

การควบคุมแบบอะแดปทีฟ

Adaptive control



ปริญญานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2546

เลขที่.....
เลขทะเบียน 55671
วัน,เดือน,ปี..... 24 พ.ค. 2548

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่นใด
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีการเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้ง
b.....
i.....

ปริญญาโทปีการศึกษา 2546

ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การควบคุมแบบอะแดปทีฟ

ผู้จัดทำ

1. นายณรงค์ศักดิ์ อางโยธา รหัสประจำตัว 43010120
2. นายทรงกลด มุลชนะ รหัสประจำตัว 43010145



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การควบคุมแบบอะแดปทีฟ

Adaptive control

นายณรงค์ศักดิ์ อาจโยธา

นายทรงกลด มุลชนะ

ผศ. พรสุข รติโรจน์อนันต์ อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2546

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการศึกษาทฤษฎีการควบคุมแบบอะแดปทีฟ เพื่อนำมาเขียน โปรแกรมเลียนแบบการควบคุม โดยเริ่มจากการนำค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการทำเอกลักษณ์ มาหาสมการคุณลักษณะของระบบดิจิทัลคอนโทรลเลอร์ เพื่อนำไปออกแบบตัวควบคุมแบบอะแดปทีฟด้วยวิธีฟัซซีลอจิก และเลียนแบบควบคุมระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ในช่วงกว้าง ผลการเลียนแบบแสดงให้เห็นว่าการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีดังกล่าว ให้ผลการควบคุมเป็นที่น่าพอใจ

Abstract

This thesis presents the Adaptive Control Theory and writes the simulating programs for Adaptive Control System. Recursive Least Square identification method is used to identify the unknown parameter plant. The characteristic polynomial of the system that based on the optimal servo system is found and used it to design the adaptive controller. The fuzzy logic also implemented to the controller design. The numerical simulations are used to prove that proposed control method provide the satisfied control result.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปริญญานิพนธ์	2
1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	3
2.1 การหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ของระบบ	3
2.1.1 ขั้นตอนการทำซ้ำกำลังสองน้อยสุด	3
2.1.2 วิธีการทำซ้ำกำลังสองน้อยสุด	5
2.1.3 ค่าพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา	8
2.2 ระบบควบคุมแบบอะแดปทีฟโพสเพลซเมนต์	9
2.2.1 การออกแบบตัวควบคุม R-S-T	9
a) สมการ ไดโอแฟนไทน์	11
b) อันดับของตัวควบคุม R-S-T	14
2.3 การหาพหุนามคุณลักษณะ โดยการจำลองระบบออปติมิซเซอร์ไว	17
• การออกแบบตัวควบคุม R-S-T	27
2.4 การปรับแต่งตัวควบคุมจากดัชนีเสถียรภาพ	28
• ระบบควบคุมแบบพีซซี	29
บทที่ 3 การทดลอง และผลการทดลอง	32
3.1 การหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ของระบบโดยวิธี RLS	32
plant อันดับ 2	32
plant อันดับ 3	36
3.2 การออกแบบตัวควบคุม	40
3.2.1 ตัวอย่าง plant อันดับ 2	40
3.2.2 ตัวอย่าง plant อันดับ 3	43
3.3 การเลือกช่วงของดัชนีเสถียรภาพ เพื่อใช้กำหนดกฎพีซซี	48
3.3.1 ตัวอย่าง plant อันดับ 2	48
3.3.2 ตัวอย่าง plant อันดับ 3	55

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.4 จำลองระบบเพื่อเก็บผลการทดลอง	65
3.4.1 ระบบอันดับ 2	65
3.4.2 ระบบอันดับ 3	67
บทที่ 4 บทวิจารณ์ และสรุป	69
4.1 สรุปผลการปฏิบัติงาน	69
4.2 ปัญหาในการทำงานและแนวทางในการแก้ไข	70
4.3 ผลที่ได้รับจากโครงการนี้	70
4.4 แนวทางในการพัฒนา	70
ภาคผนวก	71
A. การแปลง z	72
B. บทวิเคราะห์เมทริกซ์และเวกเตอร์	78
C. Source code ที่เขียนโดยใช้โปรแกรม MATLAB	81
กิตติกรรมประกาศ	97
หนังสืออ้างอิง	98

บทที่ 1

บทนำ

ปัจจุบันได้มีการศึกษาทฤษฎีการควบคุมแบบอะแดปทีฟ (Adaptive Control) กันอย่างแพร่หลาย ทั้งการวิจัย และการทดลองใช้กับแบบจำลองในลักษณะต่าง ๆ แต่การนำทฤษฎีการควบคุมแบบอะแดปทีฟไปใช้กับระบบจริงยังไม่พบบ่อยนัก ปริญญาบัตรฉบับนี้จึงเป็นการนำเอาทฤษฎีการควบคุมแบบอะแดปทีฟมาจำลองการทำงาน โดยในขั้นเริ่มต้นจะเป็นการจำลองระบบอันดับสอง (second order) และอันดับสาม (third order) ของสัญญาณต่อเนื่องให้เป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง จากนั้นจึงทำการเขียนโปรแกรม เพื่อติดตามหาค่าพารามิเตอร์ของระบบจำลองแบบสัญญาณไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีการทำเอกลักษณ์ (parameter identification)

หลักการสำคัญของการควบคุมแบบอะแดปทีฟ คือ การติดตามหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยการทำเอกลักษณ์ เพื่อที่จะนำค่าพารามิเตอร์ไปทำการออกแบบตัวควบคุม การติดตามหาค่าพารามิเตอร์ของระบบมีด้วยกันหลายวิธี ในปริญญาบัตรฉบับนี้เลือกใช้วิธีการทำซ้ำแบบกำลังสองน้อยสุด หรือ Recursive Least Square (RLS) เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณค่า (estimated parameter) แล้ว จากนั้นจะนำค่าพารามิเตอร์ไปทำการออกแบบตัวควบคุม (controller) โดยวิธีการวางโพล (poles placement) และจะทำการควบคุมเสถียรภาพของตัวควบคุม โดยการเลือกค่าดัชนีเสถียรภาพ (stability index) ที่เหมาะสม โดยการใช้วิธีฟัซซีลอจิก (fuzzy logic)

1.1 ความเป็นมา

พหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) ของระบบควบคุมในงานอุตสาหกรรม มักจะมีการเปลี่ยนแปลงในช่วงกว้างขณะที่ระบบกำลังทำงาน ซึ่งเหมาะกับการใช้ระบบควบคุมแบบอะแดปทีฟมากกว่าแบบอื่น เพราะมีการติดตามหาค่าพารามิเตอร์ของระบบตามเวลาจริง แต่ในบางครั้งเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลงในช่วงกว้าง ตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบโดยวิธีอะแดปทีฟโพลเพลซเมนต์ อาจมีโพลที่ทำให้ตัวควบคุมไม่มีเสถียรภาพ แม้ว่าทั้งระบบจะยังคงมีเสถียรภาพอยู่ ในปริญญาบัตรฉบับนี้จึงเสนอวิธีการออกแบบที่ให้ทั้งตัวควบคุมและทั้งระบบ มีเสถียรภาพด้วยกันทั้งคู่ โดยการจำลองระบบออปติมัลเซอร์โว (optimal servo system) เพื่อหาพหุนามคุณลักษณะของระบบแล้วนำไปออกแบบตัวควบคุม จากนั้นตรวจสอบเสถียรภาพของตัวควบคุมจากดัชนีเสถียรภาพ หากตัวควบคุมไม่มีเสถียรภาพจะทำการจำลองระบบออปติมัลเซอร์โวใหม่ โดยใช้วิธีฟัซซีลอจิก จนได้ระบบออปติมัลเซอร์โวที่เหมาะสม ซึ่งทำให้ตัวควบคุม และระบบมีเสถียรภาพด้วยกันทั้งคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 วัตถุประสงค์ของปริญญานิพนธ์

- ศึกษาหลักการควบคุมแบบอะแดปทีฟ
- ศึกษาการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบด้วยวิธี RLS
- ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีอะแดปทีฟโพลเพลซเมนท์
- ศึกษาการใช้ทฤษฎีฟuzzyลอจิกเพื่อปรับแต่งตัวควบคุมให้มีเสถียรภาพ
- ออกแบบ โปรแกรมเพื่อใช้ควบคุมกระบวนการ โดยใช้หลักการควบคุมแบบอะแดปทีฟ

1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์

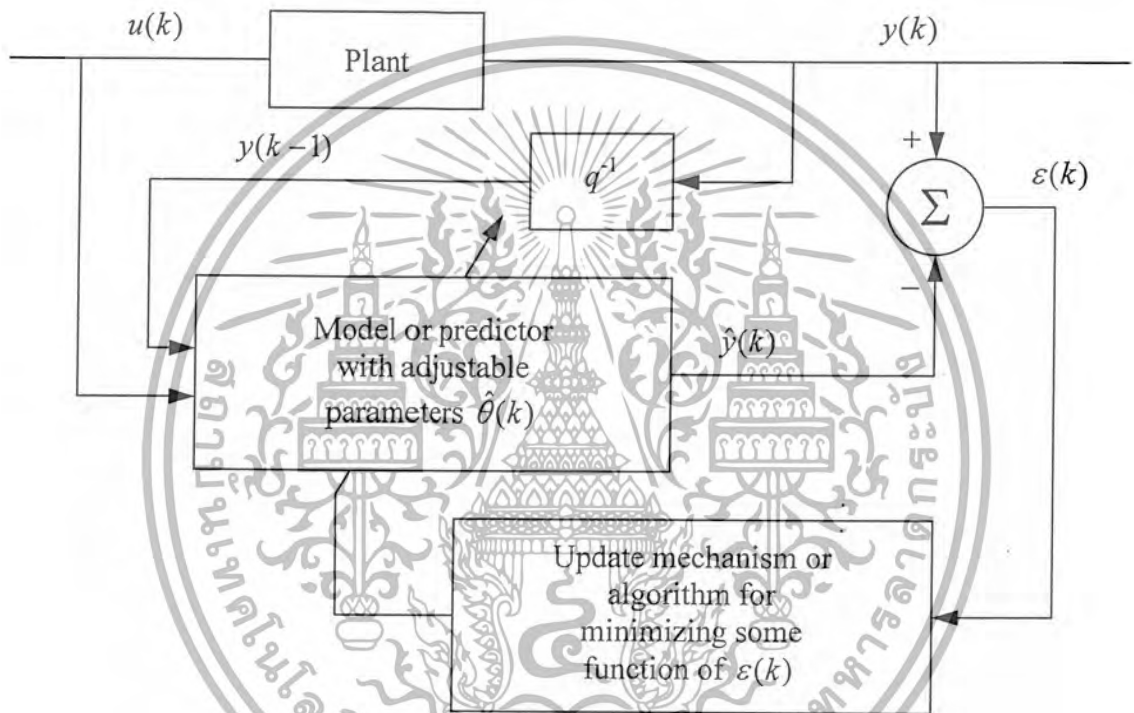
- ศึกษาหลักการควบคุมแบบอะแดปทีฟ
- เขียน โปรแกรม MATLAB เพื่อ
 - หาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยวิธีถ่วงน้ำหนัก
 - ออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีอะแดปทีฟโพลเพลซเมนท์ โดยใช้ระบบออปติมัลเซอร์โว
 - ใช้ทฤษฎีฟuzzyลอจิกเพื่อปรับแต่งตัวควบคุมให้มีเสถียรภาพ
- ทดลองหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ เมื่อพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง
- ทดลองออกแบบตัวควบคุมเมื่อพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง
- ใช้ทฤษฎีฟuzzyลอจิกเพื่อปรับแต่งตัวควบคุมให้มีเสถียรภาพ
- เก็บผลการทดลอง และเขียนปริญญานิพนธ์

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

2.1 การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยการทำเอกลักษณ์

การติดตามหาค่าพารามิเตอร์โดยการทำเอกลักษณ์ที่จะกล่าวต่อไปนี้จะใช้วิธีการทำซ้ำกำลังสองน้อยสุด (Recursive Least Square ; RLS)



รูปที่ 2.1 การติดตามหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี RLS

เมื่อ $u(k)$ และ $y(k)$ คือ อินพุต และเอาต์พุต ของ Plant ตามลำดับ ซึ่งสามารถตรวจวัดได้

2.1.1 ขั้นตอนการทำกำลังสองน้อยสุด (Least Square Algorithm ; LS)

ฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ของ Plant เป็นไปตามสมการ (2.1.1)

$$\frac{Y(q^{-1})}{U(q^{-1})} = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_m q^{-m}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n}} \quad (2.1.1)$$

เอาต์พุตของกระบวนการ นำมาเขียนให้อยู่ในรูปของสมการผลต่าง (difference equation) ได้ตาม

สมการ (2.1.2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y(k) = -\sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) \quad (2.1.2)$$

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) + b_0 u(k) + \dots + b_m u(k-m) \quad (2.1.3)$$

จากสมการ (2.1.3) กำหนดให้ parameter vector , θ และ regression vector , $\varphi(k)$ มีค่า ดังนี้

$$\theta^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m] \quad (2.1.4)$$

$$\varphi^T(k) = [-y(k-1) \ \dots \ -y(k-n) \ u(k) \ \dots \ u(k-m)] \quad (2.1.5)$$

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta \quad (2.1.6)$$

สำหรับแบบจำลอง (estimated model) ที่สมมติขึ้นมาเขียนเป็นสมการได้

$$\hat{y}(k) = \varphi^T(k)\hat{\theta} \quad (2.1.7)$$

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2 \ \dots \ \hat{a}_n \ \hat{b}_0 \ \hat{b}_1 \ \dots \ \hat{b}_m] \quad (2.1.8)$$

และจะได้ค่าความผิดพลาด (error)

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta} \quad (2.1.9)$$

จากสมการที่ (2.1.9) พิจารณาในช่วง $0 \leq k \leq N$ จะได้ผลรวมของกำลังสองของค่าความผิดพลาด (sum of squares of errors) ดังนี้

$$V = \sum_{k=0}^N \varepsilon^2(k) \quad (2.1.10)$$

$$V = \sum_{k=0}^N [y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}]^2 \quad (2.1.11)$$

ซึ่งจะใช้สมการที่ (2.1.11) ในการหาค่า estimated parameter vector , $\hat{\theta}$ จะหาโดยใช้วิธี Least square คือ หาค่า $\hat{\theta}$ ที่ทำให้ V มีค่าน้อยสุด ดังนี้

$$\frac{\partial V}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{k=0}^N 2[-\varphi(k)][y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}] = 0 \quad (2.1.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า $\hat{\theta}$ ที่ได้จากสมการที่ (2.1.12) อาจทำให้ V มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด จึงต้องพิจารณาอนุพันธ์อันดับ 2

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \hat{\theta}^2} = \sum_{k=0}^N 2\varphi(k)\varphi^T(k) \quad (2.1.13)$$

ค่าที่ได้ตามสมการที่ (2.1.13) เป็น positive definite ดังนั้น ค่า $\hat{\theta}$ ที่ได้จากสมการที่ 2.1.12 จึงเป็นค่าที่ทำให้ V มีค่าต่ำสุด จัดรูปสมการที่ (2.1.12) ใหม่ ได้ดังนี้ (รายละเอียดส่วนของการหาอนุพันธ์ของค่าคงที่เทียบกับเวกเตอร์ อยู่ในภาคผนวก)

$$\frac{\partial V}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{k=0}^N 2[-\varphi(k)y(k) + \varphi(k)\varphi^T(k)\hat{\theta}] = 0 \quad (2.1.14)$$

$$-\sum_{k=0}^N \varphi(k)y(k) + \sum_{k=0}^N \varphi(k)\varphi^T(k)\hat{\theta} = 0 \quad (2.1.15)$$

ค่า $\hat{\theta}$ จากสมการที่ (2.1.8) เป็นเวกเตอร์คงที่ ดังนั้นสามารถแยกออกมานอกเครื่องหมาย \sum ได้

$$\left(\sum_{k=0}^N \varphi(k)\varphi^T(k) \right) \hat{\theta} = \sum_{k=0}^N \varphi(k)y(k) \quad (2.1.16)$$

$$\hat{\theta} = \left(\sum_{k=0}^N \varphi(k)\varphi^T(k) \right)^{-1} \sum_{k=0}^N \varphi(k)y(k) \quad (2.1.17)$$

2.1.2 วิธีการทำซ้ำกำลังสองน้อยสุด (Recursive Least Square Algorithm ; RLS)

จากสมการ (2.1.17) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\hat{\theta}(k) = \left[\sum_{s=0}^k \varphi(s)\varphi^T(s) \right]^{-1} \sum_{s=0}^k \varphi(s)y(s) \quad (2.1.18)$$

จากสมการ (2.1.18) กำหนดให้

$$\mathbf{P}(k) = \left[\sum_{s=0}^k \varphi(s)\varphi^T(s) \right]^{-1} \quad (2.1.19)$$

$$\mathbf{P}^{-1}(k) = \sum_{s=0}^k \varphi(s)\varphi^T(s) \quad (2.1.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{P}^{-1}(k) = \sum_{s=0}^{k-1} \boldsymbol{\varphi}(s) \boldsymbol{\varphi}^T(s) + \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}^T(k) \quad (2.1.21)$$

$$\mathbf{P}^{-1}(k) = \mathbf{P}^{-1}(k-1) + \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}^T(k) \quad (2.1.22)$$

$$\mathbf{P}^{-1}(k-1) = \mathbf{P}^{-1}(k) - \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}^T(k) \quad (2.1.23)$$

แทนค่า (2.1.19) ใน (2.1.18) จะได้

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{P}(k) \sum_{s=0}^k \boldsymbol{\varphi}(s) y(s) \quad (2.1.24)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) = \mathbf{P}(k-1) \sum_{s=0}^{k-1} \boldsymbol{\varphi}(s) y(s) \quad (2.1.25)$$

$$\mathbf{P}^{-1}(k-1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) = \sum_{s=0}^{k-1} \boldsymbol{\varphi}(s) y(s) \quad (2.1.26)$$

จัดรูปสมการ (2.1.24)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{P}(k) \left[\sum_{s=0}^{k-1} \boldsymbol{\varphi}(s) y(s) + \boldsymbol{\varphi}(k) y(k) \right] \quad (2.1.27)$$

แทนค่า (2.1.26) ลงใน (2.1.27)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{P}(k) \left[\mathbf{P}^{-1}(k-1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \boldsymbol{\varphi}(k) y(k) \right] \quad (2.1.28)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{P}^{-1}(k-1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) y(k) \quad (2.1.29)$$

แทนค่า (2.1.23) ลงใน (2.1.29)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \mathbf{P}(k) \left[\mathbf{P}^{-1}(k) - \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}^T(k) \right] \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) y(k) \quad (2.1.30)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) - \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) \boldsymbol{\varphi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) y(k) \quad (2.1.31)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \mathbf{P}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) \left[-\boldsymbol{\varphi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + y(k) \right] \quad (2.1.32)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับของใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ให้ $\boldsymbol{\varepsilon}(k) = y(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)$ (2.1.33)
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k)\varphi(k)\varepsilon(k) \quad (2.1.34)$$

จากสมการ (2.1.22) เพื่อหลีกเลี่ยงการหาค่า $P^{-1}(k)$ จึงได้นำ matrix inversion lemma มาใช้ (รายละเอียดการพิสูจน์อยู่ในภาคผนวก) ซึ่งมีสูตร ดังนี้

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1} \quad (2.1.35)$$

โดยกำหนดให้ $A = P^{-1}(k-1)$, $B = D^T = \varphi(k)$, $C = 1$

$$\begin{aligned} [P^{-1}(k-1) + \varphi(k)\varphi^T(k)]^{-1} &= P(k-1) \\ &\quad - P(k-1)\varphi(k)[\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k) + 1]^{-1}\varphi^T(k)P(k-1) \end{aligned} \quad (2.1.36)$$

จากสมการ (2.1.22) สามารถจัดรูปสมการ (2.1.36) ได้เป็น

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (2.1.37)$$

คูณทั้งสมการ (2.1.37) ด้วย $\varphi(k)$

$$P(k)\varphi(k) = P(k-1)\varphi(k) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (2.1.38)$$

$$P(k)\varphi(k) = P(k-1)\varphi(k) \left(1 - \frac{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \right) \quad (2.1.39)$$

$$P(k)\varphi(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (2.1.40)$$

นำสมการ (2.1.40) ไปแทนลงในสมการ (2.1.34)

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \varepsilon(k) \quad (2.1.41)$$

ผลที่ได้จากวิธีการทำซ้ำกำลังสองน้อยสุดตามวิธีข้างต้น เป็นดังนี้

priory error

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (2.1.42)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของโรงเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

adaptive gain

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k-1) - \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)}{1 + \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \quad (2.1.43)$$

parameter vector

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)}{1 + \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \varepsilon(k) \quad (2.1.44)$$

2.1.3 ค่าพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-varying parameter)

ในปัญหากล้างสองน้อยสุด ค่า parameter vector , $\boldsymbol{\theta}$ ในสมการ 2.1.6 เป็นเวกเตอร์คงที่ แต่ในระบบอะแดปทีฟ ค่าพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามค่าเวลาสุ่ม (sampling time , k) จึงต้องมีการถ่วงน้ำหนักโดยใช้ค่า forgetting factor , λ และจากสมการที่ 2.1.11 จะได้ผลรวมของกำลังสองของค่าความผิดพลาด (sum of squares of errors) เมื่อระบบเปลี่ยนแปลงตามเวลา เป็นดังนี้

$$V = \sum_{k=0}^N \lambda^{N-k} [y(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}]^2 \quad (2.1.45)$$

เมื่อ $0 < \lambda \leq 1$ และโดยวิธีทำซ้ำกำลังสองน้อยสุดตามข้างต้น จะได้ค่าต่าง ๆ ดังนี้

priory error

$$\varepsilon(k) = y(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (2.1.46)$$

adaptive gain

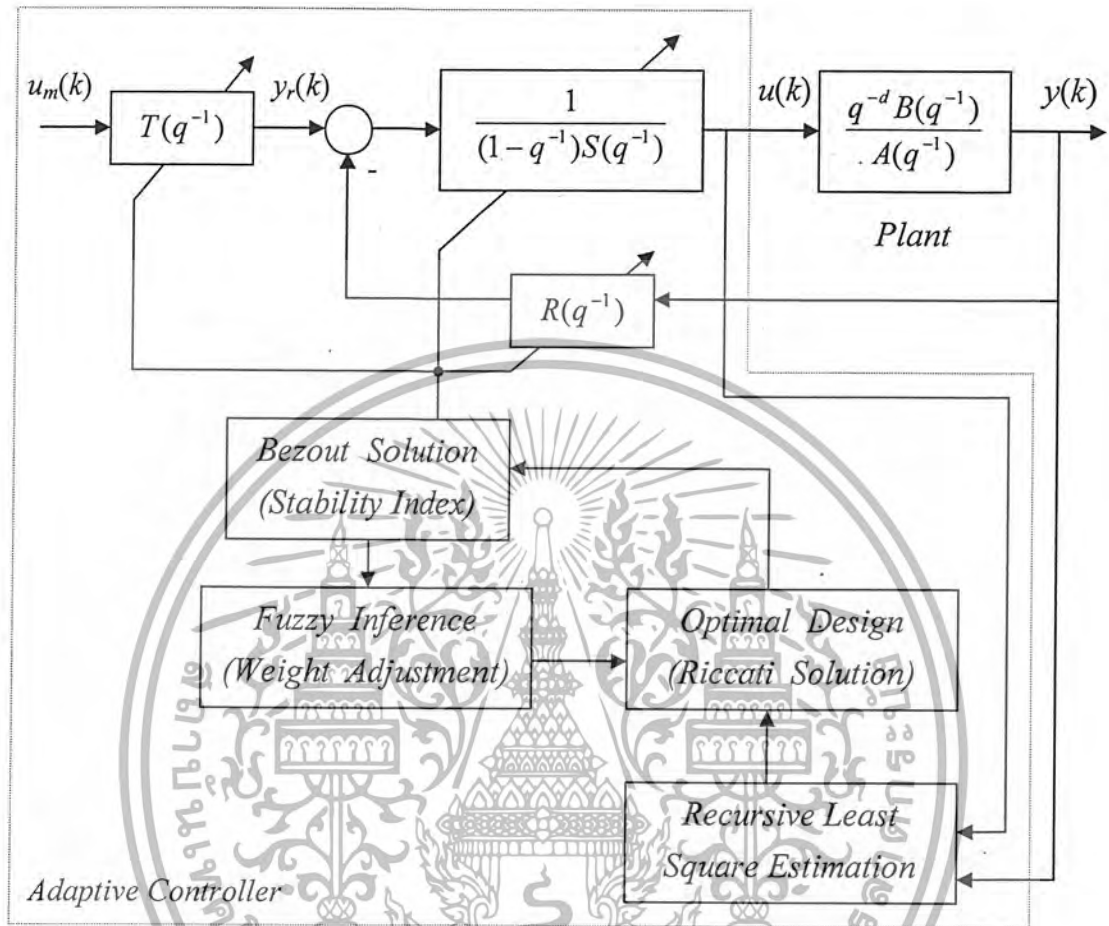
$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\lambda} \left[\mathbf{P}(k-1) - \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)}{\lambda + \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \right] \quad (2.1.47)$$

parameter vector

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \frac{\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)}{\lambda + \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \varepsilon(k) \quad (2.1.48)$$

ซึ่งทั้ง 3 สมการนี้ เป็นสมการที่นำไปใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ ($\hat{\boldsymbol{\theta}}$)

2.2 ระบบควบคุมแบบอะแดพทีฟโพลเพลซเมนท์



รูปที่ 2.2 Block Diagram ของระบบควบคุมแบบอะแดพทีฟ

เมื่อ $u_m(k)$ คือ อินพุตของระบบ, $u(k)$ คือ อินพุตของ plant และ $y(k)$ คือ เอาท์พุตของระบบ

2.2.1 การออกแบบตัวควบคุม R-S-T

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของ plant ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (discrete-time) ซึ่งได้จากการแปลง Z-transform ของฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาต่อเนื่อง (continuous time) โดยวิธีจับสัญญาณอันดับศูนย์ (Zero-order hold)

$$G_p(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_{z0}z^m + b_{z1}z^{m-1} + \dots + b_{zm}}{z^n + a_{z1}z^{n-1} + \dots + a_{zn}}, \quad m < n \quad (2.2.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามสมการที่ (2.2.1) นี้ ถ้านำมาเขียนสมการผลต่าง จะได้สมการผลต่างแบบเวลาก้าวหน้า (forward time) แต่ในปริภูมิฟังก์ชันบีบนี้สมการที่ใช้ในการคำนวณ จะใช้สมการผลต่างแบบเวลาคดถอย (backward time) ดังนั้น สามารถจัดรูปสมการ (2.2.1) ใหม่ได้ ดังนี้

$$G_p(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_{z0}z^{m-n} + b_{z1}z^{m-n-1} + \dots + b_{zm}z^{-n}}{1 + a_{z1}z^{-1} + \dots + a_{zn}z^{-n}}, \quad m < n \quad (2.2.2)$$

หรือสามารถเขียนสมการที่ (2.2.2) ในรูปตัวแปร q ได้ดังนี้

$$G_p(q^{-1}) = \frac{Y(q^{-1})}{U(q^{-1})} = \frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n}}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}} \quad (2.2.3)$$

