สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบโครงสร้างแขนยกถังขยะโดยวิธี OPTIMUM DESIGN

OPTIMUM DESIGN OF TRASH DUMPING STRUCTURE

T055002

นาย ภาคภูมิ ปริปุณณโภค
นางสาว รุ่งอรุณ เหล่าวิชิตวงศ์
นาย วรเทพ สันตะโร

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลขหมู่ 5503
เลขทะเบียน
วัน,เดือน,ปี - 4 มิ.ย. 2548

b
i

การออกแบบโครงสร้างแขนยกถังขยะโดยวิธี OPTIMUM DESIGN

OPTIMUM DESIGN OF TRASH DUMPING STRUCTURE

โดย

นาย ภาคภูมิ ปริปุณณโภค

นางสาว รุ่งอรุณ เหล่าวิชิตวงศ์

นาย วรเทพ สันตะโร

อาจารย์ที่ปรึกษา

อาจารย์ มนต์ศักดิ์ พิมสาร

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2546

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การออกแบบระบบแขนยกถังขยะโดยวิธีการ Optimum Design

Optimum Design of Trash Dumping Structure

ผู้จัดทำ

1. นายภาคภูมิ ปริปุณณโภค รหัสประจำตัว 43010728
2. นางสาวรุ่งอรุณ เหล่าวิชิตวงศ์ รหัสประจำตัว 43010749
3. นายวรเทพ สันตะโร รหัสประจำตัว 43010754

อาจารย์ที่ปรึกษา

(อ. มนต์ศักดิ์ พิมสาร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบระบบแขนยกถังขยะโดยวิธีการ OPTIMUM DESIGN

นายภาคภูมิ ปริปุณณโภค 43010728
นางสาวรุ่งอรุณ เหล่าวิชิตวงศ์ 43010749
นายวรเทพ สันตะโร 43010754
อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2546

บทคัดย่อ

โครงงานนี้เป็น การออกแบบระบบแขนยกถังขยะให้มีขนาดเหมาะสม(น้ำหนักน้อยที่สุด) เพื่อใช้ในการจัดเก็บขยะแบบกึ่งอัตโนมัติ ในโครงงานชิ้นนี้เราจะออกแบบระบบของแขนยกโดยอาศัยหลักการ Kinematic Synthesis (วิธี Graphical Method) จากนั้นจึงสร้างแบบจำลองของแขนยกโดยใช้ โปรแกรม MATLAB แล้วนำไปวิเคราะห์ ความเค้นผสมที่เกิดขึ้นในชิ้นงานโดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ (ABAQUS) การทำงานจะใช้วิธีทาง Optimum Design ในการสุ่มค่าและเปรียบเทียบค่าเพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งในรายงานฉบับนี้ระเบียบวิธีของ Complex Method ได้ถูกนำมาใช้ในการทำ Optimum Design

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The Optimum Design of Trash Dumping Structure

Mr. Parkpoom Paripunnapoke	43010728
Miss Rungarun Laowichitwong	43010749
Mr. Worrathep Santaro	43010754
Mr. Monsak Pimsarn	Adviser

Abstract

This paper presents the design procedure of trash dumping mechanism for garbage collecting. The first step of design procedure, motion of linkage, was determined by using kinematic synthesis (Graphical Method). After that, parts of model were created by using MATLAB and exported to ABAQUS to determine the maximum Von Mises stress. Optimum design procedure, Complex Method, is used to calculate for suitable dimensions (the lightest weight) of the dumping mechanism

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้จัดทำขึ้นเพื่อประกอบการเรียนวิชา Project ซึ่งนับว่าเป็นโอกาสอันดีที่ทำให้นักศึกษาได้นำความรู้ในภาคทฤษฎีมาทำการปฏิบัติการ เป็นการเพิ่มพูนความรู้ และประสบการณ์ให้แก่นักศึกษา

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์เป็นอย่างสูงที่ได้ให้คำแนะนำและคำปรึกษาเกี่ยวกับการทำโครงงานนี้ และขอขอบคุณ คุณพิชิต อินทรพานิช หัวหน้าฝ่ายยานพาหนะและเครื่องจักรกล กองบริการรักษาความสะอาด สำนักรักษาความสะอาดกรุงเทพมหานครที่กรุณาให้ข้อมูลเกี่ยวกับรถเก็บขยะ

และข้าพเจ้าขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้ คือ บิดา มารดา อันเป็นที่เคารพรักยิ่ง ซึ่งได้เลี้ยงดูข้าพเจ้ามาเป็นอย่างดี พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจเอาใจใส่เสมอมาในทุกๆด้าน อันหาที่เปรียบมิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสุดประมาณ และขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

นายภาคภูมิ ปริปุณณโภค
นางสาวรุ่งอรุณ เหล่าวิชิตวงศ์
นายวรเทพ สันตะโร
เมษายน 2547

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูปภาพ	VI
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน	1
1.3 ภาพรวมของโครงงาน	1
บทที่2 การออกแบบการเคลื่อนที่ของแขนยกถังขยะโดยวิธี Graphical Method	3
บทที่3 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	9
3.1 บทนำ	9
3.2 ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	10
3.2.1 การแบ่งโครงสร้างเป็นเอลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของเอลิเมนต์	10
3.2.2 การเลือกฟังก์ชันการกระจัด	11
3.2.3 กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด/การกระจัดและความเค้น/ความเครียด	11
3.2.4 หาสทิฟเนสเมทริกซ์และสมการของเอลิเมนต์	12
3.2.5 หาสมการการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบ	13
3.2.6 หาการกระจัดของระบบ	13
3.2.7 การหาค่าความเครียดและความเค้น	13
3.2.8 การตีความผลลัพธ์	13
3.3 ความรู้พื้นฐานที่จำเป็น	14
3.4 การประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	14
3.5 ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	15
3.6 ข้อความระวังของการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	15
3.7 หลักการทั่วไปสำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	16
3.7.1 ชนิดของเอลิเมนต์	16
3.7.1.1 เอลิเมนต์มิติเดียว	16
3.7.1.2 เอลิเมนต์สองมิติ	17
3.7.1.3 เอลิเมนต์สามมิติ	18
3.8 การแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์	19
3.9 การกำหนดจุดต่อและความกว้างแถบ	22
3.10 ฟังก์ชันการกระจัด	25
3.10.1 ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับเอลิเมนต์เชิงเดียว	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.10.2 ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับเอลิเมนต์เชิงซ้อน 27

3.10.3 ฟังก์ชันการกระจายของเอลิเมนต์เชิงซับซ้อน 28

3.11 การนำไปสู่ผลเฉลยแม่นตรง 29

3.12 ข้อแนะนำสำหรับการจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ 30

3.13 หลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด 31

3.14 วิธีของกาเลอร์คิน 33

บทที่4 OPTIMUM DESIGN 36

4.1 OBJECTIVE FUNCTION และ CONSTRAINTS 37

4.2 ทฤษฎีความเค้นเฉือนออกตะฮีดรัล 38

4.3 ระเบียบวิธี COMPLEX METHOD 38

บทที่5 ขั้นตอนการสร้างชิ้นงานเพื่อส่ง RUN FINITE ELEMENT 40

บทที่6 การคำนวณหาแรงสูงสุดภายในชิ้นงาน 47

บทที่7 ขั้นตอนการเขียน INPUT FILE 58

บทที่8 ผลการคำนวณ 67

บทที่9 สรุปและวิจารณ์ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ 75

เอกสารอ้างอิง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงการหาจุดเชื่อมต่อของแขน	3
2.2 แสดงตำแหน่งที่แขนเคลื่อนที่ผ่าน 3 ตำแหน่ง	4
2.3 แสดงลักษณะของโครงสร้างและขนาดของแขนยกใน 2 มิติ	5
2.4 แสดงตำแหน่งที่โครงสร้างแขนยกถังขยะเคลื่อนที่ผ่าน	5
2.5 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะพร้อมยกถังขยะ	6
2.6 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเทถังขยะ	6
2.7 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเก็บแขนยกถังขยะ	7
2.8 แสดงลักษณะของถังขยะ	7
2.9 แสดงลักษณะของโครงสร้างแขนยกแบบ 3 มิติ	8
3.1 การแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย	9
3.2 ท่อนโลหะรับแรงตามแนวแกน	11
3.3 เอลิเมนต์มิติเดียว	17
3.4 เอลิเมนต์สองมิติ (ก) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยม	17
3.5 เอลิเมนต์สามมิติ (ก) ชนิดปริซึมหรือชนิดทรงหกหน้า (ข) ชนิดกรวยสามเหลี่ยม หรือชนิดทรงสี่หน้า	18
3.6 (ก) เอลิเมนต์ทรงกระบอก (ข) เอลิเมนต์แผ่นโลหะโค้งสองมิติ (ค) เอลิเมนต์กรวยสมมาตรสองมิติ	18
3.7 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติที่ประกอบด้วยจุดต่อต่างๆ	19
3.8 การแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	19
3.9 ตำแหน่งของจุดต่อที่สำคัญ	20
3.9 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	20
3.10 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมโค้งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยมย่อย	21
3.11 การขยายขนาดของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	21
3.12 การยึดจุดต่อ (ก) ยึดแบบสลัก (ข) ยึดแบบล้อหมุน	22
3.13 ความกว้างแถบของระบบที่มี HB-8	23
3.14 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของคานที่ประกอบด้วย 3 เอลิเมนต์ 8 จุดต่อ	23
3.15 ความกว้างแถบของคานในรูป 2.12 (ข)(HB-12)	24
3.16 (ก) โครงข้อหมุนประกอบด้วย 12 จุดต่อ (ข) สกานไลน์เมทริกซ์ของโครงสร้างข้อหมุน (ค) ความกว้างแถบที่ใช้ในการคำนวณ	24
3.17 การสมมติฟังก์ชันการกระจัดสำหรับปัญหามิติเดียว	26
3.18 เอลิเมนตืเชิงซ้อน (ก) เอลิเมนต์มิติเดียว (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยม 2 มิติ (ค) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมกรวย 3 มิติ	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.19 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติ (ก) เอลิเมนต์เชิงเส้น (ข) เอลิเมนต์กำลังสอง (ค) เอลิเมนต์กำลังสาม	28
3.20 เอลิเมนต์ชนิดปริซึ่ม (ก) เอลิเมนต์เชิงเส้น (ข) เอลิเมนต์กำลังสอง (ค) เอลิเมนต์กำลังสาม	29
3.21 การประกอบเอลิเมนต์ที่ไม่ต่อเนื่อง (ก) ก่อนการยืดตัว (ข) ขณะยืดตัวหรือหดตัวจะเกิดช่องว่าขึ้น	31
3.22 ท่อนโลหะภายใต้การกระทำของโหลดในทิศทาง x	32
3.23 แรงกระทำบนท่อนโลหะ	33
3.24 ท่อนโลหะรับแรงตามแนวแกน	34
4.1 แสดง Flow Chart ของระเบียบวิธี Complex Method	39
5.1 แสดงลักษณะของชุดแขนยกถังขยะ	50
5.2 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Arm	51
5.3 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Bottom Arm	51
5.4 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Lift	52
5.5 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Top Arm	52
5.6 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Hole	53
5.7 แสดงลักษณะของชิ้นงาน Rectangular	53
5.8 แสดงลักษณะของชิ้น Taper	54
5.9 แสดงลักษณะของชิ้น Lift	54
5.10 แสดงลักษณะของชิ้น Connector	54
5.11 แสดงลักษณะของชิ้น Arm	55
6.1 แสดงลักษณะของโครงสร้างที่เราพิจารณา	47
6.2 แสดงลักษณะของปัญหา	48
6.3 แสดงลักษณะของการลดรูปปัญหาในการพิจารณา	48
6.4 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเริ่ม	49
6.5 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเทขยะ	49
6.6 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างที่คำนวณหาแรงที่เกิดขึ้น	50
6.7 แสดงการเชื่อมต่อชิ้นงานด้วย REVOLUTE JOINT	50
6.8 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน ARM	51
6.9 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 1	51
6.10 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 2	52
6.11 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 3	52
6.12 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 4	52
6.13แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน LIFT	53

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.14 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน LIFT จุดที่ 1	53
6.15 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน LIFT จุดที่ 2	53
6.16 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน TOP ARM	54
6.17 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 1	54
6.18 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 2	54
6.19 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน BOTTOM ARM	55
6.20 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน BOTTOM ARM จุดที่ 1	55
6.21 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 3	55
6.22 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน ARM	56
6.23 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน TOP ARM	56
6.24 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน BOTTOM ARM	57
6.25 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน LIFT	57
8.1 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป	68
8.2 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป	68
8.3 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป	69
8.4 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป	69
8.5 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป Top Arm Stress	70
8.6 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป Lift Arm Stress	71
8.7 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป Arm Stress	72
8.8 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป Bottom Arm Stress	73
8.9 แสดงลักษณะ CONTOUR ของน้ำหนักกับความกว้างและความสูง	74
8.10 แสดงลักษณะ CONTOUR ของน้ำหนัก ที่เงื่อนไข ความกว้าง: ความสูง = 2:1	74

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มา

ปัจจุบันขยะประเภทต่างๆมีปริมาณเพิ่มมากขึ้น โดยเฉพาะในแหล่งชุมชนขนาดใหญ่ เช่น ตลาด ศูนย์การค้า หมู่บ้านพักอาศัย โรงเรียน เป็นต้น การจัดเก็บขยะจึงต้องการความสะดวกรวดเร็ว อีกทั้งปัญหาทางด้านแรงงานในการจัดเก็บขยะที่มีน้อย จึงมีการออกแบบรถสำหรับจัดเก็บขยะแบบใช้แขนยกถังขยะขนาดใหญ่ขึ้นเพื่ออำนวยความสะดวก ในการจัดเก็บขยะในบริเวณที่มีขยะปริมาณที่มากได้อย่างรวดเร็วอีกทั้งสามารถทำงานได้โดยพนักงานขับรถเพียงคนเดียว เป็นการประหยัดเวลาและแรงงานในการเก็บขยะและยังเพิ่มความสะดวกอีกด้วย แต่ยังขาดงานวิจัยที่ศึกษาการเคลื่อนที่ของแขนกลที่สามารถยกขยะได้ตามที่กำหนดโดยมีขนาดพื้นที่หน้าตัดที่เหมาะสม(น้ำหนักน้อยที่สุด) การวิเคราะห์จะแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อ ที่เราจะทำการศึกษาคือ การศึกษาการเคลื่อนที่ของแขนยก และการวิเคราะห์หาพื้นที่หน้าตัดที่เหมาะสมที่สุด

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงาน

1.1. เพื่อความสะดวกในการขนถ่ายขยะในปริมาณมาก
1.2. ลดจำนวนพนักงานในการจัดเก็บขยะ
1.3. ศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของแขนยกถังขยะโดยใช้หลักการของ kinematic synthesis
1.4. ศึกษาการออกแบบระบบยกถังขยะด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์
1.5. ศึกษาหลักการ Optimum Design เพื่อออกแบบโครงสร้างแขนกลให้มีน้ำหนักรวมของโครงสร้างน้อยที่สุด

1.3 ภาพรวมของโครงงาน

ในการที่จะออกแบบระบบแขนยกถังขยะโดยใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นเราจะต้องมีความเข้าใจลักษณะของระบบ ซึ่งในการทำงานขั้นแรกเราต้องมีข้อมูลเกี่ยวกับรถขยะและรุ่นของรถที่เราเลือกมาพิจารณา [1] หลังจากได้ข้อมูลของรถเราก็หาลักษณะการเคลื่อนที่ของแขนยกโดยการใช้หลักการของ KINEMATIC SYNTHESIS (GRAPHICAL METHOD) และหาค่าความยาวของแขน [บทที่2] แล้วทำการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการทาง FINITE ELEMENT METHOD [บทที่3] และหลักการเกี่ยวกับวิธี OPTIMUM DESIGN [บทที่4]

เมื่อเราทราบหลักการแล้ว เราจึงเริ่มทำการคำนวณ ในขั้นแรกเราจะต้องหาวิธีการสร้างโครงสร้างให้อยู่ในรูปแบบของ NODE และ ELEMENT ก่อน [บทที่5] แล้วทำแบบจำลองในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อดูการเคลื่อนที่ของแขนและดูแรงที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนของโครงสร้างแต่ละชั้นโดยการใช้โปรแกรม ADAMS [บทที่6]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากที่เราทราบข้อมูลเบื้องต้นแล้ว เช่น ขนาดความยาวของชิ้นส่วนโครงสร้าง ขนาดและทิศทางแรงที่กระทำแล้ว เราก็จะทำการหาพื้นที่หน้าตัดของแขนยกที่เหมาะสมที่สุด (มวลเบาที่สุด) ซึ่งรายงานฉบับนี้ได้เลือกพื้นที่หน้าตัดเป็นแบบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตัน ซึ่งใช้ระเบียบวิธีคิดเชิงตัวเลขโดยเลือกใช้วิธี COMPLEX METHOD [บทที่4] เพื่อทำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ไม่ขัดกับเงื่อนไขต่างๆแล้วทำการจำลองโมเดลไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะการสร้างรูปร่างที่ผิดผลลัพธ์ที่ได้นั้นก็จะผิดจากความเป็นจริง เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ก็คือโปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (ABAQUS) โดยจะต้องเข้าใจรูปแบบและคำสั่งซึ่งในที่นี้เราใช้วิธีการป้อนค่าแบบ INPUT FILE [บทที่7] ในการจำลองระบบซึ่งหากมีความเข้าใจก็สามารถที่จะจำลองระบบที่สมจริงได้

ในการหาค่าผลลัพธ์ต้องใช้ โปรแกรม MATLAB เข้ามาช่วยในการประมวลผลเริ่มต้นด้วยการสร้างมิติหน้าตัดของแขนกลแล้วทำการสร้างโมเดลแขนกลจากนั้นจึงสั่งให้ โปรแกรม ABAQUS ทำการหาค่า VON MISES STRESS ของแต่ละ ELEMENT โดยค่าที่ได้มาจะถูกนำมาหาค่าสูงสุด เพื่อทดสอบหาค่าว่า VON MISES STRESS สูงสุดที่เกิดขึ้นในชิ้นงานมีค่าเกิน CRITERIA หรือไม่ ถ้าเกินให้สุ่มใหม่แล้วทดสอบซ้ำจนกว่า VON MISES STRESS สูงสุดจะน้อยกว่า CRITERIA แล้วค่าของมิติที่ผ่านการทดสอบมาทำการเปรียบเทียบกับมิติของหน้าตัดชุดอื่นๆที่ทำการเก็บค่าไว้ ชุดใดมีขนาดหน้าตัดที่สามารถรองรับแรงที่มากระทำได้และมีขนาดพื้นที่หน้าตัดที่เล็กที่สุด ก็จะเป็นขนาดหน้าตัดของ OPTIMUM DESIGN [บทที่ 8]

สำหรับ [บทที่9] จะสรุปและวิจารณ์ลัพธ์ของการวิเคราะห์เพื่อแสดงค่าที่เหมาะสมที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

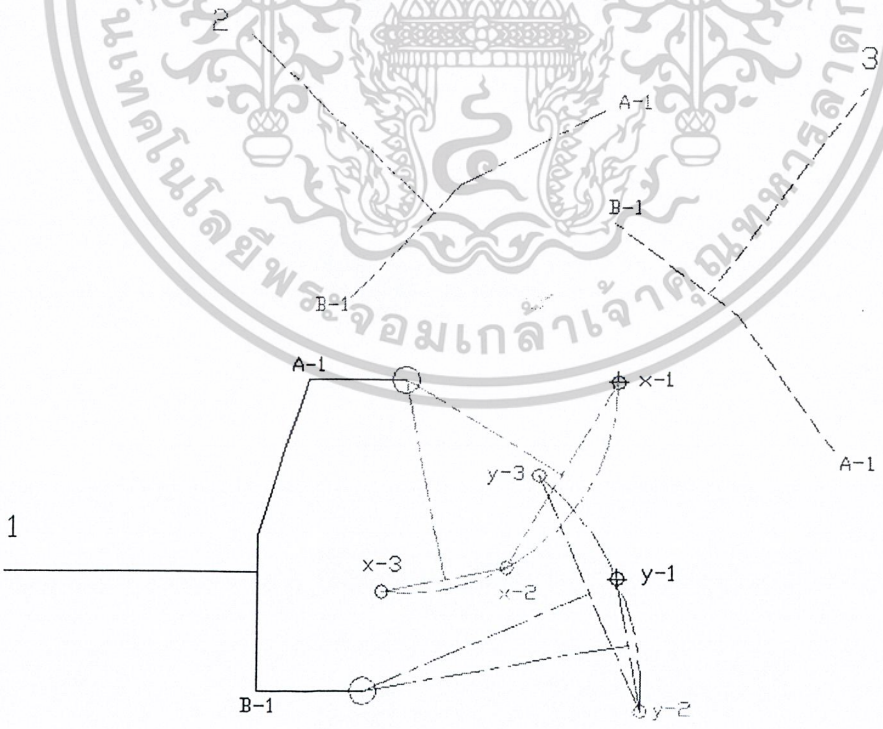
KINEMATIC SYNTHESIS (GRAPHICAL METHOD)

การออกแบบการเคลื่อนที่ของโครงสร้างแขนยกถังขยะนั้นเราสามารถทำได้หลายวิธี แต่ในที่นี้เราเลือกวิธี Graphical Method (Three Positions) มาใช้ในการออกแบบ เนื่องจากเราสามารถกำหนดตำแหน่งที่ต้องการให้แขนเคลื่อนที่ผ่านได้ เพื่อความเหมาะสมในขณะที่เทถังขยะ

2.1 การออกแบบการเคลื่อนที่ของแขนยกถังขยะโดยวิธี GRAPHICAL METHOD (3 POSITIONS) – MOTION GENERATION

การออกแบบการเคลื่อนที่ของชุดโครงสร้างโดยอาศัยวิธีการ GRAPHICAL METHOD (3 POSITIONS) เป็นวิธีการออกแบบโดยเราขั้นแรกจะต้องทราบลักษณะการเคลื่อนที่ที่เราต้องการก่อน แล้วจึงค่อยหารูปร่างลักษณะของระบบ LINKAGE

วิธีการทำโดยการกำหนดตำแหน่งของจุดหมุน 2 จุด และตำแหน่งที่ต้อง การให้แขนยกถังขยะเคลื่อนที่ผ่าน 3 ตำแหน่ง จากนั้นใช้หลักการเพื่อหาจุดเชื่อมต่อของแขนทั้ง 3 อัน เราจะได้การเคลื่อนที่แบบ 4R-Linkage ของแขนยกถังขยะ



รูปที่ 2.1 แสดงการหาจุดเชื่อมต่อของแขน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการออกแบบ คือ

2.1.1 กำหนดจุดหมุนของระบบ 2 จุด ในที่นี้เรากำหนดให้จุด x-1 และ y-1 เป็นจุดหมุนของระบบ

2.1.2 กำหนดจุดที่แขนยกถังขยะจะเคลื่อนที่ผ่าน 3 จุด คือ ตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

2.1.2.1 ตำแหน่งที่ 1 คือ ตำแหน่งเริ่มต้น

2.1.2.2 ตำแหน่งที่ 2 คือ ตำแหน่งกึ่งกลางของการยก

2.1.2.3 ตำแหน่งที่ 3 คือ ตำแหน่งขณะที่เทถังขยะ

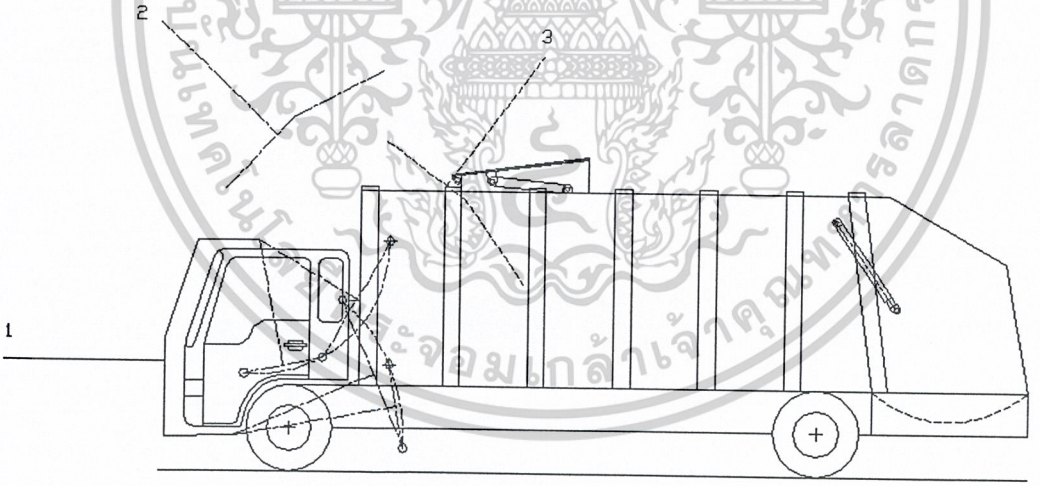
2.1.3 ปรับตำแหน่งของแขนในตำแหน่งที่ 2 ให้มาซ้อนทับในตำแหน่งที่ 1 โดยที่ให้ขยับจุด x-1 และ y-1 ให้หมุนตามด้วย ดังนั้นจุด x-1 และ y-1 ที่ได้ใหม่ จะมีตำแหน่งเป็น x-2 และ y-2 ตามลำดับ

2.1.4 ทำเช่นเดียวกับข้อ 2.1.3 แต่ปรับตำแหน่งของแขนตำแหน่งที่ 3 และจุดหมุน ให้มาซ้อนทับตำแหน่งที่ 1 ได้จุด x-1 และ y-1 ใหม่ คือ x-3 และ y-3

2.1.5 ลากเส้นเชื่อมต่อจุดหมุนที่ 1 ทั้ง 3 ตำแหน่ง คือ x-1, x-2 และ x-3 โดยให้ลากตามลำดับ

2.1.6 ลากเส้นเชื่อมต่อจุดหมุนที่ 2 ทั้ง 3 ตำแหน่ง คือ y-1, y-2 และ y-3 โดยให้ลากตามลำดับ

2.1.7 ลากเส้นตั้งฉากกับเส้นที่เชื่อมต่อระหว่างจุดหมุนที่ตำแหน่งกึ่งกลางของเส้นเชื่อม จะได้จุดตัด 2 จุด ซึ่งเป็นตำแหน่งเชื่อมต่อระหว่างแขนทั้ง 3 ชิ้น

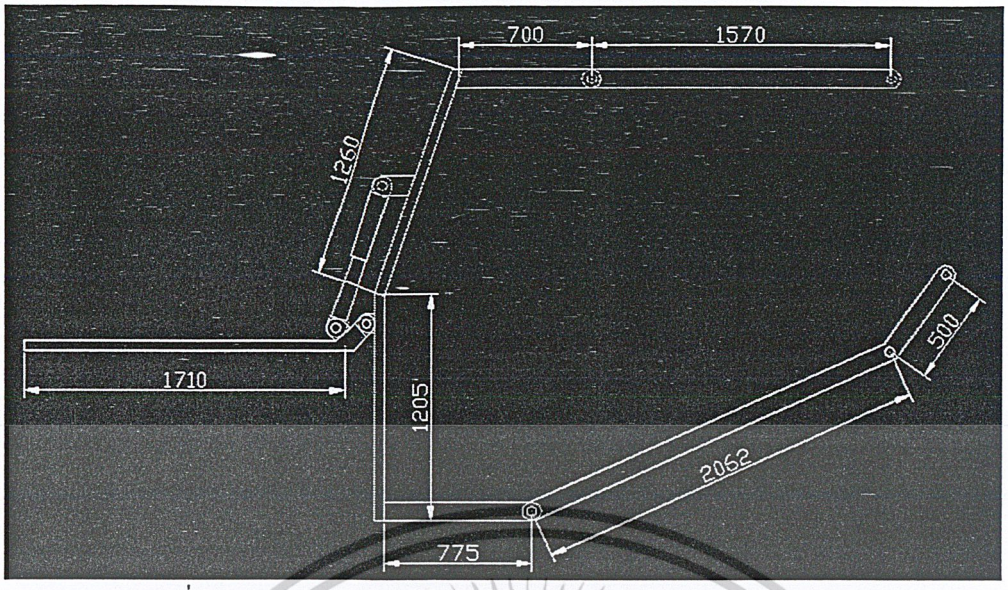


รูปที่ 2.2 แสดงตำแหน่งที่แขนเคลื่อนที่ผ่าน 3 ตำแหน่ง

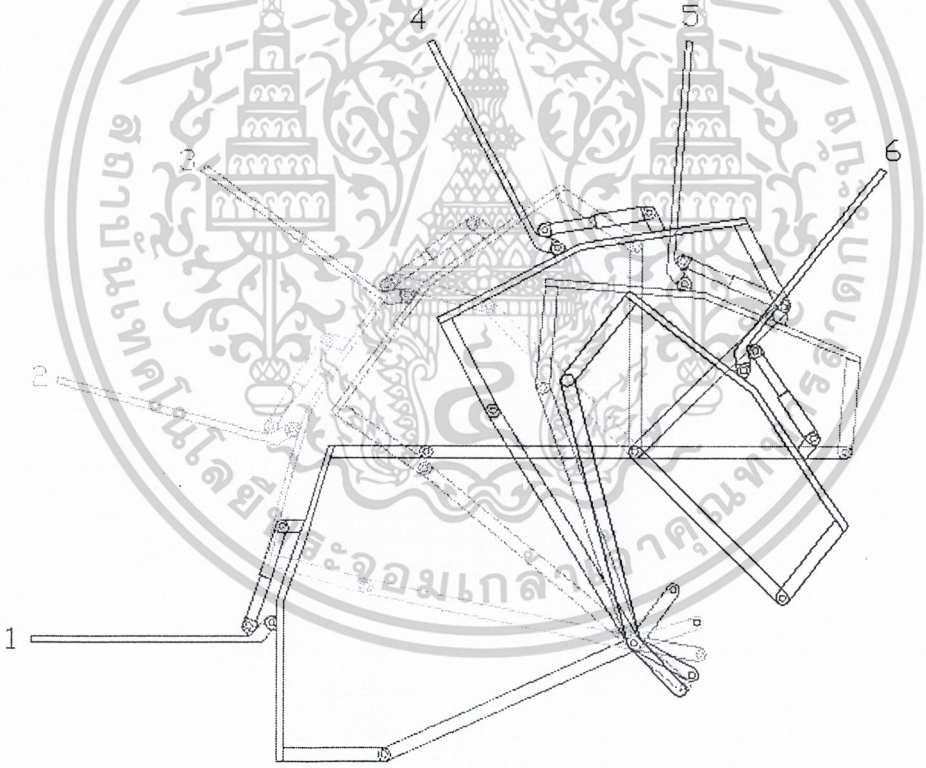
หลังจากที่เราได้ความยาวของแขนทั้ง 3 แล้ว เราก็จะทำวัดขนาดความยาวของแขนยกแต่ละชิ้นส่วน แล้วการเขียนรูปแบบของแขนให้เป็นแบบ 2 มิติ และทำ SIMULATION ของการเคลื่อนที่ของแขนยกถังขยะเพื่อดูการเคลื่อนที่อย่างคร่าวๆ ว่าสามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการหรือไม่

เมื่อระบบโครงสร้างสามารถเคลื่อนที่ได้ตามที่เราต้องการแล้ว เราทำการปรับปรุงขนาดให้มีความยาวของแขนยกเหมาะสม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



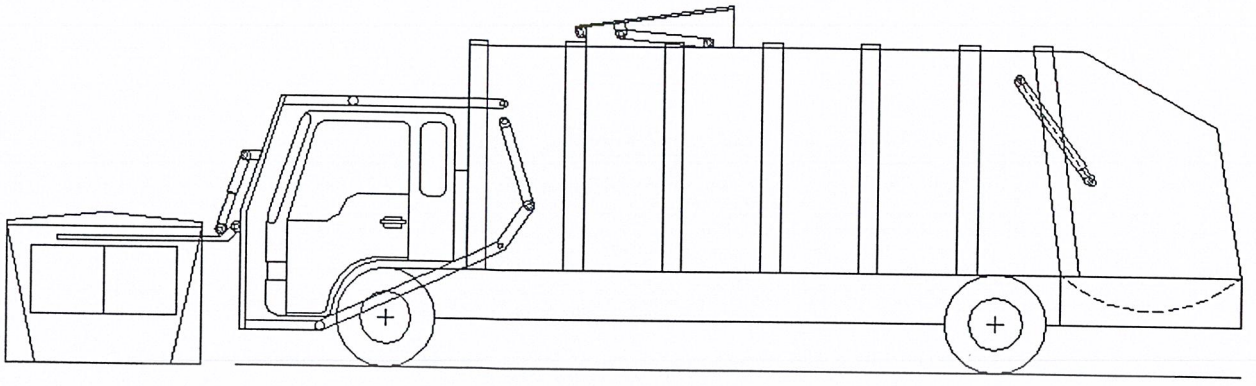
รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะของโครงสร้างและขนาดของแขนยกใน 2 มิติ



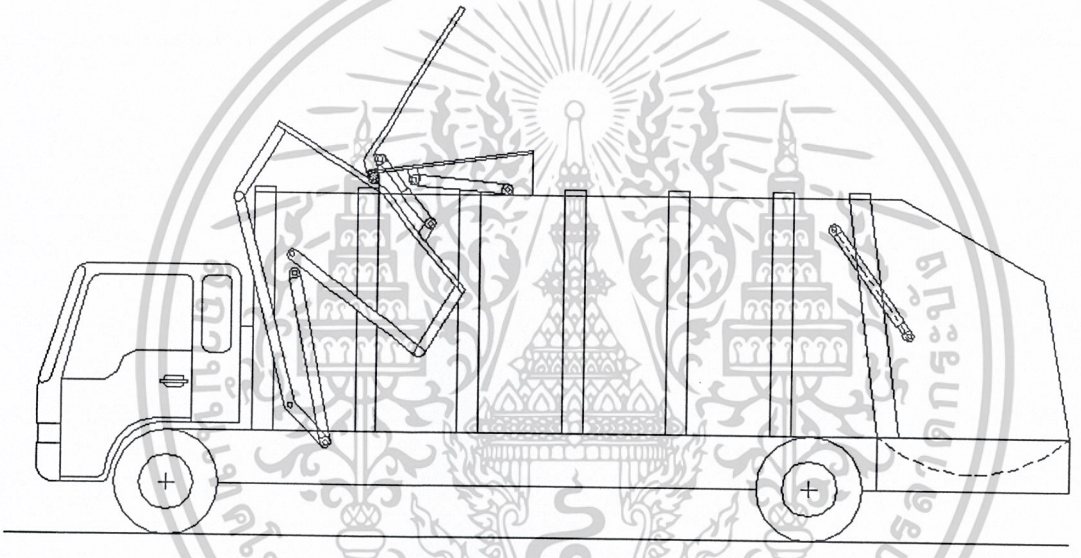
รูปที่ 2.4 แสดงตำแหน่งที่โครงสร้างแขนยกถังขยะเคลื่อนที่ผ่าน

หลังจากที่โครงสร้างสามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการแล้ว เราจึงทำการหาตำแหน่งที่วางกระบอกสูบเพื่อเป็นต้นกำลังของระบบโครงสร้างแขนยกถังขยะ ในที่นี้เราจะติดตั้งกระบอกสูบไว้ที่แขนชิ้นล่าง โดยจะทำแขนให้ยื่นออกมาเพิ่มเล็กน้อย เพื่อให้สามารถจับกับกระบอกสูบได้และยังคงรักษาตำแหน่งการเคลื่อนที่ของโครงสร้างให้เหมือนเดิม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะพร้อมยกถังขยะ



รูปที่ 2.6 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเทถังขยะ

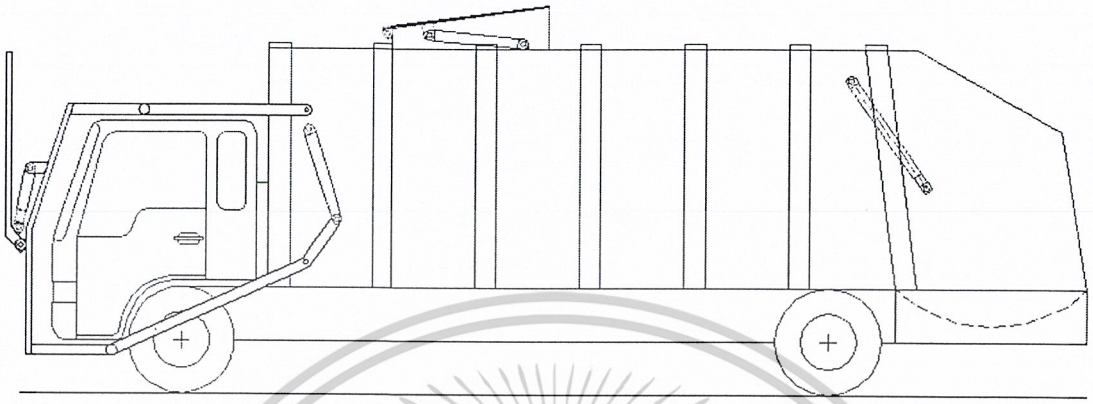
2.1.1 ตำแหน่งและหน้าที่ของแต่ละชิ้นส่วน

จากโครงสร้างที่ทำการออกแบบ ชุดของโครงสร้างจะมีชิ้นส่วนหลักๆอยู่จำนวน 4 ชิ้น ซึ่งทำหน้าที่สัมพันธ์กันในระบบ 4R LINKAGE คือ

