

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ระบบควบคุมการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ

Electrical Feed Drive in Automation



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2546

เลขสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
เลขทะเบียน...55654
วัน,เดือน,ปี 4 พ.ค. 2548

b.....
i.....

ระบบควบคุมการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ
Electrical Feed Drive in Automation



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2546

ปริญญาโทปีการศึกษา 2546

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง ระบบควบคุมการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ

Electrical Feed Drive in Automation

โดย นางสาวมฤดี สุรกิจชัย 43010334

นายวสิน สันติชัยศรี 43010381

.....
(.....)

ดร.นนทวัฒน์ จุลเดชะ อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบควบคุมการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ

นางสาวมลฤดี สุรกิจชัย 43010334

นายวสิน สันติชัยศรี 43010381

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร.นนทวัฒน์ จุลเดชะ

ปีการศึกษา 2546

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ศึกษาการควบคุมตำแหน่งและความเร็วของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ในรูปแบบของการเชื่อมต่อในระบบ 2-mass oscillator โดยในส่วนของลู่วควบคุมความเร็ว จะศึกษาถึงความแตกต่างในการใช้ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงและตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา ส่วนของลู่วควบคุมตำแหน่งจะศึกษาถึงค่าตัวควบคุมตำแหน่ง K_p factor ที่เป็นไปได้ที่จะนำมาใช้ในระบบ 2-mass oscillator เพื่อให้ผลตอบสนองที่ได้เป็นผลตอบสนองที่ดีที่สุด

Electrical Feed Drive in Automation

Miss.Monrudee Surakitchai 43010334

Mr.Vasin Suntichaisri 43010381

Adviser

Dr.Nontawat Chuladaycha

Year of Education 2003

ABSTRACT

This thesis presents a manner to control the position and the velocity of DC motor in the form of the connection of 2-mass oscillator. The study of speed control loop is the difference between the PI controller with reference model and the conventional PI controller. Position control loop determines the possible K_v factor to used for 2-mass oscillator achieve the optimum response of the control loop.

สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ.....	1
บทที่ 2 พื้นฐานทางระบบควบคุม.....	2
2.1 อุปกรณ์ส่งผ่านพื้นฐาน.....	2
2.1.1 อัตราขยายของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Proportional Element (P-Element)).....	2
2.1.2 อัตราขยายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 1 (Mechanical Proportional Control Element with 1 st Order Delay (P-T ₁ -Element)).....	3
2.1.3 อัตราขยายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 2 (Mechanical Proportional Control Element with 2 nd Order Delay (P-T ₂ -Element)).....	4
2.1.4 ส่วนการอินทิเกรตของระบบทางกล (Mechanical Integral Element (I-Element)).....	5
2.1.5 ส่วนการอนุพันธ์ของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Derivative Element (D-Element)).....	6
2.1.6 ส่วนการหน่วงเวลาของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Lag or Latency Element(T _i -Element)).....	7
2.2 การนำเสนอในรูปของเวลา.....	7
2.2.1 สมการอนุพันธ์.....	7
2.2.2 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได (Step response).....	14
2.3 การนำเสนอในรูปของความถี่.....	14
2.3.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency response).....	14
2.3.2 Bode Diagram.....	15
2.3.2.1 กราฟขนาด (Amplitude Response Curve).....	15
2.3.2.2 กราฟมุม (Phase Response Curve).....	16
2.3.3 ผลตอบสนองของ P-T ₁ - และ P-T ₂ (P-T ₁ - and P-T ₂ -Response).....	16
2.3.3.1 อัตราขยายของระบบด้วยระบบอันดับ 1 (Proportional Element with 1 st Order Delay (P-T ₁ -Element)).....	16
2.3.3.2 อัตราขยายของระบบด้วยระบบอันดับ 2 (Proportional Element with 2 nd Order Delay (P-T ₂ -and P-T ₂ -Element)).....	19

สารบัญ (ต่อ)

2.3.3.3	ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ (Characteristic Angular Frequency ω_0).....	20
2.3.3.4	ความถี่เชิงมุมของการเกิดเรโซแนนท์ (Resonant Angular Frequency ω_r).....	23
2.3.3.5	ความถี่เชิงมุมธรรมชาติ (Natural Angular Frequency ω_d).....	23
2.3.3.6	ความถี่เชิงมุมที่จุดคัทออฟ (Cut-off Angular Frequency ω_g), ความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อขนาดมีค่าเท่ากับ 0 dB (Gain Crossover Angular Frequency ω_D), ความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อมุมมีค่าเท่ากับ -180° (Phase Crossover Angular Frequency ω_π).....	24
2.3.3.7	ผลตอบสนองเชิงความถี่ของอุปกรณ์การหน่วง (Frequency Response of the Delay Elements).....	25
2.4	เส้นทางราก (Root Loci).....	26
2.4.1	โพล.....	26
2.4.2	ซีโร.....	27
2.4.3	เส้นทางรากของระบบอันดับ 2 (Root Loci of the P-T ₂ -Element).....	27
2.4.4	เส้นทางรากของระบบ 1-และ 2-Mass Oscillators (Root Loci of 1-and 2-Mass Oscillators).....	29
2.5	บทสรุป.....	42
บทที่ 3	รูปควบคุมสำหรับระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drives).....	43
3.1	คำศัพท์ที่ควรรู้.....	43
3.1.1	บล็อกไดอะแกรม.....	43
3.1.2	ผลตอบสนองเชิงความถี่.....	44
3.2	ทางเลือกในการออกแบบตัวควบคุม.....	46
3.2.1	ตัวควบคุมระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drive Controllers).....	46
3.2.2	ตัวควบคุมแบบมีการสุ่มสัญญาณ (Sampling Controller).....	48
3.3	รูปควบคุม.....	48
3.4	คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Period).....	50
3.5	ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (PI Controller with Reference Model).....	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

3.6 กฎการทำให้เกิดผลดีที่สุด (Optimization Rules).....	52
3.6.1 Double Ratios.....	52
3.6.2 Symmetrical Optimum , Absolute Value Optimum.....	53
3.7 คุณลักษณะของผลตอบสนองไดนามิก.....	54
3.7.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (Command Frequency Response of PI Controller with Reference Model).....	54
3.7.2 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุม PI แบบธรรมดา (Command Frequency Response of the Conventional PI Controller).....	55
3.7.3 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI (Interference Frequency Response of the PI Controller).....	56
3.7.4 ข้อกำหนดของตัวแปรตัวควบคุม.....	56
3.7.5 ผลตอบสนองเชิงความถี่พื้นฐานของการขับในระบบอันดับ 2 และ 3 (Standard 2 nd and 3 rd Order Drive Frequency Response).....	57
3.7.6 สรุป.....	60
3.8 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกในรูปของเวลา.....	61
3.8.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง.....	61
3.8.2 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก.....	65
3.9 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกในโดเมนของความถี่.....	66
3.9.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง.....	66
3.9.2 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก.....	67
3.10 ตัวอย่างของลูปควบคุมความเร็ว (Modeling an example of the Speed Control Loop).....	67
3.11 สรุป.....	73
บทที่ 4 การควบคุมตำแหน่งของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drive Position Control)..	74
4.1 คำศัพท์และพื้นฐานที่ควรรู้.....	74

สารบัญ (ต่อ)

4.1.1	โครงสร้างและฟังก์ชัน (Configuration and Function).....	74
4.1.2	การวัดตำแหน่ง (Position Measurement).....	75
4.1.2.1	การได้มาของข้อมูลการวัด.....	75
4.1.2.2	ตำแหน่งในการวัด.....	75
4.1.3	คุณลักษณะและค่าตัวแปรของลูปควบคุมตำแหน่ง (Parameters and Characteristics of Position Control Loops).....	75
4.1.4	แบบจำลองลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น.....	78
4.1.4.1	การขับด้วย P-element (The drive as P-element).....	78
4.1.4.2	การขับด้วย P-T ₁ -element (The drive as P-T ₁ -element).....	79
4.1.4.3	การขับด้วย P-T ₂ -element (The drive as P-T ₂ -element).....	80
4.1.4.4	การขับด้วย P-T ₁ -element ด้วยค่าผลรวมของ minor delay times ในลูปควบคุมตำแหน่ง (The drive as P-T ₁ -element with a sum total of minor delay times in the position control loop).....	82
4.2	คุณลักษณะของผลตอบสนองไดนามิกของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น (Dynamic Response Characteristics of Linear Position Control Loops).....	83
4.2.1	ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นด้วยระบบการวัดทางอ้อม (Command Response of Linear Position Control Loops with indirect Measuring System).....	83
4.2.1.1	ข้อกำหนดของส่วนการส่งผ่านทางกล.....	83
4.2.1.2	บล็อกไดอะแกรม.....	85
4.2.1.3	การคำนวณ K _V - factor	86
4.2.1.4	การทำาทดลองด้วยคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation).....	90
4.2.2	ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นด้วยระบบการวัดทางตรง (Command Response of Linear Position Control Loops with Direct Measuring System).....	91
4.2.2.1	บล็อกไดอะแกรม.....	91
4.2.2.2	การคำนวณ K _V - factor	91
4.2.2.3	การทำาทดลองด้วยคอมพิวเตอร์.....	96

สารบัญ (ต่อ)

4.3 สรุป.....	97
4.3.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น (Disturbance Response of Linear Position Control Loops).....	97
4.3.1.1 อิทธิพลของตัวควบคุมความเร็ว.....	97
4.3.1.2 อิทธิพลของตัวควบคุมตำแหน่ง.....	102
4.3.1.3 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนในช่วงไดนามิก.....	104
4.3.1.4 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได.....	104
4.3.1.5 ผลตอบสนองเชิงความถี่.....	105
4.4 ข้อกำหนดของการควบคุมตำแหน่งสำหรับระบบเชิงกล.....	105
4.4.1 ความถี่ธรรมชาติ.....	105
4.4.2 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการส่งผ่านทางกล (Frequency Response of the Mechanical System).....	108
4.5 สรุปการพิจารณาค่า K_v - factor.....	109
4.5.1 ข้อกำหนดของลูปควบคุมตำแหน่ง.....	110
4.5.2 ผลของความถี่ธรรมชาติของระบบเชิงกล.....	110
บทที่ 5 ตัวอย่าง.....	112
5.1 Disturbance optimum.....	112
5.2 Damping optimum.....	114
5.3 สรุป.....	124
ภาคผนวก.....	125

สารบัญรูปร่างภาพ

รูปที่ 2.1	วงจรถยายในอุดมคติซึ่งต่อกับวงจรของความต้านทาน.....	2
รูปที่ 2.2	การเคลื่อนที่ของสปริงเมื่อผลรวมของมวลเป็นศูนย์.....	4
รูปที่ 2.3	การเคลื่อนที่ของสปริงเมื่อมีการพิจารณาผลรวมของมวล.....	5
รูปที่ 2.4	ผลตอบสนองของการอินทิเกรตระหว่างระยะทางและความเร็วของ lead screw drive.....	6
รูปที่ 2.5	ตัวเก็บประจุต่ออยู่กับแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง.....	7
รูปที่ 2.6	วงจรถ่ายการควบคุมทรานซิสเตอร์ด้วยสัญญาณนาฬิกา.....	7
รูปที่ 2.7	การสั้นทางกลของการหมุน.....	9
รูปที่ 2.8	วงจรถ่ายขององค์ประกอบภายในมอเตอร์.....	11
รูปที่ 2.9	แสดงผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง (Command value) ของมอเตอร์ที่ค่าอัตราหมุน ต่างๆ.....	13
รูปที่ 2.10	แสดงผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนของมอเตอร์ที่ค่าอัตราหมุนต่างๆ.....	13
รูปที่ 2.11	แสดง Bode Diagram ของผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T ₁ -Element.....	17
	แสดงถึงสัญลักษณ์ของระบบอันดับ 1 (First order) และ ผลตอบสนองใน โดเมนของเวลา.....	18
	แสดงถึงสัญลักษณ์ของระบบอันดับ 2 (Second order) และผลตอบสนองใน โดเมนของเวลา.....	21
รูปที่ 2.12	แสดง Bode Diagram ของผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T ₂ -Element.....	22
รูปที่ 2.13	Transient response of a P-T ₂ -Element.....	25
รูปที่ 2.14	แสดงตำแหน่งของ โพลของ P-T ₂ -Element.....	29
รูปที่ 2.15	การเชื่อมต่อระหว่างมอเตอร์และโหลดด้วยระบบ 2-mass oscillator.....	32
รูปที่ 2.16	ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่นำเสนอในรูปของ Bode Diagram ที่ขึ้นอยู่กับค่าอัตรา หมุน.....	38
รูปที่ 2.17	แสดงถึงความแตกต่างของค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์และโหลด.....	40
รูปที่ 3.1	บล็อกไดอะแกรมของลูปควบคุมแบบปิด.....	43
รูปที่ 3.2	บล็อกไดอะแกรมของลูปควบคุมแบบอนุกรม (Cascade) (แบบการควบคุมแบบไปข้างหน้า หน้าด้วย).....	44
รูปที่ 3.3	ลูปการควบคุมทั่วไป.....	45
รูปที่ 3.4	ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยกับบล็อกไดอะแกรมของ ตัวควบคุมแบบ PI	47
รูปที่ 3.5	บล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบการสุ่มสัญญาณ.....	49

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ 3.6 ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงในรูปควบคุมความเร็ว.....	51
รูปที่ 3.7 a) ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง : 2 nd order drive ไม่มี setpoint delay.....	62
รูปที่ 3.7 b) ตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา : 3 rd order drive ไม่มี setpoint delay.....	63
รูปที่ 3.7 c) ตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา : 3 rd order drive ด้วย setpoint delay time T_{Gn}	64
รูปที่ 3.8 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ.....	65
รูปที่ 3.9 a) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ.....	68
รูปที่ 3.9 b) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ.....	69
รูปที่ 3.9 c) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ.....	70
รูปที่ 3.10 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ.....	71
รูปที่ 3.11 รูปควบคุมความเร็วที่ต่อแบบอนุกรมด้วยการเชื่อมต่อแบบไม่ยืดหยุ่น.....	72
รูปที่ 3.12 รูปควบคุมความเร็วอย่างง่ายด้วยการเชื่อมต่อแบบไม่ยืดหยุ่น.....	72
รูปที่ 4.1 แสดงการส่งพื้นฐานของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ในการควบคุมตำแหน่ง (Position controlled feed drive).....	75
รูปที่ 4.2 เป็นการแสดงตัวอย่างการวัดตำแหน่งทางตรงและทางอ้อม.....	76
รูปที่ 4.3 บล็อกไดอะแกรมของรูปควบคุมตำแหน่ง (ด้วยระบบการวัดทางอ้อม Indirect).....	77
รูปที่ 4.4.1 การควบคุมตำแหน่งในรูปการควบคุมตำแหน่ง.....	84
รูปที่ 4.4.2 การควบคุมตำแหน่งในรูปการควบคุมตำแหน่ง.....	84
รูปที่ 4.5 บล็อกไดอะแกรมของรูปการควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยระบบการวัดทางอ้อม.....	86
รูปที่ 4.6 ค่า K_v - factor ที่เป็นไปได้โดยอ้างอิงจากค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทางกลน้อยที่สุด $\omega_{d \min}$ ที่ฟังก์ชันของ speed setpoint delay โดยอ้างอิงมาจากผลรวมของ minor delay times ในรูปควบคุมตำแหน่ง, และค่าอัตราหน่วยของส่วนการส่งผ่านกลสำหรับระบบการวัดทางอ้อม.....	88
รูปที่ 4.7 a) แบบจำลองของผลตอบสนองทางความถี่ของรูปการควบคุมตำแหน่งด้วย Speed setpoint delay (ระบบการวัดตำแหน่งทางอ้อม).....	92
รูปที่ 4.7 b) แบบจำลองของผลตอบสนองทางความถี่ของรูปการควบคุมตำแหน่งด้วย Speed setpoint delay (ระบบการวัดตำแหน่งทางอ้อม).....	92

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่ 4.8 บล็อกไดอะแกรมของลูการควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยระบบการวัดทางตรง.....93

รูปที่ 4.9 ค่า K_v - factor ที่เป็นไปได้โดยอ้างอิงจากค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทางกลน้อยที่สุด $\omega_{d_{min}}$ ที่ฟังก์ชันของ speed setpoint delay โดยอ้างอิงมาจากผลรวมของ minor delay times ในลูการควบคุมตำแหน่ง, และค่าอัตราหน่วยของส่วนการส่งผ่านกลสำหรับระบบการวัดทางตรง.....94

รูปที่ 4.10 a) แบบจำลองของผลตอบสนองทางความถี่ของลูการควบคุมตำแหน่งซึ่งปรับปรุงค่า K_v - factor ด้วย Speed setpoint delay (ระบบการวัดตำแหน่งทางตรง) $T_{Gn} = 0$, K_v - factor = $1.2 \frac{m}{min \cdot mm}$99

รูปที่ 4.10 b) แบบจำลองของผลตอบสนองทางความถี่ของลูการควบคุมตำแหน่งซึ่งปรับปรุงค่า K_v - factor ด้วย Speed setpoint delay (ระบบการวัดตำแหน่งทางตรง) $T_{Gn} = 8.3 \text{ ms}$, K_v - factor = $2.4 \frac{m}{min \cdot mm}$100

รูปที่ 4.11 บล็อกไดอะแกรมของลูการควบคุมตำแหน่งและความเร็วอย่างง่ายแบบอนุกรมเพื่อหาผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวน.....101

รูปที่ 4.12 a) ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนของลูการควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น, ตัวควบคุมความเร็วเป็นแบบ PI, ปรับโดยใช้หลักการ Symmetrical optimum ด้วย Speed setpoint delay $T_{Gn} = 4T_{Gn}$104

รูปที่ 4.12 b) ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนของลูการควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น, ตัวควบคุมความเร็วเป็นแบบ PI, ปรับโดยใช้หลักการ Symmetrical optimum ด้วย Speed setpoint delay $T_{Gn} = 4T_{Gn}$106

รูปที่ 4.13 บล็อกไดอะแกรมของผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการส่งผ่านทางกล F_{mech} 110

รูปที่ 4.14 แสดงถึงการจัดขบวนของการเชื่อมต่อแบบยืดหยุ่นหลายๆ มวลความถี่ของการส่งผ่านทางกลของมอเตอร์.....111

รูปที่ 5.1 บล็อกไดอะแกรมของระบบที่มีการเชื่อมต่อ โพลดแบบ 2-mass oscillator.....115

รูปที่ 5.2 บล็อกไดอะแกรมของลูการควบคุมตำแหน่งด้วยระบบการสั่นเชิงกล.....116

รูปที่ 5.3 แสดงวิธีการยุบบล็อกไดอะแกรมของลูการควบคุมความเร็วโดยใช้ตัวควบคุมแบบ PI ที่มี

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่ 5.4 แสดงวิธีการยุบบล็อกไดอะแกรมทั้งหมดของระบบที่มีการเชื่อมต่อโหนดแบบ 2-mass oscillator.....	118
รูปที่ 5.5 ผลตอบสนองต่อคำสั่งของลู่วควบคุมตำแหน่ง.....	119
รูปที่ 5.6 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของลู่วควบคุมตำแหน่งด้วยระบบการวัดทางตรง.....	119
รูปที่ 5.7 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบ 2-mass oscillator.....	120
รูปที่ 5.8 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ ω_M / ω_S	120
รูปที่ 5.9 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ 1-mass oscillator ω_L / ω_M	121
รูปที่ 5.10 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบขับเคลื่อนและส่วนการส่งผ่านทางกล ω_L / ω_S	121
รูปที่ 5.11 ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดของลู่วควบคุมความเร็วด้วยการสั่นเชิงกล.....	122
รูปที่ 5.12 แสดงถึงการเพิ่มค่า K_V มากเกินไป จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ.....	122
รูปที่ 5.13 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของลู่วควบคุมตำแหน่งแบบเปิด.....	123
รูปที่ 5.14 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของลู่วควบคุมตำแหน่งแบบปิด.....	123
รูปการต่ออนุกรมกันของ I-element และ n First order delay elements.....	161
รูปของบล็อกไดอะแกรมของ Dead time element.....	162
รูปของผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดของ Dead time element ค่าตัวแปรเอาต์พุต x_u , ค่าอินพุตเป็นสัญญาณขั้นบันได x_c	162
ข้อมูลของ dead time element จากลำดับของ delay elements ด้วยค่า dead time เท่ากับผลรวมของ delay time constants.....	163

บทที่ 1

บทนำ

เพื่อที่จะเข้าใจคุณลักษณะของการขับเคลื่อนไฟฟ้าแบบอัตโนมัติ เราต้องมีความรู้พื้นฐานทางวิศวกรรมระบบควบคุม ซึ่งในบทที่ 1 จะสรุปเกี่ยวกับพื้นฐานทางระบบควบคุม ส่วนที่เหลือจะเป็นการพิสูจน์การใช้พื้นฐานทางระบบควบคุมเพื่อออกแบบลู่วควบคุมความเร็วและตำแหน่ง ซึ่งมีตัวอย่างในทางปฏิบัติช่วยให้เข้าใจยิ่งขึ้น

การศึกษาระบบควบคุมนี้จะอยู่บนพื้นฐานของผลตอบสนองเชิงความถี่ ซึ่งอยู่ในรูปของโบดไดอะแกรม (Bode diagram) ที่จะใช้อธิบายระบบที่ยุงยากซับซ้อนในทางปฏิบัติและมีการวิเคราะห์ผลตอบสนองในโดเมนของเวลาด้วยโปรแกรมแมทแล็บ (Matlab)

ในระบบการขับทั้งหมดจะนำเสนอในรูปแบบของการเชื่อมต่อแบบมวลสองสตีเลเตอร์ (2-mass oscillator) ซึ่งไม่สามารถเข้าถึงได้ด้วยการคำนวณอย่างง่าย ในกรณีนี้ต้องใช้ค่าที่ได้จากการทดลอง ซึ่งค่าอัตราหน่วง (Damping ratio) ไม่สามารถที่จะอธิบายได้ในเชิงคณิตศาสตร์

บทที่ 3 เป็นการอธิบายถึงการออกแบบตัวควบคุมความเร็ว โดยจะนำเสนอการใช้ตัวควบคุมแบบพีไอที่มีโมเดลอ้างอิง (PI controller with reference model) ซึ่งจะมีข้อได้เปรียบ เมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบพีไอธรรมดา (Conventional PI controller) ดังจะกล่าวในบทต่อไป โดยการออกแบบตัวควบคุมของระบบจะใช้หลักการดับเบิลเรโซ (Double ratios) ซึ่งเป็นวิธีการที่จะให้ค่าอัตราหน่วงของระบบมีค่าเหมาะสมที่สุดมีการเกิดโอเวอร์ชูท (Overshoot) ที่ยอมรับได้

บทที่ 4 เป็นการอธิบายถึงส่วนของลู่วควบคุมตำแหน่ง ซึ่งมีการเชื่อมต่อนอเตอร์กับโหลดด้วยระบบ 2-mass oscillator จะนำเสนอระบบการวัดค่าสัญญาณเอาต์พุตด้วยวิธีทางตรงและทางอ้อม วิธีวัดค่าทางตรงจะวัดที่ตำแหน่งมุมการหมุนของมอเตอร์ ส่วนการวัดค่าทางอ้อมจะวัดที่ตำแหน่งมุมการหมุนของโหลด

บทที่ 2

พื้นฐานทางระบบควบคุม

2.1 อุปกรณ์ส่งผ่านพื้นฐาน

2.1.1 อัตราขยายของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Proportional Element (P-Element))

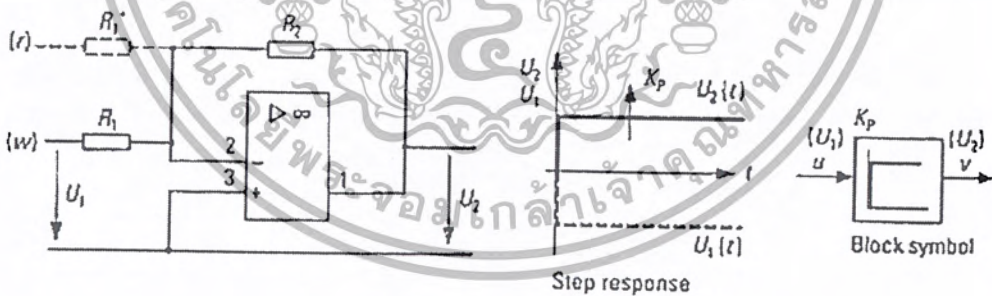
จากรูปที่ 2.1 วงจรขยายในอุดมคติซึ่งต่อกับวงจรของความต้านทาน ค่าแรงดันเอาต์พุต คือ

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_1 = K_p \cdot U_1 \tag{2.1}$$

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์อัตราขยายของระบบ (Proportional coefficient) คือ

$$K_p = -\frac{R_2}{R_1} \tag{2.2}$$

การเปลี่ยนแปลงของ R_1 มีผลให้ K_p เปลี่ยนแปลงไปด้วย



รูปที่ 2.1 วงจรขยายในอุดมคติซึ่งต่อกับวงจรของความต้านทาน

2.1.2 อัตราขยายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 1 (Mechanical Proportional Control Element with 1st Order Delay (P-T₁-Element))

เป็นการพิจารณาอัตราขยายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 1 โดยที่เราจะพิจารณาจากสปริงเมื่อมีการปล่อยอย่างอิสระ สมการสมดุลของแรงเมื่อผลรวมของมวลเป็นศูนย์จะมีสมการดังนี้

$$F = C \cdot s + \mathcal{G}_v \cdot v \quad (2.3)$$

ความเร็วมีค่าเท่ากับ

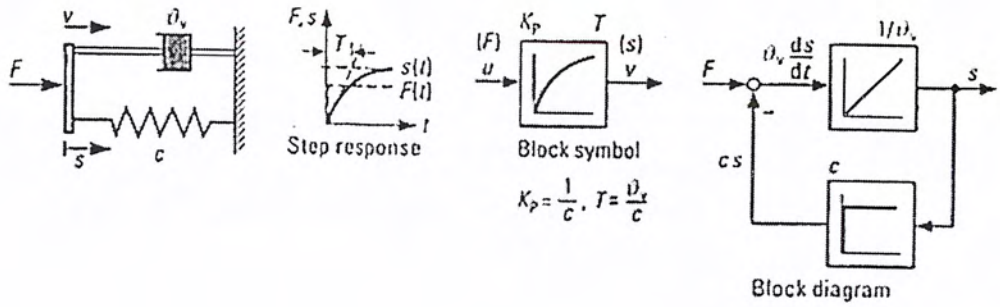
$$v = \frac{ds}{dt} \quad (2.4)$$

ดังนั้น

$$\frac{\mathcal{G}_v}{C} \cdot \frac{ds}{dt} + s = \frac{1}{C} \cdot F \quad (2.5)$$

ค่าอัตราขยายของระบบด้วยระบบอันดับ 1 (Proportional control element with a 1st order delay (P-T₁-Element)) ประกอบไปด้วยค่าคงที่ของเวลา (Delay time) และค่าสัมประสิทธิ์อัตราขยายของระบบ

$$T = \frac{\mathcal{G}_v}{C} \quad , \quad K_p = \frac{1}{C} \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.2 การเคลื่อนที่ของสปริงเมื่อผลรวมของมวลเป็นศูนย์

2.1.3 อัตรายายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 2 (Mechanical Proportional Control Element with 2nd Order Delay (P-T₂-Element))

เป็นการพิจารณาอัตรายายของระบบทางกลด้วยระบบอันดับ 2 ในระบบอันดับ 2 นี้เราจะนำมวลมาพิจารณาร่วมด้วย จากการเคลื่อนที่ของแท่นเลื่อนสมการสมดุลของแรงจะประกอบไปด้วยความเร่งที่เคลื่อนที่ไปด้วยมวล m ดังสมการ

$$F = C \cdot \dot{s} + \mathcal{G}_v \cdot v + m \cdot a \tag{2.7}$$

และเรารู้ว่าความเร่งมีค่าเท่ากับ

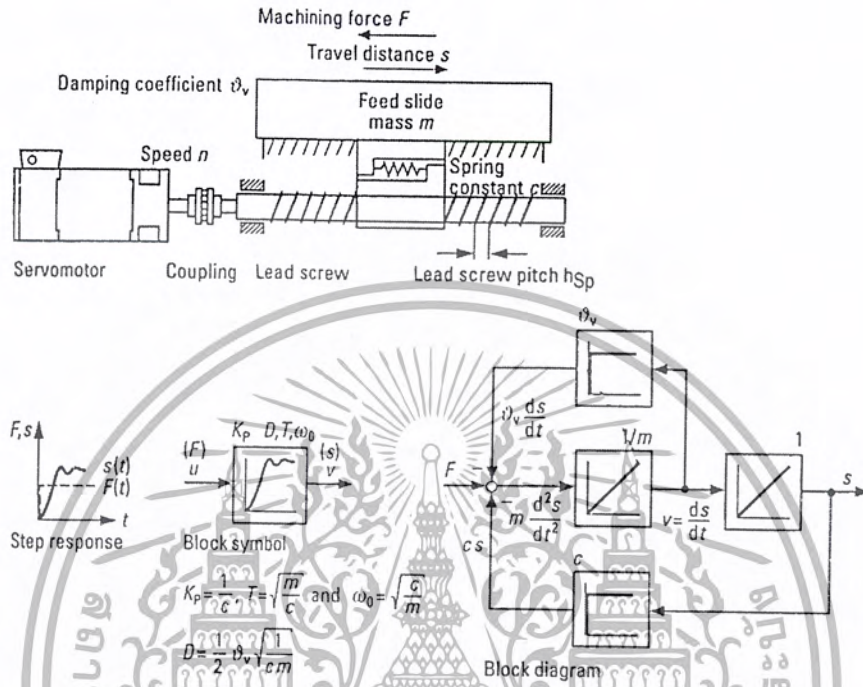
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \tag{2.8}$$

จะได้

$$\frac{m}{C} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\mathcal{G}_v}{C} \cdot \frac{ds}{dt} + s = \frac{1}{C} \cdot F \tag{2.9}$$

ค่าอัตรายายของระบบด้วยระบบอันดับ 2 (Proportional control element with 2nd order delay (P-T₂-Element)) ประกอบไปด้วย ค่าคงที่ของเวลา, ค่าอัตรายายของระบบด้วยระบบอันดับ 1 และค่าอัตราน่วง ของระบบ

$$T = \sqrt{\frac{m}{C}}, \quad K_p = \frac{1}{C}, \quad D = \frac{1}{2} \cdot \vartheta_v \cdot \sqrt{\frac{1}{C \cdot m}} \tag{2.10}$$



รูปที่ 2.3 การเคลื่อนที่ของตบรีงเมื่อมีการพิจารณาผลรวมของมวล

2.1.4 ส่วนการอินทิเกรตของระบบทางกล (Mechanical Integral Element (I-Element))

การแปลงความเร็วของลีดสกรู (Lead screw) (n) ให้อยู่ในรูปของระยะทางในการเคลื่อนที่ (S) โดยทำได้จากการอินทิเกรตดังนี้

$$S = h_{sp} \cdot \int_0^t n dt \tag{2.11}$$

เมื่อเราทำการอนุพันธ์

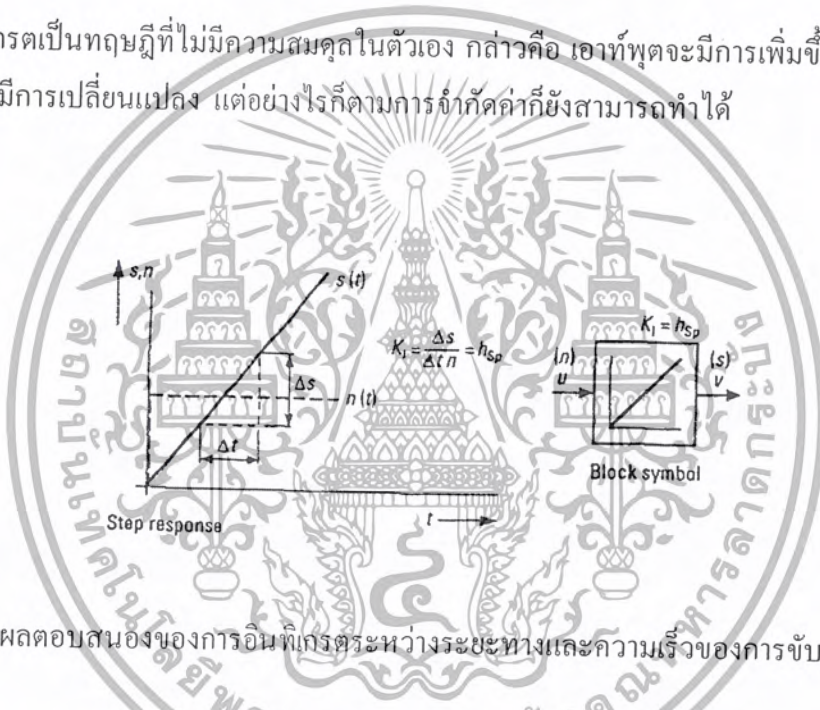
$$\frac{1}{h_{sp}} \cdot \frac{dS}{dt} = n \tag{2.12}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การอินทิเกรตของระบบ (Integral-action coefficient) K_I มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{h_{sp}}$ และค่าเวลาการอินเกรตของระบบ (Integral-action time) T_I เป็นค่าชนิดเดียวกันในทางฟิสิกส์โดยที่

$$T_I = \frac{1}{K_I} \quad (2.13)$$

การอินทิเกรตเป็นทฤษฎีที่ไม่มีความสมดุลในตัวเอง กล่าวคือ เอาท์พุตจะมีการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องเมื่ออินพุตมีการเปลี่ยนแปลง แต่อย่างไรก็ตามการจำกัดค่าก็ยังสามารถทำได้