ตามสมการที่ (2.2.3) เมื่อนำไปเขียนสมการผลต่าง จะได้สมการผลต่างแบบเวลาคดถอย ตัวอย่างเช่น สมการที่ (2.1.3)

จากสมการ (2.2.3) เมื่อเพิ่มค่าเวลาหน่วง d (delay time) เข้าไป จะได้เป็น

$$G_p(q^{-1}) = \frac{Y(q^{-1})}{U(q^{-1})} = \frac{q^{-d}(b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n})}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}} = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (2.2.4)$$

พหุนามส่วนของ plant (plant denominator polynomial) คือ

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \quad (2.2.5)$$

พหุนามเศษของ plant (plant numerator polynomial) คือ

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n} \quad (2.2.6)$$

เมื่อ n คือ อันดับของ $A(q^{-1})$ และ $B(q^{-1})$

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ

$$\frac{Y(q^{-1})}{U_m(q^{-1})} = H_{CL}(q^{-1}) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})T(q^{-1})}{(1 - q^{-1})S(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}R(q^{-1})B(q^{-1})} \quad (2.2.7)$$

$$\frac{Y(q^{-1})}{Y_r(q^{-1})} = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{(1 - q^{-1})S(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}R(q^{-1})B(q^{-1})} \quad (2.2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามสมการ (2.2.7) พหุนามคุณลักษณะของระบบ คือ

$$D(q^{-1}) = (1 - q^{-1})S(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}R(q^{-1})B(q^{-1}) \quad (2.2.9)$$

$$\text{เมื่อ } D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (2.2.10)$$

และ nd คือ อันดับของ $D(q^{-1})$

อินพุตของ plant คือ

$$u(k) = \frac{T(q^{-1})u_m(k) - R(q^{-1})y(k)}{(1 - q^{-1})S(q^{-1})} \quad (2.2.11)$$

โดยกำหนดให้พหุนามของ $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ คือ

$$S(q^{-1}) = 1 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + \dots + s_{ns}q^{-ns} \quad (2.2.12)$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + \dots + r_{nr}q^{-nr} \quad (2.2.13)$$

เมื่อ ns และ nr คือ อันดับของ $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ ตามลำดับ $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ สามารถหาได้จากสมการ (2.2.9) ซึ่งเรียกว่าสมการไดโอแฟนไทน์ (*Diophantine equation*)

a) สมการไดโอแฟนไทน์ (*Diophantine equation*) นิยามไว้ ดังนี้

$$\bar{C}(q^{-1}) = \bar{A}(q^{-1})X(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})Y(q^{-1}) \quad (2.2.14)$$

สมการที่ (2.2.14) เป็นสมการไดโอแฟนไทน์ โดยที่มีตัวแปรทราบค่า ดังนี้

$$\bar{A}(q^{-1}) = \bar{a}_0 + \bar{a}_1q^{-1} + \bar{a}_2q^{-2} + \dots + \bar{a}_{na}q^{-na} \quad (2.2.15)$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = \bar{b}_0 + \bar{b}_1q^{-1} + \bar{b}_2q^{-2} + \dots + \bar{b}_{nb}q^{-nb} \quad (2.2.16)$$

$$\bar{C}(q^{-1}) = \bar{c}_0 + \bar{c}_1q^{-1} + \bar{c}_2q^{-2} + \dots + \bar{c}_{nc}q^{-nc} \quad (2.2.17)$$

และตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ดังนี้

$$X(q^{-1}) = x_0 + x_1q^{-1} + x_2q^{-2} + \dots + x_{nx}q^{-nx} \quad (2.2.18)$$

$$Y(q^{-1}) = y_0 + y_1q^{-1} + y_2q^{-2} + \dots + y_{ny}q^{-ny} \quad (2.2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า $X(q^{-1})$ และ $Y(q^{-1})$ หาได้จากการเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการ (2.2.14) คำตอบที่ได้ จะมีเพียงคำตอบเดียว (unique solution) เมื่อ

$$\diamond \deg[\bar{A}(q^{-1})X(q^{-1})] = \deg[\bar{B}(q^{-1})Y(q^{-1})]$$

$$\text{นั่นคือ } na + nx = nb + ny \text{ และกำหนดให้ } na + nx = nb + ny = p - 1 \quad (2.2.20)$$

$$\diamond \deg[\bar{C}(q^{-1})] \leq \deg[\bar{A}(q^{-1})X(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})Y(q^{-1})]$$

$$\text{นั่นคือ } nc \leq p - 1 \quad (2.2.21)$$

♦ จำนวนสมการที่ใช้เทียบสัมประสิทธิ์ = จำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

$$\text{นั่นคือ } na + nx + 1 = (nx + 1) + (ny + 1) \text{ หรือ } nb + ny + 1 = (nx + 1) + (ny + 1) \quad (2.2.22)$$

$$\text{จะได้ } ny = na - 1 \text{ และ } nx = nb - 1 \quad (2.2.23)$$

แทนค่าสมการ (2.2.23) ลงในสมการ (2.2.20) จะได้

$$p = na + nb \quad (2.2.24)$$

นำสมการที่ (2.2.14) มาเทียบสัมประสิทธิ์ ดังนี้

$$q^0; \quad \bar{c}_0 = \bar{a}_0 x_0 + \bar{b}_0 y_0 \quad (2.2.25)$$

$$q^{-1}; \quad \bar{c}_1 = \bar{a}_1 x_0 + \bar{a}_0 x_1 + \bar{b}_1 y_0 + \bar{b}_0 y_1 \quad (2.2.26)$$

$$q^{-2}; \quad \bar{c}_2 = \bar{a}_2 x_0 + \bar{a}_1 x_1 + \bar{a}_0 x_2 + \bar{b}_2 y_0 + \bar{b}_1 y_1 + \bar{b}_0 y_2 \quad (2.2.27)$$

⋮

$$q^{-(p-3)}; \quad \bar{c}_{p-2} = \bar{a}_{na} x_{nx-2} + \bar{a}_{na-1} x_{nx-1} + \bar{a}_{na-2} x_{nx} + \bar{b}_{nb} y_{ny-2} + \bar{b}_{nb-1} y_{ny-1} + \bar{b}_{nb-2} y_{ny} \quad (2.2.28)$$

$$q^{-(p-2)}; \quad \bar{c}_{p-1} = \bar{a}_{na} x_{nx-1} + \bar{a}_{na-1} x_{nx} + \bar{b}_{nb} y_{ny-1} + \bar{b}_{nb-1} y_{ny} \quad (2.2.29)$$

$$q^{-(p-1)}; \quad \bar{c}_p = \bar{a}_{na} x_{nx} + \bar{b}_{nb} y_{ny} \quad (2.2.30)$$

$$\text{โดยที่ } \bar{c}_i = 0 \quad \text{เมื่อ } i > nc \quad (2.2.31)$$

ค่าต่าง ๆ ในสมการ (2.2.25) ถึง (2.2.31) เป็นไปตามสมการ (2.2.15) ถึง (2.2.24)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b) อันดับของตัวควบคุม R-S-T

ดังนั้นในการหาค่า $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ สามารถทำได้ตามวิธีที่กล่าวมาข้างต้น โดยเทียบสมการ (2.2.9) กับสมการ (2.2.14) ได้ดังนี้

$$D(q^{-1}) = (1 - q^{-1})S(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}R(q^{-1})B(q^{-1})$$

$$\bar{C}(q^{-1}) = \bar{A}(q^{-1})X(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})Y(q^{-1})$$

เทียบพหุนามไม่ทราบค่า จากสมการที่ (2.2.12) และสมการ (2.2.18) จะได้

$$x_0 + x_1q^{-1} + x_2q^{-2} + \dots + x_nq^{-nx} = 1 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + \dots + s_nsq^{-ns} \quad (2.2.35)$$

เทียบพหุนามไม่ทราบค่า จากสมการที่ (2.2.13) และสมการ (2.2.19) จะได้

$$y_0 + y_1q^{-1} + y_2q^{-2} + \dots + y_nq^{-ny} = r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + \dots + r_nq^{-nr} \quad (2.2.36)$$

จากสมการที่ (2.2.35) และ (2.2.36) จะได้ $nx = ns$ และ $ny = nr$ (2.2.37)

จากสมการ (2.2.9) และ (2.2.14) นำพหุนามฝั่งซ้ายของสมการมาเทียบกัน จะได้

$$\bar{C}(q^{-1}) = D(q^{-1}) \quad \text{นั่นคือ } c_i = d_i \quad (2.2.38)$$

เทียบพหุนามทราบค่า จากสมการที่ (2.2.5) และสมการ (2.2.15) จะได้

$$\bar{A}(q^{-1}) = (1 - q^{-1})A(q^{-1}) \Rightarrow na = 1 + n \quad (2.2.39)$$

$$\bar{a}_0 + \bar{a}_1q^{-1} + \bar{a}_2q^{-2} + \dots + \bar{a}_naq^{-na} = (1 - q^{-1})(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n}) \quad (2.2.40)$$

เทียบพหุนามทราบค่า จากสมการที่ (2.2.6) และสมการ (2.2.16) จะได้

$$\bar{B}(q^{-1}) = q^{-d}B(q^{-1}) \Rightarrow nb = d + n \quad (2.2.41)$$

$$\bar{b}_0 + \bar{b}_1q^{-1} + \bar{b}_2q^{-2} + \dots + \bar{b}_nbq^{-nb} = q^{-d}(b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n}) \quad (2.2.42)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะได้อันดับของตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ ดังนี้

$$nx = ns = nb - 1 = d + n - 1 \quad \text{นั่นคือ } ns = d + n - 1 \quad (2.2.43)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{และ } ny = nr = na - 1 = n \quad \text{นั่นคือ } nr = n \quad (2.2.44)$$

เช่น กรณี plant อันดับ 3 และมีค่าเวลาหน่วง $d = 1$ จะได้ค่าต่าง ๆ ดังนี้

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3} \quad (2.2.45)$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3} \quad (2.2.46)$$

$$\text{และ } ns = d + n - 1 = 1 + 3 - 1 = 3 \quad ; \quad nr = n = 3 \quad (2.2.47)$$

สามารถเขียนตามสมการที่ (2.2.9) ได้ดังนี้

$$D(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3})(1 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + s_3q^{-3}) \\ + q^{-1}(b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3})(r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + r_3q^{-3}) \quad (2.2.48)$$

จากสมการที่ (2.2.40) และ (2.2.42) จะได้ว่า

$$\begin{array}{l} \bar{a}_0 = 1 \\ \bar{a}_1 = -1 + a_1 \\ \bar{a}_2 = -a_1 + a_2 \\ \bar{a}_3 = -a_2 + a_3 \\ \bar{a}_4 = -a_3 \end{array} \quad \text{และ} \quad \begin{array}{l} \bar{b}_0 = 0 \\ \bar{b}_1 = 0 \\ \bar{b}_2 = b_1 \\ \bar{b}_3 = b_2 \\ \bar{b}_4 = b_3 \end{array} \quad (2.2.49)$$

จากสมการ (2.2.32) จะได้ ซิลเวสเตอร์เมทริกซ์ ดังนี้

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 + a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_1 + a_2 & -1 + a_1 & 1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 + a_3 & -a_1 + a_2 & -1 + a_1 & 1 & b_2 & b_1 & 0 & 0 \\ -a_3 & -a_2 + a_3 & -a_1 + a_2 & -1 + a_1 & b_3 & b_2 & b_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & -a_2 + a_3 & -a_1 + a_2 & 0 & b_3 & b_2 & b_1 \\ 0 & 0 & -a_3 & -a_2 + a_3 & 0 & 0 & b_3 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \quad (2.2.50)$$

และสามารถหาค่า $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ ได้ตามสมการ (2.2.34)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการหาค่าตัวควบคุม $T(q^{-1})$ จะต้องเลือกค่า steady-state gain เพียงค่าเดียว ของระบบทั้งหมด และตัวควบคุมด้วย ในปริภูมิตวินิพจน์แบบนี้จะเลือกใช้

$$T(q^{-1}) = \begin{cases} \frac{D(1)}{B(1)} & ; B(1) \neq 0 \\ D(1) & ; B(1) = 0 \end{cases} \quad (2.2.51)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การหาพหุนามคุณลักษณะโดยใช้หลักการของระบบออปติมัลเซอร์โว

พิจารณา plant Σ

$$\Sigma: \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) \\ y(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

โดยที่ $\mathbf{x}(k)$ = เวกเตอร์สถานะ (ขนาด $n \times 1$)

$u(k)$ = อินพุตควบคุม (ค่าคงที่)

$y(k)$ = เอาท์พุต (ค่าคงที่)

และ \mathbf{A} = เมตริกซ์ขนาด $n \times n$

\mathbf{b} = เวกเตอร์ขนาด $n \times 1$

\mathbf{c} = เวกเตอร์ขนาด $1 \times n$

$\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ หาได้จากการจัดรูปฟังก์ชันถ่ายโอนของ plant Σ ให้อยู่ในรูป controllable canonical form

ระบบตามสมการ (2.3.1) จะมีสมการ steady-state performance index เป็นดังนี้

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + R u^2(k) \right\}, \quad R > 0 \quad (2.3.2)$$

โดยที่ J = ค่าดัชนีประสิทธิภาพ (performance index) เป็นค่าคงที่

\mathbf{Q} = เมตริกซ์ซึ่งเป็น positive definite ขนาด $n \times n$

R = ค่าคงที่

\mathbf{Q}, R เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก (weight) สำหรับสมการ (2.3.2)

เมื่อ J มีค่าน้อยสุด จะได้ค่า optimal feed-back ; $u(k)$ เป็น ดังนี้

$$u(k) = -\mathbf{F}\mathbf{x}(k) \quad (2.3.3)$$

โดยที่ \mathbf{F} คือ optimal feed-back gain เป็นเวกเตอร์ขนาด $1 \times n$ ซึ่งมีค่าเป็น

$$\mathbf{F} = (\mathbf{R} + \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{b})^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad (2.3.4)$$

เมื่อ \mathbf{P} คือ เมตริกซ์ขนาด $n \times n$ ซึ่งเป็น positive definite ได้จากสมการริคคาติ (Riccati equation) ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

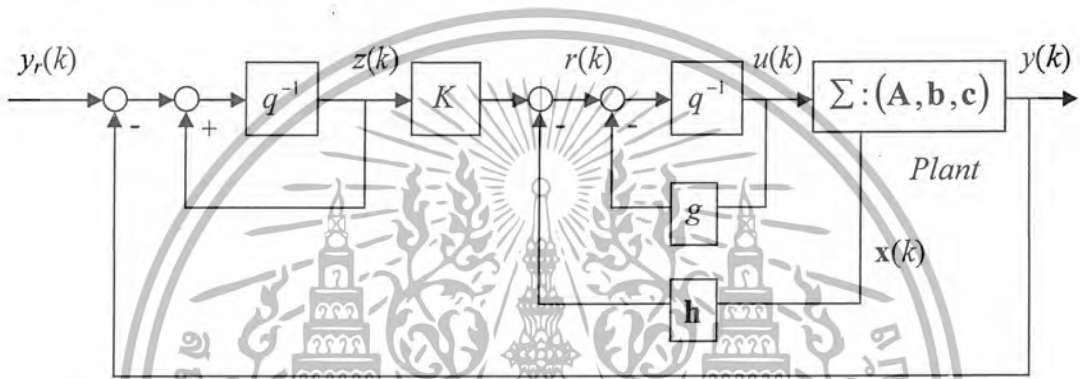
$$P = Q + A^T P A - A^T P b (R + b^T P b)^{-1} b^T P A \quad (2.3.5)$$

การคำนวณค่า P จะใช้วิธีคำนวณเชิงเลข (numerical method) ดังนี้

$$P_{k+1} = Q + A^T P_k A - A^T P_k b (R + b^T P_k b)^{-1} b^T P_k A$$

โดยมีค่าเริ่มต้น คือ $P_0 = \mathbf{0}$ ทำการคำนวณซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งค่า $P_{k+1} = P_k$ หรือต่างกันน้อยมาก

ระบบออปติมัลเซอร์โวมีรูปแบบของ Block Diagram ดังนี้



รูปที่ 2.3 ระบบ Digital servo system

หาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเพื่อนำไปออกแบบตัวควบคุม

$$\text{Plant } \Sigma: \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) \\ y(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (2.3.6)$$

$$\text{Control input } u(k+1) = -gu(k) + r(k) \quad (2.3.7)$$

จากสมการ (2.3.6) และ (2.3.7) สามารถเขียนสมการสถานะใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0} & -g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(k) \quad (2.3.8)$$

$$y(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) \quad (2.3.9)$$

$$\text{state feed-back } r(k) = -\mathbf{h}\mathbf{x}(k) + Kz(k) \quad (2.3.10)$$

$$\text{output feed-back } z(k+1) = z(k) + y_r(k) - y(k) \quad (2.3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าสมการ (2.3.10) ลงในสมการ (2.3.7) จะได้

$$u(k+1) = -\mathbf{h}\mathbf{x}(k) - gu(k) + Kz(k) \quad (2.3.12)$$

แทนค่า $y(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k)$ จากสมการ (2.3.6) ลงในสมการ (2.3.11) จะได้

$$z(k+1) = -\mathbf{c}\mathbf{x}(k) + z(k) + y_r(k) \quad (2.3.13)$$

จากสมการ (2.3.6) , (2.3.12) และ (2.3.13) สามารถเขียนสมการสถานะใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r(k) \quad (2.3.14)$$

$$y(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) \quad (2.3.15)$$

จะได้ค่าที่ steady-state ของสมการ (2.3.14) คือ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r(k) \quad (2.3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{A} & -\mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{h} & g+1 & -K \\ \mathbf{c} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (2.3.17)$$

และจะได้ค่าความเบี่ยงเบน ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \\ z(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} \quad (2.3.18)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{z}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} \quad (2.3.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คูณทั้งสมการ (2.3.18) ด้วย $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \\ z(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} \quad (2.3.20)$$

(2.3.19) – (2.3.20) จะได้

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{z}(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ u(\infty) \\ z(\infty) \end{bmatrix} \quad (2.3.21)$$

แทนค่าสมการที่ (2.3.14) และ (2.3.16) ลงในสมการที่ (2.3.21)

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{z}(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ y_r(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ y_r(k) \end{bmatrix} \quad (2.3.22)$$

หรือ
$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{z}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} \quad (2.3.23)$$

เพื่อที่จะเลือก $\tilde{u}(k+2)$ มาแทน $\tilde{z}(k+1)$ เพื่อใช้เป็นตัวแปรสถานะ ต้องทำการแปลง ดังนี้ จากสมการที่ (2.3.12) นำมาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ -\mathbf{h} & -g & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} \quad (2.3.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกำหนดให้ $\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ -\mathbf{h} & -g & K \end{bmatrix}$ จะได้ $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \frac{\mathbf{h}}{K} & \frac{g}{K} & \frac{1}{K} \end{bmatrix}$ (2.3.25)

แทนค่าสมการที่ (2.3.24) ลงในสมการ (2.3.23) จะได้

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{u}(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.26)$$

หรือ $\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{u}(k+2) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h} & -g & K \\ -\mathbf{c} & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix}$ (2.3.27)

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{u}(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \\ -\mathbf{h}(\mathbf{A}-\mathbf{I}) - K\mathbf{c} & -(\mathbf{h}\mathbf{b} - g) & -(g-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.28)$$

เพราะฉะนั้น ระบบตามสมการที่ (2.3.28) สามารถเขียนในรูประบบวงเปิด ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{u}(k+1) \\ \tilde{u}(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} v(k) \quad ; \quad v(k) = \tilde{u}(k+2) \quad (2.3.29)$$

และจะได้ *state feed-back*

$$v(k) = \begin{bmatrix} -\mathbf{h}(\mathbf{A}-\mathbf{I}) - K\mathbf{c} & -(\mathbf{h}\mathbf{b} - g) & -(g-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.30)$$

จากระบบตามสมการ (2.3.29) จะได้สมการ steady-state performance index ดังนี้

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} + Rv^2(k) \right\}, \quad R > 0 \quad (2.3.31)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจะได้สมการรีคคาติ (Riccati equation) ดังนี้

$$\text{เมื่อกำหนดให้ } \bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{11} & \bar{\mathbf{P}}_{12} & \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{12}^T & \bar{\mathbf{P}}_{22} & \bar{\mathbf{P}}_{23} \\ \bar{\mathbf{P}}_{13}^T & \bar{\mathbf{P}}_{23}^T & \bar{\mathbf{P}}_{33} \end{bmatrix} \text{ ซึ่งเป็นเมตริกซ์ขนาด } (n+2) \times (n+2) \quad (2.3.32)$$

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{b}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.3.33)$$

$$- \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{b}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{11} & \bar{\mathbf{P}}_{12} & \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{12}^T & \bar{\mathbf{P}}_{22} & \bar{\mathbf{P}}_{23} \\ \bar{\mathbf{P}}_{13}^T & \bar{\mathbf{P}}_{23}^T & \bar{\mathbf{P}}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}}_{11} & \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}}_{12} & \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \mathbf{b}^T \bar{\mathbf{P}}_{11} & \mathbf{b}^T \bar{\mathbf{P}}_{12} & \mathbf{b}^T \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{12}^T & \bar{\mathbf{P}}_{22} & \bar{\mathbf{P}}_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.3.34)$$

$$- \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \mathbf{b}^T \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{23} \end{bmatrix} (R + \bar{\mathbf{P}}_{33})^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{13}^T \mathbf{A} & \bar{\mathbf{P}}_{13}^T \mathbf{b} & \bar{\mathbf{P}}_{23}^T \end{bmatrix}$$

จากสมการ (2.3.34) เมื่อพิจารณาแต่ละส่วน จะได้

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{11} & \bar{\mathbf{P}}_{12} \\ \bar{\mathbf{P}}_{12}^T & \bar{\mathbf{P}}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{b}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.3.35a)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{b}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.3.35b)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{33} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.3.35c)$$

$$\text{เมื่อ } \bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{11} & \bar{\mathbf{P}}_{12} \\ \bar{\mathbf{P}}_{12}^T & \bar{\mathbf{P}}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{13} \\ \bar{\mathbf{P}}_{23} \end{bmatrix} (R + \bar{\mathbf{P}}_{33})^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{13}^T & \bar{\mathbf{P}}_{23}^T \end{bmatrix} \quad (2.3.36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับนักเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และกำหนดให้ $\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{12}^T & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ขนาด $(n+1) \times (n+1)$ (2.3.37)

แทนค่าสมการ (2.3.35a) ถึง (2.3.35c) ลงในสมการ (2.3.36) จะได้สมการรีคคาติ เช่นกัน ดังนี้

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ b^T & 0 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ b^T & 0 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(R + [0 \ 1] \bar{P} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} [0 \ 1] \bar{P} \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.38)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{12}^T & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^T \bar{P}_{11} A & A^T \bar{P}_{11} b \\ b^T \bar{P}_{11} A & b^T \bar{P}_{11} b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A^T \bar{P}_{12} \\ b^T \bar{P}_{12} \end{bmatrix} (R + \bar{P}_{22})^{-1} \begin{bmatrix} \bar{P}_{12}^T A & \bar{P}_{12}^T b \end{bmatrix} \quad (2.3.39)$$

จากสมการ (2.3.39) เมื่อพิจารณาแต่ละส่วน จะได้

$$\bar{P}_{11} = Q + A^T P A \quad (2.3.40a)$$

$$\bar{P}_{12} = A^T P b \quad (2.3.40b)$$

$$\bar{P}_{22} = b^T P b \quad (2.3.40c)$$

เมื่อ $P = \bar{P}_{11} - \bar{P}_{12} (R + \bar{P}_{22})^{-1} \bar{P}_{12}^T$ (2.3.41)

แทนค่าสมการ (2.3.40a) ถึง (2.3.40c) ลงในสมการ (2.3.41) จะได้สมการรีคคาติ เช่นกัน ดังนี้

$$P = Q + A^T P A - A^T P b (R + b^T P b)^{-1} b^T P A \quad (2.3.42)$$

และ P เป็นเมทริกซ์ซึ่งเป็น positive definite ขนาด $n \times n$

เมื่อ J ตามสมการที่ (2.3.31) มีค่าน้อยสุด จะได้ค่า optimal feed-back ; $v(k)$ เป็น ดังนี้

$$v(k) = -\bar{F} \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.43)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งมอบให้สถาบันการปฏิบัติงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ \bar{F} คือ optimal feed-back gain

$$\bar{F} = \left(R + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} A & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.44)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.3.32) ลงในสมการ (2.3.44) จะได้

$$\bar{F} = (R + \bar{P}_{33})^{-1} \begin{bmatrix} \bar{P}_{13}^T & \bar{P}_{23}^T & \bar{P}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.45)$$

จากสมการที่ (2.3.35b) และ (2.3.35c) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{13}^T & \bar{P}_{23}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.46b)$$

$$\bar{P}_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.46c)$$

และเมื่อแทนค่าสมการที่ (2.3.37) ลงในสมการที่ (2.3.46b) และ (2.3.46c) จะได้

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{13}^T & \bar{P}_{23}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{12}^T A & \bar{P}_{12}^T b \end{bmatrix} \quad (2.3.47b)$$

$$\bar{P}_{33} = \bar{P}_{22} \quad (2.3.47c)$$

และเมื่อแทนค่าสมการที่ (2.3.40b) และ (2.3.40c) ลงในสมการที่ (2.3.47b) และ (2.3.47c) จะได้

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{13}^T & \bar{P}_{23}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^T P A^2 & b^T P A b \end{bmatrix} \quad (2.3.48b)$$

$$\bar{P}_{33} = b^T P b \quad (2.3.48c)$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าสมการที่ (2.3.48b) และ (2.3.48c) ลงในสมการ (2.3.45) จะได้

$$\bar{F} = (R + b^T P b)^{-1} \begin{bmatrix} b^T P A^2 & b^T P A b & b^T P b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.49)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{F} = (R + b^T P b)^{-1} [b^T P A^3 \quad b^T P A^2 b \quad b^T P A b] \quad (2.3.50)$$

$$\bar{F} = (R + b^T P b)^{-1} b^T P A [A^2 \quad A b \quad b] \quad (2.3.51)$$

กำหนดให้ $F = (R + b^T P b)^{-1} b^T P A$ (2.3.52)

โดยที่ P มีค่าตามสมการ (2.3.42)

จะได้ $\bar{F} = F [A^2 \quad A b \quad b] = [F A^2 \quad F A b \quad F b]$ (2.3.53)

แทนค่าสมการ (2.3.53) ลงในสมการ (2.3.43) จะได้

$$v(k) = - [F A^2 \quad F A b \quad F b] \begin{bmatrix} \bar{x}(k) \\ \bar{u}(k) \\ \bar{u}(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.54)$$

เทียบสมการ (2.3.54) กับสมการ (2.3.30) จะได้

$$[-h(A-I) - Kc \quad -(hb-g) \quad -(g-1)] = [-F A^2 \quad -F A b \quad -F b] \quad (2.3.55)$$

จะได้ $-(g-1) = -F b \Rightarrow g = F b + 1$ (2.3.56)

และ $[-h(A-I) - Kc \quad -(hb-g)] = [-F A^2 \quad -F A b]$ (2.3.57)

จัดรูปสมการ (2.3.57) จะได้

$$[h(A-I) + Kc \quad hb] = [F A^2 \quad F A b + g] \quad (2.3.58)$$

$$[h \quad K] \begin{bmatrix} A-I & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = [F A^2 \quad F A b + g] \quad (2.3.59)$$

$$[h \quad K] = [F A^2 \quad F A b + g] \begin{bmatrix} A-I & b \\ c & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.3.60)$$

