

การวิเคราะห์แรงพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตร

Dynamic Tooth Load Analysis of Spur Gear System with
Asymmetric and Symmetric Teeth



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 50158
วัน,เดือน,ปี..... 2 1 เม.ย. 2547

b.....
i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์แรงพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตร

Dynamic Tooth Load Analysis of Spur Gear System with
Asymmetric and Symmetric Teeth

โดย

นายพงศ์ภัทร หล่อตระกูล

นายภูษิต ดำรงศุภกิจกุล



อาจารย์ที่ปรึกษา

อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2545

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การวิเคราะห์แรงพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตร

Dynamic Tooth Load Analysis of Spur Gear System with Asymmetric and Symmetric Teeth

ผู้จัดทำ

1. นายพงษ์ภัทร หล่อตระกูล รหัสประจำตัว 42010568

2. นายภูชิต คำรังศุกิจกุล รหัสประจำตัว 42010590



อาจารย์ที่ปรึกษา

(อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์แรงพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตร

๕

นายพงศภัทร หล่อตระกูล 42010568
 นายภูษิต ดำรงศุกกิจกุล 42010590
 อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษา
 ปีการศึกษา 2545

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเฟือง ระหว่างเฟืองตรงฟันสมมาตร (Symmetric Spur Gear Teeth) กับเฟืองตรงฟันไม่สมมาตร (Asymmetric Spur Gear Teeth) โดยจะทำการเปรียบเทียบแรงพลวัตที่เกิดขึ้น ในระหว่างการขบกันของเฟือง ในการเปรียบเทียบจะสร้างแบบจำลองของเฟืองทั้งสองขึ้นมาโดยใช้โปรแกรม MATLAB แล้วนำไปวิเคราะห์แรงที่เกิดขึ้นในโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ (ABAQUS) นอกจากนั้นจะทำการวิเคราะห์โดยวิธีพลศาสตร์ของวัตถุแข็ง การวิเคราะห์จะทำโดยปรับเปลี่ยนค่าความเร็วรอบของเฟืองไปที่ค่าต่างๆ แล้วดูแนวโน้มของแรงพลวัตที่เกิดขึ้นเปรียบเทียบกัน เพื่อหาข้อสรุปว่าเฟืองชนิดใดให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่า

Dynamic Tooth Load Analysis of Spur Gear System with
Asymmetric and Symmetric Teeth

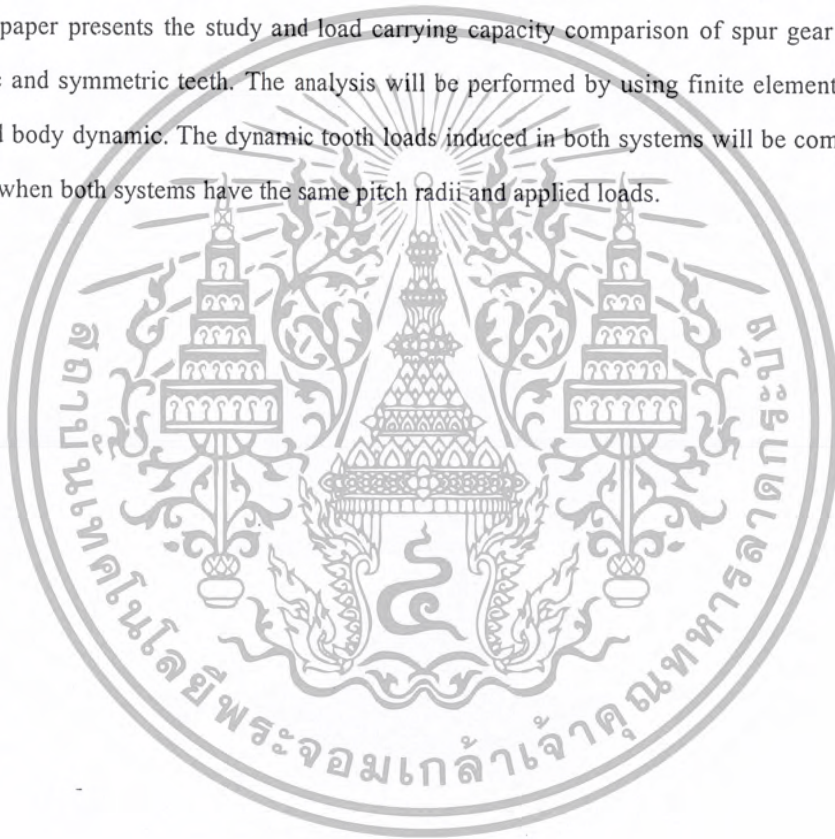
Mr. Pongpat Lortrakul 42010568

Mr. Puchit Dumrongsupakitkul 42010590

Mr. Monsak Pimsarn Adviser

Abstract

This paper presents the study and load carrying capacity comparison of spur gear systems with asymmetric and symmetric teeth. The analysis will be performed by using finite element method and general rigid body dynamic. The dynamic tooth loads induced in both systems will be compared at different speeds when both systems have the same pitch radii and applied loads.



กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ได้จัดทำขึ้นเพื่อประกอบการเรียนวิชา Project ซึ่งนับว่าเป็นโอกาสอันดีที่ทำให้นักศึกษาได้นำความรู้ในภาคทฤษฎีมาทำการปฏิบัติการ เป็นการเพิ่มพูนความรู้ และประสบการณ์ให้แก่นักศึกษา

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ อ.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญาานิพนธ์เป็นอย่างสูง ที่ได้ให้คำแนะนำ และคำปรึกษาเกี่ยวกับการทำโครงการนี้

ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้ คือ บิดา มารดา อันเป็นที่เคารพรักยิ่ง ซึ่งได้เลี้ยงดูข้าพเจ้ามาเป็นอย่างดี พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจ เอาใจใส่เสมอมาในทุกๆ ด้าน อันหาที่เปรียบมิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสุดประมาณ และขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

นายพงศ์ภัทร หล่อตระกูล

นายภูษิต คำรงค์กิจกุล

เมษายน 2546



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้าที่

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญภาพ	V
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ	1
1.3 ภาพรวมของงานวิจัย	1
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานของเฟืองฟันตรง	3
2.1 คำจำกัดความของเฟือง	3
2.2 มาตรฐานในการกำหนดขนาดของเฟือง	4
2.3 เส้นโค้ง Involute	5
2.4 ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของ Involute	7
2.5 ลักษณะการสัมผัสกันของเฟือง	9
2.6 การขัดกันของเฟือง	11
2.7 เฟืองไม่มาตรฐานแบบฟันตรง	13
บทที่ 3 การสร้างรูปร่างของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	17
3.1 สรีระของเฟืองฟันสมมาตร (Symmetric Gear Geometry)	17
3.1.1 ขั้นตอนการสร้างเฟืองฟันสมมาตร	17
3.1.2 การสร้าง Involute curve	20
3.1.3 การสร้าง Fillet	20
3.2 การย้ายตำแหน่งเปลี่ยนพิกัด (Transformation)	22
3.3 สรีระของเฟืองฟันไม่สมมาตร (Asymmetric Gear Geometry)	23
3.3.1 ค่าเริ่มต้นที่กำหนดในการสร้างเฟืองฟันไม่สมมาตร	26
3.3.2 การคำนวณขั้นที่ 1	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.3 การคำนวณขั้นที่ 2	27
3.3.4 ตรวจสอบการขัดกันของเฟือง (Interference)	27
3.3.5 การคำนวณขั้นที่ 3	27
3.3.6 ตรวจสอบครั้งที่ 2	29
3.4 ตัวอย่างการนำเฟืองฟันไม่สมมาตรไปใช้งานจริง	30
บทที่ 4 การคำนวณแรงทางพลวัตของเฟือง	32
4.1 การคำนวณแรงทางพลวัตของเฟืองด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์	32
4.1.1 ขั้นตอนการหาแรงพลวัตโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	32
4.1.2 ลักษณะของปัญหาและแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	33
4.1.2.1 ลักษณะของเอลิเมนต์	34
4.1.2.2 สภาวะขอบ (Boundary Condition)	34
4.1.2.3 สภาวะเริ่มต้นและลักษณะของระบบแรง	35
4.1.2.4 รูปแบบของ INPUT FILE	36
4.1.2.5 หลักการแบ่งเอลิเมนต์ของเฟืองฟันตรงสมมาตร	46
4.1.2.6 หลักการแบ่งเอลิเมนต์ของเฟืองฟันตรงไม่สมมาตร	49
4.2 การหาแรงพลวัตด้วยวิธีทางทฤษฎี	50
4.2.1 แบบจำลองระบบการส่งถ่ายกำลัง	50
4.2.2 ค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองฟันเดี่ยว	51
4.2.3 ค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองรวม	53
4.2.4 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงของฟันเฟือง	56
4.2.5 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน	56
4.2.5.1 ความเร็วลื่นไถล	56
4.2.6 การอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยวิธี Runge-Kutta อันดับ 4	59
4.2.7 แรงพลวัต	64
4.2.7 ขั้นตอนการคำนวณแรงพลวัต	64
บทที่ 5 ผลจากการคำนวณ	66
5.1 ผลจากการคำนวณของวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์	66

5.1.1 ผลจากการคำนวณทางสถิติ	67
5.1.2 ผลจากการคำนวณทางพลวัต	70
5.1.2.1(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 1000 RPM	70
5.1.2.1(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 1000 RPM	71
5.1.2.2(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 2000 RPM	72
5.1.2.2(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 2000 RPM	73
5.1.2.3(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 4000 RPM	74
5.1.2.3(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 4000 RPM	75
5.1.2.4(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 10000 RPM	76
5.1.2.4(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 10000 RPM	77
5.1.3 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในการทดสอบแบบสถิต	78
5.1.4 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าของแรงพลวัตที่เกิดขึ้น	79
5.2 ผลการวิเคราะห์แรงพลวัตของวิธีทางทฤษฎี	80
บทที่ 6 สรุปและวิจารณ์ผลการคำนวณ เอกสารอ้างอิง ภาคผนวก ก.	81

สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงลักษณะต่างๆของเฟือง	3
2.2-2.6 แสดงการสร้างเส้น Involute Curve	5
2.7 แสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของ Involute	7
2.8 แสดงลักษณะที่สมบูรณ์ของฟันแบบ Involute	8
2.9 แสดงมุม Approach Angle กับมุม Recess Angle	9
2.10 แสดงระยะ Base Pitch	10
2.11 แสดง Involute Pressure Angle	11
2.12 แสดงระบบที่มีการขัดกันเกิดขึ้น	12
2.13 แสดงการกักระบบ Extended Center Distance	14
2.14 แสดงลักษณะของเฟืองที่กัดแบบ Undercut และแบบไม่มาตรฐาน	15
3.1 แสดงสรีระของเฟืองฟันสมมาตรที่เขียนขึ้นด้วยโปรแกรม	17
3.2-3.5 แสดงขั้นตอนการสร้างฟันเฟืองแบบ Involute	18-19
3.6-3.8 แสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของเส้น Involute	20
3.9 แสดงการแปลงพิกัด	22
3.10 แสดงสรีระของเฟืองฟันไม่สมมาตร	23
3.11 แสดงความสัมพันธ์ของการขบกันของเฟืองฟันไม่สมมาตร	24
3.12 แสดงลักษณะของ RACK CUTTER	28
3.13-3.17 แสดงการนำเฟืองฟันไม่สมมาตรไปใช้งาน	30
4.1 แสดงแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของระบบเฟืองฟันสมมาตร	33
4.2 แสดงแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของระบบเฟืองฟันไม่สมมาตร	34
4.3 แสดงการควบคุมพิกัดของจุดหมุนให้อยู่กับที่	35
4.4 แสดงแรงของระบบ	35
4.5 แสดงฟันที่มีเอลิเมนต์ละเอียดซึ่งเป็นส่วนที่สนใจ	36
4.6 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของฟัน 1 ฟัน	46
4.7 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของส่วนหลัก	47
4.8 แสดงการแบ่งโนดจากระยะ L	48
4.9 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของส่วนแกนกลางและด้านล่าง	48
4.10 แสดงการแบ่งโนดจากระยะ L2	49
4.11 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของเฟืองฟันไม่สมมาตร	49
4.12 แบบจำลองของระบบส่งถ่ายกำลัง	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.13 ลักษณะของสปริงกับตัวหน่วง	50
4.14 แสดงรัศมีณ.จุดที่เฟืองขบกัน	52
4.15 แสดงค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองคู่เดียว	53
4.16 แสดงช่วงของการขบกันของฟันเฟือง	53
4.17 แผนภาพการคำนวณค่าความยืดหยุ่นรวม	54
4.18 แสดงจุดที่เฟืองขบกัน 2 ฟัน	55
4.19 แสดงค่าความยืดหยุ่นรวม	55
4.20 แสดงทิศของความเร็วที่จุดสัมผัส	57
4.21 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน	58
4.22 แสดงค่าแรงบิดจากความเสียดทาน	58
4.23 แสดงขั้นตอนการคำนวณแรงพลวัต	65
5.1-5.2 แสดงการกระจายความเค้น VON-MISES ของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	67
5.3-5.4 แสดงการกระจายความเค้น SII ของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	67
5.5-5.6 แสดงการกระจายความเค้น S22 ของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	67
5.7-5.8 แสดงการกระจายความเค้น S12 ของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	68
5.9-5.10 แสดงการกระจายความเค้น TRESCA ของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	68
5.11-5.12 แสดงแรงที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	68
5.13-5.14 แสดงความดันแรงที่เกิดขึ้นบน โนดที่หน้าสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	69
5.15-5.16 แสดงพื้นที่ในการสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร	69
5.17 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 1000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Drive Side	70
5.18 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 1000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Coast Side	70
5.19 แสดงผลของความเร่งที่ 1000 RPM โนด 11020	70
5.20 แสดงผลของความเร็วที่ 1000 RPM โนด 11020	70
5.21 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 1000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Drive Side	71
5.22 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 1000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Coast Side	71
5.23 แสดงผลของความเร่งที่ 1000 RPM โนด 1450	71
5.24 แสดงผลของความเร็วที่ 1000 RPM โนด 1450	71
5.25 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Drive Side	72
5.26 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Coast Side	72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.27 แสดงผลของความเร่งที่ 2000 RPM โนค 11020	72
5.28 แสดงผลของความเร็วที่ 2000 RPM โนค 11020	72
5.29 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Drive Side	73
5.30 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Coast Side	73
5.31 แสดงผลของความเร่งที่ 2000 RPM โนค 1450	73
5.32 แสดงผลของความเร็วที่ 2000 RPM โนค 1450	73
5.33 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Drive Side	74
5.34 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Coast Side	74
5.35 แสดงผลของความเร่งที่ 4000 RPM โนค 11020	74
5.36 แสดงผลของความเร็วที่ 4000 RPM โนค 11020	74
5.37 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Drive Side	75
5.38 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Coast Side	75
5.39 แสดงผลของความเร่งที่ 4000 RPM โนค 1450	75
5.40 แสดงผลของความเร็วที่ 4000 RPM โนค 1450	75
5.41 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Drive Side	76
5.42 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Coast Side	76
5.43 แสดงผลของความเร่งที่ 10000 RPM โนค 11020	76
5.44 แสดงผลของความเร็วที่ 10000 RPM โนค 11020	76
5.45 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Drive Side	77
5.46 แสดงผลของแรงทางพลวัตที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ด้าน Coast Side	77
5.47 แสดงผลของความเร่งที่ 10000 RPM โนค 1450	77
5.48 แสดงผลของความเร็วที่ 10000 RPM โนค 1450	77
5.49 แสดงแรงพลวัตทางทฤษฎีที่ความเร็วรอบต่างๆ	80

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มา

ในปัจจุบันเฟืองส่งกำลังมีบทบาทมากในงานอุตสาหกรรม เนื่องจากสามารถทำงานที่ความเร็วรอบสูงๆ ได้ดีว่าโซ่หรือสายพาน เฟืองที่มีโซ่อยู่ในปัจจุบันมีหลายชนิดเช่นเฟืองตรง เฟืองเฉียง เฟืองก้างปลา เฟืองหนอน เฟืองที่ยังเป็นที่ต้องการจะต้องมีความแข็งแรง สามารถทำงานที่ความเร็วรอบสูงๆ และมีอายุการใช้งานนาน เช่น เฟืองส่งกำลังที่ใช้ในเครื่องบิน จึงได้มีการพัฒนาเฟืองชนิดใหม่ขึ้นมาคือ เฟืองที่มีมุมกดทั้ง 2 ด้านไม่เท่ากัน (Asymmetric Spur Gear Teeth) เป็นนวัตกรรมใหม่ที่มีการคิดขึ้นมาโดย Kapelevich[6] แต่ยังคงขาดงานวิจัยที่ศึกษาพฤติกรรมการทำงานของมัน การวิเคราะห์จะแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อ ที่จะทำการศึกษาคือ การศึกษารูปร่างของฟันเฟืองและการวิเคราะห์แรงทางพลวัต

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

- 1.2.1 ศึกษาแรงพลวัตที่เกิดขึ้นบนเฟืองตรงฟันสมมาตรด้วยวิธีทางทฤษฎี (พลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง)
- 1.2.2 ศึกษาแรงพลวัตที่เกิดขึ้นบนเฟืองตรงฟันสมมาตรด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.2.3 ศึกษาแรงพลวัตที่เกิดขึ้นบนเฟืองตรงฟันไม่สมมาตรด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์
- 1.2.4 วิเคราะห์เชิงเปรียบเทียบคุณสมบัติที่บ่งประสิทธิภาพของเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตร เช่น การกระจายตัวของความเค้น แรงพลวัตที่เกิดขึ้นระหว่างการขับ ลักษณะของการเสียรูป ฯ

1.3 ภาพรวมของโครงการ

การที่จะหาแรงพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตร โดยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะต้องมีความเข้าใจลักษณะของระบบ อย่างแรกของการจำลองโมเดลไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นต้องสร้างสรีระของเฟืองซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากเพราะการสร้างรูปร่างที่ผิดพลาดที่ได้นั้นก็จะผิดจากความเป็นจริง (บทที่3) ซึ่งการจะเข้าใจสรีระของเฟืองได้นั้นจำเป็นต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีของเฟือง (บทที่2) เมื่อเข้าใจถึงสรีระแล้วเครื่องมือในการวิเคราะห์ก็คือโปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (ABAQUS) ต้องเข้าใจรูปแบบและคำสั่ง (บทที่4) ในการจำลองระบบซึ่งหากมีความเข้าใจก็สามารถที่จะจำลองระบบที่สมจริงได้ การจำลองระบบนั้นจะทำทั้งเฟืองฟันสมมาตรและเฟืองฟันไม่สมมาตรเพื่อนำมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกัน

ผลลัพธ์ทางทฤษฎีของส่วนเฟืองฟันสมมาตร เป็นส่วนที่จะบอกความถูกต้องของแบบจำลองของระบบเฟืองฟันสมมาตร ในวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยทางทฤษฎีจะสร้างแบบจำลองของระบบการส่งถ่ายกำลังและเขียนสมการการเคลื่อนที่โดยใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตันซึ่งจะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับ 2 และสมการที่ได้จะเป็นแบบ Force Vibration ซึ่งสมการจะติดค่าความยืดหยุ่น ความหน่วง และค่าแรงบิดเนื่องจากแรง

เสียดทานโดยที่ค่าตัวแปรข้างต้นสามารถหาได้โดยวิเคราะห์ตำแหน่งที่เฟืองขบกัน การคำนวณจะทำการหาค่าสถานะเริ่มต้นจากสมการการเคลื่อนที่ ผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปทำนายมุมหมุนและความเร็วเชิงมุมถัดไปโดยการอินทิเกรตสมการการเคลื่อนที่ทั้งสองสมการ โดยวิธีรุงเงคุด้าอันดับ 4 (Runge Kutta 4 th) ที่ใช้วิธีนี้เนื่องจากมีความแม่นยำสูง ส่วนแรงพลวัตหาได้จากระยะยุบตัวของสปริงกับตัวหน่วงที่จำลองขึ้นในระบบ

สำหรับบทที่ 6 จะแสดงผลการวิจัยพร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าที่ได้ของระบบเฟืองทั้ง 2 ชนิด โดยวิธีทางทฤษฎีและทางไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อสรุปว่าเฟืองชนิดใดที่มีประสิทธิภาพมากกว่า



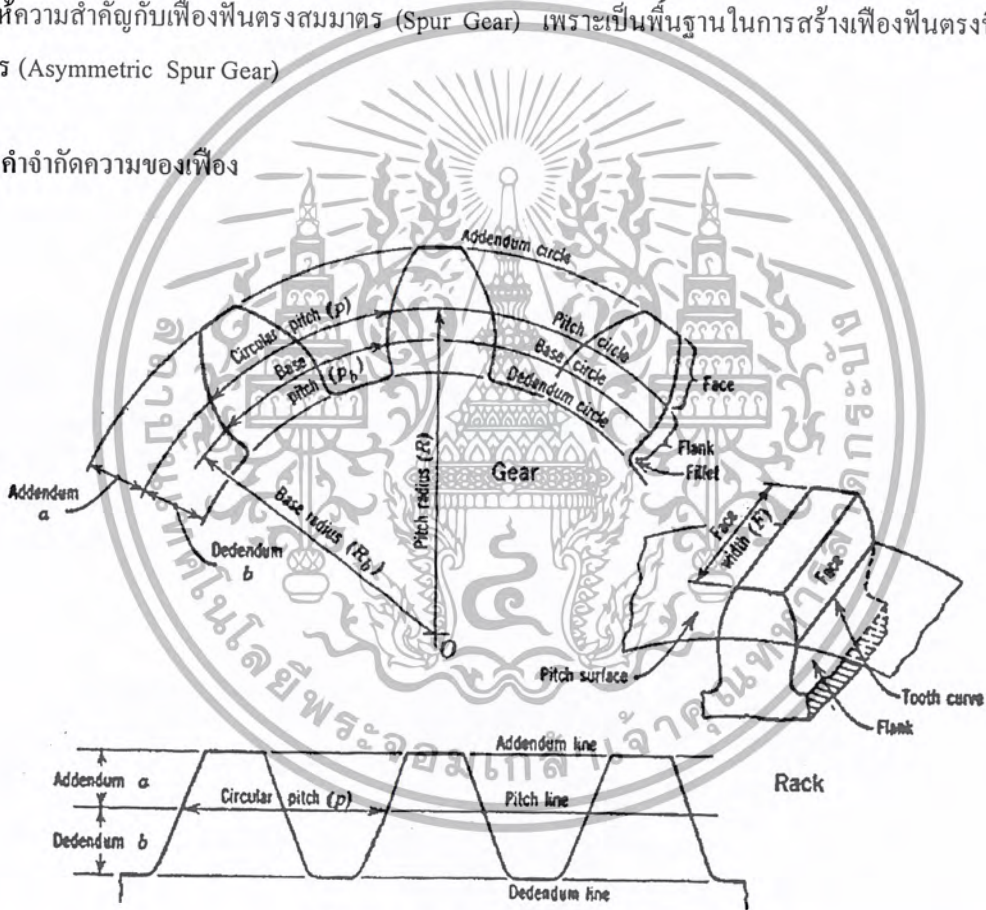
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานของเฟืองฟันตรง

เฟืองเป็นส่วนประกอบที่สำคัญชนิดหนึ่งในการส่งถ่ายกำลัง ในปัจจุบันเฟืองส่งกำลังมีบทบาทมากในงานอุตสาหกรรมเนื่องจากสามารถทำงานที่ความเร็วรอบสูงๆ ได้ดีว่า โข่หรือสายพาน เฟืองที่มีโซ่อยู่ในปัจจุบันมีหลายชนิดเช่น เฟืองตรง เฟืองเฉียง เฟืองก้างปลา เฟืองหนอน โดยส่วนมากเฟืองขับ (Driving Gears) จะมีขนาดเล็กกว่าเฟืองตาม (Driven Gears) และเฟืองขับนี้มีชื่อเฉพาะว่า พิเนียน (Pinion) เฟืองตัวตามเรียกเฟือง (Gear) แต่การใช้งานบางโอกาสอาจใช้เฟืองที่มีขนาดใหญ่กว่าเป็นตัวขับก็ได้ซึ่งโครงการนี้จะให้ความสำคัญกับเฟืองฟันตรงสมมาตร (Spur Gear) เพราะเป็นพื้นฐานในการสร้างเฟืองฟันตรงที่ไม่สมมาตร (Asymmetric Spur Gear)

2.1 คำจำกัดความของเฟือง



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะต่างๆของเฟือง

วงกลมพิตช์ (Pitch circle, D) เป็นมิติหลักในการบอกขนาดของเฟืองปกติแล้วเฟืองที่ขบกันจะต้องมีเส้นสัมผัสที่วงกลมพิตช์

โมดูล (Module, m) เป็นอัตราส่วนระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์กับจำนวนฟันบนเฟืองในหน่วยเอสไอ
 ไดอะเมทรัลพิตช์ (Diametral pitch, P_d) เป็นส่วนกลับของ โมดูลใช้ในหน่วยอังกฤษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แอดเดนดัม (Addendum, a) เป็นระยะที่วัดตามแนวรัศมีของวงกลมพิตช์ถึงยอดฟัน
 ดีเดนดัม (Dedendum, b) เป็นระยะที่วัดตามแนวรัศมีของวงกลมพิตช์ถึงโคนฟัน
 เคลียร์รันซ์ (Clearance) เป็นผลต่างระหว่างดีเดนดัมของเฟืองหนึ่งกับแอดเดนดัมของอีกเฟืองหนึ่ง
 แบคแลช (Backlash) เป็นผลต่างระหว่างช่องว่างของฟันเฟืองหนึ่งกับความกว้างของฟันอีกเฟืองหนึ่ง
 เซอคิวลาพิตช์ (Circular pitch, P_c) ระยะจากจุดหนึ่งบนเฟืองไปยังจุดหนึ่งที่ตำแหน่งเดียวกันบนวงกลม
 พิตช์

วงกลมฐาน (Basecircle, R_b) เป็นวงกลมที่ใช้ในการสร้าง Involute Curve

รัศมีส่วนฐานของฟัน (Fillet radius, R_f) เป็นส่วนโค้งระหว่างวงกลมดีเดนดัมกับ Involute Curve

ความหนาของฟัน (Thickness, t_p) เป็นความหนาของฟันเฟืองจะวัดที่วงกลมพิตช์

แฟล็งก์ (Flank) คือผิวด้านข้างของฟันเฟือง ซึ่งอยู่ระหว่างวงกลมพิตช์กับวงกลมดีเดนดัม

อัตราทด (Velocity ratio) คืออัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับต่อความเร็วเชิงมุมของเฟือง
 ตาม จะกำหนดให้ “1” และ “2” แทนเฟืองขับและเฟืองตามแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$m_g = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (2.1)$$

เมื่อ

ω = ความเร็วเชิงมุม (rad/s)

n = ความเร็วรอบ (rpm)

d = เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์ (mm, in)

N = จำนวนฟัน

อัตราส่วนเฟือง (Gear ratio) คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนฟันของเฟืองต่อจำนวนฟันของเฟืองที่

$$m_g = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.2)$$

2.2 มาตรฐานในการกำหนดขนาดของฟันเฟือง

เครื่องจักรที่ผลิตในรุ่นก่อนๆถูกสร้างมาด้วยระบบอังกฤษก็จะใช้ไดอะมิทริลพิตช์เป็นตัวกำหนดขนาด
 แต่ในปัจจุบันจะพยายามใช้มาตรฐานเดียวกัน (SI UNIT) โดยกำหนดเฟืองด้วย โมดูล

$$\text{ไดอะมิทริลพิตช์ (1/in)} \quad P = \frac{N}{d} \quad (2.3)$$

$$\text{โมดูล (mm)} \quad m = \frac{d}{N} \quad (2.4)$$

เซอควิลลาพิคซ์
$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m \tag{2.5}$$

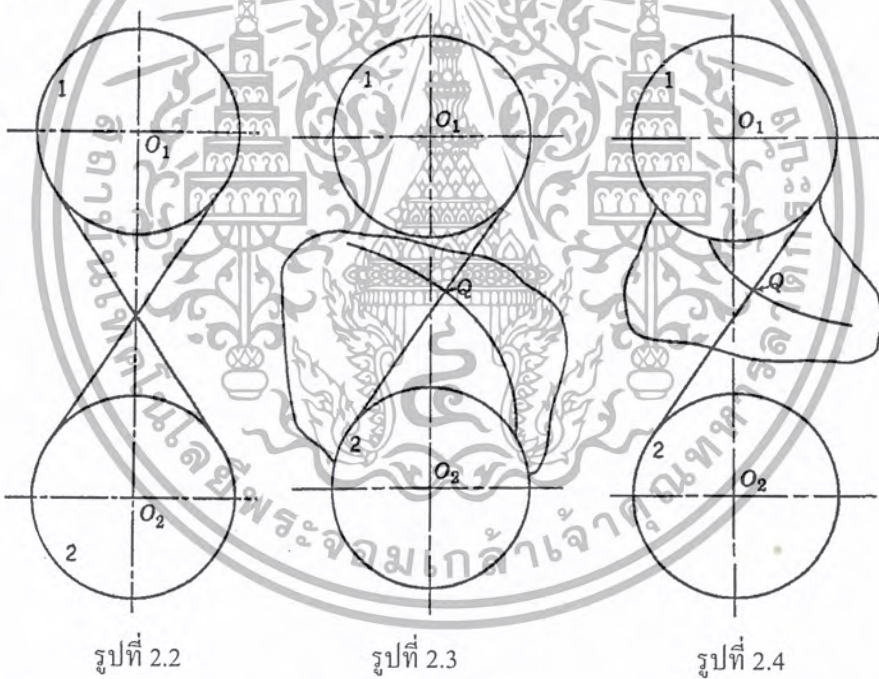
จะได้
$$Pp = \pi \tag{2.6}$$

ขนาดเฟืองมาตรฐานแสดงในภาคผนวก ก.1

2.3 เส้นโค้งอินวอลูท (Involute Spur Gear)

เมื่อผิวโค้งสองผิวสัมผัสกันโดยตรง ความเร็วเชิงมุมจะเป็นสัดส่วนกลับกันกับส่วนของเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลาง ที่ถูกตัดโดยเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ และถ้าเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ตัดเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลางที่จุดคงที่ จะได้อัตราส่วนความเร็วเชิงมุมคงที่ หลักการนี้จะเป็นการขบกัน (Meshing) ของเฟือง 2 เฟือง

ลักษณะของฟันเฟืองมีหลายแบบ แต่ที่นิยมโดยทั่วไปมี 2 แบบคือ Cycloidal และ Involute ในปัจจุบันนิยมแบบ Involute เพราะทำการผลิตง่ายกว่าและระยะระหว่างจุดศูนย์กลาง (Center Distance) อาจจะสามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยไม่ทำให้สัดส่วนความเร็วเชิงมุมเปลี่ยนไป

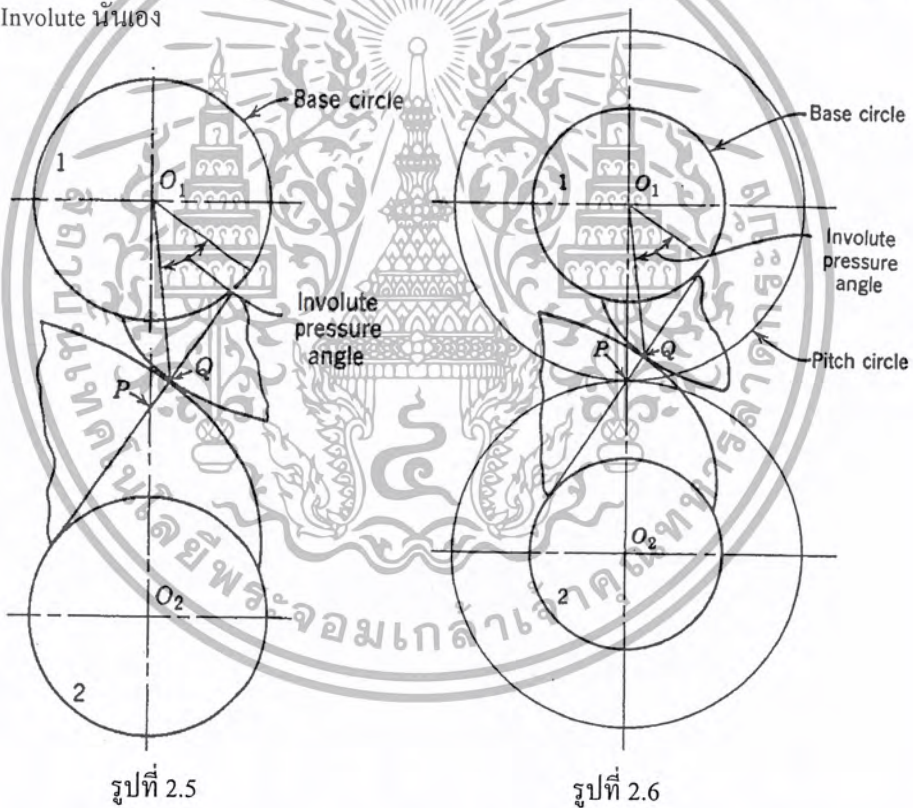


พิจารณารอก 1 และ 2 ที่อยู่ด้วยลวดในลักษณะไขว้กันตามรูปที่ 2.2 รอกทั้งสองจะหมุนในทิศตรงข้ามกัน และอัตราส่วนความเร็วเชิงมุมจะมีค่าคงที่เมื่อเส้นลวดไม่ไถล (No Slip) และค่าของความเร็วเชิงมุมนี้จะเป็นสัดส่วนกลับกันกับเส้นผ่านศูนย์กลางของรอกทั้งสอง และไม่ว่าระยะศูนย์กลางจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรก็ตาม จะไม่มีผลต่ออัตราส่วนความเร็วเชิงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมุติให้ลวดด้านหนึ่งถูกนำออกไปและนำกระดาษมาติดไว้กับรอก 1 ดังรูป 2.3 ถ้านำดินสอดามาไว้ที่จุด Q และหมุนรอก 2 ในทิศทวนเข็มนาฬิกา จุด Q จะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงเทียบกับพื้นที่อยู่กับที่ และจุด Q จะเคลื่อนที่เป็นลักษณะของ Involute บนแผ่นกระดาษเมื่อเทียบกับรอก 1 (ถ้าใช้วิธีตัดเส้นลวดและคลี่เส้นลวดนั้นออกจากรอกที่หยุดอยู่กับที่โดยเส้นลวดตึงตลอดก็จะได้เส้นโค้ง Involute เหมือนกัน) และในทำนองเดียวกัน ถ้านำกระดาษไปติดบนรอก 2 และหมุนรอก 1 ในทิศทวนเข็มนาฬิกา ก็จะได้ลักษณะของ Involute บนกระดาษเช่นเดียวกันดังรูป 2.4

ถ้าตัดแผ่นกระดาษทั้งสองตามลักษณะ Involute และนำ Involute บนรอก 1 มาดัน Involute บนรอก 2 จะเห็นว่าอัตราส่วนความเร็วเชิงมุมจะคงที่เนื่องจากเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ (Line of Action) ซึ่งตั้งฉากกับ Involute ที่จุดสัมผัส Q จะตัดเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลางที่จุดคงที่ ถ้าระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางเปลี่ยนไป Involute 1 ก็ยังคงดัน Involute 2 ในลักษณะเดียวกัน สิ่งที่ต่างกันออกไปก็คือส่วนของ Involute ทั้งสองที่จะมาสัมผัสกันจะเปลี่ยนไปเท่านั้น ลักษณะของ Involute ทั้งสองตามรูป B และรูป C จะถูกนำไปใช้เป็นส่วนหนึ่งของฟันแบบ Involute นั้นเอง



