

การเคลื่อนที่ด้านการแกว่งของเครนด้วยเชือกยืดหยุ่น

ANTI-SWING MOVEMENT OF CRANE WITH FLEXIBLE ROPE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขหมู่.....

พ.ศ. 2544

เลขทะเบียน.....40631

ISBN 974-648-385-4

วัน, เดือน, ปี 18 ต.ค. 2544

b.....
i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปเพื่อประโยชน์ด้านพาณิชย์

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# **ANTI-SWING MOVEMENT OF CRANE WITH FLEXIBLE ROPE**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING OF MECHANICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2001**

**ISBN 974-648-385-4**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2001**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่ควรเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์                    การเคลื่อนที่ด้านการแกว่งของไครนด้วยเชือกยืดหยุ่น  
นักศึกษา                                    นายสุมิตร อั้นตั้ง  
รหัสประจำตัว                            41062019  
ปริญญา                                      วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชา                                 วิศวกรรมเครื่องกล  
พ.ศ.                                         2544  
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ. ดร. มงคล มงคลวงศ์โรจน์

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ด้านการแกว่งของไครนโดยพิจารณาความยืดหยุ่นของเชือก แบบจำลองพลศาสตร์ได้ถูกเขียนขึ้นโดยใช้สมการของลากรองจ์ (Lagrange) ซึ่งแบบจำลองที่ได้เป็นสมการไม่เชิงเส้นและทำให้เป็นเชิงเส้นโดยเทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (Linearization) การควบคุมการเคลื่อนที่ไครนใช้วิธีการวางตำแหน่งโพล (pole placement) และวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal control) ในการศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ได้นำมาใช้ในออกแบบการควบคุมและจำลองการเคลื่อนที่ของไครน ผลการตอบสนองของการเคลื่อนที่ของไครนโดยที่พิจารณาความยืดหยุ่นของเชือกนำไปเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองการเคลื่อนที่โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

**Thesis Title**      Anti-Swing Movement of Crane with Flexible Rope  
**Student**            Mr. Sumit      Aunteng  
**Student ID.**        41062019  
**Degree**             Master of Engineering  
**Programme**        Mechanical Engineering  
**Year**                2001  
**Thesis Advisor**    Assoc. Prof. Dr. Mongkol      Mongkolwongrojn

### ABSTRACT

In this research, the control of anti-swing movement of crane with flexible rope is investigated. The nonlinear dynamic model of the crane system is formulated by using Lagrange's equation. The linearization is applied to obtain linear dynamic model of the crane system. The pole placement method and optimal control method are used to design for control the crane motion. In this research used MATLAB program for the control of crane motion and simulation of the crane operation . The response of the movement of the crane with flexible rope effects are also compared with the response of the movement of crane with rigid rope.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาเกี่ยวกับแนวทางการเขียนแบบจำลองทางพลศาสตร์และทฤษฎีการควบคุมรวมทั้งจุดสำคัญของการวิเคราะห์ผลจากรศ. ดร. มงคล มงคลวงศ์โรจน์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอขอบพระคุณอย่างสูง

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆ ที่เป็นประโยชน์อย่างมากในงานวิจัยนี้

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาของผู้วิจัยเป็นอย่างยิ่งที่เฝ้าเลี้ยงดูอบรมสั่งสอนและเป็นกำลังใจตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จสมความตั้งใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สุมิตร อั้นเต็ง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VII
รายการสัญลักษณ์.....	XIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ประวัติความเป็นมา.....	1
1.2 ความสำคัญของปัญหา.....	1
1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.5 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครน.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 สมการของลากรองจ์ (Lagrange).....	4
2.3 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครน.....	5
2.3.1 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	6
2.3.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	6
2.3.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	10
2.3.2 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	15
2.3.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	15
2.3.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	19
บทที่ 3 การออกแบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครน.....	25
3.1 เทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization).....	25
3.2 ความสามารถควบคุมได้ (controllability).....	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4 การออกแบบโดยวิธีการวางตำแหน่งโพล.....	28
3.4.1 ข้อกำหนดการตอบสนองชั่วคราว (time-domain).....	29
3.4.2 ข้อกำหนดการตอบสนองต่อความถี่ (frequency-response).....	31
3.4.3 ข้อกำหนดความแม่นยำของสภาวะอยู่ตัว (steady-state accuracy).....	31
บทที่ 4 การจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของระบบ.....	35
4.1 บทนำ.....	35
4.2 กำแพงตัวเลขของระบบ.....	35
4.3 ผลการจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของระบบ.....	35
4.3.1 ช่วงการเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	36
4.3.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	36
4.3.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	37
4.3.2 ช่วงการเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	39
4.3.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	39
4.3.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	41
4.4 การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูปสมการ state space เชิงเส้น.....	44
4.4.1 สมการ state space เชิงเส้นของระบบช่วงการเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	44
4.4.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	44
4.4.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	45
4.4.2 สมการ state space เชิงเส้นของระบบช่วงการเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	45
4.4.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	45
4.4.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	46
4.5 การตรวจสอบความสามารถควบคุมได้ของระบบ.....	47
4.5.1 ความสามารถควบคุมได้ของระบบช่วงการเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	47
4.5.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	47
4.5.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	47
4.5.2 ความสามารถควบคุมได้ของระบบช่วงการเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	48
4.5.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.5.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหุ่น.....	48
4.6 การจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของเครื่องบินโดย Kari Rintanen.....	49
<b>บทที่ 5 การจำลองการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด.....</b>	<b>54</b>
5.1 บทนำ.....	54
5.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	54
5.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	54
5.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหุ่น.....	57
5.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	61
5.3.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	61
5.3.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหุ่น.....	66
5.4 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดของเครื่องบินจากแบบจำลองของ Kari.....	71
<b>บทที่ 6 การจำลองการควบคุมแบบวางตำแหน่งโพล.....</b>	<b>74</b>
6.1 บทนำ.....	74
6.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ.....	74
6.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	74
6.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหุ่น.....	81
6.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยง.....	88
6.3.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	88
6.3.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหุ่น.....	97
<b>บทที่ 7 บทสรุปและข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>107</b>
7.1 บทสรุป.....	107
7.2 ข้อเสนอแนะ.....	108
<b>บรรณานุกรม.....</b>	<b>110</b>
<b>ภาคผนวก.....</b>	<b>111</b>
<b>ประวัติผู้เขียน.....</b>	<b>116</b>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบการเคลื่อนที่ของเกรน.....	6
3.1 รูปแบบ underdamped คอการตอบสนองของ unit step ของระบบควบคุม.....	29
3.2 ขอบเขตที่ยอมให้วางตำแหน่งโพลได้ใน s-plane.....	30
3.3 โครงร่างของค่าคงที่ $\zeta$ และ $\omega_n$ สำหรับระบบอันดับสอง.....	30
3.4 ข้อกำหนดการตอบสนองต่อความถี่.....	31
4.1 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input $T_T = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	36
4.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	37
4.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input $T_T = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	37
4.4 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	38
4.5 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกยกขึ้นต่อ inputs $T_T = 1 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	39
4.6 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกหย่อนลงต่อ inputs $T_T = 1 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	39
4.7 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกยกขึ้นต่อ inputs $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	40
4.8 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกหย่อนลงต่อ inputs $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง.....	41
4.9 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกยกขึ้นต่อ inputs $T_T = 1 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	42
4.10 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการจะถูกหย่อนลงต่อ inputs $T_T = 1 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่น.....	42

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.11 ผลการตอบสนองภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยภาระถูกยกขึ้นต่อ inputs $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยึดหย่น.....	43
4.12 ผลการตอบสนองภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยภาระถูกหย่อนลงต่อ inputs $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$ และ $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$ โดยพิจารณาเชือกยึดหย่น.....	43
4.13 โครงสร้างครนจำลองของ Helsinki University of Technology.....	49
4.14 การเปรียบเทียบผลการจำลองการเคลื่อนที่จากสมการ (4.6) กับแบบจำลองของ Kari และผลการทดลองของครนจำลอง.....	52
5.1 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1).....	55
5.2 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1).....	56
5.3 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.2).....	56
5.4 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.2).....	57
5.5 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3).....	58
5.6 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3).....	59
5.7 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4).....	60
5.8 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4).....	60
5.9 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5).....	62

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.10 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5).....	62
5.11 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5).....	63
5.12 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6).....	64
5.13 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6).....	65
5.14 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6).....	65
5.15 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7).....	67
5.16 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7).....	67
5.17 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7).....	68
5.18 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8).....	69
5.19 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8).....	70
5.20 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8).....	71
5.21 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9).....	72
5.22 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการใช้เมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9).....	72
6.1 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการใช้ตำแหน่งโพลดังสมการ (6.1).....	75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.2 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.1).....	75
6.3 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.2).....	76
6.4 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.2).....	77
6.5 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.3).....	78
6.6 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.3).....	78
6.7 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.4).....	80
6.8 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.4).....	80
6.9 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.5).....	81
6.10 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.5).....	82
6.11 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.6).....	83
6.12 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.6).....	84
6.13 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.7).....	85
6.14 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.7).....	85
6.15 ผลของ output ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.8).....	87

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.16 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.8).....	87
6.17 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.9).....	89
6.18 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.9).....	89
6.19 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.9).....	90
6.20 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.10).....	91
6.21 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.10).....	91
6.22 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.10).....	92
6.23 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.11).....	93
6.24 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.11).....	94
6.25 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.11).....	94
6.26 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.12).....	95
6.27 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.12).....	96
6.28 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.12).....	96
6.29 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลดั่งสมการ (6.13).....	97

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.30 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.13).....	98
6.31 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.13).....	98
6.32 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.14).....	100
6.33 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.14).....	100
6.34 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.14).....	101
6.35 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.15).....	102
6.36 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.15).....	103
6.37 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.15).....	103
6.38 ผลของ output $y_1(t)$ และ $y_2(t)$ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ และ $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.16).....	104
6.39 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_1(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.16).....	105
6.40 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input $r_2(t)$ โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.16).....	105

## รายการสัญลักษณ์

$A$	พื้นที่หน้าตัดของเชือก, เมตริกซ์คงที่ของ state variable
$B$	เมตริกซ์คงที่ของสัญญาณควบคุม
$E$	ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของเชือก
$J$	ดัชนีสมรรถนะ
$J_H$	โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดมอเตอร์ควาน
$J_T$	โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดมอเตอร์ลาก
$k$	ค่าความแข็งขึ้นของเชือก
$K$	เมตริกซ์เกนป้อนกลับ
$l$	ความยาวเชือก
$L$	การกำหนดของลากรองจ์
$m$	มวลของตัวเครน
$M$	มวลของภาระ, เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้
$PO$	Percentage overshoot
$q_j$	พิกัดตำแหน่งทั่วไป
$\dot{q}_j$	ความเร็วทั่วไป
$Q$	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก state variable
$Q_j$	แรงไม่อนุรักษ์
$r_H$	รัศมีครึ่งของชุดมอเตอร์ควาน
$r_T$	รัศมีล้อของตัวเครน
$R$	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสัญญาณควบคุม
$S$	เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก final state
$t_r$	Rise time
$t_s$	Settling time
$T$	พลังงานจลน์
$T_H$	แรงบิดของชุดมอเตอร์ควาน
$T_T$	แรงบิดของชุดมอเตอร์ลาก
$u$	สัญญาณควบคุม
$v_x$	ความเร็วของภาระในแนวแกน $x$
$v_y$	ความเร็วของภาระในแนวแกน $y$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

$V$	พลังงานศักย์
$x$	State variables
$x_0$	ระยะยี่ศของเชือกในช่วงสถิตย์
$x_1$	ระยะยี่ศของเชือกในช่วงพลศาสตร์
$x_{10}$	ความยาวเชือกเมื่อรวมระยะยี่ศของเชือกในช่วงสถิตย์
$x_T$	ระยะการเคลื่อนที่ของตัวเครน
$\theta_H$	มุมบิดของชุดมอเตอร์หัว
$\theta_T$	มุมบิดของชุดมอเตอร์ลาก
$\phi$	มุมแกว่งของเชือก
$\mu_i$	โพลที่ต้องการวาง
$\zeta$	damping ratio
$\omega_n$	undamped natural frequency

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ประวัติความเป็นมา

จากบทความวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครนมีหลายฉบับด้วยกัน กล่าวคือ

1. Towards Industrial Crane Computer Control โดย Riku Salminen (1991) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนจากชุดการทดลอง pilot trolley crane ทั้งแบบควบคุมความเร็วและแบบควบคุมแรงบิดรวมทั้งการสร้างตัวควบคุมโดยวิธีการวางตำแหน่งโพล และเทคนิคการวัดตำแหน่งระยะด้วย ultrasonic sensors
2. Modeling, Instrumentation and Control of a Trolley Crane โดย Kari Rintanen (1991) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์สำหรับ pilot trolley crane ใน Helsinki University of Technology และประเมินแบบจำลองทางพลศาสตร์ด้วยการทดลอง และพัฒนาการตรวจวัดตำแหน่งระยะโดยวิธีการประเมินและสมรรถนะของตัวประเมินนั้นทำการทวนสอบกับ pilot trolley crane
3. Concise Anti-Swing Approach for Fuzzy Crane Control โดย Y.C. Liang และ K.K. Koh (1997) ได้กล่าวถึงวิธีการแบบ concise เพื่อให้ยังผลของการควบคุมแบบ fuzzy โดยแบบจำลองทางพลศาสตร์ที่สร้างขึ้นอยู่บนพื้นฐานของ heuristic เพื่อความสะดวกในการออกแบบ
4. Observer-Controller Design for Crane via Lyapunov Equivalence โดย Alessandro Giua และคณะ (1998) โดยการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูปแบบ time-varying แบบเชิงเส้นและออกแบบตัวควบคุมโดยใช้เทคนิค state-feedback stabilization ของ Wolovich ผ่าน Lyapunov transformation โดยผลการจำลองนั้นพิจารณาจากค่าเชิงตัวเลขของเครนจริง

### 1.2 ความสำคัญของปัญหา

เครนเป็นอุปกรณ์การขนถ่ายที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในโรงงานอุตสาหกรรม, คลังสินค้า, ท่าเรือ ตลอดจนสถานที่ก่อสร้างต่างๆ เป็นต้น เพื่อที่จะใช้ทำการขนถ่ายภาระหนัก โดยที่ประสิทธิภาพของการขนถ่ายภาระของเครนนั้นขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการขนถ่ายและความแม่นยำของพิกัดตำแหน่งในการวางภาระ เครนที่ใช้งานโดยทั่วไปแล้วจะบังคับการเคลื่อนที่ด้วยมนุษย์โดยจะบังคับให้เครนขนถ่ายภาระโดยใช้เวลาในการขนถ่ายน้อยที่สุด แต่ในขณะเดียวกันก็บังคับให้เกิดการแกว่งของภาระน้อยที่สุดเพื่อที่จะลดอันตรายในการขนถ่ายและเพื่อที่จะวางภาระในตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างรวดเร็ว โดยเหตุที่การแกว่งของภาระนั้นแปรผกผันกับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

เอกส  
คร่า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจึงต้องหาค่าควบคุมที่เหมาะสมหรือดีที่สุดในการควบคุมตามเงื่อนไขที่ต้องการ โดยทั่วไปแล้วกรณีมีลักษณะการเคลื่อนที่ 3 ช่วงด้วยกันคือ

1. การเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงของภาระในแนวดิ่งโดยการคว้านขึ้นหรือลงด้วยชุดมอเตอร์คว้าน (hoist motor)
2. การเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงของภาระและตัวเครน (trolley) เคลื่อนที่ไปข้างหน้าพร้อมกันหรือเป็นการเคลื่อนที่แนวทแยงของภาระ โดยการคว้านขึ้นหรือลงด้วยชุดมอเตอร์คว้านและตัวเครนเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยชุดมอเตอร์ลาก (trolley motor)
3. การเคลื่อนที่ไปข้างหน้าในแนวระดับของภาระเพียงอย่างเดียวด้วยชุดมอเตอร์ลาก

สังเกตได้ว่าลักษณะการเคลื่อนที่ช่วงที่ 2 และ 3 เป็นเหตุให้เกิดการแกว่งของภาระในขณะเคลื่อนที่ และลักษณะทางพลศาสตร์ของเครนนั้นขึ้นอยู่กับน้ำหนักของตัวเครน, แรงบิดของชุดมอเตอร์, น้ำหนักของภาระ และความยาวเชือก ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเชือกที่แขวนภาระจะมีความยืดหยุ่นในตัว ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องศึกษาผลกระทบของการยืดตัวทางพลศาสตร์ของเชือกต่อระยะการเคลื่อนที่ของตัวเครนและมุมการแกว่งของภาระ

### 1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อที่จะสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนที่ใกล้เคียงกับลักษณะการเคลื่อนที่จริง
2. เพื่อศึกษาผลกระทบของความยืดหยุ่นของเชือกต่อลักษณะการเคลื่อนที่ของเครนและมุมแกว่งของภาระจากแบบจำลองทางพลศาสตร์
3. เพื่อศึกษาการออกแบบระบบควบคุมการทำงานของเครนโดยใช้วิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุด (optimal control)
4. เพื่อศึกษาการออกแบบระบบควบคุมการทำงานของเครนโดยใช้วิธีการวางตำแหน่งโพล (pole placement)

### 1.4 ขอบเขตงานวิจัย

1. งานวิจัยนี้จะทำการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนภายใต้การสมมติที่ว่าลักษณะของภาระเป็นจุด, ไม่คิดการบิดรูปยืดหยุ่นของโครงสร้างของเครน, เชือกไม่มีน้ำหนัก, และไม่คิดแรงเสียดทานในส่วนประกอบต่างๆ ของเครน
2. การออกแบบระบบควบคุมโดยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและโดยวิธีการวางตำแหน่งโพลนั้นจะคำนึงถึงข้อกำหนด performance เท่านั้น โดยไม่คำนึงถึงข้อกำหนด robustness
3. การวัด state ต่างๆ สำหรับการป้อนกลับสมมติว่ามีตัวตรวจวัดที่เหมาะสมและสามารถวัดได้ทุก state

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.5 ขั้นตอนการศึกษา

1. สร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครื่องบินกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับ โดยพิจารณา เชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น
2. สร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครื่องบินกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง โดยพิจารณา เชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น
3. ออกแบบระบบควบคุมของเครื่องบินโดยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดในกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น
4. ออกแบบระบบควบคุมของเครื่องบินโดยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดในกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น
5. ออกแบบระบบควบคุมของเครื่องบินโดยวิธีการวางตำแหน่งโพลในกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับ โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น
6. ออกแบบระบบควบคุมของเครื่องบินโดยวิธีการวางตำแหน่งโพลในกรณีที่ภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งและเชือกยึดหยุ่น

## 1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เนื่องจากปัจจุบันการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครื่องบินนั้นเป็นการควบคุมวงปิด โดยที่ผู้ควบคุมเครื่องบินคอยตรวจสอบตำแหน่งของเครื่องบินและการแกว่งของภาระแล้วจึงออกคำสั่ง input ไปที่ปุ่มควบคุม ซึ่งการควบคุมการเคลื่อนที่เพื่อให้ได้ประสิทธิภาพที่ดีที่สุด (ใช้เวลาในการเคลื่อนที่น้อยที่สุดและการแกว่งน้อยที่สุด) นั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความชำนาญของตัวผู้ควบคุมเอง ดังนั้นถ้าเราสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครื่องบินที่เหมาะสมรวมทั้งสร้างระบบตรวจวัด (sensor) ที่เหมาะสมและทำการออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ระบบเคลื่อนที่ตามที่ต้องการ แล้วนำไปใช้ในการควบคุมเครื่องบินแทนการควบคุมโดยมนุษย์จะทำให้เป็นการเพิ่มประสิทธิภาพในการขนถ่ายมากยิ่งขึ้น

## บทที่ 2

# แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเกรน

### 2.1 บทนำ

แบบจำลองทางพลศาสตร์เป็นการกำหนดชุดของสมการเพื่อที่จะแทนลักษณะการเคลื่อนที่ของระบบอย่างถูกต้องหรืออย่างน้อยใกล้เคียงกับความเป็นจริง ในการวิเคราะห์และออกแบบระบบต้องอาศัยแบบจำลองทางพลศาสตร์ ดังนั้นการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์จึงเป็นงานสำคัญอย่างหนึ่งของการศึกษาระบบควบคุม แบบจำลองทางพลศาสตร์นั้นควรมีรายละเอียดเพียงพอที่จะตรวจสอบลักษณะสำคัญของระบบได้ แต่ถึงกระนั้นก็ไม่ควรรวมรายละเอียดที่ไม่สำคัญมากเกินไป เพราะจะทำให้เกิดความยุ่งยากซับซ้อนทางคณิตศาสตร์มากเกินไปจนความจำเป็น แบบจำลองทางพลศาสตร์อาจจะอธิบายได้ในในเทอมของสมการดิฟเฟอเรนเชียลซึ่งอาจจะได้มาโดยการใช้อนุกรมของนิวตันสำหรับระบบทางกลเป็นต้น

เนื่องจากกฎของนิวตันนั้นเป็นการสร้างมาสำหรับอนุภาคเดี่ยว (single particle) และขยายไประบบอนุภาคและวัตถุแข็งเกร็ง (rigid bodies) ในการอธิบายการเคลื่อนที่นั้นเป็นการใช้พิกัดและแรงโดยปริมาณนั้นสามารถแทนได้โดยเวกเตอร์ สำหรับข้อเสียของการพิจารณาแบบนี้คือเราต้องพิจารณาแต่ละส่วนประกอบของระบบแยกกัน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคำนวณผลลัพธ์แรงปฏิกิริยาเนื่องจาก kinematic ซึ่งการคำนวณแรงนี้สลับซับซ้อนมากทีเดียว

วิธีที่แตกต่างจากกฎของนิวตันคือการวิเคราะห์ทางกล (analytical mechanics) โดยพิจารณาระบบเป็นส่วนประกอบทั้งหมดแทนที่จะแยกพิจารณา ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องคำนวณแรงปฏิกิริยา ซึ่งวิธีนี้นำมาใช้โดยลากรองจ์ (Lagrange) โดยจัดปัญหาในเทอมของ 2 ฟังก์ชันสเกลาร์ (scalar function) กล่าวคือ พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ ซึ่งวิธีของลากรองจ์นั้นมีประสิทธิภาพในการหาสมการเคลื่อนที่ของระบบ โดยเฉพาะระบบที่มีดีกรีความอิสระ (degree of freedom) สูงๆ

แบบจำลองทางพลศาสตร์อาจจะกำหนดรูปแบบได้หลายแบบด้วยกันซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของระบบ เช่น สำหรับระบบควบคุมแบบวิธีวางตำแหน่งของโพล (pole placement) และแบบวิธีควบคุมเหมาะสมที่สุด (optimal control) อาจจะแทนชุดของสมการทางพลศาสตร์ในรูป state space จึงจะเหมาะสมที่จะนำไปใช้

### 2.2 สมการของลากรองจ์ (Lagrange)

เราสามารถหาสมการการเคลื่อนที่จาก 2 สเกลาร์ฟังก์ชันคือ พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ และงานเสมือน (virtual work) ซึ่งประกอบด้วยแรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative force) ซึ่งสามารถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำจัดความต้องการทราบแรงบังคับ (constraint force) ต่างๆ ซึ่งล้มการคิดเฟอเรนเชียลนั้นได้มาโดยสมการการเคลื่อนที่ของลากรองจ์

สมการการเคลื่อนที่ของลากรองจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

โดยที่

$T$  คือ พลังงานจลน์ของระบบ (kinetic energy)

$V$  คือ พลังงานศักย์ของระบบ (potential energy)

$q_j$  คือ พิกัดตำแหน่งทั่วไป (generalized coordinate)

$Q_j$  คือ แรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative force)

$n$  คือ ดีกรีความอิสระ (degree of freedom)

จากการกำหนดของลากรองจ์

$$L = T - V \quad (2.2)$$

และจากการที่พลังงานศักย์ของระบบไม่ขึ้นอยู่กับความเร็วทั่วไป (generalized velocity)

$\dot{q}_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) ดังนั้นสมการ (2.1) จะได้

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

### 2.3 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครน

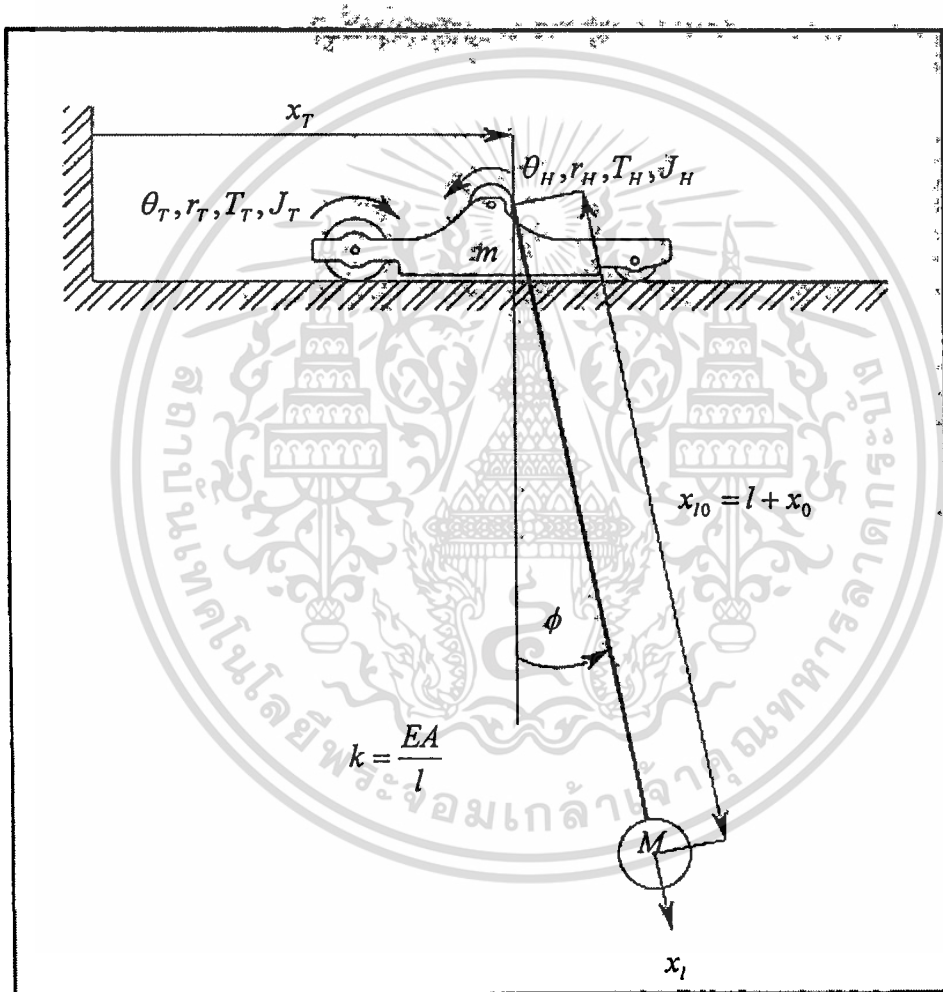
โดยทั่วไปแล้วเครนจะมีลักษณะการเคลื่อนที่ 3 ช่วงด้วยกันคือ

1. การเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงของภาระในแนวตั้ง โดยการคว้านขึ้นหรือลงด้วยชุดมอเตอร์คว้าน (hoist motor)
2. การเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงและเคลื่อนที่ไปข้างหน้าพร้อมกันของภาระหรือเป็นการเคลื่อนที่แนวทแยงของภาระ โดยการคว้านขึ้นหรือลงด้วยชุดมอเตอร์คว้านและตัวเครนเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยชุดมอเตอร์ลาก (trolley motor)
3. การเคลื่อนที่ไปข้างหน้าในแนวระดับเพียงอย่างเดียวด้วยชุดมอเตอร์ลาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตได้ว่าลักษณะการเคลื่อนที่ช่วงที่ 2 และ 3 เป็นเหตุให้เกิดการแกว่งของภาวะในขณะเคลื่อนที่ และลักษณะทางพลศาสตร์ของครนนั้นขึ้นอยู่กับความยาวเชือก, น้ำหนักของภาวะและน้ำหนักของตัวครน เพื่อการง่ายในการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของครน เราจะสมมติว่า ลักษณะของภาวะเป็นจุดเพื่อลดผลกระทบของการต้านลมของภาวะ, ไม่คิดการบิดรูปยืดหยุ่นของโครงสร้างของครน, เชือกไม่มีน้ำหนัก (น้ำหนักของเชือกน้อยมากเมื่อเทียบกับภาวะและตัวครน) และไม่คิดแรงเสียดทานและไม่มีการไถลของล้อครน โดยลักษณะการเคลื่อนที่ของครนแสดงในรูปที่ (2.1)



รูปที่ 2.1 ระบบการเคลื่อนที่ของครน

### 2.3.1 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของครนช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ

#### 2.3.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

เนื่องจากภาวะเคลื่อนที่เฉพาะในแนวระดับดังนั้นความยาวของเชือกคงที่และพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง จากรูปที่ 2.1 พิจารณาพิกัดตำแหน่งในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  ของภาวะมวล  $M$  เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x = x_T + l \sin \phi \quad y = l \cos \phi \quad (2.4)$$

โดยที่ความเร็วของมวล  $M$  ในแนวแกน  $x$  และ  $y$  คือ

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \dot{x}_T + l\dot{\phi} \cos \phi \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = -l\dot{\phi} \sin \phi \end{aligned} \quad (2.5)$$

สำหรับพลังงานจลน์ของระบบนั้นประกอบด้วยส่วนของชุดมอเตอร์ลาก, ตัวเครน และภาระ คือ

$$T = \frac{1}{2} J_T \dot{\theta}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (2.6)$$

โดยที่  $J_T$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดมอเตอร์ลาก

เนื่องจาก  $\theta_T = \frac{x_T}{r_T}$  และ  $\dot{\theta}_T = \frac{\dot{x}_T}{r_T}$  ดังนั้น

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (2.7)$$

แทนสมการ (2.5) ลงในสมการ (2.7) จะได้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (\dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T l \dot{\phi} \cos \phi + l^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi + l^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi) \quad (2.8)$$

เนื่องจาก  $(\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = 1$  ดังนั้นสมการ (2.8) จะได้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} (M + m) \dot{x}_T^2 + M l \dot{x}_T \dot{\phi} \cos \phi + \frac{1}{2} M l^2 \dot{\phi}^2 \quad (2.9)$$

สำหรับพลังงานศักย์ของระบบประกอบด้วยการเปลี่ยนมุมแกว่งของภาระคือ

$$V = Mgl(1 - \cos \phi) \quad (2.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนสมการ (2.9) และสมการ (2.10) ลงในสมการ (2.2) จะได้

$$L = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} (M + m) \dot{x}_T^2 + Ml \dot{x}_T \dot{\phi} \cos \phi + \frac{1}{2} Ml^2 \dot{\phi}^2 - Mgl(1 - \cos \phi) \quad (2.11)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_T$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_T}{r_T}$  ดังนั้นจากสมการ (2.11) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_T} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} &= \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T + (M + m) \dot{x}_T + Ml r \dot{\phi} \cos \phi \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} \right) &= \frac{J_T}{r_T^2} \ddot{x}_T + (M + m) \ddot{x}_T - Ml \dot{\phi}^2 \sin \phi + Ml \ddot{\phi} \cos \phi \end{aligned} \quad (2.12)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.12) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\left( \frac{J_T}{r_T^2} + (M + m) \right) \ddot{x}_T - Ml \dot{\phi}^2 \sin \phi + Ml \ddot{\phi} \cos \phi = \frac{T_T}{r_T} \quad (2.13)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $\phi$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (2.11) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \phi} &= -Ml \dot{x}_T \dot{\phi} \sin \phi - Mgl \sin \phi \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= Ml \dot{x}_T \cos \phi + Ml^2 \dot{\phi} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= -Ml \dot{x}_T \dot{\phi} \sin \phi + Ml \ddot{x}_T \cos \phi + Ml^2 \ddot{\phi} \end{aligned} \quad (2.14)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.14) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$Ml(l\ddot{\phi} + \ddot{x}_T \cos \phi + g \sin \phi) = 0 \quad (2.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น. ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.13) และสมการ (2.15) ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของระบบคือ

$$\begin{aligned} \left( \frac{J_T + (M + m)r_T^2}{r_T} \right) \ddot{x}_T - Mr_T \dot{\phi}^2 \sin \phi + Mr_T \ddot{\phi} \cos \phi &= T_T \\ Ml(l\ddot{\phi} + \ddot{x}_T \cos \phi + g \sin \phi) &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.16) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \ddot{x}_T &= \frac{T_T r_T + Mr_T^2 \dot{\phi}^2 \sin \phi + Mgr_T^2 \sin \phi \cos \phi}{(J_T + Mr_T^2 \sin^2 \phi + mr_T^2)} \\ \ddot{\phi} &= - \left( \frac{T_T r_T \cos \phi + Mr_T^2 \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi + Mgr_T^2 \sin \phi \cos^2 \phi}{l(J_T + Mr_T^2 \sin^2 \phi + mr_T^2)} \right) - \frac{g \sin \phi}{l} \end{aligned} \quad (2.17)$$

กำหนด state variables ของระบบคือ

$$x_1 = x_T \quad x_2 = \dot{x}_T \quad x_3 = \phi \quad x_4 = \dot{\phi} \quad (2.18)$$

ดังนั้นจากสมการ (2.17) และสมการ (2.18) เราจะได้สมการ state ของระบบดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{T_T r_T + Mr_T^2 x_4^2 \sin x_3 + Mgr_T^2 \sin x_3 \cos x_3}{(J_T + Mr_T^2 \sin^2 x_3 + mr_T^2)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= - \left( \frac{T_T r_T \cos x_3 + Mr_T^2 x_4^2 \sin x_3 \cos x_3 + Mgr_T^2 \sin x_3 \cos^2 x_3}{l(J_T + Mr_T^2 \sin^2 x_3 + mr_T^2)} \right) - \frac{g \sin x_3}{l} \end{aligned} \quad (2.19)$$

กำหนดสมการ output ของระบบคือ

$$[y] = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

เนื่องจากในทางปฏิบัติภาระที่เคลื่อนย้ายจะมีน้ำหนักมากดังนั้นขณะเคลื่อนย้ายเชือกจะดึงตลอดเวลา และจากการที่มีการกำหนดขีดจำกัดของน้ำหนักภาระซึ่งกำหนดโดยผู้ผลิตในการป้องกันการเปลี่ยนรูปในช่วงพลาสติกของเชือก ดังนั้นในการพิจารณาความยืดหยุ่นของเชือกเราสามารถที่จะสมมติเชือกเป็นสปริงซึ่งมีค่าความแข็งขึ้น (stiffness) ในช่วงยืดหยุ่น และสมมติว่าการเปลี่ยนแปลงของระยะยืดของเชือกเป็นแบบเชิงเส้น และเนื่องจากเครนใช้งานจริงจะมีเชือกคล้องอยู่หลายเส้นดังนั้นเราสามารถพิจารณาเป็นเชือกเส้นเดียวโดยค่าความแข็งขึ้นของเชือกคือ  $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$  โดยที่  $n$  คือจำนวนของเชือกที่คล้องกับภาระ

จากรูปที่ 2.1 เมื่อเราพิจารณาความยืดหยุ่นของเชือกจะได้ว่า เมื่อเชือกรับภาระจะทำให้เกิดการยืดเป็นระยะ  $x_0$  ซึ่งเรียกว่าตำแหน่งสถิตย์เทียบเท่า (static equilibrium position) ดังนั้นความยาวของเชือกขณะที่เครนยังไม่เคลื่อนที่คือ

$$x_{l0} = l + x_0 \quad (2.21)$$

โดยที่

$$x_0 = \frac{Mg}{k}$$

พิจารณาพิกัดตำแหน่งในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  ของภาระมวล  $M$  คือ

$$x = x_T + (x_{l0} + x_l) \sin \phi \quad y = (x_{l0} + x_l) \cos \phi \quad (2.22)$$

โดยที่  $x_l$  คือ ระยะการเปลี่ยนแปลงของเชือกเทียบกับเวลา

โดยที่ความเร็วของมวล  $M$  ในแนวแกน  $x$  และ  $y$  คือ

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \dot{x}_T + x_{l0} \dot{\phi} \cos \phi + x_l \dot{\phi} \cos \phi + \dot{x}_l \sin \phi \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = -x_{l0} \dot{\phi} \sin \phi - x_l \dot{\phi} \sin \phi + \dot{x}_l \cos \phi \end{aligned} \quad (2.23)$$

แทนค่าสมการ (2.23) ลงในสมการ (2.7) พลังงานจลน์ของระบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} \dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T x_{10} \dot{\phi} \cos \phi \\ + 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \cos \phi \\ + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \sin \phi \\ + x_{10}^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi \\ + 2x_{10} x_1 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi \\ + 2x_{10} \dot{x}_1 \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ + x_1^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \phi \\ + 2x_1 \dot{x}_1 \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ + \dot{x}_1^2 \sin^2 \phi \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} x_{10}^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi \\ + 2x_{10} x_1 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi \\ - 2x_{10} \dot{x}_1 \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ + x_1^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \phi \\ - 2x_1 \dot{x}_1 \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\ + \dot{x}_1^2 \cos^2 \phi \end{array} \right) \quad (2.24)$$

ทำการจัดรูปสมการ (2.24) จะได้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} \dot{x}_T^2 + x_{10}^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_1^2 + x_1^2 \dot{\phi}^2 + 2x_{10} x_1 \dot{\phi}^2 \\ + 2\dot{x}_T x_{10} \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \sin \phi \end{array} \right) \quad (2.25)$$

สำหรับพลังงานศักย์ของระบบประกอบด้วยตำแหน่งที่เปลี่ยนเนื่องจากการแกว่งของมวล  $M$  และจากความยืดหยุ่นของเชือก คือ

$$V = Mg(x_{10} + x_1)(1 - \cos \phi) + \frac{1}{2} k(x_0 + x_1)^2 \quad (2.26)$$

แทนสมการ (2.25) และสมการ (2.26) ลงในสมการ (2.2) จะได้

$$L = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} \dot{x}_T^2 + x_{10}^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_1^2 + x_1^2 \dot{\phi}^2 + 2x_{10} x_1 \dot{\phi}^2 \\ + 2\dot{x}_T x_{10} \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \sin \phi \end{array} \right) \quad (2.27)$$

$$- Mg(x_{10} + x_1)(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2} k(x_0 + x_1)^2$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_T$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T}{r_T}$  ดังนั้นจากสมการ (2.27) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial x_T} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} &= \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T + m\dot{x}_T + \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T + 2x_{i0}\dot{\phi} \cos \phi + 2x_i\dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_i \sin \phi) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} \right) &= \frac{J_T}{r_T^2} \ddot{x}_T + m\ddot{x}_T + \frac{1}{2}M \left( \begin{aligned} &2\ddot{x}_T + 2x_{i0}(\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) \\ &+ 2(\dot{x}_i\dot{\phi} \cos \phi + x_i\ddot{\phi} \cos \phi - x_i\dot{\phi}^2 \sin \phi) \\ &+ 2(\ddot{x}_i \sin \phi + \dot{x}_i\dot{\phi} \cos \phi) \end{aligned} \right)\end{aligned}\quad (2.28)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.28) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\begin{aligned}\left( \frac{J_T}{r_T^2} + m + M \right) \ddot{x}_T + Mx_{i0}\ddot{\phi} \cos \phi - Mx_{i0}\dot{\phi}^2 \sin \phi + 2M\dot{x}_i\dot{\phi} \cos \phi \\ + Mx_i\ddot{\phi} \cos \phi - Mx_i\dot{\phi}^2 \sin \phi + M\ddot{x}_i \sin \phi = \frac{T_T}{r_T}\end{aligned}\quad (2.29)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_i$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (2.27) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial x_i} &= \frac{1}{2}M(2x_i\dot{\phi}^2 + 2x_{i0}\dot{\phi}^2 + 2\dot{x}_T\dot{\phi} \cos \phi) - Mg(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2}k(2x_0 + 2x_i) \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_i + 2\dot{x}_T \sin \phi) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) &= \frac{1}{2}M(2\ddot{x}_i + 2\ddot{x}_T \sin \phi + 2\dot{x}_T\dot{\phi} \cos \phi)\end{aligned}\quad (2.30)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.30) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$M\ddot{x}_i + M\ddot{x}_T \sin \phi - Mx_i\dot{\phi}^2 - Mx_{i0}\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos \phi) + kx_0 + kx_i = 0 \quad (2.31)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $\phi$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (2.27) จะได้

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \phi} &= \frac{1}{2} M (2\dot{x}_T \dot{x}_i \cos \phi - 2\dot{x}_T x_{i0} \dot{\phi} \sin \phi - 2\dot{x}_T x_i \dot{\phi} \sin \phi) \\
&= -Mg(x_{i0} \sin \phi + x_i \sin \phi) \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= \frac{1}{2} M (2x_{i0}^2 \dot{\phi} + 2x_i^2 \dot{\phi} + 4x_{i0} \dot{x}_i \dot{\phi} + 2\dot{x}_T x_{i0} \cos \phi + 2\dot{x}_T x_i \cos \phi) \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= \frac{1}{2} M \left( \begin{aligned} &2x_{i0}^2 \ddot{\phi} + 4x_i \dot{x}_i \dot{\phi} + 2x_i^2 \ddot{\phi} + 4x_{i0} \dot{x}_i \dot{\phi} + 4x_{i0} x_i \ddot{\phi} \\ &+ 2x_{i0} (\ddot{x}_T \cos \phi - \dot{x}_T \dot{\phi} \sin \phi) \\ &+ 2(\ddot{x}_T x_i \cos \phi + \dot{x}_T \dot{x}_i \cos \phi - \dot{x}_T x_i \dot{\phi} \cos \phi) \end{aligned} \right)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.32) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\begin{aligned}
Mx_{i0}^2 \ddot{\phi} + 2Mx_i \dot{x}_i \dot{\phi} + Mx_i^2 \ddot{\phi} + 2Mx_{i0} \dot{x}_i \dot{\phi} + 2Mx_{i0} x_i \ddot{\phi} + Mx_{i0} \ddot{x}_T \cos \phi \\
+ M\dot{x}_T x_i \cos \phi + Mgx_{i0} \sin \phi + Mgx_i \sin \phi = 0
\end{aligned} \tag{2.33}$$

