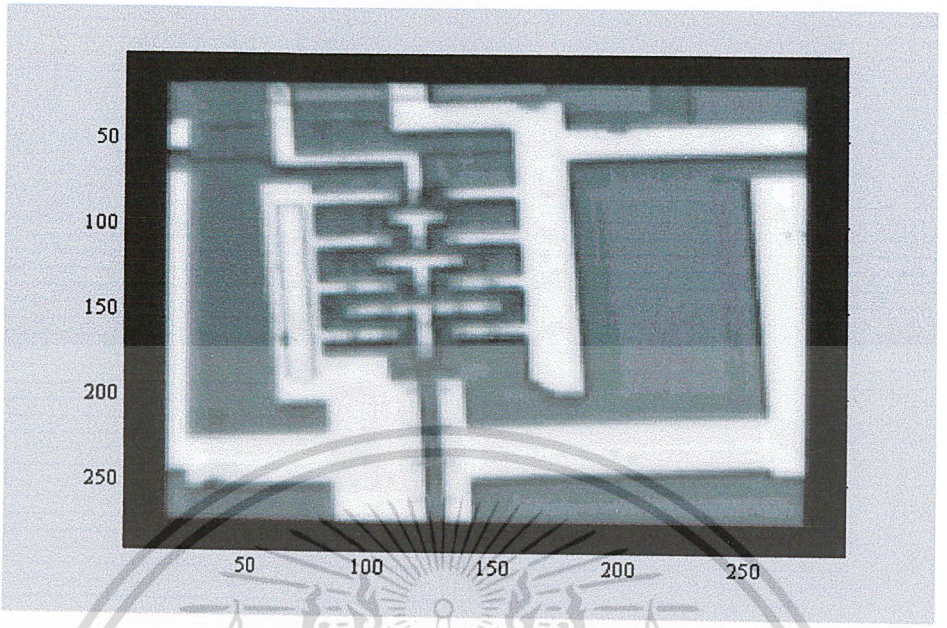
4.1 การทดลองการกรองผ่านความถี่แบบต่างๆ

การกรองความถี่ของสัญญาณภาพนั้นจะสามารถใช้เป็นเครื่องมือที่ดีที่เราใช้ในการปรับปรุงภาพเนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้ค่อนข้างเด่นชัด ซึ่งเราจะทำการทดลองในการกรองความถี่ทั้งการกรองความถี่ต่ำและการกรองความถี่สูงโดยในการแสดงผลการทดลองนี้เราได้นำภาพในรูปที่ 4.1 มาทำการกรองผ่านความถี่ต่ำและความถี่สูง เพื่อที่จะนำมาทำการเปรียบเทียบกันถึงลักษณะของภาพที่ได้ออกมาว่ามีคุณสมบัติแตกต่างกันอย่างไร



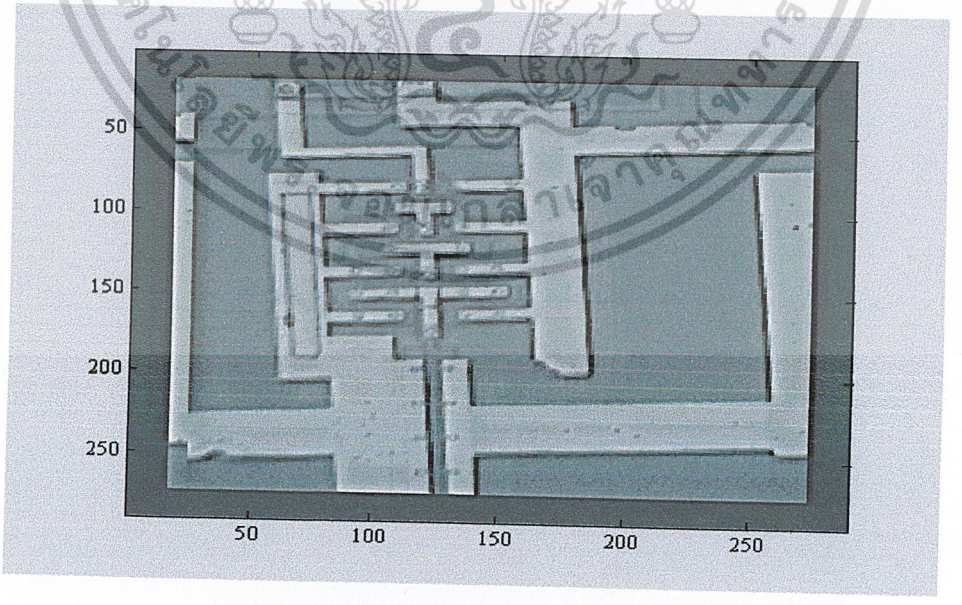
รูปที่ 4.1 ภาพต้นฉบับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 (a) ภาพที่ผ่านการกรองความถี่ต่ำ

จากภาพต้นฉบับ เราจะเห็นว่าเมื่อมีการกรองผ่านความถี่ต่ำกับภาพแล้วจะทำให้ภาพมีความราบเรียบและดูนุ่มนวลมากขึ้นกว่าเดิมและขณะเดียวกันก็จะทำการลดสัญญาณรบกวนด้วยเนื่องจากสัญญาณรบกวนในภาพนั้นจะมีความถี่สูง ดังนั้นในการกรองความถี่ต่ำผ่านก็จะทำให้สามารถลดสัญญาณรบกวนลง แต่ข้อเสียคือ จะทำให้สูญเสียรายละเอียดของภาพในบางส่วนไป



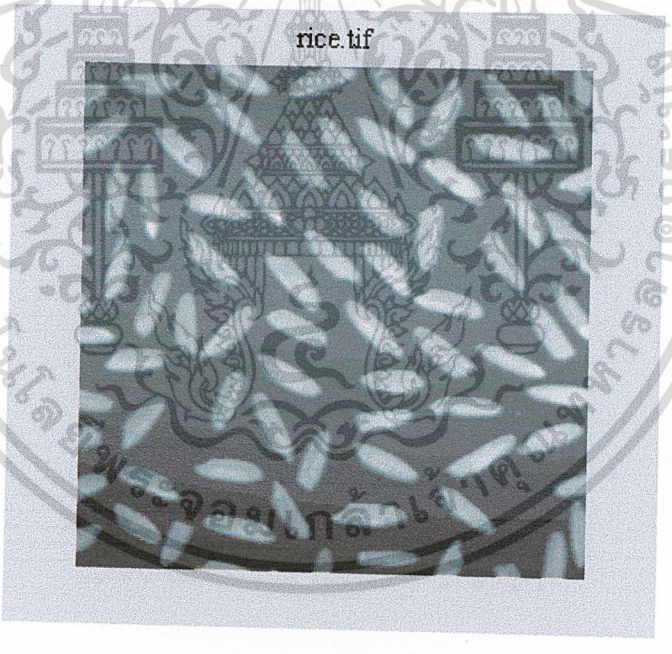
รูปที่ 4.1 (b) ภาพที่ผ่านการกรองความถี่สูง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากภาพเราจะสังเกตภาพที่ผ่านการกรองความถี่สูงจะทำให้ได้ภาพสามารถเห็นรายละเอียดของภาพและขอบของภาพได้ดีและชัดเจนยิ่งขึ้นจึงเหมาะสำหรับการไปประยุกต์ใช้การแปลงภาพที่ต้องการมองเห็นรายละเอียดของภาพมากกว่าจะมองความกลมกลืนของภาพเพราะการกรองผ่านความถี่สูงจะเน้นบริเวณขอบของภาพให้เห็นได้ชัดเจนขึ้น แต่มีข้อเสียคือ ทำให้เกิดสัญญาณรบกวนที่มากขึ้นด้วย