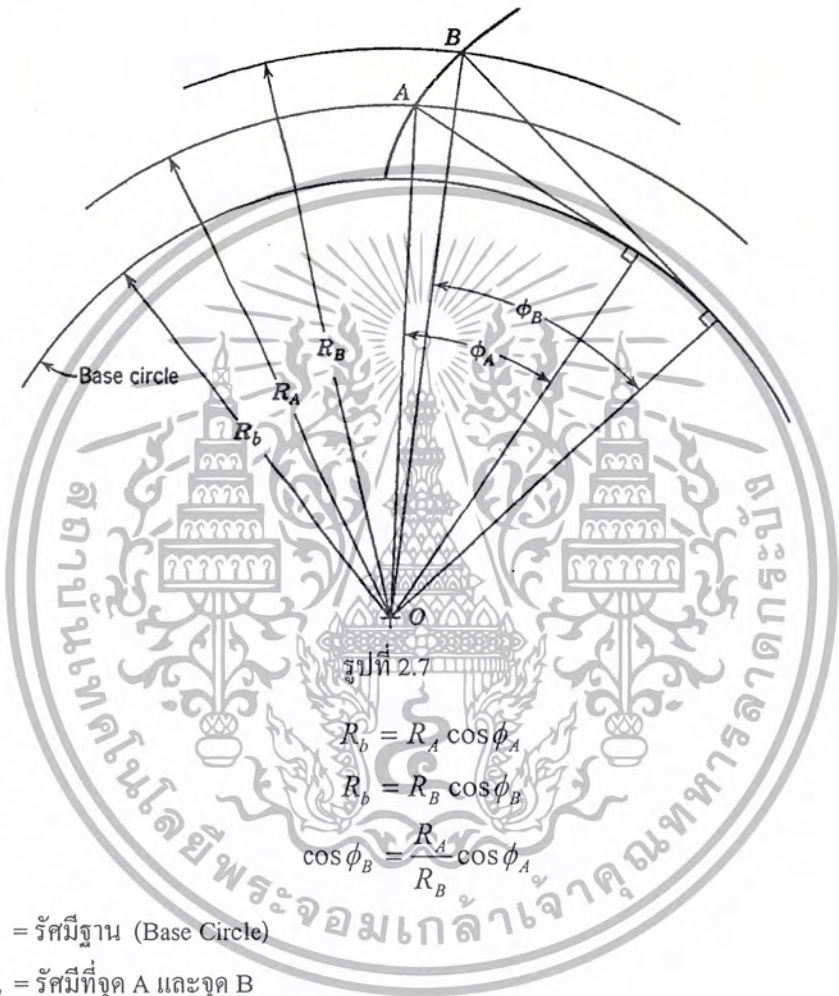
รูปที่ 2.5

รูปที่ 2.6

ตัวรอกหรือวงกลมหลักที่ใช้เป็นหลักในการสร้าง Involute ขึ้นมาเรียกว่า วงกลมฐาน (Base circle, R_b) Involute Pressure Angle คือมุมระหว่างเส้นตั้งฉากกับเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ที่ลากจากจุดศูนย์กลาง O_1 ของวงกลมฐานและเส้นเชื่อม O_1 กับ Q ซึ่งเป็นจุดสัมผัส (รูปที่ 2.5) เส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ที่ตัดกับเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลางที่จุด P

วงกลมที่ใช้ O_1 (หรือ O_2) เป็นจุดศูนย์กลางและมีรัศมี O_1P (หรือ O_2P) เรียกว่าวงกลมพิตช์ (Pitch Circle) ดังรูปที่ 2.6 และใน Involute 1 ดัน Involute 2 วงกลมพิตช์ทั้งสองจะมีการเคลื่อนที่ที่เป็นแบบ Pure Rolling ซึ่งเป็นหลักการของการส่งถ่ายกำลังด้วยเฟือง

2.4 ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของ Involute



รูปที่ 2.7

$$R_b = R_A \cos \phi_A \tag{2.7}$$

$$R_b = R_B \cos \phi_B \tag{2.8}$$

$$\cos \phi_B = \frac{R_A}{R_B} \cos \phi_A \tag{2.9}$$

เมื่อ R_b = รัศมีฐาน (Base Circle)

R_A, R_B = รัศมีที่จุด A และจุด B

ϕ_A, ϕ_B = Involute Pressure Angle ที่จุด A และจุด B

จากสมการที่ 2.9 จะสามารถหาค่า Involute Pressure Angle ที่จุดใดๆเมื่อรู้รัศมีได้

จากรูป 2.8 เป็นรูปที่แสดงลักษณะที่สมบูรณ์ของฟันแบบ Involute สามารถใช้ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์หาความหนาของฟันได้ดังนี้

$$D \hat{O} G = \frac{DG}{OG} = \frac{BG}{OG}$$

$$\tan \phi_B = \frac{BG}{OG}$$

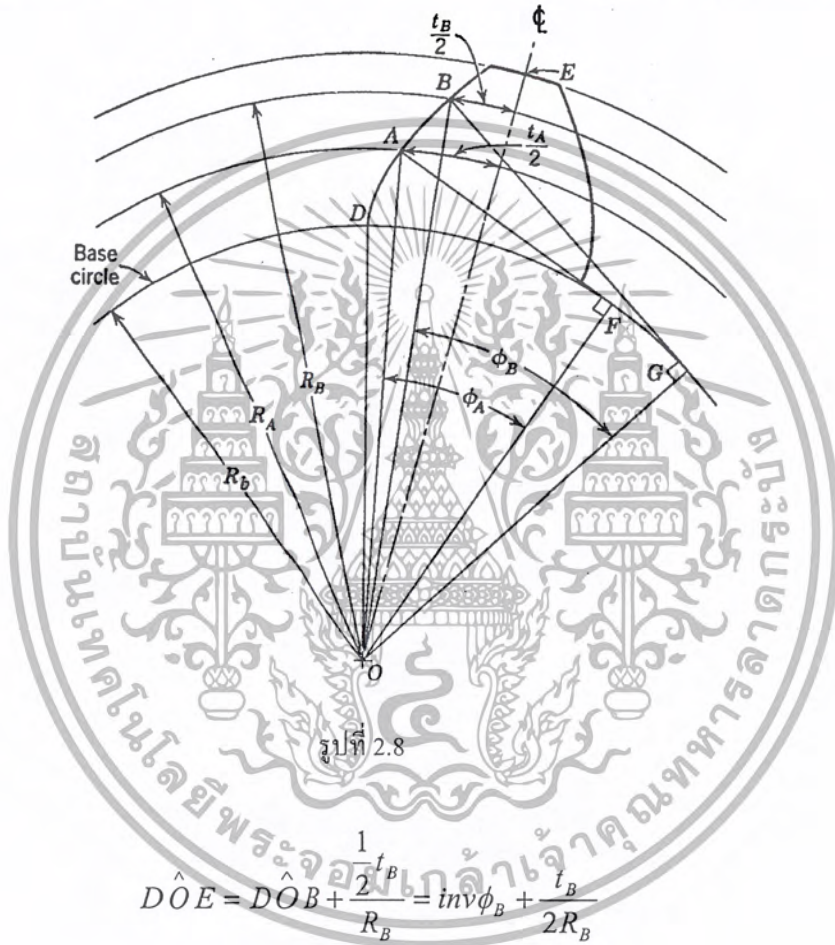
$$D\hat{O}G = \tan \phi_B$$

$$D\hat{O}B = D\hat{O}G - \phi_B = \tan \phi_B - \phi_B = \text{inv} \phi_B \quad (2.10)$$

ในลักษณะเดียวกัน

$$D\hat{O}A = \tan \phi_A - \phi_A = \text{inv} \phi_A$$

ค่าของ $\tan \phi - \phi$ เรียกว่า Involute Function และเขียนแทนด้วย $\text{inv} \phi$ ซึ่งมุม ϕ มีหน่วยเป็นเรเดียน



$$D\hat{O}E = D\hat{O}B + \frac{1}{2} \frac{t_B}{R_B} = \text{inv} \phi_B + \frac{t_B}{2R_B} \quad (2.11)$$

$$D\hat{O}E = D\hat{O}A + \frac{1}{2} \frac{t_A}{R_A} = \text{inv} \phi_A + \frac{t_A}{2R_A} \quad (2.12)$$

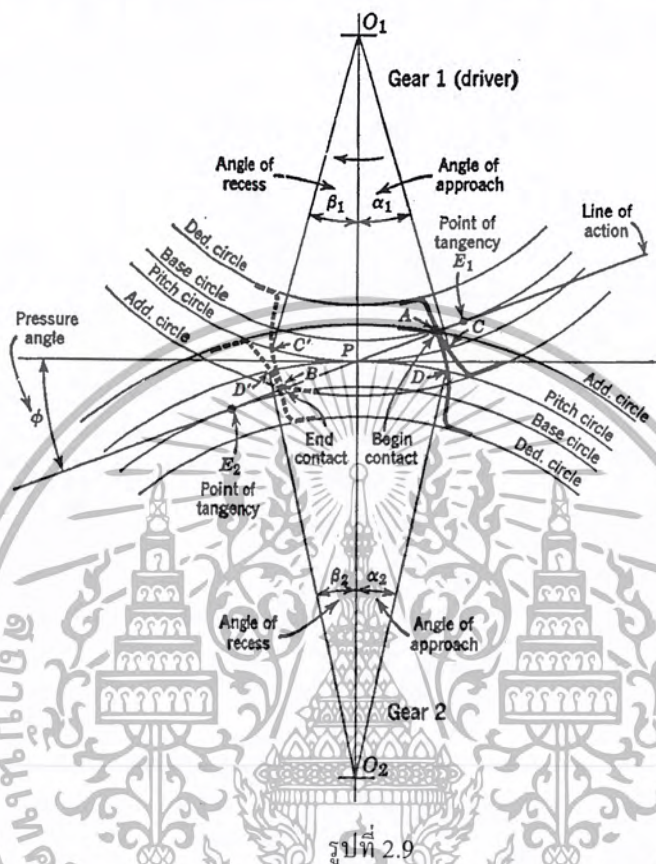
จากสมการ (2.11) และ (2.12) จะได้

$$t_B = 2R_B \left[\frac{t_A}{2R_A} + \text{inv} \phi_A - \text{inv} \phi_B \right] \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 ลักษณะการสัมผัสกันของเฟือง

จากลักษณะการสร้าง Involute จะเห็นว่าเส้นตั้งฉากร่วมของผิว Involute ทั้งสองจะสัมผัสกับวงกลมฐานของเฟืองทั้งสอง เส้นตั้งฉากร่วมนี้คือเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ (Line of Action)



เฟืองทั้งสองที่กำลังขบกันอยู่ตามรูปที่ 2.9 จุดเริ่มการสัมผัส (Beginning of Contact) ของฟันของเฟืองทั้งคู่ คือ จุด A ซึ่งเป็นจุดที่เส้นตั้งฉากการเคลื่อนที่ตัดกับวงกลมนอกสุดของเฟืองตัวตาม จุดสุดท้ายของการสัมผัส (End of Contact) คือจุด B ซึ่งเป็นจุดที่เส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ตัดกับวงกลมนอกสุดของเฟืองตัวตาม

เส้นตรง APB คือแนวทางการเคลื่อนที่ของจุดสัมผัส (Line of Action)

จุด P คือจุดพิตช์ (Pitch Point) ซึ่งเป็นจุดที่วงกลมพิตช์ของเฟืองทั้งสองสัมผัสกัน

จุด C คือจุดที่แนวเส้นฟัน (Tooth Profile) ของตัวขับเคลื่อนวงกลมพิตช์ในช่วงเริ่มต้นการสัมผัส

จุด C' คือจุดที่แนวเส้นฟันของตัวขับเคลื่อนวงกลมพิตช์ในช่วงสุดท้ายของการสัมผัส

จุด D คือจุดที่แนวเส้นฟันของตัวตามตัดวงกลมพิตช์ในช่วงเริ่มต้นการสัมผัส

จุด D' คือจุดที่แนวเส้นฟันของตัวตามตัดวงกลมพิตช์ในช่วงสุดท้ายของการสัมผัส

CC' และ DD' เรียกว่าส่วนโค้งของการสัมผัส (Arcs of Action) และจะต้องเท่ากันเนื่องจากการเคลื่อนที่เป็นแบบ Pure Rolling

มุมในช่วงการสัมผัสแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ α เรียกว่ามุมในช่วงเข้าใกล้ (Angle of Approach) และ β เรียกว่ามุมในช่วงแยกจากกัน (Angle of Recess) ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว α ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ β

เพื่อให้การเคลื่อนที่เป็นไปอย่างต่อเนื่องส่วนโค้งของการสัมผัสจะต้องเท่ากัน หรือยาวกว่า Circular Pitch ซึ่งจะเป็นผลให้ฟันคู่ใหม่เริ่มเข้ามาสัมผัสกันก่อนที่คู่เก่าจะแยกจากกันไป

จุด E_1 และ E_2 เรียกว่า Points of Tangency ซึ่งเป็นจุดที่เส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่สัมผัสกับวงกลมฐานของเฟือง 1 และ 2 ตามลำดับ

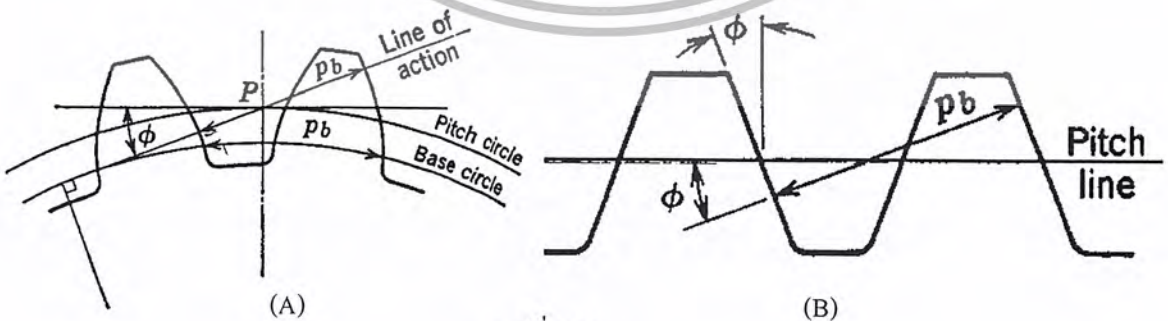
อัตราส่วนระหว่างส่วนโค้งของการสัมผัสกับ Circular Pitch เรียกว่าอัตราส่วนการสัมผัส (Contact Ratio, m_p) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างระยะการสัมผัส (Length of Action) ซึ่งเป็นระยะจากจุดเริ่มต้นสัมผัส (Length of Action) (ซึ่งเป็นระยะจากจุดเริ่มต้นสัมผัสไปยังจุดสุดท้ายของการสัมผัสโดยวัดไปบนเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่) กับ Base Pitch

อัตราส่วนการสัมผัสเป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนฟันที่กัวยังขบกันอยู่ ตัวอย่างเช่น ถ้าอัตราส่วนการสัมผัสเป็น 1.6 ไม่ได้หมายความว่าฟัน 1.6 คู่ที่สัมผัสกันอยู่ แต่หมายความว่า จำนวนคู่ฟันที่สัมผัสกันจะอยู่ระหว่าง 1 คู่ หรือ 2 คู่ และหาค่าเฉลี่ยออกมาแล้วจะได้ค่าเป็น 1.6 ตามทฤษฎีอัตราส่วนการสัมผัสจะมีค่าต่ำสุด 1.0 แต่ในทางปฏิบัติจะต้องเพิ่มค่าเข้าไปอีก โดยทั่วไปค่าต่ำสุดคือ 1.4 และจะลดลงได้มากที่สุดถึง 1.2 ข้อสังเกตก็คืออัตราส่วนการสัมผัสมีค่าน้อยลงเท่าไร จะต้องเพิ่มความเที่ยงตรงในการกัดเฟืองมากขึ้นเท่านั้น

$$p_b = \frac{2\pi R_b}{N} \tag{2.14}$$

$$m_p = \frac{Z}{p_b} = \frac{CC'}{p} = \frac{DD'}{p} \tag{2.15}$$

เมื่อ Z คือระยะการสัมผัส

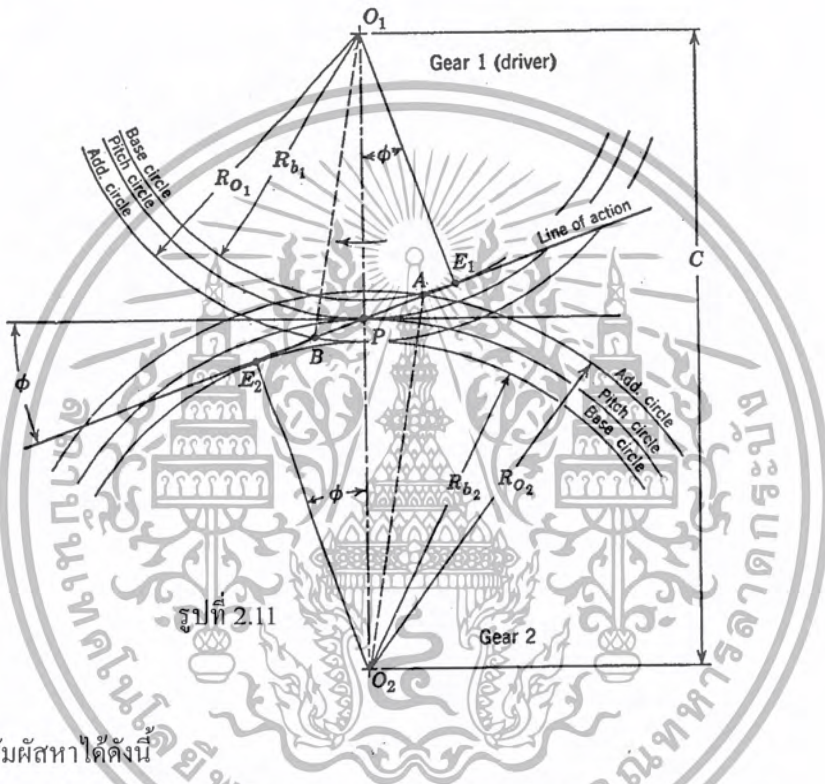


รูปที่ 2.10

สมการที่ 2.15 เป็นการนำเอาระยะตามแนวเส้นตรงกับระยะตามแนวเส้นโค้ง มาเป็นอัตราส่วนกัน แต่ตามรูปที่ 2.10(A) จะเห็นได้ว่า p_b ตามแนวเส้นโค้งจะเท่ากับ p_b ตามแนวเส้นตรงส่วนในรูปที่ 2.10(B) เป็นการแสดงให้เห็น Base Pitch ของ Rack

มุม ϕ คือมุมกด (Pressure Angle) ของเฟืองทั้งสองที่ขบกัน ซึ่งเป็นมุมระหว่างเส้นส่งผ่านการเคลื่อนที่ และเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นเชื่อมจุดศูนย์กลาง (ซึ่งก็คือเส้นสัมผัสร่วม) ข้อสังเกตก็คือ Pressure Angle ไม่เหมือนกับ Involute Pressure Angle

Pressure Angle จะเท่ากับ Involute Pressure Angle เมื่อจุดสัมผัสของเฟืองทั้งสองทับกับจุดพิชดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11

การหาระยะสัมผัสหาได้ดังนี้

$$Z = AB = E_1B + E_2A - E_1E_2$$

$$Z = \sqrt{(R_{o_1})^2 - (R_{b_1})^2} + \sqrt{(R_{o_2})^2 - (R_{b_2})^2} - C \sin \phi \tag{2.16}$$

เมื่อ R_o = รัศมีของวงกลมนอกสุด

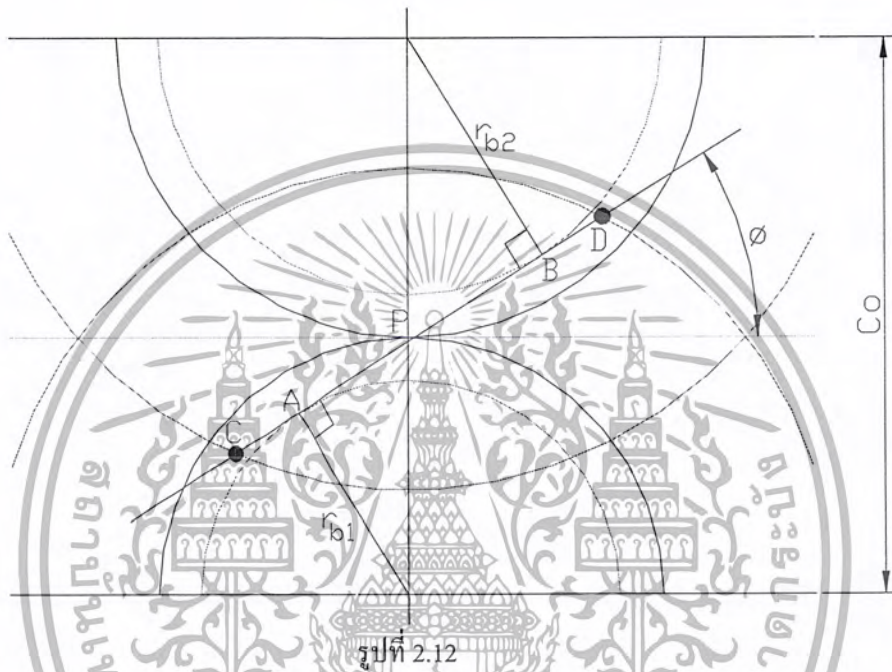
R_b = รัศมีของวงกลมฐาน

2.6 การขัดกันของเฟือง (Interference)

ในการสร้างฟันเฟือง Involute curve จะเริ่มจากวงกลมฐาน ฉะนั้นส่วนของฟันเฟืองที่อยู่ต่ำกว่าวงกลมฐานจึงไม่เป็น Involute curve นั่นคือจะใช้กฎการขับของเฟืองกับฟันเฟืองส่วนนี้ไม่ได้ ดังนั้นถ้ามีการขบ

ระหว่างพื้นเฟืองที่ระยะต่ำกว่าวงกลมฐาน ก็อาจทำให้เกิดการขัดกัน (Interference) ได้ ในรูปที่ 2.12 เป็นเฟืองที่มีการขัดกัน

จุด A และจุด B เรียกว่าจุดขัดกัน (Interference point) ถ้ามีการสัมผัสระหว่างพื้นนอกจุดนี้ (ถ้าวงกลมแอคเคนดัม ตัดแนวแรงกนออกจุดนี้) ก็จะเกิดการขัดกันขึ้น เฟืองในรูปที่ 2.12 มีการขัดกันเพราะว่าจุด C และ D อยู่นอกจุด A และ B



การจะดูว่าเฟืองคู่หนึ่งมีการขัดกันหรือไม่ ให้คำนวณหาระยะรัศมีของวงกลมแอคเคนดัม r_a ของเฟืองในรูป 2.12 ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} r_a &= \sqrt{(r \cos \phi)^2 + (c_o \sin \phi)^2} \\ &= \sqrt{r_b^2 + (c_o \sin \phi)^2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

เมื่อ r = รัศมีวงกลมพิทช์

r_a = รัศมีวงกลมแอคเคนดัม

c_o = ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟือง

ถ้ารัศมีของวงกลมแอคเคนดัม (หาได้จากขนาดมาตรฐานของเฟือง) มีค่ามากกว่าค่าที่คำนวณได้จากสมการ 2.17 แสดงว่ามีการขัดกันเกิดขึ้น ค่าการขัดกันนี้จะลดลงเมื่อขนาดของเฟืองทั้งสองแตกต่างกันน้อยลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการที่จะป้องกันมิให้เกิดการขัดกันขึ้น ทำได้หลายวิธีดังนี้

1. ใช้วิธีตัดเนื้อโลหะส่วนที่อยู่ต่ำกว่าวงกลมฐานออกบ้าง (Undercutting) ทั้งนี้เพื่อมิให้มีการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองในบริเวณนี้ ข้อเสียในการทำเช่นนี้คือ ทำให้อัตราส่วนการขบลดลง และทำให้ฟันเฟืองบอบบางลง

2. ใช้วิธีตัดปลายฟันเฟืองให้สั้นลง (Stubbed teeth) ข้อเสียที่ตามมาคือทำให้อัตราส่วนการขบลดลง

3. เพิ่มมุมกด ϕ จะลดขนาดของวงกลมฐาน วิธีนี้จะทำให้ส่วนที่เป็น Involute curve ของฟันเฟืองเพิ่มขึ้น จึงสามารถกำจัดการขัดกันได้ แต่การเพิ่มมุม ϕ จะทำให้แรงปฏิกิริยาที่ฟันเฟืองในแนวรัศมีของฟันเฟือง (Separating force) เพิ่มขึ้น ทำให้การขบกันระหว่างฟันเฟืองมีความราบเรียบน้อยลง

4. การใช้เฟืองที่ไม่เป็นมาตรฐาน (Non-interchangeable) กล่าวคือให้เฟืองเล็กมีแอดเดนดัมเพิ่มขึ้น (โดยลดดีเดนดัม ตามส่วนที่เพิ่มขึ้น) ทำให้การขบกันระหว่างฟันเฟืองมีความราบเรียบน้อยลง

การเลือกเทคนิคในการจัดปัญหาเรื่องการขัดกันขึ้นอยู่กับลักษณะของงานและความชำนาญของช่าง

2.7 เฟืองไม่มาตรฐานแบบฟันตรง

การผลิตเฟืองขึ้นมาตามทฤษฎีแล้วจะเกิดการขัดกันไม่เป็นไปตามข้อกำหนดที่สร้างขึ้น การนำเฟืองไปใช้งาน บางครั้งอาจจะมีข้อกำหนดบางประการที่ไม่อาจใช้เฟืองมาตรฐานได้ เช่น ต้องการเฟืองที่มีจำนวนฟันน้อยกว่าค่าน้อยสุดที่จะไม่เกิดการขัดกันหรือจะคือนำเฟืองไปใช้ในการส่งผ่านการเคลื่อนที่ โดยระยะระหว่างจุดศูนย์กลางไม่มาตรฐานโดยไม่เกิด Backlash หรือต้องการใช้เฟืองที่มีความหนาของฟันต่างจากค่ามาตรฐาน เป็นต้น ดังนั้นจึงมีการคิดเฟืองแบบไม่มาตรฐานขึ้นมาหลายระบบ เพื่อที่สามารถจะกัดเฟืองสำหรับกรณีต่างๆดังกล่าวข้างต้น โดยไม่เกิด Undercut โดยบางระบบจำเป็นต้องใช้มีดกัดเฟืองชนิดพิเศษ และมีอยู่ 2 ระบบที่นิยมใช้กันทั่วไป เนื่องจากใช้มีดกัดเฟืองมาตรฐาน ได้คือ ระบบ Extended Center Distance และระบบ Long and Short Addendum

2.7.1 ระบบ Extended Center Distance

หลักการของระบบนี้คือการดึงมีดกัดเฟือง (Hob) ออกจาก Blank (โลหะที่จะนำมากัดเป็นเฟือง) ระยะหนึ่งหรือดันมีดกัดเฟืองเข้าไปหา Blank ระยะหนึ่ง ทั้งนี้ระยะที่ดึงออกมาหรือดันเข้าไปเป็นระยะที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงมาจากการกัดเฟืองตามปกติ ทำให้เฟืองที่ได้จากการกัดนี้มีความหนาต่างออกไปจากเฟืองมาตรฐาน

รูปที่ 2.13(a) แสดงถึงรายละเอียดของการกัดเฟืองในระบบ Extended Center Distance เฉพาะในกรณีดึงมีดกัดเฟืองออกจาก Blank โดยในรูปนี้แสดงไว้เป็น 2 ลักษณะซ้อนกันอยู่คือ

จากรูปที่ 2.13(b) เมื่อคีมัดคัตเฟืองออกมาเป็นระยะ e ความหนาของฟันของเฟืองที่กัดได้วัดบนวงกลม Cutting Pitch (วงกลมพิทช์มาตรฐาน) สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$t = 2e \tan \phi + \frac{p}{2} \quad (2.18)$$

ระยะ e หาได้จากรูป 2.13(b) คือ

$$\begin{aligned} e &= AB + OA - OP \\ &= m + R_b \cos \phi - R \\ R_b &= R \cos \phi \text{ และ } R = \frac{Nm}{2} \\ e &= m - R(1 - \cos^2 \phi) \\ &= m \left(1 - \frac{N}{2} \sin^2 \phi\right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

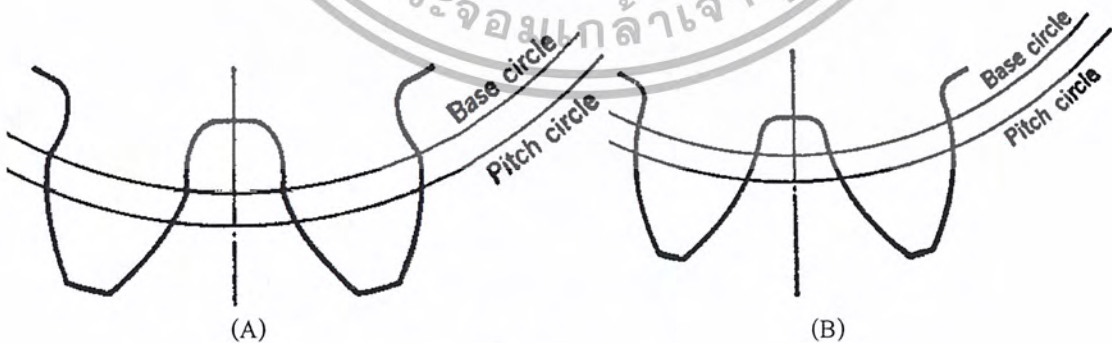
ถ้า e จะเป็นลบ ถ้ามีคีมัดคัตเฟืองถูกดันเข้าไปหา Blank แทนที่จะดึงออกมา

สำหรับความหนาของฟันเฟืองไม่มาตรฐานที่ระยะรัศมีใดๆ จะหาได้โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. หาความหนาของฟันบนวงกลม Cutting Pitch ได้จากสมการ 2.18 โดย Involute Pressure Angle ที่ตำแหน่งนี้คือ Pressure Angle ของคีมัดคัตเฟือง
2. หาความหนาของฟันที่ระยะรัศมีอื่นได้โดยใช้สมการ 2.9 และ 2.13

$$\cos \phi_B = \frac{R_A}{R_B} \cos \phi_A \quad (2.9)$$

$$t_B = 2R_B \left[\frac{t_A}{2R_A} + \text{inv} \phi_A - \text{inv} \phi_B \right] \quad (2.13)$$



รูปที่ 2.14

รูปที่ 2.14 เป็นการเปรียบเทียบระหว่างฟันที่เกิด Undercut (A) และฟันของเฟืองไม่มาตรฐานที่เกิดจากการดึงมีดกัดเฟืองออกจาก Blank (B) ซึ่งจะมีความหนารวมทั้งรัศมีนอกสุดเพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับเฟืองมาตรฐาน

เนื่องจากฟันของเฟืองไม่มาตรฐานจะมีความหนาของฟันผิดไปจากฟันของเฟืองมาตรฐาน ดังนั้นเมื่อนำมาใช้งาน (โดยนำมาขบกับเฟืองไม่มาตรฐาน หรือเฟืองมาตรฐาน) สิ่งที่จะเปลี่ยนแปลงไปจากค่ามาตรฐานได้แก่

1. ระยะระหว่างจุดศูนย์กลาง
2. มุมกด (Pressure Angle)
3. วงกลมพิตช์

2.7.1 ระบบ Long and Short Addendum

ระบบนี้พัฒนามาจากระบบ Extended Center Distance โดยมีดกัดเฟืองจะถูกดันเข้าไปหา Blank ในตอนที่กัดเฟืองตัวตามเป็นระยะเท่ากับที่ถูกดึงออกจาก Blank ตอนที่กัดเฟืองตัวขบนั้นคือ Addendum ของเฟืองตัวขบจะเพิ่มขึ้นในขณะที่ Addendum ของเฟืองตัวตามลดลงด้วยระยะที่เท่ากัน ดังนั้นการที่ลักษณะฟันของเฟืองทั้งคู่เปลี่ยนไปจะทำให้ฟันของเฟืองตัวขบและฟันของเฟืองตัวตามมีความแข็งแรงใกล้เคียงกัน



บทที่ 3

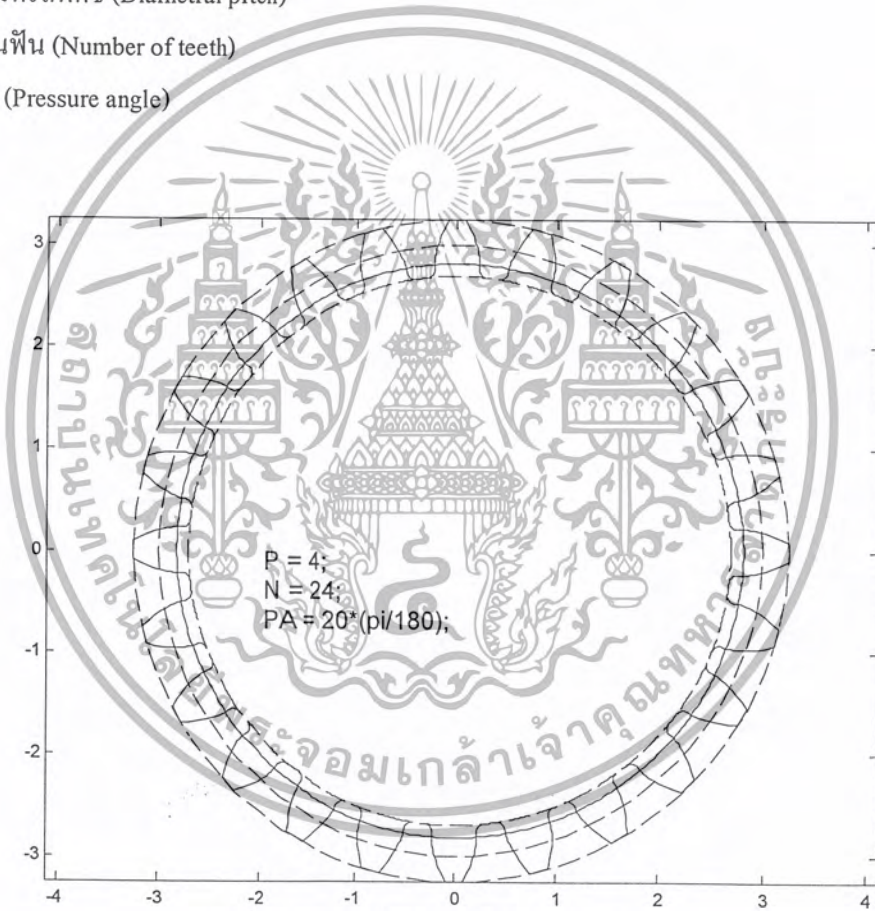
การสร้างรูปร่างของเฟืองฟันสมมาตรและไม่สมมาตร

3.1 สรีระของเฟืองฟันสมมาตร (Symmetric Gear Geometry)

การสร้างเฟืองมีความสำคัญเพราะความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับพิกัดที่เกิดขึ้นการสร้างเฟืองที่ถูกต้องก็จะได้พิกัดของโนคในเอลิเมนต์ที่ถูกต้องด้วย

ค่าเริ่มต้นของเฟืองที่เพียงพอในการสร้างเฟืองจะมี 3 ค่าคือ

1. ไดอะมิทริลพิทช์ (Diametral pitch)
2. จำนวนฟัน (Number of teeth)
3. มุมกด (Pressure angle)



รูปที่ 3.1 แสดงสรีระของเฟืองฟันสมมาตร

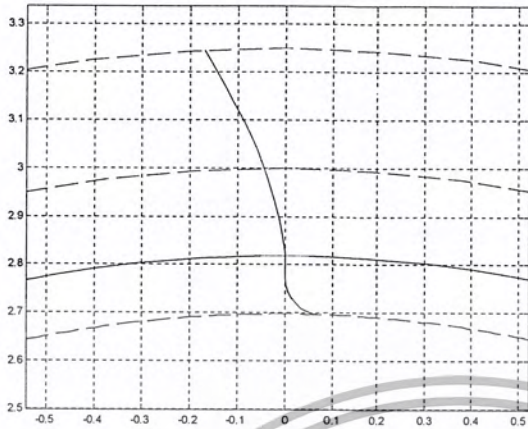
รูปที่ 3.1 แสดงสรีระของเฟืองฟันสมมาตรด้วยโปรแกรมที่เขียนขึ้นโดยกำหนดค่า ไดอะมิทริลพิทช์ 6 จำนวนฟัน 24 ฟันและมุมกด 20 องศา โปรแกรมที่เขียนขึ้นก็จะวาดเฟืองให้ดังรูปซึ่งโปรแกรมที่ใช้จะเป็น MATLAB เพราะเหมาะกับการคำนวณที่ต้องการความแม่นยำและง่ายแก่การเขียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.1 ขั้นตอนการสร้างเฟืองฟันสมมาตร