1.	ARM	ทำหน้าที่เป็นโครงสร้างหลักของชุดแขนยกถังขยะ และเป็นตัวที่ทำหน้าที่เชื่อมต่อแขนชิ้นต่างๆเข้าด้วยกัน
2.	BOTTOM ARM	ทำหน้าที่เป็นจุดหมุนล่างของชุดแขนกล และรับแรงจากกระบอกสูบไฮดรอลิคเพื่อใช้ขณะต้องการยกเทขยะ
3.	TOP ARM	ทำหน้าที่เป็นจุดหมุนบนของชุดแขนยกถังขยะ
4.	LIFT	ทำหน้าที่เป็นแขนที่ใช้ยกถังขยะโดยตรง สามารถพับเก็บได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

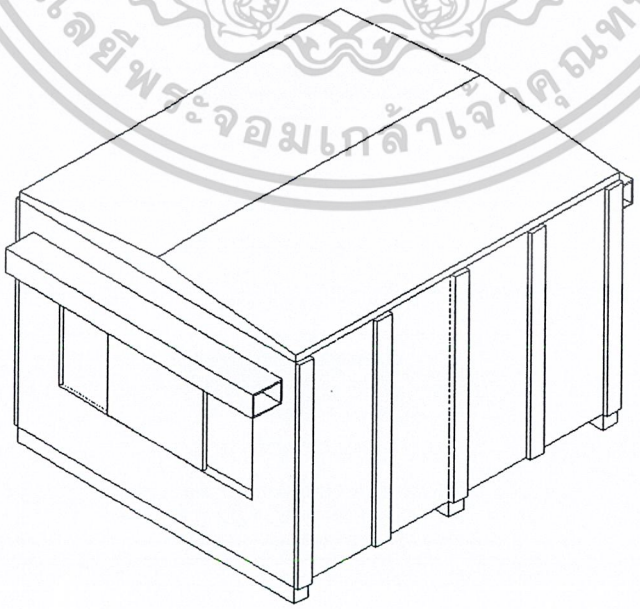
เพื่อความสะดวกในการใช้งานเมื่อต้องการขับรถไปเก็บขยะยังสถานที่ต่างๆ จึงทำการออกแบบให้โครงสร้างสามารถพับเก็บไว้ทางด้านหน้ารถได้ เพื่อก่อให้เกิดความสะดวกในขณะที่ไม่ต้องการใช้งาน



รูปที่ 2.7 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเก็บแขนยกถังขยะ

เมื่อเราทำการออกแบบโครงสร้างของแขนยกถังขยะเรียบร้อยแล้ว เราทำการออกแบบถังขยะให้มีความเหมาะสมเพื่อสามารถใช้งานคู่กับโครงสร้างได้เป็นอย่างดี โดยมีรายละเอียดดังนี้

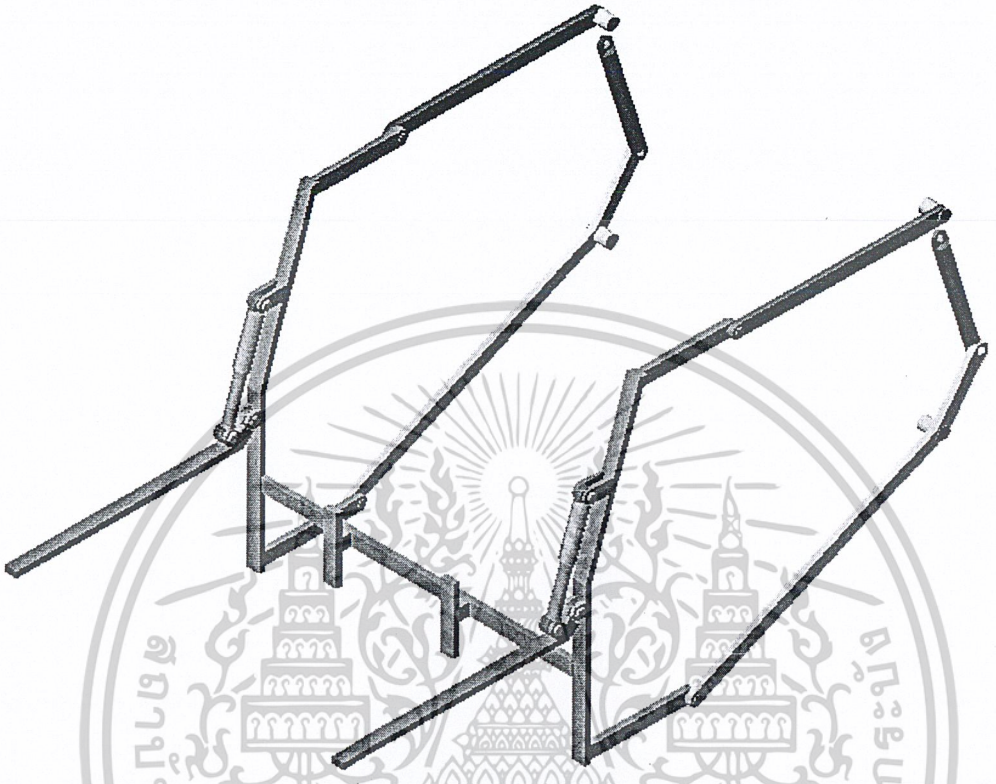
MATERIAL	:	HIGH TENSILE STEEL GRADE ST52-3					
ปริมาตร	:	5.44	m^3				
ความกว้าง	:	2200	mm.	**ความยาว**	:	1900	mm.
ความสูง	:	1300	mm.	**ความหนา**	:	3.0	mm.



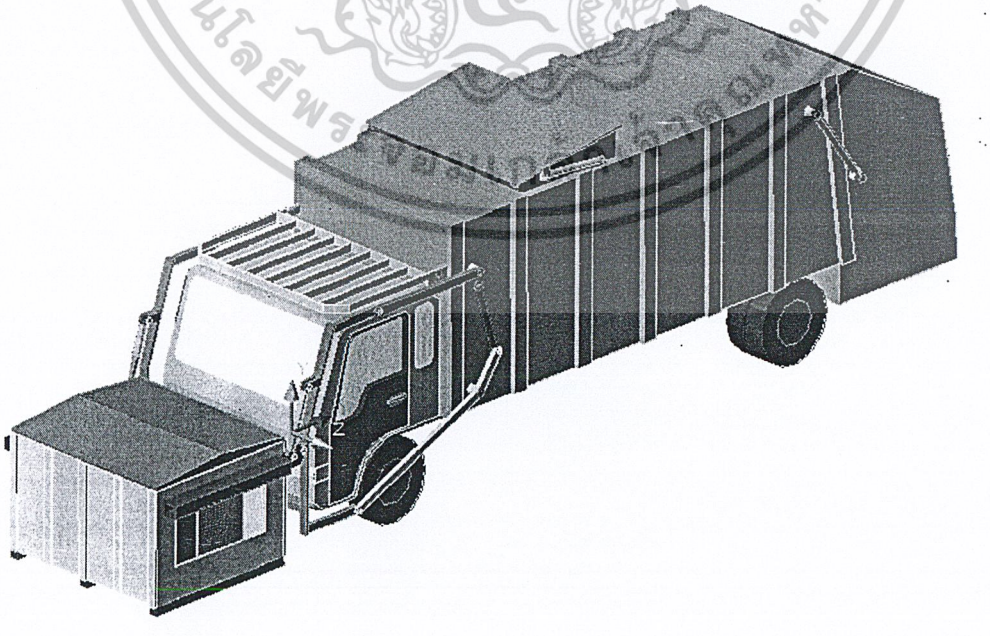
รูปที่ 2.8 แสดงลักษณะของถังขยะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อโครงสร้างแขนยกที่เราทำการออกแบบสามารถเคลื่อนที่ได้ตามที่ได้ต้องการแล้ว เราจึงทำการออกแบบโครงสร้างของชุดแขนยกแบบ 3 มิติ เพื่อให้สามารถเห็นภาพพจน์ได้ชัดเจนขึ้น และก่อให้เกิดสะดวกเมื่อต้องการนำไปวิเคราะห์ทาง Finite Element



รูปที่ 2.9 แสดงลักษณะของโครงสร้างแขนยกแบบ 3 มิติ



รูปที่ 2.10 แสดงลักษณะของรถเก็บขยะแบบติดตั้งโครงสร้างชุดยกถังขยะ

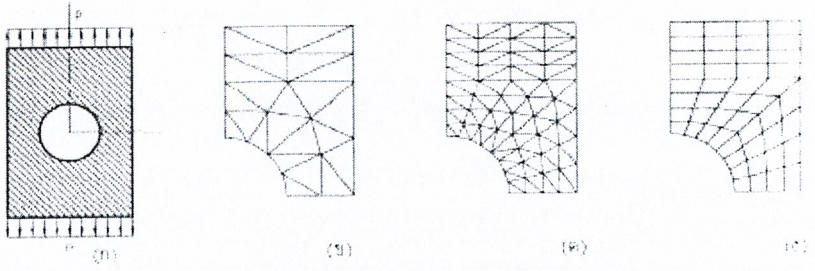
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
ระเบียบวิธีทาง FINITE ELEMENT

3.1 บทนำ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีที่นิยมใช้วิเคราะห์ทางด้านวิศวกรรมศาสตร์อย่างกว้างขวาง ซึ่งสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง เช่น วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง และความเค้นของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล โครงสร้างเครื่องบิน ตัวอาคาร สะพานและโครงสร้างอื่นๆ ที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี ไม่ว่าวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์นั้นจะอยู่ในสภาพไม่ยืดหยุ่น (plastic) นอกจากจะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิตศาสตร์ตามที่กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านพลศาสตร์ เช่น การสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล การสั่นสะเทือนของโครงสร้าง รวมทั้งยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านการถ่ายเทความร้อนการไหลของของไหล, การถ่ายเทมวล เป็นต้น

การวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกลทั่วๆ ไปที่ไม่ซับซ้อน เราสามารถจะหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการทราบ เช่น การกระจัดที่ตำแหน่งใดๆ ของชิ้นส่วนได้โดยอาศัยสมการเชิงอนุพันธ์ และผลเฉลยที่ได้รับเรียกว่าผลเฉลยแม่นตรง (exact solution) แต่มีชิ้นส่วนเครื่องจักรกล และโครงสร้างจำนวนมากที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนที่ประกอบด้วยส่วนเว้า ส่วนโค้งต่างๆ ทำให้พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนไม่สม่ำเสมอและบางบริเวณอาจมีการเปลี่ยนแปลงของโหลดอย่างฉับพลัน หรือใช้วัสดุต่างชนิดกันเหล่านี้เป็นต้น จึงมีผลทำให้ไม่สามารถจะหาผลเฉลยแม่นตรงจากสมการอนุพันธ์สามัญหรือสมการอนุพันธ์ย่อยได้ ฉะนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีอื่นๆ เช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่สามารถประมาณค่าผลเฉลยโดยการแก้ระบบสมการเชิงพีชคณิต แทนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าว ชิ้นส่วนหรือส่วนประกอบของปัญหาจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อยๆ อย่างต่อเนื่อง ตามรูปร่างลักษณะที่แท้จริงของชิ้นส่วน เช่น รูป 3.1 เราเรียกชิ้นส่วนย่อยเหล่านี้ว่า ไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลเฉลยที่รับจะเป็นผลเฉลยที่จุดต่อ (node) ของแต่ละเอลิเมนต์ การวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เราจะไม่วิเคราะห์ปัญหาทีเดียวทั้งระบบเช่นวิธีทั่วๆ ไป แต่เราจะวิเคราะห์หาค่าทีละเอลิเมนต์แล้วนำมารวม



รูปที่ 3.1 การแบ่งชิ้นงานออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ก) แผ่นโลหะมีรูตรงกลางและมีโหลด P กระทำ (ข) เอลิเมนท์สามเหลี่ยมหยาบ (ค) เอลิเมนต์ 3 เหลี่ยม ละเอียด (ง) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมโค้ง

เข้าด้วยกันเป็นผลเฉลยของระบบ เช่นในระบบโครงสร้าง เราจะหาการกระจัดและความเค้นของแต่ละจุดของเอลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างของระบบ

3.2 ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตามที่กล่าวมาแล้ว เราสามารถจะใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้าง เช่น หาการกระจัด, ความเค้น – ความเครียด และใช้วิเคราะห์ปัญหาของการถ่ายเทความร้อน การไหลของของเหลว เป็นต้น ในที่นี้จะเน้นการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างระบบทางกล และชิ้นส่วนของเครื่องจักรกลที่ซับซ้อนที่ไม่สามารถจะหาผลเฉลยจากวิธีธรรมดาๆ ได้

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้าง สามารถหาได้จากวิธีพื้นฐาน 2 วิธีคือ วิธีแรง หรือวิธียืดหยุ่น (force or flexibility method) และ วิธีการกระจัดหรือวิธีสทิฟเนส (displacement of stiffness method) วิธีแรกสามารถจะหาแรงภายในและแรงปฏิกิริยาโดยอาศัยสมการสมดุลของแรงและสมการเงื่อนไขการกระจัด (compatibility equation)

ส่วนวิธีที่สองจะสามารถหาการกระจัดที่สมมุติขึ้นโดยมีเงื่อนไขของความต่อเนื่องของเอลิเมนต์ที่แต่ละจุดต่อหรือที่ขอบบริเวณที่สัมผัสกัน ไม่ว่าก่อนหรือหลังโหลดกระทำยังคงมีความต่อเนื่องเหมือนเดิม ดังนั้นสมการสมดุลจะเขียนอยู่ในเทอมของการกระจัดของแต่ละจุดต่อ และค่าของการกระจัดก็สามารถจะหาได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัด

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น นิยมใช้วิธีการกระจัดหรือวิธีสทิฟเนสหาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์มากกว่า ทั้งนี้เพราะสามารถจะหาสมการสมดุลและหาผลเฉลยได้สะดวกกว่า รวมทั้งโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวก็นิยมใช้วิธีการกระจัดด้วย

หลักการทั่วไปของวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ก็คือ จะแบ่งโครงสร้างออกเป็นส่วนย่อยๆ เช่นรูป 3.1 ซึ่งเรียกว่า ไฟไนต์เอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัด (displacement function) ที่นำมาแทนเอลิเมนต์จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง แต่ละเอลิเมนต์จะ โยงกันด้วยจุดต่อ (node) หรือเส้นขอบหรือผิวรอบเอลิเมนต์สัมผัสกัน และโดยอาศัยคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างหรือชิ้นงาน เราสามารถหาการกระจัด, ความเค้น – ความเครียดที่เกิดขึ้นที่จุดต่อต่างๆ ของแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างหรือชิ้นงาน

ขั้นตอนต่างๆ ของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วน เช่น สปริง, ท่อนโลหะ, เพลา, โครงข้อหมุน, โครงข้อแข็ง, แผ่นโลหะ, ถังความดัน ฯลฯ ภายใต้สภาวะต่างๆ ของโหลดมีขั้นตอนทั่วๆ ไปคล้ายกันดังนี้

1. การแบ่งโครงสร้างเป็นเอลิเมนต์ย่อยและการเลือกชนิดของเอลิเมนต์

การแบ่งโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย จะต้องคำนึงถึงรูปร่างลักษณะของโครงสร้างเดิมคือแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element model) จะต้องเหมือนหรือสอดคล้องกับโครงสร้างเดิมให้มากที่สุด คือบริเวณที่เป็นส่วนเว้า ส่วนโค้ง หรือมีรู หรือตรงบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างฉับพลันก็

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

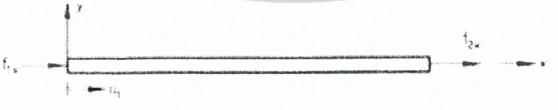
จำเป็นต้องแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กเพียงพอที่จะให้ผลการวิเคราะห์ได้ถูกต้องแม่นยำ ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนักก็อาจจะแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนักก็อาจจะแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น ส่วนบริเวณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากนักก็อาจจะแทนด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น แต่ถ้าแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยจำนวนเอลิเมนต์มากเกินความจำเป็นก็จะทำให้ค่าใช้จ่ายในการคำนวณสูง และอาจทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ถ้าเครื่องคอมพิวเตอร์มีความละเอียดในการคำนวณไม่เพียงพอ ส่วนการเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์นั้น จะต้องคำนึงถึงรูปร่างของโครงสร้าง และการกระทำของโหลด รวมทั้งความละเอียดของผลเฉลยที่ผู้วิเคราะห์ต้องการคือ อาจจะเลือกใช้เอลิเมนต์ชนิดมิติเดียว, สองมิติ, สามมิติ หรือเอลิเมนต์ชนิดแกนสมมาตร (axisymmetric element) รายละเอียดของเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ จะกล่าวในบทต่อไป

2. การเลือกฟังก์ชันการกระจัด

จะต้องเลือกฟังก์ชันการกระจัดภายในอลิเมนต์ ให้สอดคล้องกับจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์ หรือสอดคล้องกับระดับความเสรีของเอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัดที่นิยมใช้กันคือ พอลินอเมียลฟังก์ชัน ซึ่งอาจเป็นพอลินอเมียลกำลังหนึ่ง, กำลังสอง, กำลังสาม ส่วนฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมทางเรขาคณิตก็สามารถเลือกใช้ได้แต่ไม่เป็นที่นิยม ทั้งนี้เพราะพอลินอเมียลฟังก์ชันให้ความสะดวกในการวิเคราะห์มากกว่า ในกรณีของปัญหาสองมิติ ฟังก์ชันการกระจัดที่จุดต่อจะเขียนอยู่ในเทอมของพิกัดของระนาบ เช่น ระนาบ $x - y$ เป็นต้น ฟังก์ชันการกระจัดที่จะเลือกใช้จะต้องทำให้ผลเฉลยที่ความต่อเนื่องทั้งภายในเอลิเมนต์และแบบจำลองของระบบรวม

3. กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด/การกระจัดและความเค้น/ความเครียด

การหาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของแต่ละเอลิเมนต์ จำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัดและความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ในกรณีของปัญหามิติเดียว รูป 3.2 การยืดตัว u ของเอลิเมนต์ในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง เช่น ทิศทาง x จะมีความสัมพันธ์กับความเครียด ε_x ในกรณีที่ ε_x มีค่าน้อย,



รูปที่ 3.2 ท่อนโลหะรับแรงตามแนวแกน

$\varepsilon_x = du / dx$ และถ้าวัสดุอยู่ในช่วงยืดหยุ่น, จากกฎของฮุค ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดคือ $\sigma_x = E\varepsilon_x$ ซึ่ง σ_x คือความเค้นในทิศทาง x และ E คือค่ามอดูลัดของการยืดหยุ่น ผลเฉลยของการกระจัด, ความเค้น, ความเครียดโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกต้องแม่นยำเพียงใด ย่อยขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางกล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของวัสดุที่นำมาใช้ในการคำนวณ และความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด และความเค้นกับความเครียดจะมีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นหรือไม่เป็นสมการเชิงเส้น

4. การหาสทิฟเนสเมทริกซ์และสมการของเอลิเมนต์

การหาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์และสมการของแรงของแต่ละเอลิเมนต์สามารถหาได้หลายวิธีเช่น

4.1 วิธีสมดุลโดยตรง (direct equilibrium method)

วิธีสมดุลโดยตรงนี้เป็นวิธีที่ง่ายที่สุด เราสามารถหาสทิฟเนสเมทริกซ์และสมการของแรงในเทอมการกระจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์ได้โดยใช้เงื่อนไขการสมดุลของแรงในเอลิเมนต์ ส่วนมากจะใช้หาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์มิติเดียว เช่น เอลิเมนต์สปริง, ท่อนโลหะ, เพลา, และคานเป็นต้น

4.2 วิธีงานหรือพลังงาน (work or energy method)

โดยอาศัยหลักของงานสมมุติ (principle of virtual work), หลักของพลังงานศักย์ต่ำสุด (principle of minumum potential energy) และทฤษฎีของแคสติกเลียโน (Castigliano's thorem) ก็สามารถจะหาสมการของเอลิเมนต์และหาสทิฟเนสของเอลิเมนต์สองและสามมิติได้โดยสะดวก สำหรับวิธีของงานสมมุตินั้นสามารถจะใช้หาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุทุกชนิดและวิธีพลังงานศักย์ต่ำสุดและทฤษฎีแคสติกเลียโน ใช้หาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นเท่านั้น อย่างไรก็ตามทั้งสามหลักการ สามารถหาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์ของวัสดุยืดหยุ่นได้เหมือนกัน แต่ในหนังสือนี้จะเน้นการหาสทิฟเนสของเอลิเมนต์ โดยอาศัยหลักการพลังงานศักย์ต่ำสุด เพราะเป็นหลักการที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างในช่วงยืดหยุ่น

4.3 วิธีเวทเรซิดิว (method of weighted residuals)

วิธีเวทเรซิดิวที่นิยมกันมากก็คือวิธีของกาเลอร์คิน (Galerkin's method) ซึ่งมีประโยชน์มากสำหรับการหาสมการของเอลิเมนต์ และให้ผลเช่นเดียวกับวิธีพลังงาน ส่วนมากมักจะนิยมใช้ในกรณีที่วิธีพลังงานศักย์ต่ำสุดใช้ได้ไม่สะดวก เช่น ปัญหาการไหลของของเหลว การถ่ายเทความร้อน การเคลื่อนมวล (mass transport) เป็นต้น

โดยอาศัยวิธีใดวิธีหนึ่งจากสามวิธีดังที่กล่าวมาแล้ว เราจะได้สมการสมดุลของแรงในเทอมของสทิฟเนสเมทริกซ์ และการกระจัดที่จุดต่อของเอลิเมนต์สมการดังกล่าว สามารถจะเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ . \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & . & . & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & . & . & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & . & . & k_{3n} \\ . & . & . & . & . \\ k_{n1} & k_{n2} & . & . & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ . \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (3.1)$$

หรือ $$\{f\} = [k]\{d\} \qquad (3.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง {f} คือเมทริกซ์ของแรงที่กระทำที่จุดต่อ, [k] คือสทิฟเนสของเอลิเมนต์ และ {d} คือการกระทำที่จุดต่อซึ่งยังไม่ทราบค่า, n คือจำนวนของระดับความเสรีของเอลิเมนต์

5. หาสมการการรวมของระบบและการกำหนดเงื่อนไขขอบ

สมการรวมของระบบโครงสร้างสามารถจะหาได้จาก การรวมสมการของแต่ละเอลิเมนต์ ในขั้นที่ 4 เข้าด้วยกัน ด้วยวิธีซ้อนทับ (superposition method) หรือเรียกว่าวิธีสทิฟเนสโดยตรง (direct stiffness method) โดยอาศัยหลักของการสมดุลของแรงที่จุดต่อเอลิเมนต์ และการต่อเนื่อง (continuity) ของโครงสร้าง สมการรวมของระบบโครงสร้างที่ได้รับ, เขียนในรูปของเมทริกซ์ได้คือ

$$\{F\} = [K]\ \{d\} \tag{3.3}$$

ซึ่ง {F} คือเมทริกซ์รวมของแรงที่จุดต่อ, [K] คือสทิฟเนสเมทริกซ์รวมของระบบ และ {d} คือเมทริกซ์รวมของการกระจัดของระบบซึ่งอาจจะทราบค่าบางค่า และบางตัวอาจจะไม่ทราบค่า เนื่องจากเมทริกซ์ [K] ในสมการ (3.3) เป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) ทั้งนี้เพราะตัวกำหนด (determinant) เท่ากับศูนย์ จึงไม่สามารถจะหาค่า {d} โดยตรงจากสมการ (3.3) ได้ จึงจำเป็นต้องอาศัยเงื่อนไขขอบ (boundary conditions) หรือเงื่อนไขบังคับ (constraints) หรือจุดรองรับ (supports) เพื่อช่วยทำให้เมทริกซ์ [K] ในสมการ (3.3) ไม่เป็นเมทริกซ์เอกฐาน และสามารถหาค่าการกระจัดที่แต่ละจุดต่อที่ต้องการได้

6. หาการกระจัดของระบบ

หลังจากกำหนดเงื่อนไขขอบ หรือเงื่อนไขบังคับ ลงในสมการ (3.3) แล้ว เราสามารถหาการกระจัด $d_1, d_2, \ldots d_n$ ได้โดยการแก้สมการพีชคณิตพร้อมๆ กันคือ

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & - & - & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & - & - & K_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdot & \cdot & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{Bmatrix} \tag{3.4}$$

การหาการกระจัด {d} อาจจะใช้วิธีของเกาส์ (gauss's elimination method) หรือวิธีสมมุติ (iteration method) การกระจัด {d} หรือการกระจัด {d} อาจหาได้โดยการคูณสมการ (3.4) ด้วย $[K]^{-1}$ ตลอด ([K] จะต้องไม่ใช่เมทริกซ์เอกฐาน)

7. การหาค่าความเครียดและความเค้น

ในการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกล นอกจากต้องการทราบการกระจัดแล้วยังต้องการทราบค่าของความเครียด, ความเค้น หรือค่าของโมเมนต์ และแรงเฉือน ค่าต่างๆ เหล่านี้สามารถจะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณหาได้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง อาทิเช่น ปัญหามิติเดียว ถ้าทราบค่าการกระจัด u ก็สามารถหาความเครียดจาก $\varepsilon_n = du / dx$ และหาความเค้นจาก $\sigma_x = E\varepsilon_x$ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในขั้นตอนที่ 3

8. การตีความผลลัพธ์

จากผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ 6 และ 7 ก็สามารถจะทราบได้ว่าที่จุดต่อใดของเอลิเมนต์หรือบริเวณใดของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนที่จะต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ เช่น บริเวณที่มีการกระจัดสูงหรือบริเวณใดที่มีความสูง และเราสามารถจะลดขนาดของการกระจัด และ/หรือความเค้นนั้นได้อย่างไร ทั้งนี้จะต้องเปลี่ยนแปลงรูปร่างลักษณะหรือมิติของโครงสร้างหรือชิ้นส่วนให้เหมาะสมยิ่งขึ้นหรืออาจจะต้องเลือกใช้วัสดุชนิดอื่นที่เหมาะสมกว่า

3.3 ความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

การศึกษาการวิเคราะห์หรือการออกแบบโครงสร้างและชิ้นส่วนต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตามขั้นตอนในหัวข้อ 3.2 นั้น เราจะต้องมีความรู้พื้นฐานทางด้านต่างๆ หลายด้านจึงจะเข้าใจถึงหลักการและวิธีการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เป็นอย่างดี อาทิเช่น จะต้องมีพื้นความรู้ของด้านเมทริกซ์ รู้เทคนิคต่างๆ ที่จะในการแก้สมการพีชคณิตพร้อมๆ กันหลายสมการ รู้เทคนิคการหาค่าของเมทริกซ์ผกผันเป็นต้น และจะต้องรู้วิธีอินทิเกรดเชิงตัวเลขเพื่อหาค่าโดยประมาณ จะต้องมีพื้นความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง, ทฤษฎีการยืดหยุ่น และหลักการของงาน, พลังงานศักย์ต่ำสุด และวิธีเวทเรซิดิวเป็นต้น นอกจากนี้ยังต้องมีพื้นความรู้และมีประสบการณ์การใช้เครื่องคอมพิวเตอร์อีกด้วย ในภาคผนวกของหนังสือจะกล่าวโดยสรุปเกี่ยวกับ ทฤษฎีการยืดหยุ่น, วิธีอินทีเกรดเชิงตัวเลขสำหรับหลักการของงาน, พลังงานศักย์ต่ำสุด และวิธีเวทเรซิดิว จะกล่าวในบทต่อไปนี้ ส่วนพื้นความรู้อื่น เราสามารถจะทบทวนได้จากหนังสือที่เกี่ยวข้องทั่วไป

3.4 การประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เราสามารถจะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ที่เป็นโครงสร้างและที่ไม่ใช่โครงสร้างได้อย่างกว้างขวาง ตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับโครงสร้างจะประกอบด้วย การวิเคราะห์ความเค้น ซึ่งรวมทั้งการวิเคราะห์โครงข้อหมุน, โครงข้อแข็ง, ความเข้มของความเค้นตรงบริเวณที่เป็นรู เป็นรอยบาก หรือตรงบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงลักษณะรูปร่าง นอกจากนี้ยังใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์การโก่งของเสา, การล้าตัว (fatique) และการสั่นสะเทือนของระบบโครงสร้างและระบบเครื่องจักรกลด้วย

ส่วนใหญ่ที่ไม่ใช่โครงสร้างเช่น การถ่ายเทความร้อน, การไหลของของเหลว รวมทั้งการซึมผ่านวัสดุพรุน และการต่างศักย์ของแม่เหล็กไฟฟ้า ก็สามารถใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาเหล่านั้นได้เป็นอย่างดี นอกจากนั้นยังนิยมวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาทางด้านชีวะวิศวกรรมภาค เช่น วิเคราะห์การทำงานของหัวใจ, ตา, ข้อต่อต่างๆ ของร่างกาย เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5 ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เราจะเห็นว่าสามารถจะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง จึงเป็นที่นิยมใช้กันทั่วไปในงานด้านวิศวกรรมศาสตร์ ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมื่อเทียบกับวิธีธรรมดามีดังนี้คือ

1. สามารถสร้างแบบจำลองของโครงสร้าง หรือชิ้นงานที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดีและสะดวก
2. สามารถจำลองการกระทำของโหลดในสภาพต่างๆ เช่น โหลดที่กระจายไม่สม่ำเสมอได้ใกล้เคียงกับสภาพจริง
3. ใช้วิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนระบบเครื่องจักรกลที่ประกอบด้วยวัสดุต่างชนิดกันได้โดยไม่มีความยุ่งยาก
4. สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหา ไม่ว่าเงื่อนไขขอบ, เงื่อนไขบังคับ, และจุดรองรับจะอยู่ในลักษณะใด
5. สามารถเลือกขนาดของเอลิเมนต์ที่บริเวณใดบริเวณหนึ่งให้มีขนาดใหญ่หรือเล็กได้ตามความจำเป็น
6. ในการออกแบบชิ้นส่วนหรือระบบสามารถจะเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆ ได้สะดวก และยังประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายด้วย
7. ในการออกแบบและการผลิตชิ้นส่วนเครื่องจักรกลสมัยใหม่ (CAD และ CAM) มักนิยมใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ก่อน ก่อนที่จะผลิตชิ้นส่วนจริงซึ่งทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายและมีความถูกต้องแม่นยำสูง
8. ในกรณีของวัสดุประเภทยืดหยุ่นตัวไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) หรือการยืดหยุ่นของวัสดุอยู่ในช่วงพลาสติก ก็ยังสามารถใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์สิ่งที่ต้องการได้สะดวก เช่น ใช้วิเคราะห์การล้าตัวและ creep ของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลเป็นต้น

อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์โครงสร้างหรือระบบเครื่องจักรกลก็มีข้อพึงระวังอยู่บ้าง ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

3.6 ข้อควรระวังของการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ผลเฉลยของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะถูกต้องน้อยเพียงใดจะขึ้นอยู่กับสามประการหลักคือ ประการแรก การกำหนดรูปร่างของเอลิเมนต์ให้ใกล้เคียงกับรูปร่างลักษณะจริงของชิ้นงานได้มากน้อยเพียงใด ประการที่สอง การประมาณพฤติกรรมของเอลิเมนต์ได้ถูกต้องตามสภาพที่แท้จริงหรือไม่ และประการสุดท้ายคือ ความละเอียดในการคำนวณตัวเลขที่มีค่าน้อยๆ ของเครื่องคอมพิวเตอร์

การกำหนดหรือแบ่งเอลิเมนต์ย่อยๆ ให้สอดคล้องกับรูปร่างลักษณะจริงของชิ้นงานได้มากเท่าไร ก็ยิ่งทำให้ผลเฉลยถูกต้องแม่นยำมากขึ้นเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนการได้มาของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่จะใช้ในการวิเคราะห์ อาจจะไม่สอดคล้องกับการยืดตัวอย่างต่อเนื่องของวัตถุ เช่น ถ้าเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีการยืดตัวเชิงเส้น เอลิเมนต์ชนิดนี้จะให้ค่าแม่นตรงถ้าปัญหาเป็นแบบท่อนโลหะที่รับแรงดึงแรงอัด แต่ถ้าท่อนโลหะเดียวกันรับแรงกระจายเนื่องจากมวล การกระจัดที่เกิดขึ้นภายในท่อนโลหะจะเป็นแบบสมการกำลังสอง และถ้ายังคงใช้เอลิเมนต์เชิงเส้นตรงก็จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นในผลลัพธ์ ดังนั้นการเลือกเอลิเมนต์ให้เหมาะสมกับลักษณะของปัญหา และการเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กจะช่วยลดความความเคลื่อนของผลเฉลยได้

ส่วนความคลาดเคลื่อนเชิงตัวเลขในการคำนวณด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ และวิธีอินทิเกรทเชิงตัวเลขนั้น จะขึ้นอยู่กับขีดความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ การใช้ความแม่นยำระดับสอง (double precision) และขนาดของ bandwidth ที่เล็กที่สุดจะสามารถช่วยลดความคลาดเคลื่อนดังกล่าวได้ และถ้าเลือกใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีมาตรฐานระดับสูง ความคลาดเคลื่อนเชิงตัวเลขในการคำนวณจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความคลาดเคลื่อนจากการเลือกใช้ชนิด และขนาดของเอลิเมนต์ที่เหมาะสมกับลักษณะของปัญหา สำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาตรฐานทั่วไป เช่น Abaqus ข้อมูลที่จะต้องให้กับคอมพิวเตอร์ก็คือ ตำแหน่งหรือพิกัดของจุดต่อต่างๆ ของเอลิเมนต์ ชนิดของเอลิเมนต์ที่ใช้ คุณสมบัติทางกลของวัสดุของแต่ละเอลิเมนต์ ลักษณะของโหลดที่กระทำ ลักษณะของเงื่อนไขขอบหรือเงื่อนไขบังคับ และต้องระบุชนิดของการวิเคราะห์ด้วย เช่น ความเค้นระนาบหรือความเครียดระนาบเป็นต้น เครื่องคอมพิวเตอร์จะใช้ข้อมูลเหล่านั้นคำนวณสิ่งต่างๆ ที่ต้องการ

3.7 หลักการทั่วไปสำหรับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.7.1 ชนิดของเอลิเมนต์

การวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จำเป็นต้องแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นส่วนออกเป็นส่วนเล็กๆ และเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ให้เหมาะสมกับรูปร่างลักษณะของงานและการกระทำของโหลด ชนิดของเอลิเมนต์อาจจะแบ่งออกได้ 3 ประเภทตามมิติคือ เอลิเมนต์สำหรับปัญหามิติเดียว สองมิติ และสามมิติ

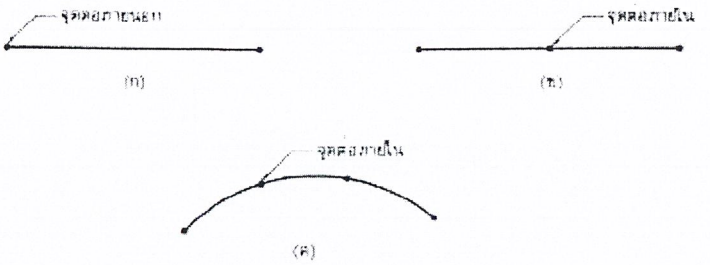
1. เอลิเมนต์มิติเดียว

เอลิเมนต์มิติเดียวเป็นเอลิเมนต์ที่นิยมนำไปใช้ในการวิเคราะห์ปัญหามิติเดียว เช่น ชิ้นส่วนที่มีแรงกระทำในแนวแกน ชิ้นส่วนที่รับแรงบิด การโก่งของคาน การนำความร้อนในทิศทางเดียวกัน

รูป 3.3 (ก) คือเอลิเมนต์มิติเดียวที่ประกอบด้วยจุดต่อที่ปลายทั้งสองด้านของแต่ละเอลิเมนต์ ซึ่งเรียกว่าจุดต่อภายนอก ส่วนรูปที่ 3.3 (ข) เป็นเอลิเมนต์มิติเดียวที่ประกอบด้วยสามจุดต่อคือจุดต่อภายนอกสองจุดต่อ และจุดต่อภายในหนึ่งจุดต่อ และรูป 3.3 (ค) คือเอลิเมนต์มิติเดียวที่เป็นเส้นโค้งประกอบด้วยสี่จุดต่อ คือ สองจุดต่อภายนอก และสองจุดต่อภายในซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