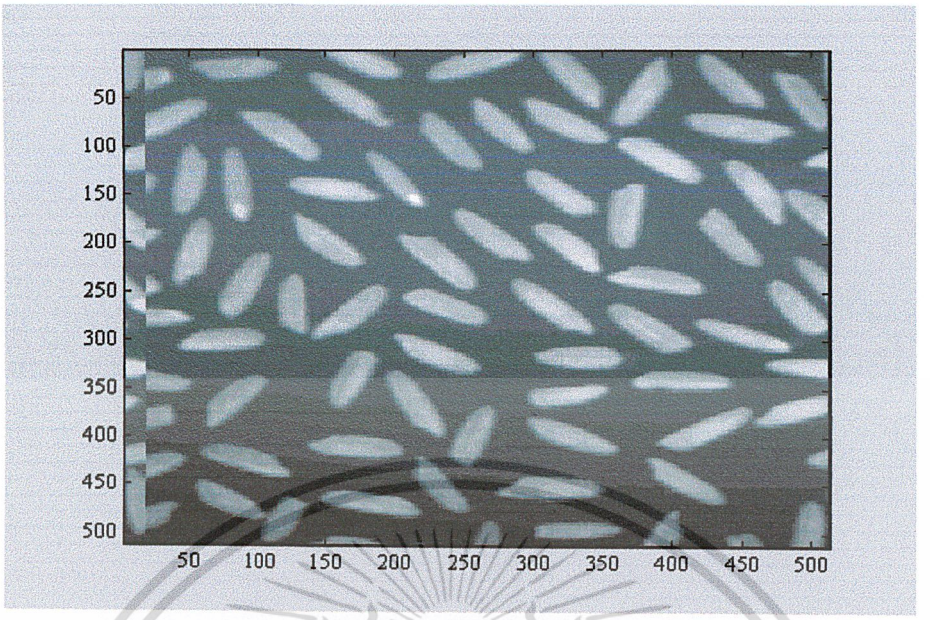
4.2 การทดลองการขยายภาพ

ในการขยายภาพนั้นมีหลายวิธีที่เรานำมาใช้โดยเราจะใช้ภาพต้นฉบับภาพเดียวกันในการขยายภาพเป็นสองเท่า เพื่อที่จะเปรียบเทียบคุณภาพของภาพที่ผ่านการขยายโดยวิธีการต่างๆว่ามีความแตกต่างกันอย่างไรและวิธีใดที่เหมาะสมในการใช้งานมากที่สุด โดยภาพ 4.2 จะเป็นภาพต้นฉบับที่จะทำการขยายและภาพอื่นๆเป็นวิธีการขยายภาพแบบต่างๆ

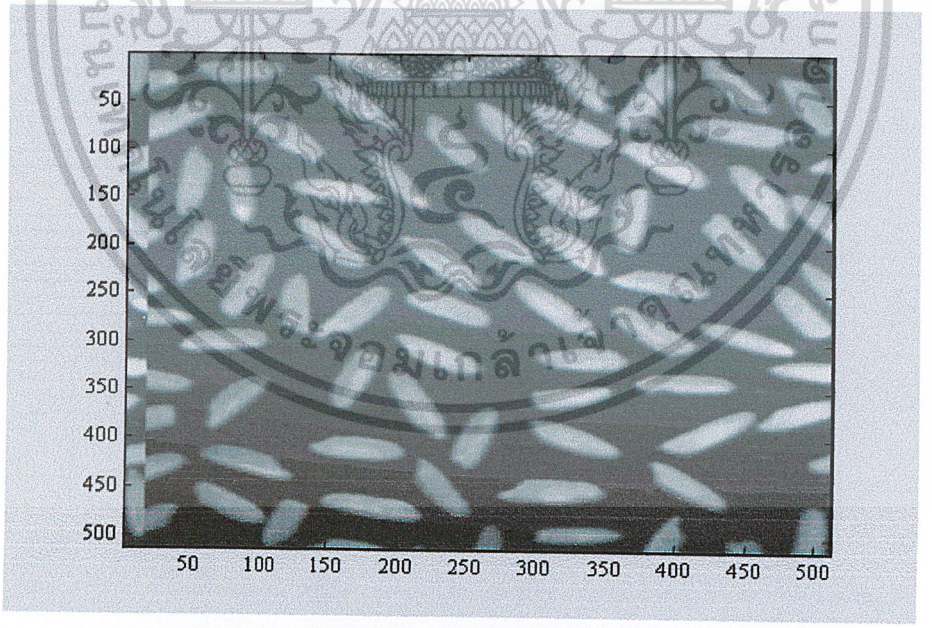


รูปที่ 4.2 ภาพต้นฉบับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

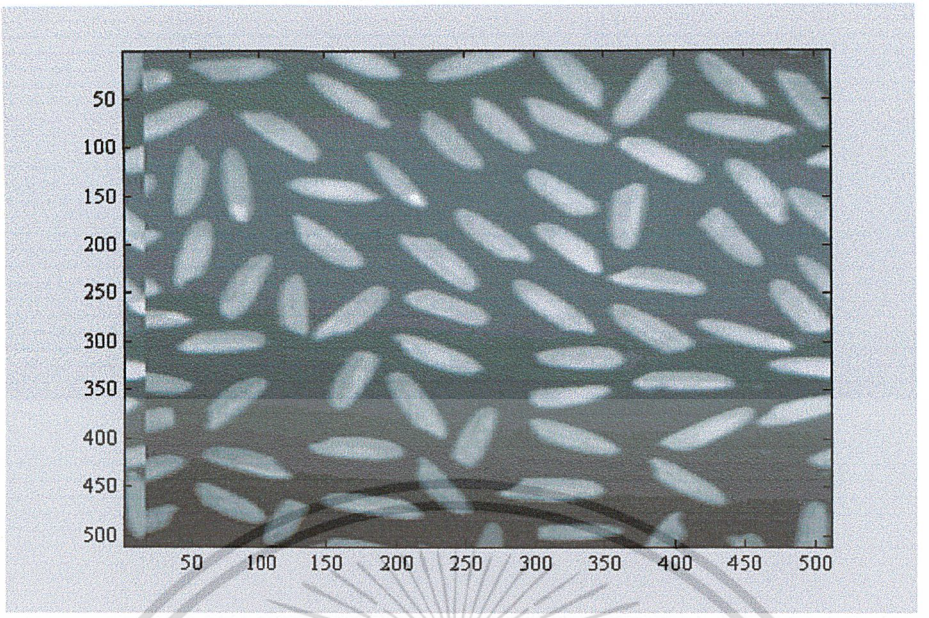


รูปที่ 4.2 (a) การขยายภาพโดยใช้วิธีการทำซ้ำ



รูปที่ 4.2 (b) การขยายภาพโดยใช้วิธีการแทรกค่าแบบเชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



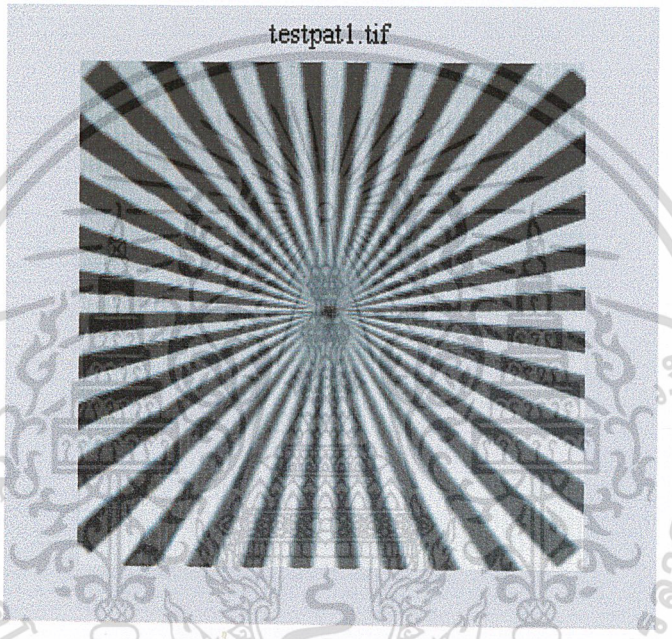
รูปที่ 4.2 (c) การขยายภาพโดยใช้วิธีการแทรกค่าโดยคิวบิคสไปลน์

จากภาพที่แสดงเปรียบเทียบการขยายภาพที่ผ่านมาเราจะสังเกตเห็นได้ว่าภาพที่ถูกขยายด้วยวิธีการทำซ้ำนั้นจะมีคุณภาพต่ำที่สุด ซึ่งสังเกตได้จากการที่บริเวณขอบภาพจะเกิดเป็นรอยหยัก สำหรับภาพที่ผ่านการขยายโดยวิธีการแทรกแบบเชิงเส้นคือ เป็นการแทรกค่าที่เกิดจากการหาค่าเฉลี่ยระหว่างจุดสองจุดจะให้ผลที่ดีกว่าการขยายแบบการทำซ้ำ แต่ก็สามารถสังเกตเห็นความไม่ต่อเนื่องของภาพได้ในหลายๆจุด สำหรับภาพที่ให้ผลที่ดีที่สุดนั้นน่าจะได้แก่การขยายภาพโดยการใช้วิธีคิวบิคสไปลน์เนื่องจากจุดที่จะทำการแทรกนั้นเราจะหาจากการประมาณโดยเส้นโค้งที่มีความต่อเนื่องกันทั้งภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