จากสมการ (2.29), (2.31) และ (2.33) แบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบคือ

$$\begin{aligned}
\left( \frac{J_T + (m+M)r_T^2}{r_T} \right) \ddot{x}_T + (x_{i0} + x_i)Mr_T \ddot{\phi} \cos \phi - (x_{i0} + x_i)Mr_T \dot{\phi}^2 \sin \phi \\
+ 2Mr_T \dot{x}_i \dot{\phi} \cos \phi + Mr_T \ddot{x}_i \sin \phi = T_T \\
M\ddot{x}_i + M\ddot{x}_T \sin \phi - (x_{i0} + x_i)M\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos \phi) + k(x_0 + x_i) = 0 \\
(x_{i0} + x_i)^2 M\ddot{\phi} + 2(x_{i0} + x_i)M\dot{x}_i \dot{\phi} + (x_{i0} + x_i)M\ddot{x}_T \cos \phi \\
+ (x_{i0} + x_i)Mg \sin \phi = 0
\end{aligned} \tag{2.34}$$

จากสมการ (2.34) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_T &= \frac{r_T}{(J_T + mr_T^2)} (T_T + (x_0 + x_i)kr_T \sin \phi + Mgr_T \sin \phi) \\
\ddot{x}_L &= (x_{i0} + x_i)\dot{\phi}^2 - g(1 - \cos \phi) - (x_0 + x_i)\frac{k}{M} \\
&\quad - \frac{r_T}{(J + mr_T^2)} (T_T \sin \phi + (x_0 + x_i)kr_T \sin^2 \phi + Mgr_T \sin^2 \phi) \\
\ddot{\phi} &= \frac{1}{(x_{i0} + x_i)} \left( -\frac{r_T}{(J + mr_T^2)} \left( \begin{aligned} &T_T \cos \phi + (x_0 + x_i)kr_T \sin \phi \cos \phi \\ &+ Mgr_T \sin \phi \cos \phi \end{aligned} \right) - 2\dot{x}_i \dot{\phi} - g \sin \phi \right)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

กำหนด state variables ของระบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_T & x_3 &= x_I & x_5 &= \phi \\
\dot{x}_1 &= \dot{x}_2 = \dot{x}_T & \dot{x}_3 &= \dot{x}_4 = \dot{x}_I & \dot{x}_5 &= \dot{x}_6 = \dot{\phi} \\
\ddot{x}_2 &= \ddot{x}_T & \ddot{x}_4 &= \ddot{x}_I & \ddot{x}_6 &= \ddot{\phi}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

ดังนั้นจากสมการ (2.35) และ (2.36) จะได้สมการ state ของระบบดังนี้

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \beta_1 T_T + (x_0 + x_3) \delta_1 \frac{k}{M} \sin x_5 + \delta_1 g \sin x_5 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (x_{10} + x_3) x_6^2 - g(1 - \cos x_5) - (x_0 + x_3) \frac{k}{M} \\
&\quad - \beta_1 T_T \sin x_5 - (x_0 + x_3) \delta_1 \frac{k}{M} \sin^2 x_5 - \delta_1 g \sin^2 x_5 \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{(x_{10} + x_3)} \begin{pmatrix} -\beta_1 T_T \cos x_5 - (x_0 + x_3) \delta_1 \frac{k}{M} \sin x_5 \cos x_5 \\ -(1 + \delta_1 \cos x_5) g \sin x_5 - 2x_4 x_6 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.37}$$

โดยที่

$$\beta_1 = \frac{r_T}{J_T + m r_T^2} \quad \delta_1 = \frac{M r_T^2}{J_T + m r_T^2}$$

กำหนดสมการ output ของระบบคือ

$$[y] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3.2 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง

### 2.3.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

เนื่องจากครนเคลื่อนที่ในแนวทแยงดังนั้นความยาวของเชือกจะแปรผันกับเวลาจากรูปที่

2.1 พิจารณาพิกัดตำแหน่งในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  ของภาระมวล  $M$  ดังสมการ (2.4) ซึ่งความเร็วของมวล  $M$  ในแนวแกน  $x$  และ  $y$  คือ

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \dot{x}_T + l\dot{\phi} \cos \phi + \dot{l} \sin \phi \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = -l\dot{\phi} \sin \phi + \dot{l} \cos \phi \end{aligned} \quad (2.39)$$

สำหรับพลังงานจลน์ของระบบนั้นประกอบด้วยส่วนของชุดมอเตอร์ลาก, ส่วนของชุดมอเตอร์คว้าน, ตัวครน และภาระ คือ

$$T = \frac{1}{2} J_T \dot{\theta}_T^2 + \frac{1}{2} J_H \dot{\theta}_H^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (2.40)$$

โดยที่  $J_H$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดมอเตอร์คว้าน

เนื่องจาก  $\theta_T = \frac{x_T}{r_T}$  และ  $\theta_H = \frac{(l-l_0)}{r_H}$  จะได้ว่า  $\dot{\theta}_T = \frac{\dot{x}_T}{r_T}$  และ  $\dot{\theta}_H = \frac{\dot{l}}{r_H}$  ดังนั้น

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2) \quad (2.41)$$

แทนสมการ (2.39) ลงในสมการ (2.40) จะได้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{aligned} &(\dot{x}_T + l\dot{\phi} \cos \phi + \dot{l} \sin \phi)^2 \\ &+ (-l\dot{\phi} \sin \phi + \dot{l} \cos \phi)^2 \end{aligned} \right) \quad (2.42)$$

ทำการกระจายและจัดเทอมสมการ (2.42) จะได้

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{aligned} &\dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T l \dot{\phi} \cos \phi \\ &+ 2\dot{x}_T \dot{l} \sin \phi + l^2 \dot{\phi}^2 + \dot{l}^2 \end{aligned} \right) \quad (2.43)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับพลังงานศักย์ของระบบคังสมการ (2.10) และแทนสมการ (2.43) และสมการ (2.10) ลงในสมการ (2.2) จะได้

$$L = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{x}_H^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T l \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{i} \sin \phi + l^2 \dot{\phi}^2 + \dot{i}^2 \right) - Mgl(1 - \cos \phi) \quad (2.44)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_T$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_T}{r_T}$  ดังนั้นจากสมการ (2.44) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_T} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} &= \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T + m \dot{x}_T + \frac{1}{2} M (2\dot{x}_T + 2l\dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{i} \sin \phi) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} \right) &= \frac{J_T}{r_T^2} \ddot{x}_T + m \ddot{x}_T + \frac{1}{2} M \left( 2\ddot{x}_T + 2(-l\dot{\phi}^2 \sin \phi + l\ddot{\phi} \cos \phi + \dot{i}\dot{\phi} \cos \phi) + 2(\dot{i}\dot{\phi} \cos \phi + \ddot{i} \sin \phi) \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.45) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\left( \frac{J_T}{r_T^2} + m + M \right) \ddot{x}_T - Ml\dot{\phi}^2 \sin \phi + Ml\ddot{\phi} \cos \phi + 2M\dot{i}\dot{\phi} \cos \phi + M\ddot{i} \sin \phi = \frac{T_T}{r_T} \quad (2.46)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $l$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_H}{r_H}$  ดังนั้นจากสมการ (2.44) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial l} &= \frac{1}{2} M (2\dot{x}_T \dot{\phi} \cos \phi + 2l\dot{\phi}^2) - Mg(1 - \cos \phi) \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{l}} &= \frac{J_H}{r_H^2} \dot{i} + \frac{1}{2} M (2\dot{x}_T \sin \phi + 2\dot{i}) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{l}} \right) &= \frac{J_H}{r_H^2} \ddot{i} + \frac{1}{2} M (2(\dot{x}_T \dot{\phi} \cos \phi + \ddot{x}_T \sin \phi) + 2\ddot{i}) \end{aligned} \quad (2.47)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.47) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{i} + M\ddot{x}_T \sin \phi - Ml\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos \phi) = \frac{T_H}{r_H} \quad (2.48)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดทั่วไป  $\phi$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (2.11) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \phi} &= \frac{1}{2}M(-2\dot{x}_T l \dot{\phi} \sin \phi + 2\dot{x}_T l \cos \phi) - Mgl \sin \phi \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T l \cos \phi + 2l^2 \dot{\phi}) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) &= \frac{1}{2}M(2(-\dot{x}_T l \dot{\phi} \sin \phi + \dot{x}_T l \cos \phi + \ddot{x}_T l \cos \phi) + 2(l^2 \ddot{\phi} + 2l\dot{\phi})) \end{aligned} \quad (2.49)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.49) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$M\ddot{x}_T l \cos \phi + Ml^2 \ddot{\phi} + 2Ml\dot{\phi} + Mgl \sin \phi = 0 \quad (2.50)$$

จากสมการ (2.46), (2.48) และสมการ (2.50) ดังนั้นแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบคือ

$$\begin{aligned} \left(\frac{J_T}{r_T^2} + m + M\right)\ddot{x}_T - Ml\dot{\phi}^2 \sin \phi + Ml\ddot{\phi} \cos \phi + 2Ml\dot{\phi} \cos \phi + M\ddot{i} \sin \phi &= \frac{T_T}{r_T} \\ \left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{i} + M\ddot{x}_T \sin \phi - Ml\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos \phi) &= \frac{T_H}{r_H} \\ M\ddot{x}_T l \cos \phi + Ml^2 \ddot{\phi} + 2Ml\dot{\phi} + Mgl \sin \phi &= 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

สมมติว่ามุมการแกว่งของเชือกมีค่าน้อยมากๆ ดังนั้นทุกๆ เทอมที่ประกอบด้วยเทอม  $\phi^\alpha \phi^\beta$  โดยที่  $(\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta \geq 2)$  นั้นสามารถตัดทิ้งได้ และ  $\cos \phi \approx 1$ ,  $\sin \phi \approx \phi$  ดังนั้นจากสมการ (2.51) จะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{J_T}{r_T^2} + m + M\right)\ddot{x}_T + Ml\ddot{\phi} + 2Ml\dot{\phi} + M\ddot{i} \phi &= \frac{T_T}{r_T} \\ \left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{i} + M\ddot{x}_T \phi &= \frac{T_H}{r_H} \\ M\ddot{x}_T l + Ml^2 \ddot{\phi} + 2Ml\dot{\phi} + Mgl \phi &= 0 \end{aligned} \quad (2.52)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.52) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\ddot{x}_T &= \frac{r_T T_T}{(J_T + mr_T^2)} + \frac{Mgr_T^2 \phi}{(J_T + mr_T^2)} - \frac{Mr_T^2 r_H \phi T_H}{(J_T + mr_T^2)(J_H + Mr_H^2)} \\ \ddot{i} &= \frac{r_H T_H}{(J_H + Mr_H^2)} - \frac{Mr_T r_H^2 \phi T_T}{(J_T + mr_T^2)(J_H + Mr_H^2)} \\ \ddot{\phi} &= \frac{1}{l} \left( -\frac{r_T T_T}{(J_T + mr_T^2)} - \frac{Mgr_T^2 \phi}{(J_T + mr_T^2)} + \frac{Mr_T^2 r_H \phi T_H}{(J_T + mr_T^2)(J_H + Mr_H^2)} - 2i\dot{\phi} - g\phi \right)\end{aligned}\quad (2.53)$$

กำหนด state variables ของระบบคือ

$$\begin{aligned}x_1 &= x_T & x_3 &= l & x_5 &= \phi \\ \dot{x}_1 &= x_2 = \dot{x}_T & \dot{x}_3 &= x_4 = \dot{i} & \dot{x}_5 &= x_6 = \dot{\phi} \\ \dot{x}_2 &= \ddot{x}_T & \dot{x}_4 &= \ddot{i} & \dot{x}_6 &= \ddot{\phi}\end{aligned}\quad (2.54)$$

ดังนั้นจากสมการ (2.53) และสมการ (2.54) จะได้สมการ state ของระบบดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \beta_1 T_T + \delta_1 g x_5 - \delta_1 \beta_2 x_5 T_H \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \beta_2 T_H - \delta_2 \beta_1 x_5 T_T \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{x_3} (-\beta_1 T_T + \delta_1 \beta_2 x_5 T_H - (1 + \delta_1) g x_5 - 2x_4 x_6)\end{aligned}\quad (2.55)$$

โดยที่

$$\beta_1 = \frac{r_T}{(J_T + mr_T^2)} \quad \beta_2 = \frac{r_H}{(J_H + Mr_H^2)} \quad \delta_1 = \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \quad \delta_2 = \frac{Mr_H^2}{(J_H + Mr_H^2)}$$

กำหนดสมการ output ของระบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

### 2.3.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหยุ่น

พิจารณาพิกัดตำแหน่งในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  ของภาระมวล  $M$  คือ

$$x = x_T + (l + x_0 + x_1)\sin\phi \quad y = (l + x_0 + x_1)\cos\phi \quad (2.57)$$

โดยที่ความเร็วของมวล  $M$  ในแนวแกน  $x$  และ  $y$  คือ

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \dot{x}_T + l\dot{\phi}\cos\phi + \dot{l}\sin\phi + x_0\dot{\phi}\cos\phi + x_1\dot{\phi}\cos\phi + \dot{x}_1\sin\phi \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = -l\dot{\phi}\sin\phi + \dot{l}\cos\phi - x_0\dot{\phi}\sin\phi - x_1\dot{\phi}\sin\phi + \dot{x}_1\cos\phi \end{aligned} \quad (2.58)$$

แทนค่าสมการ (2.58) ลงในสมการ (2.41) พลังงานจลน์ของระบบคือ

$$T = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{aligned} &\dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T l \dot{\phi} \cos\phi + 2\dot{x}_T \dot{l} \sin\phi \\ &+ 2\dot{x}_T x_0 \dot{\phi} \cos\phi + 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \cos\phi \\ &+ 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \sin\phi + l^2 \dot{\phi}^2 + 2l x_0 \dot{\phi}^2 \\ &+ 2l x_1 \dot{\phi}^2 + \dot{l}^2 + 2\dot{l} \dot{x}_1 + x_0^2 \dot{\phi}^2 \\ &+ 2x_1 x_0 \dot{\phi}^2 + x_1^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_1^2 \end{aligned} \right) \quad (2.59)$$

สำหรับพลังงานศักย์ของระบบประกอบด้วยตำแหน่งที่เปลี่ยนเนื่องจากการแกว่งของมวล  $M$  และจากความยืดหยุ่นของเชือก คือ

$$V = Mg(l + x_0 + x_1)(1 - \cos\phi) + \frac{1}{2} k(x_0 + x_1)^2 \quad (2.60)$$

แทนสมการ (2.59) และสมการ (2.60) ลงในสมการ (2.2) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L = \frac{1}{2} \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} \frac{J_H}{r_H^2} \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} \dot{x}_T^2 + 2\dot{x}_T l \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T \dot{l} \sin \phi \\ + 2\dot{x}_T x_0 \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \cos \phi \\ + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \sin \phi + l^2 \dot{\phi}^2 + 2lx_0 \dot{\phi}^2 \\ + 2lx_1 \dot{\phi}^2 + \dot{l}^2 + 2\dot{l}\dot{x}_1 + x_0^2 \dot{\phi}^2 \\ + 2x_1 x_0 \dot{\phi}^2 + x_1^2 \dot{\phi}^2 + \dot{x}_1^2 \end{array} \right) - Mg(l + x_0 + x_1)(1 - \cos \phi) + \frac{1}{2} k(x_0 + x_1)^2 \quad (2.61)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_T$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_T}{r_T}$  ดังนั้นจากสมการ (2.61) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_T} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} &= \frac{J_T}{r_T^2} \dot{x}_T + m\dot{x}_T + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} 2\dot{x}_T + 2l\dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{l} \sin \phi + 2x_0 \dot{\phi} \cos \phi \\ + 2x_1 \dot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_1 \sin \phi \end{array} \right) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} \right) &= \frac{J_T}{r_T^2} \ddot{x}_T + m\ddot{x}_T + \frac{1}{2} M \left( \begin{array}{l} 2\ddot{x}_T - 2l\dot{\phi}^2 \sin \phi + 2\dot{l}\dot{\phi} \cos \phi \\ + 2\dot{l}\dot{\phi} \cos \phi + 2\ddot{l} \sin \phi - 2x_0 \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ + 2x_0 \ddot{\phi} \cos \phi - 2x_1 \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ + 2x_1 \ddot{\phi} \cos \phi + 2\dot{x}_1 \dot{\phi} \cos \phi + 2\ddot{x}_1 \sin \phi \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.62) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\begin{aligned} \left( \frac{J_T}{r_T^2} + m + M \right) \ddot{x}_T - (l + x_0 + x_1) M \dot{\phi}^2 \sin \phi + (l + x_0 + x_1) M \ddot{\phi} \cos \phi \\ + 2(\dot{l} + \dot{x}_1) M \dot{\phi} \cos \phi + M \ddot{l} \sin \phi + M \ddot{x}_1 \sin \phi = \frac{T_T}{r_T} \end{aligned} \quad (2.63)$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $l$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_H}{r_H}$  ดังนั้นจากสมการ (2.61) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial l} &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\dot{\phi}\cos\phi + 2l\dot{\phi}^2 + 2x_0\dot{\phi}^2 + 2x_1\dot{\phi}^2) - Mg(1 - \cos\phi) \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{l}} &= \frac{J_H}{r_H^2}\dot{l} + \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\sin\phi + 2\dot{l} + 2\dot{x}_1) \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}}\right) &= \frac{J_H}{r_H^2}\ddot{l} + \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\dot{\phi}\cos\phi + 2\ddot{x}_T\sin\phi + 2\ddot{l} + 2\ddot{x}_1)
\end{aligned} \tag{2.64}$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.64) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{l} + M\ddot{x}_T\sin\phi + M\ddot{x}_1 - (l + x_0 + x_1)M\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos\phi) = \frac{T_H}{r_H} \tag{2.65}$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $\phi$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์เป็นศูนย์ ดังนั้นจากสมการ (2.61) จะได้

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \phi} &= \frac{1}{2}M\left(-2\dot{x}_T l \dot{\phi} \sin\phi + 2\dot{x}_T \dot{l} \cos\phi - 2\dot{x}_T x_0 \dot{\phi} \sin\phi\right. \\
&\quad \left.- 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \sin\phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \cos\phi\right) - Mg(l + x_0 + x_1)\sin\phi \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= \frac{1}{2}M\left(2\dot{x}_T l \cos\phi + 2\dot{x}_T x_0 \cos\phi + 2\dot{x}_T x_1 \cos\phi + 2l^2 \dot{\phi}\right. \\
&\quad \left.+ 4lx_0 \dot{\phi} + 4lx_1 \dot{\phi} + 2x_0^2 \dot{\phi} + 4x_1 x_0 \dot{\phi} + 2x_1^2 \dot{\phi}\right) \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) &= \frac{1}{2}M\left(-2\dot{x}_T l \dot{\phi} \sin\phi + 2\dot{x}_T \dot{l} \cos\phi + 2\ddot{x}_T l \cos\phi - 2\dot{x}_T x_0 \dot{\phi} \sin\phi\right. \\
&\quad \left.+ 2\ddot{x}_T x_0 \cos\phi - 2\dot{x}_T x_1 \dot{\phi} \sin\phi + 2\dot{x}_T \dot{x}_1 \cos\phi + 2\ddot{x}_T x_1 \cos\phi\right. \\
&\quad \left.+ 2l^2 \ddot{\phi} + 4l\dot{l}\ddot{\phi} + 4lx_0 \ddot{\phi} + 4lx_1 \ddot{\phi} + 4\dot{l}x_0 \dot{\phi} + 4lx_1 \ddot{\phi} + 4\dot{l}x_1 \dot{\phi} + 2x_0^2 \ddot{\phi}\right. \\
&\quad \left.+ 4x_1 x_0 \ddot{\phi} + 4\dot{x}_1 x_0 \dot{\phi} + 2x_1^2 \ddot{\phi} + 4x_1 \dot{x}_1 \dot{\phi}\right)
\end{aligned} \tag{2.66}$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.66) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$\begin{aligned}
&(l + x_0 + x_1)M\ddot{x}_T \cos\phi + (l + x_0 + x_1)^2 M\ddot{\phi} + 2(l + x_0 + x_1)(\dot{l} + \dot{x}_1)M\dot{\phi} \\
&+ (l + x_0 + x_1)Mg \sin\phi = 0
\end{aligned} \tag{2.67}$$

จากสมการ (2.3) พิจารณาพิกัดตำแหน่งทั่วไป  $x_1$  โดยที่แรงไม่อนุรักษ์คือ  $\frac{T_H}{r_H}$  ดังนั้นจากสมการ

(2.61) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial x_L} &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\dot{\phi}\cos\phi + 2l\dot{\phi}^2 + 2x_0\dot{\phi}^2 + 2x_1\dot{\phi}^2) - Mg(1 - \cos\phi) - \frac{1}{2}k(2x_0 + 2x_1) \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\sin\phi + 2\dot{l} + 2\dot{x}_1) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1}\right) &= \frac{1}{2}M(2\dot{x}_T\dot{\phi}\cos\phi + 2\ddot{x}_T\sin\phi + 2\ddot{l} + 2\ddot{x}_1)\end{aligned}\quad (2.68)$$

แทนค่าเทอมต่างๆ จากสมการ (2.68) ลงในสมการ (2.3) และทำการจัดรูปจะได้

$$M\ddot{x}_1 + M\ddot{x}_T\sin\phi + M\ddot{l} - (l + x_0 + x_1)M\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos\phi) + k(x_0 + x_1) = \frac{T_H}{r_H} \quad (2.69)$$

จากสมการ (2.63), (2.65), (3.67) และสมการ (2.43) ดังนั้นแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบคือ

$$\begin{aligned}\left(\frac{J_T}{r_T^2} + m + M\right)\ddot{x}_T - (l + x_0 + x_1)M\dot{\phi}^2\sin\phi + (l + x_0 + x_1)M\ddot{\phi}\cos\phi \\ + 2(\dot{l} + \dot{x}_1)M\dot{\phi}\cos\phi + M\ddot{l}\sin\phi + M\ddot{x}_1\sin\phi = \frac{T_T}{r_T} \\ \left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{l} + M\ddot{x}_T\sin\phi + M\ddot{x}_1 - (l + x_0 + x_1)M\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos\phi) = \frac{T_H}{r_H} \\ (l + x_0 + x_1)M\ddot{x}_T\cos\phi + (l + x_0 + x_1)^2M\ddot{\phi} + 2(l + x_0 + x_1)(\dot{l} + \dot{x}_1)M\dot{\phi} \\ + (l + x_0 + x_1)Mg\sin\phi = 0 \\ M\ddot{x}_1 + M\ddot{x}_T\sin\phi + M\ddot{l} - (l + x_0 + x_1)M\dot{\phi}^2 + Mg(1 - \cos\phi) + k(x_0 + x_1) = \frac{T_H}{r_H}\end{aligned}\quad (2.70)$$

สมมติว่ามุมการแกว่งของเชือกมีค่าน้อยมากๆ ดังนั้นทุกๆ เทอมที่ประกอบด้วยเทอม  $\phi^\alpha\phi^\beta$  โดยที่  $(\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta \geq 2)$  นั้นสามารถตัดทิ้งได้ และ  $\cos\phi \approx 1$ ,  $\sin\phi \approx \phi$  ดังนั้นจากสมการ (2.70) จะได้

$$\begin{aligned}
\left(\frac{J_T}{r_T^2} + m + M\right)\ddot{x}_T + (l + x_0 + x_1)M\ddot{\phi} + 2(l + \dot{x}_1)M\dot{\phi} + M\ddot{l}\phi + M\ddot{x}_1\phi &= \frac{T_T}{r_T} \\
\left(\frac{J_H}{r_H^2} + M\right)\ddot{l} + M\ddot{x}_T\phi + M\ddot{x}_1 &= \frac{T_H}{r_H} \\
(l + x_0 + x_1)M\ddot{x}_T + (l + x_0 + x_1)^2 M\ddot{\phi} + 2(l + x_0 + x_1)(l + \dot{x}_1)M\dot{\phi} & \\
+ (l + x_0 + x_1)Mg\phi &= 0 \\
M\ddot{x}_1 + M\ddot{x}_T\phi + M\ddot{l} + k(x_0 + x_1) &= \frac{T_H}{r_H}
\end{aligned} \tag{2.71}$$

จากสมการ (2.45) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_T &= \frac{r_T T_T}{(J_T + mr_T^2)} + \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} g\phi + \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \frac{k}{M} \phi(x_0 + x_1) - \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \frac{T_H}{Mr_H} \phi \\
\ddot{l} &= \frac{1}{\left(1 - \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)}\right)} \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \frac{k}{M} (x_0 + x_1) \\
\ddot{\phi} &= \frac{1}{(l + x_0 + x_1)} \left( \begin{aligned} &-\frac{r_T T_T}{(J_T + mr_T^2)} - \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} g\phi - \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \frac{k}{M} \phi(x_0 + x_1) \\ &+ \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \frac{T_H}{Mr_H} \phi - 2(l + \dot{x}_1)\dot{\phi} - g\phi \end{aligned} \right) \\
\ddot{x}_L &= \frac{T_H}{Mr_H} - \frac{r_T T_T}{(J_T + mr_T^2)} \phi - \left( \frac{1}{\left(1 - \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)}\right)} \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} + 1 \right) \frac{k}{M} (x_0 + x_1)
\end{aligned} \tag{2.72}$$

กำหนด state variables ของระบบคือ

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_T & x_3 &= l & x_5 &= \phi & x_7 &= x_1 \\
\dot{x}_1 &= x_2 = \dot{x}_T & \dot{x}_3 &= x_4 = \dot{l} & \dot{x}_5 &= x_6 = \dot{\phi} & \dot{x}_7 &= x_8 = \dot{x}_1 \\
\dot{x}_2 &= \ddot{x}_T & \dot{x}_4 &= \ddot{l} & \dot{x}_6 &= \ddot{\phi} & \dot{x}_8 &= \ddot{x}_1
\end{aligned} \tag{2.73}$$

ดังนั้นจากสมการ (2.72) และสมการ (2.47) จะได้สมการ state ของระบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \beta_1 T_T + \delta_1 g x_5 + \delta_1 \frac{k}{M} x_5 (x_0 + x_7) - \delta_1 \frac{T_H}{Mr_H} x_5 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{\delta_2}{(1-\delta_2)} \frac{k}{M} (x_0 + x_7) \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{(x_3 + x_0 + x_7)} \left( \begin{aligned} & -\beta_1 T_T - (1+\delta_1) g x_5 - \delta_1 \frac{k}{M} x_5 (x_0 + x_7) \\ & + \delta_1 \frac{T_H}{Mr_H} x_5 - 2(x_8 + x_4) x_6 \end{aligned} \right) \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{T_H}{Mr_H} - \beta_1 g x_5 - \left( \frac{1}{(1-\delta_2)} \right) \frac{k}{M} (x_0 + x_7)
\end{aligned} \tag{2.74}$$

โดยที่

$$\beta_1 = \frac{r_T}{(J_T + mr_T^2)} \quad \beta_2 = \frac{r_H}{(J_H + Mr_H^2)} \quad \delta_1 = \frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} \quad \delta_2 = \frac{Mr_H^2}{(J_H + Mr_H^2)}$$

กำหนดสมการ output ของระบบคือ

$$[y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} \tag{2.75}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

# การออกแบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครื่องบิน

### 3.1 เทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization)

เนื่องจากแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบนั้น โดยทั่วไปจะเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น และการหาคำตอบของปัญหาของระบบไม่เชิงเส้นนั้นยุ่งยากและซับซ้อนหรืออาจจะหาคำตอบไม่ได้เลย อย่างไรก็ตามถ้าระบบทำงานรอบๆ จุดเทียบท่า (equilibrium point) และสัญญาณที่เกี่ยวข้องมีค่าเล็กน้อย นั้นเราสามารถที่จะประมาณระบบไม่เชิงเส้นเป็นระบบเชิงเส้นโดยใช้เทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization) การแปลงนั้นมีพื้นฐานโดยการกระจายฟังก์ชันไม่เชิงเส้นเข้าไปใน Taylor series รอบจุดทำงาน (operating point) และนำเฉพาะเทอมเชิงเส้นไปใช้โดยการไม่คิดเทอมที่มีอันดับสูงกว่าของ Taylor series ซึ่งเทอมที่ไม่คิดนี้จะต้องมีค่าเล็กน้อย นั่นคือเปลี่ยนหันเหไปเพียงเล็กน้อยจากเงื่อนไขการทำงาน

เพื่อที่จะได้มาซึ่งสมการทางพลศาสตร์เชิงเส้นสำหรับระบบไม่เชิงเส้นนั้น เราสมมติว่ามีการเปลี่ยนหันเหเพียงเล็กน้อยจากเงื่อนไขการทำงาน กำหนด  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$  ดังนั้น jacobian ของฟังก์ชัน  $f(x, t) = [f_1, f_2, \dots, f_m]$  คือเมทริกซ์  $m \times n$

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

ถ้าเงื่อนไขการทำงานคือ  $x_0$  และ  $f(x_0, t)$  ดังนั้นฟังก์ชัน  $f(x, t) = [f_1, f_2, \dots, f_m]$  อาจจะกระจายเข้าไปใน Taylor series รอบจุด  $x_0$  และถ้า  $(x - x_0)$  มีค่าเล็กน้อยเราอาจจะไม่คิดเทอมที่มีอันดับสูงกว่าเทอม  $(x - x_0)$  คือ

$$f(x, t) = f(x_0, t) + (x - x_0) \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x=x_0} + O(x - x_0)^2 \quad (3.2)$$

เนื่องจากในปัจจุบันมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยในการแปลงระบบไม่เชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้น ดังนั้นเพื่อความสะดวกในงานวิจัยนี้จะใช้โปรแกรม Simulink linearization tool ของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นประโยชน์หรือมีข้อสงสัยประการใด กรุณาแจ้งมาที่ [info@scs.ac.th](mailto:info@scs.ac.th) หรือ โทร. 0-2554-2000

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATLAB โปรแกรมในการประมาณระบบไม่เชิงเส้นเป็นระบบเชิงเส้น โดยกำหนดในรูปเมตริกซ์  $A, B, C$  และ  $D$  ของสมการ state space เชิงเส้นของระบบคือ

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (3.3)$$

ซึ่งคำสั่งของโปรแกรม MATLAB ที่ใช้ร่วมกับ Simulink linearization tool ในการแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ไม่เชิงเส้นของครนให้อยู่ในรูปสมการ state space เชิงเส้นดังกล่าว

### 3.2 ความสามารถควบคุมได้ (controllability)

ระบบที่เรียกว่าสามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ (complete state controllability) ที่เวลาเริ่มต้น  $t = t_0$  ถ้ามีความเป็นไปได้ที่จะสร้างสัญญาณควบคุมที่ไม่มีขีดจำกัดในการส่งผ่านระบบจาก state เริ่มต้นไปยัง state สุดท้ายต่างๆ ในช่วงเวลา  $t_0 \leq t \leq t_f$

จากทฤษฎีถ้าระบบดังสมการ (3.3) สามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ นั้นเมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้ดังสมการ (3.4) จะต้องมีค่าลำดับชั้น (rank) เป็น  $n$  โดยที่  $n$  คือมิติของเมตริกซ์  $A$  ( $n \times n$ )

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.4)$$

จากทฤษฎีข้างต้นสามารถที่จะขยายออกในกรณีที่มีหลายสัญญาณควบคุมคือถ้าเมตริกซ์  $B$  มีมิติเท่ากับ  $(n \times r)$  ดังนั้นเมตริกซ์  $M$  ดังสมการ (3.4) จะมีมิติเท่ากับ  $(n \times nr)$  โดยระบบดังกล่าวสามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ถ้ามีค่าลำดับชั้นเท่ากับ  $n$  หรือประกอบด้วย  $n$  linearly independent column vector

### 3.3 การออกแบบโดยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุด

ทฤษฎีการควบคุมสมัยใหม่นั้นวิศวกรสามารถกำหนดขนาดสมรรถนะ (performance) ที่ต้องการของระบบ โดยดัชนีสมรรถนะ (performance index) สามารถคำนวณหรือวัดและใช้ในการประเมินสมรรถนะของระบบ การวัดขนาดสมรรถนะของระบบนั้นจำเป็นสำหรับการหาจุดเหมาะสมที่สุด (optimization) ของระบบควบคุมและสำหรับออกแบบของระบบเหมาะสมที่สุด (optimum system) ซึ่งระบบพิจารณาเป็นระบบควบคุมเหมาะสมที่สุด (optimum control system) เมื่อค่าต่างๆ (parameters) ของระบบเป็นการปรับค่านั้นคือดัชนีเข้าใกล้ค่าสุดโดยปกติแล้วจะเป็นค่าต่ำสุด นั่นคือดัชนีสมรรถนะนั้นเป็นบวกหรือเท่ากับศูนย์

ในปัญหาทางด้านควบคุมเหมาะสมที่สุดเป็นการเลือกเวกเตอร์ควบคุม  $u(t)$  เพื่อที่จะผลักดันให้ระบบเคลื่อนที่ไปตามวิถีที่กำหนด โดยให้ดัชนีสมรรถนะต่ำสุด พิจารณาสมการทางด้านพลศาสตร์ของระบบคือ

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad (3.5)$$

ซึ่งประกอบด้วย state  $x(t) \in R^n$  และสัญญาณควบคุม  $u(t) \in R^m$  โดยดัชนีสมรรถนะประกอบด้วย

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x, u, t) dt \quad (3.6)$$

โดยที่

$[t_0, T]$  คือ ช่วงเวลาที่พิจารณา  
 $\phi(x(T), T)$  คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักสุดท้าย (final weighting function) โดยขึ้นอยู่กับ state สุดท้ายและเวลาสุดท้าย

$L(x, u, t)$  คือ แฮมิลตันฟังก์ชัน (Hermitian function) ของ  $x$  และ  $u$  การจัดรูปแบบของปัญหานั้นสามารถเลือกชนิดของดัชนีสมรรถนะซึ่งในงานวิจัยนี้จะจัดปัญหาในรูปแบบพลังงานต่ำสุด (minimum-energy) ด้วย linear quadratic regulator ดังนั้นจากระบบสมการ (3.3) และจากสมการ (3.6) ดัชนีสมรรถนะ linear quadratic คือ

$$J = \frac{1}{2} x^T(T) S(T) x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.7)$$

โดยที่

$S(T)$  คือ เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก state สุดท้าย (final state weighting matrix)  
 $Q$  คือ เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักของ state ซึ่งเป็น (positive-definite หรือ positive-semidefinite Hermitian)  
 $R$  คือ เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักของสัญญาณควบคุม ซึ่งเป็น (positive-definite หรือ positive-semidefinite Hermitian)

กำหนดสมการริคาติ (Riccati) คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q, \quad t \leq T \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.8) นั้นการควบคุมเหมาะสมที่สุดกำหนดโดย

$$u(t) = -R^{-1}B^T Sx(t) \quad (3.9)$$

กำหนดคาลมานเกน (Kalman gain) คือ

$$K = R^{-1}B^T S \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.9) และสมการ (3.10) นั้นแสดงว่าการออกแบบระบบควบคุมเหมาะสมที่สุดบนพื้นฐานดัชนีสมรรถนะ linear quadratic ก็เพื่อที่จะหาค่าประกอบของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$

ประโยชน์ของการใช้วิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุด linear quadratic คือระบบที่ออกแบบจะเสถียรยกเว้นระบบที่ไม่สามารถควบคุมได้ (not controllable) การออกแบบระบบควบคุมบนพื้นฐานการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ linear quadratic นั้นเราต้องแก้สมการรีกาคติ จากสมการ (3.8) และหาเมตริกซ์เกนป้อนกลับที่เหมาะสมที่สุด (optimal feedback gain) จากสมการ (3.10)

สำหรับขั้นตอนการออกแบบการควบคุมเหมาะสมที่สุดมีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1

เลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก state  $Q$  และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสัญญาณควบคุม  $R$  โดยกำหนดเป็น positive-definite หรือ positive-semidefinite Hermitian

ขั้นตอนที่ 2

แก้สมการของรีกาคติเพื่อหาเมตริกซ์  $S$  โดยถ้าเมตริกซ์  $S$  นั้นเป็น positive definite แสดงว่าระบบนั้นเสถียรหรือเมตริกซ์  $A - BK$  เสถียร

ขั้นตอนที่ 3

แทนเมตริกซ์  $S$  ลงในสมการ (3.10) เพื่อหาเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$

### 3.4 การออกแบบโดยวิธีการวางตำแหน่งโพล

สมมติว่า state variables นั้นสามารถวัดได้และป้อนกลับได้อย่างเหมาะสม และถ้าระบบที่ทำการพิจารณาสามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ นั้นโพล (pole) ของระบบวงปิด (close loop system) อาจจะถูกวางที่ตำแหน่งที่ต้องการได้ นั่นคือสมมติว่าโพลของระบบวงปิดที่ต้องการคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

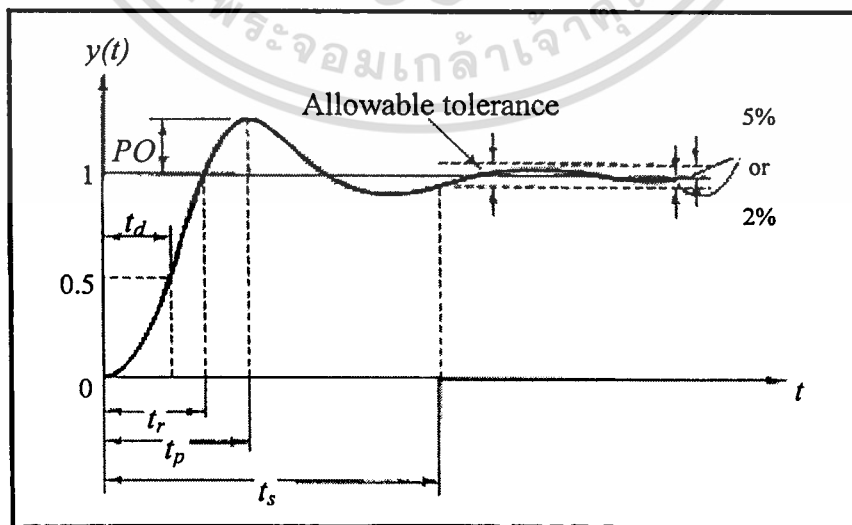
$s = \mu_1, s = \mu_2, \dots, s = \mu_n$  โดยการเลือกเมตริกซ์เกนป้อนกลับที่เหมาะสมสำหรับ state ป้อนกลับนั้นมีความเป็นไปได้ที่จะบังคับให้ระบบมีโพลของระบบวงปิดที่ตำแหน่งที่ต้องการ

เทคนิคการออกแบบปัจจุบันเริ่มต้นด้วยการหาโพลตามข้อกำหนดที่ต้องการนั้นคือข้อกำหนดช่วงการตอบสนองชั่วคราว (transient-response) (time-domain) และหรือข้อกำหนดการตอบสนองต่อความถี่ (frequency response) (frequency-domain) รวมทั้งที่สภาวะเสถียร (steady-state) เป็นต้น

### 3.4.1 ข้อกำหนดการตอบสนองชั่วคราว (time-domain)

โดยสัญญาณ unit step เป็นหนึ่งในสาม (อีกสองสัญญาณคือ สัญญาณ ramp และสัญญาณ parabolic) ที่นิยมใช้เป็นสัญญาณทดสอบช่วงการตอบสนองชั่วคราว (transient-response) ของระบบควบคุมมักจะแสดงการแกว่ง (oscillation) ของ damp (underdamped  $0 < \zeta < 1$ ) ดังแสดงในรูปที่ 3.1 นั้นการกำหนดลักษณะช่วงการตอบสนองชั่วคราวปกติแล้วจะกำหนดดังนี้

- 1 rise time ( $t_r$ ) คือ เวลาที่ต้องการเพื่อให้ระบบมีการตอบสนองเพิ่มขึ้นจาก  $x\%$  ถึง  $y\%$  ของค่าสุดท้ายของการตอบสนอง
- 2 percentage overshoot ( $PO$ ) คือ ขนาดของการตอบสนองที่มีค่าสูงกว่าค่าสภาวะอยู่ตัว (steady-state)
- 3 peak time ( $t_p$ ) คือ เวลาที่ต้องการให้การตอบสนองของระบบถึงค่าสูงสุด
- 4 settling time ( $t_s$ ) คือ เวลาที่ต้องการให้ระบบมีการตอบสนองอยู่ในช่วง 2% หรือ 5% ของค่าสภาวะอยู่ตัวครั้งแรก
- 5 delay time ( $t_d$ ) คือ เวลาที่ต้องการให้ระบบมีการตอบสนองถึงครึ่งหนึ่งของค่าสภาวะอยู่ตัวครั้งแรก

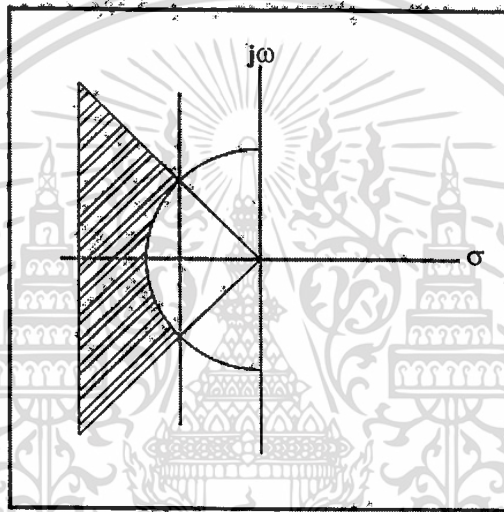


รูปที่ 3.1 รูปแบบ underdamped ต่อการตอบสนองของ unit step ของระบบควบคุม

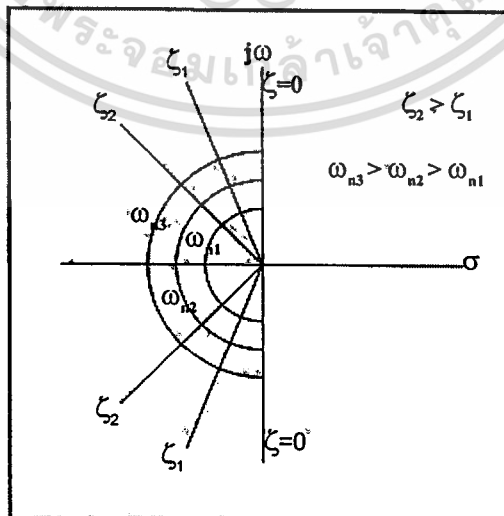
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับระบบที่กำหนดเป็น overdamped ( $\zeta > 1$ ) หรือ critical damped ( $\zeta = 1$ ) นั้น ( $t_p$ ) และ ( $PO$ ) จะไม่ใช้ในการกำหนดคร่าว