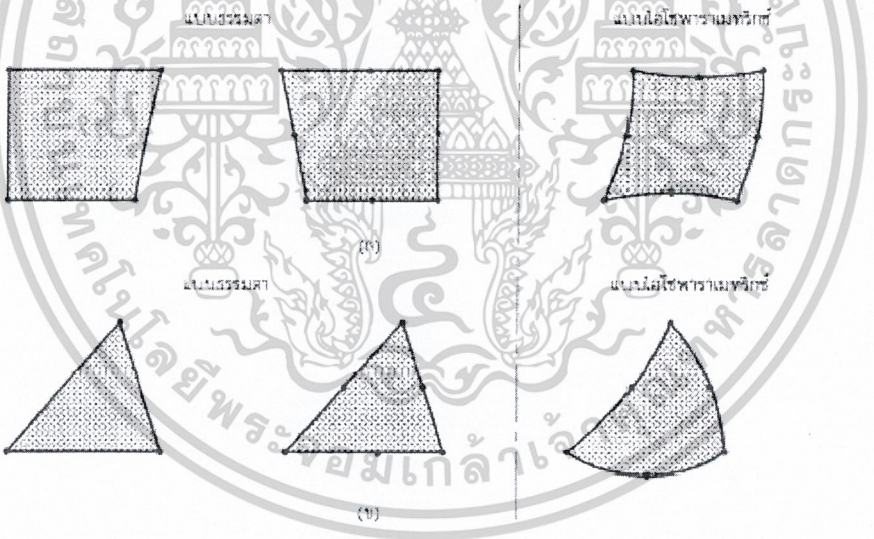


รูปที่ 3.3 เอลิเมนต์มิติเดียว

เหมาะสำหรับใช้วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างหรือชิ้นงานที่มีการยืดตัวไม่เป็นเส้นตรง เช่น กายืดตัวของท่อนโลหะ อันเนื่องจากมวลของท่อนโลหะเอง เป็นต้น

2. เอลิเมนต์สองมิติ

เอลิเมนต์สองมิติมักใช้กับการวิเคราะห์ความเค้น – ความเครียดระนาบ โดยทั่วไปเอลิเมนต์สองมิติจะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านที่เป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง เช่น รูปในรูป 3.4 (ก) เป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วยสี่จุดต่อและ 8 จุด



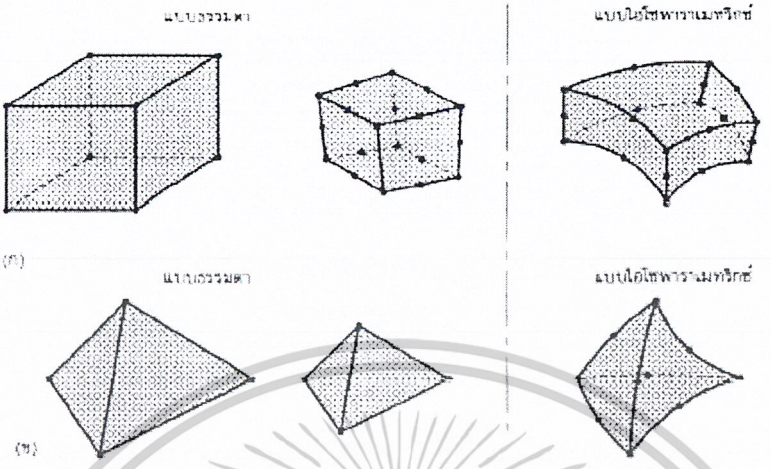
รูปที่ 3.4 เอลิเมนต์สองมิติ (ก) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ต่อชนิดด้านตรงและด้านโค้งแบบไอโซพาราเมทริกซ์ ส่วนรูป 3.4 (ข) เป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย 3 จุดต่อ และ 6 จุดต่อด้านตรงและด้านโค้งแบบไอโซพาราเมทริกซ์ โดยทั่วไปเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมจะได้รับความนิยมมากกว่าเอลิเมนต์สามเหลี่ยม ทั้งนี้เพราะในกรณีที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมให้ผลเฉลยที่ถูกต้องแม่นยำกว่า ส่วนจะเลือกใช้เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมด้านตรงหรือด้านโค้งย่อมขึ้นอยู่กับลักษณะรูปร่างของชิ้นงานจริง และโดยทั่วไปจะสมมุติให้ความหนาของเอลิเมนต์มีค่าคงตัว แต่อาจจะกำหนดให้ความหนาเป็นฟังก์ชันกับพิกัดก็ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
55002

3. เอลิเมนต์สามมิติ

เอลิเมนต์สามมิติจะใช้กับการวิเคราะห์ปัญหาสามมิติทั่วๆ ไป ลักษณะของเอลิเมนต์จะเป็นสี่เหลี่ยมปริซึมและรูปกรวยสามเหลี่ยม เช่นในรูป 3.5 (ก) และ (ข) ตามลำดับ



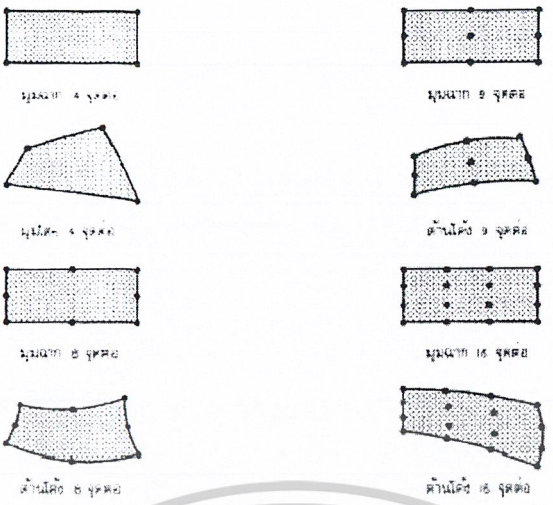
รูปที่ 3.5 เอลิเมนต์สามมิติ (ก) ชนิดปริซึมหรือชนิดทรงหกหน้า (ข) ชนิดกรวยสามเหลี่ยม หรือชนิดทรงสี่หน้า

รูป 3.5 (ก) เป็นเอลิเมนต์สามมิติทรง 6 หน้า (hexahedron) ชนิดด้านตรง (linear) 8 จุดต่อ, ชนิดเส้นตรงกำลังสอง (straight-line quadratic) 20 จุดต่อ และชนิดเส้นโค้งกำลังสอง (quadratic with curved faces) 20 จุดต่อ ส่วนรูป 3.5 (ข) เป็นเอลิเมนต์สามมิติทรง 4 หน้า (tetraheadra) ชนิดด้านตรง 4 จุดต่อ ชนิดเส้นตรงกำลังสอง 10 จุดต่อ, และชนิดเส้นโค้งกำลังสอง 10 จุดต่อตามลำดับ

นอกจากเอลิเมนต์สามมิติตามที่กล่าวมาแล้ว ยังมีเอลิเมนต์อีกกลุ่มหนึ่งที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะรูปทรงกระบอก เช่นในรูป 3.5 (ก) ปัญหาในลักษณะแผ่นโค้ง

รูปที่ 3.6 (ก)เอลิเมนต์ทรงกระบอก (ข) เอลิเมนต์แผ่นโลหะโค้งสองมิติ (ค) เอลิเมนต์กรวยสมมาตรสองมิติ (shell) เช่นในรูป 3.6 (ข) และเอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหารูปกรวยสมมาตร ซึ่งอาจจะเป็นเอลิเมนต์ชนิดสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมหมุนรอบแกนสมมาตร (360°) เช่นรูป 3.6 (ค) โดยทั่วๆ ไปเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วยจำนวนจุดต่อมากๆ จะให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับค่าแม่นตรงมากกว่าเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วยจำนวนจุดต่อน้อย แต่จะเพิ่มความยุ่งยากในการแก้สมการและใช้เวลาในการคำนวณมาก ตัวอย่างเช่น เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติ รูป 3.7 ประกอบด้วยจุดต่อ 4 จะให้ผลเฉลยคลาดเคลื่อนมากกว่าเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย 8 และ 16 จุดต่อเป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

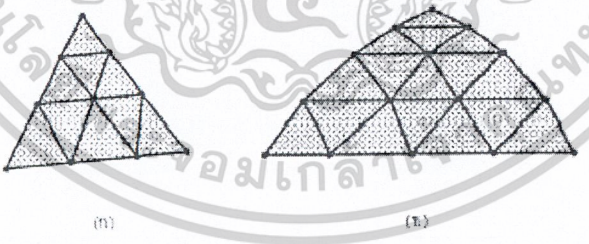


รูปที่ 3.7 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติที่ประกอบด้วยจุดต่อต่างๆ

3.8 การแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์

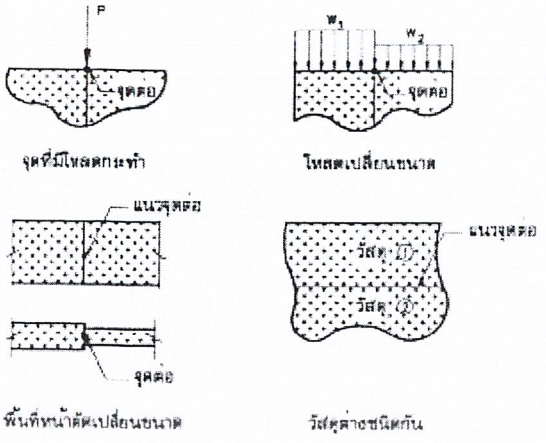
การวิเคราะห์ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จำเป็นต้องแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยที่เกี่ยวโยงกันด้วยจุดต่อ เพื่อความสะดวกจะพิจารณาปัญหาสองมิติโดยเลือกใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้านตรงที่ประกอบสามจุดต่อ เช่นในรูป 3.8 (ก) ส่วนปัญหาสามมิติก็ใช้หลักการเดียวกัน

การแบ่งชิ้นส่วนอาจจะเริ่มแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมหรือสามเหลี่ยมที่มีขนาดใหญ่ๆ ก่อน แล้วจึงแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยอีกครั้งหนึ่ง ตำแหน่งของจุดต่อ (node) ภายนอกของเอลิเมนต์ย่อยควรจะอยู่ในตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วน หรือตำแหน่งที่มีโหลดกระทำหรือตำแหน่งที่มีการใช้วัสดุต่างกัน ตำแหน่งจุดต่อเหล่านั้นดูได้จากรูป 3.8



รูปที่ 3.8 การแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

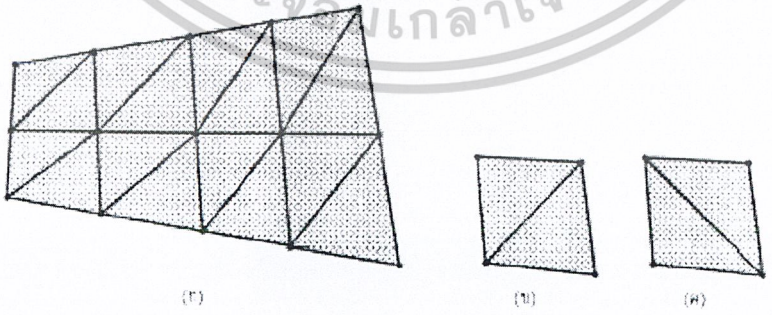


รูปที่ 3.9 ตำแหน่งของจุดต่อที่สำคัญ

ชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมในรูป 3.8 (ก) ค่อนข้างจะแบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อยได้ง่าย คือ กำหนดจุดต่อในแต่ละด้านของสามเหลี่ยมให้มีจำนวนเท่ากัน ลากเส้นโยงระหว่างจุดต่อจะได้จุดต่อตรงที่เส้นตัดกันเพิ่มขึ้นตามรูป 3.8 (ก) ชิ้นส่วนจะถูกแบ่งออกเป็น 9 เอลิเมนต์ แต่ละด้านจะมีสี่จุดต่อ ระยะระหว่างจุดต่อของแต่ละด้านของสามเหลี่ยมไม่จำเป็นต้องเท่ากัน ขนาดของเอลิเมนต์แต่ละเอลิเมนต์จึงมีขนาดแตกต่างกันตามที่ต้องการ ถ้าเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้วยกัน เอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้านเท่าจะให้ผลเฉลยที่ดีที่สุด แต่ถ้าจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมใดๆ มุมภายในของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมควรจะอยู่ระหว่าง 30° ถึง 120°

ในกรณีของชิ้นส่วนเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านโค้ง เราอาจใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้านตรงแทน เช่น ในรูป 3.8 (ข) ซึ่งทำให้ขนาดของแบบจำลองคลาดเคลื่อนไปเล็กน้อยตามเส้นไข่ปลา ส่วนจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดในชิ้นส่วนจะเท่ากับ $(n-1)^2$, n คือจำนวนจุดต่อของแต่ละด้านของชิ้นส่วนสามเหลี่ยมที่ต้องการจะแบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อย

สำหรับชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมในรูป 3.9 (ก) การแบ่งเอลิเมนต์ย่อยๆ นั้น ทำได้สะดวกคือ กำหนดจุดต่อในแต่ละด้านของสี่เหลี่ยม ลากเส้นระหว่างจุดต่อที่อยู่ตรงข้าม, จุด



รูปที่ 3.9 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

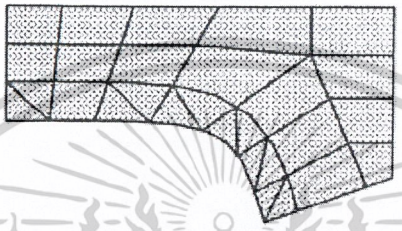
ตัดของแต่ละเส้นจะเป็นจุดต่อภายในของชิ้นส่วน และถ้าประสงค์จะแบ่งเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยก็ทำได้ โดยลากเส้นทะแยงมุมของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม การลากเส้นทะแยงมุมนั้นควรจะเลือกเส้นทะแยงมุมที่สั้นที่สุด เพราะจะทำให้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมมีสัดส่วนใกล้สามเหลี่ยมด้านเท่ามาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขึ้น ดูตัวอย่างในรูป 3.9 (ข) และ (ค) ในกรณีที่เลือกใช้เอลิเมนต์สี่เหลี่ยม สัดส่วนด้านยาวสุดต่อด้านสั้นสุดของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมควรจะทำกับ 1 จึงจะทำให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับค่าแม่นตรง มากขึ้น

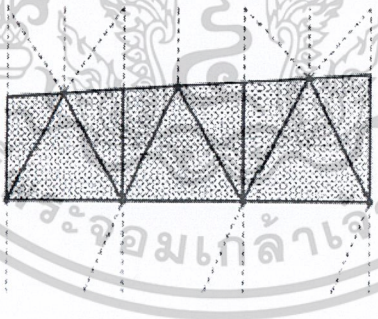
จำนวนจุดต่อบนด้านที่ใกล้กันของชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมอาจจะแตกต่างกันแต่จำนวนจุดต่อที่ด้านตรงข้ามจะต้องมีจำนวนเท่ากัน เว้นแต่ต้องการลดหรือขยายขนาดของเอลิเมนต์ระยะระหว่างจุดต่ออาจจะแตกต่างซึ่งทำให้เอลิเมนต์มีขนาดเล็กใหญ่ตามต้องการจำนวนจุดต่อบนด้านประกอบมุมของชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมที่ต้องการแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย

ในรูป 3.9 ระยะระหว่างจุดต่อของชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมจะมีขนาดต่างกัน ทั้งนี้เพื่อจะให้เอลิเมนต์ในบริเวณที่เป็นส่วนโค้งมีขนาดเล็ก คือ พยายามทำให้แบบจำลองมี



รูปที่ 3.10 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมโค้งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยมย่อย

ขนาดใกล้เคียงกับขนาดของชิ้นส่วนจริงมากที่สุด ปรกติไม่นิยมแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเท่ากัน และมีรูปร่างเหมือนกันตลอดชิ้นส่วน เพราะบริเวณที่มีความเค้นสูงหรือบริเวณที่มีความแตกต่างของอุณหภูมิ ควรจะแบ่งให้มีเอลิเมนต์ขนาดเล็กๆ ส่วนบริเวณที่ไกลออกไปจะแบ่ง

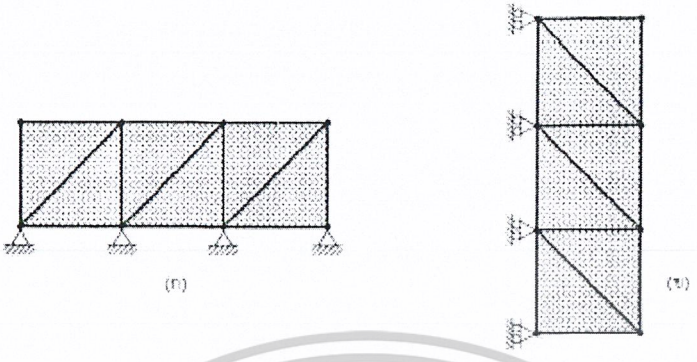


รูปที่ 3.11 การขยายขนาดของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ให้มีขนาดโตขึ้น การเปลี่ยนขนาดของเอลิเมนต์จะมีประโยชน์มากสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อน วิธีที่ง่ายที่สุดของการเปลี่ยนแปลงขนาดของเอลิเมนต์คือ กำหนดให้จำนวนจุดต่อบนด้านตรงข้ามของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมให้แตกต่างกันเช่นในรูป 3.11 เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ของแข็ง จำเป็นต้องกำหนดลักษณะการเคลื่อนที่ของจุดต่อต่างๆ ด้วย โดยทั่วไปจุดต่อที่ไม่มีการเคลื่อนที่จะแทนด้วยการยึดแบบสลัก (pin connection) เช่นในรูป 3.12 (ก) แต่ถ้าจุดต่อเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวจะแทนด้วย



รูปที่ 3.12 การยึดจุดต่อ (ก) ยึดแบบสลัก (ข) ยึดแบบล้อหมุน

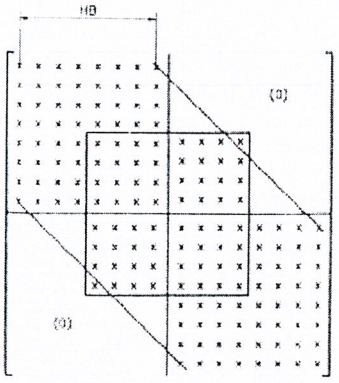
การยุดแบบล้อหมุน รูป 3.12 (ข) ซึ่งชิ้นส่วนสามารถจะเคลื่อนที่ในแนวดิ่งได้ แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวระดับ ส่วนการที่จะกำหนดให้จุดต่อเคลื่อนที่อย่างไรนั้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา ซึ่งจะเห็นได้จากบทต่อๆ ไป

ปัญหาบางปัญหาไม่สามารถจะกำหนดเงื่อนไขขอบได้โดยง่าย เช่นการถ่ายเทความร้อน การหยุ่นตัวของดิน อย่างไรก็ตามวิศวกรได้พยายามจำลองปัญหาดังกล่าว เพื่อคำนวณหาค่าต่างๆ ที่ต้องการให้สอดคล้องกับธรรมชาติของปัญหา

3.9 การกำหนดจุดต่อและความกว้างแถบ

โดยทั่วไปการวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนของระบบด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะประกอบด้วยสมการเชิงพีชคณิตเป็นจำนวนมาก จำนวนสมการดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับการกำหนดตำแหน่งจุดต่อของเอลิเมนต์ สัมประสิทธิของสมการจะเขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์ เช่น สทิฟเนสเมทริกซ์เป็นต้นสัมประสิทธิ์บางตัวจะมีค่าเท่ากับศูนย์ เพื่อความรวดเร็วในการคำนวณและประหยัดพื้นที่เก็บข้อมูลของคอมพิวเตอร์ เราจะจัดให้สัมประสิทธิ์ของสมการอยู่ในรูปของเมทริกซ์ เช่นในรูป 3.13 คือความกว้างแถบจะเท่ากับ 2HB – 1 ซึ่ง HB คือครึ่งความกว้างแถบ (half bandwidth) ในช่วง HB ค่าสัมประสิทธิ์จะไม่เท่ากับศูนย์ แต่อาจมีบางตัวเท่ากับศูนย์ปนอยู่ด้วย ส่วนช่วงนอกครึ่งความกว้างแถบค่าสัมประสิทธิ์จะเท่ากับศุนย์ทุกตัว สัมประสิทธิ์ช่วงนอก HB นี้ไม่จำเป็นต้องเก็บไว้ในเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณ ถ้าให้ขนาดของเมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์คือ N x N ส่วนที่จำเป็นต้องเก็บไว้ในเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการคำนวณก็คือเมทริกซ์ขนาด N x HB เท่านั้น ทั้งนี้เพราะโดยทั่วไปสทิฟเนสเมทริกซ์เป็นเมทริกซ์สมมาตร ซึ่งทำให้ประหยัดเวลาใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.13 ความกว้างแถบของระบบที่มี HB=8

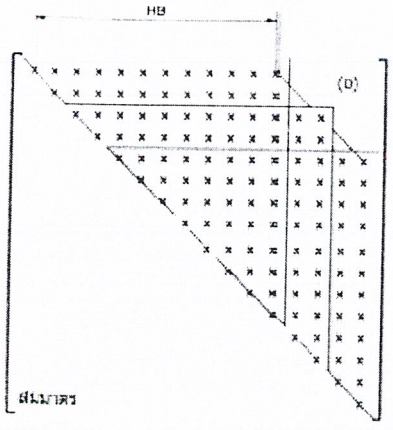
การคำนวณและประหยัดพื้นที่เก็บข้อมูลและยังสามารถจะใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีขนาดความจำเล็กลงได้ด้วย ความกว้างครึ่งแถบ HB ดังกล่าวสามารถจะคำนวณ ได้จาก HB = (R + 1) NDOF, ซึ่ง R = จำนวนที่แตกต่างกันสูงสุดของจุดต่อของแต่ละเอลิเมนต์ และ NDOF คือระดับชั้นความเสรีของแต่ละจุดต่อของเอลิเมนต์ เราจะใช้พื้นที่เก็บข้อมูลในเครื่องคอมพิวเตอร์น้อยสุด ถ้าสามารถหาค่าน้อยสุดของ HB ได้ ซึ่งในระบบที่ซับซ้อน การหาค่าต่ำสุดของ HB ทำได้ยาก แต่อย่างไรก็ตามสำหรับระบบทั่วๆ ไป เราสามารถหาค่า HB น้อยสุดได้ เช่น ระบบของคานในรูป 3.14 ที่ประกอบด้วย 3 เอลิเมนต์ การกำหนดจุดต่อของแต่ละเอลิเมนต์ดูได้จากรูป 3.14 (ก) และ 3.14 (ข) ถ้าให้แต่ละจุดต่อประกอบด้วย

รูปที่ 3.14 แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์ของคานที่ประกอบด้วย 3 อลิเมนต์ 8 จุดต่อ

สองพิกัดเช่นพิกัด x, y หรือ NDOF = 2, สำหรับรูป 3.14 (ก) R = 4 – 1 = 3 ดังนั้นครึ่งความกว้างแถบ HB = 8 และหนึ่งเอลิเมนต์จะประกอบ 4 จุดต่อ หรือ 8 ระดับขั้นความเสรี ฉะนั้นขนาดของสัมประสิทธิเมทริกซ์หรือสทิฟเนสเมทริกซ์จะมีขนาด 8 x 8 แต่เนื่องจากคานประกอบด้วยสามเอลิเมนต์ย่อย นั้นคือสทิฟเนสเมทริกซ์ของระบบคานจะมีขนาด 16 x 16

สำหรับแบบจำนองไฟไนต์เอลิเมนต์ในรูป 3.14 (ข) การกำหนดจุดต่อจะต่างจากรูป 3.14 (ก) ซึ่ง R = 6 – 1 = 5 และ NDOF = 2 ดังนั้น HB = 12 ดูรูป 3.15 ประกอบคือจะมีสัมประสิทธิ์หรือสทิฟเนสที่เท่ากับศูนย์เพิ่มขึ้นในช่วงของ HB อีก 4 แถว และ 4

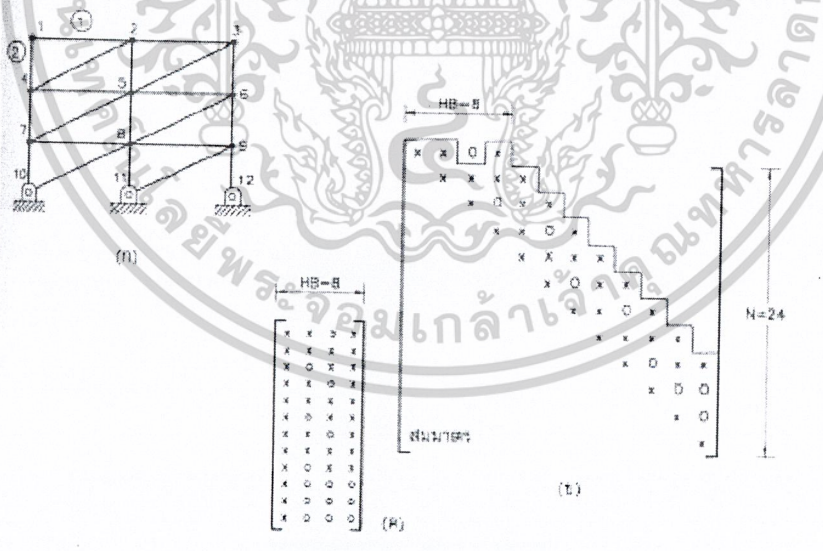
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.15 ความกว้างแถบของคานในรูป2.12(ข)(HB=12)

คอลัมน์ จากสทิฟเนสเมทริกซ์ในรูป 3.14 (ก) การคำนวณค่าต่างๆ จึงจำเป็นต้องใชเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยความจำมากขึ้น ถ้าเปรียบเทียบขนาดความกว้างครึ่งแถบของแบบจำลองไฟไนต์ทั้งสอง ในรูป 3.14 (ก) และ 3.15 (ข) จะเห็นว่าถ้าจัดอันดับการกำหนดตำแหน่งของจุดต่อให้ดี จะสามารถลดพื้นที่เก็บข้อมูลได้เกือบ 30 เปอร์เซ็นต์

สกายไลน์ (skyline) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กำหนดความกว้างครึ่งแถบของสทิฟเนสเมทริกซ์ กรอบของสกายไลน์จะเริ่มจากสัมประสิทธิ์ตัวแรกที่ไม่เท่ากับศูนย์ของแต่ละคอลัมน์ของสทิฟเนสเมทริกซ์ ตามวิธีสกายไลน์สัมประสิทธิ์ระหว่างเทอมเส้นทะแยงมุมและแนวสกายไลน์เท่านั้นที่จะเก็บไว้ในเครื่องคอมพิวเตอร์ ดูรูป 3.16 ประกอบ



รูปที่ 3.16 (ก)โครงข้อหมุนประกอบด้วย 12 จุดต่อ(ข) สกายไลน์เมทริกซ์ของโครงข้อหมุน(ค) ความกว้างแถบที่ใช้ในการคำนวน

จากรูป 3.17 (ก) จุดต่อของเอลิเมนต์ 2 คือ 1 และ 4 แต่ละจุดต่อประกอบด้วย 2 ระดับขั้นความเสรี ส่วนในรูป 3.17 (ข) คือสทิฟเนสเทริกซ์รวมของระบบ, x คือสทิฟเนสเทอมที่ไม่เท่ากับศูนย์ สทิฟเนสเมท

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ริกซ์ที่จะใช้เป็นข้อมูลในการคำนวณก็คือ ความกว้างแถบตามแนวสกายไลน์ ซึ่งมีขนาด 8 x 24 ดูรูป 3.17 (ค) ประกอบ

3.10 ฟังก์ชันการกระจัด

ตามที่กล่าวมาแล้ว การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะต้องแบ่งชิ้นส่วนหรือโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย และจะต้องสมมุติฟังก์ชันการกระจัดโดยประมาณของแต่ละเอลิเมนต์ ที่จะประกอบเข้าด้วยกันเป็นโครงสร้างหรือชิ้นส่วนรวมการกระจัดโดยประมาณที่สมมติขึ้นเรียกกว่า ฟังก์ชันการกระจัด (displacement functions) หรือแบบจำลองการกระจัด (displacement models) หรือ สนามการกระจัด (displacement fields) หรือรูปแบบการกระจัด (displacement patterns)

ฟังก์ชันการกระจัดที่นิยมใช้กันทั่วๆ ไป จะเป็นฟังก์ชันพอลินอเมียล ในกรณีของปัญหามิติเดียว ฟังก์ชันพอลินอเมียลคือ

$$u(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \ldots + a_{n+1}x^n \tag{3.5}$$

ซึ่ง $a_1, a_2, a_3 \ldots a_{n+1}$ คือสัมประสิทธิ์ของพอลินอเมียล, ส่วน u คือการกระจัดในทิศทาง x

ในกรณีของปัญหาสองมิติ ฟังก์ชันพอลินอเมียลจะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} u(x,y) &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + \ldots + a_ny^n \\ v(x,y) &= a_{m+1} + a_{m+2} + a_{m+3}y + a_{m+4}x^2 + a_{m+5}xy + a_{m+6}y^2 + \ldots + a_{2m}y^n \end{aligned} \tag{3.6}$$

ซึ่ง u และ v คือการกระจัดในทิศทาง x และ y ตามลำดับ, a คือสัมประสิทธิ์ของพอลินอเมียล และ

$$m = \sum_{i=1}^{n+1} i$$

ส่วนในกรณีของปัญหาสามมิติ ฟังก์ชันพอลินอเมียลคือ

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5zx + \ldots + a_mz^n \\ v(x, y, z) &= a_{m+1} + a_{m+2}x + a_{m+3}y + a_{m+4}z + a_{m+5}zx + \ldots + a_{2m}z^n \\ w(x, y, z) &= a_{2m+1} + a_{2m+2}x + a_{2m+3}y + a_{2m+4}z + a_{2m+5}zx + \ldots + a_{3m}z^n \end{aligned} \tag{3.7}$$

ซึ่ง u, v และ w คือส่วนประกอบของการกระจัดในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ และ

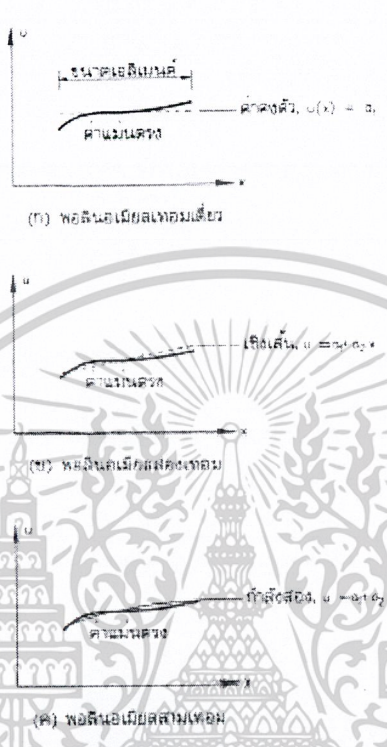
$$m = \sum_{i=1}^{n+1} i(n+2-i)$$

พอลินอเมียลที่มีหลายเทอมหรือกำลังสูงๆ จะให้การกระจัดที่สมมุตขึ้นมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง แต่การแก้สมการค่อนข้างทำได้ยาก อย่างไรก็ตามการที่จะเลือกใช้ฟังก์ชันพอลินอเมียลกำลังเท่าใดนั้นจะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา และความละเอียดของผลเฉลยที่ต้องการ เช่น ในกรณีของปัญหามิติเดียว ฟังก์ชันพอลินอเมียลกำลังสอง (3 เทอม) จะให้ผลเฉลยดีกว่าฟังก์ชันพอลิเนอเมียลเทอมเดียวและสองเทอม ดูรูป 3.17 ประกอบ

การจำลองเอลิเมนต์ด้วยการกระจัด อาจจะแบ่งออกตามกำลังของพอลินอเมียล ได้สามกลุ่ม คือ กลุ่มเชิงเดียว (simplex) กลุ่มเชิงซ้อน (complex) และกลุ่มเชิงซับซ้อน (multiplex)



รูปที่ 3.17 การสมมติฟังก์ชันการกระจัดสำหรับปัญหามิติเดียว

3.10.1 ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับเอลิเมนต์เชิงเดียว

ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับเอลิเมนต์เชิงเดียว จะประกอบด้วยพอลินอเมียลเทอมที่มีค่าคงตัวและเทอมที่เป็นเส้นตรง ส่วนสัมประสิทธิ์ของพอลินอเมียลจะเท่ากับระดับขั้นความเสรีของระบบ ในกรณีของปัญหามิติเดียว เช่น ท่อนโลหะ, เพลา, โครงข้อหมุน, โครงข้อแข้ง เป็นต้น เอลิเมนต์เชิงเดียวของปัญหาเหล่านี้จะประกอบด้วยสองจุดต่อภายนอก ซึ่งสามารถจะแทนได้ด้วยพอลินอเมียลสองเทอมคือ เทอมที่เป็นค่าคงตัวและเทอมที่เป็นเชิงเส้นตรงคือ

$$u(x) = a_1 + a_2 x \tag{3.8}$$

ในกรณีของปัญหาสองมิติ เช่น ปัญหาความเค้นระนาบ, ความเครียดระนาบ และปัญหาวงแหวนแกนสมมาตร (axisymmetric) เอลิเมนต์เชิงเดียวของปัญหาเหล่านี้จะเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามจุดต่อที่มุมของสามเหลี่ยม รูป 2.2(ข) แต่ละจุดต่อจะประกอบด้วยการกระจัด u และ v ดังนั้นพอลินอเมียลสำหรับเอลิเมนต์เชิงเดียวสามเหลี่ยมจะประกอบด้วย 6 ระดับขั้นความเสรี

$$u(x,y) = a_1 + a_2x + a_3y$$
$$v(x,y) = a_4 + a_5x + a_6y \qquad (3.9)$$

สำหรับกรณีของปัญหาสามมิติ เอลิเมนต์เชิงเดียวก็คือ เอลิเมนต์ชนิดกรวยสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยสี่จุดต่อภายนอก, รูป 2.3 (ข) แต่ละจุดต่อจะประกอบด้วยการกระจัด u, v และ w ในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ ฉะนั้นหนึ่งเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเชิงเดียวจึงประกอบด้วย 12 ระดับขั้นความเสรี และฟังก์ชันพอลินอเมียลสำหรับเอลิเมนต์ดังกล่าวก็คือ

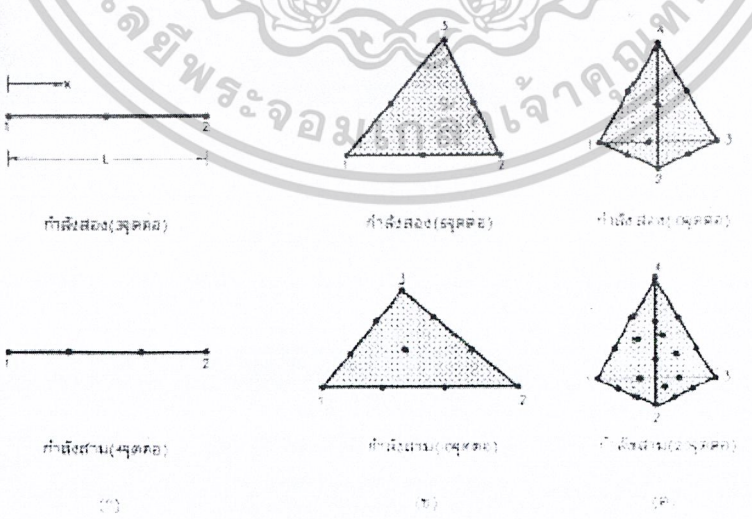
$$u(x,y,z) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z$$
$$v(x,y,z) = a_5 + a_6x + a_7y + a_8z$$
$$w(x,y,z) = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z \qquad (3.10)$$

ซึ่งแต่ละฟังก์ชันจะประกอบด้วยเทอมที่เป็นค่าคงที่ และเทอมที่เป็นเชิงเส้นตรง

3.10.2 ฟังก์ชันการกระจัดสำหรับเอลิเมนต์เชิงซ้อน

ฟังก์ชันการกระจัดของเอลิเมนต์เชิงซ้อน จะประกอบด้วยพอลินอเมียลที่มีค่าคงตัว เทอมเชิงเส้น เทอมกำลัง กำลังสาม และเทอมที่มีกำลังสูงกว่านั้นเท่าที่จำเป็น (ขึ้นอยู่กับระดับขั้นความเสรีของเอลิเมนต์และชนิดของเอลิเมนต์) รูปร่างและชนิดของเอลิเมนต์เชิงซ้อนอาจจะเหมือนกับเอลิเมนต์เชิงเดียว แต่จะมีจุดต่อภายในเพิ่มขึ้น ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างเอลิเมนต์เชิงเดียวและเชิงซ้อนก็คือ จำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์เชิงซ้อนจะมากกว่ามิติของเอลิเมนต์อย่างน้อย 1 จุดต่อ

