สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยการดำเนินงาน

Application Program for Operation Research

นายพงศ์วุฒิ อุดมชัยพานิช

Mr. Pongvut Udomchaipanit

นายธีรพัชร โอพารกิจอนันต์

Mr. Teerapat Orankijanan

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 42438
วัน, เดือน, ปี 23 พ.ค. 2545

.b.....
.i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยดำเนินงาน	
	Application Program for Operation Research	
นักศึกษา	นายพงศ์วุฒิ อุดมชัยพานิช	รหัสประจำตัว 40010477
	นายธีรพัชร โอฬารกิจอนันต์	รหัสประจำตัว 40010334
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต	
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ	
ปีการศึกษา	2543	

อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์

(ดร.สรรพสิทธิ์ ลิ่มนรรัตน์)

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์ การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยการดำเนินงาน
นักศึกษา นาย พงศ์วุฒิ อุดมชัยพานิช
นาย ธีรพัชร โอฬารกิจอนันต์
ระดับการศึกษา วิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2543
อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์ ดร. สรรพสิทธิ์ ลิ่มนรรัตน์

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์หลักของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้คือ การออกแบบและพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยในการศึกษาในวิชาการวิจัยการดำเนินงาน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาใน 3 หัวข้อหลัก ได้แก่ โปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่ง โปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาระบบแถวคอย และ โปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาด้วยวิธีกำหนดการเชิงเส้น โดยโปรแกรมเหล่านี้จะมีการแสดงผลเป็นภาษาไทย โดยมีความสามารถในการเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูล มีความสามารถในการแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ รวมทั้งสามารถแสดงวิธีใช้พร้อมทั้งทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อช่วยในการศึกษาวิชาการวิจัยการดำเนินงานอย่างเต็มรูปแบบ จึงทำให้โปรแกรมนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในการดำเนินงานจริงได้อีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Application Program for Operations Research
Student	Mr. Pongvut Udomchaipanit
	Mr. Tecrapat Orankijanan
Level of study	Bachelor in Industrial Engineering
Acadamic Year	2000
Thesis Advisor	Dr.Sanpasit Limnorarat

Abstract

The main objective of this thesis is to design and develop a computer program for assisting the study of operations research which contain three main parts : linear programming problem solving program , the transportation problem solving program and the queueing problem solving program .These program is displayed in Thai and has an ability to save data to the file ,open data from the file and print the report from the printer moreover, an on-line help utility is implemented in order to make user understand basic concept of operations research theory . Thus, this program can be practically applied to solve the real problems as well.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์สรรพสิทธิ์ ลิ่มนรรัตน์ ที่กรุณาให้คำแนะนำในการทำโครงงานและปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จได้ด้วยดี ขอขอบพระคุณ อาจารย์พลชัย โชติปรายนกุล ที่กรุณาให้คำแนะนำดีๆในการพัฒนาโปรแกรม ขอขอบพระคุณ ผศ.เธียรไชย จิตรแจ้ง อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยมหิดล ที่กรุณาให้คำปรึกษาในส่วนเนื้อหาวิชาการวิจัยการดำเนินงาน และขอขอบพระคุณอาจารย์ในภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการทำโครงงานครั้งนี้เป็นอย่างดีตลอดมา

คณะผู้จัดทำปริญญานิพนธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1. ความเป็นมาของโครงงาน	1
1.2. วัตถุประสงค์ของโครงงาน	1
1.3. ขอบเขตของโครงงาน	1
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	2
2.1. ปัญหาการขนส่ง	2
2.1.1. รูปแบบปัญหาการขนส่ง	2
2.1.2. การแก้ปัญหาการขนส่ง	4
2.2. ระบบแถวคอย	7
2.2.1. โครงสร้างและสัญลักษณ์ที่ใช้ในระบบแถวคอย	8
2.2.2. การวิเคราะห์ระบบแถวคอย	9
2.3. กำหนดการเชิงเส้น	19
2.3.1. การแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ	19
2.3.2. การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพลกซ์	21
2.3.3. เทคนิคตัวแปรเทียม	28
2.3.4. การแก้ปัญหาด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์	31
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน	35
3.1. ขั้นตอนการดำเนินโครงงาน	35
3.2. การออกแบบลักษณะของโครงงาน	35
3.2.1. การออกแบบโปรแกรมในส่วนการแก้ปัญหาการขนส่ง	35
3.2.2. การออกแบบโปรแกรมในส่วนการแก้ปัญหาระบบแถวคอย	40
3.3.3. การออกแบบโปรแกรมแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น	46
บทที่ 4 ผลการศึกษาและทดลอง	55
4.1. การแก้ปัญหาการขนส่ง	55
4.2. การวิเคราะห์ระบบแถวคอย	64
4.3. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น	73
บทที่ 5 สรุปและวิเคราะห์ผลการศึกษา	88
5.1. สรุปและวิเคราะห์รายละเอียดของโปรแกรม	88
5.2. ข้อเสนอแนะ	89
บรรณานุกรม	90
ประวัติผู้เขียน	91
ภาคผนวก	92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1. ความเป็นมาของโครงงาน

วิชาการวิจัยการดำเนินงานเป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรการศึกษาในสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับการประยุกต์วิธีทางวิทยาศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และเพื่อจัดการระบบของ คน เครื่องจักร วัตถุดิบ และการเงินให้ดีที่สุด ภายใต้เงื่อนไขที่มีทรัพยากรจำกัด ดังนั้นการออกแบบและพัฒนาเครื่องมือเพื่อช่วยในการเรียนการสอนในวิชาการวิจัยการดำเนินงานโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วย จึงเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาองค์ความรู้ในสาขาวิชานี้ อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริง และยังเป็นแนวทางในการออกแบบและพัฒนาระบบงานอื่นๆได้เช่นกัน ดังนั้นการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยการดำเนินงานในรูปแบบ Application ซึ่งเป็นภาษาไทย บนระบบปฏิบัติการ Microsoft Windows โดยใช้โปรแกรม Microsoft Visual Basic version 6.0 เพื่อที่จะนำไปประกอบการศึกษา และวิเคราะห์ปัญหา จึงเป็นประเด็นหลักของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

1.2. วัตถุประสงค์ของโครงงาน

1. เพื่อศึกษาหลักการเบื้องต้นของการวิจัยการดำเนินงาน
2. เพื่อออกแบบและพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาด้านการวิจัยการดำเนินงาน

1.3. ขอบเขตของโครงงาน

1. พัฒนาโปรแกรมช่วยในการวิจัยการดำเนินงานในรูปแบบ Application บนระบบปฏิบัติการ Microsoft Windows โดยใช้โปรแกรม Microsoft Visual Basic version 6.0 เป็นเครื่องมือในการพัฒนา
2. พัฒนาโปรแกรมช่วยในการวิจัยการดำเนินงานในหัวเรื่อง การแก้ปัญหาการขนส่ง (Transportation Problem Analysis) การแก้ปัญหาระบบแถวคอย (Queueing Analysis) และการแก้ปัญหาด้วย วิธีกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)
3. พัฒนาความสามารถในการ เปิดและบันทึกข้อมูลลงในแฟ้มข้อมูล การแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ ของโปรแกรมช่วยในการวิจัยการดำเนินงาน
4. พัฒนาในส่วนวิธีใช้ของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1. ปัญหาการขนส่ง (The Transportation Problem)

ปัญหาการขนส่งเป็นกรณีพิเศษของปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งต้องการหาค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดในการขนส่งสินค้าจากแหล่งผลิตแต่ละแหล่ง ไปยังเป้าหมายแต่ละเป้าหมาย

2.1.1. รูปแบบปัญหาการขนส่ง

สมมติให้มีแหล่งผลิต m แหล่ง และคลังสินค้า n คลัง แต่ละแหล่งผลิตจะกระจายสินค้าไปยังเป้าหมายต่างๆ

ให้ แหล่งผลิตที่ i จะกระจายสินค้าได้ S_i หน่วย (i = 1,2,3,...,m)

ให้ คลังสินค้าที่ j จะเก็บสินค้าได้ D_j หน่วย (j = 1,2,3,....,n)

ให้ C_{ij} เป็นค่าขนส่งสินค้าต่อ 1 หน่วยจากแหล่ง i ไปยังคลัง j

ให้ X_{ij} เป็นจำนวนสินค้าที่ขนส่งจากแหล่ง i ไปคลัง j

แต่ละแหล่งผลิต I จะกระจายสินค้าไป n คลัง ดังนั้นข้อจำกัดด้านแหล่งผลิตที่ i คือ

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = S_i \quad , \quad i = 1,2,..,m \tag{2.1}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = D_j \quad , \quad j = 1,2,..,n \tag{2.2}$$

ปัญหาของการขนส่งคือ หาค่า X_{ij} , i = 1 , 2 , ... , m และ j = 1 , 2 , .. ,n
ซึ่งทำให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งน้อยที่สุด โดยมีข้อจำกัดด้านแหล่งผลิตสินค้าและคลังสินค้า

รูปแบบปัญหาขนส่งดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \tag{2.3}$$

ข้อจำกัด $$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = S_i \quad , \quad i = 1,2,..,m \tag{2.4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = D_i \quad , \quad j = 1,2,..,n \tag{2.5}$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ ทุกๆค่า i , j} \tag{2.6}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าปัญหาขนส่งมี 2 แหล่งผลิต (m=2) และมี 3 คลังสินค้า (n=3) จะได้รูปแบบการขนส่งคือ

หาค่าต่ำสุดของ $Z = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3} C_{ij}X_{ij}$ (2.7)

ข้อจำกัด $\sum_{j=1}^{3} X_{ij} = S_i \quad , \quad i = 1,2$ (2.8)

$\sum_{i=1}^{2} X_{ij} = D_i \quad , \quad j = 1,2,3$ (2.9)

เมื่อเขียนรูปแบบนี้โดยไม่ใช้ $\sum$ จะได้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} + C_{23}X23$ (2.10)

ข้อจำกัดด้านแหล่งผลิต

$X_{11} + X_{12} + X_{13} = S_1$ (2.11)

$X_{12} + X_{22} + X_{23} = S_2$ (2.12)

ข้อจำกัดด้านคลังสินค้า

$X_{11} + X_{21} = D_1$ (2.13)

$X_{12} + X_{22} = D_2$ (2.14)

$X_{13} + X_{23} = D_3$ (2.15)

ซึ่งเราจะนำมาเขียนเป็นตารางได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 แสดงตารางขนส่งเมื่อมี 2 แหล่งผลิต 3 เป้าหมาย

