

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การปรับปรุงวงจรกรองแบบคาลแมน สำหรับการตามร่องเป้าหมายที่มีการเคลื่อนที่ที่มีการป้อนกลับความผิดพลาด

IMPROVEMENT OF KALMAN FILTER FOR MANUEVERING TARGET TRACKING WITH ERROR FEEDBACK MODEL



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-15-1139-6

ฉพ.

๙๘ 5531

2649

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน..... 52458

วัน,เดือน,ปี 14 ก.ย. 2547

11421782
b.....
i.....

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

IMPROVEMENT OF KALMAN FILTER FOR MANUEVERING
TARGET TRACKING WITH ERROR FEEDBACK MODEL



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFULLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATED STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2004

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ของนักศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การปรับปรุงวงจรกรองแบบคาถเมน สำหรับการตามร่องเป้าหมายที่มีการเคลื่อนที่ที่มีการป้อนกลับความผิดพลาด

นักศึกษา นายนิคม พรหมกะจิน

รหัสนักศึกษา 43061039

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

พ.ศ. 2547

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร. สุทธิชัย นพนาดีพงษ์

บทคัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้กล่าวถึงการปรับปรุงการทำงานของวงจรกรองแบบคาถเมน โดยโดยแบบจำลองที่มีการป้อนกลับความผิดพลาด เพื่อใช้ในระบบตามร่องเป้าหมายกรณีเป้าหมายมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ เช่น การเลี้ยวที่มีรัศมีของการเลี้ยวต่างกัน ขนาดของความผิดพลาดจะถูกเปรียบเทียบกับการทำงานของวงจรกรองแบบคาถเมนแบบเดิม และวงจรกรองที่มีการสลับการทำงานซึ่งประกอบด้วยวงจรกรองแบบคาถเมนมากกว่าหนึ่งชุด โดยตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นการเคลื่อนที่ของเป้าหมายในรูปแบบต่างๆ ในสองระนาบ ทั้งนี้ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาดังกล่าวจะไม่คำนึงถึงที่มาของตำแหน่งที่ได้จากการวัดซึ่งอาจจะเป็นการทำงานของเรดาร์หรือเครื่องมือวัดอื่นใด แต่จะคำนึงถึงเพียงตำแหน่งที่วัดได้เพื่อเข้ากระบวนการการทำงานเท่านั้น

Thesis Title Improvement of Kalman filter for Manuevering target tracking with Error Feedback Model.

Student Nicom Promkajin

Student ID. 43061039

Degree Master Student

Programme Electrical Engineering

Year 2004

Thesis Advisor Asst.Prof. Dr. Suthichai Noppanakeepong.

ABSTRACT

In this thesis, the improve Kalman filter for maneuvering target tracking with feedback error addition model is presented. The accuracy of target tracking is improved by feedback error addition model. The error is compared between conventional, interacting multiple model, and propose Kalman filter. The same condition, the simulated target motion in 2-dimension, the propose Kalman filter has satisfied results.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	3
บทที่ 2 หลักการของวงจรรองสำหรับการกะประมาณ.....	4
2.1 กล่าวนำ.....	4
2.2 ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ.....	4
2.2.1 ระบบการทำงานที่มีการสลับลำคลื่น.....	4
2.2.2 ระบบการทำงานที่มีการหมุนลำคลื่น.....	6
2.2.3 ระบบการทำงาน โดยส่งคลื่นแบบพัลส์เดียว	6
2.3 เหตุผลที่ต้องมีวงจรรองสำหรับการกะประมาณตำแหน่งสำหรับ ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ.....	8
2.4 การตามร่องวัตถุโดยวงจรรองแบบคาบเมน.....	9
2.4.1 ความเป็นมา.....	9

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.6 ผลการทดลองที่ 5 เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวงจรกรองแบบที่มี การสลับการทำงาน.....	59
บทที่ 5 บทสรุปและวิจารณ์.....	66
เอกสารอ้างอิง.....	68
ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	69



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ขั้นตอนการทำงานของวงจรกรองแบบคาบเมนโดยทั่วไป.....	45
4.2 ขั้นตอนการทำงานของวงจรกรองแบบคาบเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ.....	46
4.3 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรกรองแบบคาบเมนในผลการทดลองที่ 1.....	48
4.4 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรกรองแบบคาบเมนในผลการทดลองที่ 2.....	52
4.5 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรกรองแบบคาบเมนในผลการทดลองที่ 3.....	55
4.6 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรกรองแบบคาบเมนในผลการทดลองที่ 5 โดยรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 1.....	60
4.7 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรกรองแบบคาบเมนในผลการทดลองที่ 5 โดยรูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 2.....	63



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การสลับลำคตินของระบบเรคาร์ตามร่องวัตถุ.....	5
2.2 การหมุนลำคตินในระบบเรคาร์ตามร่องวัตถุ.....	6
2.3 การส่งคลื่นแบบพัลส์เดียวในระบบเรคาร์ตามร่องวัตถุ.....	7
2.4 แบบจำลองของวงจกรองแบบกาลเมน.....	10
2.5 แสดงโควาเรียนของความผิดพลาดจากการวัด.....	16
2.6 แสดงโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ.....	17
2.7 แสดงโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณ.....	17
2.8 แสดงกระบวนการทำงานของวงจกรองแบบกาลเมน.....	18
2.9 แสดงแบบจำลองของวงจกรองที่มีการสลับการทำงาน.....	25
2.10 ตัวอย่างความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุ.....	26
3.1 กระบวนการกะประมาณและความผิดพลาดที่เกิดขึ้น.....	30
3.2 กระบวนการกะประมาณที่มีการป้อนกลับความผิดพลาด.....	31
3.3 แบบจำลองในการปรับปรุงการทำงานของวงจกรองแบบกาลเมน.....	32
4.1 แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของกระสุนปืนใหญ่และข้อมูลที่วัดได้จากเรคาร์.....	42
4.2 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่วัดได้จากการวัด และตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณ โดยวงจกรองแบบกาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน.....	47
4.3 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่ตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณ โดยวงจกรองแบบกาลเมนปกติ และตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณ โดยวงจกรองแบบกาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน.....	47
4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจกรองแบบกาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน.....	48
4.5 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 2.....	49
4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจกรองแบบกาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของการทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร.....	50

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 100 เมตร.....	50
4.8 ค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรอง แบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยง เบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 150 เมตร.....	51
4.9 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่ตำแหน่งที่ได้จากการวัด และ ตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณ โดยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการ ทำงาน.....	51
4.10 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 3.....	53
4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่ง หน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร.....	54
4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่ง หน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 120 เมตร.....	54
4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่ง หน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3.....	55
4.14 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุในแกน x ที่ประกอบด้วยส่วนของการเปลี่ยนแปลง อัตราเร่ง.....	57
4.15 ค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรอง แบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 4 เมื่อใช้สม การการเคลื่อนที่ที่ไม่มีเทอมของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่ง.....	57
4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่ง หน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 4 เมื่อใช้สมการการเคลื่อนที่ที่มีเทอมของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่ง.....	58

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.17 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 1.....	59
4.18 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติ , แบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน และวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน ของการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 1 ซึ่งมีค่าเบี่ยงเบนของความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร.....	60
4.19 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 2 โดยแยกระหว่างการเคลื่อนที่ในแกน x และแกน y.....	62
4.20 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 2 เมื่อมองในระนาบ x-y.....	62
4.21 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติ , แบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน และวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน ของการทดลองข้อ 5 แบบที่ 2.....	63
4.22 ความผิดพลาดจากการกะประมาณของผลการทดลองที่ 1.....	64
4.23 โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณตำแหน่งในแกน x ของผลการทดลองที่ 1.....	64

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) คือกลุ่มสมการทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการแยกชุดข้อมูลหรือสัญญาณที่ถูกต้องออกจากสัญญาณหรือการรบกวนอันก่อให้เกิดความผิดพลาดต่อชุดข้อมูลหรือสัญญาณที่แท้จริง [1] โดยชุดข้อมูลหรือสัญญาณที่นำมาพิจารณาจะต้องมีรูปแบบที่สามารถจำลองได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งชุดข้อมูลหรือสัญญาณดังกล่าวอาจได้มาจากการวัดโดยเครื่องมือวัดชนิดต่าง ๆ เช่น เครื่องมือวัดแรงดันไฟฟ้า, เครื่องวัดระยะทาง, เรดาร์ ฯ .

วงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) ถูกนำไปใช้ในงานต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง เช่น ระบบนำร่อง, ระบบตามร่อง, ระบบการควบคุมความสูง, การควบคุมวงโคจรของดาวเทียม, ระบบโซนาร์ (Sonar), ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ ฯ [2]

งานวิจัยฉบับนี้ได้ศึกษาการนำวงจรรองแบบคาลแมนมาใช้ร่วมกับระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ (Tracking radar) ซึ่งต้องการความแม่นยำสูงกว่าเรดาร์แบบธรรมดา โดยมากแล้วเราจะพบเรดาร์ตามร่องวัตถุในงานที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการนำร่อง โดยเฉพาะในภาระกิจทางทหาร เช่นการชี้ตำแหน่งอากาศยานให้กับจรวดนำวิถีเพื่อเข้าสกัดกัน ซึ่งลำพังการทำงานของอุปกรณ์เรดาร์เพียงอย่างเดียวอาจให้ความแม่นยำไม่มากพอ ถึงแม้ว่าเราอาจทำการปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานของเรดาร์ให้สูงขึ้นได้โดยอาศัยอุปกรณ์ที่มีความผิดพลาดในการทำงานต่ำลง แต่อย่างไรก็ตามงบประมาณและความซับซ้อนที่ต้องใช้ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน จึงได้มีการนำเอาวิธีการทางคณิตศาสตร์เข้ามาประยุกต์ใช้เพื่อการกะประมาณตำแหน่งที่ถูกต้องของวัตถุ และวิธีที่ง่ายที่สุดและให้ผลได้ดีได้แก่การใช้วงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) นอกจากนี้ยังมีการใช้เทคนิควิธีการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่นิยมใช้กันมากได้แก่วงจรรองที่มีการสลับการทำงาน (Interacting Multiple Model Filter) ซึ่งประกอบด้วยการทำงานของวงจรรองแบบคาลแมนหลาย ๆ ชุด [3] อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวแม้จะให้ความแม่นยำสูงแต่ก็มีความซับซ้อนสูงมากเช่นกันและในบางครั้งก็ให้ผลดีกว่าวงจรรองแบบคาลแมนไม่มากนัก [4]

ด้วยเหตุผลดังกล่าว งานวิจัยฉบับนี้จึงได้ทำการศึกษาเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมนให้สูงขึ้นในขณะที่ยังคงความเรียบง่ายในการใช้งาน ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานแทนวงจรรองแบบคาลแมนแบบธรรมดาที่มีใช้อยู่เดิมได้ทันทีโดยมีการเปลี่ยนแปลงกระบวนการทำงานเดิมไม่มากนัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาการทำงานของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) และวงจรรองสำหรับการตามร่องวัตถุแบบที่มีการสลับการทำงาน (Interacting Multiple Model) และเปรียบเทียบถึงข้อดีข้อเสียของการทำงานในแต่ละแบบโดยจะพิจารณาในประเด็นหลัก ๆ ดังนี้

- ความแม่นยำในการกะประมาณตำแหน่งของวัตถุ
- ความซับซ้อนของระบบ

2. ปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) เพื่อเพิ่มความถูกต้องของการกะประมาณตำแหน่งวัตถุหลังจากที่วัดได้จากเรดาร์ตามร่องวัตถุ (Tracking radar)

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

1. วงจรรองแบบคาลแมน (kalman Filter) มีความสามารถในการทำงานได้ดีในระบบตามร่องวัตถุกรณีที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งสม่ำเสมอ แต่เมื่ออัตราเร่งในการเคลื่อนที่ของวัตถุไม่คงที่วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน (Interacting Multiple Model) จะให้ผลการทำงานที่ดีกว่า

2. การปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมนเพื่อลดความผิดพลาดในการกะประมาณตำแหน่งของวัตถุอาจทำได้โดยใช้เทคนิคการป้องกันความผิดพลาดลงในแบบจำลองจะช่วยให้ได้ความถูกต้องของการกะประมาณตำแหน่งวัตถุเพิ่มขึ้นทั้งในกรณีที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งสม่ำเสมอและกรณีที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งไม่คงที่

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) ในงานวิจัยฉบับนี้อาศัยเทคนิคการป้องกันความผิดพลาดลงในแบบจำลองของการวัด (Measurement model) โดยอาศัยความผิดพลาดของการกะประมาณตำแหน่งของวัตถุจากการทำงานในจังหวะเวลาก่อนหน้า (last state) เข้ามาชดเชยความผิดพลาดจากการกะประมาณตำแหน่งของวัตถุในช่วงการทำงานปัจจุบัน

1.5 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้จะทำการศึกษาและปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman Filter) เพื่อใช้ในระบบตามร่องวัตถุทั้งในรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่ในลักษณะที่มีความเร่งสม่ำเสมอ (Non-maneuver) และการเคลื่อนที่ในลักษณะที่มีอัตราเร่งไม่คงที่ (Maneuver) โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ในสองระนาบ (x-y plane)

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

1. ศึกษาการทำงานของวงจรแบบคาบเมน
2. ศึกษาการทำงานของวงจรแบบที่มีการสลับการทำงาน
3. เปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของวิธีการทั้งสองแบบ
4. ปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรแบบคาบเมนโดยอาศัยการป้องกันกลับความผิดพลาด
5. จำลองผลการทำงาน
6. เปรียบเทียบผลที่ได้จากการทำงานของวงจรแบบต่าง ๆ และสรุปผล



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

วงจรรองสำหรับการกะประมาณ

2.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการเบื้องต้นของระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ (tracking radar) และความสำคัญของการกะประมาณซึ่งมีการนำมาใช้ในระบบเรดาร์ดังกล่าว การกะประมาณนั้นจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในเรื่องความแม่นยำของระบบเรดาร์ติดตามวัตถุซึ่งมักต้องการความแม่นยำค่อนข้างสูง โดยวิธีการการกะประมาณแบบต่าง ๆ จะถูกกล่าวถึงในส่วนที่ 2.4 และ 2.5 ต่อไป

2.2 ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ

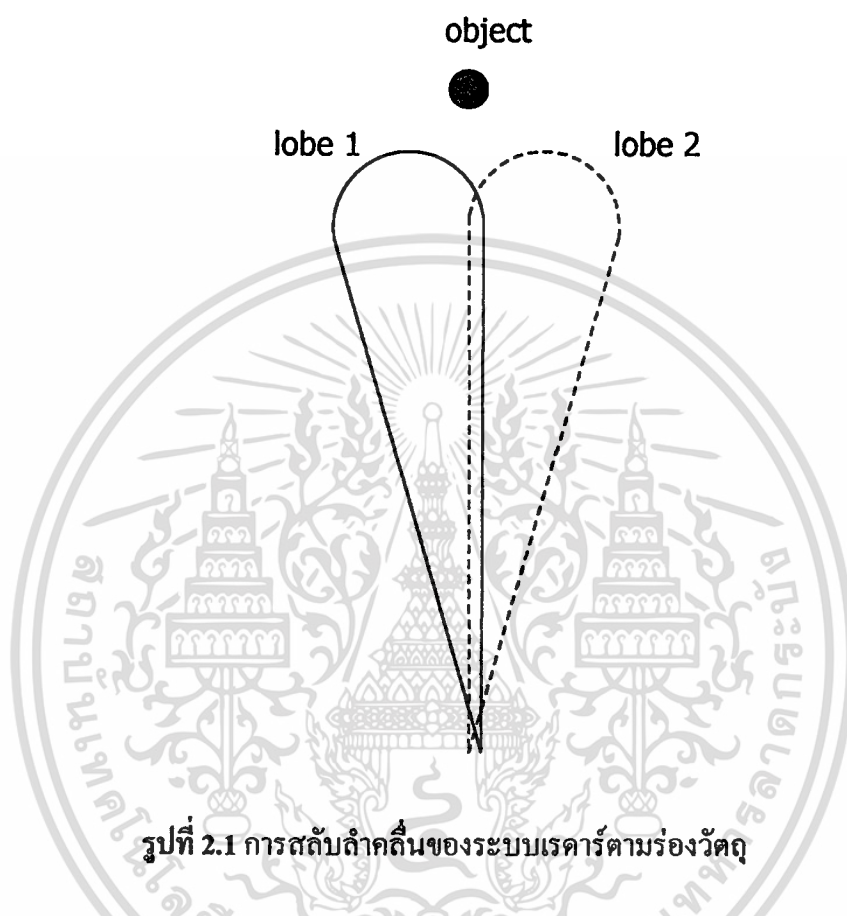
ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุจะทำหน้าที่ในการวัดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของวัตถุและสามารถที่จะคาดเดาเส้นทางการเคลื่อนที่หรือตำแหน่งต่อไปที่วัตถุจะปรากฏขึ้นได้ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากเรดาร์ตามร่องวัตถุอาจประกอบด้วยตำแหน่ง , ความเร็ว , หรือความเร่ง ในการเคลื่อนที่ของวัตถุก็ได้ ความผิดพลาดในเชิงมุมของเรดาร์ตามร่องวัตถุนั้นมีผลค่อนข้างมากต่อความแม่นยำที่ได้ เนื่องจากในระยะ 10 กิโลเมตรนั้น หากมีการผิดพลาดเชิงมุมเพียง 1 องศา อาจเป็นสาเหตุให้มีการคำนวณระยะทางผิดพลาดได้ถึง 150 เมตร

ระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุยังสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 แบบคือ แบบที่มีการตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างต่อเนื่อง (continuous) และ แบบที่มีการตรวจจับการเคลื่อนที่เฉพาะขณะที่กำลังทำการกวาด (track-while-scan) ระบบเรดาร์ติดตามวัตถุแบบที่มีการตรวจจับการเคลื่อนที่เฉพาะขณะที่กำลังทำการกวาดนั้น จะไม่ทำการตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างต่อเนื่อง แต่จะมีการตรวจสอบเป็นระยะ ๆ และเก็บข้อมูลไว้ ซึ่งทำให้สามารถตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุได้พร้อมกันหลาย ๆ ชุด แต่ความแม่นยำมักจะน้อยกว่าระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุที่มีการตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างต่อเนื่อง เรดาร์ตามร่องวัตถุที่ทำงานลักษณะนี้มักใช้ในภารกิจทางทหาร เช่น นำร่องให้กับระบบป้องกันภัยทางอากาศยานเป็นต้น หลักการในการส่งสัญญาณความถี่ในการตรวจจับการเคลื่อนที่ของวัตถุในเรดาร์ตามร่องวัตถุโดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 3 แบบคือ [8] , [9]

2.2.1 ระบบการทำงานที่มีการสลับลำคลื่น (sequential lobing)

เรดาร์ตามร่องวัตถุที่ใช้ลักษณะการส่งคลื่นแบบนี้จะมีจานสายอากาศอยู่ด้วยกัน 4 ส่วน โดย 2 ส่วนแรกจะใช้ในการตรวจวัดตำแหน่งของวัตถุในแนวตั้ง อีก 2 ส่วนจะใช้ในการตรวจวัดตำแหน่งของวัตถุในแนวนอน จานสายอากาศนั้นอาจมีลักษณะแยกออกจากกัน หรืออาจเป็นเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบเฟสอาร์เรย์ก็ได้ [11] หลักการทำงานตรวจวัดตำแหน่งของวัตถุในเรดาร์ตามร่องวัตถุที่ใช้ระบบนี้จะแยกการตรวจวัดออกเป็น 2 แนว คือการตรวจวัดในแนวนอนและการตรวจวัดในแนวตั้ง ในที่นี้จะอธิบายการตรวจวัดเฉพาะในส่วนของแนวนอน ดังรูปที่ 2.1



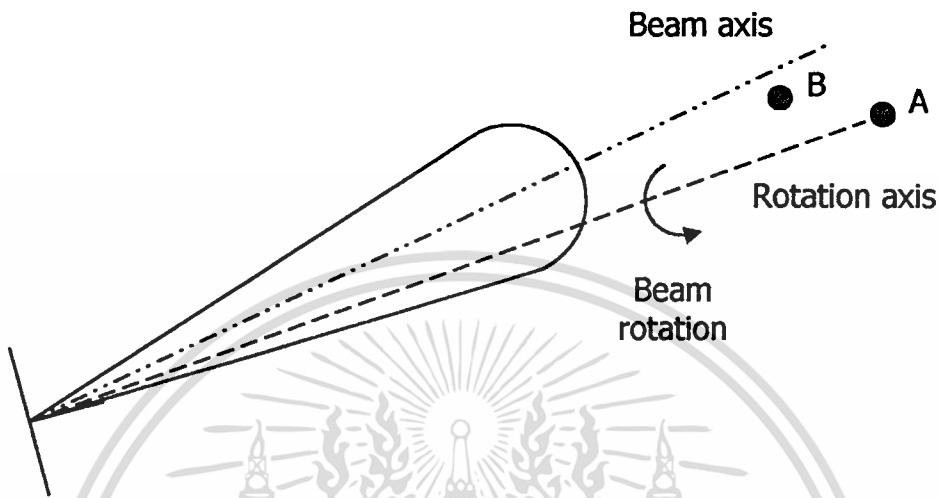
คลื่นจะถูกส่งออกไป 2 ทิศทางที่แตกต่างกัน โดยจะสลับการส่งกลับไปกลับมาด้วยความเร็วสูงตลอดเวลา จากนั้นวงจรรับสัญญาณของคลื่นทั้งสองชุดจะเปรียบเทียบระดับสัญญาณที่ได้รับได้ในกรณีที่ใช้งานสายอากาศที่มีกลไกในการหมุนจนได้นั้น หากสัญญาณที่ได้รับได้จากคลื่นลูบที่ 1 มากกว่าลูบที่ 2 ใช้งานสายอากาศจะถูกหมุนไปทางซ้าย จนกระทั่งคลื่นที่ได้รับได้ทั้งสองลูบจะมีค่าเท่ากันนั้นแสดงว่า ตำแหน่งของวัตถุได้อยู่ตรงกลางของงานสายอากาศแล้ว และระบบเรดาร์จะวัดมุมที่ได้จากอุปกรณ์กลไกดังกล่าว เพื่อเป็นตัวคำนวณตำแหน่งของวัตถุต่อไป

ในบางครั้ง ตัวรับสัญญาณนั้นอาจประกอบด้วยฟีดฮอร์น (feed horn) จำนวน 5 ตัว วางเรียงบนงานสายอากาศ โดย 2 ใน 5 ตัวจะถูกนำมาใช้ในการรับสัญญาณเพื่อวัดตำแหน่งของวัตถุในแนวนอน และอีก 2 ตัวจะถูกนำมาใช้ในการรับสัญญาณเพื่อวัดตำแหน่งของวัตถุในแนวตั้ง อีก 1 ตัวที่เหลือจะเป็นตัวส่งสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 ระบบการทำงานที่มีการหมุนลำคลื่น (conical scan)

วิธีการนี้จะคล้าย ๆ กับการสลับลำคลื่นที่ได้กล่าวไปแล้ว แต่จะเปลี่ยนจากการสลับการส่งคลื่นไปเป็นการส่งคลื่นด้วยลำคลื่นเดียว รูปที่ 2.2 แสดงการส่งคลื่นแบบที่มีการหมุนลำคลื่น



รูปที่ 2.2 การหมุนลำคลื่นในระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ

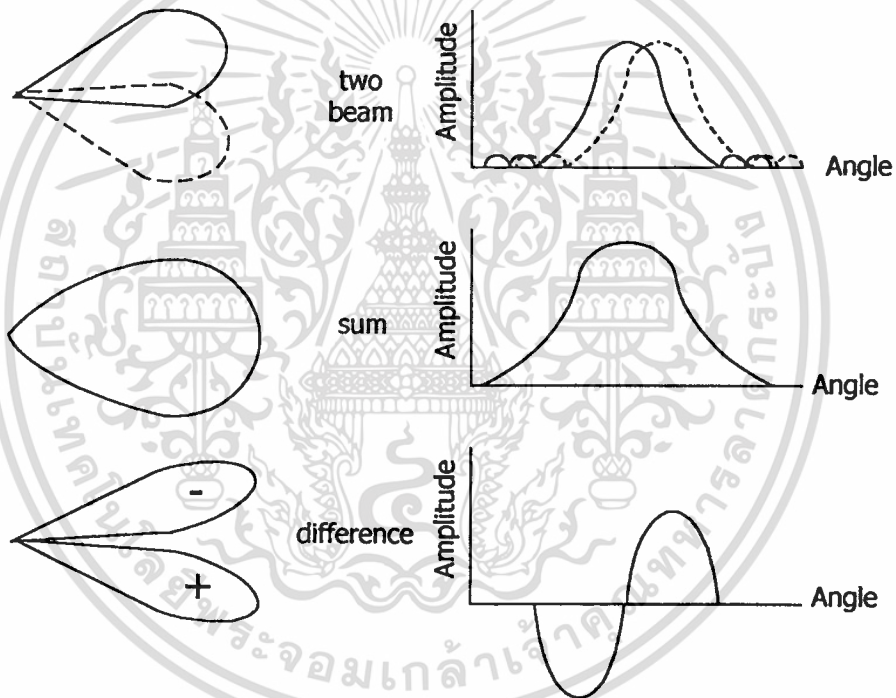
แนวแกนของการหมุนลำคลื่น (rotation axis) นั้นจะอยู่คนละแนวกับแกนของกึ่งกลางลำคลื่น (beam axis) พิจารณาจากรูปที่ 2.2 กรณีที่วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง A สัญญาณที่สะท้อน (echo) กลับจากวัตถุซึ่งรับได้ในมุมของการหมุนต่าง ๆ จะถูกนำมารวมเข้าด้วยกัน ขนาดของสัญญาณที่ได้จะมีค่า ๆ หนึ่งซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของลำคลื่น , มุมระหว่างแกนกลางของลำคลื่นกับแกนของการหมุนลำคลื่น และมุมระหว่างแนวแกนของวัตถุกับมุมของแกนการหมุนลำคลื่น สัญญาณที่ได้จะถูกส่งเข้าไปยังวงจรควบคุมเซอร์โวมอเตอร์ (servo-control) เพื่อคำนวณและทำการปรับตำแหน่งของจานสายอากาศ จานสายอากาศจะถูกปรับเปลี่ยนตำแหน่งจนกระทั่งแนวแกนของวัตถุอยู่ในแนวเดียวกับแกนของการหมุน ซึ่งคือตำแหน่ง B ดังรูปที่ 2.2 เมื่อตำแหน่งของวัตถุอยู่ในแนวแกนเดียวกับแกนของการหมุนแล้วจะทำให้ผลรวมของสัญญาณที่สะท้อนจากวัตถุซึ่งรับได้ในมุมการหมุนต่าง ๆ นั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ นั้นหมายถึงจุดกึ่งกลางของจานสายอากาศขณะนั้นวางอยู่ในตำแหน่งซึ่งตรงกันกับตำแหน่งของวัตถุ จากนั้นมุมของจานสายอากาศที่วัดได้จากอุปกรณ์กลไกจะถูกส่งไปยังส่วนของการคำนวณระยะพิสัยของวัตถุต่อไป

2.2.3 ระบบการทำงานโดยส่งคลื่นแบบพัลส์เดียว (mono pulse)

วิธีการของการส่งคลื่นแบบที่มีการสลับลำคลื่นและแบบที่มีการหมุนลำคลื่นดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ในส่วนที่แล้วนั้น การส่งคลื่นจะถูกส่งออกไปเป็นช่วง ๆ ที่เรียกว่าพัลส์ ซึ่งเพื่อความแม่นยำแล้ว เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อาจต้องใช้จำนวนพัลส์ตั้งแต่ 4 พัลส์ขึ้นไป ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นตามมาก็คือ หากในขณะที่ส่งพัลส์ สัญญาณพัลส์ใดพัลส์หนึ่งออกไปแล้ว สัญญาณที่สะท้อนจากวัตถุเกิดความไม่แน่นอนขึ้น เช่น ช่วงเวลาที่รับสัญญาณสะท้อนกลับล่าช้าไปเล็กน้อยเนื่องจากการดูกลืนคลื่นหรือพื้นที่หน้าตัดของวัตถุมีขนาดเล็ก ปัญหาดังกล่าวจะก่อให้เกิดผลกระทบอย่างมากต่อระบบ ซึ่งจะก่อให้เกิดความผิดพลาดขึ้นได้จากการตรวจวัดตำแหน่งของวัตถุ

อย่างไรก็ตาม ปัญหาดังกล่าวจะไม่ส่งผลกระทบต่อความถูกต้องของระบบมากนักถ้าหากว่าการส่งพัลส์นั้นมีลักษณะแบบพัลส์เดียว วิธีการนี้จะทำการส่งพัลส์เดียวกันนั้นออกไปในทิศทางต่าง ๆ ทำให้เกิดลักษณะที่คล้ายกับเป็นการส่งสัญญาณหลาย ๆ ล่าคลื่นจากจานสายอากาศในเวลาเดียวกัน รูปที่ 2.3 แสดงการส่งคลื่นแบบพัลส์เดียว



รูปที่ 2.3 การส่งคลื่นแบบพัลส์เดียวในระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ

ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของวัตถุนั้น ขนาดและเฟสของคลื่นที่สะท้อนกลับมาจากวัตถุจะถูกนำมา รวมกันเพื่อหาส่วนต่างของระดับแรงดันที่ได้จากล่าคลื่นในทิศทางต่าง ๆ โดยในรูปที่ 2.3 แสดงการส่งล่าคลื่นใน 2 ทิศทางพร้อม ๆ กัน และเมื่อใดก็ตามที่วัตถุเคลื่อนที่มาอยู่บริเวณกึ่งกลางระหว่าง ล่าคลื่นทั้งสองจะทำให้ผลต่างของระดับสัญญาณที่รับได้จากล่าคลื่นทั้งสองนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ ในกรณีที่มีการจางหายของคลื่น (fading) ที่สะท้อนออกมาจากวัตถุนั้น ผลกระทบที่เกิดขึ้นกับการ

รับสัญญาณในทิศทางทั้งสองจะเท่ากัน ดังนั้นการจางหายของคลื่นจึงไม่ส่งผลกระทบต่อความถูกต้องของระบบแต่อย่างใด

2.3 เหตุผลที่ต้องมีวงจรรองสำหรับการกะประมาณตำแหน่งสำหรับระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ

เมื่อเราทำการศึกษาถึงปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบที่เรากำลังพิจารณา เราอาจทราบผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นได้โดยอาศัยวิธีการ 2 แบบคือ (1) การวัดด้วยเครื่องมือวัด และ (2) การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้มาจากทฤษฎีและกฎเกณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับระบบที่เราพิจารณา [12]

(1) การวัดด้วยเครื่องมือวัด

ในการสังเกตผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากระบบที่เราทำการพิจารณา เครื่องมือวัดได้ถูกสร้างขึ้นโดยจะให้สัญญาณหรือข้อมูลทางด้านเอาต์พุต (output) ที่เป็นสัดส่วนที่สอดคล้องกับตัวแปรทางด้านอินพุต (input) ของระบบที่เราสนใจ สัญญาณเอาต์พุต (output) และสัญญาณอินพุต (input) เป็นเพียงสิ่งเดียวที่เราสามารถเห็นได้จากการทำงานทั้งหมดของระบบ

(2) การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้มาจากทฤษฎีและกฎเกณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับระบบที่เราพิจารณา

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ถูกออกแบบมาเพื่อศึกษาถึงปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากการทำงานของระบบที่เรากำลังพิจารณา เราสามารถศึกษาถึงโครงสร้างและการตอบสนองของระบบได้โดยเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ให้สอดคล้องกับสิ่งที่เรากำลังพิจารณา ทั้งนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะต้องได้มาจากทฤษฎีที่สัมพันธ์กับปรากฏการณ์ที่เรากำลังพิจารณาอยู่

มีเหตุผลด้วยกัน 3 ประการที่แสดงให้เห็นว่า เหตุใดการกะประมาณ (estimation) จึงมีความจำเป็นในการนำมาใช้พิจารณาถึงผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในระบบนอกเหนือไปจากวิธีการวัดและการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้มาจากทฤษฎีและกฎเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง คือ [5]

1) ไม่มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใดที่มีความสมบูรณ์แบบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้มาจากทฤษฎีต่าง ๆ มักมีข้อจำกัดในการใช้งานอยู่ภายในตัวเอง เนื่องจากมันไม่สามารถแทนคุณลักษณะต่าง ๆ ของระบบได้อย่างครบถ้วนโดยแท้จริง แม้แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แทนทฤษฎีทางกลศาสตร์ของนิวตัน (Newtonian physics) ก็ยังถือว่าเป็นเพียงการประมาณค่าที่ใกล้เคียงความเป็นจริงเท่านั้น ซึ่งใช้ได้กับกรณีที่การเคลื่อนที่ของวัตถุมีความเร็วต่ำกว่าแสงมาก ๆ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนทฤษฎีต่าง ๆ สามารถให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความถูกต้องได้ดีในระดับหนึ่ง ซึ่งแท้จริงแล้วอาจยังมีสัมประสิทธิ์หรือตัวแปรอื่น ๆ อีกมากที่ถูกมองข้ามและไม่ได้รับการพิจารณา

2) ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระบบหนึ่ง ๆ มักได้รับผลกระทบจากระบบอื่น ๆ

ในการศึกษาถึงปรากฏการณ์ในระบบหนึ่ง ๆ นั้น ในความเป็นจริงเราอาจไม่สามารถแยกการพิจารณาระบบที่เรากำลังสนใจนั้นออกโดยลำพัง เนื่องจากระบบอื่น ๆ อาจเข้ามามีส่วนเกี่ยวข้องโดยที่เราอาจมองข้ามไป เช่น หากเราต้องการปรับมุมเลี้ยวของอากาศยานในขนาดที่เราทราบแน่ชัด แต่การตอบสนองที่แท้จริงอาจต่างจากที่เราต้องการเนื่องจากได้รับผลกระทบจากกระแสลม ความผิดพลาดจากระบบควบคุม เป็นต้น

3) ไม่มีเครื่องมือวัดใดที่สมบูรณ์แบบและให้ข้อมูลที่ถูกต้องอย่างสมบูรณ์

การสร้างเครื่องมือวัดชนิดต่าง ๆ มักพบกับข้อจำกัดของตัวอุปกรณ์เอง ไม่ว่าจะเป็นขนาด , น้ำหนัก , ความสามารถของวัสดุ หรือแม้กระทั่งงบประมาณที่ต้องใช้ ส่งผลให้ในทางปฏิบัติแล้วเครื่องมือวัดไม่สามารถให้ข้อมูลที่เที่ยงตรงได้อย่างสมบูรณ์ แต่มักมีความผิดพลาดเกิดขึ้นปะปนอยู่ด้วย

เมื่อเราลองพิจารณาถึงระบบการวัดกับการวิเคราะห์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ทางกายภาพโดยอาศัยทฤษฎีที่อยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตั้งที่กล่าวข้างต้นแล้ว เราจะพบว่า ผลที่ได้จากระบบการวัดและผลที่ได้จากการคำนวณโดยอาศัยทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง มักมีข้อผิดพลาดซึ่งทำให้ได้ข้อมูลที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไม่มากนักน้อย จึงมีคำถามเกิดขึ้นว่า ทำอย่างไรเราจะลดความผิดพลาดนั้นลงได้เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น ด้วยเหตุผลนี้วิธีการประมาณจึงได้ถูกนำมาใช้โดยอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง

กลไกการทำงานของการประมาณเป็นการผสมผสานระหว่างข้อมูลที่ได้จากการวัด (measurement) และข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับระบบในกรณีของระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ นั้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งแทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุจะถูกนำมาใช้ร่วมกับข้อมูลที่ได้จากการวัดซึ่งมาจากเรดาร์ตามร่องวัตถุ

วงจรกรองแบบคาลแมนเป็นวิธีการที่ใช้ในการประมาณแบบหนึ่งที่ทำให้ผลดีและยังใช้กันอยู่ในปัจจุบัน ซึ่งความเป็นมาและรายละเอียดในการทำงานของวงจรกรองแบบคาลแมน จะได้กล่าวถึงในส่วนต่อไป

2.4 การตามร่องวัตถุโดยวงจรกรองแบบคาลแมน

2.4.1 ความเป็นมา

ในปี ค.ศ. 1960 R.E. Kalman ได้นำเสนองานวิจัยเกี่ยวกับวงจรกรองแบบเชิงเส้น (linear filter) ซึ่งในช่วงเวลานั้นมีการพัฒนาในเรื่องเกี่ยวกับการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลกันอย่างเอาจริงเอาจัง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

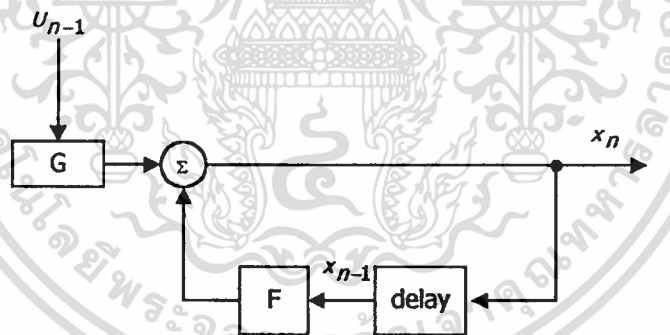
กว้างขวาง วงจรกรองแบบคาลเมนได้รับความสนใจเป็นอย่างมากและได้มีการนำมาศึกษาวิจัยเพื่อประยุกต์ใช้ โดยเฉพาะในงานเกี่ยวกับระบบการควบคุมและการนำร่อง

“ วงจรกรอง (Filter) ” โดยแท้จริงแล้วอาจจะหมายถึงกระบวนการประมวลผลข้อมูล (data processing) ถึงแม้ว่าโดยทั่วไปเราอาจจะมองวงจรกรอง (filter) เป็นเสมือนกล่องดำซึ่งภายในประกอบด้วยวงจรไฟฟ้า แต่ในความเป็นจริงแล้ว ในทางปฏิบัติเราอาจพบว่าวงจรกรอง (filter) เป็นเพียงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหน่วยประมวลผลกลาง (central processor) ที่มีการทำงานในเชิงเวลาแบบสุ่มสัญญาณเป็นช่วง ๆ หรือดิสครีต (discrete) มากกว่าที่จะมีการทำงานกับสัญญาณอย่างต่อเนื่อง (continuous) [5]

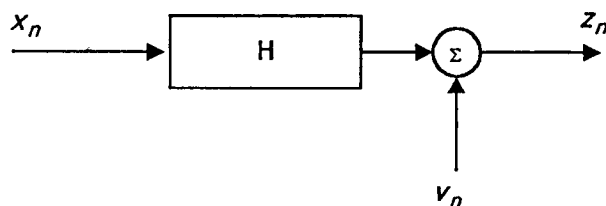
วงจรกรองแบบคาลเมน มีรูปแบบการทำงานแบบย้อนกลับ (recursive) โดยนำข้อมูลที่ได้จากการทำงานในขั้นตอนที่ผ่านมาหลายครั้งมาใช้ในการประมวลผลในขั้นตอนปัจจุบัน[12]

2.4.2 แบบจำลองของวงจรกรองแบบคาลเมน

โดยทั่วไปแล้วแบบจำลองของวงจรกรองแบบคาลเมนสามารถแยกออกได้เป็น 3 ส่วนหลัก ๆ คือ (1) แบบจำลองการเกิดชุดข้อมูล (state model) , (2) แบบจำลองของการวัด (measurement model) และ (3) แบบจำลองของการประมาณ (state estimation model) ดังแสดงในรูปที่ 2.4

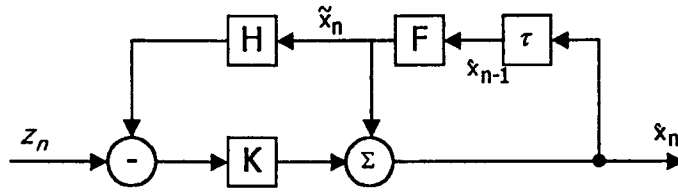


ก. แบบจำลองการเกิดชุดข้อมูล



ข. แบบจำลองของการวัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับศึกษาระบบหรือการวิจัยเท่านั้น ไม่แนะนำให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ค. แบบจำลองของการกะประมาณ

รูปที่ 2.4 (ต่อ) แบบจำลองของวงจรรองแบบคาลเมน

2.4.2.1 แบบจำลองการเกิดชุดข้อมูล (state model) คือแบบจำลองที่ใช้แทนปรากฏการณ์ที่ก่อให้เกิดชุดข้อมูล อาทิเช่น ตำแหน่งของวัตถุ , ความเร็วในการเคลื่อนที่ , ความเร่งในการเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นข้อมูลที่แท้จริงของวัตถุ สัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ในแบบจำลองนี้จะสอดคล้องกับทฤษฎีทางกลศาสตร์การเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยมีรายละเอียดต่าง ๆ และเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$x_n = Fx_{n-1} + GU_{n-1} \quad (2.1)$$

- x_n, x_{n-1} คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุ (state vector) ที่เวลา n และ $n-1$ ตามลำดับ ซึ่งอาจประกอบด้วย ตำแหน่ง , ความเร็ว , ความเร่ง
- F คือ เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ (transition metric)
- G คือ เมตริกซ์ที่ใช้แทนสมการความไม่แน่นอนในการเคลื่อนที่ของวัตถุ (model uncertainty metric)
- U_{n-1} คือ เวกเตอร์แทนความไม่แน่นอนในการเคลื่อนที่ของวัตถุ (model uncertainty vector) ที่เวลา n - เช่น การคลาดเคลื่อนของตำแหน่ง , ความเร็ว และความเร่ง

ความไม่แน่นอนในการเคลื่อนที่ของวัตถุ (model uncertainty) ในที่นี้จะถูกพิจารณาว่ามีรูปแบบการกระจายเป็นแบบเกาส์เซียน (Gaussian distribution) โดยที่

$$E\{U_n\} = 0 \quad \text{และ} \quad E\{U_n U_n^T\} = Q_n \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2.2 แบบจำลองของการวัด (measurement model) คือแบบจำลองที่แทนรูปแบบการได้มาของข้อมูลการวัดได้ โดยมีรายละเอียดต่าง ๆ และเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$z_n = Hx_n + v_n \quad (2.3)$$

z_n คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากการวัดของเรดาร์ (measurement vector)

H คือ เมตริกซ์แทนสมการของการวัด (observation metric)

v_n คือ เวกเตอร์แทนความผิดพลาดจากการวัดของเรดาร์ (measurement noise vector)

โดยที่ขนาดของความผิดพลาดจากการวัดหรือเวกเตอร์ v_n (measurement noise) ในที่นี้จะถูกพิจารณาว่ามีรูปแบบการกระจายเป็นแบบเกาส์เซียน (Gaussian distribution) โดยที่

$$E\{v_n\} = 0 \quad \text{และ} \quad E\{v_n v_n^T\} = R_n \quad (2.4)$$

2.4.2.3 แบบจำลองของการประมาณ (state estimation model) เป็นส่วนของการประมาณชุดข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เวลา n ซึ่งแทนด้วย \hat{x}_n จากรูปที่ 2.1 (ข) สามารถเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$\hat{x}_n = \tilde{x}_n + K_n(z_n - H\tilde{x}_n) \quad (2.5)$$

โดยที่

K_n คือ คาลแมนเกน (Kalman gain) เป็นเวกเตอร์ในการชดเชยความผิดพลาดสำหรับการประมาณ (estimation)

\tilde{x}_n คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ที่ได้การทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ (การประมาณครั้งแรกแบบคร่าว ๆ หรือเรียกว่า prediction) โดยอาศัยสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่ง

$$\tilde{x}_n = F\tilde{x}_{n-1} \quad (2.6)$$

สมการที่ (2.6) เรียกว่าสมการของการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ (prediction equation) ที่เวลา n ซึ่งจะได้ข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุจากการทำนายเป็น \hat{x}_n โดยอาศัยการคำนวณจากชุดข้อมูลจากการกะประมาณ (estimation) ที่เวลา $n-1$ หรือ \hat{x}_{n-1} ลองพิจารณาสมการที่ (2.1) จะพบว่าทางปฏิบัติเราจะไม่สามารถทราบรูปแบบความไม่แน่นอนในการเคลื่อนที่ของวัตถุได้ ดังนั้นเวกเตอร์ u_{n-1} และเมตริกซ์ G ดังในสมการที่ (2.1) จึงไม่ทราบค่าที่จะนำพิจารณาด้วยเหตุนี้สมการของการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ (prediction equation) ที่แสดงใน (2.6) จึงไม่ปรากฏเวกเตอร์และเมตริกซ์ดังกล่าว

2.4.3 การทำงานของวงจรรองแบบคาลเมน

หลักการการทำงานจะอยู่ในลักษณะการลดขนาดโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณ (estimation error covariance หรือเรียกว่า posterior covariance) ให้ต่ำที่สุดซึ่งอาจเขียนได้ในรูป

$$E\{e_n e_n^T\} \rightarrow 0 \quad (2.7)$$

โดยที่ e_n คือค่าผิดพลาดจากการกะประมาณ (estimation error) ซึ่ง

$$e_n = x_n - \hat{x}_n \quad (2.8)$$

x_n คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุ

\hat{x}_n คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากการกะประมาณซึ่งได้จากการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมน

ในการกะประมาณของวงจรรองแบบคาลเมน จะอาศัยข้อมูลการเคลื่อนที่ที่ได้จากการทำนาย, ข้อมูลที่ได้จากการวัดของเรดาร์ และตัวถ่วงน้ำหนักหรือเรียกว่าคาลเมนเกน (Kalman gain) ดังสมการที่ (2.5)

พิจารณาสมการที่ (2.7) และ (2.8) จะได้

$$E\{e_n e_n^T\} = E\{(x_n - \hat{x}_n)(x_n - \hat{x}_n)^T\} \quad (2.9)$$

แทนสมการที่ (2.5) ลงใน สมการที่(2.9)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E\{e_n e_n^T\} = E\{(x_n - \tilde{x}_n - K_n(z_n - H\tilde{x}_n))(x_n - \tilde{x}_n - K_n(z_n - H\tilde{x}_n))^T\}$$

$$E\{e_n e_n^T\} = E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} + E\{(K_n(z_n - H\tilde{x}_n))(K_n(z_n - H\tilde{x}_n))^T\}$$

$$- E\{(x_n - \tilde{x}_n)(K_n(z_n - H\tilde{x}_n))^T\} - E\{(K_n(z_n - H\tilde{x}_n))(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (2.10)$$

กำหนดให้

$$\tilde{P}_n = E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (2.11)$$

\tilde{x}_n ที่ปรากฏอยู่ในสมการที่ (2.11) เป็นเวกเตอร์แทนชุดข้อมูลของการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้มาจากการประมาณอย่างคร่าว ๆ ในครั้งแรก (prediction) โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้มาจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ ส่วน x_n นั้นคือเวกเตอร์ที่แทนชุดข้อมูลการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุ ดังนั้นเทอม $x_n - \tilde{x}_n$ จึงแทนความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ เราจึงเรียก \tilde{P}_n ว่าเป็นโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ (prediction error covariance หรือเรียกว่า prior covariance)

แทนสมการที่ (2.11) ลงใน (2.10) จะได้เป็น

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(z_n - H\tilde{x}_n)(z_n - H\tilde{x}_n)^T\} K_n^T - E\{(x_n - \tilde{x}_n)(z_n - H\tilde{x}_n)^T\} K_n^T$$

$$- K_n E\{(z_n - H\tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (2.12)$$

แทน z_n ที่ปรากฏอยู่ในสมการที่ใน (2.12) ด้วยสมการที่ (2.3) จะได้

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(Hx_n + v_n - H\tilde{x}_n)(Hx_n + v_n - H\tilde{x}_n)^T\} K_n^T$$

$$- E\{(x_n - \tilde{x}_n)(Hx_n + v_n - H\tilde{x}_n)^T\} K_n^T - K_n E\{(Hx_n + v_n - H\tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (2.13)$$

พิจารณาแทน $E\{v_n v_n^T\}$ ที่ปรากฏอยู่ในสมการที่ (2.13) ด้วย R_n ในสมการที่ (2.4) จะได้

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} H^T K_n^T + K_n R_n K_n^T - E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} H^T K_n^T$$

$$- K_n E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (2.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (2.14) จะพบว่าเราสามารถยุบเทอมด้านขวาที่มีลักษณะดังสมการที่ (2.11) ได้เป็น \tilde{P}_n ดังนี้

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n H \tilde{P}_n H^T K_n^T + K_n R_n K_n^T - \tilde{P}_n H^T K_n^T - K_n H \tilde{P}_n \quad (2.15)$$

ทำการดิฟเฟอเรนเชียล (differentiate) สมการที่ (2.15) เพื่อหาจุดต่ำสุดซึ่งเป็นจุดที่ทำให้ขนาดของการผิดพลาดจากการประมาณ (estimation) ต่ำที่สุด จะได้เป็น

$$\frac{\partial E\{e_n e_n^T\}}{\partial K_n} = 2H \tilde{P}_n H^T K_n^T + 2R_n K_n^T - H \tilde{P}_n - (\tilde{P}_n H^T) = 0 \quad (2.16)$$

$$K_n^T = (H \tilde{P}_n H^T + R_n)^{-1} H \tilde{P}_n \quad (2.17)$$

$$K_n = \tilde{P}_n H^T (H \tilde{P}_n H^T + R_n)^{-1} \quad (2.18)$$

สมการที่ (2.18) แทนขนาดของคาลแมนเกน (Kalman gain) ซึ่งเป็นเฟคเตอร์ที่สำคัญในกระบวนการประมาณ (estimation) ของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman filter) พิจารณาโควาริเียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณ (expected error covariance หรือ posterior covariance) จากสมการที่ (2.15) โดยกำหนดให้เขียนแทนด้วยตัวแปร P_n ดังนี้

$$P_n = E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n H \tilde{P}_n H^T K_n^T + K_n R_n K_n^T - \tilde{P}_n H^T K_n^T - K_n H \tilde{P}_n \quad (2.19)$$