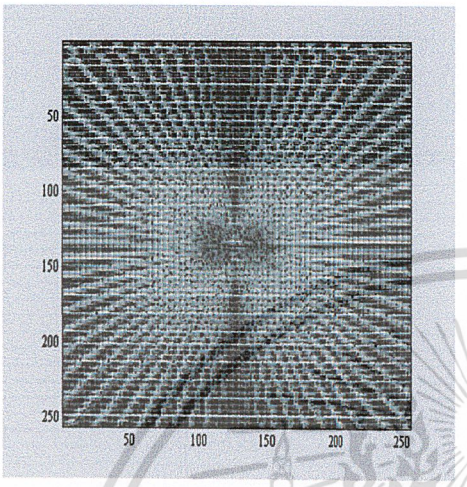
4.3 การทดลองการทรานส์ฟอร์ม

ในการทรานส์ฟอร์มนั้นเราใช้วิธีการแปลงของฮาร์และฮาดาหมัดโดยจะใช้ภาพต้นแบบเดียวกันในการทรานส์ฟอร์มภาพ เพื่อที่จะเปรียบเทียบคุณภาพของภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มโดยวิธีต่างๆว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร โดยภาพที่ 4.3 เป็นภาพต้นฉบับที่จะทำการทรานส์ฟอร์ม และภาพอื่นๆเป็นวิธีการทรานส์ฟอร์มแบบต่างๆ รวมทั้งวิธีการอินเวอร์ส

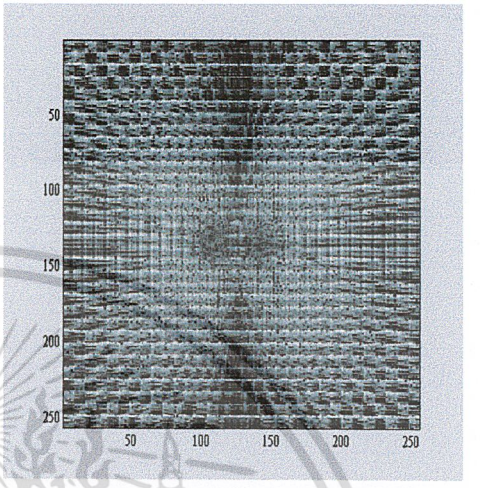


รูปที่ 4.3 ภาพต้นฉบับ

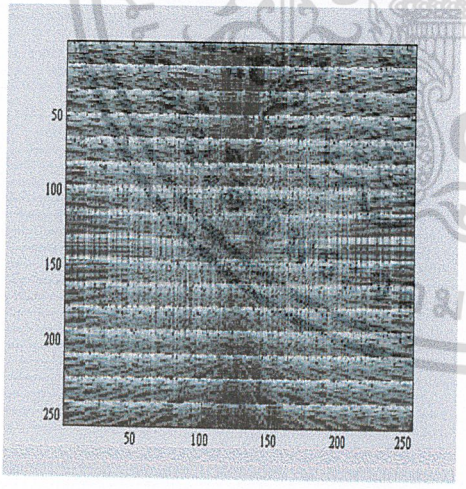
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