คลังสินค้า แหล่งผลิต	1	2	3	ความสามารถ ส่งสินค้า
1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	C_{13} X_{13}	S_1
2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	S_2
ความสามารถ เก็บสินค้า	D_1	D_2	D_3	

ในกรณีที่ผลรวมของความสามารถในการผลิตของแหล่งไม่เท่ากับผลรวมของความต้องการของเป้าหมาย เราจะทำให้สองค่านี้เท่ากันได้โดยเพิ่มแหล่งผลิตหลอกๆหรือเป้าหมายหลอกๆ (Dummy) ที่มีความสามารถในการผลิตหรือมีความสามารถในการรับสินค้าเท่ากับส่วนที่ขาดหายไปดังนี้

กรณีที่ 1

ผลรวมของความต้องการของเป้าหมาย – ผลรวมของความสามารถในการผลิตของแหล่ง > 0 จะเพิ่มแหล่งผลิต

กรณีที่ 2

ผลรวมของความสามารถในการผลิตของแหล่ง – ผลรวมของความต้องการของเป้าหมาย > 0 จะเพิ่มเป้าหมาย ให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าต่อ 1 หน่วยจากแหล่งผลิตหลอกๆ ไปยังเป้าหมายหลอกๆ และค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากทุกๆแหล่งผลิตไปยังคลังสินค้าหลอกๆเป็น 0 ทั้งนี้เพื่อไม่ให้ค่าใช้จ่ายนี้มีผลกระทบต่อค่าใช้จ่ายที่แท้จริง แต่อย่างไรก็ตามการเพิ่มแหล่งผลิตหลอกๆ แสดงว่าสินค้าไม่เพียงพอต่อความต้องการ ในกรณีนี้อาจจะกำหนดค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าจากแหล่งผลิตนี้ไปยังเป้าหมายอื่นๆ เป็นค่าอื่นๆที่ไม่ใช่ศูนย์ เพื่อสะท้อนถึงความผิดพลาดที่ผลิตสินค้าไม่สอดคล้องกับความต้องการก็ได้ และในกรณีที่เพิ่มเป้าหมายหลอกๆ ก็สามารถกำหนดค่าใช้จ่ายได้ในลักษณะเดียวกัน

2.1.2. การแก้ปัญหาการขนส่ง

ในการแก้ปัญหาการขนส่ง จะแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนคือ

1. หาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้
2. ปรับปรุงคำตอบมูลฐานเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม

การหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้น

รูปแบบปัญหาการขนส่งที่มี m แหล่งผลิตและมี n คลังสินค้าจะมีสมการที่เป็นอิสระกันได้ m+n-1 สมการ ดังนั้นถ้าใช้วิธีซิมเพลกซ์จะได้คำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ m+n-1 ตัวแปรมูลฐาน

ในการหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นอาจทำได้ 3 วิธีคือ

1. วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ (North-west Corner Method)
2. วิธีค่าใช้จ่ายน้อยสุด (Least-Cost Method)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. วิธีโดยประมาณของโวเกล (Vogel's Approximate Method (VAM))

วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ

มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่1 พิจารณาขนส่งในช่องทางที่อยู่มุมบนด้านซ้ายสุด (มุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ) ซึ่งเป็นช่องทางที่ขนส่งจาก แหล่งผลิต1 ไปยังเป้าหมาย 1 พิจารณาขนส่งให้ปริมาณ X_{11} มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และต้องสอดคล้องกับความสามารถผลิต S_1 และความต้องการสินค้า D_1

ถ้า $D_1 < S_1$ จะได้ X_{11} มากที่สุด = D_1

ถ้า $S_1 < D_1$ จะได้ X_{11} มากที่สุด = S_1

ถ้า $S_1 = D_1$ จะได้ X_{11} มากที่สุด = $S_1 = D_1$

ขั้นที่2

ก) ถ้า $X_{11} = D_1$ แสดงว่าเป้าหมาย 1 รับสินค้าเต็มที่แล้วจึงไม่ต้องพิจารณาเป้าหมาย 1 อีก สำหรับแหล่งผลิต1 ยังมีสินค้าเหลืออีก $S_1 - D_1 = S'_1$ จึงพิจารณาขนส่งจากแหล่งผลิต1 ไปยังคลัง 2 พิจารณาขนส่งให้ปริมาณ X12 มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และต้องสอดคล้องกับ S'_1 และ D_2

ถ้า $D_2 < S'_1$ จะได้ X_{12} มากที่สุด = D_2 แสดงว่าเป้าหมาย 2 รับสินค้าเต็มที่แล้ว สำหรับแหล่ง1 ยังมีสินค้าเหลือ $S'_1 - D_2 = S''_1$ จึงพิจารณาขนส่งจากแหล่ง 1 ไปคลัง 3 ต่อไป

ถ้า $S'_1 < D_2$ จะได้ X_{12} มากที่สุด = S'_1 แสดงว่าแหล่ง 1 ส่งสินค้าหมดแล้ว สำหรับเป้าหมาย 2 ยังรับสินค้าได้อีก $D_2 - S''_1 = D'_2$ จึงพิจารณาขนส่งจากแหล่ง 2 ไปคลัง 2 ต่อไป

ข) ถ้า $X_{11} = S_1$ แสดงว่าแหล่งผลิต1 ส่งสินค้าหมดแล้ว สำหรับเป้าหมาย1 ยังรับสินค้าได้อีก $D_1 - S_1 = D'_1$ จึงพิจารณาขนส่งจากแหล่ง 2 ไปเป้าหมาย 1 โดยพิจารณาขนส่งให้ปริมาณ X_{12} มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และต้องสอดคล้องกับ S_2 และ D'_1

ค) ถ้า $X_{11} = S_1 = D_1$ แสดงว่าแหล่งผลิต 1 ส่งสินค้าหมดแล้ว และคลังสินค้า1 รับสินค้าเต็มที่แล้ว ต่อไปจึงพิจารณาขนส่งจากแหล่ง 2 ไปยังเป้าหมาย 2 โดยพิจารณาขนส่งให้ปริมาณ X_{22} มากที่สุดเท่าที่จะมากได้และต้องสอดคล้องกับ S_2 และ D_2

เนื่องจากมีข้อจำกัด ผลรวมของความสามารถในการผลิต = ผลรวมของความต้องการ เมื่อพิจารณาไปเรื่อยๆในลักษณะข้างต้น จะได้ว่าสามารถบรรจุค่า X_{ij} ลงในตารางขนส่งได้สอดคล้องกับค่า S_i และ D_j ทั้งหมด โดย X_{ij} ที่ใส่ลงในตารางนี้เรียกว่า ตัวแปรมูลฐาน ส่วนตัวแปรที่เหลือจะเรียกว่า ตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน

วิธีค่าใช้จ่ายน้อยสุด

วิธีนี้เริ่มพิจารณาช่องทางที่ให้ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด โดยบรรจุค่า X_{ij} ให้มากที่สุดที่จะมากได้ลงในช่อง (i , j) ที่มีค่า C_{ij} ต่ำที่สุด ส่วนวิธีการในการเติมค่าในตารางจะคล้ายกับวิธีทิศตะวันตกเฉียงเหนือ โดยจะทำไปเรื่อยๆ จนกว่า จะครบตามความสามารถในการผลิตและครบกับความต้องการ

วิธีโดยประมาณของโวเกล

การหาคำตอบมูลฐานเบื้องต้นวิธีนี้มักจะให้คำตอบที่ดีกว่า 2 วิธีแรก โดยขั้นตอนการหาคำตอบวิธี VAM มีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นที่1 หาผลต่างในแถว i และผลต่างในสดมภ์ j โดยที่

ผลต่างในแถว i (สดมภ์ j) = ค่ารองน้อยสุดในแถว i (สดมภ์ j) - ค่าน้อยสุดในแถว i (สดมภ์ j) (2.16)

ขั้นที่ 2 เลือกแถวหรือสดมภ์ที่มีผลต่างมากที่สุด แล้วบรรจุค่า X_{ij} ในแถวหรือสดมภ์ที่เลือกมาโดยบรรจุค่า X_{ij} ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ในช่องที่มีค่า C_{ij} น้อยที่สุด

ขั้นที่ 3 ตัดแถวหรือสดมภ์ที่มีค่า X_{ij} สอดคล้อง S_i และ D_j แล้วเริ่มไปทำขั้นที่ 1 ใหม่จนกระทั่งบรรจุ X_{ij} ได้สอดคล้องกับ S_i , D_j ทั้งหมดจึงหยุด

การปรับปรุงคำตอบให้เหมาะสม

เมื่อต้องการปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม จะต้องตรวจดูว่าจำนวนตัวแปรมูลฐานมี m+n-1 ตัวหรือไม่ถ้ามีจำนวน m+n-1 พอดีก็เริ่มปรับปรุงคำตอบได้ แต่ถ้าจำนวนตัวแปรมูลฐานมีน้อยกว่า m+n-1 ตัวต้องกำหนดตัวแปรมูลฐานเพิ่มขึ้นให้ครบ m+n-1 ตัว โดยกำหนดจากตัวแปรไม่เป็นมูลฐานใดๆให้มีค่าเป็น 0 เมื่อจำนวนตัวแปรมูลฐานมี m+n-1 ตัวจึงเริ่มปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม วิธีการปรับปรุงเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม 2 วิธีดังนี้

1. วิธีสเตปปิ่งสโตน (The Stepping Stone Method)
2. วิธีตัวคูณหรือวิธี u-v (Method of Multipliers , u-v Method)

วิธีสเตปปิ่งสโตน

การปรับปรุงคำตอบเริ่มต้นวิธีนี้คือหาตัวแปรเข้าและตัวแปรออกด้วยวิธีสร้างรูปบ่วงปิด(Closed Loop) โดยจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายจะต้องเป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานตัวเดียวกันในการสร้างบ่วงปิดจะลากเส้นตามแนวตั้งและแนวนอน จุดมุมของบ่วงปิดจะต้องเป็นตัวแปรมูลฐานเสมอ (จุดมุมจะเป็นมุมฉาก) ตัวแปรมูลฐานใดที่ไม่ได้เป็นจุดมุมจะถือว่าเป็นทางผ่านเท่านั้น

ตารางที่ 2.2 แสดงตัวอย่างการวนเป็นบ่วงปิดเมื่อมีจุดเริ่มต้นที่ตำแหน่งแถว = 2 หลัก = 1

คลังสินค้า / แหล่งผลิต	1	2	3	ความสามารถส่งสินค้า
1	C_{11} X_{11} -	C_{12}	C_{13} X_{13} +	S_1
2	C_{21} +	C_{22}	C_{23} X_{23} -	S_2
ความสามารถเก็บสินค้า	D_1	D_2	D_3	