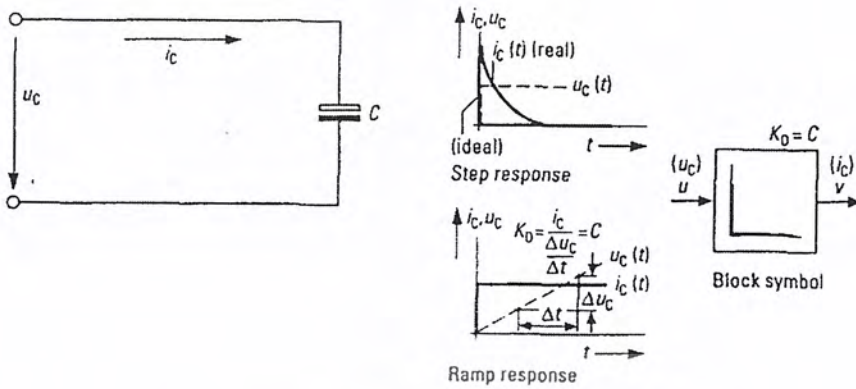
รูปที่ 2.4 ผลตอบสนองของการอินทิเกรตระหว่างระยะทางและความเร็วของการขับ lead screw

2.1.5 ส่วนการอนุพันธ์ของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Derivative Element (D-Element))

การชาร์จประจุไฟ i_c ของตัวเก็บประจุมีความสัมพันธ์กับค่าแรงดัน u_c ที่ป้อนเข้าไปดังนี้

$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt} \quad (2.14)$$

เราจะได้ค่าเวลาการอนุพันธ์ของระบบ (Derivative-action time) $T_D = K_D$ เป็นค่าชนิดเดียวกันทางฟิสิกส์



รูปที่ 2.5 ตัวเก็บประจุต่ออยู่กับแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง

2.1.6 ส่วนการหน่วงเวลาของระบบทางไฟฟ้า (Electrical Lag or Latency Element (T_L -Element))

สาเหตุของการหน่วงของเวลา (Lag time) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันเอาต์พุตที่เป็นผลอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงค่าแรงดันอินพุต ซึ่งเราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุต v และอินพุต u ดังนี้

$$v = A \cdot u(t - T_L) \tag{2.15}$$

โดยที่ T_L = lag time และอินพุต u ในช่วงของฟังก์ชัน $(t - T_L)$



รูปที่ 2.6 วงจรการควบคุมทรานซิสเตอร์ด้วยสัญญาณนาฬิกา

2.2 การนำเสนอในรูปของเวลา

2.2.1 สมการอนุพันธ์

ตัวอย่างสำหรับการพิจารณาสมการอนุพันธ์ของระบบ เราจะพิจารณาจากการขับเคลื่อนทางไฟฟ้าที่ไม่สามารถปรับค่าได้ (Unregulated electrical drive) สมการที่เกิดขึ้นของมอเตอร์กระแสตรง (DC motor) ในสภาวะปกติของมอเตอร์กระแสตรง เราสามารถสร้างสมการอนุพันธ์

และเครือข่ายสมมูลที่เป็นวงจรสมมูลได้ ในการวิเคราะห์ของผลตอบสนองช่วงไดนามิกของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มอเตอร์ใช้พื้นฐานโคแอมวจรสมมูลของการขับเคลื่อนรูปที่ 2.8 ซึ่งจะประกอบด้วยค่าตัวต้านทานขดลวดเหนี่ยวนำ (Resistance) และค่าคงที่ของมอเตอร์ (Motor constants) รวมทั้งโมเมนต์รวมของความเฉื่อย (Total moment of inertia) ที่ปรากฏบนแกนของมอเตอร์ การเคลื่อนที่ในลักษณะเชิงมุมของวัตถุอาจอธิบายได้ในลักษณะการเคลื่อนที่ซึ่งมีแกนของวัตถุนั้นไม่เคลื่อนไหว ตัวแปรที่ใช้อธิบายถึงการเคลื่อนที่แบบเชิงมุม คือ แรงบิด (Torque) อัตราเร่งเชิงมุม (Angular acceleration α) ความเร็วเชิงมุม (Angular velocity ω) และการเคลื่อนที่เชิงมุม (Angular rotation θ) องค์ประกอบต่อไปนี้ตามปกติจะเป็นส่วนประกอบของการเคลื่อนที่แบบเชิงมุม

- โมเมนต์ของแรงเฉื่อย (J) เปรียบเสมือนเป็นตัวแสดงถึงคุณสมบัติขององค์ประกอบ ซึ่งจะสะสมพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่แบบเชิงมุม แรงเฉื่อยขององค์ประกอบจะขึ้นอยู่กับลักษณะรูปร่างทางเรขาคณิตของแกนหมุนและความหนาแน่นขององค์ประกอบนั้นๆ เมื่อเราป้อนแรงบิด (M) ให้กับวัตถุที่มีโมเมนต์ของแรงเฉื่อย (J) สมการของแรงบิดเขียนได้เป็น

$$M = J\alpha = J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.16)$$

- แรงบิดหมุนของสปริง (Torque spring) สปริงจะมีการเคลื่อนที่เป็นเชิงเส้น ค่าคงที่ของแรงบิดหมุนของสปริง (Torsion spring constant c_{T0}) แรงบิดต่อหนึ่งหน่วย การเคลื่อนที่เชิงมุมสามารถกำหนดให้เป็นความอ่อนตัวของเพลาเมื่อเพลาได้รับการป้อนแรงบิด สามารถแทนได้ด้วยสมการ

$$M = c_{T0}\theta \quad (2.17)$$

เมื่อมีการเคลื่อนที่ระหว่างองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบแรงของความฝืดจะเกิดขึ้น แรงของความฝืดที่พบในระบบทางกายภาพจะมีลักษณะเป็น ไม่เป็นเชิงเส้น คุณสมบัติของแรงของความฝืดระหว่างผิวหน้าที่สัมผัสกันของ 2 องค์ประกอบมักจะขึ้นอยู่กับตัวประกอบเหล่านี้ คือ ส่วนประกอบของผิวหน้า แรงดันระหว่างผิวหน้า ความสัมพันธ์ของทั้ง 2 องค์ประกอบและตัวประกอบอื่นๆอีก ดังนั้นคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายถึงแรงของความฝืดได้ตรงกับความเป็นจริงจึงหาได้ยาก อย่างไรก็ตามเป้าหมายในการใช้งานแรงของความฝืดสามารถแบ่งออกเป็นแรงฝืดพื้นฐานได้ 3 แบบ คือ แรงฝืดวิสกอส (Viscouse friction) แรงฝืดสแตติก (Static friction) และแรงฝืดคอลัมน์ (Colomn friction) ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะแรงฝืดวิสกอส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- แรงฝืดวิสตอส คือแรงต้านที่เป็นสัดส่วนกับความเร็ว แสดงได้ดังสมการ

$$M = \mathcal{G} \cdot \omega = \mathcal{G} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.18)$$

\mathcal{G} คือ สัมประสิทธิ์ของแรงฝืดวิสตอส

ในการหมุนเชิงกลเมื่อทำการป้อนแรงบิดความเร็วที่เกิดขึ้นจะมีค่าไม่คงที่สามารถอธิบายได้ดังสมการ

$$M = c_{T0} \int_0^{\omega} \omega dt + \mathcal{G} \omega + J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.19)$$



รูปที่ 2.7 การเดินทางกลของการหมุน

อันดับแรกเราจะพิจารณาถึงค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์

$$\omega_M = 2\pi \cdot n_M \quad (2.20)$$

โมเมนต์รวมของความเฉื่อยที่พิจารณาบนเพลลาของมอเตอร์จะเท่ากับผลรวมของแรงเฉื่อยมอเตอร์และแรงเฉื่อยของโหลด

$$J_{tot} = J_M + J_L \quad (2.21)$$

สมการแรงดันของมอเตอร์

$$u_A - e_M = R_A \cdot i_A + L_A \frac{di_A}{dt} \tag{2.22}$$

สมการแรงดันป้อนกลับที่ขดลวดของมอเตอร์

$$e_M = c_M \cdot \omega_M \tag{2.23}$$

ความสมดุลของแรงบิด

$$M_M = M_L + M_B = M_L + J_{tot} \frac{d\omega_M}{dt} \tag{2.24}$$

แรงบิดมอเตอร์

$$M_M = c_M \cdot i_A \quad (c_M = K_E = K_T) \tag{2.25}$$

แรงบิดเนื่องจากความเร่งมอเตอร์

$$M_B = J_{tot} \frac{d\omega_M}{dt} \tag{2.26}$$

เราจะได้สมการอนุพันธ์อันดับ 2 ของการขับเคลื่อนทางไฟฟ้าที่ไม่สามารถปรับค่าได้ ดังนี้

$$T_{elA} \cdot T_{mechA} \cdot \frac{d^2 \omega_M}{dt^2} + T_{mechA} \cdot \frac{d \omega_M}{dt} + \frac{\omega_M}{\omega_{maxM}} = \frac{u_A}{U_{maxA}} - \frac{M_L}{M_{stA}} - T_{elA} \cdot \frac{d \frac{M_L}{M_{stA}}}{dt} \tag{2.27}$$

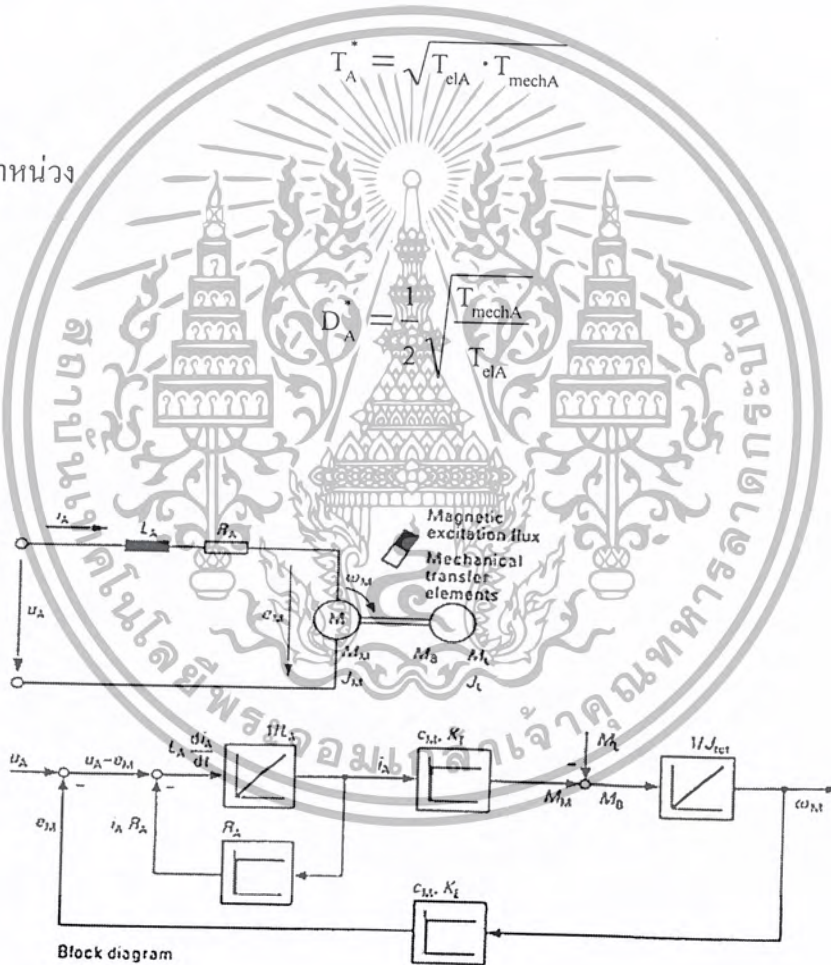
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทางด้านซ้ายของสมการจะแสดงถึงค่าเอาต์พุต คือ ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ ω_M และทางด้านขวาจะอธิบายถึง 2 ค่าอินพุต คือ ค่าแรงดันของขดลวดอาร์เมเจอร์ (Time variable armature voltage u_A) และแรงบิดของโหลดที่ปรากฏบนเพลาของมอเตอร์ (Load torque reflected on the motor shaft M_L) ที่เกิดจากสัญญาณรบกวนภายนอก ถ้าเราให้ $M_L = 0$ เราจะสามารถพิจารณาผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง (Command response) ของค่าแรงดันอินพุต จะเห็นว่าผลตอบสนองของการขับที่ไม่สามารถปรับค่าได้ (Unregulated drive responds) จะคล้ายกับ P-T₁-Element เมื่อเปรียบเทียบดูจะได้

$$T_A^* = \sqrt{T_{clA} \cdot T_{mechA}} \tag{2.28}$$

และค่าอัตราห้วง

$$D_A^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_{mechA}}{T_{clA}}} \tag{2.29}$$



รูปที่ 2.8 วงจรขององค์ประกอบภายในมอเตอร์

- u_A แรงดันที่อาร์เมเจอร์ (Time variable armature voltage)
- e_M แรงดันป้อนกลับที่ขดลวดของมอเตอร์ (Time variable induced back EMF in the motor)
- i_A กระแสที่อาร์เมเจอร์ (Time variable armature current)
- R_A ความต้านทานของอาร์เมเจอร์ (Effective armature circuit resistance)

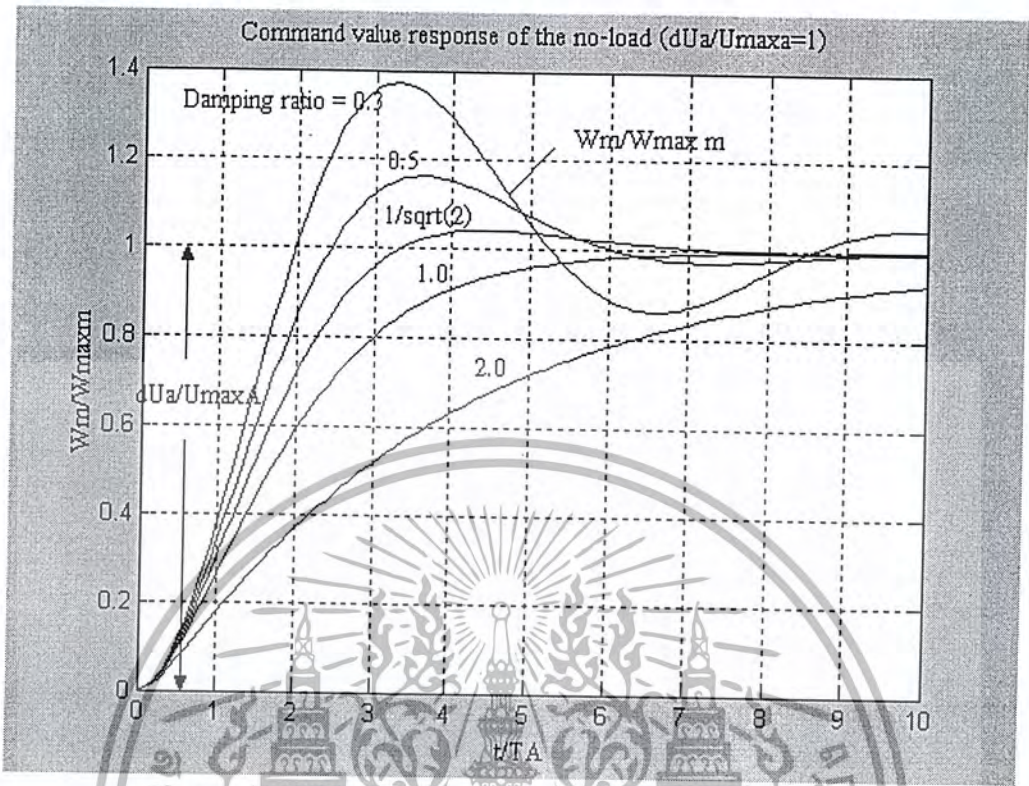
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิได้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

L_A	ความเหนี่ยวนำของอาร์เมเจอร์ (Effective armature circuit inductance)
ω_M	ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ (Motor angular velocity)
n_M	ความเร็วของมอเตอร์ (Motor speed)
M_M	แรงบิดของมอเตอร์ (Torque motor)
M_L	แรงบิดของโหลดที่ปรากฏบนเพลลาของมอเตอร์ (Load torque reflected on the motor shaft)
M_B	แรงบิดเนื่องจากความเร่งของมอเตอร์ (Acceleration torque)
J_M	โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ (Motor moment of inertia)
J_L	โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด (Load moment of inertia)
c_M	ค่าคงที่ของมอเตอร์ (Motor constant)
K_E	ค่าคงที่ของโวลต์เตจย้อนกลับ (Voltage constant)
K_T	ค่าคงที่ของแรงบิดของมอเตอร์ (Torque constant)

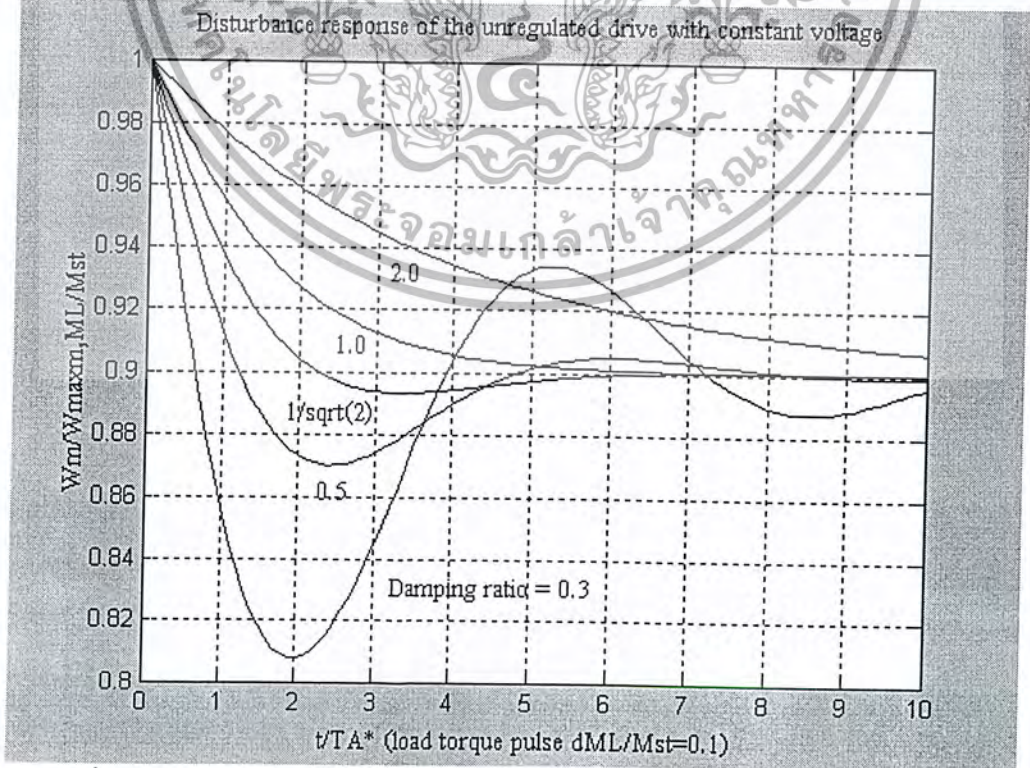
จะเห็นว่าค่าอัตราส่วน D_A จะขึ้นอยู่กับค่าคงที่ของเวลาในระบบทางกล (Mechanical time constant T_{mechA}) และค่าคงที่ของเวลาในระบบทางไฟฟ้า (Electrical time constant T_{clA}) โดยที่สัญญาณจะเกิดการสั่น และมี overshoot และเซตติงไทม์ (settling time) เปลี่ยนแปลงไปที่ค่า D_A ต่างกัน

แต่หากเราพิจารณาสัญญาณรบกวนภายนอกหรือก็คือ $M_L \neq 0$ โดยที่ u_A เป็นค่าคงที่ และ M_L มีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใด ขณะ $t \rightarrow \infty$ อนุพันธ์ของเวลาทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์ เราจะได้

$$\frac{\omega_M}{\omega_{\max M}} = \frac{u_A}{U_{\max A}} - \frac{M_L}{M_{stA}} \quad (2.30)$$



รูปที่ 2.9 แสดงผลตอบสนองของต่อสัญญาณคำสั่ง (Command value) ของมอเตอร์ที่ค่าอัตราห้วงต่างๆ



รูปที่ 2.10 แสดงผลตอบสนองของต่อสัญญาณรบกวนของมอเตอร์ที่ค่าอัตราห้วงต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได (Step response)

แสดงถึงคุณลักษณะทางเวลาของค่าเอาต์พุตจากอุปกรณ์ส่งผ่าน หรือผลตอบสนองของระบบต่อสัญญาณที่มีค่าอินพุตเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด วิธีการคำนวณของสมการอนุพันธ์จะนำมาใช้อธิบายพฤติกรรมทางการควบคุม เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณเอาต์พุตที่มีผลมาจากค่าขนาดของสัญญาณอินพุตที่เป็นสัญญาณขั้นบันได

จากรูปที่ 2.8 การเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของค่าแรงดันอินพุต u_A เราจะกำหนดให้ $T_{clA} \ll T_{mechA}$ และแรงบิดของโหลด $M_L = 0$ ซึ่งจะสามารถประมาณเป็นระบบอันดับหนึ่งได้

$$\frac{d}{dt} \frac{\omega_M}{\omega_{max M}} = \frac{u_A}{U_{max A}} \tag{2.31}$$

2.3 การนำเสนอในรูปของความถี่

2.3.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency response)

ระบบอันดับ 2 หากนำเสนอในรูปของเวลาจะค่อนข้างยุ่งยากในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ และจะง่ายกว่าถ้าเรานำเสนอและคำนวณในรูปของความถี่ ผลตอบสนองเชิงความถี่ $F(j\omega)$ สามารถได้มาจากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function $G(p)$) หรือเวทติ้งฟังก์ชัน (Weighting function $g(t)$) หรืออีกทางจากการสังเกตโดยการวัดผลตอบสนองเชิงความถี่จากการทดลอง สำหรับวิศวกรรมระบบควบคุมมันสำคัญตรงที่ว่าเสถียรภาพของลูปเปิดสามารถพิจารณาได้จากผลตอบสนองเชิงความถี่ของลูปเปิด ในการพิจารณาผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบเราพิจารณาจากผลของการสั่นทางฮาร์โมนิก (Harmonic oscillation) ของสัญญาณอินพุต หรือ สัญญาณไซน์ (Sine) ด้วยค่าความถี่ตั้งแต่ 0 ถึง ∞ สำหรับระบบเชิงเส้นเราสมมติว่าที่สภาวะปกติสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จะเป็นการสั่นทางฮาร์โมนิก ซึ่งมีค่าขนาดและค่ามุมแตกต่างจากสัญญาณอินพุต

ผลตอบสนองเชิงความถี่ $F(j\omega)$ สามารถใช้อธิบายสัญญาณของระบบเชิงเส้นได้ดีเท่ากับสมการอนุพันธ์ ในขณะที่ระบบที่มีเสถียรภาพผลตอบสนองเชิงความถี่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อนได้ดังนี้

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega) \tag{2.32}$$

ผลตอบสนองเชิงความถี่ยังสามารถแสดงเป็นค่าขนาดและค่ามุมได้ โดยที่ค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่แสดงได้ดังนี้

$$|F(j\omega)| = \frac{\hat{v}}{\hat{u}} = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} \quad (2.33)$$

และค่ามุมระหว่างอินพุตและเอาต์พุต (Phase shift angle) คือ

$$\phi(\omega) = \arg F(j\omega) = \arctan \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} \quad (2.34)$$

2.3.2 Bode Diagram

2.3.2.1 กราฟขนาด (Amplitude Response Curve)

ความถี่ (Frequency f) ความถี่เชิงมุม (Angular frequency $\omega = 2\pi \cdot f$) จะเป็นพิกัดตามขวาง โดยที่สเกลจะเป็นสัดส่วนของค่าลอการิทึม ส่วนแกนตั้งจะเป็นสัดส่วนของค่าขนาด $|F(j\omega)|$ ซึ่งค่าขนาดนี้เป็นสัดส่วนของค่าลอการิทึมหรือเป็นค่าที่อยู่ในหน่วยของเดซิเบล (dB) ซึ่งเราจะเรียกว่าวิธีเชิงเส้น มักจะใช้เมื่อค่าอินพุตและค่าเอาต์พุตได้มาจากการวัดและไม่เป็นมาตรฐาน (Normalized) ในกรณีที่อยู่ในหน่วยของเดซิเบล (dB) จะเรียกว่าอยู่ในรูปของลอการิทึม และจะใช้เมื่อเราใช้ฟาสต์ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม (Fast Fourier Transformation FFT) ในการวัดผลตอบสนองเชิงความถี่ ค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่ $|F(j\omega)|_{\text{dB}}$ สามารถเป็นได้ทั้งบวกและลบ แต่ถ้าค่าเอาต์พุตและค่าอินพุตมีค่าเท่ากันแล้ว $|F(j\omega)|_{\text{dB}} = 0$ ความสัมพันธ์ในการแปลงค่าขนาดระหว่างรูปของเชิงเส้นกับรูปของลอการิทึมเป็นดังนี้

$$|F(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \cdot \log|F(j\omega)| \quad (2.35)$$

และ

$$|F(j\omega)| = 10^{\frac{|F(j\omega)|_{\text{dB}}}{20}} \quad (2.36)$$

2.3.2.2 กราฟเฟรม (Phase Response Curve)

มีพิกัดของแกนตามขวางเช่นเดียวกับกราฟขนาดส่วนแกนตั้งจะเป็นพิกัดของมุมระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตในรูปของเชิงเส้น $\phi(\omega)$ ทั้งกราฟเฟรมและกราฟขนาดมักจะนำเสนอในกราฟเดียวกัน

2.3.3 ผลตอบสนองของ P-T₁- และ P-T₂ (P-T₁- and P-T₂-Response)

2.3.3.1 อัตราขยายของระบบด้วยระบบอันดับ 1 (Proportional Element with 1st Order Delay (P-T₁-Element))

จากสมการอนุพันธ์ของระบบอันดับ 1

$$T \frac{dv}{dt} + v = u \quad (2.37)$$

หากเราแทน $\frac{d..}{dt}$ ด้วย $j\omega$ และแทนเทอมของเวลาด้วยเทอมของความถี่จะได้

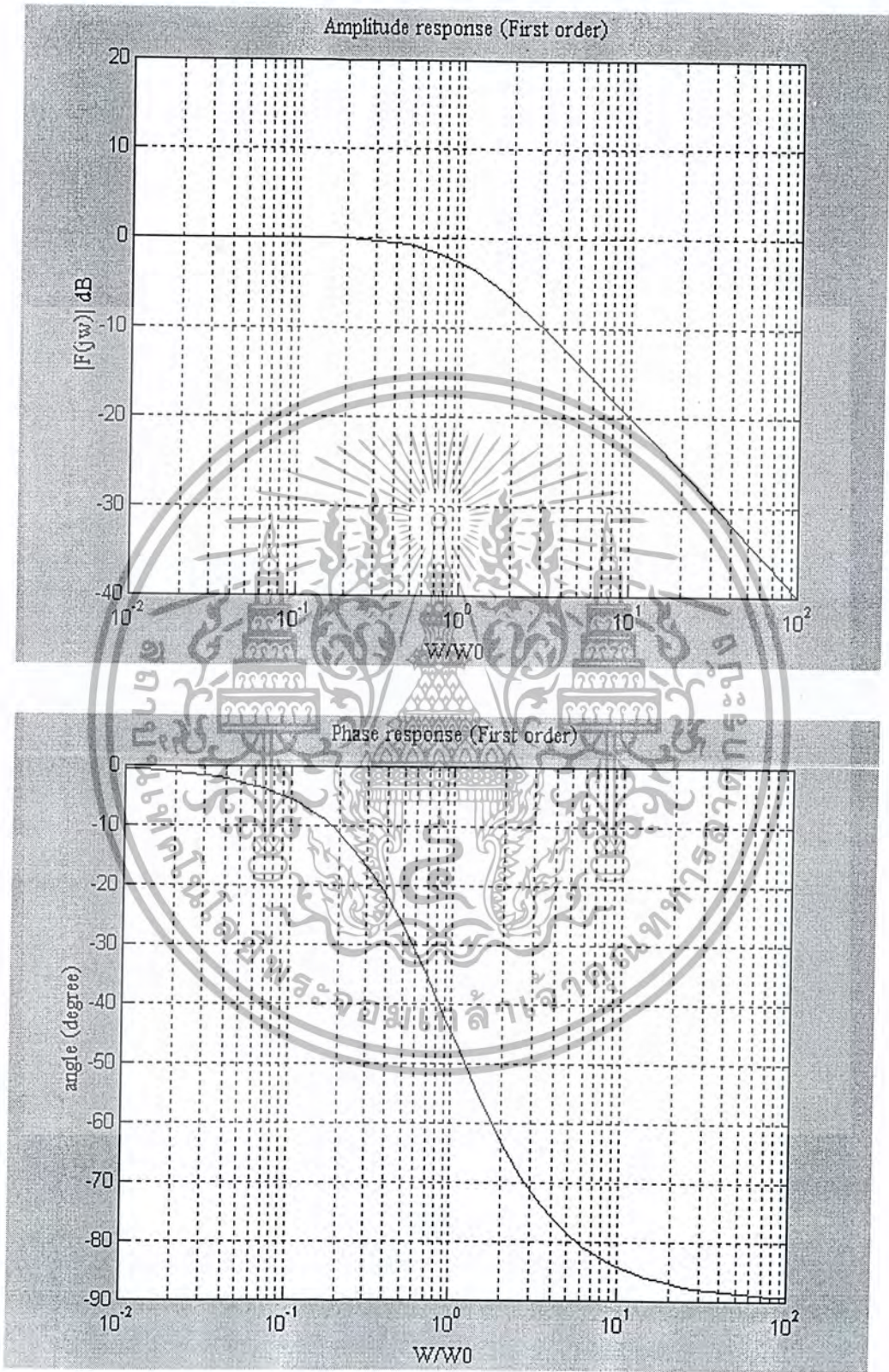
$$v(j\omega) \cdot T \cdot j\omega + v(j\omega) = u(j\omega) \quad (2.38)$$

เราจะได้ผลตอบสนองเชิงความถี่

$$F(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{P}{1 + j\omega T} \quad (2.39)$$

และถ้า $\omega_0 = \frac{1}{T}$ เราจะได้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T₁-Element คือ

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{1}{\omega_0}} \quad (2.40)$$



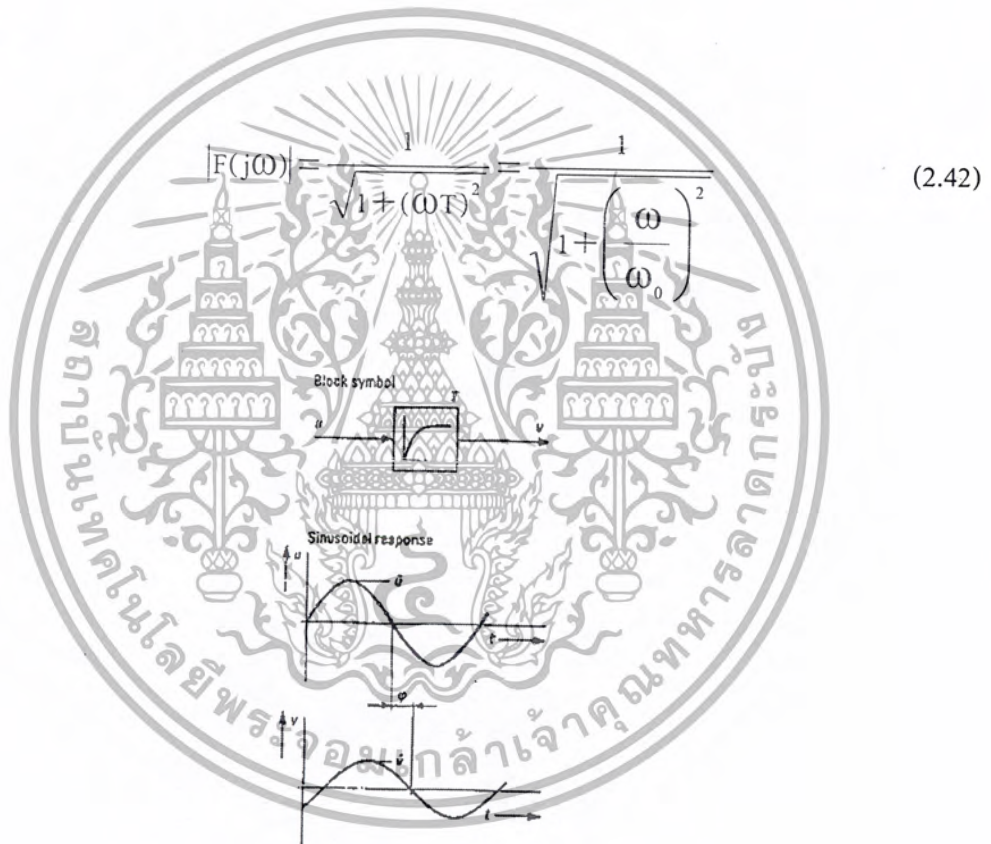
รูปที่ 2.11 แสดง Bode Diagram ของผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T₁-Element