บ่อยครั้งที่ข้อกำหนดช่วงของการตอบสนองชั่วคราวมักจะกำหนดในเทอมของโพล (pole) และซีโร (zero) ดังเช่นระบบอาจจะต้องการวางโพลของระบบทางด้านซ้ายของขอบเขตบังคับเช่น damping ratio ( $\zeta$ ) หรือ undamped natural frequency ( $\omega_n$ ) ต่างๆ ใน s-plane นั้นจะให้ช่วงการตอบสนองชั่วคราวของระบบที่ช้าหรือในทางตรงข้ามโพลที่วางในตำแหน่งที่ไกลออกไปจากแกน ( $j\omega$ ) ในทางด้านซ้ายของ s-plane นั้นจะให้ช่วงของการตอบสนองชั่วคราวของระบบที่เร็ว ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 ขอบเขตที่ยอมให้วางตำแหน่งโพลได้ใน s-plane



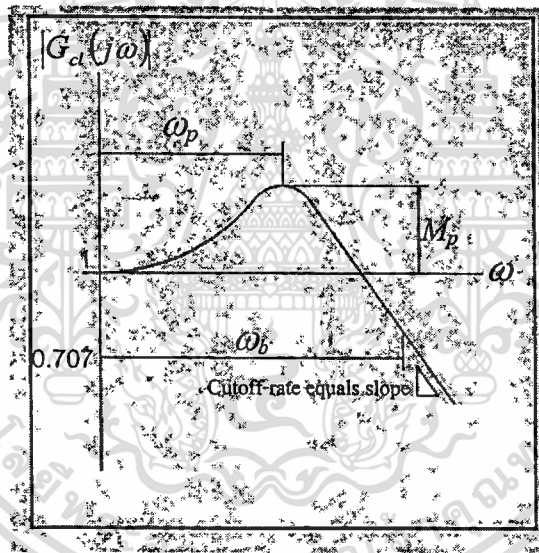
รูปที่ 3.3 โครงร่างของค่าคงที่  $\zeta$  และ  $\omega_n$  สำหรับระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4.2 ข้อกำหนดการตอบสนองต่อความถี่ (frequency-response)

การทดสอบความเสถียรของระบบเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับเวลา (linear time-invariant) นั้นเมื่อใส่ sinusoidal input แล้ว output ที่สภาวะอยู่ตัวจะต้องมีความถี่เท่ากับ input โดยที่ amplitude และ phase นั้น โดยทั่วไปจะแตกต่างกับ input ดังแสดงในรูปที่ 3.4 ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดดังนี้

- 1 resonant peak ( $M_p$ ) คือ ขนาดสูงสุดของการตอบสนองของระบบวงปิดต่อความถี่ซึ่งจะเกิดที่ความถี่ที่เรียกว่า resonant frequency ( $\omega_p$ ) โดยปกติแล้วระบบควบคุมต่างๆ ไปในทางปฏิบัติ จะกำหนดที่ระหว่าง 1.1–1.5
- 2 bandwidth ( $\omega_b$ ) คือ ความถี่ที่ขนาดของการตอบสนองของระบบปิดต่อความถี่ลดลงมาที่ 0.707 ซึ่งปกติแล้วถ้า bandwidth มีค่ามากจะทำให้เกิดการตอบสนองที่เร็วและในทางกลับกัน ถ้า bandwidth มีค่าน้อยก็จะให้การตอบสนองที่ช้าเป็นต้น
- 3 cutoff rate คือ ความชันของเส้นการตอบสนองของระบบปิดต่อความถี่



รูปที่ 3.4 ข้อกำหนดการตอบสนองต่อความถี่

### 3.4.3 ข้อกำหนดความแม่นยำของสภาวะอยู่ตัว (steady-state accuracy)

ถ้า output ของระบบที่สภาวะอยู่ตัวไม่ตรงกับ input แล้วระบบนั้นจะมีค่าความผิดพลาดสภาวะอยู่ตัว โดยค่าความผิดพลาดนี้จะเป็นตัววัดตัวหนึ่งของความแม่นยำของระบบ

โดยทั่วไปแล้วค่าความผิดพลาดสภาวะอยู่ตัวนั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับ input แต่จะขึ้นอยู่กับ “type” ของระบบควบคุมอีกด้วย กำหนดให้  $G_0(s)$  แทนฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด (open-loop transfer function) ของระบบซึ่งทั่วไปสามารถแสดงเป็น

$$G_0(s) = \frac{k(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{s^N(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)} \quad (3.11)$$

โดยที่  $z_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) คือซีโรและ  $p_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) คือโพล และมีโพลที่จุดกำเนิดจำนวน  $N$  poles

“type” ของระบบควบคุมอ้างอิงที่เลขยกกำลังของโพลในที่นี้คือ  $N$  นั่นก็คือระบบควบคุมจะเรียกว่า type 1, type 2, ... ถ้า  $N=0, 1, 2, \dots$  ตามลำดับ กำหนดค่าคงที่ค่าความผิดพลาดสถิตย์ (static error) ต่างๆ คือ ค่าความผิดพลาดตำแหน่ง (position error) ( $K_p$ ), ค่าคงที่ค่าความผิดพลาดความเร็ว (velocity error) ( $K_v$ ) และค่าคงที่ค่าความผิดพลาดความเร่ง (acceleration error) ( $K_a$ ) เป็นข้อกำหนดของสภาวะอยู่ตัวนั้นคือ

$$\begin{aligned} K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} G_0(s) \\ K_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_0(s) \\ K_a &= \lim_{s \rightarrow 0} s^2G_0(s) \end{aligned} \quad (3.12)$$

เพื่อที่จะเพิ่มค่าคงที่ค่าความผิดพลาดสถิตย์นั้นเราสามารถเพิ่ม “type” ของระบบโดยการเพิ่มตัวอินทิเกรต (integrator) ( $s$ ) ไปที่ส่วนป้อนไปด้านหน้า (forward part) อย่างไรก็ตามการเพิ่มจำนวน “type” เข้าไปอาจจะทำให้กระทบต่อความเสถียรของระบบ ดังนั้นจึงต้องหาจุดเหมาะสมระหว่างความเสถียรกับความแม่นยำสภาวะอยู่ตัวของระบบ

สมมติว่า state variables ทั้งหมดสามารถวัดได้และเหมาะสมสำหรับการป้อนกลับ ถ้าระบบที่พิจารณาสามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ นั้นโพลต่างๆ ของระบบวงปิด (close-loop) อาจวางที่ตำแหน่งที่ต้องการ

เทคนิคการออกแบบปัจจุบันเริ่มต้นด้วยการหาโพลของวงปิดที่ต้องการตามข้อกำหนดช่วงการตอบสนองชั่วคราวและ/หรือการตอบสนองของความถี่ และสภาวะเสถียร เป็นต้น พิจารณาระบบควบคุมดังสมการ (3.3) และกำหนดสัญญาณควบคุมคือ

$$u(t) = Kx(t) \quad (3.13)$$

โดยที่  $K$  คือเมตริกซ์เกนป้อนกลับที่บังคับให้ eigenvalue ของ  $A - BK$  เป็นไปตามค่าโพลของวงปิดที่ต้องการ ( $s = \mu_1, s = \mu_2, \dots, s = \mu_n$ )

แทนค่าสมการ (3.13) ลงใน (3.3) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งาน  $\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)$  ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (3.14) ถ้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำตอบของสมการ (3.14) คือ

$$x(t) = e^{(A-BK)t} x(0) \quad (3.15)$$

โดยที่  $x(0)$  เป็นสถานะเริ่มต้นเนื่องจากสิ่งรบกวนภายนอก ลักษณะการตอบสนองต่อเวลาและความเสถียรหาจาก eigenvalue ของเมทริกซ์  $A-BK$  ถ้าเมทริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  เป็นการเลือกอย่างเหมาะสมแล้วเมทริกซ์  $A-BK$  สามารถทำให้เกิดความเสถียร สำหรับขั้นตอนสำหรับการออกแบบการวางตำแหน่งของโพลมีดังนี้

#### ขั้นตอนที่ 1

ตรวจสอบเงื่อนไขความสามารถควบคุมได้ของระบบ โดยตรวจสอบจากค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์ความสามารถควบคุมได้  $M$  ดังหัวข้อ 3.2

#### ขั้นตอนที่ 2

เขียน characteristic polynomial สำหรับเมทริกซ์  $A$  ดังนี้

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (3.16)$$

แล้วทำการหาค่า  $a_1, a_2, \dots, a_n$

#### ขั้นตอนที่ 3

หาเมทริกซ์ถ่ายโอน (transform matrix)  $T$  จาก

$$T = MW \quad (3.17)$$

โดยที่

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### ขั้นตอนที่ 4

ใช้โพลของวงปิดที่ต้องการเขียนเป็น eigenvalue ของ characteristic polynomial ที่ต้องการดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (3.18)$$

ทำการหาค่า  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

ขั้นตอนที่ 5

หาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  จาก

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] \Gamma^{-1} \quad (3.19)$$

เนื่องจากถ้าระบบมีอันดับต่ำๆ ( $n \leq 3$ ) นั้นเราสามารถหาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  โดยตรงโดยการแทนเข้าไปใน characteristic polynomial ที่ต้องการโดยง่าย แต่ถ้าอันดับของระบบมากกว่า 4 จะทำให้ยุ่งยากอย่างมากในการหาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ดังนั้นจึงเสนอสูตร Ackermann เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้หาค่าเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ดังนี้

$$K = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]^{-1} \phi(A) \quad (3.20)$$

จากสมการ (3.4) ดังนั้นสมการ (3.20) จะได้

$$K = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] [M]^{-1} \phi(A) \quad (3.21)$$

โดยที่

$$\phi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I$$

## บทที่ 4

# การจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของเครน

### 4.1 บทนำ

จากบทที่ 2 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนสำหรับภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับ (ความยาวของเชือกคงที่) ดังสมการ (2.19) สำหรับในกรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็ง, สมการ (2.37) สำหรับในกรณีที่พิจารณาเชือกยืดหยุ่น และแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนสำหรับภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยง (ความยาวเชือกเปลี่ยนแปลงตามเวลา) ดังสมการ (2.55) สำหรับในกรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็ง, สมการ (2.74) สำหรับในกรณีที่พิจารณาเชือกยืดหยุ่น โดยสมการทั้ง 4 นั้นเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นสำหรับในบทนี้จะแสดงให้เห็นลักษณะการตอบสนองของระบบในกรณีที่เป็นวงเปิด (open loop) ต่อ step input ที่ค่าต่างๆ

เพื่อที่จะเป็นการง่ายต่อการออกแบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครนจึงจำเป็นต้องจัดแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนให้อยู่ในรูปเชิงเส้น state space โดยการใช้เทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization)

### 4.2 ค่าเชิงตัวเลขของเครน

สำหรับในงานวิจัยนี้เป็นการจำลองการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครนจากแบบจำลองพลศาสตร์ดังบทที่ 2 โดยใช้ค่าเชิงตัวเลขต่างๆ ของเครนท่าเรือโคเบ (KOBÉ) ดังนี้

$$\begin{aligned} J_T &= 3.75 \text{ kg.m}^2 & J_H &= 78.5 \text{ kg.m}^2 \\ r_T &= 1.44 \times 10^{-2} \text{ m} & r_H &= 1.22 \times 10^{-2} \text{ m} \\ m &= 6000 \text{ kg} & M &= 42500 \text{ kg} \\ T_{T,\max} &= 1.03 \times 10^3 \text{ N.m} & T_{H,\max} &= 1.09 \times 10^3 \text{ N.m} \\ k &= 8 \times 10^6 \text{ N/m} \end{aligned}$$

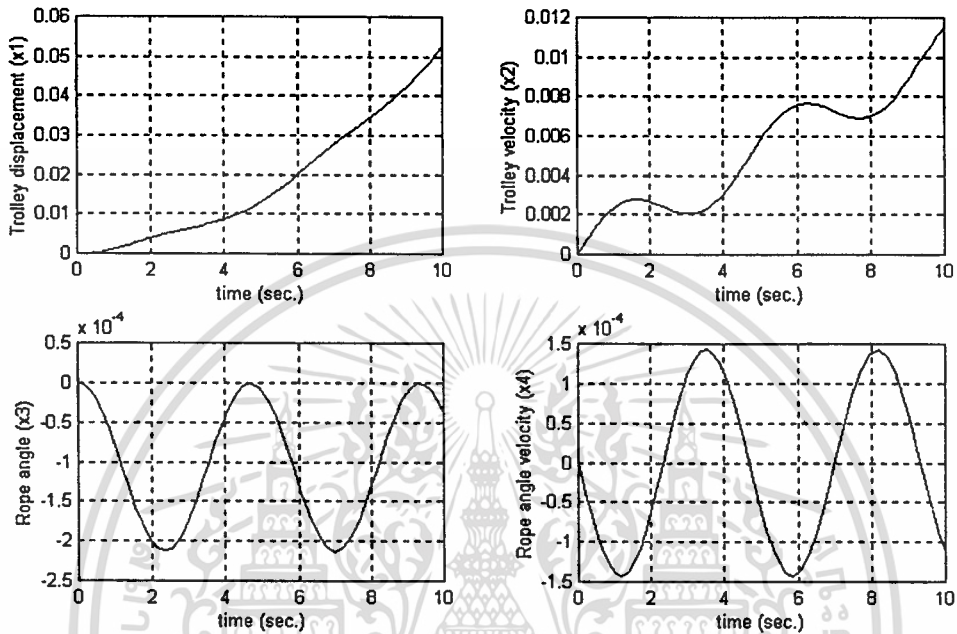
### 4.3 ผลการจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของเครน

เนื่องจากแบบจำลองทางพลศาสตร์อยู่ในรูป state differential equation แบบไม่เชิงเส้นดังนั้นเพื่อที่หาผลเฉลยของแต่ละ state ต่อ control input ในที่นี้คือแรงบิดของชุดมอเตอร์ลาก และแรงบิดของชุดมอเตอร์คว้าน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขรุงเง-คุตดาอันดับสี่ช่วยในการหาผลเฉลย

### 4.3.1 ช่วงการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

#### 4.3.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

กำหนด input คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.1

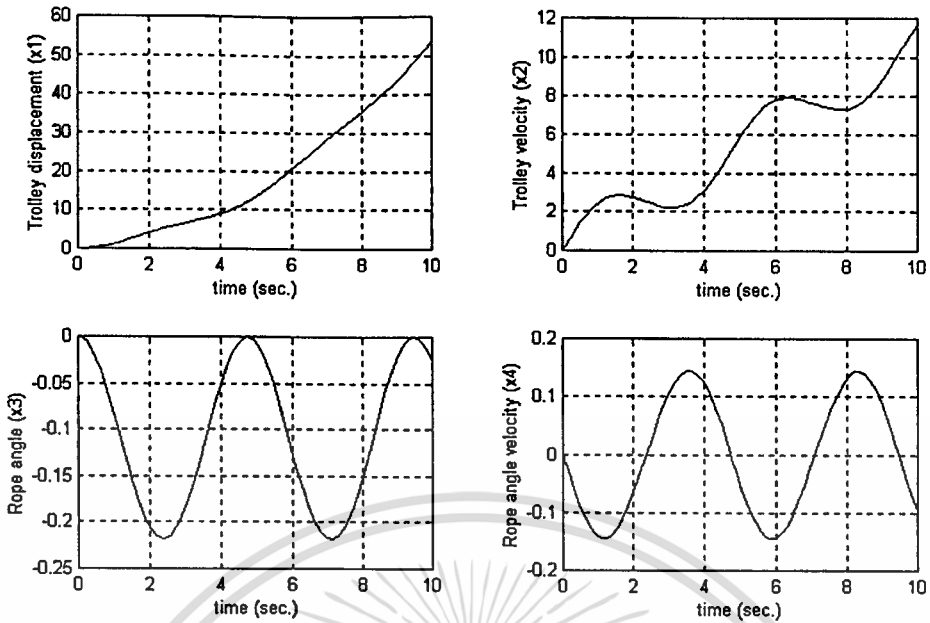


รูปที่ 4.1 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.1 สังเกตได้ว่าผลของ state ความเร็วของตัวเครนจะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมของมุมแกว่งคือในช่วงที่ความชัน (slope) เป็นบวกจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนลดลง และในช่วงที่ความชันเป็นลบจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

กำหนด input คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  ซึ่งเป็นแรงบิดสูงสุดของชุดมอเตอร์ลาก จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.2

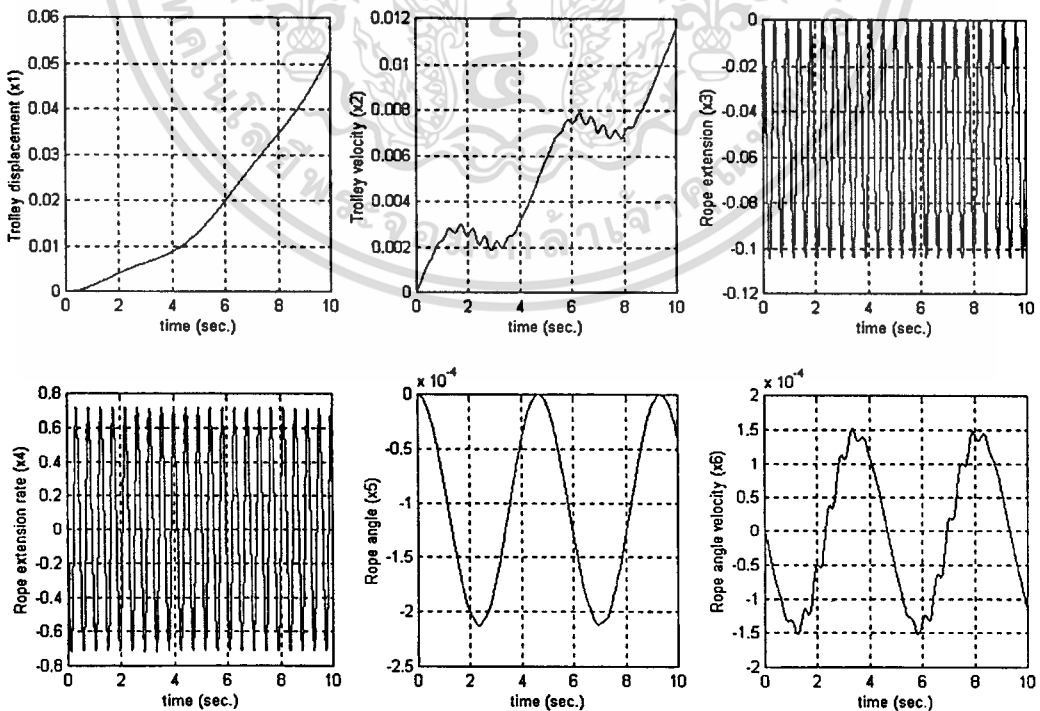
จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.2 สังเกตได้ว่าผลของ state ต่างๆ มีลักษณะเช่นเดียวกันกับผลการตอบสนองรูปที่ 4.1 แต่จะมีขนาดสูงกว่า และ state การแกว่งจะมีความถี่ที่เท่ากัน โดยที่มุมการแกว่งสูงสุดที่ได้คือ  $-0.22$  เรเดียน หรือ  $-12.6$  องศา จากการเปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 4.1 กับ 4.2 สังเกตได้ว่ามุมการแกว่งแปรผันโดยตรงกับสัญญาณ input ซึ่งในที่นี้คือแรงบิด



รูปที่ 4.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

4.3.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

กำหนด input คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.3

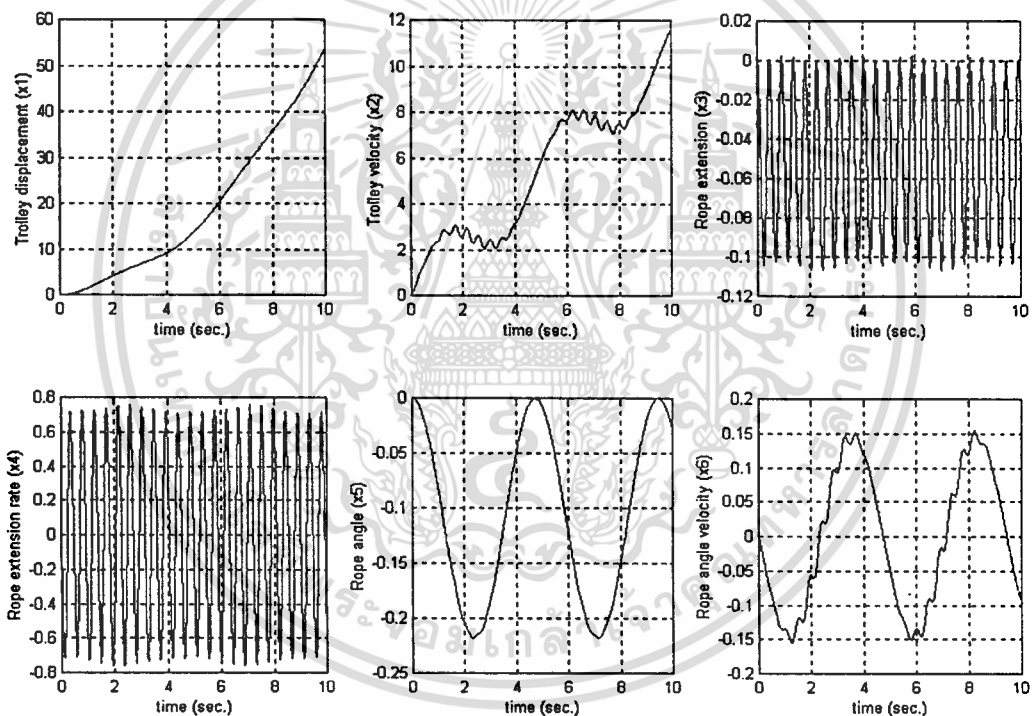


รูปที่ 4.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input  $T_T = 1 \times \text{unit step}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารโดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่น งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.3 สังเกตได้ว่าผลของ state ความเร็วของตัวเครนจะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมของมุมแกว่งคือในช่วงที่ความชัน (slope) เป็นบวกจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนลดลงโดยในช่วงนี้จะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมระยะยัด และในช่วงที่ความชันเป็นลบจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จากการเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.1 สังเกตได้ว่าความยัดหยุ่นของเชือกไม่มีผลกับ state ระยะของตัวเครนและ state มุมแกว่ง แต่จะมีผลต่อ state ความเร็วของตัวเครนและ state ความเร็วเชิงมุมของการแกว่ง

กำหนด input คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  ซึ่งเป็นแรงบิดสูงสุดของชุดมอเตอร์ลาก จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับต่อ input  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกยัดหยุ่น

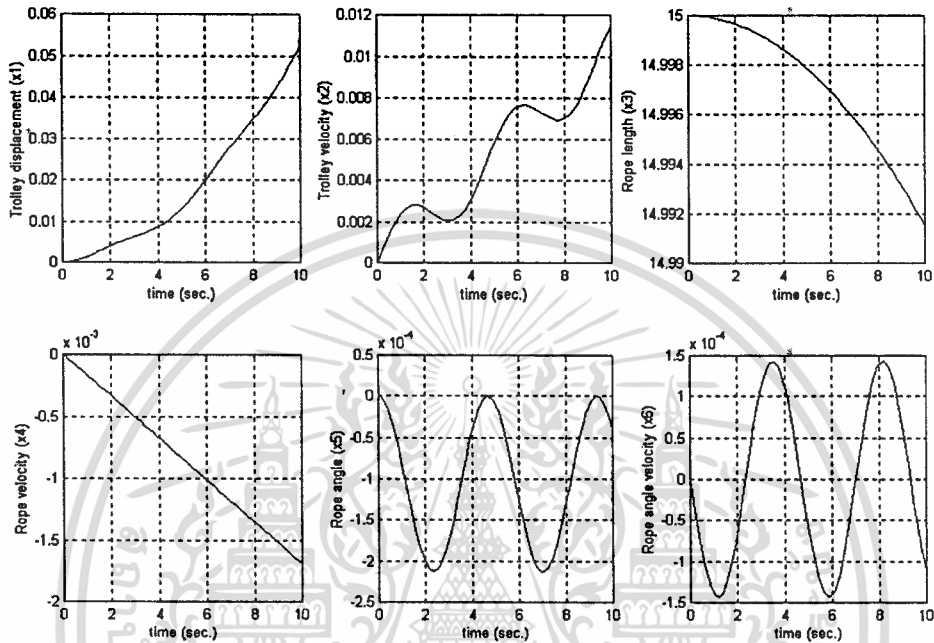
จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.4 สังเกตได้ว่าผลของ state ต่างๆ มีลักษณะเช่นเดียวกันกับผลการตอบสนองรูปที่ 4.3 แต่จะมีขนาดสูงกว่า และ state การแกว่งจะมีความถี่ที่เท่ากัน โดยที่มุมการแกว่งสูงสุดที่ได้คือ  $-0.22$  เรเดียน หรือ  $-12.6$  องศา จากการเปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 4.1 กับ 4.2 สังเกตได้ว่ามุมการแกว่งแปรผันโดยตรงกับสัญญาณ input ซึ่งในที่นี้คือ

แรงบิด

### 4.3.2 ช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวแยง

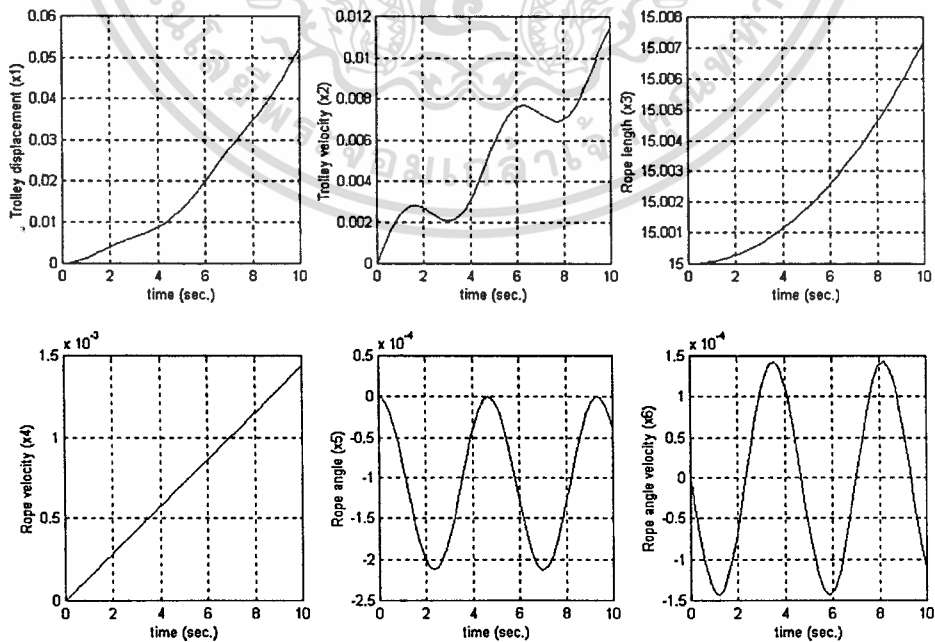
#### 4.3.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

กำหนด inputs คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  และแรงบิดชุดมอเตอร์คว่ำ  $T_H = 1 \times \text{unit step}$  จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.5 และ 4.6



รูปที่ 4.5 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแยงโดยการระดมยกขึ้นต่อ inputs

$T_T = 1 \times \text{unit step}$  และ  $T_H = 1 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง



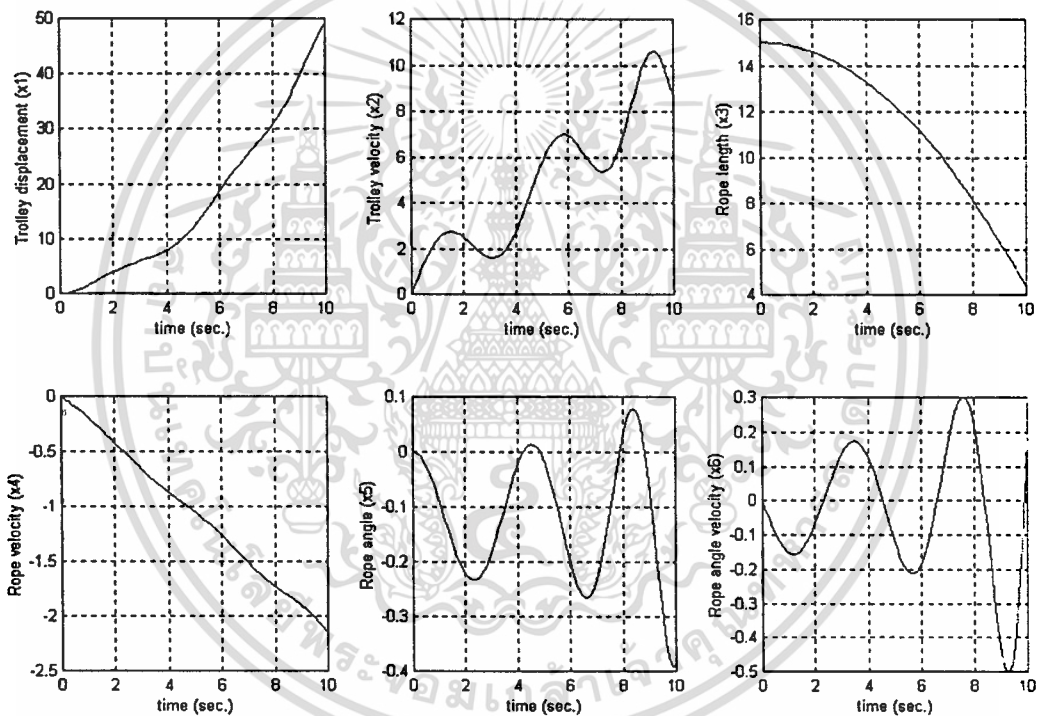
รูปที่ 4.6 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแยงโดยการระดมหย่อนลงต่อ inputs

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นโดยโปรแกรมเมอร์ภายใต้การดูแลของศูนย์วิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.5 และ 4.6 สังกัดได้ว่าผลของ state ความเร็วของตัวเครนจะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมของมุมแกว่งคือในช่วงที่ความชัน (slope) เป็นบวกจะทำให้ state ความเร็วลดลง และในช่วงที่ความชันเป็นลบจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกันกับผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวระดับ (รูปที่ 4.1) และผล state ความเร็วเชือกจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเชิงเส้น

กำหนด inputs คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  และแรงบิดชุดมอเตอร์คว้าน  $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$  ซึ่งเป็นแรงบิดสูงสุดของชุดมอเตอร์ลากและชุดมอเตอร์คว้านตามลำดับ จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.7 และ 4.8

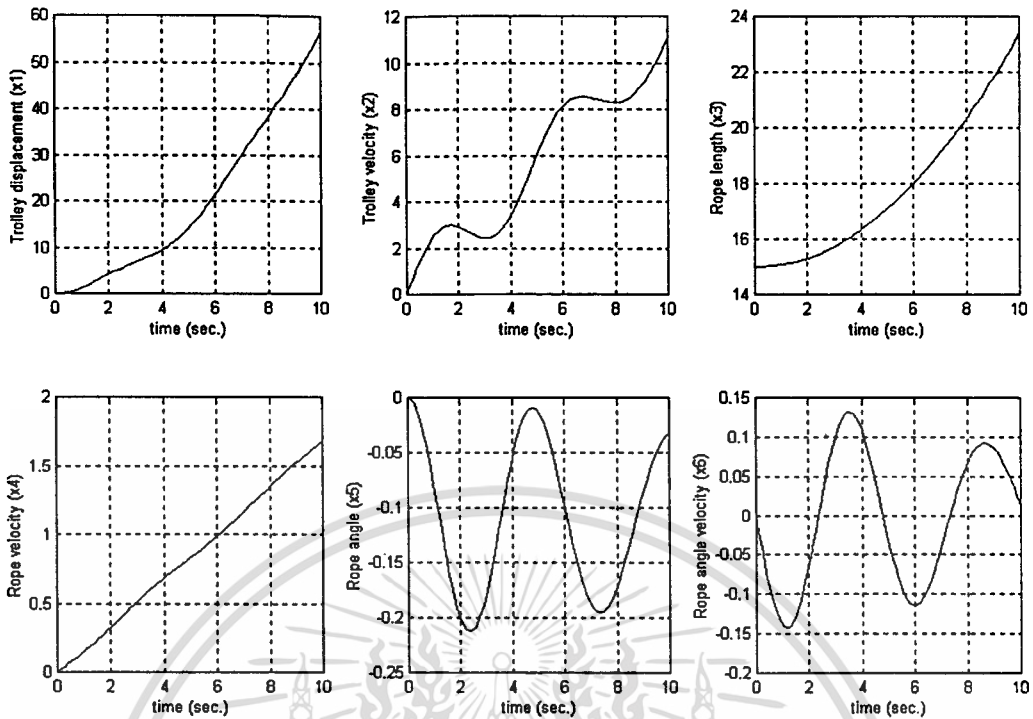


รูปที่ 4.7 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยง โดยภาระถูกยกขึ้นต่อ inputs

$$T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step} \text{ และ } T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$$

โดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.7 และ 4.8 สังกัดได้ว่าผลของ state ต่างๆ มีลักษณะเช่นเดียวกับผลการตอบสนองรูปที่ 4.5 และ 4.6 ตามลำดับ ยกเว้น state มุมแกว่งจะมีค่าแกว่งขยายโดขึ้นสำหรับในกรณีการะถูกยกขึ้น (รูปที่ 4.7) และมีค่าแกว่งลดลงสู่ค่าคงที่สำหรับในกรณีการะถูกหย่อนลง (รูปที่ 4.8)



รูปที่ 4.8 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยการถูกหย่อนลงต่อ inputs

$$T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step} \text{ และ } T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$$

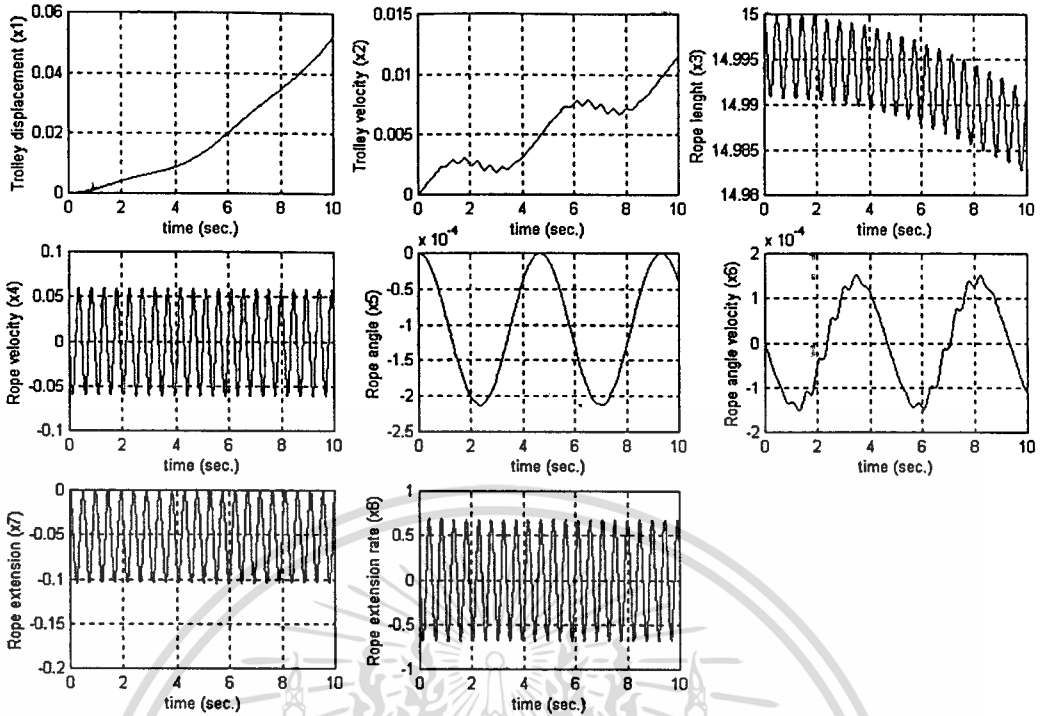
โดยพิจารณาเชิงแข็งเกร็ง

#### 4.3.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

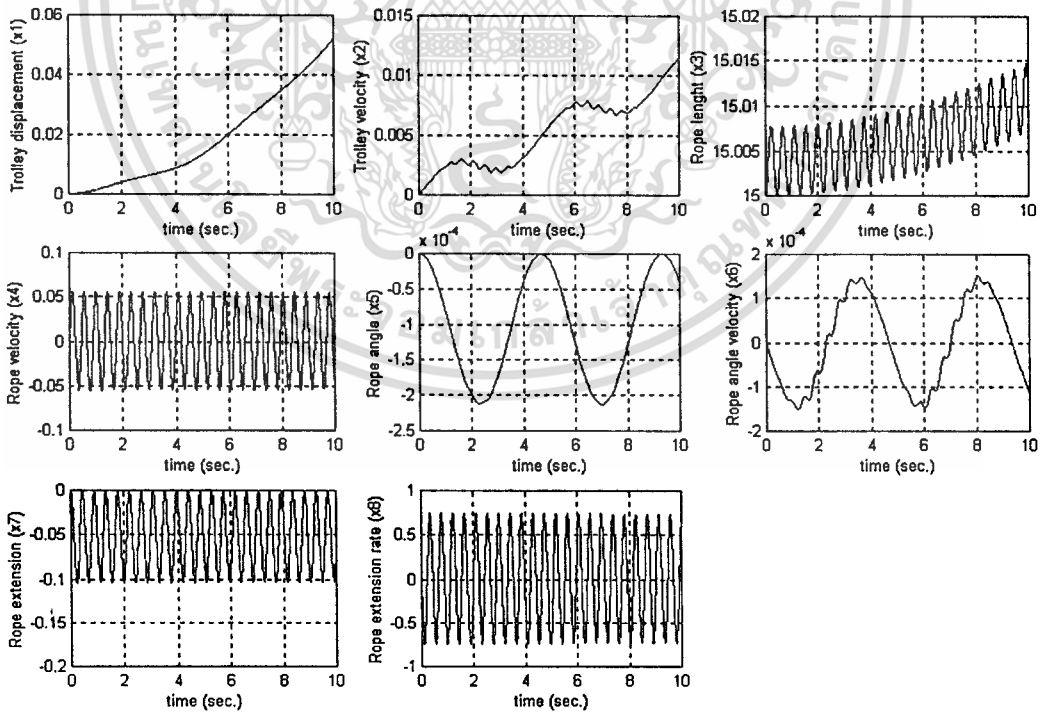
กำหนด inputs คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  และแรงบิดชุดมอเตอร์คว้าน  $T_H = 1 \times \text{unit step}$  จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.9 และ 4.10

จากผลการตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.9 และ 4.10 สังเกตได้ว่าผลของ state ความเร็วของตัวเครนจะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมของมุมแกว่งเช่นเดียวกับการเคลื่อนที่ในแนวระดับ (รูปที่ 4.3)

กำหนด inputs คือแรงบิดชุดมอเตอร์ลาก  $T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step}$  และแรงบิดชุดมอเตอร์คว้าน  $T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$  ซึ่งเป็นแรงบิดสูงสุดของชุดมอเตอร์ลากและชุดมอเตอร์คว้านตามลำดับ จะได้ผลการตอบสนองของ state ต่างๆ ดังรูปที่ 4.11 และ 4.12

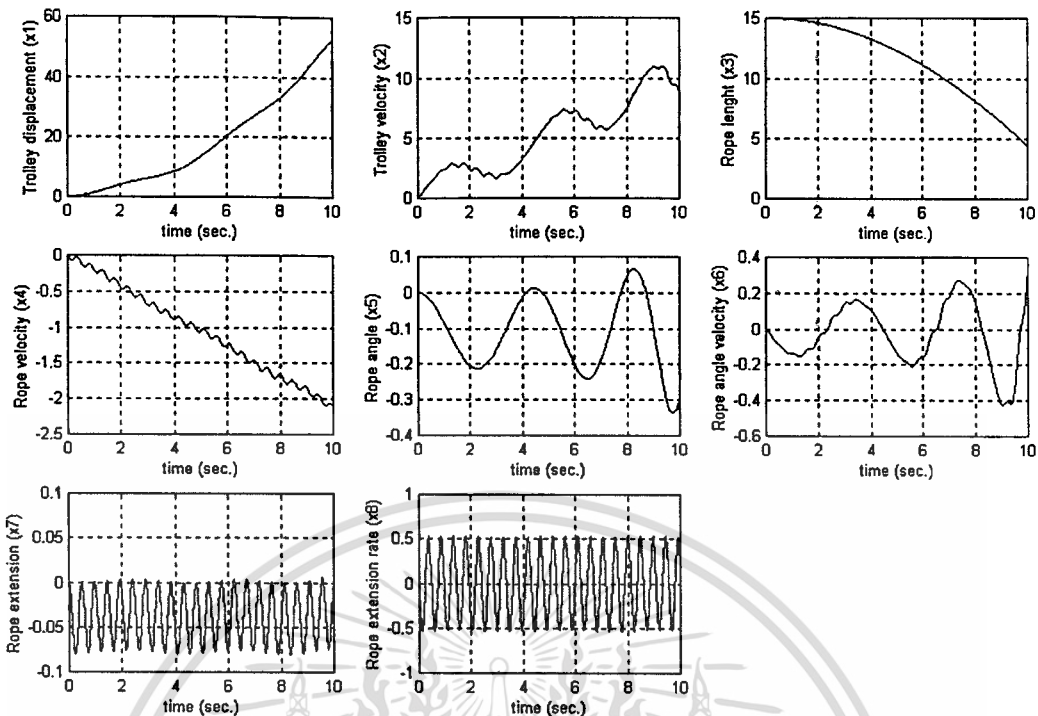


รูปที่ 4.9 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแกง โดยภาวะถูกยกขึ้นต่อ inputs  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  และ  $T_H = 1 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกยึดคาน



รูปที่ 4.10 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแกง โดยภาวะถูกหย่อนลงต่อ inputs  $T_T = 1 \times \text{unit step}$  และ  $T_H = 1 \times \text{unit step}$  โดยพิจารณาเชือกยึดคาน

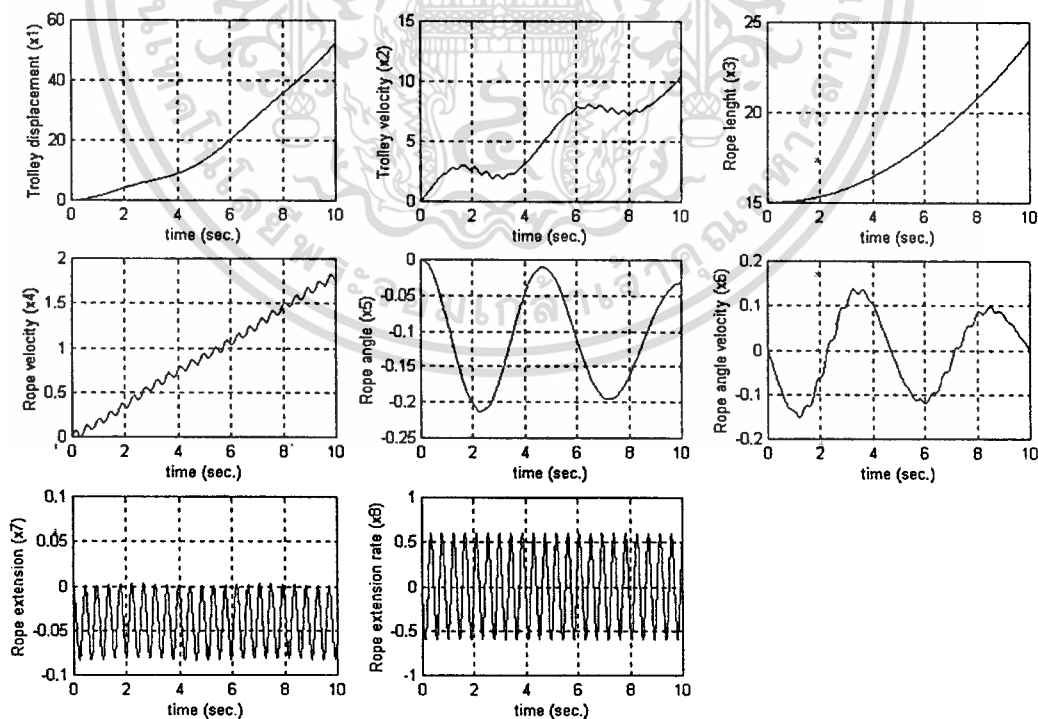
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแกนโดยภาระถูกยกขึ้นต่อ inputs

$$T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step} \text{ และ } T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$$

โดยพิจารณาเชือกยึดหุ่่น



รูปที่ 4.12 ผลการตอบสนองภาวะเคลื่อนที่ในแนวแกนโดยภาระถูกหย่อนลงต่อ inputs

$$T_T = 1.03 \times 10^3 \times \text{unit step} \text{ และ } T_H = 1.09 \times 10^3 \times \text{unit step}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นโดยพิจารณาเรื่องยึดหุ่่นงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลตอบสนองการเคลื่อนที่รูปที่ 4.11 และ 4.12 สังเกตได้ว่าผลของ state ความเร็วของตัวเครนจะเกิดการแกว่งเนื่องจากผลของ state ความเร็วเชิงมุมของการแกว่งคือในช่วงที่ความชัน (slope) เป็นบวกจะทำให้ state ความเร็วลดลง และในช่วงที่ความชันเป็นลบจะทำให้ state ความเร็วของตัวเครนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และผลของ state ความเร็วเชิงมุมจะเปลี่ยนแปลงในลักษณะเชิงเส้น และ state มุมแกว่งจะมีค่าแกว่งขยายโตขึ้นสำหรับในกรณีการถูกยกขึ้น (รูปที่ 4.11) และมีค่าแกว่งลดลงสู่ค่าคงที่สำหรับในกรณีการถูกหย่อนลง (รูปที่ 4.12) โดยสังเกตได้ว่าความยืดหยุ่นของเชือกจะไม่มีผลกับ state ระยะตัวเครน ส่วนการขยายของค่าการแกว่งของมุมแกว่งนั้นขึ้นอยู่กับแรงบิดของชุดมอเตอร์ควานที่ป้อนเข้าไปเช่นเดียวกับในกรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

#### 4.4 การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูปสมการ state space เชิงเส้น

เนื่องจากแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนที่สร้างขึ้นมาในบทที่ 2 อยู่ในรูป state equation ที่ไม่เชิงเส้นดังนั้นเพื่อที่จะใช้จึงใช้เทคนิคการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization) ดังหัวข้อ 2.4 ซึ่งเพื่อความสะดวกสำหรับในงานวิจัยนี้จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับ Simulink Linearization Tool ดังภาคผนวก

##### 4.4.1 สมการ state space เชิงเส้นของเครนช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ

###### 4.4.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากหัวข้อ 3.1 กำหนดจุดทำงาน (operating point) ดังนี้

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad U = 0$$

ผลของการแปลงให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้ โปรแกรมที่ 1 ร่วมกับ Simulink Linearization Tool รูปที่ 1 ดังในภาคผนวก จะได้เมตริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17.3109 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & -1.8081 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad 0.0029 \quad 0 \quad -0.0002]^T$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหยุน

จากหัวข้อ 3.1 กำหนดจุดทำงาน (operating point) ดังนี้

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = 0 \quad x_6 = 0 \quad U = 0$$

ผลของการแปลงให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้ โปรแกรมที่ 2 ร่วมกับ Simulink Linesrization Tool รูปที่ 2 ดังในภาคผนวก จะได้เมตริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 34.6219 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -188.2353 & 0 & -0.0004 & 0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.9519 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad 0.0029 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.0002]^T$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

#### 4.4.2 สมการ state space เชิงเส้นของเครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในทแยง

##### 4.4.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากหัวข้อ 3.1 กำหนดจุดทำงาน (operating point) ดังนี้

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = 0 \quad x_6 = 0 \quad U_1 = 0 \quad U_2 = 0$$

ผลของการแปลงให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้ โปรแกรมที่ 3 ร่วมกับ Simulink Linesrization Tool รูปที่ 3 ดังในภาคผนวก จะได้เมตริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17.3109 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.8081 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0029 & 0 & 0 & 0 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.4.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหยุน

จากหัวข้อ 3.1 กำหนดจุดทำงาน (operating point) ดังนี้

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = 0 \quad x_6 = 0 \quad x_7 = 0 \quad x_8 = 0 \quad U_1 = 0 \quad U_2 = 0$$

ผลของการแปลงให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้ โปรแกรมที่ 4 ร่วมกับ Simulink Linesrization Tool รูปที่ 4 ดังในภาคผนวก จะได้เมตริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 34.6219 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15168.4076 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.9621 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0283 & 0 & -203403.7018 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0029 & 0 & 0 & 0 & -0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0019 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.5 การตรวจสอบความสามารถควบคุมได้ของแครน

เนื่องจากการออกแบบระบบควบคุมทั้งแบบการควบคุมเหมาะสมที่สุดและการวางตำแหน่งโพลนั้นระบบที่จะนำมาออกแบบจะต้องสามารถควบคุมได้ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบความสามารถควบคุมได้ของระบบโดยตรวจสอบจากเมตริกซ์  $A$  และ  $B$  ซึ่งเป็นการตรวจสอบค่าลำดับชั้นของเมตริกซ์  $M$  (controllability matrix) ดังสมการ (3.4)

### 4.5.1 ความสามารถควบคุมได้ของแครนช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ

เนื่องจากเมตริกซ์  $B$  เป็นแบบ single input ดังนั้นเมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้จึงมีมิติเท่ากับ  $(n \times n)$

#### 4.5.1.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากสมการ (3.4) และแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูป state space จากหัวข้อ 4.4.1.1 จะได้เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้ดังนี้

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0.0029 & 0 & -0.0033 \\ 0.0029 & 0 & -0.0033 & 0 \\ 0 & -0.0002 & 0 & 0.0003 \\ -0.0002 & 0 & 0.0003 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้นี้มีค่าลำดับชั้น (rank) เท่ากับ 4 ดังนั้นระบบแครนโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้

#### 4.5.1.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

จากสมการ (3.4) และแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูป state space จากหัวข้อ 4.4.1.2 จะได้เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้ดังนี้

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0.0029 & 0 & -0.0066 & 0 & 0.0196 \\ 0.0029 & 0 & -0.0066 & 0 & 0.0196 & 0 \\ 0 & 0 & -0.00000003 & 0.00000008 & 0.000006 & -0.00001 \\ 0 & -0.00000003 & 0.00000008 & 0.000006 & -0.00001 & -0.0010 \\ 0 & -0.0002 & 0 & 0.0006 & 0 & -0.0017 \\ -0.0002 & 0 & 0.0006 & 0 & -0.0017 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้นี้มีค่าลำดับชั้น (rank) เท่ากับ 6 ดังนั้นระบบแครนโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกยืดหยุ่นเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้

#### 4.5.2 ความสามารถควบคุมได้ของระบบช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยง

เนื่องจากเมทริกซ์  $B$  เป็นแบบ 2 input ดังนั้นเมทริกซ์ความสามารถควบคุมได้จึงมีมิติเท่ากับ  $(n \times 2n)$

##### 4.5.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

จากสมการ (3.4) และแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูป state space จากหัวข้อ 4.4.2.1 จะได้เมทริกซ์ความสามารถควบคุมได้ดังนี้

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0029 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0029 & 0 & 0 & 0 & -0.0033 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0002 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0002 & 0 & 0 & 0 & -0.0003 & 0 \\ -0.0033 & 0 & 0 & 0 & 0.0060 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0060 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 0 & 0 & 0 & -0.0006 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0006 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่เมทริกซ์ความสามารถควบคุมได้นี้มีค่าลำดับชั้น (rank) เท่ากับ 6 ดังนั้นระบบระบบเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้

##### 4.5.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

จากสมการ (3.4) และแบบจำลองทางพลศาสตร์ในรูป state space จากหัวข้อ 4.4.2.2 จะได้เมทริกซ์ความสามารถควบคุมได้ดังนี้

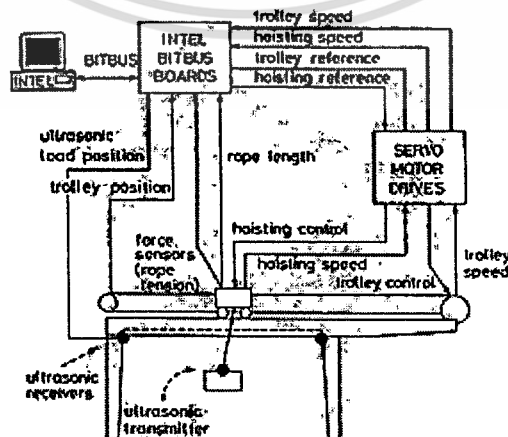
$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0029 & 0 & 0 & 0 & -0.0066 & 0 \\ 0.0029 & 0 & 0 & 0 & 0.0066 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0293 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0293 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0 & 0 & 0 & 0.0006 & 0 \\ -0.0002 & 0 & 0 & 0 & 0.0006 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0019 & 0 & 0 & 0.000005 & -0.3923 \\ 0 & 0.0019 & 0 & 0 & 0.000005 & -0.3923 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0196 & 0 & 0 & 0 & -0.0578 & 0 \\ 0.0196 & 0 & 0 & 0 & -0.0578 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & -5.9505 & 0 & 0 & -0.0170 & 1210.3444 \\ 0.0001 & -5.9505 & 0 & 0 & -0.0170 & 1210.3444 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0017 & 0 & 0 & 0 & 0.0049 & 0 \\ -0.0017 & 0 & 0 & 0 & 0.0049 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0011 & 79.7938 & 0 & 0 & 0.2275 & -16230.3471 \\ -0.0011 & 79.7938 & 0 & 0 & 0.2275 & -16230.3471 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่เมตริกซ์ความสามารถควบคุมได้นี้มีค่าลำดับชั้น (rank) เท่ากับ 8 ดังนั้นระบบแบรินโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้

#### 4.6 การจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของแบรินโดย Kari Rintanen

การควบคุมการเคลื่อนที่ของแบรินมีการร่วมวิจัยและพัฒนาโดย Control Engineering Laboratory ของ Helsinki University of Technology, Technical Research Centre Electronics Laboratory ใน Oulu และ 2 บริษัทเอกชนในประเทศฟินแลนด์ ได้ทำการสร้างแบรินจำลองซึ่งย่อส่วนมาจากแบรินขนถ่ายตู้คอนเทนเนอร์ของท่าเรือซึ่งโครงสร้างของแบรินจำลองดังแสดงในรูปที่

4.13



รูปที่ 4.13 โครงสร้างแบรินจำลองของ Helsinki University of Technology

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Kari Rintanen ได้ทำการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของแบริดจ์โดยพิจารณาแรงเสียดทานจากการเคลื่อนที่ของตัวแบริดจ์และกำหนดให้ความยาวเชือกคองที่ ซึ่งสมการของแรงเสียดทานดังสมการ (4.1) และสมการของชุดมอเตอร์ขับเคลื่อนดังสมการ (4.2) คือ

$$F_\mu = \left( b + \frac{c}{|v|} \right) v \quad (4.1)$$

$$\dot{F} = \frac{1}{\tau} (p u_r - F) \quad (4.2)$$

โดยที่

$v$  คือ ความเร็วของตัวแบริดจ์

$b$  คือ สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน Newtonian

$c$  คือ สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน Coulombian

$\tau$  คือ time constant ของมอเตอร์ขับเคลื่อน

$u_r$  คือ reference torque

$p$  คือ scaling factor

$F$  คือ แรงของมอเตอร์ขับเคลื่อน

Kari ได้กำหนด state variable และ control variables ดังนี้

$$x_1 = \phi \quad x_2 = \dot{\phi} \quad x_3 = x_T \quad x_4 = \dot{x}_T \quad x_5 = F$$

$$u = u_r$$

ดังนั้นสมการ state ไม่เชิงเส้นของระบบซึ่ง Kari ใช้กฎของนิวตันดังสมการ (4.3)

$$\dot{x} = A(x)x + Bu \quad (4.3)$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{g(m_t + m_l)}{lm_t} & 0 & 0 & -\frac{b + \frac{c}{|x_4|}}{lm_t} & \frac{p}{lm_t} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{gm_l}{m_t} & 0 & 0 & -\frac{b + \frac{c}{|x_4|}}{m_t} & \frac{p}{m_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}^T$$

เนื่องจากสมการ (4.3) นั้นเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้นเนื่องจากเทอมของแรงเสียดทาน Coulombian ( $c/|x_4|$ ) ดังนั้น Kari ได้ทำการทดลองแทนค่า input เพื่อที่จะเอาชนะแรงเสียดทาน Coulombian เพื่อให้ตัวเครนเคลื่อนที่ได้ โดยที่ขนาด input ต่ำสุดที่ได้คือ  $u_r$  ซึ่งมีค่ามากกว่า  $u_0$  ดังนั้นเมตริกซ์  $A(x)$  จึงสามารถตัดเทอมของแรงเสียดทาน Coulombian ดังสมการ (4.4)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{g(m_t + m_l)}{lm_t} & 0 & 0 & -\frac{b}{lm_t} & \frac{p}{lm_t} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{gm_l}{m_t} & 0 & 0 & -\frac{b}{m_t} & \frac{p}{m_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Kari กำหนดค่าเชิงตัวเลขคือ

$$\begin{array}{llll} m_t = 100 \text{ kg} & m_l = 55.8 \text{ kg} & g = 9.81 \text{ m/s}^2 & l = 0.7 \text{ m} \\ p = 110 \text{ N/V} & b = 700 \text{ N s}^2/\text{m} & \tau = 0.2 \text{ s} & \end{array}$$

เนื่องจากสมการ (2.19) ไม่ได้พิจารณาแรงเสียดทานของเครนดังนั้นจึงบวกเทอมแรงเสียดทานดังสมการ (4.1) เข้าไปในสมการ (2.19) และทำให้เป็นสมการเชิงเส้นซึ่งจะได้เมตริกซ์  $A$  ดังสมการ (4.5)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{Mr_T^2}{(J_T + mr_T^2)} + 1\right) \frac{g}{l} & 0 & 0 & \frac{br_T^2}{l(J_T + mr_T^2)} & -\frac{r_T p}{l(J_T + mr_T^2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{Mr_T^2 g}{(J_T + mr_T^2)} & 0 & 0 & -\frac{br_T^2}{(J_T + mr_T^2)} & \frac{r_T p}{(J_T + mr_T^2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

โดยกำหนด state variable และ control variables ดังนี้

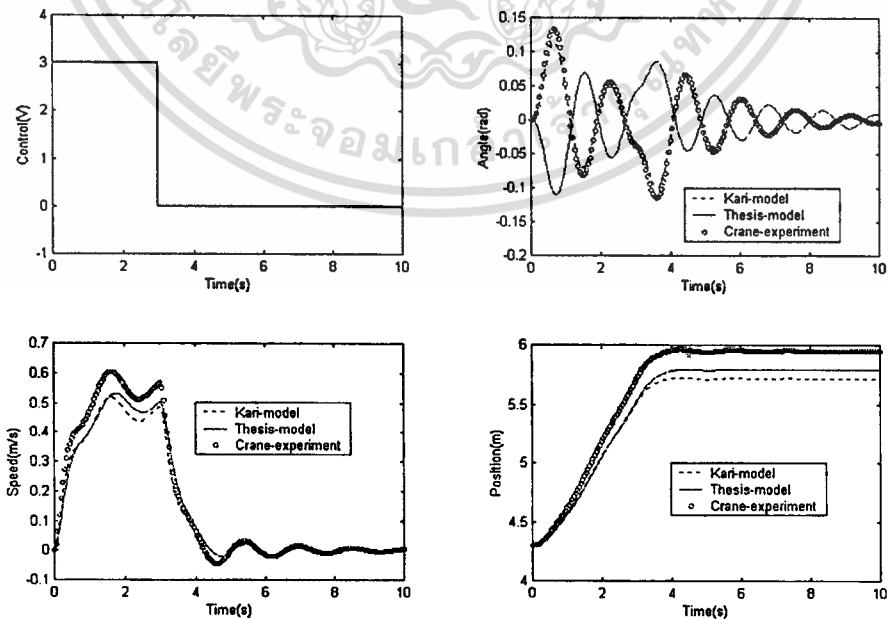
$$x_1 = \phi \quad x_2 = \dot{\phi} \quad x_3 = x_T \quad x_4 = \dot{x}_T \quad x_5 = T_T$$

$$u = u_r$$

และจากสมการ (4.2) จัดตัวแปรแรงของมอเตอร์ขับในรูปของตัวแปรแรงบิด ได้ดังสมการ (4.6)

$$\dot{T}_T = \frac{1}{\tau} (pu_r r_T - T_T) \quad (4.6)$$

ผลการจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของเครนจากสมการ (4.5) เปรียบเทียบกับการจำลองการเคลื่อนที่จากแบบจำลองของ Kari (สมการ (4.3)) และผลการทดลองจากเครนจำลองแสดงดังรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบผลการจำลองการเคลื่อนที่จากสมการ (4.6) กับแบบจำลองของ Kari

เอกสารนี้เป็นเอกสารและผลการทดลองของเครนจำลอง การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการเปรียบเทียบผลการจำลองรูปที่ 4.14 สังเกตได้ว่าลักษณะเส้นกราฟมีลักษณะเช่นเดียวกันค่าบางจุดมีลักษณะที่แตกต่างกันเพราะค่าโมเมนต์ความเฉื่อยและรัศมีของชุดขับที่กำหนดและมุมแกว่งของเชือกมีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับแบบจำลองของ Kari และค่าจากการทดลอง เนื่องจากการกำหนดเครื่องหมายทิศทางการหมุนที่แตกต่างกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# การจำลองการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด

### 5.1 บทนำ

การออกแบบการควบคุมโดยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดโดยเลือกดัชนีสมรรถนะ (performance index) แบบ linear quadratic regulator โดยจุดประสงค์เพื่อที่จะหาเมตริกซ์เกนป้อนกลับ (feedback gain)  $K$  นั้นขึ้นอยู่กับทางเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก (weighting matrices)  $Q$  และ  $R$  โดยถ้าเลือกค่าของส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนักแต่ละค่าของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  มากจะทำให้การประหยัดของพลังงานของดัชนีสมรรถนะมาก และถ้าเลือกค่าของส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนักแต่ละค่าของเมตริกซ์เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  มากจะทำให้ state variable ที่ถูกเลือกมีค่าเข้าใกล้ค่าสุดท้ายที่เร็วขึ้น เป็นต้น

### 5.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ

#### 5.2.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

สมการ (2.19) ประกอบด้วย state variable 4 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 1 ตัวแปร ดังนั้นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  จะมีมิติเท่ากับ  $4 \times 4$  และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  จะมีมิติเท่ากับ  $1 \times 1$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = [1] \quad (5.1)$$

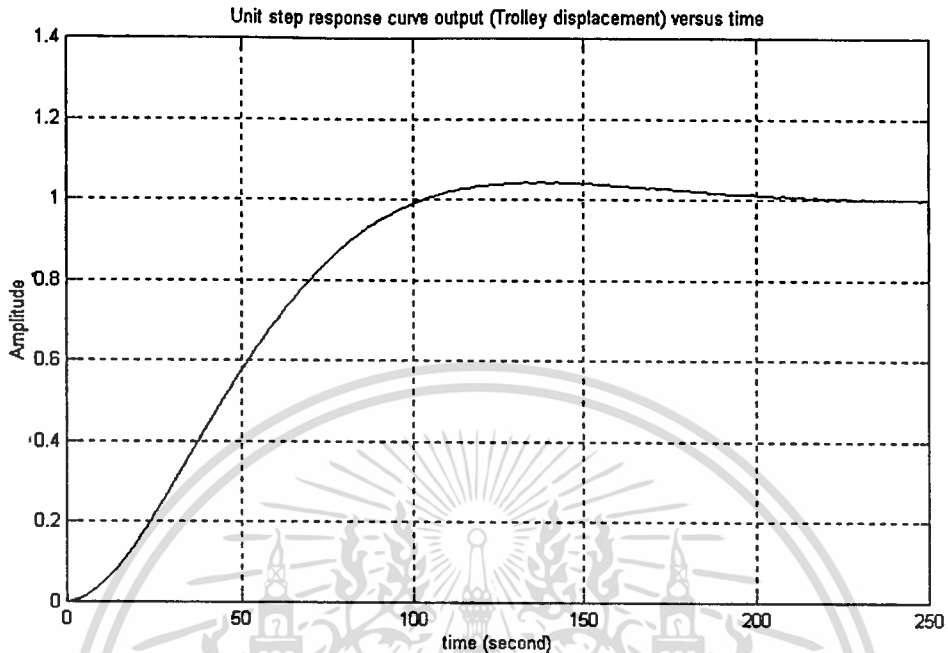
ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.1

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.1 จะได้ว่า output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัว (steady state) ที่ settling time  $t_s = 183.4$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 103.4$  วินาที

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.2 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้วแต่ค่า state ของมุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

เอกสาร... ไม่ว่าการณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K = [1.0000 \quad 43.7812 \quad 9.0371 \quad 407.1841]$$



รูปที่ 5.1 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1)

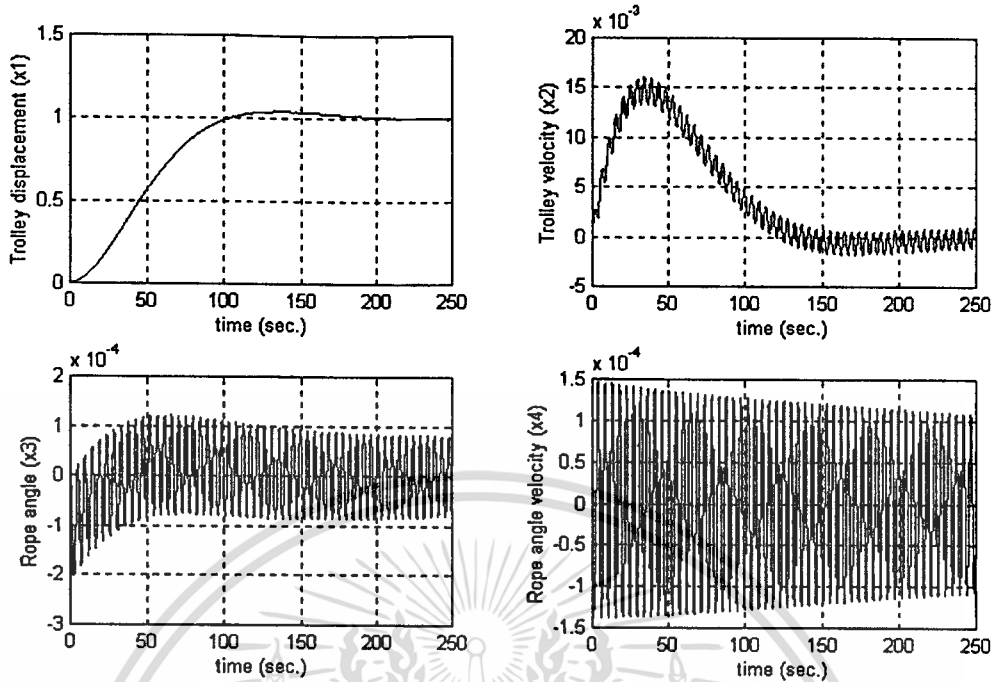
โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = [0.05] \quad (5.2)$$

ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.2) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.3

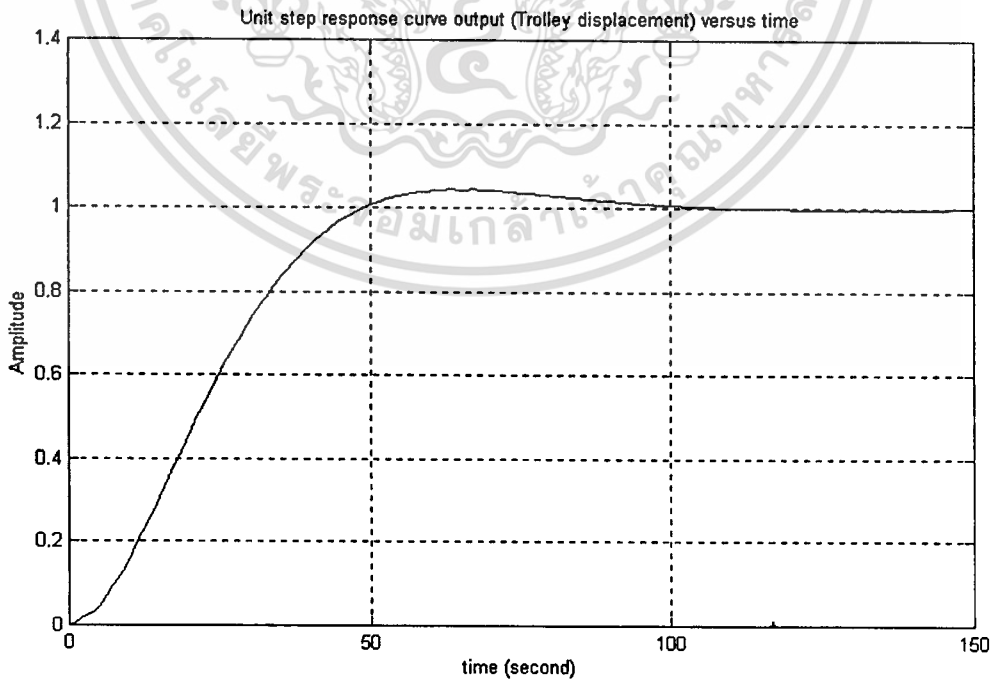
จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.3 จะได้ว่า output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 87.5$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 48.7$  วินาที ซึ่งจากการลดค่าส่วนประกอบของตัวถ่วงน้ำหนักสัญญาณควบคุม (control signal)  $U$  ในที่นี้คือแรงบิดมอเตอร์ลากของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  ดังสมการ (5.2) สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่เร็วขึ้น (settling time ลดลง) เมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



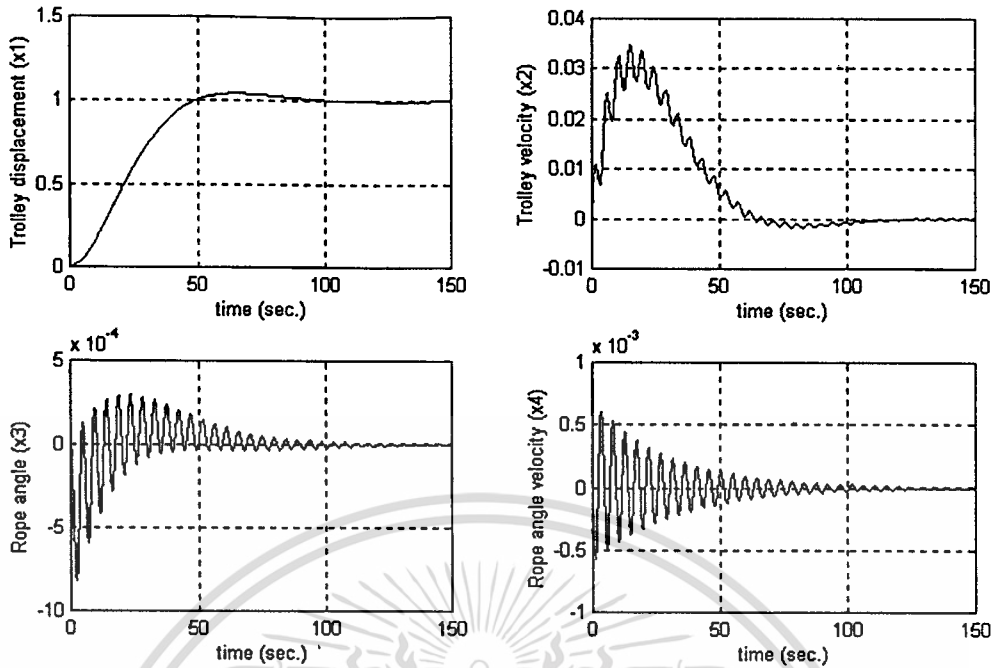
รูปที่ 5.2 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.1)



รูปที่ 5.3 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (5.2) นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.4 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.2)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.4 จะสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าของส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state มุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.2) เมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวนั้นค่า state มุมแกว่งเข้าใกล้ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.2) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$K = [4.4721 \quad 92.7144 \quad -0.0424 \quad 552.3144]$$

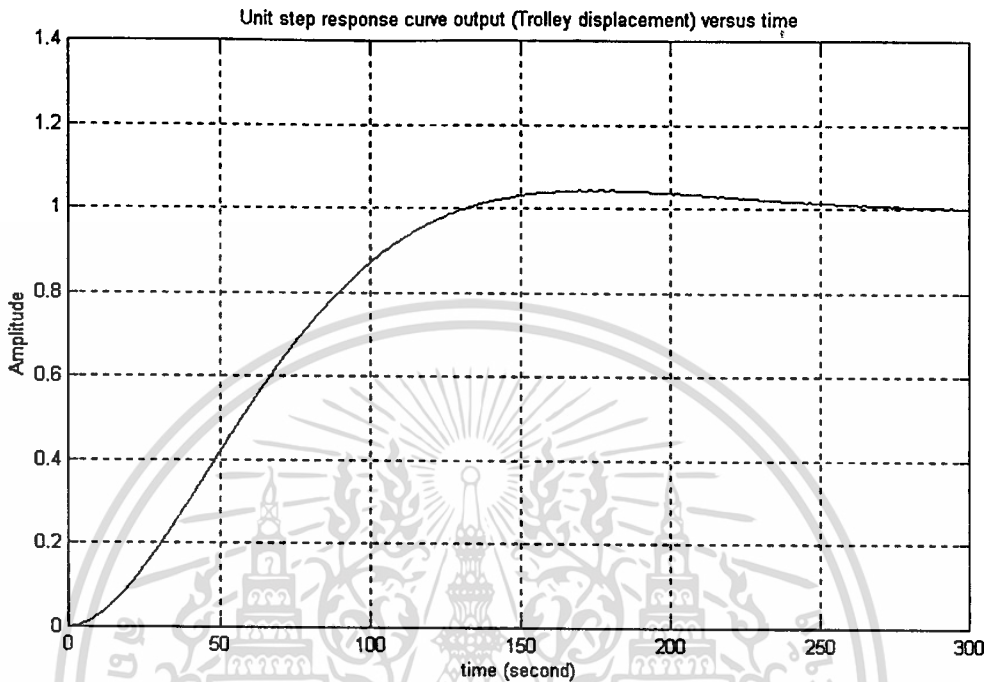
### 5.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหย่อน

สมการ (2.37) ประกอบด้วย state variable 6 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 1 ตัวแปร ดังนั้นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  จะมีมิติเท่ากับ  $6 \times 6$  และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  จะมีมิติเท่ากับ  $1 \times 1$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = [1] \quad (5.3)$$

ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.5

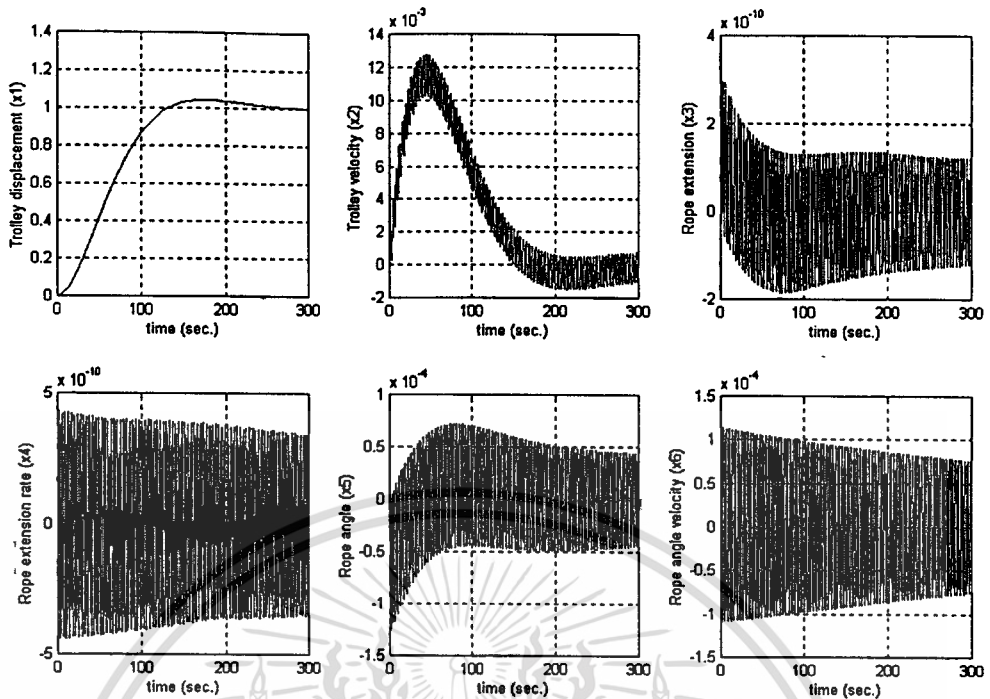


รูปที่ 5.5 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.5 จะได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 236.6$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 132.2$  วินาที ซึ่งสังเกตเห็นได้ว่าระบบต้องใช้เวลาก่อนจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวมากกว่ากรณีที่พิจารณาเชิงกริ่ง (เปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 5.1)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.6 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้วแต่ค่า state มุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$K = [1.0000 \quad 56.0387 \quad 0.0091 \quad -0.0001 \quad 11.2484 \quad 643.6498]$$



รูปที่ 5.6 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.3)

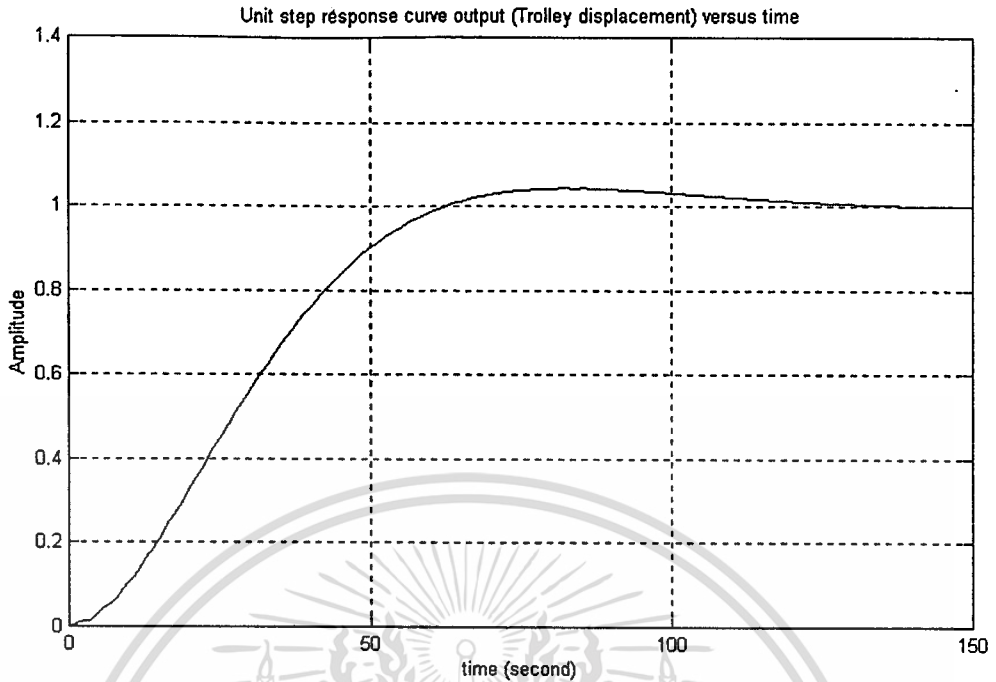
โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = [0.05] \quad (5.4)$$

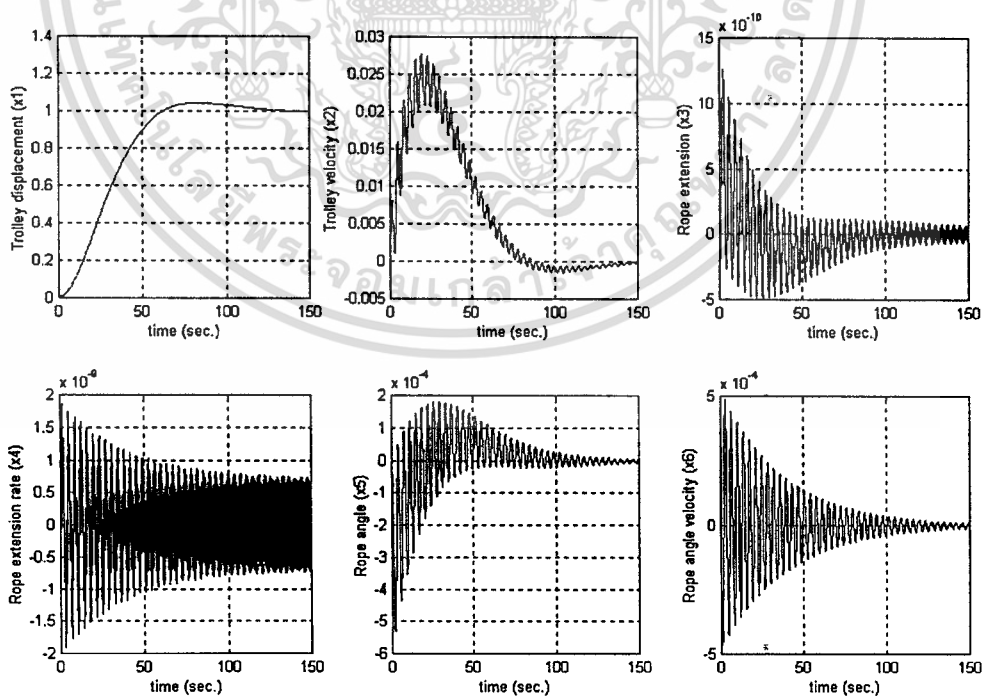
ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.7

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.7 จะได้ว่า output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 120.0$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 62.6$  วินาที ซึ่งจากการลดค่าส่วนประกอบของตัวถ่วงน้ำหนักสัญญาณควบคุม  $U$  ในที่นี้คือแรงบิดมอเตอร์ลากของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  ดังสมการ (5.4) จะสังเกตได้ว่า output ของระบบจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่เร็วขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 5.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้กับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.7 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
 โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4)



รูปที่ 5.8 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.8 สังเกตได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าของส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state มุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.4) เมื่อ output ของระบบเข้าสู่สภาวะเสถียรนั้นค่า state มุมแกว่งเข้าใกล้ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.4) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = [4.4721 \quad 118.5165 \quad 17.7343 \quad -0.2599 \quad 25.9363 \quad 1123.1875]$$

### 5.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยง

#### 5.3.1 กรณีพิจารณาเชิงแข็งเกร็ง

สมการ (2.55) ประกอบด้วย state variable 6 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 2 ตัวแปร ดังนั้นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  จะมีมิติเท่ากับ  $6 \times 6$  และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  จะมีมิติเท่ากับ  $2 \times 2$