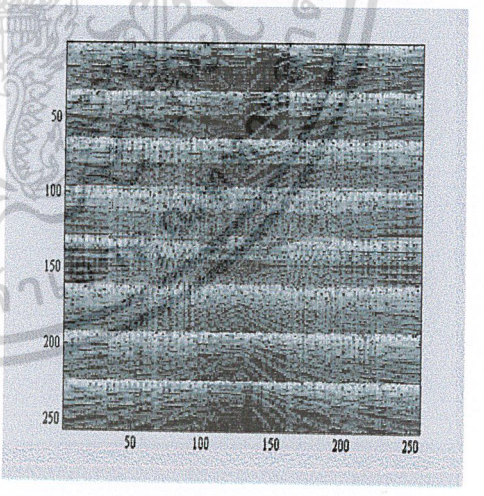
N = 4



N = 8



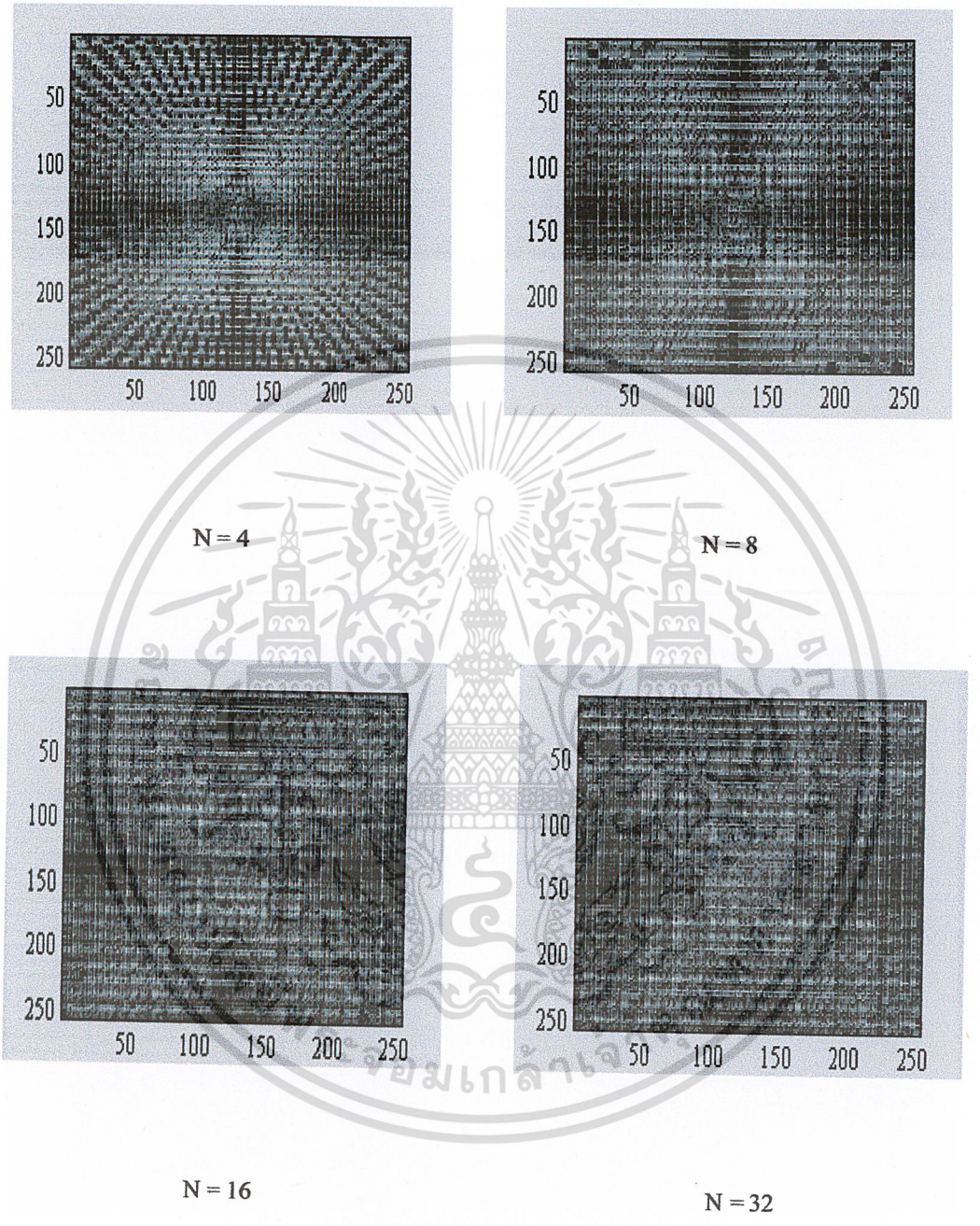
N = 16



N = 32

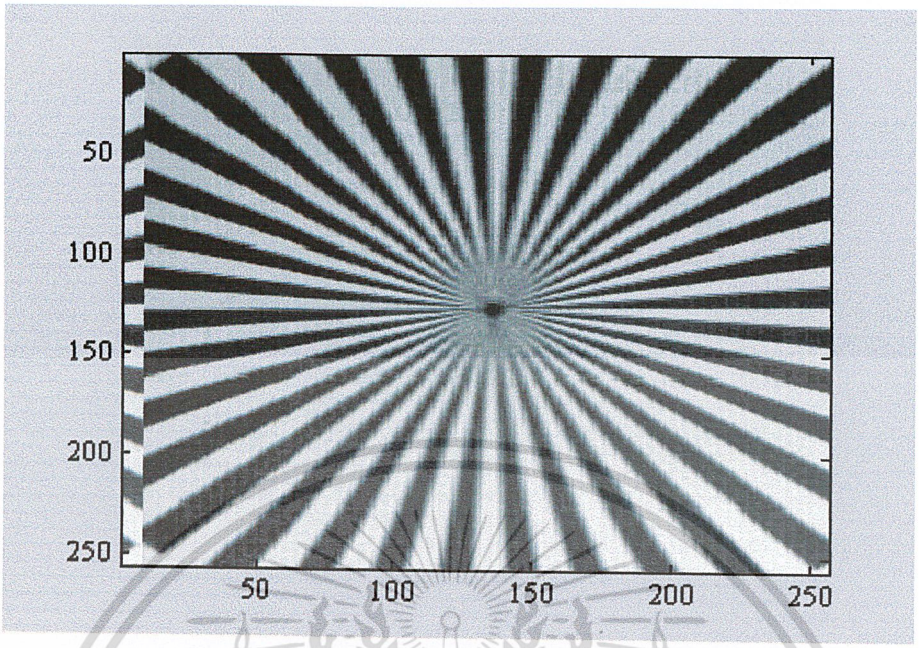
รูปที่ 4.3 (a) การทรานส์ฟอร์มแบบฮาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

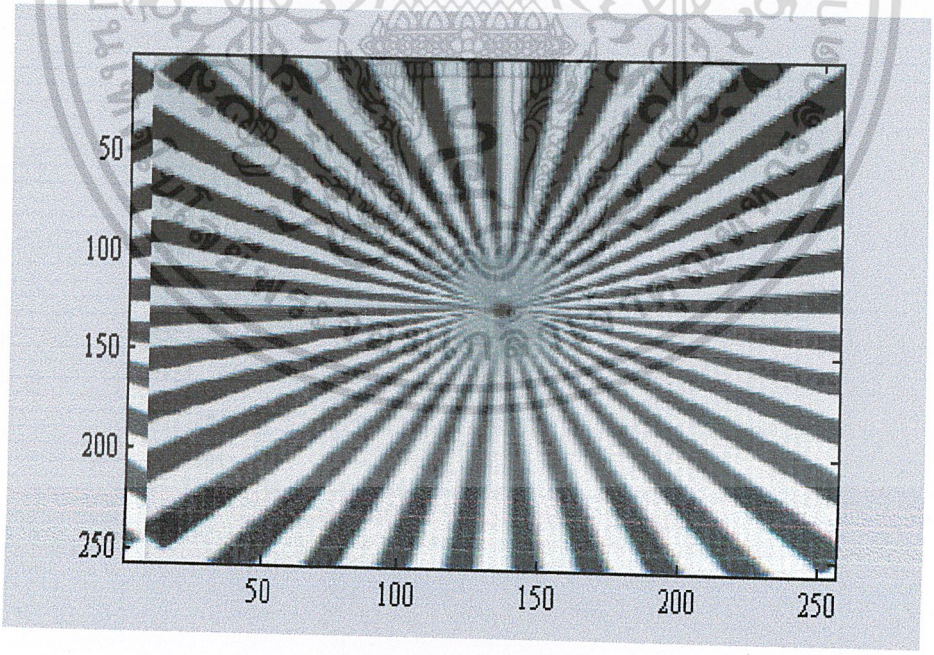


รูปที่ 4.3 (b) การทรานส์ฟอร์มแบบฮาดามัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 (c) การอินเวอร์สภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มแบบฮาร์แล้ว



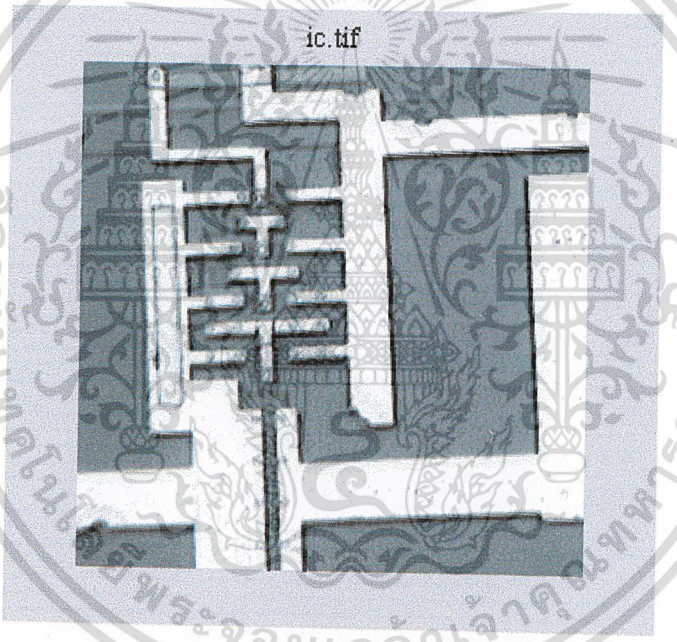
รูปที่ 4.4 (d) การอินเวอร์สภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มแบบฮาดาหมัดแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการทรานส์ฟอร์มแบบฮาร์และฮาดาหมัดจะเห็นได้ว่าขนาดของจุดบนภาพที่ผ่านการทรานส์ฟอร์มโดยการแปลงแบบฮาร์จะน้อยกว่าแบบฮาดาหมัดและยิ่งบล็อคมีขนาดเล็กลงขนาดของจุดบนภาพก็จะน้อยลงตามไปด้วย

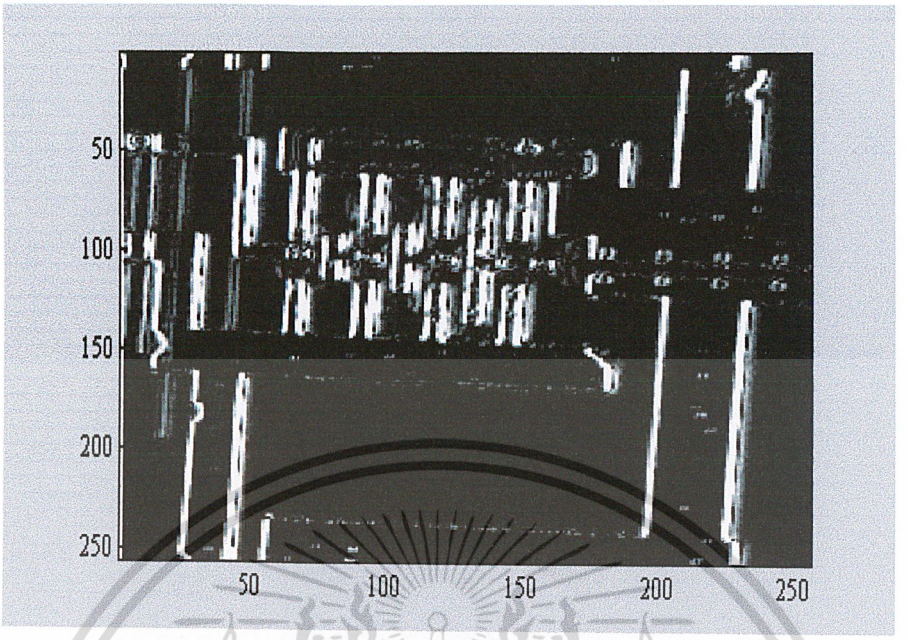
4.4 การทดลองการหาขอบภาพ

ในการหาขอบภาพจะใช้มาส์คแบบโซเบล พรีวิท และเคิร์ช โดยจะใช้ภาพต้นฉบับภาพเดียวในการหาขอบภาพ เพื่อที่จะเปรียบเทียบคุณภาพของภาพที่ผ่านการหาขอบภาพโดยวิธีการต่างๆกัน เพื่อที่จะหาความแตกต่างกันและศึกษาว่าวิธีการใดที่เหมาะสมในการนำไปใช้งานมากที่สุด โดยภาพ 4.4 เป็นภาพต้นฉบับที่จะทำการหาขอบภาพ และภาพอื่นๆเป็นวิธีการหาขอบภาพแบบต่างๆ