เมื่อสร้างบ่วงปิดแล้วจะใช้บ่วงนี้ตรวจสอบว่าจะสามารถปรับปรุงคำตอบได้หรือไม่ การปรับปรุงคำตอบทำได้โดยการเพิ่มค่าให้กับตัวแปรไม่เป็นมูลฐานแล้วให้ตัวแปรนั้นเป็นตัวแปรที่เป็นมูลฐาน การเพิ่มค่าตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แปรไม่เป็นมูลฐาน แสดงว่าหาตัวแปรมูลฐานเข้า จึงต้องหาตัวแปรมูลฐานออกเพื่อให้จำนวนตัวแปรมูลฐานมี m+n-1 ตัวคงเดิม และการที่จะเลือกตัวแปรใดเป็นตัวแปรเข้าจะต้องทำให้ผลลัพธ์ดีขึ้น ซึ่งตรวจสอบดังนี้

ให้เครื่องหมาย C_{ij} ของตัวแปรไม่เป็นมูลฐานที่เป็นจุดเริ่มต้นในบ่วงปิดเป็น + จุดมุมถัดไปของบ่วงปิดให้เครื่องหมาย C_{ij} เป็น – และมุมถัดไปเป็น + , - สลับกันไปเรื่อยๆจนครบบ่วงปิด

ให้ $Cbar_{ij}$ เป็นค่าใช้จ่ายรวมที่เปลี่ยนไปเมื่อเพิ่มค่า X_{ij} (ตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน) 1 หน่วย

ค่า $Cbar_{ij}$ = ผลรวม C_{ij} ที่จุดมุมทุกๆจุดในบ่วงปิด โดยคิดเครื่องหมาย C_{ij} ตามที่กำหนดให้

ถ้าค่า $Cbar_{ij}$ เป็น + แสดงว่าเพิ่ม X_{ij} 1 หน่วย ทำให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น $Cbar_{ij}$

ถ้าค่า $Cbar_{ij}$ เป็น - แสดงว่าเพิ่ม X_{ij} 1 หน่วย ทำให้ค่าใช้จ่ายลดลง $Cbar_{ij}$

หลังจากนั้นจะต้องทำการตรวจสอบค่า Cbar ว่าตรงตามเงื่อนไขต่อไปนี้หรือไม่

- ถ้าต้องการหาค่าต่ำสุด การทำซ้ำจะสิ้นสุดเมื่อค่า Cbar ทุกตัวมากกว่าหรือเท่ากับ 0
- ถ้าต้องการหาค่าสูงสุด การทำซ้ำจะสิ้นสุดเมื่อค่า Cbar ทุกตัวน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0

ถ้ายังไม่ตรงตามเงื่อนไขนี้การทำซ้ำก็จะดำเนินต่อไปจนกว่าค่า Cbar จะตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดเราจะเลือกพิจารณาเพิ่มค่าในช่องที่จะทำให้ค่าขนส่งลดลงเร็วที่สุด (Cbar ติดลบมากที่สุด)ในกรณีที่ต้องการคำตอบต่ำที่สุด หรือในช่องที่จะทำให้ค่าขนส่งเพิ่มเร็วที่สุด (Cbar บวกมากที่สุด) ในกรณีที่ต้องการหาคำตอบสูงสุด เมื่อเลือกตัวแปรที่จะเพิ่มค่าได้แล้วจึงทำการเพิ่มค่าตัวแปรนั้นให้มากที่สุดโดยจะทำการวนเป็นบ่วงปิดอีกครั้งโดยจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดจะเป็นตำแหน่งที่เราต้องการเพิ่มค่าตัวแปร ซึ่งจุดที่สามารถเป็นมุมของบ่วงปิดได้จะต้องเป็นตำแหน่งตัวแปรมูลฐานเท่านั้น โดยจะใส่เครื่องหมาย + และ – สลับไปเรื่อยๆ จนกว่าจะครบวงปิด และจะทำการเปลี่ยนตัวแปรมูลฐานที่มีค่าน้อยที่สุดที่อยู่ในตำแหน่งที่มีเครื่องหมาย – ให้เป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและนำค่าของตัวแปรนั้นไปเพิ่มให้ในตำแหน่งที่มีเครื่องหมายเป็น + และไปลบออกจากตัวแปรที่อยู่ในตำแหน่งที่มีเครื่องหมายเป็น - หลังจากการปรับปรุงคำตอบจะทำให้ได้คำตอบใหม่ แล้วจึงเริ่มทำซ้ำครั้งต่อไปจนกว่าค่า Cbar จะตรงตามเงื่อนไขที่กำหนด

วิธีตัวคูณหรือวิธี u-v

วิธีตัวคูณหรือวิธี u-v นี้จะเกี่ยวข้องกับตัวคูณ u_i และ v_j ในแถว i และสดมภ์ j ของตารางการขนส่ง สำหรับตัวแปรมูลฐาน X_{ij} ตัวคูณ u_i และ v_j จะสอดคล้องกับสมการ

$$u_i + v_j = C_{ij} \text{ ของตัวแปรมูลฐาน } X_{ij} \qquad (2.17)$$

เนื่องจากจำนวนตัวแปรมูลฐานมี m+n-1 ตัวแปร สมการ $u_i + v_j = C_{ij}$ จึงมีทั้งหมด m+n-1 สมการและมีตัวแปรไม่รู้ค่า (Unknown) m+n ตัว ค่าของตัวคูณ u_i และ v_j หาได้โดยการสมมติให้ u_i หรือ v_j เป็นค่าคงที่ใดๆ 1 ค่า (โดยมากจะกำหนดให้ $u_1 = 0$) แล้วหาตัวคูณ u_i และ v_j อีก m+n-1 ตัวที่เหลือ แล้วจึงเลือกว่าจะเพิ่มค่าตัวแปรมูลฐานใดโดยจะพิจารณาจากค่า Cbar (โดยค่า $Cbar_{ij}$ จะเท่ากับ $C_{ij} - u_i - v_j$) โดยจะมีเงื่อนไขในการพิจารณาและปรับปรุงคำตอบเช่นเดียวกับวิธีสเตปปิ้งสโตน

2.2. ระบบแถวคอย (Queueing Systems)

การรอคอยเป็นปัญหาที่พบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน โดยลูกค้าที่เข้ารับบริการจะมาถึงแหล่งที่ให้บริการเพื่อคอยรับบริการ ซึ่งการเข้ามารับบริการ และการให้บริการไม่จำเป็นต้องเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ ดังนั้นปัญหา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แถวคอยจึงเกิดขึ้น สำหรับผู้เข้ารับบริการและผู้ให้บริการอาจเป็นบุคคลหรือสิ่งของก็ได้ และเมื่อมีการรอคอยก็ย่อมมีการสูญเสียเกิดขึ้น เช่น เสียเวลา เสียค่าใช้จ่าย หรือ อาจเสียโอกาสอื่นๆ

เนื่องจากปัญหาแถวคอยมีต่างๆกัน จึงมีการคิดค้นทฤษฎีแถวคอย ซึ่งเป็นทฤษฎีที่ใช้ตัวแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาการรอคอย และจากตัวแบบปัญหาคณิตศาสตร์นี้ เรานำมาวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาแถวคอยที่เกิดขึ้น จุดมุ่งหมายในการแก้ปัญหาอาจเป็นไปเพื่อลดค่าใช้จ่าย หรือเพื่อจัดระบบการบริการให้ดีขึ้นเพื่อป้องกันความเสียหายอื่นๆ

2.2.1. โครงสร้างและสัญลักษณ์ที่ใช้ในระบบแถวคอย

ระบบแถวคอยประกอบด้วย

1. ลูกค้าที่มารับบริการ
2. แถวคอย (Queue)
3. หน่วยบริการหรืออุปกรณ์ที่ให้บริการ ซึ่งอาจมี 1 ช่องทาง หรือมากกว่า 1 ช่องทางก็ได้

ลักษณะที่สำคัญของตัวแบบแถวคอย

ตัวแบบแถวคอยมีลักษณะที่สำคัญแยกออกได้ 6 ลักษณะ ดังต่อไปนี้

1. การแจกแจงการเข้ามา (Arrival Distribution) ถ้าลูกค้าเข้ามารับบริการเป็นเวลาแน่นอนก็จะสามารถจัดให้มีหน่วยบริการตามเวลานั้นๆ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาแถวคอยได้ แต่เนื่องจากการมาของลูกค้าขึ้นอยู่กับปัจจัยภายนอกหลายอย่าง จึงทำให้ลูกค้ามาเป็นกลุ่มบ้างกระจายมาบ้าง ทำให้ช่วงเวลาระหว่างผู้ที่เข้ามาติดๆกัน(Interarrival Time) แตกต่างกันออกไป ซึ่งการแจกแจงการมาอาจเป็นแบบปัวส์ซง (Poisson) เออร์แลงก์ (Erlang) สม่ำเสมอ (Uniform) หรืออื่นๆ

2. การแจกแจงการให้บริการ (Service Distribution) เวลาที่ใช้ในการให้บริการแก่ลูกค้าที่เข้ามารับบริการนั้นมีต่างๆกัน ซึ่งการแจกแจงของเวลาที่ให้บริการอาจเป็นแบบสม่ำเสมอ เออร์แลงก์ เอกโพเนนเชียล (Exponential) หรืออื่นๆ

3. จำนวนช่องทางให้บริการ (Service Channels) อาจมี 1 ช่องทางหรือหลายช่องทาง และอาจเป็นแบบขนานหรืออนุกรมหรือทั้ง 2 อย่างผสมกัน

4. ระเบียบของแถวคอย (Queue Discipline) หมายถึงลำดับของลูกค้าในแถวคอยที่จะรับบริการ ซึ่งอาจเป็นแบบ เข้ามาก่อนได้รับบริการก่อน หรือเข้ามาหลังได้รับบริการก่อน หรือจัดให้บริการอย่างสุ่ม หรือ จัดบริการแบบอื่นๆ

5. ลักษณะแหล่งของหน่วยบริการ อาจมีขีดจำกัดหรือไม่มีขีดจำกัดในการรับลูกค้า

6. จำนวนลูกค้าที่มารับบริการ ก็อาจมีจำนวนจำกัดหรือไม่จำกัด

สถานะถ่ายทอดและสถานะอยู่ตัว (Transient and Steady States)