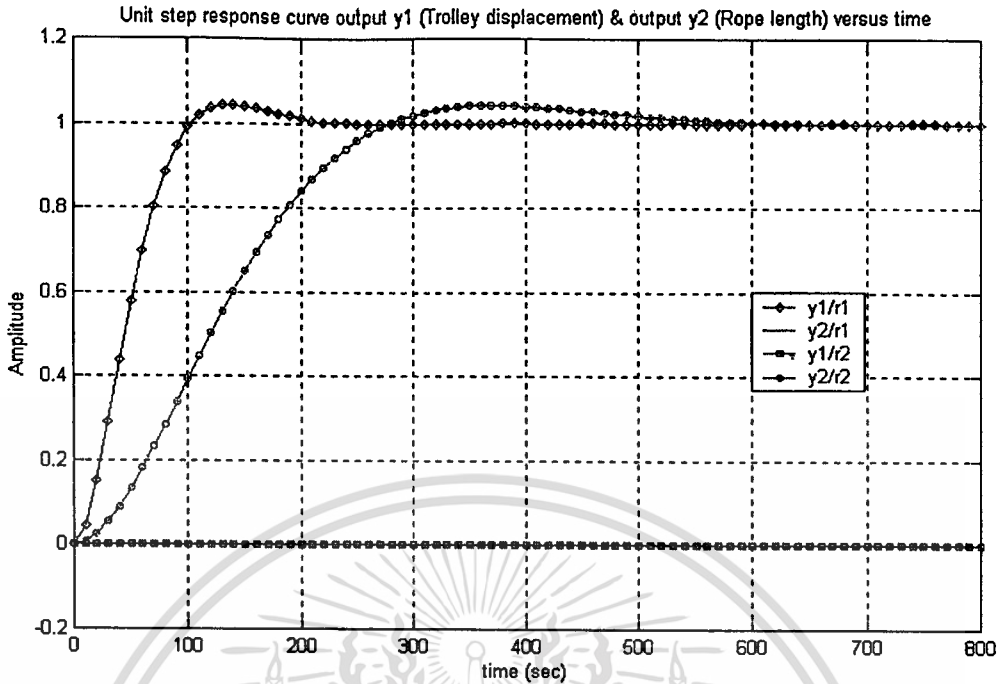
โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

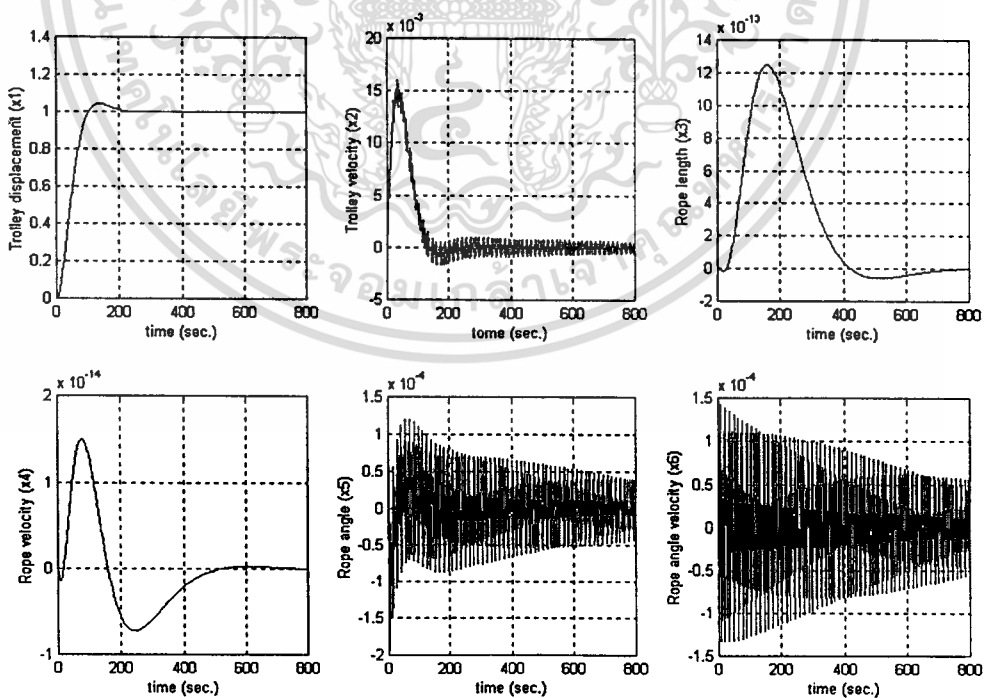
ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.9

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.9 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 185.8$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สภาวะคงที่ที่ settling time  $t_s = 497.2$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 103.4$  วินาทีสำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 227.9$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.10 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าน้อยมากต่อ reference input  $r_1(t)$  (state ความยาวเชือกมีค่าเข้าใกล้ศูนย์) และเมื่อ output  $y_1(t)$  เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้วแต่ค่า state ของมุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์



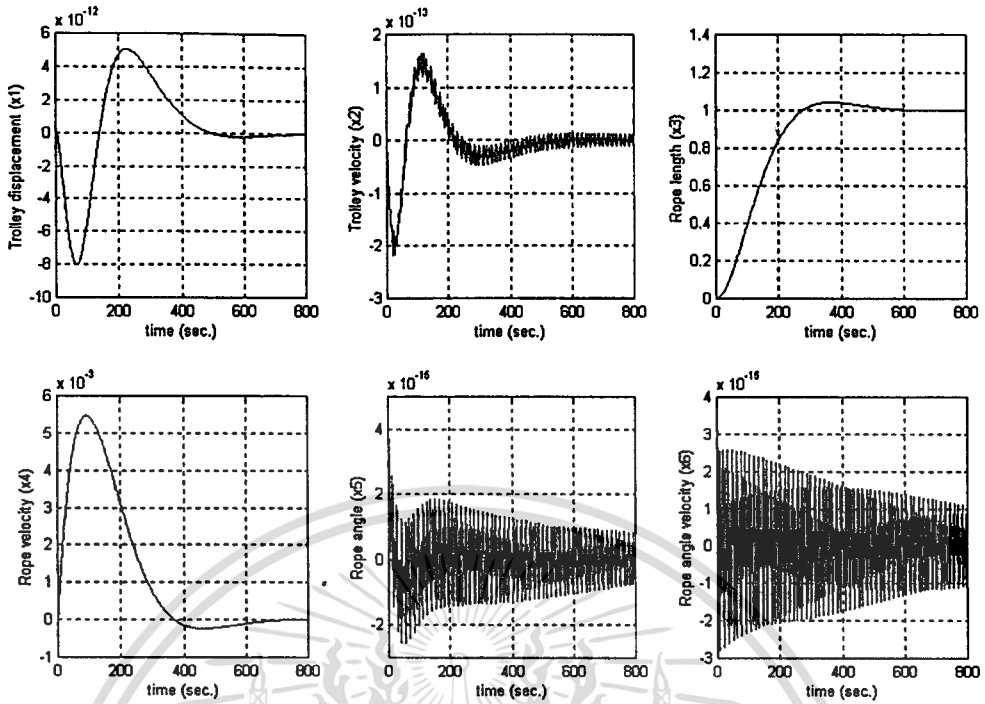
รูปที่ 5.9 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5)



รูปที่ 5.10 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.11 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5)

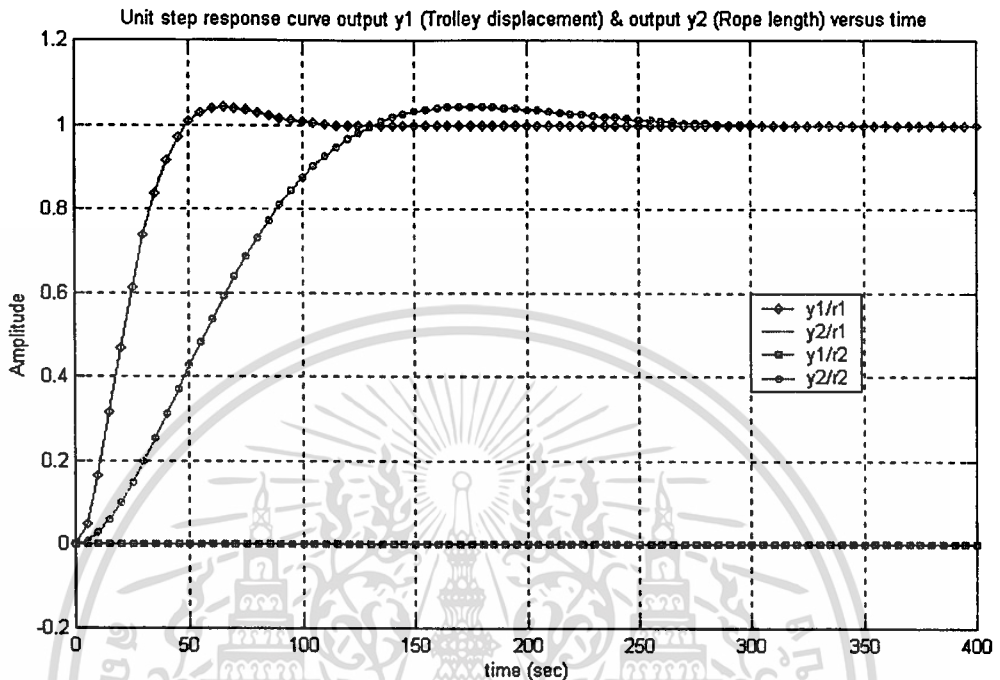
จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.11 สังเกตได้ว่า state ระยะเวลาตัวแปรต่อ reference input  $r_2(t)$  มีค่าน้อยมาก (state ระยะเวลาตัวแปรที่มีค่าเข้าใกล้ศูนย์) และเมื่อ output  $y_2(t)$  เข้าสู่ภาวะอยู่ตัวแล้วแต่ค่าของ state มุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์ และค่า state มุมแกว่งต่อ reference input  $r_2(t)$  นั้นมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ reference input  $r_1(t)$  ดังเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 5.10 และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.5) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 43.7812 & -0.0000 & -0.0000 & 9.0371 & 407.1841 \\ -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 & 117.9273 & -0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

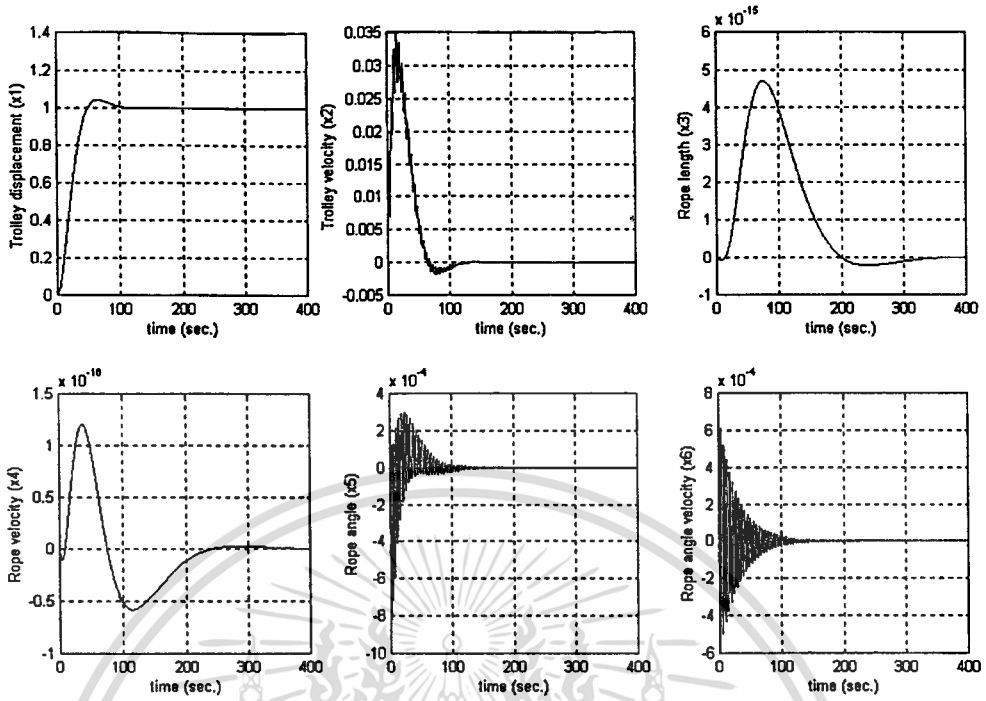
ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.12



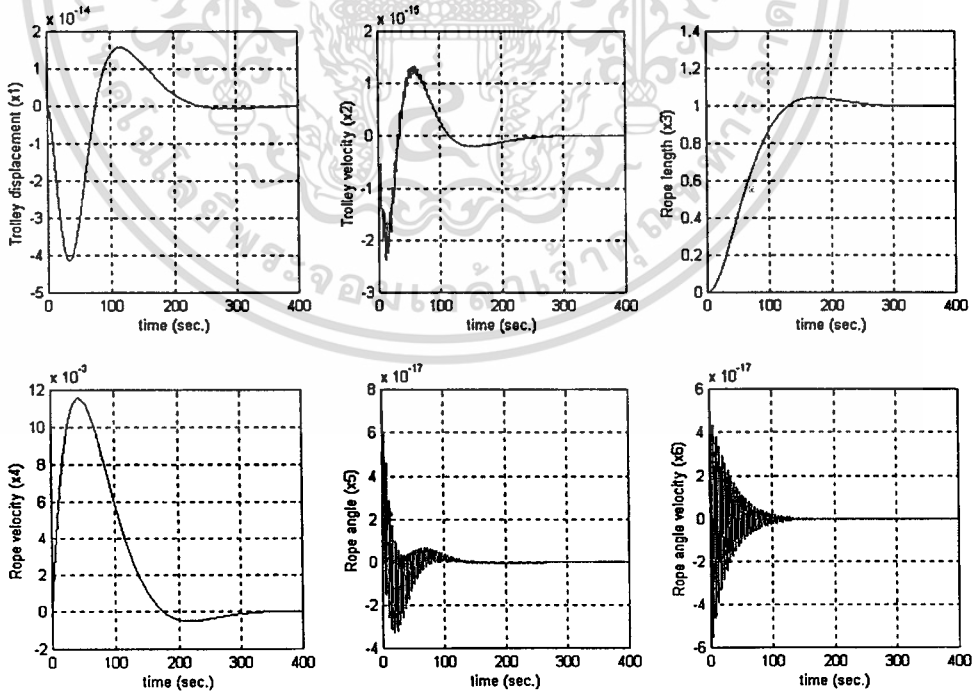
รูปที่ 5.12 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.12 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ตำแหน่งของตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 87.5$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 235.1$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 48.7$  วินาทีสำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 131.4$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการลดค่าส่วนประกอบในการถ่วงน้ำหนักสัญญาณควบคุม  $U_1$  (แรงบิดมอเตอร์ลาก) และสัญญาณควบคุม  $U_2$  (แรงบิดมอเตอร์คว้าน) จะสังเกตได้ว่าทั้ง output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวเร็วขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 5.9

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.13 จะสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state ของมุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.6) เมื่อ output  $y_1(t)$  ต่อ reference input  $r_1(t)$  เข้าสู่สถานะอยู่ตัวนั้นค่า state ของมุมแกว่ง เข้าใกล้ศูนย์



รูปที่ 5.13 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$   
โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6)



รูปที่ 5.14 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$   
โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.14 สังเกตเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state ของมุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.6) เมื่อ output  $y_2(t)$  ต่อ reference input  $r_2(t)$  เข้าสู่สถานะอยู่ตัวนั้นค่า state ของมุมแกว่ง เข้าใกล้ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.6) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.4721 & 92.7144 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0424 & 552.3144 \\ -0.0000 & -0.0000 & 4.4721 & 249.4170 & 0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

### 5.3.2 กรณีพิจารณาเชือกยัดหย่น

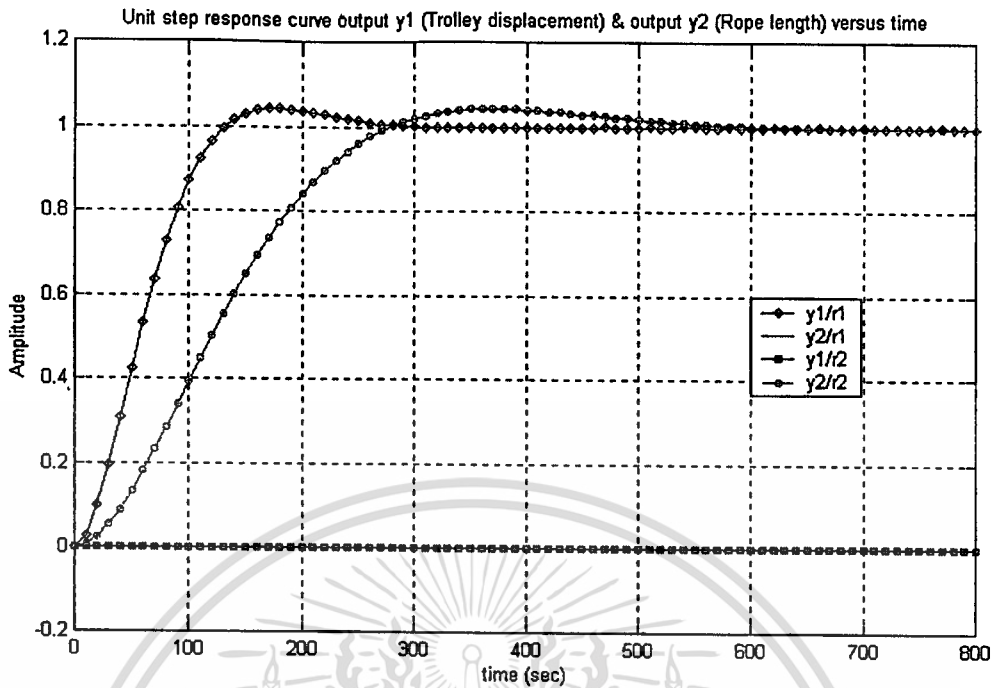
สมการ (2.74) ประกอบด้วย state variable 6 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 2 ตัวแปร ดังนั้นเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  จะมีมิติเท่ากับ  $8 \times 8$  และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $R$  จะมีมิติเท่ากับ  $2 \times 2$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

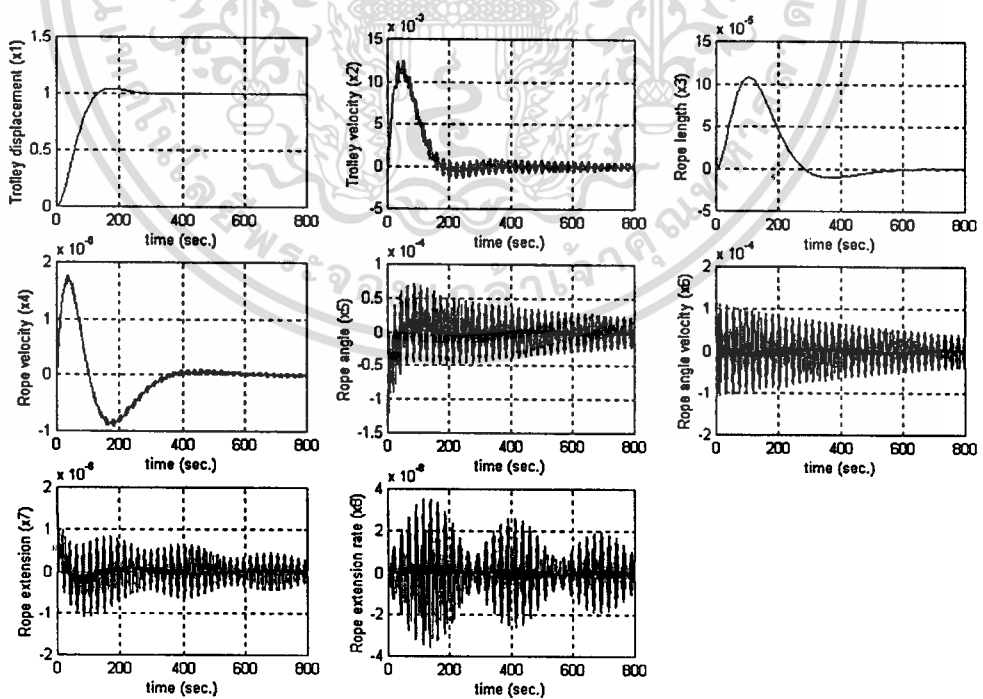
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.15

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.15 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ตำแหน่งของตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 236.7$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 497.2$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 132.2$  วินาทีสำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 227.9$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  ต้องใช้เวลาการเข้าสู่สถานะอยู่ตัวมากกว่ากรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง แต่ output  $y_2(t)$  ใช้เวลาการเข้าสู่สถานะอยู่ตัวเท่ากับกรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง (เปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 5.9)



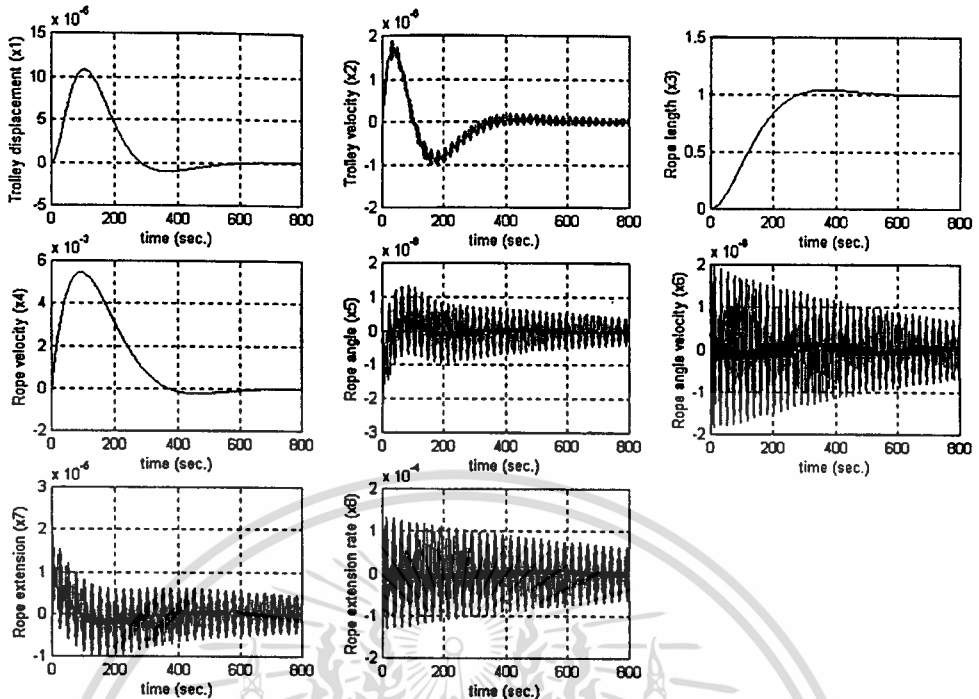
รูปที่ 5.15 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7)



รูปที่ 5.16 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.17 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.16 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าน้อยมากต่อ reference input  $r_1(t)$  (state ของความยาวเชือกมีค่าเข้าใกล้ศูนย์) แต่จะมีค่ามากกว่าเมื่อพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง และเมื่อ output  $y_1(t)$  เข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้วแต่ค่า state ของมุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์

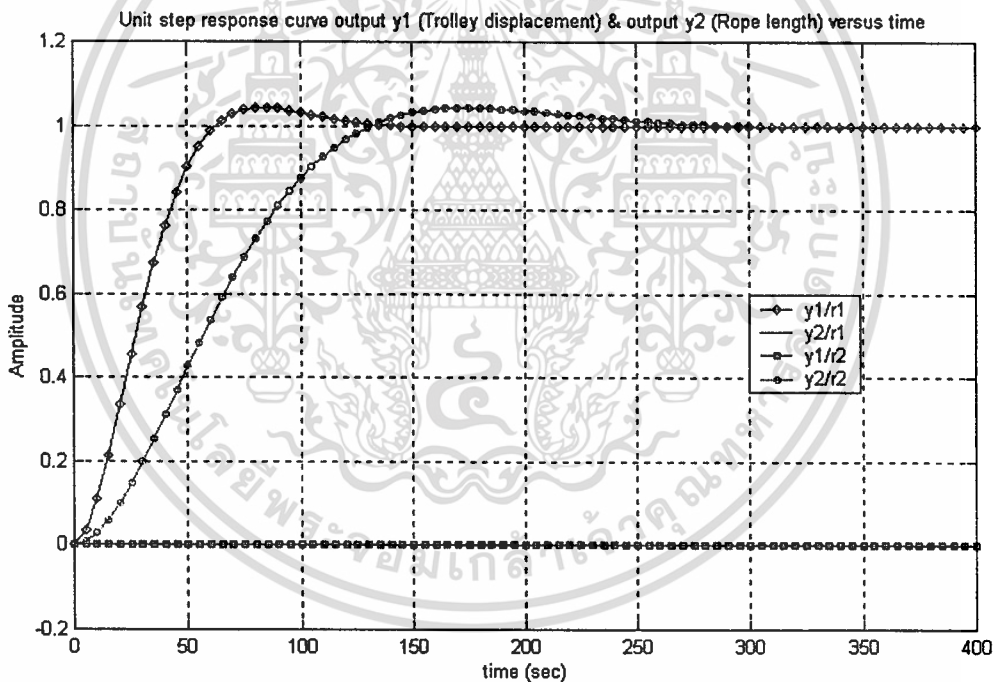
จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.17 สังเกตได้ว่า state ระยะตัวเครนต่อ reference input  $r_2(t)$  มีค่าน้อยมาก (state ระยะตัวเครนมีค่าเข้าใกล้ศูนย์) แต่จะมีค่ามากกว่าเมื่อพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง และเมื่อ output  $y_2(t)$  เข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้วแต่ค่าของ state มุมแกว่งยังไม่เข้าสู่ศูนย์ และค่า state มุมแกว่งต่อ reference input  $r_2(t)$  นั้นมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ reference input  $r_1(t)$  ดังเปรียบเทียบกับการตอบสนองรูปที่ 5.16 และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.7) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 56.0387 & 0.0002 & 0.0067 & 11.2484 & 643.6498 & 0.0000 & 0.0005 \\ -0.0002 & -0.0239 & 1.0000 & 117.9274 & -0.0028 & -0.3639 & 0.0916 & 9.7994 \end{bmatrix}$$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

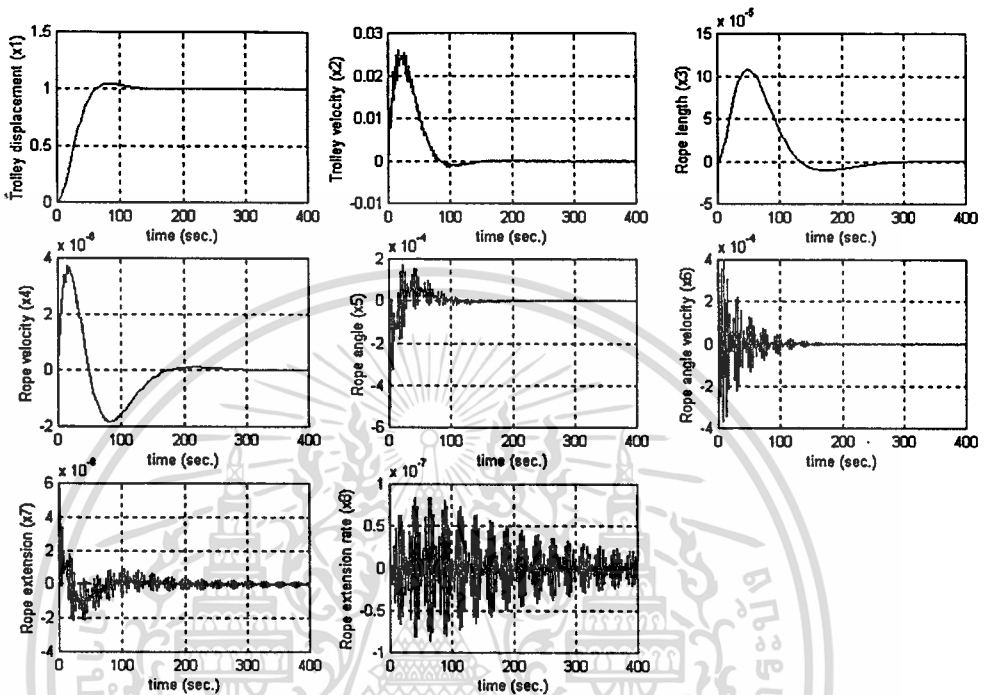
ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.18



รูปที่ 5.18 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.18 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 118.5$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 235.1$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 62.6$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 131.4$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการลดค่าส่วนประกอบในการถ่วงน้ำหนัก ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนักสัญญาณควบคุม  $U_1$  (แรงบิดมอเตอร์ลาก) และสัญญาณควบคุม  $U_2$  (แรงบิดมอเตอร์คว้าน) สังเกตได้ว่าทั้ง output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็วขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 5.15



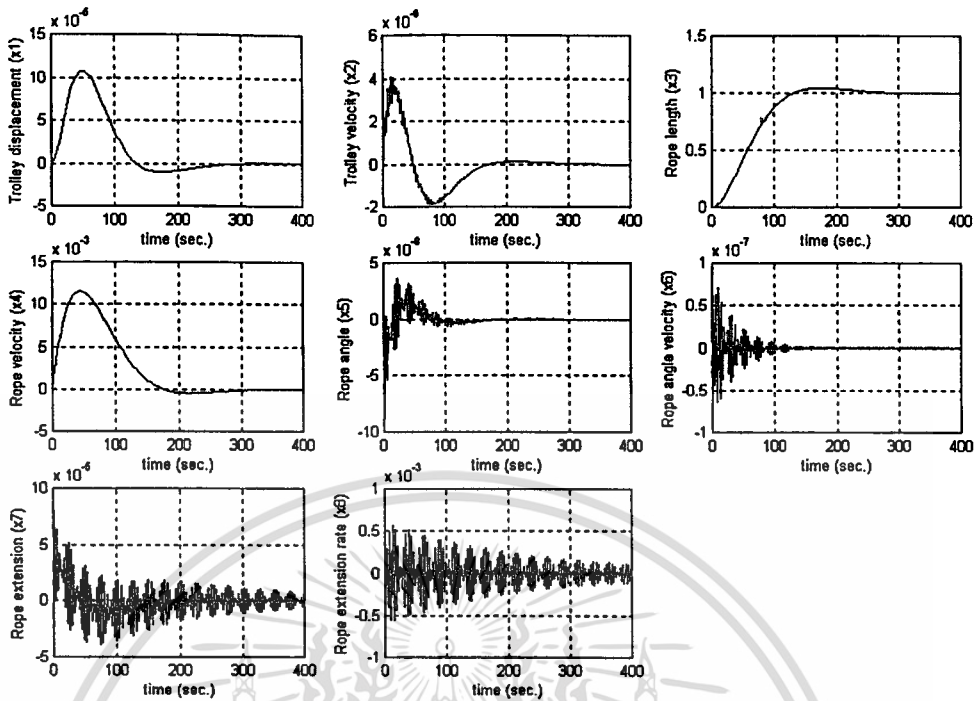
รูปที่ 5.19 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.19 สังเกตได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state มุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.8) เมื่อ output  $y_1(t)$  ต่อ reference input  $r_1(t)$  เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวนั้นค่า state มุมแกว่ง เข้าใกล้ศูนย์

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.20 สังเกตได้ว่าเมื่อเพิ่มค่าส่วนประกอบตัวถ่วงน้ำหนัก state มุมแกว่งของเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  ดังสมการ (5.8) เมื่อ output  $y_2(t)$  ต่อ reference input  $r_2(t)$  เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวนั้นค่า state มุมแกว่ง เข้าใกล้ศูนย์ และผลของการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.4721 & 118.5165 & 0.0008 & 0.0141 & 25.9362 & 1123.1875 & 0.0001 & 0.0001 \\ -0.0008 & -0.0504 & 4.4721 & 249.4176 & -0.0129 & -0.7691 & 0.4951 & 23.0954 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



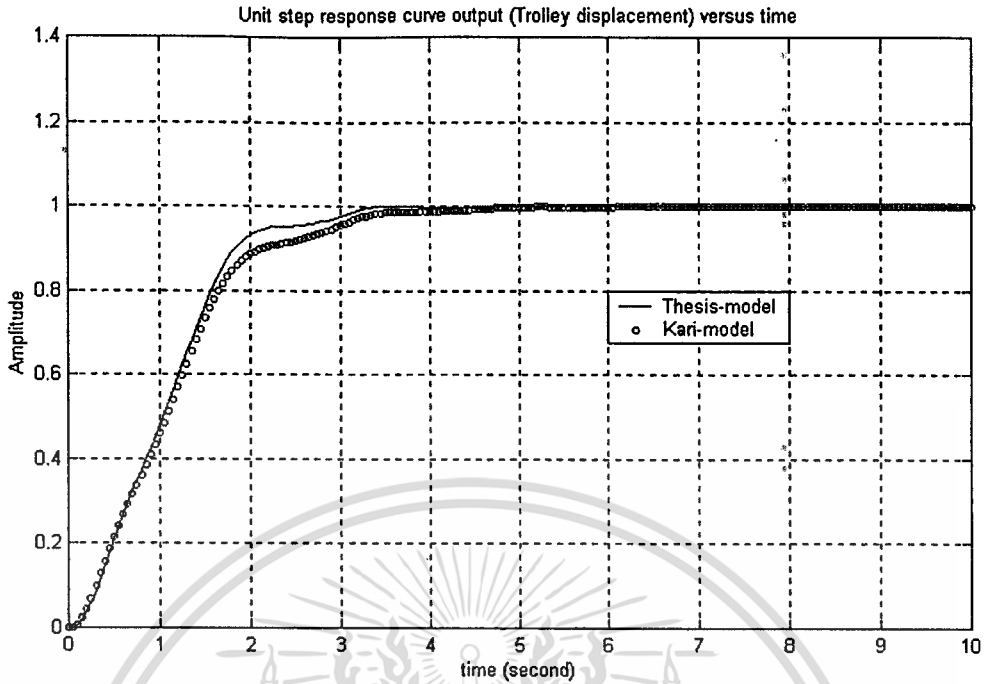
รูปที่ 5.20 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.8)

#### 5.4 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดของครนจากแบบจำลองของ Kari

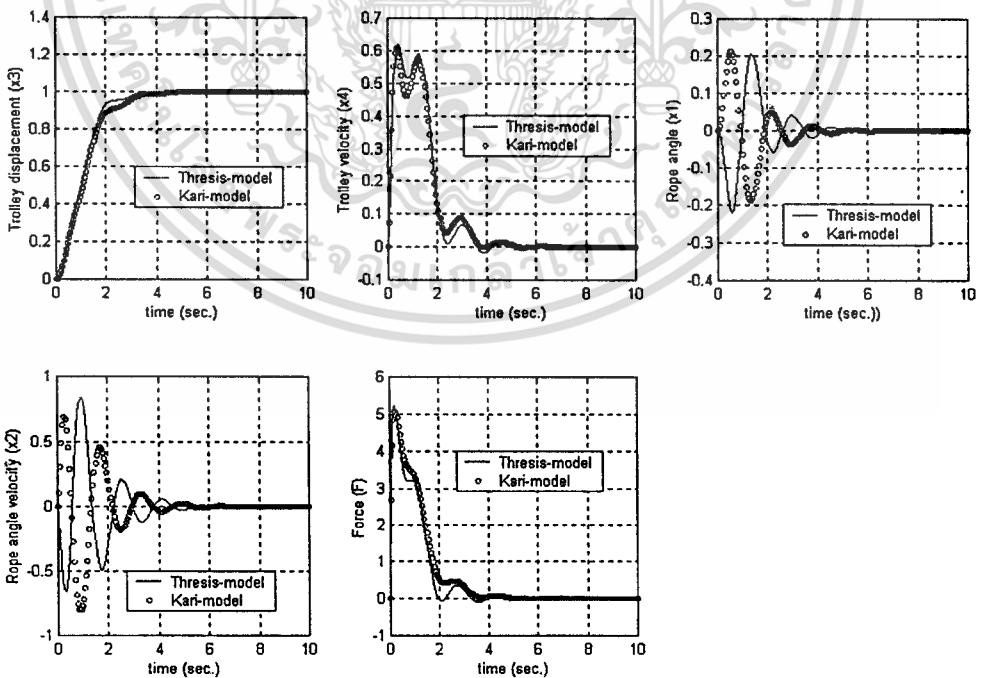
จากหัวข้อ 4.6 เป็นการจำลองการเคลื่อนที่วงเปิดของครนจากสมการ (4.6) เปรียบเทียบกับแบบจำลองของ Kari และจากการทดลองจากครนจำลอง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเป็นการนำแบบจำลองทางพลศาสตร์ของครนจากสมการ (4.6) และแบบจำลองของ Kari มาออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่วงปิดโดยวิธีการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = [0.5] \quad (5.9)$$

ซึ่งจากการจำลองค่าของ output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยใช้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 5.21



รูปที่ 5.21 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
 โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9)



รูปที่ 5.22 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 5.21 สังเกตได้ว่าระบบจากแบบจำลองทางพลศาสตร์สมการ (4.6) และแบบจำลองของ Kari นั้นเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling ใกล้เคียงกัน และผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$  ของเกนดังแสดงในรูปที่ 5.22 โดยผลการเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักดังสมการ (5.9) จะได้ผลการคำนวณเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบจากแบบจำลองทางพลศาสตร์สมการ (4.6) คือ

$$K = [-7.2383 \quad -1.3035 \quad 14.1421 \quad 3.9951 \quad 1.1184]$$

และจากแบบจำลองของ Kari คือ

$$K = [6.1152 \quad 0.5242 \quad 14.1421 \quad 2.6902 \quad 1.0365]$$



## บทที่ 6

# การจำลองการควบคุมแบบวางตำแหน่งโพล

### 6.1 บทนำ

การออกแบบการควบคุมโดยวิธีวางตำแหน่งโพลนั้นเป็นการกำหนดการวางโพลของระบบเพื่อให้ระบบตอบสนองตามข้อกำหนดที่ต้องการ โดยจุดประสงค์เพื่อที่จะหาเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  เพื่อผลัดกันให้โพลของระบบอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ

### 6.2 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับ

#### 6.2.1 กรณีพิจารณาเชิงแข็งเกร็ง

สมการ (2.19) ประกอบด้วย state variable 4 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 1 ตัวแปร ซึ่ง characteristic equation ของระบบประกอบด้วยโพล 4 โพล โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

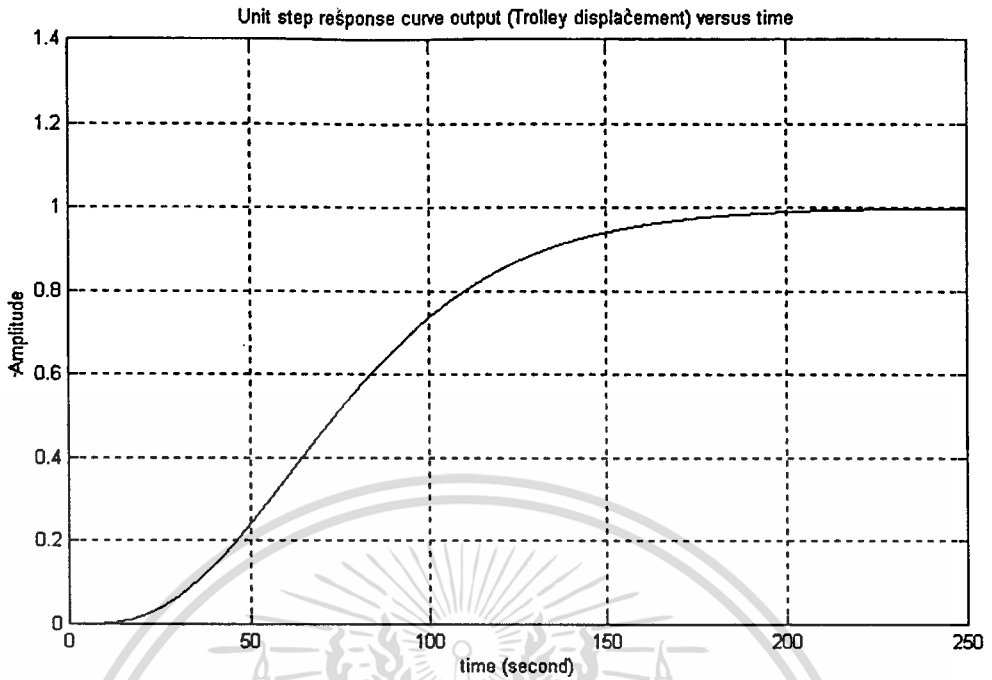
$$\mu_1 = -0.05 \quad \mu_2 = -0.05 \quad \mu_3 = -0.05 \quad \mu_4 = -0.05 \quad (6.1)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.1) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.1

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.1 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวเคลื่อน) ของระบบเข้าสู่ภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่ settling time  $t_s = 181.7$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 98.9$  วินาที

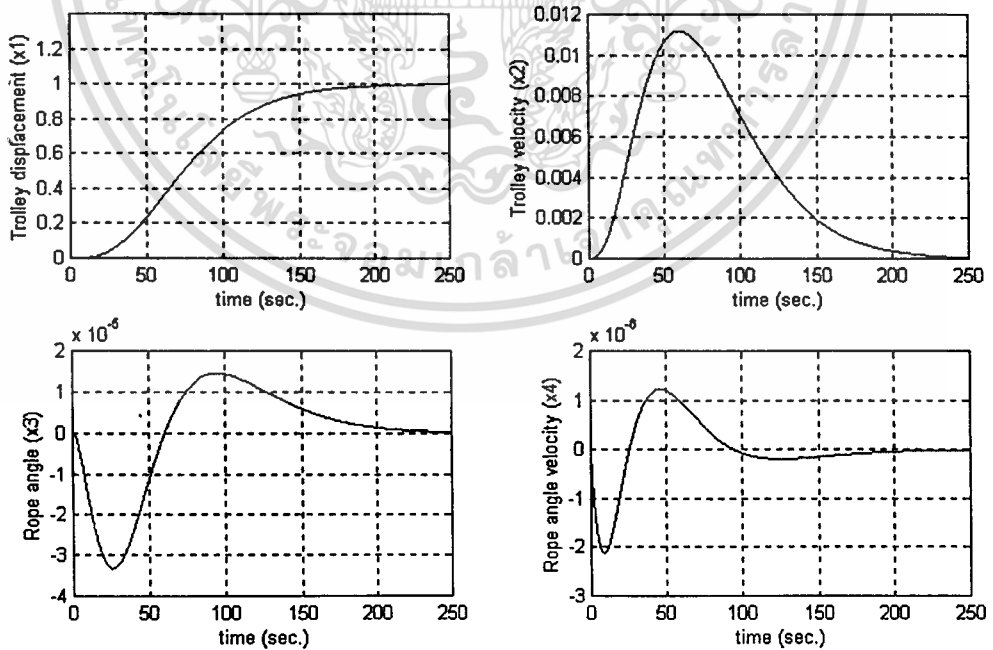
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.2 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเคลื่อน) เข้าสู่ภาวะอยู่ตัวแล้ว state มุมแกว่งก็เข้าสู่ศูนย์ และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.1) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = [0.0033 \quad 0.2652 \quad 9328.0075 \quad -1036.4727]$$