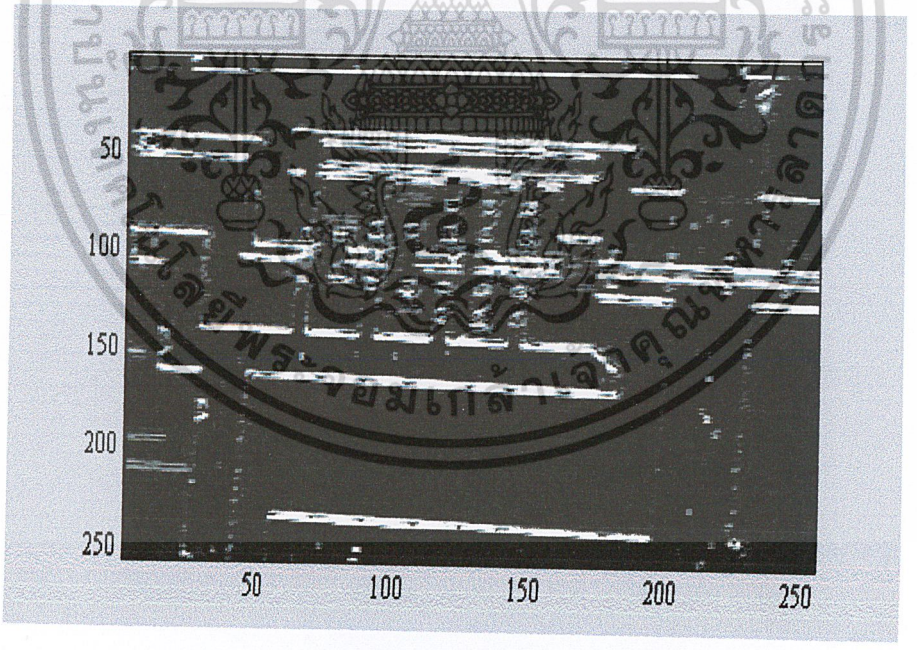


รูปที่ 4.4 ภาพต้นฉบับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



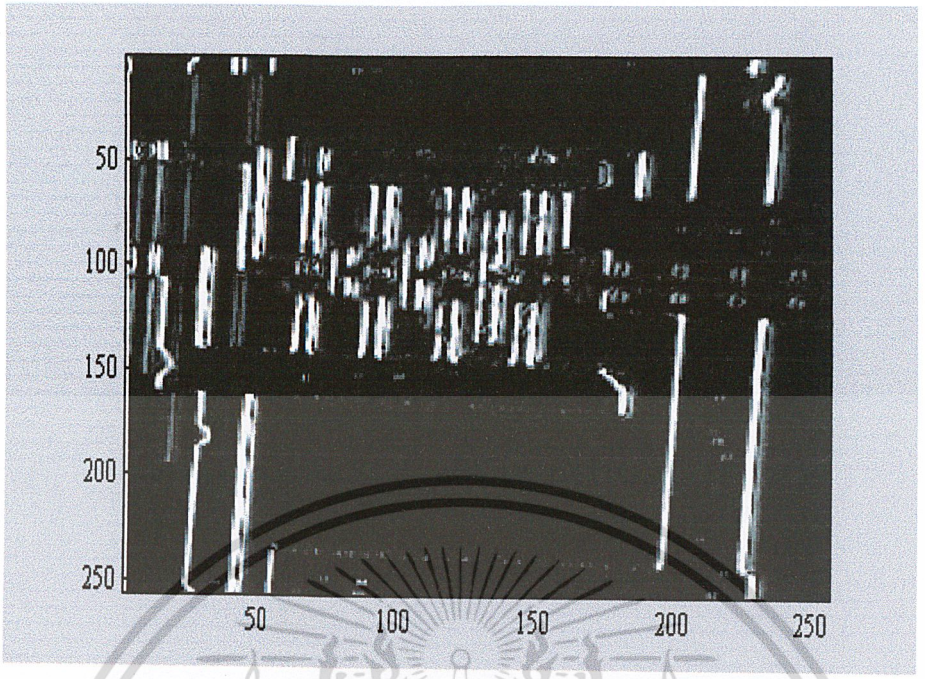
(a) Horizontal



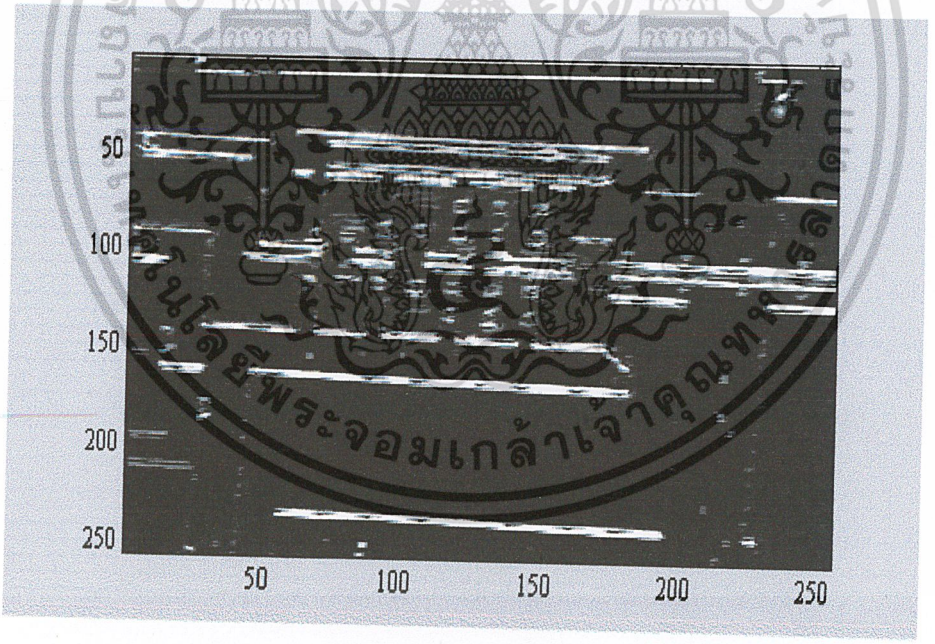
(b) Vertical

รูปที่ 4.4 (a) การหาขอบภาพโดยวิธีโซเบล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