แทน K_n ด้วยสมการที่ (2.18) ลงในสมการที่ (2.19) จะได้

$$P_n = \tilde{P}_n + K_n H \tilde{P}_n \quad (2.20)$$

$$P_n = (I - K_n H) \tilde{P}_n \quad (2.21)$$

พิจารณาสมการที่ (2.11)

$$\tilde{P}_n = E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\}$$

แทนสมการที่ (2.1) และ (2.6) ลงในสมการที่ (2.11) จะได้

$$\tilde{P}_n = E\{((F x_{n-1} + G U_{n-1}) - (F \tilde{x}_{n-1}))((F x_{n-1} + G U_{n-1}) - (F \tilde{x}_{n-1}))^T\} \quad (2.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tilde{P}_n = E\{((F\tilde{x}_{n-1} - F\tilde{x}_{n-1}) + GU_{n-1})(F\tilde{x}_{n-1} - F\tilde{x}_{n-1}) + GU_{n-1})^T\} \quad (2.23)$$

$$\tilde{P}_n = E\{((F\tilde{x}_{n-1} - F\tilde{x}_{n-1})(F\tilde{x}_{n-1} - F\tilde{x}_{n-1})^T + (GU_{n-1})(GU_{n-1})^T)\} \quad (2.24)$$

$$\tilde{P}_n = FE\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\}F^T + GE\{U_{n-1}U_{n-1}^T\}G^T \quad (2.25)$$

ดังนั้นโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ (prior covariance) จะได้เป็น

$$\tilde{P}_n = FP_{n-1}F^T + GQ_{n-1}G^T \quad (2.26)$$

ขั้นตอนการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนเป็นไปตามสมการต่าง ๆ ดังนี้

$$\tilde{x}_n = F\tilde{x}_{n-1} \quad (2.27)$$

$$\tilde{P}_n = FP_{n-1}F^T + GQ_{n-1}G^T \quad (2.28)$$

$$K_n = \tilde{P}_n H^T (H\tilde{P}_n H^T + R_n)^{-1} \quad (2.29)$$

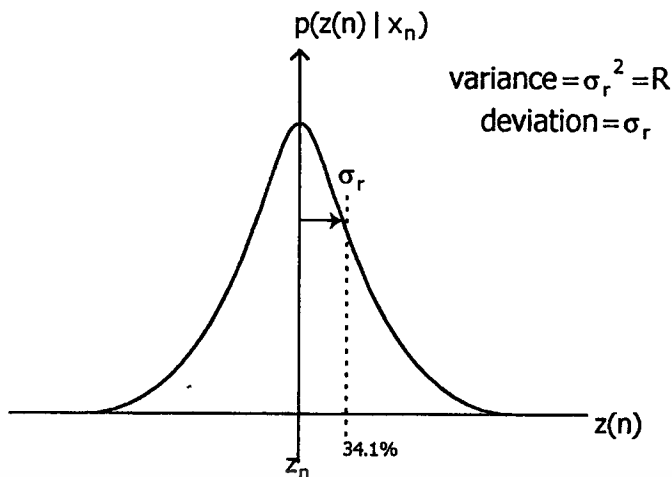
$$\hat{x}_n = \tilde{x}_n + K_n(z_n - H\tilde{x}_n) \quad (2.30)$$

$$P_n = (I - K_n H)\tilde{P}_n \quad (2.31)$$

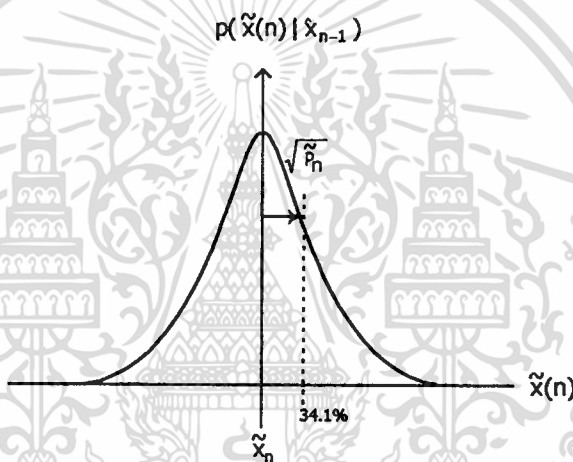
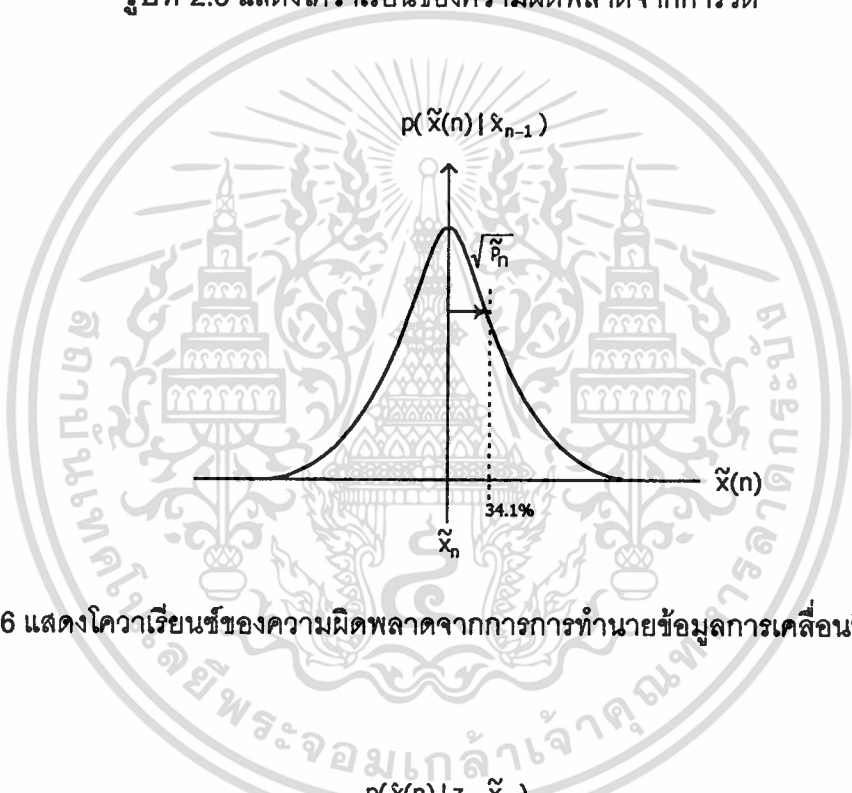
- 1) สมการที่ (2.27) เป็นการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เวลา n โดยอาศัยการคำนวณจากข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากการประมาณที่เวลา n-1
- 2) สมการที่ (2.28) เป็นการหาขนาดโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ เพื่อนำไปคำนวณหาขนาดของคาลเมนแกน
- 3) สมการที่ (2.29) เป็นการคำนวณหาขนาด คาลเมนแกนเพื่อเป็นตัวแปรในการชดเชยความผิดพลาดของการประมาณ
- 4) สมการที่ (2.30) เป็นการประมาณข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เวลา n
- 5) สมการที่ (2.31) เป็นการหาขนาดของโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณ (posterior covariance)

ความหมายของโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณ , โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ , โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการวัดอธิบายได้ดัง รูปที่ 2.5 ถึงรูปที่ 2.7

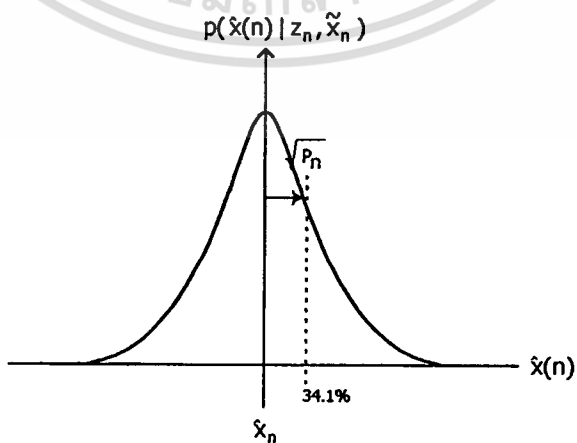
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 แสดงโควาเรียนของความผิดพลาดจากการวัด

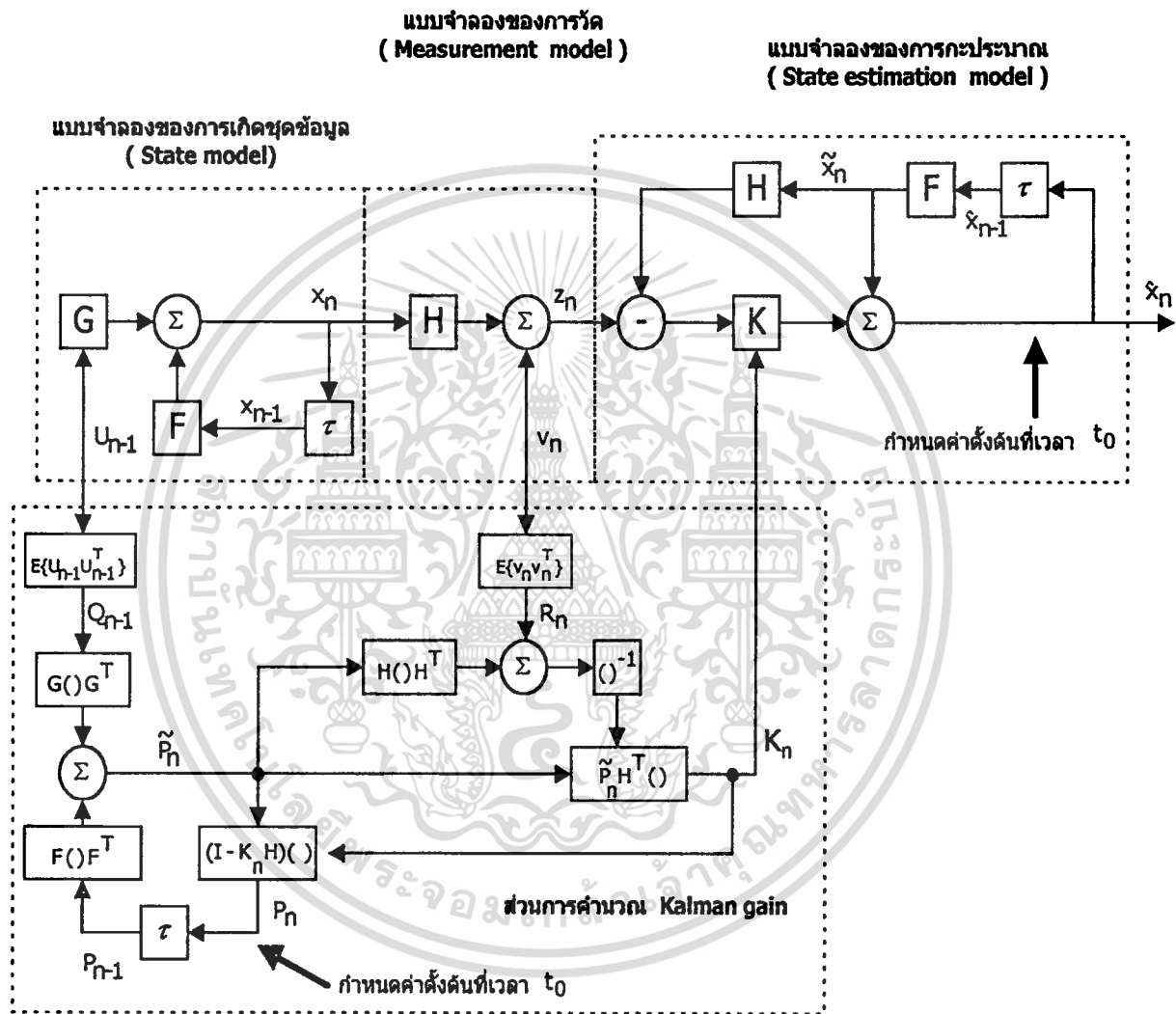


รูปที่ 2.6 แสดงโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ



รูปที่ 2.7 แสดงโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.8 แสดงกระบวนการทำงานของวงจรกรองแบบคาลแมน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.4 ค่าตั้งต้น (initial)

ในการทำงานของวงจรแบบคาลเมนนั้น จะสังเกตเห็นว่ามีค่าสัมประสิทธิ์บางตัวที่จำเป็นต้องกำหนดค่าตั้งต้น ดังพิจารณาได้จากสมการที่ (2.27) ถึงสมการที่ (2.31) ซึ่งจากสมการที่ (2.27) ปรากฏเทอมของ $\hat{x}_n = F\hat{x}_{n-1}$ โดยที่สภาวะเริ่มต้นเราจำเป็นต้องกำหนดขนาดของ \hat{x}_0 และเมตริกซ์ F ให้กับสมการ ต่อมาพิจารณาสมการที่ (2.28) พบว่าเราจำเป็นต้องกำหนดค่าตั้งต้นให้กับ P_0 และ Q_0 รวมทั้งเวกเตอร์ G ให้กับสมการที่ (2.28) สุดท้ายคือเวกเตอร์ R ที่จะต้องกำหนดให้แก่สมการที่ (2.29)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเวกเตอร์และเมตริกซ์ต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องกำหนดขนาดให้กับการเริ่มต้นทำงานของวงจรแบบคาลเมน ซึ่งที่มาต่าง ๆ สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [1] , [7] ในที่นี้จะกล่าวถึงอย่างคร่าว ๆ การกำหนดค่าตั้งต้นเหล่านี้มีผลต่อความเร็วในการทำงานของวงจรแบบคาลเมนเพื่อให้เข้าสู่สภาวะนิ่งเร็วที่สุด นอกจากนี้ยังมีผลต่อความแม่นยำของวงจรแบบคาลเมนด้วย

เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นได้มาจากรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เรากำลังพิจารณา ทั้งนี้เราต้องทราบรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุก่อน โดยทั่วไปก็จะมีลักษณะเป็นไปตามกฎของนิวตัน ตัวอย่างเช่น ในกรณีที่วัตถุเคลื่อนที่โดยปราศจากความเร่ง เราอาจเขียนสมการได้เป็น

$$s_x = s_{x0} + v_x t$$

$$v_x = v_x$$

เขียนเป็นเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xn} \\ v_{xn} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

หรือเขียนได้ในรูป

$$X_{n+1} = FX_n$$

โดยที่ X_n คือเวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่เวลา n ซึ่งประกอบด้วย ตำแหน่ง (s_{xn}) , ความเร็ว (v_{xn})

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีนี้เราจะได้เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่ T ระยะเวลาของแต่ละช่วงเวลาในการจรวจจับ เช่น หากเรามีการตรวจวัดการเคลื่อนที่ของวัตถุทุก ๆ 2 วินาที เราก็จะได้ขนาดของ T เท่ากับ 2 วินาทีเป็นต้น

ในกรณีที่เรารู้ขนาดการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ เราอาจเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$s_x = s_{x0} + v_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x = v_0 + a_x t$$

$$a_x = a_x$$

เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5T \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xn} \\ v_{xn} \\ a_{xn} \end{bmatrix}$$

หรือเขียนได้ในรูป

$$X_{n+1} = FX_n$$

โดยที่ X_n คือเวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่เวลา n ซึ่งประกอบด้วย ตำแหน่ง (s_{xn}) , ความเร็ว (v_{xn}) , และความเร่ง (a_{xn})

ในกรณีนี้เราจะได้เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5T \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

หรือในกรณีที่เรารู้ค่าการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ เราอาจเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้ [1]

$$\begin{aligned} s_x &= s_{x0} + v_x t + \frac{1}{2} a_x t^2 + \frac{1}{6} u t^3 \\ v_x &= v_0 + a_x t + \frac{1}{2} u t^2 \\ a_x &= a_x + u t \end{aligned} \quad (2.33)$$

โดยที่ u คือความไม่แน่นอนของอัตราเร่งในการเคลื่อนที่ของวัตถุ เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5T \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xn} \\ v_{xn} \\ a_{xn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1/6)T^3 \\ (1/2)T^2 \\ T \end{bmatrix} u_n$$

หรือเขียนได้ในรูป

$$X_{n+1} = FX_n + GU_n$$

ในกรณีนี้เราจะได้เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5T \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

และเวกเตอร์ G ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} (1/6)T^3 \\ (1/2)T^2 \\ T \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์แทนสมการของการวัดขึ้นอยู่กับจำนวนชนิดของข้อมูล และรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุเช่น สมมติว่าวัตถุมีการเคลื่อนที่ในรูปแบบตามสมการที่ (3.32) และเครื่องมือวัดที่ใช้ทำการวัดค่าของตำแหน่งแต่ไม่วัดค่าความเร็วเราจะได้สมการของการวัดเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H=[1 \ 0] \quad (2.34)$$

ซึ่งถ้าแทนลงไปในสมการที่ (2.3) กล่าวคือ

$$z_n = Hx_n + v_n$$

เราจะได้

$$z_{xn} = [1 \ 0] \begin{bmatrix} s_{xn} \\ v_{xn} \end{bmatrix} + v_n \quad (2.35)$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$z_{xn} = s_{xn} + v_n$$

เป็นต้น

สำหรับ เวกเตอร์ R เป็นเวกเตอร์ของความถี่ของความเร็วของความเร็วจากความผิดพลาดจากการวัด ซึ่งจะมีขนาดเมตริกซ์สอดคล้องกับเท่ากับเมตริกซ์ z_{xn} ในสมการที่ (2.35) กล่าวคือ สมมติว่าค่าความถี่ของความเร็วจากความผิดพลาดจากการวัดมีขนาดเท่ากับ σ_r^2 และมีเวกเตอร์แทนสมการของการวัดเป็นดังสมการที่ (2.33) จะได้ $R=\sigma_r^2$ หรือกรณีที่เราใช้สมการการเคลื่อนที่เป็นแบบที่มีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งที่ไม่คงที่ ดังสมการที่ (2.33) และมีการวัดตำแหน่งของวัตถุด้วยเครื่องมือวัดทั้งในแกน x และ y โดยไม่ได้ทำการวัดความเร็วหรือความเร่ง เราจะสามารถเขียนเมตริกซ์ตามสมการที่ (2.33) ได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \\ s_{yn+1} \\ v_{yn+1} \\ a_{yn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0.5T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xn} \\ v_{xn} \\ a_{xn} \\ s_{yn} \\ v_{yn} \\ a_{yn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1/6)T^3 & 0 \\ (1/2)T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & (1/6)T^3 \\ 0 & (1/2)T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{xn} \\ u_{yn} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจะเขียนสมการของการวัดได้เป็น

$$\begin{bmatrix} z_{xn} \\ z_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \\ s_{xn+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

จะได้เมตริกซ์ของโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการวัดเป็น

$$R = E \left\{ \begin{bmatrix} v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{xn} & v_{yn} \end{bmatrix} \right\} \quad (2.38)$$

ทำการคูณเมตริกซ์เข้าด้วยกัน จะได้

$$R = E \left\{ \begin{bmatrix} v_{xn}^2 & v_{xn} v_{yn} \\ v_{xn} v_{yn} & v_{yn}^2 \end{bmatrix} \right\}$$

หรืออาจเขียนได้ในรูป

$$R = \begin{bmatrix} E\{v_{xn}^2\} & E\{v_{xn} v_{yn}\} \\ E\{v_{xn} v_{yn}\} & E\{v_{yn}^2\} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

ถ้าขนาดของความผิดพลาดจากการวัดทางด้านแกน x และ y มีการกระจายแบบเกาส์เซียน และมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และวาเรียนซ์ของความผิดพลาดทางด้านแกน x เป็น σ_x^2 วาเรียนซ์ของความผิดพลาดทางด้านแกน y เป็น σ_y^2 และหากกำหนดให้ขนาดความผิดพลาดทางด้านแกน x ไม่ขึ้นอยู่กับขนาดความผิดพลาดจากการวัดทางด้านแกน y แล้ว จะได้

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

สำหรับค่าตั้งต้นของโควาเรียนซ์ความผิดพลาดของการกะประมาณนั้นเราสามารถกำหนดได้จาก [1] , [7]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_0 = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \frac{\sigma_x^2}{T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sigma_x^2}{T} & \frac{2\sigma_x^2}{T} + \sigma_{ux}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ux}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_y^2 & \frac{\sigma_y^2}{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_y^2}{T} & \frac{2\sigma_y^2}{T} + \sigma_{uy}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{uy}^2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

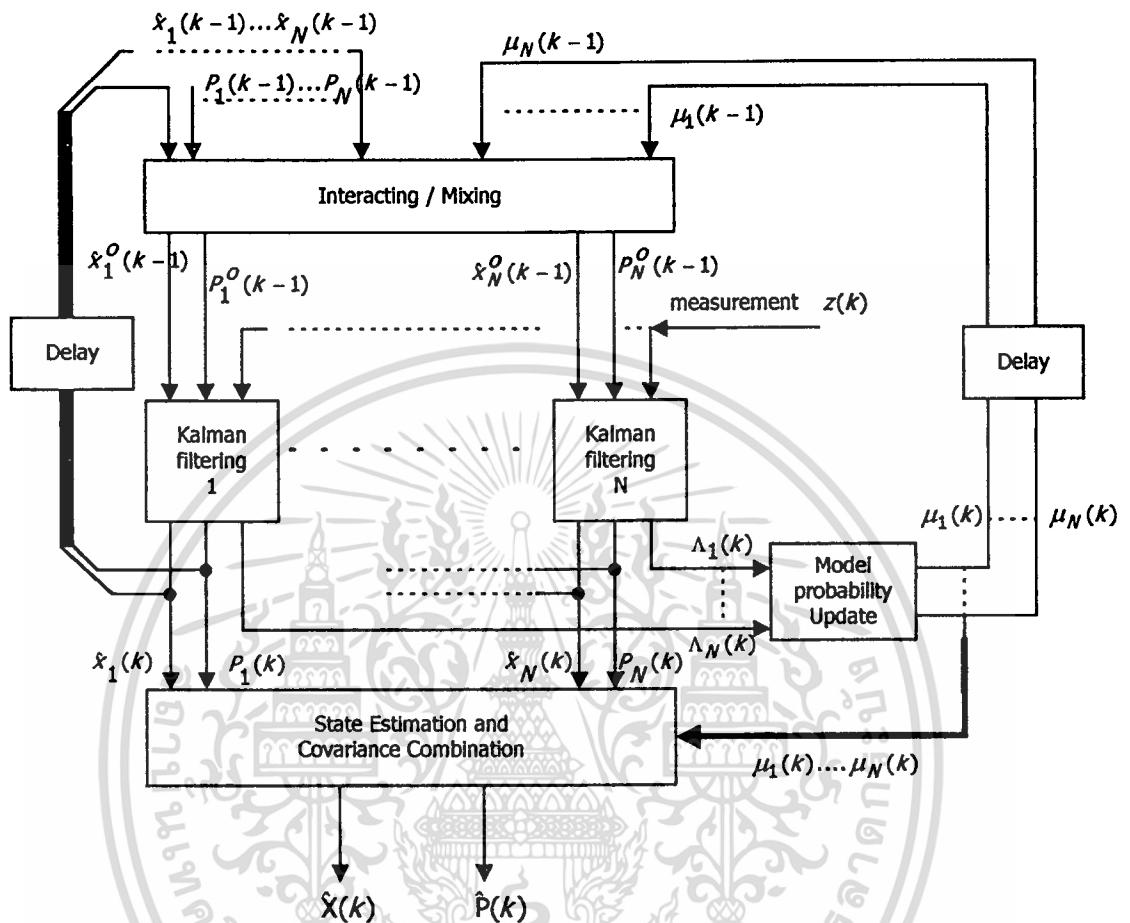
โดยที่ σ_{ux}^2 และ σ_{uy}^2 คือโควาเรียนซ์ของความไม่แน่นอนในการเปลี่ยนแปลงความเร่งของวัตถุ สำหรับเวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ นั้น จะถูกกำหนดอย่างคร่าว ๆ ก่อนที่วงจรรองแบบคาลแมนจะทำงาน โดยอาจจะถูกส่งมาจากระบบการวัดข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุในขั้นต้น เช่น จากเรดาร์ค้นหา เป็นต้น

ต่อไปจะกล่าวเกี่ยวกับวงจรรองอีกแบบหนึ่งที่เหมาะสมในการใช้งานกับการตรวจจับวัตถุที่มีอัตราเร่งไม่คงที่ ซึ่งวงจรรองแบบนี้มีวิธีการที่ค่อนข้างซับซ้อน และสามารถศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมได้จาก [3] , [4] , [6]

2.5 หลักการทำงานของวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน (Interacting Multiple Model : IMM) สำหรับระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ

วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน (Interacting Multiple Model : IMM) โดยทั่วไปจะประกอบด้วยวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman filter) มากกว่า 1 ชุด (multiple model) ทำงานร่วมกัน ภาพแสดงการทำงานของวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานแสดงได้ดังรูปที่ 2.9 [11]

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ ที่ใช้ในวงจรรองแบบคาลแมน แต่ละชุดจะถูกออกแบบให้มีลักษณะแตกต่างกัน[10] เช่น ถ้าใช้วงจรรองแบบคาลแมน 3 ชุด ชุดแรกอาจกำหนดให้มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุสำหรับการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ชุดต่อมาจะเป็นแบบจำลองที่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ที่มีอัตราเร่งเพิ่มขึ้น และชุดสุดท้ายจะเป็นแบบจำลองที่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ที่มีอัตราเร่งลดลง เป็นต้น [3],[4]