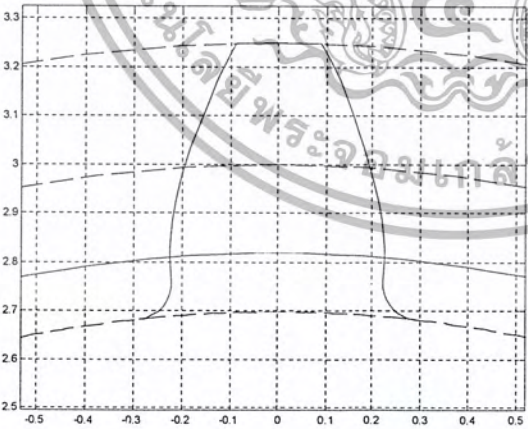
รูปที่ 3.2 แสดงส่วน โคนฐานที่สร้างจาก Root Radius



รูปที่ 3.3 แสดงส่วนInvolute Curve ที่สร้างเพิ่มขึ้นมา



รูปที่ 3.4 ทำการ Transform ให้อยู่ในแกนสมมาตร

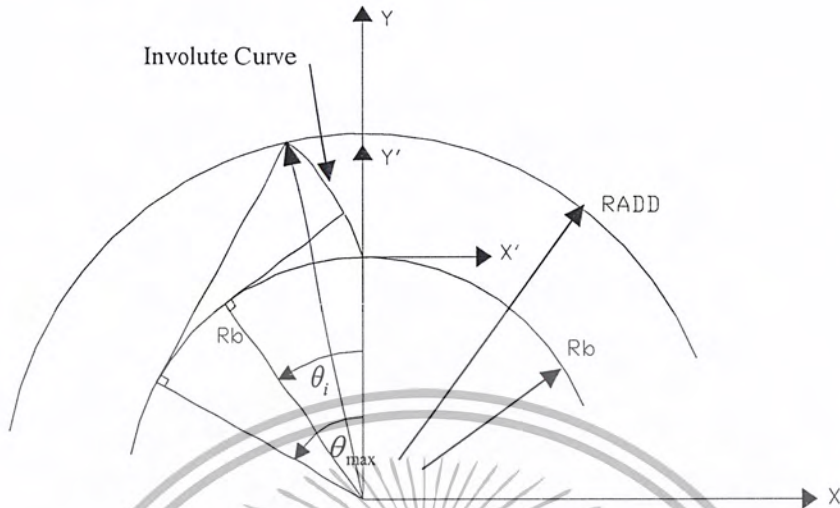


รูปที่ 3.5 ทำการตัดออกต้นแบบด้านซ้ายมายังด้านขวา และเก็บค่าเอาไว้

เมื่อได้ต้นแบบดังรูป 3.5 แล้วใช้เทคนิคการ Transform แล้วเก็บค่าเอาไว้จะได้รูปที่ 3.1 เป็นผลลัพธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 การสร้าง Involute curve



รูปที่ 3.6

$$X' = -R_b (\sin(\theta_i) - (\theta_i) \cos(\theta_i)) \quad (3.1)$$

$$Y' = R_b (\cos(\theta_i) + (\theta_i) \sin(\theta_i) - 1) \quad (3.2)$$

โดย $0 < \theta_i < \theta_{\max}$ เมื่อ θ_i คือ มุมหมุน (Roll angle)

และ

$$\theta_{\max} = \theta_{add} = \sqrt{\frac{RADD^2 - R_b^2}{R_b}} \quad (3.3)$$

การสร้างจะสร้างที่แกนของ X', Y' จะต้องทำการเปลี่ยนพิกัดให้เป็น X, Y ด้วย ค่าของ X', Y' นี้ได้มาจากการเทียบมุมโดยจัดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของมุมหมุนและจากหลักการสร้าง Involute Curve นั้นเริ่มที่วงกลมฐานและหาค่าที่วงกลมแอดเดนต์ค่าของรัศมีสามารถหาได้จากมาตรฐานเพื่อที่จะผลิต

3.1.3 การสร้าง Fillet

จะแบ่งออกเป็น 2 กรณี

1. กรณีที่ $DR > 0$

$$X' = -R_f (\cos(\theta)) \quad (3.4)$$

$$Y' = -R_f (\sin(\theta)) \quad (3.5)$$

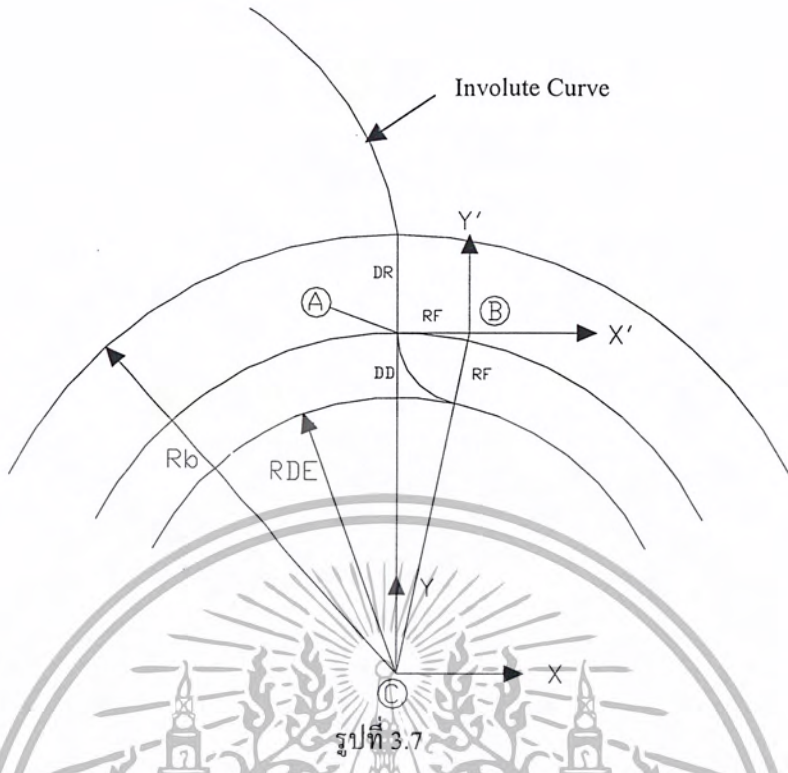
โดย $0 < \theta < \theta_{\max}$: เมื่อ

$$\theta_{\max} = \sin^{-1} \left(\frac{RDE + DD}{RDE + R_f} \right) \quad (3.6)$$

เมื่อ

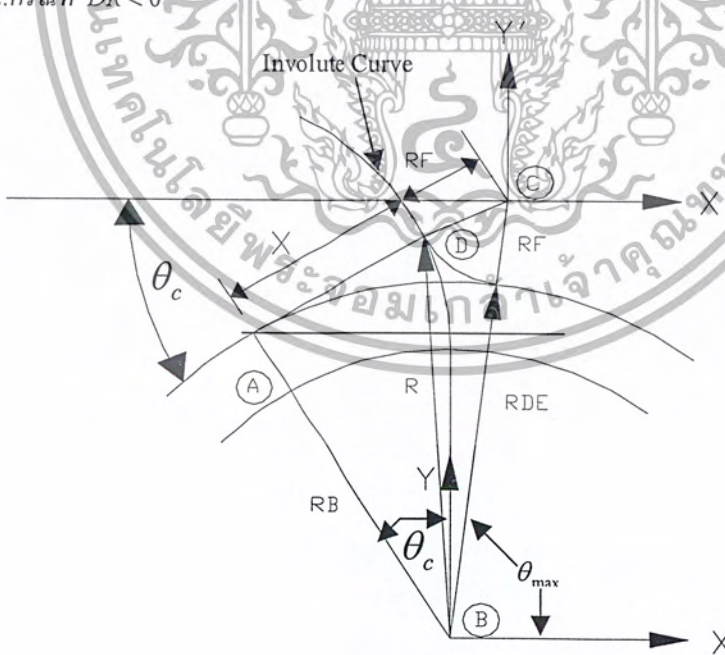
$$DD = \frac{-2(RDE) + (4(RDE) + 8(R_f)(RDE))^{1/2}}{2} \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7

ค่าของ DD ได้จากพิทาโกรัสของสามเหลี่ยม ABC เมื่อสร้างเสร็จต้องเปลี่ยนเป็นพิกัด X, Y เมื่อค่าของ R_f เป็นค่าของรัศมีตามมาตรฐานของเฟือง
 2.กรณี ที่ $DR < 0$



รูปที่ 3.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$X = -RF(\cos(\theta)) + (RF + RR)\sin(\theta_{\max}) \quad (3.8)$$

$$Y = -RF(\sin(\theta)) + (RF + RR)\cos(\theta_{\max}) \quad (3.9)$$

โดย $\theta_c < \theta < \theta_{\max}$ เมื่อ $\theta_c = \frac{\sqrt{R^2 - R_b^2}}{R_b}$ (3.10)

$$R^2 = RDE^2 + X^2 \quad (3.11)$$

$$X = AC - R_f \quad (3.12)$$

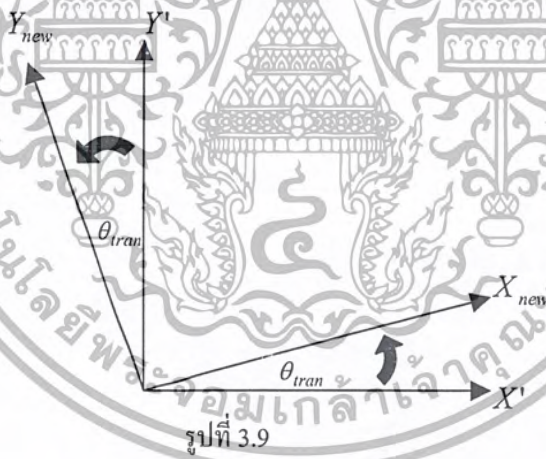
$$AC = (R_f + RDE)\sin(\theta_t) \quad (3.13)$$

$$\theta_t = \cos^{-1}\left(\frac{RDE}{R_f + RDE}\right) \quad (3.14)$$

$$\theta_{\max} = \theta_c + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right) \quad (3.15)$$

3.2 การย้ายตำแหน่งเปลี่ยนพิกัด (Transformation)

การทำการคัดลอกจะต้องเปลี่ยนพิกัดของเส้น Involute ให้ไปอยู่ในพิกัดใหม่ในแนวตั้งกลางฟัน เพื่อให้ง่ายต่อการสร้างเส้น Involute อีกฝั่งของฟันเพื่อที่จะใช้เมตริกซ์ทรานฟอร์มไปคูณกับค่าพิกัดเก่าดังนี้



รูปที่ 3.9

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\text{tran}} & \sin\theta_{\text{tran}} \\ -\sin\theta_{\text{tran}} & \cos\theta_{\text{tran}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}_{\text{old}} \quad (3.16)$$

โดย θ_{tran} คือมุมที่หมุนไป

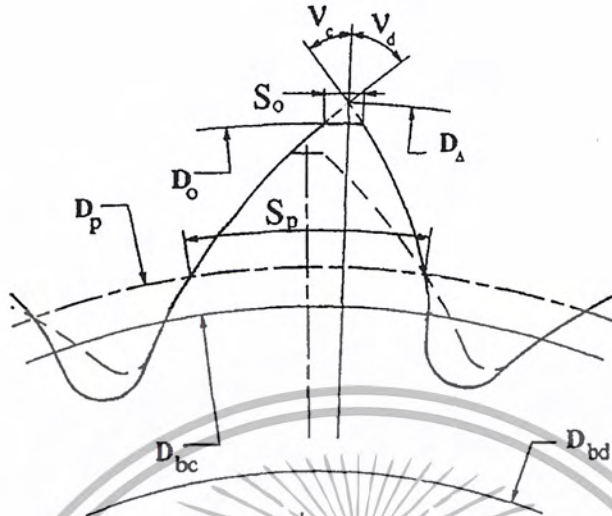
$$\theta_{\text{tran}} = \frac{t_p}{2R_p} + \tan\theta_p - \theta_p \quad (3.17)$$

$$\theta_p = \tan^{-1}\left(\cos^{-1}\left(\frac{R_b}{R_p}\right)\right) \quad (3.18)$$

หลังจากเก็บค่าของฟันเฟือง 1 ฟันได้แล้วก็จะสร้างฟันต่อไปโดยการทรานฟอร์มไปเป็นมุม $2\pi / N$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 สรีระของเฟืองฟันไม่สมมาตร (Asymmetric Gear Geometry)



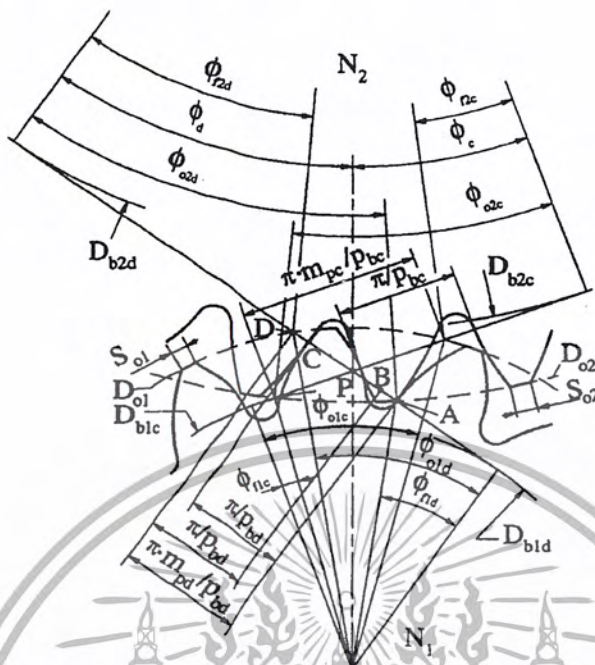
รูปที่ 3.10

เฟืองฟันไม่สมมาตรจะมีด้าน drive side และด้าน coast side ซึ่งการสร้างจะใช้หลักของ involute เช่นเดียวกับฟันเฟืองสมมาตรองค์ประกอบจึงเหมือนกับเฟืองสมมาตร 2 เฟืองที่มีมุมกดในแต่ละด้านไม่เท่ากัน มาประกอบเข้าเป็นเฟืองฟันเดียว

เมื่อ

- D_p = วงกลมพิตช์ (Pitch Diameter)
- D_o = วงกลมนอกสุด (Outside Circle Diameter)
- D_{bd} = วงกลมฐานด้านขับ (Base Circle Diameter of drive side)
- D_{bc} = วงกลมฐานด้านตาม (Base Circle Diameter of coast side)
- S_p = ความหนาของฟันบนวงกลมพิตช์ (Tooth thickness on pitch diameter)
- S_o = ความหนาฟันส่วนบน (Top land thickness)
- v_d = มุมปลายของด้านขับ (Tip angle of drive side)
- v_c = มุมปลายของด้านตาม (Tip angle of coast side)

เฟืองฟันไม่สมมาตรจะมีมุมกด 2 ค่า วงกลมฐาน 2 ค่าและตัวแปรต่างๆที่ประกอบมาเป็นเฟืองฟันไม่สมมาตรมักจะมี 2 ค่า ซึ่งจะเป็นของด้านขับและด้านตาม ส่วนตัวแปรบ่งลักษณะที่เป็นค่าเดียวกันมี



รูปที่ 3.11 แสดงความสัมพันธ์ของการขบกันของเฟืองฟันไม่สมมาตร

เมื่อ

ϕ_d = มุมกดด้านขับ (Pressure angle of drive side)

ϕ_c = มุมกดด้านตาม (Pressure angle of coast side)

ϕ_{olc} = มุมที่เฟืองตัวขับขบเป็นจุดสุดท้าย (Profile angle on outside circle of drive side)

ϕ_{olc} = มุมที่เฟืองตัวขับขบเป็นจุดสุดท้ายหากด้านตามเป็นตัวขับ (Profile angle on outside circle of coast side)

ϕ_{fld} = มุมที่เฟืองตัวขับขบเป็นจุดแรก (Profile angle in the bottom contact point of drive side)

ϕ_{f1c} = มุมที่เฟืองตัวขับขบเป็นจุดแรกหากด้านตามเป็นตัวขับ (Profile angle in the bottom contact point of coast side)

P_{bd} = Base Pitch of drive side

P_{bc} = Base Pitch of coast side

m_{pd} = สัมประสิทธิ์การขบด้านขับ (Contact ratio of drive side)

m_{pc} = สัมประสิทธิ์การขบด้านตาม (Contact ratio of coast side)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสร้างเฟืองฟันไม่สมมาตร



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.1 ค่าเริ่มต้นที่กำหนดในการสร้างเฟืองฟันไม่สมมาตร

ตัวแปรทั้งหมดนี้จะเป็นตัวกำหนดลักษณะของคู่เฟืองที่ต้องการจะสร้าง

1. P = Diametral pitch
2. N_2 = จำนวนฟันของเฟืองตาม
3. N_1 = จำนวนฟันของเฟืองขับ
4. ϕ_c = Pressure angle ด้าน Coast side
5. ϕ_d = Pressure angle ด้าน Drive side
6. C_s = Tooth thickness coefficient ($\frac{S_{p1}}{S_{p2}}$)
7. m_{o1} = Top land thickness coefficient of pinion
8. m_{o2} = Top land thickness coefficient of gear

3.3.2 การคำนวณขั้นที่ 1

จุดประสงค์ของขั้นตอนนี้เพื่อหาค่า $v_{1d}, v_{2d}, v_{1c}, v_{2c}, D_{p1}, D_{p2}, R_{b1d}, R_{b1c}, R_{b2d}, R_{b2c}, C$

$$S_{p1} = \frac{D_{p1} (\text{inv}v_{1d} + \text{inv}v_{1c} - \text{inv}\phi_d - \text{inv}\phi_c)}{2} \quad (3.19)$$

$$S_{p2} = \frac{D_{p2} (\text{inv}v_{2d} + \text{inv}v_{2c} - \text{inv}\phi_d - \text{inv}\phi_c)}{2} \quad (3.20)$$

เมื่อมีความสัมพันธ์ $K = \frac{\cos(v_{1c})}{\cos(v_{1d})} \quad (3.21)$

$$K = \frac{\cos(v_{2c})}{\cos(v_{2d})} \quad (3.22)$$

หาค่าคงที่ K ได้จาก $K = \frac{D_{bc}}{D_{bd}} = \frac{\cos v_c}{\cos v_d} = \frac{\cos \phi_c}{\cos \phi_d} \quad (3.23)$

นำสมการที่ 3.21 แทนลงใน 3.19 จะได้ $F(v_{1d}) = 0 \quad (3.24)$

นำสมการที่ 3.22 แทนลงใน 3.20 จะได้ $F(v_{2d}) = 0 \quad (3.25)$

ใช้วิธีการประมาณเชิงตัวเลขการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection) ในการหาคำตอบของสมการ 3.24 และ 3.25 คำตอบคือ v_{1d}, v_{2d} และใช้สมการ 3.21 และ 3.22 ในการหา v_{1c}, v_{2c} ตามลำดับ

$$P = \frac{N}{D_p} \quad (2.3)$$

ความสัมพันธ์ 2.3 สามารถหาค่ามาตรฐานของเฟืองได้คือ D_{p1}, D_{p2}

$$C = \frac{D_{p1} + D_{p2}}{2} \quad (3.26)$$

ทำการหาวงกลมฐานที่ด้านขับ $R_{bd} = R_p \cos \phi_d$ (3.27)

ทำการหาวงกลมฐานที่ด้านตาม $R_{bc} = R_p \cos \phi_c$ (3.28)

จาก 3.27 และ 3.28 สามารถหาค่า $R_{b1d}, R_{b1c}, R_{b2d}, R_{b2c}$ ได้

3.3.3 การคำนวณขั้นที่ 2

จุดประสงค์ของขั้นตอนนี้เพื่อหาค่า $\phi_{o1d}, \phi_{o2d}, \phi_{o1c}, \phi_{o2c}$

$$m_o = \frac{S_0}{D_{bd}} = \frac{\text{inv} \phi_d + \text{inv} \phi_c - \text{inv} \phi_{os} - \text{inv} \phi_{oc}}{2 \cos \phi_{os}} \quad (3.29)$$

สมการที่ 3.25 จะมีทั้งของเฟืองขับ (Pinion, 1) และเฟืองตาม (Gear, 2)

จัดรูปตัวแปรใหม่จะได้

$$m_{o1} = f_1(\phi_{o1d}, \phi_{o1c}) \quad (3.30)$$

$$m_{o2} = f_2(\phi_{o2d}, \phi_{o2c}) \quad (3.31)$$

นำสมการที่ 3.21 แทนลงใน 3.26 จะได้

$$m_{o1}^{new} = F_1(\phi_{o1d}) \quad (3.32)$$

นำสมการที่ 3.22 แทนลงใน 3.27 จะได้

$$m_{o2}^{new} = F_2(\phi_{o2d}) \quad (3.33)$$

ใช้วิธีการประมาณเชิงตัวเลขการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection) ในการหาคำตอบของสมการ 3.32 และ 3.33 คำตอบคือ ϕ_{o1d}, ϕ_{o2d} และสมการ 3.21 และ 3.22 ในการหา ϕ_{o1c}, ϕ_{o2c} ตามลำดับ

3.3.4 ตรวจสอบการขัดกันของเฟือง (Interference)

หากผลลัพธ์ที่คำนวณได้นั้นไม่ผ่านเงื่อนไขในหัวข้อนี้จะต้องทำการเลือกค่าเริ่มต้นใหม่เพราะถ้าใช้ตัวแปรที่ไม่ผ่านเงื่อนไขเหล่านี้จะทำให้เฟืองที่สร้างขึ้นเกิดการขัดกัน

$$\tan \phi_{f1c} = (1 + m_G) \tan \phi_c - m_G \tan \phi_{o2c} > 0 \quad (3.34)$$

$$\tan \phi_{f2c} = \frac{(1 + m_G) \tan \phi_c}{m_G} - \frac{\tan \phi_{o1c}}{m_G} > 0 \quad (3.35)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

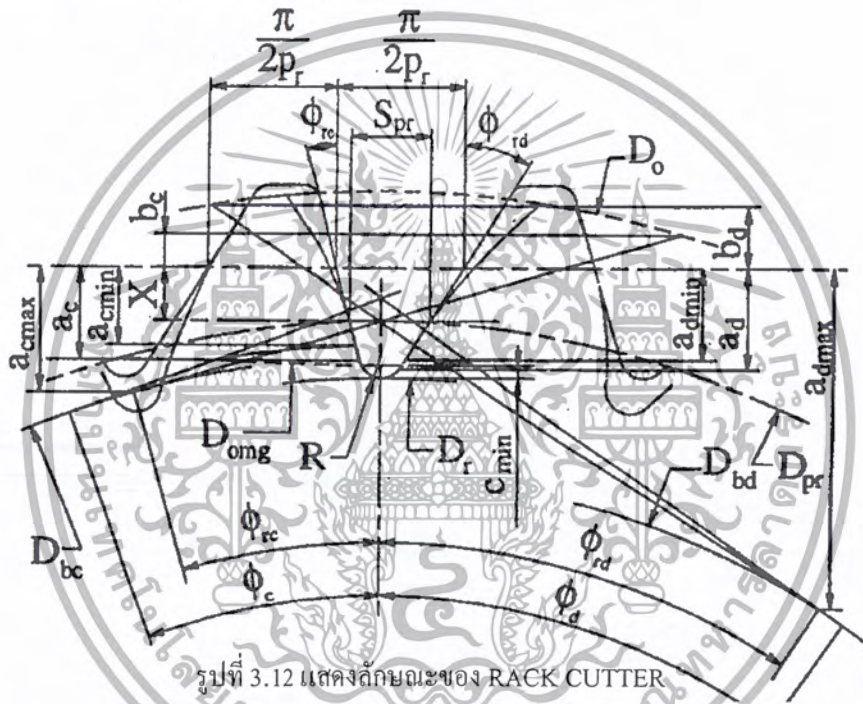
$$\text{เมื่อ} \quad \tan \phi_{f1d} = (1 + m_G) \tan \phi_d - m_G \tan \phi_{o2d} \quad (3.36)$$

$$\text{และ} \quad \tan \phi_{f2d} = \frac{(1 + m_G) \tan \phi_d - \tan \phi_{o1d}}{m_G} \quad (3.37)$$

หากตัวแปรที่กำหนดขึ้นเป็นไปตามเงื่อนไข ก็สามารถใช้ตัวแปรเหล่านั้นในการสร้าง RACK ได้

3.3.5 การคำนวณขั้นที่ 3

ขั้นตอนนี้จะเป็นการหาค่าตัวแปรต่างๆ ที่เป็นตัวกำหนดลักษณะของ RACK ลักษณะของ RACK ที่ใช้ก็คือน่าจะไม่สมมาตรขึ้นมาก็จะมีลักษณะดังรูปที่ 3.12



เมื่อ ϕ_{rd} = Generating rack profile angle of drive side

ϕ_{rc} = Generating rack profile angle of coast side

a = Generating rack tooth addendum

b = Generating rack tooth dedendum

c = Radial clearance

D_r = Root diameter

D_{pr} = Generating pitch diameter

D_{omg} = Outside diameter of mating gear

X = Generating rack shift

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

p_r = Generating rack pitch

S_{pr} = Generating rack tooth thickness

ขั้นแรกจะต้องทำการเลือก ϕ_{rd} จึงจะสามารถคำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$p_r = p \frac{\cos(\phi_{rd})}{\cos(\phi_d)} \quad (3.38)$$

เมื่อ p เป็น Gear base pitch

ทำการหาค่า ϕ_{rc} , Generating rack profile angle of coast side

$$\phi_{rc} = \cos^{-1}(K \cdot \cos(\phi_{rd})) \quad (3.39)$$

ทำการหาค่า D_{pr} , Generating pitch diameter

$$D_{pr} = \frac{N}{P_r} \quad (3.40)$$

ทำการหาค่า D_r , Root diameter

$$D_r = 2 \left(C - \frac{D_{omg}}{2} - c_{min} \right) \quad (3.41)$$

เมื่อ c_{min} เป็น Minimum radial clearance

$$c_{min} = \frac{(0.15 - 0.2)}{p} \quad (3.42)$$

ทำการหาค่า S_{pr} , Generating rack tooth thickness

$$S_{pr} = \frac{D_{pr} \left(\frac{2\pi}{N} + \text{inv} \phi_{rd} + \text{inv} \phi_{rc} - \text{inv} \nu_d - \text{inv} \nu_c \right)}{2} \quad (3.43)$$

ทำการหาค่า X , Generating rack shift

$$X = \frac{\pi (2P_r) - S_{pr}}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \quad (3.44)$$

ทำการหาค่า R , Generating rack tooth rounding

$$R = \frac{(\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc})(D_{pr}/2 - D_r/2 + X) - \pi/2P_r}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc} - 1/\cos \phi_{rd} - 1/\cos \phi_{rc}} \quad (3.45)$$

ทำการหาค่า a , Generating rack tooth addendum

$$a_d = R(\sin \phi_{rd}) + \frac{\pi/2P_r - R(\cos \phi_{rd})(1+K)/K}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \quad (3.46)$$

$$a_c = R(\sin \phi_{rc}) + \frac{\pi/2P_r - R(\cos \phi_{rd})(1+K)/K}{\tan \phi_{rd} + \tan \phi_{rc}} \quad (3.47)$$

3.3.6 ตรวจสอบครั้งที่ 2

$$a_d > a_{d \min} = \frac{D_{bd} \sin \phi_{rd} (\tan \phi_{rd} - \tan \phi_{fd})}{2} + X \quad (3.48)$$

$$a_c > a_{c \min} = \frac{D_{bc} \sin \phi_{rc} (\tan \phi_{rc} - \tan \phi_{fc})}{2} + X \quad (3.49)$$

เพื่อป้องกันการเกิด Undercut

$$a_d > a_{d \max} = \frac{D_{bd} \sin \phi_{rd} \tan \phi_{rd}}{2} + X \quad (3.50)$$

$$a_d > a_{c \max} = \frac{D_{bc} \sin \phi_{rc} \tan \phi_{rc}}{2} + X \quad (3.51)$$

เมื่อผ่านการตรวจสอบสามารถที่จะหา b , Generating rack tooth dedendum ได้ดังนี้

$$b_d = \frac{D_{bd} \sin \phi_{rd} (\tan \phi_{od} - \tan \phi_{rd})}{2} - X \quad (3.52)$$

$$b_c = \frac{D_{bc} \sin \phi_{rc} (\tan \phi_{oc} - \tan \phi_{rc})}{2} - X \quad (3.53)$$

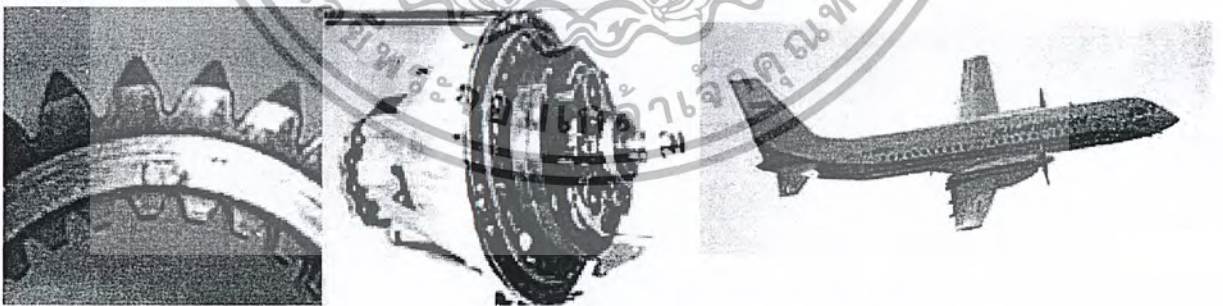
ค่าของ ϕ_{rd} และ ϕ_{rc} ที่เลือกมาจะต้องเป็นค่าที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ คือ เกิดค่าความเค้นดัดน้อยที่สุดและมีความยืดหยุ่นที่ดีภายใต้แรงที่มากระทำ

มี 2 วิธีที่จะทำการ Optimization คือ

1. RACK ที่ใช้สร้างเฟืองฟันไม่สมมาตรมี 2 ชั้น
2. RACK ที่ใช้สร้างมี 1 ชั้น

หากใช้วิธี Optimization ในการหาค่าตัวแปรที่ดีที่สุดก็สามารถจะหารูปร่าง RACK ของ Pinion และ Gear ได้

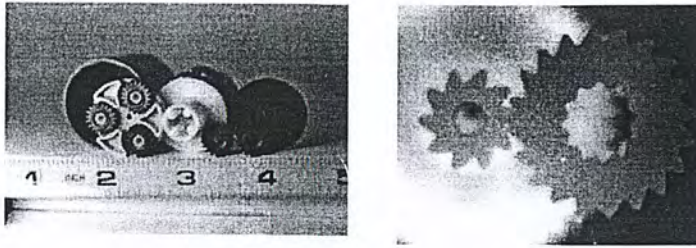
3.4 ตัวอย่างการนำเฟืองฟันไม่สมมาตรไปใช้งานจริง[7]



รูปที่ 3.13 แสดงชุดเฟืองทดแบบ Two-stage coaxial propeller gearbox

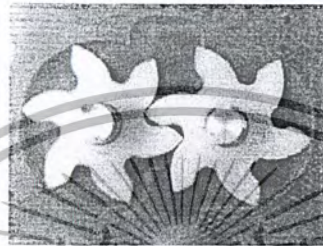
ชุดเฟืองทดแบบ Two-stage coaxial propeller gearbox ซึ่งใช้เฟืองฟันไม่สมมาตรสำหรับเครื่องยนต์เทอร์โบพรอปรุ่น TV7-117S ใช้ในเครื่องบินรุ่น Ilyushin-114

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.14 แสดงชุดเฟือง Five-stage planetary gearbox and first stage gear with asymmetric teeth

ชุดเฟืองทดแบบเพนินทารี 5 สเตจ และสเตจแรกเป็นเฟืองแบบฟันไม่สมมาตรซึ่งใช้ในสปริงเกอร์



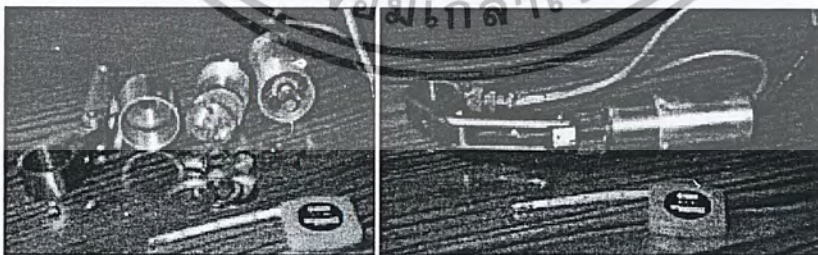
รูปที่ 3.15 แสดงเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ใช้เป็น Gear Pump

เฟืองฟันไม่สมมาตรที่ใช้เป็นเกียร์บีบในงานการแพทย์



รูปที่ 3.16 แสดง Low backlash planetary actuators

Low backlash planetary actuators (gear ratio 750:1) สำหรับ the "LongShot" extension kit.