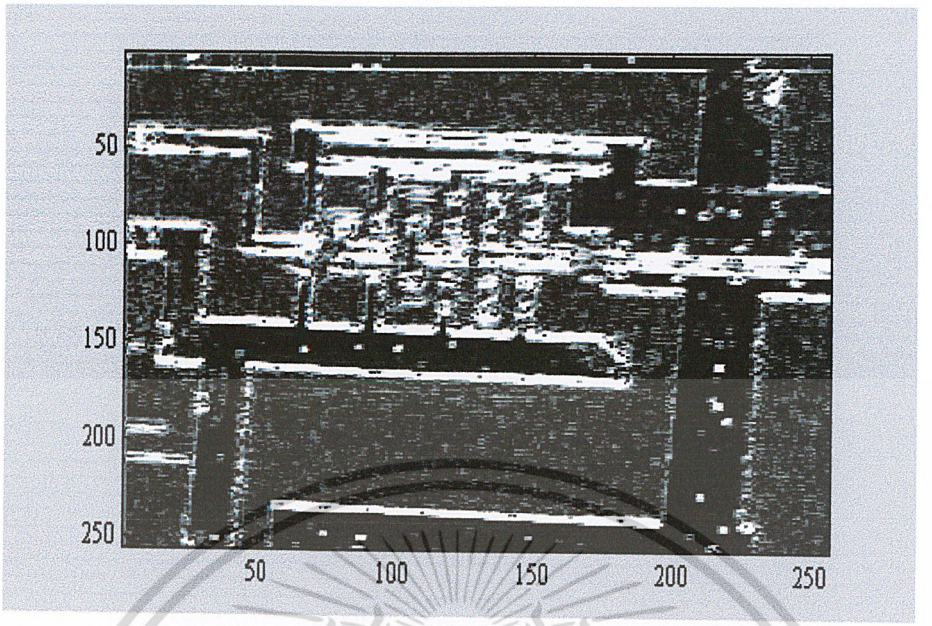
(a) Horizontal



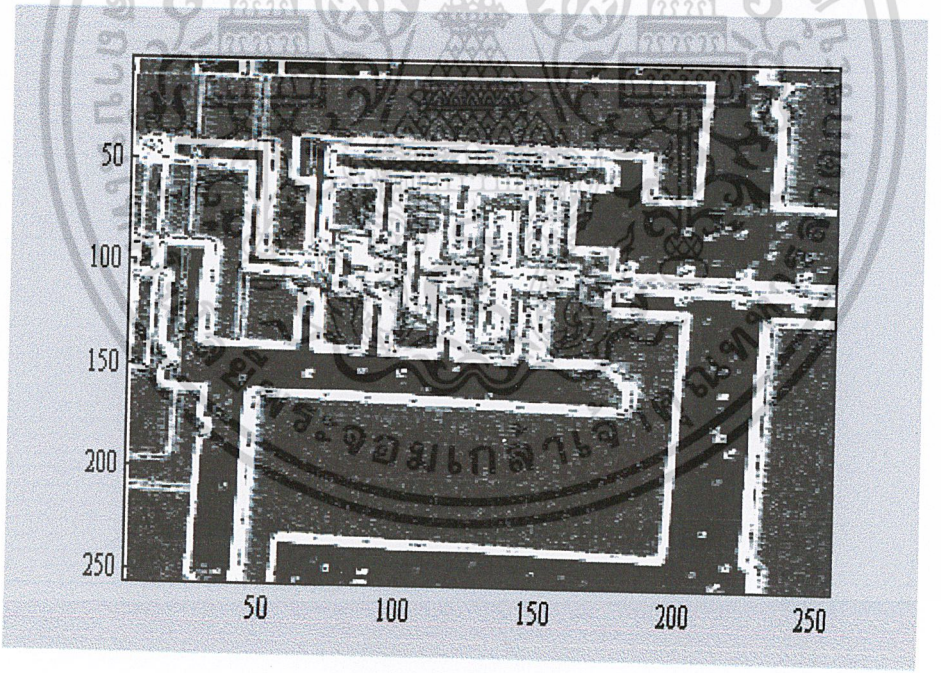
(b) Vertical

รูปที่ 4.4 (b) การหาขอบภาพโดยวิธีพรีวิท

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

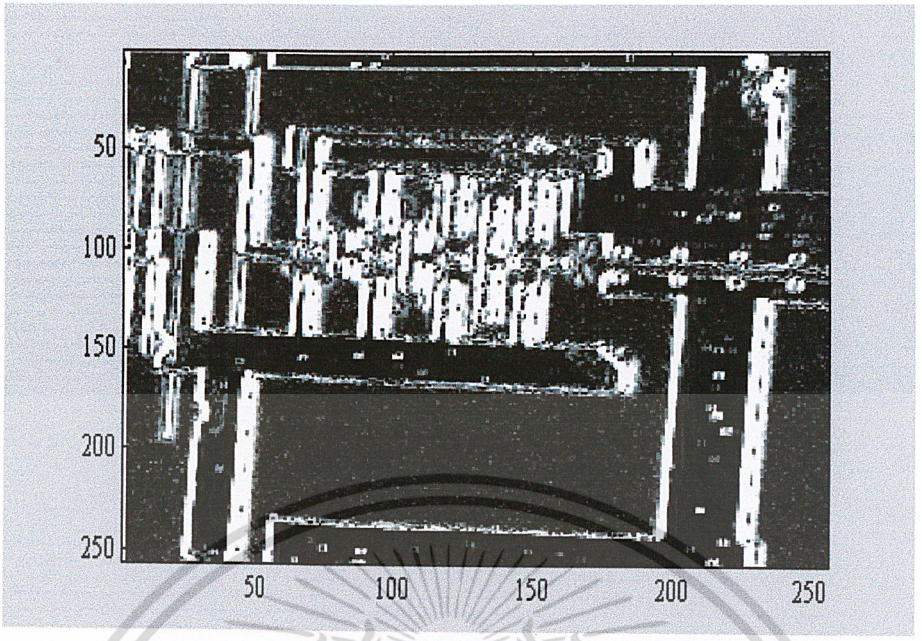


(a)

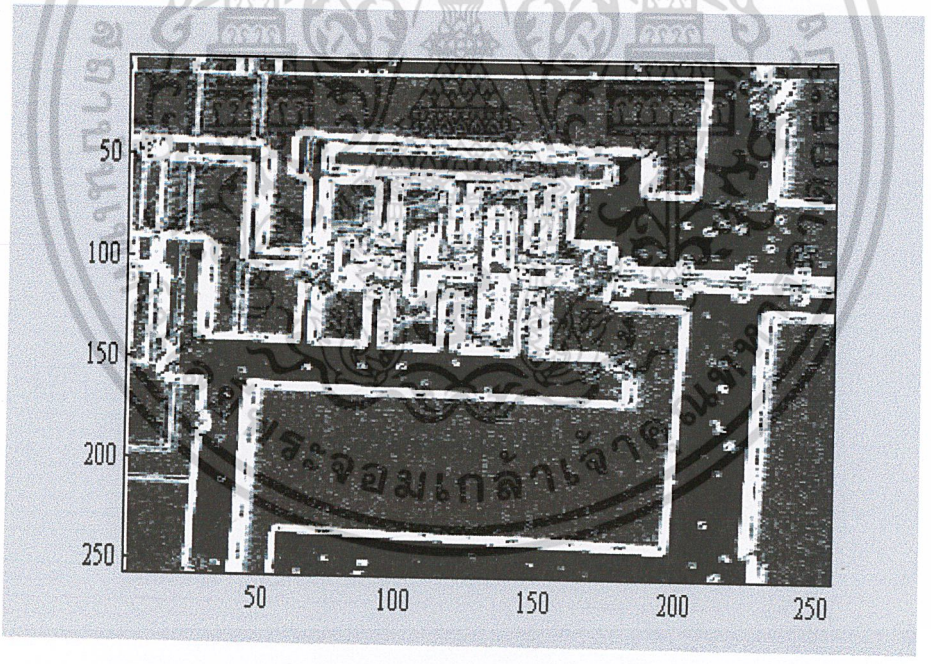


(b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(c)



(d)

รูปที่ 4.4 (c) การหาขอบภาพโดยวิธีเคิร์ช

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากภาพที่แสดงเปรียบเทียบการหาขอบภาพที่ผ่านมาเราจะสังเกตเห็นได้ว่าภาพที่ใช้วิธีแบบเคิร์ชจะหาขอบภาพได้ชัดเจนมากที่สุด รองลงมาเป็นวิธีของโซเบล และท้ายสุดเป็นวิธีการของพรีวิท แต่ไม่ใช้ว่าวิธีการแบบเคิร์ชจะดีที่สุด เพราะว่าขอบของภาพที่ชัดเจนซึ่งเกิดจากเส้นขอบที่หนา ซึ่งอาจทำให้การหาขอบภาพด้วยวิธีการแบบเคิร์ชนี้อาจตัดรายละเอียดของภาพบางส่วนที่เล็กไปได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทวิจารณ์และบทสรุป

การที่เราได้ทดลองสร้างโปรแกรมการประมวลผลทางภาพโดยใช้โปรแกรมแมทแลบนั้นปัญหาที่พบก็คือ การทำงานที่ช้าในการประมวลผลแต่ละครั้ง แต่อย่างไรก็ตามจุดประสงค์ในการทำโครงงานนี้คือเพื่อที่จะศึกษาอัลกอริทึมและวิธีการต่างๆไม่ได้มีจุดหมายที่จะสร้างขึ้นมาเพื่อใช้งานจริง ซึ่งถ้าหากเราต้องการที่จะพัฒนาวิธีการเหล่านี้เพื่อให้สามารถใช้งานได้จริงแล้วก็ควรจะมีการออกแบบฮาร์ดแวร์มาประกอบกับซอฟแวร์ เพื่อที่จะทำให้การทำงานสามารถตอบสนองขบวนการคำนวณที่ซับซ้อนได้เร็วขึ้นในการประมวลผล

จากการที่เราได้ทำการศึกษาการประมวลผลภาพแบบต่างๆไปในปริญญานิพนธ์นี้นั้นเราพอที่จะแยกหัวข้อใหญ่ๆที่ทำการศึกษาได้ดังนี้

5.1 ผลของการกรองความถี่แบบต่างๆ

ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำ (LPF) ทำให้ภาพมีความเรียบมากขึ้นหรืออีกนัยหนึ่งก็คือทำให้ภาพเบลอขาดความคมชัด

ตัวกรองผ่านความถี่สูง (HPF) ทำให้ภาพมีความคมชัดมากขึ้นและยังสามารถช่วยในการหาขอบภาพได้ด้วย