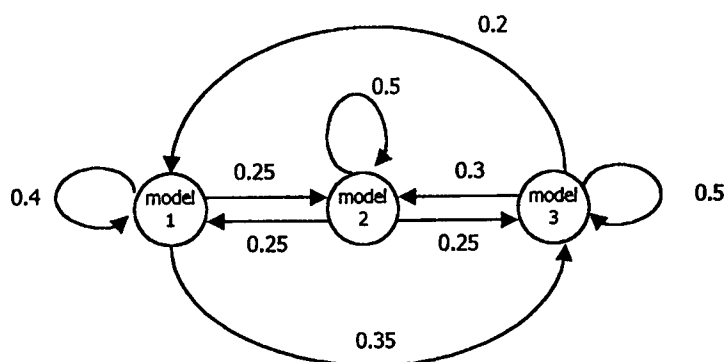
รูปที่ 2.9 แสดงแบบจำลองของวงจรรองที่มีการสลับการทำงาน

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งจะเปลี่ยนจากการสอดคล้องต่อแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุของวงจรรองแบบคาลแมนชุดหนึ่ง ไปเป็นการสอดคล้องกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุของวงจรรองแบบคาลแมนในอีกชุดหนึ่ง จะถูกกำหนดความสัมพันธ์ในเทอมของเมตริกซ์แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุ (model transition probability) เขียนแทนด้วย p_{ij} ซึ่งความสัมพันธ์ภายในเมตริกซ์นี้จะมีรูปแบบดังเช่นแบบจำลองของ Markov chain [6] ตัวอย่าง

กำหนดให้วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานชุดหนึ่ง ประกอบด้วยวงจรรองแบบคาลแมนอยู่ภายในทั้งหมด 3 ชุด ซึ่งสอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ 3 แบบ และมีความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นดังรูปที่ 2.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ดังนั้นเราจะสามารถเขียนเมตริกซ์แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุได้เป็น

$$p_{ij} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.25 & 0.35 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}$$

p_{ij} = ความน่าจะเป็นที่การเคลื่อนที่ของวัตถุจะเปลี่ยนรูปแบบจากรูปแบบที่ i ไปเป็นรูปแบบที่ j
เมตริกซ์แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุจะถูกกำหนดเป็นค่า
ตั้งต้นในการทำงานของวงจรกรองแบบนี้

การทำงานของวงจรกรองชนิดนี้แบ่งออกได้เป็น 4 ส่วนใหญ่ ๆ ดังนี้

2.5.1 ส่วนของการรวมผลจากการกะประมาณ ในเวลาก่อนหน้า (Interacting , Mixing of the estimate)

การทำงานในส่วนนี้จะเป็นการนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากการกะประมาณในช่วงเวลาก่อนหน้า สำหรับกรณีที่เราเริ่มการทำงานในครั้งแรก ข้อมูลที่จะถูกนำมาคำนวณจะได้มาจากการกำหนดขึ้นในตอนต้นมาทำการคำนวณหาความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ที่สำคัญเพื่อป้อนให้กับการทำงานในขั้นตอนต่อไป อันได้แก่ ความน่าจะเป็นของแต่ละแบบจำลอง , ข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ และโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณ

$$\hat{x}_j^o(k-1) = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{p_{ij} \mu_i(k-1)}{\bar{c}_i} \hat{x}_i(k-1) \right\} \quad (2.42)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_j^o(k-1) = \sum_{i=1}^N \frac{p_{ij} \mu_i(k-1)}{\bar{c}_j} \{ p_i(k-1) + [(\hat{x}_i(k-1) - \hat{x}_j^o(k-1))] [(\hat{x}_i(k-1) - \hat{x}_j^o(k-1))^T] \} \quad (2.43)$$

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^N p_{ij} \mu_i(k-1) \quad (2.44)$$

โดยที่

$\hat{x}_i(k-1)$ คือ เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากการกะประมาณของวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ i ที่เวลา $k-1$

$\hat{x}_j^o(k-1)$ คือ ข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุหลังจากผ่านกระบวนการ interacting/mixing ของชุดข้อมูลที่ได้จากเวลา $k-1$ เพื่อป้อนให้กับวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ j (mixed state estimate for model j)

$p_i(k-1)$ คือ โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณที่ได้จากวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ i ที่เวลา $k-1$

$P_j^o(k-1)$ คือ โควาเรียนซ์ที่ได้จากวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ j ในเวลา $k-1$ หลังผ่านกระบวนการ interacting/mixing เพื่อป้อนให้กับวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ j (mixed state variance estimate for model j)

\bar{c}_j คือ ขนาดโดยประมาณของความน่าจะเป็นที่แบบจำลองของวงจรรองแบบคาลแมนชุดที่ j จะสอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในขณะนั้น (predicted model probability)

p_{ij} คือ เมตริกซ์แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุ (model transition probability)

2.5.2 ส่วนของวงจรรองแบบคาลแมน

ในส่วนนี้จะเป็นการทำงานของวงจรรองแบบคาลแมน โดยการทำงานของวงจรรองแบบคาลแมนในแต่ละชุดจะถูกแยกออกจากกันอย่างอิสระ และผลที่ได้ของวงจรรองแบบคาลแมนจะถูกเลือกใช้โดยมีตัวแปรของความน่าจะเป็นความน่าจะเป็นของแต่ละตัว ซึ่งถ้าวงจรรองแบบคาลแมนตัวใดใกล้เคียงกับลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุที่สุด วงจรรองแบบคาลแมนตัวนั้นก็จะมีค่าความน่าจะเป็นดังกล่าวมากที่สุดด้วย

$$\tilde{x}_j(k) = F_j \hat{x}_j^o(k-1) \quad (2.45)$$

$$\tilde{P}_j(k) = F_j P_j^o(k-1) F_j^T + G_j Q_j(k-1) G_j^T \quad (2.46)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_j(k) = \tilde{P}_j(k) H_j^T \left(H_j \tilde{P}_j(k) H_j^T + R_j \right)^{-1} \quad (2.47)$$

$$\hat{x}_j(k) = \tilde{x}_j(k) + K_j(k) (z(k) - H_j \tilde{x}_j(k)) \quad (2.48)$$

$$P_j(k) = (I - K_j(k) H) \tilde{P}_j(k) \quad (2.49)$$

$$S_j(k) = H_j \tilde{P}_j(k) H_j^T + R_j \quad (2.50)$$

$$V_j(k) = z(k) - H_j \tilde{x}_j(k) \quad (2.51)$$

$S_j(k)$ คือ โควาเรียนซ์ตกค้าง (residual covariance estimate)

$V_j(k)$ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักของการวัด (measurement residual)

รายละเอียดของการทำงานของสมการคำอธิบายของสมการในส่วนนี้คล้ายกับในส่วนของวงจรรองแบบคาลเมนปกติที่ได้กล่าวมาแล้วก่อนหน้านี้ อย่างไรก็ตาม มีส่วนที่แตกต่างกันออกไปบ้าง คือสัญลักษณ์ (k) ในที่นี้นั้นจะใช้แทนช่วงเวลาการทำงานที่ k ส่วน j แทนสัมประสิทธิ์ของวงจรรองแบบคาลเมนชุดที่ j

2.5.3 ส่วนของการคำนวณหาความน่าจะเป็นของแบบจำลองแต่ละตัวที่ใช้ (model probability update)

การคำนวณหาความน่าจะเป็นของแบบจำลองแต่ละตัวที่ใช้ จะเป็นการพิจารณาน้ำหนักความเป็นไปได้ของรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุในช่วงเวลาปัจจุบันว่าสอดคล้องกับแบบจำลองของวงจรรองแบบคาลเมนตัวใดมากที่สุด ถ้าวจรรองแบบคาลเมนตัวใดมีแบบจำลองการเคลื่อนที่ของวัตถุใกล้เคียงกับการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุมาก ขนาดของความน่าจะเป็นของวงจรรองแบบคาลเมนชุดนั้นก็ยิ่งจะมากตามไปด้วย

$$\Lambda_j(k) = \frac{1}{2\pi |S_j(k)|^{0.5}} \exp\left(-\frac{1}{2} V_j(k)^T S_j(k)^{-1} V_j(k)\right) \quad (2.52)$$

$$\mu_j(k) = \frac{\bar{c}_j \Lambda_j}{\sum_{l=1}^N \bar{c}_l \Lambda_l} \quad (2.53)$$

$\Lambda_j(k)$ คือขนาดของไลกลีฮูดฟังก์ชันของวงจรรองแบบคาลเมนชุดที่ j (model likelihood function)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\mu_j(k)$ ความน่าจะเป็นที่การเคลื่อนที่ของวัตถุจะสอดคล้องกับวงจรรองแบบคาลเมนชุดที่ j
(model probability)

$S_j(k)$ และ $V_j(k)$ ได้จากสมการที่ (2.35) และ (2.36)

2.5.4 ส่วนของการกะประมาณและการหาค่าโควาเรียนซ์ (estimate and covariance combination)

ส่วนนี้จะเป็นการทำงานในขั้นตอนสุดท้าย จากนั้นจะเริ่มการทำงานตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1 ใหม่ ขนาดของความน่าจะเป็นของแบบจำลองที่ใช้ซึ่งได้จากการทำงานในส่วนที่แล้วจะถูกนำมา คำนวณร่วมกับชุดข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุและโควาเรียนซ์ซึ่งได้จากการทำงานของจากรองแบบคาลเมนแต่ละตัว จากการทำงานในส่วนนี้ ข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุจะถูกกะประมาณ ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด

$$\hat{X}(k) = \sum_{i=1}^N \hat{x}_i(k) \mu_i \quad (2.54)$$

$$P(k) = \sum_{i=1}^N \mu_i \left\{ P_i(k) + [\hat{X}(k) - \hat{x}_i(k)][\hat{X}(k) - \hat{x}_i(k)]^T \right\} \quad (2.55)$$

$\hat{X}(k)$ คือ ข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากการกะประมาณ (state estimation)

$P(k)$ คือ โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณ (covariance estimation)

รูปแบบและกระบวนการการทำงานของวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานนั้น โดยหลัก ๆ ก็อาศัยหลักการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนบรรจุไว้ภายในหลาย ๆ ชุด ซึ่งแต่ละชุดถูก กำหนดให้มีความสอดคล้องกับชุดข้อมูลแต่ละประเภท โดยมีกระบวนการในการคำนวณหาความเป็นไปได้ว่าชุดข้อมูลนั้นสอดคล้องกับวงจรรองแบบแต่ละตัวมากน้อยเพียงใด ในที่นี้ได้กล่าวถึงวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานไว้โดยย่อเฉพาะการทำงานโดยรวม โดยรายละเอียดสามารถ ศึกษาได้จาก [3] , [4] , [10] , [11]

บทที่ 3

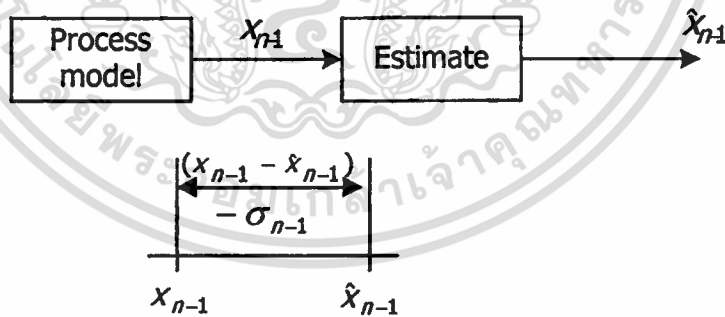
การปรับปรุงการทำงานของวงจรรองแบบคาลแมน

3.1 กล่าวนำ

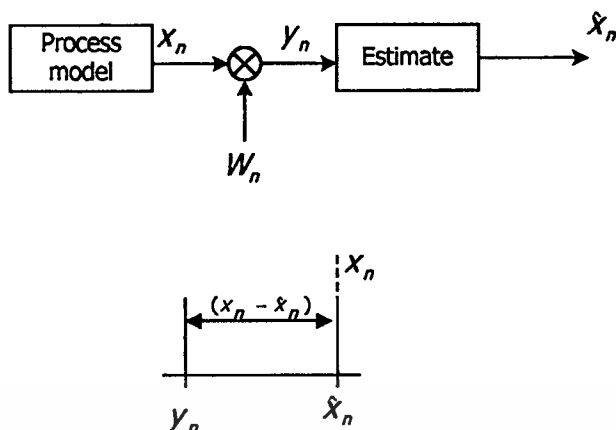
ในบทนี้จะกล่าวถึงการปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมนโดยเพิ่มส่วนของการป้องกันความผิดพลาดเข้าไปในระบบ โดยอาศัยหลักการเดิมของการวิเคราะห์เกี่ยวกับวงจรรองแบบคาลแมนดังที่กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 เข้ามาช่วยในการออกแบบ โดยลำดับแรกจะกล่าวถึงแนวคิดเบื้องต้นในการออกแบบ และต่อมาจะแสดงแบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์และการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงตัวแปรต่าง ๆ ในสมการให้สอดคล้องกับแบบจำลองดังกล่าว สุดท้ายจะกล่าวถึงความแตกต่างระหว่างวงจรรองแบบคาลแมนปกติและแบบที่นำเสนอรวมทั้งได้สรุปกระบวนการทำงานไว้ด้วย

3.2 แนวความคิดเบื้องต้น

ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรรองแบบคาลแมน (Kalman filter) ในงานวิจัยฉบับนี้ อาศัยแนวความคิดในการป้องกันความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเนื่องจากการประมาณ (estimation) กลับลงไปในแบบจำลอง ซึ่งมีกลไกการทำงานเป็นดังรูปที่ 3.1 และรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 กระบวนการประมาณและความผิดพลาดที่เกิดขึ้น



รูปที่ 3.2 กระบวนการประมาณที่มีการป้อนกลับความผิดพลาด

ในที่นี้เราจะพิจารณางานของวงจรกรองแบบคาลเมนในภาพรวม โดยประกอบด้วย ส่วนของแบบจำลองการดำเนินการและส่วนของการประมาณ ซึ่งยังไม่พิจารณาถึงรายละเอียดในการทำงานของการประมาณ แต่จะพิจารณาเพียงผลที่ได้จากการประมาณเท่านั้น พิจารณารูปที่ 3.1 สมมติให้ตำแหน่งที่แท้จริงของวัตถุเป็น x_{n-1} แต่หลังจากที่ผ่านกระบวนการประมาณปรากฏว่าตำแหน่งที่ได้จากการประมาณเป็น \hat{x}_{n-1} ซึ่งเลื่อนออกไปทางด้านขวา ดังรูป ทำให้เกิดความผิดพลาดจากการประมาณขึ้นเป็น σ_{n-1} ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสมการได้ดังนี้

$$\hat{x}_{n-1} = x_{n-1} + \sigma_{n-1} \quad (3.1)$$

$$(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = -\sigma_{n-1} \quad (3.2)$$

พิจารณารูปที่ 3.2 ซึ่งได้เพิ่มสัมประสิทธิ์เข้ามาในแบบจำลองหนึ่งตัวคือ w_n โดยที่ w_n แทนขนาดของความผิดพลาดจากการประมาณในช่วงเวลาก่อนหน้า ($n-1$) ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสมการได้ดังนี้

$$w_n = x_{n-1} - \hat{x}_{n-1} \quad (3.3)$$

และ

$$Y_n = x_n + w_n \quad (3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y_n = x_n + (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = x_n - \sigma_{n-1} \quad (3.5)$$

สมมติว่าการกะประมาณในช่วงเวลาปัจจุบัน (n) จะเกิดความผิดพลาดจากการกะประมาณเป็น σ_n จากสมการที่ (3.1) การกะประมาณตำแหน่งของวัตถุที่เวลา n จะเขียนให้อยู่ในรูปสมการได้เป็น

$$\hat{x}_n = y_n + \sigma_n \quad (3.6)$$

จากสมการที่ (3.5) จะได้

$$\hat{x}_n = x_n - \sigma_{n-1} + \sigma_n \quad (3.7)$$

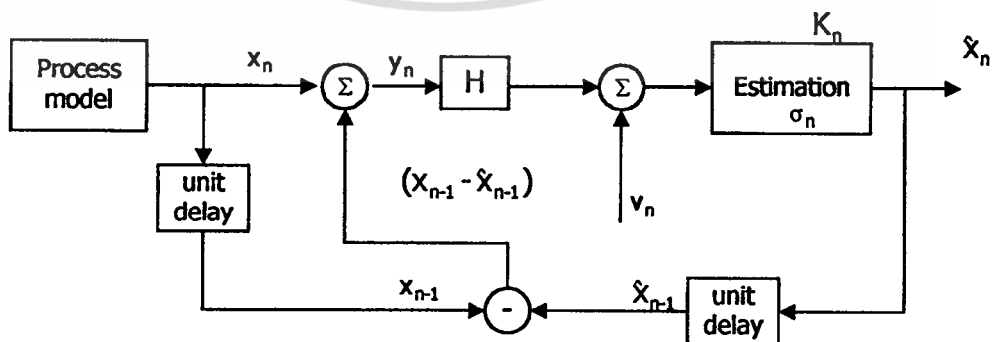
สมมติว่าขนาดของการผิดพลาดจากการกะประมาณในช่วงเวลาใกล้เคียงกันมีขนาดประมาณเท่ากัน $\sigma_n \cong \sigma_{n-1}$ จากสมการที่ (3.7) เทอม $-\sigma_{n-1} + \sigma_n$ จึงสามารถตัดออกได้ ดังนั้นจะได้

$$\hat{x}_n \cong x_n \quad (3.8)$$

ซึ่งหมายความว่า ตำแหน่งของวัตถุที่ได้จากการกะประมาณ (estimation) จะใกล้เคียงกับตำแหน่งจริงของวัตถุมากขึ้น

สมมติฐานเบื้องต้น : สมมติฐานของการปรับปรุงประสิทธิภาพด้วยวิธีนี้ จะถือว่าขนาดความผิดพลาดที่เกิดจากการกะประมาณของขั้นตอนการทำงานที่ใกล้เคียงกันจะถือว่ามีความเท่ากัน

3.3 แบบจำลองในการวิเคราะห์



รูปที่ 3.3 แบบจำลองในการปรับปรุงการทำงานของวงจรกรองแบบคาลเมน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.3 แสดงแบบจำลองในการทำงาน ซึ่งข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ได้จากเวลา $n-1$ อันได้มาจากกระบวนการกะประมาณ จะถูกส่งกลับมาชดเชยให้กับการกะประมาณข้อมูลในช่วงเวลาปัจจุบัน

พิจารณาการทำงานในส่วนแรก จากรูปเราสามารถเขียนสมการของแบบจำลองได้ดังนี้

$$Z_n = HY_n + v_n \quad (3.9)$$

$$= Hx_n + HW_n + v_n \quad (3.10)$$

โดยที่ $w_n = x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}$

3.4 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์

จากสมการที่ (2.12)

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(z_n - H\hat{x}_n)(z_n - H\hat{x}_n)^T\} K_n^T - E\{(x_n - \hat{x}_n)(z_n - H\hat{x}_n)^T\} K_n^T - K_n E\{(z_n - H\hat{x}_n)(x_n - \hat{x}_n)^T\}$$

แทนสมการที่ (3.10) ลงใน (2.12) จะได้

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(Hx_n + HW_n + v_n - H\hat{x}_n)(Hx_n + HW_n + v_n - H\hat{x}_n)^T\} K_n^T - E\{(x_n - \hat{x}_n)(Hx_n + HW_n + v_n - H\hat{x}_n)^T\} K_n^T - K_n E\{(Hx_n + HW_n + v_n - H\hat{x}_n)(x_n - \hat{x}_n)^T\} \quad (3.11)$$

จัดรูปสมการที่ (3.11) เสียใหม่ให้อยู่ในรูป

$$E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n E\{(H(x_n - \hat{x}_n) + HW_n + v_n)(H(x_n - \hat{x}_n) + HW_n + v_n)^T\} K_n^T - E\{(x_n - \hat{x}_n)(H(x_n - \hat{x}_n) + HW_n + v_n)^T\} K_n^T - K_n E\{(H(x_n - \hat{x}_n) + HW_n + v_n)(x_n - \hat{x}_n)^T\} \quad (3.12)$$

กระจายสมการที่ (3.12) จะได้

$$\begin{aligned}
E\{e_n e_n^T\} &= \tilde{P}_n + K_n E\left\{ H(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T H^T + H(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T H^T + H(x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right. \\
&\quad \left. + Hw_n(x_n - \tilde{x}_n)^T H^T + Hw_n w_n^T H^T + Hw_n v_n^T \right. \\
&\quad \left. + v_n(x_n - \tilde{x}_n)^T H^T + v_n w_n^T H^T + v_n v_n^T \right\} K_n^T \\
&\quad - E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T H^T + (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T H^T + (x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right\} K_n^T \\
&\quad - K_n E\left\{ H(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T + Hw_n(x_n - \tilde{x}_n)^T + v_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E\{e_n e_n^T\} &= \tilde{P}_n + K_n H \tilde{P}_n H^T K_n^T + K_n H E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\} H^T K_n^T + K_n H E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right\} K_n^T \\
&\quad + K_n H E\left\{ w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} H^T K_n^T + K_n H E\left\{ w_n w_n^T \right\} H^T K_n^T + K_n H E\left\{ w_n v_n^T \right\} H^T K_n^T \\
&\quad + K_n E\left\{ v_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} H^T K_n^T + K_n E\left\{ v_n w_n^T \right\} H^T K_n^T + K_n E\left\{ v_n v_n^T \right\} K_n^T \\
&\quad - E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} H^T K_n^T - E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\} H^T K_n^T - E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right\} K_n^T \\
&\quad - K_n H E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} - K_n H E\left\{ w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} - K_n E\left\{ v_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

เวกเตอร์ v_n เป็นอิสระจากเวกเตอร์ $(x_n - \tilde{x}_n)$ และ w_n ดังนั้นเทอมของ $E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right\}$, $E\left\{ w_n v_n^T \right\}$, $E\left\{ v_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\}$, $E\left\{ v_n w_n^T \right\}$ และ $E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)v_n^T \right\}$ ในสมการที่ (3.14) จึงสามารถตัดทิ้งไปได้ ส่วนเทอม $E\left\{ v_n v_n^T \right\}$ จากสมการที่ (2.4) จะได้เป็น R_n

ในเทอมของ $E\left\{ w_n w_n^T \right\}$ จากสมการที่ (3.3) จะสามารถเขียนได้ในรูป $E\{x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}\}$ ซึ่งเป็นโควาเรียนซ์ของการกะประมาณในช่วงเวลาก่อนหน้าหรือ P_{n-1} จัดรูปสมการที่ (3.14) ใหม่จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
E\{e_n e_n^T\} &= \tilde{P}_n + K_n H \tilde{P}_n H^T K_n^T + K_n H E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\} H^T K_n^T \\
&\quad + K_n H E\left\{ w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} H^T K_n^T + K_n H P_{n-1} H^T K_n^T + K_n R_n K_n^T \\
&\quad - \tilde{P}_n H^T K_n^T - E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\} H^T K_n^T - K_n H \tilde{P}_n - K_n H E\left\{ w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

สมการที่ (3.15) เราจะแยกพิจารณาเทอม $E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\}$ และ $E\left\{ w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T \right\}$ ดังนี้

เทอม $E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\}$

จาก $w_n = x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}$ จะได้

$$E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)w_n^T \right\} = E\left\{ (x_n - \tilde{x}_n)(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T \right\} \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก (2.1) $x_n = Fx_{n-1} + GU_{n-1}$ และจาก $\tilde{x}_n = F\tilde{x}_{n-1}$ แทนใน (3.16) จะได้

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = E\{(Fx_{n-1} + GU_{n-1} - F\tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} \quad (3.17)$$

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = E\{(F(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}) + GU_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} \quad (3.18)$$

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = E\{F(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T + GU_{n-1}(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} \quad (3.19)$$

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = FE\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} + GE\{U_{n-1}(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} \quad (3.20)$$

เวกเตอร์ความไม่แน่นอนของข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ U_{n-1} มีความเป็นอิสระกับเวกเตอร์ความผิดพลาดในการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ $x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}$ ดังนั้นเทอม $GE\{U_{n-1}(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\}$ ในสมการที่ (3.20) จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$GE\{U_{n-1}(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} = GE\{U_{n-1}\}E\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})\} \quad (3.21)$$

แต่ $GE\{U_{n-1}\} = 0$ ดังนั้น

$$GE\{U_{n-1}(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} = 0 \quad (3.22)$$

จากสมการที่ (3.20) และ (3.22) จะได้

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = FE\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} \quad (3.23)$$

และจาก $E\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} = P_{n-1}$ ดังนั้นสมการที่ (3.23) จะได้เป็น

$$E\{(x_n - \tilde{x}_n)w_n^T\} = FP_{n-1} \quad (3.24)$$

เทอม $E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\}$

จาก $w_n = x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}$ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (3.25)$$

จาก (2.1) $x_n = Fx_{n-1} + GU_{n-1}$ และจาก (2.8) $\tilde{x}_n = F\hat{x}_{n-1}$ แทนลงใน (3.25) จะได้

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(Fx_{n-1} + GU_{n-1} - F\hat{x}_{n-1})^T\} \quad (3.26)$$

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(F(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) + GU_{n-1})^T\} \quad (3.27)$$

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T F^T + (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})U_{n-1}^T G^T\} \quad (3.28)$$

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T\} F^T + E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})U_{n-1}^T\} G^T \quad (3.29)$$