รูปที่ 3.17 แสดง Planetary gear actuator of the wind compensator drive train

Low cost planetary gear actuator of the wind compensator drive train for the TMD munitions system.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

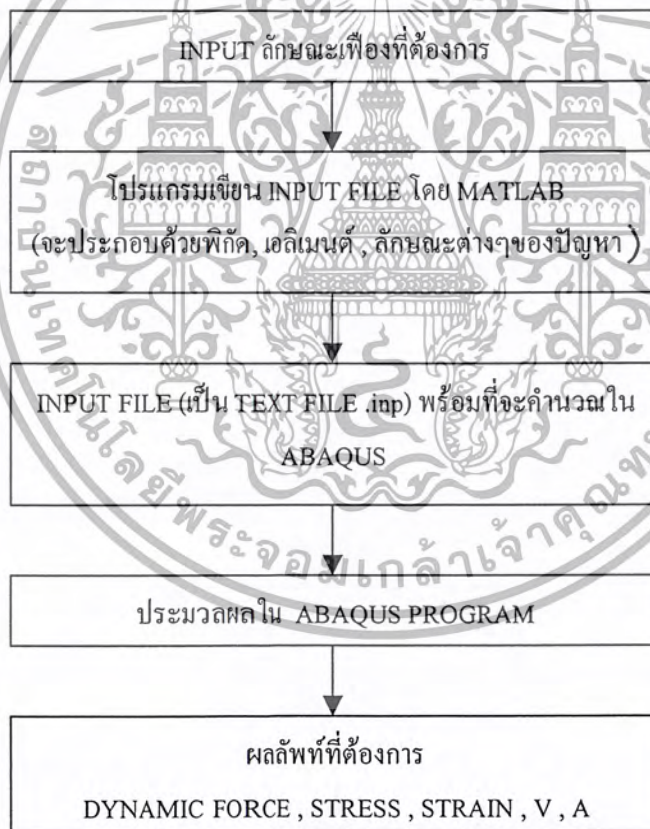
บทที่ 4

การคำนวณแรงทางพลวัตของเฟือง

การหาแรงทางพลศาสตร์มีวิธีหาได้หลายวิธีซึ่งหากเป็นเฟืองฟันตรงที่สมมาตรแล้ว จะมีสมการสำเร็จในการวิเคราะห์แต่สำหรับเฟืองที่มีฟันไม่สมมาตร แล้วจะมีความซับซ้อนและยังเป็นศาสตร์ใหม่อยู่จึงยังไม่มีสมการสำเร็จรูป การหาคำตอบที่ง่ายและได้ข้อมูลที่ดีที่สุดคือวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ การสร้างแบบจำลองเฟืองฟันไม่สมมาตรจะใช้หลักการวิเคราะห์เช่นเดียวกันสามารถดัดแปลงโปรแกรมได้ และจะใช้แบบจำลองนี้เปรียบเทียบกับแบบจำลองของเฟืองฟันไม่สมมาตรเพื่อเปรียบเทียบคำตอบที่ใช้วิธีเดียวกัน

4.1 การคำนวณแรงทางพลวัตของเฟืองโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

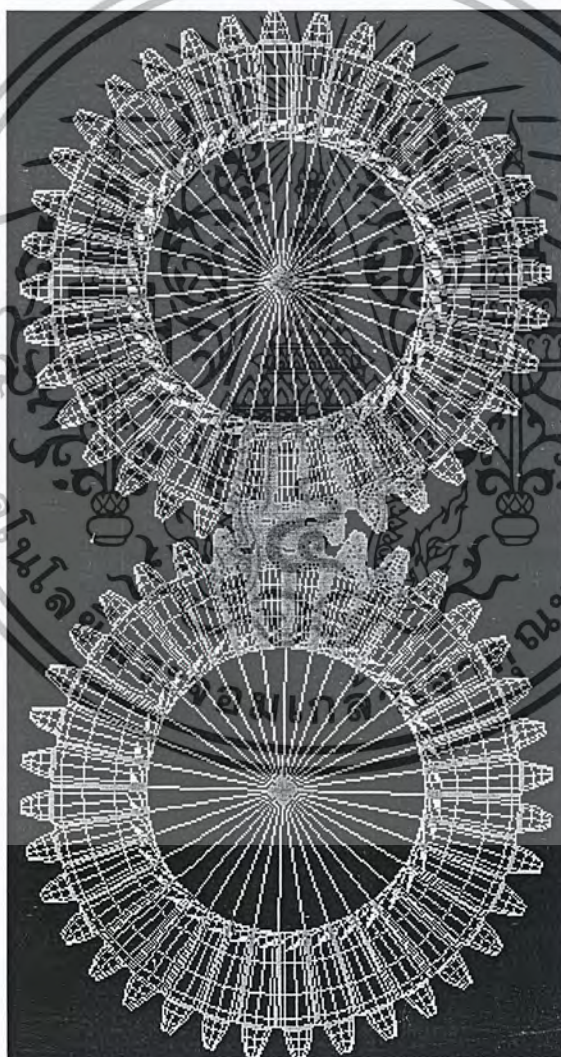
4.1.1 ขั้นตอนการหาแรงพลวัตโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



ขั้นตอนของการวิเคราะห์จะเริ่มจากการเขียนโปรแกรมสร้าง INPUT FILE ขึ้นซึ่งเป็นจุดเด่นของ

ABAQUS ซึ่งสามารถที่จะสร้างระบบเพื่อการขบกัน ในไฟไนต์เอลิเมนต์ได้อย่างรวดเร็ว การสร้าง INPUT FILE นั้นจะต้องมีความเข้าใจเรื่องสรีระของเฟือง (Gear Geometry) เป็นอย่างดี เพราะรูปร่างจะมีผลต่อพิกัดเอลิเมนต์ ตลอดถึงผลลัพธ์ที่ได้ด้วย การเขียน INPUT FILE จะมีรูปแบบตาม ABAQUS PROGRAM ซึ่งจะต้องทำตามรูปแบบที่กำหนดเอาไว้ ในที่นี้จะกล่าวถึงภาพรวมของระบบที่วิเคราะห์ก่อนแล้วตามด้วยการถึงอธิบายรูปแบบของ INPUT FILE สุดท้ายจึงอธิบายหลักการแบ่งเอลิเมนต์ซึ่งการแบ่งเอลิเมนต์หากมีความเข้าใจเรื่องสรีระของเฟืองแล้วก็สามารถจะทำรูปแบบใดๆที่ต้องการได้ ในที่นี้จะกล่าวถึงหลักการที่ในโครงการนี้ทำได้ทำ

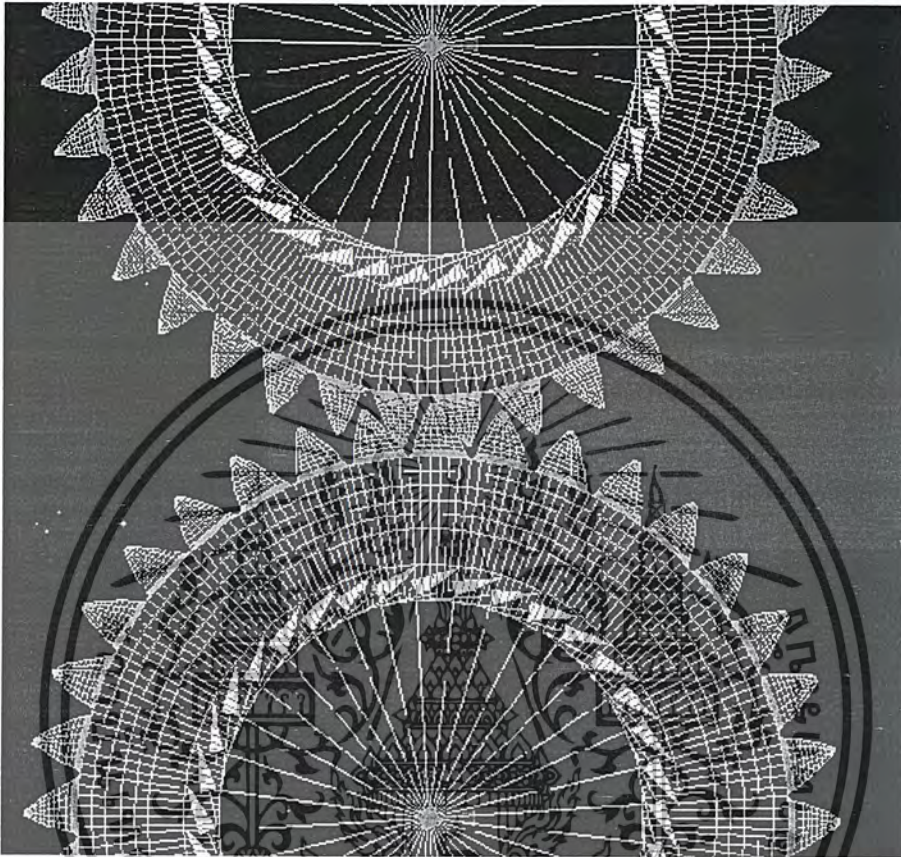
4.1.2 ลักษณะของปัญหาและแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.1 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของระบบเฟืองฟันสมมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.1 เป็นระบบเฟืองฟันสมมาตรที่ประกอบด้วยเฟืองตัวขับซึ่งอยู่ด้านบนและเฟืองตัวตามเป็นเฟืองตัวล่างซึ่งจะเป็นเฟืองที่ต่อกับเพลาของ LOAD



รูปที่ 4.2 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของระบบเฟืองฟันไม่สมมาตร

รูปที่ 4.2 เป็นระบบเฟืองฟันไม่สมมาตรซึ่งจะต่างกับระบบฟันสมมาตรแก่รูปร่างของเฟืองซึ่งสภาวะขอบกับสภาวะเริ่มต้นจะเหมือนกับระบบของเฟืองฟันสมมาตร

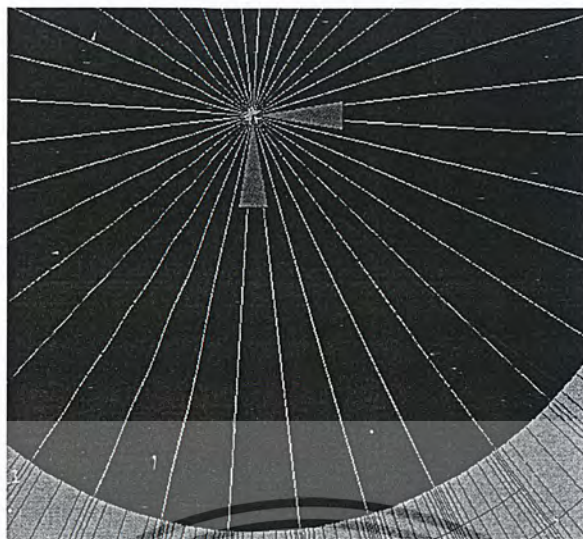
4.1.2.1 ลักษณะของเอลิเมนต์

- เป็นเอลิเมนต์แบบ 4 โหนด การเก็บค่าโนดจะเก็บแบบทวนเข็มนาฬิกา
- เอลิเมนต์เป็นแบบ Plane Strain (CPE4R) (Reduced Integration)
- ที่ผิวสัมผัสจะใช้ Contact element
- ที่เพลาส่งกำลังจะใช้ Truss Element (T2D2)

4.1.2.2 สภาวะขอบ (Boundary Condition)

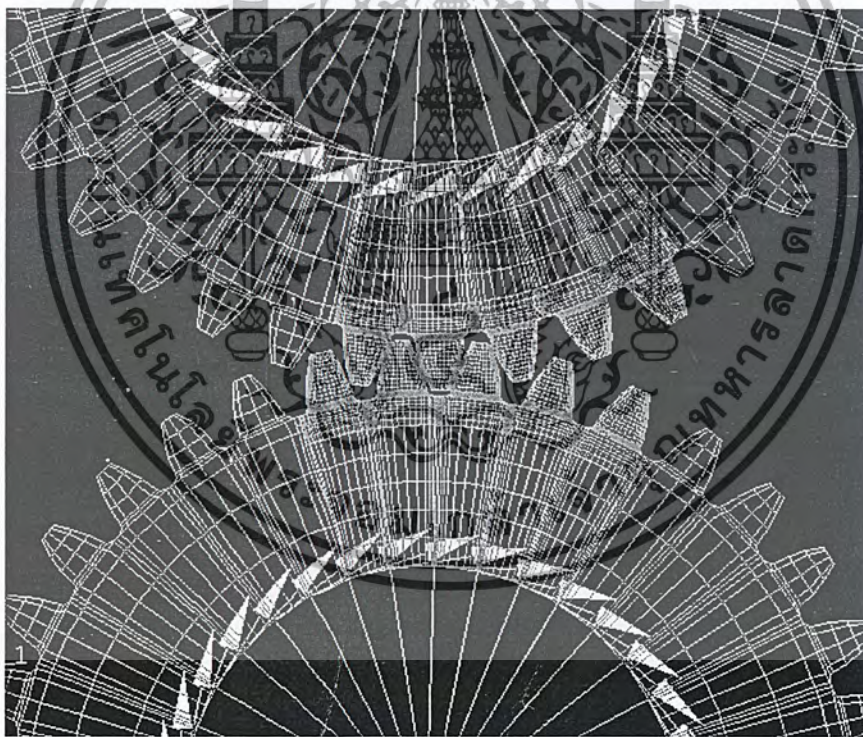
- โนดตรงกลางของเพลาส่งกำลังและเพลารับกำลังไม่มีการเคลื่อนที่ (ดูรูปที่ 4.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 แสดงการควบคุมพีคคของจุดหมุนให้อยู่กับที่

4.1.2.3 สถานะเริ่มต้นและลักษณะของระบบแรง



รูปที่ 4.4 แสดงแรงของระบบ

-มีแรงบิดกระทำที่เพลาของเพ็องซ์เป็น 7_m โดยถ่ายแรงไปยังปลายของ Truss Element

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- มีแรงบิดกระทำที่เพลของเฟืองตาม (Load) เป็น T_L โดยถ่ายแรงไปยังปลายของ Truss Element เช่นกัน ดังรูปที่ 4.4
- กำหนดให้มีความเร็วเชิงมุม (ω) คงที่
- ทุกๆ โหนดสามารถที่จะหาความเร็วเริ่มต้นได้จาก $\vec{V} = (\omega) \times (\vec{r})$

แรงทางพลวัตสามารถที่จะเก็บค่าได้จาก Contact Element เพราะฉะนั้นส่วนที่โครงงานสนใจเป็นพิเศษจะอยู่ที่ฟันของเฟืองซึ่งจะทำการเก็บค่าเฉพาะเฟืองละเอียด 5 – 10 ฟัน ส่วนฟันที่เหลือที่ต้องสร้างเพราะระบบเฟืองจำเป็นต้องมีโมเมนต์ความเฉื่อยด้วย



รูปที่ 4.5 แสดงฟันที่มีเอลิเมนต์ละเอียดซึ่งเป็นส่วนที่สนใจ

4.1.2.4 รูปแบบของ INPUT FILE

หากเป็นโปรแกรมวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ทั่วไปจะใช้วิธีการวาดรูปหรือสั่ง Import สรีระของสิ่งที่จะศึกษา จากโปรแกรมอื่นๆ เช่น Unigraphics จากนั้นก็จะใช้โปรแกรมนั้นๆ แบ่งเอลิเมนต์ให้และกำหนดสถานะต่างๆ ให้กับโปรแกรมซึ่งหากจะทำการ Optimization แล้วต้องทำการทดลอง 10 ครั้งก็จะต้องทำการวาดรูป 10 ครั้ง กำหนดสถานะให้ระบบ 10 ครั้งแต่ INPUT FILE ของ ABAQUS จะเป็น TEXT FILE (.inp) ซึ่งง่ายแก่การแก้ไขและสมบูรณ์อยู่ในตัวซึ่งถ้าหากผู้ที่ศึกษามีความเข้าใจลักษณะของระบบที่ศึกษาก็สามารถเขียนโปรแกรมประมวลออกมาเป็น TEXT FILE (.inp) ได้ สามารถลำดับคำสั่งได้ดังต่อไปนี้

1.

```

*****
***** ABAQUS INPUT FILE *****
*****
*HEADING
Analysis gear mesh
Generated on Mon Nov 25 EDT1
Determine BY Pongpat L. & Puchit D.
*RESTART, WRITE, NUMBER INTERVAL=50
*PREPRINT, MODEL=NO, HISTORY=NO, ECHO=NO

```

*HEADING

คำสั่งเริ่มต้น โปรแกรม สามารถกำหนดข้อความ ได้ 3 บรรทัดถัดจากคำสั่งนี้

*RESTART, WRITE, NUMBER INTERVAL=50

คำตอบที่เป็น RESTART FILE (.res) ซึ่งทำการเขียนให้มีจำนวนการทำงานในช่วงเวลาที่กำหนด 50 ครั้ง หากประมวลแบบ EXPLICIT จะใช้ NUMBER INTERVAL

*PREPRINT, MODEL=NO, HISTORY=NO, ECHO=NO

เป็นการสั่งพิมพ์ MODEL, HISTORY, ECHO ในTEXT FILE (.dat) หากต้องการพิมพ์ YES ไม่ต้องการพิมพ์ NO

หมายเหตุ หากพิมพ์ “*” สองครั้งขึ้นไป ABAQUS จะมองว่าเป็น NOTE ไม่นำบรรทัดนั้นมาประมวล

เช่น “***** ABAQUS INPUT FILE *****” จะไม่ประมวล

คำเตือน ในการสร้าง INPUT FILE ห้ามเว้นบรรทัดเพราะจะขัดกับไวยากรณ์ของ ABAQUS ควรใช้เครื่องหมาย NOTE ดีกว่า

2.

```

*****
*NODE,NSET=TOOTH_P1
*****
*** NODE No., X , Y , Z ***
1, 0.150574 , 2.129778 , 0.000000
2, 0.147441 , 2.129641 , 0.000000
3, 0.144308 , 2.129504 , 0.000000
4, 0.141175 , 2.129368 , 0.000000

```

*NODE,NSET=TOOTH_P1

เป็นคำสั่งสร้าง NODE โดยมีชื่อว่า TOOTH_P1 ข้อความที่อยู่ภายใต้คำสั่งนี้จะชื่อนี้ทั้งหมดหากมีการใช้ *NODE อีกโนดที่อยู่ภายใต้คำสั่งที่ประกาศใหม่ก็จะเป็นของตัวใหม่ (การบอกว่าสร้างโนดใช้ *NODE กำหนดชื่อโนดใช้ NSET)

1, 0.150574 , 2.129778 , 0.000000

เลข 1 คือเลขโนดควรจะวางแผนในการกำหนดชื่อให้ดีหากระบบที่ศึกษามี 10,000 โนดก็ต้องประกาศให้หมด ค่า 0.150574 คือพิกัด X, ค่า 2.1297788 คือพิกัด Y,ค่า 0.000000 คือพิกัด Z

3.

```
*NODE,NSET =TC4_2G
21003,0.768695,1.794903,0.000000
*NSET,NSET=PINION
TOOTH_P1,TOOTH_P2
*NSET,NSET=GEAR
TOOTH_G1,TOOTH_G2
*NSET,NSET=TGEAR
TOOTH_P1,TOOTH_P2,TOOTH_G1,TOOTH_G2
```

*NODE,NSET =TC4_2G

21003,0.768695,1.794903,0.000000

เป็นการสร้างโนดที่ชื่อ "TC4_2G" โดยมี เลขโนด , พิกัด X ,พิกัด Y ,พิกัด Z คือ 21003,0.768695,1.794903,0.000000 ตามลำดับ

*NSET,NSET=GEAR

TOOTH_G1,TOOTH_G2

กำหนดให้โนดที่ชื่อ GEAR มีสมาชิกคือ TOOTH_G1 และ TOOTH_G2 สมาชิกอาจกำหนดเป็นตัวเลขก็ได้

เช่น *NSET,NSET = L1

341, 366, 391, 416, 441, 466, 491, 516, 529, 542, 555, 568

*NSET,NSET=NSHF1

TRP1, TRP2, TRP3, TRP4, TRP5, TRP6, TRP7, TRP8, TRP9, TRP10, TRP11, TRP12, TRP13, TRP14

TRP15 , TRP16

หมายเหตุ กำหนดค่าตัวแปร 1 แถวได้ไม่เกิน 16 ตัว หากกำหนดตัวแปรมากกว่า 16 ตัวจะต้องขึ้นบรรทัดใหม่หรืออาจจะกำหนดตัวแปร 1 บรรทัด 1 ตัวก็ได้

```
4. *NSET, NSET=TRP1
580
*TRANSFORM , NSET=TRP1
-0.054752, -1.254035, 0.000000, -1.254035, 0.054752, 0.000000
```

*TRANSFORM , NSET=TRP1

เป็นการกำหนดแกนประจำโนดที่ชื่อ TRP1 ซึ่งคือ โนด 580 โดยมีเวกเตอร์ที่ชี้กำหนดแกน Xnew คือ [-0.054752, -1.254035, 0.000000] และเวกเตอร์ที่ชี้ไปทางแกน Ynew คือ [-1.254035, 0.054752, 0.000000] ในโครงงานนี้จะต้องทำแกนประจำโนดเพื่อใส่แรงในแนวสัมผัส (ตั้งฉากกับ TRUSS ELEMENT)

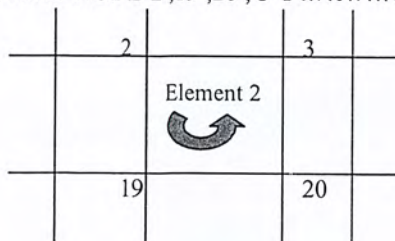
```
5. *****
*ELEMENT, TYPE=CPE4R, ELSET=TEETHP1
*****
***ELE No., A, B, C, D ***
1, 1, 18, 19, 2
2, 2, 19, 20, 3
3, 3, 20, 21, 4
4, 4, 21, 22, 5
```

*ELEMENT, TYPE=CPE4R, ELSET=TEETHP1

เป็นการสั่งกำหนดเอลิเมนต์ชนิด CPE4R โดยให้ชื่อว่า TEETHP1 (การกำหนดเอลิเมนต์จะใช้ *ELEMENT การกำหนดชนิดใช้ TYPE และการกำหนดชื่อจะใช้ ELSET เอลิเมนต์ที่ประกาศอยู่ภายใต้คำสั่งนี้จะชื่อนี้ทั้งหมด)

2, 2, 19, 20, 3

หมายถึงเอลิเมนต์ที่ 2 ประกอบด้วย NODE 2, 19, 20, 3 ซึ่งการกำหนดโนดเพื่อสร้างเอลิเมนต์ต้องวนทวนเข็มนาฬิกา



```

6. *ELSET,ELSET=PGM
TEETHP1,TEETHP2,TEETHG1,TEETHG2
*ELSET,ELSET = ET1L
1, 17, 33, 49, 65, 81, 97, 113, 129, 145, 161, 177, 193, 209, 225, 241
257, 273, 289, 305
*ELSET,ELSET = ET2L
525, 541, 557, 573, 589, 605, 621, 637, 653, 669, 685, 701, 717, 733, 749, 765
781, 797, 813, 829
    
```

```
*ELSET,ELSET=PGM
```

```
TEETHP1,TEETHP2,TEETHG1,TEETHG2
```

เป็นการกำหนดชื่อ PGM ว่ามีสมาชิกคือเอลิเมนต์ที่มีชื่อ TEETHP1,TEETHP2,TEETHG1 และ TEETHG2 การกำหนดสมาชิกอาจจะใช้เป็นตัวเลขได้ด้วย

```
เช่น *ELSET,ELSET = ET1L
```

```
1, 17, 33, 49, 65, 81, 97, 113, 129, 145, 161, 177, 193, 209, 225, 241
257, 273, 289, 305
```

```
7. **** impose constraint points at PINION ****
```

```
*MPC
```

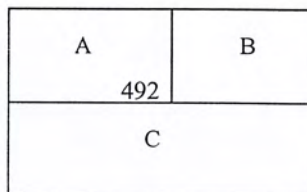
```

LINEAR,492,491,493
LINEAR,494,493,495
LINEAR,496,495,497
LINEAR,498,497,499
LINEAR,500,499,501
LINEAR,502,501,503
    
```

```
*MPC
```

เป็นการประกาศว่าจะใช้ฟังก์ชัน Multi Point Constraint

491



493

```
LINEAR,492,491,493
```

เป็นการประมาณค่าจุดที่ 492 ด้วยจุด 491 และ 493 ดังรูป

จุดที่ 492 จำเป็นจะต้องประมาณค่าเพราะที่เอลิเมนต์ C จะไม่รู้จักจุดที่ 492 หากใช้เอลิเมนต์ 4 โหนด การประมาณค่านี้จะเป็นแบบเส้นตรง

8.

```
*MPC
TIE,R4,L2
TIE,R2,L1
TIE, 2999, 2933
TIE, 3006, 2940
```

*MPC

TIE, 3006, 2940

เป็นการประกาศว่าจะใช้ฟังก์ชัน Multi Point Constraint แบบ TIE จะประกาศว่าจุดที่ 3006 และจุดที่ 2940 เป็นจุดเดียวกัน ถ้าหากไม่ประกาศโปรแกรมจะมองว่าเป็นคนละจุดกัน สามารถกำหนดเป็น NSET ได้ เช่น TIE, R4, L2

9.

```
*INITIAL CONDITION, TYPE=ROTATING VELOCITY
PINION, -523.598776,0,0,0
0,0,4.500000,0,0,0,4.500000,0,1
GEAR, 497.418837,0,0,0
0,0,0,0,0,0,0,0,0,1
```

*INITIAL CONDITION, TYPE=ROTATING VELOCITY

เป็นคำสั่งใช้กำหนดสถานะเริ่มต้นของระบบโดยกำหนดความเร็วเชิงมุมให้กับเฟืองขับและเฟืองตาม โปรแกรมก็จะคำนวณความเร็วของโนดในแต่ละจุดให้เอง

PINION, -523.598776,0,0,0

ตำแหน่งแรกเป็น NSET ที่จะกำหนดความเร็ว ค่า -523.598776 คือความเร็วเชิงมุมมีทิศตามเข็มนาฬิกา ค่า 0,0,0 เป็นการกำหนดให้จุดหมุนแกน X, Y, Z มีความเร็วเป็น 0 ทั้ง 3 ค่า

0,0,4.500000,0,0,0,4.500000,0,1

เป็นการกำหนดแกนหมุนซึ่งการกำหนดจะใช้จุด 2 จุดเป็นตัวกำหนดดังนี้ X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2 ซึ่งในที่นี้ แกนหมุนจะอยู่ที่ความสูง 4.5 ในแนวแกน Y และหมุนรอบแกน Z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

10.

```
*BOUNDARY
CPIO,1,2
CGE,1,2
```

*BOUNDARY

เป็นการประกาศการกำหนดสภาวะขอบ

CPIO,1,2

ที่ NSET ที่ชื่อ CPIO ที่ถูกกำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลางถูกกำหนดให้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวแกน X และ แกน Y เลข 1 แทนแกน X เลข 2 แทนแกน Y

11.

```
*SOLID SECTION,MATERIAL=STEEL,ELSET=PGM
*MATERIAL,NAME=STEEL
*ELASTIC
30E6,0.28
*DENSITY
0.28
```

*SOLID SECTION,MATERIAL=STEEL,ELSET=PGM

กำหนดวัสดุของเอลิเมนต์ที่ตั้งเป็น ELSET เอาไว้ชื่อ PGM ชนิดคือ STEEL

*MATERIAL,NAME=STEEL

เป็นการกำหนดชื่อให้กับวัสดุ

*ELASTIC

30E6,0.28

เป็นการใส่ค่าคุณสมบัติของวัสดุ ค่า 30E6 เป็นค่า ELASTIC ของวัสดุ ค่า 0.28 เป็นอัตราส่วนพัชของ

*DENSITY

0.28

เป็นการกำหนดค่าของความหนาแน่นของวัสดุ

12. *STEP,NLGEOM=YES
 *DYNAMIC,EXPLICIT,DIRECT USER CONTROL
 1e-8,20000e-8

*STEP,NLGEOM=YES

เป็นการประกาศส่วนของการประมวลผล ค่าของ NLGEOM หากเป็น YES จะคำนวณแบบ ไม่เชิงเส้นหากเป็น NO จะประมวลผลแบบเชิงเส้น

*DYNAMIC,EXPLICIT,DIRECT USER CONTROL

1e-8,20000e-8

การประกาศตัวแปร *DYNAMIC เพื่อบอกว่าปัญหาเป็นแบบพลวัต หากเป็นการคิดระบบหยุดนิ่งจะประกาศเป็น *STATIC ส่วน EXPLICIT เป็นวิธีการคิดของโปรแกรม DIRECT USER CONTROL เป็นการให้กำหนด TIME INCREMENT (เวลาแต่ละครั้งในการคิด) ให้มีค่าคงที่ทุก STEP ในระบบนี้เท่ากับ 1e-8 ส่วนค่า 20000e-8 เป็นเวลาทั้งหมดที่ระบบคำนวณ

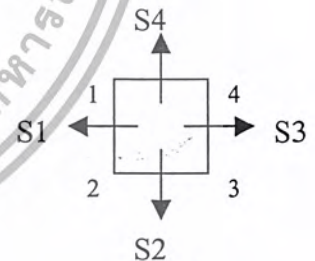
13.

*SURFACE DEFINITION , NAME = ET1L
 ET1L,S1
 *SURFACE INTERACTION , NAME = ET1L
 1.

*SURFACE DEFINITION , NAME = ET1L

ET1L, S1

เป็นการสร้างพื้นผิวขึ้นมาชื่อ ET1L และผิวเป็นด้าน S1 การกำหนดด้านจะขึ้นกับตำแหน่งที่เริ่มวนเอลิเมนต์ในที่นี้เริ่มจาก 1 ไป 4 วนทวนเข็มนาฬิกา



*SURFACE INTERACTION , NAME = ET1L

1.

เป็นการกำหนดความหนาของพื้นผิวที่ชื่อ ET1L ให้มีค่าเท่ากับ 1

14. *CONTACT PAIR , INTERACTION =ET1R,CPSET=P1
 ET1R,ET1R_2
 *CONTACT PAIR , INTERACTION =ET2R,CPSET=P2
 ET2R,ET3R_2
 *CONTACT PAIR , INTERACTION =ET3R,CPSET=P3
 ET3R,ET2R 2

*CONTACT PAIR , INTERACTION =ET2R,CPSET=P2

ET2R,ET3R_2

เป็นการกำหนดคู่ผิวสัมผัสกัน ในที่นี้ผิวที่จะสัมผัสกันชื่อ ET2R และ ET3R_2 และให้ผิวที่มีขนาดใหญ่กว่าเป็น MASTER จะถูกกำหนดชื่อหลัง INTERACTION ในที่นี้คือ ET2R และให้ค่าที่เก็บจากผิวนี้ได้ชื่อ P2 การกำหนดคู่ที่สัมผัสกันจะต้องดูความเป็นไปได้ของระบบด้วย ในโครงการนี้เพื่อด้านหลังก็อาจจะมีการกระทบกันก็ได้เนื่องจากแรงกระแทก

15.

```
*****
**** GEAR LOAD ****
*****

*CLOAD
TRG1, 2,2.168704
*CLOAD
TRG2, 2,2.168704
```

*CLOAD

TRG1, 2,2.168704

เป็นคำสั่งในการใส่ LOAD ที่จุดๆหนึ่ง ในที่นี้ใส่ที่จุด TRG1 ซึ่งเป็น NSET ที่สร้างเอาไว้ ใส่ในแกน Y (2) เป็นค่า 2.168704

16.

```
*OUTPUT,HISTORY
*CONTACT OUTPUT,CPSET=P1
CFN
*CONTACT OUTPUT,CPSET=P2
CFN
```

*OUTPUT,HISTORY

เป็นการประกาศค่าที่ส่งออกไปที่ HISTORY OUTPUT (เป็นค่าตัวเลขสามารถพล็อตเป็นกราฟได้)

*CONTACT OUTPUT,CPSET=P1

CFN

เป็นการสั่งให้มีการรายงานค่าที่คู่ขบที่ P1 ค่าที่ต้องการคือ CFN (แรงที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสขณะขบขึ้น)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

17.

```
*OUTPUT,FIELD, NUMBER INTERVAL=50
```

```
*Node Output
```

```
U
```

```
*Element Output
```

```
S, E
```

```
*NODE OUTPUT,NSET=TNSHF
```

```
V,
```

```
A,
```

```
*END STEP
```

```
*OUTPUT,FIELD, NUMBER INTERVAL=50
```

เป็นการประกาศค่าที่ส่งออกไปที่ FIELD OUTPUT (จะเป็นค่าที่แสดงออกมาเป็นสี การเคลื่อนที่ เช่น การกระจายความเค้น การเสียรูปของวัสดุ) ค่า NUMBER INTERVAL=50 หมายถึงสั่งพิมพ์ค่า 50 ครั้งในช่วงเวลาที่กำหนด (Final Time)

```
*Node Output
```

```
U
```

สั่งพิมพ์ลักษณะการเคลื่อนที่ของโนด

```
*Element Output
```

```
S, E
```

สั่งพิมพ์ค่าของความเค้น (S) ความเครียด (E)

```
*NODE OUTPUT,NSET=TNSHF
```

```
V,
```

```
A,
```

เป็นการสั่งพิมพ์ค่าความเร็ว (V) ความเร่ง (A) ของระบบที่ NSET ชื่อ TNSHF

```
*END STEP
```

เป็นการสั่งปิดส่วนการประมวลผล

4.2.5 หลักการแบ่งเอลิเมนต์ของเพ็องพื้นตรงสมมาตร

เนื่องจากการสร้างรูปร่างและเอลิเมนต์จะใช้การเขียน โปรแกรมขึ้นมาควบคุม ทำให้สามารถที่จะศึกษาเพ็อง ได้หลายขนาดและกำหนดเอลิเมนต์ให้มากเป็นพิเศษได้ในจุดที่สนใจ ขึ้นอยู่กับงานที่จะการศึกษา ในโครงการนี้จะเน้นในส่วนของ Fillet เพราะเป็นส่วนที่เกิดความเค้นมากและในส่วนของควิซัสม์ซึ่งเป็นจุดที่รับแรงโดยตรง ทั้งนี้ควรจะแบ่งเอลิเมนต์แบบไม่ละเอียดแล้วลองดูผลลัพธ์ก่อนเพื่อจะได้ดูว่าส่วนใดต้องการความละเอียดของผล จะมีการควบคุมอยู่ 4 ส่วนคือ

1. ส่วนพื้นเพ็องหลัก
2. ส่วน Fillet
3. ส่วนฐานด้านข้าง
4. ส่วนแกนกลางด้านล่าง

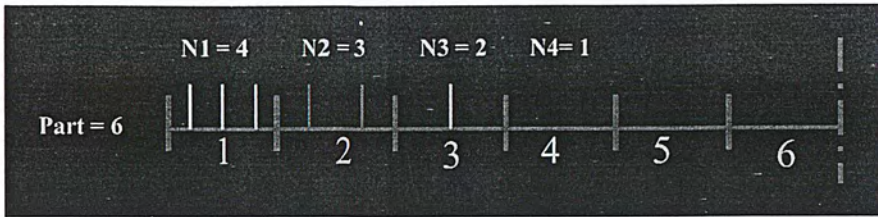


การสร้างพื้นเพ็องอื่นๆจะทำการคัดลอกจากต้นแบบมา หากเข้าใจหลักการสร้างของ 1 พื้น ก็สามารถทำการสร้างที่เพ็องส่วนที่เหลือได้จากเทคนิคการ Transformation

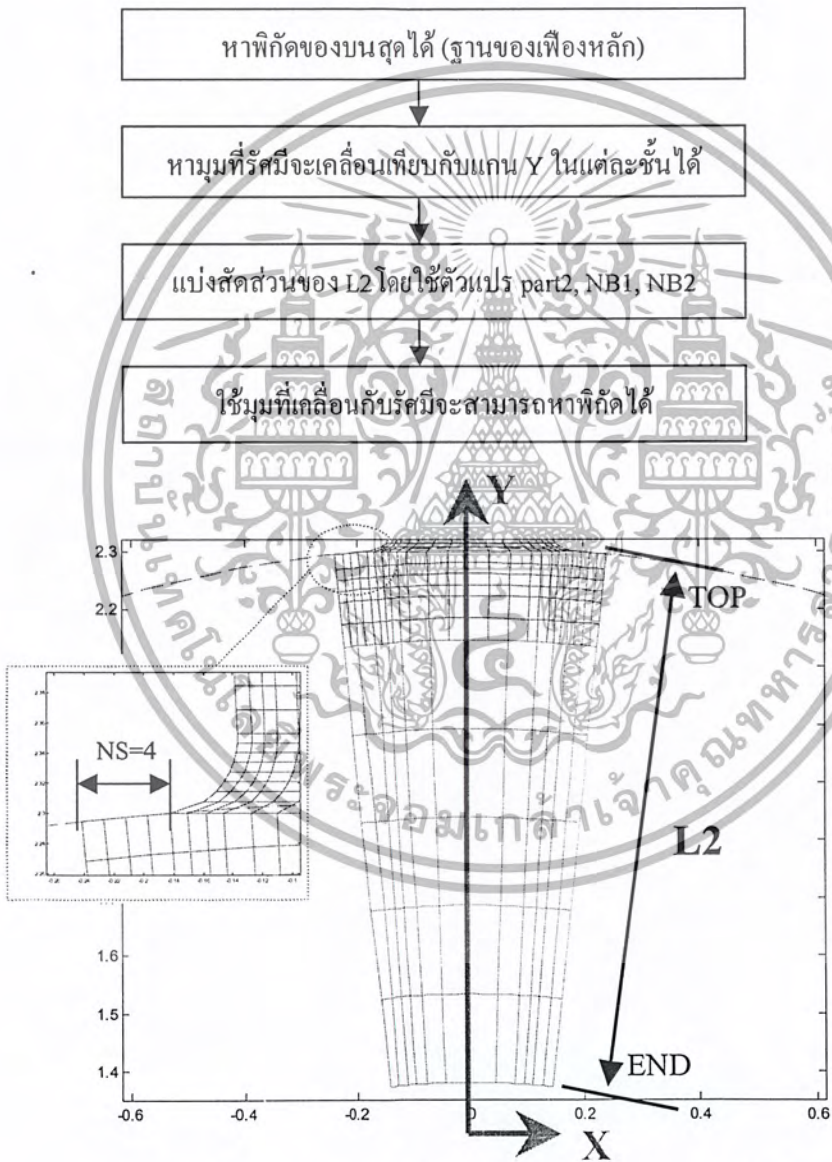
การสร้างแบบจำลองของเพ็อง ส่วนพื้นเพ็องหลักและส่วน Fillet