รูปที่ 6.1 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.1)



รูปที่ 6.2 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

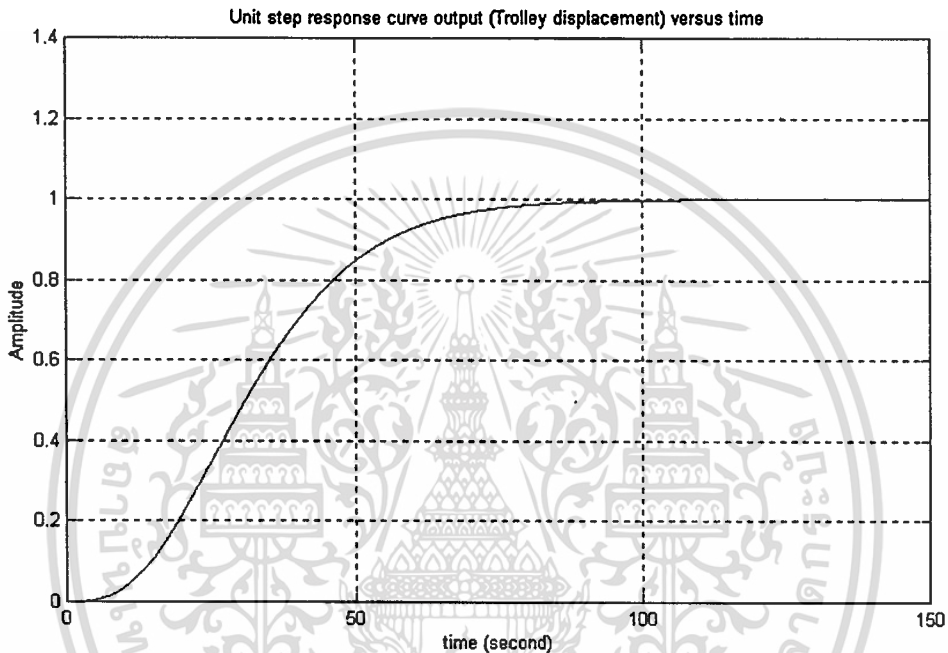
โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\mu_1 = -0.12 \quad \mu_2 = -0.12 \quad \mu_3 = -0.12 \quad \mu_4 = -0.12 \quad (6.2)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.2) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.3

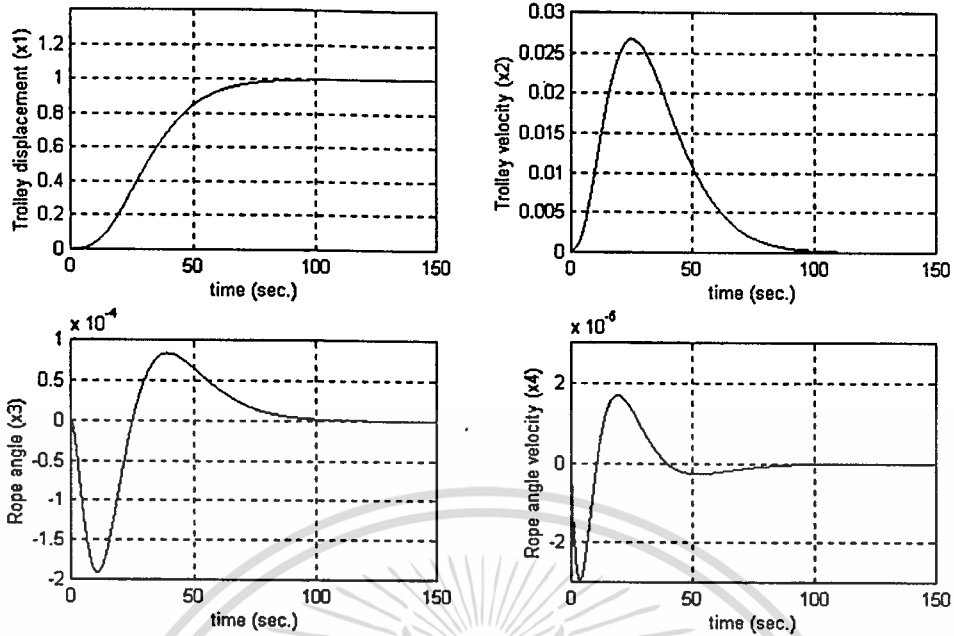


รูปที่ 6.3 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.2)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.3 จะได้ output  $y(t)$  ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_s = 75.8$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 41.4$  วินาที ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งการวางโพลของระบบบนแกนจริงของ s-plane และห่างออกจากแกนจินตภาพ สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่เร็วขึ้น (settling time ลดลง) เมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.1

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.4 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวเครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.2 และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.2) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของ [ชื่อหน่วยงาน] ไม่สามารถนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.4 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.2)

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

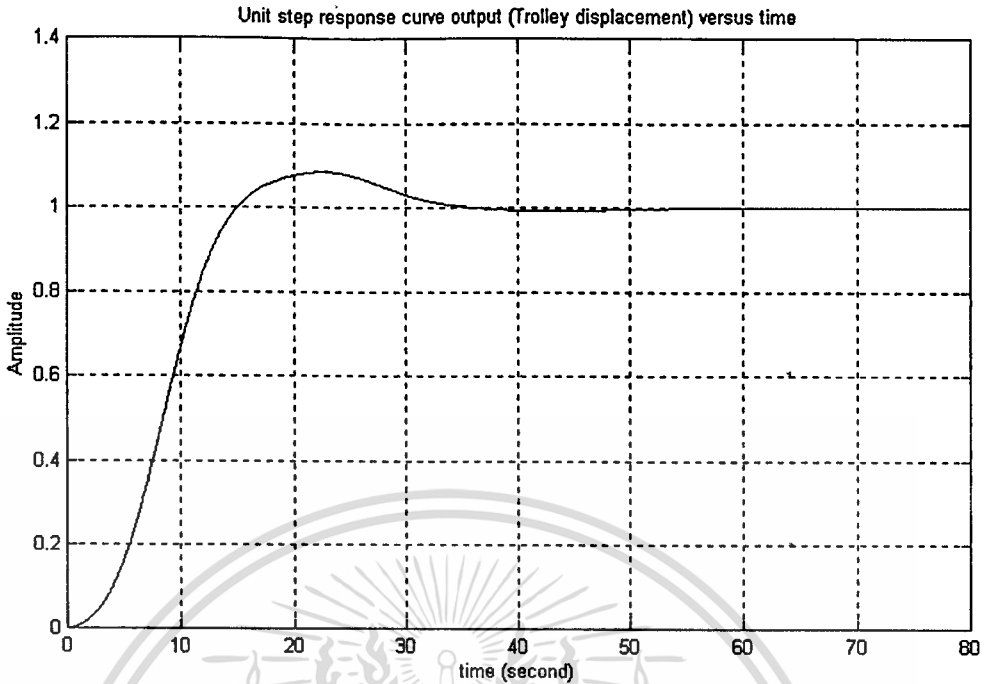
$$\mu_1 = -0.12 + 0.15i \quad \mu_2 = -0.12 - 0.15i \quad \mu_3 = -0.12 + 0.5i \quad \mu_4 = -0.12 - 0.5i \quad (6.3)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.3) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.5

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.5 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_r = 31.5$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 15.0$  วินาที ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งการวางโพลของระบบห่างจากแกนจริงของ s-plane โดยกำหนดให้ค่าจริงคงที่ สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่เร็วขึ้น (settling time ลดลง) แต่ว่าระบบจะมีการตอบสนองแบบ underdamped เมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.3

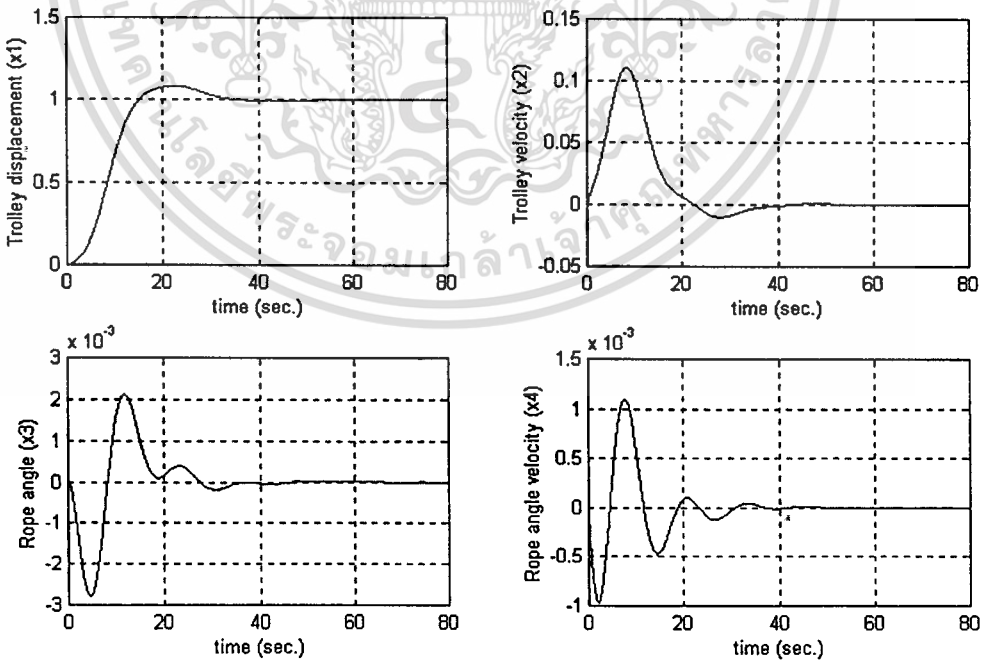
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.6 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวเครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่าและให้การตอบสนองที่แกว่งกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.4 และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.3) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์  $K = [5.1738 \quad 38.3471 \quad 7616.5110 \quad -1921.8734]$  ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.5 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.3)



รูปที่ 6.6 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการวางโพลของระบบ

$$\mu_1 = -0.12 + 0.3i \quad \mu_2 = -0.12 - 0.3i \quad \mu_3 = -0.12 + 2i \quad \mu_4 = -0.12 - 2i \quad (6.4)$$

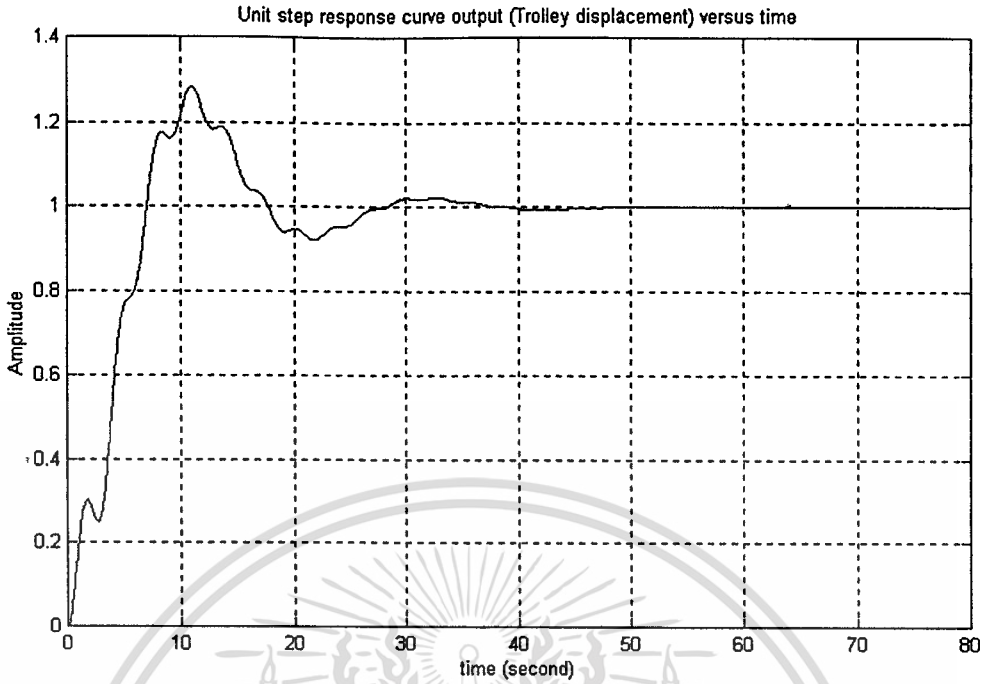
ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.4) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.7

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.7 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวครน) ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_r = 31.5$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 15.0$  วินาที ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งการวางโพลของระบบห่างออกจากแกนจริงของ s-plane มากขึ้น (เปรียบเทียบกับสมการ (6.3)) สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่มีการแกว่งเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.5

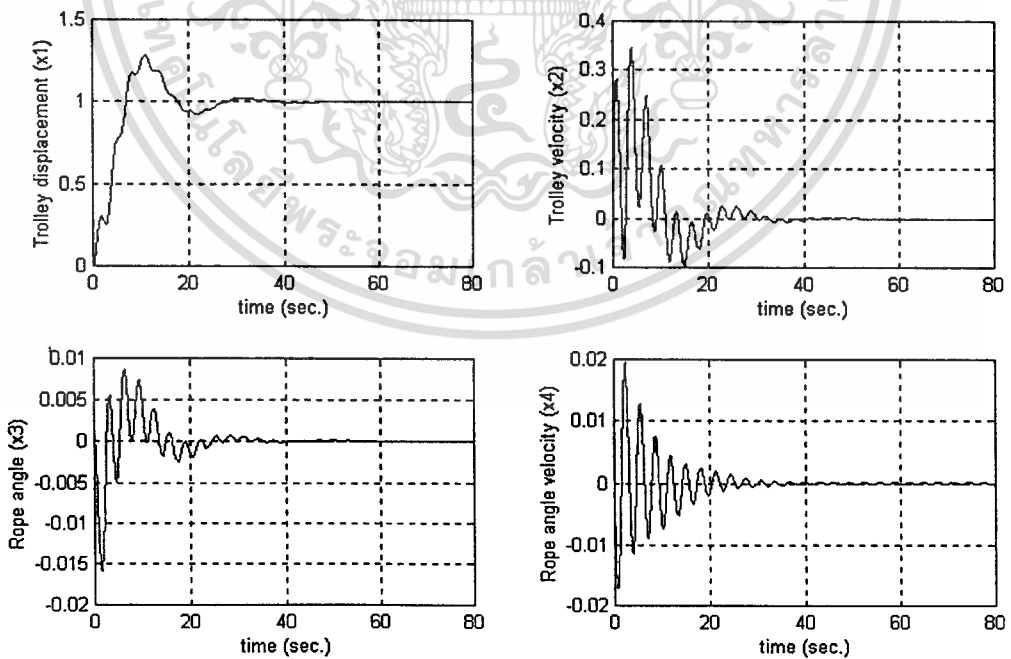
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.8 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่ารวมทั้งลักษณะผลการตอบสนองมีการแกว่งมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการตอบสนองรูปที่ 6.6 และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.4) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$[K] = [78.5542 \quad 5.1562 \quad -10791.2210 \quad 5237.1862]$$

ผลการตอบสนองของระบบต่อการเลือกตำแหน่งของโพลดังสมการ (6.1) – (6.4) สังเกตได้ว่าถ้าวางตำแหน่งของโพลอยู่บนแกนจริงของ s-plan จะทำให้ output  $y(t)$  ของระบบมีการตอบสนองในลักษณะ critically damped โดยที่ถ้าตำแหน่งของโพลอยู่ห่างจากแกนจินตภาพของ s-plan ไปทางซ้ายมือจะทำให้ settling time และ rise time ของ output  $y(t)$  มีค่าน้อยลง และถ้าวางตำแหน่งของโพลห่างออกจากแกนจริงของ s-plan จะทำให้ output  $y(t)$  ของระบบมีการตอบสนองในลักษณะ underdamped โดยที่ถ้าตำแหน่งของโพลอยู่ห่างจากแกนจริงของ s-plan จะทำให้ settling time และ rise time ของ output  $y(t)$  มีค่าน้อยลงและในขณะเดียวกันระบบมีการแกว่งมากยิ่งขึ้น



รูปที่ 6.7 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.4)



รูปที่ 6.8 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 6.2.2 กรณีพิจารณาเชือกยึดหย่อน

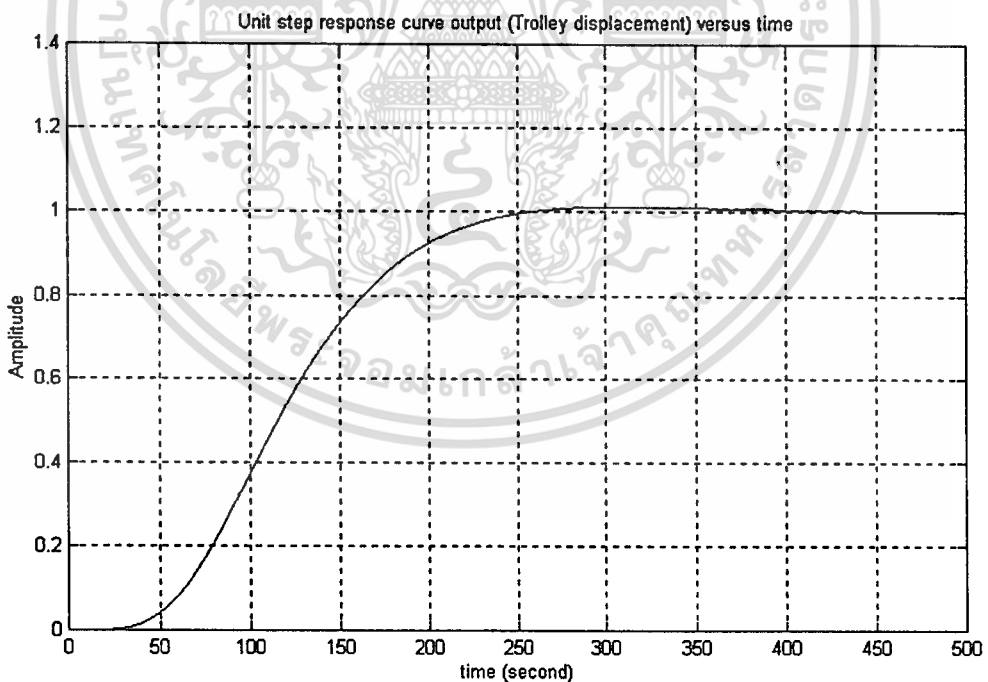
สมการ (2.37) ประกอบด้วย state variable 6 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 1 ตัวแปร ซึ่ง characteristic equation ของระบบประกอบด้วยโพล 6 โพล

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\mu_1 = -0.05 \quad \mu_2 = -0.05 \quad \mu_3 = -0.05 \quad \mu_4 = -0.05 \quad \mu_5 = -0.05 \quad \mu_6 = -0.05 \quad (6.5)$$

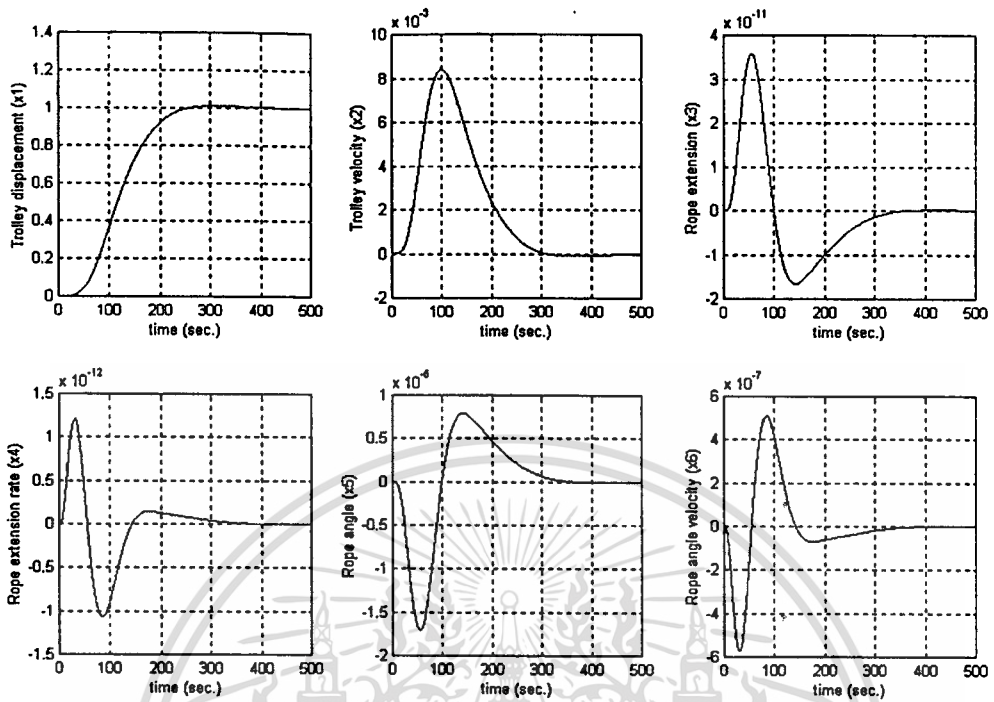
ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.5) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.9

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.9 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัว (steady state) ที่ settling time  $t_s = 233.7$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10 – 90% ในที่นี้  $t_r = 127.8$  วินาที ซึ่งสังเกตได้ว่าระบบต้องใช้เวลาเข้าสู่สถานะอยู่ตัวมากกว่ากรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็ง (เปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 6.1)



รูปที่ 6.9 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.5)



รูปที่ 6.10 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางโพลดังสมการ (6.5)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.10 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว state มุมแกว่งก็เข้าสู่ศูนย์ และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.5) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

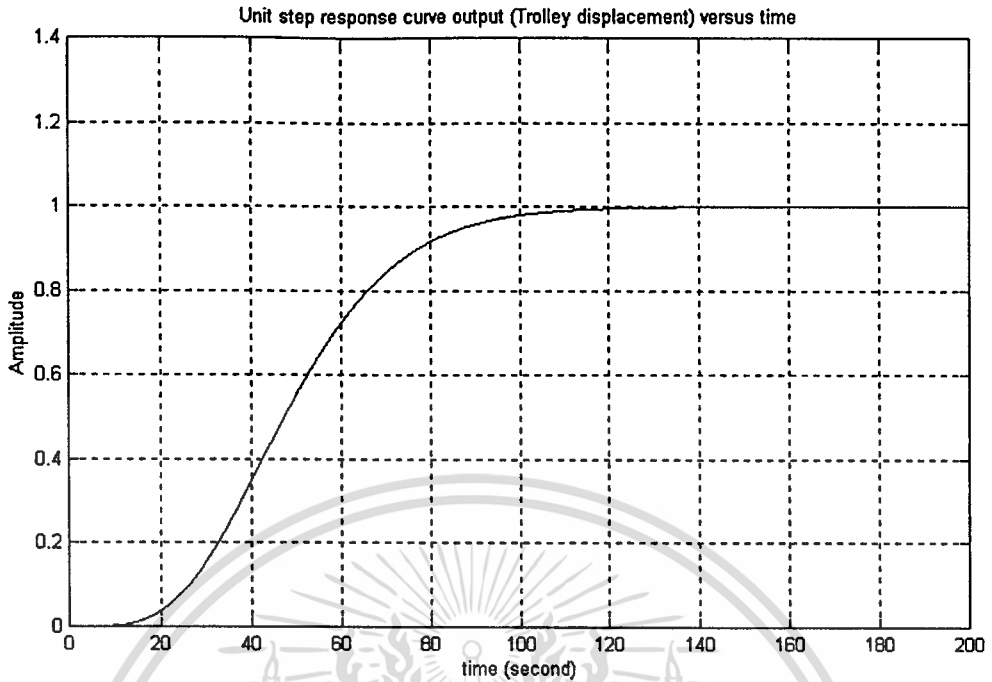
$$[K] = \begin{bmatrix} 4.4172 \times 10^{-8} & 5.3006 \times 10^{-6} & 1.8423 \times 10^{10} \\ 6.2670 \times 10^9 & 5.4096 \times 10^4 & -1.5660 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\mu_1 = -0.12 \quad \mu_2 = -0.12 \quad \mu_3 = -0.12 \quad \mu_4 = -0.12 \quad \mu_5 = -0.12 \quad \mu_6 = -0.12 \quad (6.6)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.6) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



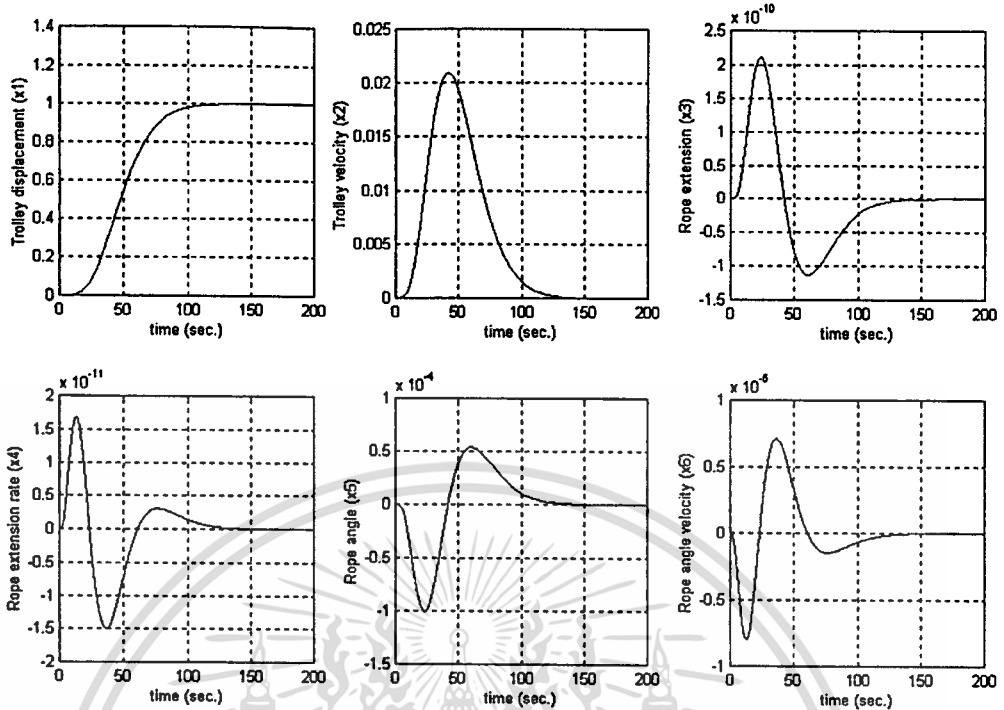
รูปที่ 6.11 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.6)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.11 จะได้ output  $y(t)$  ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_s = 100.3$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 51.2$  วินาที ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งการวางโพลของระบบบนแกนจริงของ s-plane และห่างออกจากแกนจินตภาพ สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่เร็วขึ้น (settling time ลดลง) เมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.9

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.12 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวเครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.10 และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.6) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$[K] = \begin{bmatrix} 8.4414 \times 10^{-6} & 4.2207 \times 10^{-4} & 2.1052 \times 10^{10} \\ 6.2271 \times 10^9 & 5.9615 \times 10^4 & -3.7586 \times 10^3 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 6.12 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางโพลดังสมการ (6.6)

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

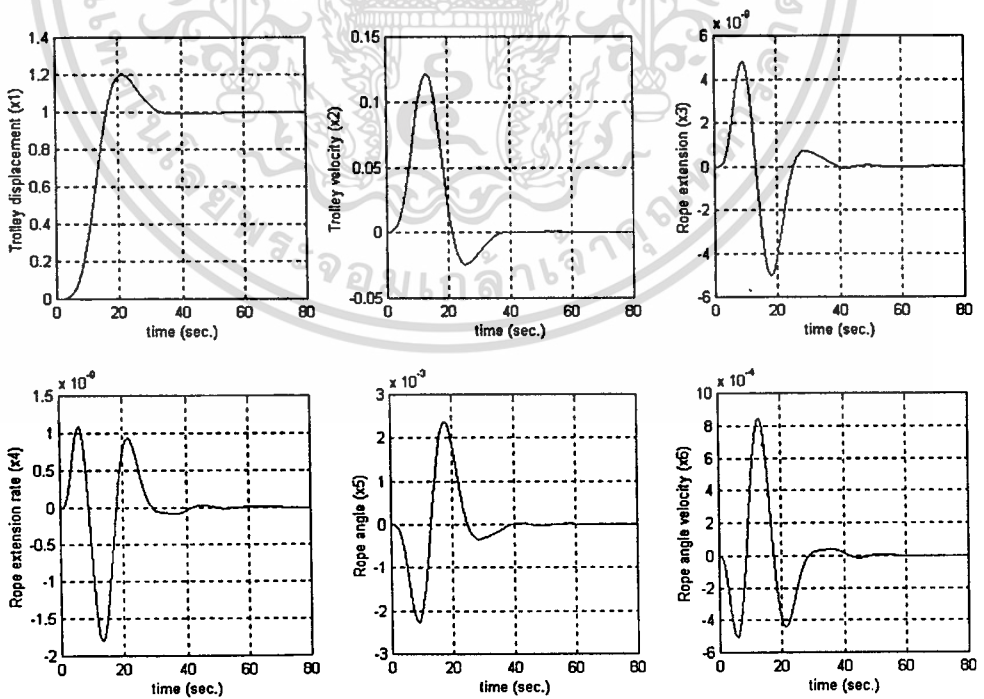
$$\begin{aligned} \mu_1 &= -0.12 + 0.15i & \mu_2 &= -0.12 - 0.15i & \mu_3 &= -0.12 + 0.3i \\ \mu_4 &= -0.12 - 0.3i & \mu_5 &= -0.12 + 0.5i & \mu_6 &= -0.12 - 0.5i \end{aligned} \quad (6.7)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.7) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.13

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.13 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_s = 31.3$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 16.3$  วินาที ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งการวางโพลของระบบห่างจากแกนจริงของ s-plane โดยกำหนดให้ค่าจริงคงที่ สังเกตได้ว่า output  $y(t)$  ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่เร็วขึ้น (settling time ลดลง) แต่ว่าระบบจะมีการตอบสนองแบบ underdamped และมี  $PO$  ที่สูงกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.13 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
 โดยการวางโพลดังสมการ (6.7)



รูปที่ 6.14 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$   
 โดยการวางโพลดังสมการ (6.7)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.14 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวเครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่าและให้การตอบสนองที่แกว่งกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการตอบสนองรูปที่ 6.12 และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.7) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$K = \begin{bmatrix} 2.8795 \times 10^{-3} & 2.7962 \times 10^{-2} & 2.1014 \times 10^{10} \\ 6.2151 \times 10^9 & 5.9535 \times 10^4 & -3.7582 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

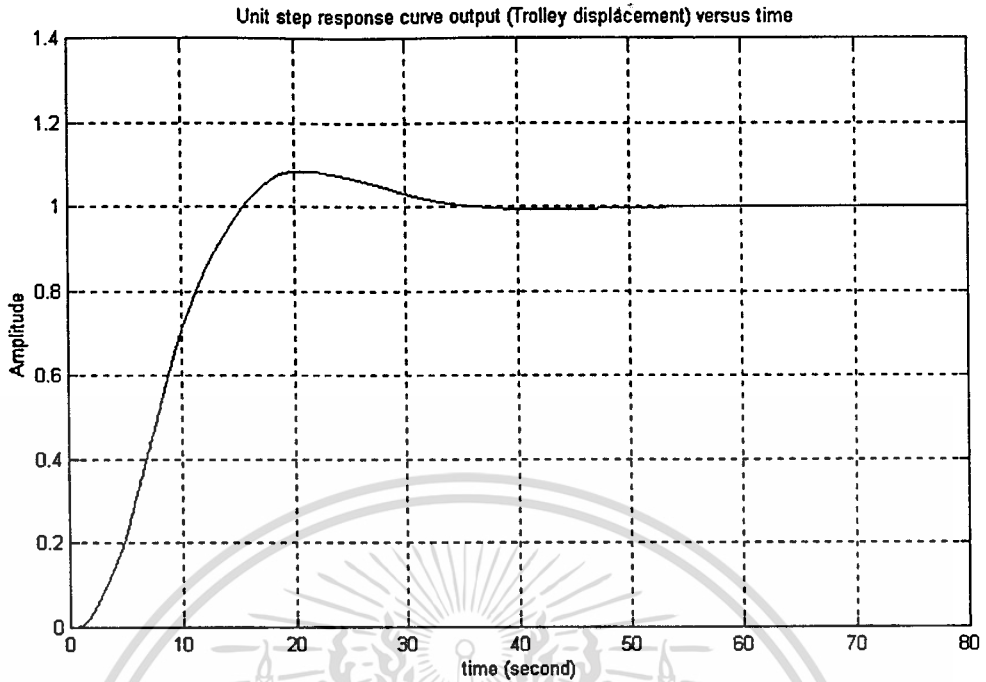
$$\begin{aligned} \mu_1 &= -0.12 + 0.15i & \mu_2 &= -0.12 - 0.15i & \mu_3 &= -0.12 + 0.7i \\ \mu_4 &= -0.12 - 0.7i & \mu_5 &= -0.12 + 2i & \mu_6 &= -0.12 - 2i \end{aligned} \quad (6.8)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.8) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.15

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.15 จะได้ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) ของระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ที่  $t_s = 31.6$  วินาที และเนื่องจากระบบเป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 15.5$  วินาที

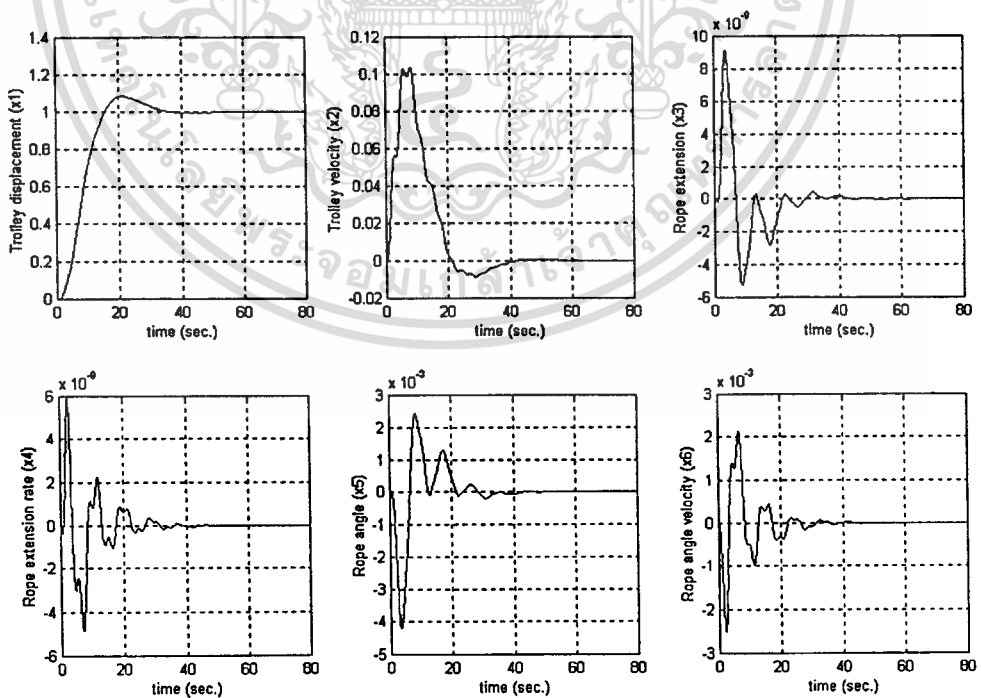
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.16 สังเกตได้ว่าเมื่อ output  $y(t)$  (ระยะตัวเครน) เข้าสู่สภาวะอยู่ตัวแล้ว และค่า state ของมุมแกว่งเข้าสู่ศูนย์ ค่า state มุมแกว่งและความเร็วตัวเครนจะมีค่า  $PO$  ที่สูงกว่ารวมทั้งลักษณะผลการตอบสนองมีการแกว่งมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการตอบสนองรูปที่ 6.14 และผลของการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.8) จะได้ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบ คือ

$$K = \begin{bmatrix} 0.2112 & 1.4870 & 2.0584 \times 10^{10} \\ 6.0776 \times 10^9 & 5.8568 \times 10^4 & -3.7363 \times 10^3 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 6.15 ผลของ output ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.8)



รูปที่ 6.16 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.8)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์กับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการตอบสนองของระบบต่อการเลือกตำแหน่งของโพลดังสมการ (6.5) – (6.8) สังเกตได้ว่าถ้าวางตำแหน่งของโพลอยู่บนแกนจริงของ s-plan จะทำให้ output  $y(t)$  ของระบบมีการตอบสนองในลักษณะ critically damped โดยที่ถ้าตำแหน่งของโพลอยู่ห่างจากแกนจินตภาพของ s-plan ไปทางซ้ายมือจะทำให้ settling time และ rise time ของ output  $y(t)$  มีค่าน้อยลง และถ้าวางตำแหน่งของโพลห่างออกจากแกนจริงของ s-plan จะทำให้ output  $y(t)$  ของระบบมีการตอบสนองในลักษณะ underdamped โดยที่ถ้าตำแหน่งของโพลอยู่ห่างจากแกนจริงของ s-plan จะทำให้ settling time และ rise time ของ output  $y(t)$  มีค่าน้อยลงและในขณะเดียวกันระบบมีการแกว่งมากยิ่งขึ้น

### 6.3 ผลการตอบสนองการเคลื่อนที่วงปิดโดยภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยง

#### 6.3.1 กรณีพิจารณาเชือกแข็งเกร็ง

สมการ (2.55) ประกอบด้วย state variable 6 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 2 ตัวแปร ซึ่ง characteristic equation ของระบบประกอบด้วยโพล 6 โพล โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\mu_1 = -0.05 \quad \mu_2 = -0.05 \quad \mu_3 = -0.05 \quad \mu_4 = -0.05 \quad \mu_5 = -0.05 \quad \mu_6 = -0.05 \quad (6.9)$$

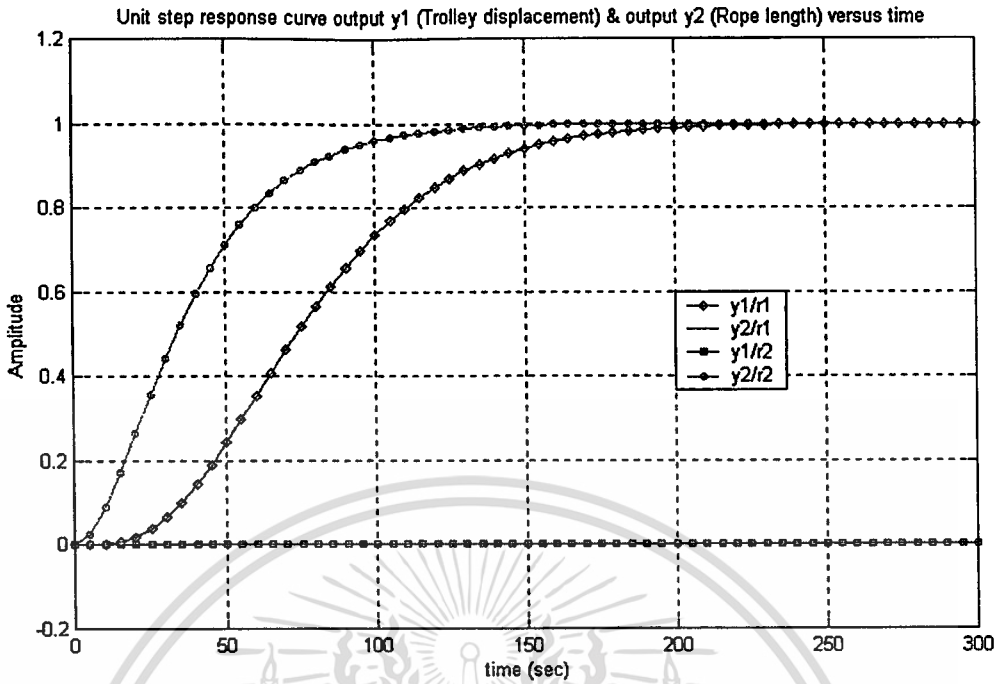
ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.9) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.17

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.17 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 181.8$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 116.8$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 98.9$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 67.3$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$