เวกเตอร์ความไม่แน่นอนของข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ U_{n-1} มีความเป็นอิสระกับเวกเตอร์ความผิดพลาดในการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุ $x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}$ ดังนั้นเทอม $E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})U_{n-1}^T\} G^T$ ในสมการที่ (3.29) จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})U_{n-1}^T\} G^T = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})\} E\{U_{n-1}^T\} G^T \quad (3.30)$$

แต่ $E\{U_{n-1}^T\} = 0$ ดังนั้น

$$E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})U_{n-1}^T\} G^T = 0 \quad (3.31)$$

จากสมการที่ (3.29) และ (3.31) จะได้

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T\} F^T \quad (3.32)$$

และจาก $E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T\} = P_{n-1}$ ดังนั้นสมการที่ (3.32) จะกลายเป็น

$$E\{w_n(x_n - \tilde{x}_n)^T\} = P_{n-1} F^T \quad (3.33)$$

แทนสมการที่ (3.24) และ (3.33) ลงในสมการที่ (3.15) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

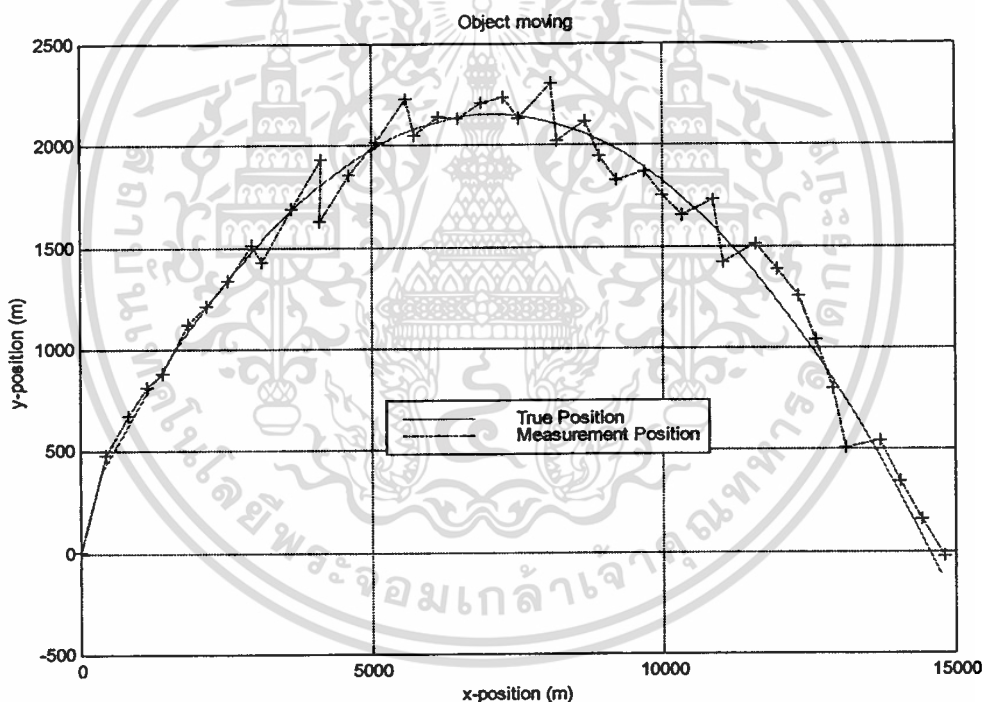
4.2 ผลการทดลองที่ 1 การเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโปรเจกไทล์

กำหนดให้ กระสุนปืนใหญ่ขนาด 152 มิลลิเมตร ถูกยิงออกมาด้วยความเร็วที่ปากกระบอก 415 เมตรต่อวินาทีทำมุมกับแนวราบ 30 องศา ซึ่งสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้เป็น

$$x = 359.4t \quad (4.2)$$

$$y = 1 + 207.5t - 5t^2 \quad (4.3)$$

กระสุนดังกล่าวถูกตรวจพบด้วยเรดาร์ซึ่งมีค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 100 เมตร ช่วงเวลาในการตรวจวัดตำแหน่งเป็น 40 วินาที ระยะเวลาในการตรวจวัดแต่ละครั้งห่างกัน 1 วินาที ซึ่งรูปแบบการเคลื่อนที่จริงของวัตถุและระยะที่วัดได้จากเรดาร์แสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของกระสุนปืนใหญ่และข้อมูลที่วัดได้จากเรดาร์

กำหนดให้ข้อมูลที่ได้จากเรดาร์ถูกส่งมายังส่วนการประมวลผลซึ่งประกอบด้วยคาถเมนฟิลเตอร์ที่มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุดังนี้

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน x ที่ใช้ในวงจรกรองแบบคาถเมนคือ

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + v_{xn} T \\v_{xn} &= v_{xn}\end{aligned}$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ที่ใช้ในวงจรกรองแบบคาถเมนคือ

$$\begin{aligned}y_{n+1} &= y_n + v_{yn} T + \frac{1}{2} a_{yn} T^2 \\v_{yn+1} &= v_{yn} + a_{yn} T\end{aligned}$$

โดยที่ T คือระยะห่างของเวลาในการตรวจวัดแต่ละครั้ง สมมติให้เป็น 1 วินาที ซึ่งสามารถแทนสมการการเคลื่อนที่ด้วยเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ v_{xn+1} \\ a_{xn+1} \\ y_{n+1} \\ v_{yn+1} \\ a_{yn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ v_{xn} \\ a_{xn} \\ y_n \\ v_{yn} \\ a_{yn} \end{bmatrix}$$

และจะได้เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมตริกซ์แทนสมการของการวัดเป็น

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$\mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} s_x \\ v_x \\ a_x \\ s_y \\ v_y \\ a_y \end{bmatrix} \quad \text{มีค่าตั้งต้นเป็น} \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 300 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

ค่าตั้งต้นของโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณเป็น

$$P_0 = \begin{bmatrix} 2500 & 2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2500 & 5020 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2500 & 2500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2500 & 5020 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

เมตริกซ์ที่ใช้แทนสมการความไม่แน่นอนในการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$\begin{bmatrix} (1/6)T^3 & 0 \\ (1/2)T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & (1/6)T^3 \\ 0 & (1/2)T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนในการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนเป็นนี้

ตารางที่ 4.1 ขั้นตอนการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนโดยทั่วไป

ขั้นที่	การทำงาน
1	กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับระบบ
2	ทำนายตำแหน่งปัจจุบันของวัตถุ ดังสมการที่ (2.22) คือ $\tilde{x}_n = F\tilde{x}_{n-1}$
3	หาโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุจากสมการที่ (2.18) คือ $\tilde{P}_n = F\tilde{P}_{n-1}F^T + GQ_{n-1}G^T$
4	หาขนาดของคาลเมนแกนจากสมการที่ (2.18) คือ $K_n = \tilde{P}_n H^T (H\tilde{P}_n H^T + R_n)^{-1}$
5	ทำการคำนวณตำแหน่งที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากขึ้นจากสมการที่ (2.5) คือ $\hat{x}_n = \tilde{x}_n + K_n(z_n - H\tilde{x}_n)$
6	หาขนาดโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณดังสมการที่ (2.21) คือ $P_n = (I - K_n H)\tilde{P}_n$
7	ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 - 6

สำหรับส่วนของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้น จะใช้เงื่อนไขตั้งต้น และเงื่อนไขในการทดลองเช่นเดียวกับวงจรรองแบบคาลเมนตามปกติ เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างวงจรรองทั้งสองแบบในสภาวะเงื่อนไขเดียวกัน โดยขั้นตอนและวิธีการทดลองการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นได้แสดงดังตารางที่ 4.2

ในส่วนของความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยที่ได้จากการประมาณนั้น จะมีการนำค่าความผิดพลาดในแต่ละจุดมาหาค่าเฉลี่ยกำลังสองซึ่งได้จากสมการที่(4.9) คือ

$$RMS \text{ error} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N N.P.E_n^2}{N}} \quad (4.9)$$

ตารางที่ 4.2 ขั้นตอนการทำงานของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ

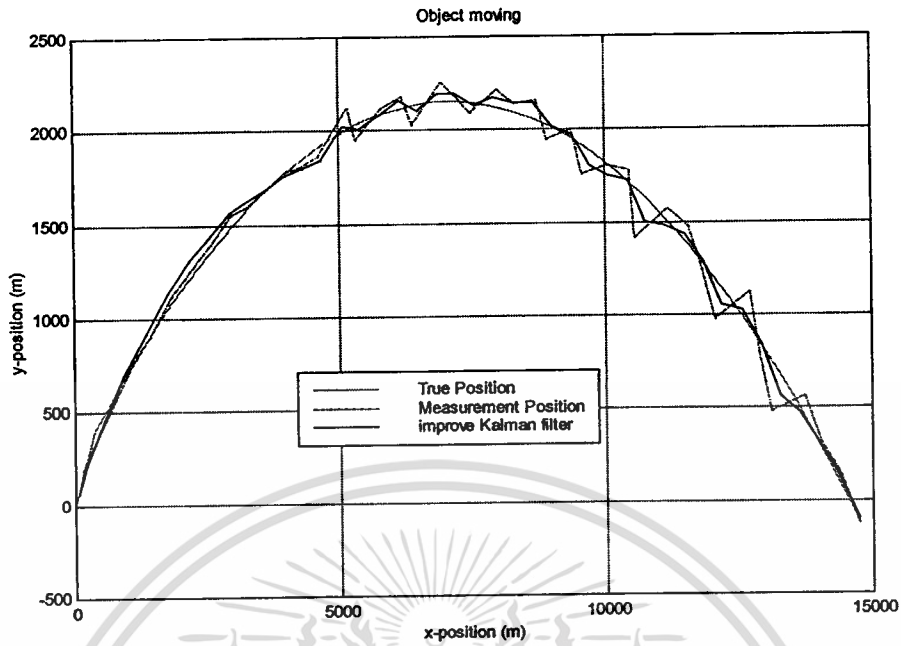
ขั้นที่	การทำงาน
1	กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับระบบ
2	ทำนายตำแหน่งปัจจุบันของวัตถุ ดังสมการที่ (3.53) คือ $\tilde{x}_n = F\tilde{x}_{n-1}$
3	หาโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการทำนายข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุจากสมการที่ (3.54) คือ $\tilde{P}_n = F P_{n-1} F^T + G Q_{n-1} G^T$
4	หาขนาดของคาลเมนเกนจากสมการที่ (3.55),(3.58),3.59 คือ $K_n = \tilde{P}_n H^T (H \tilde{P}_n H^T + R_n)^{-1}$ โดยที่ $\tilde{P}_1 = (\tilde{P}_n + P_{n-1} + F P_{n-1} + P_{n-1} F^T)$ $\tilde{P}_2 = (\tilde{P}_n + F P_{n-1})$
5	ทำการคำนวณตำแหน่งที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากขึ้นจากสมการที่ (3.56) คือ $\hat{x}_n = \tilde{x}_n + K_n (z_n - H \tilde{x}_n)$
6	หาขนาดโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณดังสมการที่ (3.57) คือ $P_n = \tilde{P}_n - K_n H \tilde{P}_3$ $\tilde{P}_3 = (\tilde{P}_n + P_{n-1} F^T)$
7	ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 - 6

ผลที่ได้จากการจำลองการทำงานแสดงดังรูปที่ 4.2 , 4.3 , 4.4 และตารางที่ 4.1 โดยรูปที่ 4.2 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ, ตำแหน่งที่วัดได้จากเรดาร์ และตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณโดยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

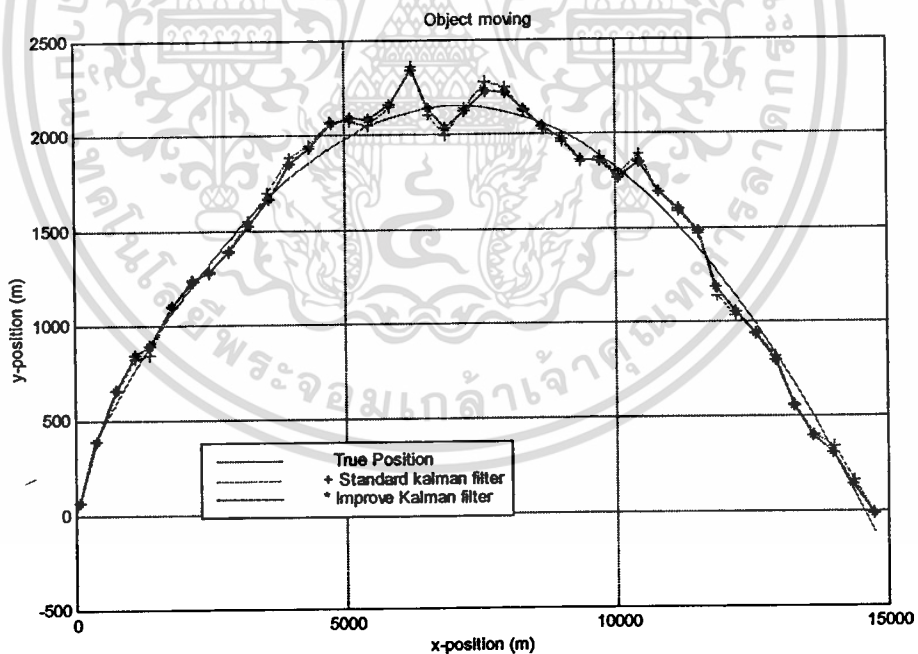
รูปที่ 4.3 แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุและตำแหน่งของวัตถุที่เวลาต่าง ๆ เปรียบเทียบกับตำแหน่งของวัตถุที่ได้จากการกะประมาณด้วยวงจรรองแบบคาลเมนปกติและวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

รูปที่ 4.4 แสดงความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยของการกะประมาณระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าเฉลี่ยของขนาดความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยของการกะประมาณระหว่างวงจรรองทั้งสองแบบเปรียบเทียบกัน

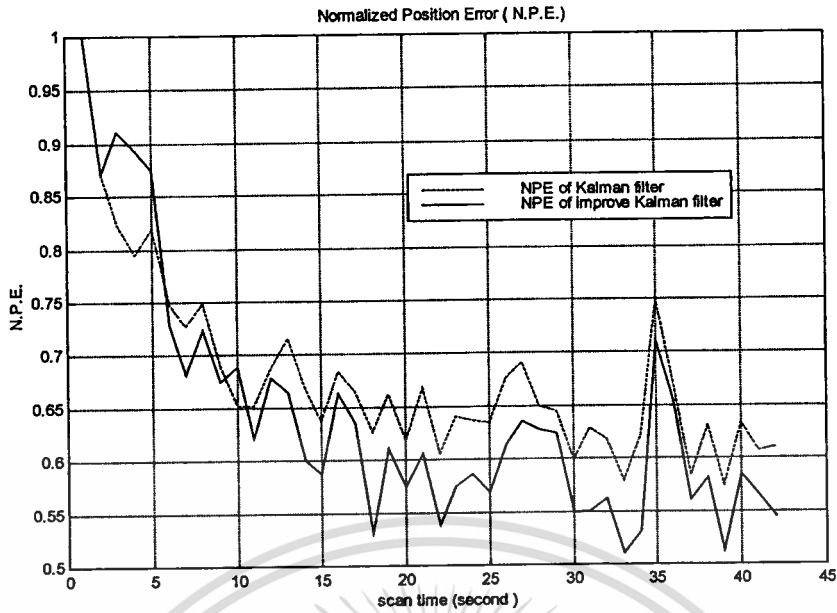


รูปที่ 4.2 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่วัดได้จากการวัด และตำแหน่งที่ได้จากการประมาณโดยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน



รูปที่ 4.3 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่ตำแหน่งที่ได้จากการประมาณโดยวงจรรองแบบคาลเมนปกติ และตำแหน่งที่ได้จากการประมาณโดยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน

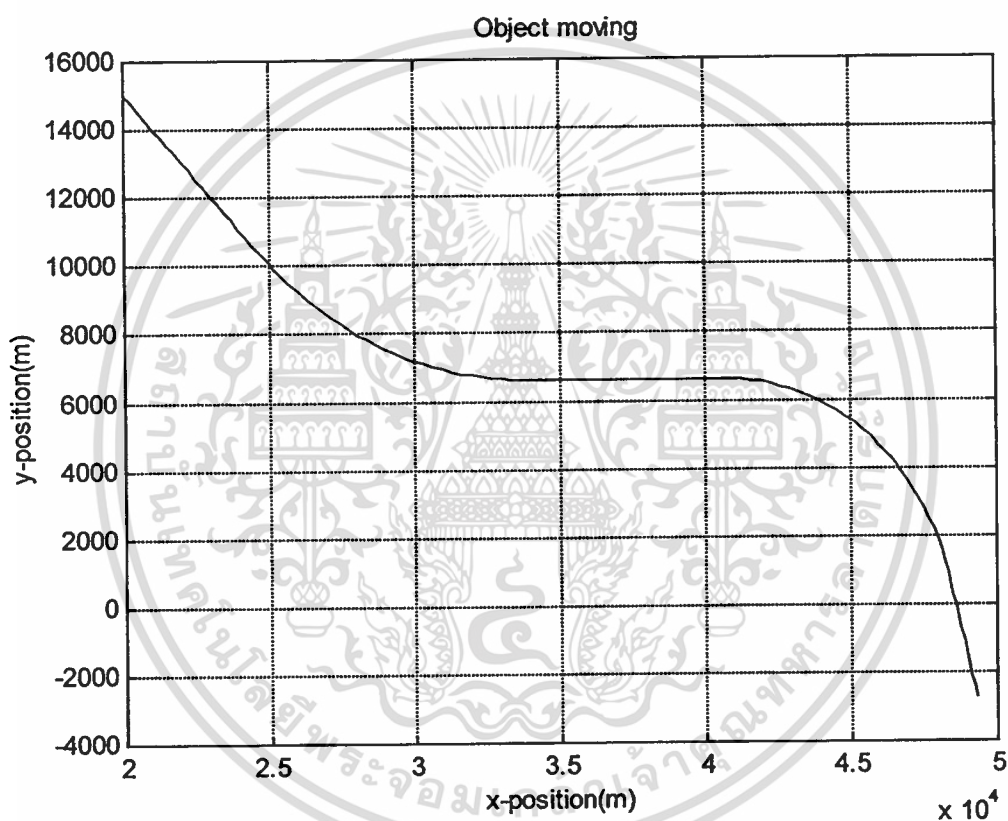
ตารางที่ 4.3 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรรองแบบคาลเมนในผลการทดลองที่ 1

วงจรรอง	ความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย
คาลเมนฟิลเตอร์แบบปกติ	0.6965
คาลเมนฟิลเตอร์ที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ	0.6221

จากรูปที่ 4.3 แสดงถึงตำแหน่งที่ได้จากการวัดที่มีความคลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งจริงของวัตถุซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากสัญญาณรบกวนต่าง ๆ และตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพแล้ว โดยจะเห็นได้ว่าตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณด้วยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพมีความใกล้เคียงกับตำแหน่งจริงของวัตถุมากกว่าที่ได้จากการวัดโดยตรง ส่วนรูปที่ 4.4 แสดงถึงตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณด้วยวงจรรองแบบคาลเมนปกติและวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงานแล้ว จะเห็นได้ว่าตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณจากวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงานนั้นมีความใกล้เคียงกันกับตำแหน่งที่แท้จริงของวัตถุมากกว่าที่ได้จากวงจรรองแบบคาลเมนปกติ ทั้งนี้ขนาดความผิดพลาดเฉลี่ยของการกะประมาณที่แสดงในตารางที่ 4.3 นั้นก็ให้ผลที่สอดคล้องกัน

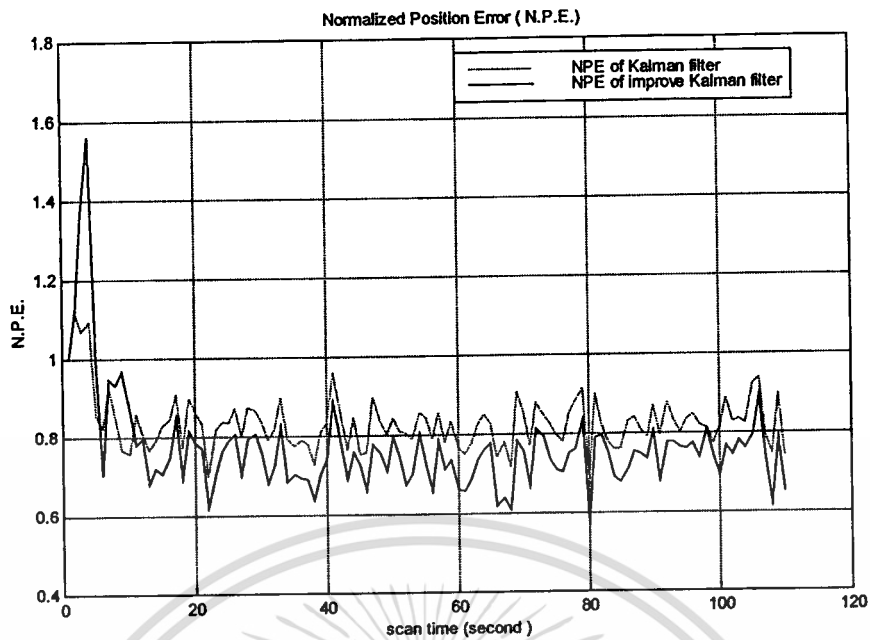
4.3 ผลการทดลองที่ 2 การเคลื่อนที่ของวัตถุหลายแบบ

การจำลองการทำงานในข้อนี้กำหนดให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ดังรูปที่ 4.5 โดยประกอบด้วยการเคลื่อนที่แบบความเร่งคงที่ในช่วง 1-20 วินาทีแรก ด้วยความเร็วในแกน x และ y เป็น 244 เมตรต่อวินาที หลังจากนั้นได้มีการเลี้ยวด้วยอัตราการเลี้ยว 1.5 องศาต่อวินาที เป็นเวลา 30 วินาทีก่อนที่จะเปลี่ยนการเคลื่อนที่เป็นการเคลื่อนที่ในแนวตรง หลังจากนั้นได้เลี้ยวเป็นครั้งที่ 2 ด้วยอัตราการเลี้ยว 2.5 องศาต่อวินาทีตั้งแต่วันที่ 70 – 100 สุดท้ายวัตถุมีการเคลื่อนที่เป็นแนวตรงต่อไปอีกในช่วงวินาทีที่ 100-110

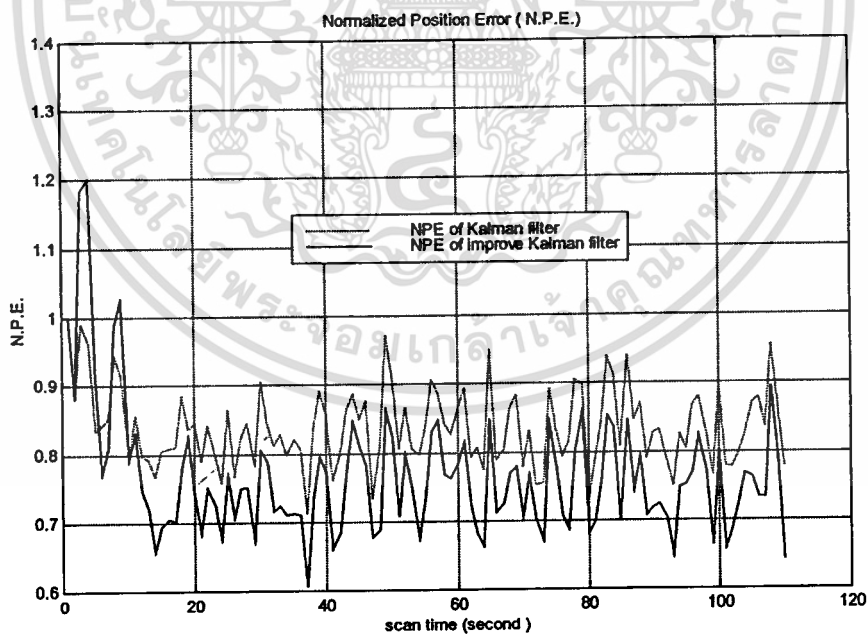


รูปที่ 4.5 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 2

ผลการจำลองการทำงานแสดงดังรูปที่ 4.6 , 4.7 ,4.8 และ 4.9 โดยเปรียบเทียบระหว่างวงจรวงแบบคาลเมนตามปกติและวงจรวงแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