ในกรณีปัญหามิติเดียว เอลิเมนต์เชิงซ้อนจะเป็นเอลิเมนต์มิติเดียวที่ประกอบด้วยจุดต่อภายในอย่างน้อย 1 จุดต่อ เช่นรูป 3.18 (ก) จะมีจุดต่อภายในเพิ่มขึ้นอีก 1 จุดหรือ 2 จุด



รูปที่ 3.18 เอลิเมนต์เชิงซ้อน (ก) เอลิเมนต์มิติเดียว (ข) เอลิเมนต์สามเหลี่ยม 2 มิติ (ค) เอลิเมนต์สามเหลี่ยมกรวย 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นฟังก์ชันพอลินอเมียลสำหรับเอลิเมนต์เชิงซ้อนกำลังสอง (3 จุดต่อ) ในรูป 2.17 (ก) คือ

$$u(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 \tag{3.11}$$

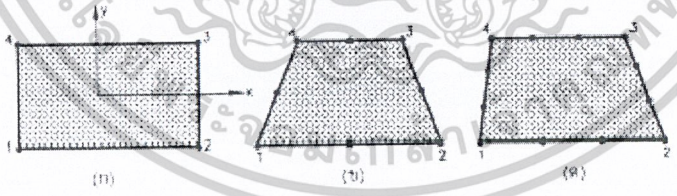
ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ประกอบด้วย 3 ระดับขั้นความเสรี สำหรับปัญหาสองมิติเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเชิงซ้อนกำลังสองและกำลังสาม ดูได้จากรูป 3.18 (ข) และฟังก์ชันพอลินอเมียลสำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเชิงซ้อนกำลังสองคือ

$$\begin{aligned} u(x,y) &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 \\ v(x,y) &= a_7 + a_8x + a_9y + a_{10}x^2 + a_{11}xy + a_{12}y^2 \end{aligned} \tag{3.12}$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ประกอบด้วย 12 ระดับขั้นความเสรี ส่วนรูป 2.17 (ค) เป็นเอลิเมนต์เชิงซ้อนสามเหลี่ยมกรวยกำลัง 2 และกำลังสาม ที่ประกอบด้วย 10 จุดต่อ และ 20 จุดต่อตามลำดับ ส่วนฟังก์ชันพอลินอเมียลของเอลิเมนต์ทั้งสองเขียนได้ในทำนองเดียวกันกับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเชิงซ้อนสองมิติ

3.10.3 ฟังก์ชันการกระจายของเอลิเมนต์เชิงซับซ้อน

ฟังก์ชันการกระจายของเอลิเมนต์เชิงซับซ้อน (multiplex) จะประกอบด้วยพอลินอเมียลที่มีกำลังสูงเช่นเดียวกับฟังก์ชันการกระจัดของเอลิเมนต์เชิงซ้อน ในหัวข้อ 3.10.3 แต่ของของเอลิเมนต์จะต้องขนานกับแกนของพิกัดรวมของระบบ ทั้งนี้เพื่อให้การกระจัดระหว่างขอบของเอลิเมนต์มีความต่อเนื่องกัน ตัวอย่างที่ดีของเอลิเมนต์เชิงซับซ้อนก็คือเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมมุมฉากในรูป 2.18 (ก) ซึ่งเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมในกรณีพิเศษที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อภายนอก 8 ระดับขั้นความเสรี



รูปที่ 3.19 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมสองมิติ (ก) เอลิเมนต์เชิงเส้น (ข) เอลิเมนต์กำลังสอง (ค) เอลิเมนต์กำลังสาม

ฟังก์ชันพอลินอเมียลสำหรับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงซับซ้อนเชิงเส้นคือ

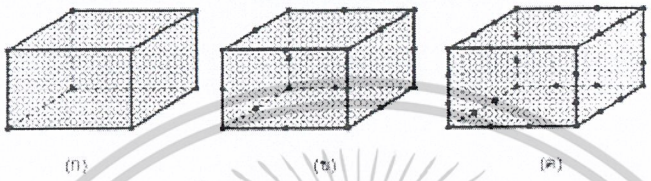
$$\begin{aligned} u(x,y) &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \\ v(x,y) &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy \end{aligned} \tag{3.13}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหตุที่เลือกพอลินอเมียลเทอม xy แทนที่จะเลือกเทอม x^2 หรือ y^2 ก็เพราะว่าเทอม xy จะทำให้การกระจัดในด้านที่ x หรือ y มีค่าคงที่ แปรตามเชิงเส้น

สำหรับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงซับซ้อนกำลังสองและกำลังสามในรูป 2.18 (ข) และ (ค) สามารถแทนได้ด้วยฟังก์ชันพอลินอเมียลที่ประกอบด้วย 8 เทอมที่เป็นฟังก์ชันกับ u, 8 เทอมที่เป็นฟังก์ชันกับ v และ 12 เทอมของ u, 12 เทอมของ v ตามลำดับ

ส่วนเอลิเมนต์เชิงซับซ้อนที่ใช้กับปัญหาสามมิติจะเป็นชนิดปริซึมในลักษณะเชิงเส้น 8 จุดต่อ, กำลังสอง 20 จุดต่อและกำลังสาม 32 จุดต่อ ตามรูปข้างล่าง



รูปที่ 3.20 เอลิเมนต์ชนิดปริซึ่ม (ก) เอลิเมนต์เชิงเส้น (ข) เอลิเมนต์กำลังสอง (ค) เอลิเมนต์กำลังสาม

ตามที่กล่าวมาแล้ว การเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีกำลังสูง เช่น เอลิเมนต์กำลังสอง, กำลังสาม จะทำให้ผลการวิเคราะห์แม่นยำยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณที่คาดว่าจะมีความเข้มของความเค้นสูง การกระจายของความเค้นจะไม่คงที่ จึงจำเป็นต้องเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีกำลังสูงตรงบริเวณดังกล่าว เพื่อลดความยุ่งยากของการอินทิเกรตเชิงตัวเลขและลดเวลาในการอินทิเกรด เราอาจจะใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบผสมระหว่างเอลิเมนต์เชิงเดียวเป็นส่วนใหญ่และเอลิเมนต์เชิงซ้อนหรือเอลิเมนต์เชิงซับซ้อนตรงบริเวณที่จำเป็น

3.11 การนำไปสู่ผลเฉลยแม่นตรง

การวิเคราะห์ปัญหาเชิงตัวเลขด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใดนั้นจะขึ้นอยู่กับการสมมุติฟังก์ชันการกระจัด หรือแบบจำลองการกระจัดของเอลิเมนต์โดยทั่วไปผลเฉลยที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่าการกระจัดน้อยกว่าค่าแม่นตรงและเพื่อให้มีความมั่นใจว่า ถ้าเราแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นส่วนจริงออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ มากขึ้นแล้ว ผลของการวิเคราะห์จะต้องเข้าใกล้หรือนำไปสู่ (converge) ผลเฉลยแม่นตรง, การสมมุติฟังก์ชันการกระจัดในหัวข้อ 3.1 จึงควรมีข้อกำหนดหรือควรมีคุณสมบัติดังนี้

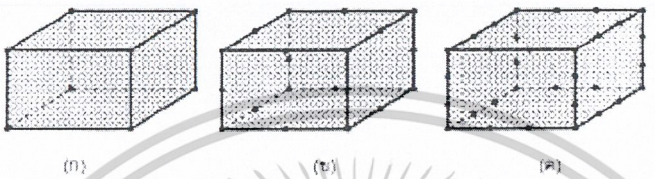
1. ฟังก์ชันการกระจัดจะต้องเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องภายในเอลิเมนต์และการกระจัดระหว่างขอบเอลิเมนต์หรือระหว่างจุดต่อของเอลิเมนต์ที่ติดกันจะต้องมีค่าเท่ากัน ซึ่งฟังก์ชันพอลินอเมียลจะเป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าต่อเนื่องภายในเอลิเมนต์ตามที่ต้องการ สำหรับความหมายของส่วนที่สองก็คือ การกระจัดของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกันจะต้องไม่มีช่องว่างหรือซ้อนกัน หรือการกระจัดระหว่างเอลิเมนต์ไม่ต่อเนื่องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหตุที่เลือกพอลินอเมียลเทอม xy แทนที่จะเลือกเทอม x^2 หรือ y^2 ก็เพราะว่าเทอม xy จะทำให้การกระจัดในด้านที่ x หรือ y มีค่าคงที่ แปรตามเชิงเส้น

สำหรับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงซับซ้อนกำลังสองและกำลังสามในรูป 2.18 (ข) และ (ค) สามารถแทนได้ด้วยฟังก์ชันพอลินอเมียลที่ประกอบด้วย 8 เทอมที่เป็นฟังก์ชันกับ u, 8 เทอมที่เป็นฟังก์ชันกับ v และ 12 เทอมของ u, 12 เทอมของ v ตามลำดับ

ส่วนเอลิเมนต์เชิงซับซ้อนที่ใช้กับปัญหาสามมิติจะเป็นชนิดปริซึมในลักษณะเชิงเส้น 8 จุดต่อ, กำลังสอง 20 จุดต่อและกำลังสาม 32 จุดต่อ ตามรูปข้างล่าง



รูปที่ 3.20 เอลิเมนต์ชนิดปริซึ่ม (ก) เอลิเมนต์เชิงเส้น (ข) เอลิเมนต์กำลังสอง (ค) เอลิเมนต์กำลังสาม

ตามที่กล่าวมาแล้ว การเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีกำลังสูง เช่น เอลิเมนต์กำลังสอง, กำลังสาม จะทำให้ผลการวิเคราะห์แม่นยำยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณที่คาดว่าจะมีความเข้มของความเค้นสูง การกระจายของความเค้นจะไม่คงที่ จึงจำเป็นต้องเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีกำลังสูงตรงบริเวณดังกล่าว เพื่อลดความยุ่งยากของการอินทิเกรตเชิงตัวเลขและลดเวลาในการอินทิเกรด เราอาจจะใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบผสมระหว่างเอลิเมนต์เชิงเดียวเป็นส่วนใหญ่และเอลิเมนต์เชิงซ้อนหรือเอลิเมนต์เชิงซับซ้อนตรงบริเวณที่จำเป็น

3.11 การนำไปสู่ผลเฉลยแม่นตรง

การวิเคราะห์ปัญหาเชิงตัวเลขด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใดนั้นจะขึ้นอยู่กับการสมมุติฟังก์ชันการกระจัด หรือแบบจำลองการกระจัดของเอลิเมนต์โดยทั่วไปผลเฉลยที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่าการกระจัดน้อยกว่าค่าแม่นตรงและเพื่อให้มีความมั่นใจว่า ถ้าเราแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นส่วนจริงออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ มากขึ้นแล้ว ผลของการวิเคราะห์จะต้องเข้าใกล้หรือนำไปสู่ (converge) ผลเฉลยแม่นตรง, การสมมุติฟังก์ชันการกระจัดในหัวข้อ 3.1 จึงควรมีข้อกำหนดหรือควรมีคุณสมบัติดังนี้

1. ฟังก์ชันการกระจัดจะต้องเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องภายในเอลิเมนต์และการกระจัดระหว่างขอบเอลิเมนต์หรือระหว่างจุดต่อของเอลิเมนต์ที่ติดกันจะต้องมีค่าเท่ากัน ซึ่งฟังก์ชันพอลินอเมียลจะเป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าต่อเนื่องภายในเอลิเมนต์ตามที่ต้องการ สำหรับความหมายของส่วนที่สองก็คือ การกระจัดของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกันจะต้องไม่มีช่องว่างหรือซ้อนกัน หรือการกระจัดระหว่างเอลิเมนต์ไม่ต่อเนื่องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ฟังก์ชันการกระจัดจะต้องมีเทอมที่ให้ค่าการกระจัดของวัตถุเกร็ง (rigid body displacement) ของเอลิเมนต์อยู่ด้วย การกระจัดของวัตถุเกร็งจะเป็นการกระจัดในลักษณะการเคลื่อนที่เชิงเส้นตรง (translation) หรือการหมุน (rotation) ก็ได้ ในกรณีของปัญหามิติเดียวและฟังก์ชันการกระจัดเขียนอยู่ในรูปของพอลินอเมียล เช่นสมการ (3.8) เทอมที่ให้ค่าการกระจัดของวัตถุเกร็งก็คือ a_1 เป็นต้น

3. ฟังก์ชันการกระจัด จะต้องมีเทอมที่ให้ค่าความเครียดคงที่ (constant strain states) ของเอลิเมนต์อยู่ด้วย ทั้งที่เพราะว่าถ้าเราแบ่งชิ้นส่วนหรือโครงสร้างออกเป็นเอลิเมนต์เล็กมากๆ ค่าของความเครียดจะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ และในกรณีของปัญหาสองมิติ ถ้าสมมุติให้ฟังก์ชันการกระจัดเป็นฟังก์ชันพอลินอเมียลตามสมการ (3.9) เทอมที่จะให้ค่าความเครียด ε_x , ε_y คงที่ก็คือ เทอมที่มีสัมประสิทธิ์เป็น a_2 และ a_6 ตามลำดับ

ในกรณีที่ฟังก์ชันการกระจัดของเอลิเมนต์เป็นไปตามข้อกำหนด 1 เราจะเรียกว่าเอลิเมนต์ที่เข้ากันได้หรือเอลิเมนต์ที่ลงรอยกัน (compatible or conforming elements) ส่วนฟังก์ชันการกระจัดของเอลิเมนต์ที่เป็นไปตามข้อกำหนด 2 และ 3 เราจะเรียกว่า เอลิเมนต์บริบูรณ์ (complete)

3.12 ข้อแนะนำสำหรับการจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

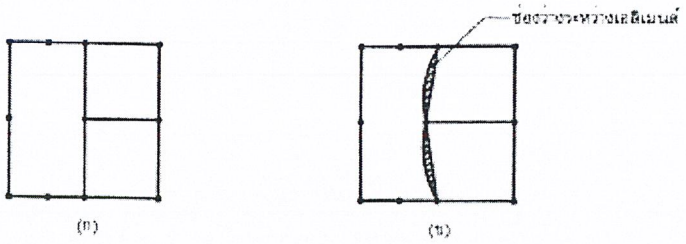
การวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ของแข็งด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เราจำเป็นต้องกำหนดแบบจำลองให้เหมือนกับรูปร่างลักษณะเดิมของปัญหาให้มากที่สุด อย่างไรก็ตามข้อเสนอแนะต่อไปนี้จะช่วยให้การกำหนดแบบจำลองมีประสิทธิภาพสูงขึ้นหรือให้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับค่าแม่นตรง หรือทำให้เชื่อมั่นได้ว่าผลการคำนวณมีความเป็นไปได้ตามสภาพการใช้งานจริงของชิ้นส่วนนั้น (ในกรณีที่ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นตรงมาเปรียบเทียบได้) ข้อเสนอแนะดังกล่าวคือ

1. ในกรณีที่แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดต่างกัน ความแตกต่างของขนาด (โดยปริมาตร) ของเอลิเมนต์ที่ติดอยู่กันไม่ควรเกินสามเท่า

2. พยายามใช้เอลิเมนต์ที่มีรูปร่างหรือสัดส่วนของรูปร่างธรรมดาๆ ให้มากที่สุดคือพยายามทำให้สัดส่วนของรูปร่างเอลิเมนต์ ด้านยาวสุดต่อด้านสั้นสุดไม่เกิน 10 : 1 เอลิเมนต์ที่มีสัดส่วนดังกล่าวใกล้เคียงกันจะให้ผลเฉลยแม่นยำขึ้น ส่วนมุมภายในเอลิเมนต์ เช่นกรณีของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม มุมไม่ควรเกิน 150° และไม่ควรน้อยกว่า 30° และจุดต่อภายในของด้านของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (ในกรณีที่จำเป็นต้องกำหนดจุดต่อภายใน) ควรอยู่ในตำแหน่งที่ไม่น้อยกว่า 1/3 ของด้านของสี่เหลี่ยม

3. การเลือกใช้เอลิเมนต์ต้องพยายามให้มีการต่อเนื่องของการกระจัดระหว่างเอลิเมนต์ อาทิเช่น ไม่ควรเชื่อมต่อเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมกำลังสองซึ่งประกอบด้วย 8 จุดต่อ เข้ากับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย 4 จุดต่อ 2 เอลิเมนต์ ตามรูป 2.21 (ก) เพราะขณะยืด/หดตัวจะเกิดช่องว่างระหว่างเอลิเมนต์ขึ้น เช่น รูป 3.21 (ข) ทั้งนี้เพราะการกระจัดของเอลิเมนต์ สี่เหลี่ยมกำลังสองและเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงเส้น, จำลองมาจากฟังก์ชันการกระจัดที่มีกำลังต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.21 การประกอบเอลิเมนต์ที่ไม่ต่อเนื่อง (ก) ก่อนการยืดตัว (ข) ขณะยืดตัวหรือหดตัวจะเกิดช่องว่าขึ้น

4. ใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กๆ ตรงบริเวณที่มีความแตกต่างของความเค้นสูง เช่น ตรงบริเวณที่คาดว่าความเค้นจะมีความเข้มสูง ส่วนบริเวณที่มีความแตกต่างของความเค้นต่ำ ควรใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น

5. การกำหนดหมายเลขจุดต่อของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ต้องพยายามให้ความกว้างแถบหรือครึ่งความกว้างแถบมีค่าน้อยสุด

6. พยายามใช้ประโยชน์จากการสมมาตรของรูปร่างโครงสร้างหรือชิ้นส่วนและการสมมาตรของโหลด เพื่อให้ได้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กที่สุด

7. การกำหนดเงื่อนไขขอบและหรือเงื่อนไขบังคับของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ จะต้องคำนึงถึงสภาพความเป็นจริงของปัญหา

3.13 หลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด

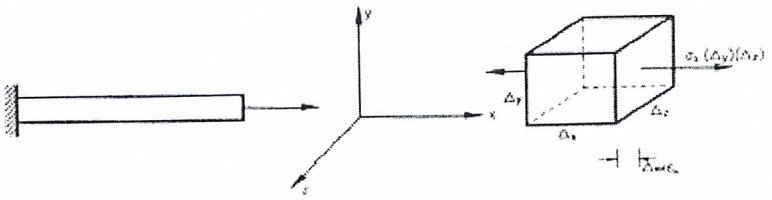
การหาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์หรือสทิฟเนสเมทริกซ์ของระบบรวม จะใช้วิธีสมดุลโดยตรงกับปัญหาทั่วๆ ไป เช่น ปัญหาของท่อนโลหะของเพลาและของคาน ส่วนปัญหาที่ซับซ้อน จำเป็นจะต้องอาศัยหลักของงานหรือพลังงาน เช่น ใช้หลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด หลักการของงานสมมุติ และวิธีการกาเลอร์คิน เป็นต้น สำหรับหัวข้อนี้จะกล่าวถึงหลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด เพื่อจะได้นำไปประยุกต์ใช้หาสทิฟเนสเมทริกซ์ของเอลิเมนต์ที่ซับซ้อน ในปัญหาต่างๆ เช่น ความเค้น – ความเครียดระนาบ, การโก่งของแผ่นโลหะและปัญหาสามมิติในกลศาสตร์ของแข็งเป็นต้น

เนื่องจากหลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุดนั้น จะใช้หาสทิฟเนสเมทริกซ์ได้เฉพาะปัญหาของวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นเท่านั้น หลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุดนั้น กล่าวว่า “ถ้าการกระจัดของระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขการต่อเนื่อง (continuity) และเงื่อนไขขอบ (boundary) ของระบบ และระบบอยู่ในสภาพสมดุลเสถียร (stable equilibrium) แล้ว พลังงานศักย์รวมที่เกิดขึ้นย่อมมีค่าน้อยที่สุด” เนื่องจากพลังงานศักย์รวม II ของวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นก็คือ ผลรวมของพลังงานความเครียด U และพลังงานศักย์จากแรงภายนอกหรืองานจากแรงภายนอก W นั้นคือ

$$II = U + W \qquad (3.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีของแท่งโลหะซึ่งมีโหลดกระทำทิศทางเดียว เช่น ทิศทาง x ตามรูป 3.22 พลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นที่ท่อนโลหะก็คือ งานที่เกิดจากแรงภายในที่ทำให้ท่อนโลหะเปลี่ยนรูปร่าง ถ้าให้ σ_x คือความเค้นในทิศทาง x ที่เกิดขึ้นในท่อนโลหะ ดังนั้นแรงภายในจะเท่ากับ



รูปที่ 3.22 ท่อนโลหะภายใต้การกระทำของโหลดในทิศทาง x

$\sigma_x(\Delta y)(\Delta x)$ และทำให้เกิดการกระจัดในด้าน x เท่ากับ $\Delta x(\varepsilon_x)$ และการกระจัดที่ด้าน x + dx จะเท่ากับ $\Delta x(\varepsilon_x + d\varepsilon_x)$ ฉะนั้นการกระจัดที่เปลี่ยนแปลงไปก็คือ $\Delta x\, d\varepsilon_x$ ซึ่ง $d\varepsilon_x$ คือการเปลี่ยนแปลงของความเครียดที่เกิดขึ้นในส่วนของความยาว Δx ดังนั้นงานเนื่องจากแรงภายในหรือพลังงานความเครียด dU ก็คือผลคูณของแรงภายในและการกระจัดที่เกิดขึ้นนั่นคือ

$$dU = \sigma_x(\Delta y)(\Delta z)(\Delta x)d\varepsilon_x \tag{3.15}$$

ให้ $(\Delta y)(\Delta z)(\Delta x) = dV$ = ปริมาตรที่มีค่าน้อย และพลังงานความเครียดรวมตลอดความยาวของท่อนโลหะคือ

$$U = \int_V \left[\int_0^{\varepsilon_x} \sigma_x d\varepsilon_x \right] dV \tag{3.16}$$

สำหรับวัสดุที่เป็นไปตามกฎของฮุก, $\sigma_x = E\varepsilon_x$ ดังนั้น

$$U = \int_V \left[\int_0^{\varepsilon_x} E\varepsilon_x d\varepsilon_x \right] dV = \frac{1}{2}\int_V (E\varepsilon_x^2) dV = \frac{1}{2}\int_V \sigma_x \varepsilon_x dV \tag{3.17}$$

สมการ (3.17) คือสมการของพลังงานความเครียดของปัญหามิติเดียว ส่วนพลังงานศักย์จากแรงภายนอก จะมีเครื่องหมายตรงข้างกับงานภายนอกทั้งนี้เพราะพลังงานศักย์จากแรงภายนอกก็คือ งานที่สูญเสียไปจากแรงภายนอกซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W = -\int_V X_b u dV - \int_S T_x u dS - \sum_{i=1}^{M} f_{ix} d_{ix} \tag{3.18}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

X_b ในเทอมแรกของสมการ (3.18) คือ แรงเนื่องจากมวลของท่อนโลหะ ซึ่งมีหน่วยเป็นแรงต่อปริมาตร, T_x ในเทอมที่สองคือ โหลดที่ผิวหรือแรงดึงผิว มีหน่วยเป็นแรงต่อพื้นที่ และ f_{ix} คือแรงกระทำที่จุดต่อที่ปลาย (ดูรูป 3.23) ในทิศทาง x, u คือการกระจัดในทิศทาง x ส่วน V คือ ปริมาตรของท่อนโลหะ และ S คือพื้นที่ผิวที่สัมผัสกับโหลด T_x , และ d_{ix} คือการกระจัดที่จุดต่อที่แรง f_{ix} กระทำ

รูปที่ 3.23 แรงกระทำบนท่อนโลหะ

จากสมการ (3.16) และ (3.18) พลังงานศักย์รวม II คือ

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_V \sigma_x \varepsilon_x dV - \int_V X_b u dV - \int_S T_x u dS - \sum_{i=1}^{M} f_{ix} d_{ix} \qquad (3.19)$$

เพื่อที่จะหาค่าพลังงานศักย์รวมต่ำสุด เราจะให้อนุพันธ์ย่อยของพลังงานศักย์รวม II เทียบกับ d_{ix} มีค่าเท่ากับศูนย์ นั้นคือ

$$\frac{\partial \Pi}{\partial d_{ix}} = 0, i = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad (3.20)$$

ซึ่งสมการ (3.20) จะประกอบด้วย n สมการ ในเทอมของค่า d_i ซึ่งเป็นตัวกำหนดการสมดุลย์สถิตของท่อนโลหะหรือโครงสร้าง การประยุกต์ใช้หลักของพลังงานศักย์รวมต่ำสุดกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อจะหาสมการสมดุลของไฟไนต์เอลิเมนต์ และหาค่าสทิฟเนสเมทริกซ์ของระบบดูได้จากบทที่ 3, 4 และ 5 เป็นต้น

3.14 วิธีของกาเลอร์คิน

วิธีของกาเลอร์คินเป็นอีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้หาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งจะนิยมใช้หาสมการของระบบที่ไม่ใช่โครงสร้าง เช่น ระบบการถ่ายเทความร้อน การไหลของของไหล เป็นต้น วิธีของกาเลอร์คินนั้นจะใช้เวทเรซิดิวที่เหมาะสมซึ่งอาจจะเป็นฟังก์ชันโดยประมาณของตัวแปรอิสระ เช่น การกระจัดหรืออุณหภูมิ คูณเข้ากับสมการเชิงอนุพันธ์ของระบบ โดยทั่งไปฟังก์ชันโดยประมาณจะไม่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ จึงทำให้มีเรซิดิว R หรือเศษเหลือขึ้น ตัวอย่างเช่น ถ้าให้สมการของระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int RdV = \text{ค่าน้อยสุด} \tag{3.21}$$

หลักการของวิธีก็คือ ทำอย่างไรจะให้เศษเหลือมีค่าน้อยสุด เช่น ถ้าสมมุติให้เวทฟังก์ชัน W ทำให้เศษเหลือเท่ากับศูนย์ สมการทั่วๆ ไปของเวทเรซิดิวก็คือ

$$\int_V RWdV = 0 \tag{3.22}$$

ในกรณีของกาเลอร์คินนั้น เราจะให้เวทเรซิดิวเป็นฟังก์ชันประมาณภายใน (interpolation functions) หรือฟังก์ชันรูปร่าง (shape functions) ของเอลิเมนต์ เช่น ค่า N_i เป็นฟังก์ชันรูปร่างของเอลิเมนต์ ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระของสมการเชิงอนุพันธ์ (โดยทั่งไปถ้าแทน N_i ลงในสมการแล้ว เรซิดิว R จะไม่เท่ากับศูนย์) ดังนั้นสมการ (3.22) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\int_V RN_i dV = 0,\ i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{3.23}$$

สมการ (3.23) จะประกอบด้วย n สมการ โดยที่ไม่ต้องระบุหรือกำหนดเงื่อนไขขอบ แต่หลังจากอินทิเกรต สมการ (3.23) จะต้องระบุเงื่อนไขขอบตามลักษณะของปัญหา

ในกรณีของท่อนโลหะรับแรงตามแนวแกน x, เช่น f_{1x}, f_{2x} และ u_1, u_2 คือการกระจัดในทิศทาง x ที่จุดต่อ 1 และ 2 ค่าวัสดุเป็นไปตามกฎของฮุก, $\sigma_x = E\varepsilon_x$ และ

รูปที่ 3.24 ท่อนโลหะรับแรงตามแนวแกน

เพราะว่า $\varepsilon_x = du/dx$ ดังนั้น $\sigma_x = Edu/dx$ ถ้าคานอยู่ในสภาพสมดุลผลรวมของแรงภายในจะเท่ากับค่าคงที่หรือ $A\sigma_x$ = ค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{d}{dx}(A\sigma_x) = 0 \tag{3.24}$$

A คือ พื้นที่หน้าตัดของท่อนโลหะ สมการเชิงอนุพันธ์ของท่อนโลหะในรูป 3.23 คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dx}(AE\frac{du}{dx}) = 0 \tag{3.25}$$

ถ้าพิจารณาสมการ (3.21), (3.22) และสมการ (3.25) จะเห็นว่า

$$R = \frac{d}{dx}(AE\frac{du}{dx})$$

ดังนั้นสมการกาเลอร์คิน (3.23) ของท่อนโลหะเขียนได้

$$\int_0^L \frac{d}{dx}(AE\frac{du}{dx})N_i dx = 0 \tag{3.26}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

OPTIMUM DESIGN

ในการออกแบบชุดโครงสร้างแขนกลยกขยะ นอกจากรูปแบบที่ทำให้สามารถใช้งานได้ตามจุดประสงค์ตามต้องการแล้ว ยังมีอีกส่วนหนึ่งซึ่งคนพิจารณาคือ ขนาดของแขนแต่ละชิ้นคือควรจะให้มีขนาดเล็กที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ โดยยังคงไว้ซึ่งรูปแบบที่สามารถใช้ตามจุดประสงค์และความสามารถในการรองรับภาระที่เกิดขึ้นได้หลังจากได้พิจารณาในส่วนของรูปแบบชุดยกขยะด้วยวิธี Graphical แบบ 3 positions ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่แล้ว ในบทนี้เราทำการพิจารณาในส่วนของน้ำหนักของแขนกลซ้ำ การออกแบบชิ้นงานนี้เราจะพยายามให้น้ำหนักรวมของชุดยกมีค่าน้อยที่สุดเมื่อพิจารณาสมการของแขนกลดังสมการ

4.1 OBJECTIVE FUNCTION และ CONSTRAINTS

$$\text{Objective Mass} = \rho * B * H * L \tag{4.1}$$

$$\text{Design Variables } B > 0 \tag{4.2}$$

$$H > 0 \tag{4.3}$$

$$H \geq 2B \tag{4.4}$$

$$\text{Constrain } \sigma_{von} \leq \left(\frac{\sigma_{yield}}{S.F.} \right) \tag{4.5}$$

โดย ρ = ความหนาแน่นของวัสดุ

B = ความกว้างของพื้นที่หน้าตัด

H = ความสูงของพื้นที่หน้าตัด

L = ความยาวของแขนยก

$S.F.$ = SAFETY FACTOR = 3

หากต้องการให้โครงสร้างแขนกลมีน้ำหนักน้อยที่สุด เราควรทำให้ทุกๆตัวแปรทางขวามือของสมการ OBJECTIVE มีค่าน้อยที่สุดแต่ในการออกแบบให้สามารถเคลื่อนที่ได้ตามจุดประสงค์นั้น เราจำเป็นต้องกำหนดความยาวเป็นค่าคงที่และการใช้งานจริง เราเลือกที่จะใช้โลหะชนิดเดียวกันจึงทำให้ค่าความหนาแน่นของโลหะเป็นค่าคงที่เช่นกัน ดังนั้นตัวแปรที่ยังเหลืออยู่ของสมการที่จะทำให้น้ำหนักแขนน้อยสุด คือ ความกว้าง ความสูงของแขนกล

สำหรับความเสียหายที่อาจเกิดขึ้นในชิ้นงาน เมื่อชิ้นงานได้รับแรงกระทำอาจเกิดความเค้นมากกว่าหนึ่งชนิดพร้อมกันในชิ้นส่วนเดียว เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นต้องสามารถรวมความเค้นเหล่านี้เข้าด้วยกันเรียกว่า ความเค้นผสม (COMBINED STRESS) เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณหาขนาดของชิ้นงานการที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถหาความเค้นผสมได้อย่างเดียวอาจไม่มีรากฐานเพียงพอที่จะนำไปใช้อธิบายถึงเหตุที่ชิ้นงาน แตก หักหรือเกิดความเสียหายขึ้นทั้งนี้เพราะความเค้นที่เกิดขึ้นมีหลายชนิดพร้อมๆกัน ด้วยเหตุนี้จึงมีผู้พยายามเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่สามารถทดสอบได้ เช่น ความต้านแรงดึง ความต้านแรงดึงคราก หรือความเครียดที่ได้จากการทดสอบแรงดึงของวัสดุธรรมดา ทฤษฎีเหล่านี้มีหลายทฤษฎีด้วยกัน ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีความเสียหาย ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงทฤษฎีความเค้นเฉือน ออกตะฮีดรัล

4.2 ทฤษฎีความเค้นเฉือนออกตะฮีดรัล

ทฤษฎีความเค้นเฉือนออกตะฮีดรัล (OCTAHEDRAL SHEAR STRESS THEORY) และทฤษฎีพลังงานแปรรูป(DISTORTION ENERGY THEORY)ให้ผลในการคำนวณเหมือนกัน แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะทฤษฎีความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลเท่านั้น

ในทางทฤษฎีพลาสติกซิตี้ (PLASTICITY) มักจะเรียกชื่อทฤษฎีนี้ว่า ทฤษฎีของ VON MISES หรือ HUBER-HENCKY CRITERION ทั้งนี้เพื่อเป็นเกียรติแก่บุคคลผู้คิดค้นทฤษฎีนี้ขึ้นมาใช้

ระนาบออคตะฮีดรัล (OCTAHEDRAL) หมายถึงระนาบที่เอียงทำมุมกับทิศทางของความเค้นหลักทั้งสามเท่านั้น เช่น ระนาบ ABC ดังรูปที่ 4.5 ทิศทางโคไซน์ (DIRECTIONAL COSINE) ของระนาบนี้มีค่าเท่ากับ $1/\sqrt{3}$ และความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัล τ_{oc} ทฤษฎีนี้กล่าวว่า

วัสดุจะเกิดความเสียหายเมื่อความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลในวัสดุมีค่าเท่ากับความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลที่ได้จากการทดสอบแรงดึงชิ้นทดสองขณะถึงจุดคราก

ในกรณีที่ชิ้นส่วนอยู่ภายใต้ความเค้นสามมิติ ค่าความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลคือ

$$\tau_{oc} = \frac{1}{3}\left[\left[\sigma_1 - \sigma_2\right]^2 + \left[\sigma_2 - \sigma_3\right]^2 + \left[\sigma_3 - \sigma_1\right]^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.6}$$

.ในการทดสอบแรงดึง ความเค้นหลัก σ_2 และ σ_3 เท่ากับศูนย์ และเมื่อถึงจุดคราก ความเค้นหลัก $\sigma_1 = \sigma_2$ ดังนั้นความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัล จะหาได้จากสมการที่(5) โดยให้ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ และ $\sigma_1 = \sigma_y$ นั่นคือ

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_y = 0.471\sigma_y \tag{4.7}$$

จากทฤษฎีนี้ความเสียหายหรือการคราก จะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อ $\tau_{oc} = \tau$ นั่นคือเมื่อ

$$2\sigma_y^2 = \left[\sigma_1 - \sigma_2\right]^2 + \left[\sigma_2 - \sigma_3\right]^2 + \left[\sigma_3 - \sigma_1\right]^2 \tag{4.8}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะพบว่าในการออกแบบเราจำเป็นต้องกำหนดเงื่อนไขว่าความเค้นผสมที่เกิดขึ้นที่มีค่ามากที่สุดในชิ้นงานจะต้องมีค่าน้อยกว่า ค่าความเค้นเสียหายของวัสดุ ดังนั้นสมการเงื่อนไขของการออกแบบสำหรับทฤษฎีความเค้นเฉือนออคตะฮีดรัลคือ

$$\text{COMBINED STRESS MAXIMUM} < \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{\sigma_y}{N} \quad \text{เมื่อ N = SAFETY FACTOR} \tag{4.9}$$

4.3 ระเบียบวิธี COMPLEX METHOD

เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้เพื่อหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่เราต้องการ MINIMIZE ซึ่งมีหลักการคือ การสะท้อนจากค่าที่มีเพื่อไปยังค่าใหม่ที่มีคุณสมบัติเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตแต่มีขนาดพื้นที่หน้าตัดน้อยกว่า ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานเพื่อทำการลดค่าของฟังก์ชันนั้น วิธีการ COMPLEX จะถูกนำมาใช้โดยกำหนดให้ฟังก์ชันที่ต้องการลดคือ

$$Minimize \quad f(\vec{X}) = Mass = \rho \times B \times H \times L \tag{4.10}$$

โดยมีเงื่อนไขการออกแบบคือ

1. $g(\vec{X}) \le 0$ คือ VON MISES STRESS ที่เกิดขึ้นจะต้องน้อยกว่าที่กำหนดในที่ทดลองเลือกเหล็กที่มี YIELD STRESS = 2 โดย VON MISES STRESS ที่เกิดขึ้นในชิ้นงานจะต้องไม่เกิน $\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{\sigma_y}{N}$ ของวัสดุคือไม่เกิน 55 N/mm^2
2. เงื่อนไขขอบเขตของระบบจะถูกกำหนดให้ขนาดของความกว้างและยาวของแผนอยู่ในช่วง $10 \le B \le 200$ และ $60 \le H \le 400$ (mm)