แทนค่าสมการที่ (2.3.56) ลงในสมการ (2.3.60) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[h \ K] = [FA^2 \quad FAb + Fb + 1] \begin{bmatrix} A - I & b \\ c & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.3.61)$$

โดยวิธีที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า

System:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(k) \quad ; \quad v(k) = u(k+2) \quad (2.3.62)$$

Optimal feed-back:

$$v(k) = \begin{bmatrix} -FA^2 & -FAb & -Fb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix} \quad (2.3.63)$$

โดยที่ F และ P มีค่าตามสมการ (2.3.52) และ (2.3.42) ตามลำดับ และจะได้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมตามสมการ (2.3.56) และ (2.3.60)

Block diagram ตามรูปที่ 2.3 สามารถนำมาเขียนสมการสถานะได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับ การเลือกตัวแปรสถานะ แต่ในทุก ๆ รูปแบบ ย่อมมีฟังก์ชันถ่ายโอนเหมือนกัน เพราะใช้ อินพุต และ เอาท์พุต ของระบบเดียวกัน

จากสมการสถานะ ตามสมการ (2.3.14) เมื่อคูณด้วยตัวแปลงตามสมการ (2.3.25) จะได้ สมการสถานะอีกรูปแบบหนึ่ง ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -h(A-I) - Kc & -(hb-g) & -(g-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{bmatrix} y_r(k) \quad (2.3.64)$$

$$y(k) = cx(k) \quad (2.3.65)$$

ซึ่งเราจะนำสมการสถานะด้านบนนี้ไปหาพหุนามคุณลักษณะ $D(q^{-1})$ เพื่อนำไปแทนค่าในสมการ (2.2.9) และใช้ออกแบบตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ โดยใช้สมการไดโอแฟนไทน์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

• การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้วิธีการของ *Faddeev*

การหาพหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) ของระบบ จากสมการ (2.3.64)

หาได้จากสูตร

$$D(z) = \det(z\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}) \quad (2.3.66)$$

$$\text{เมื่อ } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \\ -\mathbf{h}(\mathbf{A} - \mathbf{I}) - \mathbf{Kc} & -(\mathbf{hb} - g) & -(g-1) \end{bmatrix} \quad (2.3.67)$$

ซึ่งตามสมการที่ (2.3.66) แล้ว พหุนามที่หาได้จะอยู่ในรูป forward time แต่สมการที่ใช้ในปริภูมิตวินิพนธ์ฉบับนี้จะใช้สมการที่อยู่ในรูป backward time ดังนี้

$$D(q^{-1}) = \det(\mathbf{I} - q^{-1}\tilde{\mathbf{A}}) \quad (2.3.68)$$

เนื่องจาก $\mathbf{I} - q^{-1}\tilde{\mathbf{A}}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ทำได้ลำบาก จึงอาศัย *Faddeev's algorithm* มาช่วยในการคำนวณ ซึ่งนิยามไว้ดังนี้

$$\text{กำหนดให้ } \det(s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}) = s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_n \quad (2.3.69)$$

$$\text{จะได้ว่า } a_k = -\frac{1}{k} \text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{B}}_k), \quad 1 \leq k \leq n \quad (2.3.70)$$

$$\text{และ } \tilde{\mathbf{B}}_k = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{B}}_{k-1} + a_{k-1}\mathbf{I}, \quad 2 \leq k \leq n \quad \text{เมื่อ } \tilde{\mathbf{B}}_1 = \mathbf{I} \quad (2.3.71)$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับระบบไม่ต่อเนื่อง จะได้ว่า

$$D(q^{-1}) = \det(\mathbf{I} - q^{-1}\tilde{\mathbf{A}}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (2.3.72)$$

$$d_k = -\frac{1}{k} \text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{B}}_k), \quad 1 \leq k \leq nd \quad (2.3.73)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_k = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{B}}_{k-1} + d_{k-1}\mathbf{I}, \quad 2 \leq k \leq nd \quad \text{เมื่อ } \tilde{\mathbf{B}}_1 = \mathbf{I} \quad (2.3.74)$$

เมื่อได้พหุนามคุณลักษณะตามสมการ (2.3.72) แล้ว จึงนำไปแทนค่าในสมการ (2.2.9) ซึ่งเป็นสมการ

โคโอสเฟนโทน์ เพื่อใช้หาค่าตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 การปรับแต่งตัวควบคุมจากดัชนีเสถียรภาพ

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการปรับแต่งตัวควบคุม $S(q^{-1})$ ให้มีเสถียรภาพ โดยปรับค่าถ่วงน้ำหนัก (weight) R ในสมการ steady-state performance index หรือสมการที่ (2.3.31)

$$\text{จาก } S(q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} + \dots + s_{ms} q^{-ms} \quad (2.4.1)$$

ทำการแปลงตัวควบคุม $\frac{1}{S(q^{-1})}$ จากเวลาไม่ต่อเนื่อง (discrete time) เป็นแบบเวลาต่อเนื่อง

(continuous time) และใช้การแปลงแบบ Bilinear $\left(\frac{1}{1-q^{-1}}\right)$ โดยใช้การแปลงแบบ Bilinear

$$\text{โดยแทนค่า } q^{-1} = \frac{2-Ts}{2+Ts} \quad \text{เมื่อ } T \text{ คือ คาบเวลาการสุ่ม} \quad (2.4.2)$$

$$\text{จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม } \frac{1}{S(q^{-1})} \text{ ที่อยู่ในรูปเวลาต่อเนื่อง คือ } S_c(s) = \frac{f(s)}{p(s)} \quad (2.4.3)$$

โดยเราจะนำพหุนามคุณลักษณะของตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่อง มาพิจารณาเสถียรภาพ คือ

$$p(s) = p_n s^n + p_{n-1} s^{n-1} + \dots + p_1 s + p_0 \quad (2.4.4)$$

จากพหุนามคุณลักษณะตามสมการ (2.4.4) ตัวควบคุม $S_c(s)$ จะมีเสถียรภาพเมื่อ

$$p_i \geq 0 \quad \text{โดยที่ } i=1, 2, 3, \dots, n \quad (2.4.5)$$

$$\text{และ } Hurwitz \text{ determinant} \geq 0 \quad (2.4.6)$$

นำพหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) มาหาค่าดัชนีเสถียรภาพ (stability index) เพื่อนำไปใช้ปรับแต่งตัวควบคุมให้มีเสถียรภาพ

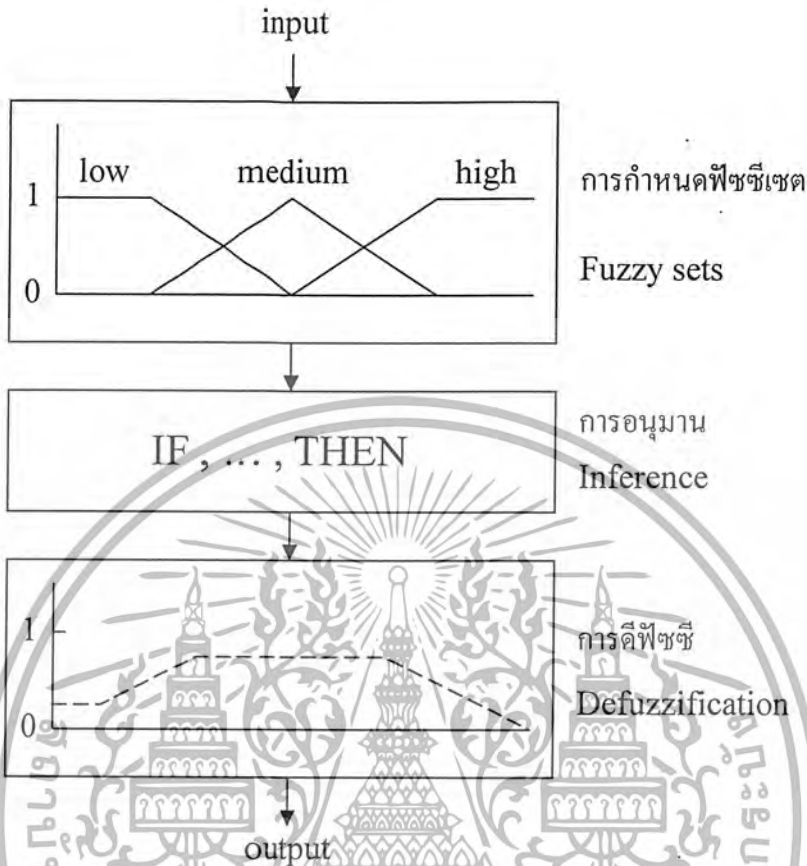
$$\gamma_i = \frac{p_i^2}{p_{i-1} \cdot p_{i+1}} \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (2.4.7)$$

ค่าดัชนีเสถียรภาพตามสมการ (2.4.7) มีหลายค่า เลือกค่าที่จะนำมาใช้ตามสมการด้านล่าง

$$\gamma = \prod_{i=1}^{n-1} \gamma_i \quad (2.4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

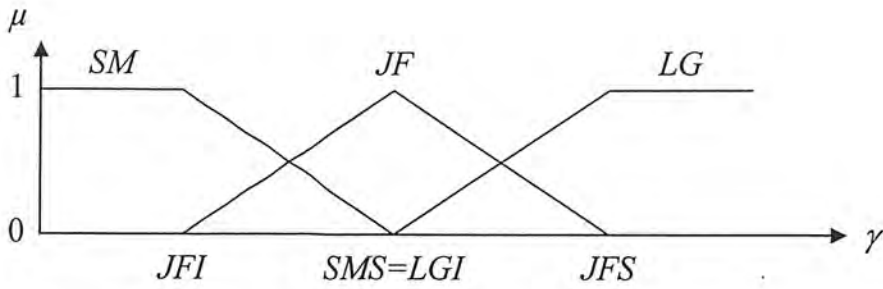
• ระบบควบคุมแบบฟัซซี (Fuzzy control)



รูปที่ 2.4 กระบวนการควบคุมแบบฟัซซีลอจิก

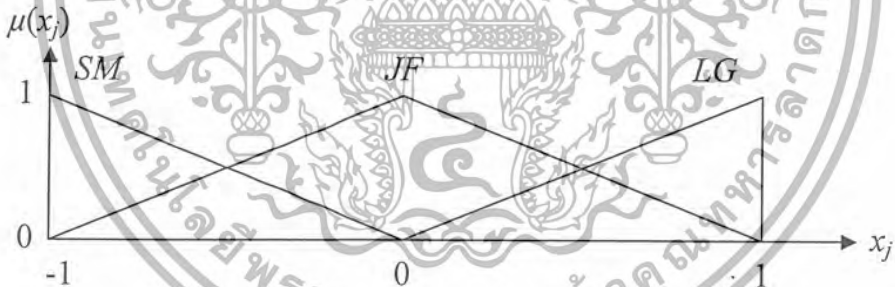
ในการออกแบบเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพที่มั่นคง จำเป็นที่จะต้องพิจารณาค่า *Hurwitz determinant* ของพหุนามคุณลักษณะ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับค่าดัชนีเสถียรภาพ ในปริภูมิตวินพจน์ฉบับนี้จะใช้กระบวนการฟัซซี เพื่อปรับแต่งค่าดัชนีเสถียรภาพให้มีค่าอยู่ในช่วงที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพโดยอัตโนมัติ

อินพุทของกระบวนการฟัซซี คือ ค่า γ ที่ได้จากสมการ (2.4.8) เรียกว่าตัวแปรฟัซซี ซึ่งจะนำมาใช้กำหนด fuzzy set คือ ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเหตุ (Membership function of antecedent) และฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล (Membership function of consequent) ดังนี้



รูปที่ 2.5 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของเหตุ (Membership function of antecedent)

เมื่อ ในปริภูมิตัวแปร γ นี้เลือกใช้รูปสี่เหลี่ยมคางหมูเพราะง่ายต่อการคำนวณ
 SM คือ fuzzy set ที่ค่า γ มีค่าน้อยเกินไป
 LG คือ fuzzy set ที่ค่า γ มีค่ามากเกินไป
 JF คือ fuzzy set ที่ค่า γ มีค่าพอดี
 JFI, JFS คือ ขอบเขตของ fuzzy set JF
 SMS คือ ค่าสูงสุดของตัวแปรฟัซซีใน fuzzy set SM
 LGI คือ ค่าต่ำสุดของตัวแปรฟัซซีใน fuzzy set LG
 μ คือ ค่าความเป็นสมาชิกของตัวแปรฟัซซี



รูปที่ 2.6 ฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของผล (Membership function of consequent)

เมื่อ ในปริภูมิตัวแปร x_j นี้เลือกใช้รูปสามเหลี่ยมเพราะง่ายต่อการคำนวณ
 x_j เป็นค่า non-fuzzy
 $\mu(x_j)$ คือ ค่าความเป็นสมาชิกของ x_j

โดยมีหลักการอนุมาน (inference rules) ดังนี้

ถ้า γ เป็นสมาชิกของ SM แล้ว $y = \mu_{SM}$

ถ้า γ เป็นสมาชิกของ JF แล้ว $y = \mu_{JF}$

ถ้า γ เป็นสมาชิกของ LG แล้ว $y = \mu_{LG}$

$\mu_{SM}, \mu_{JF}, \mu_{LG}$ คือ ค่าความเป็นสมาชิกของ fuzzy set นั้นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และห้ามเผยแพร่โดยไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอาที่พหุของกระบวนการฟัซซี่ เกิดจากการดีฟัซซี่ (Defuzzification) ซึ่งในปริณญาณิพนธ์ฉบับนี้ การดีฟัซซี่จะใช้วิธีการหาจุดศูนย์กลาง (centroid) ของรูปที่ 2.6 ที่ผ่านการอนุมานแล้ว โดยมีสูตรการหาจุดศูนย์กลาง ดังนี้

$$u_g(k-1) = \frac{\int_1 x_j \cdot \mu(x_j) dx_j}{\int_1 \mu(x_j) dx_j} \quad (2.4.9)$$

หรือสามารถประมาณค่า โดยใช้วิธีของ Mamdani ดังนี้

$$u_g(k-1) = \frac{\sum x_j \cdot \mu(x_j)}{\sum \mu(x_j)} \quad (2.4.10)$$

ซึ่งค่า $u_g(k-1)$ นี้ ถือเป็นค่าเอาที่พหุของกระบวนการฟัซซี่

จากนั้นจึงนำค่า $u_g(k-1)$ ที่ได้ ไปแทนค่าลงในสูตรการทำซ้ำ ตามสมการที่ (2.4.11)

$$\beta(k-1) = c \cdot u_g(k-1) \quad , \quad c \text{ เป็นค่าคงที่ใดๆ} \quad (2.4.11)$$

และ
$$R(k) = R(k-1) \cdot 10^{-\beta(k-1)} \quad (2.4.12)$$

ค่า $R(k)$ ที่ได้ตามสมการ (2.4.12) เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก (Weight) ในสมการที่ (2.3.31) เพื่อใช้เลือกค่าดัชนีเสถียรภาพที่ทำให้ระบบและตัวควบคุมมีเสถียรภาพมั่นคง

บทที่ 3

การทดลอง และผลการทดลอง

3.1 การหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ของระบบโดยวิธี RLS

ในการทดลองนี้ได้ทำการจำลองระบบอันดับ 2 และอันดับ 3 ที่มีการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ในช่วงกว้าง โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนของ Plant อันดับ 2 ดังนี้

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} ; \zeta \leq 1 \quad (3.1.1)$$

กำหนดให้ $\sum_f (\zeta = 0.15, \omega_n = 45)$ เป็นระบบที่มีผลตอบสนองเร็ว
และ $\sum_s (\zeta = 0.45, \omega_n = 7)$ เป็นระบบที่มีผลตอบสนองช้ากว่า

ทำการแปลง Z-transform ให้เป็นเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยให้ $K = 1$ และ $T = 0.02$ sec และ delay time ; $d = 1$ โดยใช้สูตร

$$G(q^{-1}) = (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (3.1.2)$$

จะได้ $G_f(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(3.4696q^{-1} + 3.1632q^{-2}) \times 10^{-1}}{1 - 1.1001q^{-1} + 0.76338q^{-2}} \quad (3.1.3)$

และ $G_s(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(9.3858q^{-1} + 8.9996q^{-2}) \times 10^{-3}}{1 - 1.8632q^{-1} + 0.88161q^{-2}} \quad (3.1.4)$

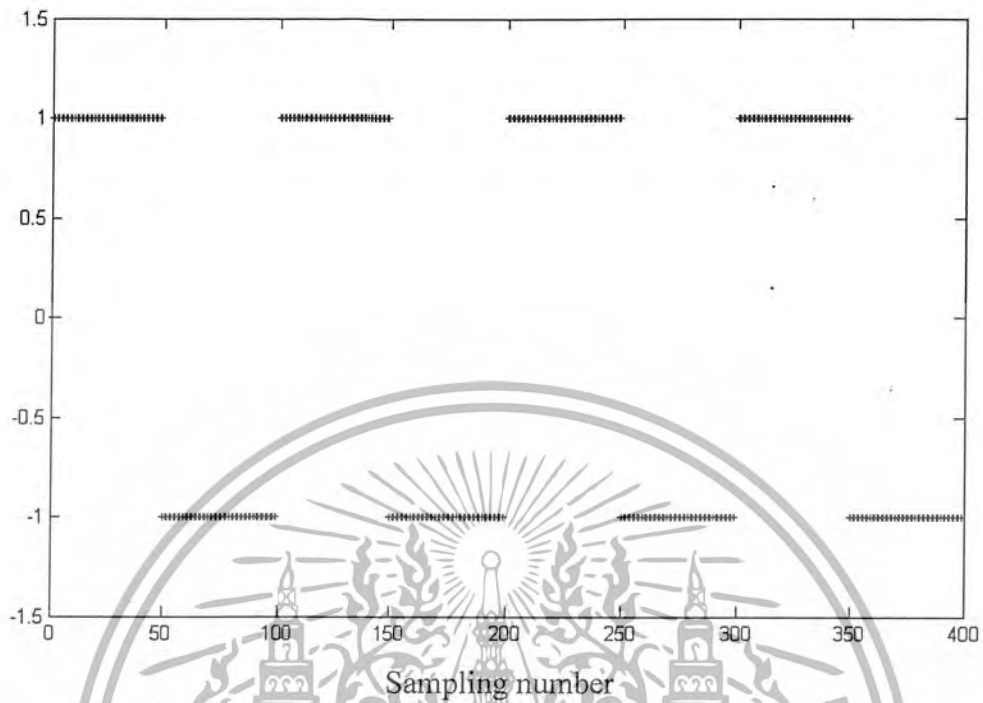
จากสมการที่ (3.1.3) และ (3.1.4) จะเห็นว่า $\hat{b}_0, \hat{b}_1 = 0$ ดังนั้น ไม่จำเป็นต้องนำมาคิด

ทำการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ ตามสมการ (2.1.46) , (2.1.47) และ (2.1.48) โดยกำหนดค่าเริ่มต้น ดังนี้

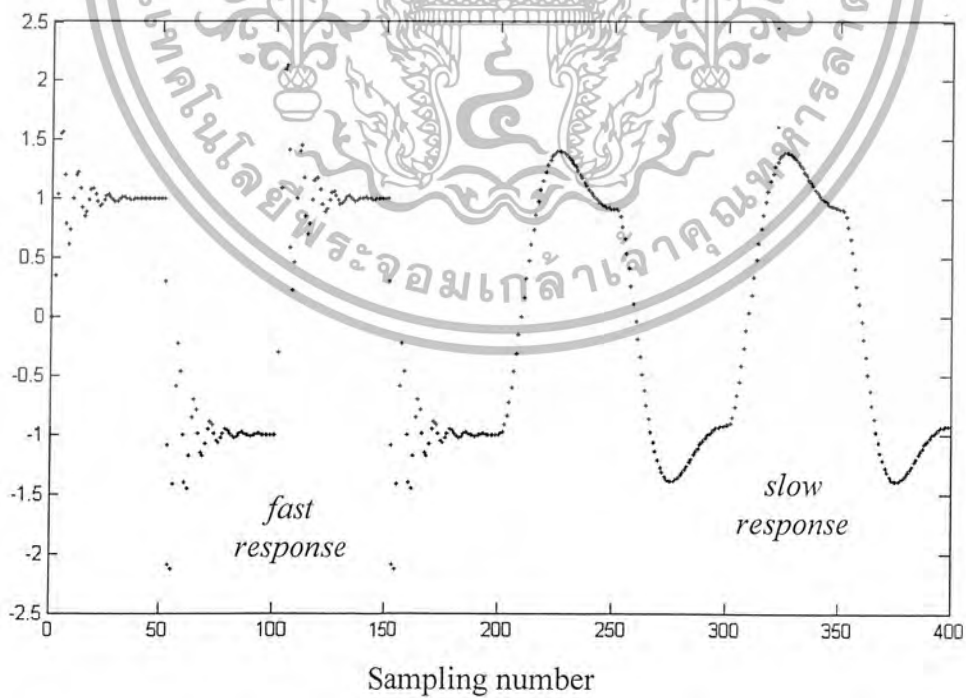
$$\text{Adaptation gain } P(k) = 10^4 I \quad (3.1.5)$$

$$\text{Parameter vector } \hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.1.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

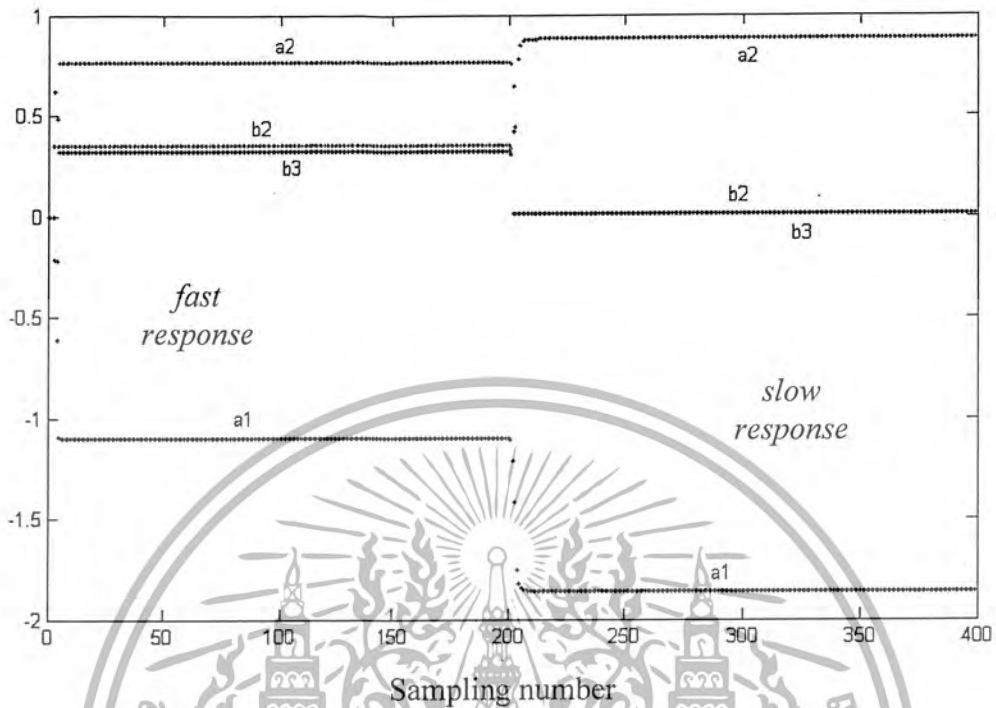


รูปที่ 3.1 แสดงสัญญาณ input



รูปที่ 3.2 แสดงสัญญาณ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์

ค่าที่ได้จากการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ เป็นดังนี้

ช่วง fast response
$$G_f(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(3.4696q^{-1} + 3.1632q^{-2}) \times 10^{-1}}{1 - 1.1001q^{-1} + 0.76338q^{-2}}$$

ค่า parameter vector ที่ได้จากการคำนวณ เป็นดังนี้

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3] = \begin{bmatrix} -1.1001 \\ 0.76338 \\ 0.34696 \\ 0.31632 \end{bmatrix}^T \quad (3.1.7)$$

ช่วง slow response $G_s(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(9.3858q^{-1} + 8.9996q^{-2}) \times 10^{-3}}{1 - 1.8632q^{-1} + 0.88161q^{-2}}$

ค่า parameter vector ที่ได้จากการคำนวณ เป็นดังนี้

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3] = \begin{bmatrix} -1.8632 \\ 0.88156 \\ 9.3866 \times 10^{-3} \\ 9.0037 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T \quad (3.1.8)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันถ่ายโอนของ Plant อันดับ 3 เป็นดังนี้

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{(s+d)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} ; \zeta \leq 1 \quad (3.1.9)$$

กำหนดให้ $\sum_f (\zeta = 0.1, \omega_n = 60)$ เป็นระบบที่มีผลตอบสนองเร็ว
และ $\sum_s (\zeta = 0.4, \omega_n = 20)$ เป็นระบบที่มีผลตอบสนองช้ากว่า

ทำการแปลง Z-transform ให้เป็นเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยให้ $K = d = 50$ และ $T = 0.02$ sec และ delay time = 1 โดยใช้สูตรตามสมการ (3.1.2)

จะได้
$$G_f(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(1.6573q^{-1} + 4.6092q^{-2} + 0.90122q^{-3}) \times 10^{-1}}{1 - 1.0206q^{-1} + 1.0267q^{-2} - 0.28938q^{-3}} \quad (3.1.10)$$

และ
$$G_s(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(1.9318q^{-1} + 5.6083q^{-2} + 1.0006q^{-3}) \times 10^{-2}}{1 - 1.9589q^{-1} + 1.3115q^{-2} - 0.26714q^{-3}} \quad (3.1.11)$$

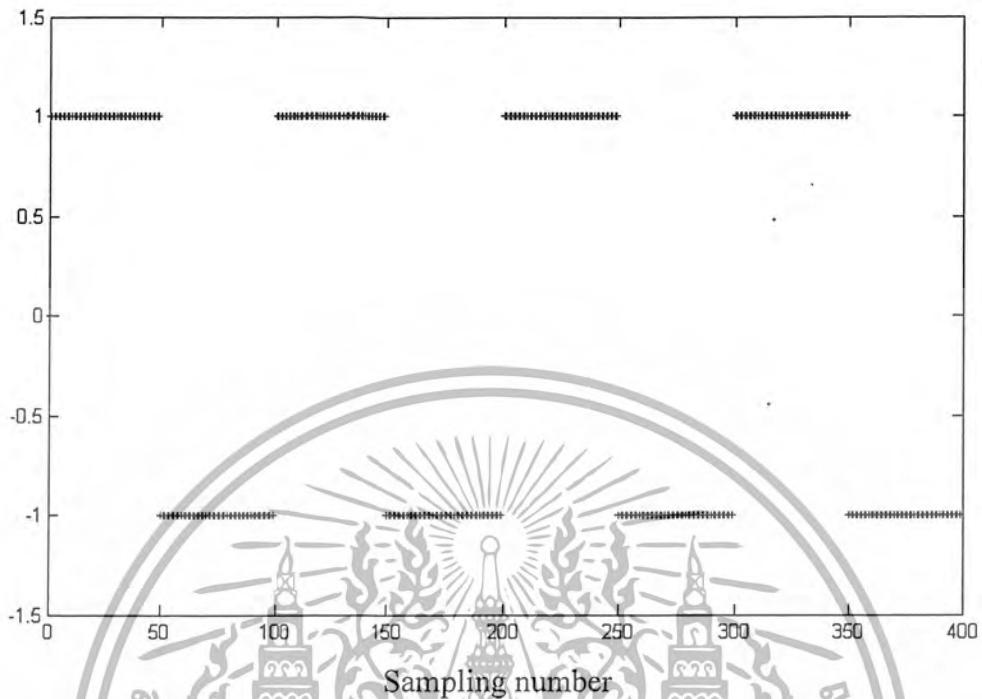
จากสมการที่ (3.1.10) และ (3.1.11) จะเห็นว่า $\hat{b}_0, \hat{b}_1 = 0$ ดังนั้นไม่จำเป็นต้องนำมาคิด

ทำการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ ตามสมการ (2.1.46), (2.1.47) และ (2.1.48) โดยกำหนดค่าเริ่มต้น ดังนี้

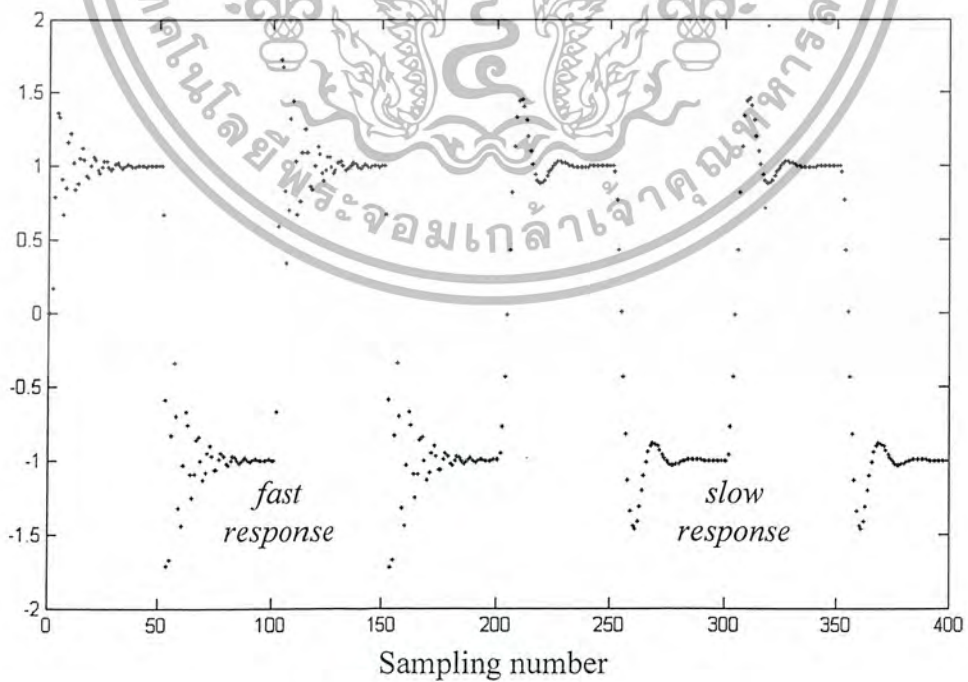
Adaptation gain $P(k) = 10^6 I \quad (3.1.12)$

Parameter vector

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3 \quad \hat{b}_4] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.1.13)$$

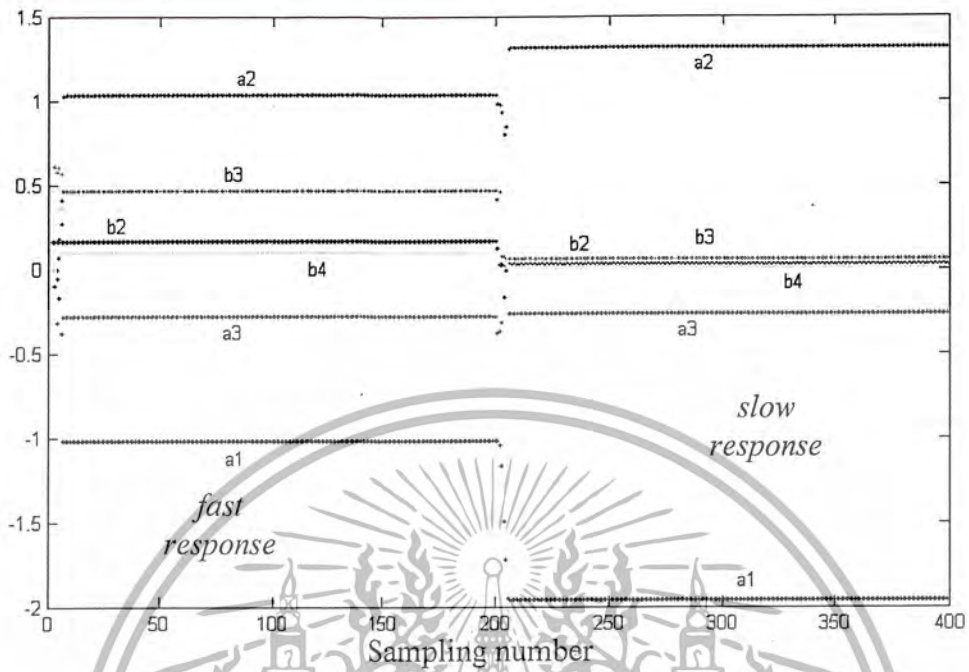


รูปที่ 3.4 แสดงสัญญาณ input



รูปที่ 3.5 แสดงสัญญาณ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์

ซึ่งค่าที่ได้จากการติดตามหาเอกลักษณ์พารามิเตอร์ เป็นดังนี้

ช่วง fast response $G_f(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(1.6573q^{-1} + 4.6092q^{-2} + 0.90122q^{-3}) \times 10^{-1}}{1 - 1.0206q^{-1} + 1.0267q^{-2} - 0.28938q^{-3}}$

ค่า parameter vector ที่ได้จากการคำนวณ เป็นดังนี้

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3 \quad \hat{b}_4] = \begin{bmatrix} -1.0206 \\ 1.0267 \\ -0.28938 \\ 0.16573 \\ 0.46092 \\ 0.090122 \end{bmatrix}^T \quad (3.1.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ช่วง slow response $G_s(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(1.9318q^{-1} + 5.6083q^{-2} + 1.0006q^{-3}) \times 10^{-2}}{1 - 1.9589q^{-1} + 1.3115q^{-2} - 0.26714q^{-3}}$

ค่า parameter vector ที่ได้จากการคำนวณ เป็นดังนี้

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \hat{b}_2 \quad \hat{b}_3 \quad \hat{b}_4] = \begin{bmatrix} -1.9589 \\ 1.3114 \\ -0.26711 \\ 0.019318 \\ 0.056084 \\ 0.010009 \end{bmatrix}^T \quad (3.1.15)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การออกแบบตัวควบคุม

ในการออกแบบตัวควบคุมนั้น จะต้องกำหนดค่าเริ่มต้น ของค่าถ่วงน้ำหนัก R เพื่อนำไปแทนค่าในสมการ (2.3.31) แล้วจึงทำการหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบปิด (closed-loop) ในปริภูมิตวินิพจน์แบบนี้จะสมมติค่า R ขึ้นมาเพื่อแสดงขั้นตอนการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ให้ดูก่อน

3.2.1 ตัวอย่าง plant อันดับ 2 ตามสมการ (3.1.3)

$$G_f(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(3.4696q^{-1} + 3.1632q^{-2}) \times 10^{-1}}{1 - 1.1001q^{-1} + 0.76338q^{-2}}$$

นำไปเทียบกับสมการที่ (2.2.4) จะได้ $d=1$, $n=2$ และ

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.1001q^{-1} + 0.76338q^{-2} \quad (3.2.1)$$

$$B(q^{-1}) = (3.4696q^{-1} + 3.1632q^{-2}) \times 10^{-1} \quad (3.2.2)$$

นำมาจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูป canonical form ได้ดังนี้

$$\Sigma_{f2nd} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.76338 & 1.1001 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = [0.31632 \quad 0.34696] \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (3.2.3)$$

นั่นคือ $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.76338 & 1.1001 \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $(3.2.4)$

$$\mathbf{c} = [0.31632 \quad 0.34696] \quad (3.2.5)$$

กำหนดค่า Weight ดังนี้ $\mathbf{Q} = 100\mathbf{I}$; $R = 500$; $(3.2.6)$

คำนวณค่า \mathbf{P} ตามสมการ (2.3.42) จะได้

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 235.08 & -138.11 \\ -138.11 & 432.16 \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

ค่า \mathbf{F} ตามสมการ (2.3.52)

$$\mathbf{F} = [-0.35391 \quad 0.36185] \quad (3.2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่นใด การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า g ตามสมการ (2.3.56)

$$g = 1.3619 \quad (3.2.9)$$

ค่า $[\mathbf{h} \ K]$ ตามสมการ (2.3.60)

$$[\mathbf{h} \ K] = [-0.71950 \ 1.4060 \ 1.0120] \quad (3.2.10)$$

$$\mathbf{h} = [-0.71950 \ 1.4060] \text{ และ } K = 1.0120 \quad (3.2.11)$$

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ตามสมการ (3.2.4) ถึง (3.2.11) ไปแทนค่าในสมการ (2.3.64) และ (2.3.65) จะได้สมการสถานะของระบบเซอร์โว ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.0120 \end{bmatrix} y_r(k) \quad (3.2.12)$$

$$y(k) = [0.31632 \ 0.34696] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

$$\text{เมื่อ } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.76338 & 1.1001 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.033713 & 0.22765 & -0.044163 & -0.36185 \end{bmatrix} \quad (3.2.14)$$

จากสมการ (3.2.12) และ (3.2.14) สามารถหาพหุนามคุณลักษณะได้ตามสมการ (2.3.72)

พหุนามคุณลักษณะของระบบเซอร์โว

$$D(q^{-1}) = 1 - 0.73825q^{-1} + 0.40947q^{-2} - 2.3650 \times 10^{-16}q^{-3} + 2.5859 \times 10^{-16}q^{-4} \quad (3.2.15)$$

เราถือว่า 2 พจน์สุดท้าย มีค่าน้อยมาก จึงไม่นำมาคิด จะได้ว่า

$$D(q^{-1}) = 1 - 0.73825q^{-1} + 0.40947q^{-2} \quad (3.2.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อันดับของตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ เป็นไปตามสมการ (2.2.43) และ (2.2.44) นั่นคือ

$$ns = d + n - 1 = 1 + 2 - 1 = 2 \quad \text{และ} \quad nr = n = 2 \quad (3.2.17)$$

และจะได้สมการไดโอฟานไทน์ ตามสมการที่ (2.2.9) ดังนี้

$$D(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 - 1.1001q^{-1} + 0.76338q^{-2})(1 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2}) \\ + q^{-1}(0.34696q^{-1} + 0.31632q^{-2})(r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2}) \quad (3.2.18)$$

สามารถนำไปเขียนในรูป Sylvester matrix

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.1001 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.8635 & -2.1001 & 1 & 0.34696 & 0 & 0 \\ -0.76338 & 1.8635 & -2.1001 & 0.31632 & 0.34696 & 0 \\ 0 & -0.76338 & 1.8635 & 0 & 0.31632 & 0.34696 \\ 0 & 0 & -0.76338 & 0 & 0 & 0.31632 \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

เขียนสมการ (3.2.18) ในรูปเมตริกซ์

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.73825 \\ 0.40947 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.73825 \\ 0.40947 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

สามารถหาค่าตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ ได้จากสมการ (3.2.20)

$$S(q^{-1}) = 1 + 1.3619q^{-1} + 0.70245q^{-2} \quad (3.2.21)$$

$$R(q^{-1}) = 2.0278 - 2.7111q^{-1} + 1.6952q^{-2} \quad (3.2.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการแปลง $\frac{1}{S(q^{-1})}$ โดยใช้การแปลงแบบ Bilinear ตามสมการ (2.4.2) จะได้

$$S_c(s) = \frac{4 \times 10^{-4} s^2 + 0.08s + 4}{1.3624 \times 10^{-4} s^2 + 0.023804s + 12.257} \quad (3.2.23)$$

ดัชนีเสถียรภาพ (stability index)

$$\gamma = \frac{0.023804^2}{(1.3624 \times 10^{-4}) \times (12.257)} = 0.33932 \quad (3.2.24)$$

ค่า γ ที่ได้ ตามสมการ (3.2.24) มีการเปลี่ยนแปลงตามค่า R

3.2.2 ตัวอย่าง plant อันดับ 3 ตามสมการ (3.1.11)

$$G_s(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(1.9318q^{-1} + 5.6083q^{-2} + 1.0006q^{-3}) \times 10^{-2}}{1 - 1.9589q^{-1} + 1.3115q^{-2} - 0.26714q^{-3}}$$

นำไปเทียบกับสมการที่ (2.2.4) จะได้ $d=1, n=3$ และ

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.9589q^{-1} + 1.3115q^{-2} - 0.26714q^{-3} \quad (3.2.25)$$

$$B(q^{-1}) = (1.9318q^{-1} + 5.6083q^{-2} + 1.0006q^{-3}) \times 10^{-2} \quad (3.2.26)$$

นำมาจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูป canonical form ได้ดังนี้

$$\Sigma_{s3rd} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.26714 & -1.3115 & 1.9589 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = 10^{-2} \times [1.0006 \quad 5.6083 \quad 1.9318] \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (3.2.27)$$

$$\text{นั่นคือ } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.26714 & -1.3115 & 1.9589 \end{bmatrix} ; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad (3.2.28)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่นใด การคัดลอกหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตให้ถือว่าผิดกฎหมาย (3.2.29)

กำหนดค่า Weight ดังนี้ $Q = 100I$; $R = 5 \times 10^4$; (3.2.30)

คำนวณค่า P ตามสมการ (2.3.42) จะได้

$$P = \begin{bmatrix} 0.54411 & -1.7943 & 1.6504 \\ -1.7943 & 7.5100 & -6.8676 \\ 1.6504 & -6.8676 & 7.1081 \end{bmatrix} \times 10^3 \quad (3.2.31)$$

ค่า F ตามสมการ (2.3.52)

$$F = [0.033250 \quad -0.13433 \quad 0.12356] \quad (3.2.32)$$

ค่า g ตามสมการ (2.3.56)

$$g = 1.1236 \quad (3.2.33)$$

ค่า $[h \quad K]$ ตามสมการ (2.3.60)

$$[h \quad K] = [0.31278 \quad -1.1229 \quad 1.2313 \quad 1.2632] \quad (3.2.34)$$

$$h = [0.31278 \quad -1.1229 \quad 1.2313] \quad \text{และ} \quad K = 1.2632 \quad (3.2.35)$$

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ตามสมการ (3.2.28) ถึง (3.2.35) ไปแทนค่าในสมการ (2.3.64) และ (2.3.65) จะได้สมการสถานะของระบบเซอร์โว ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \end{bmatrix} = \tilde{A} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.2632 \end{bmatrix} y_r(k) \quad (3.2.36)$$

$$y(k) = 10^{-2} \times [1.0006 \quad 5.6083 \quad 1.9318] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \quad (3.2.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{เมื่อ } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.26714 & -1.3115 & 1.9589 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.028775 & 0.10826 & -0.082211 & -0.10722 & -0.12356 \end{bmatrix} \quad (3.2.38)$$

จากสมการ (3.2.26) และ (3.2.28) สามารถหาพหุนามคุณลักษณะได้ตามสมการ (2.3.72) พหุนามคุณลักษณะของระบบเซอร์โว

$$D(q^{-1}) = 1 - 1.8354q^{-1} + 1.1771q^{-2} - 0.23389q^{-3} - 3.7863 \times 10^{-17}q^{-4} + 5.2332 \times 10^{-17}q^{-5} \quad (3.2.39)$$

เราถือว่า 2 พจน์สุดท้าย มีค่าน้อยมาก จึงไม่นำมาคิด จะได้ว่า

$$D(q^{-1}) = 1 - 1.8354q^{-1} + 1.1771q^{-2} - 0.23389q^{-3} \quad (3.2.40)$$

อันดับของตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ เป็นไปตามสมการ (2.2.43) และ (2.2.44) นั่นคือ

$$ns = d + n - 1 = 1 + 3 - 1 = 2 \quad \text{และ} \quad nr = n = 3 \quad (3.2.41)$$

และจะได้สมการไดโอฟินไทน์ ตามสมการที่ (2.2.9) ดังนี้

$$1 - 1.8354q^{-1} + 1.1771q^{-2} - 0.23389q^{-3} = (1 - q^{-1})(1 - 1.9589q^{-1} + 1.3115q^{-2} - 0.26714q^{-3})(1 + s_1q^{-1} + s_2q^{-2} + s_3q^{-3}) + q^{-1}(1.9318q^{-1} + 5.6083q^{-2} + 1.0006q^{-3})(10^{-2})(r_0 + r_1q^{-1} + r_2q^{-2} + r_3q^{-3}) \quad (3.2.42)$$

เขียนสมการ (3.2.42) ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.9589 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3.2704 & -2.9589 & 1 & 0 & 0.019318 & 0 & 0 & 0 \\ -1.5786 & 3.2704 & -2.9589 & 1 & 0.056083 & 0.019318 & 0 & 0 \\ 0.26714 & -1.5786 & 3.2704 & -2.9589 & 0.010006 & 0.056083 & 0.019318 & 0 \\ 0 & 0.26714 & -1.5786 & 3.2704 & 0 & 0.010006 & 0.056083 & 0.19318 \\ 0 & 0 & 0.26714 & -1.5786 & 0 & 0 & 0.010006 & 0.056083 \\ 0 & 0 & 0 & 0.26714 & 0 & 0 & 0 & 0.010006 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.8354 \\ 1.1771 \\ -0.23389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.43)$$

Sylvester matrix

สามารถหาค่าตัวควบคุม $S(q^{-1})$ และ $R(q^{-1})$ ได้จากสมการ (3.2.43)

$$S(q^{-1}) = 1 + 1.1236q^{-1} + 0.93477q^{-2} + 0.14351q^{-3} \quad (3.2.44)$$

$$R(q^{-1}) = 15.349 - 29.413q^{-1} + 19.159q^{-2} - 3.8313q^{-3} \quad (3.2.45)$$

เมื่อทำการแปลง $\frac{1}{S(q^{-1})}$ โดยใช้การแปลงแบบ Bilinear ตามสมการ (2.4.2) จะได้

$$S_c(s) = \frac{8 \times 10^{-6} s^3 + 0.0024 s^2 + 0.24 s + 8}{5.3415 \times 10^{-6} s^3 + 0.0010978 s^2 + 0.22066 s + 25.615} \quad (3.2.46)$$

ดัชนีเสถียรภาพ (stability index)

$$\gamma_1 = \frac{0.22066^2}{(0.0010978) \times (25.615)} = 1.7316 \quad (3.2.47)$$

$$\gamma_2 = \frac{0.0010978^2}{(5.3415 \times 10^{-6}) \times (0.22066)} = 1.0224 \quad (3.2.48)$$

$$\gamma = 1.7316 \times 1.0224 = 1.7704 \quad (3.2.49)$$

ค่า γ ที่ได้ ตามสมการ (3.2.49) มีการเปลี่ยนแปลงตามค่า R

ในขั้นตอนต่อไปจะเป็นการใช้ค่า γ เพื่อออกแบบให้ตัวควบคุมสามารถปรับตัวได้อย่างอัตโนมัติ
เมื่อค่าพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง

3.3 การเลือกช่วงของดัชนีเสถียรภาพ เพื่อใช้กำหนดกฎพีชชี

ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาช่วงของค่า R ที่ทำให้ตัวควบคุมมีเสถียรภาพ เพื่อนำไปกำหนดกฎพีชชี ให้สามารถเลือกค่า R ที่เหมาะสม ได้อย่างอัตโนมัติ

3.3.1 ตัวอย่าง plant อันดับ 2

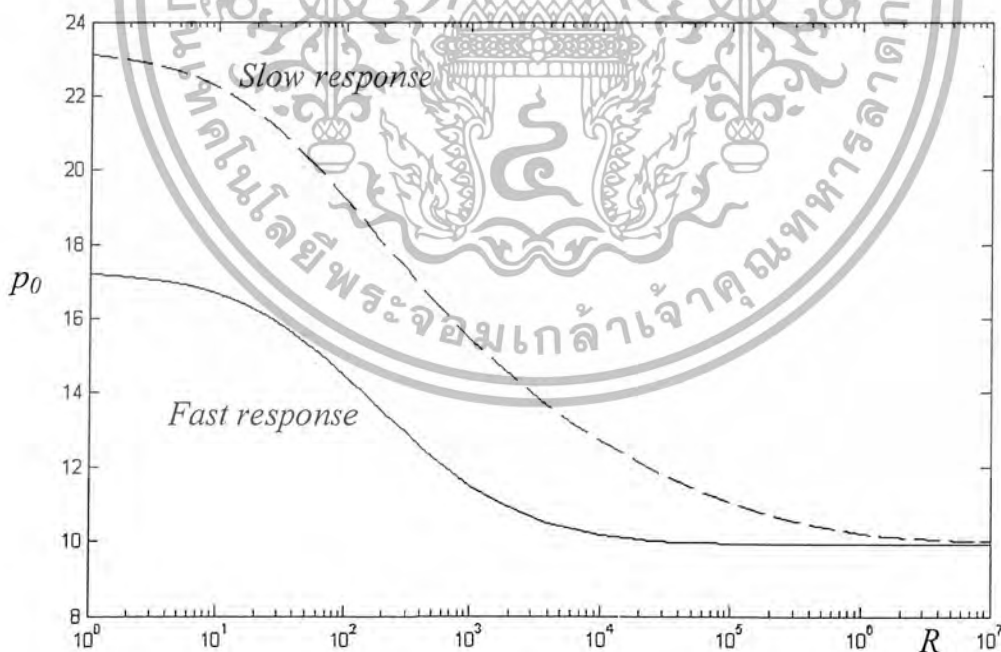
สมมติ plant ตามสมการ (3.1.3) และ (3.1.4) เป็นตัวแทนของ plant อันดับสองที่มีผลตอบสนองเร็วกว่า และผลตอบสนองช้ากว่า ตามลำดับ

$$\text{กำหนดให้ } Q = 100I \text{ และพิจารณาช่วง } 1 < R < 10^7 \quad (3.3.1)$$

พิจารณาเสถียรภาพของตัวควบคุม $S_c = \frac{f(s)}{p(s)}$ โดยพิจารณาที่ $p(s)$

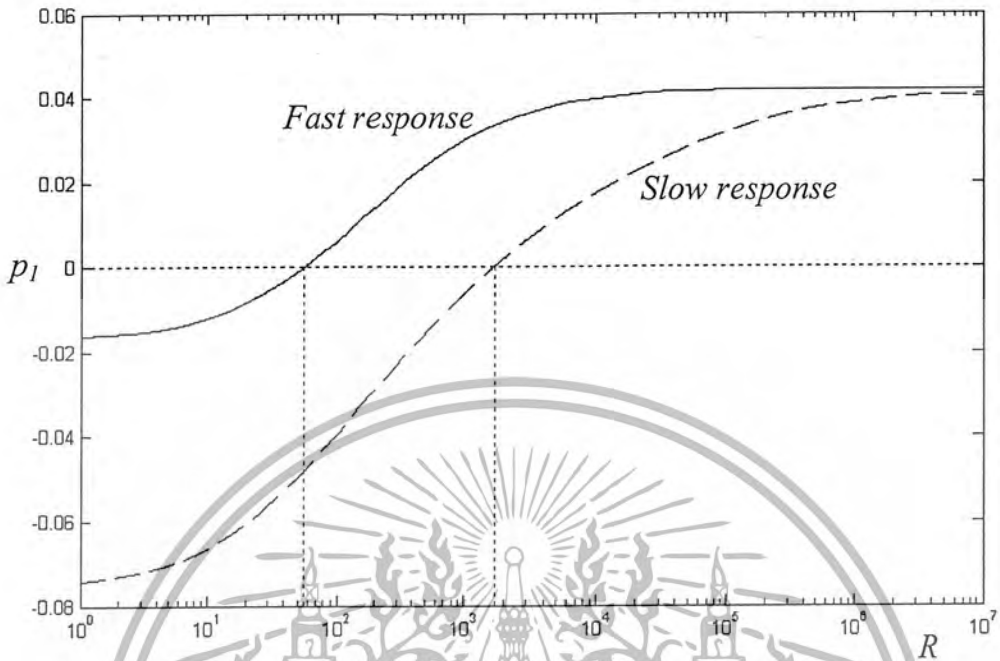
$$p(s) = p_2 s^2 + p_1 s + p_0 \quad \text{ช่วงที่มีเสถียรภาพคือ } p_0, p_1, p_2 > 0 \quad (3.3.2)$$

เขียนความสัมพันธ์ ระหว่างค่า R ในช่วง ตามสมการ (3.3.1) กับค่า p_0, p_1, p_2 จะได้ ดังรูป

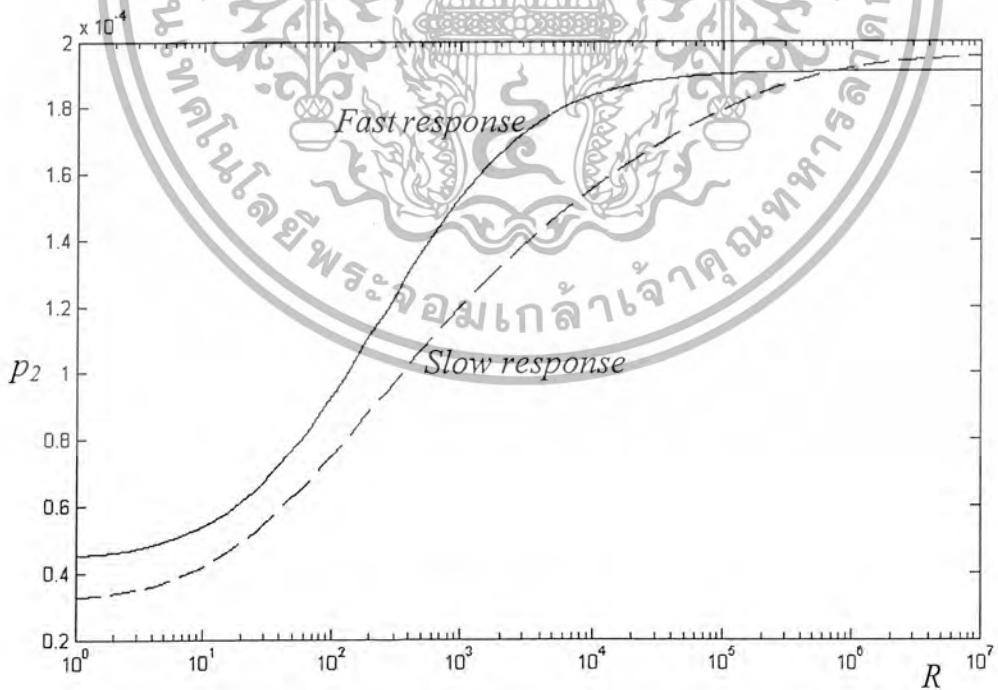


รูปที่ 3.7 ค่า p_0 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 ค่า p_1 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 2



รูปที่ 3.9 ค่า p_2 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.7 ถึง 3.9 จะเห็นว่าช่วงของ R ที่ทำให้ค่า $p_0, p_1, p_2 > 0$ ทั้งหมด คือ