รูปที่ 4.7 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของส่วนหลัก

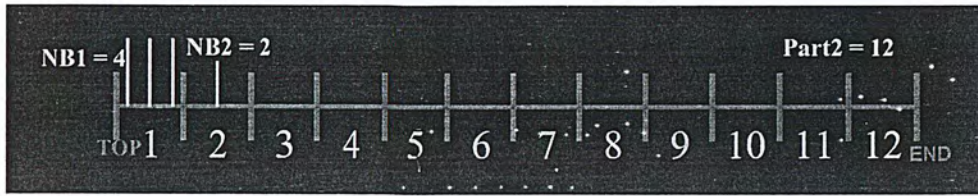


รูปที่ 4.8 แสดงการแบ่งโนดจากระยะ L ออกเป็นส่วนหลัก 6 ส่วน และสามารถแบ่งเป็นส่วนย่อยอีกได้ (แสดงภาพครึ่งเดียวของ L)
 การสร้างแบบจำลองของฐานด้านข้างและส่วนแกนกลางด้านล่าง



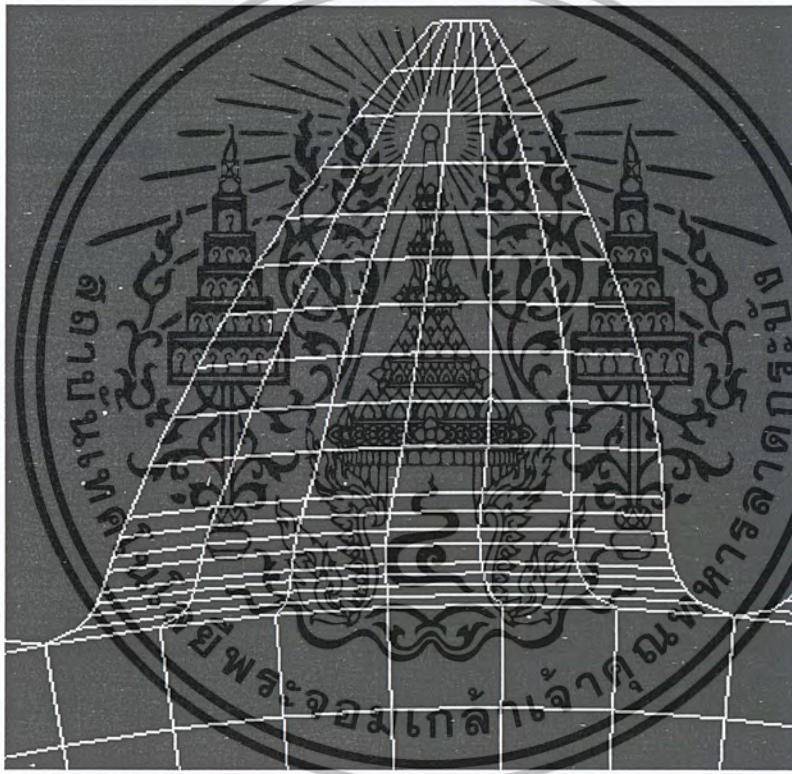
รูปที่ 4.9 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของส่วนแกนกลางและด้านล่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 แสดงการแบ่งโนดจากระยะ L2 ออกเป็นส่วนหลัก 12 ส่วน
และสามารถแบ่งเป็นส่วนย่อยอีกได้ (แสดงภาพทั้งหมดของL2)

4.2.6 หลักการแบ่งเอลิเมนต์ของเฟืองฟันตรงไม่สมมาตร



รูปที่ 4.12 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์ของเฟืองฟันไม่สมมาตร

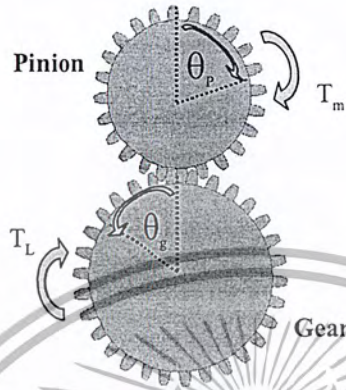
การแบ่งเอลิเมนต์นั้นมีหลักการที่คล้ายกับเฟืองฟันสมมาตร โดยเอลิเมนต์ที่อยู่เหนือวงกลม Root Radius จะมีอยู่ 3 ส่วนคือ 1.ปลายฟันถึงวงกลมฐานของ Coast Side 2.วงกลมฐานของ Coast Side ถึง วงกลมฐานของ Drive Side และ 3. วงกลมฐานของ Drive Side ถึง Root Radius โดยจะแบ่งช่องตามแนวอนนอกเป็นส่วนซึ่งจำนวนในแต่ละแถวจะเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การหาแรงพลวัตด้วยวิธีทางทฤษฎี (General Rigid Body Dynamic)

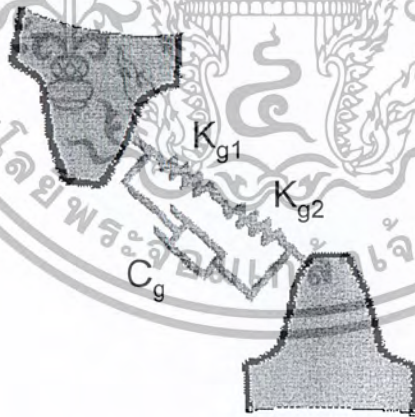
4.2.1 แบบจำลองระบบการส่งถ่ายกำลัง

แรงพลวัตทางทฤษฎีที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสขณะที่เฟืองขบกัน หาได้โดยใช้ทฤษฎีทางพลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็ง ซึ่งจะต้องสร้างแบบจำลองของระบบส่งถ่ายกำลังของเฟือง สำหรับแบบจำลองที่สร้างขึ้นประกอบด้วยเฟือง 2 เฟืองขบกัน (Pinion and Gear) ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 แบบจำลองของระบบส่งถ่ายกำลัง

มีแรงบิดที่เฟืองตัวบนเท่ากับ T_m และมีแรงบิดที่เฟืองตัวล่างเท่ากับ T_L กระทำในทิศสวนทางกันการคำนวณจะสมมติให้ผิวของฟันเฟืองมีความยืดหยุ่นและความหน่วงซึ่งแทนได้ด้วยสปริงกับตัวหน่วงแสดงดังรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 ลักษณะของสปริงกับตัวหน่วง

จากรูปที่ 4.13 K_{g1} และ K_{g2} แทนค่าความยืดหยุ่นของเฟืองที่หนึ่งและเฟืองที่สอง C_g แทนค่าความหน่วงของคู่ฟันเฟืองที่ขบกัน และสมการการเคลื่อนที่ของระบบเขียนได้โดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง

$$\text{จาก } \Sigma M = J\ddot{\theta}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาผลรวมของค่าโมเมนต์ของเฟืองตัวบนและตัวล่าง (Pinion and Gear) จะได้สมการดังนี้

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + C_g(t) R_{b1} \left(R_{b1} \dot{\theta}_1 - R_{b2} \dot{\theta}_2 \right) + K_g(t) R_{b1} (R_{b1} \theta_1 - R_{b2} \theta_2) = T_m - T_{f1}(t) \quad (4.1)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + C_g(t) R_{b2} \left(R_{b2} \dot{\theta}_2 - R_{b1} \dot{\theta}_1 \right) + K_g(t) R_{b2} (R_{b2} \theta_2 - R_{b1} \theta_1) = T_{f2}(t) - T_L \quad (4.2)$$

J_1 และ J_2	แทนโมเมนต์ความเฉื่อยโดยมวล (Mass moment of inertia)
θ_1 และ θ_2	แทนมุมการหมุนของเฟือง
$C_g(t)$	แทนสัมประสิทธิ์ตัวหน่วง (Damping coefficient) ของคู่ฟันเฟือง
$K_g(t)$	แทนค่าความยืดหยุ่น (Mesh Stiffness) รวมของฟันเฟืองที่ขบกันทั้งหมด
T_m และ T_L	แทนแรงบิดของมอเตอร์และภาระ
$T_{f1}(t)$ และ $T_{f2}(t)$	แทนแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทาน
R_{b1} และ R_{b2}	แทนรัศมีที่วงกลมฐาน

เครื่องหมาย 1 และ 2 ข้างได้แทน Pinion และ Gear ตามลำดับ

สำหรับการคำนวณมีสมมติฐานดังนี้

1. ในระหว่างการส่งกำลังถือว่าไม่มีการเยื้องศูนย์ของเพลลา
2. วิเคราะห์เฉพาะเฟืองที่มีอัตราทดน้อยกว่า 2
3. การขบกันเกิดขึ้นบนเส้น Line of Action
4. ความร้อนที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยมากจึงไม่พิจารณาผลทางความร้อน

การวิเคราะห์ตัวแปรในสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองของระบบส่งกำลังกำลัง จำเป็นต้องทราบรัศมีบนเส้นโค้ง Involute ตรงตำแหน่งที่เฟืองขบกัน ซึ่งค่าตัวแปรที่ต้องคำนวณจะมี ค่าความยืดหยุ่น ค่าความหน่วง และค่าแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทาน

4.2.2 ค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองฟันเดียว

จากการวัดค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองโดยการทดลองแล้วหาเป็นสมการออกมาจะพบว่าค่าความยืดหยุ่นจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งบนเส้น Involute ของฟันเฟืองดังสมการที่ 4.3

$$K_{si}(r) = (A_0 + A_1 X_i) + (A_2 + A_3 X_i) \frac{r_i - R_p}{(1 + X_i) m} \text{ N / } \mu\text{m / mm} \quad [4] \quad (4.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ค่า r_i คือตำแหน่งบนเส้น Involute ที่เฟืองขบกัน R_p คือ รัศมีที่วงกลมพิตซ์ N คือ จำนวนฟัน X_i คือ สัมประสิทธิ์การปรับเปลี่ยนรูปร่างฟัน ในสมการที่ 4.3 ใช้สำหรับเฟืองฟันสมมาตรเมื่อ $-0.6 < X < 0.6$ และ $12 < N < 100$ และใช้กับเฟืองที่เป็นเหล็กเท่านั้น ในการคำนวณนี้จะใช้ตามทฤษฎีคือไม่มีการปรับแต่ง ฟันจะมีค่า $X_i = 0$ และ โมดูลจะแทนด้วย m ส่วนค่าสัมประสิทธิ์มีค่าดังนี้

$$A_0 = 3.867 + 1.612N - 0.02916N^2 + 0.0001553N^3 \quad (4.4a)$$

$$A_1 = 17.060 + 0.72896N - 0.01728N^2 + 0.00009993N^3 \quad (4.4b)$$

$$A_2 = 2.637 - 1.222N + 0.0221N^2 - 0.0001179N^3 \quad (4.4c)$$

$$A_3 = -6.330 + 1.033N + 0.02068N^2 + 0.0001130N^3 \quad (4.4d)$$

จากรูปที่ 4.13 จะเห็นว่าค่าความยืดหยุ่นของฟันทั้งสองจะต่อกันแบบอนุกรม ดังนั้นผลรวมของค่าความยืดหยุ่นรวมจะหาได้จากสมการที่ 4.5 [4]



รูปที่ 4.14 แสดงรัศมี ณ จุดที่เฟืองขบกัน

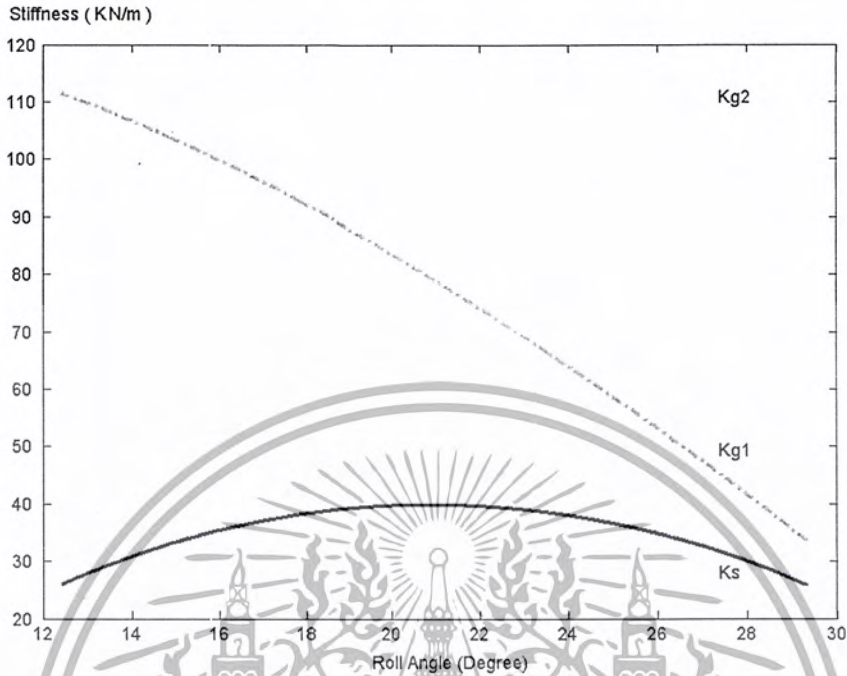
$$K_s = \frac{K_{g1}(r_1)K_{g2}(r_2)}{K_{g1}(r_1) + K_{g2}(r_2)} \quad (4.5)$$

โดยที่ r_1 และ r_2 เป็นรัศมีจุดที่สัมผัสของฟันเฟือง

เมื่อเราหาค่าผลรวมของความยืดหยุ่นตามสมการตั้งแต่จุดแรกจนถึงจุดสุดท้ายที่เฟืองขบกัน ค่าความยืดหยุ่นที่ได้เมื่อพล็อตเทียบกับมุม Roll Angle จะได้ดังรูปที่ 4.15 โดยเฟืองที่ใช้มีขนาดเท่ากันคือ มีมอดูลเท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

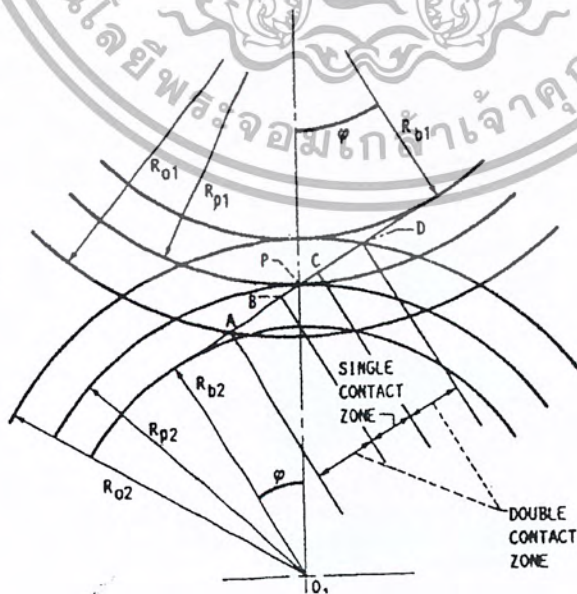
กับ 20 องศา ไดอะมิทรีลพิทซ์เท่ากับ 8 จำนวนฟันเท่ากับ 36 ฟัน ค่า K_{g1} และ K_{g2} คือค่าความยืดหยุ่นของเฟืองที่ 1 และ 2 ส่วน K_s คือค่าความยืดหยุ่นรวม



รูปที่ 4.15 แสดงค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองคู่เดียว

4.2.3 ค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองรวม

ในระหว่างที่เฟืองขบกันจะรู้ว่ามีพื้นที่ขบกันได้จากค่าอัตราการขบ (Contact Ratio) ซึ่งถ้าเฟืองคู่หนึ่งมีอัตราการขบระหว่าง 1 ถึง 2 แสดงว่ามีพื้นที่ขบกันได้มากที่สุดเท่ากับ 2 ฟัน



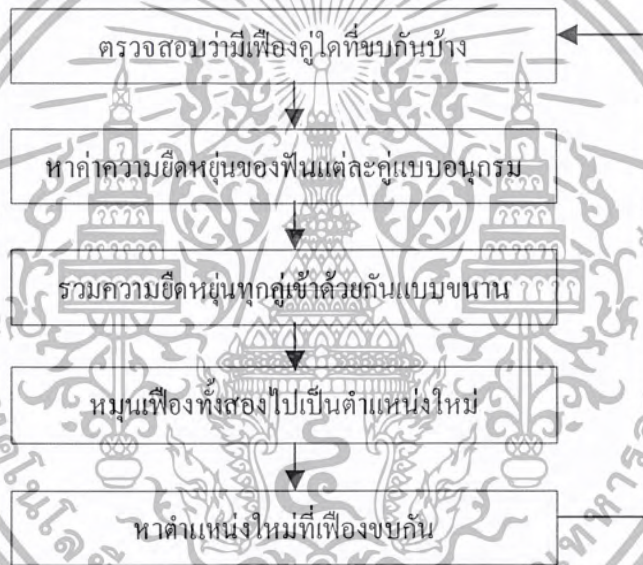
รูปที่ 4.16 แสดงช่วงของการขบกันของฟันเฟือง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.16 แสดงช่วงของการขบโดยเฟืองตัวบนเป็นตัวขับเคลื่อนจะมีช่วงการขบ 2 ช่วง คือ ช่วง Double Contact จะมี 2 ฟันที่ขบอยู่ในช่วงนี้แรงที่เกิดขึ้นบนฟันเฟืองจะมีค่าน้อย เนื่องจากมี 2 ฟัน ที่ช่วยกันรับแรง และช่วง Single Contact จะมีเพียงฟันเดียวที่ขบอยู่แรงที่เกิดขึ้นจะมีค่าสูง

จุดที่ฟันเริ่มขบจุดแรกคือจุด A ซึ่งจะเป็นแอดเดนดัมของเฟืองตัวบนในขณะที่เดียวกันจะมีฟันอีก 1 ฟันขบกันอยู่ที่จุด C เมื่อเฟืองหมุนไปจุดที่สัมผัสจะเคลื่อนจากจุด A ไปยังจุด B และ ฟันข้างหน้าจะเลื่อนจากจุด C ไปจุด D ดังนั้นช่วง AB และ CD จะเป็นช่วง Double Contact เมื่อเฟืองหลุดจากจุด B ฟันข้างหน้าก็หลุดออกจากจุด D และช่วง BC จะเป็นช่วง Single Contact ซึ่งเมื่อฟันเฟืองเคลื่อนจากจุด B ไปถึงจุด C ก็จะมีฟันเฟืองข้างหลังเข้ามาเริ่มขบที่จุด A อีกซึ่งจะเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

รูปที่ 4.17 แสดงขั้นตอนการคำนวณค่าความยืดหยุ่นรวม โดยในขั้นตอนแรกจะต้องหาว่า มีเฟืองกี่คู่ที่ขบกันอยู่ ถ้ามี 2 คู่ก็ต้องนำมารวมกันแบบขนานเมื่อหาผลรวมของค่าความยืดหยุ่น ณ ตำแหน่งนั้นได้แล้วก็ต้องหมุนเฟืองไปเพื่อคำนวณที่จุดต่อไป



รูปที่ 4.17 แผนภาพการคำนวณค่าความยืดหยุ่นรวม

จากรูปที่ 4.18 มีเฟือง 2 ฟันที่ขบกันอยู่ค่าความยืดหยุ่นรวมจะหาได้โดยใช้สมการที่ 4.6 ซึ่งเป็นการคำนวณค่าความยืดหยุ่นที่จุด A และจุด B นำค่ามารวมกันแบบขนาน

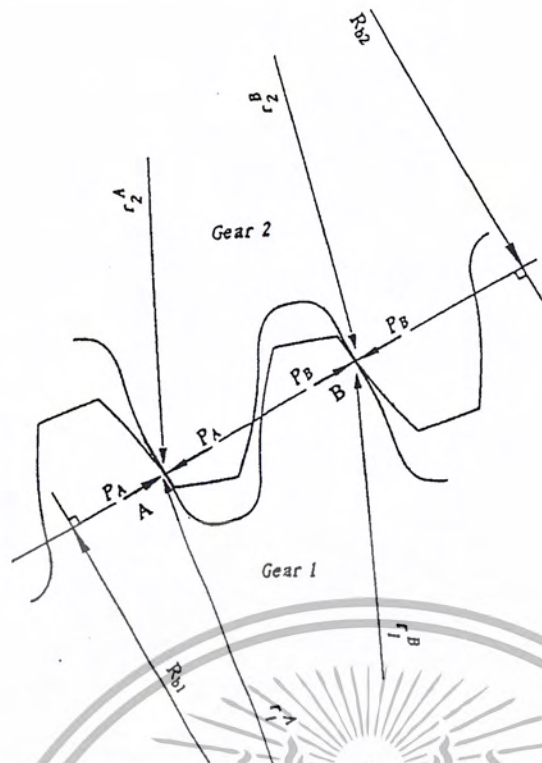
$$K_g = K_g^A + K_g^B \quad (4.6)$$

โดย

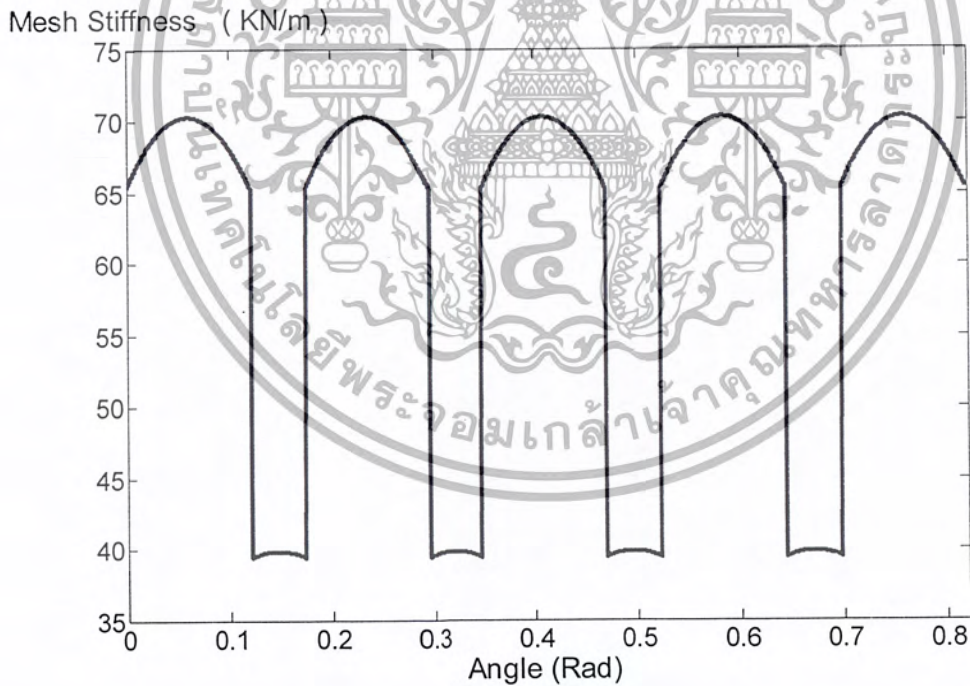
$$K_g^A = \frac{K_{g1}^A(r_1^A)K_{g2}^A(r_2^A)}{K_{g1}^A(r_1^A) + K_{g2}^A(r_2^A)} \quad (4.7)$$

$$K_g^B = \frac{K_{g1}^B(r_1^B)K_{g2}^B(r_2^B)}{K_{g1}^B(r_1^B) + K_{g2}^B(r_2^B)} \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 แสดงจุดที่เฟืองขบกัน 2 ฟัน



รูปที่ 4.19 แสดงค่าความยืดหยุ่นรวม

เมื่อหมุนเฟืองไปเรื่อยๆ แล้วคำนวณค่าความยืดหยุ่นรวมของการขบจะได้อิงรูปที่ 4.19 ซึ่งแกนตั้งเป็น

ค่าความยืดหยุ่นส่วนแกนนอนเป็นมุมที่เฟืองหมุนไปเป็นหน่วยเรเดียน ช่วงที่มีค่าความยืดหยุ่นสูงเป็นช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Double Contact และช่วงที่มีค่าความยืดหยุ่นต่ำเป็นช่วง Single Contact ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าค่าความยืดหยุ่นจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใด ดังนั้นตรงช่วงที่เปลี่ยนมาเป็น Single Contact จะทำให้แรงที่กระทำบนพื้นเพิ่มขึ้นทันที สำหรับรูปที่ 4.19 เพื่อที่ใช้มีขนาดเท่ากันคือ มีจำนวนฟันเท่ากับ 36 ฟัน มุมกด 20 องศา โคอะมิทริลพิทซ์เท่ากับ 8

4.2.4 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงของฟันเฟือง

ค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงของฟันเฟืองจะมีความสัมพันธ์กับค่าความยืดหยุ่นรวมดังนี้

$$C_g = 2\xi [K_g J_1 J_2 / (R_{b1}^2 J_1 + R_{b2}^2 J_2)]^{1/2} \quad (4.9)$$

โดย

ξ แทนค่า Damping ratio จากการวัดจะมีค่าระหว่าง 0.03 และ 0.17 [5]

4.2.5 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

ในสมการการเคลื่อนที่ของระบบประกอบด้วยเทอม T_{f1} และ T_{f2} คือค่าแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทานซึ่งแรงเสียดทานนี้เกิดขึ้นจากมีความเร็วลิ้นไถระหว่างฟันเฟือง ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานนี้หาได้จากสูตรของบักกิงแฮมซึ่งเป็นสูตรกึ่งการทดลอง [3]

$$f = 0.05e^{-0.125V_s} + 0.002\sqrt{V_s} \quad (4.10)$$

V_s เป็นความเร็วลิ้นไถในหน่วย In/sec

4.2.5.1 ความเร็วลิ้นไถ

เมื่อมีการส่งถ่ายกำลังผ่านคู่ของเฟืองที่ขบกัน การเคลื่อนที่สัมผัสระหว่างหน้าสัมผัสจะเกิดการหมุนไปพร้อมๆกับการลิ้นไถ (Rolling and Sliding) ยกเว้นเมื่อจุดสัมผัสอยู่ที่วงกลมพิทซ์จะมีแต่การกลิ้งอย่างเดียว เมื่อจุดสัมผัสเคลื่อนออกจากจุดพิทซ์ค่าความเร็วลิ้นไถจะเพิ่มขึ้น

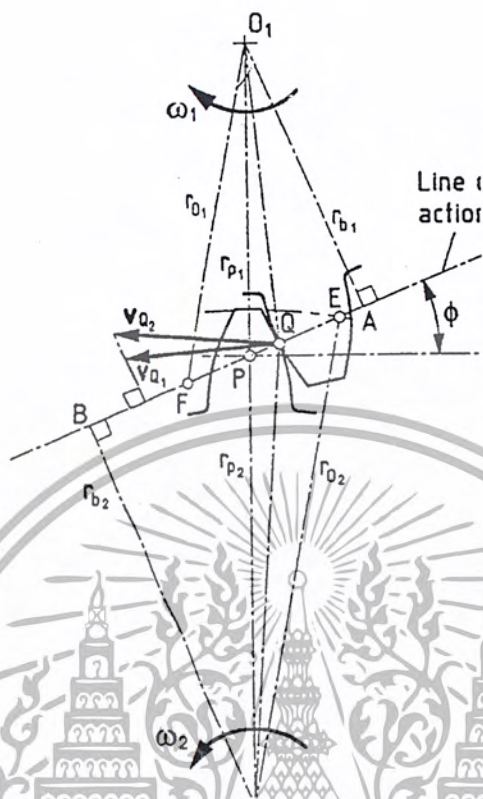
การสึกหรอของฟันเฟืองจะขึ้นอยู่กับความเร็วลิ้นไถ ถ้ามีความเร็วลิ้นไถมากฟันเฟืองจะสึกหรอมากซึ่งจะมีผลมากเมื่อเฟืองทำงานที่ความเร็วรอบสูงๆ

จากรูปที่ 4.20 แสดงคู่ของฟันเฟืองที่ขบกันที่จุด Q ซึ่งอยู่ระหว่างจุดที่เริ่มขบคือจุด E และจุดพิทซ์ P ถ้า Q_1 และ Q_2 เป็นจุด Q ที่อยู่บนเฟืองที่ 1 และ 2 ดังนั้นความเร็วลิ้นไถคือผลต่างของความเร็วที่จุด Q_1 และ Q_2 ทิศของความเร็วลิ้นไถจะอยู่บนแนวเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส สำหรับในกรณีของเฟืองแบบ Involute ของความเร็วลิ้นไถจะตั้งฉากกับเส้น Line of Action

จากรูป 4.20 ความเร็ว V_{Q1} และ V_{Q2} ในแนวตั้งฉากกับเส้น Line of Action อธิบายได้ดังนี้

$$V'_{Q1} = AQ.\omega_1 \quad (4.11)$$

$$V'_{Q2} = BQ.\omega_2 \quad (4.12)$$



รูปที่ 4.20 แสดงทิศของความเร็วที่จุดสัมผัส

ดังนั้นความเร็วเส้นไถสัมผัสที่จุด Q คำนวณได้จากสมการ 4.13

$$V_Q^S = V'_{Q2} - V'_{Q1} = BQ.\omega_2 - AQ.\omega_1 \quad (4.13)$$

จากรูปที่ 4.20 $BQ = BP + PQ$ และ $AQ = AP - PQ$ ดังนั้นสมการ 4.13 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$V_Q^S = BP.\omega_2 - AP.\omega_1 + PQ(\omega_2 - \omega_1) \quad (4.14)$$

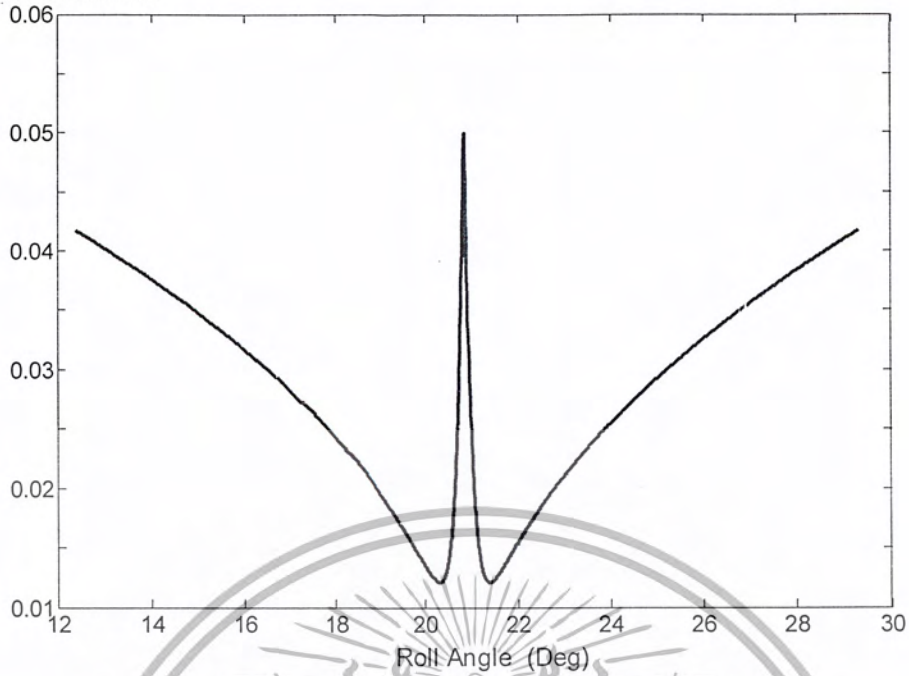
แต่ $\omega_2 / \omega_1 = O_2P / O_1P = BP / AP$ ดังนั้นสมการ 4.14 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$V_Q^S = PQ(\omega_2 - \omega_1) \quad (4.15)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่จุดต่างๆบนเส้น Involute สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ตามสมการที่ 4.10 แล้วนำข้อมูลมาพล็อตเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 4.21

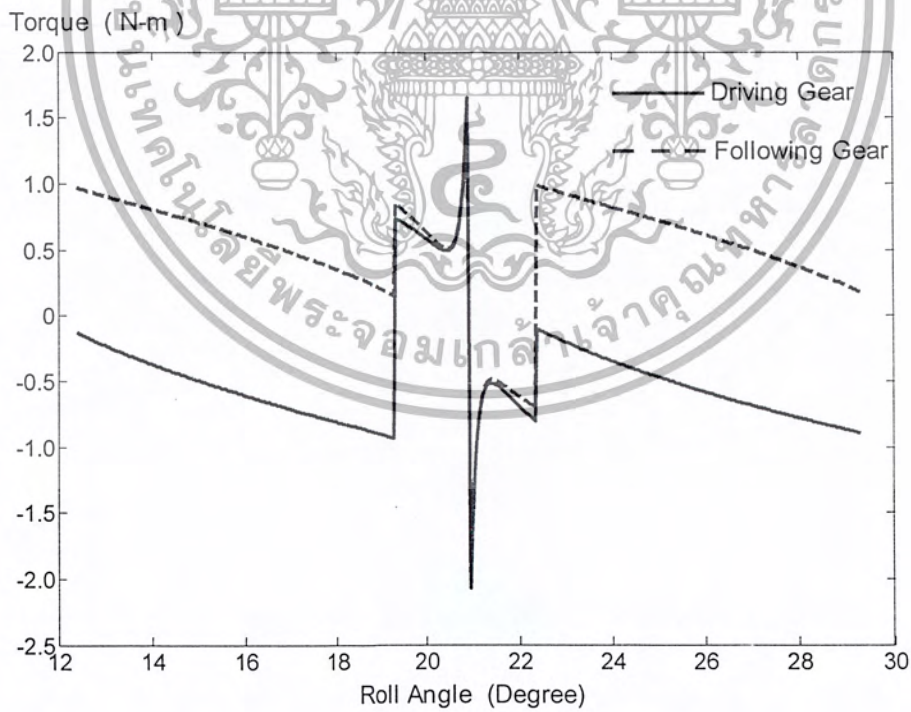
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Friction Coefficient



รูปที่ 4.21 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

รูปที่ 4.22 แสดงค่าแรงบิดที่เกิดจากแรงเสียดทานของเฟืองขับและเฟืองตาม



รูปที่ 4.22 แสดงค่าแรงบิดจากความเสียดทาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.6 การอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยวิธี Runge-Kutta อันดับ 4

บ่อยครั้งที่เราจำเป็นต้องแก้ปัญหาของระบบทางวิศวกรรมที่มีสมการเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ เช่น การเคลื่อนที่ของระบบที่มีมวลกับสปริงซึ่งวิธีที่นิยมใช้คือ วิธีรุงเง-กุตตาอันดับ 4 เพราะมีความแม่นยำสูง

พิจารณาระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับ 1 สองสมการซึ่งมีความสัมพันธ์กัน (Two Simultaneous first-order differential equation)

$$\frac{dy}{dx} = f[x, y(x), u(x)] \quad (4.16a)$$

$$\frac{du}{dy} = F[x, y(x), u(x)] \quad (4.16b)$$

โดยที่เรารู้ค่าเริ่มต้น $y(x_0) = y_0, u(x_0) = u_0$ วิธีการอินทิเกรตแบบรุงเง-กุตตาสามารถใช้แก้สมการที่ 4.16 ได้ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.17a)$$

โดย

$$k_1 = (h)f(x_i, y_i, u_i) \quad (4.17b)$$

$$k_2 = (h)f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}, u_i + \frac{q_1}{2}\right) \quad (4.17c)$$

$$k_3 = (h)f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}, u_i + \frac{q_2}{2}\right) \quad (4.17d)$$

$$k_4 = (h)f(x_i + h, y_i + k_3, u_i + q_3) \quad (4.17e)$$

และ

$$u_{i+1} = u_i + \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4) \quad (4.18a)$$