5.2 ผลของการขยายภาพแบบต่างๆ

เป็นอีกหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจในการศึกษาเนื่องจากจะได้คุณภาพของภาพที่ดีหลังจากการขยายภาพนั้นเป็นสิ่งที่เราต้องการมาก โดยในส่วนใหญ่การขยายภาพที่ใช้กันอยู่นั้นจะทำให้ผลของภาพนั้นไม่ดีเท่าที่ควรเนื่องจากจะเกิดเป็นเส้นหยักๆและไม่มีความต่อเนื่องของภาพ

5.3 ผลของการทรานส์ฟอร์มโดยการแปลงแบบฮาร์และแบบฮาดาหมัด

การทรานส์ฟอร์มนั้นทำเพื่อแปลงโดเมนในแกนเวลาให้ไปอยู่ในแกนความถี่เพราะเราจะทราบค่าต่างๆที่สำคัญ ไม่ว่าจะเป็น แมกนิจูด ความถี่ และเฟส เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์หรือปรับปรุงภาพด้วยวิธีต่างๆได้

จะเห็นได้ว่าขนาดของจุดบนภาพที่ทำการทรานส์ฟอร์มแล้วของการแปลงแบบฮาร์จะน้อยกว่าการแปลงแบบฮาดาหมัดและยิ่งบล็อค มีขนาดเล็กลงขนาดของจุดบนภาพก็จะน้อยลงลงตามไปด้วย

การแปลงแบบฮาดาหมัดจะรวมค่าที่มีนัยสำคัญของภาพไว้ในบริเวณที่แคบกว่าแบบฮาร์โดยการแปลงแบบฮาดาหมัดจะรวมไว้ในบริเวณมุมซ้ายบนของบล็อกที่ทำการแปลง ส่วนการแปลงแบบฮาร์จะรวมไว้ในบริเวณแถวบนของบล็อกที่ทำการแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 ผลของการหาขอบของภาพ

โซเบล โอเปอร์เรเตอร์ จะเน้นขอบภาพที่มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจนเท่านั้น ส่วนบริเวณของภาพที่มีความแตกต่างระหว่างพิกเซลน้อยก็จะไม่ปรากฏขอบภาพขึ้น โดยมาส์คที่ใช้จะมาจาก

$$G_x=(z_7+2z_8+z_9)-(z_1+2z_2+z_3)$$
$$G_y=(z_3+2z_6+z_9)-(z_1+2z_4+z_7)$$

เมื่อ

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

พรีวิทท์ โอเปอร์เรเตอร์ จะได้ขอบภาพของบริเวณที่มีความแตกต่างของพิกเซลมากถึงปานกลาง เพราะคำนวณหาความแตกต่างถึงแปดทิศทาง โดยมาส์คที่ใช้มาจาก

$$G_x=(z_3+z_6+z_9)-(z_1+z_4+z_7)$$
$$G_y=(z_7+z_8+z_9)-(z_1+z_2+z_3)$$

เคิร์ช โอเปอร์เรเตอร์ จะได้ขอบภาพแม้แต่บริเวณที่มีความแตกต่างระหว่างพิกเซลน้อย จึงสามารถหาขอบภาพได้ละเอียดกว่าโอเปอร์เรเตอร์สองแบบข้างต้น โดยมาส์คที่ใช้มาจาก

$$G_1=5(z_1+z_2+z_3)-3(z_4+z_6+z_7+z_8+z_9)$$
$$G_2=5(z_2+z_3+z_6)-3(z_1+z_4+z_7+z_8+z_9)$$
$$G_3=5(z_3+z_6+z_9)-3(z_1+z_2+z_4+z_7+z_8)$$
$$G_4=5(z_6+z_8+z_9)-3(z_1+z_2+z_3+z_4+z_7)$$

โอเปอร์เรเตอร์ที่กล่าวมาทั้งหมดนี้มีข้อจำกัดตรงที่ไม่สามารถหาขอบภาพได้ถูกต้องแม่นยำในสภาพที่มีการรบกวนสูง ซึ่งปัญหานี้อาจแก้ไขได้โดยใช้โอเปอร์เรเตอร์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนังสืออ้างอิง

1. Digital Image Processing, Rafael C. Gonzalez / Paul Wintz, Second Edition, Addison Wesley Publishing Company, 1987
2. Introduction Computer Vision Image Processing, Adrian Low, McGrawhill, 1991
3. Digital Image Processing, William K. Pratt, Second Edition, A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Son, 1991
4. "MABLAB : The Language of Technical Computing, Version 5 " , The MATH WORKS, Inc., 1998

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

การที่ปริญญาฉบับนี้สำเร็จได้ก็เนื่องมาจากการให้คำแนะนำจากคณะอาจารย์และการให้กำลังใจจากบิดา มารดา และเพื่อนๆรวมทั้งตัวเองในการทำโครงงานนี้ และขอขอบคุณเป็นอย่างสูงสำหรับ รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์, ดร.พิเชษฐ ม่วงนวล และ ดร.ชูวงค์ พงษ์เจริญพาณิชย์ ที่ให้คำปรึกษาและชี้แนะแนวทางที่มีประโยชน์เป็นอย่างสูงในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

ศิวกร รัฐศุภชัยกุล
ผู้จัดทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมการกรองผ่านความถี่

```
function L= type_fil(type,n)
%type คือ ชนิดของ filter%
%n     คือ ขนาดของ window%

global B h
w1 = linspace(0,pi,21);
dw1 = pi/20;
w2 = w1;
dw2 = dw1;
N = n
Ns = (N-1)/2;
 Do = 0.3*pi ;
 G = [1 4 2 4 2 4 2 4 2 4 2 4 2 4 2 4 2 4 2 4 1];
 F=G';
 if type ==1 %Lowpass%
      for N1 = 0:Ns
          n1 = N1+1;
          for N2 = 0:Ns
              n2 = N2 +1;
              for i = 0:20
                  I =i+1;
                  for j = 0:20
                      J =j+1;
                      R2(I,J) = w1(I)^2 + w2(J)^2;
                      a(I,J) = ( 0.414*(Do^2))/(R2(I,J)+0.414*(Do^2));
                      f(I,J) = a(I,J)*cos(w1(I)*N1)*cos(w2(J)*N2);
                  end
              end
              h(n1,n2) = (((dw1*dw2)*(G*(f*F)))/9)/pi^2;
          end
      end

       P = h(Ns+1,Ns+1);
 for N1 = Ns:N-1
       n1 = N1+1;
     for N2 = Ns:N-1
           n2 = N2+1;
           h(n1,n2) = h(n1-Ns,n2-Ns);
           h(N,N) = P;
       end
   end
      for N1 = Ns:N-1
           n1 = N1+1;
           for N2 = 0:Ns-1
                n2 =N2+1;
                h(n1,n2) = h(n1,(N+1)-n2);
             end
         end
      for N1 = 0:Ns-1
           n1 = N1+1;
           for N2 = 0:Ns-1
                n2 =N2+1;
                h(n1,n2) = h((N+1)-n1,n2);
             end
       end

elseif type == 2 %Highpass%
   Do = 0.3*pi;
   for N1 =0:Ns
       n1 = N1+1;
       for N2 = 0:Ns
           n2 = N2+1;
           for i = 0:20
                I=i+1;
                for j= 0:20
                    J = j+1;
                    R2(I,J) = w1(I)^2 + w2(J)^2;
                    a(I,J) = (R2(I,J))/(R2(I,J)+0.414*(Do^2));
                    f(I,J) = a(I,J)*cos(w1(I)*N1)*cos(w2(J)*N2);
                end
            end
        end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
            h(n1,n2) = (((dw1 * dw2)*(G*(f*F)))/9)/pi^2;
        end
    end


P = h(Ns+1,Ns+1);
for N1 = Ns:N-1
      n1 = N1+1;
    for N2 = Ns:N-1
          n2 = N2+1;
          h(n1,n2) = h(n1-Ns,n2-Ns);
          h(N,N) = P;
      end
  end
     for N1 = Ns:N-1
          n1 = N1+1;
          for N2 = 0:Ns-1
                n2 =N2+1;
                h(n1,n2) = h(n1,(N+1)-n2);
            end
        end
     for N1 = 0:Ns-1
          n1 = N1+1;
          for N2 = 0:Ns-1
                n2 =N2+1;
                h(n1,n2) = h((N+1)-n1,n2);
            end
       end
   end
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
 fid = fopen(imgfile,'r');
A=fread(fid,[256,256]);
B = conv2(A,h,'full');
  colormap(gray(256));
  imagesc(B');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมขยายภาพโดยวิธีการทำซ้ำ