4.3.1 ขั้นตอนการทำงาน

1. หาค่าจุดเริ่มต้นจำนวน $k \ge n+1$ จุด (n คือจำนวนตัวแปร) โดยจะต้องเลือกตัวแรกที่เป็นไปตามเงื่อนไขของการออกแบบส่วนอีก $k-1$ จุดจะหาได้จากการใช้ RANDOM NUMBER ในช่วง 0 ถึง 1

$$\vec{X} = \vec{X}_1 + r(\vec{X}_u - \vec{X}_l) \tag{4.11}$$

โดยจุดอีก $k-1$ จุดจะถูกสร้างขึ้นโดยจะสอดคล้องกับสมการเงื่อนไขขอบเขต ถ้า $\vec{X_j}$ สุ่มมายังคง VIOLATE ก็ให้เลื่อนไปอีกครั้งหนึ่งของระยะห่างจากจุดนั้นถึง CENTROID จนกว่าจะได้จุด $\vec{X_j}$ ที่ SATISFY ทุก CONSTRAINT ด้วยวิธีการดังกล่าวจะสามารถสร้างพื้นผิวได้

2. ค่ายอด ($\vec{X_h}$) คือค่า $\vec{X}$ ที่ทำให้ค่าฟังก์ชันมีค่าสูงสุดซึ่งจะนำไปสู่การหาค่าจุด $\vec{X}$ จุดใหม่ ($\vec{X_r}$) โดย

$$\vec{X_r} = (1+\alpha)\vec{X}_o - \alpha\vec{X}_h \tag{4.12}$$

โดย $\alpha \ge 1$ และ $\vec{X_o}$ คือ CENTROID ของทุกๆค่า X ยกเว้น X_h

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. เมื่อได้จุด $\overrightarrow{X_r}$ โดย $\overrightarrow{X_r}$ จะต้อง SATISFY CONSTRAINT และ $f\left(\overrightarrow{X_r}\right) < \left(\overrightarrow{X_h}\right)$ แล้ว $\overrightarrow{X_h}$ จะถูกแทนที่โดย $\overrightarrow{X_r}$ แล้วเราก็เริ่มทำ STEP 2 ต่อไปแต่ว่า $f\left(\overrightarrow{X_r}\right)$ มีค่ามากกว่า $f\left(\overrightarrow{X_h}\right)$ แล้วเราก็จะลดค่า α ในสมการที่ 8 ลงด้วย FACTOR=2 ได้รับการทดสอบว่า SATISFY กับความสัมพันธ์ $f\left(\overrightarrow{X_r}\right) < \left(\overrightarrow{X_h}\right)$ ค่า $f\left(\overrightarrow{X_r}\right)$ ยังคงมากกว่า $f\left(\overrightarrow{X_h}\right)$ อยู่ก็ให้ลดลงเรื่อยๆจนกว่าจะมีค่าน้อยจนถึง 10^{-6} ถ้ายังไม่ได้อีกก็ให้ใช้ $\overrightarrow{X_p}$ ซึ่งมีค่ามากเป็นอันดับ 2 รองลงมาจาก $\overrightarrow{X_h}$

4. ถ้าจุด $\overrightarrow{X_r}$ VIOLATE CONSTRAINT ก็ให้เคลื่อนจุดเข้ามาครั้งหนึ่งของระยะระหว่าง CENTRIOD $\left(\overrightarrow{X_o}\right)$ กับจุด $\overrightarrow{X_r}$ ที่ VIOLATE CONSTRAINT ดังสมการ

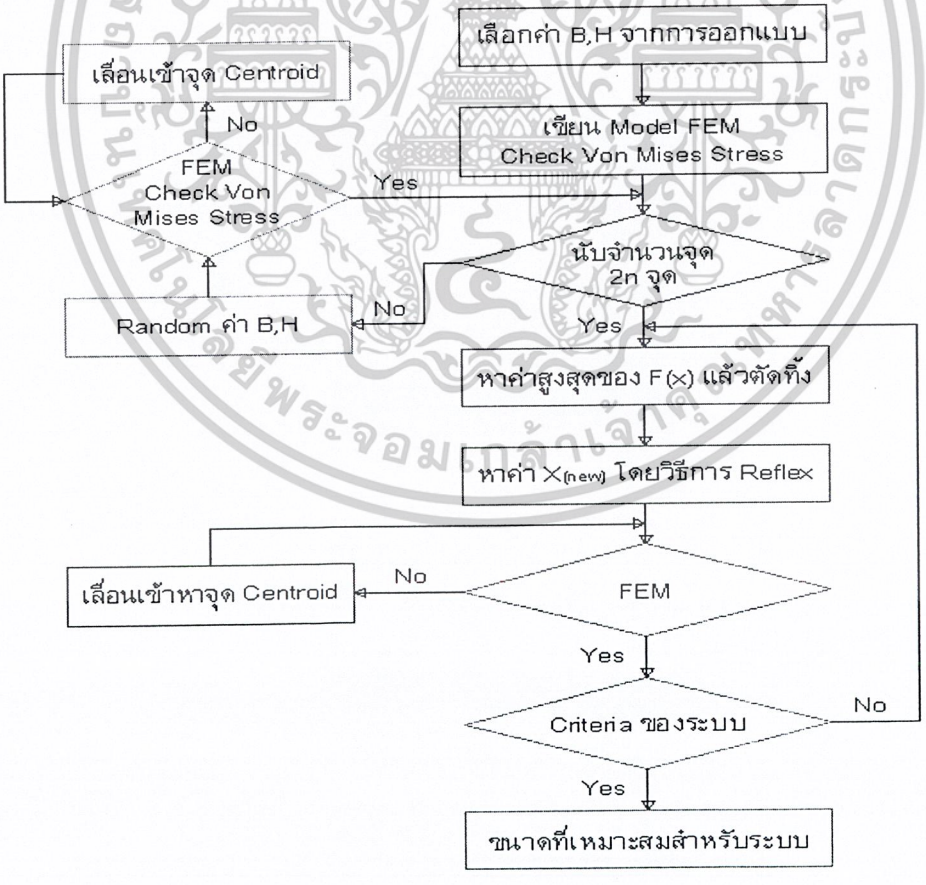
$$\left(\vec{X}_r\right)_{new} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{X_o} + \overrightarrow{X_r}\right) \tag{4.13}$$

5. กำหนด CRITERIA ของการหาค่าโดย

$$\left\{\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}\left(f\left(\vec{X}\right) - f\left(\vec{X}_j\right)\right)\right\}^2 \leq \varepsilon \tag{4.14}$$

โดย $\vec{X}$ = CENTROID OF ALL THE K VERTICES

ε = SPECIFIC SMALL NUMBER



รูปที่ 4.1 แสดง FLOW CHART ของระเบียบวิธี COMPLEX METHOD

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
การสร้างรูปร่างของโครงสร้างชุดแขนกล

5.1 รูปร่างของโครงสร้าง

ลักษณะของโครงสร้างของชุดแขนกลยกถังขยะประกอบกันขึ้นจากชิ้นส่วนหลายชิ้นซึ่งทำหน้าที่สัมพันธ์กันก่อให้เกิดการเคลื่อนที่ตามที่ต้องการ

การสร้างรูปร่างของโรงสร้างนั้นจะทำการสร้างแบบแยกชิ้นส่วนกันเพื่อความสะดวกในการสร้างรูปร่าง เนื่องจากแขนแต่ละชิ้นมีความอิสระต่อกันในการคำนวณหาแรงที่เกิดขึ้น

ค่าเริ่มต้นของโครงสร้างที่เพียงพอในการสร้างรูปร่าง คือ

1. ความกว้างของพื้นที่หน้าตัด
2. ความสูงของพื้นที่หน้าตัด

ค่าเริ่มต้นที่เรากำหนดให้กับการสร้างรูปร่าง คือ

1. ความยาวของแขนแต่ละชิ้น

โดยความกว้างและความสูงของพื้นที่หน้าตัดของแต่ละชิ้นส่วนจะแตกต่างกันเนื่องจากแรงที่เกิดขึ้นในแต่ละชิ้นส่วนต่างกัน ส่วนความยาวจะถูกกำหนดเป็นค่าคงที่เพราะความยาวจะมีผลต่อลักษณะการเคลื่อนที่ของโครงสร้าง

5.2 ขั้นตอนการสร้างรูปร่าง

การสร้างรูปร่างของชิ้นส่วนเราจะสร้างเป็นแบบ 3 มิติ คือมีทั้งความกว้าง ความยาว และความสูง ขั้นตอนการสร้างชิ้นส่วน แบ่งออกเป็นขั้นตอน คือ

1. การออกแบบชุดโครงสร้าง
2. การสร้าง NODE ของชิ้นส่วน
3. การสร้าง ELEMENT ของชิ้นส่วน

5.3 การสร้าง NODE

ในการสร้าง NODE อาศัยโปรแกรม MATLAB เนื่องจากสามารถตั้งค่าที่ต้องการในรูปของตัวแปร สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้รวดเร็ว และสามารถเชื่อมข้อมูลเข้ากับโปรแกรม ABAQUS ได้

5.3.1 ขั้นตอนการสร้าง NODE

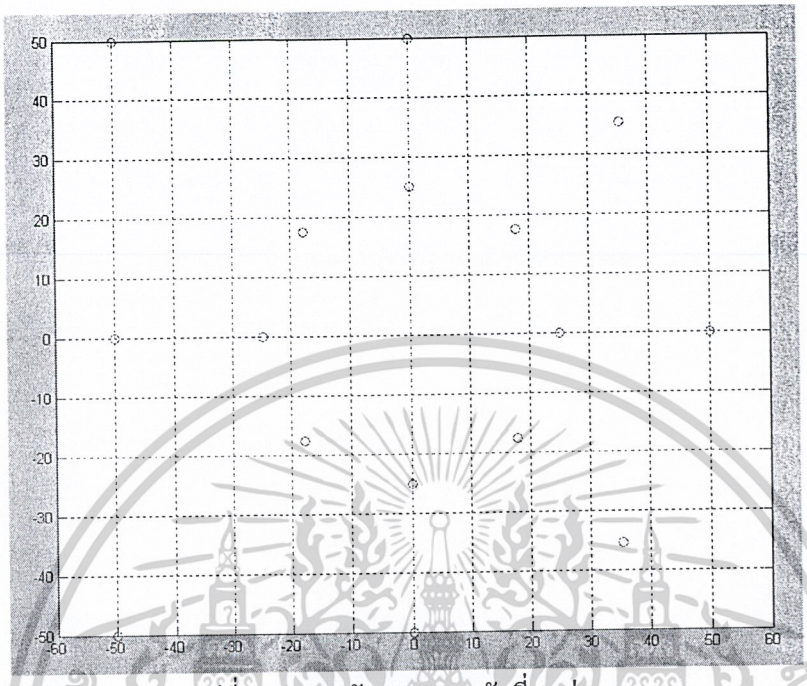
1. เมื่อทราบขนาดของชิ้นส่วนต่างๆแล้ว ให้ทำการแยกออกเป็นรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐานก่อน
2. ทำการสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐานแต่ละรูปแยกออกจากกัน
3. สร้างรูปใน 2 มิติ กำหนดเป็นพิกัด (x, y)โดย
    1) วัดขนาดของรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐาน
    2) สร้างพิกัดที่มุมหลักต่างๆก่อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

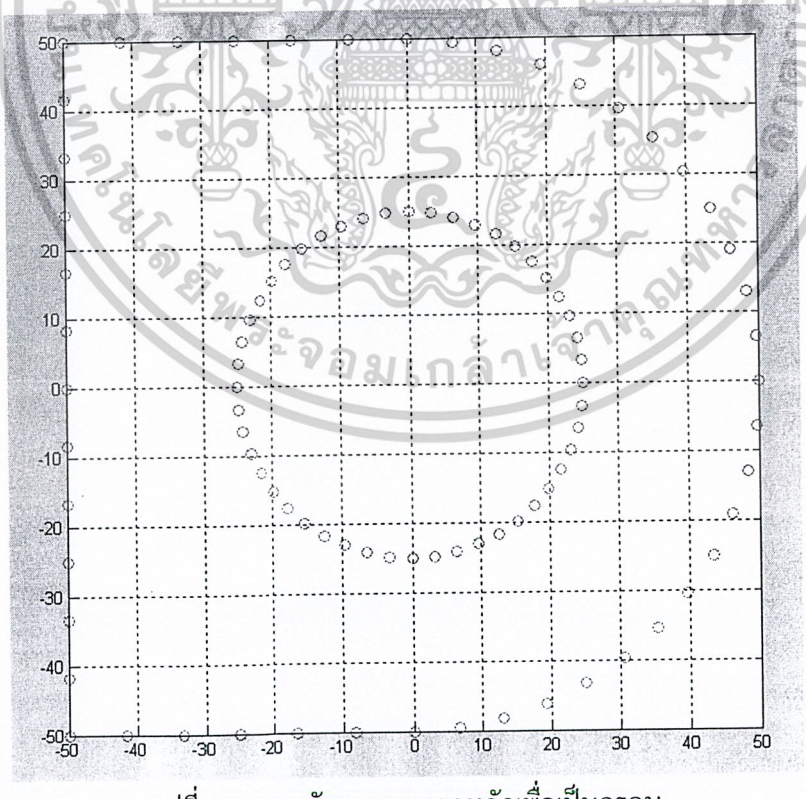
3) สร้างจุดหลักโดยรอบเพื่อทำกรอบของชิ้นงาน

4) ทำ LOOP ให้เพื่อให้สร้างจุดต่างๆระหว่างจุดหลัก

4. ทำการคัดลอกรูปใน 2 มิติให้เป็น LAYER เพื่อเพิ่มมิติความลึก

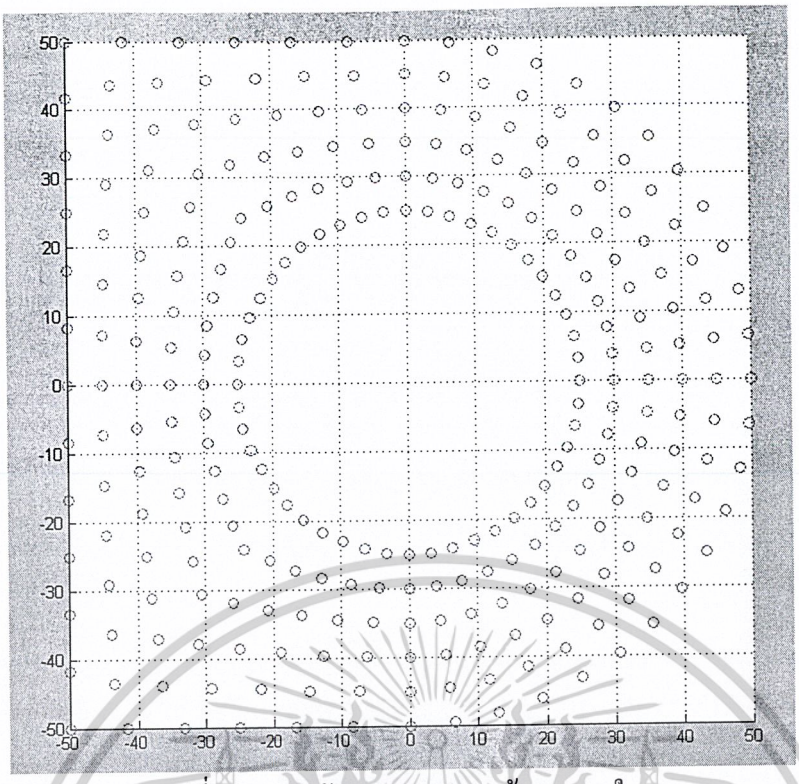


รูปที่ 5.1 แสดงลักษณะจุดหลักที่มุมต่างๆ

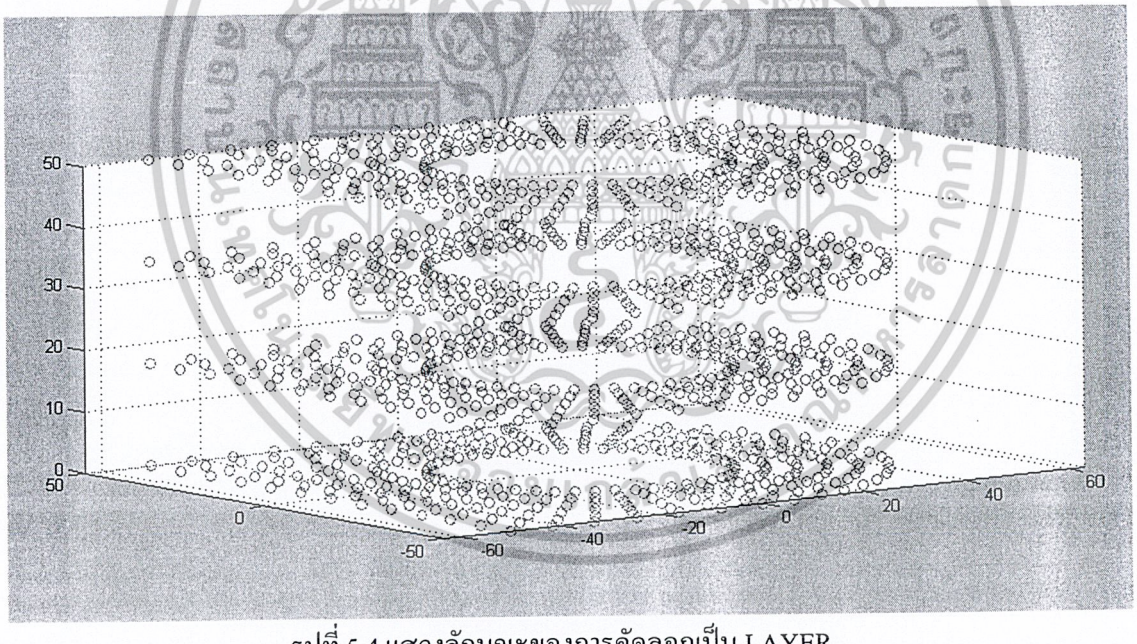


รูปที่ 5.2 แสดงลักษณะของจุดหลักเพื่อเป็นกรอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.3 แสดงลักษณะของการสร้างจุดภายใน



รูปที่ 5.4 แสดงลักษณะของการคัดลอกเป็น LAYER

เมื่อเราได้รูปร่างในลักษณะ 3 มิติของ NODE ต่างๆแล้ว แต่ว่ารูปร่างเหล่านี้ยังเป็นเพียงแค่จุดแต่ละจุดมาเรียงต่อกันเท่านั้น ยังไม่ใช่ ELEMENT ที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณได้

NODE ต่างๆภายในแกน 3 มิติ เราจะต้องกำหนดชื่อให้แต่ละ NODE เพื่อที่จะใช้ในการอ้างอิงพิกัด (x, y, z) โดยทั่วไปเราจะกำหนดชื่อของแต่ละ NODE เป็น "หมายเลข NODE No." เรียงต่อกันไปตั้งแต่ NODE แรกจนถึง NODE สุดท้าย เพื่อง่ายต่อการนำไปใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 การสร้าง ELEMENT

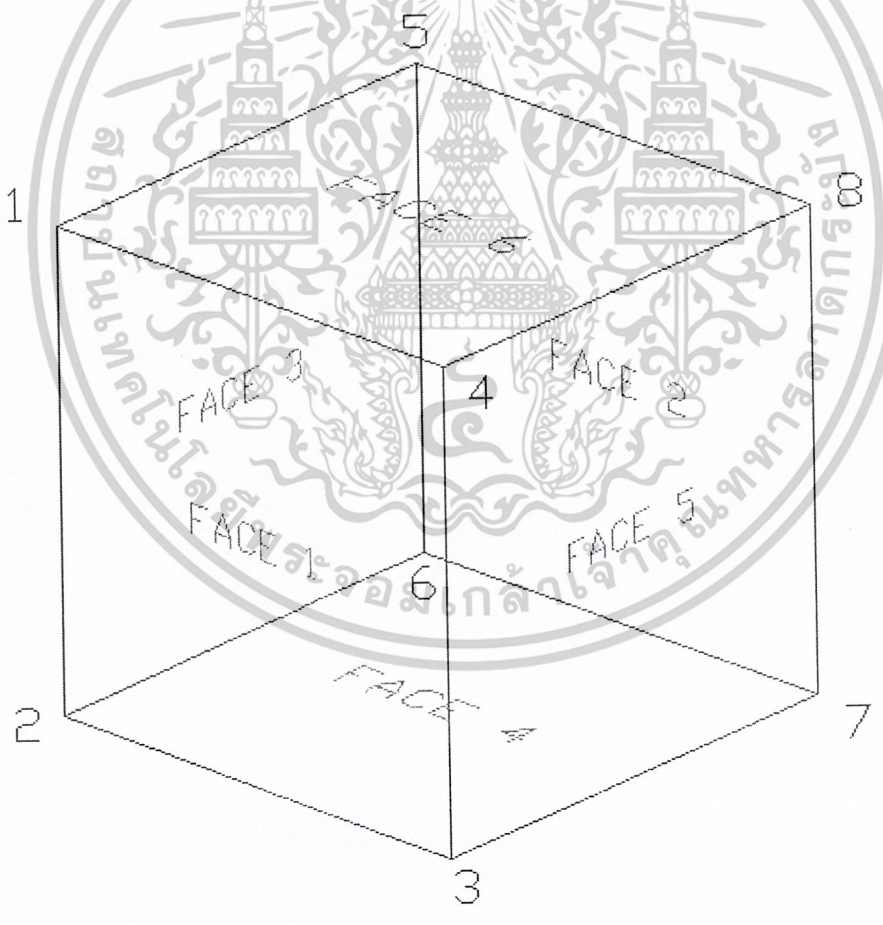
การสร้าง ELEMENT เพื่อใช้ในการวิเคราะห์หา “ความเค้น STRESS” ที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงาน โดยจะทำการแบ่งชิ้นงานออกเป็น ELEMENT ย่อยๆเพื่อดูว่าที่ ELEMENT ใดเกิดความเค้นมากที่สุด นั่นคือมีโอกาสเสียหายมากที่สุด

ดังนั้นที่ ELEMENT แต่ละชิ้นจะรับค่าความเค้นแตกต่างกันขึ้นอยู่กับตำแหน่งของแรงที่กระทำบนชิ้นงานและลักษณะรูปร่างของชิ้นงานแต่ละชิ้น

การสร้าง ELEMENT แต่ละอันจะสร้างมาจาก NODE ที่สร้างไว้ตอนแรก โดยการสร้าง ELEMENT ทำตามหลักการคำนวณทาง FINITE ELEMENT (ABAQUS PROGRAM)

5.4.1 ลักษณะของ ELEMENT

1. เป็น ELEMENT แบบ 8 NODES โดยการเก็บค่า NODE จะเก็บแบบทวนเข็มนาฬิกา
2. ELEMENT เป็นแบบ SOLID ELEMENT (C3D8I) (REDUCED INTEGRATION)
3. ELEMENT เป็นทรงลูกบาศก์ประกอบด้านด้านทั้งหมด 6 ด้าน โดยด้านต่างๆจะขึ้นอยู่กับ NODE No. ที่จัดเรียงกัน



รูปที่ 5.5 แสดงลักษณะของ ELEMENT แบบ C3D8I

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4.2 ผิวหน้าของ ELEMENT มีผิวหน้าทั้งหมด 6 ด้าน คือ

1. ด้านที่ 1 ประกอบด้วย NODE คือ 1, 2, 3, 4
2. ด้านที่ 2 ประกอบด้วย NODE คือ 5, 6, 7, 8
3. ด้านที่ 3 ประกอบด้วย NODE คือ 1, 2, 6, 5
4. ด้านที่ 4 ประกอบด้วย NODE คือ 2, 3, 7, 6
5. ด้านที่ 5 ประกอบด้วย NODE คือ 4, 3, 7, 8
6. ด้านที่ 6 ประกอบด้วย NODE คือ 1, 4, 8, 5

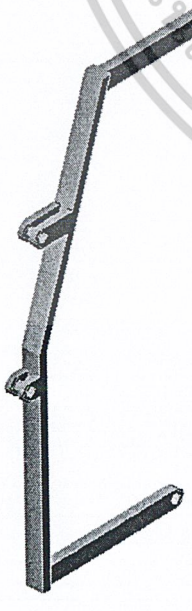
โดยด้านทั้งหมดจะต้องเรียงลำดับของ NODE ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเท่านั้น เพื่อให้เป็นไปตามข้อกำหนดของการคำนวณทาง FINITE ELEMENT (ABAQUS PROGRAM)

เมื่อสร้าง ELEMENT เสร็จแล้วทำการกำหนดชื่อให้กับ ELEMENT แต่ละอันเพื่อใช้ในการอ้างอิงเวลาที่คำนวณค่าความเครียด การกำหนดชื่อให้แก่ ELEMENT ทำในลักษณะเดียวกันกับการกำหนดชื่อให้แก่ NODE คือ กำหนดชื่อเป็น ELEMENT No.

5.5 ชิ้นส่วนของโครงสร้าง

ชิ้นส่วนของโครงสร้างที่พิจารณาประกอบด้วยชิ้นส่วน 4 ชิ้นหลักๆ ได้แก่

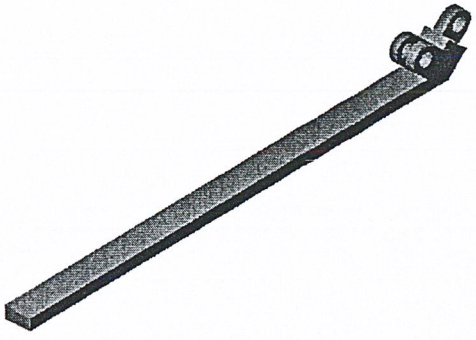
1. ARM
2. TOP ARM
3. BOTTOM ARM
4. LIFT



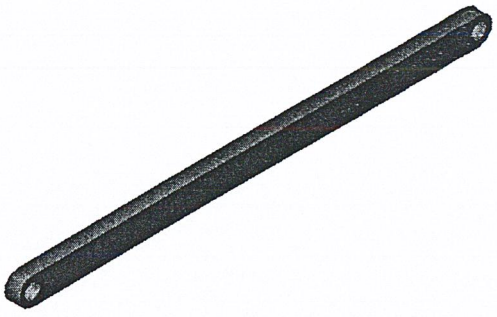
รูปที่ 5.6 แสดงลักษณะของชิ้นงาน ARM

รูปที่ 5.7 แสดงลักษณะของชิ้นงาน BOTTOM ARM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 แสดงลักษณะของชิ้นงาน LIFT



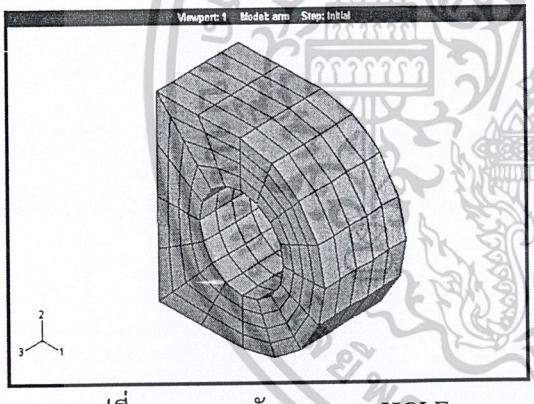
รูปที่ 5.9 แสดงลักษณะของชิ้นงาน TOP ARM

ชิ้นส่วนหลักจะประกอบจากชิ้นส่วนย่อยๆซึ่งเป็นรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐาน เพื่อความสะดวกในการสร้าง

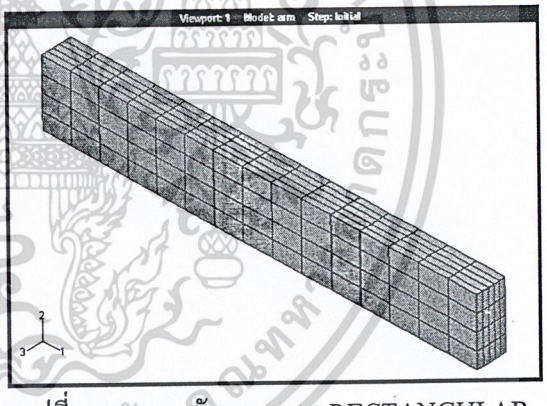
5.6 รูปทรงเรขาคณิตพื้นฐาน

ชิ้นส่วนรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐานประกอบด้วย

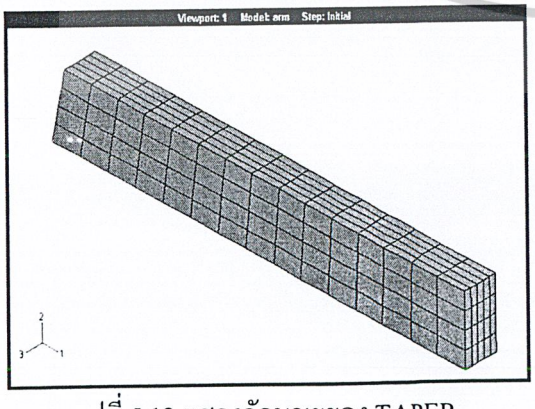
1. HOLE
2. RECTANGULAR
3. TAPER
4. CONNECTOR
5. LIFT
6. ARM



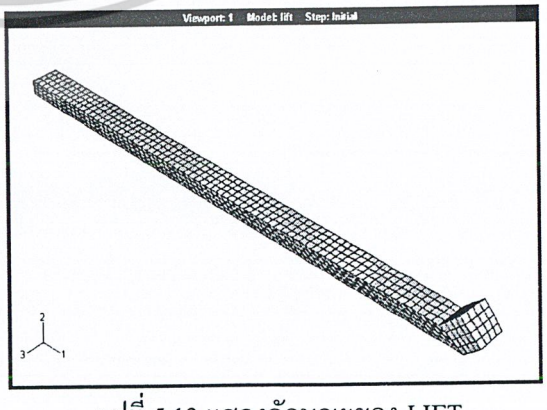
รูปที่ 5.10 แสดงลักษณะของ HOLE



รูปที่ 5.11 แสดงลักษณะของ RECTANGULAR

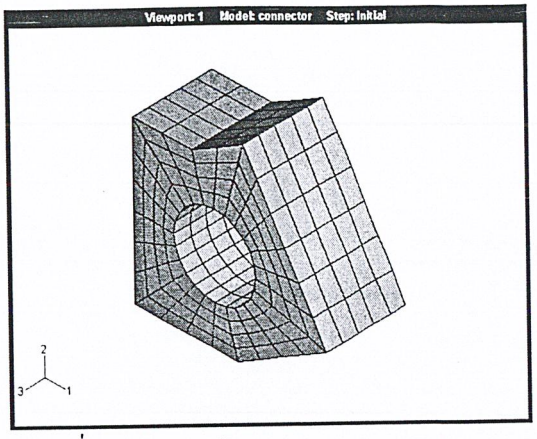


รูปที่ 5.12 แสดงลักษณะของ TAPER

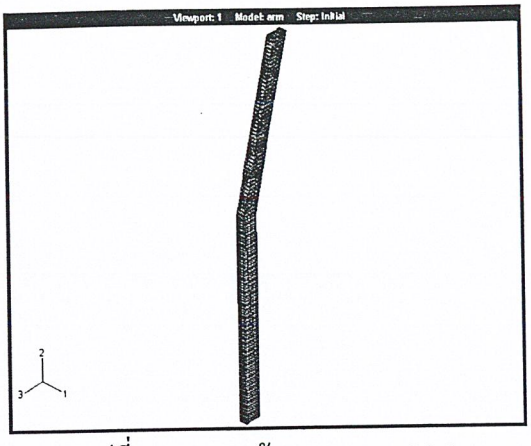


รูปที่ 5.13 แสดงลักษณะของ LIFT

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.14 แสดงลักษณะของ CONNECTOR



รูปที่ 5.15 แสดงลักษณะของ ARM

เมื่อได้รูปร่างของทรงเรขาคณิตพื้นฐานแล้ว จึงนำรูปทรงเหล่านี้มาทำการประกอบกันในเป็นรูปร่างของชิ้นส่วนของแขนโครงสร้างตามที่ต้องการ

ชิ้นแขนยกถังขยะ	ชิ้นงานรูปทรงเรขาคณิต					
	Hole	Rectangular	Taper	Lift	Connector	Arm
Arm	6	3	3	0	0	0
Top Arm	2	1	0	0	0	0
Bottom Arm	2	2	0	0	1	0
Lift	3	0	1	0	0	0

ตารางแสดงจำนวนของรูปทรงเรขาคณิตพื้นฐานต่อชิ้นงาน

เมื่อมาถึงขั้นตอนนี้ก็เป็นการเสร็จขั้นตอนการสร้างรูปร่างของโครงสร้างแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการคำนวณหาตำแหน่งที่ก่อให้เกิดแรงสูงสุดในแต่ละชิ้นงาน และการเขียนคำสั่ง INPUT FILE ให้แก่ FINITE ELEMENT PROGRAM (ABAQUS PROGRAM) ในการคำนวณหาค่าความเค้น (STRESS) ที่เกิดขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6
การคำนวณหาแรงสูงสุดภายในชิ้นงาน

โครงสร้างของชุดแขนกลยกถังขยะเป็นการเคลื่อนที่แบบ 4R-LINKAGE ดังนั้นแรงที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงานแต่ละชิ้นย่อมมีการเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งของการเคลื่อนที่ ซึ่งแต่ละชิ้นจะรับแรงแตกต่างกันในตำแหน่งต่างๆ

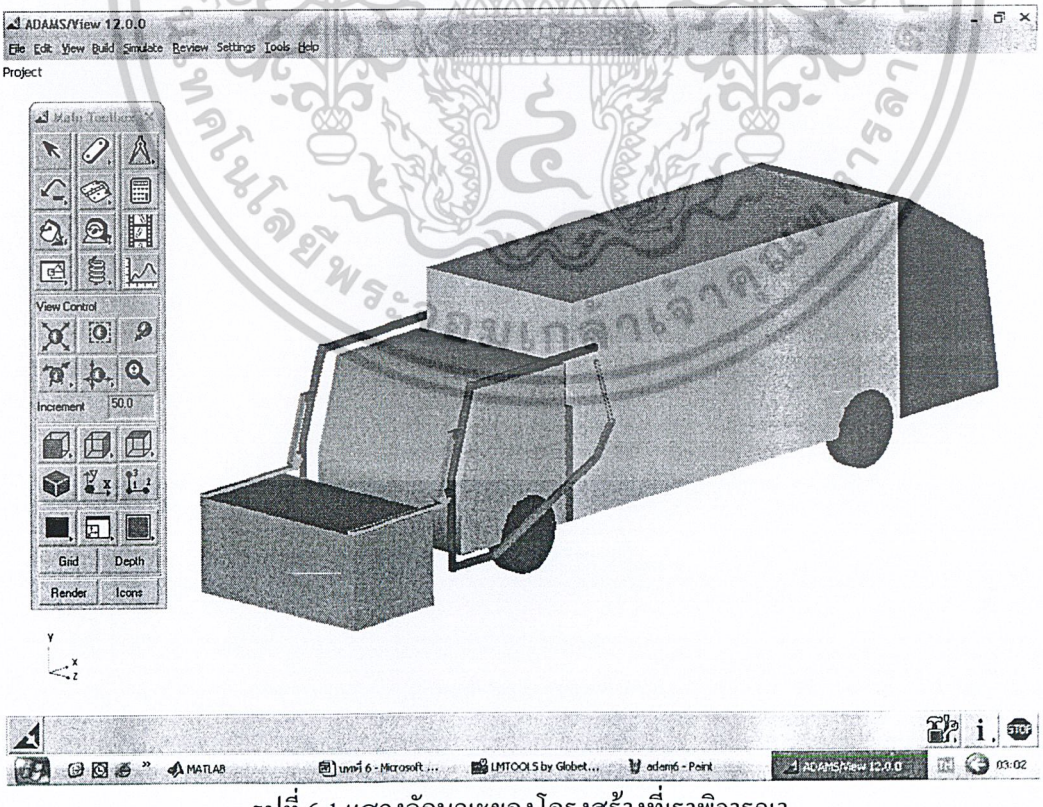
การคำนวณหาแรง เนื่องจากเป็นการเคลื่อนที่ ดังนั้นแรงที่เกิดขึ้นจึงเป็นแรงแบบ “แรงทางพลวัต DYNAMIC FORCE” แต่ในที่นี้ กำหนดให้รูปแบบของแรงที่คำนวณเป็นดังนี้

ข้อกำหนดของการคำนวณหาแรง

1. แรงที่เกิดขึ้นเป็นแรงแบบ “แรงสถิต STATICS FORCE” เนื่องจากเคลื่อนที่อย่างช้าๆ
2. โครงสร้างมีการเคลื่อนที่อย่างช้าๆ
3. ไม่คิดแรงที่เกิดเนื่องจาก MOMENT OF INTERIA