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่นี้จะนำเสนอในรูปของ Bode Diagram เราจึงแปลงสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน เพื่อที่จะนำค่าขนาด $|F(j\omega)|$ และค่ามุม $\phi(\omega)$ มาพิจารณาโดยค่าขนาดมีค่าดังนี้

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (2.41)$$

และค่ามุม



แสดงถึงสัญลักษณ์ของระบบอันดับ 1 (First order) และ ผลตอบสนองในโดเมนของเวลา

2.3.3.2 อัตราขยายของระบบด้วยระบบอันดับ 2 (Proportional Element with 2nd Order Delay (P-T₂-and P-T_{2s}-Element))

จากสมการอนุพันธ์ของระบบอันดับ 2

$$T^2 \frac{d^2 V}{dt^2} + 2DT \frac{dV}{dt} + V = u \quad (2.43)$$

และถ้า $\omega_0 = \frac{1}{T}$ เราจะได้

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 V}{dt^2} + 2 \frac{D}{\omega_0} \frac{dV}{dt} + V = u \quad (2.44)$$

เราจะได้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T₂-Element ที่ค่าสัมประสิทธิ์อัตราขยายของระบบ $K_p = 1$ ดังนี้

$$F(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{2D}{\omega_0} + (j\omega)^2 \frac{1}{\omega_0^2}} \quad (2.45)$$

หากเรานำเสนอในรูป Bode Diagram ค่าขนาดมีค่าดังนี้

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(2D \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (2.46)$$

และค่ามุม

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{-2D \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \quad \omega < \omega_0$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ, \quad \omega = \omega_0$$

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \arctan \frac{-2D \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \quad \omega > \omega_0 \quad (2.47)$$

จะเห็นว่าจากสมการอนุพันธ์ของมอเตอร์ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์อันดับ 2 กราฟที่แสดงค่าคุณลักษณะจะมีการสั่น ทั้งนี้เพราะมีผลมาจากค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ (Characteristic angular frequency ω_0) ค่าทางคุณลักษณะ (Characteristic value T) และค่าอัตราหน่วย D ซึ่งจะสามารถอธิบายผลจากค่าอัตราหน่วยได้ 3 ลักษณะดังนี้

- $D = 0$ ระบบจะมีการสั่นอย่างต่อเนื่อง
- $0 < D < 1$ ทรานเฟอร์ฟังก์ชันของระบบจะเกิด overshoot
- $D \geq 1$ ทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะไม่เกิด overshoot ใดๆ

และหากระบบอันดับ 2 ที่มีค่า $D < 1$ เราจะเรียกว่าเป็นส่วนที่มีการสั่น (Oscillatory elements) หรือ P-T₂-Element

2.3.3.3 ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ (Characteristic Angular Frequency ω_0)

หนึ่งคำจำกัดความของคุณลักษณะของการสั่น ก็คือ ความถี่ f แต่การคำนวณด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์เราจะใช้ค่าความถี่เชิงมุม (Angular frequency ω) จะเหมาะสมกว่า โดยที่

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \quad (2.48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\tau = \frac{1}{f}$ คือ คาบของการสั่น ในการวิเคราะห์ความถี่ของ P-T₁ และ P-T₂ นั้น เราจะแทนค่า เวลาการหน่วง (Delay time) และค่าทางคุณลักษณะ T ด้วยค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของ ระบบ $\omega_0 = \frac{1}{T}$ และนำไปใช้ในการคำนวณ ค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่ในระบบอันดับ 1 (P-T₁) ที่ ω_0 คือ

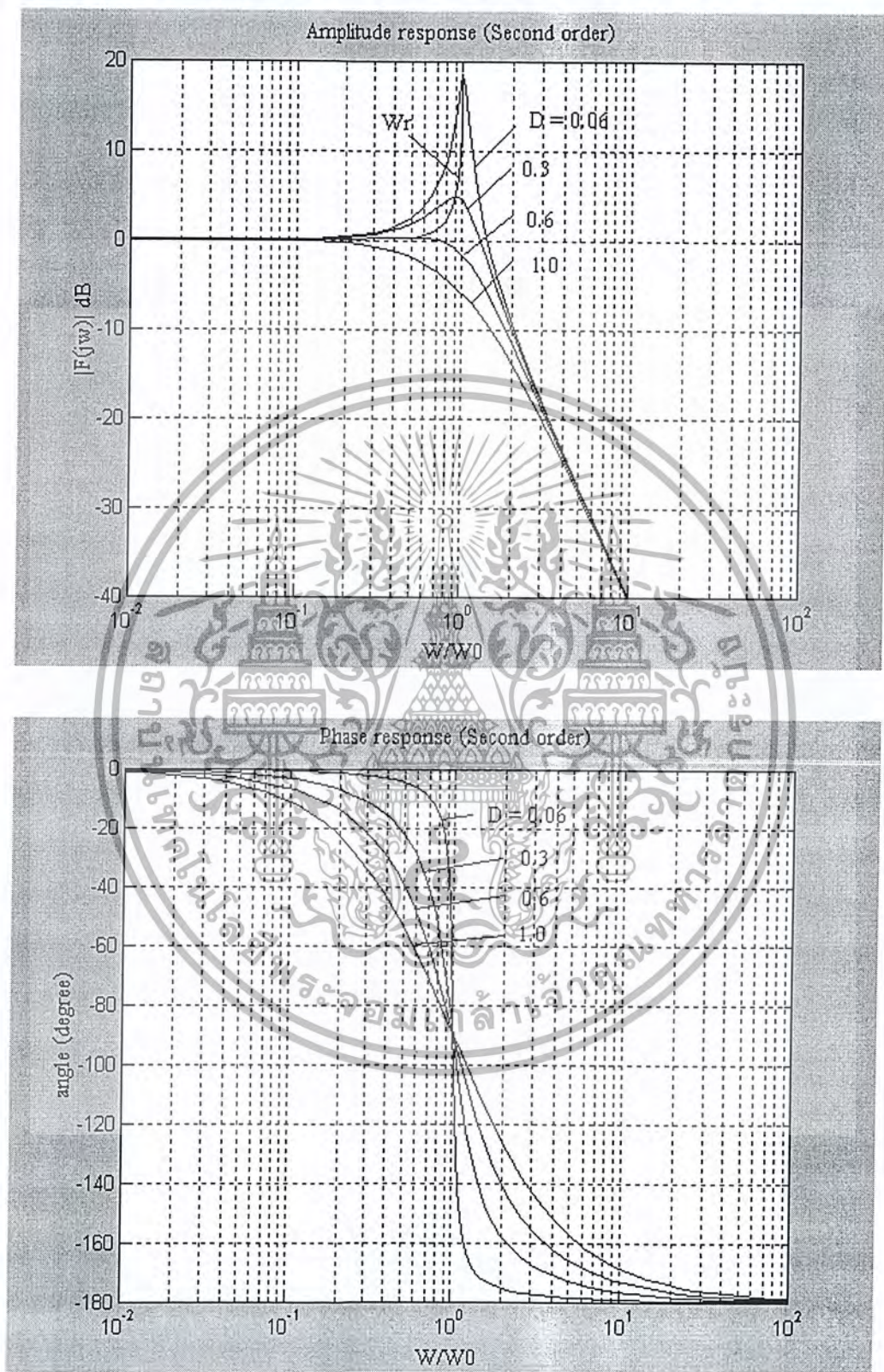
$$P-T_1 : |F(j\omega)|_{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071 \text{ หรือ } -3.01 \text{ dB} \quad (2.49)$$

ในระบบอันดับ 2 (P-T₂) คือ

$$P-T_2 : |F(j\omega)|_{\omega_0} = \frac{1}{2D} \quad (2.50)$$



แสดงถึงสัญลักษณ์ของระบบอันดับ 2 (Second order) และผลตอบสนองใน โดเมนของเวลา



รูปที่ 2.12 แสดง Bode Diagram ของผลตอบสนองเชิงความถี่ของ P-T₂-Element

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.3.4 ความถี่เชิงมุมของการเกิดเรโซแนนซ์ (Resonant Angular Frequency ω_r)

เป็นความถี่ที่ทำให้ผลตอบสนองเชิงความถี่มีค่ามากที่สุด โดยที่

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2D^2} \quad , \quad D < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.51)$$

เมื่อค่าของผลตอบสนองเชิงความถี่มีค่ามากที่สุดด้วย

$$|F(j\omega)|_{\omega_r} = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}} \quad (2.52)$$

ความถี่เชิงมุมของการเกิดเรโซแนนซ์ ω_r และค่าขนาดที่ $|F(j\omega)|_{\omega_r}$ สามารถได้มาจากการวัดค่าขนาดของผลตอบสนอง โดยทั้ง 2 ค่าจะเป็นตัวกำหนดค่าอัตราหน่วง D และค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_0 จากสมการข้างต้นเรโซแนนซ์ (Resonance) จะเกิดขึ้นเมื่อสัญญาณไซน์ที่ความถี่เรโซแนนซ์ (Resonant) ถูกใช้ในอุปกรณ์การส่งหรือใช้ในระบบ ในระบบที่มีอันดับสูงขึ้นก็จะเกิดความถี่เรโซแนนซ์มากขึ้นไปด้วย ในสายของวิศวกรรมการขับเคลื่อน ความถี่ที่ใช้จะขึ้นกับความเร็วเป็นส่วนใหญ่ จุดเรโซแนนซ์มักจะเห็นอยู่บ่อยครั้งหากจำเป็นค่าขนาดและค่ามุมของผลตอบสนองของลูกควบคุมจะต้องมีการปรับแต่ง

ตัวอย่าง : ค่าอัตราหน่วงในลูกควบคุมความเร็ว $D = 0.5$ ในระบบอันดับ 2 (P-T₂) ค่าความถี่เชิงมุมของการเกิดเรโซแนนซ์ $\omega_r = 0.707 \omega_0$ และค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่ $|F(j\omega)|_{\omega_r} = 1.15$ หรือ 1.25 dB เมื่อค่าอัตราหน่วงมีค่าเพิ่มขึ้นค่า ω_r และค่าขนาดก็จะเพิ่มขึ้นด้วย

2.3.3.5 ความถี่เชิงมุมธรรมชาติ (Natural Angular Frequency ω_d)

ในขณะที่ความถี่เรโซแนนซ์ คือ ค่าคุณลักษณะของผลตอบสนองเชิงความถี่ ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ω_d ของระบบอันดับ 2 (P-T₂) ก็เป็นคุณลักษณะของระบบของผลตอบสนองในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลง (Transient response) ในโดเมนของเวลา โดยมีค่าดังนี้

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-D^2} \quad (2.53)$$

เพื่อความเข้าใจที่ดีขึ้นเราจะมาพิจารณา transient response ในรูปของสัญญาณขั้นบันได หนึ่งหน่วยในรูปของเวลา โดยมีแกนตามขวางเป็นพิกัดความสัมพันธ์ของเวลา T หรือ $\frac{1}{\omega_0}$ และ ค่าอัตราหน่วงมีค่า $D = 0.1$ และ $D = 0.5$ การสั้นของกราฟที่มีการเคลื่อนที่ลดลงจะเป็นไปตาม ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล ดังนี้

$$\frac{v}{u_s} = 1 \pm A \cdot e^{-\frac{t}{T_A}} \text{ เมื่อ } T_A = \frac{T}{D} = \frac{1}{\omega_0 \cdot D}, \quad A = \frac{1}{\sqrt{1-D^2}} \quad (2.54)$$

T_A = ค่าคงที่ของเวลาของการลดลงของการสั้น (Decay time constants) ที่ค่าอัตราหน่วง $D \leq 0.3, A \approx 1$

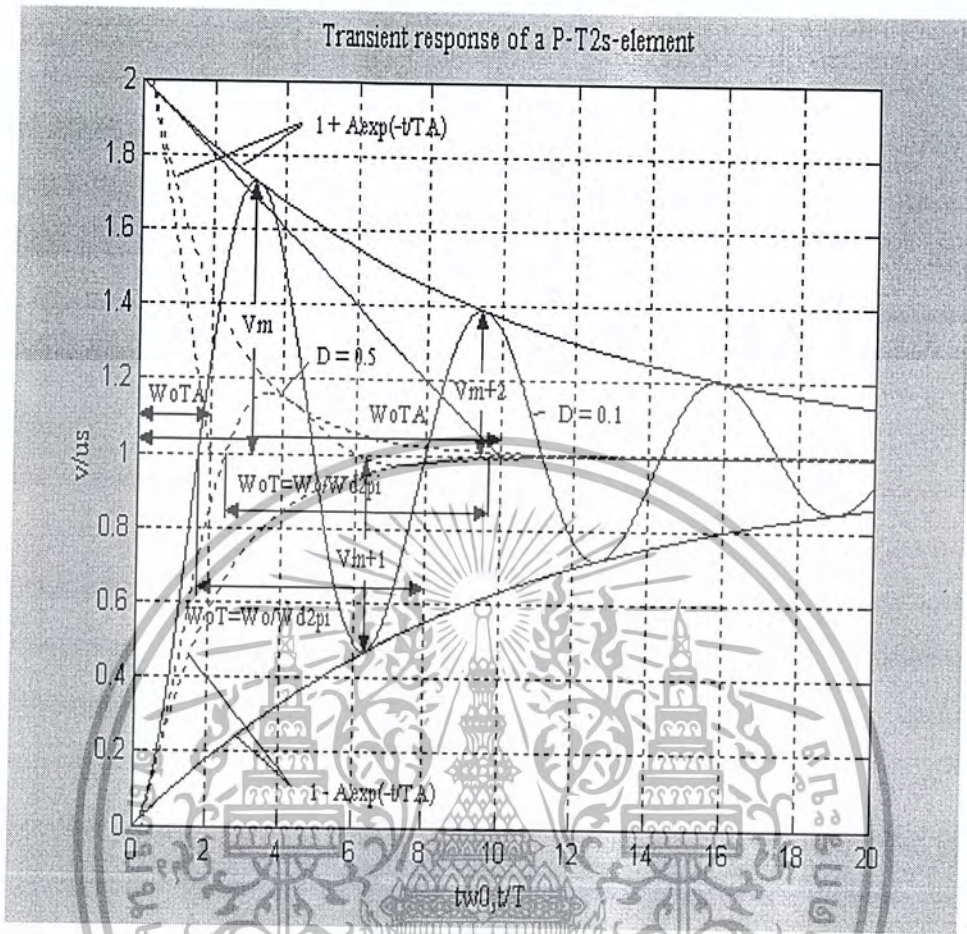
ดังนั้นจุดเริ่มต้นของฟังก์ชันเอกโพเนนเชียลที่เป็นตัวควบคุมการลดลงของการสั้น ในแกน ตั้งจะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง +2 เราสามารถได้ค่าคงที่ของเวลาของการลดลงของการสั้น T_A และคาบ τ จากการวัด transfer response ค่าขนาดของ overshoot และอินเดอร์ชูท (Undershoot) เป็นฟังก์ชัน ของอัตราหน่วง ในกรณีของผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดในระบบอันดับ 2 ($P-T_2$) จะ สามารถหาความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{v_m}{1} = \frac{v_{m+1}}{v_m} = \frac{v_{m+2}}{v_{m+1}} = \dots = e^{-\frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}} \quad (2.55)$$

ค่า $\omega_0, \omega_r, \omega_d$ จะเพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราหน่วงมีค่าลดลงและจะเท่ากันเมื่อ $D = 0$

2.3.3.6 ความถี่เชิงมุมที่จุดคัทออฟ (Cut-off Angular Frequency ω_c), ความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อขนาดมีค่าเท่ากับ 0 dB (Gain Crossover Angular Frequency ω_D), ความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อมุมมีค่าเท่ากับ -180° (Phase Crossover Angular Frequency ω_π)

ความถี่เชิงมุมที่จุดคัทออฟ ω_c ก็เป็นความถี่เชิงมุมค่าหนึ่ง ซึ่งก็คือค่าความถี่ที่ค่าขนาดของผลตอบสนองตกลงที่ค่า -3 dB ช่วงความถี่จาก 0 ถึง ω_c เรียกว่าแบนด์วิท (Bandwidth) การวิเคราะห์เสถียรภาพด้วย Bode Diagram จะมีการกล่าวถึงความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อขนาดมีค่าเท่ากับ 0 dB ω_D และความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อมุมมีค่าเท่ากับ -180° ω_π



รูปที่ 2.13 Transient response ของ P-T_{2s}-Element

2.3.3.7 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของอุปกรณ์การหน่วง (Frequency Response of the Delay Elements)

สำหรับ P-T₁-Element ค่าขนาดตกเป็นเส้นตรงที่มีความชัน -20 dB/decade ที่จุด $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ $|F(j\omega)| = 0\text{dB}$ ส่วนค่ามุมมีค่าในช่วง 0° ที่ความถี่ต่ำๆจนถึง -90° ที่ความถี่สูงๆ ที่ค่า

ความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ $\omega_0 = \frac{1}{T}$ ค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่ $|F(j\omega)| = -3.01\text{dB}$ หรือ -0.7071 และมีมุม -45°

สำหรับ P-T₂-Element ค่าขนาดตกเป็นเส้นตรงที่มีความชัน -40 dB/decade ที่จุด $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ $|F(j\omega)| = 0\text{dB}$ ส่วนค่ามุมมีค่าในช่วง 0° ที่ความถี่ต่ำๆจนถึง -180° ที่ความถี่สูงๆ ที่ค่า

ความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ $\omega_0 = \frac{1}{T}$ ค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่จะขึ้นอยู่กับค่าอัตราห้วงและมีมุม -90°

สำหรับระบบที่มีอันดับสูงกว่านี้ เช่น ระบบอันดับ 3 ค่าขนาดจะตกเป็นเส้นตรงที่มีความชัน -60 dB/decade จะมี 2-3 ความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาด (Corner angular frequencies) เกิดขึ้นที่ความถี่สูงค่ามุมมีค่า -270° ส่วน P-T_n-Element ไม่สามารถคำนวณได้ เราจึงแทนที่อุปกรณ์การส่งด้วยอุปกรณ์ที่เราารู้ โดยการนำมาต่ออนุกรมกัน

2.4 เส้นทางราก (Root Loci)

Root Loci จะใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของรูปควบคุมแบบปิด โดยจะกล่าวถึงตำแหน่งของโพลในระนาบของจำนวนเชิงซ้อน ดังนั้นเราจำเป็นต้องรู้ค่าโพล (Poles) และซีโร (Zeros) จากทรานเฟอร์ฟังก์ชันของรูปควบคุมแบบเปิดซะก่อน เมื่อเรานำค่าทรานเฟอร์ฟังก์ชันมาเท่ากับ 0 เราจะพิจารณาสิ่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

- ค่าซีโรของทรานเฟอร์ฟังก์ชันได้มาจากการที่เราจับตัวเศษมาเท่ากับ 0 แต่ถ้าหากเราจับตัวส่วนมาเท่ากับ 0 จะได้ค่าโพลของทรานเฟอร์ฟังก์ชัน
- ค่าโพลและค่าซีโรเมื่ออยู่ในระนาบของจำนวนเชิงซ้อนจะมีสัญลักษณ์ \times และ \circ ตามลำดับตำแหน่งต่างๆ ของโพลและซีโรจะมีผลต่อคุณลักษณะของระบบ

2.4.1 โพล

ค่าโพลของระบบใช้ในการพิจารณาเสถียรภาพและค่าอัตราห้วง หากค่าโพลมีตำแหน่งเข้าใกล้ค่า 0 ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_0 และค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ω_d ของระบบจะมีค่าลดลง ค่าอัตราห้วงจะมีค่าเล็กน้อยระหว่างแวกเตอร์ของโพลกับแกนจินตภาพมีขนาดลดลง โพลเป็นสาเหตุที่ทำให้มุมของผลตอบสนองทางความถี่เป็นลบ ค่าโพลในระนาบของจำนวนเชิงซ้อนจะเกิดการเป็นการคอนจูเกต (Conjugate) กัน คือ จะเกิดขึ้นเป็นคู่เสมอจากตำแหน่งของโพลเราสามารถสรุปได้ดังนี้

- ระบบจะเสถียรภาพเมื่อ โพลทั้งหมดมีส่วนจริงเป็นค่าลบ หรือก็คือจะต้องมีตำแหน่งอยู่ทางซ้ายมือของแกนจินตภาพ

- หากค่าโพลมีส่วนจริงเป็นบวกแสดงว่าระบบไม่เสถียรภาพ

- ถ้าหากค่าโพลไม่มีส่วนจินตภาพ คือ มีตำแหน่งอยู่บนแกนจริงลบ ทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะ

ประกอบไปด้วยฟังก์ชันเอกโพเนนเชียลที่เป็นฟังก์ชันลบ โดยมีค่าคงที่ของเวลาของการลดลงของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{การสั่น } T = \frac{1}{\sigma}$$

• ถ้าค่าโพลประกอบไปด้วยส่วนจริงและส่วนจินตภาพ โดยที่ส่วนจริงมีค่าเป็นลบทรานเฟอ์ฟังก์ชันจะมีลักษณะการสั่นด้วยอัตราหน่วง ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_0 ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ω_d ค่าคงที่ของเวลาของการลดลงของการสั่น T_A และค่าอัตราหน่วง D สามารถได้มาจากพิกัดของโพล โดยที่โพลต้องมีตำแหน่งสมมาตรกันบนแกนจริง จะได้ว่า

- ความยาวของเวกเตอร์จากจุดกำเนิดจนถึงโพลจะมีค่าเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_0
- ค่าอัตราหน่วง D จะมีค่าเท่ากับค่าโคไซน์ (Cosine) ของมุมระหว่างเวกเตอร์โพลกับแกนจริงลบ
- ส่วนจินตภาพของเวกเตอร์ โพลบนแกนจินตภาพจะมีค่าเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ω_d
- และในทำนองเดียวกันส่วนจริงของเวกเตอร์ โพลบนแกนจริงก็มีค่าเท่ากับส่วนกลับของค่าคงที่ของเวลาของการลดลงของการสั่น T_A
- ถ้าโพลมีตำแหน่งอยู่บนแกนจินตภาพการสั่นแบบไม่มีการหน่วง (Undamped) จะเกิดขึ้น
- ถ้าโพลมีตำแหน่งอยู่ที่จุดกำเนิดความถี่ถึงผลตอบสนองแบบอินทิเกรต

2.4.2 ซีโร

ซีโรจะนำมาพิจารณาคูณลักษณะของผลตอบสนอง โดยที่ตำแหน่งและการกระจายบนระนาบของจำนวนเชิงซ้อนมีผลต่อค่าขนาดของผลตอบสนอง ในระบบป้อนกลับแบบลบ ซีโรเป็นส่วนสำคัญสำหรับเสถียรภาพของลูปลควบคุมแบบปิด ซีโรทำให้มุมของผลตอบสนองเชิงความถี่เป็นบวก อีกทั้งโพลด้อยสามารถชดเชยได้ด้วยซีโรทำให้ลูปลควบคุมมีเสถียรภาพ การชดเชยโพลที่อยู่ทางซ้ายมือของระนาบจะช่วยปรับปรุงผลตอบสนองของลูปลควบคุมให้ดีขึ้นด้วยการเปลี่ยนแปลงเซตพอยท์ (setpoint) ของระบบ แต่การชดเชยนี้จะไม่มีผลต่อสัญญาณรบกวนภายนอก

2.4.3 เส้นทางการของระบบอันดับ 2 (Root Loci of the P-T₂-Element)

ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบอันดับ 2 โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์อัตราขยายของระบบ $K_p = 1$ มีสมการดังนี้

$$F(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{2D}{\omega_0} + (j\omega)^2 \frac{1}{\omega_0^2}} \quad (2.56)$$

จะได้

$$G(p) = \frac{1}{1 + p \frac{2D}{\omega_0} + p^2 \frac{1}{\omega_0^2}} \quad (2.57)$$

เราจะได้โพลของทรานเฟอร์ฟังก์ชันด้วยการนำเอาตัวส่วนมาเท่ากับ 0 ดังนี้

$$\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + \frac{2D}{\omega_0} p + 1 = 0 \quad (2.58)$$

ดังนั้น

$$p_{1,2} = \frac{-2D \pm \sqrt{4D^2 - 4}}{2 \frac{1}{\omega_0^2}} = \omega_0^2 \frac{-2D \pm \sqrt{4D^2 - 4}}{2} \quad (2.59)$$

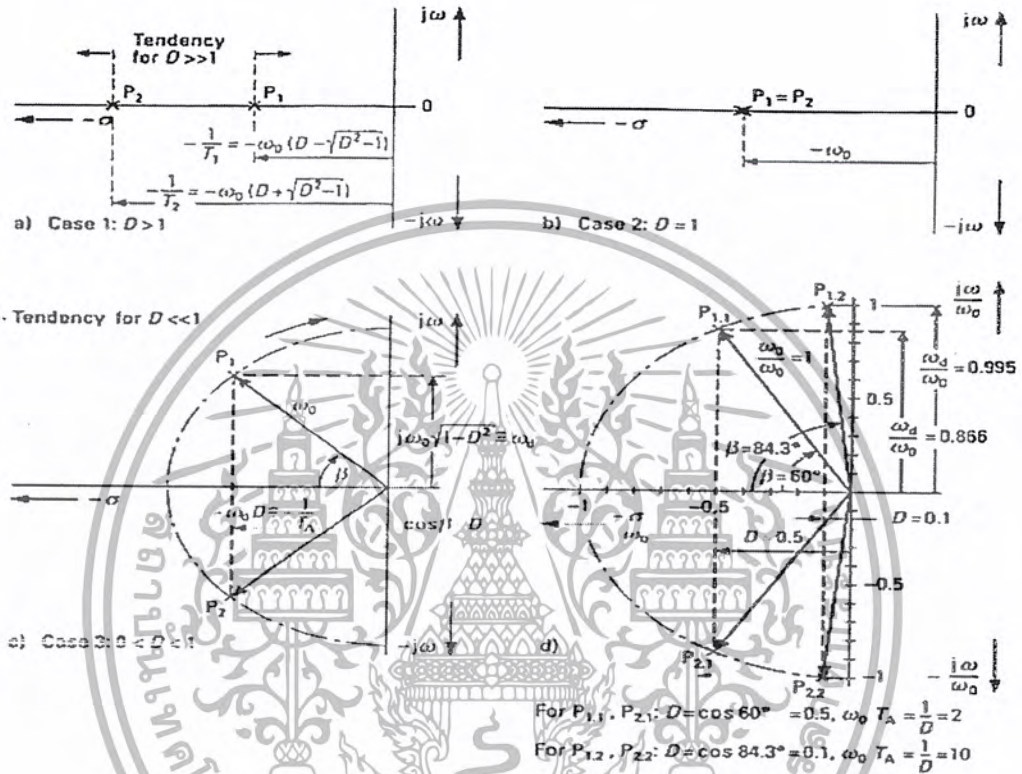
และ

$$p_{1,2} = -\omega_0 D \pm \omega_0 \sqrt{D^2 - 1} = -\omega_0 D \pm j\omega_0 \sqrt{1 - D^2} \quad (2.60)$$

จะเห็นว่าค่าโพลจะขึ้นอยู่กับค่าอัตราส่วน D มี 3 กรณี ดังนี้

- กรณีที่ 1 $D > 1$ ค่าทั้งสองของโพลจะเป็นจำนวนจริงลบ ที่ค่าอัตราส่วนสูงๆ โพลค่านึงจะเข้าไปใกล้จุดกำเนิดส่วนอีกค่าจะเข้าไปใกล้ $-2\omega_0 D$
- กรณีที่ 2 $D = 1$ ค่าโพลทั้งสองค่าจะมีค่าเท่ากับ $-\omega_0$

- กรณีที่ 3 $1 > D > 0$ ค่าโพลสองค่าจะเป็นคอนจูเกตกันโดยมีตำแหน่งอยู่ทางซ้ายมือของระนาบ เมื่อ D มีค่าลดลงโพลจะมีค่าเข้าใกล้แกนจินตภาพและจะอยู่บนแกนจินตภาพเมื่อ $D = 0$ แต่ถ้าตัวเศษของผลตอบสนองเชิงความถี่เท่ากับ 1 แสดงว่าไม่มีซีโร



รูปที่ 2.14 แสดงตำแหน่งของโพลของ P-T₂-Element

2.4.4 เส้นทางรากของระบบ 1-และ 2-Mass Oscillators (Root Loci of 1-and 2-Mass Oscillators)

องค์ประกอบภายในของระบบเชิงกลสามารถแยกคิดเป็นส่วนๆได้ โดยในหัวข้อนี้จะแบ่งพิจารณาเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของโพลและส่วนของโพลรวมกับมอเตอร์ ซึ่งสามารถนำเสนอเป็นความสัมพันธ์ทางฟิสิกส์ดังนี้

แรงบิดของมอเตอร์

$$M_M = c_{T_0} (\varphi_M - \varphi_L) + \mathcal{G}_M (\omega_M - \omega_L) + J_M \cdot \alpha_M \quad (2.61)$$

ความแตกต่างระหว่างความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์กับ โหลดคือ

$$\omega_M - \omega_L = \frac{d(\varphi_M - \varphi_L)}{dt} \quad (2.62)$$

ความเร่งเชิงมุมของมอเตอร์คือ

$$\alpha_M = \frac{d^2\varphi_M}{dt^2} \quad (2.63)$$

แปลงสมการ (2.61) ให้อยู่ในโดเมนทางความถี่จะได้

$$M_M = c_{T0}(\varphi_M - \varphi_L) + \mathcal{G}_M(\varphi_M - \varphi_L) \cdot p + J_M \cdot \varphi_M \cdot p^2 \quad (2.64)$$

แรงบิดที่ส่งผ่านไปยังเพลาลูก

$$M_W = c_{T0}(\varphi_M - \varphi_L) + \mathcal{G}_M(\omega_M - \omega_L) \quad (2.65)$$

เมื่อปราศจากแรงบิดของโหลด แรงบิดที่ส่งผ่านไปยังเพลาลูกจะเท่ากับ

$$M_W = J_L \cdot \alpha_L \quad (2.66)$$

จากสมการด้านบนจะ ได้ความสัมพันธ์

$$J_L \cdot \varphi_L \cdot p^2 = c_{T0}(\varphi_M - \varphi_L) + \mathcal{G}_M(\varphi_M - \varphi_L) \cdot p \quad (2.67)$$

จะได้

$$\varphi_L = \varphi_M \frac{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \quad (2.68)$$

เมื่อนำ φ_L แทนในสมการที่ (2.61) จะได้

$$M_M = \varphi_M \cdot c_{T0} \left(1 - \frac{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \right) + \varphi_M \cdot \mathcal{G}_M \left(1 - \frac{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \right) \cdot p + \varphi_M \cdot J_M \cdot p^2 \quad (2.69)$$

จากความสัมพันธ์

$$\omega_M = \frac{d\varphi_M}{dt} = p \cdot \varphi_M \quad \varphi_M = \omega_M \cdot \frac{1}{p} \quad (2.70)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$M_M = \omega_M \cdot p \left[\frac{c_{T0} \cdot \frac{1}{p^2} + \mathcal{G}_\omega \cdot \frac{1}{p}}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \left(\frac{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \right) + J_M \right] \quad (2.71)$$

จากสมการข้างต้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดของมอเตอร์และความเร่งของมอเตอร์ ดังนี้

$$M_M = \omega_M \cdot p \left(J_M + J_L \cdot \frac{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p}{c_{T0} + \mathcal{G}_\omega \cdot p + J_L \cdot p^2} \right) \quad (2.72)$$