โดย

$$q_1 = (h)F(x_i, y_i, u_i) \quad (4.18b)$$

$$q_2 = (h)F\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}, u_i + \frac{q_1}{2}\right) \quad (4.18c)$$

$$q_3 = (h)F\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}, u_i + \frac{q_2}{2}\right) \quad (4.18d)$$

$$q_4 = (h)F(x_i + h, y_i + k_3, u_i + q_3) \quad (4.18e)$$

สมการ 4.16 หากคำตอบได้โดยการแทนค่าเริ่มต้นของ $y(x_0)$ และ $u(x_0)$ ลงในสมการเชิงอนุพันธ์แล้วเราจะได้อัตราเริ่มต้นของ f และ F ต่อไปคำนวณค่า k_i และ q_i ได้จากการคูณ h กับฟังก์ชัน f และ F

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง $h = \Delta x$ (Step increment) เมื่อเรารู้ค่า k_1 และ q_1 แล้ว เราจะสามารถคำนวณค่า k_2 และ q_2 ได้จากนั้นคำนวณค่า k_3 และ q_3 สุดท้ายจะคำนวณ k_4 และ q_4 เมื่อได้ค่าคงที่ของ k และ q แล้วนำไปแทนลงในสมการที่ 4.17a และ 4.18a จะได้ค่าของ y และ u ที่ $x = x_i + h$ (y_{i+1} และ x_{i+1}) สำหรับค่าของ y และ u ค่าใหม่นี้จะนำมาใช้เป็นค่าเริ่มต้นคำนวณตามขั้นตอนแล้วจะได้ y_{i+2} และ u_{i+2} ที่ $x = x_i + 2h$ แล้วคำนวณต่อไปจนกว่าจะถึงตำแหน่งที่ต้องการ

สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสูงก็สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลงให้อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งซึ่งอธิบายได้ดังนี้

พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองในสมการที่ 4.19

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f\left(t, x, \frac{dx}{dt}\right) \quad (4.19)$$

เราจะสมมติให้ $v = dx/dt$ ดังนั้นสมการที่ 4.19 สามารถเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้สองสมการดังนี้

$$\frac{dv}{dt} = f(t, x, v) \quad (4.20a)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (4.20b)$$

วิธีการคำนวณจะคล้ายกับสมการ 4.16 ถึง 4.18 ซึ่งสูตรของวิธีการอินทิเกรตสามารถเขียนได้ดังนี้

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.21a)$$

โดย

$$k_1 = (h)f(t_i, x_i, v_i) \quad (4.21b)$$

$$k_2 = (h)f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{q_1}{2}, v_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (4.21c)$$

$$k_3 = (h)f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{q_2}{2}, v_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (4.21d)$$

$$k_4 = (h)f(t_i + h, x_i + q_3, v_i + k_3) \quad (4.21e)$$

และ

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4) \quad (4.22a)$$

โดย

$$q_1 = (h)F(v_i) = h(v_i) \quad (4.22b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_2 = (h)F\left(v_i + \frac{k_1}{2}\right) = h\left(v_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (4.22c)$$

$$q_3 = (h)F\left(v_i + \frac{k_2}{2}\right) = h\left(v_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (4.22d)$$

$$q_4 = (h)F(v_i + k_3) = h(v_i + k_3) \quad (4.22e)$$

จากสมการ 4.21a ถึง 4.22e เราสามารถเขียนให้สั้นลงโดยการแทนค่า q ให้อยู่ในรูปของ k ดังนั้นเราสามารถเขียนสูตรได้ใหม่

$$x_{i+1} = x_i + hv_i + \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3) \quad (4.23)$$

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.24)$$

โดย

$$k_1 = (h)f(t_i, x_i, v_i) \quad (4.25)$$

$$k_2 = (h)f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}v_i, v_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (4.26)$$

$$k_3 = (h)f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}v_i + \frac{hk_1}{4}, v_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (4.27)$$

$$k_4 = (h)f\left(t_i + h, x_i + hv_i + \frac{hk_2}{2}, v_i + k_3\right) \quad (4.28)$$

เมื่อเราทราบวิธีการอินทิเกรตโดยวิธีของรุ่งเง-กูดตาแล้วเราสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับสมการของระบบส่งถ่ายกำลังของเฟืองในสมการที่ 4.1 และ 4.2 ได้ดังนี้

จากสมการที่ 4.1 และ 4.2 เราสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\ddot{\theta}_1 = \left[(T_m - T_{f1}(t)) - C_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \dot{\theta}_1 - R_{b2} \dot{\theta}_2 \right) - K_g(t)R_{b1} (R_{b1} \theta_1 - R_{b2} \theta_2) \right] / J_1 \quad (4.29)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \left[(T_{f2}(t) - T_L) - C_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} \dot{\theta}_2 - R_{b1} \dot{\theta}_1 \right) - K_g(t)R_{b2} (R_{b2} \theta_2 - R_{b1} \theta_1) \right] / J_2 \quad (4.30)$$

สำหรับการอินทิเกรตสมการ 4.29 และ 4.30 ทำคล้ายกับวิธีที่กล่าวมาแล้วโดยเริ่มต้นด้วยการแปลงให้อยู่ในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งจากระบบสมการนี้สามารถเขียนได้ 4 สมการดังนี้

$$\frac{d\dot{\theta}_1}{dt} = \ddot{\theta}_1 \quad (4.31a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \dot{\theta}_1 \quad (4.31b)$$

$$\frac{d\dot{\theta}_2}{dt} = \ddot{\theta}_2 \quad (4.32a)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \dot{\theta}_2 \quad (4.32b)$$

สูตรสำหรับใช้อินทิเกรตสมการ 4.29 และ 4.30 คือ

$$\dot{\theta}_{1(i+1)} = \dot{\theta}_{1(i)} + \frac{1}{6}(dp_1 + 2dp_2 + 2dp_3 + dp_4) \quad (4.33a)$$

โดย

$$dp_1 = \Delta t \left[(T_m - T_{f1}(t)) - C_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \dot{\theta}_{1(i)} - R_{b2} \dot{\theta}_{2(i)} \right) - K_g(t)R_{b1} (R_{b1} \theta_{1(i)} - R_{b2} \theta_{2(i)}) \right] / J_1 \quad (4.33b)$$

$$dp_2 = \Delta t \left[(T_m - T_{f1}(t)) - C_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_1/2 \right) - R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_1/2 \right) \right) - K_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\theta_{1(i)} + p_1/2 \right) - R_{b2} \left(\theta_{2(i)} + g_1/2 \right) \right) \right] / J_1 \quad (4.33c)$$

$$dp_3 = \Delta t \left[(T_m - T_{f1}(t)) - C_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_2/2 \right) - R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_2/2 \right) \right) - K_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\theta_{1(i)} + p_2/2 \right) - R_{b2} \left(\theta_{2(i)} + g_2/2 \right) \right) \right] / J_1 \quad (4.33d)$$

$$dp_4 = \Delta t \left[(T_m - T_{f1}(t)) - C_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_3 \right) - R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_3 \right) \right) - K_g(t)R_{b1} \left(R_{b1} \left(\theta_{1(i)} + p_3 \right) - R_{b2} \left(\theta_{2(i)} + g_3 \right) \right) \right] / J_1 \quad (4.33e)$$

และ

$$\theta_{1(i+1)} = \theta_{1(i)} + \frac{1}{6}(p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4) \quad (4.34a)$$

โดย

$$p_1 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{1(i)} \right) \quad (4.34b)$$

$$p_2 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_1/2 \right) \quad (4.34c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_3 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_2 / 2 \right) \quad (4.34d)$$

$$p_4 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_3 \right) \quad (4.34e)$$

และ

$$\dot{\theta}_{2(i+1)} = \dot{\theta}_{2(i)} + \frac{1}{6}(dg_1 + 2dg_2 + 2dg_3 + dg_4) \quad (4.35a)$$

โดย

$$dg_1 = \Delta t \left[(T_{f2}(t) - T_m) - C_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} \dot{\theta}_{2(i)} - R_{b1} \dot{\theta}_{1(i)} \right) - K_g(t)R_{b2} (R_{b2} \theta_{2(i)} - R_{b1} \theta_{1(i)}) \right] / J_2 \quad (4.35b)$$

$$dg_2 = \Delta t \left[(T_{f2}(t) - T_m) - C_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_1 / 2 \right) - R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_1 / 2 \right) \right) - K_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} (\theta_{2(i)} + g_1 / 2) - R_{b1} (\theta_{1(i)} + p_1 / 2) \right) \right] / J_2 \quad (4.35c)$$

$$dg_3 = \Delta t \left[(T_{f2}(t) - T_m) - C_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_2 / 2 \right) - R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_2 / 2 \right) \right) - K_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} (\theta_{2(i)} + g_2 / 2) - R_{b1} (\theta_{1(i)} + p_2 / 2) \right) \right] / J_2 \quad (4.35d)$$

$$dg_4 = \Delta t \left[(T_{f2}(t) - T_m) - C_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_3 \right) - R_{b1} \left(\dot{\theta}_{1(i)} + dp_3 \right) \right) - K_g(t)R_{b2} \left(R_{b2} (\theta_{2(i)} + g_3) - R_{b1} (\theta_{1(i)} + p_3) \right) \right] / J_2 \quad (4.35e)$$

และ

$$\theta_{2(i+1)} = \theta_{2(i)} + \frac{1}{6}(g_1 + 2g_2 + 2g_3 + g_4) \quad (4.36a)$$

โดย

$$g_1 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{2(i)} \right) \quad (4.36b)$$

$$g_2 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_1 / 2 \right) \quad (4.36c)$$

$$g_3 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_2 / 2 \right) \quad (4.36d)$$

$$g_4 = \Delta t \left(\dot{\theta}_{2(i)} + dg_3 \right) \quad (4.36e)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณจะมีลักษณะเหมือนเดิมคือ แทนค่าเริ่มต้น (Initial Condition) จากนั้นก็หาค่า $dp_1, dg_1, p_1, g_1, dp_2, dg_2, p_2, g_2, dp_3, dg_3, p_3, g_3, dp_4, dg_4, p_4, g_4$ ตามลำดับ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่า $\dot{\theta}_{1(i+1)}, \dot{\theta}_{2(i+1)}, \theta_{1(i+1)}, \theta_{2(i+1)}$ ที่เวลา $t = t_i + \Delta t$ ซึ่งค่านี้จะนำไปเป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการคำนวณที่เวลาถัดไป

4.2.7 แรงพลวัต

แรงที่หน้าสัมผัสที่เกิดขึ้นระหว่างการขบกันคือ แรงพลวัตหาได้จากความแตกต่างของการเคลื่อนที่ของเฟืองคือ $R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2$ ให้ δ แทนระยะ Backlash และเฟืองที่ 1 เป็นเฟืองขับเฟืองที่ 2 เป็นเฟืองตามแรงที่เกิดขึ้นจะแบ่งเป็น 3 กรณี[1] ดังนี้

กรณีที่ 1

$$R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2 > 0 \quad (4.37)$$

เป็นกรณีปกติที่เฟืองขบกันด้านหน้าแรงที่เกิดขึ้นคือ

$$F = K_g(t)(R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2) + C_g(t) \left(R_{b1}\dot{\theta}_1 - R_{b2}\dot{\theta}_2 \right) \quad (4.38)$$

กรณีที่ 2

$$R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2 \leq 0 \quad \text{และ} \quad |R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2| \leq \delta \quad (4.39)$$

ในกรณีนี้เฟืองจะไม่ขบกันเกิดการแยกจากกันแรงที่เกิดขึ้นคือ

$$F = 0 \quad (4.40)$$

กรณีที่ 3

$$R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2 < 0 \quad \text{และ} \quad |R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2| > \delta \quad (4.41)$$

ในกรณีนี้เฟืองจะขบกันด้านหลังแรงที่เกิดขึ้นคือ

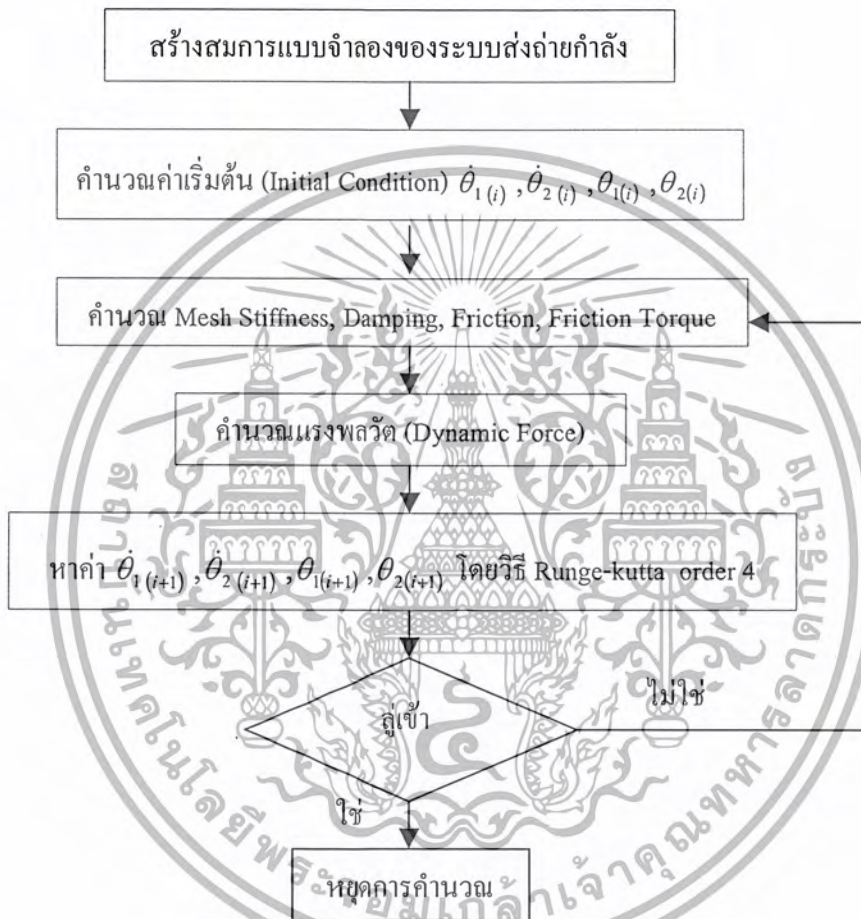
$$F = K_g(t)[(R_{b2}\theta_2 - R_{b1}\theta_1) - Bh] + C_g(t) \left(R_{b1}\dot{\theta}_1 - R_{b2}\dot{\theta}_2 \right) \quad (4.42)$$

4.2.7 ขั้นตอนการคำนวณแรงพลวัต

เมื่อกำหนดค่าตัวแปรต่างๆที่ไม่ทราบค่าในสมการที่ 4.1 และ 4.2 หหมดแล้ว จะสามารถคำนวณค่าความเร็วเชิงมุมและมุมหมุนของเฟืองที่เวลา $t = t_i + \Delta t$ ได้ซึ่งค่าความเร็วเชิงมุมและมุมหมุนค่าใหม่ที่ได้นี้จะ

นำไปคำนวณค่าแรงพลวัตค่าต่อไปที่เกิดขึ้นที่เวลา $t = t_i + \Delta t$ ซึ่งการคำนวณจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และสำหรับขั้นตอนการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะอธิบายในรูปที่ 4.23

ในรูปที่ 4.23 ขั้นตอนแรกจะต้องสร้างสมการการเคลื่อนที่ของระบบส่งถ่ายกำลังก่อนจากนั้นจะต้องคำนวณค่าสถานะเริ่มต้นของระบบ โดยเราจะสมมติแรงบิดที่กระทำที่เฟืองขับและเฟืองตามเป็นค่าที่เราต้องการคือ T_m และ T_L ค่าความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับและเฟืองตามก็สมมติเช่นเดียวกันคือสมมติเป็นค่าความเร็วรอบของระบบที่ต้องการ ส่วนมุมหมุนของเฟืองจะกำหนดมุมหมุนของเฟืองขับและมุมหมุนของเฟืองตามสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ของสมการการเคลื่อนที่



รูปที่ 4.23 แสดงขั้นตอนการคำนวณแรงพลวัต

เมื่อคำนวณค่าเริ่มต้นของระบบได้แล้วต่อไปจะคำนวณค่าความยืดหยุ่น ค่าความหน่วง ค่าแรงบิดเนื่องจากแรงเสียดทาน ค่าแรงพลวัต จากนั้นจะหมุนเฟืองไปยังตำแหน่งใหม่ซึ่งมุมที่หมุนกับความเร็วเชิงมุมค่าต่อไปจะได้ออกจากการคำนวณจากสมการรุงเง-กูดตาเสร็จแล้วจะต้องตรวจสอบว่าระบบเข้าสู่สภาวะสมดุลหรือยัง ถ้ายังก็ต้องคำนวณต่อไปจนระบบเข้าสู่สภาวะสมดุลแล้วจึงหยุดการคำนวณ

บทที่ 5

ผลการคำนวณ

5.1 ผลการคำนวณของวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

ผลการทดลองของวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์จะแบ่งออกเป็น 2 วิธี วิธีแรกคือผลการคำนวณทางสถิต (Static) วิธีนี้จะให้แบบจำลองของเฟืองทั้งสองระบบขบกันโดยให้แรงของเฟืองตัวขับและตัวตามมีค่าเท่ากัน วิธีนี้ระบบจะอยู่กับที่ วิธีที่สองคือผลการคำนวณทางพลวัต (Dynamic) วิธีนี้จะจำลองระบบโดยให้เฟืองขบกันและมีการเคลื่อนที่

5.1.1 ผลการคำนวณทางสถิต

ผลการทดลองทางสถิตจะพิจารณาการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้นและแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัส ผลการทดลองจะเปรียบเทียบระหว่างฟันเฟืองสมมาตรและฟันเฟืองไม่สมมาตร ค่าได้จากการประมวลมีดังนี้

1. ความเค้น

-VON-MISES STRESS (ค่าความเค้นผสม)

-TRESSCA STRESS

-ในแนว XX (σ_{xx})

-ในแนว YY (σ_{yy})

-ในแนว XY (σ_{xy})

2. แรงที่เกิดขึ้น

-แรงที่เกิดขึ้นที่หน้าสัมผัสในการขบ (Contact Force Normal Magnitude, CFNM)

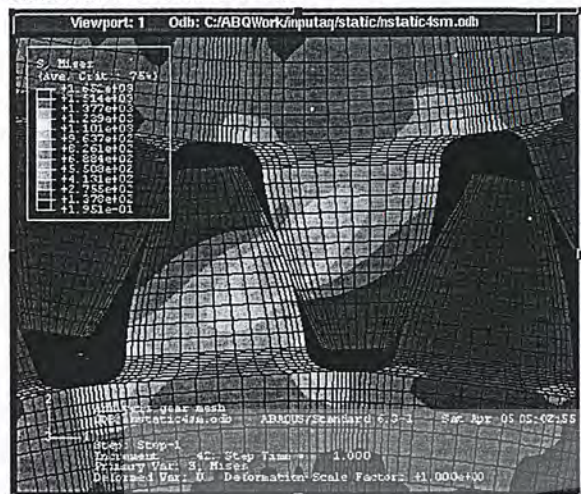
-ความดันที่เกิดขึ้นหน้าสัมผัส (Contact Pressure, CPRESS)

-พื้นที่ผิวในการสัมผัส

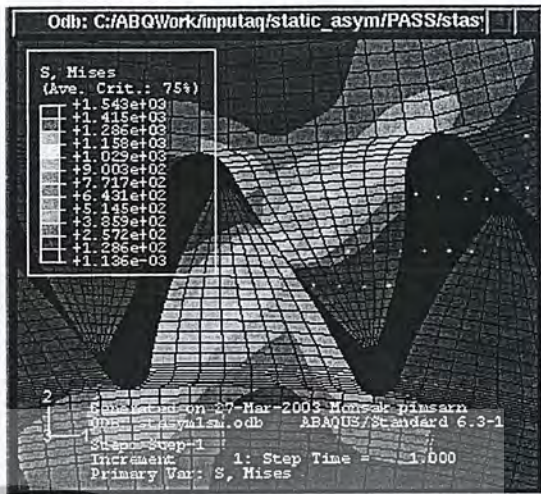
5.1.2 ผลการคำนวณทางพลวัต

ผลการทดลองทางพลวัตจะพิจารณาที่แรงบิด ภาระและความเร็วรอบ ที่คงที่ที่ความเร็วรอบต่างๆ ผลการทดลองจะเปรียบเทียบระหว่างฟันเฟืองสมมาตรและฟันเฟืองไม่สมมาตร ค่าได้จากการประมวลจะสนใจแรงทางพลวัตมากที่สุด โดยความเร็วรอบจะพิจารณาที่ 1000 , 2000 , 4000 และ 10,000 รอบต่ออนาที (RPM)

5.1.1 ผลการคำนวณทางสถิต

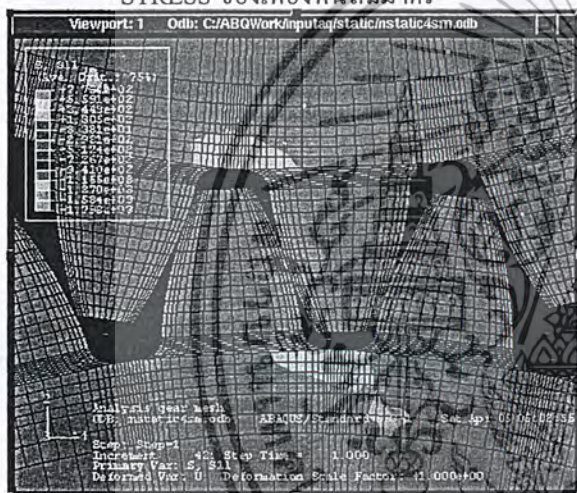


รูปที่ 5.1 แสดงการกระจายความเค้น VON-MISES



รูปที่ 5.2 แสดงการกระจายความเค้น VON-MISES

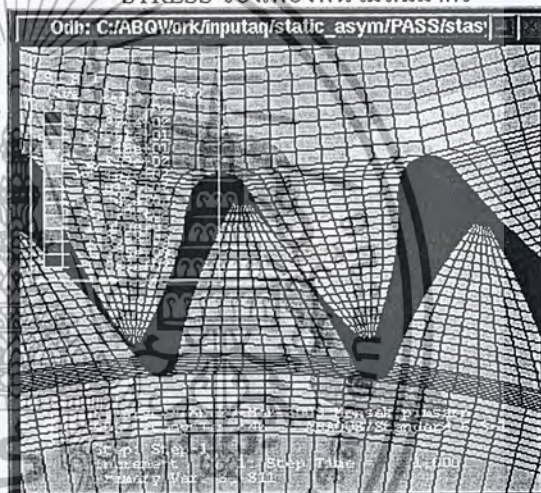
STRESS ของเฟืองฟันสมมาตร



รูปที่ 5.3 แสดงการกระจายความเค้น

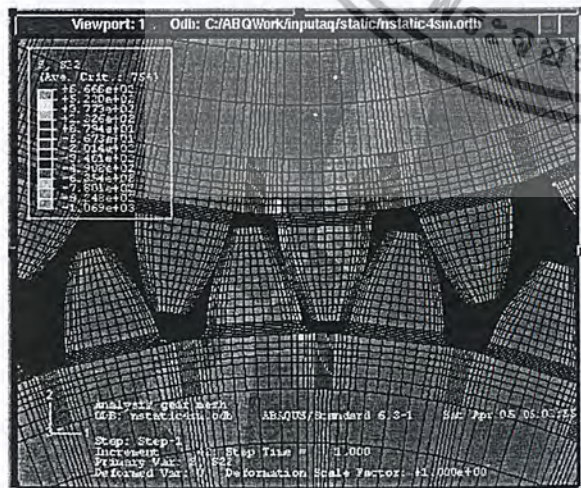
σ_{xx} ของเฟืองฟันสมมาตร

STRESS ของเฟืองฟันไม่สมมาตร



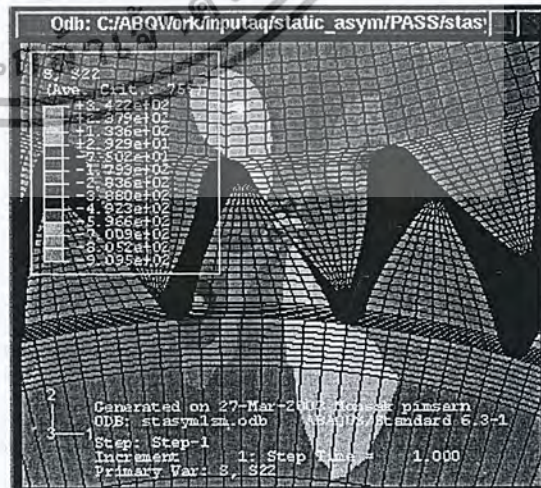
รูปที่ 5.4 แสดงการกระจายความเค้น

σ_{xx} ของเฟืองฟันไม่สมมาตร



รูปที่ 5.5 แสดงการกระจายความเค้น

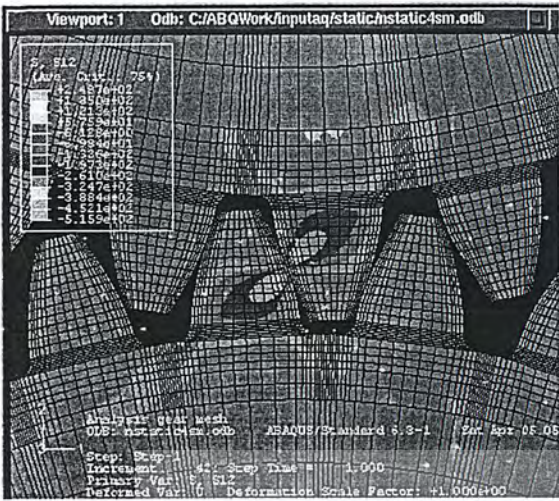
σ_{yy} ของเฟืองฟันสมมาตร



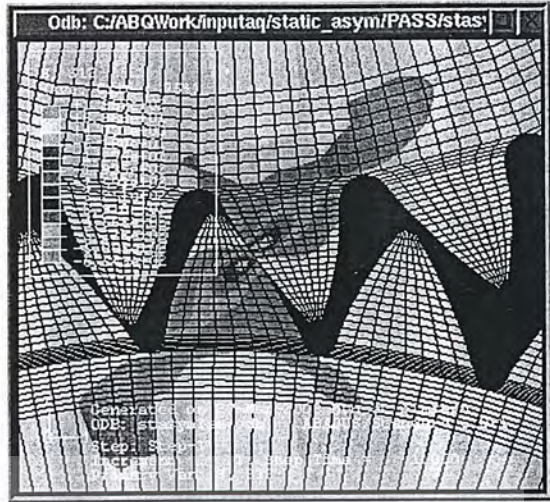
รูปที่ 5.6 แสดงการกระจายความเค้น

σ_{yy} ของเฟืองฟันไม่สมมาตร

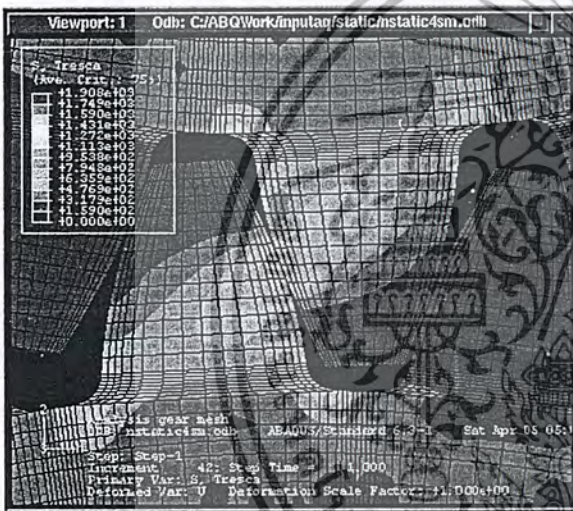
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



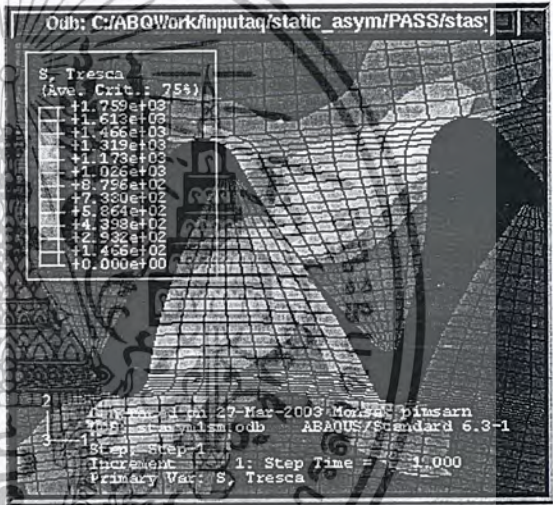
รูปที่ 5.7 แสดงการกระจายความเค้น σ_{xy} ของเฟืองฟันสมมาตร



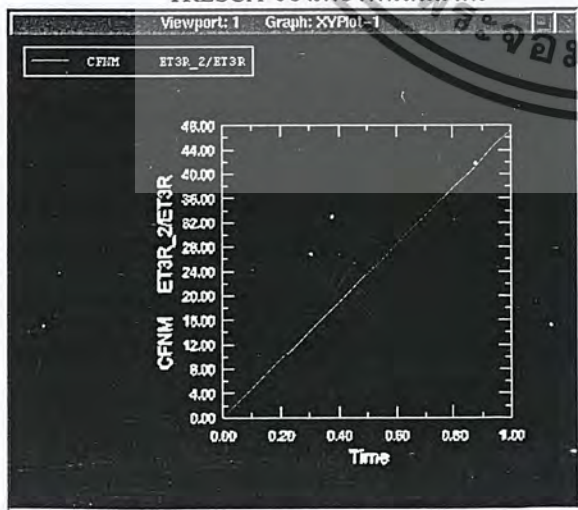
รูปที่ 5.8 แสดงการกระจายความเค้น σ_{xy} ของเฟืองฟันไม่สมมาตร



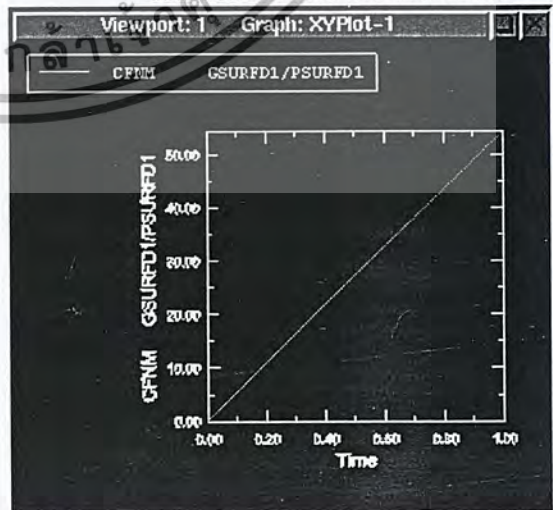
รูปที่ 5.9 แสดงการกระจายความเค้น TRESCA ของเฟืองฟันสมมาตร



รูปที่ 5.10 แสดงการกระจายความเค้น TRESCA ของเฟืองฟันไม่สมมาตร

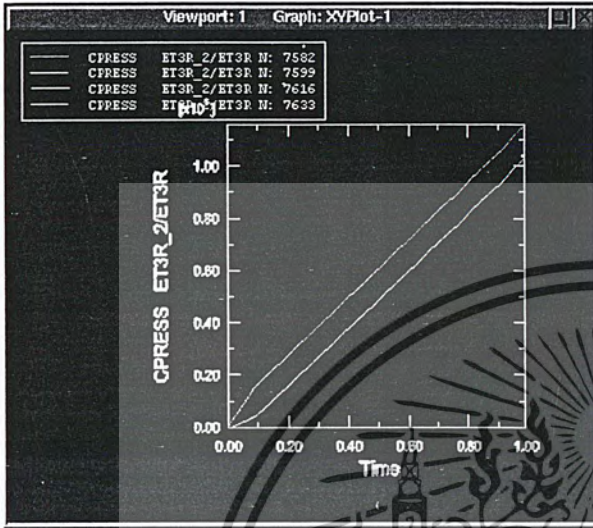


รูปที่ 5.11 แสดงแรงที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตร

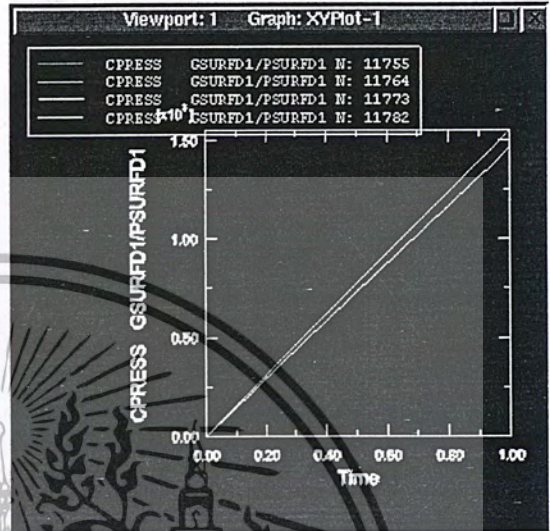


รูปที่ 5.12 แสดงแรงที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสของเฟืองฟันไม่สมมาตร

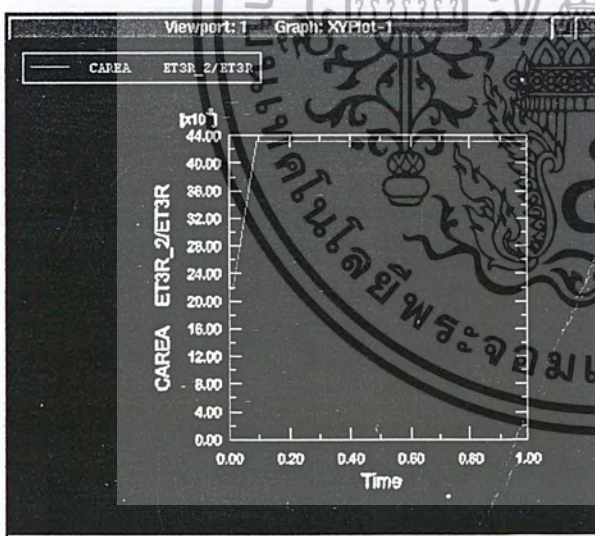
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ลงนามในชื่อของบริษัทฯ เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



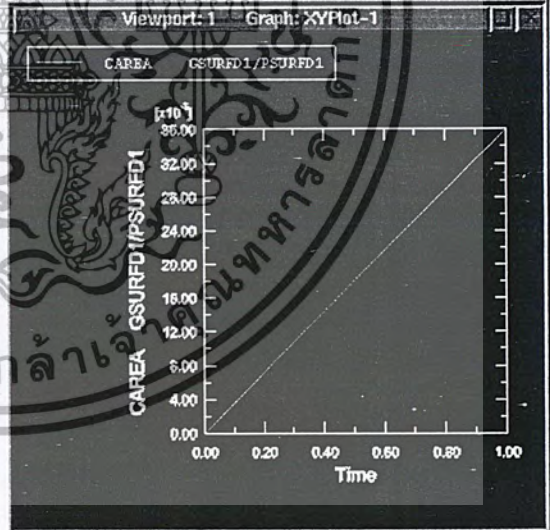
รูปที่ 5.13 แสดงความดันแรงที่เกิดขึ้นบนโนดที่หน้าสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตร



รูปที่ 5.14 แสดงความดันแรงที่เกิดขึ้นบนโนดที่หน้าสัมผัสของเฟืองฟันไม่สมมาตร



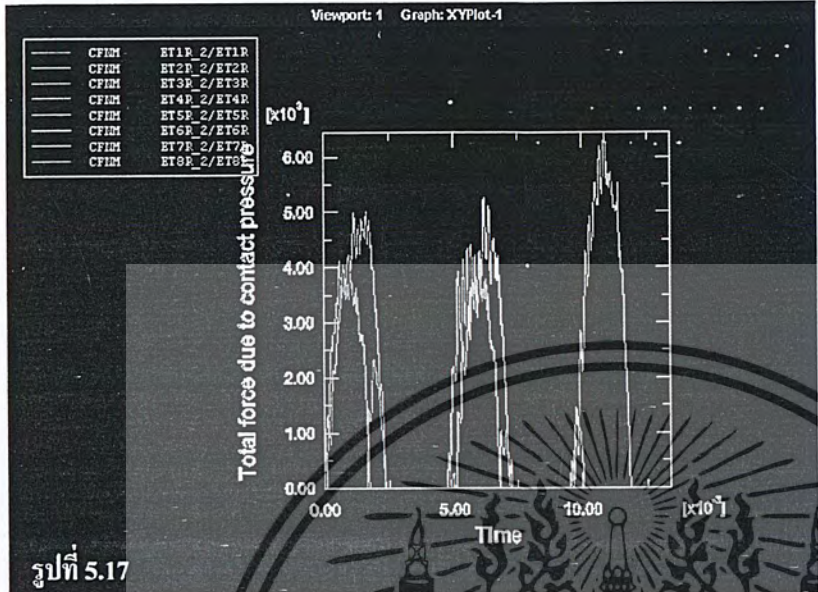
รูปที่ 5.15 แสดงพื้นที่ในการสัมผัสของเฟืองฟันสมมาตร