ในการวิเคราะห์ระบบแถวคอย จะศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในระยะเวลานานมากพอ ระบบแถวคอยจะอยู่ในสถานะถ่ายทอด ถ้าพฤติกรรมต่างๆ ขึ้นอยู่กับเวลาซึ่งมักจะเกิดในระยะแรกของการดำเนินงานเพราะพฤติกรรมต่างๆยังขึ้นอยู่กับเงื่อนไขเริ่มต้น แต่เมื่อการดำเนินงานเป็นไปในระยะเวลานานมากพอ พฤติกรรมต่างๆก็เป็นอิสระจากเวลานั่นคือ ระบบแถวคอยเข้าสู่สถานะอยู่ตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เงื่อนไขที่จำเป็นในการที่ระบบจะอยู่ในสถานะอยู่ตัว คือ เวลาทั้งหมดตั้งแต่เริ่มต้นการดำเนินงานจะต้องมากพอเพียง (ในทางคณิตศาสตร์ ถือว่าเวลาทั้งหมดมากจนสู่ค่าอนันต์) แต่เงื่อนไขนี้ก็ยังไม่เพียงพอ ที่ระบบจะเข้าสู่สถานะอยู่ตัว ต้องดูพารามิเตอร์ของระบบด้วย การศึกษาระบบแถวคอยต่อไปนี้จะศึกษาในกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัว

สัญลักษณ์ที่ใช้ในตัวแบบแถวคอย

n = จำนวนลูกค้าในระบบ

$P_n(t)$ = ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า n หน่วยในระบบที่เวลา t ใดๆในสถานะถ่ายทอด (โดยสมมติว่าระบบเริ่มต้นที่เวลา t =0)

P_n = ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า n หน่วยในระบบในสถานะอยู่ตัว

λ_n = อัตราการมาเมื่อระบบมีลูกค้าอยู่ n หน่วย

λ = อัตราการมาโดยเฉลี่ย

μ_n = อัตราการบริการ เมื่อระบบมีลูกค้า n หน่วย

μ = อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย

C = จำนวนช่องทางการให้บริการ

W_s = ค่าคาดหมายเวลารอคอยของลูกค้า 1 หน่วยในระบบ

W_q = ค่าคาดหมายเวลารอคอยของลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย

L_s = ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบ

L_q = ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอย

ρ = ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อ 1 หน่วยเวลา = $\frac{\lambda}{C\mu}$

ความสัมพันธ์ระหว่าง W_s W_q L_s และ L_q

สมมติให้ λ_n คงที่เท่ากับ λ ทุกๆค่า n ในสถานะอยู่ตัวจะได้ว่า

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n \quad \text{และ} \quad L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n-c)P_n \qquad (2.18)$$

$$L_s = \lambda W_s \quad \text{และ} \quad L_q = \lambda W_q \qquad (2.19)$$

และ

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \qquad (2.20)$$

เอา λ คูณตลอดสมการ (1.3) จะได้

$$L_s = L_q + \rho \text{ , เมื่อ } \quad \rho = \frac{1}{\mu} \qquad (2.21)$$

2.2.2. การวิเคราะห์ระบบแถวคอย

ในการศึกษารูปแบบแถวคอยนั้น กระบวนการที่ลูกค้าเข้ามาสู่ระบบและการที่ลูกค้าออกจากระบบอาจเรียกว่า กระบวนการเกิดและการตาย (The Birth-and-Death Process) โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเกิด (Birth) หมายถึง การมาสู่ระบบของลูกค้า

การตาย (Death) หมายถึง การจากไปของลูกค้าที่ได้รับบริการเสร็จเรียบร้อยแล้ว

ระบบแถวคอยที่มีการแจกแจงการมา และการจากไปแบบปัวส์ซง ในการวิเคราะห์ต้องใช้สัจพจน์ (Axiom) พื้นฐานดังต่อไปนี้

สัจพจน์ที่ 1 ให้ N(t) เป็นจำนวนลูกค้าที่เข้าหรือออกในช่วงเวลา (0,t) แบ่งเวลาช่วงนี้ออกเป็น $t_0, t_1, t_2, .., t_k$

ถ้า h > 0 , ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random Variables) $\left[N(t_{i+1}) - N(t_i)\right]$ และ $\left[N(t_{i+1}+h) - N(t_i+h)\right]$; I= 0 , 1 , ... , k-1 เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน นั่นคือ จำนวนลูกค้าที่เข้าหรือออกในแต่ละช่วงเวลาเล็กๆ เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงความถี่ลักษณะเดียวกัน

สัจพจน์ที่ 2 ในช่วงเวลาใดๆถ้า h > 0 , ความน่าจะเป็นที่ลูกค้า 1 หน่วยเข้าหรือออกในช่วงเวลา h ไม่แน่นอนคือ $0 < P\left[N(h) = 1\right] < 1$

สัจพจน์ที่ 3 ในช่วงเวลาที่เล็กมากพอเพียง คงามน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้าเข้าหรือออกมากกว่า 1 หน่วยเป็น 0 นั่นคือ $P\left[N(h) \geq 2\right] = 0$

การแจกแจงการเข้ามาสู่ระบบ (Distribution of Arrivals)

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad ; \ n = 0,1,2,\ldots \tag{2.22}$$

เมื่อ

$P_n(t)$ = ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า n หน่วยในระบบที่เวลา t ใดๆในสถานะถ่ายทอด (โดยสมมติว่าระบบเริ่มต้นที่เวลา t =0)

λ = อัตราการมาโดยเฉลี่ยของลูกค้าต่อ 1 หน่วยเวลา

การแจกแจงของช่วงเวลาระหว่างการเข้ามา (Distribution of Interarrival time)

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad , \ t > 0 \tag{2.23}$$

เมื่อ

f(t) , t >0 เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นหนาแน่นของช่วงเวลาระหว่างการเข้ามาเมื่ออัตราการเข้ามามีการแจกแจงปัวส์ซง จะได้การแจกแจงของช่วงเวลาระหว่างการมาติดๆ กันเป็นแบบ Exponential มีค่าเฉลี่ย $\frac{1}{\lambda}$ และมีความแปรปรวน $\frac{1}{\lambda^2}$

การแจกแจงการออกจากระบบ (Distribution of Departures)

$$P_n(t) = \frac{e^{-\mu t}(\mu t)^{N-n}}{(N-n)!} \qquad n = 1,2,\ldots,N \tag{2.24}$$

เมื่อ

$P_n(t)$ = ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า n หน่วยในระบบที่เวลา t ใดๆในสถานะถ่ายทอด (โดยสมมติว่าระบบเริ่มต้นที่เวลา t =0)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

μ = อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย

N = จำนวนลูกค้าที่อยู่ในระบบทั้งหมด

การแจกแจงของเวลาที่ใช้ในการให้บริการ (Distribution of Service Times)

$$g(t) = \mu e^{-\mu} \quad , t > 0 \qquad (2.25)$$

โดย

g(t) เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นหนาแน่นของเวลาที่ให้บริการ

การวิเคราะห์ตัวแบบแถวคอยขึ้นอยู่กับกระบวนการมาและการจากไปของลูกค้า ถ้าการวิเคราะห์กระทำภายใต้สัจพจน์ 3 สัจพจน์ในหัวข้อ 2.2. จะได้ว่าการเข้าสู่ระบบหรือการมาจะมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง และการแจกแจงของเวลาที่ให้บริการเป็นแบบ Exponential เรียกตัวแบบนี้ว่า ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซง ในการวิเคราะห์จะแยกเป็นตัวแบบที่มี 1 ช่องทางบริการและหลายช่องทางบริการ โดยใช้สัญลักษณ์แทนตัวแบบดังนี้

(a / b / c) : (d / e / f)

a = การแจกแจงการมา

b = การแจกแจงเวลาบริการ

c = จำนวนหน่วยบริการ

d = ระเบียบของแถวคอย

e = จำนวนลูกค้าที่มากที่สุดยอมให้อยู่ในระบบ

f = ขนาดของจำนวนลูกค้าทั้งหมดที่จะเข้าสู่ระบบ

โดยทั่วไปมักจะกำหนดให้

M = การมาหรือการแจกไปแบบปัวส์ซง

D = ช่วงเวลาระหว่างการมาหรือเวลาบริการคงที่

E_k = ช่วงเวลาระหว่างการมาหรือเวลาบริการแบบเออร์แลงก์หรือแกมมา โดยมีพารามิเตอร์ k

GD = การแจกแจงทั่วไป

ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงที่มี 1 ช่องทางบริการ (M/M/1)

ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงคือตัวแบบการรอคอยชนิดที่การเข้าสู่ระบบมีการแจกแจงปัวส์ซงและการแจกแจงของเวลาที่ให้บริการเป็นเอกซ์โพเนนเชียล ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงที่มี 1 ช่องทางบริการ แยกออกเป็นกรณีต่างๆดังต่อไปนี้

ตัวแบบแถวคอยที่มี 1 ช่องทางและแถวคอยไม่จำกัด (M/M/1): (GD/∞/∞)

ในการหา P_n ของตัวแบบแถวคอยจึงกระทำได้โดยอาศัยหลักการอัตราเข้าเท่ากับอัตราออก ดังรายละเอียดต่อไปนี้

สำหรับในสถานะ n ใดๆ (n=0,1,2,..) ของระบบ อัตราเฉลี่ยของการเกิดเหตุการณ์ลูกค้าเข้าสู่ระบบ จะเท่ากับอัตราเฉลี่ยของการเกิดเหตุการณ์ลูกค้าออกจากระบบ

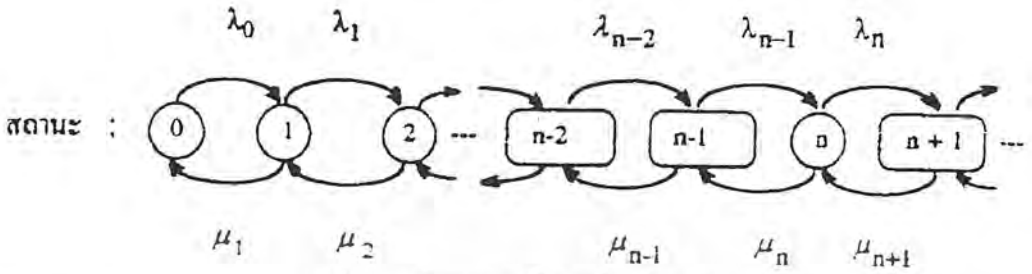
สมการที่แสดงหลักการนี้เรียกว่า สมการสมดุล (Balance Equation)