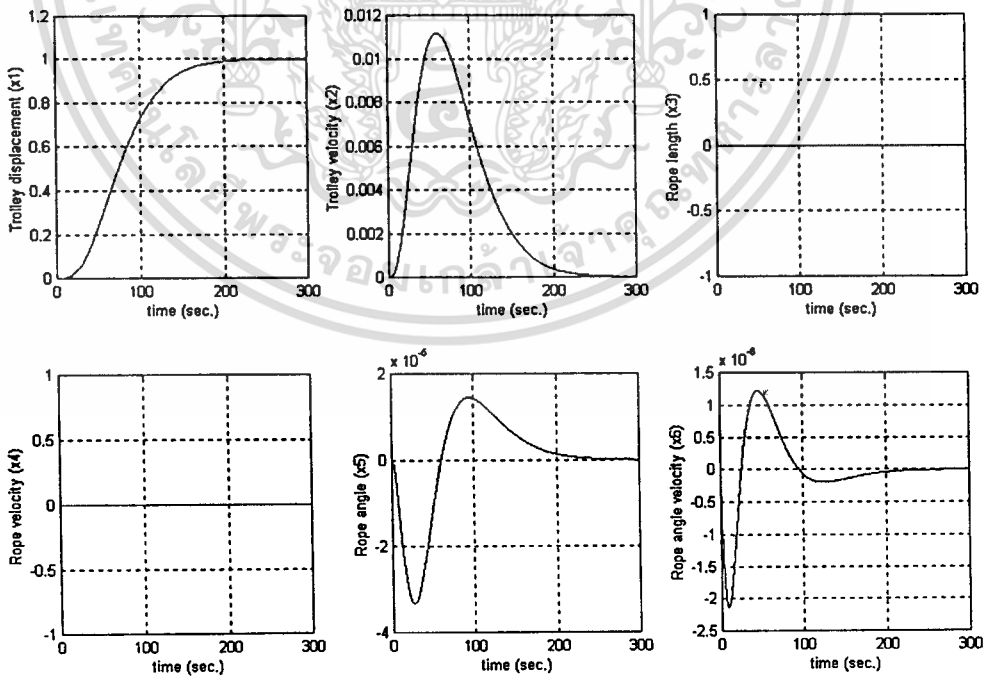
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.18 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.19 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.9) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0033 & 0.2652 & 0 & 0 & 9328.0075 & -1036.4728 \\ 0 & 0 & 17.3823 & 695.2926 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



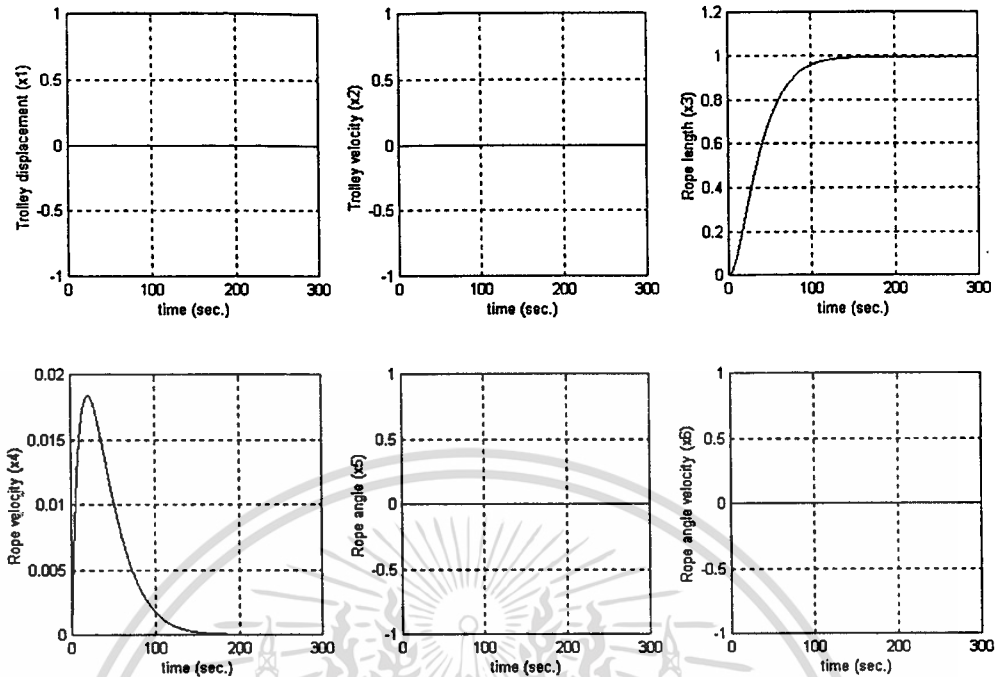
รูปที่ 6.17 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.9)



รูปที่ 6.18 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



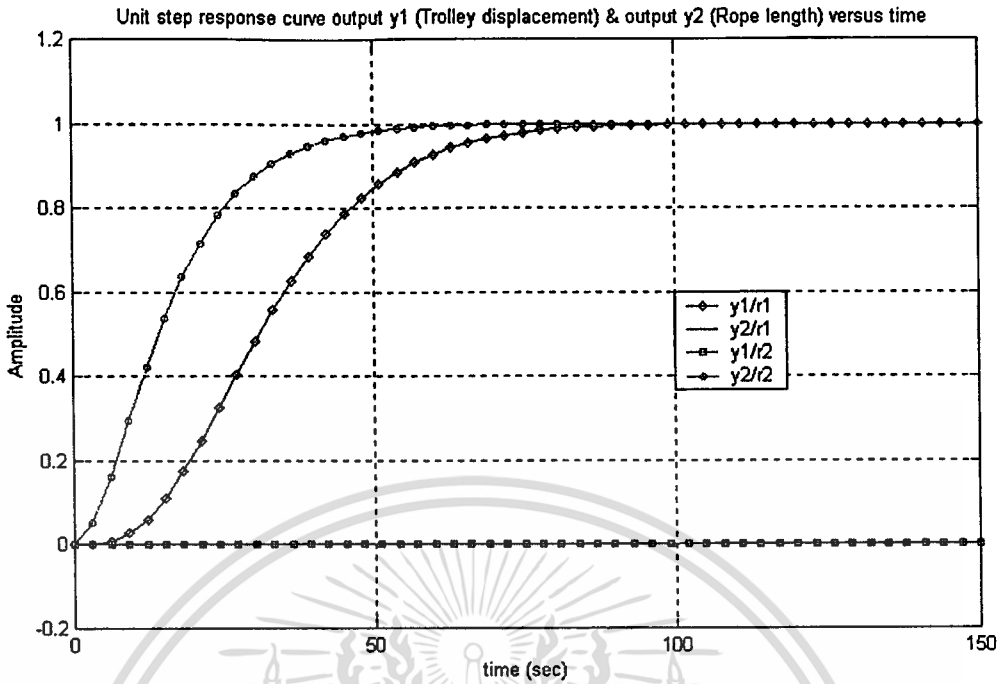
รูปที่ 6.19 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลคังสมการ (6.9)

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

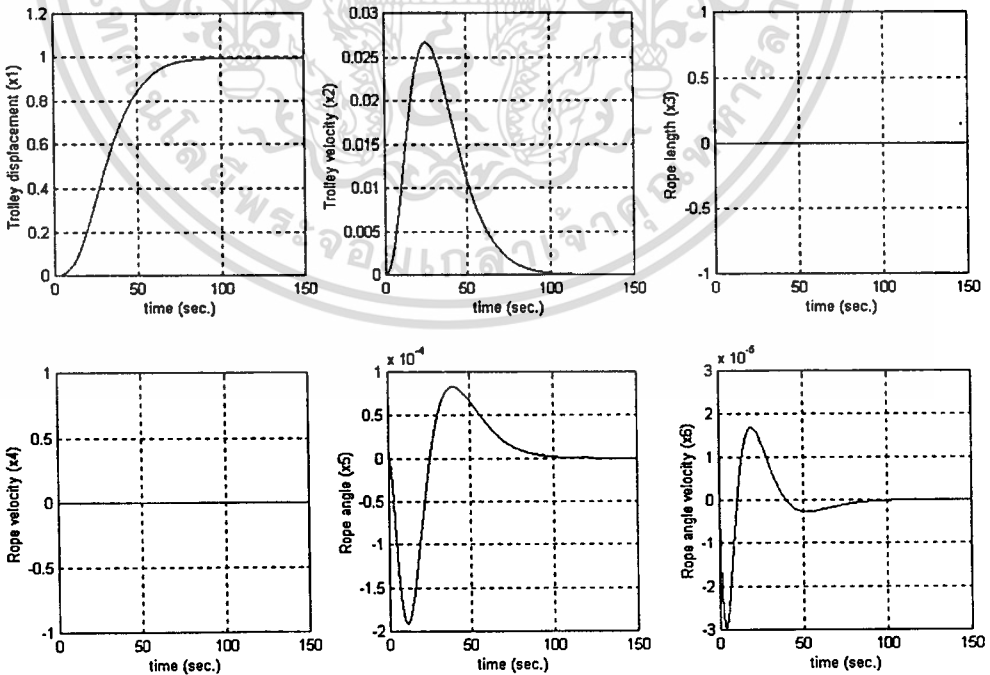
$$\mu_1 = -0.12 \quad \mu_2 = -0.12 \quad \mu_3 = -0.12 \quad \mu_4 = -0.12 \quad \mu_5 = -0.12 \quad \mu_6 = -0.12 \quad (6.10)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบคังสมการ (6.10) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.20

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.20 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 75.9$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 48.7$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 41.6$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 28.2$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งโพลของระบบออกห่างจากแกนจินตภาพของ s-plane จะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็วขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.17



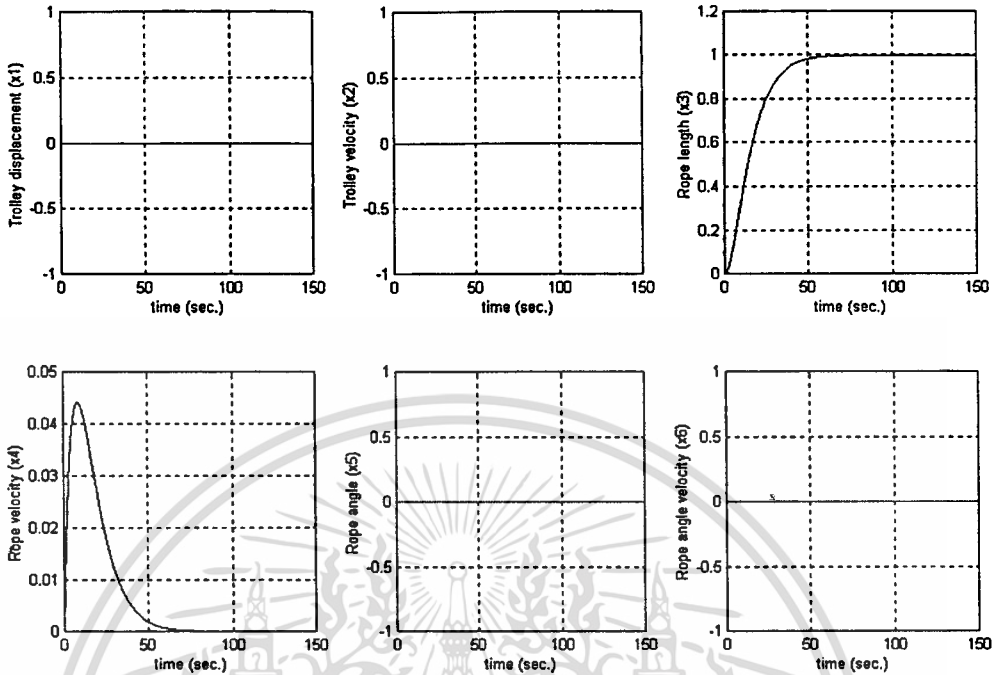
รูปที่ 6.20 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.10)



รูปที่ 6.21 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.10)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.22 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.10)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.21 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.22 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวแตรกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.10) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

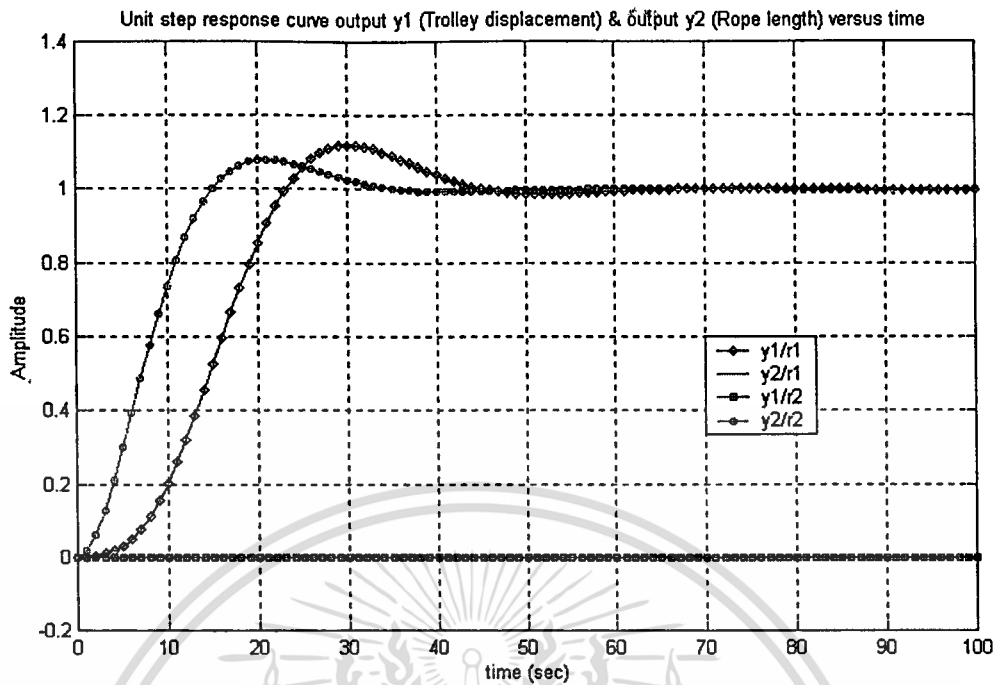
$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1100 & 3.6654 & 0 & 0 & 8958.1666 & -2442.0984 \\ 0 & 0 & 100.1221 & 1668.7023 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -0.12 + 0.15i & \mu_2 &= -0.12 - 0.15i & \mu_3 &= -0.12 + 0.15i \\ \mu_4 &= -0.12 - 0.15i & \mu_5 &= -0.12 + 0.15i & \mu_6 &= -0.12 - 0.15i \end{aligned} \quad (6.11)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.11) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.23

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

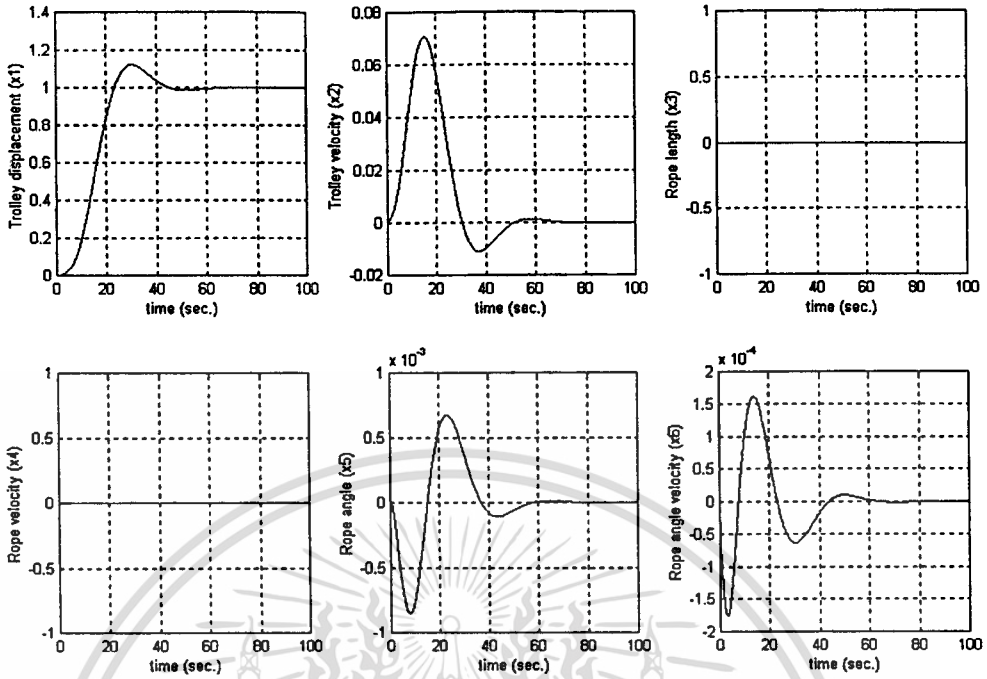


รูปที่ 6.23 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.11)

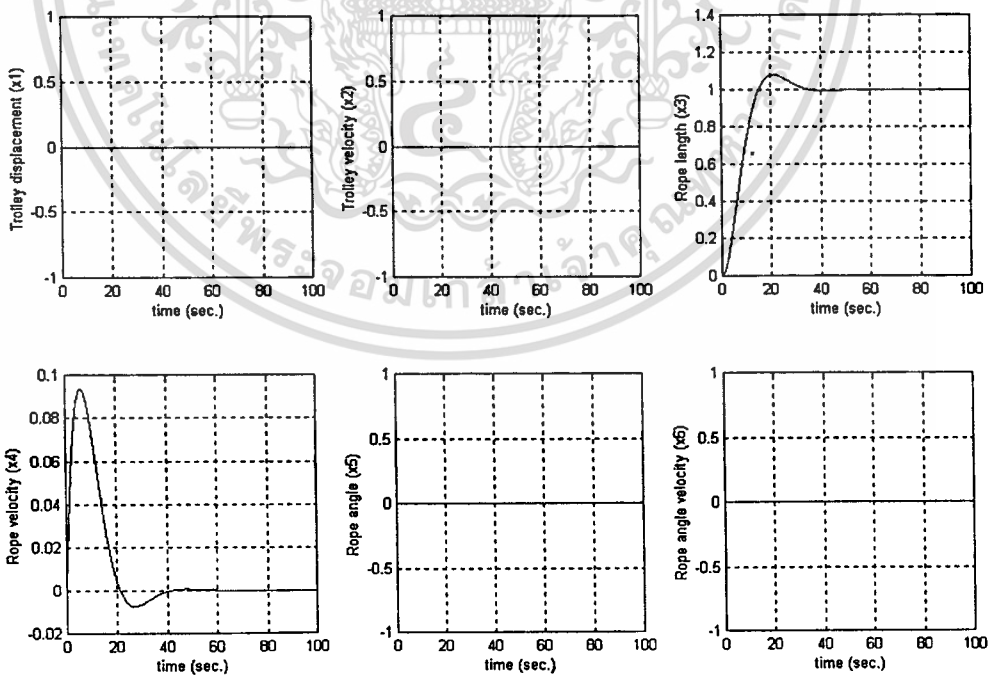
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.23 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 42.1$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 31.2$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 23.1$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 15.0$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.24 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.25 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.11) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7221 & 9.3927 & 0 & 0 & 8733.24670 & -2356.1897 \\ 0 & 0 & 256.5630 & 1668.7023 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 6.24 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.11)



รูปที่ 6.25 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.11)

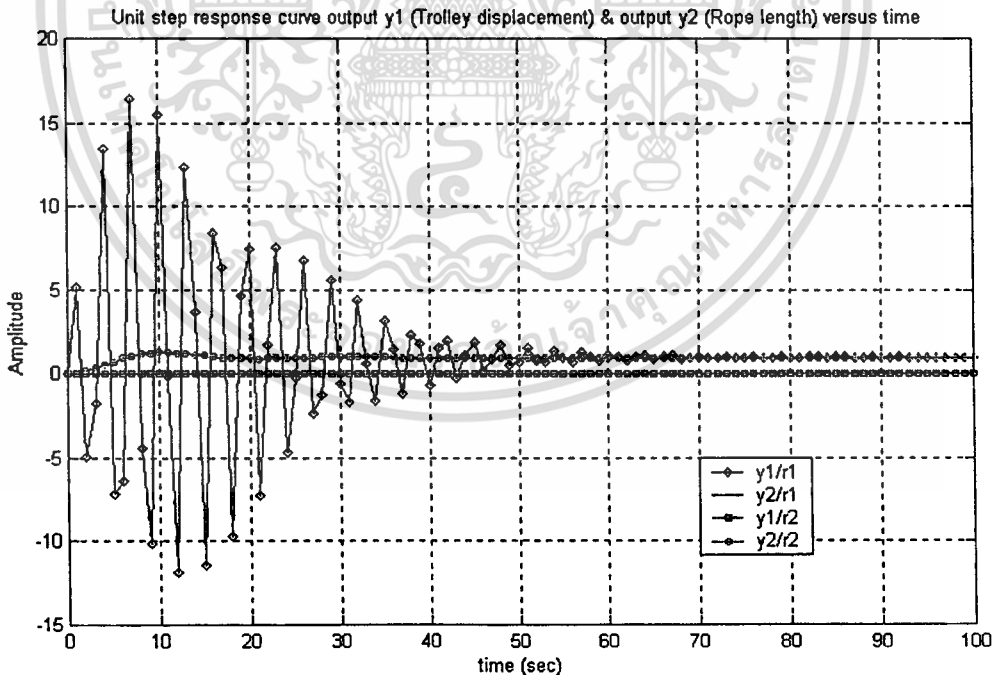
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -0.12 + 0.3i & \mu_2 &= -0.12 - 0.3i & \mu_3 &= -0.12 + 2i \\ \mu_4 &= -0.12 - 2i & \mu_5 &= -0.12 + 2i & \mu_6 &= -0.12 - 2i \end{aligned} \quad (6.12)$$

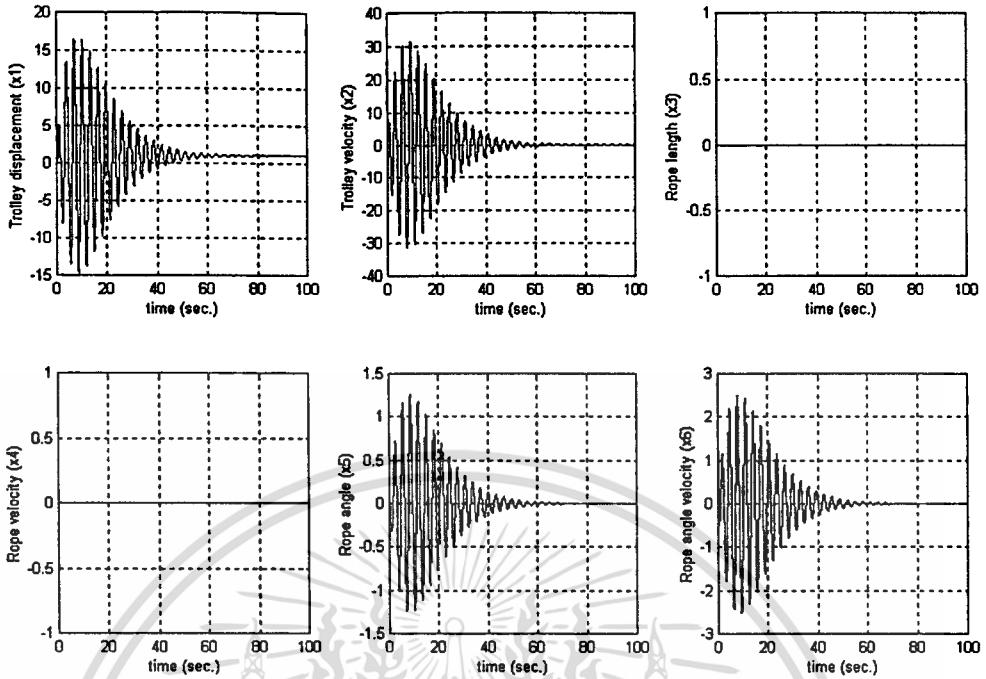
ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.12) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.26

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.26 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 81.2$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 26.0$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 0.3$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 6.5$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งโพลของระบบออกจากแกนจริงบน s-plane จะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะมี PO และมีการแกว่งมากขึ้นก่อนที่จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.23

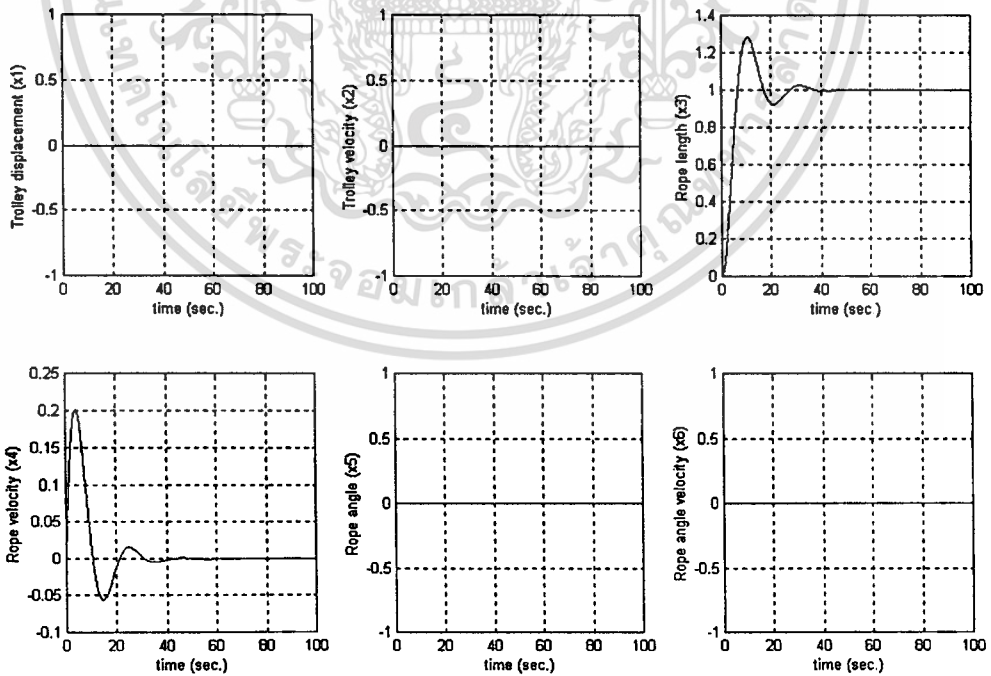


รูปที่ 6.26 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.12)



รูปที่ 6.27 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.12)



รูปที่ 6.28 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.12)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.27 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.28 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.12) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

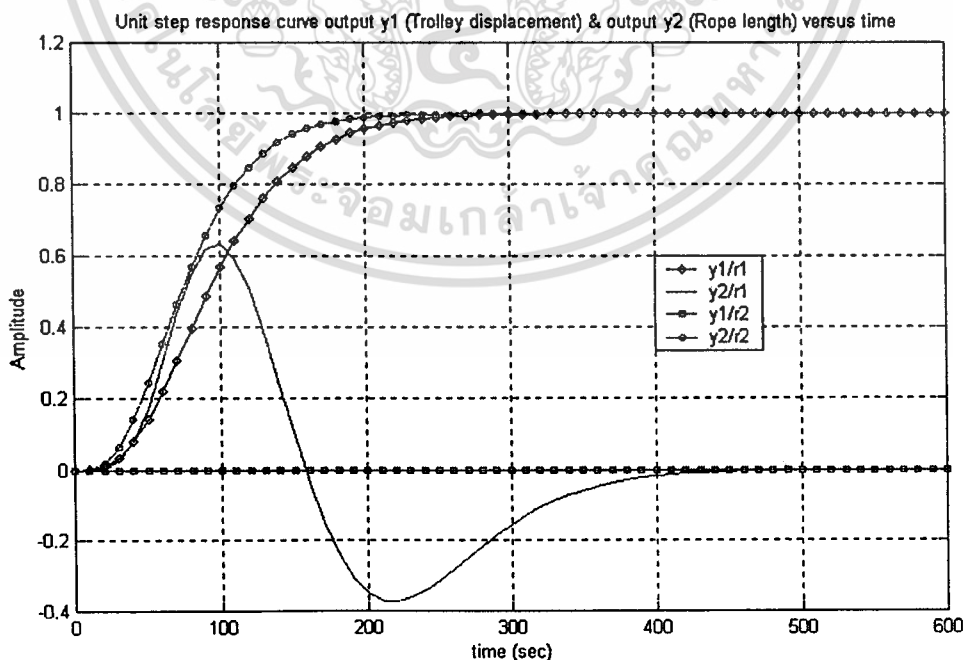
$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8546.0120 & 1021.8428 & 0 & 0 & 95528.6974 & 12830.5621 \\ 0 & 0 & 725.8855 & 1668.7023 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 6.3.2 กรณีพิจารณาเชือกยืดหยุ่น

สมการ (2.74) ประกอบด้วย state variable 8 ตัวแปร และประกอบด้วยตัวแปรควบคุม 2 ตัวแปร ซึ่ง characteristic equation ของระบบประกอบด้วยโพล 8 โพล โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

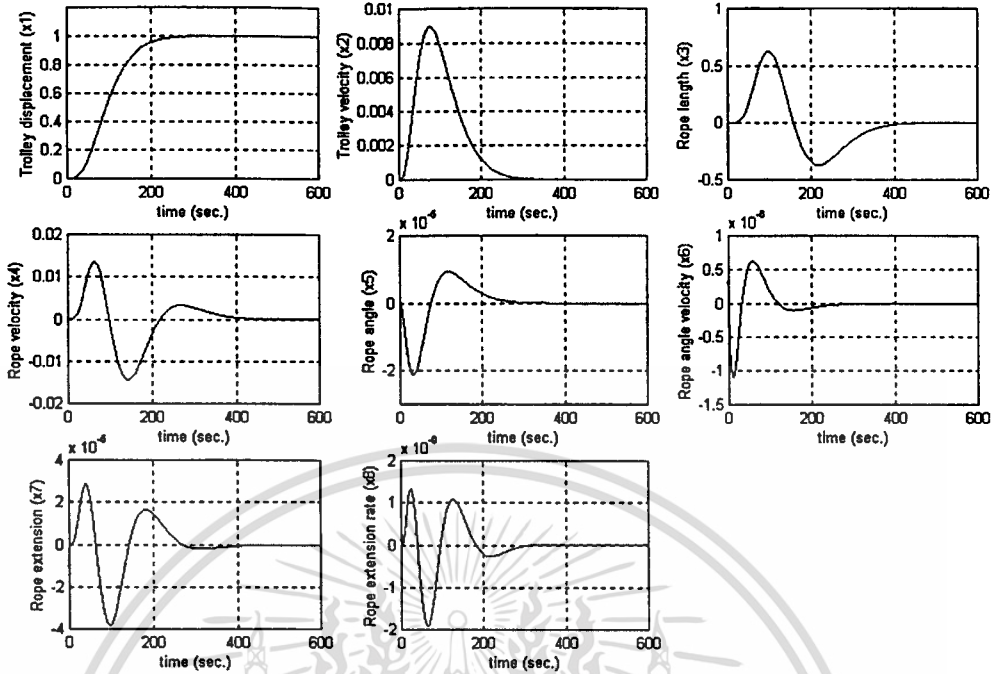
$$\begin{aligned} \mu_1 = -0.05 & \quad \mu_2 = -0.05 & \quad \mu_3 = -0.05 & \quad \mu_4 = -0.05 \\ \mu_5 = -0.05 & \quad \mu_6 = -0.05 & \quad \mu_7 = -0.05 & \quad \mu_8 = -0.05 \end{aligned} \quad (6.13)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.13) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.29

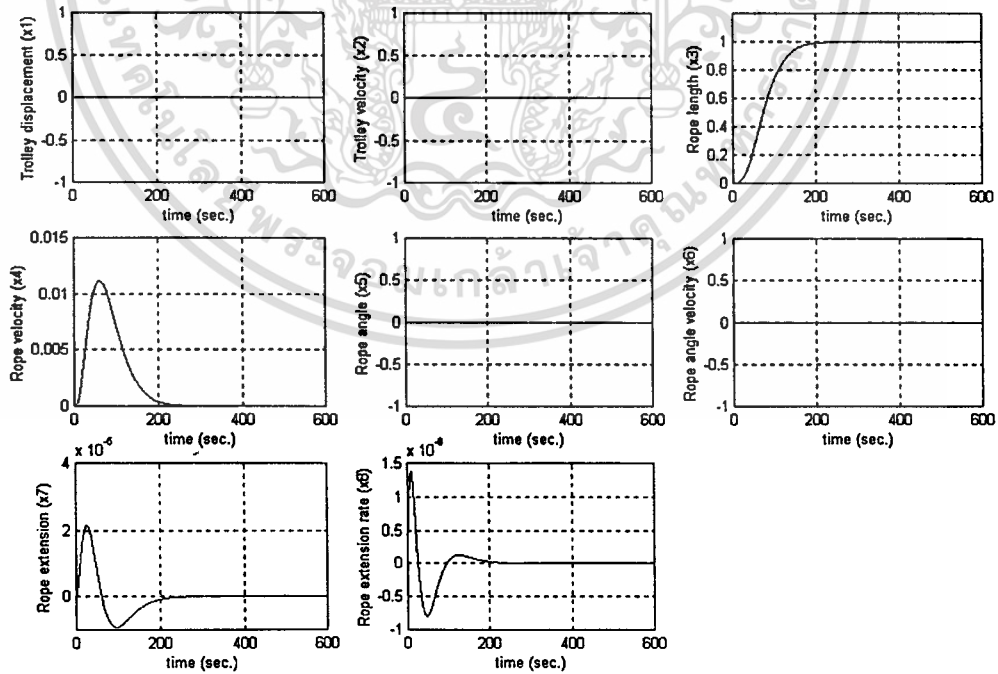


รูปที่ 6.29 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสาร โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.13) เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.30 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.13)



รูปที่ 6.31 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลคั้งสมการ (6.13)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.29 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 227.2$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 181.7$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 123.5$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 98.7$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  ต้องใช้เวลาการเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวมากกว่ากรณีพิจารณาเชือกแข็งแรงแรง (เปรียบเทียบผลการตอบสนองรูปที่ 6.17)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.30 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าไม่เป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.31 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.13) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

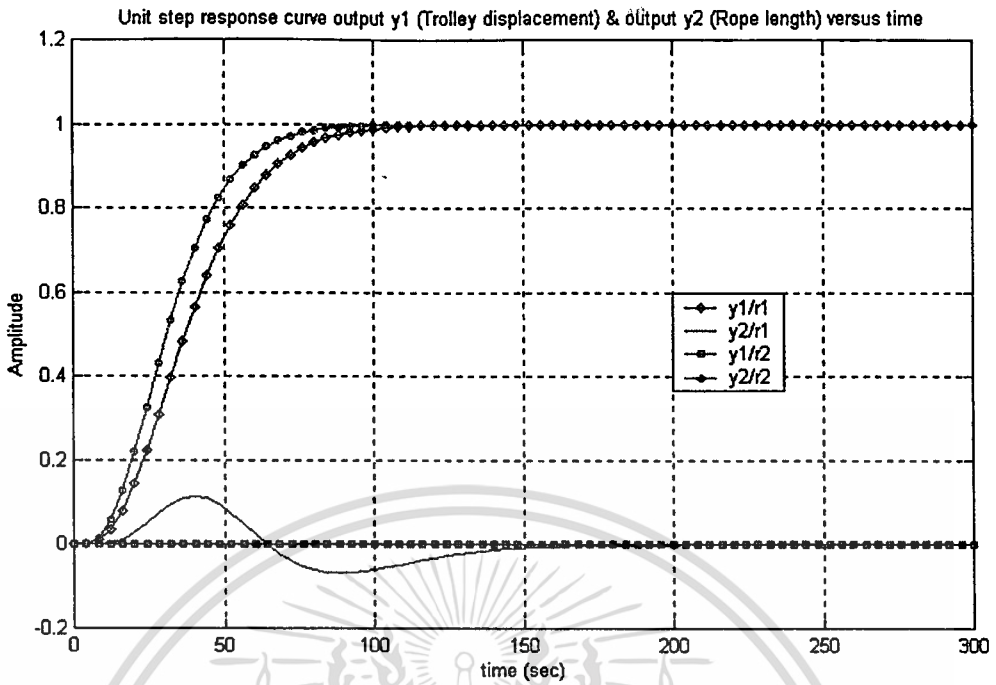
$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0014 & 0.1362 & 0 & 0 & 15359.6169 & -833.2014 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0.0171 & 0 & 0 & -105457.0391 & 103.7000 \end{bmatrix}$$

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

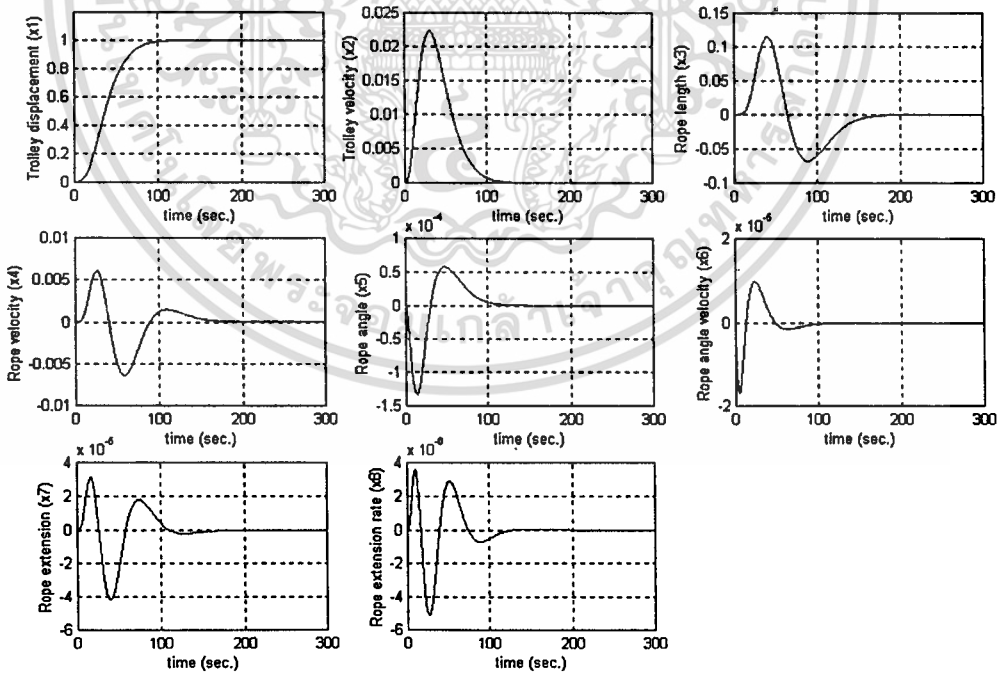
$$\begin{aligned} \mu_1 = -0.12 & \quad \mu_2 = -0.12 & \quad \mu_3 = -0.12 & \quad \mu_4 = -0.12 \\ \mu_5 = -0.12 & \quad \mu_6 = -0.12 & \quad \mu_7 = -0.12 & \quad \mu_8 = -0.12 \end{aligned} \quad (6.14)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.14) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.32

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.32 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 90.9$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 75.7$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ critically damped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 10–90% ในที่นี้  $t_r = 49.6$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 41.1$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งโพลของระบบออกห่างจากแกนจินตภาพของระนาบ s-plane จะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็วขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.29

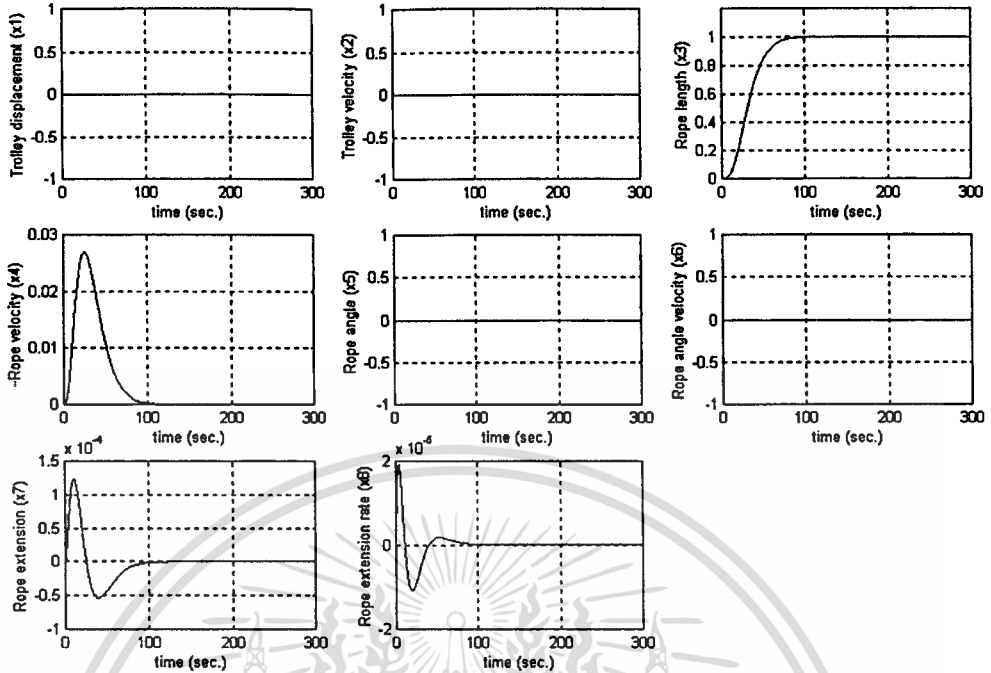


รูปที่ 6.32 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.14)



รูปที่ 6.33 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.14)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.34 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.14)

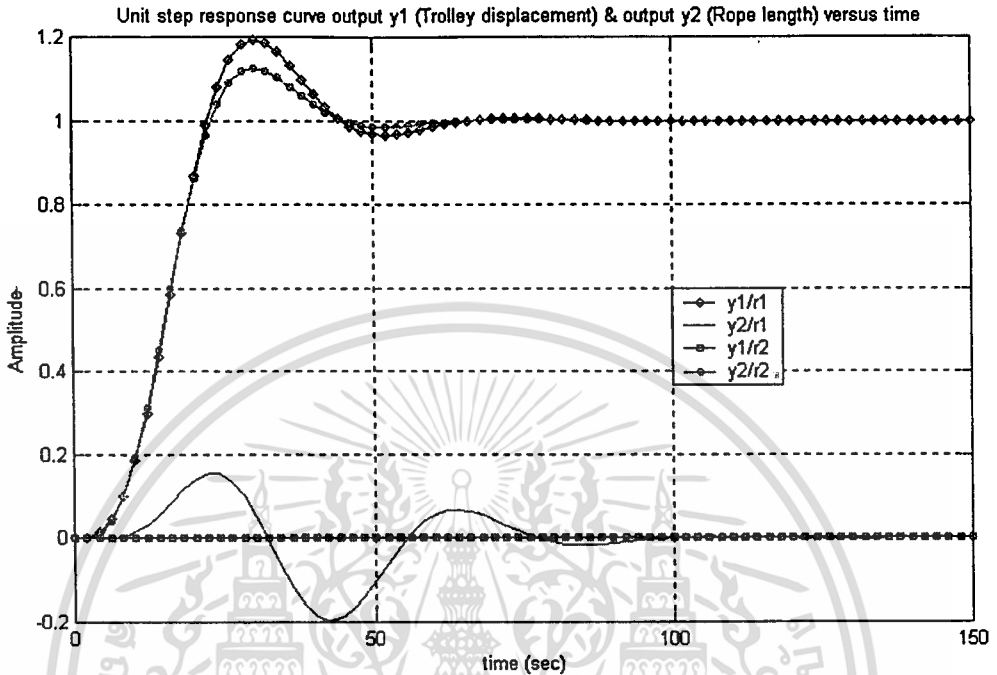
จากผลกรตอบสนองรูปที่ 6.33 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าไม่เป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  แต่จะมี PO ของ state ความยาวเชือกลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.30 และจากผลกรตอบสนองรูปที่ 6.34 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวตรงกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.14) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0532 & 2.1286 & 0 & 0 & 15097.2930 & -2056.0903 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0071 & 0.2363 & 0 & 0 & -105420.0182 & 248.8800 \end{bmatrix}$$

โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -0.12 + 0.15i & \mu_2 &= -0.12 - 0.15i & \mu_3 &= -0.12 + 0.15i & \mu_4 &= -0.12 - 0.15i \\ \mu_5 &= -0.12 + 0.15i & \mu_6 &= -0.12 - 0.15i & \mu_7 &= -0.12 + 0.15i & \mu_8 &= -0.12 - 0.15i \end{aligned} \quad (6.15)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.15) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.35



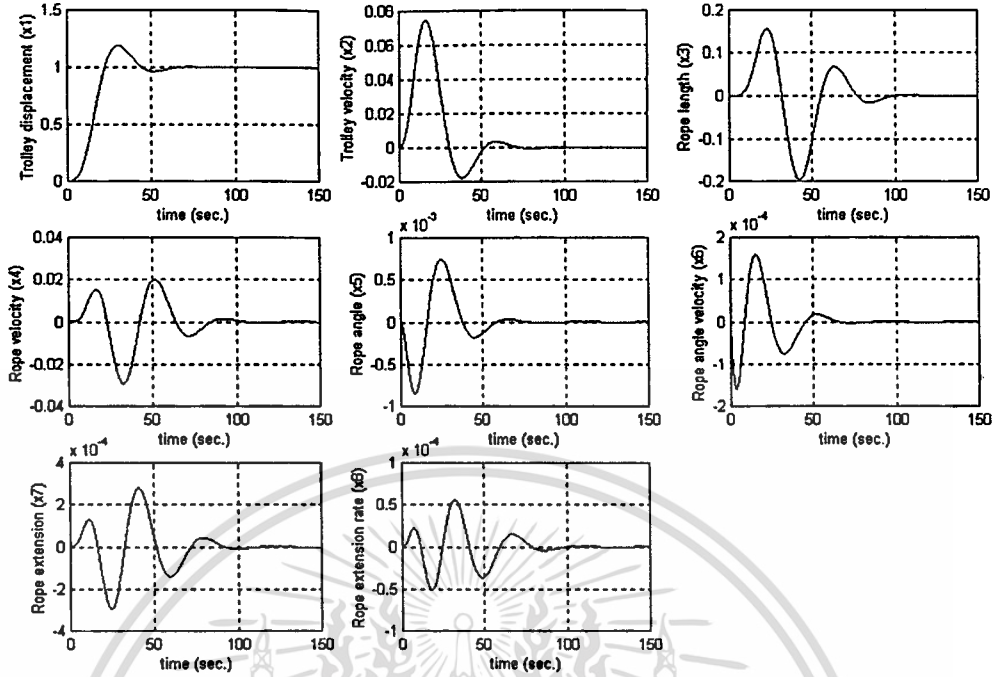
รูปที่ 6.35 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.15)

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.35 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 58.6$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 41.9$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 22.3$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 22.8$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$

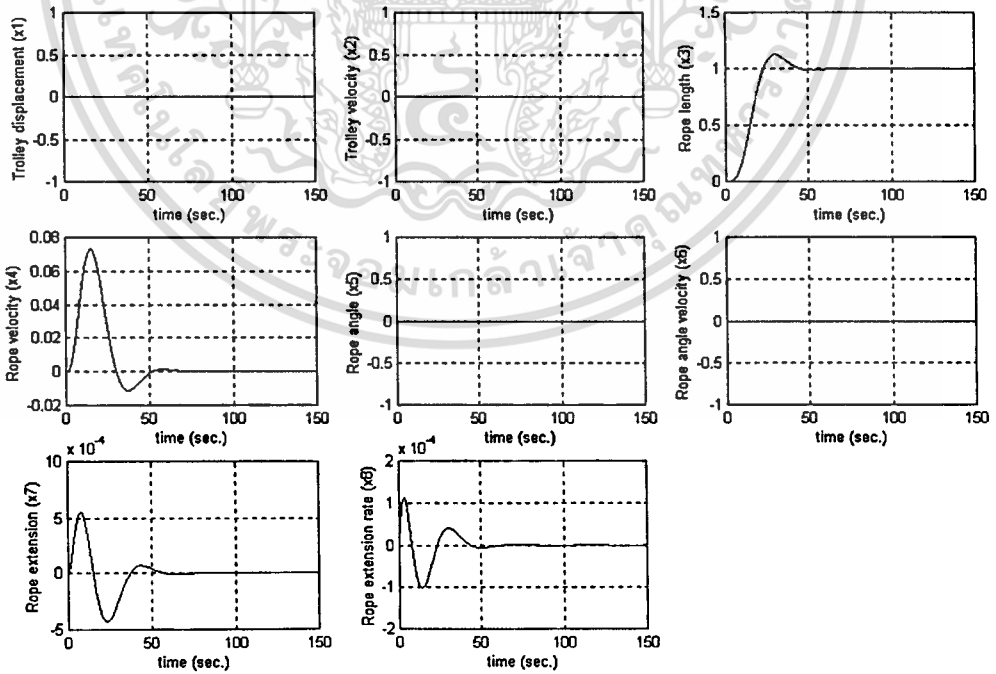
จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.36 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าไม่เป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.37 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.15) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5621 & 6.9179 & 0 & 0 & 14870.0379 & -1984.0014 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04654 & 0.6054 & 0 & 0 & -105396.6857 & 248.8800 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.36 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  โดยกรวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.15)



รูปที่ 6.37 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$  โดยกรวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.15)

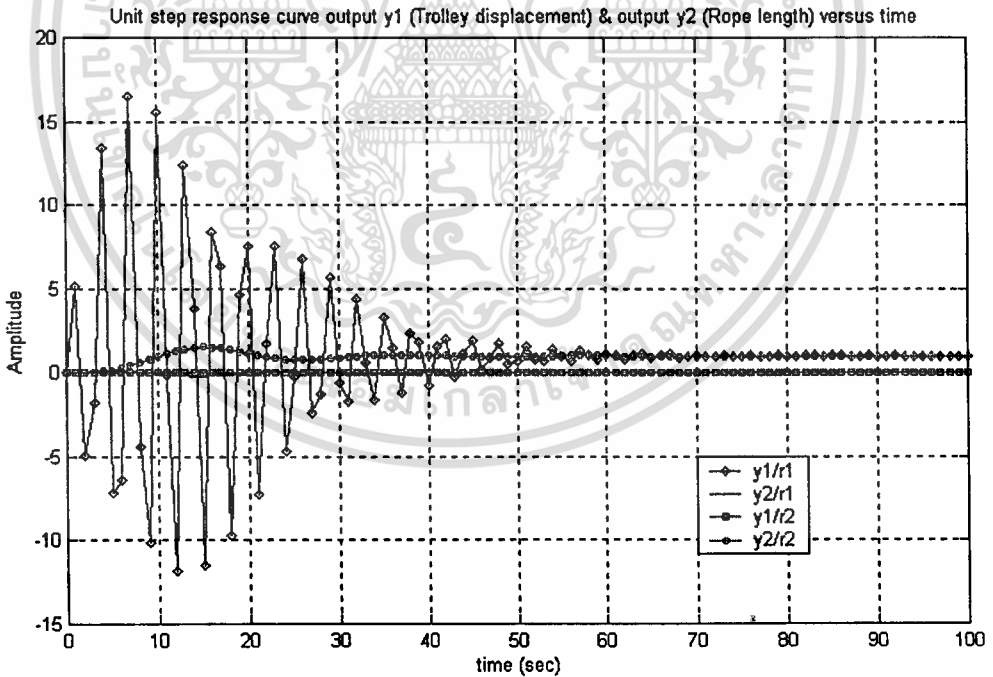
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### โดยการวางตำแหน่งโพลของระบบ

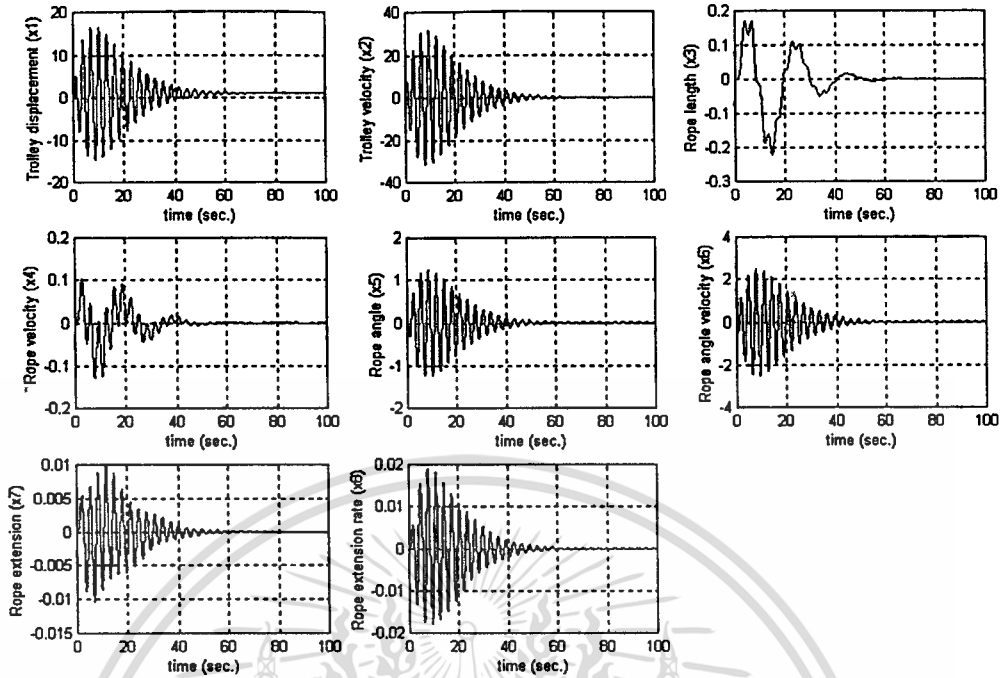
$$\begin{aligned} \mu_1 = -0.12 + 0.3i & \quad \mu_2 = -0.12 - 0.3i & \quad \mu_3 = -0.12 + 0.3i & \quad \mu_4 = -0.12 - 0.3i \\ \mu_5 = -0.12 + 2i & \quad \mu_6 = -0.12 - 2i & \quad \mu_7 = -0.12 + 2i & \quad \mu_8 = -0.12 - 2i \end{aligned} \quad (6.16)$$

ซึ่งจากการจำลองค่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ของระบบต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยวางตำแหน่งโพลของระบบดังสมการ (6.16) จะได้ผลการตอบสนองดังรูปที่ 6.38

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.38 จะได้ว่า output  $y_1(t)$  (ระยะตัวเครน) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 82.6$  วินาที และ output  $y_2(t)$  (ความยาวเชือก) จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวที่ settling time  $t_s = 49.9$  วินาที และเนื่องจากผลการตอบสนองของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  เป็นลักษณะ underdamped ดังนั้น rise time จึงกำหนดในช่วง 0–100% ในที่นี้  $t_r = 0.3$  วินาที สำหรับ  $y_1(t)$  และ  $t_r = 10.0$  วินาทีสำหรับ  $y_2(t)$  ซึ่งจากการเลื่อนตำแหน่งโพลของระบบออกห่างจากแกนจริงของ s-plane จะสังเกตได้ว่า output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  จะมี PO สูงขึ้นและมีการแกว่งมากขึ้นก่อนที่จะเข้าสู่สถานะอยู่ตัวเมื่อเปรียบเทียบกับผลการตอบสนองรูปที่ 6.35

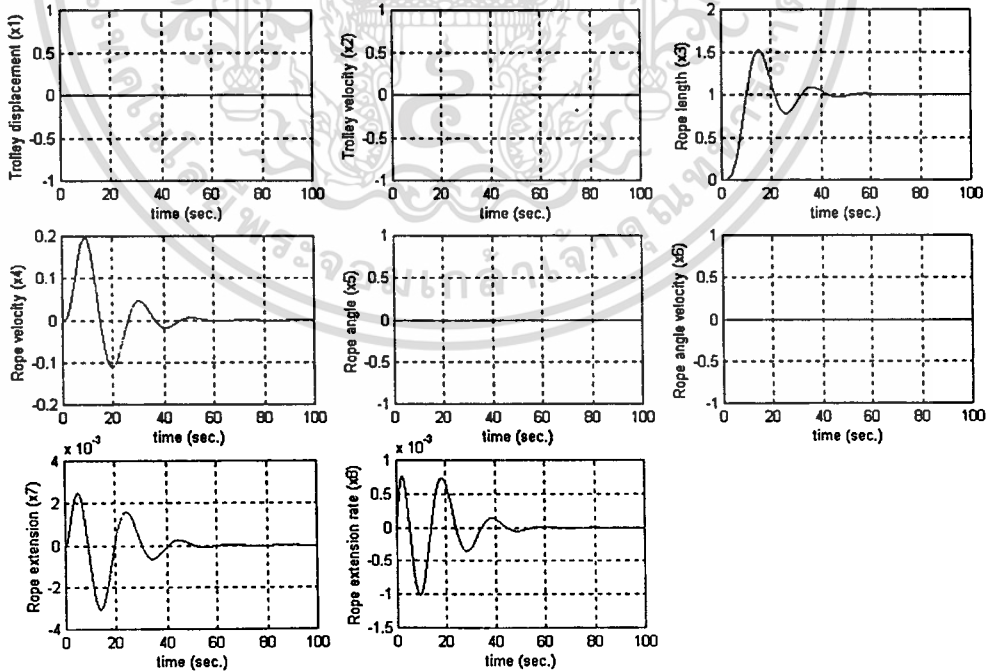


รูปที่ 6.38 ผลของ output  $y_1(t)$  และ  $y_2(t)$  ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$  และ  $r_2(t)$  โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.16)



รูปที่ 6.39 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_1(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.16)



รูปที่ 6.40 ผลของ state variables ต่างๆ ต่อ unit step reference input  $r_2(t)$

โดยการวางตำแหน่งโพลดังสมการ (6.16)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการตอบสนองรูปที่ 6.39 สังเกตได้ว่าค่า state ความยาวเชือกมีค่าไม่เป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_1(t)$  และจากผลการตอบสนองรูปที่ 6.40 สังเกตได้ว่าค่า state ตัวเครนกับมุมแกว่งมีค่าเป็นศูนย์ต่อ reference input  $r_2(t)$  และผลของการเลือกตำแหน่งโพลดังสมการ (6.16) ผลการคำนวณของเมตริกซ์เกนป้อนกลับ  $K$  ของระบบคือ

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8575.7041 & 1025.3931 & 0 & 0 & 102278.5682 & 12928.5793 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3726 & 1.7130 & 0 & 0 & -105326.6882 & 248.8800 \end{bmatrix}$$



## บทที่ 7

# บทสรุปและข้อเสนอแนะ

### 7.1 บทสรุป

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครื่องบินโดยใช้สมการของลากรองจ์ (Lagrange) โดยแบ่งลักษณะการเคลื่อนที่เป็น 3 ช่วงด้วยกันคือ การเคลื่อนที่ในแนวตั้งของภาระ, การเคลื่อนที่ในแนวทแยงของภาระ และการเคลื่อนที่ในแนวระดับของภาระ ซึ่งการเคลื่อนที่ในแนวทแยงและแนวระดับจะทำให้เกิดมุมการแกว่งของภาระประกอบกับการเปรียบเทียบการพิจารณาคุณสมบัติของเชือกคือ ในกรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็งและเชือกยืดหยุ่นซึ่งจากการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ทั้ง 2 กรณีดังในบทที่ 2 และจากการจำลองการเคลื่อนที่วงเปิด (open loop) เพื่อดูลักษณะการตอบสนองของระบบต่อสัญญาณควบคุม input แบบ step function ดังบทที่ 4 พบว่าช่วงการเคลื่อนที่ในแนวระดับกรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็งนั้นมุมการแกว่งของภาระมีผลกระทบต่อความเร็วของตัวเครื่องบินและในกรณีที่พิจารณาเชือกยืดหยุ่นนั้นระยะยัดทางพลศาสตร์ของเชือกจะมีผลกระทบต่อความเร็วของตัวเครื่องบินโดยจะไม่มีผลกระทบต่อมุมการแกว่ง สำหรับช่วงการเคลื่อนที่ในแนวทแยงกรณีที่พิจารณาเชือกแข็งเกร็งนั้นมุมการแกว่งของภาระมีผลกระทบต่อความเร็วของตัวเครื่องบินแต่จะไม่มีผลกระทบต่อความเร็วของเชือกในการคว้านภาระขึ้นหรือลงและสัญญาณควบคุม input (แรงบิด) ของชุดมอเตอร์นั้นถ้ามีค่าสูงมากๆ จะมีผลกระทบต่ออาการขยายและการสูญเสียของการแกว่งของมุมแกว่งภาระ และในกรณีที่พิจารณาเชือกยืดหยุ่นนั้นระยะยัดทางพลศาสตร์ของเชือกจะมีผลกระทบต่อความเร็วของตัวเครื่องบินและความเร็วในการคว้านเชือกโดยไม่มีผลกระทบต่อมุมการแกว่งของภาระ

จากผลการออกแบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครื่องบินโดยวิธีการที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้หลักการดัชนีสมรรถนะต่ำสุด โดยที่ผู้ออกแบบสามารถจัดปัญหาเพื่อที่จะกำหนดชนิดของดัชนีสมรรถนะซึ่งสำหรับงานวิจัยนี้ได้จัดอยู่ในรูปแบบพลังงานต่ำสุด โดยการเลือกถ่วงน้ำหนักของแต่ละสัญญาณควบคุมและของแต่ละ state เพื่อให้ได้การตอบสนองตามที่ต้องการ ซึ่งในบทที่ 5 เมื่อลดการถ่วงน้ำหนักของสัญญาณควบคุมน้อยลงจะทำให้ระบบการเคลื่อนที่ของเครื่องบินเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวได้เร็วขึ้นและเมื่อเพิ่มการถ่วงน้ำหนักของ state มากขึ้นก็จะทำให้ค่าของ state มีค่าความถูกต้องในสภาวะอยู่ตัวมากยิ่งขึ้น แต่ในขณะเดียวกันก็จะมีผลในการเพิ่มค่าเกินป้อนกลับมากขึ้นด้วย สำหรับการออกแบบการควบคุมโดยวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุดนั้นง่ายและเหมาะสำหรับผู้ออกแบบที่มีความประสงค์เกี่ยวกับระบบน้อยเพราะการตอบสนองเพราะลักษณะการตอบสนองที่ได้จะเป็นแบบ deadbeat ซึ่งมีค่า  $PO$  ต่ำ

จากผลการออกแบบการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครื่องบินโดยวิธีการวางตำแหน่งโพลโดยใช้หลักการเลือกวางโพลของระบบในตำแหน่งที่ต้องการบน  $s$ -plane โดยที่ผู้ออกแบบกำหนดลักษณะผลการตอบสนองให้ได้ตามข้อกำหนดที่ต้องการจากนั้นจึงทดลองวางโพลแต่ละตัวของระบบลงใน  $s$ -plane แล้วตรวจสอบผลการตอบสนอง ซึ่งในบทที่ 6 ถ้าวางโพลของระบบบนแกนจริงของ  $s$ -plane จะได้ผลการตอบสนองแบบ critically damped และถ้าเลื่อนตำแหน่งโพลไปทางซ้ายห่างออกจากแกนจินตภาพมากขึ้นก็จะทำให้ผลการตอบสนองเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็วยิ่งขึ้น และถ้าวางโพลของระบบที่ห่างจากแกนจริงหรือโพลเชิงซ้อน (complex pole) จะได้ผลการตอบสนองแบบ underdamped โดยที่ตำแหน่งโพลยิ่งห่างออกจากแกนจริงก็จะทำให้ผลการตอบสนองเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวเร็วยิ่งขึ้นในขณะเดียวกันก็จะเป็นการเพิ่ม  $PO$  ของผลการตอบสนองมากยิ่งขึ้น แต่ในขณะเดียวกันก็จะมีผลในการเพิ่มค่าเกนป้อนกลับมากขึ้น สำหรับการออกแบบการควบคุมโดยวิธีการวางตำแหน่งของโพลนั้นต้องอาศัยประสบการณ์เกี่ยวกับระบบของผู้ออกแบบค่อนข้างสูง เนื่องจากว่าโพลของระบบวงปิดนั้นเป็นตัวกำหนดความเร็วและการหน่วงของระบบ ซึ่งบางครั้งผู้ออกแบบอาจจะไม่ทราบตำแหน่งของโพลที่ต้องการทั้งหมดถ้าเลือกตำแหน่งโพลที่ให้การตอบสนองที่เร็วมากแต่ก็ต้องใช้ขนาดของสัญญาณควบคุมสูงไปด้วย (เกนการป้อนกลับมีค่าสูง) ซึ่งอาจจะสูงเกินกว่าแหล่งกำเนิดกำลังที่จะสร้างได้ อาจจะเป็นเหตุให้เกิดผลการตอบสนองไม่ตรงกับความต้องการหรือระบบอาจจะขาดเสถียรภาพ (stability)

การเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบในกรณีพิจารณาเชิงชดเชยกับในกรณีพิจารณาเชิงแข็งเกร็งพบว่าความชดเชยของเชิงชดเชยจะมีผลให้การเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวช้ากว่าในกรณีที่พิจารณาเชิงแข็งเกร็ง

## 7.2 ข้อเสนอแนะ

1. การแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบ ไม่เชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นจะต้องกำหนดจุดทำงาน (operating point) ที่เหมาะสมคือช่วงเวลาที่ใช้จะต้องมีค่าไม่กว้างมากนักและสัญญาณควบคุมที่ใช้จะต้องมีค่าไม่สูงมากจนเกินไป โดยการทดสอบผลการตอบสนองวงเปิดของระบบ
2. การเลือกเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสำหรับวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดหรือการเลือกวางตำแหน่งโพลสำหรับวิธีการวางตำแหน่งของโพลเพื่อให้ระบบมีการตอบสนองที่ต้องการควรพิจารณาค่าของเกนป้อนกลับด้วย โดยที่เกนป้อนกลับที่มีค่าสูงๆ อ่อนไหวต่อ noise ของระบบได้ง่าย
3. เนื่องจากในการวัดค่า state ป้อนกลับถึงแม้ว่าสามารถวัดค่าได้และสามารถป้อนกลับได้แต่ในการปฏิบัติงานจริงสัญญาณที่วัดได้ อาจจะมี noise มากจนทำให้สัญญาณที่วัดได้มีค่าผิดพลาดไปจากค่าจริงมาก ดังนั้นจึงควรมี state observers ในการประเมินค่า state ต่างๆ จาก output

เอกสารนี้เป็นเอกสารทรัพย์สินทางปัญญาของสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี เมื่อผู้ยืมเห็นชอบรับใช้เอกสารนี้แล้ว  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. สำหรับการทำการวิจัยทางด้าน flexible rope ของเครื่องบินในการ simulation ควรคิดผลกระทบของทอมไม่เชิงเส้นโดยตรงเพื่อให้ได้แบบจำลองที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

- Salminen, R. 1991. "Toward Industrial Crane Computer Control" **Control Engineering Laboratory Helsinki University of Technology. Report 86.**
- Rintanen, K. 1991. "Modeling, Instrumentation and Control of a Trolley Crane" **Control Engineering Laboratory Helsinki University of Technology. Report 87.**
- Liang Y.C. and Koh K.K. 1997. "Concise anti-swing approach for fuzzy crane control" **Electronics Letters vol.33 No.2 : 167-168**
- Giua, A. 1998. "Observer-controller design for cranes via Lyapunov equivalence" **Automatica vol.35 : 669-678**
- OGATA, K. 1997. **Modern Control Engineering.** 3rd ed. Prentice-Hall.
- Bishop, R.H. 1993. **Modern Control System Analysis and Design Using MATLAB.** Addison Wesley
- Dabney, J.B. and Harman, T.L. 1988. **Mastering SIMULINK2.** Prentice-Hall
- Inman, D.J. 1994. **Engineering Vibration.** Prentice-Hall.
- Lewis, F.L. 1986 **Optimal Control.** John Wiley & Sons.
- Jamshidi, M. et. Al. 1992. **Computer-Aided Analysis and Design of Linear Control systems.** Prentice-Hall.
- Meirovitch, L. 1986. **Elements of Vibration Analysis.** McGraw Hill
- Petkov, P.H. et. Al. 1991. **Computational Methods for Linear Control System.** Prentice-Hall
- Levine, W.S. et. Al. 1996. **The Control Handbook.** CRC Press

## ภาคผนวก

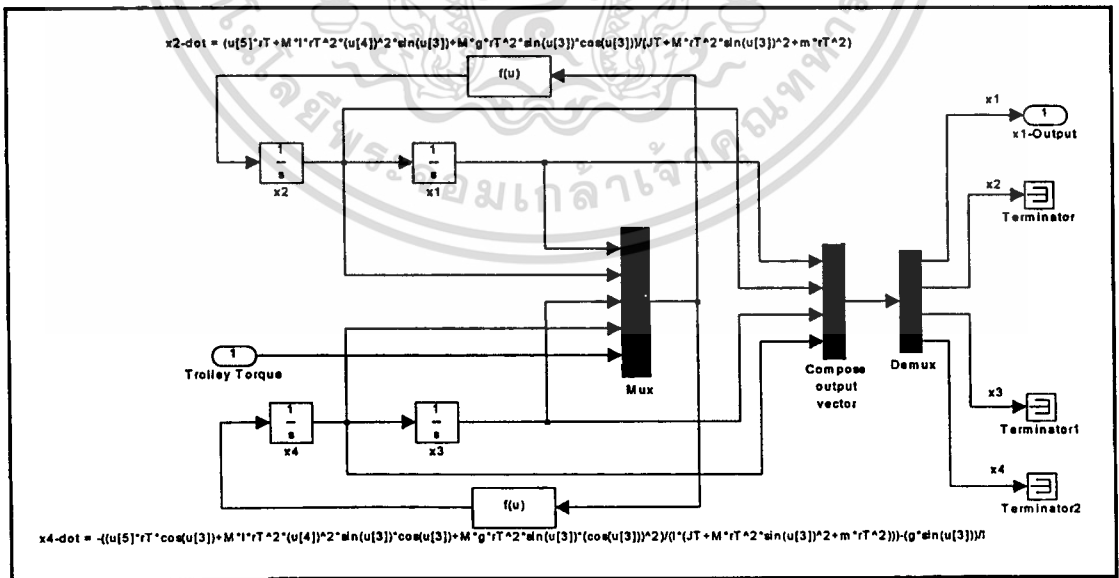
### การแปลงให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม MATLAB

**โปรแกรมที่ 1** การแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งอยู่ในรูป state space โดยใช้โปรแกรม Simulink เข้าร่วม  
 ดังรูปที่ 1

```

%*****This program is determination the linear state space model
% (matrices A,B,C,D) by using Simulink file name "rigid_crane.mdl"*****

%*****Enter the numerical data of KOBE gantry crane*****
rT = 1.44E-2; %***Trolley drum radius*** (m) ***
JT = 3.75; %***Trolley drum moment of inertia*** (kg.m^2) ***
m = 6000; %***Total mass of the trolley*** (kg) ***
M = 42500; %***Total mass of the load*** (kg) ***
g = 9.81; %***Acceleration of gravity*** (m/s^2) ***
l = 15; %***Rope length*** (m) ***
%*****Define operating point for linearization process*****
X1 = 0;
X2 = 0;
X3 = 0;
X4 = 0;
U = 0;
%*****Linearization with Simulink program*****
[A,B,C,D] = linmod('rigid_crane',[X1,X2,X3,X4],[U])
    
```



รูปที่ 1 Simulink file name "rigid\_crane.mdl"

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

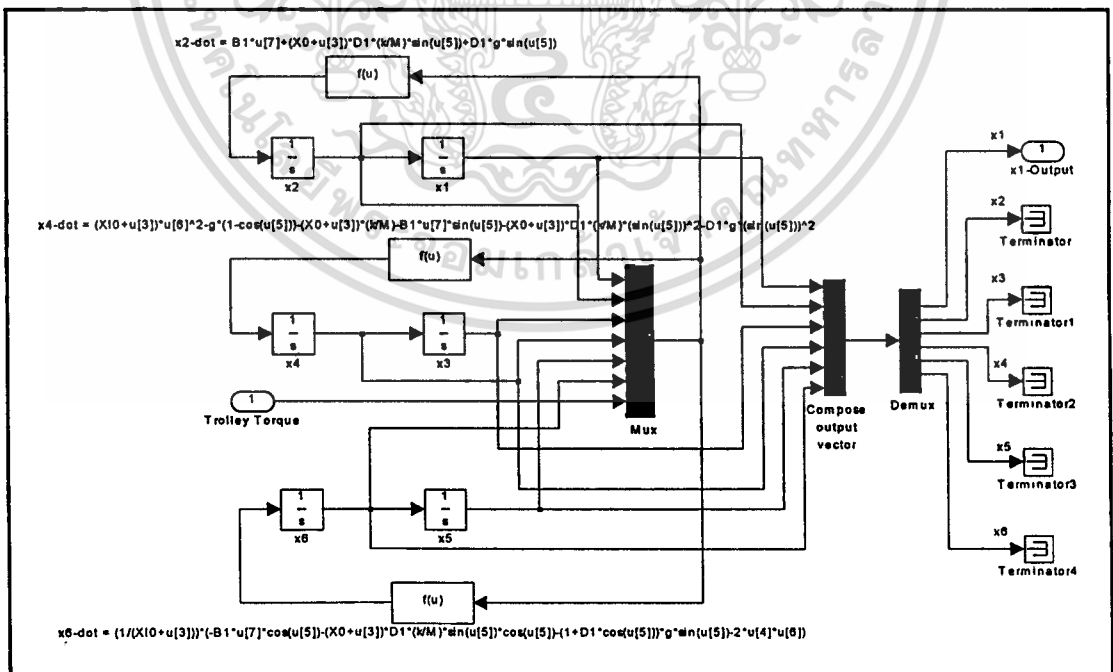
**โปรแกรมที่ 2 การแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของครนช่วงภาวะเคลื่อนที่ในแนวระดับโดยพิจารณาเชือกยึดหุ่ยนอยู่ในรูป state space โดยใช้โปรแกรม Simulink เข้าร่วม**  
**ผังรูปที่ 2**

```

%*****This program is determination the linear state space model
%(matrices A,B,C,D) by using Simulink file name "flexible_crane.mdl"*****

%*****Enter the numerical data of KOBE gantry crane*****
rT = 1.44E-2;          %***Trolley drum radius*** (m) ***
JT = 3.75;            %***Trolley drum moment of inertia*** (kg.m^2) ***
m = 6000;             %***Total mass of the trolley*** (kg) ***
M = 42500;            %***Total mass of the load*** (kg) ***
g = 9.81;             %***Acceleration of gravity*** (m/s^2) ***
B1 = rT/(JT+(m*rT^2)); %***Beta-1 constant coefficient***
D1 = (M*rT^2)/(JT+(m*rT^2)); %***Delta-1 constant coefficient***
k = 8E6;               %***Rope stiffness*** (N/m) ***
l = 15;               %***Rope length*** (m) ***
X0 = (M*g)/k;         %***Static extension of rope*** (m) ***
X10 = l+X0;           %***Total static length of rope*** (m) ***
%*****Define operating point for linearization process*****
X1 = 0;
X2 = 0;
X3 = 0;
X4 = 0;
X5 = 0;
X6 = 0;
U = 0;
%*****Linearization with Simulink program*****
[A,B,C,D] = linmod('flexible_crane',[X1,X2,X3,X4,X5,X6],[U])

```



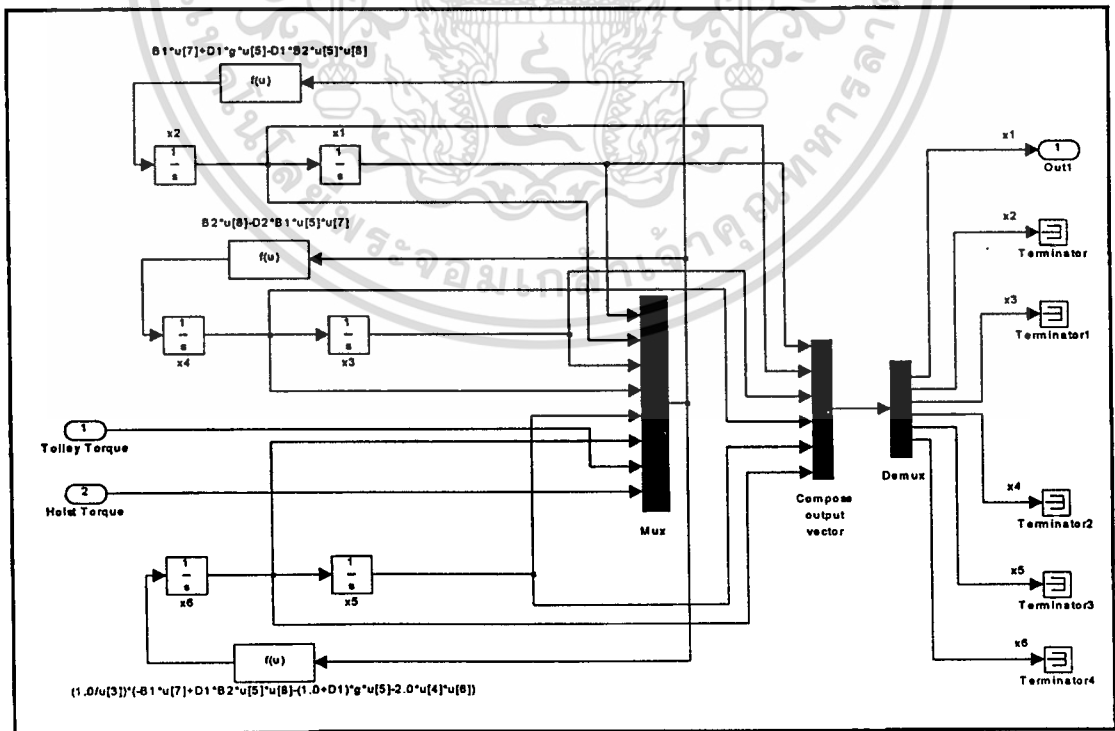
**รูปที่ 2** Simulink file name “flexible\_crane.mdl”

**โปรแกรมที่ 3 การแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนช่วงภาระเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดยพิจารณาเชือกแข็งเกร็งอยู่ในรูป state space โดยใช้โปรแกรม Simulink เข้าร่วม**  
**ผังรูปที่ 3**

```

%*****This program is determination the linear state space model
%(matrices A,B,C,D) by using Simulink file name "hoist_crane_rigid.mdl"*****

%*****Enter the numerical data of KOBE gantry crane*****
rT = 1.44E-2; %***Trolley drum radius*** (m)***
rH = 1.22E-2; %***Hoist drum radius*** (m)***
JT = 3.75; %***Trolley drum moment of inertia*** (kg.m^2)***
JH = 78.5; %***Hoist drum moment of inertia*** (kg.m^2)***
m = 6000; %***Total mass of the trolley*** (kg)***
M = 42500; %***Total mass of the load*** (kg)***
g = 9.81; %***Acceleration of gravity*** (m/s^2)***
B1 = rT/(JT+(m*rT^2)); %***Beta-1 constant coefficient***
B2 = rH/(JH+(M*rH^2)); %***Beta-2 constant coefficient***
D1 = (M*rT^2)/(JT+(m*rT^2)); %***Delta-1 constant coefficient***
D2 = (M*rH^2)/(JH+(M*rH^2)); %***Delta-2 constant coefficient***
%*****Define operating point for linearization process*****
X1 = 0;
X2 = 0;
X3 = 15;
X4 = 0;
X5 = 0;
X6 = 0;
U1 = 0;
U2 = 0;
%*****Linearization with Simulink program*****
[A,B,C,D] = linmod('hoist_crane_rigid',[X1,X2,X3,X4,X5,X6],[U1,U2])
    
```



รูปที่ 3 Simulink file name “hoist\_crane\_rigid.mdl”

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

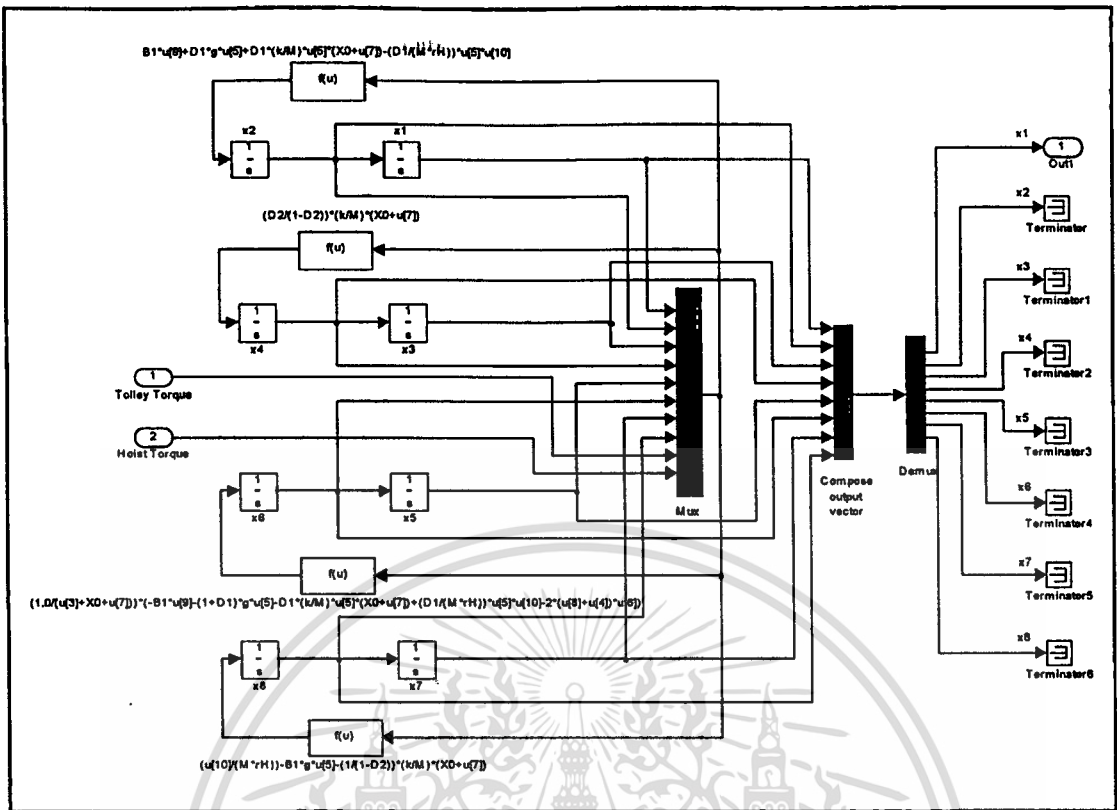
**โปรแกรมที่ 4 การแปลงแบบจำลองทางพลศาสตร์ของเครนขางภาวะเคลื่อนที่ในแนวทแยงโดย  
พิจารณาเชือกยึดห้อยอยู่ในรูป state space โดยใช้โปรแกรม Simulink เข้าร่วม  
ผังรูปที่ 4**

```

%*****This program is determination the linear state space model
%(matrices A,B,C,D) by using Simulink file name "hoist_crane_flex.mdl"*****

%*****Enter the numerical data of KOBE gantry crane*****
rT = 1.44E-2;      %***Trolley drum radius*** (m)***
rH = 1.22E-2;      %***Hoist drum radius*** (m)***
JT = 3.75;         %***Trolley drum moment of inertia*** (kg.m^2)***
JH = 78.5;         %***Hoist drum moment of inertia*** (kg.m^2)***
m = 6000;          %***Total mass of the trolley*** (kg)***
M = 42500;         %***Total mass of the load*** (kg)***
g = 9.81;          %***Acceleration of gravity*** (m/s^2)***
k = 8E9;           %***Rope stiffness*** (N/m)***
X0 = (M*g)/k;      %***Static extension*** (m)***
B1 = rT/(JT+(m*rT^2)); %***Beta-1 constant coefficient***
B2 = rH/(JH+(M*rH^2)); %***Beta-2 constant coefficient***
D1 = (M*rT^2)/(JT+(m*rT^2)); %***Delta-1 constant coefficient***
D2 = (M*rH^2)/(JH+(M*rH^2)); %***Delta-2 constant coefficient***
%*****Define operating point for linearization process*****
X1 = 0;
X2 = 0;
X3 = 15;
X4 = 0;
X5 = 0;
X6 = 0;
X7 = 0;
X8 = 0;
U1 = 0;
U2 = 0;
%*****Linearization with Simulink program*****
[A,B,C,D] = linmod('hoist_crane_flex',[X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8],[U1,U2])

```



รูปที่ 4 Simulink file name "hoist\_crane\_flex.mdl"

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

นายสุมิตร อ้นเค็ง เกิดเมื่อวันที่ 25 มกราคม พ.ศ. 2515 ที่จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษา ระดับปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยสยามในปีการศึกษา 2538

ปี พ.ศ. 2539 - 2543 เข้าทำงานในตำแหน่งวิศวกรประกันคุณภาพ บริษัท อีเทลไทยอุตสาหกรรมจำกัด และปี พ.ศ. 2543 - ปัจจุบัน เข้าทำงานในตำแหน่งหัวหน้าแผนกประกันคุณภาพ บริษัท ไทย อิเล็กทริกคอด แมนูแฟคเจอร์ริง จำกัด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้