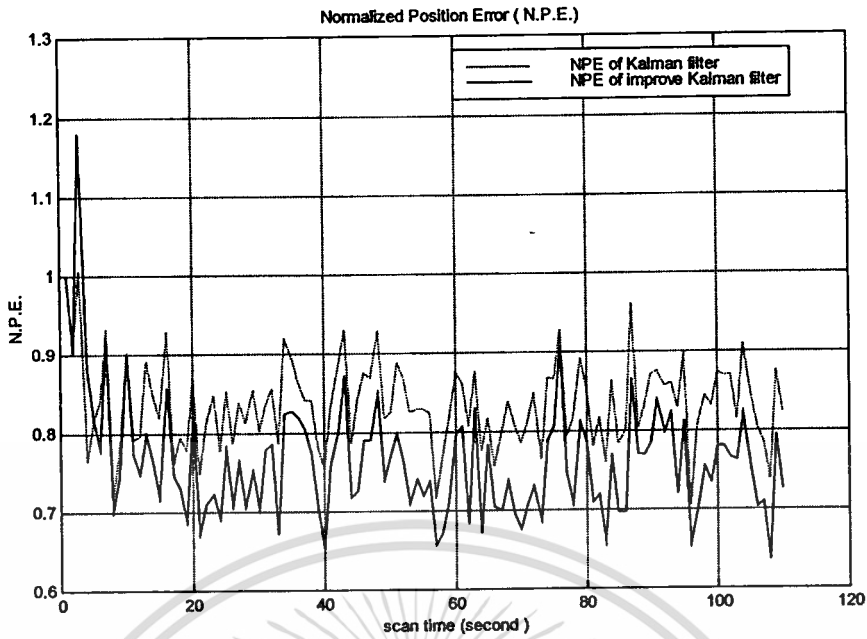


รูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรกรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร

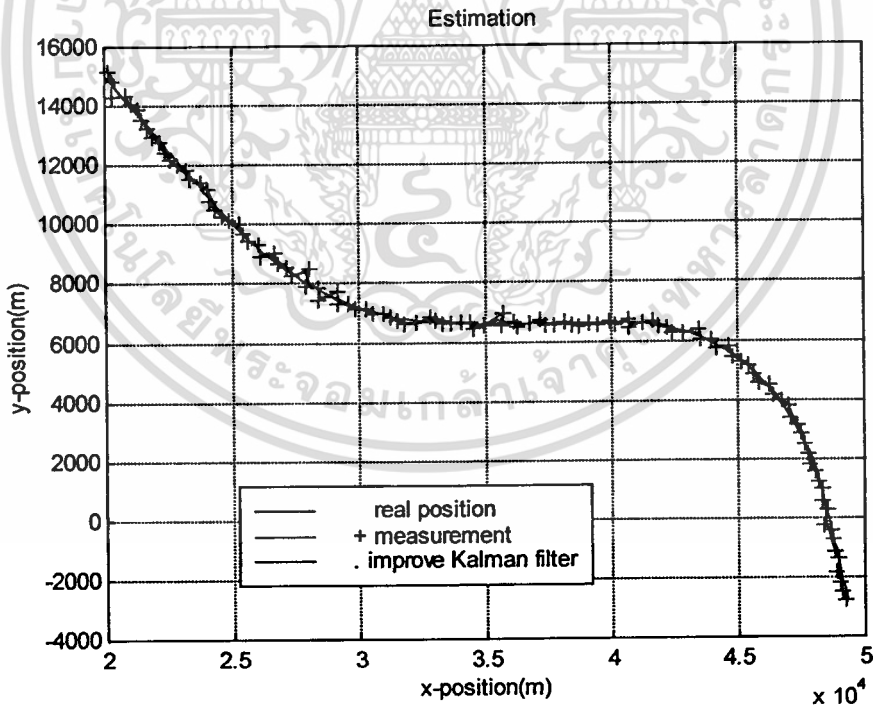


รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่ง หน่วย ระหว่างวงจรกรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 100 เมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 ค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของการ์ดลงที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 150 เมตร



รูปที่ 4.9 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ , ตำแหน่งที่ตำแหน่งที่ได้จากการวัด และตำแหน่งที่ได้จากการกะประมาณโดยวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรรองแบบคาลแมนในผลการทดลองที่ 2

วงจรรอง	ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัด		
	80 เมตร	100เมตร	150เมตร
คาลแมนฟิลเตอร์แบบปกติ	0.8406	0.8401	0.8370
คาลแมนฟิลเตอร์ที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ	0.7813	0.7708	0.7668
ความแตกต่าง	0.0593	0.0693	0.0702

รูปที่ 4.6 , 4.7 , 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลแมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของการทดลองที่ 2 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร ,100เมตร และ 150 เมตร ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าผลที่ได้ทั้ง 3 มีลักษณะสอดคล้องกันคือความผิดพลาดจากการกะประมาณด้วยวงจรรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพจะต่ำกว่าความผิดพลาดที่ได้จากการกะประมาณด้วยวงจรรองแบบคาลแมนปกติ เว้นเสียแต่ในช่วงแรกเริ่มของการทำงานสืบเนื่องจากในช่วงเริ่มต้นนั้นขนาดโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณนั้นค่อนข้างเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วซึ่งขัดกับสมมติฐานที่ว่าความผิดพลาดจากการกะประมาณในเวลาที่ใกล้เคียงกันถือได้ว่าเท่ากัน

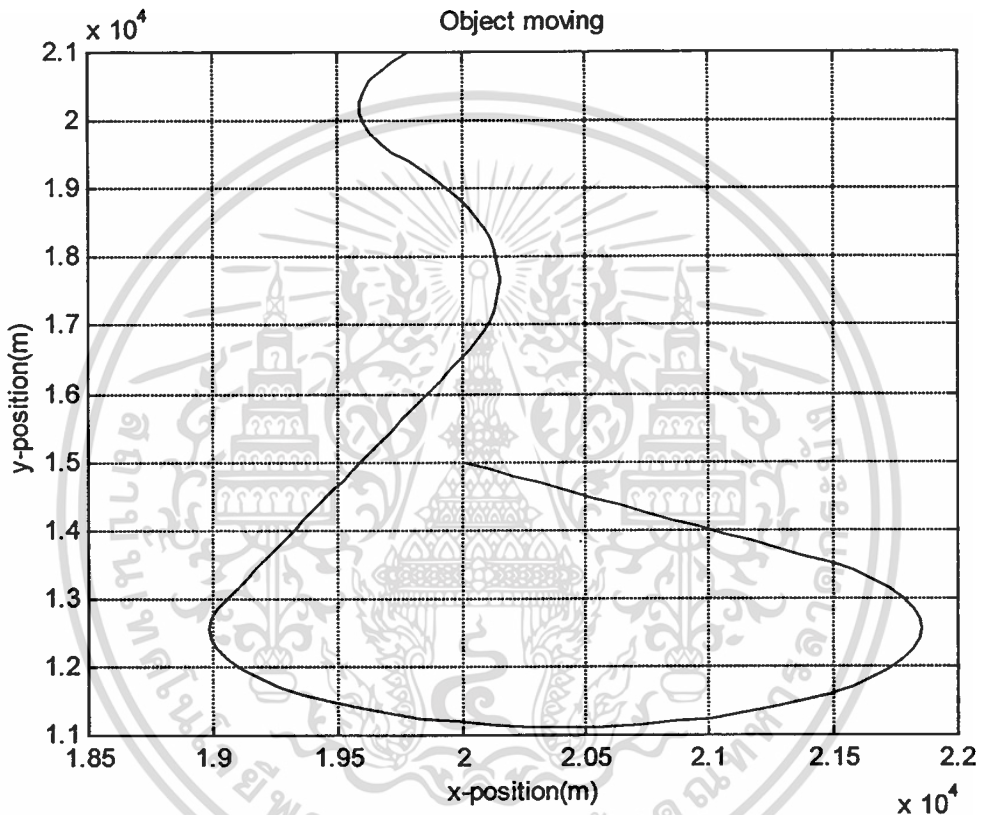
รูปที่ 4.9 แสดงตำแหน่งจริงของวัตถุที่เวลาต่าง ๆ เปรียบเทียบกับตำแหน่งที่ได้จากการวัดซึ่งมีส่วนของความผิดพลาดอันเนื่องมาจากสัญญาณรบกวนทำให้ตำแหน่งที่ปรากฏขึ้นนั้นมีความคลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งจริงของวัตถุ แต่เมื่อผ่านกระบวนการกรองโดยวงจรรองแบบคาลแมนแล้วจะเห็นได้ว่าตำแหน่งที่ได้นั้นมีความใกล้เคียงกับตำแหน่งที่แท้จริงของวัตถุมากยิ่งขึ้น

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดแบบหนึ่งหน่วยจากการกะประมาณ ซึ่งจะพบว่าวงจรรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นให้ขนาดของความผิดพลาดจากการกะประมาณต่ำกว่า

จากผลการทดลองดังรูปที่ 4.6 , 4.7 , 4.8 , 4.9 และตารางที่ 4.4 พบว่าผลที่ได้มีความสอดคล้องกันคือขนาดความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยของวงจรรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นต่ำกว่าวงจรรองแบบคาลแมนปกติ

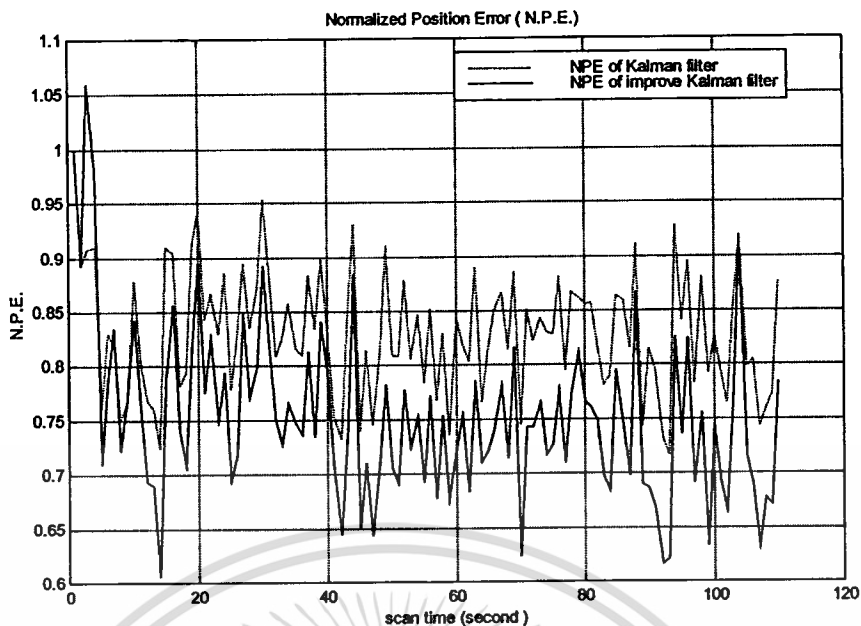
4.4 ผลการทดลองที่ 3 การเคลื่อนที่ของวัตถุหลายแบบ

วัตถุมีการเคลื่อนที่ดังรูปที่ 4.10 โดยประกอบด้วยการเคลื่อนที่แบบความเร่งคงที่ในช่วง 1-15 วินาที ด้วยความเร็วในแกน x และ y เป็น 100 เมตรต่อวินาที หลังจากนั้นได้มีการเลี้ยวด้วยอัตราความเร็ว 6 องศาต่อวินาที เป็นเวลา 40 วินาที ก่อนจะเปลี่ยนเป็นการเคลื่อนที่แนวตรงอีก 25 วินาที หลังจากนั้น ในวินาทีที่ 80 ถึงวินาทีที่ 100 มีการเลี้ยวเป็นครั้งที่สองด้วยอัตราความเร็ว -2 องศาต่อวินาที สุดท้ายเลี้ยวกลับด้วยอัตราความเร็ว 5 องศาต่อวินาที

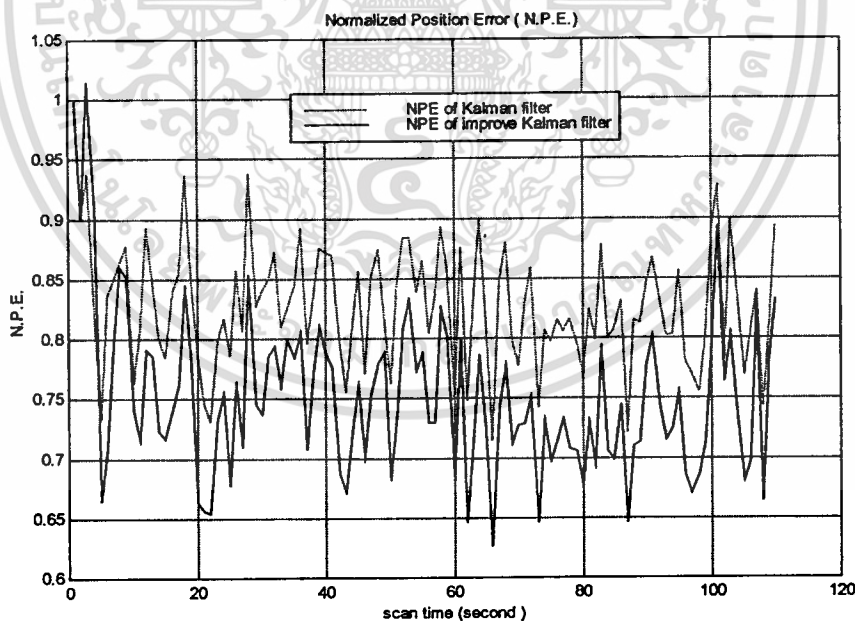


รูปที่ 4.10 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 3

ผลการทดลองเปรียบเทียบขนาดความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยได้แสดงให้เห็นดังรูปที่ 4.11 , 4.12 , 4.13 และตารางที่ 4.5 จากผลที่ได้สังเกตว่ามีความสอดคล้องกับผลการทดลองที่ 2 คือขนาดความผิดของวงจรรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นต่ำกว่าวงจรรองแบบคาลแมนปกติ

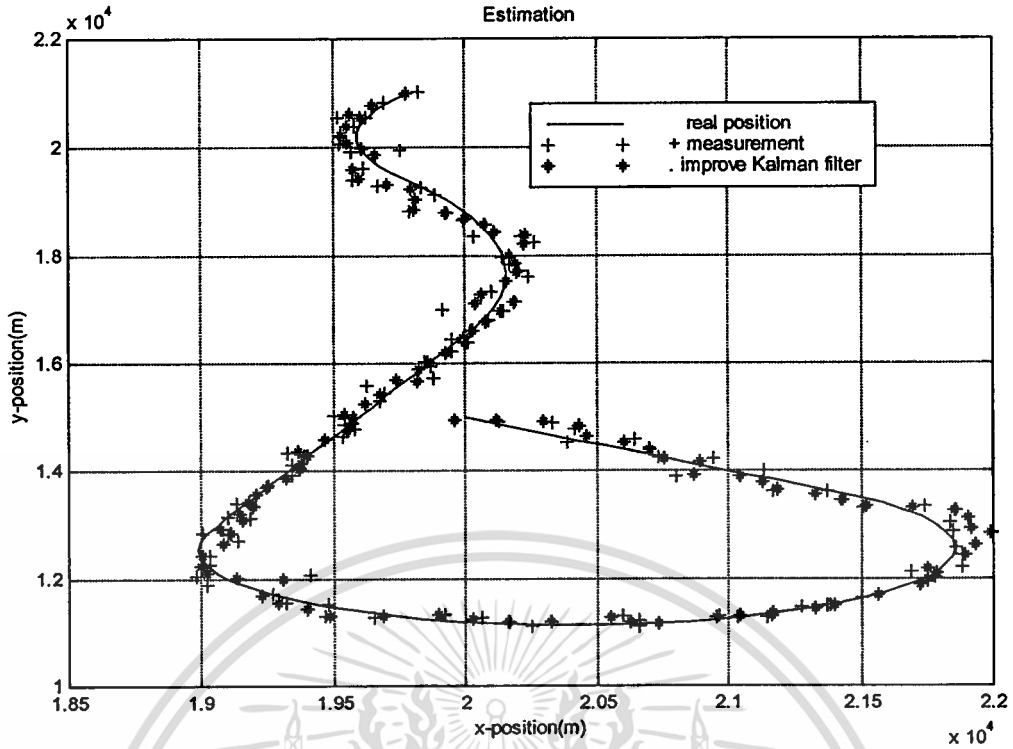


รูปที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรกรองแบบคาลแมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร



รูปที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรกรองแบบคาลแมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3 ที่ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 120 เมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 3

ตารางที่ 4.5 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรรองแบบคาลเมนในผลการทดลองที่ 3

วงจรรอง	ค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัด	
	80 เมตร	120 เมตร
คาลเมนฟิลเตอร์แบบปกติ	0.8322	0.8293
คาลเมนฟิลเตอร์ที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ	0.7572	0.7540
ความแตกต่าง	0.0750	0.0753

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5 ผลการทดลองที่ 4 การเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีอัตราเร่งไม่คงที่แต่ใช้สมการในการเคลื่อนที่ที่เป็นแบบการเคลื่อนที่โดยปราศจากอัตราเร่ง

การจำลองการทำงานครั้งนี้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุจะเป็นแบบการเคลื่อนที่ที่ไม่นำอัตราเร่งของวัตถุมาพิจารณา กล่าวคือ

$$S_x = S_{x0} + V_x t$$

เมตริกซ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์แทนสมการของการวัดเป็น

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

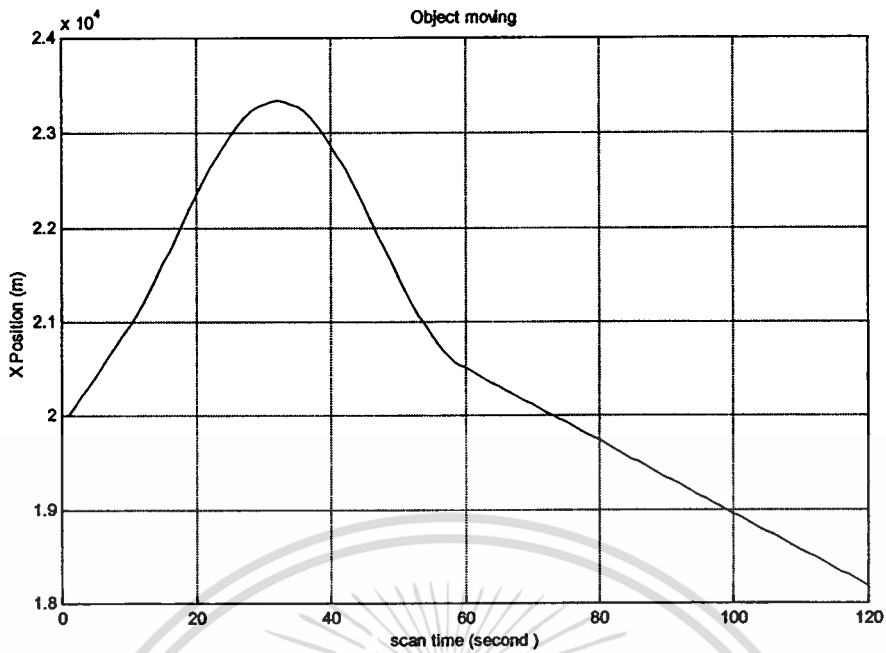
เวกเตอร์แทนข้อมูลการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็น

$$X_n = \begin{bmatrix} S_x \\ V_x \\ S_y \\ V_y \end{bmatrix}$$

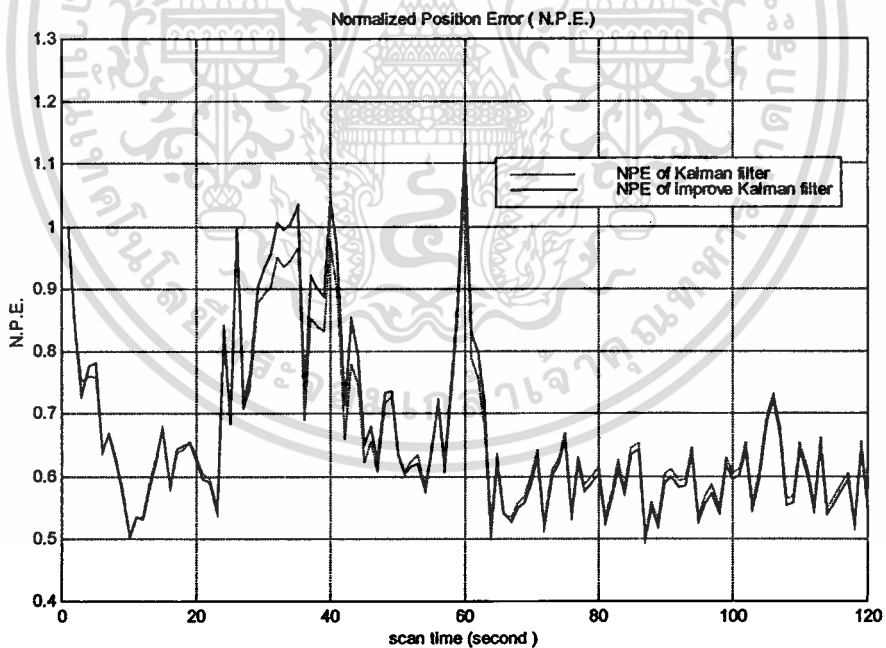
รูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุในแกน x แสดงดังรูปที่ 5.12 ซึ่งจะเห็นว่ามีส่วนของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่

รูปที่ 4.15 แสดงผลที่ได้จากการที่ใช้สมการการเคลื่อนที่ไม่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุ กล่าวคือ วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งไม่คงที่ในช่วงวินาทีที่ 20 - 60 ส่งผลให้อัตราการผิดพลาดของวงจรรองแบบคาลเมนทั้งแบบปกติและแบบที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพสูงกว่าความผิดพลาดที่ได้จากการวัด ซึ่งอัตราการผิดพลาดของวงจรรอบแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นสูงกว่าอัตราการผิดพลาดของวงจรรองแบบคาลเมนปกติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



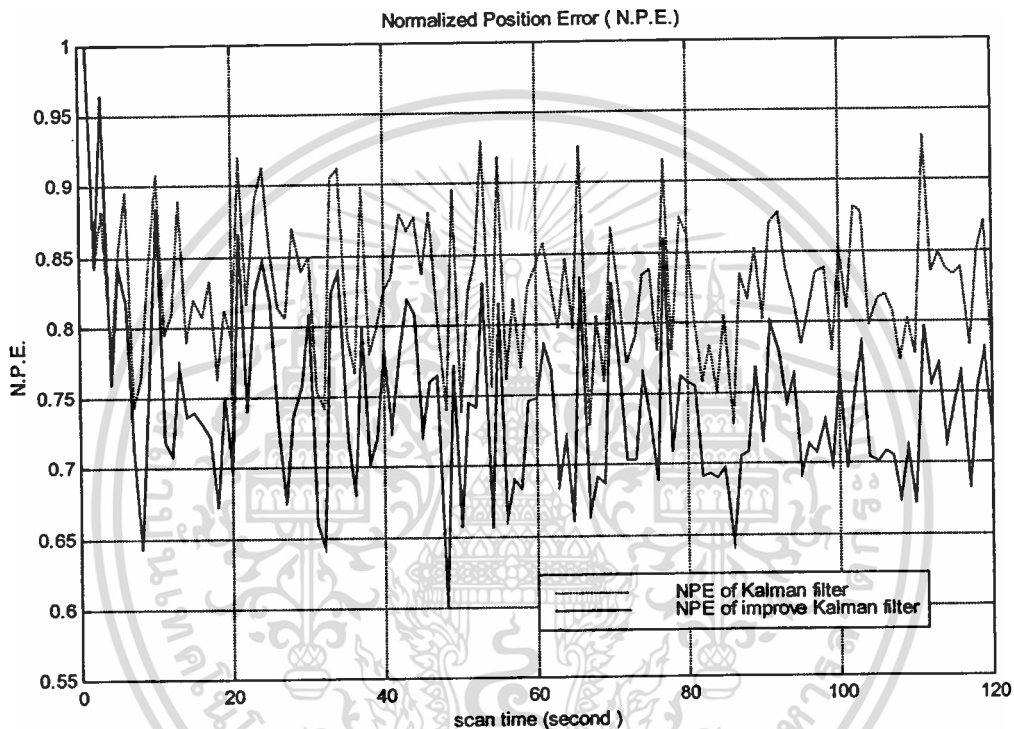
รูปที่ 4.14 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุในแกน x ที่ประกอบด้วยส่วนของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่ง



รูปที่ 4.15 ค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรกรองแบบคาลแมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของทดลองที่ 4 เมื่อใช้สมการการเคลื่อนที่ที่ไม่มีเทอมของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 4.16 แสดงถึงผลที่ได้จากการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบเดียวกัน แต่สมการที่ใช้ในการจำลองการทำงานมีความสอดคล้องกับการเคลื่อนที่ที่แท้จริงของวัตถุ กล่าวคือ มีการนำเทอมของอัตราเร่งในการเคลื่อนที่เข้าไปพิจารณาด้วย จะเห็นว่าทั้งวงจรรองแบบคาลเมนปกติ และวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพจะให้ความผิดพลาดต่ำกว่าความผิดพลาดจากการวัด และผลที่ได้ยังแสดงให้เห็นว่าความผิดพลาดของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นต่ำกว่าความผิดพลาดที่ได้จากวงจรรองแบบคาลเมนปกติ



รูปที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลเมนปกติและแบบที่มีการปรับปรุงการทำงานของ การทดลองที่ 4 เมื่อใช้สมการการเคลื่อนที่ที่มีเทอมของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร่ง

จากการทดลองที่ 4 นี้จะเห็นว่าการที่จะให้วงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพทำงานได้ดีที่สุดนั้นจะต้องมีการกำหนดรูปแบบของชุดข้อมูลที่สอดคล้องกับการเกิดชุดข้อมูลจริง ไม่เช่นนั้นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการกะประมาณนั้นจะสูงดังที่แสดงในรูปที่ 4.15 ส่วนรูปที่ 4.16 เป็นค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณของวงจรรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพและวงจรรองแบบคาลเมนปกติเมื่อมีการกำหนดสมการสำหรับการเคลื่อนที่ที่สอดคล้องกับการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ

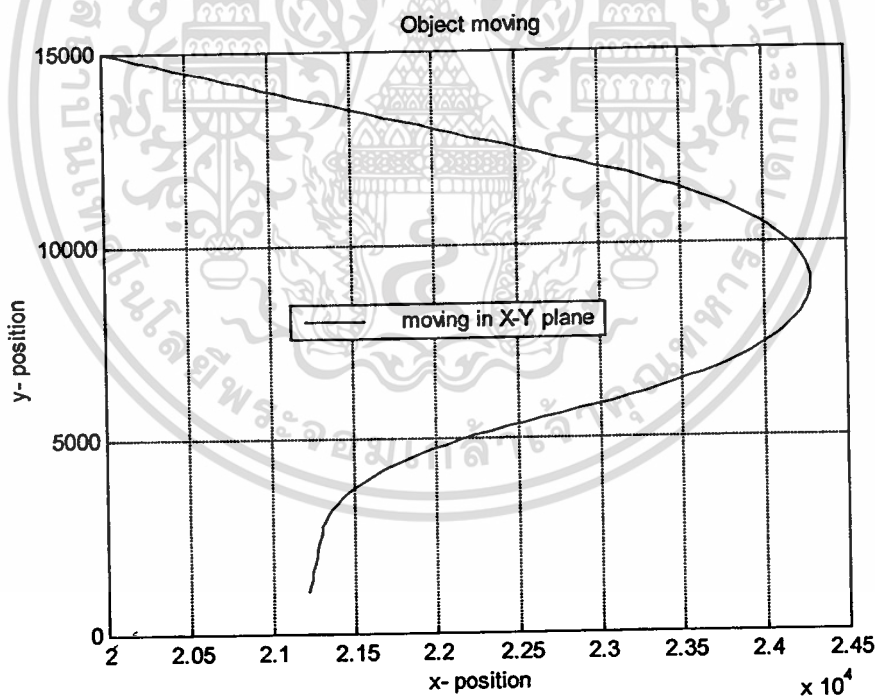
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6 ผลการทดลองที่ 5 เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงาน

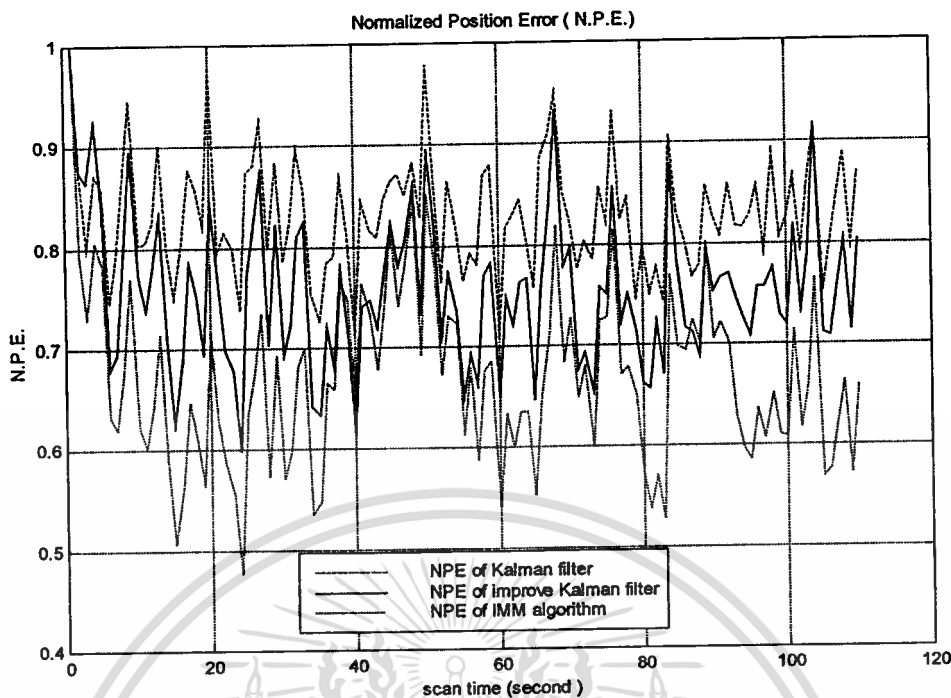
การทดลองต่อไปนี้จะทำการเปรียบเทียบความผิดพลาดจากการกะประมาณของวงจรกรองแบบคาลแมนปกติ , วงจรกรองแบบคาลแมนที่มีการสลับการทำงาน , และวงจรกรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพโดยมีรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุใน 2 ลักษณะดังแสดงในรูปที่ 4.17 และรูปที่ 4.19

ผลการทดลองสำหรับการเคลื่อนที่ในรูปที่ 4.17 แสดงดังรูปที่ 4.18 โดยมีค่าเบี่ยงเบนของขนาดความผิดพลาดจากการวัดเป็น 100 เมตร ส่วนตารางที่ 4.6 แสดงค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดจากการกะประมาณแบบหนึ่งหน่วยของวงจรกรองแบบคาลแมนปกติ , วงจรกรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน และวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงาน

รูปที่ 4.19 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุอีกแบบหนึ่ง ซึ่งรูปที่ 4.19 แสดงให้เห็นถึงการเคลื่อนที่ในแกน x และ y ส่วนรูปที่ 4.20 แสดงถึงการเคลื่อนที่ของวัตถุเมื่อมองในระนาบ x-y โดยผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 4.20 และตารางที่ 4.7



รูปที่ 4.17 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 1



รูปที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลแมนปกติ , แบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน และวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน ของการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 1 ซึ่งมีค่าเบี่ยงเบนของความผิดพลาดจากการวัดเป็น 80 เมตร

ตารางที่ 4.6 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรรองทั้งสามแบบในผลการทดลองที่ 5 ตามรูปแบบการเคลื่อนที่แบบที่ 1

วงจรรอง	ความผิดพลาดจากการกะประมาณ
คาลแมนฟิลเตอร์แบบปกติ	0.8301
คาลแมนฟิลเตอร์ที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ	0.7558
วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน	0.4187

สำหรับวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานที่นำมาใช้นั้นประกอบด้วยแบบจำลองของวงจรรองแบบคาลแมนปกติจำนวน 3 ตัวโดยที่แต่ละตัวมีการกำหนดให้สอดคล้องกับการเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ คือ การเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ , การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ และการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ตามสมการดังต่อไปนี้

วงจรรองแบบกาลิเลโอครั้งที่ 1 ใช้สมการการเคลื่อนที่เป็น

$$s_x = s_{x0} + v_x t$$

$$v_x = v_{x0}$$

วงจรรองแบบกาลิเลโอครั้งที่ 1 ใช้สมการการเคลื่อนที่เป็น

$$s_x = s_{x0} + v_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x = v_{x0} + a_x t$$

$$a_x = a_{x0}$$

วงจรรองแบบกาลิเลโอครั้งที่ 1 ใช้สมการการเคลื่อนที่เป็น

$$s_x = s_{x0} + v_x t + \frac{1}{2} a_x t^2 + \frac{1}{6} u_x t^3$$

$$v_x = v_{x0} + a_x t + \frac{1}{2} u_x t^2$$

$$a_x = a_{x0} + u_x t$$

$$u_x = u_{x0}$$

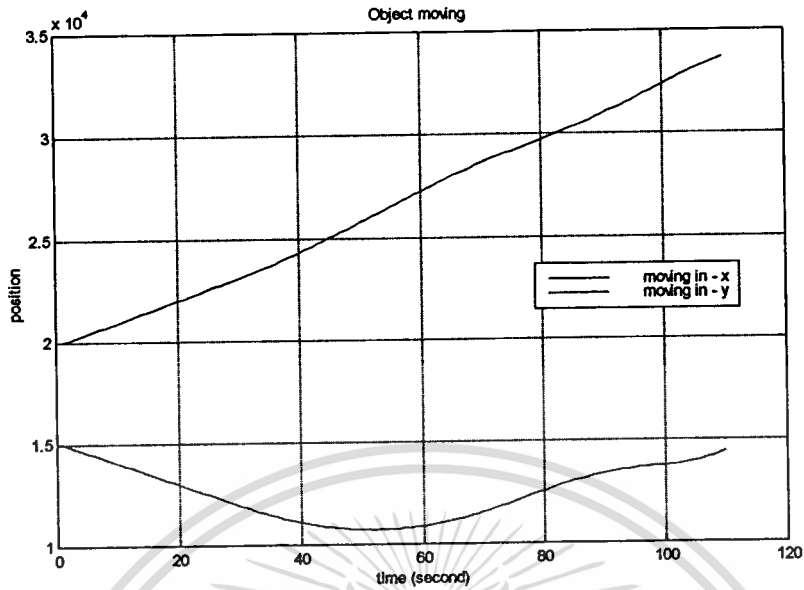
s_x คือ ระยะทางในแกน x

v_x คือ ความเร็วในการเคลื่อนที่ตาม

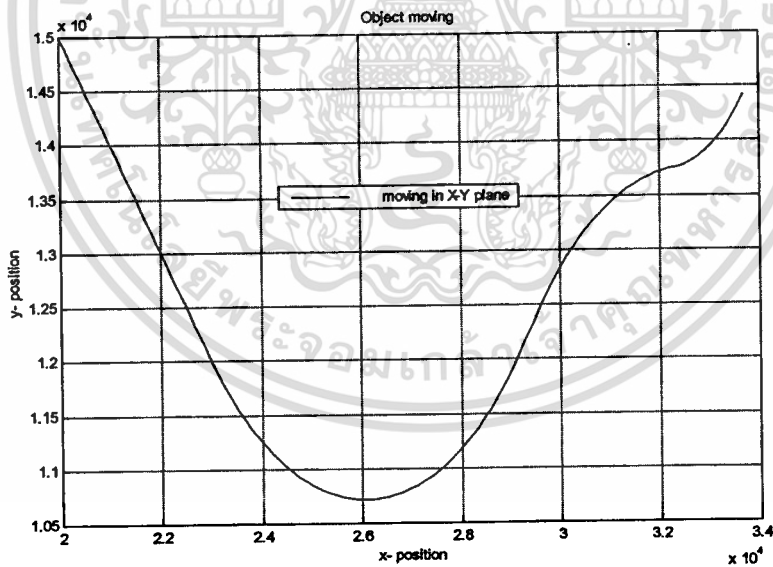
a_x คือ ความเร่งในการเคลื่อนที่ตามแกน x

u_x คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร่งตามแกน x

สำหรับสมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน y ก็มีลักษณะคล้าย ๆ กัน ในรูปที่ 4.19 แสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุตามแกน x และ y อีกแบบหนึ่งซึ่งแตกต่างจากรูปที่ 4.17 และรูปแบบการเคลื่อนที่ในภาพรวมตามแกน x y แสดงดังรูปที่ 4.20

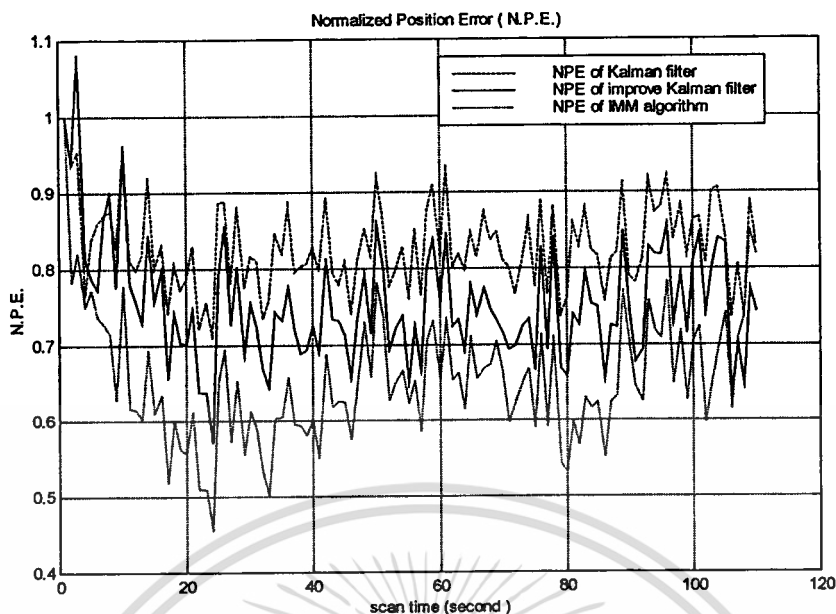


รูปที่ 4.19 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 2 โดยแยกระหว่างการเคลื่อนที่ในแกน x และแกน y



รูปที่ 4.20 แสดงรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ใช้ในการจำลองการทำงานในการทดลองที่ 5 รูปแบบการเคลื่อนที่ที่ 2 เมื่อมองในระนาบ x-y

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



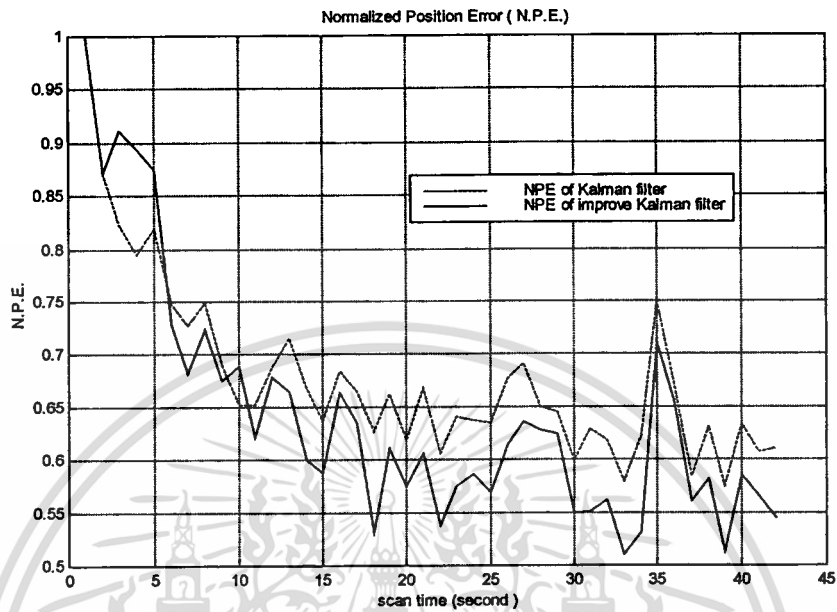
รูปที่ 4.21 แสดง การเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย ระหว่างวงจรรองแบบคาลแมนปกติ , แบบที่มีการปรับปรุงการทำงาน และ วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน ของการทดลองข้อ 5 แบบที่ 2

ตารางที่ 4.7 ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยของวงจรรองทั้งสามแบบ ในผลการทดลองที่ 5 ตามรูปแบบการเคลื่อนที่แบบที่ 2

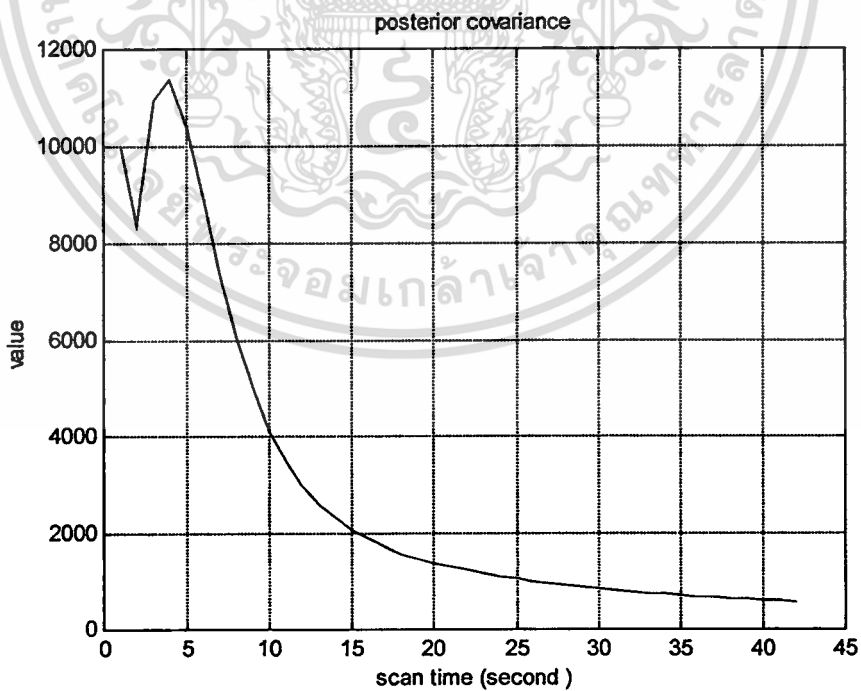
วงจรรอง	ความผิดพลาดจากการกะประมาณ
คาลแมนฟิลเตอร์แบบปกติ	0.8331
คาลแมนฟิลเตอร์ที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ	0.7620
วงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงาน	0.4377

ผลการทดลองสำหรับการเคลื่อนที่ในรูปที่ 4.19 และ 4.20 แสดงดังรูปที่ 4.21 และตารางที่ 4.7 ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการเคลื่อนที่ในรูปที่ 4.17 กล่าวคือวงจรรองแบบที่มีการสลับการทำงานให้ค่าผิดพลาดจากการกะประมาณทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วยน้อยที่สุด รองลงมาคือวงจรรองแบบคาลแมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ และสุดท้ายเป็นวงจรรองแบบคาลแมนปกติ

4.7 ผลการทดลองที่ 6 เปรียบเทียบโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณและลักษณะของความผิดพลาดที่ได้จากการกะประมาณ



รูปที่ 4.22 ความผิดพลาดจากการกะประมาณของผลการทดลองที่ 1



รูปที่ 4.23 โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณตำแหน่งในแกน x ของผลการทดลองที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.22 และ 4.23 แสดงความผิดพลาดจากการกะประมาณของผลการทดลองที่ 1 และขนาดของโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณตามลำดับ รูปที่ 4.22 สังเกตว่าในช่วงเริ่มแรกของการทำงานนั้นขนาดความผิดพลาดของการกะประมาณของวงจรรอบแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงานค่อนข้างสูง ซึ่งบางจุดสูงกว่าความผิดพลาดจากการกะประมาณของวงจรรอบแบบคาลเมนปกติ ทั้งนี้สืบเนื่องจากสมมติฐานที่ใช้ในการออกแบบว่าในช่วงเวลาของการกะประมาณที่ใกล้เคียงกันนั้นถือว่ามีความผิดพลาดจากการกะประมาณเท่ากัน แต่โควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการกะประมาณแสดงดังรูปที่ 4.23 นั้นค่อนข้างสูงในช่วงเริ่มต้น ส่งผลให้ผลที่ได้ขัดกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ดังนั้นในช่วงเริ่มต้นการทำงานนั้นความผิดพลาดจากการกะประมาณของวงจรรอบแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพค่อนข้างสูง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทสรุปและวิจารณ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับระบบการกะประมาณด้วยวงจรกรองแบบคาลเมนสำหรับการติดตามตำแหน่งวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งไม่สม่ำเสมอ โดยอาศัยสมมติฐานในการป้องกันกลับความผิดพลาดเพื่อเป็นตัวชดเชยความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการกะประมาณ โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการกะประมาณลดลง ซึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บท เริ่มด้วยบทแรกคือบทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความเข้ามา และความสำคัญของวงจรกรองแบบคาลเมนรวมทั้งปัญหาที่เกิดขึ้น อันเป็นจุดเริ่มต้นของเหตุจูงใจให้เกิดการค้นคว้า และวิจัยเกี่ยวกับวงจรกรองแบบคาลเมน

บทที่ 2 เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับหลักการของระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ โดยได้เสนอวิธีการส่งสัญญาณต่าง ๆ ที่ระบบเรดาร์แบบนี้ใช้ รวมทั้งแจกแจงข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธี รวมทั้งได้มีการนำเสนอหลักการของวงจรกรองแบบคาลเมนไว้โดยสังเขป ซึ่งนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบเรดาร์ตามร่องวัตถุ และยังได้กล่าวถึงหลักการการทำงานของวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงานไว้ด้วย ซึ่งวงจรกรองทั้งสองแบบนี้จะถูกนำมาทดลองเพื่อเปรียบเทียบกับวงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการป้องกันกลับความผิดพลาด

บทที่ 3 ได้นำเสนอสมมติฐานและหลักการรวมทั้งแนวทางที่ถูกลำเอียงมาใช้เพื่อทำการปรับปรุงประสิทธิภาพของวงจรกรองแบบคาลเมนให้สูงขึ้น โดยมีจุดประสงค์หลักในการลดความผิดพลาดจากการกะประมาณ ซึ่งการวิเคราะห์ห้ออกแบบได้ตั้งอยู่บนพื้นฐานของวงจรกรองแบบคาลเมนปกติ แต่ได้มีการเพิ่มเติมพารามิเตอร์บางอย่างลงไปในรูปแบบจำลองที่ทำการวิเคราะห์ ส่งผลให้มีความเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นกับสมการของวงจรกรองแบบคาลเมนปกติในบางส่วน

บทที่ 4 เป็นการนำเสนอผลการทดลองที่ได้ โดยได้กล่าวถึงรูปแบบวิธีการในการตรวจวัดความผิดพลาด ไม่ว่าจะเป็นการหาขนาดความผิดพลาดทางตำแหน่งแบบหนึ่งหน่วย และการหาขนาดความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของการกะประมาณ โดยได้ทำการทดลองเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากวงจรกรองแบบคาลเมนปกติ , วงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพ , และวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงาน ในส่วนของการทดลองนั้น จะใช้รูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุในหลาย ๆ รูปแบบ ทั้งแบบที่ไม่มีความเร็ว , ทั้งแบบที่มีความเร็วคงที่ และทั้งแบบที่มีความเร็วไม่คงที่ เช่นการเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นต้น ผลการทดลองชี้ให้เห็นว่า วงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพนั้นให้ความแม่นยำสูงกว่าวงจรกรองแบบคาลเมนปกติ แต่น้อยกว่าวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงาน อย่างไรก็ตาม เมื่อคำนึงถึงการทำงานที่ต้องการความเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูงแต่มีข้อจำกัดทางด้านความเร็วของระบบการคำนวณแล้ว วงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงานจะมีความเหมาะสมมากกว่า เนื่องจากวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงานนั้นมีการทำงานที่สลับซับซ้อนเป็นผลให้เกิดความล่าช้าในการประมวลผลมากกว่า ทั้งนี้วงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงาน , วงจรกรองแบบคาลเมนปกติ และวงจรกรองแบบที่มีการสลับการทำงานนั้น มิได้จำกัดเพียงใช้ในระบบนำร่องเพียงอย่างเดียว แต่อาจใช้ในการประมวลผลสัญญาณในงานต่าง ๆ ได้ด้วย โดยต้องกำหนดรูปแบบของชุดข้อมูลให้เหมาะสม ซึ่งผู้วิจัยหวังว่า วงจรกรองแบบคาลเมนที่มีการปรับปรุงการทำงานดังที่ได้เสนอในงานวิจัยชิ้นนี้นั้น อาจมีประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจจะนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] K.V. Ramachandra, "Kalman Filtering Techniques for Radar Tracking", Marcel Dekker , New York , 2000.
- [2] Murat Efe, John A Bather , Derek P Atherton, "An Adaptive Kalman Filter With Sequential Rescaling of Process Noise", Proceeding of the American Control Conference , June 1999.
- [3] Leigh A Johnston , Vikram Krishnamurthy , "An Improvement to the Interacting Multiple Model (IMM) Algorithm" , IEEE Transactions on signal processing , December 2001.
- [4] Ludmila Mihaylova , "State Estimation by IMM Filter in the Presence of Structural Uncertainty", Bulgarian National Science Fund, 1998.
- [5] Brain Armstrong , Brad S. Holeman , "Target Tracking with a Network of Doppler Radars" , IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, January 1998.
- [6] Seymour lipschutz , "Probability SI(metric) edition" , McGraw-Hill , New York 1974.
- [7] Mohinder S. Grewal , Angus P. Anderws , "Kalman filter theory and practice" , Prentice-Hall, New Jersey 1993.
- [8] Skolnik , "Introduction to radar systems" , McGraw-Hill, International editions 1926.
- [9] Simon kingsley , Shaun quegan , "Understanding RADAR systems", McGraw-Hill , International editions 1993.
- [10] T.-J. Ho , M. Farooq , "Comparing Interacting Multiple Model Algorithm and a Multiple-Process Soft Switching Algorithm: Equivalence Relationship and Tracking Performance" , Department of Electrical and Computer Engineering Royal Military College of Canada , 2000.
- [11] Genshe Chen , Masatoshi Harigae , "Using IMM Adaptive Estimator inGPS Positioning" , IEEE Transactions on signal processing , July 2001.
- [12] Peter S. Maybeck , "Stochastic models, Estimation, and Control" , Academic Press , New York 1979.

ภาคผนวก ก
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

An Improvement to the Adaptive Kalman Filter with the Feedback of Estimation Error

Nicom Promkajin , Suthichai Noppanakepong

Department of Telecommunication Engineering
Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Bangkok 10520, Thailand
e-mail: s3061039@kmitl.ac.th

Abstract: This paper present a new novel technique for implementation of the adaptive Kalman filter. The algorithm is based on Kalman filtering tracking method with the addition of feedback estimation error. The performance of the algorithm is compared with that of a standard Kalman filter and also with that of an IMM algorithm . This proposed filter is simple to implement and requires less computational load while produce better estimates than the standard Kalman filter algorithm and closely to the IMM algorithm.