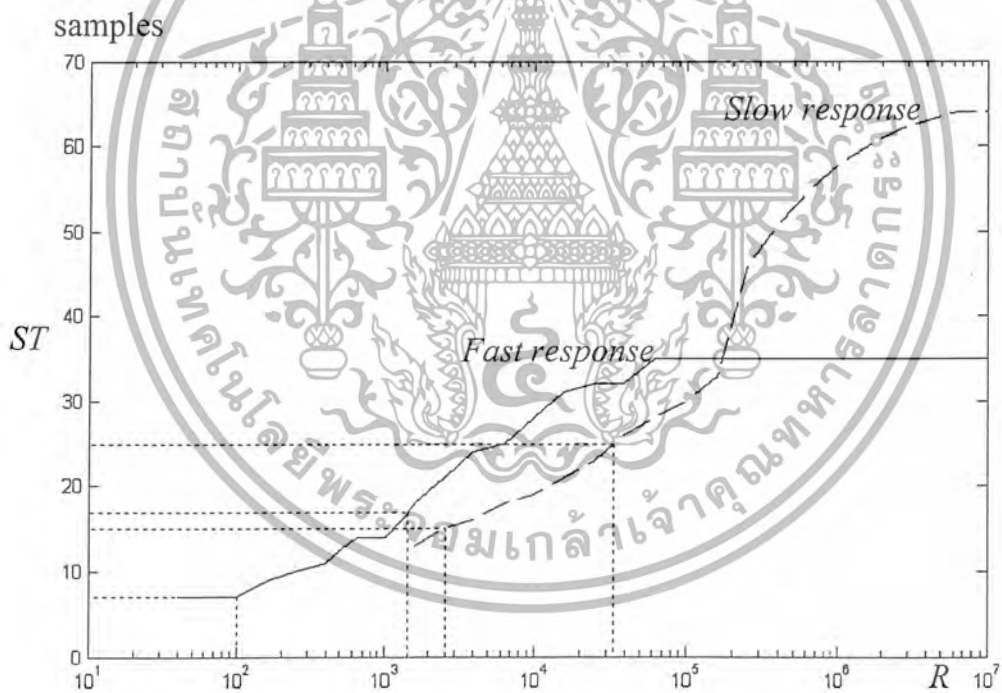
$$R_f > 60 \quad \text{สำหรับระบบ fast response} \quad (3.3.3)$$

และ $R_s > 1800$ สำหรับระบบ slow response (3.3.4)

นำช่วง R ดังกล่าว มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่า settling time (ST) ของระบบเซอร์โว จากสมการ (2.2.7) สามารถเขียนได้ว่า

$$\frac{Y(q^{-1})}{U_m(q^{-1})} = \frac{q^{-d} B(q^{-1}) T(q^{-1})}{D(q^{-1})} \quad (3.3.5)$$

และแทนค่าสมการที่ (2.2.51) ลงไปในสมการ (3.3.5) ก็จะสามารถเขียนสมการ (3.3.5) ในรูปสมการผลต่าง และนำไปคำนวณหาค่า settling time ได้ โดยกำหนดให้ error ที่ยอมรับได้ คือ 2%



รูปที่ 3.10 ค่า settling time ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

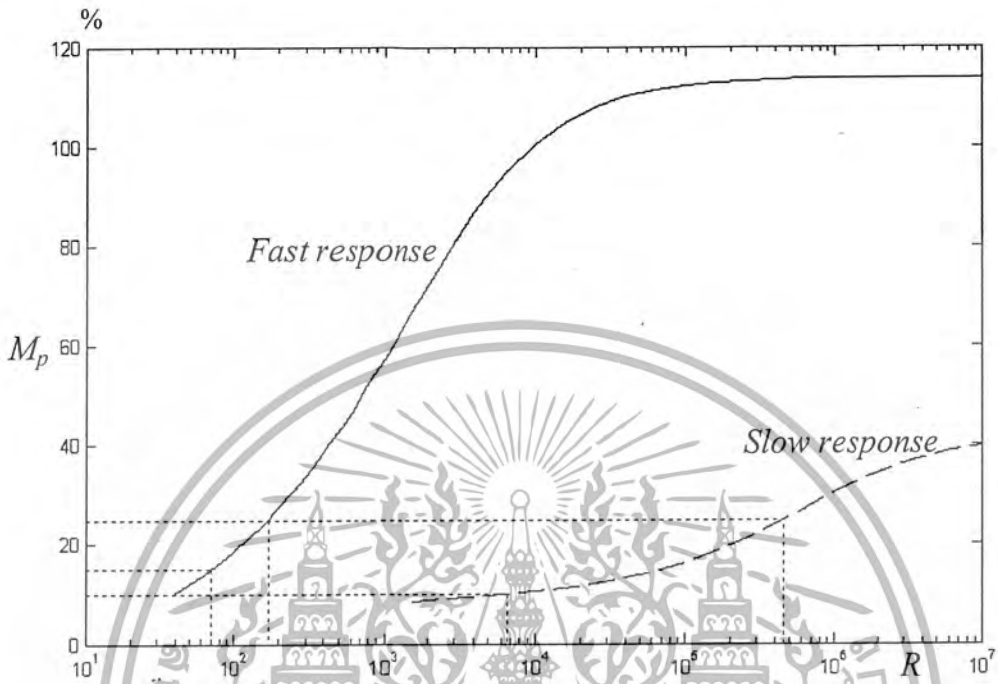
เพื่อให้ระบบสามารถเข้าสู่สภาวะ steady-state ได้เร็ว ควรเลือกช่วง R ที่ทำให้ค่า settling time มีค่าน้อยๆ ดังนี้

$$100 < R_f < 1.4 \times 10^3 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 7 \leq ST \leq 17 \text{ samples} \quad (3.3.6)$$

$$2.6 \times 10^3 < R_s < 3.4 \times 10^4 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 15 \leq ST \leq 25 \text{ samples} \quad (3.3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.3) และ (3.3.4) มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่า Maximum overshoot , M_p



รูปที่ 3.11 ค่า Maximum overshoot ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

ค่า M_p ที่มีค่าน้อย จะทำให้การทำงานของระบบค่อนข้างราบเรียบ (smooth)

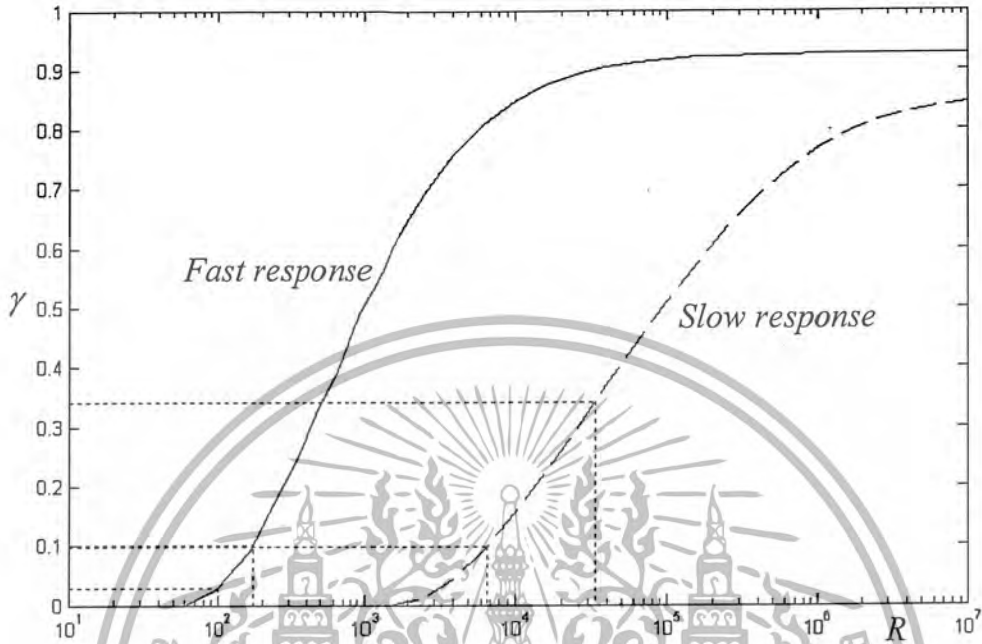
$70 < R_f < 170$ เพราะในช่วงนี้ $15\% \leq M_p \leq 25\%$ (3.3.8)

$6.6 \times 10^3 < R_s < 4.4 \times 10^5$ เพราะในช่วงนี้ $10\% \leq M_p \leq 25\%$ (3.3.9)

จากรูปที่ (3.7) ถึงรูปที่ (3.11) และสมการที่ (3.3.3) ถึงสมการ (3.3.9) จะได้ช่วงของ R ที่เหมาะสม ดังนี้

$100 < R_f < 170$ และ $6.6 \times 10^3 < R_s < 3.4 \times 10^4$ (3.3.10)

นำช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.3) และ (3.3.4) มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่าดัชนีเสถียรภาพ (γ) และเขียนช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.10) เพื่อดูช่วง γ ที่เหมาะสม



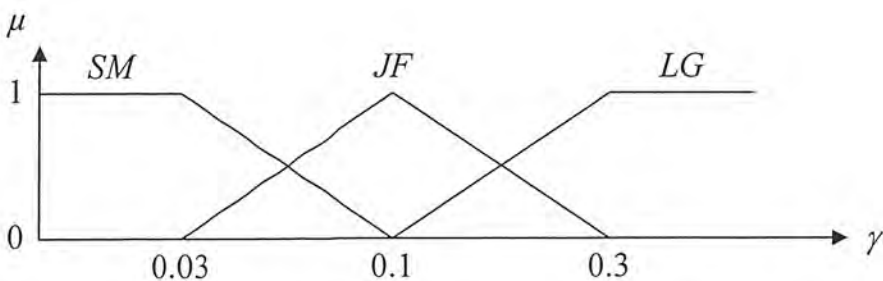
รูปที่ 3.12 ค่าดัชนีเสถียรภาพ (γ) ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

จากสมการ (3.3.10) และรูปที่ 3.12 จะได้ช่วงของค่า γ เป็นดังนี้

$$0.027723 < \gamma_f < 0.10039 \quad \text{และ} \quad 0.098518 < \gamma_s < 0.34215 \quad (3.3.11)$$

เลือกค่า γ ที่อยู่ในช่วงตามสมการ (3.3.11) เพื่อใช้กำหนดขอบเขตของ fuzzy set ที่ค่า γ มีค่าพอดี (JF) ตามรูปที่ 2.5

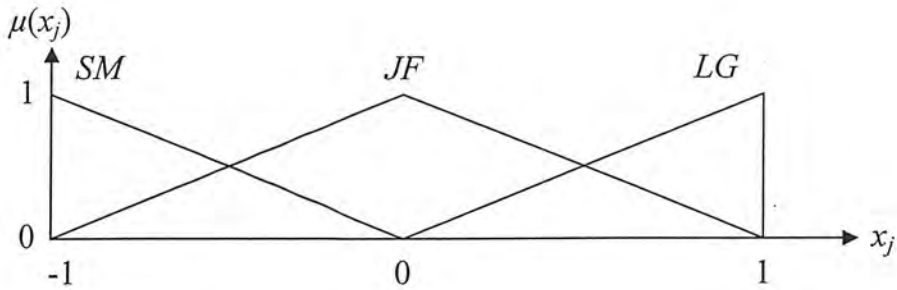
กำหนดเงื่อนไขของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเหตุ (membership function of antecedent) ดังนี้



รูปที่ 3.13 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเหตุ (Membership function of antecedent)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเงื่อนไขของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล (membership function of consequent) ดังนี้



รูปที่ 3.14 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล (Membership function of consequent)

โดยมีหลักการอนุมาน (inference rules) ดังนี้

ถ้า y เป็นสมาชิกของ SM แล้ว $y = \mu_{SM}$

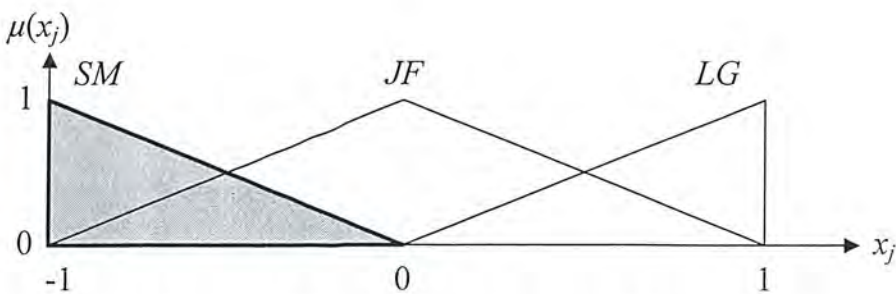
ถ้า y เป็นสมาชิกของ JF แล้ว $y = \mu_{JF}$

ถ้า y เป็นสมาชิกของ LG แล้ว $y = \mu_{LG}$

ดังนั้น เมื่อพิจารณาค่า y ที่ค่าต่างๆ

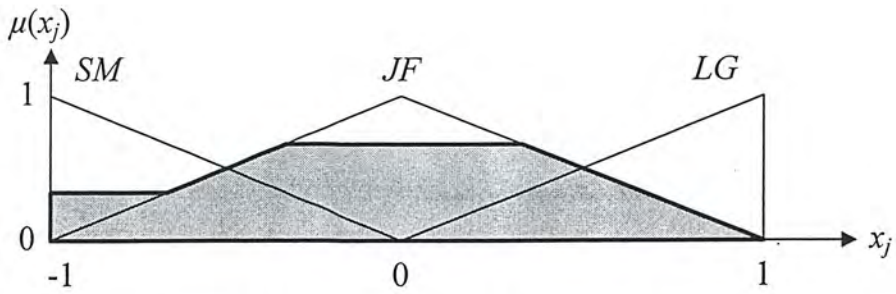
	ค่าตัวแปรต่างๆ				
y	0.03	0.08	0.1	0.22	0.33
μ_{SM}	1	0.28571	0	0	0
μ_{JF}	0	0.71429	1	0.4	0
μ_{LG}	0	0	0	0.6	1
$u_g(k-1)$	-0.66667	-0.038501	0	0.17561	0.66667

เมื่อนำค่าในตารางมาทำการเขียนรูป ตามรูปที่ 3.14 เพื่อคำนวณค่าจุดศูนย์กลางถ่วงตามสมการที่ (2.4.9) และ (2.4.10) ดังนี้

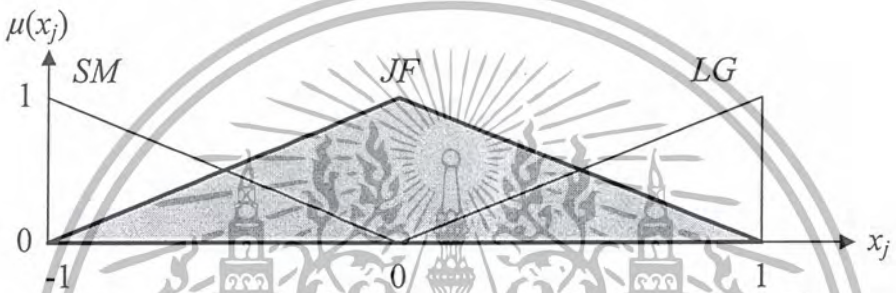


รูปที่ 3.15a ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $y = 0.03$

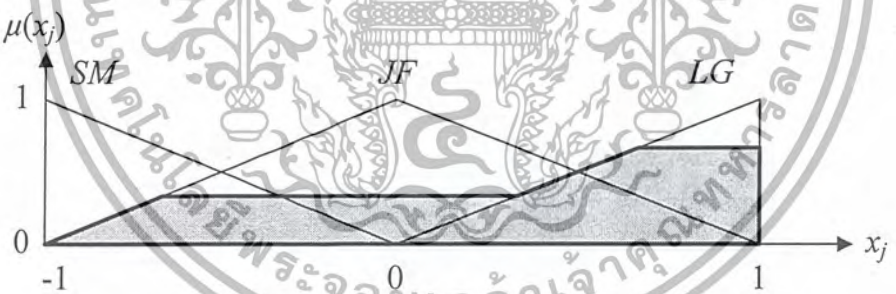
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



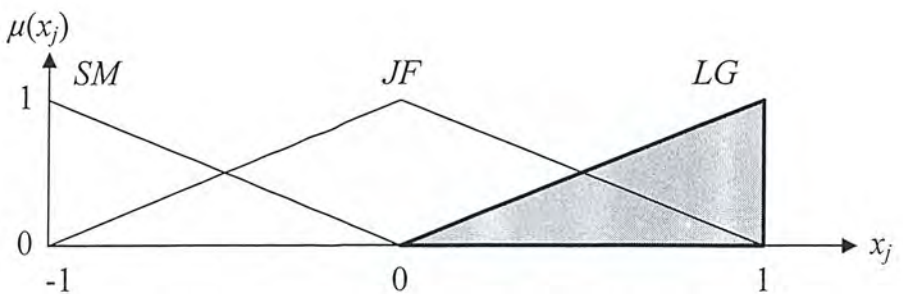
รูปที่ 3.15b ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 0.08$



รูปที่ 3.15c ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 0.1$



รูปที่ 3.15d ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 0.22$



รูปที่ 3.15e ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 0.33$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำค่า $\gamma = 0.33932$ ที่ได้จากสมการ (3.2.24) เข้าสู่กระบวนการพีชชีแล้ว

$$\text{จะได้ } u_g(k-1) = 0.66667 \quad (3.3.12)$$

นำค่า $u_g(k-1) = 0.66667$ ไปแทนค่าลงในสูตรการทำซ้ำ ในสมการ (2.4.11) และ (2.4.12) โดยกำหนดให้ $c = 0.5$

$$\beta(k-1) = c \cdot u_g(k-1) = 0.33333 \quad (3.3.13)$$

$$\text{และ } R(k) = R(k-1) \cdot 10^{-\beta(k-1)} = 500 \times 10^{-0.33333} = 232.08 \quad (3.3.14)$$

ค่า R ที่ได้ในสมการ (3.3.14) นี้ จะนำไปแทนค่าในสมการ (3.2.6) แล้วทำการคำนวณ ซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งค่า γ ไม่เปลี่ยนแปลง

3.3.2 ตัวอย่าง plant อันดับ 3

สมมติ plant ตามสมการ (3.1.10) และ (3.1.11) เป็นตัวแทนของ plant อันดับสามที่มีผลตอบสนองเร็วกว่า และผลตอบสนองช้ากว่า ตามลำดับ

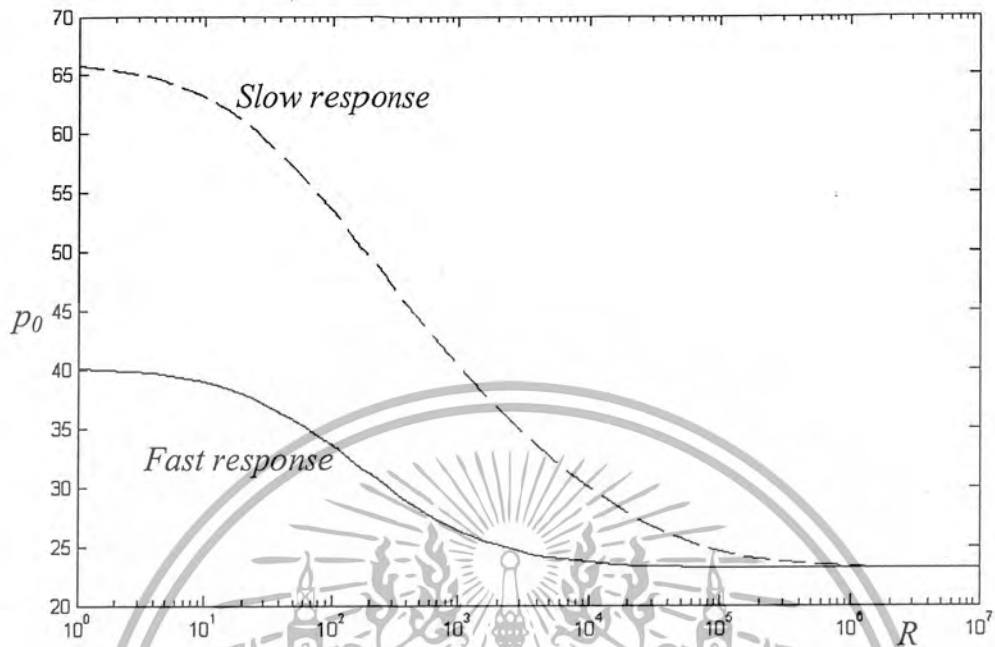
$$\text{กำหนดให้ } Q = 100I \text{ และพิจารณาช่วง } 1 < R < 10^7 \quad (3.3.15)$$

พิจารณาเสถียรภาพของตัวควบคุม $S_c = \frac{f(s)}{p(s)}$ โดยพิจารณาที่ $p(s)$ พิจารณาตามสมการ (2.4.4) ถึงสมการ (2.4.6)

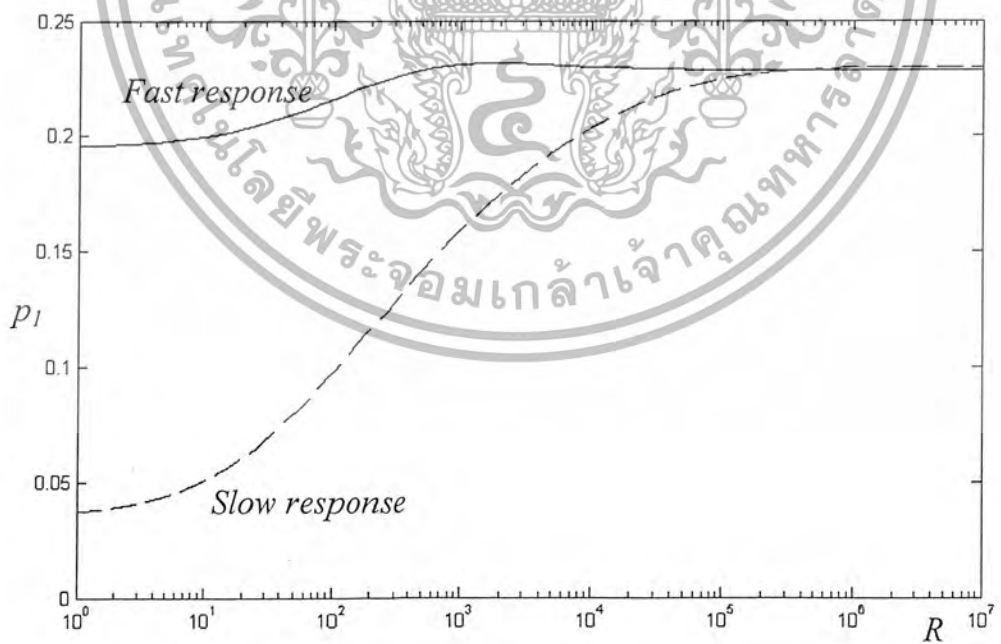
$$p(s) = p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0 \quad \text{ช่วงที่มีเสถียรภาพคือ } p_0, p_1, p_2, p_3 > 0 \quad (3.3.16)$$

$$\text{และ } Hurwitz \text{ determinant } \geq 0 \quad \text{นั่นคือ } H_2 = p_1 p_2 - p_0 p_3 > 0 \quad (3.3.17)$$

เขียนความสัมพันธ์ ระหว่างค่า R ในช่วง ตามสมการ (3.3.15) กับค่า p_0, p_1, p_2, p_3, H_2 จะได้

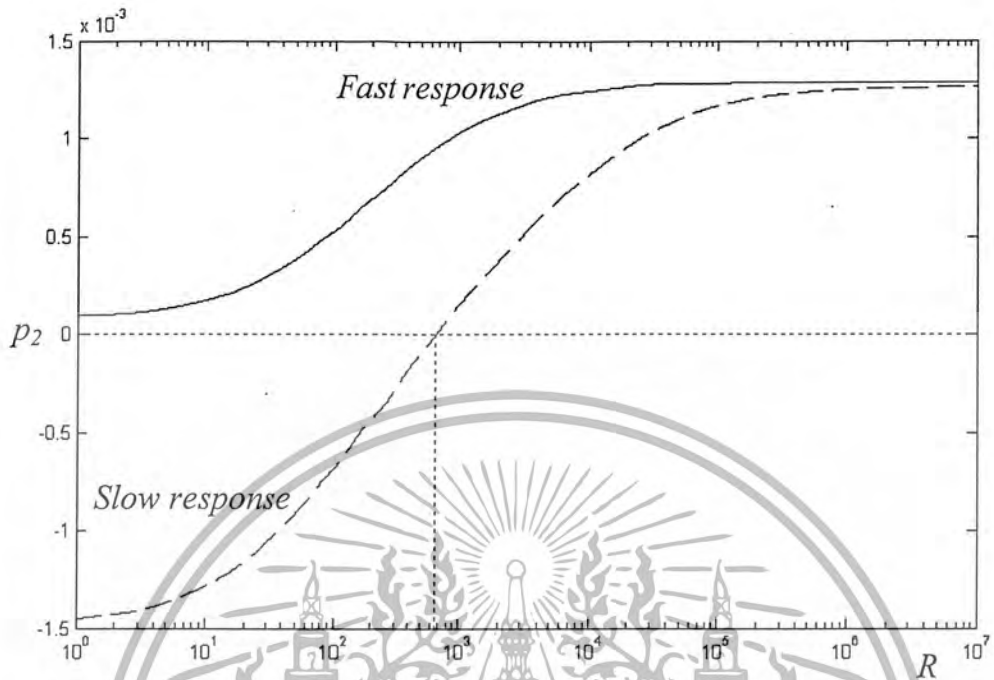


รูปที่ 3.16 ค่า p_0 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 3

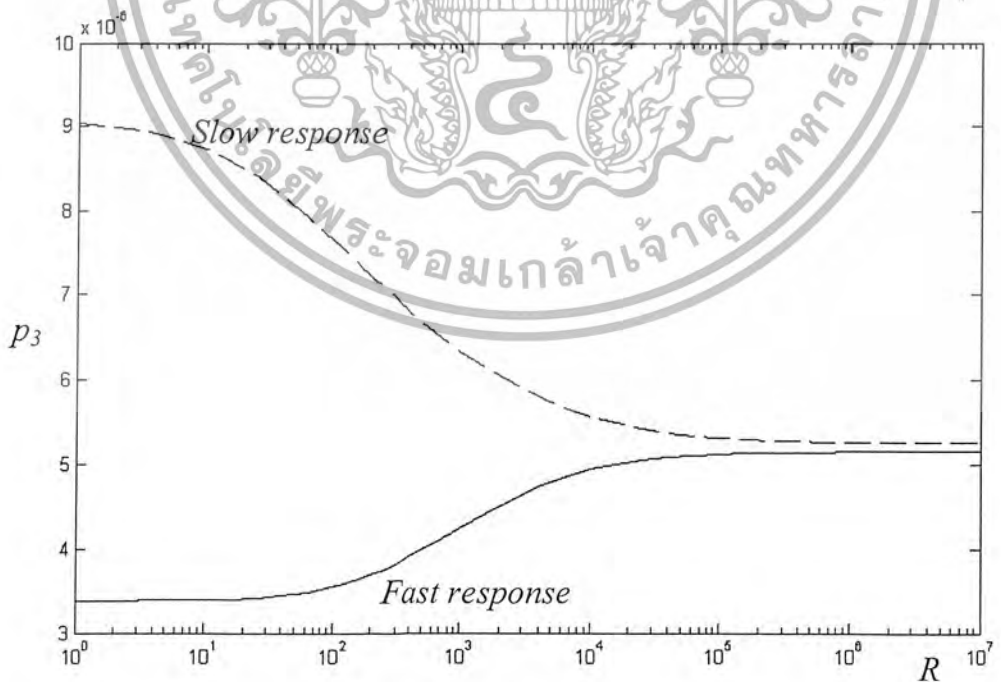


รูปที่ 3.17 ค่า p_1 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

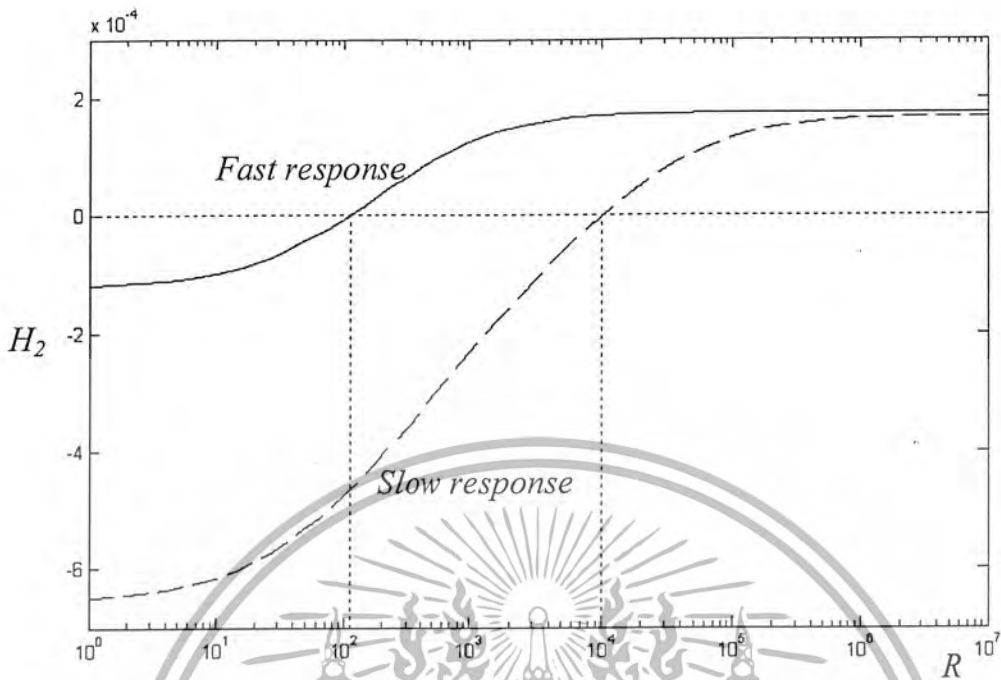


รูปที่ 3.18 ค่า p_2 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 3



รูปที่ 3.19 ค่า p_3 ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.20 ค่า Hurwitz determinant ของตัวควบคุม S_c ที่เกิดจาก plant อันดับ 3