ซึ่ง

$$\omega_{0\text{mech1}} = \sqrt{\frac{c_{T0}}{J_L}} \quad (2.73)$$

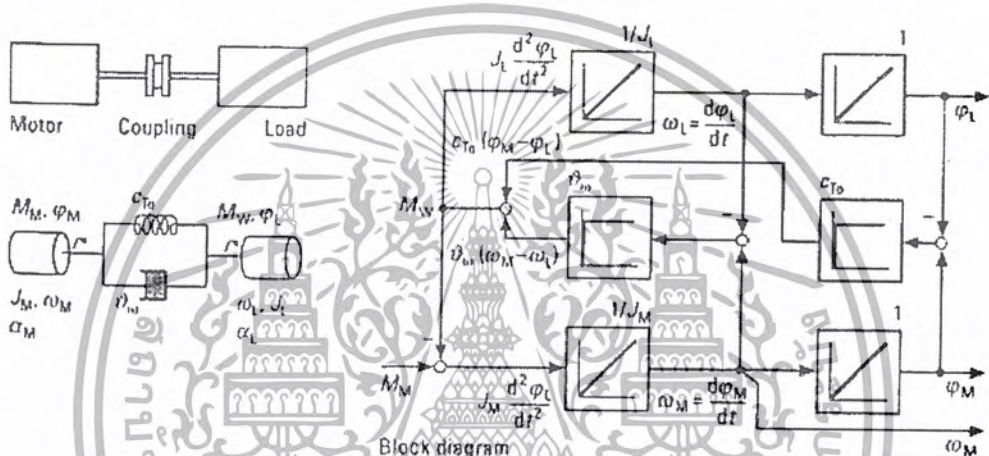
และ

$$D_{\text{mech1}} = \frac{\mathcal{G}_\omega}{J_L \cdot \omega_{0\text{mech1}}} = \frac{\mathcal{G}_\omega}{2\sqrt{c_{T0} \cdot J_L}} \quad (2.74)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงบิดของมอเตอร์คือ

$$M_M = \omega_M \cdot p \left(J_M + J_L \frac{1 + \frac{2D_{mech1}}{\omega_{0mech1}} \cdot p}{1 + \frac{2D_{mech1}}{\omega_{0mech1}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0mech1}^2} \cdot p^2} \right) \quad (2.75)$$



รูปที่ 2.15 การเชื่อมต่อระหว่างมอเตอร์และโหลดด้วยระบบ 2-mass oscillator

- M_M แรงบิดของมอเตอร์ (Motor torque)
- M_W แรงบิดของเพลา (Shaft torque)
- φ_M มุมหมุนของมอเตอร์ (Motor rotation angle)
- φ_L มุมหมุนของโหลด (Load rotation angle)
- J_M โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ (Motor moment of inertia)
- J_L โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด (Load moment of inertia)
- c_{T0} ค่าคงที่ของแรงบิดหมุนของสปริง (Torsion spring constant)
- g_ω สัมประสิทธิ์ของวิสกอสเดมพ์ที่ปิ้ง (Damping coefficient)
- α_M ความเร่งเชิงมุมของมอเตอร์ (Motor angular acceleration)
- α_L ความเร่งเชิงมุมของโหลด (Load angular acceleration)
- ω_M ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ (Motor angular velocity)
- ω_L ความเร็วเชิงมุมของโหลด (Load angular velocity)

ซึ่งจะได้ทรานเฟอร์ฟังก์ชันระหว่างความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์กับแรงบิดของมอเตอร์ ดังนี้

$$G(p) = \frac{\omega_M(p)}{M_M(p)} = \frac{1}{p} \frac{1}{1 + \frac{2D_{\text{mech1}}}{\omega_{0\text{mech1}}} \cdot p} \frac{1}{J_M + J_L \left(1 + \frac{2D_{\text{mech1}}}{\omega_{0\text{mech1}}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0\text{mech1}}^2} \cdot p^2 \right)} \quad (2.76)$$

$$G(p) = \frac{\omega_M(p)}{M_M(p)} = \frac{1}{p \cdot (J_M + J_L) \left(1 + \frac{2D_{\text{mech1}}}{\omega_{0\text{mech1}}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{0\text{mech1}}^2} \cdot p^2 \right) \left(1 + \frac{2D_{\text{mech1}}}{\omega_{0\text{mech1}}} \cdot p + \frac{J_M}{\omega_{0\text{mech1}}^2 (J_M + J_L)} \cdot p^2 \right)} \quad (2.77)$$

- โพลของระบบ 2-mass oscillator (2-Mass Oscillator Poles)
จากทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะได้โพลของระบบ 3 ค่า โดยที่ค่าแรกจะมีค่าเป็น 0 ส่วนอีก 2 ค่าจะมีค่า ดังนี้

$$p_{1,2} = -\omega_{0\text{mech2}} \cdot D_{\text{mech2}} \pm j \omega_{0\text{mech2}} \sqrt{1 - D_{\text{mech2}}^2} \quad (2.78)$$

โดยที่

$$D_{\text{mech2}} = D_{\text{mech1}} \sqrt{\frac{J_M + J_L}{J_M}} = D_{\text{mech1}} \sqrt{1 + \frac{J_M}{J_L}} \quad (2.79)$$

และ

$$\omega_{0\text{mech2}} = \sqrt{c_{T0} \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right)} = \sqrt{\frac{c_{T0}}{J_L} \cdot \frac{J_M + J_L}{J_M}} = \omega_{0\text{mech1}} \sqrt{\frac{J_M + J_L}{J_M}} = \omega_{0\text{mech1}} \sqrt{1 + \frac{J_L}{J_M}} \quad (2.80)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ซีโร้ของระบบ 2-mass oscillator (2-Mass Oscillator Zeros)

จากทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะได้ซีโร้ของระบบ คือ

$$Z_{1,2} = -\omega_{0\text{mech}1} \cdot D_{\text{mech}1} \pm j\omega_{0\text{mech}1} \sqrt{1 - D_{\text{mech}1}^2} \quad (2.81)$$

หรือ

$$Z_{1,2} = -\omega_{0\text{mech}2} \cdot D_{\text{mech}2} \frac{J_M}{J_M + J_L} \pm j\omega_{0\text{mech}2} \frac{J_M}{J_M + J_L} \sqrt{\frac{J_M + J_L}{J_M} - D_{\text{mech}2}^2} \quad (2.82)$$

- การวิเคราะห์เวกเตอร์ โพลและซีโร้ (Analysis of the Pole and Zero Vectors)

ตำแหน่งของโพลและซีโร้บนระนาบของจำนวนเชิงซ้อนของ 2-mass oscillator ได้มาจาก ส่วนจริงและส่วนจินตภาพของสมการ 2 สมการนี้ตามลำดับ

$$p_{1,2} = -\omega_{0\text{mech}2} \cdot D_{\text{mech}2} \pm j\omega_{0\text{mech}2} \sqrt{1 - D_{\text{mech}2}^2} \quad (2.83)$$

และ

$$Z_{1,2} = -\omega_{0\text{mech}1} \cdot D_{\text{mech}1} \pm j\omega_{0\text{mech}1} \sqrt{1 - D_{\text{mech}1}^2} \quad (2.84)$$

เราจะมาดู โพลกันก่อน ส่วนจริงของโพล คือ

$$\text{Re}_p = -\omega_{0\text{mech}2} \cdot D_{\text{mech}2} = \frac{-1}{T_{A2}} \quad (2.85)$$

ส่วนจินตภาพของโพล คือ

$$\text{Im}_p = \pm \omega_{0\text{mech}2} \sqrt{1 - D_{\text{mech}2}^2} = \omega_{d2} \quad (2.86)$$

และมุมระหว่างเวกเตอร์โพลและแกนจริง คือ

$$\cos \beta_p = D_{\text{mech } 2} \quad (2.87)$$

ความถี่เชิงมุมของโพลเท่ากับความยาวของเวกเตอร์โพลซึ่งเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของ 2-mass oscillator คือ

$$\omega_p = \sqrt{\text{Re}_p^2 + \text{Im}_p^2} = \omega_{0 \text{ mech } 2} \quad (2.88)$$

เรามาดูซีโรกันบ้างส่วนจริงของซีโร คือ

$$\text{Re}_N = -\omega_{0 \text{ mech } 1} \cdot D_{\text{mech } 1} = -\frac{1}{T_{A1}} \quad (2.89)$$

ส่วนจินตภาพของซีโร คือ

$$\text{Im}_N = \pm \omega_{0 \text{ mech } 1} \sqrt{1 - D_{\text{mech } 1}^2} = \omega_{d1} \quad (2.90)$$

จากที่เราทราบว่าค่าซีโรของ 2-mass oscillator และค่าโพลของ 1-mass oscillator เป็นค่าเดียวกัน ดังนั้นส่วนจริงและส่วนจินตภาพของซีโร 2-mass oscillator ก็จะเป็นค่าโพลของ 1-mass oscillator ค่ามุมระหว่างเวกเตอร์ของซีโรกับแกนจริง

$$\cos \beta_N = D_{\text{mech } 1} \quad (2.91)$$

และค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของซีโร คือ

$$\omega_N = \sqrt{\text{Re}_N^2 + \text{Im}_N^2} = \omega_{\text{mech } 1} \quad (2.92)$$

ตัวอย่าง : ผลตอบสนองเชิงความถี่ของทรานเฟอร์ฟังก์ชัน (2.77) ในรูปของ Bode Diagram จะพิจารณาตามค่าต่างๆ ดังต่อไปนี้

ความเฉื่อยของมอเตอร์ $J_M = 13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$

ความเฉื่อยของโหลด $J_L = 18 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ และ $= 36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$

ค่าคงที่ของแรงบิดหมุนของสปริง $c_{T0} = 27200 \text{ Nm/rad}$

ค่าอัตราหน่วง $D_{\text{mech1}} = 0.02$ และ $= 0.04$

จากค่าความถี่เชิงมุมของ โพลซึ่งเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของ 2-mass oscillator

$$\begin{aligned}\omega_p = \omega_{0\text{mech2}} &= \sqrt{c_{T0} \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right)} \\ &= \sqrt{2.72 \times 10^4 \text{ Nm/rad} \left(\frac{1}{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2} + \frac{1}{18 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2} \right)} = 6003 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

และ

$$f_{0\text{mech2}} = \frac{\omega_{0\text{mech2}}}{2\pi} = \frac{6003 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 955.4 \text{ Hz}$$

จากค่าความถี่เชิงมุมของซีโรซึ่งเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของ 1-mass oscillator

$$\omega_N = \omega_{0\text{mech1}} = \sqrt{\frac{c_{T0}}{J_L}} = \sqrt{\frac{2.72 \times 10^4 \text{ Nm/rad}}{18 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}} = 3887 \text{ s}^{-1}$$

และ

$$f_{0\text{mech1}} = \frac{\omega_{0\text{mech1}}}{2\pi} = \frac{3887 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 618.7 \text{ Hz}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทั้งค่าความถี่เชิงมุมของโพลและซีโรไม่ขึ้นอยู่กับค่าอัตราห้วง อย่างไรก็ตามค่าขนาดของผลตอบสนองเชิงความถี่ที่นำเสนอในรูปของ Bode Diagram ก็ยังขึ้นอยู่กับค่าอัตราห้วงดังแสดงในรูปที่ 2.16 โดยมีค่าอัตราห้วง 2 ค่า คือ $D_{\text{mech1}} = 0.02$ และ $= 0.04$ ค่าขนาดจะเพิ่มขึ้นที่ตำแหน่งของโพลและลุดลงที่ตำแหน่งของซีโร ในกรณีของค่ามูมค่าโพลจะแสดงถึงมูมที่ลุดลง ส่วนค่าซีโรจะแสดงถึงมูมที่เพิ่มขึ้น เมื่อ 2-mass oscillator ถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณของแรงบิดและการสั่นที่อิสระ (Oscillates freely) ผลที่ได้จะเป็นการสั่นด้วยค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency f_{d2}) จากรูปที่ 2.16 แสดง transient response เมื่อค่าอัตราห้วง $D_{\text{mech1}} = 0.02$ ในรูปบนและรูปล่างจะมีค่าความเฉื่อยของโหลด $J_L = 36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ โดยที่ทั้ง 2 รูปจะมีค่าสัมประสิทธิ์ของวิสคอสแดมป์ฟิง \mathcal{O}_ω ค่าเดียวกัน รูปที่ 2.17 จะแสดงถึงความแตกต่างของค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์และโหลด หรือก็คือ $\omega_M - \omega_L$ รูปบนมี $\tau = 1.047 \text{ ms}$. เราจะได้ค่าความถี่ธรรมชาติของ 2-mass oscillator f_{d2} ดังนี้

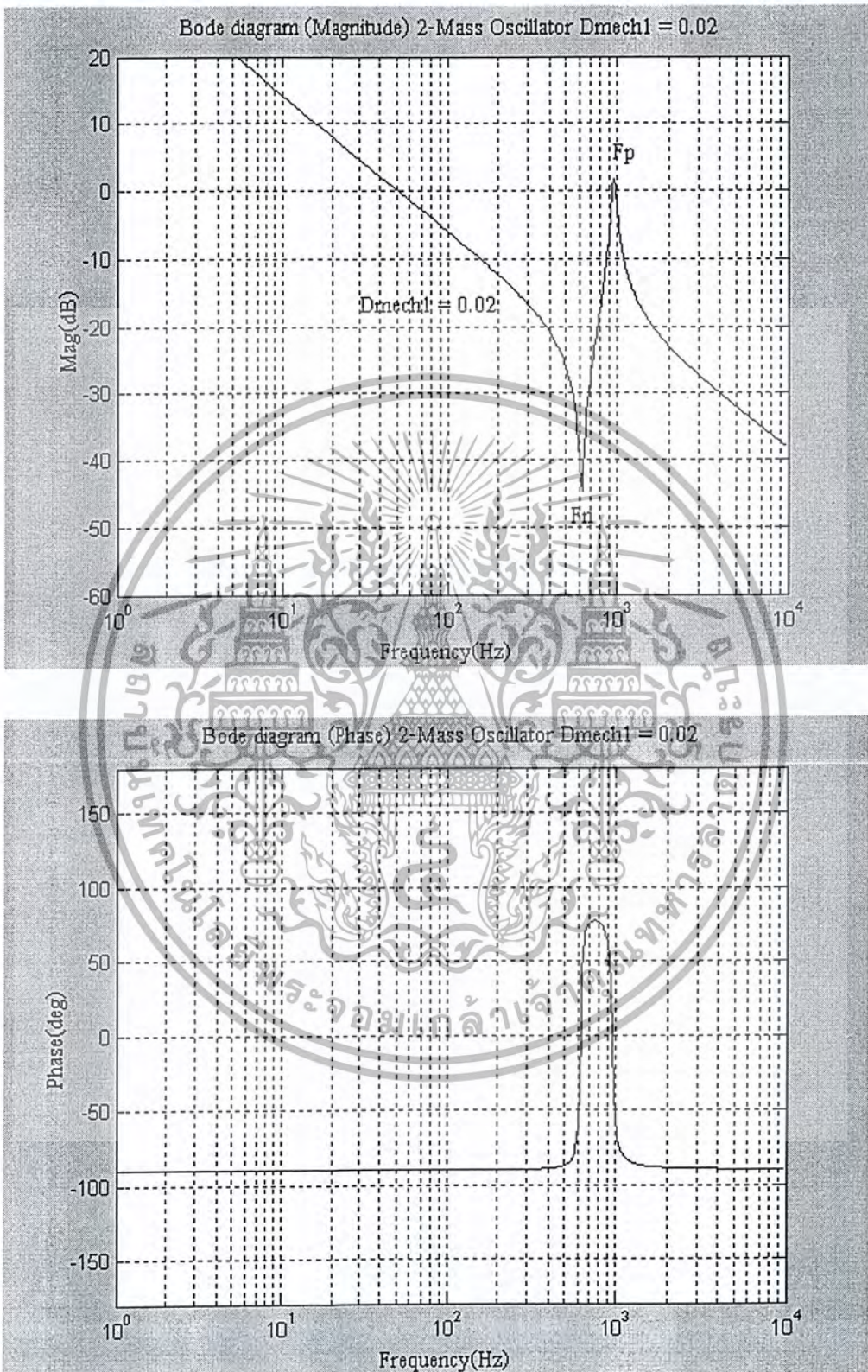
$$f_{d2} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1.047 \times 10^{-3} \text{ s}} = 955 \text{ Hz}$$

หากเรานำค่าความถี่ของคุณลักษณะของระบบ (Characteristic frequency $f_{0\text{mech2}}$) และค่าความถี่ธรรมชาติ f_{d2} มาเปรียบเทียบกับกันดูจะเห็นว่าทั้งสองค่ามีค่าใกล้เคียงกันมาก ในการตรวจสอบค่าอัตราห้วงที่เราให้เราจะพิจารณาค่า D_{mech1} จากค่าคงที่ของเวลาของการลุดลงของการสั่น T_{A2} จากรูปทางซ้ายมือ $T_{A2} = 5.4 \text{ ms}$. ค่าอัตราห้วงของ 2-mass oscillator D_{mech2}

$$D_{\text{mech2}} = \frac{1}{T_{A2} \cdot \omega_{0\text{mech2}}} = \frac{1}{5.4 \times 10^{-3} \text{ s} \times 6003 \text{ s}^{-1}} = 0.0308$$

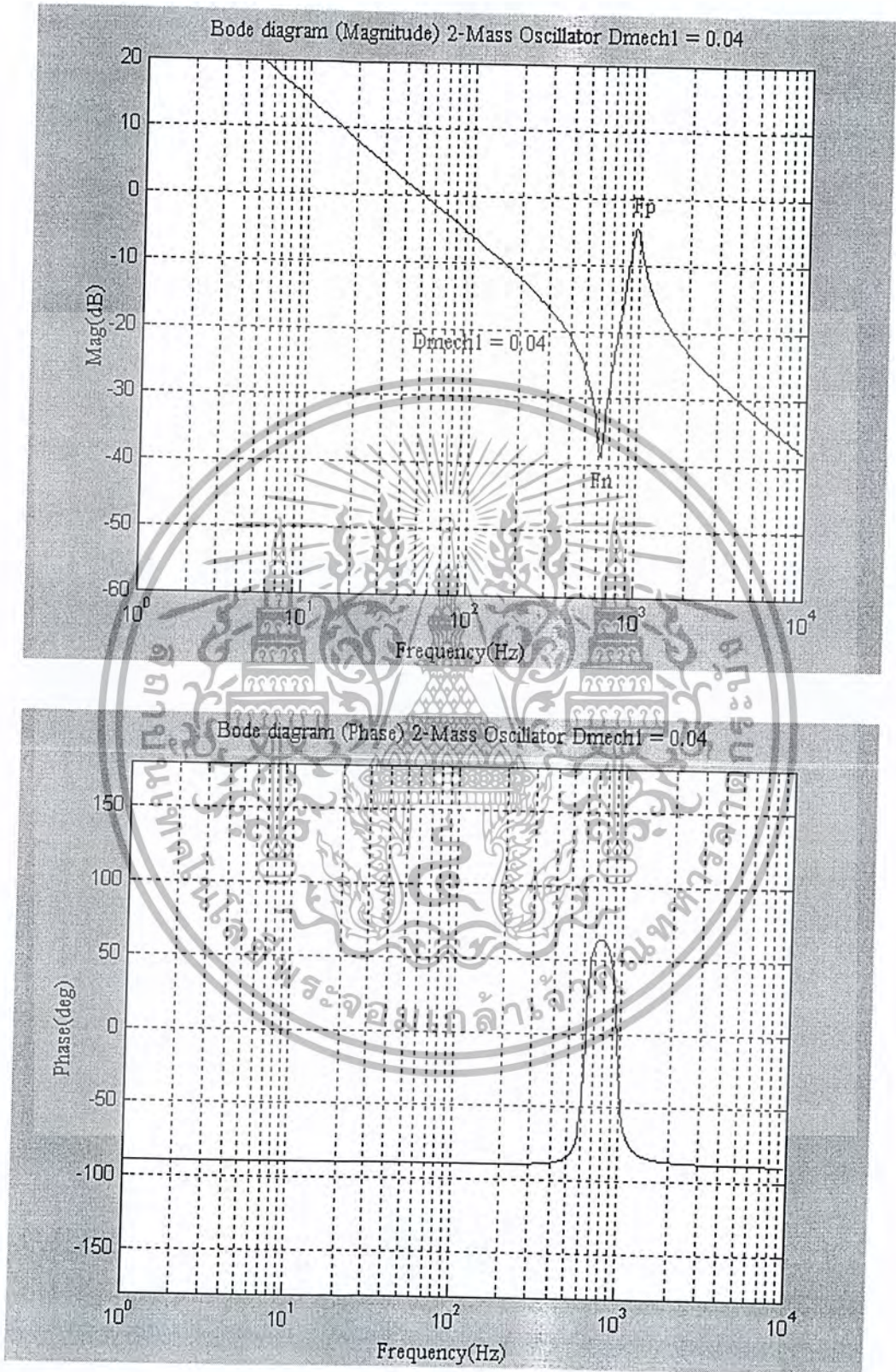
และค่าอัตราห้วง D_{mech} ที่ใช้ (1-mass oscillator มีค่าความเฉื่อยของโหลด $J_L = 18 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$) มีค่าดังนี้

$$D_{\text{mech1}} = \frac{D_{\text{mech2}}}{\sqrt{\frac{J_M + J_L}{J_M}}} = \frac{0.0308}{\sqrt{\frac{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 + 18 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}}} = 0.02$$



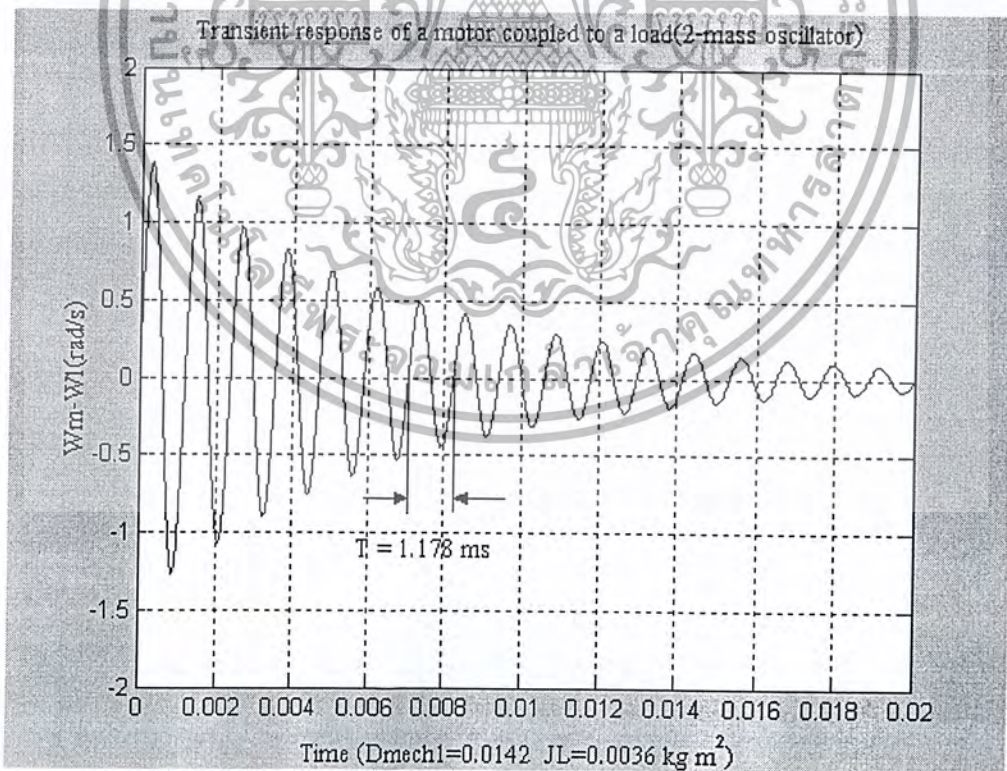
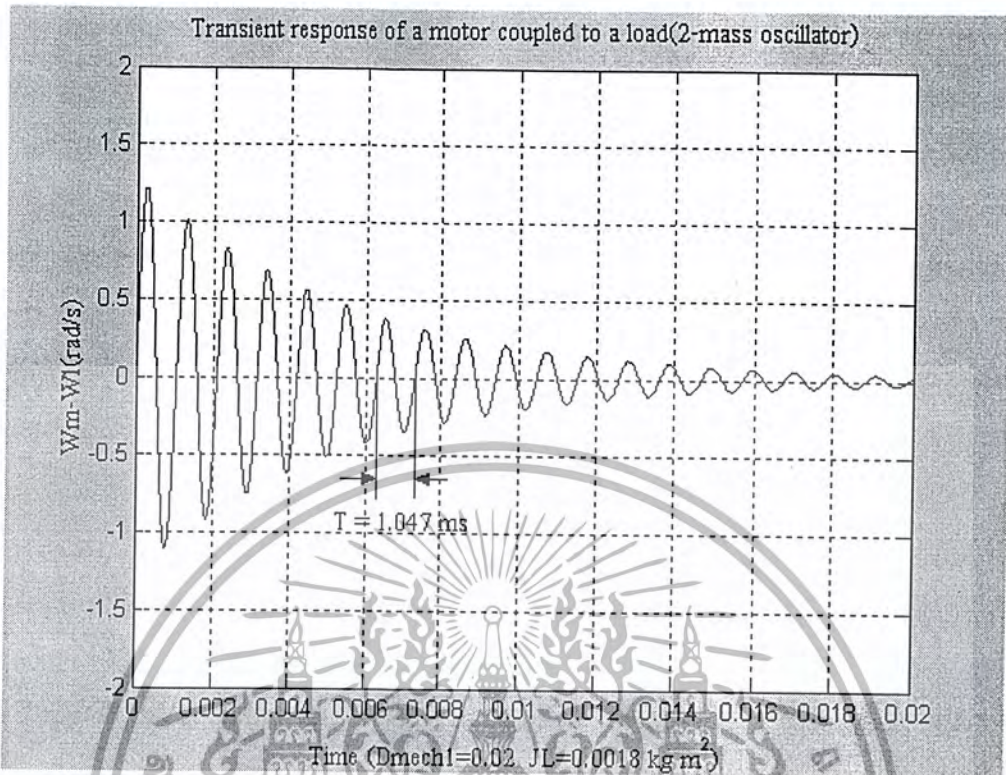
รูปที่ 2.16 ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่นำเสนอในรูปแบบของ Bode Diagram ที่ขึ้นอยู่กับค่าอัตราหน่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.16 ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่นำเสนอในรูปของ Bode Diagram ที่ขึ้นอยู่กับค่าอัตราหน่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.17 แสดงถึงความแตกต่างของค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์และโหลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่ามีความเท่ากับค่าอัตราห้วงที่ให้มา จากรูปล่าง $T_{A2} = 6.8 \text{ ms}$. ค่าความเฉื่อยของโหลดเพิ่มขึ้นเป็น $36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ เราจะได้ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของ 2-mass oscillator $\omega_{0\text{mech}2}$ ค่าใหม่ คือ

$$\begin{aligned}\omega_{0\text{mech}2} &= \sqrt{c_{T0} \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right)} \\ &= \sqrt{2.72 \times 10^4 \text{ Nm/rad} \left(\frac{1}{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2} + \frac{1}{36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2} \right)} = 5337 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

ค่า $\tau = 1.178 \text{ ms}$. จะได้ค่า $f_{d2} = 849 \text{ Hz}$ และ $\omega_{d2} = 5.334 \text{ s}^{-1}$ จะสังเกตได้ว่าค่า ω_{d2} และค่า $\omega_{0\text{mech}2}$ มีค่าใกล้เคียงกัน ส่วนอัตราห้วงของ 2-mass oscillator $D_{\text{mech}2}$

$$D_{\text{mech}2} = \frac{1}{T_{A2} \cdot \omega_{0\text{mech}2}} = \frac{1}{6.8 \times 10^{-3} \text{ s} \times 5337 \text{ s}^{-1}} = 0.02756$$

เราจะได้ค่าอัตราห้วง $D_{\text{mech}1}$ ที่ใช้ (1-mass oscillator) มีความเฉื่อยของโหลด $J_L = 36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ มีค่าดังนี้

$$D_{\text{mech}1} = \frac{D_{\text{mech}2}}{\sqrt{\frac{J_M + J_L}{J_M}}} = \frac{0.02756}{\sqrt{\frac{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 + 36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}{13 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}}} = 0.0142$$

และค่าความถี่เชิงมุมของซีโรซึ่งเท่ากับค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของ 1-mass oscillator $\omega_{0\text{mech}1}$ ดังนี้

$$\omega_N = \omega_{0\text{mech}1} = \sqrt{\frac{c_{T0}}{J_L}} = \sqrt{\frac{2.72 \times 10^4 \text{ Nm/rad}}{36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2}} = 2749 \text{ s}^{-1}$$

จากตัวอย่างเราสามารถสรุปได้ว่า ในค่าสัมประสิทธิ์ของวิสกอสแดมป์ปิ้ง \mathcal{G}_ω ตัวเดียวกัน และค่าความเฉื่อยของโหลดที่มากกว่า ค่าอัตราห้วง D_{mech} , ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบ $\omega_{0\text{mech}}$ หรือค่าความถี่ธรรมชาติ f_d จะมีค่าน้อย หากโพลและซีโรมีตำแหน่งเข้าใกล้จุดกำเนิดและเวกเตอร์เข้าใกล้แกนจินตภาพระบบจะเข้าใกล้ความเสถียรภาพ

2.5 บทสรุป

➤ สมการอนุพันธ์ : เป็นพื้นฐานสำหรับรูปแบบของกระบวนการทางฟิสิกส์ เราจำเป็นต้องใช้สมการในการสร้างบล็อกไดอะแกรมและแปลงเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในรูปควบคุมแบบปิด และแบบเปิด ซึ่งสามารถวิเคราะห์ในทางคณิตศาสตร์ได้ ข้อดีของมัน ก็คือส่วนของเวลาการหน่วง (Lag time element) สามารถนำมาคำนวณได้ ส่วนข้อเสียของมัน คือ ในการเริ่มต้นคำนวณสมการอันดับ 2 จะยาก ส่วนสมการที่มีอันดับสูงขึ้นไปจะยิ่งยุ่งยากมากขึ้น

➤ ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได : เป็นวิธีทางกราฟฟิกที่นำเสนอผลตอบสนองทางเวลาของระบบ โดยจะสามารถได้มาจากการสังเกตจากการวัด ผลตอบสนองนี้จะต้องมีวิธีวิเคราะห์หลายๆแบบเพื่อนำมาใช้กับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับผลตอบสนองทั้งหมดของระบบหรือผลตอบสนองที่เจาะจงของระบบย่อยๆ ในขณะที่ความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ไม่ได้เป็นปัญหาในการวัดค่าของระบบ นอกจากนี้ค่าทางคุณลักษณะเกือบทั้งหมดยังสามารถได้มาจากผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได

➤ ผลตอบสนองเชิงความถี่ : ผลตอบสนองเชิงความถี่คำนวณมาจากโครงสร้างของจำนวนเชิงซ้อน ส่วนเสถียรภาพสามารถได้จากคุณลักษณะทางกราฟฟิก การวัดสามารถทำได้ด้วยการวิเคราะห์ความถี่โดยวิธีที่เราใช้ คือ Fast Fourier Transformation ซึ่งจะสามารถใช้ค่าคุณลักษณะจากระบบที่เราไม่รู้จังก่อนมาพิจารณาได้ด้วย ผลตอบสนองเชิงความถี่เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการวิเคราะห์ผลตอบสนองและเสถียรภาพ ในการวิเคราะห์ในรูปของความถี่ lag time element จะถูกแทนด้วยส่วนของกาหน่วง (Delay element)

➤ โพล, ซีโร : ได้มาจากเส้นทางราก โดยจะนำมาพิจารณาเพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตาม การรู้ตำแหน่งของโพลและซีโรจะทำให้เรารู้ลักษณะพื้นฐานของผลตอบสนองของระบบเสถียรภาพจะเปลี่ยนแปลงไปตามค่าเฉพาะที่ได้มา ข้อเสียของมัน ก็คือ ในการวิเคราะห์จำเป็นจะต้องคำนวณทางคณิตศาสตร์ยืดยาว แต่ก็สามารถจำกัดได้ด้วยโครงสร้างของจำนวนเชิงซ้อนที่ง่ายในบล็อกไดอะแกรมที่บรรจุอุปกรณ์การส่งผ่านแบบพื้นฐาน

บทที่ 3

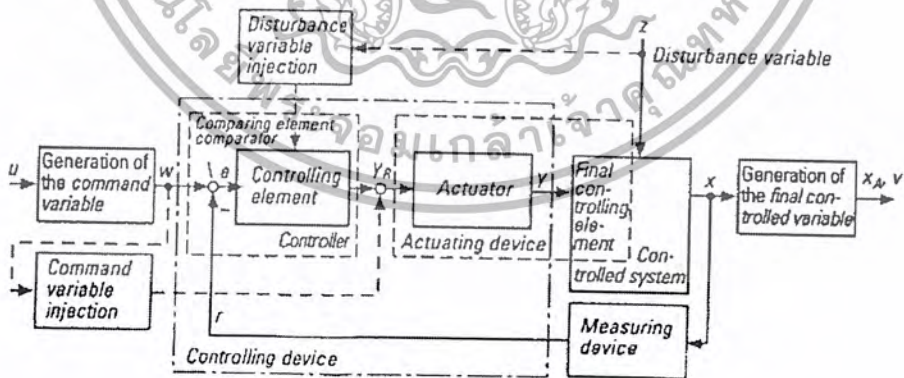
อุปกรณ์สำหรับระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drives)