รูปที่ 5.16 แสดงแสดงพื้นที่ในการสัมผัสของเฟืองฟันไม่สมมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

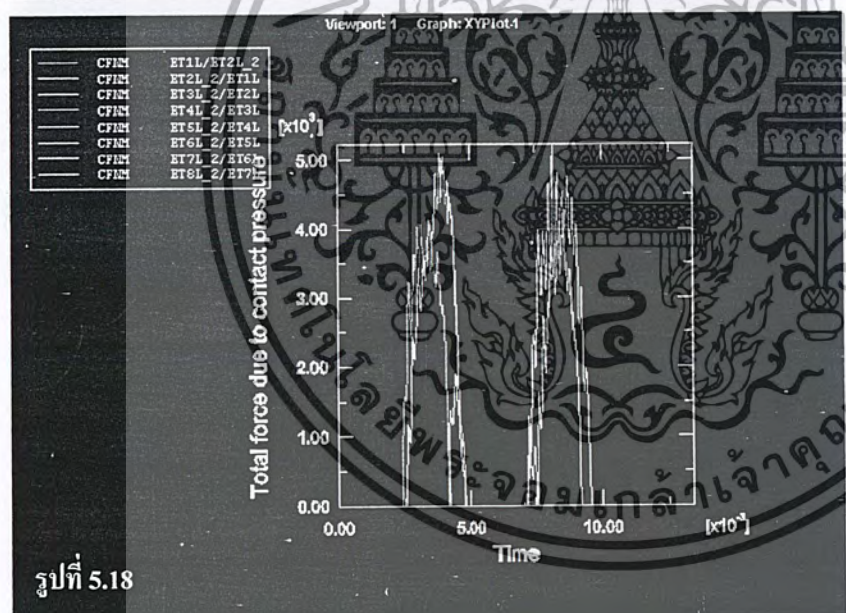
5.1.2.1(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเพื่องพื่นสมมาตรที่ความเร็วรอบ 1000 RPM



รูปที่ 5.17

- $N_1 = 36$
- $N_2 = 36$
- $P = 8$
- $PA = 20$
- $T_p = 100$
- $T_G = 95$
- $N_p = 1000\text{RPM}$
- $N_G = 980\text{RPM}$

รูปที่ 5.17 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 1000 RPM ของเพื่องพื่นสมมาตรที่ด้าน Drive Side

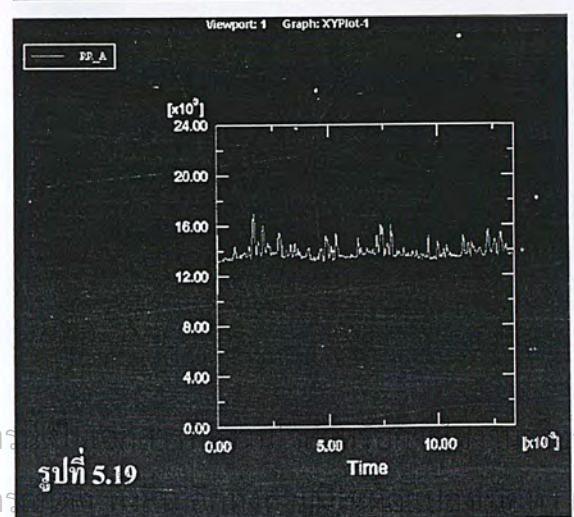


รูปที่ 5.18

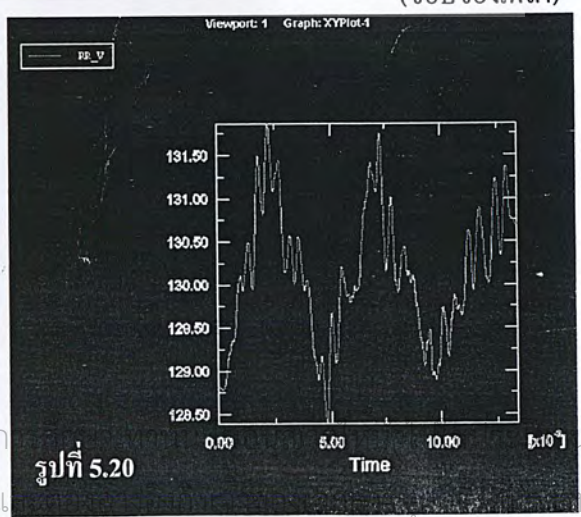
รูปที่ 5.18 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 1000 RPM ของเพื่องพื่นสมมาตรที่ด้าน Coast Side

รูปที่ 5.19 แสดงผลของความเร่งที่ 1000 RPM โนด 11020 (ขอบของเพล)

รูปที่ 5.20 แสดงผลของความเร็วที่ 1000 RPM โนด 11020 (ขอบของเพล)

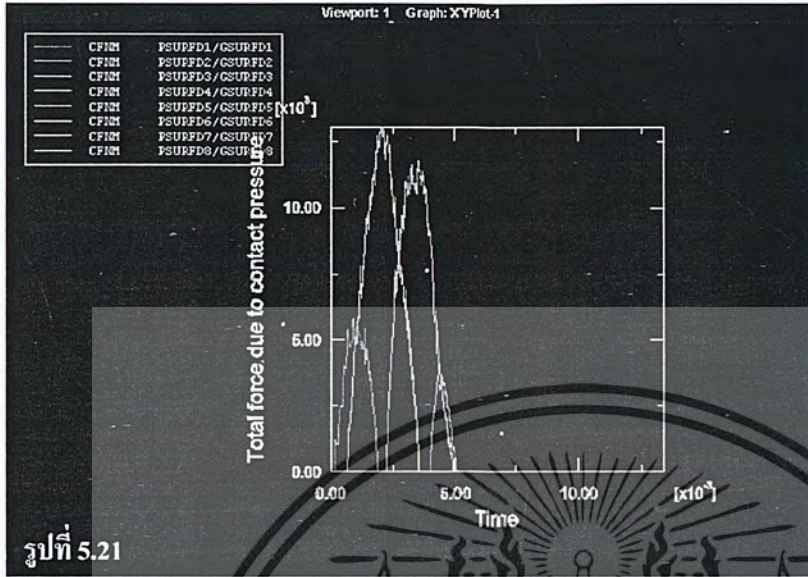


รูปที่ 5.19



รูปที่ 5.20

5.1.2.1(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 1000 RPM

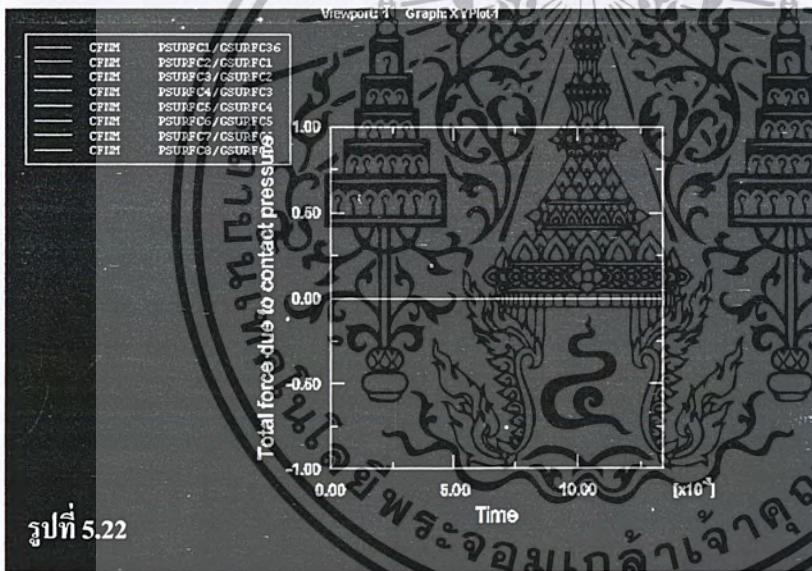


รูปที่ 5.21

- $N_1=36$
- $N_2=36$
- $P=8$
- $PA_d=35$
- $PA_c=20$
- $T_p=100$
- $T_G=95$
- $N_p=1000\text{RPM}$
- $N_G=980\text{RPM}$

รูปที่ 5.21 แสดงผลของแรงทาง

พลวัต ที่ 1000 RPM
ของเฟืองฟันไม่สมมาตร
ที่ด้าน Drive Side



รูปที่ 5.22

รูปที่ 5.22 แสดงผลของแรงทาง

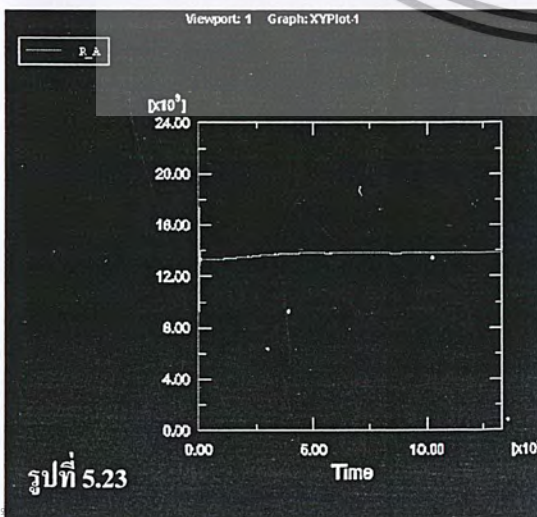
พลวัต ที่ 1000 RPM
ของเฟืองฟันไม่สมมาตร
ที่ด้าน Coast Side

รูปที่ 5.23 แสดงผลของความเร่งที่

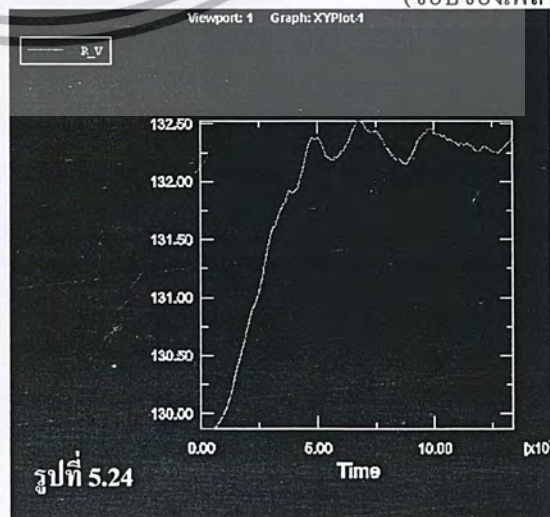
1000 RPM โนด 1450
(ขอบของเฟลา)

รูปที่ 5.24 แสดงผลของความเร็วที่

1000 RPM โนด 1450
(ขอบของเฟลา)

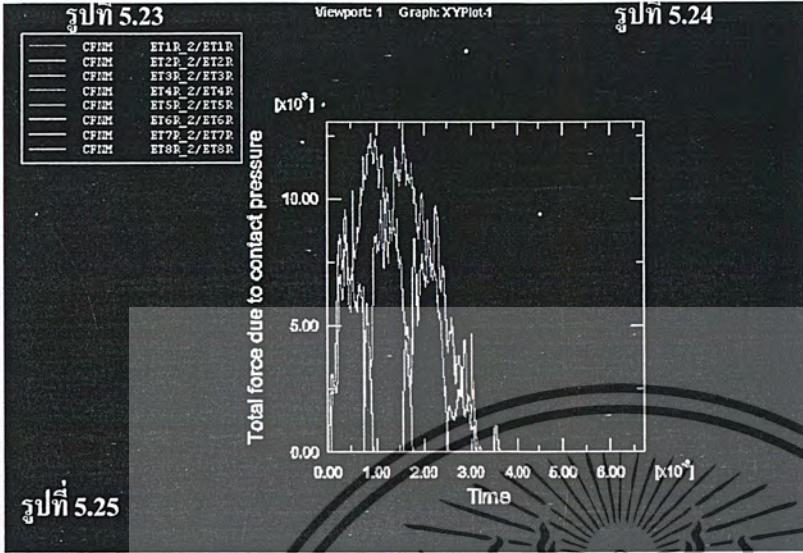


รูปที่ 5.23



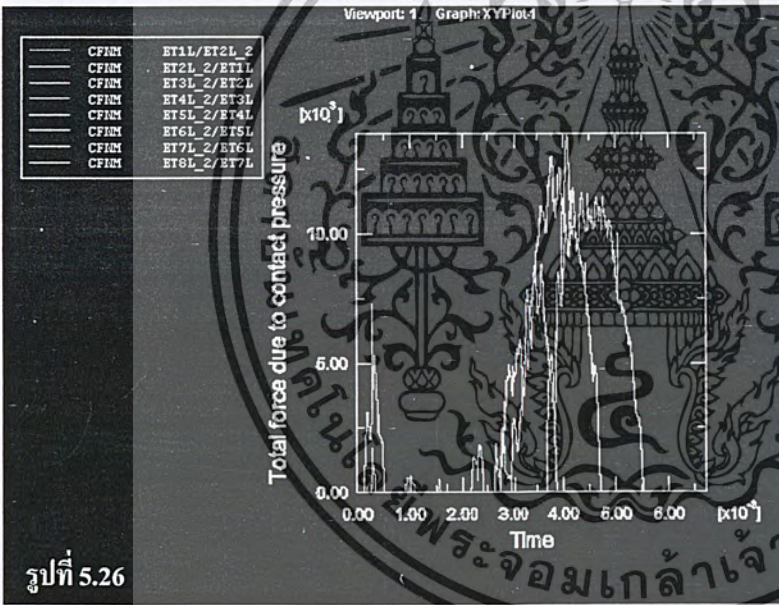
รูปที่ 5.24

5.1.2.2(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 2000 RPM



- $N_1 = 36$
- $N_2 = 36$
- $P = 8$
- $PA = 20$
- $T_p = 100$
- $T_G = 95$
- $N_p = 2000\text{RPM}$
- $N_G = 1960\text{RPM}$

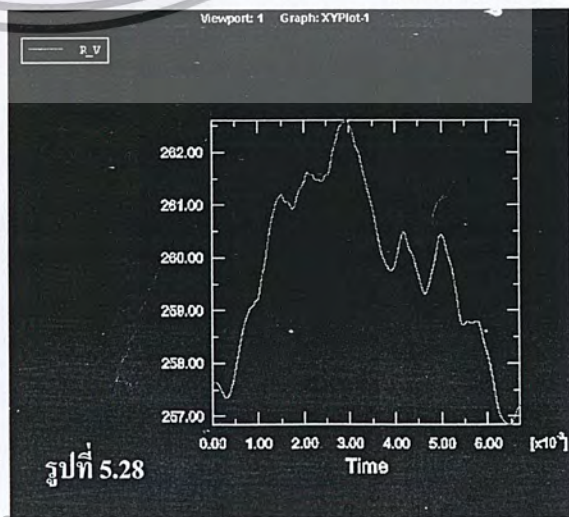
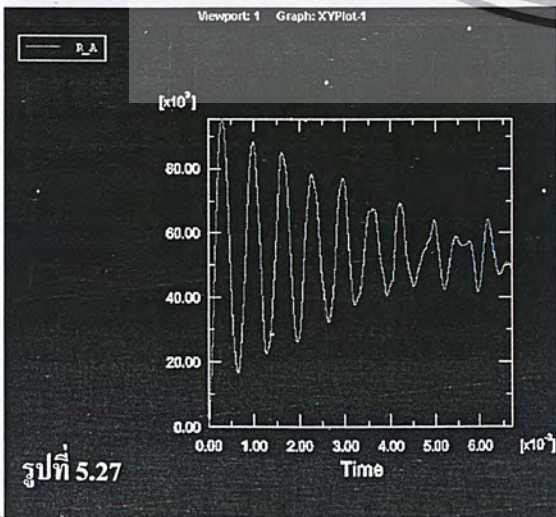
รูปที่ 5.25 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Drive Side



รูปที่ 5.26 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตรที่ด้าน Coast Side

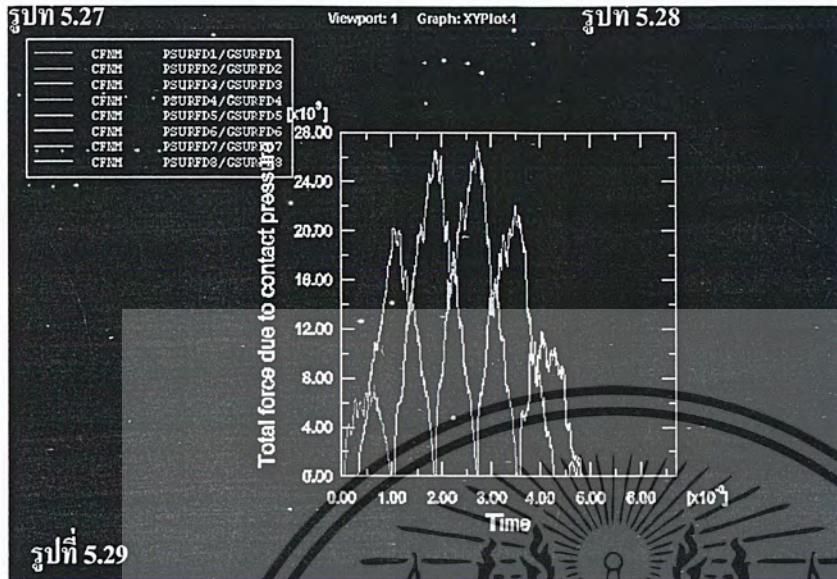
รูปที่ 5.27 แสดงผลของความเร่งที่ 2000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)

รูปที่ 5.28 แสดงผลของความเร่งที่ 2000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)



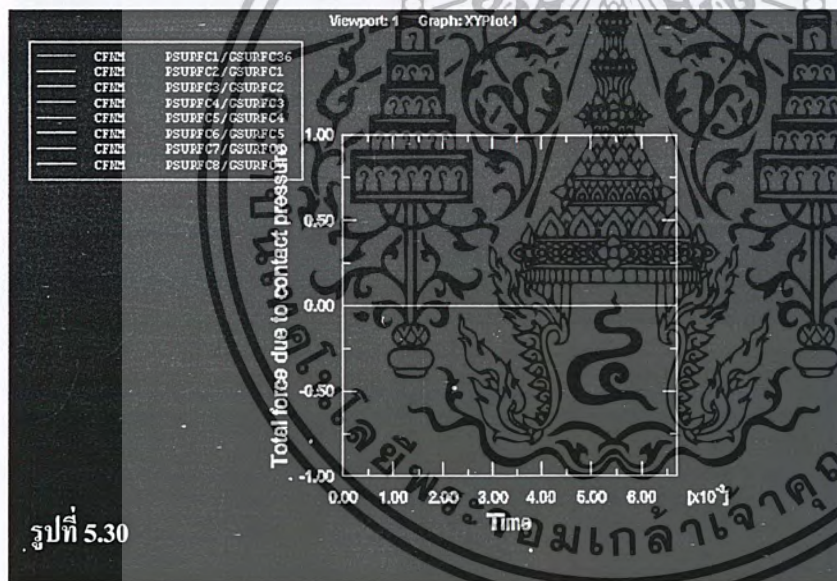
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนูยู เตเห็น แอปพลิเคชันด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.2.2(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 2000 RPM

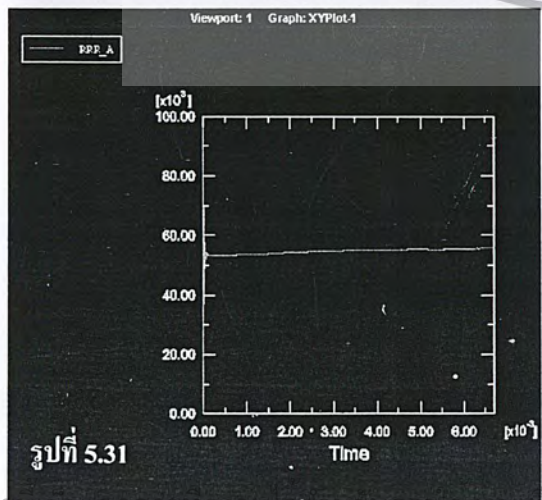


- $N_1=36$
- $N_2=36$
- $P=8$
- $PA_d=35$
- $PA_c=20$
- $T_p=100$
- $T_G=95$
- $N_p=2000\text{RPM}$
- $N_G=1960\text{RPM}$

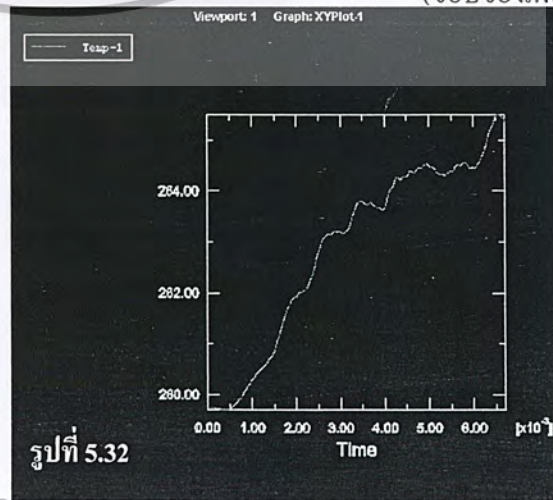
รูปที่ 5.29 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตร ที่ด้าน Drive Side



รูปที่ 5.30 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 2000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตร ที่ด้าน Coast Side

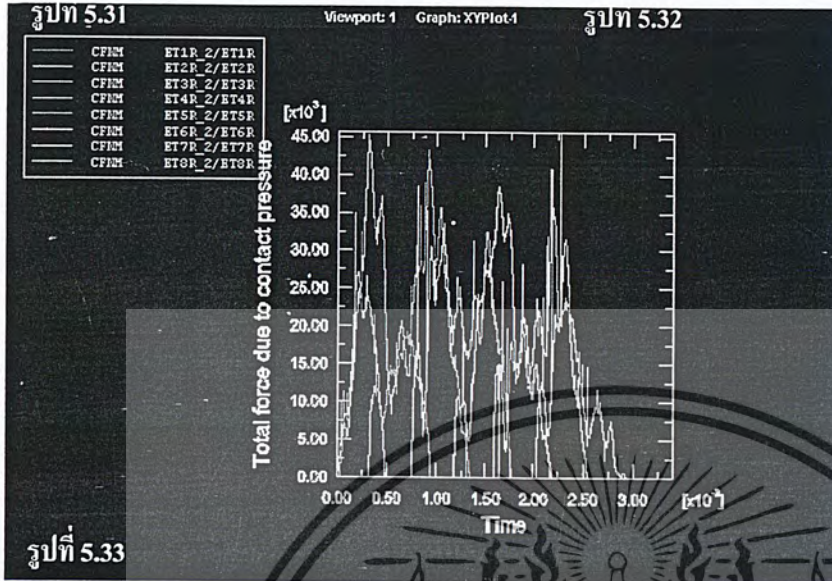


รูปที่ 5.31 แสดงผลของความเร่งที่ 2000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)



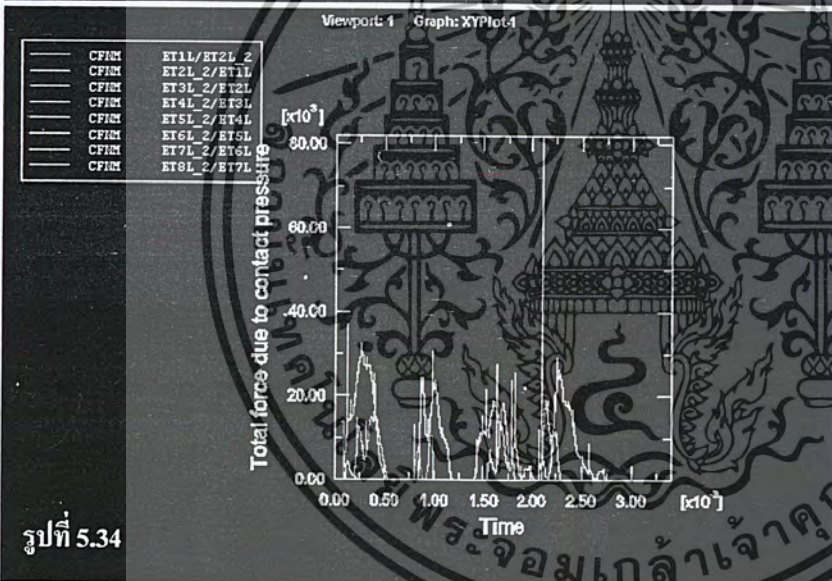
รูปที่ 5.32 แสดงผลของความเร็วที่ 2000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)

5.1.2.3(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 4000 RPM



- $N_1=36$
- $N_2=36$
- $P=8$
- $PA=20$
- $T_p=100$
- $T_G=95$
- $N_p=4000\text{RPM}$
- $N_G=3920\text{RPM}$

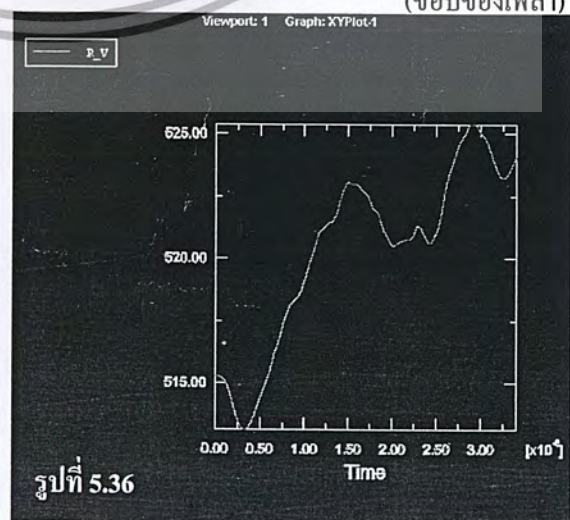
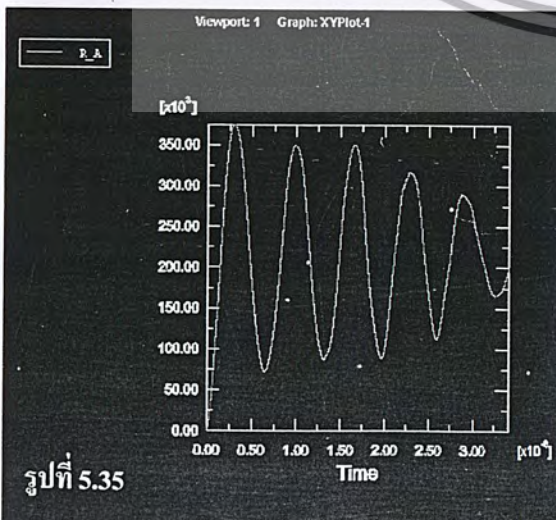
รูปที่ 5.33 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตร ที่ด้าน Drive Side



รูปที่ 5.34 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 4000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตร ที่ด้าน Coast Side

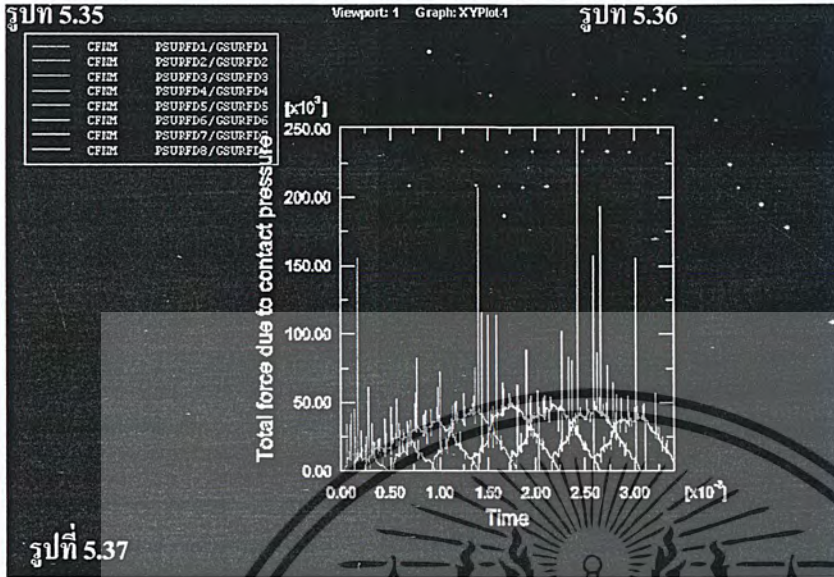
รูปที่ 5.35 แสดงผลของความเร่งที่ 4000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)

รูปที่ 5.36 แสดงผลของความเร็วจึงที่ 4000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)



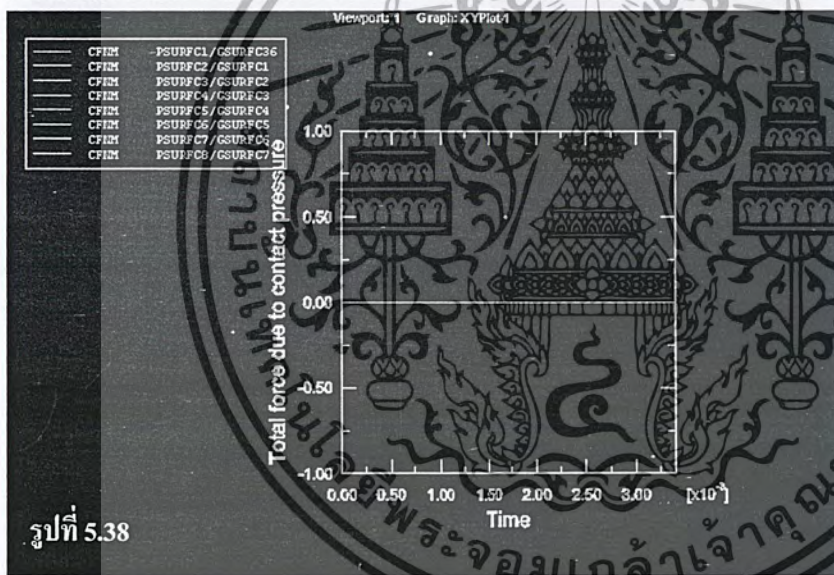
เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์การงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนูญาตเห็นาเบเซบระเขยงนดานการคาไมวากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อิกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตองอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.2.3(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 4000 RPM

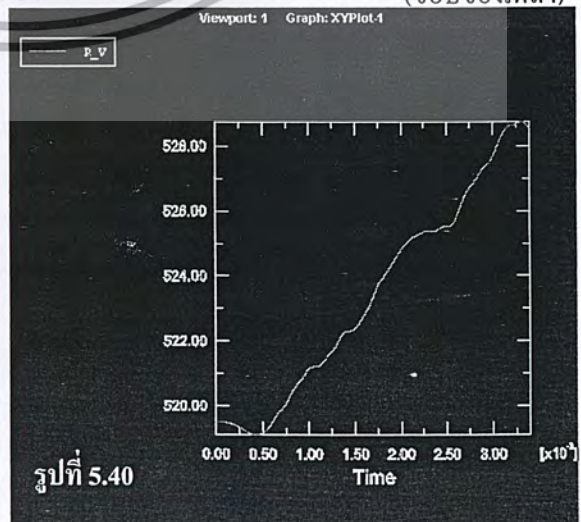
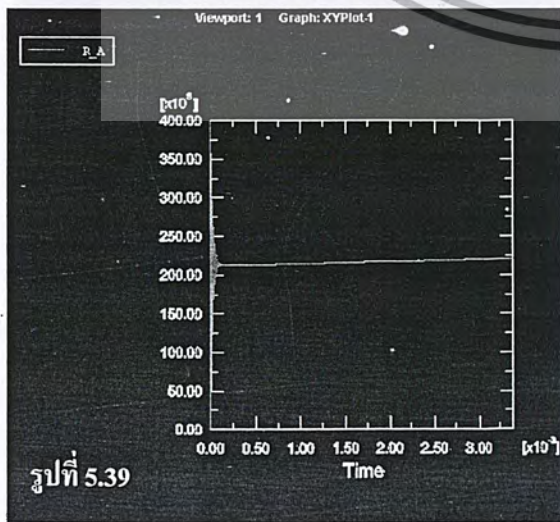


- $N_1 = 36$
- $N_2 = 36$
- $P = 8$
- $PA_d = 35$
- $PA_c = 20$
- $T_p = 100$
- $T_G = 95$
- $N_p = 4000\text{RPM}$
- $N_G = 39200\text{RPM}$

รูปที่ 5.37 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 4000 RPM ของเฟืองฟัน ไม่สมมาตร ที่ด้าน Drive Side



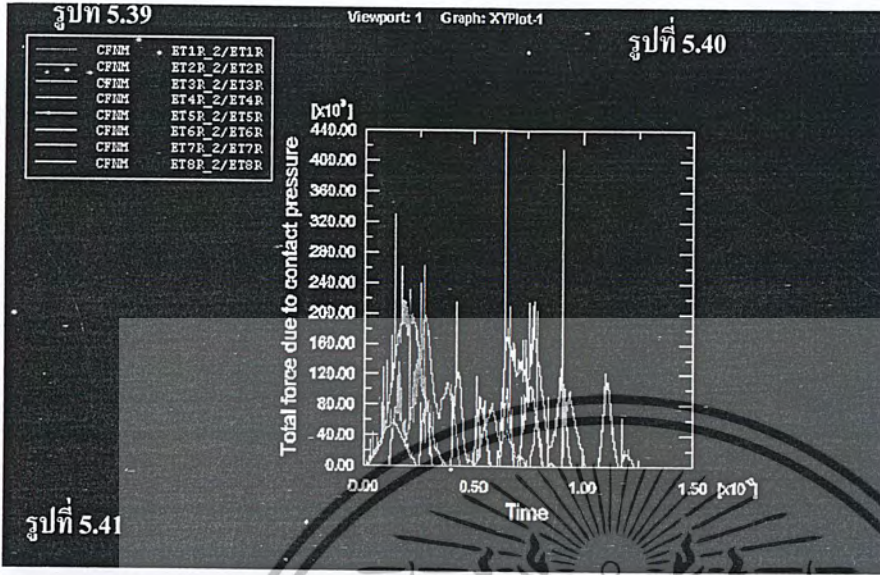
รูปที่ 5.38 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 4000 RPM ของเฟืองฟัน ไม่สมมาตร ที่ด้าน Coast Side



รูปที่ 5.39 แสดงผลของความเร่งที่ 4000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)

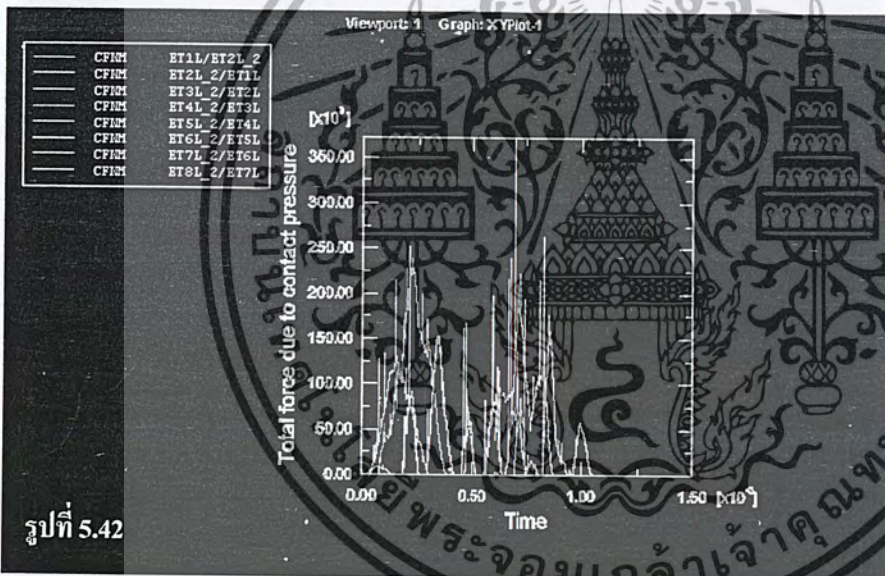
รูปที่ 5.40 แสดงผลของความเร็วที่ 4000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)