```
function zoom1_1(n,m,N,M)
global D
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
  fid = fopen(imgfile,'r');
  A =fread(fid,[256,256]);
  B = A(n:m,N:M);
  nr = m-n+1;
  mr = 2*nr;
  NR =M-N+1;
  MR = 2*NR;
  H = [1  1;1 1];
  for i =1:mr;
      for j = 1:MR
          C(i,j) = 0;
      end
  end
  for i = 1:nr
      for j = 1:NR
          C((1+(i-1)*2),(1+(j-1)*2)) = B(i,j);
      end
  end
  D = conv2(H,C);
  colormap(gray(256))
  image(D')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมขยายภาพโดยการแทรกแบบเชิงเส้น

```
function linear_inter(n,m,N,M)
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
  fid = fopen(imgfile,'r');
  A =fread(fid,[256,256]);
  B = A(n:m,N:M);
  nr = m-n+1;
  mr = 2*nr;
  NR =M-N+1;
  MR = 2*NR;
for i = 1:mr
    for j = 1:MR
        c(i,j) = 0;
    end
end
for i = 1:nr
    for j = 1:NR
        c((1+(i-1)*2),(1+(j-1)*2)) = B(i,j);
    end
end
for i = 1:nr
    for j = 1:NR-1
        c((1+(i-1)*2),(2+(j-1)*2))   =   (c((1+(i-1)*2),(1+(j-1)*2))+c((1+(i-
1)*2),(2+(1+(j-1)*2))) )/2;
    end
end
d = c';
for i = 1:MR
    for j = 1:nr-1
d(i,(2+(j-1)*2)) = ( d(i,(2+(1+(j-1)*2)) )+d(i,(1+(j-1)*2))) / 2;
     end
end
colormap(gray(256))
image(d)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมขยายภาพโดยการแทรกแบบคิวบิคสไปล์น

```
function qpik(n,m,N,M,p)
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
  fid = fopen(imgfile,'r');
  A =fread(fid,[256,256]);
  B = A(n:m,N:M);
  nr = m-n+1;
  mr = p*(m-n)+1;
  NR =M-N+1;
  MR = p*(M-N)+1;
  x = 1:NR;
  xl = 1:1/p:NR;
  xL = 1:1/p:nr;

  for i = 1:nr
       c(i,1:MR) = spline(x,B(i,1:NR),xl);
  end

  C = c' ;
   xl = 1:nr;

  for j = 1:MR
       D(j,1:mr) = spline(xl,C(j,1:nr),xL);
  end

  colormap(gray(256))
  imagesc(D)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมหาค่าเคอเนลของฮาร์

```
function A = haar(N)
n = log2(N);
k(1) = 0;
ph(1) = 0;
qh(1) = 0;
k(2) = 1;
ph(2) = 0;
qh(2) = 1;
for l = 3:N
    k(l) = l-1;
    for i = 1:n
        p = i-1;
        q = k(l)+1-(2^p);
        if (q>=1)&(q<=2^p)
            ph(l) = p;
            qh(l) =q;
        end
    end
end
for j =1:N
    h(1,j)=1;
end
for t = 2:N
    for s=0:(N-1)
        z = s/N;
        if (z>=(qh(t)-1)/2^ph(t))&(z<(qh(t)-0.5)/2^ph(t))
            h(t,s+1) = 2^(ph(t)/2);
        elseif (z>=(qh(t)-0.5)/2^ph(t))&(z<qh(t)/2^ph(t))
            h(t,s+1) = -2^(ph(t)/2);
        else
            h(t,s+1) = 0;
        end
    end
end
a  = (1/sqrt(N))*h;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมหาค่าเคอเนลของฮาดาหมัด

```
function [im,X] = hada(D)
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
  fid = fopen(imgfile,'r');

[im,count] = fread(fid,[256,256],'uchar');
h2 = [1 1;1 -1];
h4 = [h2 h2;h2 -h2];
h8 = [h4 h4;h4 -h4];
h16 = [h8 h8;h8 -h8];
h32 = [h16 h16;h16 -h16];
if D==4
    Ker= (1/sqrt(4))*h4;
elseif D==8
    Ker = (1/sqrt(8))*h8;
elseif D==16
    Ker = (1/sqrt(16))*h16;
else
    Ker = (1/sqrt(32))*h32;
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมการทรานส์ฟอร์ม

```
function [im,X] = tran(D,N)
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
  fid = fopen(imgfile,'r');

[im,count] = fread(fid,[256,256],'uchar');


Y = im-128;
for N = 1:(16/D)*16;
    n = (N-1)*D;
    for M = 1:(16/D)*16
        m = (M-1)*D;
        for L = 1:D
            for K = 1:D
                y(L,K) = Y(L+n,K+m);
            end
        end
        x = Ker*y*Ker;
        for O = 1:D
            for P =1:D
                X(O+n,P+m) = x(O,P);

            end
        end
    end
end


b= inv(Ker);
   for N = 1:(16/D)*16;
    n = (N-1)*D;
    for M = 1:(16/D)*16
        m = (M-1)*D;
        for L = 1:D
            for K = 1:D
                k(L,K) = X(L+n,K+m);
            end
        end
        l = b*k*b;
        for O = 1:D
            for P =1:D
                y(O+n,P+m) = l(O,P)+128;
            end
        end
    end
end

colormap(gray);
imagesc(log10(1+abs(X)))
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมอินเวอร์ส

```
function y=inv(ker,D,X)

b= inv(Ker);
   for N = 1:(16/D)*16;
    n = (N-1)*D;
    for M = 1:(16/D)*16
        m = (M-1)*D;
        for L = 1:D
            for K = 1:D
                k(L,K) = X(L+n,K+m);
            end
        end
        l = b*k*b;
        for O = 1:D
            for P =1:D
                y(O+n,P+m) = l(O,P)+128;
            end
        end
    end
end
colormap(gray);
imagesc(y)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมหาขอบภาพโดยวิธีโซเบล

```
function sobel_edge(type);
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
 fid = fopen(imgfile,'r');
 s =fread(fid,[256,256]);
[m,n] = size(s);
hx = [-1 0 1;-2 0 2; -1 0 1];
hy = [1 2 1; 0 0 0; -1 -2 -1];
s1 =conv2(hx,s);
s2 =conv2(hy,s);
for x = 1:m
    for y = 1:n
       if type ==1
           S(x,y)= abs(s1(x,y));
       elseif type ==2
           S(x,y) = abs(s2(x,y));

       end
   end
end
colormap(gray(256));
image(S)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมหาขอบภาพโดยวิธีพรีวิท

```
function prewitt_edge(type);
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
 fid = fopen(imgfile,'r');
 s =fread(fid,[256,256]);
[m,n] = size(s);
hx = [-1 0 1;-1 0 1; -1 0 1];
hy = [-1 -1 -1; 0 0 0; 1 1 1];
s1 =conv2(hx,s);
s2 =conv2(hy,s);
for x = 1:m
    for y = 1:n
       if type ==1
           S(x,y)= abs(s1(x,y));
       elseif type ==2
           S(x,y) = abs(s2(x,y));

       end
   end
end
colormap(gray(256));
image(S)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมหาขอบภาพโดยวิธีเคิร์ช

```
function kirsch_edge(type);
[imgfile,path] = uigetfile('*.tif','OPen',100,100);
 fid = fopen(imgfile,'r');
 s =fread(fid,[256,256]);

[m,n] = size(s);
h1 = [5 5 5;-3 0 -3;-3 -3 -3];
h2 = [-3 5 5; -3 0 5;-3 -3 -3];
h3 = [-3 -3 5;-3 0 5;-3 -3 5];
h4 = [-3 -3 -3;-3 0 5;-3 5 5];
s1 =conv2(h1,s);
s2 =conv2(h2,s);
s3 =conv2(h3,s);
s4 =conv2(h4,s);
for x = 1:m
    for y = 1:n
       if type ==1
           S(x,y)= abs(s1(x,y));
       elseif type ==2
           S(x,y) = abs(s2(x,y));
       elseif type ==3
           S(x,y) = abs(s3(x,y));
       elseif type ==4
           S(x,y) = abs(s4(x,y));
       end
   end
end
colormap(gray(256));
image(S)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้