3.1 คำศัพท์ที่ควรรู้

3.1.1 บล็อกไดอะแกรม

อุปกรณ์ในการควบคุมจะแยกออกเป็นตัวควบคุม (Controller) และอุปกรณ์กระตุ้น (Actuating device) ตัวควบคุมประกอบไปด้วยส่วนการเปรียบเทียบ (Comparing element) หรือตัวเปรียบเทียบ (Comparator) และส่วนการควบคุม (Controlling element) ส่วนอุปกรณ์กระตุ้นประกอบไปด้วยตัวกระตุ้น (Actuator) และส่วนการควบคุมสุดท้าย (Final controlling element) เราเรียกส่วนหลังว่าระบบควบคุม เราจะเห็นถึงความแตกต่างระหว่างค่าตัวแปรเอาต์พุตของตัวควบคุม (Controller output variable y_r) และค่าตัวแปรถ่ายเท (Manipulated variable y) ได้

ค่าตัวแปรคำสั่ง (Command variable w) สามารถเป็นส่วนประกอบของหลายๆ องค์ประกอบรวมกัน หรือเป็นส่วนที่ใช้โดยตรงที่อุปกรณ์กระตุ้นที่เรียกว่าค่าตัวแปรคำสั่งที่เพิ่ม (Command variable injection) ส่วนที่เพิ่มเข้าไปที่อินพุตคือค่าตัวแปรสัญญาณรบกวนภายนอกที่เพิ่ม (Disturbance variable injection) โดยที่สัญญาณรบกวนภายนอก (Disturbance variable z) มีผลต่ออุปกรณ์ควบคุมด้วย วิธีที่ถูกใช้นี้เรียกว่าการควบคุมแบบอนุกรม (Cascade controls) เมื่อค่าตัวแปรคำสั่งเป็นเส้นทางจากส่วนควบคุมระดับสูงสู่ส่วนควบคุมระดับต่ำ

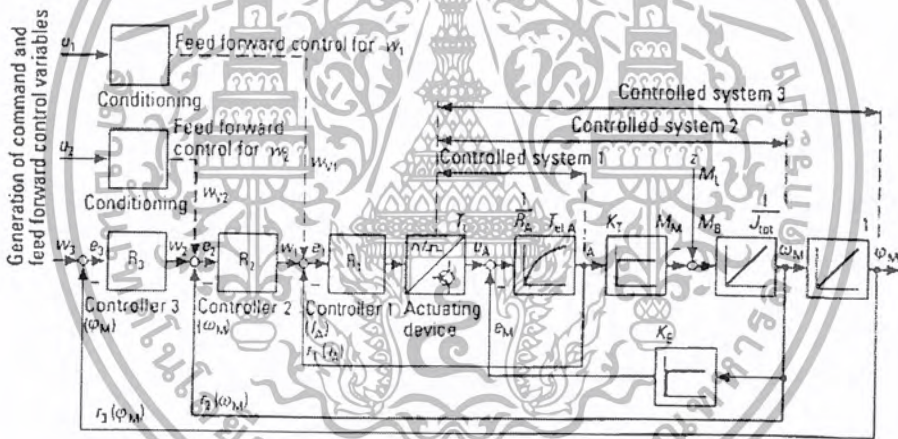


รูปที่ 3.1 บล็อกไดอะแกรมของอุปกรณ์ควบคุมแบบปิด

รูปแบบของการอนุกรมเป็นชนิดของการควบคุมซึ่งส่วนใหญ่มักจะใช้ในระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ รูปที่ 3.2 แสดงถึงอุปกรณ์ควบคุมของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ความต้านทาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รวมและความเหนียวนำรวมในวงจรรวมกันเป็นความต้านทาน R_A และความเหนียวนำ L_A สำหรับมอเตอร์ การออกแบบค่าตัวแปรจำเป็นต้องพิจารณาค่าโมเมนต์รวมของความเฉื่อย J_{tot} ซึ่งแสดงถึงมวลที่ต่อเข้ากับมอเตอร์ และ ส่วน I-element ซึ่งมีค่า $K_i = 1$ จะเป็นการนำเสนอการแปลงค่าจากค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ ω_M เป็นค่ามุมการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ ϕ_M ลูปควบคุมที่ 1 คือ ลูปควบคุมกระแส ลูปควบคุมที่ 2 คือ ลูปควบคุมความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ และลูปควบคุมที่ 3 คือ ลูปควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของมอเตอร์ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมระดับสูงจะเท่ากับค่าตัวแปรคำสั่งของลูปควบคุมรอง การกล่าวถึงการแสดงค่าของการควบคุมแบบไปข้างหน้า (Feed forward control) โดยเราจะกล่าวถึงค่าความเร็วเชิงมุมและค่ากระแส เมื่อเราคูณค่ากระแสด้วยค่า K_T เราจะได้แรงบิด และหากเราคูณด้วยค่า $\frac{1}{J_{tot}}$ จะได้เป็นความเร่ง วงจรการควบคุมในรูปในสุดจะเป็นตัวกำหนดผลตอบสนองสุดท้ายของระบบทั้งหมด



รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมของลูปควบคุมแบบอนุกรม (Cascade) (แบบการควบคุมแบบไปข้างหน้าด้วย)

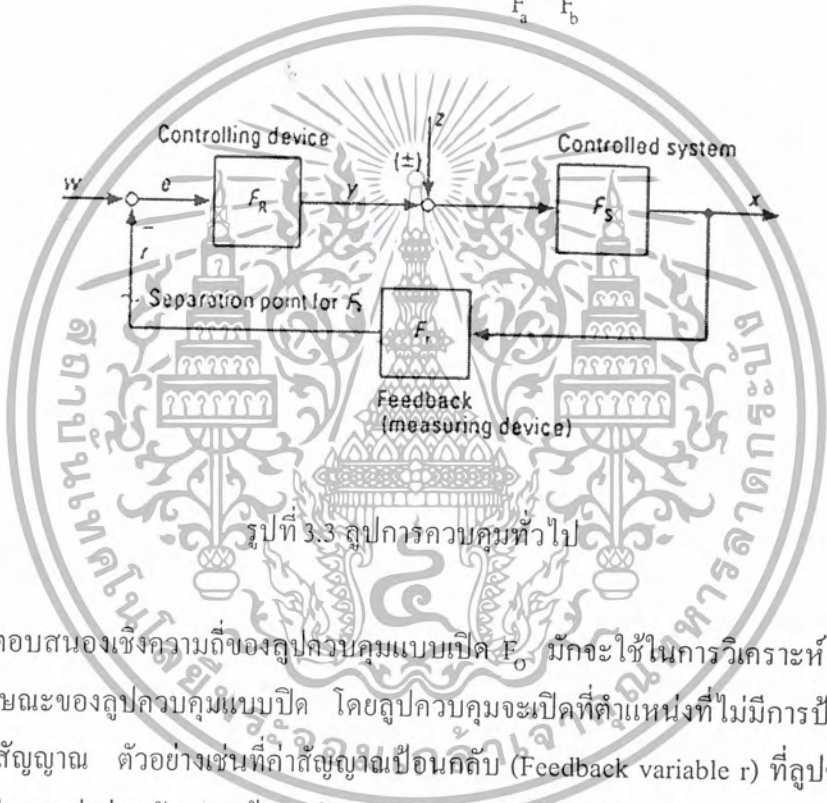
3.1.2 ผลตอบสนองเชิงความถี่

จากคุณลักษณะที่ดีกว่าและการวิเคราะห์วงจรรวม เราสามารถแสดงความแตกต่างระหว่างผลตอบสนองเชิงความถี่ของลูปควบคุมแบบเปิด F_o , ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่ง (Command frequency response F_w) และผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวน (Interference frequency response F_z)

ดังนี้

สมการสำหรับการพิจารณาผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรถนุควบคุมแบบป้อนกลับแสดงได้

$$\begin{aligned}
 F_{res} &= F_a \cdot F_b \\
 F_{res} &= F_a + F_b \\
 F_{res} &= \frac{v}{u} = \frac{F_a}{1 + F_b \cdot F_b} = \frac{1}{1 + \frac{F_a}{F_b}}
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$



รูปที่ 3.3 รูปการควบคุมทั่วไป

ผลตอบสนองเชิงความถี่ของรูปควบคุมแบบเปิด F_o มักจะใช้ในการวิเคราะห์ อธิบาย และแสดงคุณลักษณะของรูปควบคุมแบบปิด โดยรูปควบคุมจะเปิดที่ตำแหน่งที่ไม่มีป้อนกลับของเส้นทางเดินสัญญาณ ตัวอย่างเช่นที่ถ้าสัญญาณป้อนกลับ (Feedback variable r) ที่รูปควบคุมแบบเปิดอุปกรณ์ในการส่งผ่านสัญญาณป้อนกลับของค่าสัญญาณป้อนกลับจะต่อแบบอนุกรม ส่วนการเปรียบเทียบเราจะไม่นำมาพิจารณา จากรูปที่ 3.3 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของรูปควบคุมแบบเปิดคือ

$$F_o = F_R \cdot F_S \cdot F_r
 \tag{3.2}$$

เมื่อรูปควบคุมเป็นแบบปิดและสัญญาณป้อนกลับที่ส่วนการเปรียบเทียบไม่นำมาพิจารณา ส่วนที่ 2 ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่เหลือจะนำมาพิจารณาผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณ

คำสั่ง F_w เป็นตัวอธิบายถึงคุณลักษณะของผลตอบสนองของรูปควบคุมแบบปิดระหว่างค่าตัวแปร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำสั่ง w และค่าตัวแปรควบคุม (Controlled variable x) ส่วนมากผลตอบสนองเชิงความถี่นี้มักจะแสดงด้วยอุปกรณ์ในการส่งผ่าน การวิเคราะห์เส้นทางของสัญญาณ (Signal flow) ด้วย $z = 0$ และสมการ (3.1) สำหรับรูปควบคุมในรูปที่ 3.3 จะได้

$$F_w = \frac{x}{w} = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_O} \quad (3.3)$$

เมื่อ $F_r = 1$ จะได้

$$F_w = \frac{1}{1 + F_O} \quad (3.4)$$

ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวน F_z ของรูปควบคุมเป็นตัวอธิบายถึงคุณลักษณะของผลตอบสนองระหว่างค่าสัญญาณรบกวนภายนอก z ที่มีผลต่อรูปควบคุมและค่าตัวแปรควบคุม x เมื่อค่าตัวแปรคำสั่งเท่ากับ 0 เราจะได้

$$F_z = \frac{x}{z} = \frac{F_S}{1 + F_O} \quad (3.5)$$

ผลตอบสนองเชิงความถี่สามารถใช้ในการคำนวณคุณลักษณะของวงจรรูปควบคุมแบบรูปเดียวในรูปของความถี่ เมื่อผลตอบสนองของการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรคำสั่งและค่าสัญญาณรบกวนภายนอกจะสังเกตเห็นว่าค่าสัญญาณรบกวนจากภายนอก z มักจะนำสัญญาณที่เป็นลบมาที่มีผลกับรูปควบคุม

3.2 ทางเลือกในการออกแบบตัวควบคุม

3.2.1 ตัวควบคุมระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drive Controllers)

ตัวควบคุมที่ใช้ในระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ประกอบไปด้วยส่วนประกอบที่เป็นอนาล็อกทางอิเล็กทรอนิกส์ (ตัวควบคุมแบบอนาล็อก) หรืออัลกอริทึมในการควบคุม (Control algorithms) (แบบดิจิทัล) ซึ่งถูกคำนวณด้วยไมโครโพรเซสเซอร์ (Microprocessor) ที่ความถี่สูงๆ ตัวควบคุมแบบดิจิทัลจะปฏิบัติงานเสมือนว่าต่อเนื่อง เมื่อมีการวิเคราะห์คุณลักษณะผลของการสุ่ม

สัญญาณและการคำนวณจะมีการนำคาบเวลาการลู่มาพิจารณาด้วย ตัวควบคุมแบบ PI เป็นการนำเอา P-element และ I-element มาต่อขนานกัน โดยจะได้สมการอนุพันธ์ดังนี้

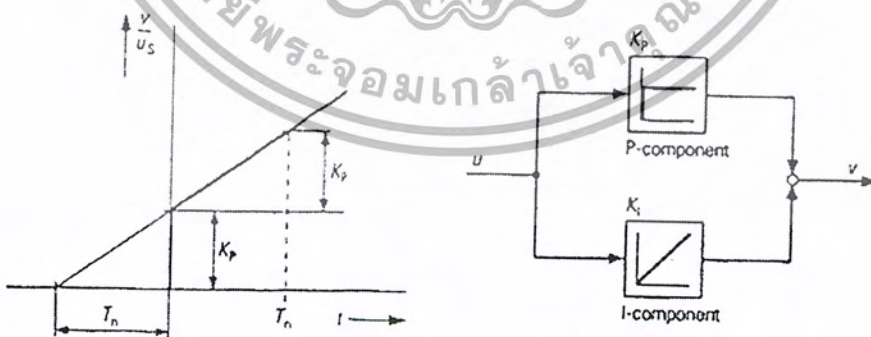
$$v = K_p \cdot u + K_i \int_0^t u dt \tag{3.6}$$

ถ้า $T_n = \frac{K_p}{K_i}$ ค่าเวลาดั้งต้น (Reset time) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$v = u_s \cdot K_p \left(1 + \frac{t}{T_n} \right) \tag{3.7}$$

และจากความสัมพันธ์ของผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (Unit step function) จะได้ว่า

$$\frac{v}{u_s} = K_p \left(1 + \frac{t}{T_n} \right) \tag{3.8}$$



รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยกับบล็อกไดแกรมของ ตัวควบคุมแบบ PI

ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 3.4 หากเรากำหนดให้ $t = T_n$ แล้ว $\frac{v}{u_s} = 2.K_p$ เมื่อเราขยายเส้นตรงของการเพิ่มขึ้นของผลตอบสนองจากการอินทิเกรตไปตัดยังแกน x จุดที่ตัดกันนั้นก็คือค่าเวลาดั้งเดิม T_n

3.2.2 ตัวควบคุมแบบมีการสุ่มสัญญาณ (Sampling Controller)

ตัวควบคุมแบบดิจิทัลจะปฏิบัติการอยู่ภายใต้สัญญาณนาฬิกาที่คงที่ของระบบทั้งหมดด้วยคาบเวลาของการสุ่ม (Sampling period T_{AT}) วงจรควบคุมจะประกอบด้วยส่วนการสุ่มสัญญาณ (Samplers element) และส่วนของการคงค่าสัญญาณ (Holding element) ซึ่งจะมีผลกระทบโดยตรงกับผลตอบสนองของระบบ ตัวคำนวณ (Computing time) จำเป็นจะต้องอยู่ในรูปของ lag time element

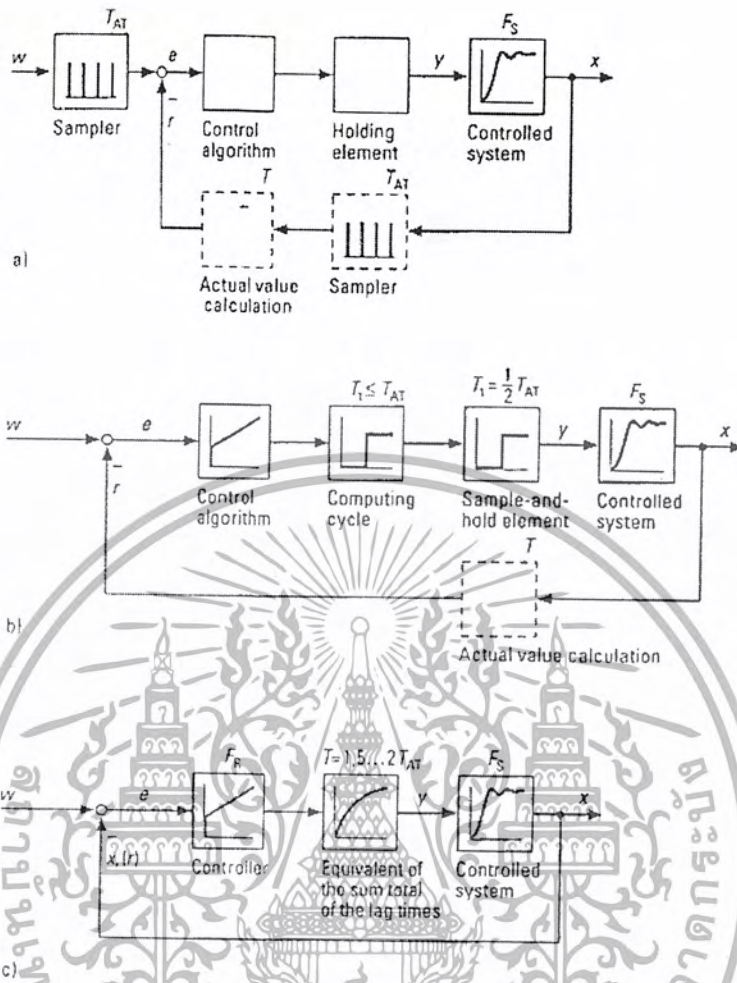
3.3 ลูปควบคุม

จากรูปที่ 3.5 เราสามารถอธิบายได้ดังนี้ 3.5 a.) ตัวสุ่มสัญญาณ (Sampler) ที่ w และ r จะถูกรวมกันไว้เป็นวงจรการคำนวณ (Computing cycle) และรวมเข้าด้วยกันกับส่วนของการคงค่าสัญญาณที่แทรกอยู่ในการต่อแบบอนุกรมของส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณ (Sample-and-hold element)

การกำหนดค่าที่แท้จริงของเวลาที่เลื่อนไปในการคำนวณขึ้นอยู่กับวิธีการที่ใช้ จากการสันนิษฐานที่ว่า การคำนวณอันคณัติในการควบคุม (Control algorithm computations) ประกอบไปด้วยการอ่านเข้า (Reading-in) และการอ่านออก (Reading-out) ของข้อมูล ซึ่งจะเสร็จสิ้นภายในคาบเวลาของการสุ่ม ดังนั้นค่า lag time ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้จะเกิดมาจากการที่วงจรการคำนวณมีค่าเท่ากับคาบเวลาของการสุ่มดังแสดงในรูป 3.5 b.) ลูปควบคุมของการควบคุมการสุ่มสัญญาณ (Sampling control) จะมีส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณอย่างน้อย 1 ตัวและมี lag time element 1 ตัว ในผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการ (Sample-and-hold event) สามารถคำนวณได้จาก

$$T_1 = \frac{T_{AT}}{2}$$

$$F_{AT} = e^{-j\omega \frac{T_{AT}}{2}} \quad (3.9)$$



รูปที่ 3.5 บล็อก ไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบการสุ่มสัญญาณ

ผลตอบสนองเชิงความถี่ด้วย lag time element ไม่สามารถคำนวณได้ง่ายๆ ดังนั้นเราจึงประมาณเป็น P-T₁-element ด้วย delay time เท่ากับ lag time เราสามารถทำให้ดูง่ายกว่าดังนี้ เราจะแทนที่ผลรวมทั้งหมดของเวลาการหน่วง (Sum total of the lag times) ด้วยส่วนประกอบของ P-T₁-element ดังแสดงในรูป 3.5 c.) ค่า delay time ทั้งหมดจะขึ้นอยู่กับ การคำนวณที่จะทำให้เสร็จภายใน 1 คาบเวลาของการสุ่มและวิธีของการตรวจสอบค่าที่แท้จริง ซึ่ง delay time ทั้งหมดประกอบด้วยเวลาของวงรอบการคำนวณ (Computing cycle time), ส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณ และ delay ซึ่งอยู่ในรูปผลรวมทั้งหมดของเวลาการหน่วง แสดงได้ดังนี้

$$T = (1.5 \dots 2) T_{AT} \tag{3.10}$$

3.4 คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Period)

จากสมการ (3.10) เป็นการแสดงถึงความยาวของคาบเวลาของการสุ่ม ในการวิเคราะห์ตัวควบคุมแบบ PI ผลรวมของเวลาการหน่วงย่อยๆ (Sum of the minor delay times T_{σ}) จะเป็นตัวกำหนดผลตอบสนองไดนามิกของรูปควบคุม ผลรวม $(1.5...2)T_{AT}$ อยู่ในเทอมของ T_{σ} ดังนั้นค่าที่สำคัญ ก็คือ ค่าเวลาการหน่วงสมมูล (Equivalent delay time T_E) ของรูปควบคุมโดยจะแสดงดังนี้

$$T_E = 2T_{\sigma} \quad (3.11)$$

T_{AT} ต้องมีขนาดที่สั้นเพียงพอ ถ้าคาบเวลาของการสุ่มที่ถูกใช้ในรูปควบคุมแบบอนุกรมแตกต่างกันแล้ว ส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณจะต้องถูกรวมในการคำนวณรูปการควบคุมถัดไปด้วยถึงแม้ว่าอันกอลิทึมในการควบคุม (Control algorithms) ถูกคำนวณที่สัญญาณนาฬิกาเดียวกันก็ตาม ส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณจะสามารถละทิ้งได้เมื่อคาบเวลาของการสุ่มในรูปใกล้เคียงกันเป็นค่าเดียวกัน

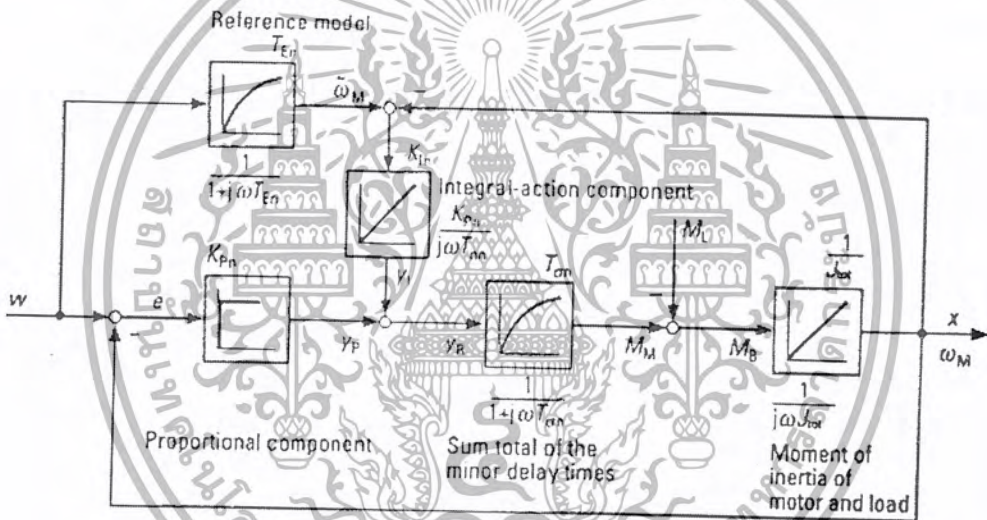
3.5 ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (PI Controller with Reference Model)

การควบคุมแบบป้อนกลับ ในกรณีของ 2-mass oscillators ตัวควบคุมแบบ PI มันไม่ได้มีข้อดีในการป้องกันผลตอบสนองจากสัญญาณรบกวนภายนอกแต่อย่างใด อีกทางเลือกหนึ่ง คือวิธีการหาผลตอบสนองต่อคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกถูกแยกออกจากกัน ซึ่งถูกเรียกว่าตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง

เพื่อที่จะได้รับรูปควบคุมดังรูปที่ 2.6 จะเริ่มจากรูปที่ 2.2 ส่วนของรูปควบคุมกระแส (Current control loop) โดยที่ไม่พิจารณา EMF feedback ในรูปกระแสตัวควบคุมถูกออกแบบด้วยตัวควบคุมแบบ PI โดยระบบจะประกอบด้วย P- T_1 -element ที่มี delay time T_{clA} , ค่าสัมประสิทธิ์ $\frac{1}{R_A}$ และตัวกระตุ้นทรานซิสเตอร์ (Transistor actuator) ด้วยค่า lag time T_l จากผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบ PI มาแล้ว ตัวควบคุมแบบ PI สามารถชดเชยค่าคงที่ของเวลาค่าใหญ่ (Large time constant) ในระบบควบคุมได้คือค่าคงที่ของเวลาของระบบทางไฟฟ้า (Electrical time constant $T_{clA} : T_{nl} = T_{clA}$) ค่า delay ที่ยังคงมีอยู่ในรูปควบคุมกระแสจะถูกรวมเป็นผลรวมของ minor delay times T_{σ} ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดผลตอบสนองช่วงไดนามิกของรูปควบคุมกระแสและ

ผลตอบสนองช่วงไคนามิกของลูปลควบคุมถัดไป เพราะฉะนั้นจะเรียกว่าค่าคงที่ของเวลาของระบบ (System time constant)

ลูปลควบคุมที่ดีที่สุดสามารถแทนที่ได้ด้วย P-T_i-element ด้วยค่า delay time T_E เราจะได้ T_E = 2T_σ ลูปลควบคุมกระแสสามารถจำลองได้ด้วย P-T_i-element ด้วย delay time T_{Ei} เพื่อความง่ายในการคำนวณต่อไปเราจึงรวมค่าสัมประสิทธิ์ $\frac{1}{R_A}$ และค่าคงที่ของแรงบิด K_T ไว้ในค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} ของตัวควบคุมความเร็ว ด้วยเหตุนี้เราจะได้ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับระบบควบคุมความเร็วคือ K_{ps} = 1 ค่าสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมความเร็วจะสอดคล้องกับค่าแรงบิดที่ต้องการ (Torque requirement)



รูปที่ 3.6 ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงในลูปลควบคุมความเร็ว

จากรูปที่ 3.6 ค่า equivalent delay time T_{Ei} ของลูปลควบคุมกระแสรวมเข้ากับค่า minor delay times ของลูปลควบคุมความเร็ว จะถูกรวมเป็นผลรวมของ minor delay times ทั้งหมด T_{σn} ของลูปลควบคุมความเร็วจะนำไปแทนที่ด้วย P-T_i-element ในระบบควบคุมของลูปลควบคุมความเร็ว นอกจากนี้ยังมีส่วนของ I-element ซึ่งไม่สามารถชดเชยด้วยซีโรของตัวควบคุมแบบ PI ตามกฎ double ratios เราจะได้ equivalent delay time ของลูปลควบคุมความเร็ว T_{En} = 2T_{σn} และลูปลควบคุมความเร็วประมาณได้เป็น P-T_i-element ด้วย delay time T_{En} I-element ที่ต่อขนานกับ P-element ทำงานด้วยความแตกต่างระหว่างค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ที่ได้จากการทดลอง (Simulated motor angular velocity $\tilde{\omega}$) และค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ที่เป็นค่าจริง (Actual

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

motor angular velocity $(\omega_M) \frac{K_{Pn}}{T_{nn}}$ และสัญญาณเอาต์พุต (Output signal y_1) จะถูกเพิ่มเข้าไปในสัญญาณเอาต์พุต y_p ในรูปของค่าสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมทั้งหมด (Total controller output signal y_R) สรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ P ใช้สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งและตัวควบคุมแบบ PI ใช้สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก

3.6 กฎการทำให้เกิดผลดีที่สุด (Optimization Rules)

รูปควบคุมส่วนมากมักวิเคราะห์ผลตอบสนองในโดเมนของเวลาด้วยสัญญาณขั้นบันได โดยอยู่บนพื้นฐานของเกณฑ์การประเมินค่าผลตอบสนองของเวลาและ overshoot และในโดเมนของความถี่ ผลตอบสนองเชิงความถี่คือสัญญาณคำสั่งและผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกอยู่บนพื้นฐานของเกณฑ์การประเมินคุณลักษณะทางความถี่ หรือค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาดและค่าการเพิ่มขึ้นของเรโซแนนซ์ (Resonant rise) แบบจำลองของผลตอบสนองเชิงความถี่ของรูปควบคุมแบบเปิด F_o สามารถใช้พิจารณาความเป็นเสถียรภาพบนพื้นฐานของค่ามุม (Phase margins ϕ_m) และค่าขนาด (Amplitude margins $|F_m|$) และจะได้รับการจำกัดค่าสัมประสิทธิ์ K_{PR} ของตัวควบคุม

3.6.1 Double Ratios

โดยทั่วไปมักจะแนะนำถึงวิธีการพิจารณาค่าตั้งต้นของตัวควบคุม แต่ในที่นี้เราจะกล่าวถึงวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของค่าอัตราส่วนที่เหมาะสมที่สุดของรูปควบคุมแบบปิดจากสมการ

$$F(j\omega) = \frac{v(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot j\omega + \dots + b_m \cdot (j\omega)^m}{a_0 + a_1 \cdot j\omega + \dots + a_n \cdot (j\omega)^n} = |F(j\omega)| \cdot e^{j\phi(\omega)} \quad (3.12)$$

สัมประสิทธิ์ b_m ของตัวเศษจะกำหนดถึงรูปแบบของคุณลักษณะผลตอบสนองและกราฟขนาด (ซีโร) ส่วนสัมประสิทธิ์ a_n ของตัวส่วนจะเป็นตัวกำหนดถึงอัตราส่วนและเสถียรภาพ (โพล) ของรูปควบคุมแบบปิด โดยที่ผลตอบสนองที่ดีที่สุดจะได้อาจากรูปแบบของอัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ (Coefficient ratios) เริ่มต้นจากตัวสุดท้ายของตัวส่วนต่อเนื่องไปจนถึงตัวหน้าสุด

$$\frac{a_n}{a_{n-1}}, \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}, \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}}, \dots, \frac{a_1}{a_0} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และอัตราส่วน 2 อัตราที่อยู่ใกล้กันจะได้

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_n \cdot a_{n-2}}{(a_{n-1})^2} \leq \frac{1}{2} \quad (3.14)$$

double ratios จะถูกใช้ในการกำหนดตัวแปรอิสระของตัวควบคุมที่ประกอบไปด้วยสัมประสิทธิ์ a_0 จนถึง a_n อัตราหนึ่งที่มีความเหมาะสมที่สุดด้วยหลักการ double ratios จะนำไปสู่ผลตอบสนองต่อคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกที่ดี วิธีนี้สามารถใช้กับระบบที่มีตัวแปรของตัวควบคุมหลายๆตัวได้

3.6.2 ซิมเมทริกอลออปติ멈 (Symmetrical Optimum), แอบโซลูทวาลูออปติ멈 (Absolute Value Optimum)

ทั้งสองแบบนี้จะนำมาใช้ในการควบคุมทางไฟฟ้า (Electrical controls) โดยที่หลักการ symmetrical optimum (SO) จะใช้เมื่อตัวควบคุมแบบ PI ถูกออกแบบให้ควบคุมระบบที่มี I-element วิธีนี้จะนิยมใช้ในงานทางด้าน การขับเคลื่อนทางวิศวกรรม (Drive engineering) ส่วน absolute value optimum (AVO) จะมีข้อได้เปรียบ เมื่อตัวควบคุมแบบ PI ทำงานอยู่ในระบบที่มีเวลาในการหน่วงนาน (Long delay time) หนึ่งตัวและผลรวมของ minor delay times ซึ่งมันจะชดเชย long delay time และลดอันดับของตัวควบคุมของผลตอบสนองเชิงความถี่ลงหนึ่งอันดับ ผลตอบสนองเชิงความถี่พื้นฐานสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$F_{A2.O} = \frac{1}{1 + j\omega 2T_{\sigma n} + (j\omega)^2 2T_{\sigma n}^2} \quad (3.15)$$

และ

$$F_{A3.O} = \frac{1}{1 + j\omega 4T_{\sigma n} + (j\omega)^2 8T_{\sigma n}^2 + (j\omega)^3 8T_{\sigma n}^3} \quad (3.16)$$

สมการนี้เป็นการแสดงขณะที่ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยและผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของลู่วควบคุมที่ดีที่สุด ซึ่งจะขึ้นอยู่กับผลรวมของ minor delay times T_{σ} เพียงอย่างเดียว ส่วนผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยของสัญญาณรบกวนภายนอกและผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกจะขึ้นอยู่กับส่วนกลับของโมเมนต์ผลรวมของความเฉื่อย $\frac{1}{J_{tot}}$ symmetrical optimum จะสามารถจัดการกับสัญญาณรบกวนภายนอกได้เร็วกว่า absolute value optimum และยังมีการบิดเบือนของผลตอบสนองไดนามิกน้อยกว่าอีกด้วย อย่างไรก็ตาม absolute value optimum ก็มีข้อดีตรงที่ค่า equivalent delay time จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของ equivalent delay time ของ symmetrical optimum