เช่น ถ้า λ_n = อัตราการเข้าสู่ระบบเมื่อระบบอยู่ในสถานะ n

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

μ_n = อัตราการออกเมื่อระบบอยู่ในสถานะ n

P_n = ความน่าจะเป็นที่ระบบอยู่ในสถานะ n



รูปที่ 2.1 รูปแสดงการเข้าออกในแต่ละสถานะ

สถานะ 0 อัตราเข้าสู่สถานะคือ μ_1 โดยที่ μ_1 เป็นอัตราการออกจากสถานะ 1 ซึ่งสถานะ 1 เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น P_1 อัตราการออกจากสถานะ 0 คือ λ_0 ซึ่งสถานะ 0 เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น P_0 จากหลักอัตราเฉลี่ยเข้าเท่ากับอัตราเฉลี่ยออกจึงได้สมการสมดุลคือ

$$\mu_1 P_1 = \lambda_0 P_0 \qquad (2.26)$$

สถานะ 1 มีเหตุการณ์ที่เกิดการเข้าสู่สถานะ 1 ได้ 2 เหตุการณ์คือ เข้าสู่สถานะ 1 ด้วยอัตราเฉลี่ย $\lambda_0 P_0$ และ $\mu_2 P_2$ และมีเหตุการณ์ที่ลูกค้าออกจากสถานะ 1 ได้ 2 เหตุการณ์ ในอัตราเฉลี่ย $\lambda_1 P_1$ และ $\mu_1 P_1$ จากหลักการอัตราเฉลี่ยเข้าเท่ากับอัตราเฉลี่ยออกจึงได้สมการสมดุลคือ

$$\lambda_0 P_0 + \mu_2 P_2 = \lambda_1 P_1 + \mu_1 P_1 = (\lambda_1 + \mu_1) P_1 \qquad (2.27)$$

ซึ่งสามารถหาค่า P_n จากสถานะต่างๆ ได้ดังนี้

สถานะ 0 : $P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0$ (2.28)

สถานะ 1 : $P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 + \frac{1}{\mu_2}(\mu_1 P_1 - \lambda_0 P_0) = \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_1 \mu_1} P_0$ (2.29)

สถานะ n : $P_{n-1} = \frac{\lambda_n}{\mu_{n+1}} P_n + \frac{1}{\mu_{n+1}}(\mu_n P_n - \lambda_{n-1} P_{n-1}) = \frac{\lambda_n \lambda_{n-1} \cdots \lambda_0}{\mu_{n+1} \mu_n \cdots \mu_1} P_0$ (2.30)

ในสถานะอยู่ตัวจะได้

$$P_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} P_0 \qquad , n = 1,2,\ldots \qquad (2.31)$$

โดย

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \qquad (2.32)$$

จำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ยคือ

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n \qquad (2.33)$$

ถ้าระบบมีจำนวนช่องทางบริการ C ช่องทางจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ยคือ

$$L_q = \sum_{n=C}^{\infty} (n - C) P_n \qquad (2.34)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความสัมพันธ์ระหว่าง W_s, L_s และ W_q, L_q เมื่อ λ_n และ μ_n เป็นอัตราการเข้าและอัตราการออกขณะที่ลูกค้าอยู่ในระบบ n หน่วย จะได้ว่า

$$W_s = \frac{L_s}{\overline{\lambda}} \tag{2.35}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\overline{\lambda}} \tag{2.36}$$

$\overline{\lambda}$ คืออัตราการมาโดยเฉลี่ยต่อหน่วยเวลา เมื่อระบบดำเนินเป็นระยะเวลานานพอ โดย

$$\overline{\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n \tag{2.37}$$

ตัวแบบแถวคอยที่มี 1 ช่องทางบริการและแถวคอยไม่จำกัด อัตราเข้าและออกในสถานะ n ใดๆคงที่คือ

$$\lambda_n = \lambda \quad , \quad n = 0,1,2,..$$
$$\mu_n = \mu \quad , \quad n = 1,2,3,.. \tag{2.38}$$

ซึ่งเมื่อนำไปแทนค่าในสมการจะได้

$$P_n = (\frac{\lambda}{\mu})^n (1 - \frac{\lambda}{\mu}) = \rho^n (1-\rho), n = 0,1,2,... \tag{2.39}$$

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{2.40}$$

$$L_q = L_s - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \tag{2.41}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{2.42}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \tag{2.43}$$

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} \tag{2.44}$$

ตัวแบบแถวคอยที่มี 1 ช่องทางบริการและแหล่งของหน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้าคือแถวคอยจำกัด (M/M/1) : (GD/M/∞)

ถ้าแหล่งของหน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้า ในกรณีนี้ลูกค้าจะเข้าสู่ระบบแถวคอยตามปกติจนกว่าในระบบจะมีลูกค้าเต็มขีดจำกัดที่แหล่งของหน่วยบริการจะรับได้ลูกค้าก็จะไม่เข้าสู่ระบบอีก

ให้ M = จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้

λ_n = อัตราการเข้ามาสู่ระบบขณะที่มีลูกค้าในระบบ n หน่วย

μ_n = อัตราการบริการขณะที่ระบบมีลูกค้า n หน่วย

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda; n = 0,1,2,..,M-1 \\ 0; n \geq M \end{cases} \tag{2.45}$$

$$\mu_n = \mu; n = 1,2,...M \tag{2.46}$$

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_n = \rho^n \frac{1-\rho}{1-\rho^{M+1}}, n = 0,1,2,...,M \quad (2.47)$$

$$L_s = \rho\left[\frac{-(M+1)\rho^M}{1-\rho^{M+1}} + \frac{1}{1-\rho}\right] = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(M+1)\rho^{M+1}}{1-\rho^{M+1}} \quad (2.48)$$

$$L_q = L_s - (1-P_0) \quad (2.49)$$

$$W_s = \frac{L_s}{\overline{\lambda}} \quad (2.50)$$

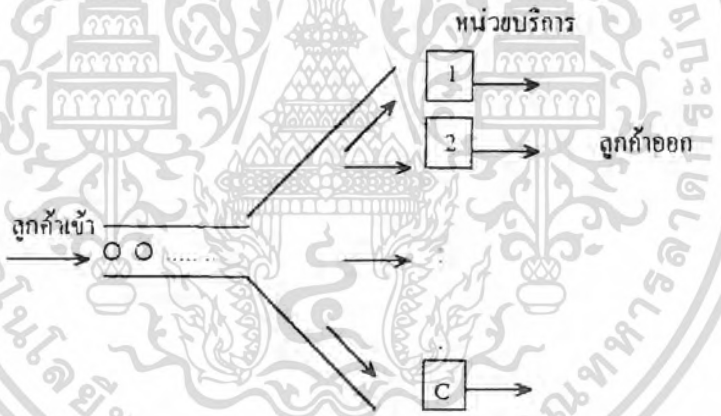
$$W_q = \frac{L_q}{\overline{\lambda}} \quad (2.51)$$

เมื่อ

$$\overline{\lambda} = \lambda(1-P_M) \quad (2.52)$$

ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงที่มีหลายช่องทางบริการ (M/M/C)

ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงที่มี C ช่องทางบริการแบบขนาน (เมื่อ C > 1) ตัวแบบนี้แสดงว่าขณะเวลาเดียวกันลูกค้าสามารถเข้ารับบริการได้คราวละ C หน่วย ถ้าจำนวนลูกค้าในระบบมากกว่า C หน่วย และจะเข้ารับบริการคราวละ n หน่วยถ้า $n \le C$



รูปที่ 2.2 แสดงตัวแบบแถวคอยที่มี C ช่องทางบริการแบบขนาน

การวิเคราะห์ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซงที่มีหลายช่องทางบริการ จะแยกออกเป็นกรณีต่างๆได้ดังนี้

ตัวแบบแถวคอยที่มีหลายช่องทางบริการและความยาวแถวคอยไม่จำกัด (M/M/C):(GD/∞/∞)

ระบบแถวคอยที่มี C หน่วยบริการและแต่ละหน่วยบริการรับลูกค้าได้ไม่จำกัด ถ้าแต่ละหน่วยบริการให้บริการในอัตราเฉลี่ยคงที่ μ ต่อหน่วยเวลา และอัตราการเข้ามาสู่ระบบแถวคอยมีอัตราคงที่ λ ต่อหน่วนเวลาจะได้ว่า

$$\lambda_n = \lambda, n = 0,1,2,... \quad (2.53)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, n = 1,2,..,C \\ C\mu, n > C \end{cases} \quad (2.54)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0, 0 \le n \le C \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{C!C^{n-C}} P_0, N > C \end{cases} \quad (2.55)$$

เมื่อ

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{C-1} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \dfrac{(\lambda/\mu)^C}{C!} - \dfrac{1}{1-\dfrac{\lambda}{\mu}}} \quad (2.56)$$

และได้ค่าต่างๆดังนี้

$$L_q = P_0 \frac{(\lambda/\mu)^C}{C!} \rho \frac{1}{(1-\rho)^2} \quad (2.57)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.58)$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.59)$$

$$L_s = \lambda(W_q + \frac{1}{\mu}) = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.60)$$

เมื่อระบบมี C ช่องทางบริการ โอกาสที่แต่ละช่องทางบริการไม่ว่างคือ $\rho = \dfrac{\lambda}{C\mu}$ ค่าคาดหมายจำนวนช่องทางบริการที่ว่างคือ

$$\overline{C} = \sum_{n=0}^{C} (C-n) P_n \quad (2.61)$$

ตัวแบบแถวคอยที่มีหลายช่องทางบริการและหน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้าคือแถวคอยจำกัด (M/M/C) : (GD/M/∞)

ตัวแบบนี้หน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้า ในกรณีนี้ลูกค้าจะเข้าสู่ระบบตามปกติจนกว่าระบบจะมีลูกค้าเต็มขีดจำกัด ลูกค้าใหม่ก็จะไม่เข้าสู่ระบบอีก

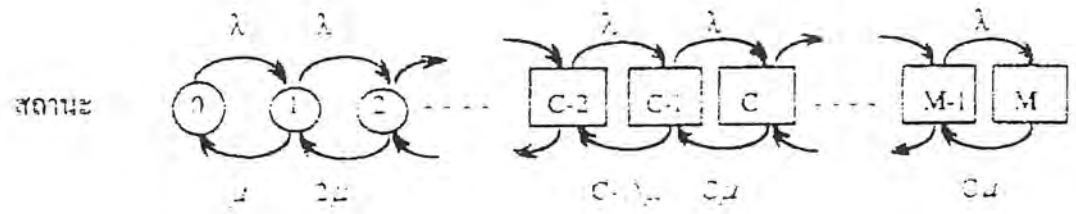
ให้ M = จำนวนที่มากที่สุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้

C = จำนวนช่องทางบริการ

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda & , n = 0,1,2,\ldots,M-1 \\ 0 & , n \ge M \end{cases} \quad (2.62)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & , 0 \le n < C \\ C\mu & , C \le n \le M \\ 0 & , n > M \end{cases} \quad (2.63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 แสดงการเข้าออกในแต่ละสถานะเมื่อระบบมีหลายช่องทางบริการและมีขีดจำกัดในการรับลูกค้า