6.1 การคำนวณหาแรงสูงสุดด้วยโปรแกรม ADAMS

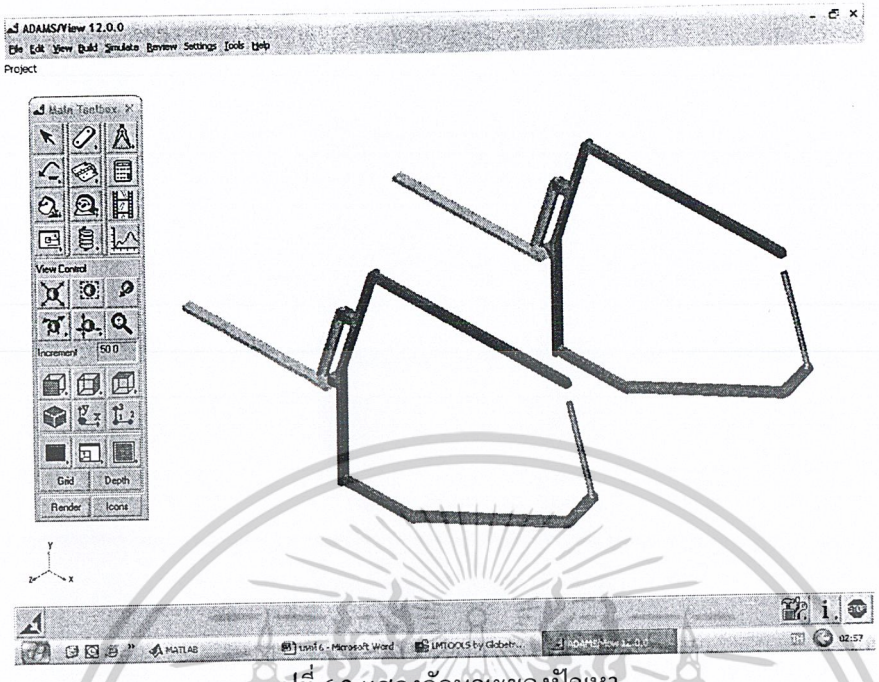
โปรแกรม ADAMS เป็นโปรแกรมสำหรับการใช้เพื่อ SIMULATION การเคลื่อนที่ใน 3 มิติ ซึ่งทำให้เรามองเห็นภาพพจน์ชัดเจนมากขึ้น อีกทั้งยังสามารถคำนวณหาแรงที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่ได้ด้วย ซึ่งแรงที่เกิดขึ้นนี้จะแปรผันกับระยะเวลาของการเคลื่อนที่



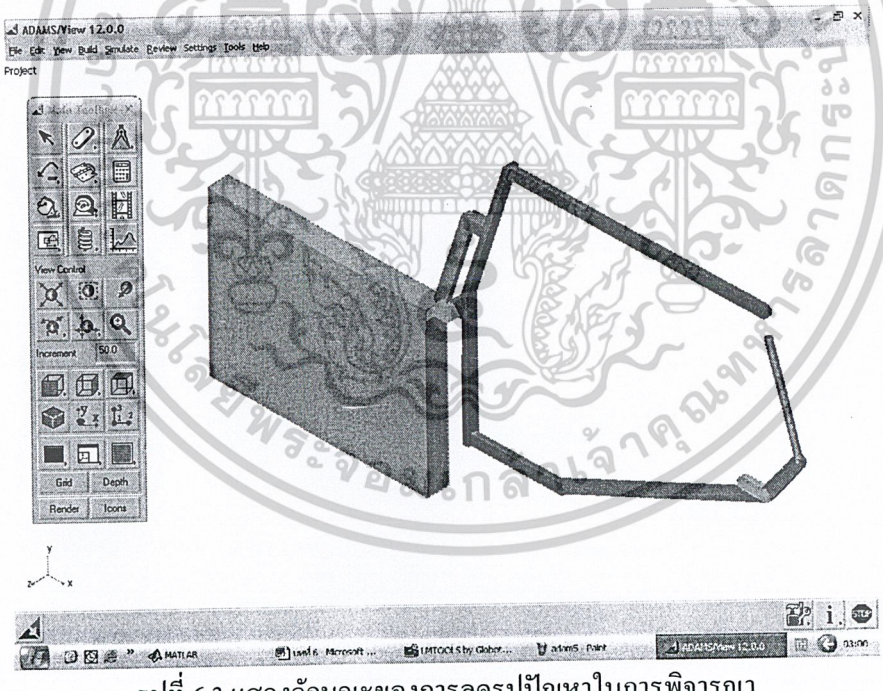
รูปที่ 6.1 แสดงลักษณะของโครงสร้างที่เราพิจารณา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 ลักษณะของปัญหาและแบบจำลอง



รูปที่ 6.2 แสดงลักษณะของปัญหา



รูปที่ 6.3 แสดงลักษณะของการลดรูปปัญหาในการพิจารณา

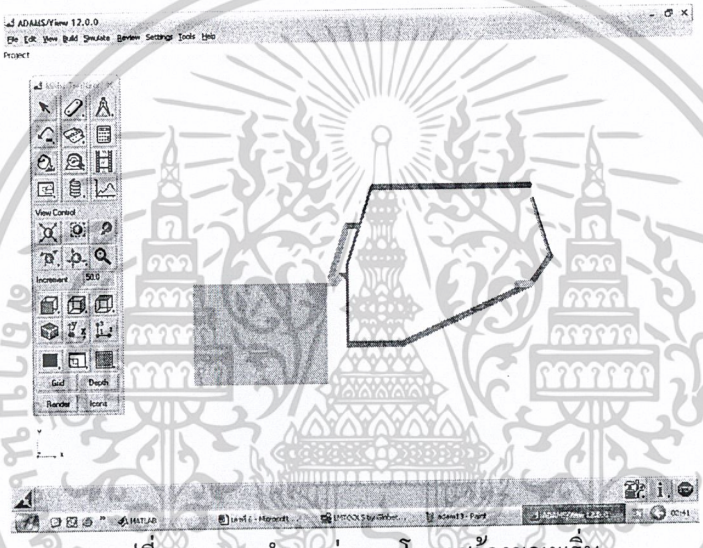
เนื่องจากลักษณะของปัญหาที่พิจารณามีความสมมาตรกันทางด้านซ้ายและขวา ดังนั้นจึงลดการพิจารณาลักษณะของปัญหาให้เหลือเพียงแค่ครึ่งเดียว เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการพิจารณา

จากรูปจึงลดชุดโครงสร้างให้เหลือแค่ฝั่งเดียว และน้ำหนักของถังขยะก็ลดลงเหลือครึ่งหนึ่ง ส่วน CONDITIONS อื่นๆยังคงเหมือนเดิม เช่น ความเร็วในการเคลื่อนที่ เป็นต้น

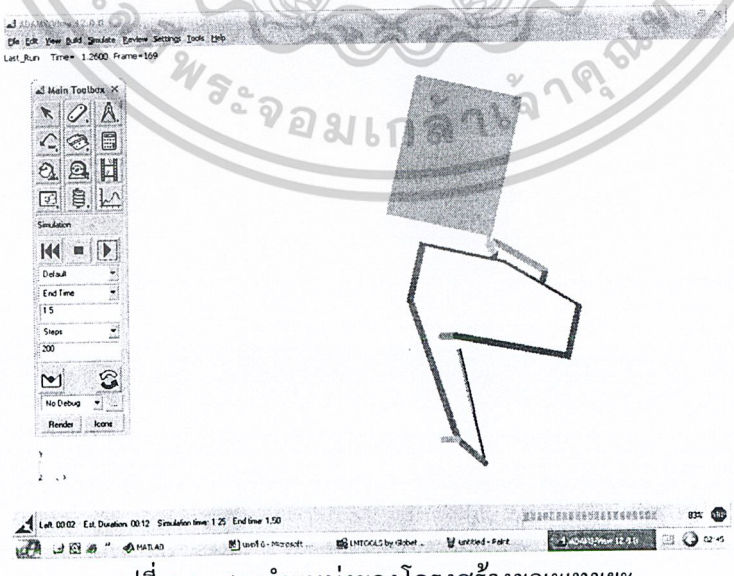
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 ขั้นตอนของการหาแรงสูงสุด

1. สร้างรูปร่างของชิ้นงาน (ชิ้นส่วนของโครงสร้าง)
2. นำชิ้นงานแต่ละชิ้นมาเรียงต่อกันให้เป็นรูปโครงสร้างชุดแขนยกถังขยะ
3. ใส่ REVOLUTE JOINT เป็นตัวเชื่อมระหว่างจุดหมุนของชิ้นงานแต่ละชิ้น
4. ใส่แรงที่เกิดขึ้น (น้ำหนักของถังขยะ) ที่ตำแหน่งที่ทำการยกถังขยะ
5. ใส่แรงให้แก่กระบอกสูบเพื่อใช้ในการเคลื่อนที่ยกถังขยะ
6. ใส่ CONDITIONS ในการ SIMULATION คือ ระยะเวลาในการเคลื่อนที่
7. วัดแรงที่เกิดขึ้นภายใน REVOLUTE JOINT
8. วัดมุมที่ชิ้นงานแต่ละชิ้นเคลื่อนที่เทียบกับมุมในแนวแกน X
9. นำค่าแรงที่ได้มา PLOT เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง แรงที่เกิดขึ้นกับมุมการหมุน

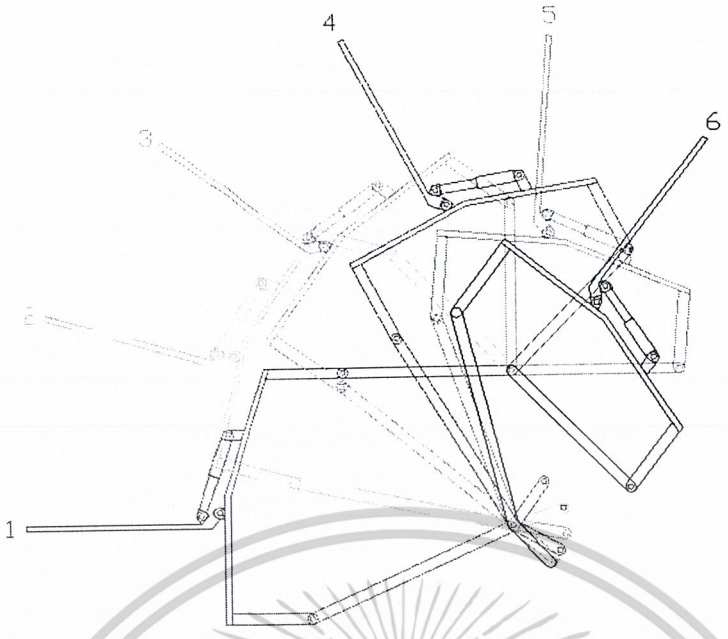


รูปที่ 6.4 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเริ่ม

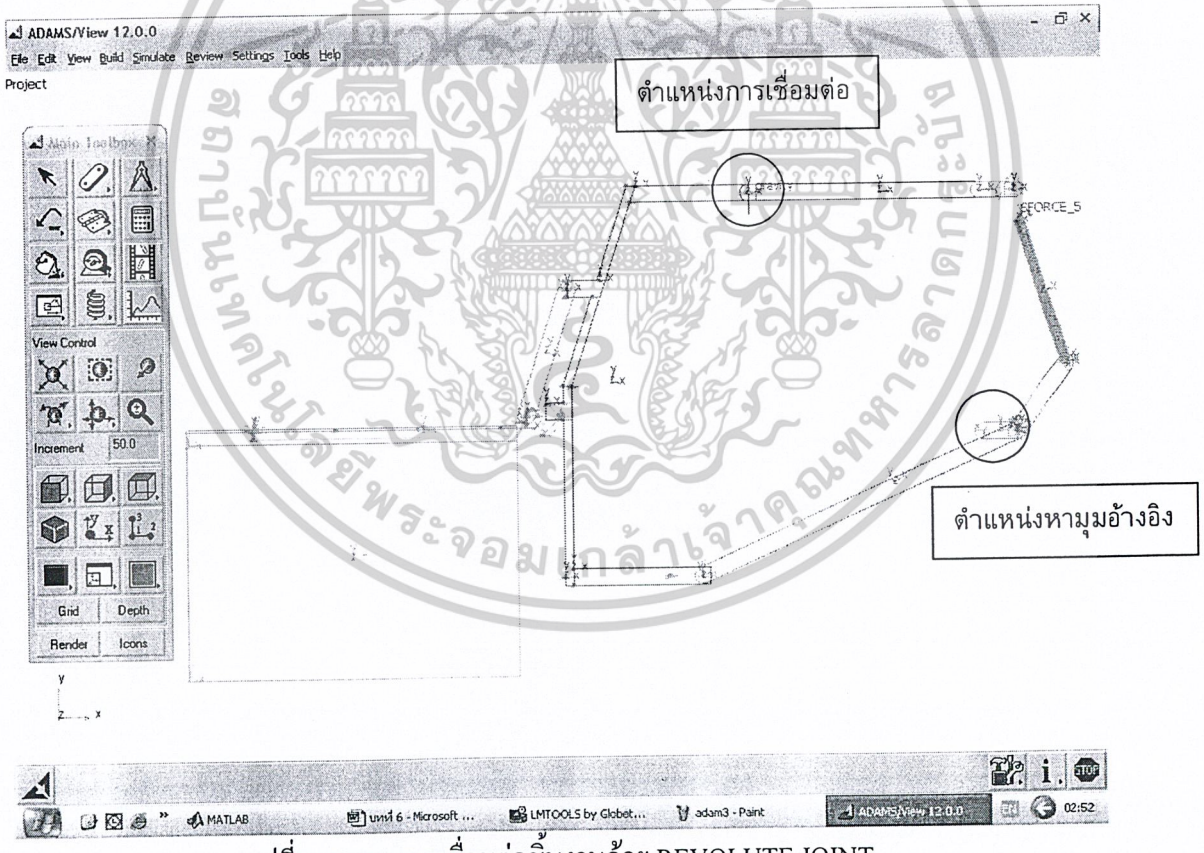


รูปที่ 6.5 แสดงตำแหน่งของโครงสร้างขณะเทขยะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.6 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างที่คำนวณหาแรงที่เกิดขึ้น



รูปที่ 6.7 แสดงการเชื่อมต่อชิ้นงานด้วย REVOLUTE JOINT

เมื่อสามารถสร้างรูปร่างของชุดโครงสร้างได้แล้ว ให้ทำการ SIMULATION การเคลื่อนที่โดยกำหนด CONDITIONS ให้มีความเหมาะสม เช่น จำนวน STEP ของการ SIMULATION และ ระยะเวลาที่ต้องการให้แขนเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นจนถึงขณะเทขยะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก CONDITIONS เหล่านี้จะมีผลต่อค่าแรงที่ได้จากการ SIMULATION เช่น หากเราให้ค่า STEP มีค่าน้อยค่าที่ได้ออกมาจะมีความคลาดเคลื่อนมาก

6.3 ผลลัพธ์แรงที่เกิดขึ้น

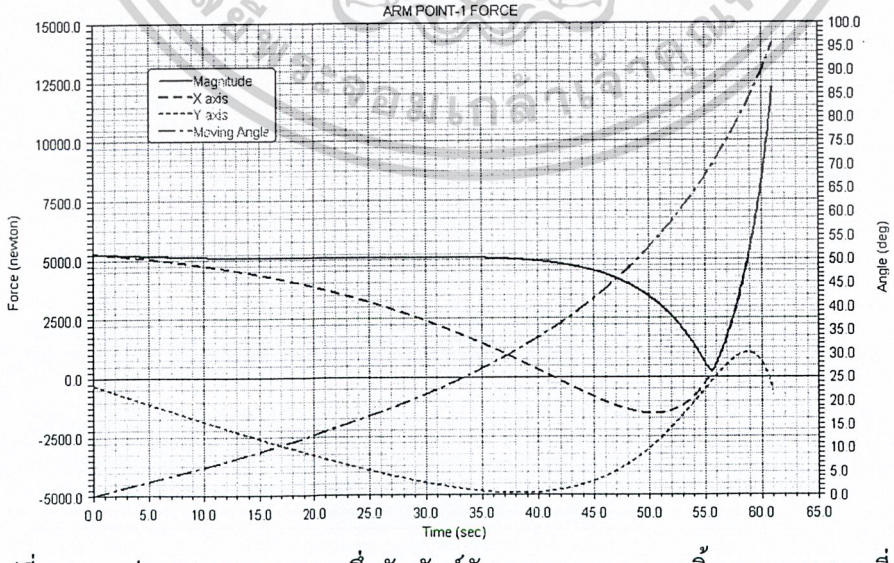
ในการวัดแรงที่เกิดขึ้นภายในแต่ละชิ้นงานนั้น จำเป็นจะต้องวัดที่ REVOLUTE JOINT ดังนั้นชิ้นงานแต่ละชิ้นจะมีจำนวนของแรงที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงานไม่เท่ากัน

เราจำเป็นต้องนำแรงที่ได้จากแต่ละตำแหน่งมาคำนวณหาแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้นในชิ้นงาน แล้วจึงดูว่า ณ ตำแหน่งใดเกิดแรงลัพธ์มากที่สุด

เนื่องจากการสร้างชิ้นงานนั้นเราสร้างชิ้นงานอ้างอิงกับพิกัด (X, Y, Z) ดังนั้น แรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น จำเป็นจะต้องแตกในอยู่ในแนวแกนทั้งสาม เพราะจาก FINITE ELEMENT PROGRAM (ABAQUS PROGRAM) จะรับค่าแรงที่เกิดขึ้นในแนวแกน (X, Y, Z) เท่านั้น

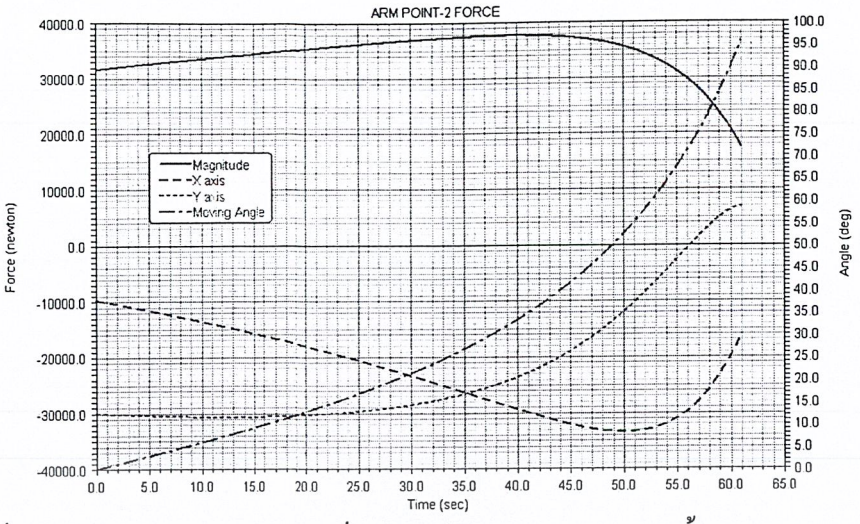
6.3.1 กราฟแสดงแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน ARM

รูปที่ 6.8 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน ARM

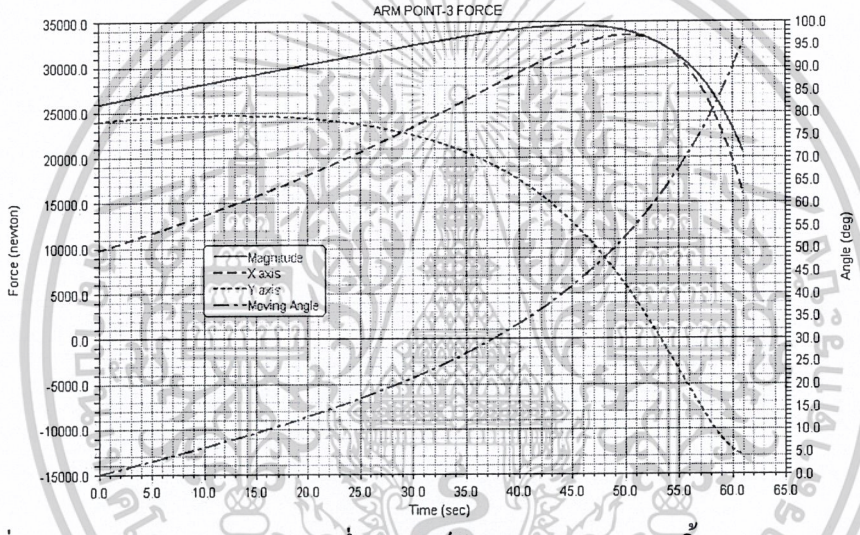


รูปที่ 6.9 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 1

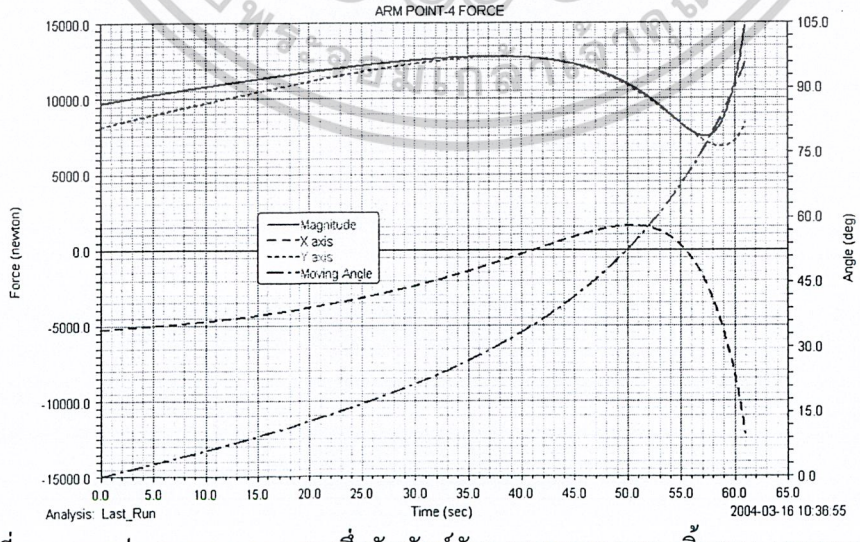
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.10 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 2



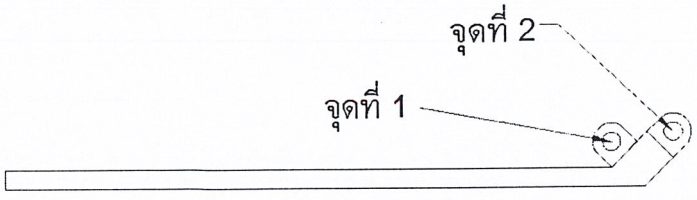
รูปที่ 6.11 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 3



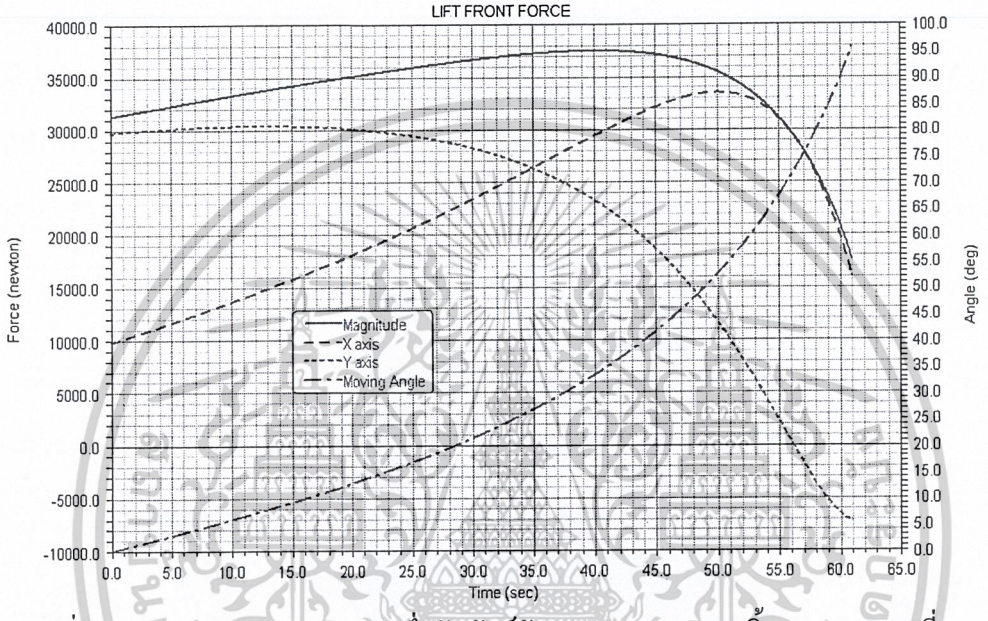
รูปที่ 6.12 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน ARM จุดที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

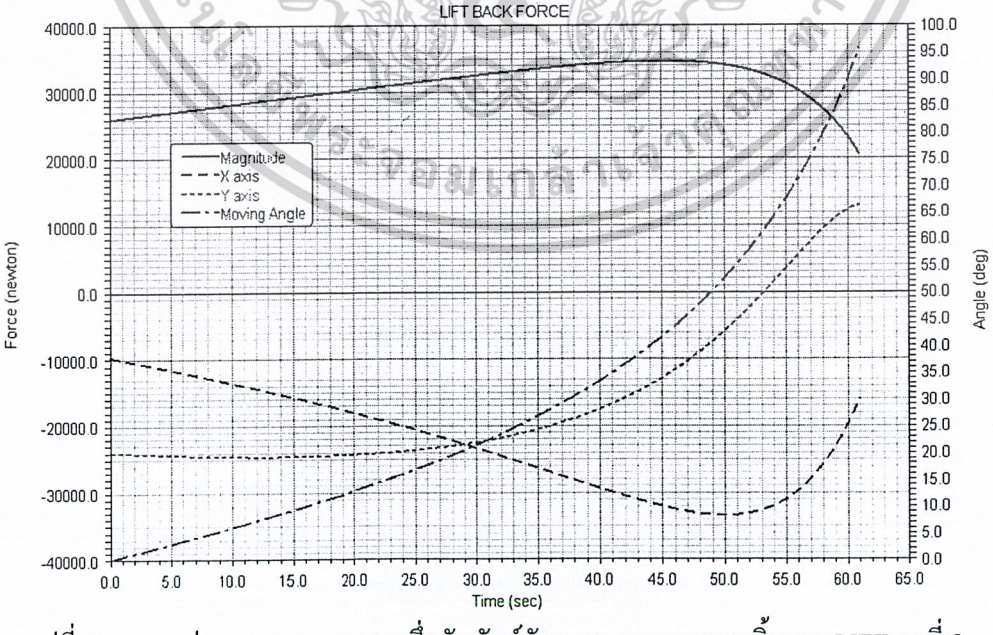
6.3.2 กราฟแสดงแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน LIFT



รูปที่ 6.13 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน LIFT



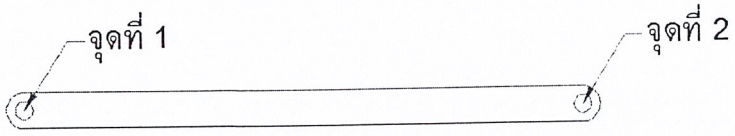
รูปที่ 6.14 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน LIFT จุดที่ 1



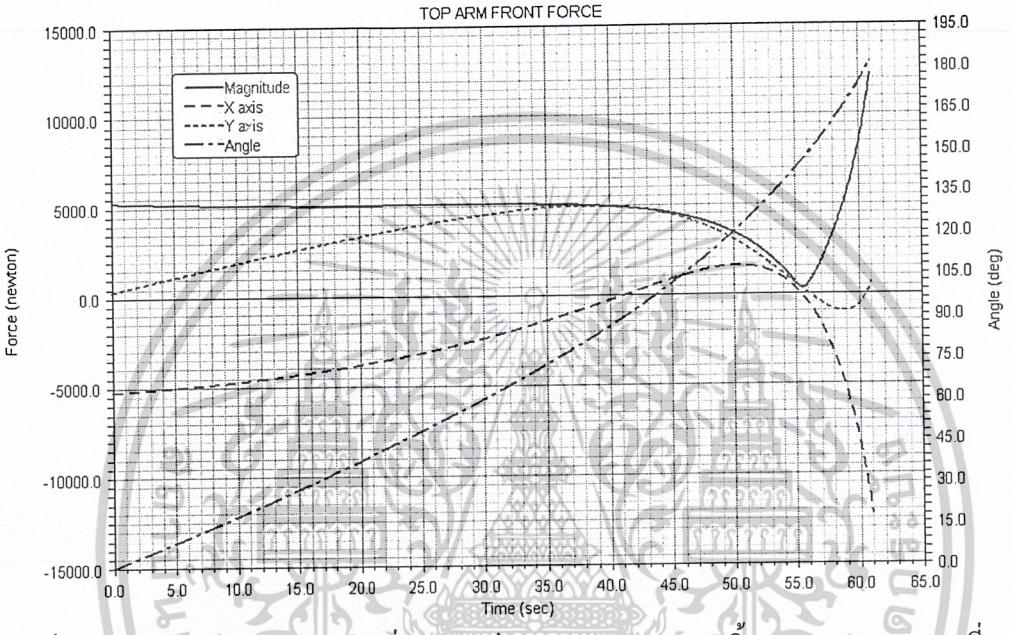
รูปที่ 6.15 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน LIFT จุดที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

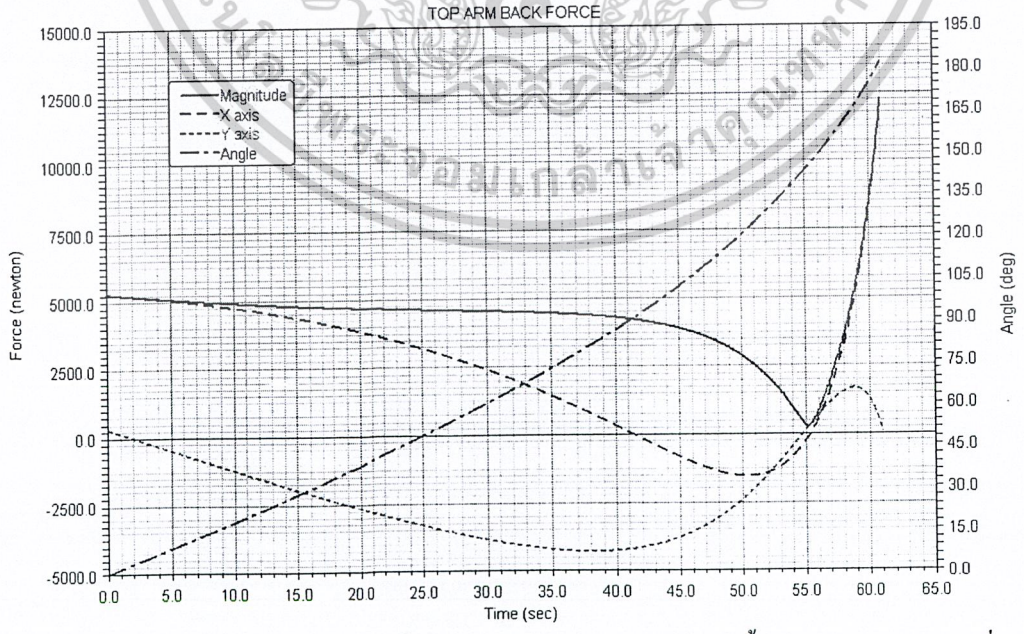
6.3.3 กราฟแสดงแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน TOP ARM



รูปที่ 6.16 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน TOP ARM



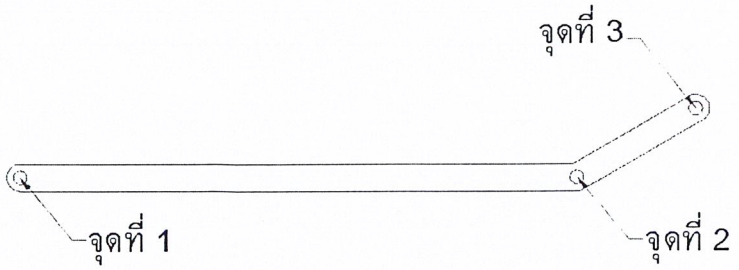
รูปที่ 6.17 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 1



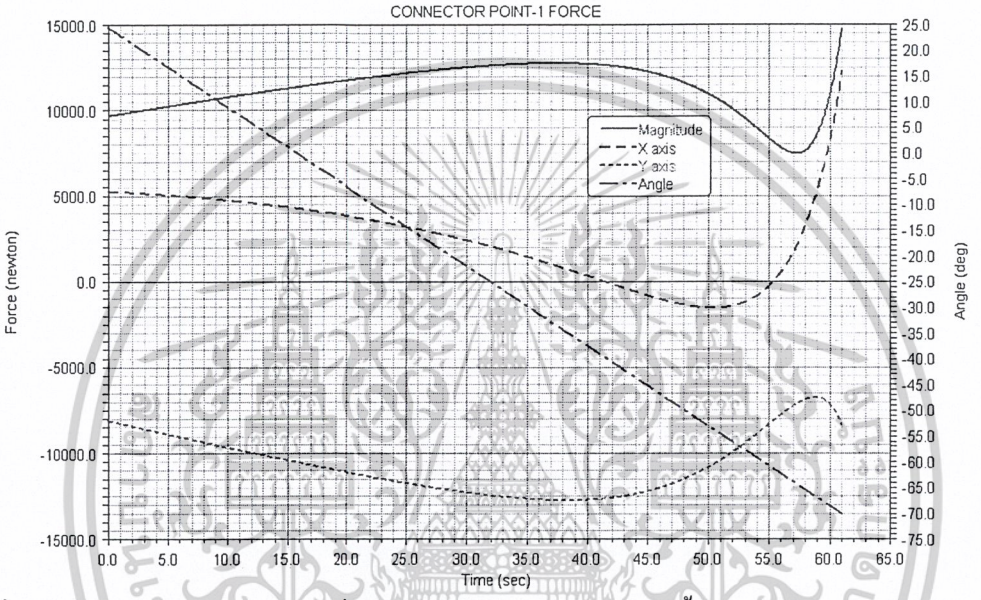
รูปที่ 6.18 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

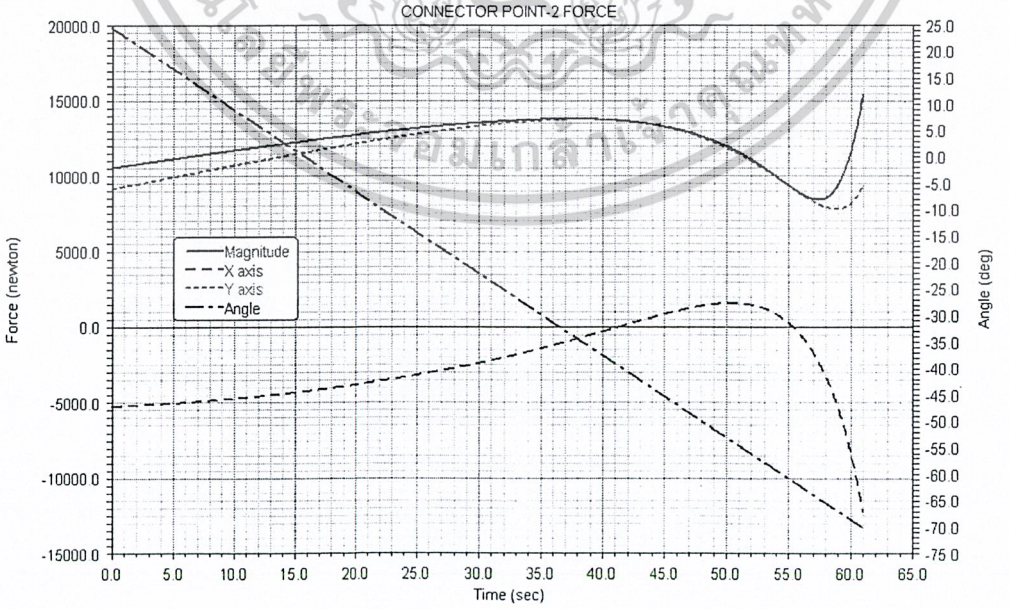
6.3.4 กราฟแสดงแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน BOTTOM ARM



รูปที่ 6.19 แสดงตำแหน่งที่แรงกระทำต่อชิ้นงาน BOTTOM ARM



รูปที่ 6.20 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน BOTTOM ARM จุดที่ 1



รูปที่ 6.21 กราฟแสดงขนาดของแรงซึ่งสัมพันธ์กับองศาการหมุนของชิ้นงาน TOP ARM จุดที่ 3