5.1.2.4(a) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรที่ความเร็วรอบ 10000 RPM

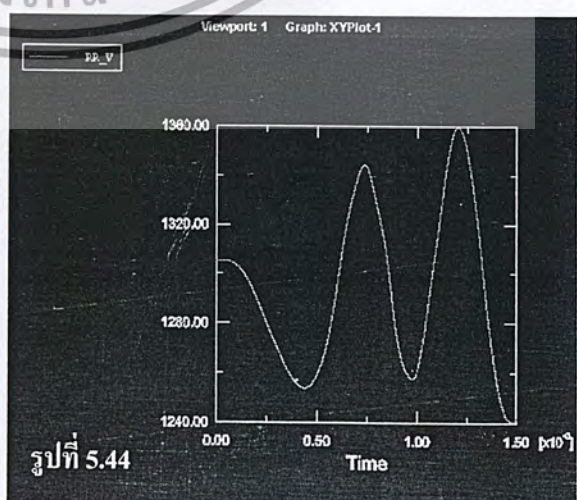
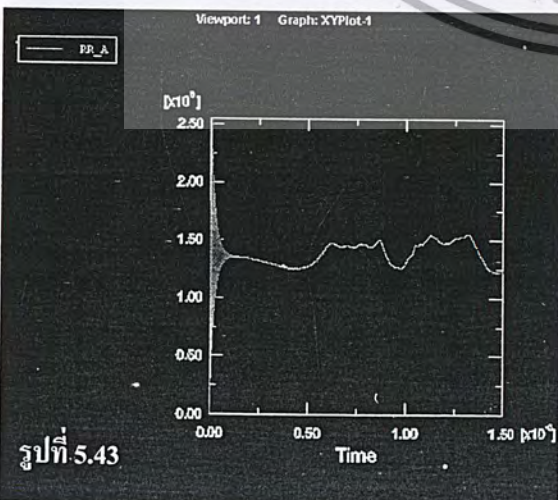


- $N_1 = 36$
- $N_2 = 36$
- $P = 8$
- $PA = 20$
- $T_p = 100$
- $T_G = 95$
- $N_p = 10000 \text{ RPM}$
- $N_G = 9800 \text{ RPM}$

รูปที่ 5.41 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตร ที่ด้าน Drive Side



รูปที่ 5.42 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันสมมาตร ที่ด้าน Coast Side

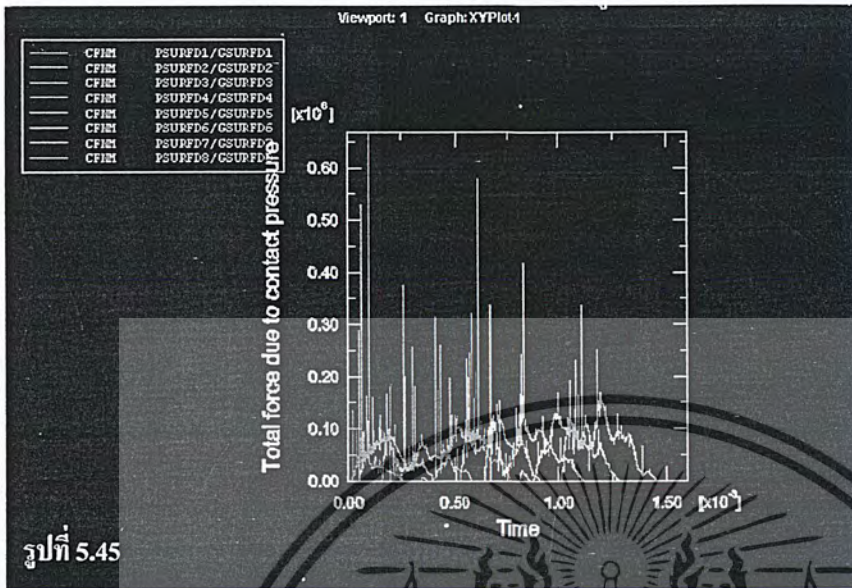


รูปที่ 5.43 แสดงผลของความเร่งที่ 10000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)

รูปที่ 5.44 แสดงผลของความเร็วที่ 10000 RPM โนด 11020 (ขอบของเฟลา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

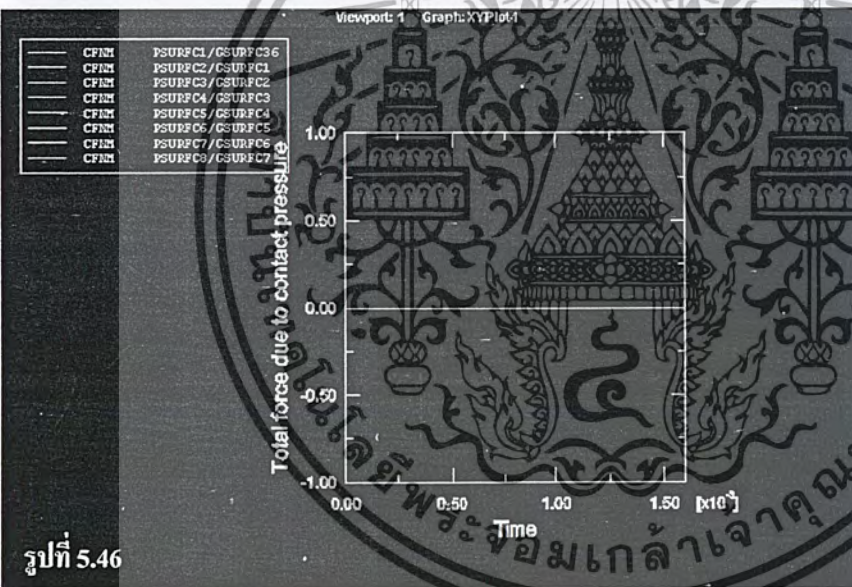
5.1.2.4(b) ผลจากการคำนวณทางพลวัตของเฟืองฟันไม่สมมาตรที่ความเร็วรอบ 10000 RPM



รูปที่ 5.45

- $N_1 = 36$
- $N_2 = 36$
- $P = 8$
- $PA_d = 35$
- $PA_c = 20$
- $T_p = 100$
- $T_G = 95$
- $N_p = 10000\text{RPM}$
- $N_G = 9800\text{RPM}$

รูปที่ 5.45 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตร ที่ด้าน Drive Side

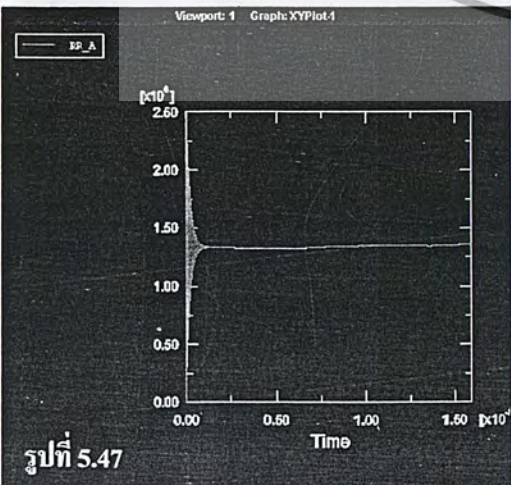


รูปที่ 5.46

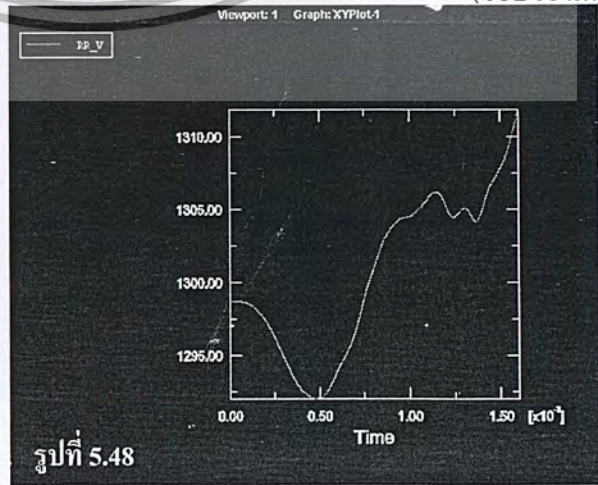
รูปที่ 5.46 แสดงผลของแรงทางพลวัต ที่ 10000 RPM ของเฟืองฟันไม่สมมาตร ที่ด้าน Coast Side

รูปที่ 5.47 แสดงผลของความเร่งที่ 10000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)

รูปที่ 5.48 แสดงผลของความเร็วที่ 10000 RPM โนด 1450 (ขอบของเฟลา)



รูปที่ 5.47



รูปที่ 5.48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

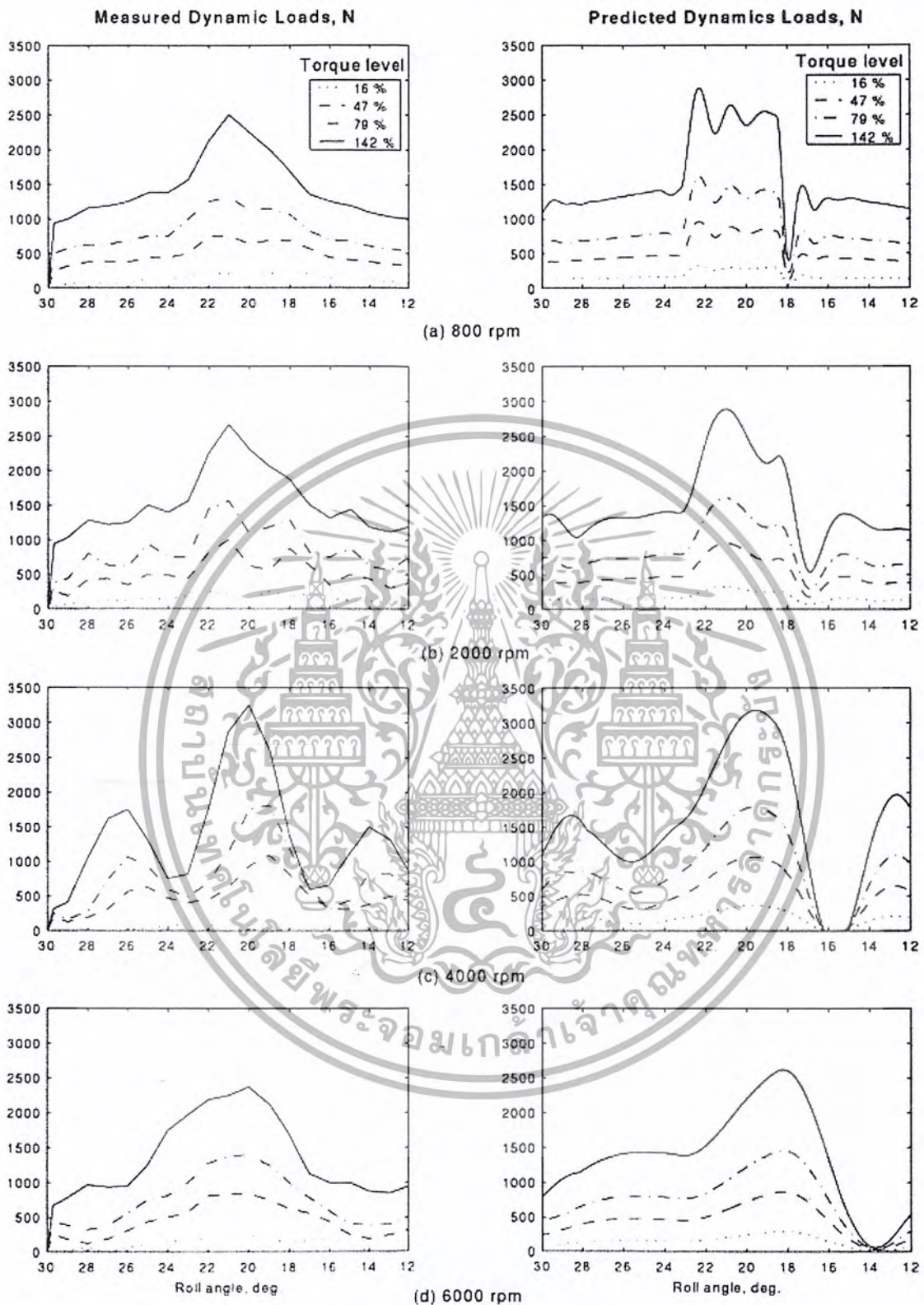
5.1.3 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในการทดสอบแบบสถิต

VON-MISES Stress	Symmetric Spur Gear(Psi)	Asymmetric Spur Gear(Psi)	% ของความเค้นที่ลดลง
ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้น	1.65E+03	1.54E+03	6.60E+00
ความเค้นดัดสูงสุดที่โคนฟันเฟือง	9.64E+02	9.00E+02	6.58E+00

5.1.4 ตารางการเปรียบเทียบค่าของแรงพลวัตที่เกิดขึ้น

คู่สัมผัส	แรงพลวัตเฉลี่ยสูงสุด(Dynamic Force)					
	1000 RPM			2000 RPM		
	Symmetric(lbf)xE+03	Asymmetric(lbf)xE+03	% ของแรงที่ลดลง	Symmetric(lbf)xE+03	Asymmetric(lbf)xE+03	% ของแรงที่ลดลง
1	4	5.2	-	8	8	0
2	5	10.3	-	10.25	20	-
3	2.5	10.25	-	10.3	26	-
4	4.5	4	11.11	10	26	-
5	5.3	0	-	0	22	-
6	1	0	-	0	12	-
7	6.5	0	-	0	1.6	-
คู่สัมผัส	แรงพลวัตเฉลี่ยสูงสุด(Dynamic Force)					
	4000 RPM			10000 RPM		
	Symmetric(lbf)xE+03	Asymmetric(lbf)xE+03	% ของแรงที่ลดลง	Symmetric(lbf)xE+03	Asymmetric(lbf)xE+03	% ของแรงที่ลดลง
1	27	23	14.81	60	50	16.67
2	45	27	40.00	220	80	63.64
3	42.5	38	10.59	220	100	54.55
4	35	40	-	120	120	0.00
5	38	45	-	200	140	30.00
6	40	44	-	210	140	33.33
7	32	43	-	120	150	-

5.2 ผลการวิเคราะห์แรงพลวัตของวิธีทางทฤษฎีที่ความเร็วรอบต่างๆ



รูปที่ 5.49 แสดงแรงพลวัตทางทฤษฎีที่ความเร็วรอบต่างๆ

รูปที่ 5.49 แสดงผลของ Dynamic Load ที่ได้จากการทดลองและจากทฤษฎี [12]

บทที่ 6

สรุปและวิจารณ์

สรุปผลของโครงการ

การกระจายความเค้น VON MISES ของผลทางสถิต ของเฟืองฟันไม่สมมาตรจะมีความเค้นน้อยกว่าเฟืองฟันสมมาตรประมาณ 6 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งสรุปได้ว่าเฟืองฟันไม่สมมาตรสามารถรับแรงได้มากกว่าเฟืองฟันสมมาตรเมื่อเฟืองทั้งสองเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน และหากมีการใช้วิธีการ Optimization แล้วจะทำให้เฟืองมีความเค้นที่หน้าสัมผัสและที่รัศมีฐานลดลงและมีข้อดีอีกคือทำให้เฟืองมีน้ำหนักน้อยลงรับแรงได้สูงขึ้น ความถูกต้องของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถวัดได้จากแรงที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสคู่กับรัศมีฐาน (Base Radius) จะมีค่าเท่ากับแรงบิดที่ใส่ให้กับระบบซึ่งพิสูจน์แล้วว่าโมเดลถูกต้อง

จากการคำนวณทางทฤษฎีแรงพลวัตที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับความเร็วรอบของเฟือง และจำนวนฟันที่ขบกัน โดยขณะที่เฟืองมีความเร็วรอบสูงจะมีจุดที่เฟืองไม่สัมผัสกัน (Separation) แรงที่เกิดขึ้นจะมีค่าเป็นศูนย์ และในกรณีที่การขบเปลี่ยนจาก Double Contact มาเป็น Single Contact แรงที่เกิดขึ้นบนเฟืองจะสูงขึ้นทันที

ค่าของแรงพลวัตจะสูงขึ้นเรื่อยๆตามความเร็วรอบที่สูงขึ้น หากเปรียบเทียบแรงพลวัตของเฟืองฟันสมมาตรและฟันไม่สมมาตรจะพบว่าที่ความเร็วรอบไม่สูงมากนักค่าของแรงพลวัตจะมีค่าใกล้เคียงกัน โดยความสมดุลของระบบจะสังเกตได้จากความเร็วและความเร่งจะลู่ออกค่าๆหนึ่ง ภาพรวมของแรงพลวัตที่เกิดขึ้นที่รอบสูงๆ (สังเกตได้จากกราฟที่มีแนวโน้มเป็นรูปพาราโบลา) ของเฟืองฟันไม่สมมาตรจะมีค่าน้อยกว่า

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเฟืองทั้งสองนั้นผลทางสถิตเป็นตัวบอกว่าเฟืองมีฟันไม่สมมาตรมีประสิทธิภาพมากกว่าส่วนการเปรียบเทียบผลด้วยแรงพลวัตนั้นค่าที่ได้ยังมีค่าผิดพลาดอยู่แต่จากข้อมูลโดยรวมแล้วสามารถบอกได้ว่าเฟืองฟันไม่สมมาตรสามารถส่งถ่ายแรงได้ดีกว่าเฟืองที่มีฟันสมมาตรในสภาวะเดียวกัน

ข้อเสนอแนะและวิจารณ์

การเปรียบเทียบในผลการทดลองสถิตมีความถูกต้อง ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าเฟืองที่มีฟันไม่สมมาตรสามารถรับแรงได้ดีกว่าส่วนผลทางพลศาสตร์นั้นจะยังมีค่าความผิดพลาด เนื่องจากการจำลองระบบไม่ได้คิดค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วง ซึ่งในระบบจริงค่าสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงจะมีผลทำให้ระบบลู่ออกและผลลัพธ์ของแรงจะมีค่าราบเรียบมากขึ้น ซึ่งอาจมาจากน้ำมันซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการถ่ายเทความร้อนและหล่อลื่น ส่วนค่าของความเสียหายในแบบจำลองจะกำหนดให้คงที่ ซึ่งในความเป็นจริงการจำลองให้ถูกต้องตามหลักพลศาสตร์ของวัตถุแข็งเกร็งค่าของความเสียหายและสัมประสิทธิ์ตัวหน่วงจะเปลี่ยนไปตามมุมที่หมุน (Roll Angle) การจำลองระบบให้มีความถูกต้องมากขึ้นควรที่จะเขียนโปรแกรมเพิ่มเข้าไปเพื่อให้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์คิดในส่วนนี้ด้วย

ในการวิเคราะห์ระบบด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์จะต้องศึกษาส่วนของคำสั่งให้ดีเพราะนั่นหมายถึงความสมจริงของระบบที่เกิดขึ้นปัญหาของโครงการนี้จะเป็นในเรื่องการเลือกเวลาในการคิดของโปรแกรม (Time Increment) เพราะเวลานี้จะเลือกยากมากเพราะปัจจัยของมวล ความยืดหยุ่น ความเสียดทาน แรงที่มากระทำกับระบบ จะมีผลต่อเวลาซึ่งควรที่จะศึกษาทฤษฎีของไฟไนต์เอลิเมนต์ให้มากขึ้น

การเขียน INPUT FILE ควรจะศึกษาคำสั่งของ ABAQUS ให้มากเพราะจะทำให้การเขียนง่ายขึ้นมากและโปรแกรมที่สร้าง INPUT FILE (MATLAB) ในส่วนของคำสั่งที่มีการใช้อีกเป็นครั้งที่สองควรเขียนเป็นฟังก์ชันเพราะจะไม่เสียเวลาและโปรแกรมจะมีขนาดเล็กลงจะง่ายกับการศึกษามากขึ้น



References

- [1] H-H. Lin, R.L. Huston, J.J. Coy, On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions Part I & II, Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design, June 1998, Vol. 110.
- [2] Kasuba, R. ,and Evans, J. W. ,”An Extended Model for Determining Dynamic Loads in Spur Gearing,” ASME Journal of Mechanical Design, April 1981, pp.398-409.
- [3] Hahn, W. F. ,”Study on Instantaneous Load to Which Gear Teeth are Subjected,” Ph.D. Dissertation, University of Illinois, 1969.
- [4] J.H. Kuang, Y.T. Yang, An Estimate of mesh stiffness and Load Sharing Ratio of a Spur Gear Pair, ASME International Power Transmission and Gearing Conference Vol.1 (1992).
- [5] M.L. James, G.M. Smith, J.C. Wolford, Applied Numerical Methods for Digital Computation, Third Edition
- [6] A.L. Kapelevich, Synthesis of Symmetric Involute Gearing (in Russian), Mashinovedemic(1)1987, 62-67.
- [7] Alexander Kapelevich, Geometry and design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth.
- [8] Hamilton H. Mabie, Charles F. Reinholtz, Mechanisms and Dynamics of Machinery, Fourth Edition.
- [9] Faydor L. Litvin, Qiming Lian, Alexander L. Kapelevich, Asymmetric Modified Spur Gear Drives: Reduction of noise, Localization of Contact, Simulation of Meshing and Stress Analysis, 26 March 1999.
- [10] Buckingham,E., AnaliticalMechanics of Gears, Dover, New York 1949.
- [11] Wang, K. L., and Cheng, H. S. “A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness, and Surface Temperature in Spur Gears,” ASME Journal of Mechanical Design, Jan. 1981, pp. 177-187.
- [12] Fred B. Oswald, Dennis P. Townsend, Brian Rebbechi, and Hsiang Hsi Lin "Dynamic Forces in Spur Gears-Measurement, Prediction, and Code Validation" NASA TM-107223, ARL-TR-1088, September 1996
- [13] ศ.ดร. วรวิทย์ อิงภากร, รศ. ชาลย์ ถนัดงาน, การออกแบบเครื่องจักรกล เล่ม 2.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

TABLE 4.1 Tooth Proportions—Involute Spur Gears

	Coarse Pitch (1–19.99 P_d) AGMA 201.02 August 1974 20° or 25° Full Depth	Fine Pitch (20–200 P_d) AGMA 207.06 November 1977 20° Full Depth
Addendum (a)	$\frac{1.000}{P_d}$	$\frac{1.000}{P_d}$
Dedendum (b)	$\frac{1.250}{P_d}$	$\frac{1.200}{P_d} + 0.002$ (min)
Clearance (c) (dedendum – addendum)	$\frac{0.250}{P_d}$	$\frac{0.200}{P_d} + 0.002$ (min) ^a
Working depth (h_k) (twice addendum)	$\frac{2.000}{P_d}$	$\frac{2.000}{P_d}$
Whole depth (h_t) (addendum + dedendum)	$\frac{2.250}{P_d}$	$\frac{2.200}{P_d} + 0.002$ (min)
Fillet radius of basic rack (r_f)	$\frac{0.300}{P_d}$	Not given
Tooth thickness (t)	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$

^aFor shaved or ground teeth, $c = 0.350/P_d + 0.002$ (min).

TABLE 4.2 Tooth Proportions for Full Depth 14½° and Stub 20° Spur Gears

	14½° Full Depth	20° Stub
Addendum (a)	$\frac{1.000}{P_d}$	$\frac{0.800}{P_d}$
Dedendum (b)	$\frac{1.157}{P_d}$	$\frac{1.000}{P_d}$
Clearance (c)	$\frac{0.157}{P_d}$	$\frac{0.200}{P_d}$
Fillet radius (r_f)	$\frac{0.209}{P_d}$	$\frac{0.304}{P_d}$
Tooth thickness (t)	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 4.3 Spur Gear Shaper Cutters^a

Diametral Pitch	Pitch Diameter, in.		Number of Teeth	
(a) 14½° Pressure Angle				
4	4	5	16	20
5	4		20	
6	4	5	24	30
8	4	5	32	40
10	3	4 5	30	40 50
12	3	4	36	48
16	3	4	48	64
20	3	4	60	80
24	3		72	
32	3		96	

(b) 20° Pressure Angle				
3	4		12	
4	4	5 6	16	20 24
5	4	5 6	20	25 30
6	4	5 6	24	30 36
8	3 4	5 6	24 32	40 48
10	3	4 5	30	40 50
12	3	4 5	36	48 60
14	4		56	
16	3	4	48	64
18	4		72	
20	3	4	60	80
24	3		72	
32	3		96	

^aThe following cutters are also manufactured to Fellows fine-pitch precision limits: 32, 48, 64, 72, 80, 96, and 120 diametral pitch. Courtesy of Fellows Corporation.

TABLE 4.4 Metric Spur Gear Shaper Cutters: 20° Pressure Angle—Full Depth^a

Module	Diametral Pitch	Pitch Diameter, in.	Number of Teeth
1.0	25.400	2.992	76
1.5	16.933	2.953	50
2.0	12.700	2.992	38
2.5	10.160	2.953	30
3.0	8.466	3.071	26
3.5	7.257	3.031	22
4.0	6.350	4.094	26
4.5	5.644	3.897	22
5.0	5.080	3.937	20
6.0	4.233	4.252	18
8.0	3.175	5.039	16

^aCourtesy of Illinois Tool Works.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 4.5 British Standard Normal Metric Modules^a

Preferred Modules	Second-Choice Modules
1	1.125
1.25	1.375
1.5	1.75
2	2.25
2.5	2.75
3	3.5
4	4.5
5	5.5
6	7
8	9
10	11
12	14
16	18
20	22
25	28
32	36
40	45
50	

^aThe values are in millimeters. Wherever possible, the preferred modules should be applied rather than those of second choice. B.S. 436: Part 2: 1970. From *Machinery Handbook*, 22nd edition, 1984, p. 823.

TABLE 4.6 German Standard Metric Modules^a

0.3	2.5	8	27
0.4	2.75	9	30
0.5	3	10	33
0.6	3.25	11	36
0.7	3.5	12	39
0.8	3.75	13	42
0.9	4	14	45
1	4.5	15	50
1.25	5	16	55
1.5	5.5	18	60
1.75	6	20	65
2	6.5	22	70
2.25	7	24	75

^aThe values are in millimeters. DIN-867. From *Machinery Handbook*, 22nd edition, 1984, p. 966.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 4.7 Diametral Pitch and Metric Module

Diametral Pitch	Module Millimeters	Diametral Pitch	Module Millimeters
0.5000	50.8000	11	2.3091
0.7500	33.8667	12	2.1167
1	25.4000	13	1.9538
1.2500	20.3200	14	1.8143
1.5000	16.9333	15	1.6933
1.7500	14.5143	16	1.5875
2	12.7000	17	1.4941
2.2500	11.2889	18	1.4111
2.5000	10.1600	19	1.3368
2.7500	9.2364	20	1.2700
3	8.4667	24	1.0583
3.5000	7.2571	32	0.7938
4	6.3500	40	0.6350
5	5.0800	48	0.5292
6	4.2333	64	0.3969
7	3.6286	72	0.3528
8	3.1750	80	0.3175
9	2.8222	96	0.2646
10	2.5400	120	0.2117

TABLE 4.8 Spur Gear Symbols

	AGMA	ISO 701
Number of teeth	N	z
Pitch radius	R	r
Pitch diameter	D	d'
Outside radius	R_o	r_a
Outside diameter	D_o	d_a
Base radius	R_b	r_b
Face width	F	b
Addendum	a	h_a
Dedendum	b	h_f
Circular pitch	p	p
Base pitch	p_b	p_b
Pressure angle	ϕ	α
Length of action	Z	g_a
Contact ratio (transverse)	m_p	ϵ_a
Center distance	C	a
Working depth	h_k	—
Whole depth	h_t	h
Tooth thickness	t	s
Clearance	c	c
Backlash	B	j_t

TABLE 4.9 Minimum Number of Teeth to Mesh With a Rack Without Undercutting

	14½° Full Depth	20° Full Depth	20° Stub	25° Full Depth
N	32	18	14	12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE OF INVOLUTE FUNCTIONS

Degrees	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001
1	0.000002	0.000002	0.000003	0.000004	0.000005	0.000006	0.000007	0.000009	0.000010	0.000012
2	0.000014	0.000016	0.000019	0.000022	0.000025	0.000028	0.000031	0.000035	0.000039	0.000043
3	0.000048	0.000053	0.000058	0.000064	0.000070	0.000076	0.000083	0.000090	0.000097	0.000105
4	0.000114	0.000122	0.000132	0.000141	0.000151	0.000162	0.000173	0.000184	0.000197	0.000209
5	0.000222	0.000236	0.000250	0.000265	0.000280	0.000296	0.000312	0.000329	0.000347	0.000366
6	0.000384	0.000404	0.000424	0.000445	0.000467	0.000489	0.000512	0.000536	0.000560	0.000586
7	0.000612	0.000638	0.000666	0.000694	0.000723	0.000753	0.000783	0.000815	0.000847	0.000880
8	0.000914	0.000949	0.000985	0.001022	0.001059	0.001098	0.001137	0.001178	0.001219	0.001262
9	0.001305	0.001349	0.001394	0.001440	0.001488	0.001536	0.001586	0.001636	0.001688	0.001740
10	0.001794	0.001849	0.001905	0.001962	0.002020	0.002079	0.002140	0.002202	0.002265	0.002329
11	0.002394	0.002461	0.002528	0.002598	0.002668	0.002739	0.002812	0.002894	0.002962	0.003039
12	0.003117	0.003197	0.003277	0.003360	0.003443	0.003529	0.003615	0.003712	0.003792	0.003883
13	0.003975	0.004069	0.004164	0.004261	0.004359	0.004459	0.004561	0.004664	0.004768	0.004874
14	0.004982	0.005091	0.005202	0.005315	0.005429	0.005545	0.005662	0.005782	0.005903	0.006025
15	0.006150	0.006276	0.006404	0.006534	0.006665	0.006799	0.006934	0.007071	0.007209	0.007350
16	0.007493	0.007637	0.007784	0.007932	0.008082	0.008234	0.008388	0.008544	0.008702	0.008863
17	0.009025	0.009189	0.009355	0.009523	0.009694	0.009866	0.010041	0.010217	0.010396	0.010577
18	0.010760	0.010946	0.011133	0.011323	0.011515	0.011709	0.011906	0.012105	0.012306	0.012509
19	0.012715	0.012923	0.013134	0.013346	0.013562	0.013779	0.013999	0.014222	0.014447	0.014674
20	0.014904	0.015137	0.015372	0.015609	0.015850	0.016092	0.016337	0.016585	0.016836	0.017089
21	0.017345	0.017603	0.017865	0.018129	0.018395	0.018665	0.018937	0.019212	0.019490	0.019770
22	0.020054	0.020340	0.020630	0.020921	0.021216	0.021514	0.021815	0.022119	0.022426	0.022736
23	0.023049	0.023365	0.023684	0.024006	0.024332	0.024660	0.024992	0.025326	0.025664	0.026005
24	0.026350	0.026697	0.027048	0.027402	0.027760	0.028121	0.028485	0.028852	0.029223	0.029598
25	0.029975	0.030357	0.030741	0.031130	0.031521	0.031917	0.032315	0.032718	0.033124	0.033534
26	0.033947	0.034364	0.034785	0.035209	0.035637	0.036069	0.036505	0.036945	0.037388	0.037835
27	0.038287	0.038696	0.039201	0.039664	0.040131	0.040602	0.041076	0.041556	0.042039	0.042526
28	0.043017	0.043513	0.044012	0.044516	0.045024	0.045537	0.046054	0.046575	0.047100	0.047630
29	0.048164	0.048702	0.049245	0.049792	0.050344	0.050901	0.051462	0.052027	0.052597	0.053172
30	0.053751	0.054336	0.054924	0.055519	0.056116	0.056720	0.057267	0.057940	0.058558	0.059181

TABLE OF INVOLUTE FUNCTIONS (Continued)

Degrees	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
31	0.059809	0.060441	0.061079	0.061721	0.062369	0.063022	0.063680	0.064343	0.065012	0.065685
32	0.066364	0.067048	0.067738	0.068432	0.069133	0.069838	0.070549	0.071266	0.071988	0.072716
33	0.073449	0.074188	0.074932	0.075683	0.076439	0.077200	0.077968	0.078741	0.079520	0.080305
34	0.081097	0.081974	0.082697	0.083506	0.084321	0.085142	0.085970	0.086804	0.087644	0.088490
35	0.089342	0.090201	0.091066	0.091938	0.092816	0.093701	0.094592	0.095490	0.096395	0.097306
36	0.098224	0.099149	0.100080	0.101019	0.101964	0.102916	0.103875	0.104841	0.105814	0.106795
37	0.107782	0.108777	0.109779	0.110788	0.111805	0.112828	0.113860	0.114899	0.115945	0.116999
38	0.118060	0.119130	0.120207	0.121291	0.122384	0.123484	0.124592	0.125709	0.126833	0.127965
39	0.129106	0.130254	0.131411	0.132576	0.133749	0.134931	0.136122	0.137320	0.138528	0.139743
40	0.140968	0.142201	0.143443	0.144694	0.145954	0.147222	0.148500	0.149787	0.151082	0.152387
41	0.153702	0.155025	0.156358	0.157700	0.159052	0.160414	0.161785	0.163165	0.164556	0.165956
42	0.167366	0.168786	0.170216	0.171656	0.173106	0.174566	0.176037	0.177518	0.179009	0.180511
43	0.182023	0.183546	0.185080	0.186625	0.188180	0.189746	0.191324	0.192912	0.194511	0.196122
44	0.197744	0.199377	0.201022	0.202678	0.204346	0.206026	0.207717	0.209420	0.211135	0.212863
45	0.214602	0.216353	0.218117	0.219893	0.221682	0.223483	0.225296	0.227123	0.228962	0.230814
46	0.232678	0.234557	0.236448	0.238352	0.240270	0.242202	0.244147	0.246105	0.248077	0.250064
47	0.252064	0.254078	0.256106	0.258149	0.260206	0.262277	0.264363	0.266463	0.268578	0.270709
48	0.272855	0.275015	0.277191	0.279381	0.281588	0.283810	0.286047	0.288300	0.290570	0.292855
49	0.295157	0.297474	0.299809	0.302160	0.304527	0.306912	0.309313	0.311731	0.314166	0.316619
50	0.319088	0.321577	0.324082	0.326605	0.329146	0.331706	0.334284	0.336879	0.339493	0.342127
51	0.344779	0.347451	0.350141	0.352850	0.355579	0.358328	0.361096	0.363885	0.366693	0.369522
52	0.372371	0.375241	0.378130	0.381041	0.383974	0.386927	0.389903	0.392899	0.395917	0.398958
53	0.402021	0.405105	0.408213	0.411343	0.414495	0.417671	0.420870	0.424094	0.427340	0.430610
54	0.433905	0.437222	0.440566	0.443933	0.447326	0.450744	0.454187	0.457655	0.461150	0.464670
55	0.468217	0.471790	0.475390	0.479017	0.482670	0.486351	0.490060	0.493797	0.497562	0.501355
56	0.505177	0.509027	0.512908	0.516817	0.520755	0.524724	0.528724	0.532753	0.536814	0.540905
57	0.545027	0.549182	0.553368	0.557586	0.561836	0.566120	0.570436	0.574789	0.579173	0.583591
58	0.588043	0.592530	0.597053	0.601609	0.606203	0.610832	0.615498	0.620200	0.624940	0.629717
59	0.634535	0.639387	0.644279	0.649210	0.654181	0.659190	0.664240	0.669331	0.674462	0.679635
60	0.684853	0.690109	0.695409	0.700751	0.706137	0.711567	0.717041	0.722561	0.728126	0.733736