จะได้

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0, 0 \le n < C \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{C!C^{n-c}} P_0, C \le n \le M \\ 0 \qquad\qquad , n > M \end{cases} \tag{2.64}$$

เมื่อ

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{C-1} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \dfrac{(\lambda/\mu)^C \left[1-\rho^{M-C+1}\right]}{C!(1-\rho)}} \quad \text{เมื่อ} \quad \rho = \frac{\lambda}{C\mu} < 1 \tag{2.65}$$

และได้ค่าต่างๆดังนี้

$$L_q = P_0 \frac{(\lambda/\mu)^C \rho}{C!(1-\rho)^2} \left\{1-\rho^{M-C} - (M-C)\rho^{M-C}(1-\rho)\right\} \tag{2.66}$$

$$L_s = L_q + (C - \overline{C}) \qquad , \overline{C} = \sum_{n=0}^{C} (C-n) P_n \tag{2.67}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\overline{\lambda}} \tag{2.68}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\overline{\lambda}} \tag{2.69}$$

เมื่อ

$$\overline{\lambda} = \lambda(1 - P_M) \tag{2.70}$$

ตัวแบบระบบแถวคอยที่มีหลายช่องทางบริการและจำนวนลูกค้าที่จะเข้ารับบริการมีจำนวนจำกัด(M/M/C) : (GD/M/M)

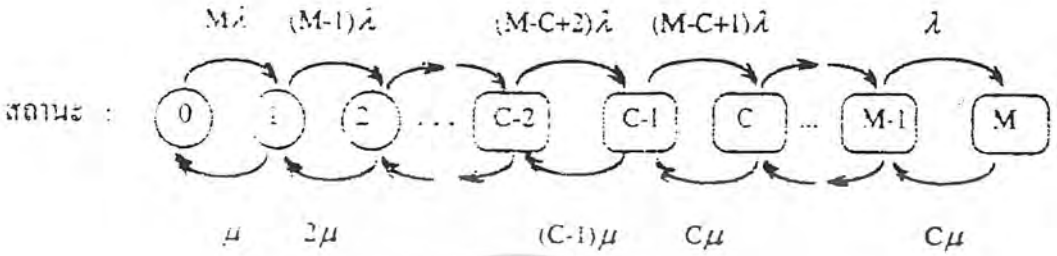
ตัวแบบนี้โดยปกติจะอ้างถึงตัวแบบที่เกี่ยวข้องกับการซ่อมหรือการบำรุงรักษาเครื่องจักรซึ่งมีอยู่เป็นจำนวนจำกัด เช่น มีเครื่องจักร M เครื่อง มีผู้ซ่อมหรือบำรุงรักษา C คน จะได้ว่า

$$\lambda_n = \begin{cases} (M-n)\lambda \qquad , n = 0,1,2,..,M-1 \\ 0 \qquad\qquad\quad , n \ge M \end{cases} \tag{2.71}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu\ , 0 \le n \le C \\ C\mu\ , C \le n \le M \\ 0 \quad , n > M \end{cases} \tag{2.72}$$



รูปที่ 2.4 แสดงการเข้าออกในแต่ละสถานะเมื่อระบบมีหลายช่องทางบริการและจำนวนลูกค้ามีจำนวนจำกัด

เมื่อระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัวจะได้

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{M!}{(M-n!)n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & ,0 \le n \le C \\ \dfrac{M!}{(M-n)!C!C^{n-C}}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & ,C \le n \le M \\ 0 & ,n > M \end{cases} \tag{2.73}$$

เมื่อ

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{C} \dfrac{M!}{(M-n)!n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n-C+1}^{M} \dfrac{M!}{(M-n)!C!C^{n-C}}\left(\dfrac{\lambda}{\varpi}\right)^n} \tag{2.74}$$

และได้ค่าต่างๆดังนี้

$$L_q = \sum_{n=C+1}^{M}(n-C)P_n \tag{2.75}$$

$$L_s = L_q + (C - \overline{C}) \qquad ,\overline{C} = \sum_{n=0}^{C}(C-n)P_n \tag{2.76}$$

$$W_s = \frac{L_s}{\overline{\lambda}} \tag{2.77}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\overline{\lambda}} \tag{2.78}$$

เมื่อ

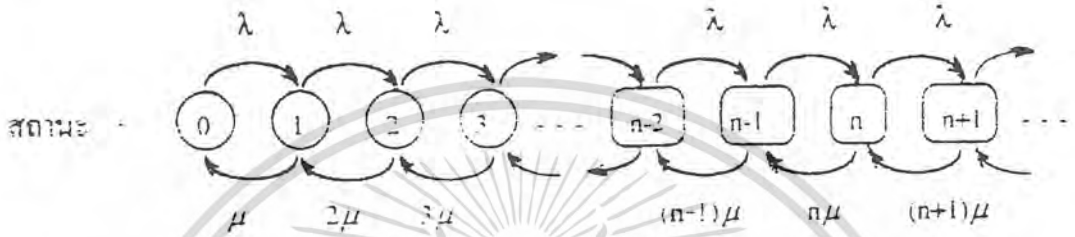
$$\overline{\lambda} = (M - L_s) \tag{2.79}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

42438

ตัวแบบแถวคอยที่จำนวนหน่วยบริการเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนลูกค้าในระบบ (M/M/∞) : (GD/∞/∞)

ตัวแบบนี้จะสอดคล้องกับตัวแบบแถวคอยที่มีหลายช่องทางบริการกรณีที่มีความยาวแถวคอยไม่จำกัด จะแตกต่างกันที่ลูกค้าจะออกจากระบบได้ครางละ 1 หน่วยเท่านั้น เพราะว่าตัวแบบนี้ทุกๆหน่วยบริการจะช่วยกันบริการลูกค้า 1 หน่วย นโยบายของตัวแบบนี้เพื่อหลีกเลี่ยงไม่ให้มีการรอในแถวคอย หรือไม่ให้มีแถวคอย (Lq) นั่นเอง ดังนั้นจำนวนหน่วยบริการจึงต้องเพียงพอต่อการบริการลูกค้าโดยจำนวนหน่วยบริการเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนลูกค้าในระบบ นั่นคือจำนวนหน่วยบริการที่เวลาใดๆ จะต้องเท่ากับค่าคาดหมายของจำนวนลูกค้าในระบบ (Lq)



รูปที่ 2.5 แสดงการเข้าออกในแต่ละสถานะเมื่อจำนวนหน่วยบริการเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนลูกค้าในระบบ

โดยจะได้

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}P_0 \quad ,n = 0,1,2,... \qquad (2.80)$$

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu} \qquad (2.81)$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \qquad (2.82)$$

$$L_q = W_q = 0 \qquad (2.83)$$

รูปแบบนี้ไม่มีเวลารอคอยในแถวคอย สำหรับเวลาที่อยู่ในระบบก็คือเวลาที่รับบริการนั่นเอง

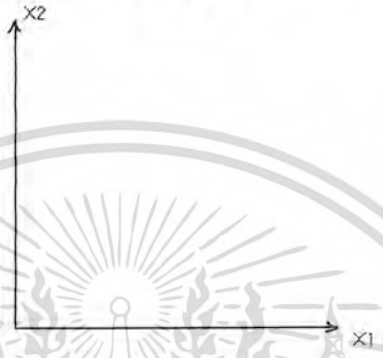
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3. กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

2.3.1 การแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟ(Graphical Solution)

ในกรณีที่กำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจเพียง 2 ตัวแปร แหลงว่ามี2มิติ ดังนั้นการแก้ปัญหานี้ทำได้โยใช้วิธีการเขียนกราฟดังนี้

1. เขียนกราฟ 2 มิติ แทนด้วยแกนx_1 และ x_2 ดังรูป2.6



รูปที่2.6 รูปที่กราฟ 2 มิติ แทนด้วยแกนx_1 และ x_2

2. เขียนกราฟของสมการหรืออสมการข้อจำกัดแล้วหาค่าของ(x_1, x_2) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัด เช่น ค้ามีกำหนดการเชิงเส้นคือ

หาค่าสูงสุดของ $Z = 3x_1+5x_2$

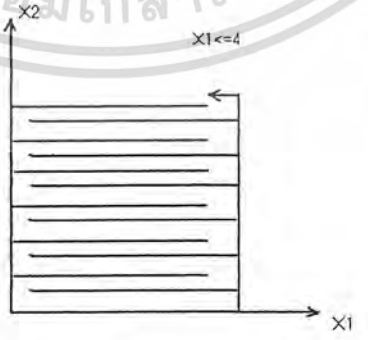
โดยมีข้อจำกัด $x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1+2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0 , x_2 \geq 0$ (2.84)

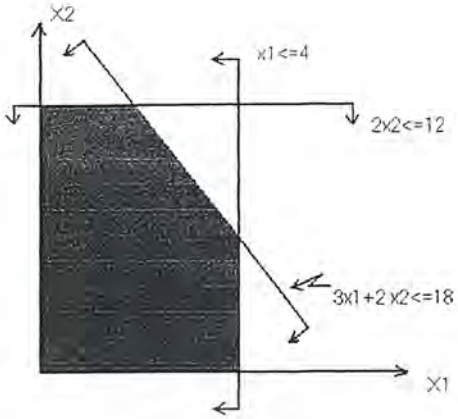
พิจารณาข้อจำกัด $x_1 \leq 4 , x_1 \geq 0 , x_2 \geq 0$ หมายความว่าค่า(x_1, x_2) จะอยู่ทางซ้ายของเส้นตรง $x_1=4$ และอยู่ในจตุภาคที่1 ดังรูปที่2.7



. **รูปที่2.7** พิจารณาข้อจำกัด $x_1 \leq 4 , x_1 \geq 0 , x_2 \geq 0$

ต่อไปเขียนกราฟของ $2x_2 \leq 12 , 3x_1+2x_2 \leq 18$ ดังรูปที่2.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่2.8 แสดงบริเวณของ(x_1, x_2) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดทั้งหมด

3. ดังรูปที่2.8 หาจุดในอาณาบริเวณที่ค่าของ(x_1, x_2) สอดคล้องกับทุกๆข้อจำกัด และทำให้ค่า $Z=3x_1+5x_2$ มีค่าสูงสุด ดังนี้