3.7 คุณลักษณะของผลตอบสนองไดนามิก

3.7.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (Command Frequency Response of PI Controller with Reference Model)

จากการพิจารณาผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งของลู่วควบคุมที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง เราจะให้การเปลี่ยนแปลงในแรงบิดของโหลด $\Delta M_L = 0$ ในสภาวะที่ระบบมีเสถียรภาพค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ที่ได้จากกเวทสองจะเท่ากับค่าความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ที่เป็นค่าจริง ω_M และตัวอินทิเกรตจะไม่มีสัญญาณใดๆที่อินพุต ค่าต่างๆยังคงเดิม ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งในลู่วควบคุมจะถูกพิจารณาด้วยส่วนประกอบของ P เพียงอย่างเดียว ดังนั้น ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่ง F_w ของลู่วควบคุมจะอยู่บนพื้นฐานของผลตอบสนองเชิงความถี่ F_o ของลู่วควบคุมแบบเปิด สามารถแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$F_o = \frac{K_{pn}}{(1 + j\omega T_{\sigma n})j\omega J_{tot}} \quad (3.17)$$

$$F_w = F_{A2,0} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{J_{tot}}{K_{pn}} + (j\omega)^2 \frac{T_{\sigma n} \cdot J_{tot}}{K_{pn}}} \quad (3.18)$$

เราเรียกสมการนี้ว่าผลตอบสนองเชิงความถี่ในการจับอันดับ 2 ของผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่ง (Command frequency response the 2nd order drive frequency response $F_{A2,0}$) โดย

มีเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$D_A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{J_{tot}}{K_{Pn} \cdot T_{\sigma n}}} \quad (3.19)$$

และ

$$\omega_{OA} = \sqrt{\frac{K_{Pn}}{T_{\sigma n} \cdot J_{tot}}} \quad (3.20)$$

3.7.2 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุม PI แบบธรรมดา (Command Frequency Response of the Conventional PI Controller)

ผลตอบสนองเชิงความถี่ F_o ของตัวควบคุมแบบเปิดและผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่ง F_w สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$F_o = \frac{K_{Pn} \left(\frac{1}{1 + j\omega T_{in}} \right)}{(1 + j\omega T_{\sigma n}) j\omega J_{tot}} \quad (3.21)$$

$$F_w = F_{A.3.0} = \frac{1 + j\omega T_{in}}{1 + j\omega \frac{J_{tot}}{K_{Pn}} + (j\omega)^2 \frac{T_{\sigma n} \cdot J_{tot}}{K_{Pn}} + (j\omega)^3 \frac{T_{\sigma n} \cdot T_{in} \cdot J_{tot}}{K_{Pn}}} \quad (3.22)$$

เราเรียกสมการนี้ว่าผลตอบสนองเชิงความถี่ในการขับอันดับ 3 ของผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่ง (Command frequency response the 3rd order drive frequency response $F_{A.3.0}$) ตัวส่วนของผลตอบสนองเชิงความถี่จะเป็นตัวกำหนดถึงเสถียรภาพและอัตราหน่วง (โพล) ในขณะที่ตัวส่วนจะมีผลต่อคุณลักษณะของผลตอบสนองต่อขนาด (Amplitude response) (ซีโร)

3.7.3 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI (Interference Frequency Response of the PI Controller)

ในการพิจารณาเราจะกำหนดให้ $\Delta\omega = 0$ จากรูปที่ 2.12 ในสถานะเสถียรภาพค่า $\tilde{\omega}_M = \omega_M$ และส่วนประกอบของ I จะต่อขนานกับส่วนประกอบของ P ในขณะที่เป็นตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา เราจะได้

$$F_z = \frac{j\omega \frac{T_{nn}}{K_{pn}} (1 + j\omega T_{\sigma n})}{1 + j\omega T_{nn} + (j\omega)^2 \frac{T_{nn} \cdot J_{tot}}{K_{pn}} + (j\omega)^3 \frac{T_{\sigma n} \cdot T_{nn} \cdot J_{tot}}{K_{pn}}} \quad (3.23)$$

3.7.4 ข้อกำหนดของตัวแปรตัวควบคุม

ถ้าในระบบควบคุมประกอบไปด้วยตัวอินทิเกรตและผลรวมของ minor delay times T_{σ} การหาค่าตัวแปรของตัวควบคุมแบบ PI จะใช้หลักการ symmetrical Optimum เท่านั้น ในระบบควบคุมของเราสำหรับตัวควบคุมความเร็วคงแสดงในรูปที่ 3.6 จะเห็นว่าอุปสรรคในการอินทิเกรตต่ออนุกรมกับผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ เราจะพิจารณาค่าตัวแปรบนพื้นฐานของหลักการ double ratio และเปรียบเทียบกับค่าใน symmetrical Optimum ผลตอบสนองจากการเปลี่ยนแปลงค่า setpoint ของตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงจะมีผลมาจากส่วนประกอบของ P^* เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ส่วนส่วนประกอบของการอินทิเกรตไม่มีผลต่อระบบเลย ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดต่อสัญญาณคำสั่ง (Command step response) และผลตอบสนองเชิงความถี่ F_w สามารถปรับแต่งให้ดีได้ด้วยผลตอบสนองที่มีอัตราหน่วงต่างๆ (Damped response)

เมื่อการกำหนดค่าตัวแปรของตัวควบคุมค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} และค่าเวลาดังต้น T_{nn} โดยหลักการ double ratios โดยเราสามารถคำนวณค่า K_{pn} และ T_{nn} ได้ดังนี้

$$\frac{\frac{T_{\sigma n} \cdot T_{nn} \cdot J_{tot}}{K_{pn}} \cdot T_{nn}}{\left(\frac{T_{nn} \cdot J_{tot}}{K_{pn}} \right)^2} = \frac{T_{\sigma n} \cdot K_{pn}}{J_{tot}} \leq \frac{1}{2} \rightarrow K_{pn} = \frac{J_{tot}}{2T_{\sigma n}} \quad (3.24)$$

และ

$$\frac{T_{nn} \cdot J_{tot}}{K_{Pn}} \cdot 1 = \frac{J_{tot}}{T_{\sigma n} \cdot K_{Pn}} \leq \frac{1}{2} \rightarrow T_{nn} = \frac{2J_{tot}}{K_{Pn}} = 4T_{\sigma n} \quad (3.25)$$

3.7.5 ผลตอบสนองเชิงความถี่พื้นฐานของการขับในระบบอันดับ 2 และ 3 (Standard 2nd and 3rd Order Drive Frequency Response)

จากที่เราได้พูดถึงตัวแปรต่างๆในตัวควบคุมจากสมการของผลตอบสนองเชิงความถี่เราได้ผลตอบสนองเชิงความถี่พื้นฐานของลูปควบคุมที่ดีที่สุด หรือก็คือผลตอบสนองเชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 2 สำหรับตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (The 2nd order drive frequency response for the PI controller with reference model) ดังนี้

$$F_{A2O} = \frac{1}{1 + j\omega 2T_{\sigma n} + (j\omega)^2 T_{\sigma n}^2} \quad (3.26)$$

โดยที่ค่าอัตราหน่วงและค่าความถี่เชิงมุมของกุดลักษณะของระบบ ดังนี้

$$D_x = \frac{1}{2} = 0.707 \quad (3.27)$$

และ

$$\omega_{OA} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{T_{\sigma n}} \quad (3.28)$$

ในการพิจารณาแบบประมาณของผลตอบสนองเชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 2 ขณะเป็น P-T₁-element (The 2nd order drive frequency response as P-T₁-element) เราจะไม่สนใจเทอมของ $(j\omega)^2$ และ equivalent delay time ยังคงเท่ากับ a_1 ในตัวส่วนอยู่ บนพื้นฐานของการทำให้ดีที่สุด

equivalent delay time คือ $T_{En} = 2T_{\sigma n}$ และ $T_{En} = \frac{J_{tot}}{K_{Pn}}$ ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวควบคุมความเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะต้องรวม K_{ps} เป็นส่วนประกอบไปด้วย ในการใช้งานจริงระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของการควบคุมตำแหน่ง (Position controlled feed drives) มักจะตั้งค่าอัตราห้วงให้ต่ำกว่าที่ต้องการที่ใช้หลักการ double ratio optimization (หรือ symmetrical optimum) จะสามารถทำได้ เนื่องจากการควบคุมค่าตัวแปรคำสั่ง (Command variable control) สำหรับรูปควบคุมตำแหน่งและการมีอยู่ของ setpoint delay ที่อินพุตของรูปควบคุมความเร็ว ซึ่งค่าตัวแปรคำสั่งจะไม่มีเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดทั้งในรูปควบคุมความเร็วและรูปควบคุมกระแส ตามปกติเราจะใช้ค่า D เป็นค่าเริ่มต้นจนถึงค่า $D_A = 0.5$ ซึ่งเทียบค่ามาตรฐานค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} จะมีค่าเป็น 2 เท่า ในผลตอบสนองต่อมุม (Phase response) ค่ามุม ϕ_M จะถูกพิจารณาที่ค่าความถี่เชิงมุมที่ผลตอบสนองต่อขนาดมีค่าเท่ากับ 0 dB (Gain crossover frequency point ω_D) เราจะได้ ω_D จากผลตอบสนองเชิงความถี่ โดยกำหนดค่าขนาด $|F_o|_{\omega_D} = 1$ รูปควบคุมในรูปที่ 3.6 จะมีผลตอบสนองเชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 2 (The 2nd order drive frequency response) ก็ต่อเมื่อตัวอินทิเกรตไม่ทำงาน เราสามารถอธิบายสถานะนี้ได้ด้วยสมการ (3.18) ดังนั้นค่าขนาดจะเป็นดังนี้

$$\left| \frac{F_o}{K_{pn}} \right|_{\omega_D} = \frac{1}{\sqrt{1 + T_{\sigma n}^2 \cdot \omega_D^2}} \cdot \frac{1}{\omega_D \cdot J_{tot}} = 1 \tag{3.29}$$

และหากเราแทนค่า K_{pn} เราจะได้สมการสำหรับ ω_D ดังนี้

$$4D_A^2 \cdot T_{\sigma n}^2 \cdot \omega_D \sqrt{1 + T_{\sigma n}^2 \cdot \omega_D^2} = 1 \tag{3.30}$$

จะได้

$$\omega_D = \frac{1}{T_{\sigma n}} \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{1}{4D_A^4}}}{2}} \tag{3.31}$$

สำหรับมุม (Phase angle ϕ) ที่จุด ω_D เราสามารถทำตามข้อกำหนดดังต่อไปนี้

- P-element ไม่มีการเลื่อนมุม (Phase shift) ใดๆ
- P-T₁-element มี phase shift $\phi_{p-t_1} = \arctan(-\omega_D \cdot T_{\sigma n})$

- I-element มีค่า phase shift คือ -90°

ดังนั้น $\varphi = -90^\circ + \arctan(-\omega_p \cdot T_{\sigma n})$ จะได้ค่ามุม $\varphi_{\text{net}} = 180^\circ + \varphi = 90^\circ - \arctan \omega_p \cdot T_{\sigma n}$ เมื่อมีการนำค่าตัวแปรที่ได้จากการใช้หลักการ double ratio มาใช้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 2 สำหรับตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา (The 3rd order drive frequency response for the conventional PI controller) ที่มี setpoint delay (P-T₁-element) $T_{Gn} = 4T_{\sigma n}$ จะแสดงได้ดังนี้

$$F_{A.3.O} = \frac{1}{1 + j\omega 4T_{\sigma n} + (j\omega)^2 8T_{\sigma n}^2 + (j\omega)^3 8T_{\sigma n}^3} \quad (3.32)$$

ซึ่งตรงกับ 3rd order delay element เมื่อเราไม่สนใจเทอมของ $(j\omega)^2$ และ $(j\omega)^3$ เราจะได้ equivalent delay time $T_{En} = 4T_{\sigma n}$ 3rd order delay element นั้นจะไม่มีค่าอัตราหน่วยที่ชัดเจนและค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบที่จะนำไปเปรียบเทียบกับ P-T₁-element โดยค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาดของค่าตัวแปรทางคุณลักษณะ (Characteristic variables corner frequency f_{EA}) และค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาด ω_{EA} มีตำแหน่งอยู่ที่เส้นแอสซิมโทท (Asymptote) ที่ผลตอบสนองต่อขนาด ซึ่งตกลงเป็นเส้นตรงที่มีความชัน -60 dB/decade ตัดกับเส้น 0 dB นั่นเอง ส่วนตัวประกอบ a_3 ของตัวส่วนจะเป็นค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาดจากสมการ (3.32) จะได้

$$\omega_E = \sqrt[3]{\frac{1}{a_3}} \quad (3.33)$$

แล้ว

$$\omega_{EA} = \sqrt[3]{\frac{1}{8T_{\sigma n}^3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{T_{\sigma n}} \quad (3.34)$$

หากเราเปรียบเทียบสมการ (3.27), (3.28) และ (3.34) เราจะใช้วิธีการของ double ratios หรือ SO แล้วค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาดของผลตอบสนอง

เชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 3 (The 3rd order drive frequency response) จะมีค่าต่ำกว่าค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบของผลตอบสนองเชิงความถี่ของการขับในระบบอันดับ 2 อยู่ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ หากค่าตัวแปรที่ใช้เป็นค่าเดียวกัน ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงจะมีผลตอบสนองไดนามิกในการเปลี่ยนแปลงค่า setpoint มากกว่าตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดาเราใช้กฎของ double ratios หรือ SO เราจะได้ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของลู่วควบคุมแบบ PI (Interference frequency response of the PI controlled loop) ดังนี้

$$F_z = \frac{T_{\sigma n}}{J_{tot}} \cdot \frac{j\omega 8T_{\sigma n} (1 + j\omega T_{\sigma n})}{1 + j\omega 4T_{\sigma n} + (j\omega)^2 8T_{\sigma n}^2 + (j\omega)^3 8T_{\sigma n}^3} \quad (3.35)$$

3.7.6 สรุป

บนพื้นฐานของการทำให้ดีที่สุดและผลตอบสนองเชิงความถี่มาตรฐาน เราจะได้ข้อสรุปสำหรับการขับของตัวควบคุมแบบ PI (PI controlled drive) ดังนี้

- ค่าสัมประสิทธิ์ K_{Pn} ถูกกำหนดให้แปรตามโมเมนต์รวมของความเฉื่อย J_{tot} (หรือในกรณีของการขับมอเตอร์ที่เป็นเชิงเส้น (Linear motor drive) จะกำหนดค่ามวลให้เหมาะสม) และแปรผกผันกับผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ ในลู่วควบคุม
- ค่าเวลาดั้งเดิม T_{nn} ถูกกำหนดให้แปรตามผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ ให้เหมาะสม
- ผลตอบสนองในการเปลี่ยนแปลงค่า setpoint ของความเร็วจะปรับปรุงในทางผกผันกับผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ นั่นคือที่ค่า $T_{\sigma n}$ น้อยๆ ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_{oA} และค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาด ω_{EA} จะมาก
- ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของความเร็วจะมีผลแย่ง ซึ่งจะแปรผันตามผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ และแปรผกผันกับโมเมนต์รวมของความเฉื่อย J_{tot} (หรือมวล) โดยที่ $T_{\sigma n}$ น้อยๆ และ J_{tot} มากๆ ผลกระทบจากสัญญาณรบกวนภายนอกในลู่วการควบคุมจะลดลง

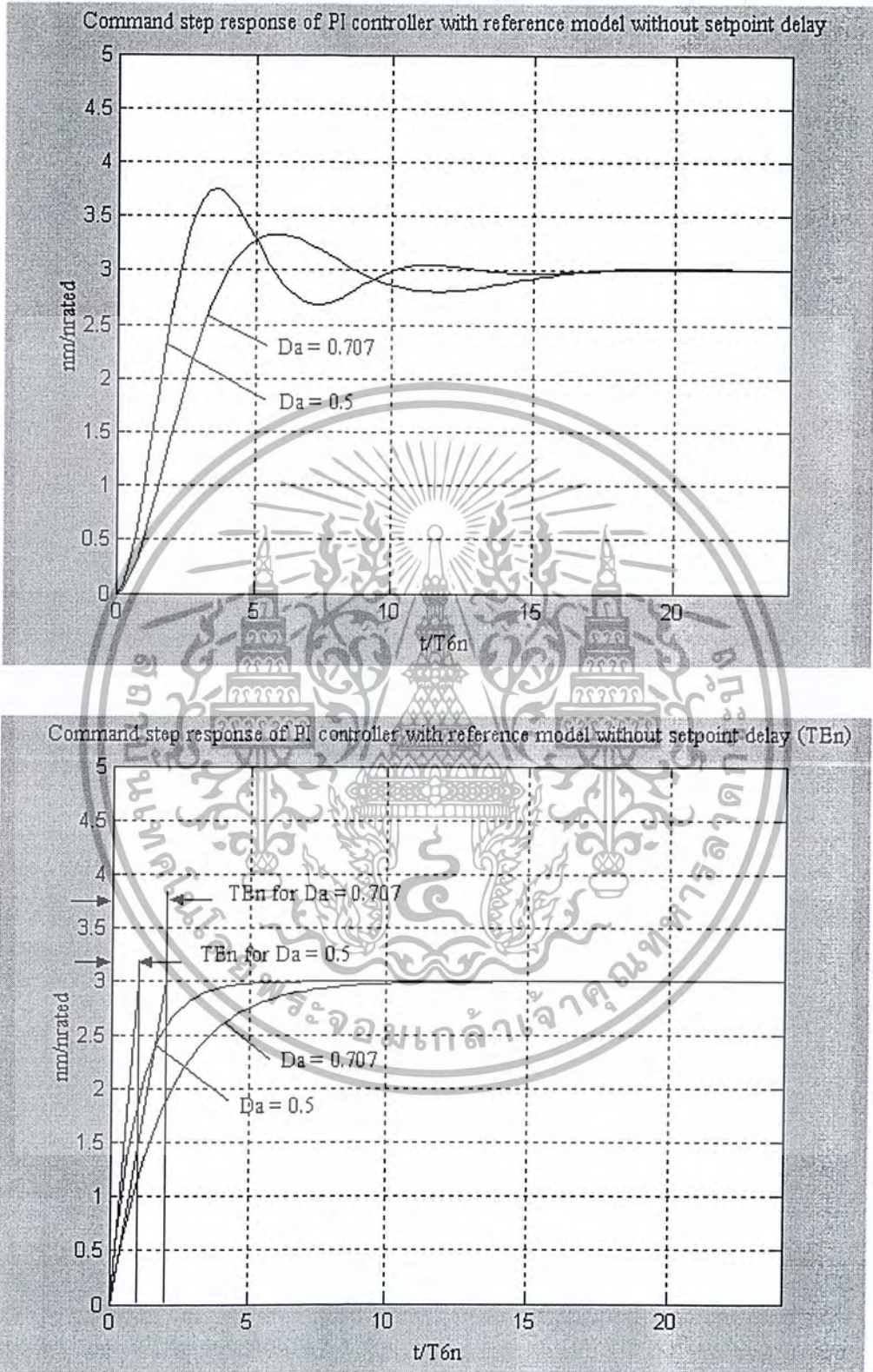
3.8 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกในรูปของเวลา

3.8.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง

จากรูปที่ 3.7 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดด้วย overshoot ที่แตกต่างกันที่ 2nd order drive ค่าอัตราหน่วย D_A มีการเปลี่ยนแปลงด้วยการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} และที่ 3rd order drive ค่าเวลาดำเนิน T_{mn} และค่า speed setpoint delay time T_{On} จะมีการเปลี่ยนแปลง แกนของเวลาที่มีความสัมพันธ์กับผลรวมของ minor delay times T_{On} พิกัด (Ordinate) จะถูก normalize เป็นค่าประมาณ (Rated value) และสามารถทำให้มีค่าเท่ากับความเร็วเชิงมุม ω_M หรือความเร็ว n_M ได้

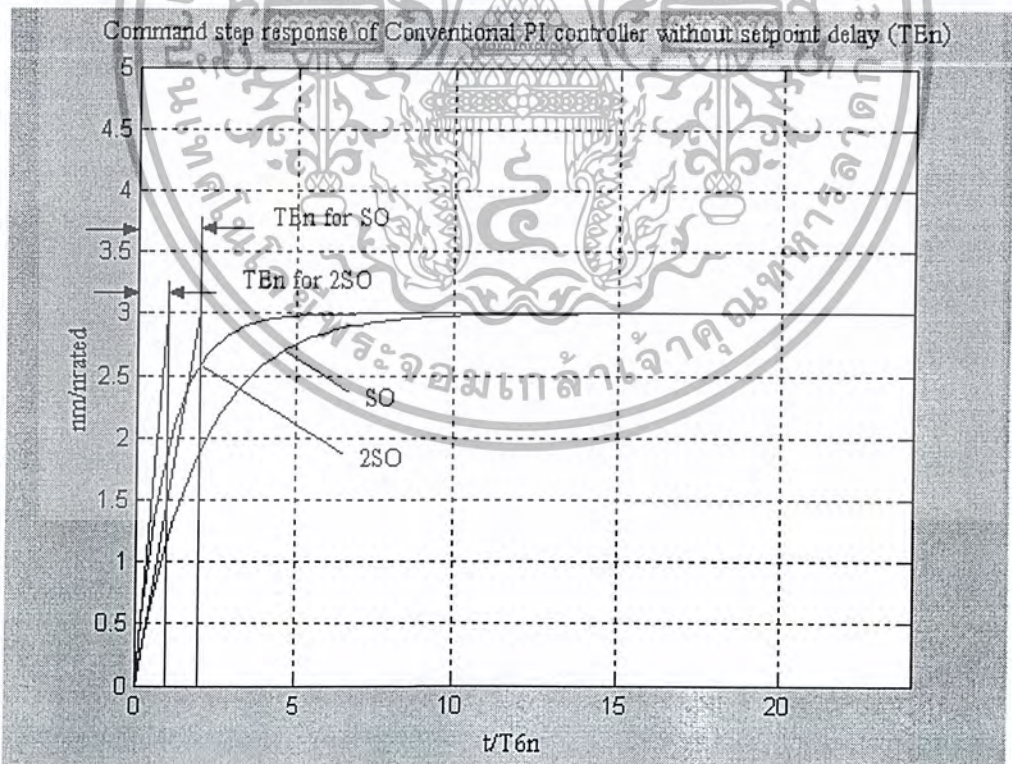
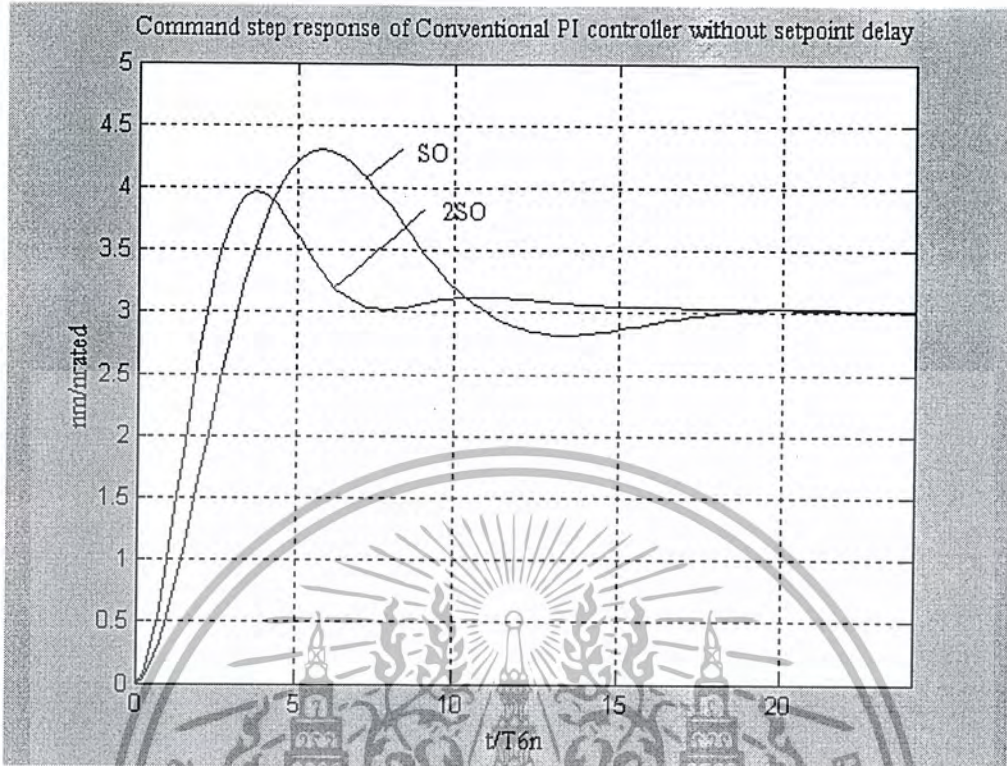
ความแตกต่างระหว่างตัวควบคุมทั้ง 2 แบบ ก็คือ ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดนั่นเอง โดยที่ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงจะเกิด overshoot ประมาณ 4.3 % ขณะที่ overshoot ของตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดาสูงถึง 43 % ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดนี้ ใช้พื้นฐานการกำหนดค่าตัวแปรด้วยหลักการ AVO ในระบบอันดับ 2 และวิธี SO ในระบบอันดับ 3 หลักการ SO ขนาดของ overshoot ที่สูง จะลดลงด้วยการออกแบบโดยใช้ setpoint delay ผลตอบสนองของ 2nd order drive ด้วยอัตราหน่วย $D_A = 0.707$ ก่อให้เกิด equivalent delay time $T_{EA} = 2T_{On}$ และในผลตอบสนองของ 3rd order drive ด้วยหลักการ symmetrical optimum ค่า equivalent delay time จะเพิ่มขึ้นเป็น $4T_{On}$ โดยขึ้นอยู่กับค่า setpoint delay บนพื้นฐานของผลตอบสนองต่อคุณลักษณะของส่วนการหน่วง (Characteristic response of delay elements) และผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันได เราสามารถสรุปได้ดังนี้

- ในรูปควบคุมซึ่งมีคุณสมบัติตรงกับ P-T_n-elements ค่า equivalent dead time จะมากขึ้นเมื่ออันดับเพิ่มขึ้นและถ้าค่าตัวแปรเป็นตัวเดียวกันเวลาของผลตอบสนองจะเพิ่มขึ้น และผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดจะมีความไวต่อการสั่นด้วย
- ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงจะมีผลตอบรับกับการเปลี่ยนแปลงของค่า setpoint เร็วกว่าตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา คือ $T_{respRef} \geq \frac{1}{2} T_{respPI}$ ตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา คือ การกำหนดค่าตาม symmetrical optimum (SO) ที่ไม่มีค่า setpoint delay สามารถจำลองแบบหยาบๆ ด้วย P-T_n-element ได้ ถ้าหาก equivalent delay time ในรูปที่ 3.7 b) สามารถสรุปให้เป็นค่าเดียวกับในรูปที่ 3.7 a) ในรูปที่ 3.7 c) 2nd หรือ 3rd order drive element จะเหมาะสมสำหรับการจำลองผลตอบสนองของรูปควบคุม



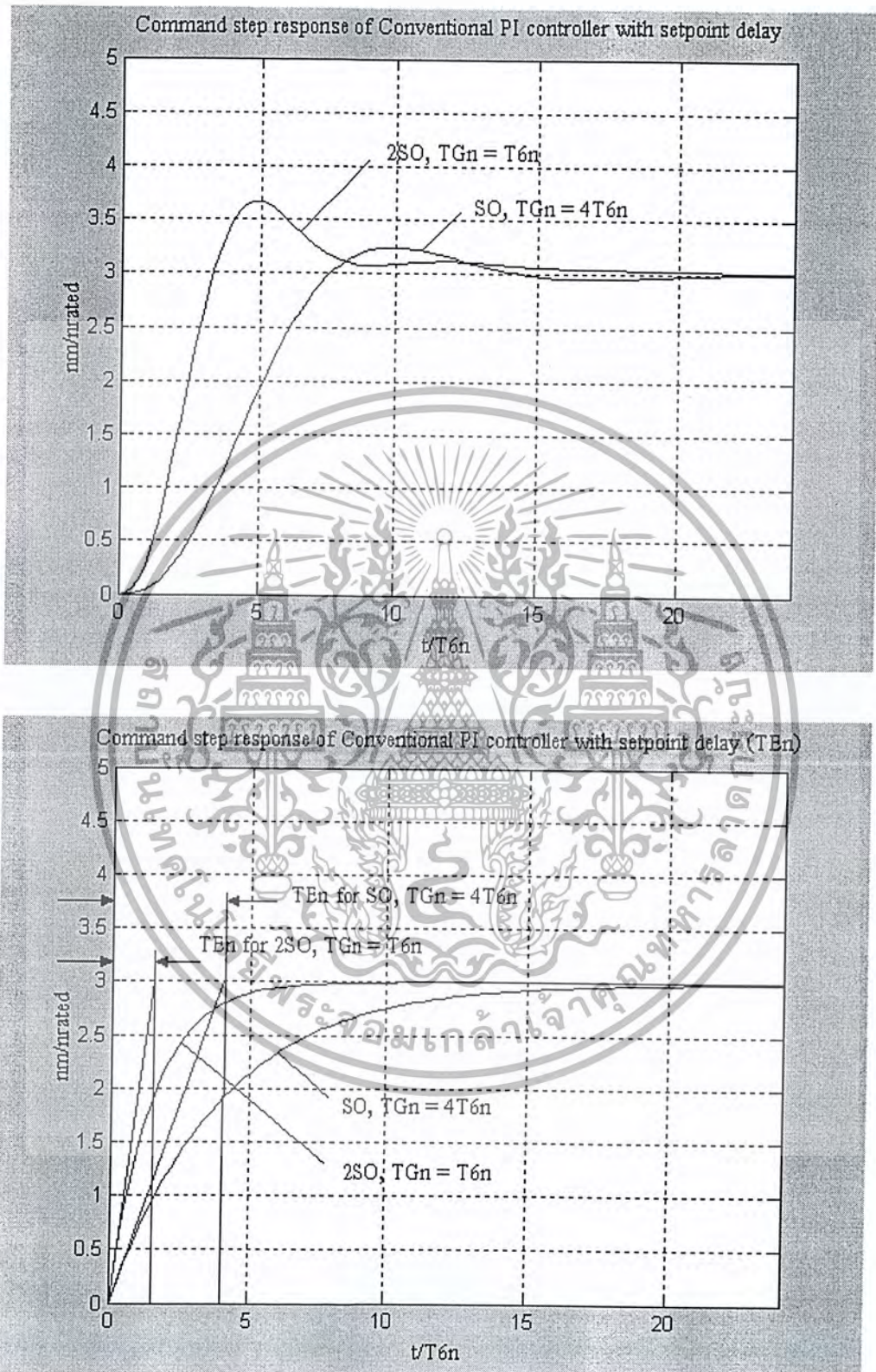
รูปที่ 3.7 a) ตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง : 2nd order drive ไม่มี setpoint delay

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



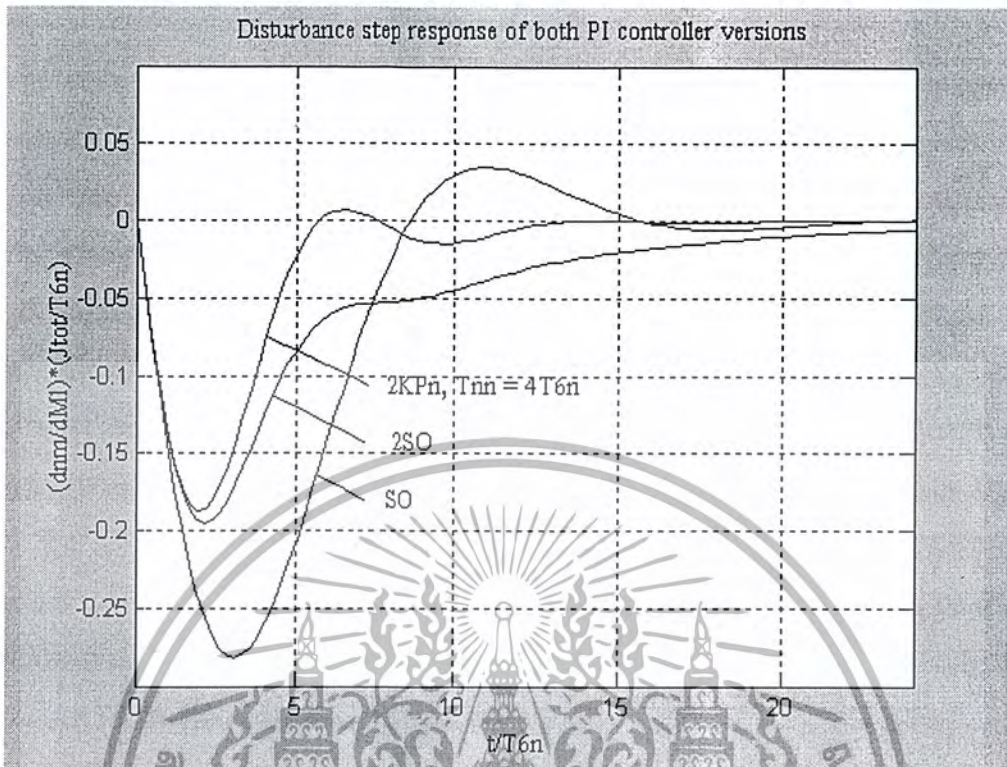
รูปที่ 3.7 b) ตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา : 3rd order drive ไม่มี setpoint delay