Keywords

Kalman filter, interacting multiple model, tracking.

I. INTRODUCTION

The Kalman filter is a mathematical power tool that is playing an increasingly important role in tracking filter as we include sensing of the real object position in space systems. The good estimate is you don't have to be a mathematical genius to understand and effectively use Kalman filters.

A Kalman filter is a set of mathematical equations that provides a recursive solution of the least squares method of estimation in which one tries to find a "best fit" to a set of data using all of the previously gathered data up to the present time. There are many excellent references to Kalman filter theory and derivation[1],[2] , so only the filter equations are presented here.

The Kalman filter solves the general problem of trying to estimate the "state" x of a discrete-time controlled process described by the equations :

$$x_k = F_{k-1}x_{k-1} + U_{k-1}$$

and

$$z_k = H_k x_k + v_k.$$

where z_k is a measurement vector. The matrix F_{k-1} relates the state a time step $(k-1)$ to the state at time step k and the matrix H relates the states at time step k to the measurements at time step k .

The random variables U_k and v_k represent the process and measurement noise and are assumed to be independent of each other, white , and with normal probability distributions $p(U) = N(0,Q)$ and $p(v) = N(0,R)$.

Under these assumptions, the set of discrete Kalman filter equations can be written as:

$$\tilde{x}_k = F\tilde{x}_{k-1} \quad (1)$$

(state estimation extrapolation)

$$\tilde{P}_k = F\tilde{P}_{k-1}F^T + GQ_{k-1}G^T \quad (2)$$

(error covariance extrapolation)

$$K_k = \tilde{P}_k H^T (H\tilde{P}_k H^T + R)^{-1} \quad (3)$$

(Kalman gain matrix calculation)

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k (z_k - H\tilde{x}_k) \quad (4)$$

(state estimate measurement update)

$$P_k = (I - K_k H) \tilde{P}_k \quad (5)$$

(error covariance update)

where \tilde{x}_k denotes the condition at time step k before the measurement update and \hat{x}_k is after a measurement update.

The five recursive Kalman filter equations above operate as follows. Equations (1) and (2) propagate the state and covariance estimates from the previous time step to the current time step, making use of the state transition matrix F , and the variance of the uncertainty, in the state transition equations, Q .

Equation (3) calculates that Kalman gain matrix, K , which will be used in the update equations that follow. The Kalman gain is a measure of the relative weighting that will be given to the new measurements, z , and the current state estimates, \hat{x} . If the ratio of the uncertainty associated with the measurements, R , is large relative to the uncertainty associated with the current state estimates, P , then the Kalman gain will be small and the new measurements will not have a large influence on the state estimates.

Conversely, if the uncertainty of the measurements is small with respect to the uncertainty of the states, then the Kalman gain matrix will be larger and the new

measurements will have a greater impact on the state estimates.

Equations (4) and (5) utilize the Kalman gain matrix, K , calculated in equation (3), to update the state and covariance estimates. The term $(z_k - H\hat{x}_k)$ in equation (4) is called the measurement residual. It is the difference between the new measurements, z_k and what one would expect the measurements to be based on the state estimates. The measurement residual is then multiplied by the Kalman gain and the product is added to the state estimates to yield an updated state estimate.

Equation (5) updates the state estimate covariance based on the Kalman filter gain.

For targets with varying or multiple kinetic behaviors, (e.g. maneuvering targets), the standard Kalman filter efficiency may be degrading. In this situation, other algorithm may be used such as interacting multiple model Kalman filter (IMM) [3] [4], multi sensor system [5], as the cost of increased computational burden and complexity.

In this paper a novel method is presented to feedback the position estimate error for increasing performance of the standard Kalman filter.

II. SYSTEM MODEL

In this paper, the measurement model of the standard Kalman filter is added by position estimation error of the last state (W_n) as depicted in Fig. 1 for compensate the output estimation error of the next state.

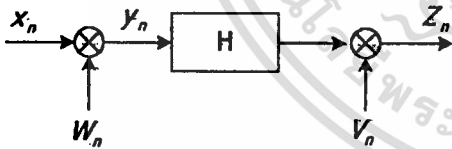


Fig 1. Measurement model with position estimate error of the last state.

where

$$W_n = (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \tag{6}$$

x_{n-1} is the true position of the target at state $n-1$,

\hat{x}_{n-1} is the output estimation position at state $n-1$.

The concept of operations can be described in Fig. 2.

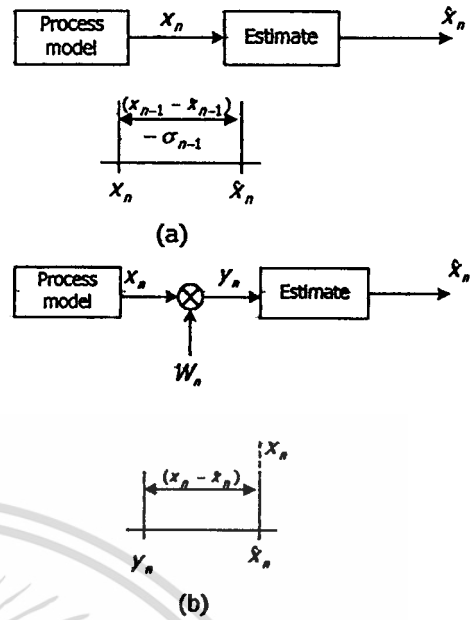


Fig 2. Concept of operations.

In Fig. 2 (a), assumed the state model at state $n-1$ provide the true position of target x_{n-1} . The target was measured by measure equipment and to be estimated by Kalman filter. Now assumes the estimation of Kalman filter provide the error of the target position which move to the right as $\hat{x}_{n-1} = x_{n-1} + \sigma_{n-1}$. So the magnitude of the position estimation error is

$$(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = -\sigma_{n-1}$$

In this paper, the position estimation error σ in closely state is assumed to be equal ($\sigma_{n-1} \cong \sigma_n$). In state n , (Fig 2 (b)), the true position of target from process model is x_n . This position is added with the position estimation error of the last state, so we have

$$Y_n = x_n + (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = x_n - \sigma_{n-1}$$

When Y_n was estimated by Kalman filter. The error will appear at the output of estimation as

$$x_n = y_n + \sigma_n$$

$$x_n = x_n - \sigma_{n-1} + \sigma_n$$

But in this paper, we assume $\sigma_n \cong \sigma_{n-1}$ so,

$$\hat{x}_n \cong x_n$$

Therefore the estimation of the position at state n will have more correctly.

The factor of new adaptive Kalman filter can be described following.

100m/s in both axes and then proceeds for a further 45 seconds turning with turn rate 5 deg/s and there is another straight line path for 5 seconds. After that the target exhibit a second turn, with turn rate is 6 deg/s (from scan time 80-100 second) and nonmaneuver flight mode from scan time 100-110 second.

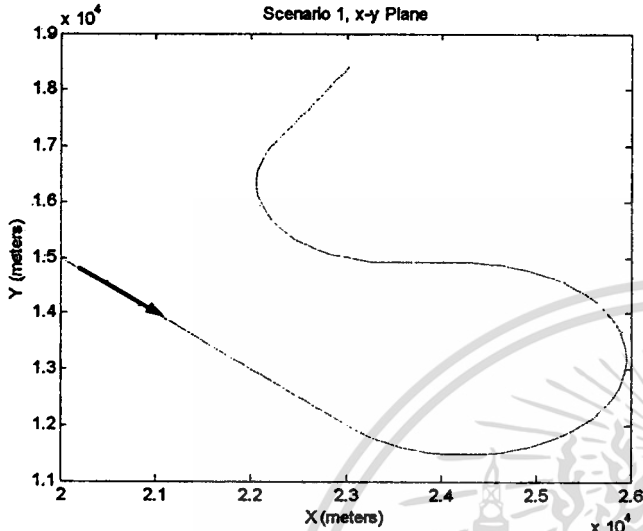


Figure 3. Test scenario 1

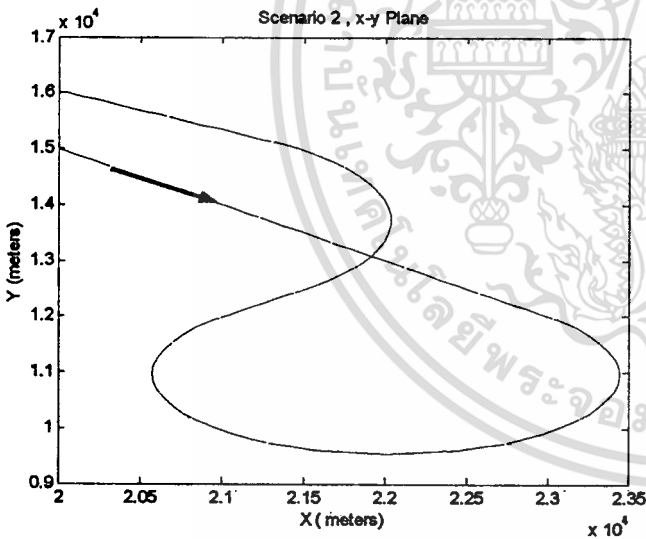


Figure 4. Test scenario 2

The second scenario illustrate in Fig 4 , include a non maneuvering flight mode during scan time 1-30 second with speed 100 m/s in both axes and then proceeds for a further 45 second turning with turn rate 6 deg/s and there is another straight line path for 5 seconds. After that the target exhibit a second turn, with turn rate is 5 deg/s (from scan time 80-100 second) and nonmaneuver flight mode from scan time 100-110 second.

The performance of the purpose algorithm is compared to those of an IMM 3 model algorithm and standard

Kalman filter where measurements noise is assumed to be white Gaussian noise with standard deviation of 50 m and 100 m for both axes.

Performance of algorithms was examined in term of normalized position error (N.P.E.) [2], which is ratio of the root mean square of position error to root mean square of measurement error given by

$$N.P.E.(n) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(x_n^i - \hat{x}_n^i)^2 + (y_n^i - \hat{y}_n^i)^2]}{N}}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(z_x^i - z_x^i)^2 + (z_y^i - z_y^i)^2]}{N}}} \quad (19)$$

where x_n^i , y_n^i and \hat{x}_n^i , \hat{y}_n^i stand for the true and estimated positions of the target at the n scan in i th simulation run respectively. z_x^i and z_y^i are the measured x and y positions of the target and N is the total number of Monte Carlo runs.

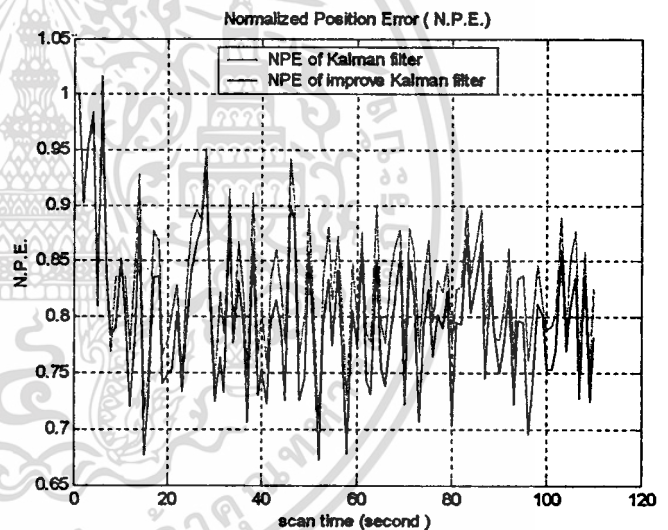


Figure 5. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter and improve Kalman filter for the scenario 1 with Gaussian measurement error standard deviation of 50 m.

Figs 5 and 6 show the N.P.E. of standard Kalman filter and improve Kalman filter of the scenario-1. Figs 7 and 8 show the N.P.E. of standard Kalman filter and improve Kalman filter of the scenario-2.

The simulation results showed that the N.P.E. of improve Kalman filter lower than the N.P.E. of standard Kalman filter except at first from the beginning. This is mainly because the position estimation error in closely state is assumed to be equal. In actual, for the first from the beginning, the posterior covariance P is fast in change.

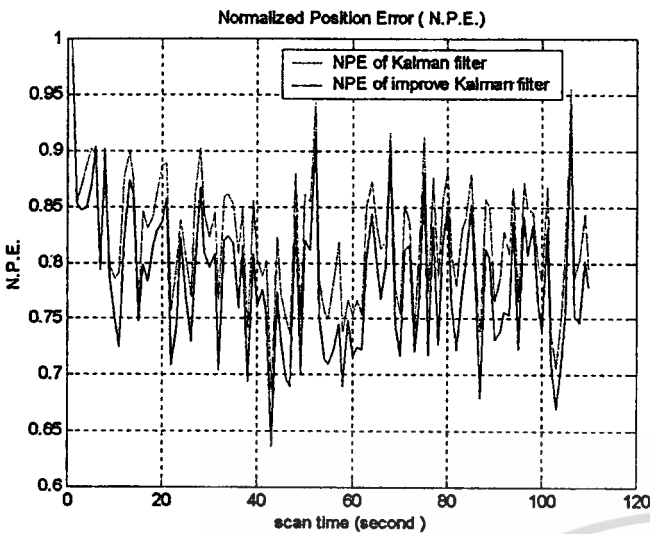


Figure 6. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter and improve Kalman filter for the scenario 1 with Gaussian measurement error standard deviation of 100 m.

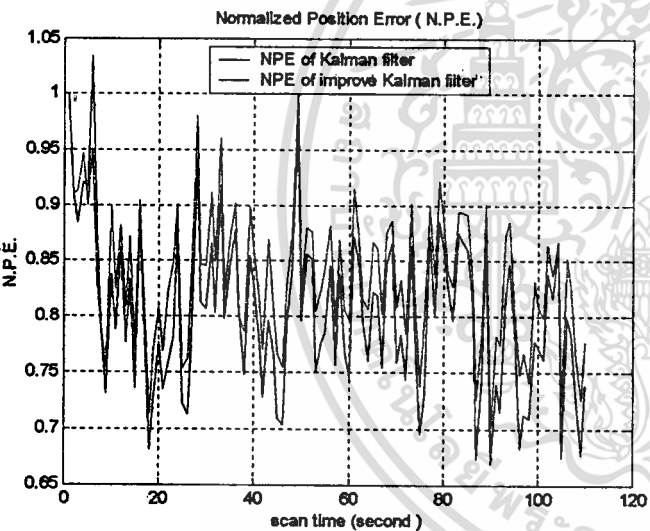


Figure 7. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter and improve Kalman filter for the scenario 2 with Gaussian measurement error standard deviation of 50 m.

Figs 9 and 10 show the N.P.E. of standard Kalman filter, improve Kalman filter, and IMM filter of the scenario-1 with Gaussian measurement error standard deviation of 50 m. and 100 m. respectively.

The simulation results showed that the N.P.E. of improve Kalman filter lower than the N.P.E. of standard Kalman filter and closely to the N.P.E. of the IMM filter.

The interacting multiple model (IMM) filter that was used to simulation consist of the 3 - model Kalman

filter with difference acceleration bias. The state representation for each model are:

$$x_{n+1} = Fx_n + Ba$$

$$B^1 = B^2 = B^3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$a^1 = -5 ; a^2 = 0 ; a^3 = 5$$

$$F^1 = F^2 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0.5T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0.5T^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F^3 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

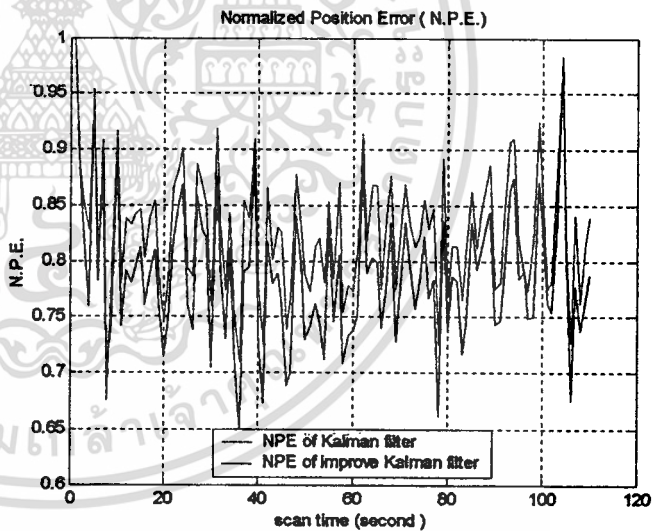


Figure 8. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter and improve Kalman filter for the scenario 2 with Gaussian measurement error standard deviation of 100 m.

Standard deviation (m)	Scenario1		Scenario2	
	50	100	50	100
Standard Kalman	0.8414	0.8329	0.8397	0.8385
Improve Kalman	0.8098	0.7947	0.8083	0.7980
IMM	0.7985	0.7760	0.7949	0.7821

Table 1 the average RMS of normalized position error (N.P.E.)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของกรมการขนส่งทางบก เพื่อการ
 ฝึกอบรมเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษา
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

V. REFERENCES

- [1] K.V. Ramachandra, Kalman Filtering Techniques for Radar Tracking , New York : Marcel Dekker 2000.
- [2] Murat Efe, John A Bather , Derek P Atherton, "An Adaptive Kalman Filter With Sequential Rescaling of Process Noise", Proceeding of the American Control Conference , June 1999.
- [3] Leigh A Johnston , Vikram Krishnamurthy , "An Improvement to the Interacting Multiple Model (IMM) Algorithm" , IEEE Trans on signal processing , December 2001.
- [4] Ludmila Mihaylova , "State Estimation by IMM Filter in the Presence of Structural Uncertainty", Bulgarian National Science Fund, 1998.
- [5] Brain Armstrong , Brad S. Holeman , "Target Tracking with a Network of Doppler Radars" , IEEE Trans on aerospace and electronic systems, January 1998.

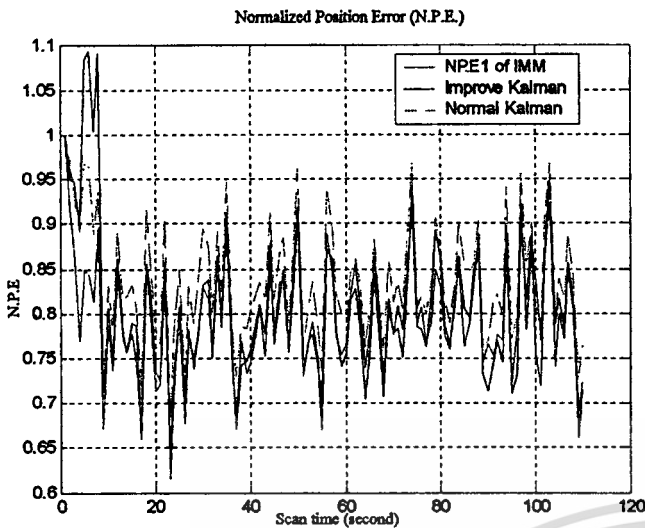


Figure 9. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter , improve Kalman , and IMM filter for the scenario 1 with Gaussian measurement error standard deviation of 50 m.

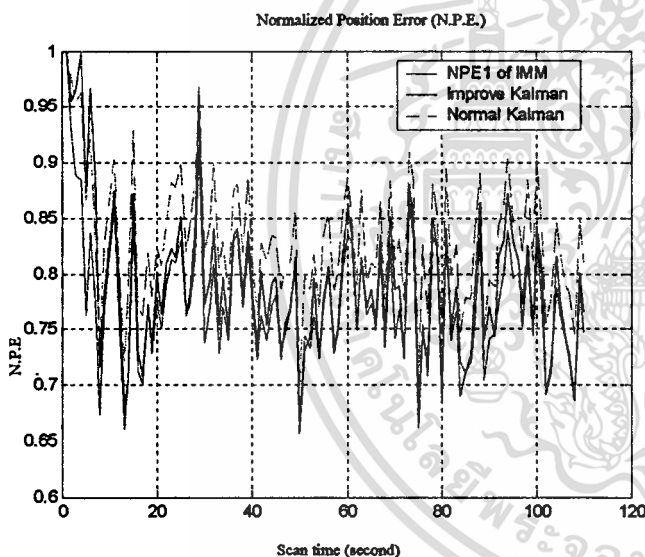


Figure 10. The normalized position error (N.P.E.) of the standard Kalman filter , improve Kalman , and IMM filter for the scenario 1 with Gaussian measurement error standard deviation of 100 m.

IV. CONCLUSION

A novel technique to improvement Kalman filter has been presented. The N.P.E. of standard Kalman filter is reduced by adding feedback estimation position error in to the measurement model. This method is less computational load and low complexity than the interacting multiple model (IMM) algorithm while it provide lower estimation error than the standard Kalman filter and closely to the IMM algorithm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Kalman Gain

From Fig. 1 and equation (6) The measurement function can be written as

$$\begin{aligned} z_n &= HY_n + v_n \\ &= HX_n + HW_n + v_n \end{aligned} \quad (7)$$

From the state prediction function of standard Kalman filter [1]

$$\hat{x}_n = \tilde{x}_n + K(z_n - H\tilde{x}_n) \quad (8)$$

$$\text{let } e_n = x_n - \hat{x}_n$$

$$\text{and } P_n = E\{e_n e_n^T\} \quad (9)$$

where P_n is the Posterior Covariance at state n .

Consider

$$E\{e_n e_n^T\} = E\{(x_n - \hat{x}_n)(x_n - \hat{x}_n)^T\} \quad (10)$$

Substitute equation (8) into equation (10) ,

$$P_n = E\left\{ \begin{aligned} &(x_n - \tilde{x}_n - K_n(z_n - H\tilde{x}_n)) \\ &(x_n - \tilde{x}_n - K_n(z_n - H\tilde{x}_n))^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Solve equation (11) where let

$\tilde{P}_n = E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\}$ is the Prior Covariance

and replace z_n with equation (7) we have

$$\begin{aligned} &= \tilde{P}_n + K_n H E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} H^T K_n^T + \\ &K_n H E\{w_n w_n^T\} H^T K_n^T + K R K_n^T + \\ &E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} H^T K_n^T - \\ &K_n H E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \end{aligned} \quad (12)$$

Where $E\{w_n w_n^T\} = E\{(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})^T\}$ is the Posterior Covariance of the last state or P_{n-1} , and

$R = E\{v_n v_n^T\}$ is the measurement noise covariance.

Substitute P_{n-1} and R into equation (12) so ,

$$\begin{aligned} E\{e_n e_n^T\} &= \tilde{P}_n + K_n H (\tilde{P}_n + P_{n-1}) H^T K_n^T + \\ &K_n R K_n^T - \tilde{P}_n H^T K_n^T - K_n H \tilde{P}_n. \end{aligned} \quad (13)$$

At minimum expectation error covariance ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E\{e_n e_n^T\}}{\partial K_n} &= 2H(\tilde{P}_n + P_{n-1})H^T K_n^T + 2R K_n^T - \\ &H \tilde{P}_n - (\tilde{P}_n H^T)^T = 0 \end{aligned}$$

$$K_n^T = \left(H(\tilde{P}_n + P_{n-1})H^T + R \right)^{-1} H \tilde{P}_n \quad (14)$$

$$\therefore K_n = \tilde{P}_n H^T \left(H(\tilde{P}_n + P_{n-1})H^T + R \right)^{-1} \quad (15)$$

Posterior Covariance

From equation (9) and equation (13)

$$\begin{aligned} P_n &= E\{e_n e_n^T\} = \tilde{P}_n + K_n H (\tilde{P}_n + P_{n-1}) H^T K_n^T + \\ &K_n R K_n^T - \tilde{P}_n H^T K_n^T - K_n H \tilde{P}_n \end{aligned}$$

replace K_n and K_n^T with equation (14) and (15) so ,

$$\begin{aligned} P_n &= \tilde{P}_n + K H \tilde{P}_n \\ &= (I - K H) \tilde{P}_n \end{aligned} \quad (16)$$

Prior Covariance

Prior Covariance can be derived from

$$\tilde{P}_n = E\{\tilde{x}_n \tilde{x}_n^T\} = E\{(x_n - \tilde{x}_n)(x_n - \tilde{x}_n)^T\} \quad (17)$$

From State model and State Prediction[1]

$$x_n = F x_{n-1} + G U_{n-1}$$

$$\tilde{x}_n = F \tilde{x}_{n-1}$$

Substitute in to equation (17)

$$\begin{aligned} \tilde{P}_n &= F E\{(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1})^T\} F^T + \\ &G E\{U_{n-1} U_{n-1}^T\} G^T \\ \tilde{P}_n &= F P_{n-1} F^T + G Q_{n-1} G^T \end{aligned} \quad (18)$$

Where Q is the variance of random acceleration [1].

G is the input distribution matrix [1].

III. SIMULATION RESULTS

The Kalman filter model that used in this paper is base on two-dimension three-state filters [1].

The simulated target motion was generated in two dimensions (i.e. x-y plane) with a sampling interval of 1 second. Measurements were assumed known at the origin of the cartesian coordinates for the x-y positions of the target with Gaussian measurement error standard deviation of 50 m and 100 m used for both axes.

Two realistic target tracking scenarios are simulated to examine the performance of purpose algorithm. The simulated target motion was generated in two dimension with sampling interval of 1 second. The first motion scenario illustrate in Fig.3 , includes a nonmaneuvering flight mode during scan time 1-30 second with speed of