กำหนดค่า Z คงที่จะได้ว่า สมการ $Z=3x_1+5x_2$ เป็นเส้นตรง ทุกๆจุดบนเส้นตรงนี้จะให้ค่า Z เดียวกัน และเมื่อกำหนดค่าZ ต่างจากเดิมก็ได้เส้นตรงเส้นใหม่ เส้นตรงทุกๆเส้นที่ได้จากการกำหนดค่าZ ต่างๆ กันนี้จะขนานกันและมีความชัน –3/5 ทั้งนี้เนื่องจากความชันของสมการเส้นตรง คือ$Z=c_1x_1+c_2x_2$ คือ $-c_1/c_2$

ซึ่งเป็นอิสระจากค่า Z ที่เปลี่ยนไป ดังนั้นในการหาค่า(x_1, x_2) ที่ให้ค่า Z สูงสุด และสอดคล้องข้อจำกัดจึงทำได้โดยเขียนเส้นตรงที่มีความชัน –3/5 ดังรูปที่2-5 เนื่องจากค่า Z จะเพิ่มขึ้นเมื่อ x_1,x_2 เพิ่มขึ้น จึงเลื่อนเส้นตรงที่มีความชัน-3/5 นี้ไปทางขวามือจนสุดอาณาบริเวณแรเงาที่จุด A ค่า Z สูงสุด=36

การหาค่า (x_1, x_2) ที่ให้ค่า Z สูงสุด จะหาได้โดยดูว่าจุด(x_1, x_2) ที่ให้ค่า Z สูงสุดนั้นได้จากอสมการของข้อจำกัดใดจากรูปที่2-5 จะเห็นได้ว่าจุ A ได้จากการตัดกันของกราฟ $2x_2=12$,$3x_1+2x_2=18$

จุดตัดของ2สมการนี้จะได้ (x_1, x_2) =(2,6) นั่นคือ $x_1=2$, $x_2=6$ ทำให้ได้ค่า Z=36 ซึ่งสูงสุดและสอดคล้องกับข้อจำกัด

ถ้าต้องการหาค่าน้อยสุดของ $Z=3x_1+5x_2$ ได้โดยเลื่อนเส้นตรงไปทางซ้ายมือจนสุดอาณาบริเวณแรเงาดังรูปที่2-6 ได้ Zน้อยที่สุด =0 เมื่อ (x_1, x_2)=(0,0)

ตัวอย่าง จงหาค่าสูงสุดของ $Z=5x_1-3x_2$

ข้อจำกัด $x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

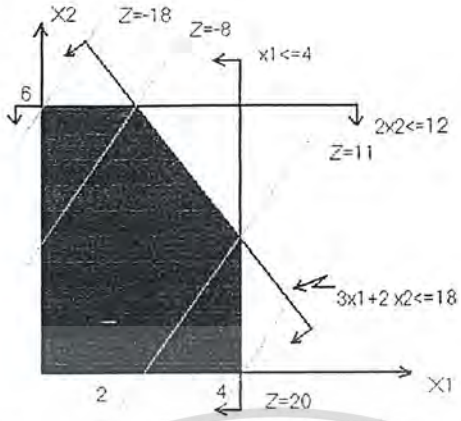
$3x_1+2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ (2.85)

วิธีทำ 1. เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดแล้วหาค่าของ(x_1, x_2) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัด จะได้ดังรูปที่ 2.8

2.หาค่าสูงสุดของ $Z=5x_1-3x_2$ เนื่องจากค่า Z จะเพิ่มขึ้นถ้า x_1 เพิ่มขึ้นและ x2ลดลง จึงเลื่อนเส้นตรงที่มีความชัน-(-5/3)=5/3 นี้ไปทางขวามือจนสุดอาณาบริเวณที่จุด A ดังรูปที่ 2.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่2.9 แสดงค่า(x_1, x_2)ที่ให้ค่า Z สูงสุด ที่สอดคล้องกับข้อจำกัด

หาค่าของ x_1, x_2ที่จุดAจะได้ $x_1 \leq 4$, $x_2=0$ ค่า Z สูงสุด=5(4)-3(0)=20

2.3.2 การแก้ปัญหาโดยวิธีซิมเพลกซ์(Simplex Method)

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัว วิธีที่นิยมใช้ในการหาคำตอบคือวิธี ซิมเพลกซ์ ซึ่งสามารถใช้หาคำตอบปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรหลายตัวหรือปัญหาขนาดใหญ่ได้ การแก้ปัญหาวิธีซิมเพลกซ์ จึงมีความสำคัญที่จะต้องเรียนรู้ว่ามีขั้นตอนอย่างไรบ้าง เพื่อได้เข้าใจว่าทำอย่างไรจึงจะวิเคราะห์รูปแบบปัญหานี้ได้ การแก้ปัญหาวิธีซิมเพลกซ์จะต้องมีการสร้างรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน คือเปลี่ยนข้อจำกัดที่อยู่ในรูปอสมการให้เป็นสมการที่สมมูลกันเช่น

จากรูปแบบที่ง่ายที่สุดของกำหนดการเชิงเส้น คือ

หาค่าสูงสุดของ $Z=3x_1+5x_2$

ข้อจำกัด $x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1+2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ (2.86)

เขียนข้อจำกัดให้อยู่ในรูปสมการข้อจำกัดที่สมมูลกัน โดยใช้ตัวแปรขาด (Slack Variable) ดังนี้

ให้ $s_1, s_2, s_3 \geq 0$ เป็นตัวแปรขาดสมการข้อจำกัดที่สมมูลกับข้อจำกัด(2.86)คือ

$x_1+s_1=4$

$2x_2+s_2=12$

$3x_1+2x_2+s_3=18$

ดังนั้นกำหนดการเชิงเส้นใหม่อยู่ในรูปแบบมาตรฐานคือ

หาค่าสูงสุดของ $Z=3x_1+5x_2$

ข้อจำกัด $x_1+s_1=4$

$2x_2+s_2=12$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$3x_1+2x_2+s_3=18$$

โดยที่ $x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$ (2.87)

จากสมการบนจะได้ว่า ระบบสมการนี้มีตัวแปรมากกว่าข้อจำกัดอยู่ 2 ตัว ในการแก้ปัญหาของระบบสมการนี้จึงมี 2 ระดับความเสรี (2 degree of freedom) ในการเลือก 2 ตัวแปรใดๆ ให้มีค่าได้ตามใจชอบเพื่อให้ข้อจำกัดมีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรคือ สมการ3ตัวแปร เพื่อกันไม่ให้มีตัวแปรมากเกินความจำเป็น (Redundant) สำหรับวิธีซิมเพลกซ์นี้จะให้ค่าคงที่ตามใจชอบเป็น 0 เรียกตัวแปรที่ถูกกำหนดค่าเป็น 0 นี้ว่า ตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน (Nonbasic variables) ตัวแปรอื่นที่เหลือเรียกว่า ตัวแปรมูลฐาน (basic variables)คำตอบที่ได้จากการแก้สมการนี้เรียกว่า คำตอบมูลฐาน (basic solution) สำหรับคำตอบมูลฐานที่ไม่เป็นลบ เรียกว่า คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ (basic feasible solution)

เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหาสมการ (0)ซึ่งเป็นข้อจำกัดแรกจึงมีการปรับสมการเป้าหมายให้เป็นเสมือนข้อจำกัดใหม่ ดังนั้น ก่อนจะเริ่มวิธีซิมเพลกซ์ จึงเขียนรูปแบบปัญหาใหม่ที่สมมูลกับเดิมดังนี้

หาค่าสูงสุดของ Z

ข้อจำกัด (0) $Z-3x_1-5x_2=0$

(1) $x_1+s_1=4$

(2) $2x_2+s2=12$

(3) $3x_1+2x_2+s3=18$

$x_1, x_2, s_1, s2, s3 \geq 0$ (2.88)

เพราะว่าสมการ (0)ซึ่งเป็นข้อจำกัดแรกนั้นได้จากฟังก์ชันเป้าหมายซึ่งเป็นสมการอยู่แล้ว จึงไม่มีตัวแปรขาด แต่ค่าปัญหาเดิมไม่ได้อยู่ในรูปแบบว่าที่สุด สมการ (0)ซึ่งเป็นข้อจำกัดแรกจะเปลี่ยนไปจากเดิม

ความคิดมูลฐานของวิธีซิมเพลกซ์คือ การแก้ปัญหาระบบสมการโดยกระทำซ้ำๆ กัน เริ่มจากคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้แล้วเปลี่ยนตัวแปรมูลฐานใหม่คราวละ 1 ตัว โดยพิจารณาจากตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน ทั้งนี้เพื่อให้คำตอบดีขึ้น กระทำซ้ำๆจนได้คำตอบที่เหมาะสม เรียกตัวแปรมูลฐานใหม่ว่า ตัวแปรมูลฐานเข้า (entering basic variables) สำหรับตัวแปรมูลฐานเดิมที่ถูกแทนที่ด้วยตัวแปรมูลฐานใหม่จะกำหนดเป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานสม เรียกตัวแปรมูลฐานนี้ว่า ตัวแปรมูลฐานออก(leaving basic variables)

คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้นี้ จะเปลี่ยนไปเมื่อเปลี่ยนตัวแปรเข้าและออก 1 ครั้ง คำตอบที่ได้ใหม่เรียกว่าว่า คำตอบมูลประชิด (Adjacent Basic Feasible solution)คำตอบมูลฐานนี้จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมเมื่อเปลี่ยนตัวแปรแล้วคำตอบไม่ดีขึ้น

ขั้นตอนของวิธี ซิมเพลกซ์

ขั้นตอนเริ่มต้น (Initialization Step)

จากระบบสมการ(2.88)ตัวแปร s_1, s_2, s_3 เป็นตัวแปรขาด(slack variables) เลือกตัวแปรเดิม (x_1, x_2) ให้เป็น ตัวแปรไม่เป็นมูลฐานเริ่มต้นและมีค่าเป็น 0 (เพื่อรักษาข้อจำกัด $x_1 \geq 0$,) ดังนั้นตัวแปรขาด s_1, s_2, s_3 เป็นตัวแปรมูลฐานเริ่มต้น เพื่อความสะดวกในการหาคำตอบจึงสร้างรูปแบบตาราง ของวิธีซิมเพลกซ์ ดังตารางที่ 2.3 เพื่อบันทึกข้อมูลที่สำคัญดังนี้

1. สัมประสิทธิ์ของตัวแปร
2. ค่าคงที่ทางขวามือของแต่ละสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ตัวแปรเป็นมูลฐานที่ปรากฏในแต่ละสมการขณะทำการเปลี่ยนตัวแปร จากดังตารางที่ 2.3 จะเห็นว่า แต่ละสมการข้อจำกัดจะมีตัวแปรมูลฐาน 1 ตัว และมี สัมประสิทธิ์ +1 ตัวแปรมูลฐานแต่ละตัว จะมีค่าเท่ากับค่าคงที่ทางขวามือของแต่ละสมการ ดังนั้นคำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial Basic Feasible solution)ดังตารางที่ 2.3 คือ$(x_1, x_2, s_1, s_2. s_3)$ =(0,0,4,12,12)