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 c) ตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา : 3rd order drive ด้วย setpoint delay time T_{Gn}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 ผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ

3.8.2 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก

ในผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกค่าความเร็วเชิงมุมชั่วคราว (Temporary angular velocity) และค่าการบิดเบือนของความเร็ว (Speed deviation) คือ ฟังก์ชันของผลรวม minor delay times $T_{\sigma n}$, ค่าการเปลี่ยนแปลงในแรงบิดของโหลด ΔM_L และโมเมนต์รวมของความเฉื่อย J_{tot} ในรูปที่ 3.8 เอทที่พูดของตัวควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงให้อยู่ในหน่วยของ rpm โดยการหารด้วย 2π ส่วนค่า ordinate จะถูกหารด้วย ΔM_L และขยายด้วยผลลัพธ์จากการหารของ $\frac{J_{tot}}{T_{\sigma n}}$ จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงในแรงบิดของโหลด ΔM_L ตามบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 3.6 มีเครื่องหมายลบ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของค่าตัวแปรควบคุม (ความเร็วมอเตอร์) Δn_M ก็จะเป็นลบด้วย

ข้อความข้างล่างนี้เป็นการกระทำจากตัวควบคุมทั้ง 2 รูปแบบ

- ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมทั้งสอง จะให้ค่าเดียวกัน settling

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

time คือฟังก์ชันของค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} และค่าเวลาดั้งต้น T_{nn} เมื่อมีการกำหนดค่าตามหลักการ symmetrical optimum (SO) จะประมาณได้ว่า $T_{sett Ref} = T_{sett PI} \approx 20 \cdot T_{On} =$ ค่าคงที่

- ค่าความผิดพลาดของระบบแบบชั่วคราว (Temporary system error) จะแปรตามการเปลี่ยนแปลงแรงบิดของโหลด, ผลรวมของ minor delay times T_{On} และแปรผกผันกับโมเมนต์รวมของความเฉื่อย J_{tot} ถ้า K_{pn} มีค่าเพิ่มขึ้น settling time และค่าผิดพลาดของระบบจะลดลง ในทางตรงกันข้าม การเพิ่มค่าเวลาดั้งต้น T_{nn} จากการกำหนดค่า 2.SO settling time จะเพิ่มขึ้น การกำหนด $2 \cdot K_{pn}$, $T_{nn} = 4T_{On}$ จะมีผลทำให้ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกดีขึ้น

3.9 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกในโดเมนของความถี่

3.9.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง

เราจะพิจารณาค่าผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่ง 2 ค่าที่สำคัญด้วยกัน คือ ค่าความถี่ของคุณลักษณะของระบบและค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนอง หากความถี่ที่มากกว่า $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ค่าความถี่ของคุณลักษณะของระบบ หรือค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นในรูปควบคุมจะไม่มีการบิดเบือนเลย ส่วนรูปในสุดค่าความถี่ของคุณลักษณะของระบบ, ค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนอง ค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนอง และ equivalent delay time จะเป็นตัวกำหนดผลตอบสนองไดนามิกของรูปควบคุมถัดไป กราฟสำหรับตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงและตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดาจะคล้ายกัน ค่าคุณลักษณะของระบบของ 2nd order delay elements มีอัตราการลดลงเท่ากับ -40dB/decade ส่วนค่าความถี่ของคุณลักษณะของระบบเป็นค่าเดียวกัน ความแตกต่างเพียงอย่างเดียวระหว่างทั้ง 2 แบบก็คือตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดามีขนาดของค่า resonant rise ที่มากกว่า ในการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบ PI ด้วย setpoint delay จากรูปที่ 3.9 c) แสดงถึงผลตอบสนองของระบบอันดับ 3 โดยที่มีค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองที่ต่ำกว่าอันเนื่องมาจากผลของ symmetrical optimum ที่การกำหนดค่า 2.SO และค่า setpoint delay ค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองจะสูงขึ้นไปถึงค่าที่แสดงในรูป เราสามารถสรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา ด้วยค่า setpoint delay ที่น้อย และค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} ที่มาก จะมีผลคล้ายกับตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง

3.9.2 ผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก

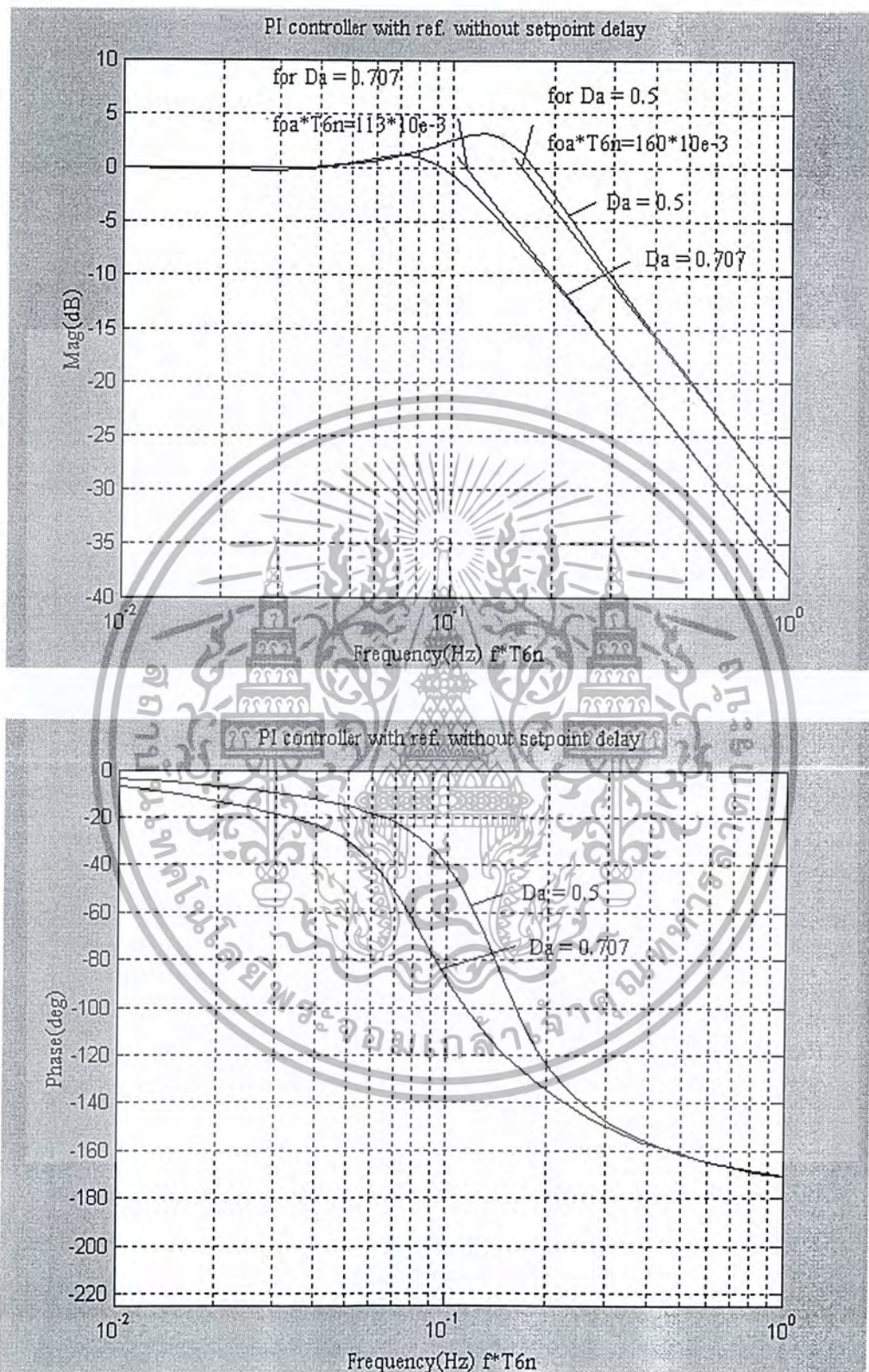
สำหรับผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกในรูปที่ 3.10 ค่าพิคค์จะได้อามาจากผลตอบสนองของสัญญาณขั้นบันไดในรูปที่ 3.8 หากด้วย 2π และคูณด้วย $\frac{J_{tot}}{T_{On}}$ ในรูปนี้จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อดูผลตอบสนองความเร็วของมอเตอร์ n_M และสามารถใช้ที่ค่า time delays ในรูปควบคุมและโมเมนต์รวมของความเฉื่อยที่ค่าต่างๆ ได้ กราฟแสดงช่วงของความถี่ที่ตัวควบคุมสามารถทำงานได้ ความถี่นี้จะมีตำแหน่งอยู่ที่จุดที่เป็นเส้น asymptotes 2 เส้นตัดกัน เราเรียกความถี่นี้ว่าค่าความถี่ที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอก (Corner frequency of the interference frequency response f_{Ez})

สำหรับค่าที่เพิ่มขึ้น $2 \cdot K_{pn}$ และ $T_{nn} = 8T_{On}$ โดยจะเพิ่มขึ้นตามค่า 2.50 นั่นก็คืออัตราส่วนของขนาดจะลดลงในช่วงของการทำงานของตัวควบคุมโดยเปรียบเทียบกับ 50 ปกติ อย่างไรก็ตามผลตอบสนองเชิงความถี่ที่มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นจะชี้ให้เห็นว่าค่านี้ไม่เหมาะกับการกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอก การกำหนดค่า $2 \cdot K_{pn}$ และ $T_{nn} = 4T_{On}$ จะกำจัดผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดีกว่า อย่างไรก็ตามผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งจะมีลักษณะเป็นกราฟยาวหลังจากเกิด overshoot ครั้งแรกและผลตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนภายนอก ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งสามารถปรับปรุงได้ด้วยการปรับ speed setpoint delay

3.10 ตัวอย่างของลูปควบคุมความเร็ว (Modeling an example of the Speed Control Loop)

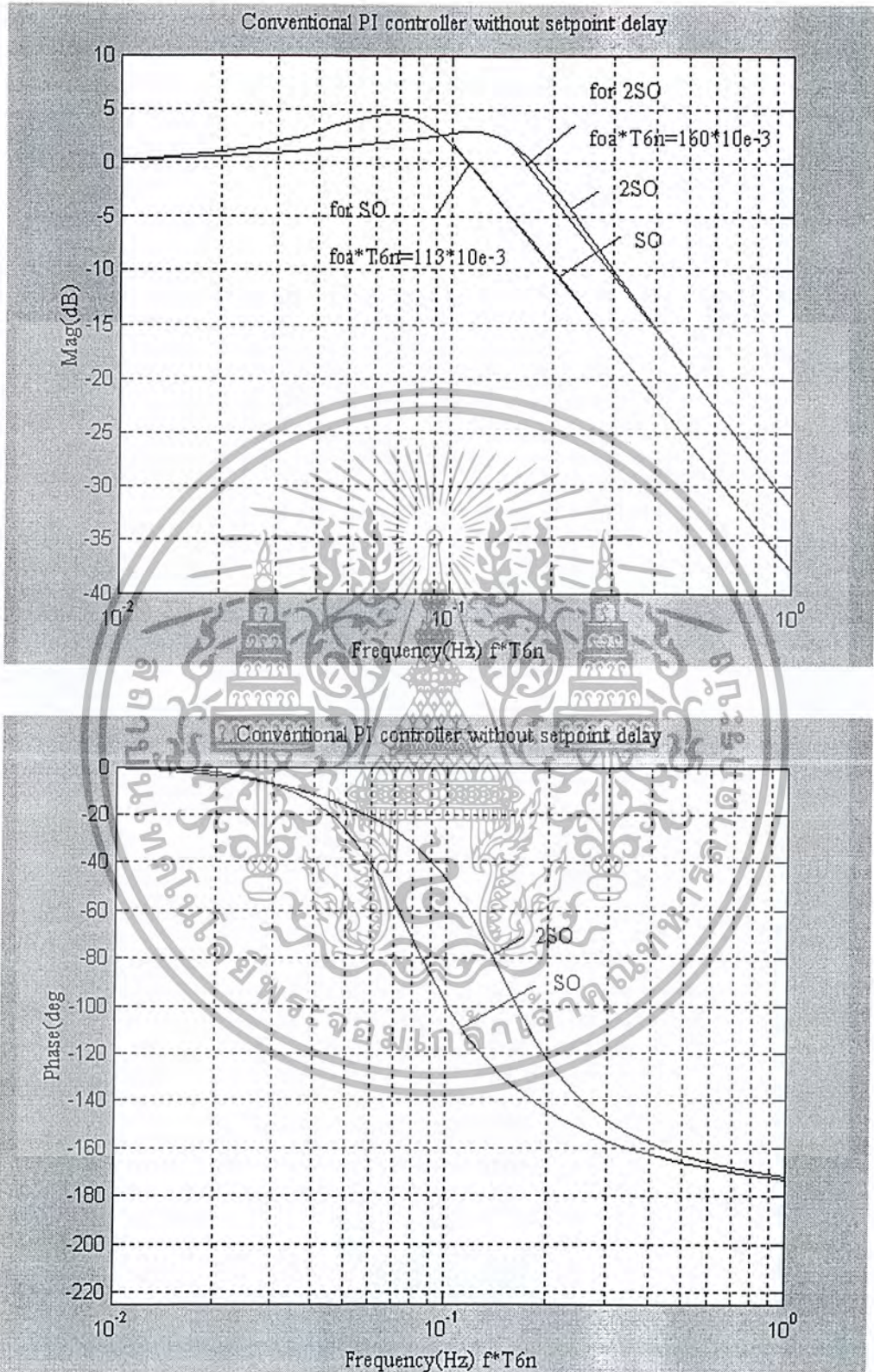
ที่ผ่านมาเราต้องการหาบล็อกไดอะแกรมแบบสมมูลและการตั้งค่าตัวแปรของลูปควบคุมความเร็ว ในรูปที่ 3.11 เป็นการต่อแบบอนุกรมของโหลดและมอเตอร์ ลูปควบคุมความเร็วสามารถวิเคราะห์ด้วยตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง (PI-Ref) ดังแสดงในรูปที่ 3.6 และวิเคราะห์ด้วยตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา ดังแสดงในรูปที่ 3.4 ทั้ง 2 แบบจะประกอบไปด้วยตัวควบคุมที่มีการลุ่มสัญญาณ ดังรูปที่ 3.11

เราสามารถรวมลูปควบคุมกระแสโดยที่ค่า equivalent delay time T_{EI}^* จะรวมอยู่ในผลรวมของ minor delay times T_{On} ในลูปควบคุมความเร็ว ลูปควบคุมที่ได้แสดงอยู่ในรูปที่ 3.12 a) โดยเราจะกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ของระบบควบคุมให้มีค่า $K_{ps} = 1$



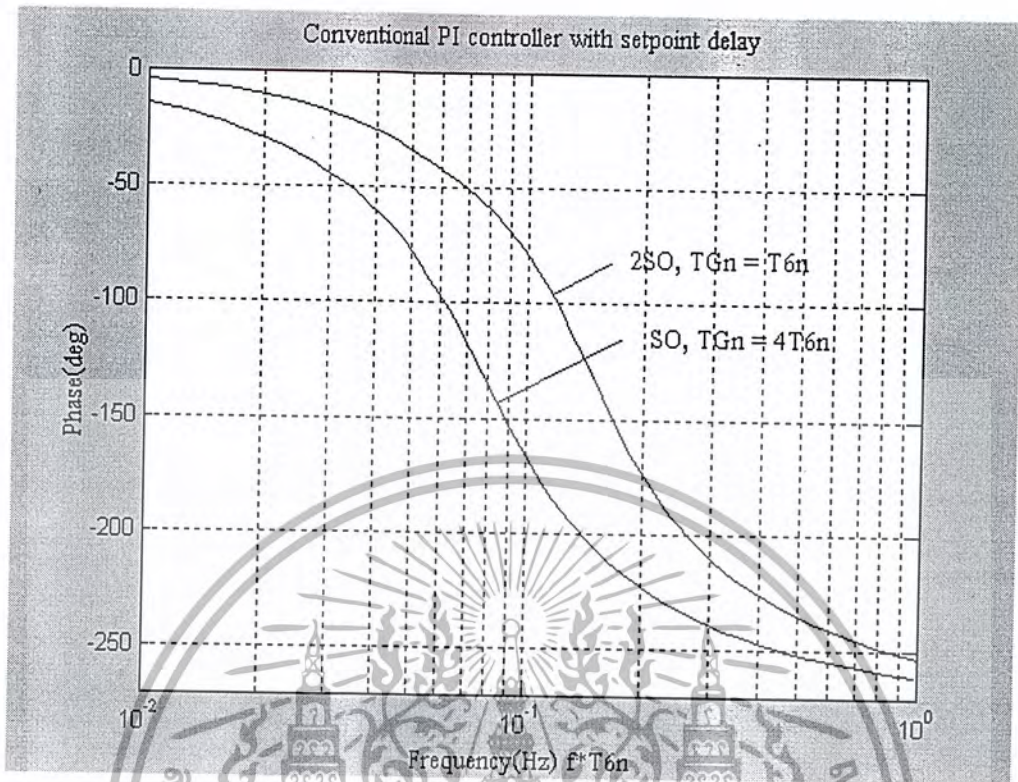
รูปที่ 3.9 a) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 b) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 c) ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณคำสั่งของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ

เรายังสามารถหาค่าควบคุมความเร็วต่อไปได้อีกโดยเราจะอธิบายตามรูปที่ 3.12 b) จนถึง d) ดังมีรายละเอียดดังนี้

b) อันดับแรกเราจะประมาณหาค่าควบคุมความเร็วให้เป็น P-T₂-element ค่า equivalent delay time ของหาค่าควบคุมที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิง คือ $T_{En} = \frac{J_{tot}}{K_{Pn}}$ และ

ค่าสำหรับตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดาด้วย setpoint delay คือ $T_{En} = T_{nn}$ หากเราใช้การกำหนดค่าตามวิธี symmetrical optimum ค่า equivalent delay time ของตัวควบคุม PI-Ref จะเปลี่ยนเป็น $T_{nn} = 2T_{On}$ และ $T_{nn} = 4T_{On}$

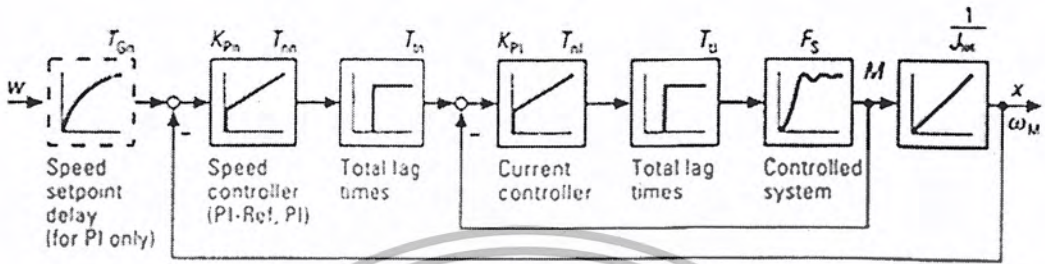
c) หาค่าควบคุมที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PI ที่มีโมเดลอ้างอิงจะมีค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_{OA} และค่าอัตราหน่วง D_A เหมือนกับ P-T₂-element



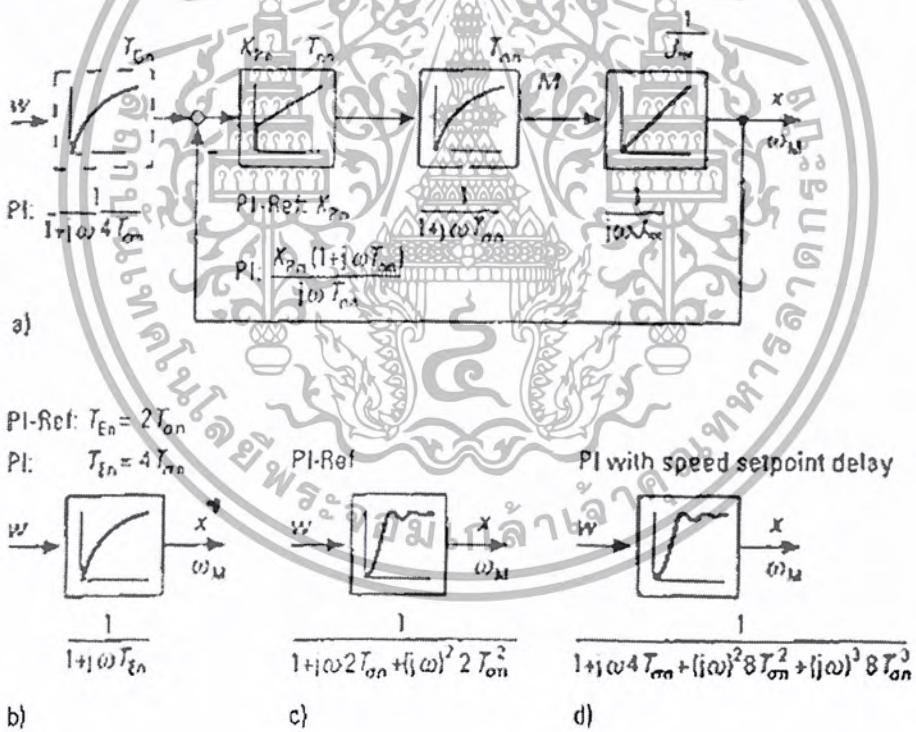
รูปที่ 3.10 ผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อสัญญาณรบกวนภายนอกของตัวควบคุมแบบ PI ทั้ง 2 แบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

d) ลูปควบคุมที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดา ซึ่งประกอบด้วย speed setpoint delay มีผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งเช่นเดียวกับ P-T₃-element



รูปที่ 3.11 ลูปควบคุมความเร็วที่ต่อแบบอนุกรมด้วยการเชื่อมต่อแบบไม่ยืดหยุ่น



รูปที่ 3.12 ลูปควบคุมความเร็วอย่างง่ายด้วยการเชื่อมต่อแบบไม่ยืดหยุ่น

- a) บล็อกไดอะแกรม
- b) P-T₁-element สำหรับตัวควบคุมแบบ PI-Ref และ PI ธรรมดา
- c) P-T₂-element สำหรับตัวควบคุมแบบ PI-Ref

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

d) P-T₃-element สำหรับตัวควบคุมแบบ PI ธรรมดาด้วย speed setpoint delay

3.11 สรุป

➤ ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งขึ้นอยู่กับผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ เป็นหลัก แต่ในกรณีของตัวควบคุมแบบมีการสุ่มสัญญาณ จะขึ้นอยู่กับคาบเวลาของการสุ่ม T_{AT} โดยตรง ในตัวควบคุมแบบอนาลอก ผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ จะขึ้นอยู่กับส่วนการกรองสัญญาณ (Filtering elements) ภายในตัวควบคุมและ time delays ในตัวขยายกำลังไฟฟ้า (Power amplifier)

➤ ลูปควบคุมในสุด หรือก็คือ ลูปควบคุมกระแสเกิดค่าคงที่ของเวลาในระบบด้วยค่า equivalent delay time T_{Ei} ค่า equivalent delay time T_{En} ของลูปควบคุมความเร็วมากกว่าค่าคงที่ของเวลาในระบบประมาณ 2 เท่า ค่า T_{Ei} เป็นตัวกำหนดผลตอบสนองช่วงไดนามิกของลูปควบคุมถัดไป

➤ ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งของลูปควบคุมความเร็วแบบปิดประมาณได้ด้วย P-T₁-element ด้วย delay time $T_{En} \approx (1...2)T_{\sigma n}$ P-T₁-element ด้วยความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบการขับเคลื่อน ω_{OA} และค่าอัตราหน่วง D_A ซึ่งจะเป็นประมาณค่าได้ดีกว่า ค่า T_{En} และค่า ω_{OA} ขึ้นอยู่กับผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ และค่าอัตราหน่วง D_A ค่าอัตราหน่วง $D_A = 0.5...0.6$ ใช้สำหรับลูปควบคุมตำแหน่งในระดับที่สูงกว่า ถ้า setpoint delay ถูกประยุกต์ใช้ที่ค่าอินพุตของลูปควบคุมความเร็วค่า equivalent delay time จะเพิ่มขึ้นเป็น $4T_{\sigma n}$ ผลตอบสนองของลูปควบคุมความเร็วจะประมาณได้เป็น P-T₁-element

➤ ผลกระทบของสัญญาณรบกวนภายนอกที่มีต่อความเร็วในลูปควบคุมความเร็วแบบปิดเป็นสาเหตุมาจาก ค่าการเปลี่ยนแปลงแรงบิดของโหลด ΔM_L หรือด้วยการเปลี่ยนแปลงของโหลดแบบเป็นช่วงๆ ด้วยค่าขนาด M_L ซึ่งผลกระทบของสัญญาณรบกวนภายนอกจะแปรผันตามผลรวมของ minor delay times $T_{\sigma n}$ และแปรผกผันกับ โมเมนตัมรวมของความเฉื่อย J_{tot}

➤ ขนาดของค่าสัมประสิทธิ์ K_{pn} (แกนของตัวควบคุมความเร็ว) แปรผันตามโมเมนตัมรวมของความเฉื่อย J_{tot}

บทที่ 4

การควบคุมตำแหน่งของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ (Feed Drive Position Control)

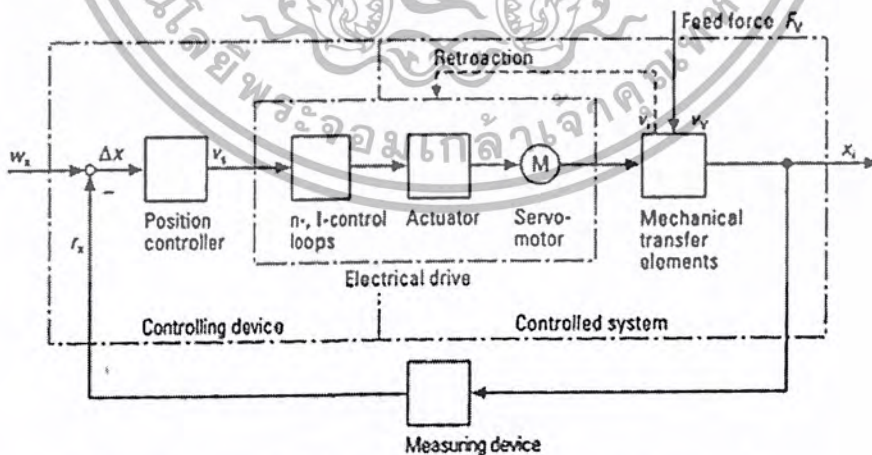
4.1 คำศัพท์และพื้นฐานที่ควรรู้

4.1.1 โครงสร้างและฟังก์ชัน (Configuration and Function)

การเตรียมชิ้นงานด้วยการใช้เครื่องจักร เราจะใช้การตัดหรือการหล่อโลหะให้เป็นรูปตามต้องการ โดยที่เราจะต้องควบคุมให้ตำแหน่งของชิ้นงานและอุปกรณ์ในการตัดทำงานสัมพันธ์กัน

ส่วนประกอบของการขับเคลื่อนทางไฟฟ้าของลูปควบคุมแบบปิด คือ 1. อุปกรณ์การควบคุม (Control device) หรือระบบการแปลงค่า (Converter system) ซึ่งโดยทั่วไปจะประกอบด้วยลูปความเร็วและลูปกระแส 2. ตัวกระตุ้นทรานซิสเตอร์ (Clocked transistor actuator) และ 3. เซอร์โวมอเตอร์ (Servo motor)

ลูปควบคุมตำแหน่งจะประกอบไปด้วย อุปกรณ์การควบคุม ระบบที่ถูกควบคุม และ อุปกรณ์การวัด โดยที่อุปกรณ์ควบคุมประกอบไปด้วย ตัวควบคุมตำแหน่ง ส่วนประกอบของตัวเปรียบเทียบสัญญาณ และส่วนควบคุม ระบบควบคุมประกอบไปด้วยตัวกระตุ้นทรานซิสเตอร์ด้วย เซอร์โวมอเตอร์ และส่วนของการส่งผ่านทางกลของเครื่องตัด โลหะ ตัวควบคุมตำแหน่งของการขับเคลื่อนทางไฟฟ้าของการควบคุมแบบลูปปิด และส่วนของการส่งผ่านทางกลเราจะเรียกรวมว่าระบบการควบคุมการเคลื่อนที่



- x_i ค่าตัวแปรการควบคุมตำแหน่ง (Position controlled variable)
(ค่าตำแหน่งที่แท้จริง (Actual position value))
- v_i ค่าความเร็วที่แท้จริง (Actual velocity value)
- v_s ค่าความเร็วที่จุด setpoint (Velocity setpoint value)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

r_x	ค่าตัวแปรป้อนกลับของตำแหน่ง (Position feedback variable)
F_v	แรงของการเคลื่อนที่ (Feed force) (ค่าตัวแปรสัญญาณรบกวนภายนอก(Disturbance variable))
w_x	ค่าตัวแปรคำสั่งของตำแหน่ง (Position command variable) (ค่าตำแหน่งที่จุด setpoint (Position setpoint value))
v_v	อัตราการเคลื่อนที่ (Feed rate)
Δx	ความบิดเบือนของการควบคุมตำแหน่ง (Position control deviation) (ค่าความผิดพลาด (following error, error variable))

รูปที่ 4.1 แสดงการส่งพื้นฐานของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ในการควบคุมตำแหน่ง (Position controlled feed drive)

4.1.2 การวัดตำแหน่ง (Position Measurement)

4.1.2.1 การได้มาของข้อมูลการวัด

ข้อมูลที่ได้จากการวัดจะได้ออกมาเป็นสัญญาณอนาล็อกและสัญญาณดิจิทัล จากความแตกต่างของชนิดของข้อมูลเราสามารถแสดงความแตกต่างระหว่างระบบการวัดตำแหน่งที่เป็นแบบอนาล็อกและดิจิทัลได้ดังนี้ ในระบบการวัดแบบอนาล็อกมีข้อดีที่ว่าที่ได้จากการวัดจะเป็นค่าจริงสามารถระบุค่าได้อยู่แน่นอน แต่จะมีข้อเสียตรงที่มีฮาร์ดแวร์ขนาดใหญ่ ในระบบดิจิทัลสัญญาณอนาล็อกจะถูกแบ่งออกเป็นระดับ ข้อดีก็คือมีโครงสร้างฮาร์ดแวร์ไม่ซับซ้อนและมีความปลอดภัยในการส่ง

4.1.2.2 ตำแหน่งในการวัด

การได้มาของข้อมูลการวัดจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของตัววัด ซึ่งสามารถแยกออกเป็นการวัดตำแหน่งทางตรงและทางอ้อม

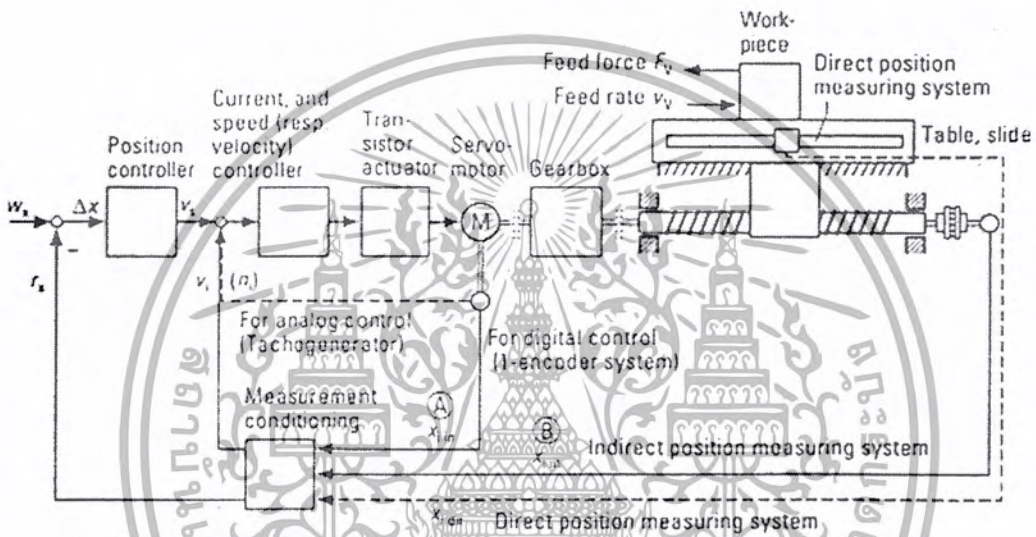
4.1.3 คุณสมบัติและค่าตัวแปรของลูปลควบคุมตำแหน่ง (Parameters and Characteristics of Position Control Loops)