จากรูปที่ 3.16 ถึง 3.20 จะเห็นว่าช่วงของ R ที่ทำให้ตัวควบคุม S_c มีเสถียรภาพ คือ

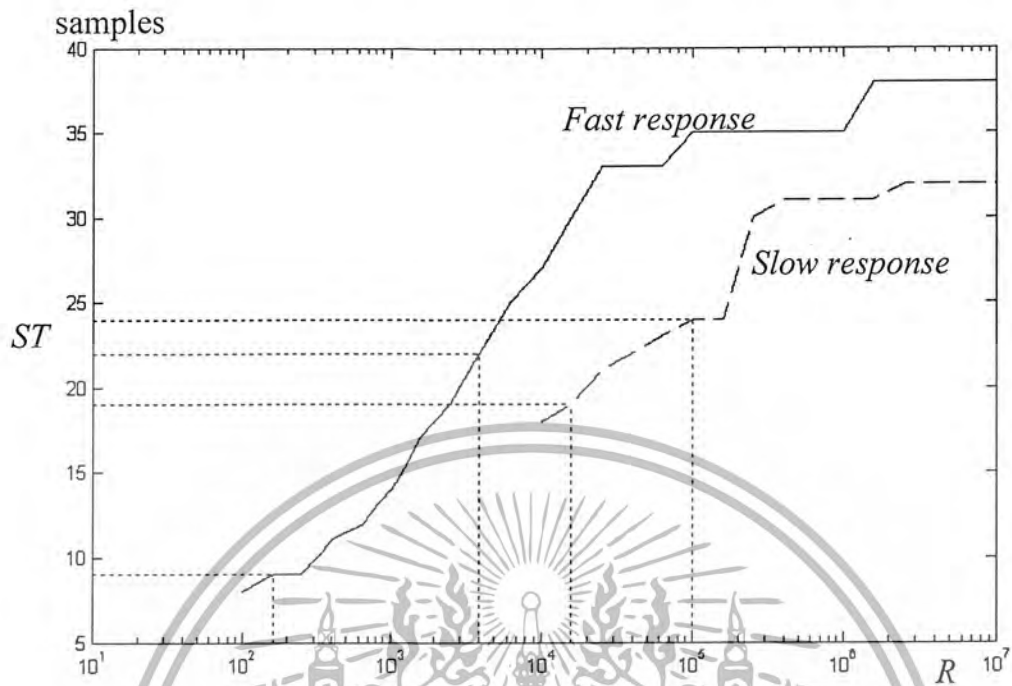
$$R_f > 110 \quad \text{สำหรับระบบ fast response} \quad (3.3.18)$$

และ $R_s > 10,042 \quad \text{สำหรับระบบ slow response} \quad (3.3.19)$

นำช่วง R ดังกล่าว มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่า settling time (ST) ของระบบเซอร์โว จากสมการ (2.2.7) สามารถเขียนได้ว่า

$$\frac{Y(q^{-1})}{U_m(q^{-1})} = \frac{q^{-d} B(q^{-1}) T(q^{-1})}{D(q^{-1})} \quad (3.3.20)$$

และแทนค่าสมการที่ (2.2.51) ลงไปในสมการ (3.3.20) ก็จะสามารถเขียนสมการ (3.3.20) ในรูปสมการผลต่าง และนำไปคำนวณหาค่า settling time ได้ โดยกำหนดให้ error ที่ยอมรับได้คือ 2%



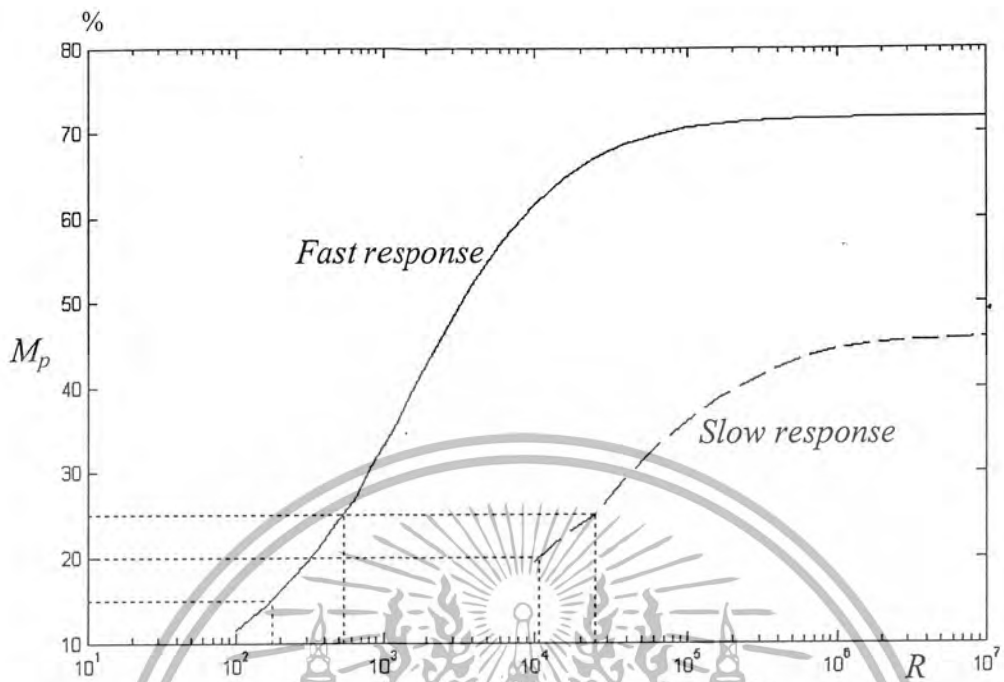
รูปที่ 3.21 ค่า settling time ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

เพื่อให้ระบบสามารถเข้าสู่สถานะ steady-state ได้เร็ว ควรเลือกช่วง R ที่ทำให้ค่า settling time มีค่าน้อยๆ ดังนี้

$$158 < R_f < 4 \times 10^3 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 9 \leq ST \leq 22 \quad \text{samples} \quad (3.3.21)$$

$$1.5 \times 10^4 < R_s < 1 \times 10^5 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 19 \leq ST \leq 24 \quad \text{samples} \quad (3.3.22)$$

นำช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.18) และ (3.3.19) มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่า Maximum overshoot, M_p



รูปที่ 3.22 ค่า Maximum overshoot ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

ค่า M_p ที่มีค่าน้อย จะทำให้การทำงานของระบบค่อนข้างราบเรียบ (smooth)

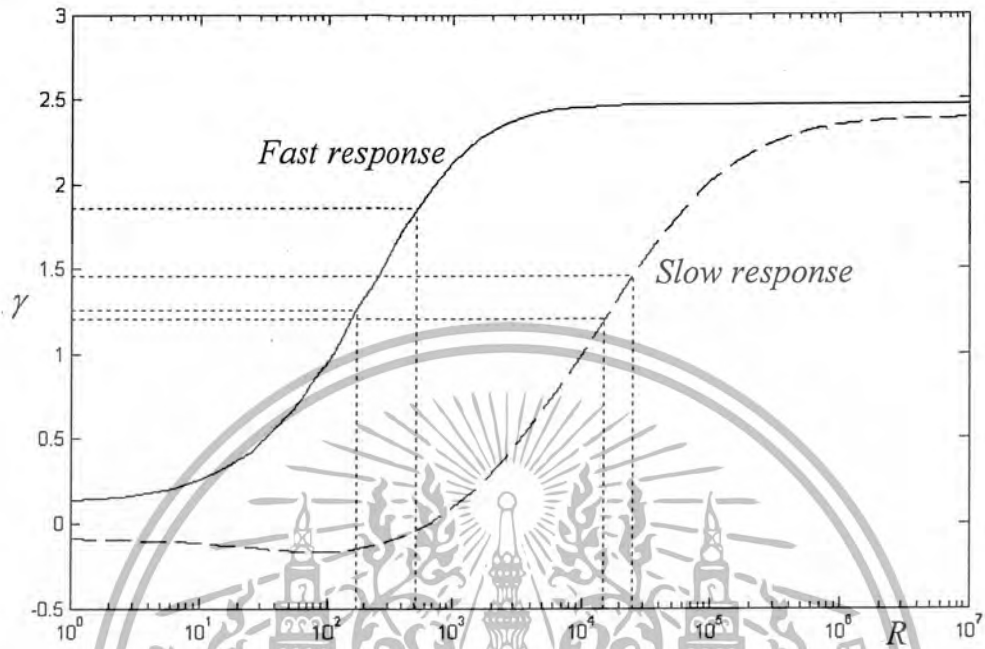
$$175 < R_f < 525 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 15\% \leq M_p \leq 25\% \quad (3.3.23)$$

$$1 \times 10^4 < R_s < 2.5 \times 10^4 \quad \text{เพราะในช่วงนี้} \quad 20\% \leq M_p \leq 25\% \quad (3.3.24)$$

จากรูปที่ (3.16) ถึงรูปที่ (3.22) และสมการที่ (3.3.18) ถึงสมการ (3.3.24) จะได้ช่วงของ R ที่เหมาะสม ดังนี้

$$175 < R_f < 525 \quad \text{และ} \quad 1.5 \times 10^4 < R_s < 2.5 \times 10^4 \quad (3.3.25)$$

นำช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.18) และ (3.3.19) มาทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์กับค่าดัชนีเสถียรภาพ (γ) และเขียนช่วง R ที่ได้จากสมการ (3.3.25) เพื่อดูช่วง γ ที่เหมาะสม



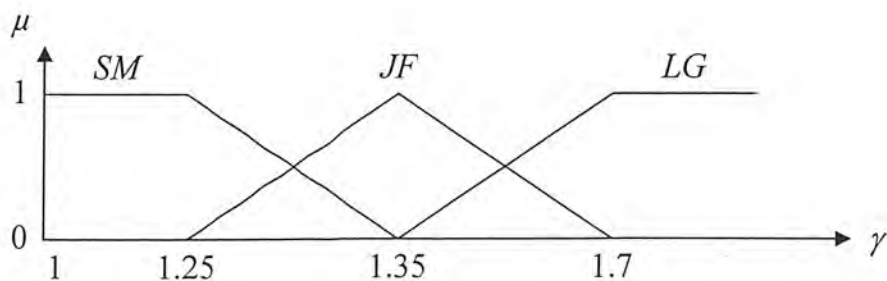
รูปที่ 3.23 ค่าดัชนีเสถียรภาพ (γ) ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

จากสมการ (3.1.25) และรูปที่ 3.23 จะได้ช่วงของค่า γ เป็นดังนี้

$$1.2591 < \gamma_f < 1.8610 \quad \text{และ} \quad 1.2036 < \gamma_s < 1.4590 \quad (3.3.26)$$

เลือกค่า γ ที่อยู่ในช่วงตามสมการ (3.3.26) เพื่อใช้กำหนดขอบเขตของ fuzzy set ที่ค่า γ มีค่าพอดี (JF) ตามรูปที่ 2.5

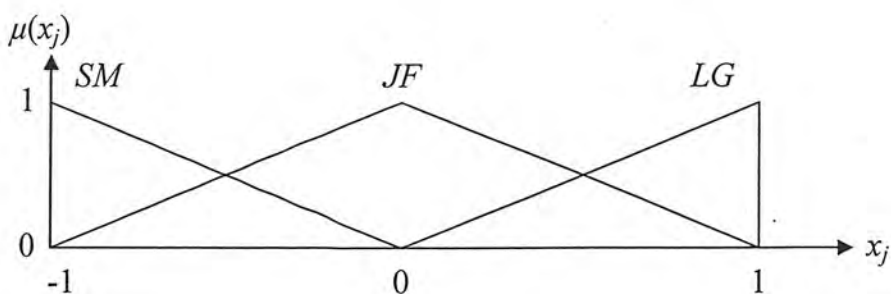
กำหนดเงื่อนไขของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเหตุ (membership function of antecedent) ดังนี้



รูปที่ 3.24 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเหตุ (Membership function of antecedent)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเงื่อนไขของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล (membership function of consequent) ดังนี้



รูปที่ 3.25 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล (Membership function of consequent)

โดยมีหลักการอนุมาน (inference rules) ดังนี้

ถ้า y เป็นสมาชิกของ SM แล้ว $y = \mu_{SM}$

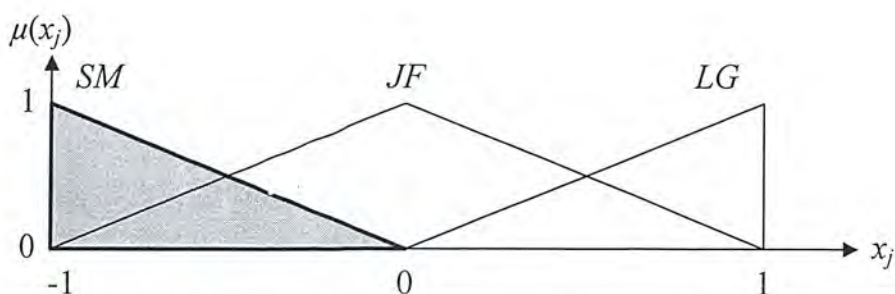
ถ้า y เป็นสมาชิกของ JF แล้ว $y = \mu_{JF}$

ถ้า y เป็นสมาชิกของ LG แล้ว $y = \mu_{LG}$

ดังนั้น เมื่อพิจารณาค่า y ที่ค่าต่างๆ

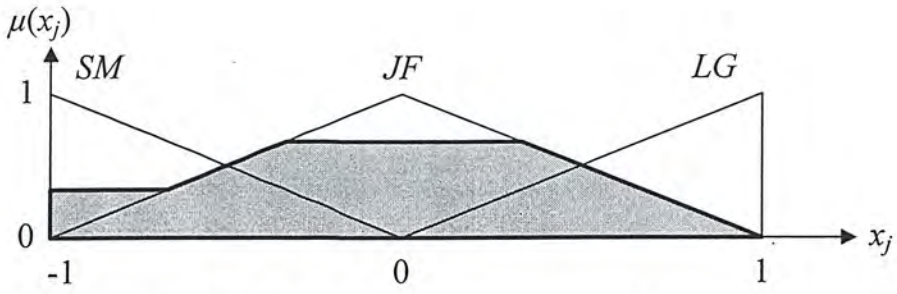
	ค่าตัวแปรต่างๆ				
y	1.25	1.33	1.35	1.6	1.8
μ_{SM}	1	0.2	0	0	0
μ_{JF}	0	0.8	1	0.28571	0
μ_{LG}	0	0	0	0.71429	1
$u_g(k-1)$	-0.66667	-0.019048	0	0.26093	0.66667

เมื่อนำค่าในตารางมาทำการเขียนรูป ตามรูปที่ 3.25 เพื่อคำนวณค่าจุดศูนย์ถ่วงตามสมการที่ (2.4.9) และ (2.4.10) ดังนี้

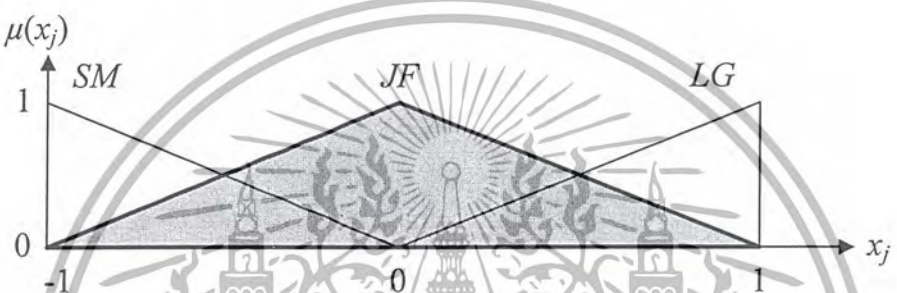


รูปที่ 3.26a ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 1.25$

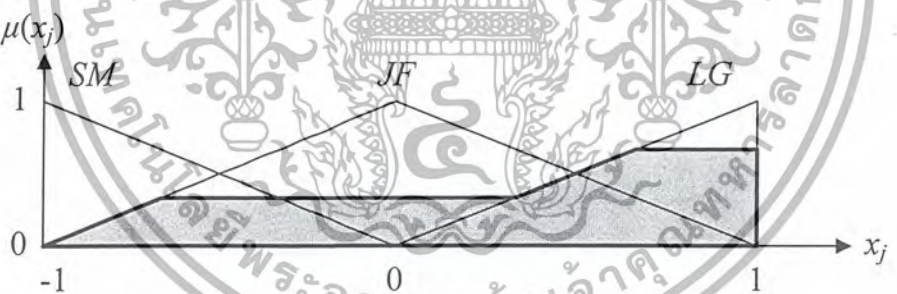
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



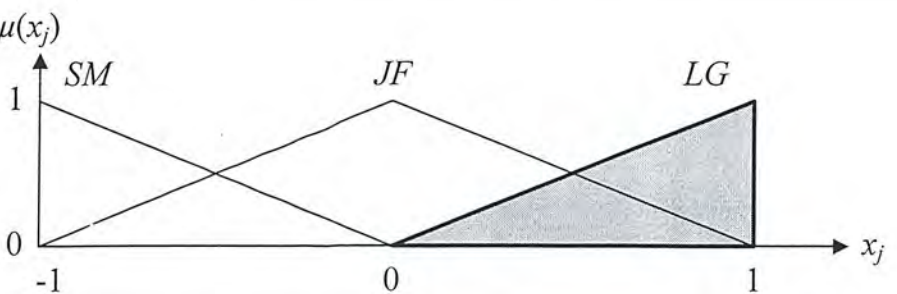
รูปที่ 3.26b ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 1.33$



รูปที่ 3.26c ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 1.35$



รูปที่ 3.26d ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 1.6$



รูปที่ 3.26e ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของผล เมื่อ $\gamma = 1.8$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำค่า $\gamma = 1.7704$ ที่ได้จากสมการ (3.2.49) เข้าสู่กระบวนการพีชชีแล้ว

$$\text{จะได้ } u_g(k-1) = 0.66667 \quad (3.3.27)$$

นำค่า $u_g(k-1) = 0.66667$ ไปแทนค่าลงในสูตรการทำซ้ำ ในสมการ (2.4.11) และ (2.4.12) โดยกำหนดให้ $c = 0.4$

$$\beta(k-1) = c \cdot u_g(k-1) = 0.26667 \quad (3.3.28)$$

$$\text{และ } R(k) = R(k-1) \cdot 10^{-\beta(k-1)} = 50,000 \times 10^{-0.26667} = 27,058 \quad (3.3.29)$$

ค่า R ที่ได้ในสมการ (3.3.29) นี้ จะนำไปแทนค่าในสมการ (3.2.30) แล้วทำการคำนวณ ซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งค่า γ ไม่เปลี่ยนแปลง หรือ $R(k) = R(k-1)$

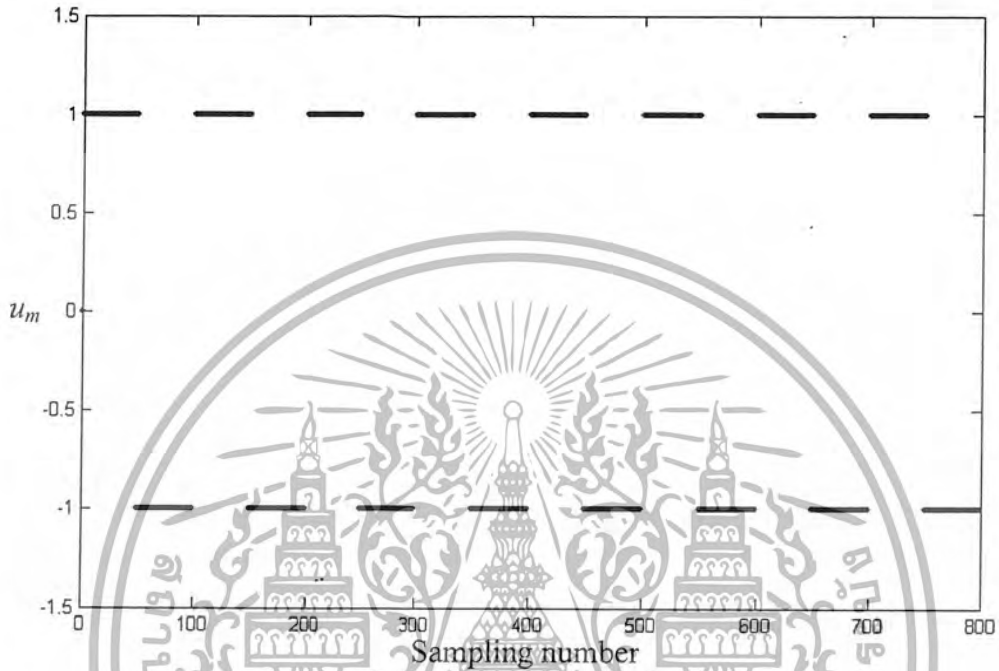


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

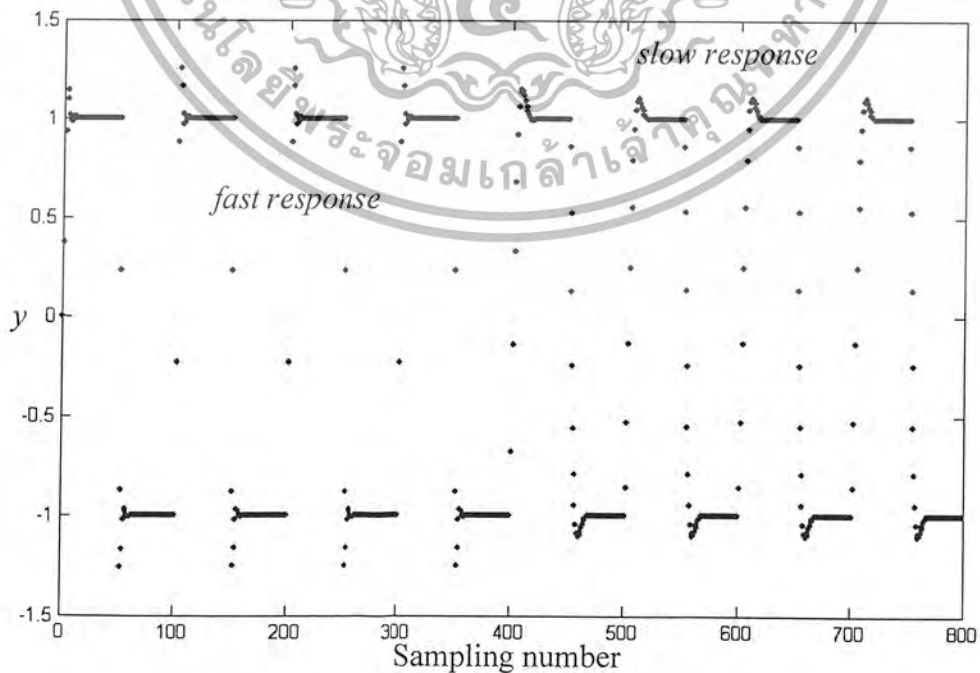
3.4 จำลองระบบเพื่อเก็บผลการทดลอง

3.4.1 ผลการทดลองของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

ค่าเริ่มต้น $R = 500$; $Q = 100I$

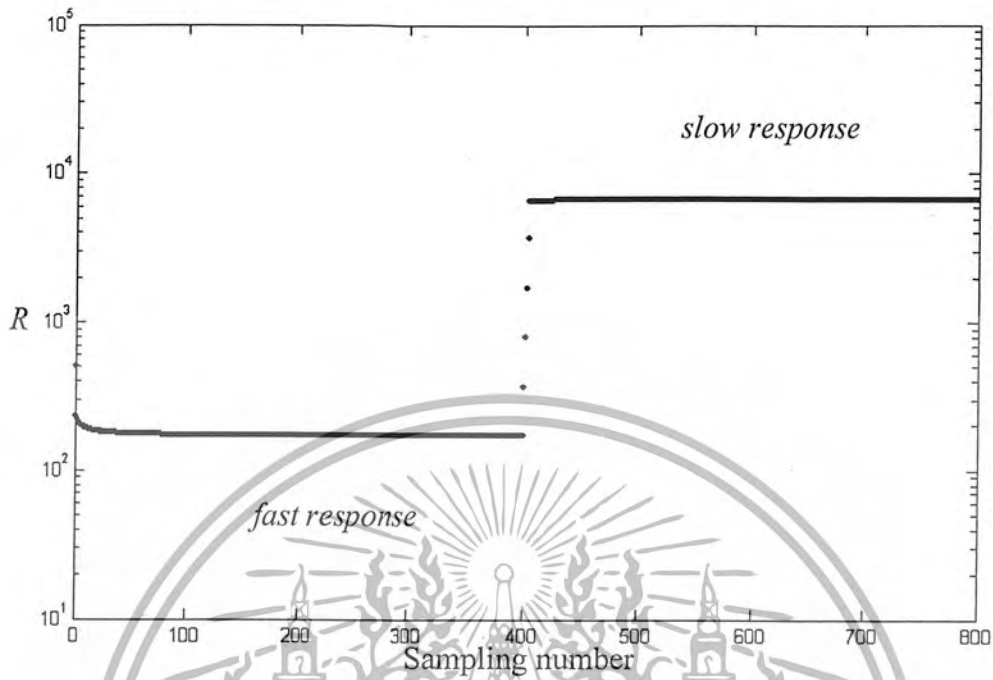


รูปที่ 3.27 อินพุตของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 2 (u_m)