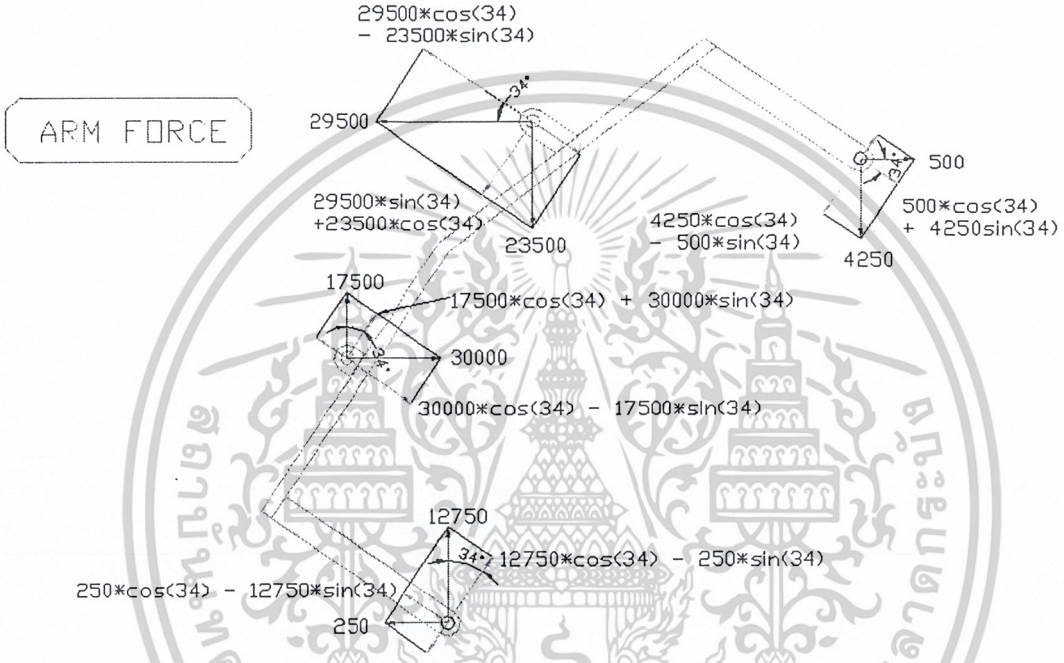
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.4 ผลรวมของแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน

เนื่องจากแรงที่คำนวณจากโปรแกรม ADAMS แปรผันตามองศาการหมุนของโครงสร้าง ดังนั้น แต่ละชิ้นงานจะจะมีองศาที่รับแรงมากที่สุดแตกต่างกัน

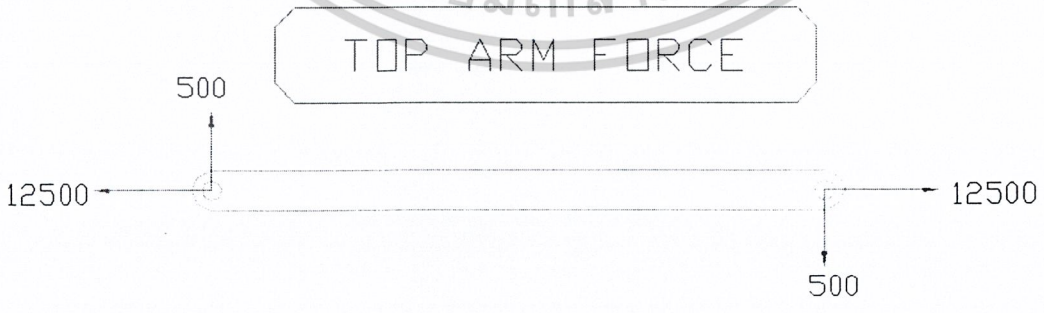
แต่เนื่องจากในการสั่ง FINITE ELEMENT PROGRAM (ABAQUS PROGRAM) คำนวณหาค่าความเครียด ชิ้นงานที่วาดนั้นเราวาดในแนวตรง (ทำมุม 0 องศากับแนวแกน X) ดังนั้นจึงต้องแตกแรงให้อยู่ในแนวแกน (X, Y, Z)

6.4.1 แรงลัพธ์ของชิ้นงาน ARM



รูปที่ 6.22 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน ARM

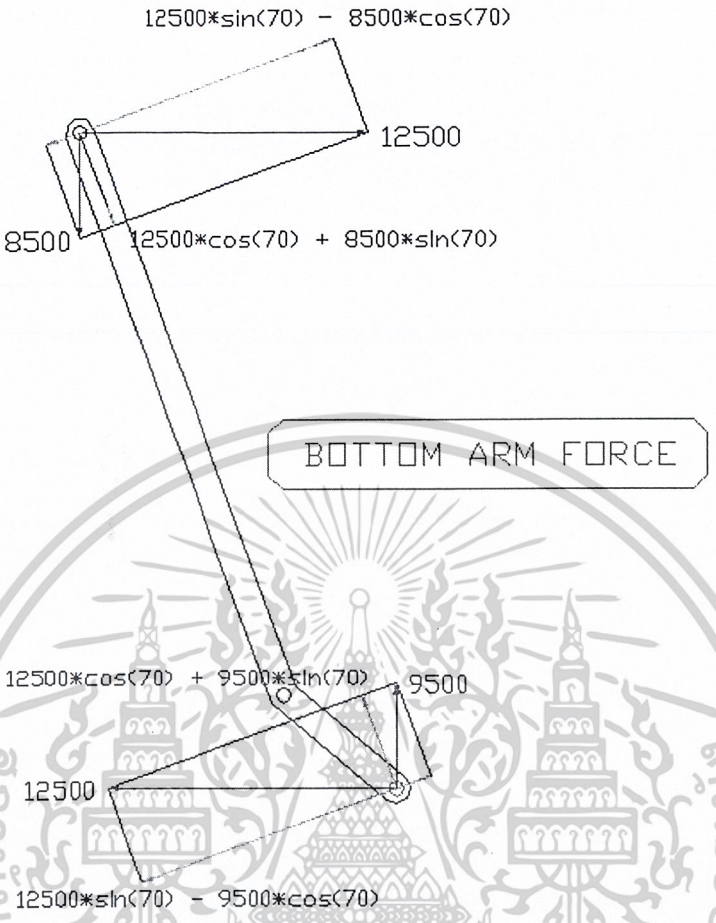
6.4.2 แรงลัพธ์ของชิ้นงาน TOP ARM



รูปที่ 6.23 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน TOP ARM

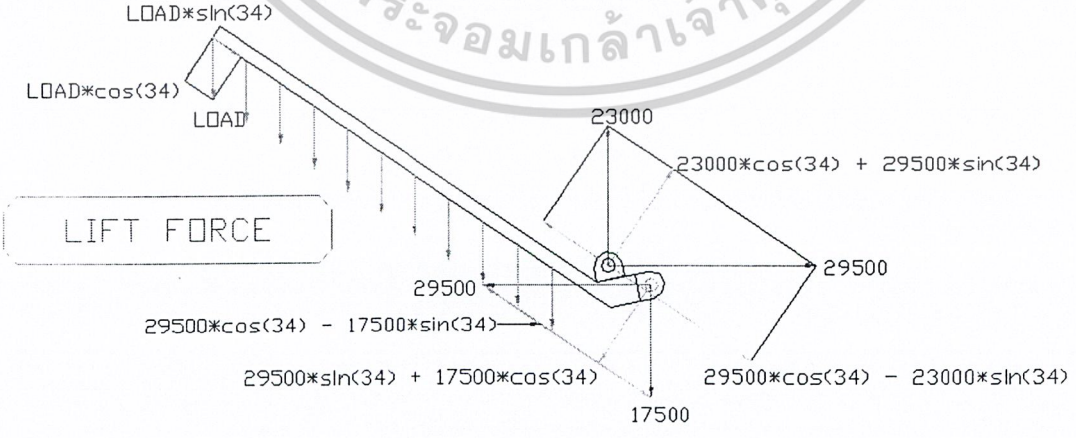
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.4.3 แรงลัพธ์ของชิ้นงาน BOTTOM ARM



รูปที่ 6.24 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน BOTTOM ARM

6.4.4 แรงลัพธ์ของชิ้นงาน LIFT



รูปที่ 6.25 แสดงค่าแรงในแนวแกนที่กระทำต่อชิ้นงาน LIFT

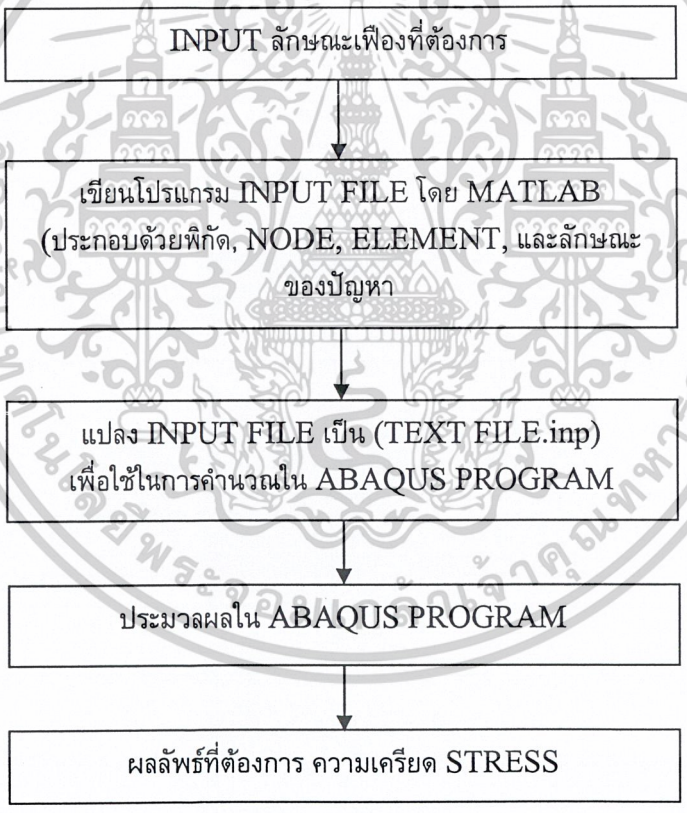
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7
ขั้นตอนการเขียน INPUT FILE

การหาค่าความเครียดที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงานที่พิจารณานั้นสามารถทำได้หลายวิธี แต่ในปัจจุบันวิธีการหาคำตอบที่ง่ายและได้ข้อมูลดีที่สุดคือวิธีการทาง FINITE ELEMENT METHOD

การสร้างแบบจำลองของโครงสร้าง เนื่องจากปัญหาที่พิจารณานั้นเป็นปัญหาซึ่งเกี่ยวกับการหาค่า OPTIMUM ดังนั้นจึงต้องมีการวาดรูปร่างซ้ำกันหลายครั้งแต่มีขนาดแตกต่างกัน การเขียนคำสั่งเป็น INPUT FILE จะมีความเหมาะสมมากกว่าการวาดรูปโดยตรง เนื่องจากสามารถเปลี่ยนแปลงขนาดได้ง่ายและมีความรวดเร็วมากกว่า

7.1 ขั้นตอนการหาค่าความเครียดโดยวิธี FINITE ELEMENT METHOD



ขั้นตอนของการวิเคราะห์หาค่าความเครียด โดยเริ่มจาก INPUT FILE ซึ่งเป็นจุดเด่น

ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณแต่ละครั้งจะต้องนำมาสุ่มเพื่อหาค่าที่เหมาะสมกว่าต่อไป โดยวิธีการทาง OPTIMUM จนกว่าจะได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่เป็นไปตาม CONDITION ดังนั้นจะเห็นได้ว่าขั้นตอนเหล่านี้จะถูกทำซ้ำหลายครั้ง การเขียนเป็น INPUT FILE จึงมีความเหมาะสมมากกว่าวิธีอื่นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2 รูปแบบของ INPUT FILE

การเขียน INPUT FILE จะมีรูปแบบตาม ABAQUS PROGRAM ซึ่งต้องทำตามรูปแบบที่กำหนดไว้ เช่น การสร้าง NODE, ELEMENT, การ TIE ELEMENT และข้อมูลที่ต้องการทราบ

INPUT FILE ของ ABAQUS PROGRAM จะอยู่ในรูปแบบของ TEXT FILE(.inp) ซึ่งง่ายต่อการแก้ไขและมีความสมบูรณ์อยู่ในตัว หากผู้ที่ศึกษามีความเข้าใจในลักษณะของระบบที่ศึกษาก็สามารถเขียนโปรแกรมประมวลผลออกมาเป็น TEXT FILE (.inp) ได้ สามารถลำดับคำสั่งได้ดังต่อไปนี้

```
******************************
****** ABAQUS INPUT FILE *****
******************************
*Heading
Trash dump project
Generated on 07-May-2004 by Project Trash Dumping System
KMITL, BKK, Thailand
```

*HEADING

คำสั่งเริ่มต้นโปรแกรม สามารถกำหนดข้อความได้ 3 บรรทัดถัดจากคำสั่งนี้

หมายเหตุ หากพิมพ์ “*” สองครั้งขึ้นไป ABAQUS จะมองว่าเป็น NOTE ไม่นำบรรทัดนั้นมาประมวล เช่น “***** ABAQUS INPUT FILE” จะไม่นำมาประมวลผล

คำเตือน ในการสร้าง INPUT FILE ห้ามเว้นบรรทัด เพราะจะขัดกับไวยกรณ์ของ ABAQUS ควรใช้เครื่องหมาย NOTE ดีกว่า

```
**PARTS
*Part, name=hole
*End Part
*Part, name=rec
*End Part
```

*PART, NAME=……..

คำสั่งบอกชื่อ PART โดยจะต้องบอกชื่อ PART ที่มีทั้งหมดที่มีอยู่ในการINPUT FILE หากมีขนาดและรูปร่างเหมือนกันทำเพียงครั้งเดียวพอ

เช่น ใน INPUT FILE นี้มี PART 2 ชิ้น คือ HOLE และ REC

*END PART

คำสั่ง END PART เป็นคำสั่งปิด PART โดยพิมพ์ เมื่อตั้งชื่อแต่ละชื่อเสร็จ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
**ASSEMBLY
*Assembly, name=Assembly
*Instance, name=hole-1, part=hole
-50.000000,    0.000000,    0.000000,
-50.000000,    0.000000,    0.000000,    -50.000000,    0.000000,    1.000000,    180,
```

*ASSEMBLY, NAME=……

คำสั่งเริ่ม ประกอบ INSTANCE ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องภายในโครงสร้าง คือ นำ INSTANCE ต่างๆ มาประกอบกันใน GLOBAL COORDINATE

*INSTANCE, NAME=…, PART=……..

เป็นการเรียก PART ที่สร้างขึ้นแล้วมาใช้งาน โดย PART ชิ้นหนึ่งสามารถสร้างเป็น INSTANCE ได้หลายชิ้น และ NAME คือชื่อที่เราตั้งเพื่อเรียก PART ในการใช้แต่ละครั้ง

เช่น PART ที่ชื่อ HOLE อาจนำมาใช้ได้หลายครั้ง โดยที่การนำมาใช้แต่ละครั้งให้เรียกเป็น INSTANCE แล้วตั้งชื่อให้แก่ INSTANCE ด้วย เช่น HOLE-1

-50.000000, 0.000000, 0.000000,

เป็นพิกัดที่เรานำ INSTANCE นี้ไปวางใน GLOBAL COORDINATE โดยตำแหน่ง (0, 0, 0) ใน LOCAL COORDINATE จะถูกนำมาวาง ณ พิกัดในบรรทัดถัดไปใน GLOBAL COORDINATE หมายเลขที่ 1 คือตำแหน่งในแนวแกน X, หมายเลขที่ 2 คือตำแหน่งในแนวแกน Y, หมายเลขที่ 3 คือตำแหน่งในแนวแกน Z, ตำแหน่งเหล่านี้จะอยู่ใน GLOBAL COORDINATE

-50.000000, 0.000000, 0.000000, -50.000000, 0.000000, 1.000000, 180

เป็นพิกัดที่เราใช้ในการหมุน INSTANCE ให้ได้มุมตามต้องการ โดยจะมีตัวเลขทั้งหมด 9 ตัว เรียงกัน มีความหมาย คือ

การสร้างแกนหมุนทำได้โดยกำหนดพิกัด (X, Y, Z) ของที่จุดแรก และกำหนดพิกัด (X, Y, Z) ของจุดที่สอง เส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อระหว่างจุดแรกและจุดที่สอง คือแกนหมุน

ตัวเลขตัวสุดท้ายของบรรทัด คือ องศาที่เราต้องการให้ INSTANCE หมุนไปรอบแกนหมุน โดยจะหมุนทวนเข็มนาฬิกา

ตัวอย่างเช่น (-50.000000, 0.000000, 0.000000) คือ พิกัดของจุดแรก

(-50.000000, 0.000000, 1.000000) คือ พิกัดของจุดที่สอง

180 คือ องศาของการหมุนของ INSTANCE ตามเข็มนาฬิกา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Node
1,   0.000000,   25.000000,   0.000000,
2,   6.470476,   24.148146,   0.000000,
3,   12.500000,   21.650635,   0.000000,
…
…
```

*NODE

1, 0.000000, 0.000000, 0.000000,

2, 34.250000, 0.000000, 0.000000,

…

เป็นคำสั่งสร้าง NODE ให้แก่ INSTANCE ที่กล่าวข้างต้น

ตัวเลขในบรรทัดต่อมา มีความหมายดังต่อไปนี้ คือ

ตัวเลขที่ 1 คือ เป็นการกำหนดชื่อให้แก่ NODE ในที่นี้กำหนดเป็น NODE No.

ตัวเลขที่ 2 คือ พิกัดของ NODE No. ในแนวแกน X

ตัวเลขที่ 3 คือ พิกัดของ NODE No. ในแนวแกน Y

ตัวเลขที่ 4 คือ พิกัดของ NODE No. ในแนวแกน Z

ตัวเลขทั้ง 4 ตัวนี้ จะเรียงลำดับตาม NODE No. ไปเรื่อยๆตั้งแต่ NODE No. ตัวแรก จนถึง NODE No. ตัวสุดท้ายของ INSTANCE

```
*Element, type=C3D8I
1,   1,   2,   26,   25,   121,   122,   146,   145,
2,   2,   3,   27,   26,   122,   123,   147,   146,
3,   3,   4,   28,   27,   123,   124,   148,   147,
...
...
```

*ELEMENT, TYPE=C3D8I

1, 1, 2, 43, 42, 288, 289, 330, 329,

2, 2, 3, 44, 43, 289, 290, 331, 330,

…

เป็นคำสั่งในการกำหนด ELEMENT ขึ้น โดยมีชนิดเป็นแบบ C3D8I

TYPE=C3D8I คือ ELEMENT จะประกอบด้วย NODE จำนวน 8 จุด มาประกอบรวมกันเป็น ELEMENT โดยแต่ละจุดจะหมายถึงมุมแต่ละมุมของ ELEMENT

หมายเลข NODE No. จะต้องหมุนทวนเข็มนาฬิกา และจะมีผลต่อลำดับของด้านของ ELEMENT ด้วย ตามที่กล่าวในบทที่ 5

ตัวเลขทั้ง 9 ตัวนี้ จะเรียงลำดับตาม ELEMENT No. ไปเรื่อยๆตั้งแต่ ELEMENT No. ตัวแรก จนถึง ELEMENT No. ตัวสุดท้ายของ INSTANCE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Elset, elset=hole, internal, generate
1,    480,    1
*solid section, elset=hole, material=steel
1.,
*End Instance
```

*ELSET, ELSET=HOLE, INTERNAL, GENERATE

เป็นคำสั่งในการกำหนดชื่อ HOLE ว่ามีสมาชิกคือ ELEMENT ที่มีชื่อใดบ้าง

1, 480, 1

เป็นการบอกชื่อของ ELEMENT ทีมีอยู่ใน ELSET

แต่เนื่องจากเรากำหนดให้ชื่อ ELEMENT เป็นหมายเลข ดังนั้นเราสามารถทำได้ดังนี้ คือ

หมายเลขแรก คือ ชื่อของ ELEMENT เริ่มต้น

หมายเลขที่ 2 คือ ชื่อของ ELEMENT สุดท้าย

หมายเลขที่ 3 คือ 1 หมายถึง การเพิ่มจากหมายเลขแรกไปทีละ 1 จนถึงหมายเลขสุดท้าย

*SOLID SECTION, ELSET=HOLE, MATERIAL=STEEL

1.,

เป็นคำสั่งกำหนดคุณสมบัติให้แก่ ELEMENT

MATERIAL คือ ชนิดของวัสดุที่เรากำหนดให้

1 หมายถึง ทุกๆ ELEMENT ภายใน ELSET

*END INSTANCE

เป็นคำสั่งปิดการสร้าง INSTANCE คือ เมื่อเสร็จการสร้าง INSTANCE แต่ละอัน จะต้องใส่คำสั่งนี้เพื่อปิดการสร้าง INSTANCE

```
*Elset, elset=hole-1_back, internal, instance=hole-1
88, 89, 90, 91, 92, 93, 184, 185, 186, 187,
188, 189, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 376, 377,
378, 379, 380, 381, 472, 473, 474, 475, 476, 477,
```

*ELSET, ELSET=HOLE-1_BACK, INTERNAL, INSTANCE=HOLE-1

88, 89, 90, 91, 92, 93, 184, 185, 186, 187,

เป็นการตั้งชื่อให้กลุ่มของ ELEMENT เพื่อนำไปใช้ประโยชน์เพื่อการคำนวณต่อไป

เช่น กลุ่มชุด ELEMENT ชื่อ HOLE-1_BACK, ซึ่งเป็น ELEMENT ของ INSTANCE=HOLE-1

โดยชื่อของ ELEMENT ในบรรทัดถัดมาจะต้องอยู่ภายใน INSTANCE ที่เรากำลังพิจารณาอยู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Elset, elset=hole, internal, generate
1,    480,    1
*solid section, elset=hole, material=steel
1.,
*End Instance
```

*ELSET, ELSET=HOLE, INTERNAL, GENERATE

เป็นคำสั่งในการกำหนดชื่อ HOLE ว่ามีสมาชิกคือ ELEMENT ที่มีชื่อใดบ้าง

1, 480, 1

เป็นการบอกชื่อของ ELEMENT ทีมีอยู่ใน ELSET

แต่เนื่องจากเรากำหนดให้ชื่อ ELEMENT เป็นหมายเลข ดังนั้นเราสามารถทำได้ดังนี้ คือ

หมายเลขแรก คือ ชื่อของ ELEMENT เริ่มต้น

หมายเลขที่ 2 คือ ชื่อของ ELEMENT สุดท้าย

หมายเลขที่ 3 คือ 1 หมายถึง การเพิ่มจากหมายเลขแรกไปทีละ 1 จนถึงหมายเลขสุดท้าย

*SOLID SECTION, ELSET=HOLE, MATERIAL=STEEL

1.,

เป็นคำสั่งกำหนดคุณสมบัติให้แก่ ELEMENT

MATERIAL คือ ชนิดของวัสดุที่เรากำหนดให้

1 หมายถึง ทุกๆ ELEMENT ภายใน ELSET

*END INSTANCE

เป็นคำสั่งปิดการสร้าง INSTANCE คือ เมื่อเสร็จการสร้าง INSTANCE แต่ละอัน จะต้องใส่คำสั่งนี้เพื่อปิดการสร้าง INSTANCE

```
*Elset, elset=hole-1_back, internal, instance=hole-1
88, 89, 90, 91, 92, 93, 184, 185, 186, 187,
188, 189, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 376, 377,
378, 379, 380, 381, 472, 473, 474, 475, 476, 477,
```

*ELSET, ELSET=HOLE-1_BACK, INTERNAL, INSTANCE=HOLE-1

88, 89, 90, 91, 92, 93, 184, 185, 186, 187,

เป็นการตั้งชื่อให้กลุ่มของ ELEMENT เพื่อนำไปใช้ประโยชน์เพื่อการคำนวณต่อไป

เช่น กลุ่มชุด ELEMENT ชื่อ HOLE-1_BACK, ซึ่งเป็น ELEMENT ของ INSTANCE=HOLE-1

โดยชื่อของ ELEMENT ในบรรทัดถัดมาจะต้องอยู่ภายใน INSTANCE ที่เรากำลังพิจารณาอยู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Nset, nset=node_hole_force, internal, instance=hole-1
7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,
17, 18, 19, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133,
134, 135, 136, 137, 138, 139, 247, 248, 249, 250,
…
```

*NSET, NSET=NODE_HOLE_FORCE, INTERNAL, INSTANCE=HOLE-1

7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

เป็นการตั้งชื่อให้กลุ่มของ NODE เพื่อนำไปใช้ประโยชน์เพื่อการคำนวณต่อไป

ตัวอย่างเช่น กลุ่มชุดของ NODE ให้ชื่อ NODE_HOLE_FORCE, ซึ่งเป็น NODE ของ INSTANCE=HOLE-1 ในที่นี้เราใช้เพื่อเป็นจุดซึ่งรับแรงกระทำของชิ้นงาน

โดยชื่อของ NODE ในบรรทัดถัดมาจะต้องอยู่ภายใน INSTANCE ที่เรากำลังพิจารณาอยู่

```
*SURFACE, type=ELEMENT, name=hole-1_back, internal
hole-1_back, s5
*SURFACE, type=ELEMENT, name=rec_front, internal
rec_front, s6
*TIE, name=connect_1, adjust=yes
hole-1_back, rec_front
```

*SURFACE, TYPE=ELEMENT, NAME=HOLE-1_BACK, INTERNAL

เป็นคำสั่งในการกำหนดผิวหน้าของด้านของชุดกลุ่ม ELEMENT ว่ากลุ่มกลุ่ม ELEMENT ที่เราตั้งขึ้นก่อนหน้าต้องการใช้ผิวหน้าด้านใด

HOLE-1_BACK, S5

HOLE-1_BACK เป็นการเรียกชื่อกลุ่มของ ELEMENT ที่ตั้งขึ้นแล้ว

S5 หมายถึงต้องการให้ใช้ผิวด้านที่ 5 ของชุดกลุ่ม ELEMENT นี้

S… คือ S ตามด้วยหมายเลขของด้านที่เราต้องการ มีทั้งหมด 6 ด้าน เช่น S1, S2, S3, S4, S5, S6

*TIE, NAME=CONNECT_1, ADJUST=YES

เป็นคำสั่งใช้ในการเชื่อม INSTANCE 2 ชิ้นเข้าด้วยกัน เหมือนเป็นชิ้นเดียวกัน

วิธีการ TIE คือ นำผิวหน้าของ INSTANCE ทั้งสองชิ้นมาวางติดกันแล้วใช้คำสั่ง TIE เชื่อมต่อ

HOLE-1_BACK, REC_FRONT

คือชื่อของผิวหน้าของ INSTANCE สองชิ้นที่ต้องการนำมาเชื่อมต่อกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*End Assembly
```

*END ASSEMBLY

คำสั่งปิดการประกอบ INSTANCE ของชุดโครงสร้าง คือ เมื่อเราสร้าง INSTANCE ทุกชิ้นที่เกี่ยวข้องกับระบบเสร็จแล้ว ให้ปิดด้วยคำสั่ง END ASSEMBLY

```
*Material, name=steel
*Elastic
2.09e+05, 0.3
```

*MATERIAL, NAME=STEEL

คำสั่งกำหนดชื่อให้แก่คุณสมบัติของ PART

สามารถกำหนดชนิดของ MATERIAL ได้มากกว่า 1 ชนิด

*ELASTIC

2.09E+05, 0.3

เป็นการกำหนดค่าคุณสมบัติให้กับวัสดุ

ค่า 2.09E+05 เป็นค่า ELASTIC, ค่า 0.3 เป็นอัตราส่วนพัวซอง

```
*Boundary
node_hole_inside, ENCASTRE
```

*BOUNDARY

เป็นคำสั่งการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของระบบที่ทำการพิจารณา

NODE_HOLE_INSIDE, ENCASTRE

NODE_HOLE_INSIDE คือ ชื่อของชุดของ NODE หรือ ELEMENT ที่ต้องการกำหนดเงื่อนไข

ENCASTRE เป็นคำสั่งกำหนดให้ NODE ไม่มีการเคลื่อนที่ คือ

พิกัด (X, Y, Z) ของจุดที่กำหนดไม่มีทั้งการเคลื่อนที่และการหมุนของจุด

*** การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต สามารถกำหนดได้หลายแบบขึ้นอยู่กับระบบที่เราพิจารณา โดยส่วนใหญ่จะกำหนดเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของพิกัดของ NODE เช่น อนุญาตให้ NODE เคลื่อนที่ได้ตามแนวแกนใดๆ หรือ ให้หมุนได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Step, name=pressure
*Static
1., 1., 1e-05, 1.
*Cload
node_hole_force, 1,  -160.256410
node_hole_force, 2,  12.820513
```

*STEP, NAME=PRESSURE

STEP เป็นการประกาศส่วนของการประมวลผล

NAME คือ การตั้งชื่อของการประมวลผล

*STATIC

1., 1., 1E-05, 1.

STATIC เป็นการประกาศตัวแปรเพื่อบอกว่าเป็นปัญหาแบบสถิต (STATIC PROBLEM)

หากเป็นการพิจารณาระบบแบบพลวัต คือ เป็นระบบแบที่มีการเคลื่อนที่ จะต้องประกาศตัวแปร คือ *DYNAMIC

*CLOAD

เป็นคำสั่งประกาศชนิดของแรงที่กระทำต่อ NODE ของชิ้นงาน ว่าเป็นแรงแบบกระทำเป็นจุด (CONCENTRATE FORCE)

หากแรงที่กระทำเป็นแรงกระจายหรือแรงที่กระทำเป็นฟังก์ชัน ก็สามารถใช้คำสั่งอย่างอื่นป้อนค่าที่ต้องการได้

NODE_HOLE_FORCE, 1, -160.256410

NODE_HOLE_FORCE, 2, 12.820513

NODE_HOLE_FORCE เป็นชื่อของชุด NODE ที่โดนแรงกระทำเป็นจุด (CONCENTRATE FORCE) กระทำ

เลขที่ต่อจากชื่อ คือ ทิศทางที่แรงกระทำต่อ NODE คือ

1 = แรงกระทำตามแนวแกน X

2 = แรงกระทำตามแนวแกน Y

3 = แรงกระทำตามแนวแกน Z

ตัวเลขตัวสุดท้าย คือ ขนาดของแรงที่กระทำต่อแต่ละ NODE โดย

(+) = แรงกระทำตามแนวทิศทางของแกน

(-) คือ แรงกระทำสวนทิศทางของแกน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
*Restart, write, frequency=1
*Output, field
*Element Output
*Output, field, variable=PRESELECT
S,
*Output, history, variable=PRESELECT
*El Print, freq=999999
*Node Print, freq=999999
*End Step
```

*OUTPUT, FIELD

เป็นการประกาศค่าที่ส่งออกไปที่ OUTPUT FIELD (จะเป็นค่าที่แสดงออกมาเป็นสี การเคลื่อนที่ เช่น การกระจายความเค้น การเสียรูปของวัสดุ)

*ELEMENT OUTPUT

*OUTPUT, FIELD, VARIABLE=PRESELECT

S,

เป็นคำสั่งพิมพ์ค่าของความเค้น (STRESS) ที่เกิดขึ้นภายใน ELEMENT ในการคำนวณสามารถให้พิมพ์ค่าอื่นๆที่เกิดขึ้นได้ด้วย เช่น ค่าความเครียด (E), การเคลื่อนที่ (U), ค่าความเร็ว (V), ค่าความเร่ง (A) เป็นต้น

*EL PRINT, FREQ=999999

*NODE PRINT, FREQ=999999

เป็นคำสั่งพิมพ์ค่าของผลลัพธ์ของ ELEMENT และ NODE

*END STEP

เป็นคำสั่งปิดส่วนการประมวลผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8
ผลการคำนวณ

8.1 ผลการคำนวณด้วยวิธีทาง FINITE ELEMENT

ผลการคำนวณของวิธีทาง FINITE ELEMENT ของระบบที่เราสนใจพิจารณา เป็นผลการคำนวณทางสถิต (STATIC) โดยวิธีนี้จะให้แบบจำลองของชิ้นส่วนโครงสร้างถูกแรงกระทำคงที่

ผลการทดลองทางสถิตจะพิจารณาการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนแต่ละชิ้น

การคำนวณจะทำซ้ำไปเรื่อยๆตามวิธีการทาง OPTIMUM DESIGN (COMPLEX METHOD) เพื่อหาพื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่เล็กที่สุด ที่ยอมรับค่าความเค้นที่เกิดขึ้นได้

8.2 ผลลัพธ์ที่ได้จาก OPTIMUM DESIGN (COMPLEX METHOD)

จากผลการคำนวณด้วยโปรแกรมทาง FINITE ELEMENT (ABAQUS PROGRAM) เราจะได้ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนโครงสร้าง ดังนี้ (หน่วย mm.)

ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของ ARM	WIDTH	=	65.536
	HEIGHT	=	131.07
ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของ BOTTOM ARM	WIDTH	=	112.06
	HEIGHT	=	336.17
ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของ TOP ARM	WIDTH	=	37.696
	HEIGHT	=	81.114
ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของ LIFT	WIDTH	=	109.29
	HEIGHT	=	327.86

จากการคำนวณข้างต้นกำหนด CONDITIONS ของความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง (WIDTH), และความสูง (HEIGHT) ของขนาดพื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนไว้ คือ อัตราส่วนความกว้าง : ความสูง เท่ากับ 2:1

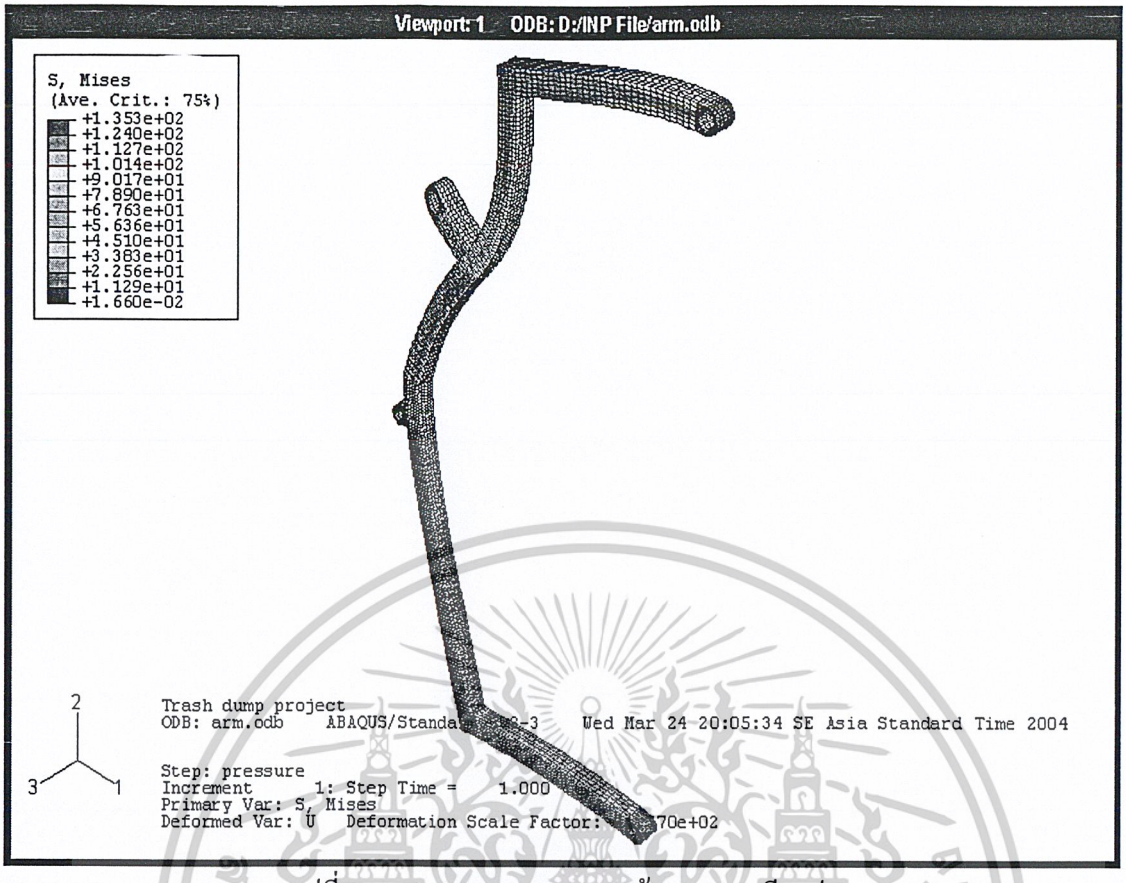
8.3 ลักษณะการกระจายตัวของความเค้น STRESS และการเสียรูป (DEFORMATION)

ชิ้นส่วนโครงสร้างจะมีการกระจายของความเค้น (STRESS) และการเสียรูป (DEFORMATION) เมื่อมีแรงมากระทำกับชิ้นงาน

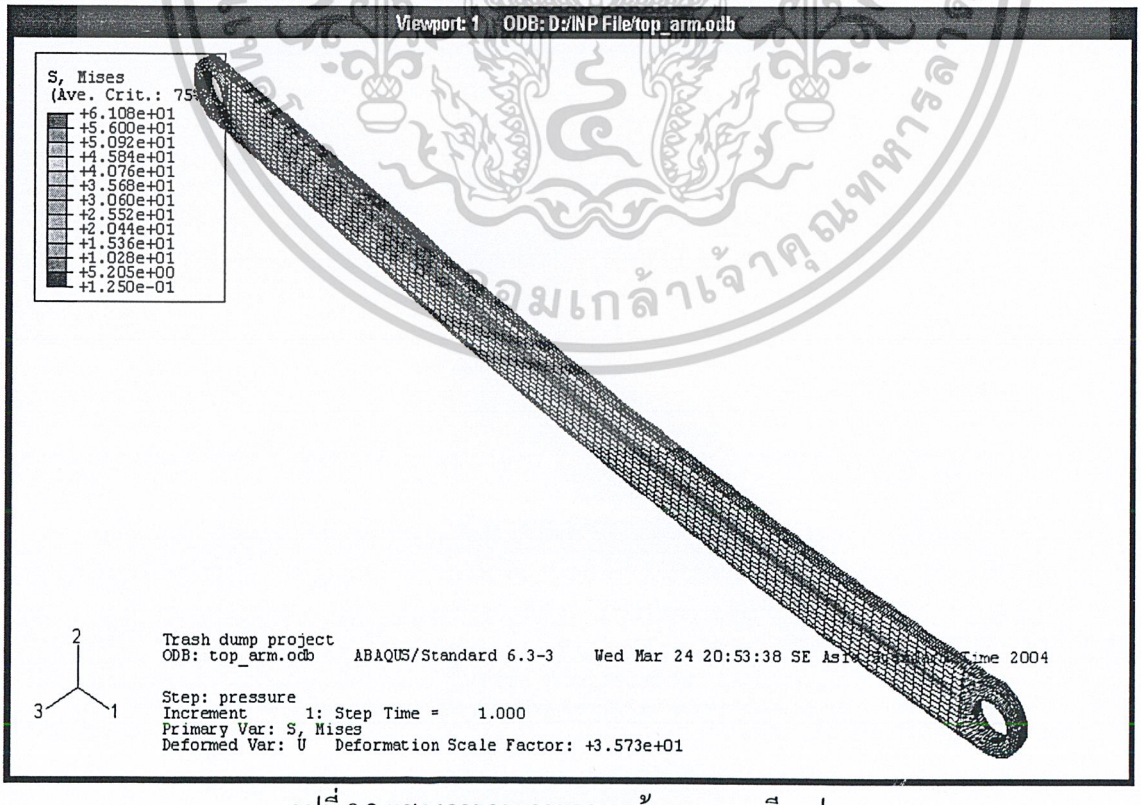
ค่าของความเค้น (STRESS) และการเสียรูป (DEFORMATION) ของชิ้นงานจะขึ้นอยู่กับขนาดของแรงที่กระทำ, ตำแหน่งที่แรงกระทำ, และขนาดของชิ้นงาน

ลักษณะของการเสียรูป (DEFORMATION) ของชิ้นงานในภาพจะมีการขยายเพิ่มขึ้นเพื่อให้เห็นชัดเจนขึ้น โดยอัตราส่วนการขยายจะเท่ากับ 100 เท่าของการเสียรูปจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

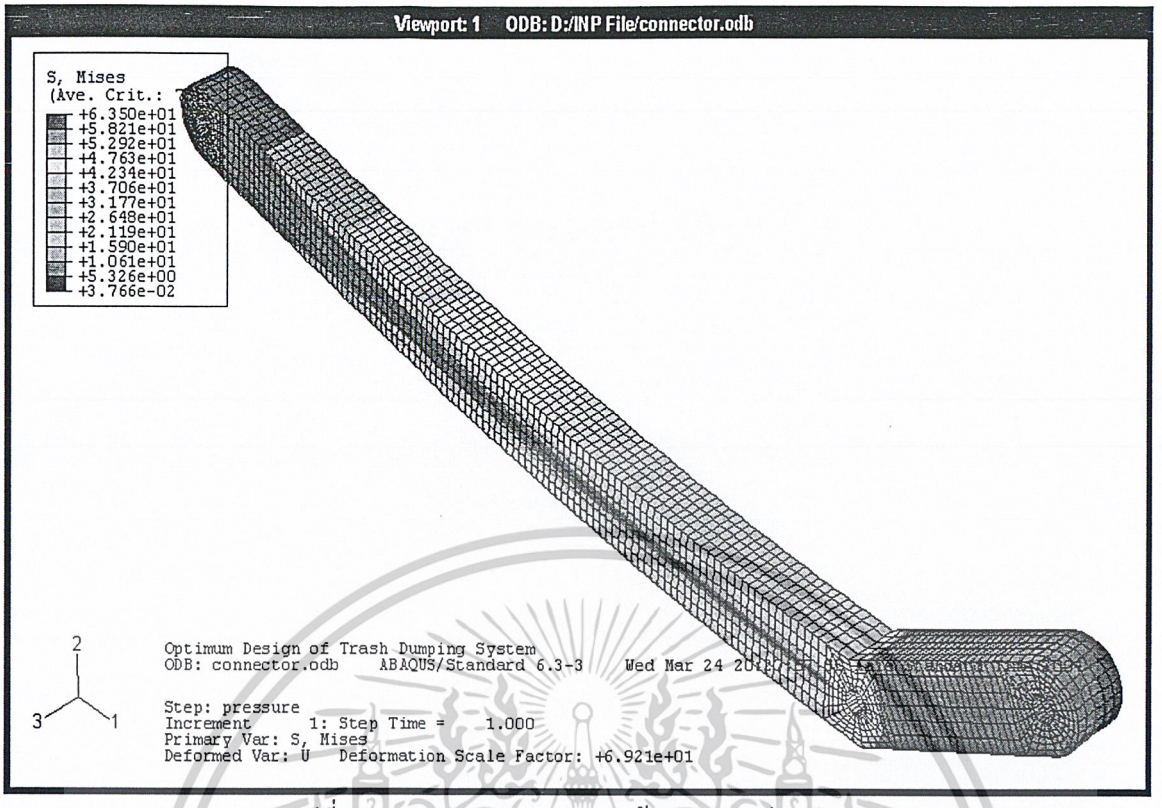


รูปที่ 8.1 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

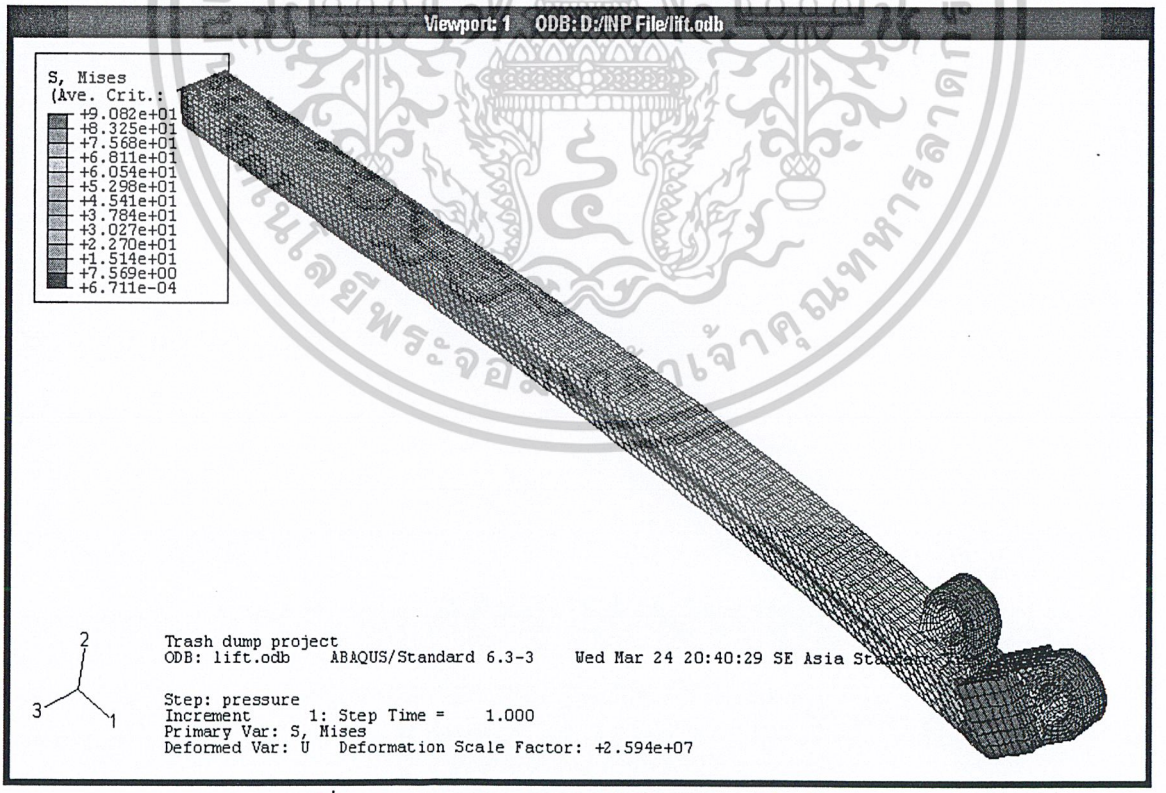


รูปที่ 8.2 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



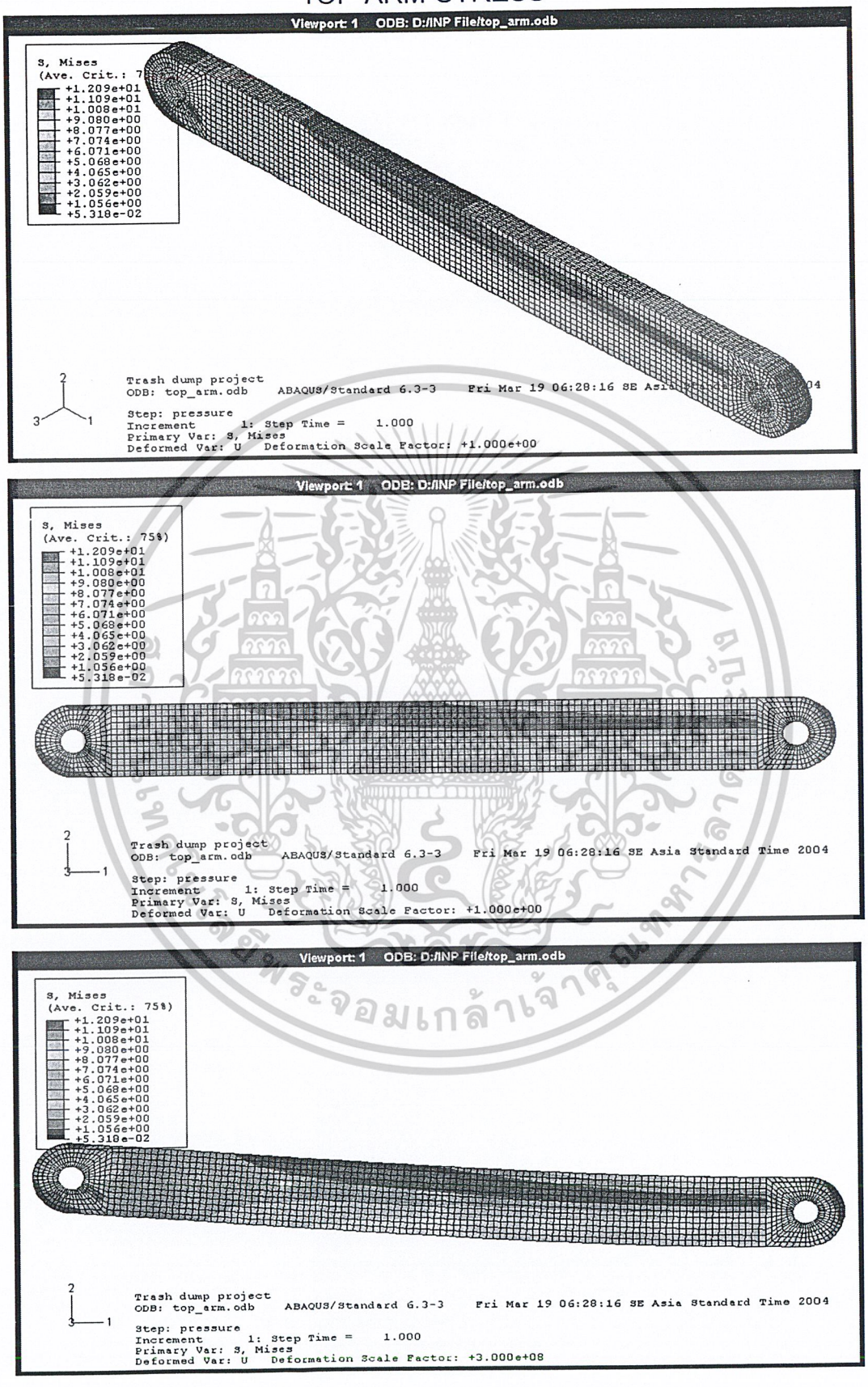
รูปที่ 8.3 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป



รูปที่ 8.4 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

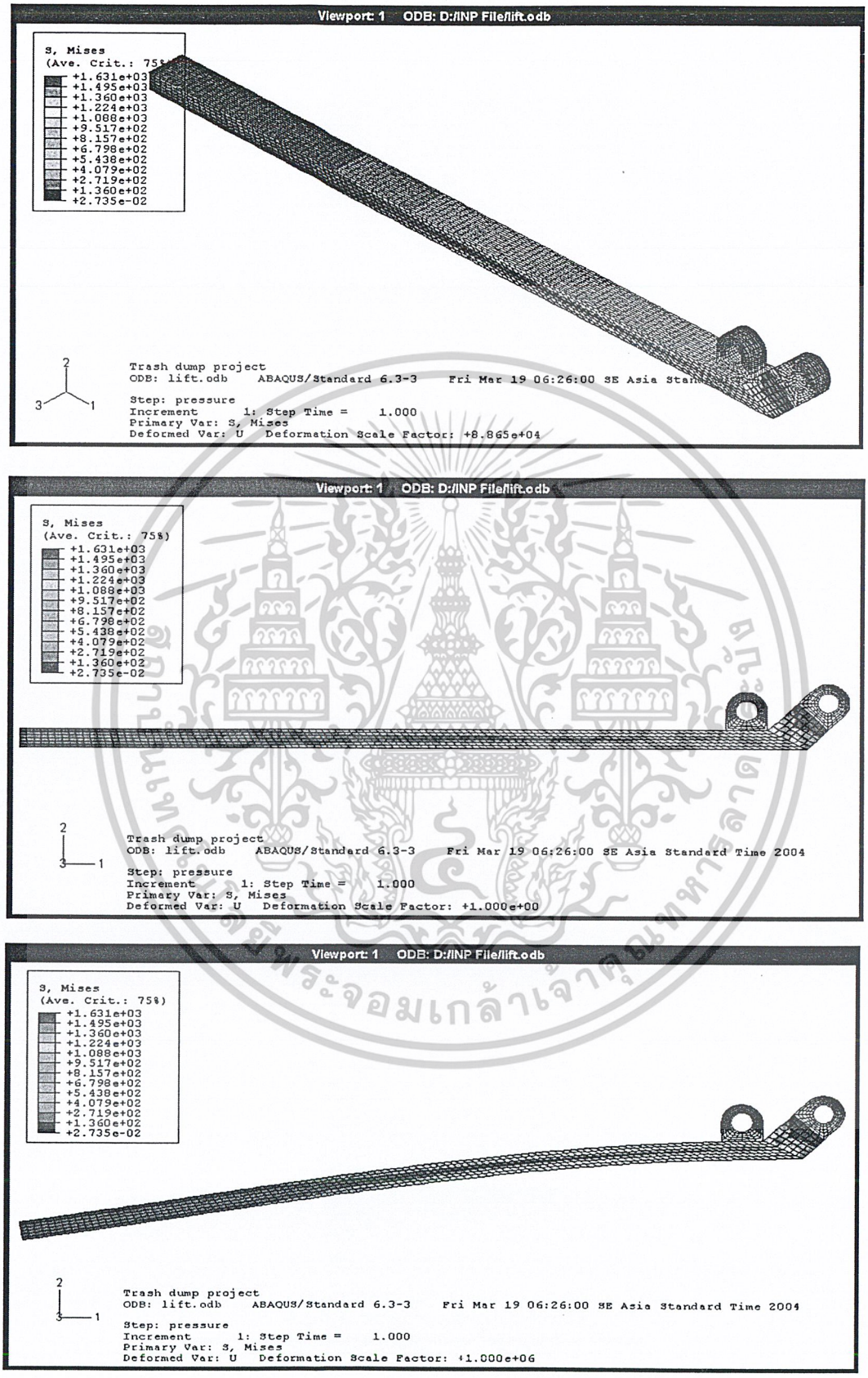
TOP ARM STRESS



รูปที่ 8.5 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

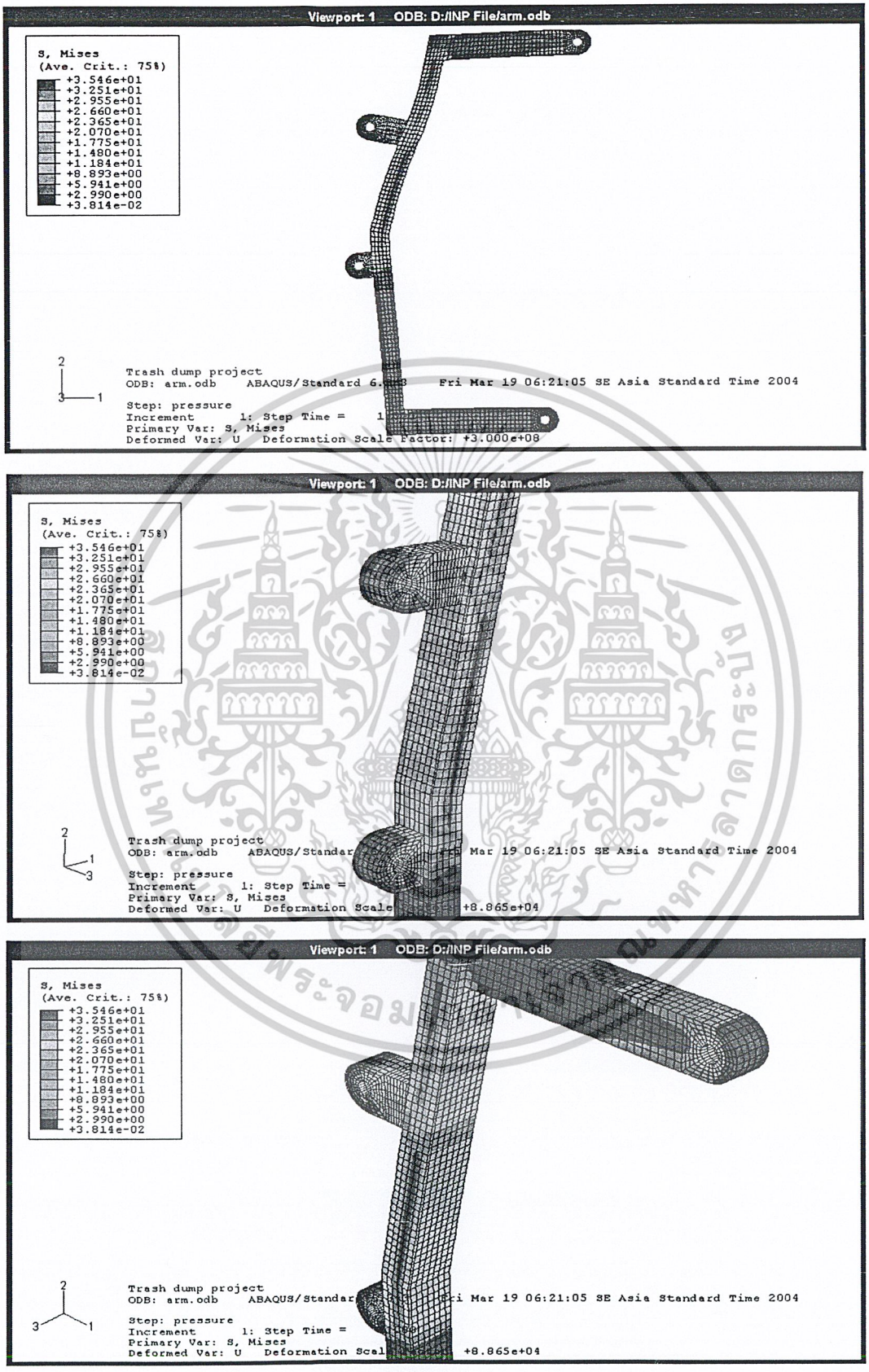
LIFT ARM STRESS



รูปที่ 8.6 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

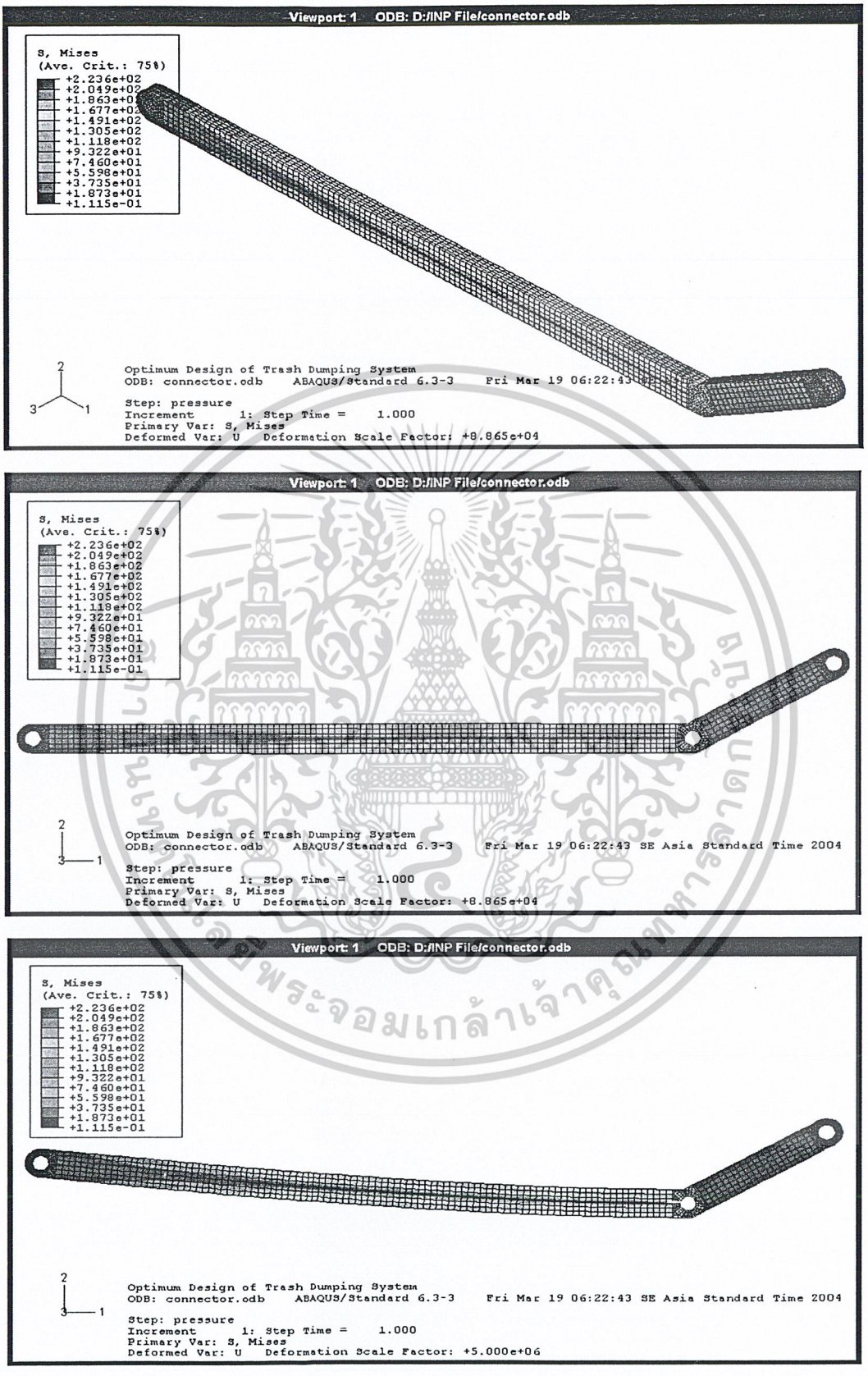
ARM STRESS



รูปที่ 8.7 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

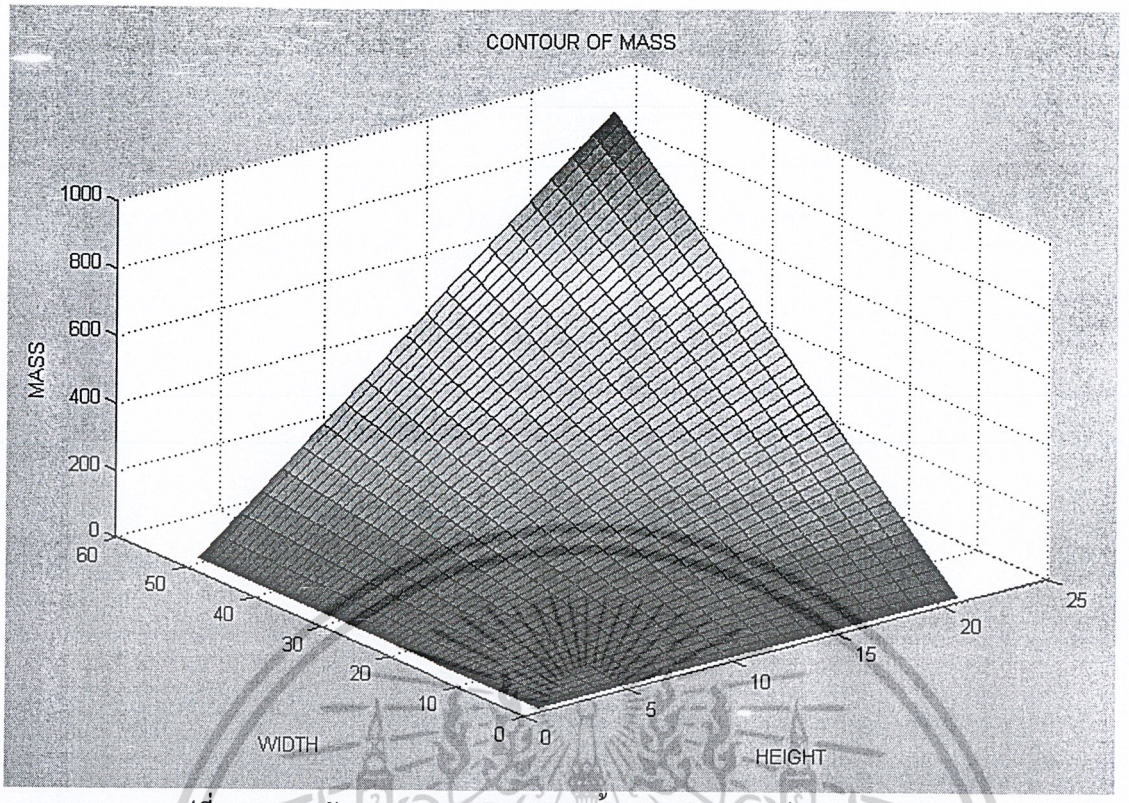
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

BOTTOM ARM STRESS

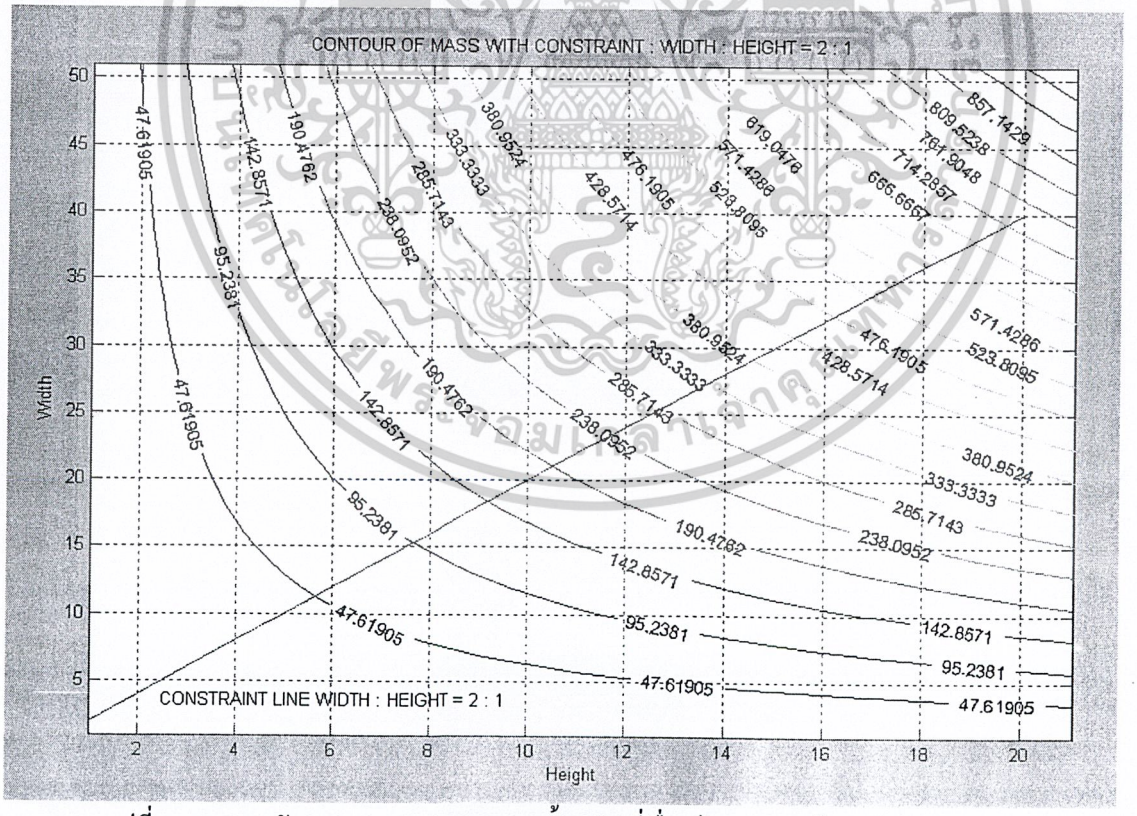


รูปที่ 8.8 แสดงการกระจายความเค้นและการเสียรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 8.9 แสดงลักษณะ CONTOUR ของน้ำหนักกับความกว้างและความสูง



รูปที่ 8.10 แสดงลักษณะ CONTOUR ของน้ำหนัก ที่เงื่อนไข ความกว้าง: ความสูง = 2:1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 9
สรุปและวิจารณ์

สรุปผลของโครงงาน

ผลจากการดำเนินการของโครงงาน เราสามารถสรุปผลได้ดังนี้ คือ

1. การกระจายความเค้น VON MISES ของผลทางสถิตที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงานแต่ละชิ้นจะแตกต่างกัน เนื่องมาจากขนาดของแรงที่กระทำต่อชิ้นงาน ตำแหน่งที่ชิ้นงานถูกกระทำ และตำแหน่งที่ชิ้นงานถูกยึดไว้
2. ชิ้นงานที่เกิด VON MISES STRESS มากทำให้ชิ้นงานมีพื้นที่หน้าตัดใหญ่กว่าชิ้นงานที่เกิด VON MISES STRESS น้อย และหากเรามีการใช้วิธีการทาง OPTIMIZATION มาช่วยในการคำนวณแล้วจะทำให้ขนาดของโครงสร้างชิ้นงานมีขนาดที่เล็กลงและเหมาะสมกับการใช้งานมากยิ่งขึ้น
3. ผลจากการ SIMULATION การเคลื่อนที่ของระบบโครงสร้าง เราพบว่าค่าของแรงแรงสถิตจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าของแรงพลวัตที่เกิดขึ้นกับโครงสร้างของชิ้นงาน เมื่อโครงสร้างมีการเคลื่อนที่อย่างช้าๆ โดยในการคำนวณนี้เราให้โครงสร้างของระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่เพื่อให้ระบบเกิดความเสถียรมากที่สุด
4. ผลจากการ SIMULATION พบว่าชิ้นงานของโครงสร้างแต่ละชิ้นจะเกิดแรงมากที่สุดที่ตำแหน่งที่แตกต่างกัน เนื่องมาจากตำแหน่งของโครงสร้างที่รับภาระแรงกระทำจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆ ตามเวลา ทำให้ชิ้นงานแต่ละชิ้นรับภาระของแรงจากการยกถังขยะแตกต่างกัน ณ เวลาใดๆ
5. ขนาดของโครงสร้างที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการทาง OPTIMIZATION แม้จะเป็นขนาดที่เล็กที่สุดแล้ว แต่จากเงื่อนไขที่เรากำหนดให้คือพื้นที่หน้าตัดจะต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดเท่ากันตลอดทั้งชิ้นงาน ทำให้บางส่วนของชิ้นงานที่รับแรงน้อยจะต้องมีขนาดใหญ่ตามด้วย ดังนั้นเราสามารถที่จะพิจารณาลดขนาดของชิ้นงานส่วนที่เกิด VON MISES น้อยลงได้อีก เพื่อให้ขนาดของชิ้นงานของเรามีขนาดเล็กและมีน้ำหนักเบาขึ้นอีก
6. ชิ้นงานส่วนใหญ่จะเกิด VON MISES มากที่รูเจาะ ซึ่งอาจจะทำให้ขนาดของชิ้นงานมีความคลาดเคลื่อนเพราะรับแรงมากเพียงจุดๆเดียวแต่ทำให้ขนาดทั้งหมดของชิ้นงานใหญ่ขึ้น หากเราสามารถทำให้ผิวเฉพาะที่บริเวณรูเจาะมีความแข็งเพิ่มมากขึ้นก็จะทำให้ขนาดของพื้นที่หน้าตัดของโครงสร้างเล็กลงได้
7. เงื่อนไข CONSTRAINT ที่เรากำหนดค่าของความกว้าง : ความสูง = 2 :1 เพื่อให้ขอบเขตของการคำนวณแคบลง แต่ในความเป็นจริงนั้นชิ้นงานแต่ละชิ้นอาจจะมีค่าของความกว้างต่อความสูงที่เหมาะสมแตกต่างกันขึ้นอยู่กับรูปแบบของการรับแรง รูปแบบของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น เป็นต้น ดังนั้นเราจึงควรศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการออกแบบเพื่อให้การคำนวณเกิดความถูกต้องเพิ่มมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อเสนอแนะและวิจารณ์

1. ในความเป็นจริงระบบโครงสร้างจะเคลื่อนที่จะก่อให้เกิดแรงพลวัต โดยค่าของแรงพลวัตที่เกิดขึ้นต่อระบบโครงสร้างจะเพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆตามความเร็วการเคลื่อนที่ของโครงสร้าง เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบพลวัตจะมีตัวแปรอื่นๆซึ่งมีผลต่อระบบอีก เช่น ค่าความเสียดทานของวัสดุ ค่าความหน่วง ค่า MOMENT OF INTERIA เป็นต้น ดังนั้นการจำลองระบบให้มีความถูกต้องมากขึ้นควรที่จะเขียนโปรแกรมเพิ่มเข้าไปเพื่อให้โปรแกรม FINITE ELEMENT คิดคำนวณในส่วนนี้ด้วย
2. ในการวิเคราะห์ระบบด้วยวิธีทาง FINITE ELEMENT จะต้องศึกษาส่วนของคำสั่งให้ดีเพราะหมายถึงความสมจริงของระบบที่เกิดขึ้น ปัญหาของโครงงานนี้จะเป็นในเรื่องการเลือกการทำ MESHING ของชิ้นงาน เนื่องจากจะมีผลต่อการประมวลผล, ค่าความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้และเวลาที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งควรจะศึกษาทฤษฎีของ FINITE ELEMENT ให้มากขึ้นเพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องเพิ่มมากขึ้น
3. การเขียน INPUT FILE ควรจะศึกษาคำสั่งของ ABAQUS ให้มากขึ้นเพราะจะทำให้การเขียนง่ายขึ้นมากและโปรแกรมที่สร้าง INPUT FILE (MATLAB) ในส่วนของคำสั่งที่มีการใช้อีกเป็นครั้งที่สองควรจะเขียนเป็น FUNCTION เพราะจะไม่เสียเวลาและโปรแกรมจะมีขนาดเล็กลงจะง่ายกับการศึกษามากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนังสืออ้างอิง

[1] Singiresu S.Rao, "Engineering Optimization Theory and Practice", Third Edition, New Age International (P) Limited, Publishers.

[2] Malik, Asok Kumar, "Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms", CRC Press, Paper 237-241.

[3] M.L.Jame, G.M. Smith, J.C. Wolford, "Applied Numerical Methods for Digital Computation", Third Edition

[4] Hamilton H.Mabie, Charles F. Reinholtz, "Mechanisms and Dynamics of Machinery", Fourth Edition

[5] Daryl L. Logan, "A First Course in the Finite Element Method", Second Edition, PWS Publishing Company BOSTON

[6] Klaus-Jurgen Bathe, "Finite Element Procedures", First Edition, Prentice Hall

[7] R.C. Hibbeler, "Mechanics of Materials", Fourth Edition, Prentice Hall

[8] ศ.ดร.วริทธิ์ อึ๊งภากร, รศ.ชาญ ฉนัดงาน, การออกแบบเครื่องจักรกล เล่ม 2.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้