เพื่อที่จะคำนวณผลตอบสนองของระบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของการควบคุมตำแหน่ง จะต้องรู้คุณสมบัติของผลตอบสนองในแต่ละองค์ประกอบของระบบทั้งหมด ตัวควบคุมตำแหน่งหรือค่าเกนของตัวควบคุมความเร็ว (Velocity gain K_v) เรียกว่า K_v factor เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าความเร็วที่จุด setpoint v_s และความบิดเบือนของการควบคุมตำแหน่ง Δx ค่าความผิดพลาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นตัวที่ชี้ให้เห็นว่าค่าตำแหน่งจริงมีค่าตามหลังค่าตำแหน่งที่สั่งอยู่เท่าไร หน่วยของ K_v factor คือ s^{-1} แต่ที่ใช้กันจะอยู่ในหน่วย $\frac{m}{(\text{min} \cdot \text{mm})}$ ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$1s^{-1} = 6 \times 10^{-2} \frac{m/\text{min}}{\text{mm}} \left(\text{or } \frac{\text{mm}/\text{min}}{\mu\text{m}} \right)$$



- $x_{i \text{ in}}$ ค่าตำแหน่งที่แท้จริงที่ได้จากการวัดทางอ้อม (Indirectly measured actual position value)
- A ด้วยระบบการเข้ารหัสที่มอเตอร์ (With 1-encoder system at the motor)
- B ด้วยการเข้ารหัสค่าตำแหน่งที่แท้จริงที่ลิคดสกรูหรือบนระบบเฟือง (With actual position value encoder at the lead screw or on the gearbox)
- $x_{i \text{ dir}}$ ค่าตำแหน่งที่แท้จริงที่ได้จากการวัดทางตรง (Directly measured actual position value)

รูปที่ 4.2 เป็นการแสดงตัวอย่างการวัดตำแหน่งทางตรงและทางอ้อม

และ

$$1 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}} = 16.67 \text{s}^{-1}$$

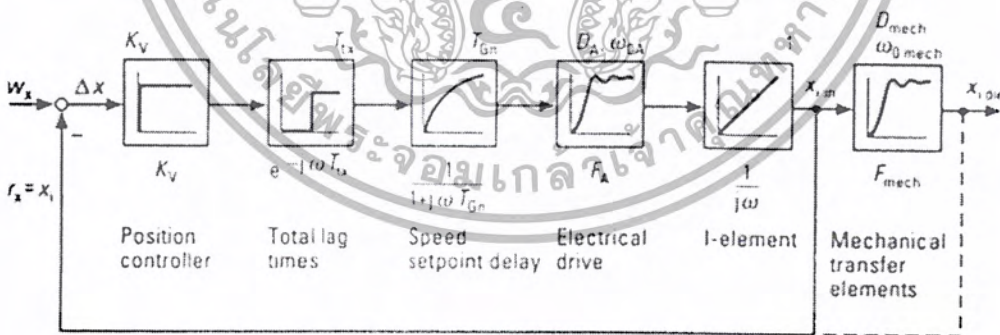
โดยทั่วไปรูปควบคุมตำแหน่ง คือ การอินทิเกรตผลตอบสนองของระบบ ความสัมพันธ์ทางฟิสิกส์ระหว่างค่าความเร็วของแท่นเดิน v_i และค่าตำแหน่งของระบบ x_i จะเป็นดังนี้

$$v_i = \frac{dx_i}{dt} \quad \text{และ} \quad x_i = \int_0^t v_i dt$$

หรือการเคลื่อนที่แบบหมุน

$$\omega_M = \frac{d\phi_M}{dt} \quad \text{และ} \quad \phi_M = \int_0^t \omega_M dt$$

ซึ่งเรานำเสนอความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปบล็อกไดอะแกรม โดยใช้ I-element ด้วยค่าสัมประสิทธิ์การอินทิเกรตของระบบ $K_i = 1$



รูปที่ 4.3 บล็อกไดอะแกรมของรูปควบคุมตำแหน่ง (ด้วยระบบการวัดทางอ้อม)

เราสร้างบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 4.3 เพื่อที่จะนำมาอธิบายลูปควบคุมตำแหน่ง จากรูปที่ 4.12 สำหรับส่วนของการขับเคลื่อนทางไฟฟ้าหรือลูปความเร็ว เราสามารถประมาณให้เป็นผลตอบสนองเชิงความถี่ F_A อันดับ 1 ; 2 หรือ 3 ได้ ส่วนผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการส่งผ่านทางกลถูกจำลองเป็น 1-หรือ 2-mass oscillator และขึ้นกับวิธีของการได้มาของข้อมูลการวัดว่าอยู่ภายนอกหรือภายในลูปควบคุมตำแหน่ง

ตัวแปรหลักของลูปควบคุมตำแหน่ง คือ

- ตัวควบคุมตำแหน่ง (K_V - factor)
- ผลรวมของ lag times ในลูปควบคุมตำแหน่ง T_{ix}
- ค่า delay time of the speed setpoint delay T_{Gn}

และสำหรับระบบการขับเคลื่อน :

- ค่า effective equivalent delay time T_{Eg} หากเป็น P-T₁-element
- ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_{OA} และค่าอัตราหน่วง D_A หากเป็น P-T₂-element
- ค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาด ω_{EA} หากเป็น P-T₃-Element และในส่วนของผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการส่งผ่านทางกล
- ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของส่วนการส่งผ่านทางกล ω_{Omecth}
- ค่าอัตราหน่วง D_{mecth}

4.1.4 แบบจำลองลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น

ผลตอบสนองของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นสามารถกำหนดให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์ ในทางปฏิบัติลูปควบคุมตำแหน่งจะมีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งเราจะละทิ้งเพราะยากแก่การคำนวณ ดังนั้นเราจึงวิเคราะห์ลูปควบคุมตำแหน่งที่แสดงในรูปที่ 4.3 โดยไม่คิดผลรวมของ lag times , ค่า speed setpoint delay และส่วนของการส่งผ่านทางกล

4.1.4.1 การขับด้วย P-element (The drive as P-element)

โดยให้แบบจำลองของระบบการขับเป็น P-element $K_{pA} = 1$ (ค่าความเร็วที่แท้จริง = ค่าความเร็วที่จุด setpoint) หมายความว่าลูปควบคุมตำแหน่งเป็นการต่อกันของ P-element และ I-element ผลตอบสนองเชิงความถี่ของลูปควบคุมตำแหน่งจะเป็นระบบอันดับ 1 โดยมีค่าดังนี้

$$F_{wl} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{1}{K_v}}, \quad T = \frac{1}{K_v} \quad (4.1)$$

โดยที่ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบมีค่าเท่ากับ

$$\omega_{ol} = K_v \quad (4.2)$$

ดังนั้นผลตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลง setpoint value ในทันทีทันใดจะอยู่ในรูปของเอกซ์โปเนนเชียล

$$x_t = x_s (1 - e^{-K_v t}) \quad (4.3)$$

ซึ่งเป็นการประมาณค่าอย่างหยาบๆ และค่า K_v ไม่ถูกจำกัดระบบก็ไม่มี การสั่นอีกด้วยจึงไม่สมจริงในทางปฏิบัติ

4.1.4.2 การขับด้วย P-T₁-element (The drive as P-T₁-element)

โดยให้แบบจำลองของระบบการขับเป็น P-T₁-element ด้วยค่า effective equivalent delay time T_{En}^* ผลตอบสนองเชิงความถี่ของลูปควบคุมตำแหน่งแบบลูปเปิด คือ

$$F_{ol} = \frac{K_v}{j\omega + (j\omega)^2 T_{En}^*} \quad (4.4)$$

โดยที่ค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบมีค่าเท่ากับ

$$\omega_{ol} = \sqrt{\frac{K_v}{T_{En}^*}} \quad (4.5)$$

และค่าอัตราหน่วง

$$D_L = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K_V \cdot T_{En}^*}} \quad (4.6)$$

ถ้าเราเลือก $D_L \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ในรูปควบคุมตำแหน่งจะได้ K_V - factor คือ

$$K_V \leq \frac{1}{2T_{En}^*} \quad (4.7)$$

4.1.4.3 การขับด้วย P-T₂-element (The drive as P-T₂-element)

โดยให้แบบจำลองของระบบการขับเป็น P-T₂-element ด้วยค่าความถี่เชิงมุมของ
คุณลักษณะของระบบ ω_{OA} และค่าอัตราหน่วง D_A ผลตอบสนองเชิงความถี่ของรูปควบคุม
ตำแหน่งแบบลูปเปิด คือ

$$F_{ol} = \frac{K_V}{j\omega + (j\omega)^2 \frac{2D_A}{\omega_{OA}} + (j\omega)^3 \frac{1}{\omega_{OA}^2}} \quad (4.8)$$

ผลตอบสนองเชิงความถี่จะเป็นระบบอันดับ 3 ดังนี้

$$F_{wL} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{1}{K_V} + (j\omega)^2 \frac{2D_A}{K_V \cdot \omega_{OA}} + (j\omega)^3 \frac{1}{K_V \cdot \omega_{OA}^2}} \quad (4.9)$$

จะได้ค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาด

$$\omega_{EL} = \sqrt[3]{K_V \cdot \omega_{OA}^2} = \omega_{OA} \sqrt[3]{\frac{K_V}{\omega_{OA}}} \quad (4.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อใช้หลักการ Double ratio optimization จะได้

$$\frac{\frac{1D_A}{K_v \cdot \omega_{OA}} \cdot 1}{\left(\frac{1}{K_v}\right)^2} \leq \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad K_v \leq \frac{\omega_{OA}}{4D_A} \quad (4.11)$$

และ

$$\frac{1}{K_v \cdot \omega_{OA}^2} \cdot \frac{1}{K_v} \leq \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad D_A \leq \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707 \quad (4.12)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ผลของ K_v factor เป็น

$$K_v \leq 0.35\omega_{OA} \quad (4.13)$$

และค่าความถี่เชิงมุมที่จุดการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองต่อขนาดของรูปควบคุมตำแหน่ง คือ

$$\omega_{IT} \leq 0.707\omega_{OA} \quad (4.14)$$

แบบจำลองระบบอันดับ 2 จะให้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของรูปควบคุมตำแหน่งเป็นระบบอันดับ 3 ถ้าหากเราพิจารณาแบบจำลองระบบอันดับ 3 ก็จะทำให้ผลตอบสนองเชิงความถี่เป็นระบบอันดับ 4 ซึ่งระบบอันดับสูงๆจะยากแก่การคำนวณและซับซ้อน ดังนั้นเราจึงกลับไปพิจารณาแบบจำลองของระบบการขับที่เป็นแบบ P-T₁-element (ค่า speed setpoint delay T_{Gn} สามารถปรับปรุงผลตอบสนองต่อคำสั่งของรูปควบคุมความเร็วได้)

4.1.4.4 การจับด้วย P-T₁-element ด้วยค่าผลรวมของ minor delay times ในรูปควบคุมตำแหน่ง (The drive as P-T₁-element with a sum total of minor delay times in the position control loop)

จากรูปที่ 4.3 เราจะได้ผลรวมของ minor delay times ของรูปควบคุมตำแหน่ง คือ

$$T_{\sigma x} = T_{En}^* + T_{Gn} + T_{ix} \quad (4.15)$$

โดยค่า total lag times T_{ix} จะประกอบไปด้วยส่วนการสุ่มและคงค่าสัญญาณและวงรอบการคำนวณ อันกอลิทึมในการควบคุม (The control algorithm computing cycle time) ถ้าเราประมาณแบบจำลองของระบบการจับเป็น P-T₁-element โดยค่า equivalent delay time $T_{\sigma x}$ จะได้ความสัมพันธ์ของค่า K_v - factor ที่มากที่สุด คือ

$$K_{v \max} \leq \frac{1}{2T_{\sigma x}} \quad (4.16)$$

ข้อกำหนดก่อนหน้าของอัตราหนึ่ง $D_L \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ในรูปควบคุมตำแหน่งสามารถใช้ได้ เนื่องจากจะไม่ปรากฏการเปลี่ยนแปลงของ setpoint value อย่างทันทีทันใดและจะไม่ปรากฏ overshoot ด้วย จากผลตอบสนองของ P-T₁-element ถ้า resonant rise ที่อัตราหนึ่ง $D_L \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ผลตอบสนองเชิงความถี่จะเท่ากับ 4.3 % ซึ่งในการวิเคราะห์รูปควบคุมตำแหน่งจะต้องไม่เกิด overshoot เมื่อจำลองรูปควบคุมตำแหน่งอย่างง่ายจะได้ผลตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงค่า setpoint แบบสัญญาณที่มีอัตราเพิ่มคงที่ (Ramp) ดังรูปที่ 4.4

รูปที่ 4.4.1 แสดงผลรวมของ delay times ในรูปควบคุมตำแหน่ง โดยมีค่าคงที่และเปลี่ยนแปลงค่า K_v - factor overshoot จะเริ่มปรากฏ หรือ $K_v \leq \frac{0.5}{T_{\sigma x}}$ และ $D_L \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ถ้า

K_v - factor มีค่าเพิ่มขึ้นอีก overshoot จะเพิ่มตาม อัตราหนึ่งในรูปควบคุมตำแหน่งจะลดลงและการเพิ่ม K_v - factor จะทำให้ค่าความผิดพลาด Δx ลดลงด้วย

รูปทางด้านขวาจะรักษา K_v - factor ให้คงที่ แต่จะเปลี่ยนแปลงผลรวมของ delay times ในรูปควบคุมตำแหน่งแทน ในกรณีนี้ถ้าค่า $T_{\sigma x}$ มากขึ้นจะทำให้เกิด overshoot การวิเคราะห์รูปควบคุมตำแหน่งอย่างง่ายโดยปราศจากส่วนการส่งผ่านทางกลจะสามารถสรุปได้ดังนี้

- ค่า K_v - factor จะต้องไม่เกิน $\frac{0.5}{T_{\sigma x}}$

• ถ้าให้ค่า K_v - factor คงที่ การลดค่า delay times ในลูปควบคุมตำแหน่งไม่ได้เป็นการปรับปรุงผลตอบสนองของระบบ

4.2 คุณลักษณะของผลตอบสนองไดนามิกของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้น (Dynamic Response Characteristics of Linear Position Control Loops)

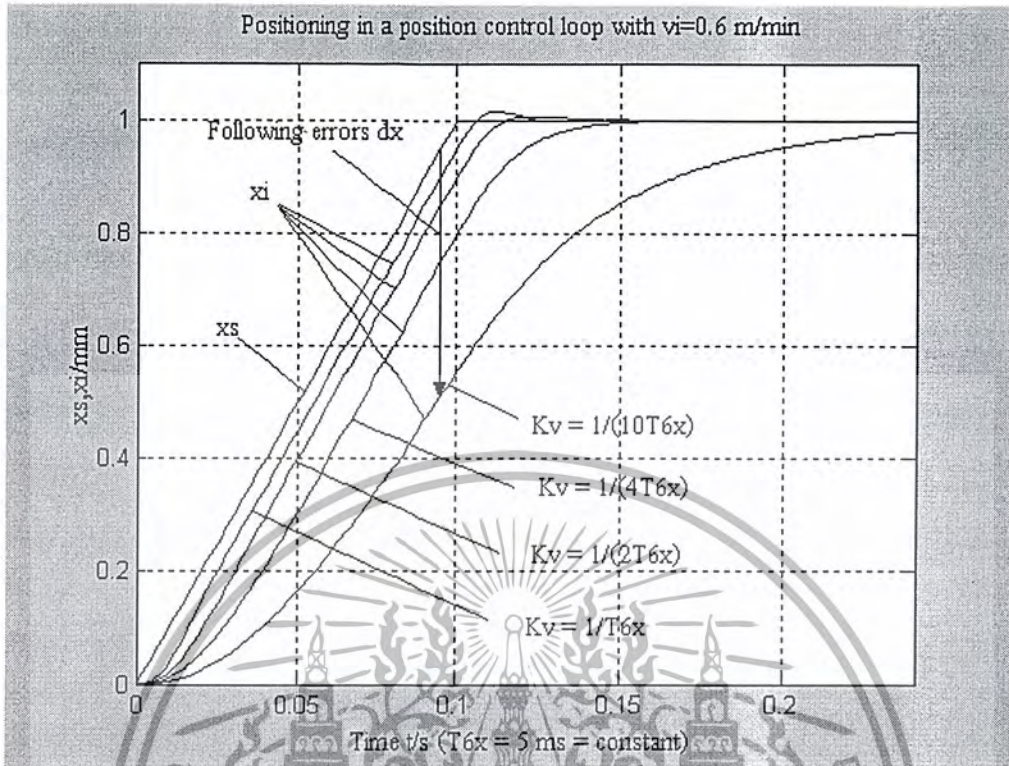
4.2.1 ผลตอบสนองต่อสัญญาณคำสั่งของลูปควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นด้วยระบบการวัดทางอ้อม (Command Response of Linear Position Control Loops with indirect Measuring System)

สำหรับระบบการวัดตำแหน่งทางอ้อม ส่วนการส่งผ่านทางกลจะถูกตั้งอยู่ภายนอกลูปการควบคุมโดยที่ไม่มีผลกระทบต่อเสถียรภาพของระบบ แต่จะมีผลต่อการจำกัดค่า K_v - factor ซึ่งเราไม่ต้องการให้เกิด overshoot ที่สุดท้ายของส่วนการส่งผ่านทางกล ดังนั้นเราจะต้องรู้ผลตอบสนองของส่วนของการส่งผ่านทางกล

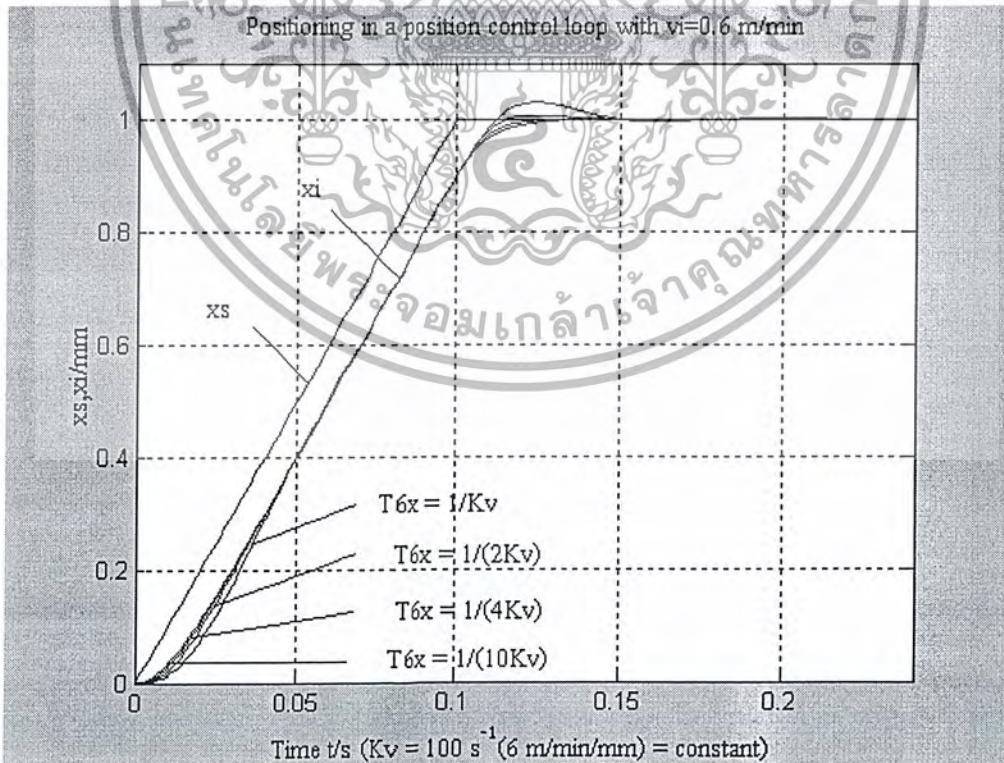
4.2.1.1 ข้อกำหนดของส่วนการส่งผ่านทางกล

อันดับแรกเราจะสมมติว่าไม่มีปฏิกิริยาโต้ตอบจากระบบเชิงกลที่ปรากฏในส่วนของการขับเคลื่อนไฟฟ้าจากบทที่ 2 เราได้บล็อกไดอะแกรมและผลตอบสนองของ 2-mass oscillator สมการ 2.68 แสดงถึงคุณลักษณะของผลตอบสนองระหว่างความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์และแรงบิดของมอเตอร์ อย่างไรก็ตามเราต้องการคุณลักษณะของผลตอบสนองระหว่างความเร็วเชิงมุมของโหลด φ_L และความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ φ_M ทรานเฟอร์ฟังก์ชัน คือ

$$G(p) = \frac{\varphi_L(p)}{\varphi_M(p)} = \frac{C_{T0} + \mathcal{G}_{\omega} \cdot p}{C_{T0} + \mathcal{G}_{\omega} \cdot p + J_L \cdot p^2} \quad (4.17)$$



รูปที่ 4.4.1 การควบคุมตำแหน่งในลูบการควบคุมตำแหน่ง



รูปที่ 4.4.2 การควบคุมตำแหน่งในลูบการควบคุมตำแหน่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถทำให้อยู่ในรูป

$$G(p) = \frac{\varphi_L(p)}{\varphi_M(p)} = \frac{1 + j\omega \frac{2D_{\text{mech}1}}{\omega_{0\text{mech}1}}}{1 + j\omega \frac{2D_{\text{mech}1}}{\omega_{0\text{mech}1}} + (j\omega)^2 \frac{1}{\omega_{0\text{mech}1}^2}} \quad (4.18)$$

เราแทนค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของส่วนการส่งผ่านทางกล $\omega_{0\text{mech}1}$ ด้วยค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ω_{d1} (เนื่องจากค่า $D_{\text{mech}1}$ มีค่าน้อยสามารถประมาณ $\omega_{0\text{mech}1} = \omega_{d1}$) จะได้

$$F_{\text{mech}} = \frac{\varphi_L}{\varphi_M} = \frac{1 + j\omega \frac{2D_{\text{mech}1}}{\omega_{d1}}}{1 + j\omega \frac{2D_{\text{mech}1}}{\omega_{d1}} + (j\omega)^2 \frac{1}{\omega_{d1}^2}} \quad (4.19)$$

ตัวส่วนในผลตอบสนองเชิงความถี่ F_{mech} ตามสมการข้างต้นชี้ให้เห็นคุณลักษณะการแกว่งของระบบด้วยค่า resonant rise ที่ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติ ค่า resonant rise ขึ้นกับค่าอัตราหน่วง $D_{\text{mech}1}$ ซึ่งโดยทั่วไปจะมีค่าน้อยกว่า 0.3 เพื่อที่จะคำนวณผลกระทบของส่วนการส่งผ่านทางกล จะให้ H คือค่า resonant rise ที่ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติซึ่ง

$$\text{HdB} = \left(|F|_{\omega_d} - |F|_{\omega \rightarrow 0} \right) \text{dB}, \quad H = \frac{|F|_{\omega_d}}{|F|_{\omega \rightarrow 0}} \quad (4.20)$$

โดยทั่วไปค่า H นี้จะน้อยกว่าค่า resonant rise ที่ได้จาก $|F(j\omega)|_{\omega_r} = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$

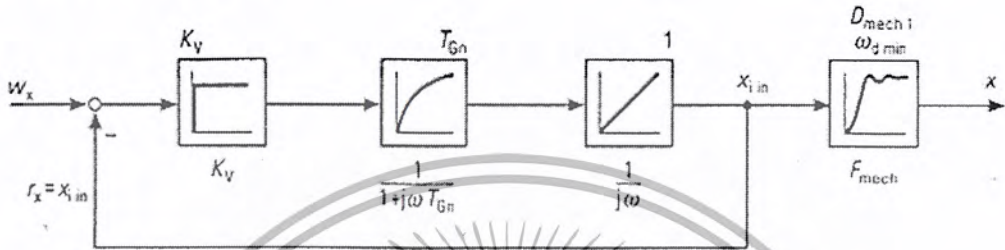
4.2.1.2 บล็อกไดอะแกรม

เพื่อที่จะวิเคราะห์รูปที่ 4.3 ง่ายขึ้นเราจะละทิ้ง lag time element (วงรอบการคำนวณเวลาและส่วนการสุ่มและคว่ำสัญญาณ) lag time element มีขนาดคงที่เท่ากับ 0 dB หรือ 1 ซึ่งไม่มีผลต่อขนาดในระบบ นอกจากนั้นเรายังละเว้นส่วนของกรับเคลื่อนทางไฟฟ้าด้วย (P-T₁ หรือ P-T₂) ที่เราสามารถละเว้นได้ก็เพราะค่าความถี่เชิงมุมของคุณลักษณะของระบบ ω_{0A} ของการขับเคลื่อนทางไฟฟ้า มีค่าสูงกว่าค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทางกลน้อยที่สุด $\omega_{d \text{ min}}$ ของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนการส่งผ่านทางกลอย่างชัดเจน เพราะฉะนั้นค่า resonant rise ที่ ω_{OA} จะมีผลต่อขนาดของ ลูบควบคุมตำแหน่งที่ความถี่สูงๆเท่านั้น สำหรับผลตอบสนองเชิงความถี่ของส่วนการส่งผ่านทาง กลตามสมการที่ 3.19 เราสามารถละทิ้งตัวเศษเนื่องจากตัวเศษหรือซีโรจะมีผลต่อขนาดที่ความถี่ สูงๆ เท่านั้น

(จากค่าของ $0.05 < D_{mech1} < 0.2$)



รูปที่ 4.5 บล็อกไดอะแกรมของลูบการควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยระบบการวัดทางอ้อม

4.2.1.3 การคำนวณ K_V - factor

จากรูปที่ 4.5 ลูบควบคุมตำแหน่งเชิงเส้นอย่างง่ายมีผลตอบสนองเชิงความถี่ต่อคำสั่ง เหมือน P-T₂-element ดังนั้นเราจะได้ค่าขนาดที่ค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทาง กลน้อยที่สุด $\omega_{d min}$ ดังนี้

$$|F|_{\omega_{d min}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega_{d min}^2 \cdot \frac{T_{Gn}}{K_V}\right)^2 + \omega_{d min}^2 \cdot \frac{1}{K_V^2}}} \tag{4.21}$$

ถ้าต้องการผลตอบสนองเชิงความถี่ของลูบควบคุมตำแหน่งที่รวมส่วนการส่งผ่านทางกล F_{mech} ที่ จุด $\omega_{d min}$ มีค่า resonant rise เท่ากับ H ที่ขนาด ≤ 0 dB (or ≤ 1) เราจะได้สมการดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega_{d min}^2 \cdot \frac{T_{Gn}}{K_V}\right)^2 + \omega_{d min}^2 \cdot \frac{1}{K_V^2}}} \cdot H \leq 1 \tag{4.22}$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$(H^2 - 1)K_V^2 + 2\omega_{d \min}^2 \cdot T_{Gn} \cdot K_V - \omega_{d \min}^2 (1 + \omega_{d \min}^2 \cdot T_{Gn}^2) \leq 0 \quad (4.23)$$

แก้สมการหา K_V - factor ที่มีค่าบวกจะได้

$$K_V \leq \omega_{d \min} \frac{-\omega_{d \min} \cdot T_{Gn} + H \sqrt{\omega_{d \min}^2 \cdot T_{Gn}^2 - \frac{1}{H^2} + 1}}{H^2 - 1} \quad (4.24)$$

เนื่องจากผลรวมของ delay time ในรูปควบคุมตำแหน่ง สมการที่ 4.16 เป็นค่า K_V - factor ที่มากที่สุดด้วย เมื่อเรารวมสมการที่ 4.16 และ 4.24 เข้าด้วยกัน เราจะได้ค่า K_V - factor ที่เป็นไปได้คือ

$$K_V \leq \omega_{d \min} \frac{\frac{T_{Gn}}{1 - \frac{T_{Gn}}{T_{Gx}}} + \sqrt{\left(1 - \frac{T_{Gn}}{T_{Gx}}\right)^2 + \frac{T_{Gn}^2 (H^2 - 1)}{T_{Gx}^2}}}{2(H^2 - 1)} \quad (4.25)$$

ผลจากสมการข้างต้นจะแสดงเป็นกราฟในรูปที่ 4.6

รูปที่ 4.6 ซึ่งให้เห็นว่าค่า speed setpoint delay มีประโยชน์สำหรับค่าอัตราห้วงของส่วนการส่งผ่านทางกลที่น้อยๆ มันสามารถปรับปรุงผลตอบสนองได้ (ทำให้ค่า K_V - factor มีค่าสูงขึ้น) แต่หากค่าอัตราห้วงมากขึ้นและค่า speed setpoint delay น้อยๆ จะมีปัญหา ตัวอย่าง : เราจะคำนวณค่า K_V - factor จากค่าที่กำหนดให้ดังนี้

The total lag times

$$T_{Gx} = 6 \text{ ms}$$

Effective equivalent delay time ของรูปควบคุมความเร็ว

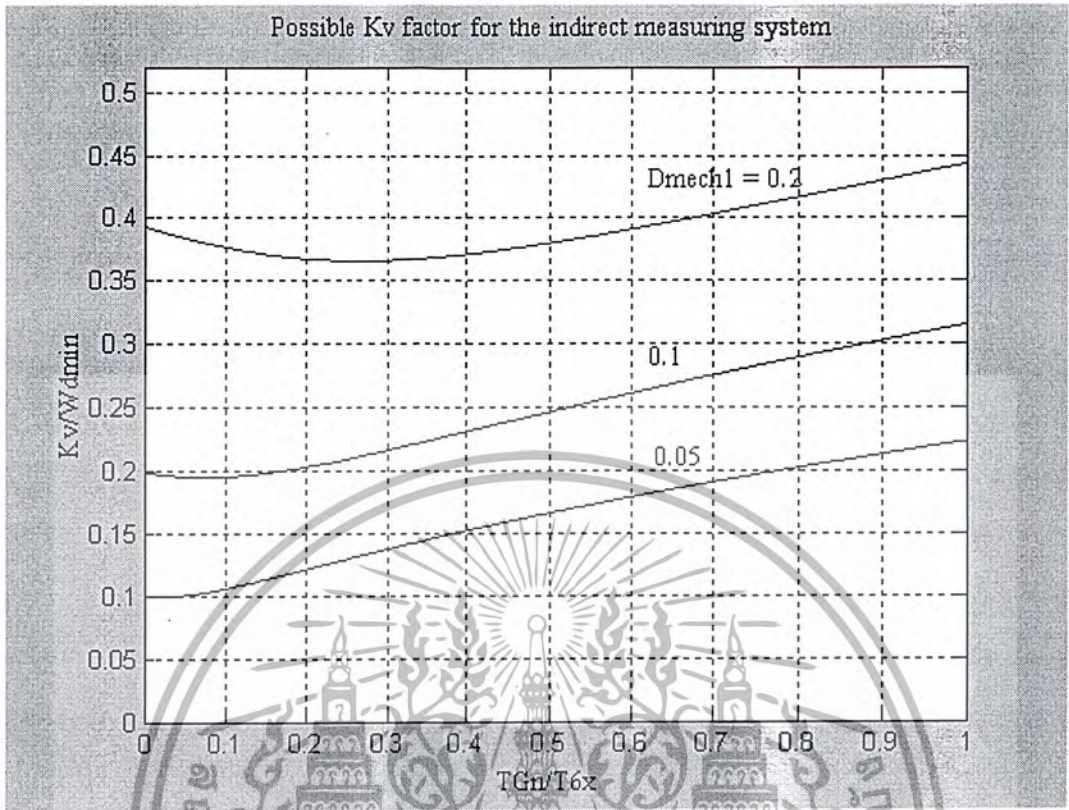
$$T_{En}^* = 1 \text{ ms}$$

ค่าความถี่ธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทางกลน้อยที่สุด

$$f_{d \min} = 30 \text{ Hz}$$

ค่าอัตราห้วง

$$D_{mech I} = 0.1$$



รูปที่ 4.6 ค่า K_v - factor ที่เป็นไปได้โดยอ้างอิงจากค่าความถี่เชิงมุมธรรมชาติของส่วนการส่งผ่านทางกลน้อยที่สุด $\omega_{d \min}$ ที่ฟังก์ชันของ speed setpoint delay โดยอ้างอิงมาจากผลรวมของ minor delay times ในรูปควบคุมตำแหน่ง, และค่าอัตราส่วนของส่วนการส่งผ่านกลสำหรับระบบการวัดทางอ้อม

ที่ค่า speed setpoint delay $T_{Gn} = 0$ ผลรวมของ minor delay times ในรูปควบคุมตำแหน่ง ตามสมการที่ 4.15

$T_{\sigma x} = 7 \text{ ms}$ จากรูปที่ 4.6 $T_{Gn} = 0$ จะได้

$$\frac{K_v}{\omega_{d \min}} \approx 0.2$$