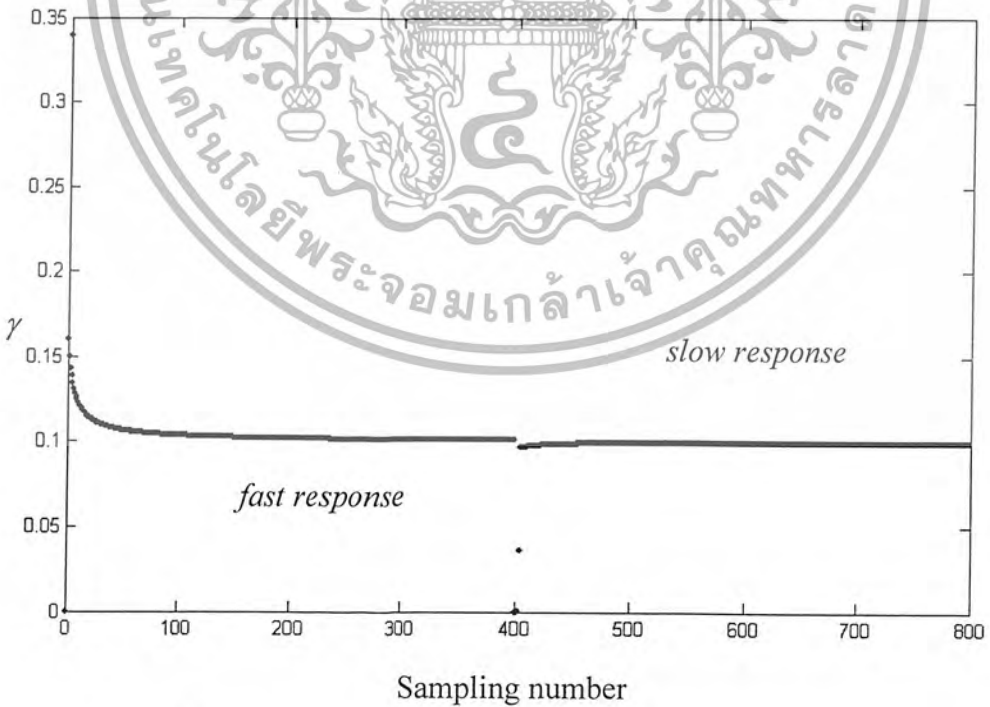


รูปที่ 3.28 เอาท์พุตของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 2 (y)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ โดยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.29 weight R ของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 2

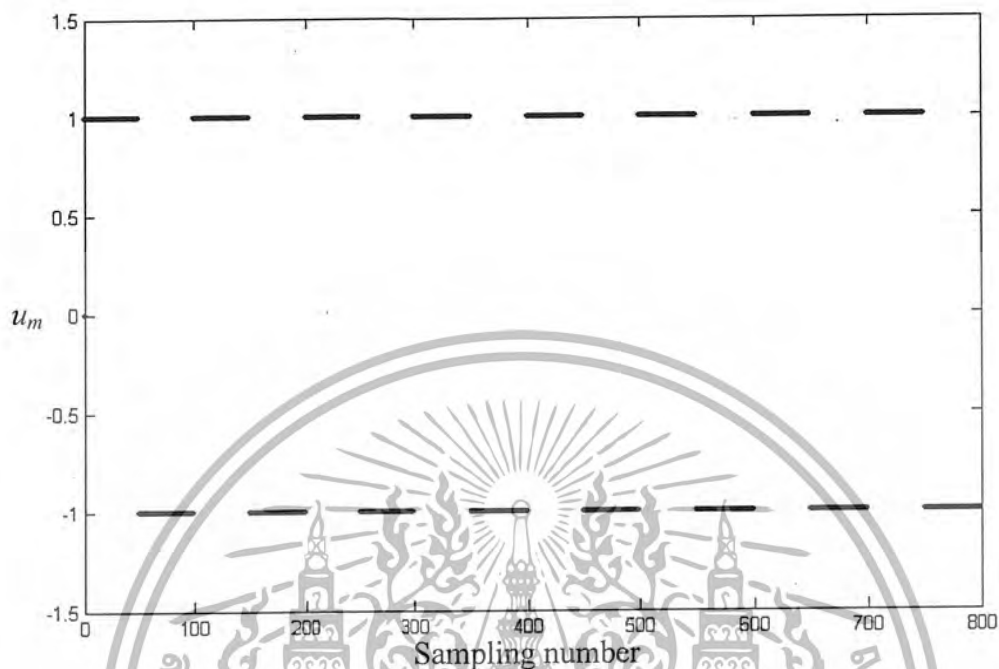


รูปที่ 3.30 คชนิเสถียรภาพของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 2

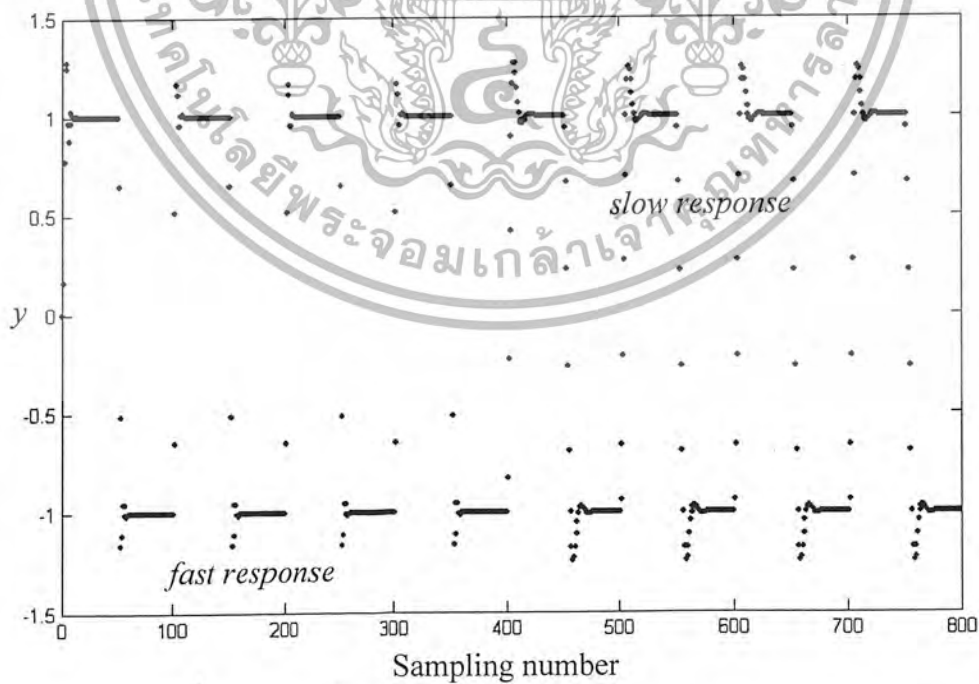
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2 ผลการทดลองของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

ค่าเริ่มต้น $R = 5 \times 10^4$; $Q = 100I$

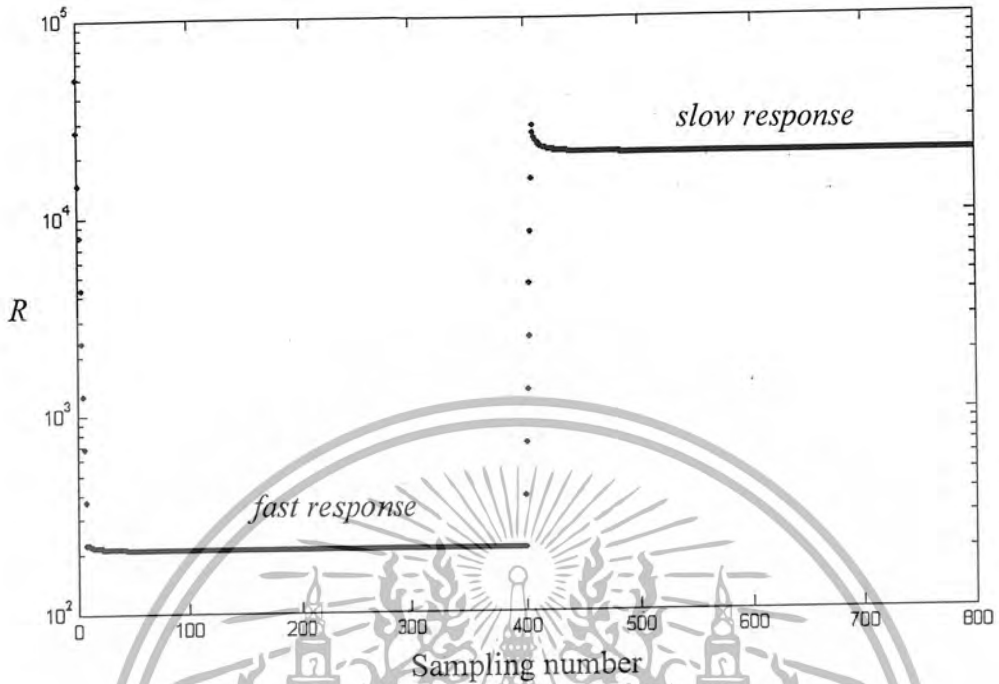


รูปที่ 3.31 อินพุตของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 3 (u_m)

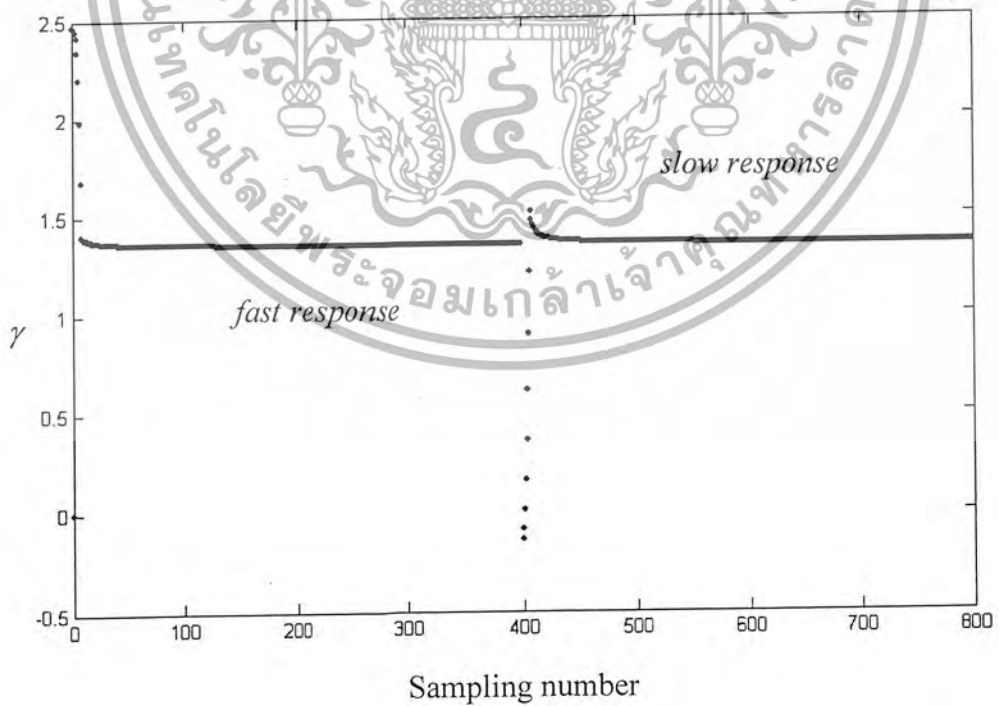


รูปที่ 3.32 เอาท์พุทของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 3 (y)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.29 weight R ของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 3



รูปที่ 3.30 ดัชนีเสถียรภาพของระบบที่เกิดจาก plant อันดับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

บทวิจารณ์ และสรุป

4.1 สรุปผลการปฏิบัติงาน

4.1.1 สรุปผลการทดลองที่ 3.1

จากการทดลอง พบว่า ระบบจำลองสามารถติดตามค่าพารามิเตอร์ได้ โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.001 ซึ่งถือว่าน้อยและสามารถยอมรับได้ อีกทั้งยังใช้เวลาไม่มากในการปรับค่าให้เข้าสู่ค่าจริง จากตรงนี้พบว่าขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าเริ่มต้นของตัว Adaptation gain ด้วย หากกำหนดค่าเริ่มต้นน้อย ระบบจะใช้เวลานานในการติดตามค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้อง

นอกจากนี้การกำหนดค่า Adaptation gain ยังขึ้นอยู่กับอันดับของระบบอีกด้วย หากระบบมีอันดับสูง ค่าเริ่มต้นของ Adaptation gain ต้องกำหนดให้สูงด้วย เพื่อให้ระบบสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ได้อย่างรวดเร็ว

4.1.2 สรุปผลการทดลองที่ 3.2 และ 3.3

จากการทดลองพบว่าในขั้นตอนนี้ ต้องหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวควบคุมมีเสถียรภาพ เพื่อใช้ไปกำหนดกฎพีซีซี ในระบบอันดับ 2 เงื่อนไขที่ทำให้ตัวควบคุมมีเสถียรภาพ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะต้องมีค่าเป็นบวกทั้งหมด แต่ในระบบอันดับ 3 ขึ้นไป เงื่อนไขในการตรวจสอบเสถียรภาพต้องใช้วิธีหาค่า Hurwitz ดีเทอร์มิแนนท์ ซึ่งถ้ามีค่ามากกว่า 0 จึงจะถือว่าระบบมีเสถียรภาพแล้วจึงนำไปกำหนดช่วงของดัชนีเสถียรภาพ เพื่อใช้กำหนดกฎพีซีซี

4.1.3 สรุปผลการทดลองที่ 3.4

ในส่วนนี้จะเป็นการเก็บผลการทดลองเพื่อดูว่าตรงตามทฤษฎีที่ตั้งไว้หรือไม่ จากการ simulate ปรากฏว่า ตัวควบคุมสามารถเลือกค่า R ที่ทำให้ตัวควบคุมมีเสถียรภาพได้แม้พารามิเตอร์ของระบบจะมีการเปลี่ยนแปลงในช่วงกว้าง ระบบก็ยังสามารถปรับแต่งให้ตัวควบคุมมีเสถียรภาพควบคู่ไปกับเสถียรภาพของระบบได้

4.2 ปัญหาในการทำงานและแนวทางในการแก้ไข

4.2.1 ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อเริ่มศึกษาทฤษฎี

ปัญหาที่พบคือหนังสือแต่ละเล่มมีลักษณะการนำเสนอไม่เหมือนกัน บางเล่มไม่ตรงกับจุดประสงค์ บางเล่มเนื้อหาไม่เพียงพอ หรือมีการสมมติค่าตัวแปรขึ้นมาเฉย ๆ ไม่มีที่มา จึงเป็นการยากที่จะทำการศึกษาได้อย่างรวดเร็ว แนวทางในการแก้ไขปัญหานี้ คือ สอบถามกับอาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์ท่านอื่น ๆ รวมทั้งนำหนังสือหลายๆ เล่มมาเปรียบเทียบกันเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ

4.2.2 ปัญหาในขั้นตอนการเขียน โปรแกรม

ปัญหาในเรื่องค่าเริ่มต้น (initial condition) ในหนังสือบางเล่มยกสมการมาใช้ แต่ในการนำมาเขียน โปรแกรมจำเป็นต้องกำหนดค่าเริ่มต้นด้วย หากกำหนดผิด อาจทำให้โปรแกรมไม่สามารถคำนวณค่าออกมาได้เลย ในบางครั้งจึงต้องมีการลองผิดลองถูกก่อน จากนั้นจึงคิดย้อนว่าทำไมต้องเลือกค่าเริ่มต้นในช่วงนี้

4.3 ผลที่ได้รับจากโครงการนี้

1. เข้าใจหลักการควบคุมแบบอะแดพทีฟ
2. สามารถหน่อกลั่นผลพารามิเตอร์ด้วยวิธี RLS ได้
3. มีความเข้าใจในทฤษฎีพีชคณิตเชิงซ้อน
4. สามารถออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีอะแดพทีฟโพลเพลซเมนต์ได้
5. สามารถเขียนโปรแกรมเพื่อควบคุมระบบ โดยใช้หลักการอะแดพทีฟโพลเพลซเมนต์

4.4 แนวทางในการพัฒนา

โครงการนี้เป็นการจำลองการทำงานของระบบควบคุมแบบ อะแดพทีฟโพลเพลซเมนต์ การพัฒนาขั้นต่อไป คือนำโปรแกรมที่เขียนขึ้นมา ไปทำการประยุกต์ใช้กับระบบที่เป็นระบบจริงได้



ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A. การแปลง z (z -Transform)

1. ตารางการแปลง z

Laplace Transform	z -Transform
1	1
$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
$\frac{1}{s+\alpha}$	$\frac{1}{1-z^{-1}e^{-\alpha T}}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$\frac{Tz^{-1}e^{-\alpha T}}{(1-z^{-1}e^{-\alpha T})^2}$
$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z^{-1}\sin\omega T}{1-2z^{-1}\cos\omega T+z^{-2}}$
$\frac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$	$\frac{z^{-1}e^{-\alpha T}\sin\omega T}{1-2z^{-1}e^{-\alpha T}\cos\omega T+z^{-2}e^{-2\alpha T}}$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{1-z^{-1}\cos\omega T}{1-2z^{-1}\cos\omega T+z^{-2}}$
$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$	$\frac{1-z^{-1}e^{-\alpha T}\cos\omega T}{1-2z^{-1}e^{-\alpha T}\cos\omega T+z^{-2}e^{-2\alpha T}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การแปลง z โดยวิธี Zero-order hold

Order 2 ;
$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} ; \zeta \leq 1$$

$G(s)$ is transformed into $G(q^{-1})$ by zero-order hold method

$$G(q^{-1}) = (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{K\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{A_1}{s} + \frac{B_1 s + C_1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} ; \zeta \leq 1 \quad (\text{partial fraction})$$

$$K\omega_n^2 = A_1(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) + (B_1 s + C_1)s$$

$$s = 0 ; K\omega_n^2 = A_1\omega_n^2 \Rightarrow A_1 = K$$

$$s = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} ; K\omega_n^2 = \left[B_1(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}) + C_1 \right] (-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})$$

$$\frac{K\omega_n^2}{-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = (-B_1\zeta\omega_n + C_1) + jB_1\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\frac{K\omega_n^2}{-\zeta + j\sqrt{1-\zeta^2}} \times \frac{-\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2}} = (-B_1\zeta\omega_n + C_1) + jB_1\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$-K\zeta\omega_n - jK\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = (-B_1\zeta\omega_n + C_1) + jB_1\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

imaginary part $-jK\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = jB_1\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \Rightarrow B_1 = -K$

real part $-K\zeta\omega_n = -B_1\zeta\omega_n + C_1 \Rightarrow -K\zeta\omega_n = K\zeta\omega_n + C_1 \Rightarrow C_1 = -2K\zeta\omega_n$

so that
$$\frac{G(s)}{s} = \frac{K\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{K}{s} + \frac{-Ks - 2K\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} ; \zeta \leq 1$$

$$G(q^{-1}) = (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{K}{s} + \frac{-Ks - 2K\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right\}$$

from z-transform table
$$Z \left\{ \frac{1}{s} \right\} = \frac{1}{1 - q^{-1}} \Rightarrow Z \left\{ \frac{K}{s} \right\} = \frac{K}{1 - q^{-1}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(q^{-1}) = K + (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{-Ks - 2K\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right\} = K + (1 - q^{-1})G_d(q^{-1}) \quad \text{----- (1)}$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \zeta^2\omega_n^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2) = (s + \zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2})^2$$

let $\alpha = \zeta\omega_n$; $\beta = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$

so that $G_d(q^{-1}) = Z \left\{ \frac{-Ks - 2K\alpha}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \right\} = Z \left\{ \frac{-K(s + \alpha)}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \right\} - Z \left\{ \frac{K\alpha}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \right\}$

from z-transform table $Z \left\{ \frac{(s + \alpha)}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \right\} = \frac{1 - q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$;

where T is sampling time

and $Z \left\{ \frac{1}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \right\} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{q^{-1}e^{-\alpha T} \sin \beta T}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} \right)$

$$G_d(q^{-1}) = \frac{-K(1 - q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T)}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} - \frac{K\alpha}{\beta} \left(\frac{q^{-1}e^{-\alpha T} \sin \beta T}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} \right)$$

$$G_d(q^{-1}) = \frac{-K + q^{-1}Ke^{-\alpha T} \cos \beta T - q^{-1} \frac{K\alpha}{\beta} e^{-\alpha T} \sin \beta T}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$$

$$G_d(q^{-1}) = \frac{-K + q^{-1}Ke^{-\alpha T} \left(\cos \beta T - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta T \right)}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$$

from (1) ; so that $G(q^{-1}) = K + (1 - q^{-1}) \frac{-K + q^{-1}Ke^{-\alpha T} \left(\cos \beta T - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta T \right)}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$

let $p = \left(\cos \beta T - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta T \right)$

$$G(q^{-1}) = K + \frac{-K + q^{-1}(K + Ke^{-\alpha T} p) - q^{-2}Ke^{-\alpha T} p}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$$

$$G(q^{-1}) = \frac{K(1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + e^{-2\alpha T} q^{-2}) - K + q^{-1}(K + Ke^{-\alpha T} p) - q^{-2}Ke^{-\alpha T} p}{1 - 2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(q^{-1}) = \frac{q^{-1} \left[K + Ke^{-\alpha T} \left(\cos \beta T - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta T \right) - 2Ke^{-\alpha T} \cos \beta T \right] + q^{-2} Ke^{-\alpha T} (e^{-\alpha T} - p)}{1 - 2q^{-1} e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2} e^{-2\alpha T}}$$

$$G(q^{-1}) = \frac{q^{-1} K \left[1 - \frac{\alpha}{\beta} e^{-\alpha T} \sin \beta T - e^{-\alpha T} \cos \beta T \right] + q^{-2} Ke^{-\alpha T} \left[e^{-\alpha T} - \cos \beta T + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta T \right]}{1 - 2q^{-1} e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2} e^{-2\alpha T}}$$

Order 3 ; $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{(s+b)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} ; \zeta \leq 1$

$G(s)$ is transformed into $G(q^{-1})$ by zero-order hold method

$$G(q^{-1}) = (1 - q^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{K\omega_n^2}{s(s+b)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} ; \zeta \leq 1 \text{ (partial fraction)}$$

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{A_2}{s} + \frac{B_2 s + C_2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} + \frac{D_2}{s+b}$$

$$K\omega_n^2 = A_2(s+b)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) + (B_2 s + C_2)s(s+b) + D_2 s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$$

$$s=0 ; K\omega_n^2 = A_2 b \omega_n^2 \Rightarrow A_2 = \frac{K}{b} \text{ ----- (2)}$$

$$s=-b ; K\omega_n^2 = -D_2 b(b^2 - 2\zeta\omega_n b + \omega_n^2) \Rightarrow D_2 = \frac{-K\omega_n^2}{b(b^2 - 2\zeta\omega_n b + \omega_n^2)} \text{ ----- (3)}$$

$$s = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} ;$$

$$K\omega_n^2 = [B_2(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}) + C_2] (-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}) (-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} + b)$$

$$\frac{K\omega_n^2}{-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = [(-B_2\zeta\omega_n + C_2) + jB_2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}] (b - \zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})$$

$$K\omega_n(-\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2}) = [(-B_2\zeta\omega_n + C_2) + jB_2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}] (b - \zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{K\omega_n(-\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2})}{b - \zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = \left[(-B_2\zeta\omega_n + C_2) + jB_2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \right]$$

$$\frac{K\omega_n(2\zeta^2\omega_n - b\zeta - \omega_n)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} + j\frac{K\omega_n(2\zeta\omega_n - b)\sqrt{1-\zeta^2}}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} = \left[(-B_2\zeta\omega_n + C_2) + jB_2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \right]$$

imaginary part
$$j\frac{K\omega_n(2\zeta\omega_n - b)\sqrt{1-\zeta^2}}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} = jB_2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$B_2 = \frac{K(2\zeta\omega_n - b)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} \quad \text{----- (4)}$$

real part
$$\frac{K\omega_n(2\zeta^2\omega_n - b\zeta - \omega_n)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} = -B_2\zeta\omega_n + C_2$$

$$C_2 = \frac{K\omega_n(2\zeta^2\omega_n - b\zeta - \omega_n)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} + B_2\zeta\omega_n = \frac{K\omega_n(2\zeta^2\omega_n - b\zeta - \omega_n)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} + \frac{K\zeta\omega_n(2\zeta\omega_n - b)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2}$$

$$C_2 = \frac{K\omega_n(2\zeta^2\omega_n - b\zeta - \omega_n) + K\zeta\omega_n(2\zeta\omega_n - b)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2}$$

$$C_2 = \frac{K\omega_n(4\zeta^2\omega_n - 2b\zeta - \omega_n)}{b^2 - 2b\zeta\omega_n + \omega_n^2} \quad \text{----- (5)}$$

so that
$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = (1-q^{-1}) Z \left\{ \frac{A_2}{s} + \frac{B_2s + C_2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} + \frac{D_2}{s+b} \right\}$$

where A_2, D_2, B_2, C_2 are defined by (2), (3), (4), (5)

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \zeta^2\omega_n^2 + \omega_n^2(1-\zeta^2) = (s + \zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})^2$$

let
$$\alpha = \zeta\omega_n \quad ; \quad \beta = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

so that
$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) Z \left\{ \frac{A_2}{s} + \frac{B_2s + C_2}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} + \frac{D_2}{s+b} \right\}$$

$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) Z \left\{ \frac{A_2}{s} + \frac{B_2(s+\alpha) + (C_2 - B_2\alpha)}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} + \frac{D_2}{s+b} \right\}$$

from z-transform table
$$Z \left\{ \frac{1}{s} \right\} = \frac{1}{1-q^{-1}} \Rightarrow Z \left\{ \frac{A_2}{s} \right\} = \frac{A_2}{1-q^{-1}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

and
$$Z\left\{\frac{1}{s+b}\right\} = \frac{1}{1-q^{-1}e^{-bT}} \Rightarrow Z\left\{\frac{D_2}{s+b}\right\} = \frac{D_2}{1-q^{-1}e^{-bT}}$$

and
$$Z\left\{\frac{(s+\alpha)}{(s+\alpha)^2+\beta^2}\right\} = \frac{1-q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T}{1-2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} ;$$

and
$$Z\left\{\frac{1}{(s+\alpha)^2+\beta^2}\right\} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{q^{-1}e^{-\alpha T} \sin \beta T}{1-2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} \right)$$

$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) \left[\frac{A_2}{1-q^{-1}} + \frac{B_2(1-q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T) + q^{-1} \frac{C_2 - B_2\alpha}{\beta} e^{-\alpha T} \sin \beta T}{1-2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} + \frac{D_2}{1-q^{-1}e^{-bT}} \right]$$

$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) \left[\frac{A_2}{1-q^{-1}} + \frac{B_2 + q^{-1}e^{-\alpha T} \left(\frac{C_2 - B_2\alpha}{\beta} \sin \beta T - B_2 \cos \beta T \right)}{1-2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} + \frac{D_2}{1-q^{-1}e^{-bT}} \right]$$

let

$$L_2 = \left(\frac{C_2 - B_2\alpha}{\beta} \sin \beta T - B_2 \cos \beta T \right)$$

so that

$$G(q^{-1}) = (1-q^{-1}) \left[\frac{A_2}{1-q^{-1}} + \frac{B_2 + q^{-1}e^{-\alpha T} L_2}{1-2q^{-1}e^{-\alpha T} \cos \beta T + q^{-2}e^{-2\alpha T}} + \frac{D_2}{1-q^{-1}e^{-bT}} \right]$$

$$G(q^{-1}) = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 q^{-1} + \lambda_2 q^{-2} + \lambda_3 q^{-3}}{1-q^{-1}(e^{-bT} + 2e^{-\alpha T} \cos \beta T) + q^{-2}(e^{-2\alpha T} + 2e^{-\alpha T - bT} \cos \beta T) - q^{-3}e^{-2\alpha T - bT}}$$

where

$$\lambda_0 = A_2 + B_2 + D_2 = 0$$

$$\lambda_1 = A_2 + D_2 e^{-bT} + 2B_2 e^{-\alpha T} \cos \beta T + L_2 e^{-\alpha T}$$

$$\lambda_2 = e^{-\alpha T} (2A_2 e^{-bT} \cos \beta T - B_2 e^{-\alpha T} + 2D_2 \cos \beta T - L_2 e^{-bT} - L_2) + B_2 e^{-bT}$$

$$\lambda_3 = e^{-\alpha T} (-A_2 e^{-\alpha T - bT} - D_2 e^{-\alpha T} + L_2 e^{-bT})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

B. บทวิเคราะห์เมตริกซ์และเวกเตอร์ (Vector-matrix analysis)

1. นิยาม (Definitions)

กำหนดให้ $\mathbf{A} = [a_{ij}]$

เมตริกซ์สังยุค (Conjugate matrix)

เราเรียก $\overline{\mathbf{A}} = [\overline{a_{ij}}]$ ว่าเป็น Conjugate matrix ของ \mathbf{A}

ทรานสโพส (Transpose)

เราเรียก $\mathbf{A}^T = [a_{ji}]$ ว่าเป็น Transpose ของ \mathbf{A}

ทรานสโพสของเมตริกซ์สังยุค (Conjugate transpose)

เราเรียก $\overline{\mathbf{A}}^T = \mathbf{A}^* = [\overline{a_{ji}}]$ ว่าเป็น Conjugate transpose ของ \mathbf{A}

เมตริกซ์สมมาตร (Symmetric matrix)

\mathbf{A} เป็น Symmetric matrix เมื่อ $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$

เมตริกซ์สมมาตรบิดเบือน (Skew-symmetric matrix)

\mathbf{A} เป็น Skew-symmetric matrix เมื่อ $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$

Positive definite

กำหนดให้เมตริกซ์ \mathbf{A} มีขนาด $n \times n$ และเวกเตอร์ \mathbf{x} ขนาด $n \times 1$

\mathbf{A} เป็น Positive definite เมื่อ \mathbf{A} เป็นเมตริกซ์สมมาตรของจำนวนจริง ซึ่งทำให้

$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ และ $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = 0$ เมื่อ $\mathbf{x} = \mathbf{0}$

2. กฎการดำเนินการของเมตริกซ์ (Rules of matrix operations)

$$[\mathbf{AB}]^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$$

$$[\mathbf{AB}]^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$$

2.1 matrix inversion lemma

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1}$$

$$[A + BCD]^{-1}[A + BCD] =$$

$$A^{-1}[A + BCD] - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1}[A + BCD].$$

$$I = [A^{-1}A + A^{-1}BCD] - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1}[A + BCD]$$

$$I = [I + A^{-1}BCD] - [B^{-1}A]^{-1}[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1}[A + BCD]$$

$$I = [I + A^{-1}BCD] - [(DA^{-1}B + C^{-1})(B^{-1}A)]^{-1}[DA^{-1}A + DA^{-1}BCD]$$

$$I = [I + A^{-1}BCD] - [DA^{-1}BB^{-1}A + C^{-1}B^{-1}A]^{-1}[DA^{-1}A + DA^{-1}BCD]$$

$$I = [I + A^{-1}BCD] - [D + C^{-1}B^{-1}A]^{-1}[D + DA^{-1}BCD]$$

$$[D + C^{-1}B^{-1}A] = [D + C^{-1}B^{-1}A][I + A^{-1}BCD] - [D + C^{-1}B^{-1}A][D + C^{-1}B^{-1}A]^{-1}[D + DA^{-1}BCD]$$

$$[D + C^{-1}B^{-1}A] = [D + C^{-1}B^{-1}A] + [D + C^{-1}B^{-1}A]A^{-1}BCD - [D + DA^{-1}BCD]$$

$$[D + C^{-1}B^{-1}A] = [D + C^{-1}B^{-1}A] + [DA^{-1}BCD + C^{-1}B^{-1}AA^{-1}BCD] - [D + DA^{-1}BCD]$$

$$[D + C^{-1}B^{-1}A] = [D + C^{-1}B^{-1}A] + [DA^{-1}BCD + D] - [D + DA^{-1}BCD]$$

Q.E.D.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การหาอนุพันธ์ของค่าคงที่เทียบกับเวกเตอร์

ถ้า V เป็นค่าคงที่ และเป็นฟังก์ชันของเวกเตอร์ \mathbf{x} จะได้ว่า

$$\text{เมื่อ } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{จะได้} \quad \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial V}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

และเมื่อ $\mathbf{y}^T = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$

กำหนดให้ $V = \mathbf{y}^T \mathbf{x} = y_1 x_1 + y_2 x_2 + \dots + y_n x_n$ ซึ่งเป็นค่าคงที่

ดังนั้น

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{y}^T \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} (\mathbf{y}^T \mathbf{x}) \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_n} (\mathbf{y}^T \mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \mathbf{y}$$

C. source code ที่เขียนโดยใช้โปรแกรม MATLAB

1. โปรแกรมในส่วนของ Recursive Least Square

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **stpin.m**

page 1/1

```

hpe=50;           % set sample number of half period
wave=4;          % set number of square wave
ignore=5;

for mm=0:wave-1
    for nn=0:2*hpe-1
        if nn<hpe
            stp(2*hpe*mm+nn+ignore)=1;
        else
            stp(2*hpe*mm+nn+ignore)=-1;
        end
        samp(2*hpe*mm+nn+ignore)=2*hpe*mm+nn;
    end
end
end

```

1.1 plant อันดับ 2

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **zoh2nd.m**

page 1/1

```

K=1;              % gain
ts=0.02;          % sampling time
alp=da*wn;        % alpha
be=wn*sqrt(1-da*da); % beta
si=sin(be*ts);   % sin(beta*ts)
co=cos(be*ts);   % cos(beta*ts)
ex=exp(-alp*ts); % exp(-alp*ts)
b1=K*ex*(ex-co+((alp/be)*si));
b0=K*(1-((alp/be)*ex*si)-(ex*co));
a1=-2*ex*co;
a2=ex*ex;
z=tf('z',ts);

% discrete transfer function
gz=(z*b0+b1)/(z*z+z*a1+a2); % g(z)

```

```

% discrete canonical form; x(k+1)=Ax(k)+Bu(k); y(k)=Cx(k);
A=[0 1;-a2 -a1];B=[0;1];C=[b1 b0];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
 File name **io2nd.m**

page 1/2

```

stpin

u=stp;
wn0=0;da0=0;
lam=0.99;           % lambda , forgetting factor
parak0=[0;0;0;0];  % initial parameter vector
y(ignore-1)=0;      % initial value of output

for kk=ignore:2*hpe*wave-1+ignore

    if kk<hpe*wave+ignore
        wn=45;da=0.15;
    else
        wn=7;da=0.45;
    end

    % set initial adaptation gain  $P(k-1)=(1e4)I$ 
    % when parameter change widely
    if (wn0~=wn)|(da0~=da)
        Pk0=(1e4)*eye(4);
        par=parak0;
    end

    zoh2nd           % call file zoh2nd

    % difference equation
    y(kk)=-a1*y(kk-1)-a2*y(kk-2)+b0*u(kk-2)+b1*u(kk-3);

    % regression vector
    regr=[-y(kk-1);-y(kk-2);u(kk-2);u(kk-3)];

    % error
    err(kk)=y(kk)-regr'*parak0;

    % adaptation gain
    Pk=(Pk0-(Pk0*regr*regr'*Pk0)/(lam+regr'*Pk0*regr))/lam;

    % parameter vector
    parak=parak0+(Pk0*regr*err(kk))/(lam+regr'*Pk0*regr);

    parameter(:,kk)=parak;
    parak0=parak;
    Pk0=Pk;
    wn0=wn;da0=da;
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **io2nd.m**

page 2/2

```
% plot parameter & sample number
plot(samp,parameter(1,:), 'b. ');
hold on
plot(samp,parameter(2,:), 'r. ');
plot(samp,parameter(3,:), 'm. ');
plot(samp,parameter(4,:), 'k. ');

% plot output
figure;plot(samp,y, '.');
```

เมื่อทำการ run ไฟล์ io2nd จะได้กราฟ output และกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า parameter และค่า sample number ของ plant อันดับ 2

1.2 plant อันดับ 3

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **zoh3rd.m**

page 1/2

```
K=50;d=50; % constant value
ts=0.02; % sampling time
alp=da*wn; % alpha
bet=wn*sqrt(1-da*da); % beta
exd=exp(-d*ts); % exp(-d*Ts)
exalp=exp(-alp*ts); % exp(-alpha*Ts)
co=cos(bet*ts); % cos(beta*Ts)
si=sin(bet*ts); % sin(beta*Ts)

% constant value in partial fraction method
A2=K/d;
B2=(K*(2*da*wn-d))/(d*d-2*d*wn*da+wn*wn);
C2=(K*wn*(4*da*da*wn-2*d*da-wn))/(d*d-2*d*wn*da+wn*wn);
D2=(-K*wn*wn)/(d*((d*d)-(2*d*wn*da)+(wn*wn)));

L2=((C2-B2*alp)/bet)*si-B2*co;

a0=1;
a1=-exd-2*exalp*co;
a2=exalp*exalp+2*exalp*exd*co;
a3=-exalp*exalp*exd;
```

```
b0=A2+(D2*exd)+(2*B2*exalp*co)+(L2*exalp);
b1=(exalp*(2*A2*exd*co-exd*L2+2*D2*co-L2-B2*exalp))+B2*exd;
b2=exalp*(1-A2*exalp*exd)+(L2*exd)-(exalp*D2);
```

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูง
ไม่วารณใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **zoh3rd.m**

page 2/2

```
num=[b0 b1 b2];
den=[a0 a1 a2 a3];

z=tf('z',ts);
gz=num*[z*z;z;1]/(den*[z*z*z;z*z;z;1]); % g(z)

% discrete canonical form state space
A=[0 1 0;0 0 1;-a3 -a2 -a1];B=[0;0;1];C=[b2 b1 b0];
```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **io3rd.m**

page 1/2

```
stpin

u=stp;
wn0=0;da0=0;
lam=0.99; % lambda , forgetting factor
parak0=[0;0;0;0;0;0]; % initial parameter vector
y(ignore-1)=0; % initial value of output

for kk=ignore:2*hpe*wave-1+ignore

    if kk<hpe*wave+ignore
        wn=60;da=0.1;
    else
        wn=20;da=0.4;
    end

    % set initial adaptation gain P(k-1)=(1e4)I
    % when parameter change widely
    if (wn0~=wn)|(da0~=da)
        Pk0=(1e6)*eye(6);
        par=parak0;
    end

    zoh3rd

    % difference equation
    y(kk)=-a1*y(kk-1)-a2*y(kk-2)-a3*y(kk-3)+b0*u(kk-2)
        +b1*u(kk-3)+b2*u(kk-4);

    % regression vector
```

```
regr=[y(kk-1);y(kk-2);y(kk-3);u(kk-2);u(kk-3);u(kk-4)];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **io3rd.m**

page 2/2

```
% error
    err(kk)=y(kk)-regr'*parak0;

% adaptation gain
    Pk=(Pk0-(Pk0*regr*regr'*Pk0)/(lam+regr'*Pk0*regr))/lam;

% parameter vector
    parak=parak0+(Pk0*regr*err(kk))/(lam+regr'*Pk0*regr);

    parameter(:,kk)=parak;
    parak0=parak;
    Pk0=Pk;
    wn0=wn;da0=da;
end

% plot parameter & sample number
plot(samp,parameter(1,:), 'b. ');
hold on
plot(samp,parameter(2,:), 'r. ');
plot(samp,parameter(3,:), 'm. ');
plot(samp,parameter(4,:), 'k. ');
plot(samp,parameter(5,:), 'g. ');
plot(samp,parameter(6,:), 'y. ');

% plot output
figure;plot(samp,y, 'b. ');
```

เมื่อทำการ run ไฟล์ io3rd จะได้กราฟ output และกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า parameter และค่า sample number ของ plant อันดับ 3

2. โปรแกรมที่ใช้วาดกราฟ เพื่อเลือกค่าดัชนีเสถียรภาพที่เหมาะสม

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **uinp.m**

page 1/2

```
ign=5;
for mm=0:5
    for nn=0:149
        if nn<75
            inp(150*mm+nn+1+ign)=1;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **uinp.m**

page 2/2

```

else
    inp(150*mm+nn+1+ign)=-1;
end
stt(150*mm+nn+1+ign)=150*mm+nn;
end
end
end

```

2.1 ระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **tune2nd.m**

page 1/2

```

% find P from Riccati Equation
Q=100*eye(2);
[K,P,E] = DLQR(A,B,Q,R,zeros(2,1));
% clear unused variable
clear K E

% steady state optimal feed-back gain
F=(inv(R+B'*P*B))*B'*P*A;
% controller parameter
g=F*B+1;
E=[A-eye(2) B;C 0];
HK=[F*A*A F*A*B+g]*inv(E);
K=HK(1,3);
H=HK(1,1:2);
% state space of servo system
% xx(k+1)=AAxx(k)+BByr(k) ; yk(k)=CCxx(k)
AA=[A B [0;0];[0 0] 0 1;+H*(A-eye(2))-K*C -H*B+g -g+1];
BB=[0;0;B]*K;
% characteristic equation of servo system
D=poly(AA)';
D(6,1)=0;
% Sylvester matrix by Diophantine equation
M=[ 1 0 0 0 0 0 ;
-1+a1 1 0 0 0 0 ;
-a1+a2 -1+a1 1 b0 0 0 ;
-a2 -a1+a2 -1+a1 b1 b0 0 ;
0 -a2 -a1+a2 0 b1 b0 ;
0 0 -a2 0 0 b1];
% calculate R & S
RS=(inv(M))*D;
S=RS(1:3,1);
RR=RS(4:6,1);
TT=(D(1)+D(2)+D(3))/(b0+b1);

```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **tune2nd.m**

page 2/2

```
% continuous characteristic equation of Sc
% (transform by bilinear method)
f2=(ts^2)*(1-S(2)+S(3));
f1=4*ts*(1-S(3));
f0=4*(1+S(2)+S(3));
ps=[f2 f1 f0];
% stability index
if f1<0
    gamma=0;
else
    gamma=(f1*f1)/(f0*f2);
end

% find ug(k-1) , fuzzy
centroid2nd

% next R
nextR=R*10^(-.5*ug);
```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **centroid2nd.m**

page 1/1

```
if gamma<=0.03
    ug=-2/3;

elseif (gamma>0.03)&(gamma<=0.1)
    mew=(0.1-gamma)/.07;
    ug=(mew*mew*mew/6-mew*mew/2)/(1-mew*mew/2);

elseif (gamma>0.1)&(gamma<=0.3)
    mew=(gamma-0.1)/.2;
    ug=- (mew*mew*mew/6-mew*mew/2)/(1-mew*mew/2);

else
    ug=2/3;

end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **servo2nd.m**

page 1/1

```

uinp
TT=(D(1)+D(2)+D(3))/(b0+b1);
outservo(ign)=0;
Mp=0;

for jj=0:449
    outservo(jj+ign)=(b0*inp(jj+ign-2)+b1*inp(jj+ign-3))*TT
                    -D(2)*outservo(jj+ign-1)
                    -D(3)*outservo(jj+ign-2);
    error(jj+ign)=1-abs(outservo(jj+ign));

    if (abs(error(jj+ign))<=0.02)&(abs(error(jj-1+ign))>=0.02)
        settl=mod(jj,75);
    end

    if abs(outservo(jj+ign))-1>Mp
        Mp=(abs(outservo(jj+ign))-1);
        Mpf=mod(jj,75);
    end

end
end

```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **varyR2nd.m**

page 1/1

```

for kk=0:35
    semiR(kk+1)=kk/5;
    R=10^(semiR(kk+1));
    Ri(kk+1)=R;
    zoh2nd
    tune2nd

    ff0(kk+1)=f0;
    ff1(kk+1)=f1;
    ff2(kk+1)=f2;
    vgamma(kk+1)=gamma;

    servo2nd
    settle(kk+1)=settl;
    Maxp(kk+1)=Mp*100;
end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือนำไปใช้
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **plot2nd.m**

page 1/1

```
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff0,'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff0,'k--');
ylabel('p0');
```

```
figure
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff1,'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff1,'k--');
ylabel('p1');
```

```
figure
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff2,'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri,ff2,'k--');
ylabel('p2');
```

```
figure
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri(9:36),settle(9:36),'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri(17:36),settle(17:36),'k--');
ylabel('Settling time');
```

```
figure
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri(9:36),Maxp(9:36),'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri(17:36),Maxp(17:36),'k--');
ylabel('Maximum overshoot');
```

```
figure
clear;da=0.15;wn=45;varyR2nd;
semilogx(Ri(9:36),vgamma(9:36),'k');
hold on
clear;da=0.45;wn=7;varyR2nd;
semilogx(Ri(17:36),vgamma(17:36),'k--');
ylabel('stability index');
```



เมื่อทำการ run ไฟล์ plot2nd จะได้กราฟความสั่นพ้องระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ของ $p(s)$, settling time , maximum overshoot , stability index และค่า weight R ของระบบเซอร์โวที่ เกิดจาก plant อันดับ 2

2.2 ระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name tune3rd.m

page 1/2

```
% find P from Riccati Equation
Q=100*eye(3);
[K,P,E] = DLQR(A,B,Q,R,zeros(3,1));
% clear unused variable
clear K E

% steady state optimal feed-back gain
F=(inv(R+B'*P*B))*B'*P*A;
% controller parameter
g=F*B+1;
E=[A-eye(3) B;C 0];
HK=[F*A*A F*A*B+g]*inv(E);
K=HK(1,4);
H=HK(1,1:3);
% state space of servo system
% xx(k+1)=AAxx(k)+BByr(k) ; yk(k)=CCxx(k)
AA=[A B [0;0;0];[0 0 0] 0 1;
-H*(A-eye(3))-K*C -H*B+g -g+1];
BB=[0;0;B]*K;
% characteristic equation of servo system
D=poly(AA)';
D(7:8,1)=[0;0];
% Sylvestermatrix by Diophantine equation
M=[ 1 0 0 0 0 0 0 0 ;
-1+a1 1 0 0 0 0 0 0 ;
-a1+a2 -1+a1 1 0 b0 0 0 0 ;
-a2+a3 -a1+a2 -1+a1 1 b1 b0 0 0 ;
-a3 -a2+a3 -a1+a2 -1+a1 b2 b1 b0 0 ;
0 -a3 -a2+a3 -a1+a2 0 b2 b1 b0 ;
0 0 -a3 -a2+a3 0 0 b2 b1 ;
0 0 0 -a3 0 0 0 b2];
% calculate R & S
RS=(inv(M))*D;
S=RS(1:4,1);
RR=RS(5:8,1);
TT=(D(1)+D(2)+D(3)+D(4))/(b0+b1+b2);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **tune3rd.m**

page 2/2

```
% continuous characteristic equation of Sc
% (transform by bilinear method)
f3=(ts^3)*(1-S(2)+S(3)-S(4));
f2=2*(ts^2)*(3-S(2)-S(3)+3*S(4));
f1=4*ts*(3+S(2)-S(3)-3*S(4));
f0=8*(1+S(2)+S(3)+S(4));
ps=[f3 f2 f1 f0];
% Hurwitz determinant
H2=(f1*f2)-(f0*f3);
% stability index
gam1=(f1*f1)/(f0*f2);
gam2=(f2*f2)/(f1*f3);
gamma=gam1*gam2;
% find ug(k-1) , fuzzy
centroid3rd
% next R
nextR=R*10^(-.4*ug);
```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **centroid3rd.m**

page 1/1

```
if gamma<=1.25
    ug=-2/3;

elseif (gamma>1.25)&(gamma<=1.35)
    mew=(1.35-gamma)/.1;
    ug=(mew*mew*mew/6-mew*mew/2)/(1-mew*mew/2);

elseif (gamma>1.35)&(gamma<=1.7)
    mew=(gamma-1.35)/.35;
    ug=-(mew*mew*mew/6-mew*mew/2)/(1-mew*mew/2);

else
    ug=2/3;

end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
 File name **servo3rd.m**

page 1/1

```

uinp
TT=(D(1)+D(2)+D(3)+D(4))/(b0+b1+b2);
outservo(ign)=0;
Mp=0;
for jj=0:449
    outservo(jj+ign)=(b0*inp(jj+ign-2)+b1*inp(jj+ign-3)
        +b2*inp(jj+ign-4))*TT
        -D(2)*outservo(jj+ign-1)
        -D(3)*outservo(jj+ign-2)
        -D(4)*outservo(jj+ign-3);
    error(jj+ign)=1-abs(outservo(jj+ign));

    if (abs(error(jj+ign))<=0.02)&(abs(error(jj-1+ign))>=0.02)
        settl=mod(jj,75);
    end

    if abs(outservo(jj+ign))-1>Mp
        Mp=(abs(outservo(jj+ign))-1);
        Mpf=mod(jj,75);
    end
end
end

```

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
 File name **varyR3rd.m**

page 1/1

```

for kk=0:35
    semiR(kk+1)=kk/5;
    R=10^(semiR(kk+1));
    Ri(kk+1)=R;
    zoh3rd
    tune3rd

    ff0(kk+1)=f0;
    ff1(kk+1)=f1;
    ff2(kk+1)=f2;
    ff3(kk+1)=f3;
    Hur2(kk+1)=H2;
    vgamma(kk+1)=gamma;

    servo3rd
    settle(kk+1)=settl;
    Maxp(kk+1)=Mp*100;
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **plot3rd.m**

page 1/2

```
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff0,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff0,'k--');
ylabel('p0');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff1,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff1,'k--');
ylabel('p1');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff2,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff2,'k--');
ylabel('p2');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff3,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,ff3,'k--');
ylabel('p3');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,Hur2,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,Hur2,'k--');
ylabel('Hurwitz determinant');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri(11:36),settle(11:36),'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri(21:36),settle(21:36),'k--');
ylabel('settling time');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **plot3rd.m**

page 2/2

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri(11:36),Maxp(11:36),'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri(21:36),Maxp(21:36),'k--');
ylabel('Mp');
```

```
figure
clear;da=0.1;wn=60;varyR3rd;
semilogx(Ri,vgamma,'k');
hold on
clear;da=0.4;wn=20;varyR3rd;
semilogx(Ri,vgamma,'k--');
ylabel('stability index');
```

เมื่อทำการ run ไฟล์ plot3rd จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ของ $p(s)$, Hurwitz determinant , settling time , maximum overshoot , stability index และค่า weight R ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

พิจารณาจากกราฟที่ได้ เพื่อหาค่า stability index ที่เหมาะสม

3. โปรแกรมที่ใช้วาดกราฟ แสดงผล output

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **stpinput.m**

page 1/1

```
hpe=50; % set sample number in half period
wave=8; % set number of wave
ignore=5;
```

```
for mm=0:wave-1
    for nn=0:2*hpe-1
        if nn<hpe
            stp(2*hpe*mm+nn+ignore)=1;
        else
            stp(2*hpe*mm+nn+ignore)=-1;
        end
        samp(2*hpe*mm+nn+ignore)=2*hpe*mm+nn;
    end
end
```

end

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1 output ของ plant อันดับ 2

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **outser2nd.m**

page 1/1

```

stpinput

u=stp;
wn0=0;da=0;                % nothing
yk(ignore)=0;

R=500;

for kk=ignore:2*hpe*wave-1+ignore

    if kk<hpe*wave+ignore
        wn=45;da=0.15;
    else
        wn=7;da=0.45;
    end

    if (wn0~=wn)|(da0~=da)
        zoh2nd;
    end

    tune2nd

    yk(kk)=TT*(b0*u(kk-2)+b1*u(kk-3))-D(2)*yk(kk-1)
            -D(3)*yk(kk-2);

    vgamma(kk)=gamma;
    vR(kk)=R;

    R=nextR;
    wn0=wn;
    da0=da;

end

plot(samp,yk,'k.')
figure;plot(samp,vgamma,'k.')
figure;semilogy(samp,vR,'k.')

```

เมื่อทำการ run ไฟล์ outser2nd จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า output , weight R , stability index และค่า sample number ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 output ของ plant อันดับ 3

Current Directory C:\MATLAB6p5\work\
File name **outs3rd.m**

page 1/1

```

stpinput

u=stp;
wn0=0;da0=0;           % nothing
yk(ignore)=0;

R=5e4;

for kk=ignore:2*hpe*wave-1+ignore

    if kk<hpe*wave+ignore
        wn=60;da=0.1;
    else
        wn=20;da=0.4;
    end

    if (wn0~=wn)|(da0~=da)
        zoh3rd;
    end
    tune3rd

    yk(kk)=TT*(b0*u(kk-2)+b1*u(kk-3)+b2*u(kk-4))
        -D(2)*yk(kk-1)-D(3)*yk(kk-2)-D(4)*yk(kk-3);

    vgamma(kk)=gamma;
    vR(kk)=R;

    R=nextR;
    wn0=wn;
    da0=da;

end

plot(samp,yk,'k.')
figure;plot(samp,vgamma,'k.')
figure;semilogy(samp,vR,'k.')

```

เมื่อทำการ run ไฟล์ outs3rd จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า output , weight R , stability index และค่า sample number ของระบบเซอร์โวที่เกิดจาก plant อันดับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เนื่องจากบุคคลสำคัญหลายท่าน ได้แก่ อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์พรสุข รติโรจน์อนันต์ เป็นผู้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่อการทำโครงการ อาจารย์ถาวร ที่ให้คำแนะนำและปรึกษาในการเขียนโปรแกรม ขอขอบคุณชุมชนมุสลิมอิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ และมีหนังสือที่เป็นประโยชน์ในการทำโครงการ รวมถึงสมาชิกชุมชนทุกคนที่คอยให้การช่วยเหลือ และที่ลืมไม่ได้คือ ขอขอบคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่น้อง ครอบครัว ที่ให้กำลังใจ และคอยให้การสนับสนุนเสมอมา ขออวยพรให้บุคคลที่กล่าวถึงมีจิตใจแจ่มใส สุขภาพร่างกายสมบูรณ์ แข็งแรง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนังสืออ้างอิง

Ogata K. **Discrete-time Control Systems**. Prentice-Hall, 1987

Landau I.D. **System Identification and Control Design**. Prentice-Hall, 1990.

Wellstead P.E. and Zarrop M.B. **Self-tuning Systems**. John Wiley and Sons, 1991.

Ingle V.K. and Proakis J.G. **Digital Signal Processing**. Brooks Cole, 2000.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้