ตารางที่ 2.3 ตารางวิธีซิมเพลกซ์ของกำหนดการเชิงเส้น(2.88)

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1	-3	-5	0	0	0	0
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
s_2	2	0	0	2	0	1	0	12
s_3	3	0	3	2	0	0	1	18

ขั้นตอนที่ต้องกระทำซ้ำๆ (Iteration Step)

เมื่อได้คำตอบเริ่มต้นแล้ว ต่อไปต้องมีการปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมโดยการเพิ่มค่าตัวแปรขึ้นเรื่อยๆซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

ขั้นที่1 หาตัวแปรมูลฐานเข้า(entering basic variables) ในกรณีปัญหาที่ต้องการหาค่าสูงสุดจะพิจารณเลือกตัวแปรไม่เป็นมูลฐานที่มีสัมประสิทธิ์ในสมการ (0) ติดลบมากที่สุด เพราะเมื่อตัวแปรเพิ่มค่าจาก 0 เป็นค่าบวกจะทำให้เพิ่มค่า Z ได้เร็วที่สุด เช่น $Z-3x_1-5x_2=0$ เริ่มต้นให้ $x_1= x_2=0$ จะมีผลให้ Z=0 เมื่อเพิ่มค่าของ x_1, x_2 จะมีผลให้ค่า x สูงขึ้น เช่น

ถ้าเพิ่มค่า x_1 โดยที่ x_2=0จะมีผลให้ $Z=3x_1$

ถ้าเพิ่มค่า x_2 โดยที่ x_1=0จะมีผลให้ $Z=5x_2$ (2.89)

การเพิ่มค่าตัวแปรจึงต้องดูค่าสัมประสิทธิ์เป็นลบ เพราะเมื่อย้ายข้างจะเป็นบวก และจากการสมการ(2.89)จะได้ว่าต่อ 1 หน่วยที่เพิ่มค่า x_2 จะได้ค่าZ เพิ่มเร็วกว่าเพิ่มค่า x_1 1หน่วย ดังนั้นเพื่อให้ค่า Z ถึงจุดเป้าหมายเร็วที่สุด จึงเลือกตัวแปรเข้าที่มีสัมประสิทธิ์ในสมการ ติดลบมากที่สุด

จากตารางที่ 2.3สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x_2ติดลบมากที่สุดคือ-5 จึงเลือกตัวแปรมูลฐานเข้าคือ เปลี่ยนจากตัวแปรไม่เป็นมูลฐานเป็นตัวแปรมูลฐาน สดมภ์ (column) ที่อยู่ภายใต้ x_2 ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ x_2 ในข้อจำกัด เรียกว่า สดมภ์หลัก (pivot column) จากตารางที่ 2.4 และถ้าสมการ (0) มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปร=0หรือเป็นบวก แสดงว่า ไม่สามารถหาตัวแปรมูลฐานเข้าเพื่อเพิ่มค่า Z ได้อีก

ขั้นที่2 หา ตัวแปรมูลฐานออก(leaving basic variables) เมื่อได้ตัวแปรมูลฐานเข้าแล้ว ต่อไปต้องหาตัวแปรมูลฐานออก เพื่อให้จำนวนตัวแปรมูลฐานเท่าเดิม การหาตัวแปรมูลฐานออกพิจารณาดังนี้

1. เลือกสัมประสิทธิ์ในสดมภ์หลักที่มีค่ามากกว่า 0
2. หารค่าคงที่ทางขวามือด้วยสัมประสิทธิ์ ในสดมภ์หลักที่มีค่ามากกว่า 0 และอยู่ในแถวเดียวกัน ดู ตารางที่ 2.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. เลือกสมการที่ให้ผลหารน้อยที่สุดซึ่งได้แก่สมการ 2 แล้วล้อมกรอบแถวที่ให้ผลหารน้อยที่สุดนี้ดังตารางที่ 2.5 เรียกแถวนี้ว่าว่า แถวหลัก (pivot row)ตัวเลขที่ถูกล้อมกรอบทั้งด้านแถวและสดมภ์เรียกว่า เลขหลัก (pivot number)

ตารางที่ 2.4 แสดงตัวแปรมูลฐานเข้า คือ x_2

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1	-3	-5	0	0	0	0
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
s_2	2	0	0	2	0	1	0	12
s_3	3	0	3	2	0	0	1	18

4. เลือกตัวแปรมูลฐานออกจากแถวนี้ คือ เลือก s_2

ตารางที่ 2.5 แสดงตัวแปรมูลฐานเข้า คือ s_2

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1	-3	-5	0	0	0	0
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
s_2	2	0	0	2	0	1	0	12
s_3	3	0	3	2	0	0	1	18

ขั้นที่3 เมื่อเลือกตัวแปรเข้าและตัวแปรออกได้แล้ว หาคำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ชุดใหม่โดยสร้างตารางใหม่ดังนี้

ใน 3 สดมภ์แรกคงเดิม ยกเว้น s_2 ในสมการ 2 ซึ่งเป็นตัวแปรออกจะถูกแทนที่ด้วย x_2 สำหรับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานใหม่ ในแถวหลักทำให้เป็น +1 โดยหารแถวหลักด้วย เลขหลัก ดังนั้นสัมประสิทธิ์ ของตัวแปรเท่ากับ

สัมประสิทธิ์ เดิมในแถวหลัก / เลขหลัก

ดังตารางที่ 2.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.6 สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในแถวหลักใหม่

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1						
s_1	1	0						
x_2	2	0	0	1	0	½	0	6
s_3	3	0						

ต่อไปทำให้สัมประสิทธิ์ของ x_2 ในแถวอื่น เป็น 0 ทั้งหมด ซึ่งทำได้โดยใช้สูตรดังนี้

แถวใหม่ = แถวเดิม – (สัมประสิทธิ์ ในสดมภ์หลัก x แถวหลักใหม่)	(2.90)

พิจารณา แถว (0) สัมประสิทธิ์ ที่ตรงกับในสดมภ์หลัก) หรือสัมประสิทธิ์ ที่ตรงกับ x_2 คือ-5

แถว (0)ใหม่= แถว(0) เดิม-((-5)x แถวหลักใหม่)

แถว(0) เดิม	-3	-5	0	0	0	0
(-5)x แถวหลักใหม่	0	-5	0	-5/2	0	-30
แถว (0)ใหม่	-3	0	0	5/2	0	30

พิจารณา แถว (3) สัมประสิทธิ์ ในสดมภ์หลักคือ 2

เอา 2 คูณเข้ากับแถวหลักใหม่แล้วลบออกจากแถว (3) จะได้

แถว(3) เดิม	3	2	0	0	1	18
2xแถวหลักใหม่	0	2	0	1	0	12
แถว (3)ใหม่	3	0	0	-1	1	6

ดังนั้นเมื่อเปลี่ยนตัวแปรเข้าและออก 1 ครั้ง จะได้ตารางใหม่คือ ตารางที่ 2.7 ค่าของตัวแปรมูลฐาน ยังคงเท่ากับค่าคงที่ทางขวามือ คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ชุดใหม่คือ

$(x_1, x_2, s_1, s_2, s_3) = (0,6,4,0,6)$ ค่า $Z=30$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.7 ค่าของตัวแปรมูลฐานใหม่

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1	-3	0	0	5/2	0	30
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
x_2	2	0	0	1	0	½	0	6
s_3	3	0	3	0	0	-1	1	6

จาก ตารางที่ 2.7 จะเห็นได้ว่า x_2 เป็นตัวแปรมูลฐานเข้าซึ่งเพิ่มค่าจาก 0 เป็น 6 ขณะที่ s_2 เป็นตัวแปรมูลฐานออกลดเป็น 0 การที่เลือกตัวแปรมูลฐานออกคือ s_2 ซึ่งได้จากแถวที่ให้ผลหารของค่าคงที่ขวามือซึ่งหารด้วยค่าสัมประสิทธิ์ในสดมภ์หลักมีค่าน้อยที่สุดนั้น เพราะว่าค่า x_2 ที่เพิ่มขึ้นนี้จะต้องสอดคล้องกับทุกๆข้อจำกัดเดิม ตัวอย่างเช่น ข้อจำกัดเกี่ยวกับ x_2 คือ

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1+2x_2 \leq 18$$

ถ้า $x_2=6$ จะได้ว่าเมื่อแทน ถ้า $x_2=6, x_1=0$ ลงในอสมการทั้ง 2 อสมการยังคงเป็นจริง แต่ถ้าเลือก s_3 ในสมการ 3 เป็นตัวแปรออก เมื่อ x_2 เข้าแทนที่ s_3 จะต้องทำให้สัมประสิทธิ์ ของ x_2 ในสมการ 3 เป็น +1 ค่าของ x_2ที่เพิ่มขึ้นคือค่าคงที่ขวามือจะได้เท่ากับ 9 เมื่อแทน $x_2=9$ ลงในอสมการ $2x_2 \leq 12$ จะได้ว่าไม่จริง ดังนั้นจึงต้องเลือกตัวแปรออกในแถวที่มีผลหารน้อยที่สุดเพื่อให้ค่าที่ได้ยังคงสอดคล้องกับข้อจำกัด

ขั้นที่ 4 เมื่อได้คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ชุดใหม่แล้ว ต่อไปตรวจสอบดูว่าคำตอบที่ได้เหมาะสมหรือไม่ จากสมการ 0 ในตารางที่ 2.7 จะเห็นได้ว่า ยังมีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่เป็นลบคือสัมประสิทธิ์ของ x_1 เท่ากับ-3 แสดงว่ายังสามารถเพิ่มค่า Z ได้อีกโดยพิจารณาตัวแปรเข้าและออกใหม่ จะได้ว่าให้ x_1 เป็นตัวแปรเข้า s_3 เป็นตัวแปรออก ดังตารางที่ 2.8 จากตารางนี้ เลขหลักคือ 3 ทำให้เลขหลัก หรือสัมประสิทธิ์ของ x_1 ในแถว 3 หรือแถวหลักเป็น 1 โดยเอา 3 หารตลอด ได้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในแถวหลักใหม่คือ

$$1 \quad 0 \mid 0 \quad -1/3 \quad 1/3 \mid 2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.8 ให้ x_1 เป็นตัวแปรเข้า s_3 เป็นตัวแปรออก

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ	อัตราส่วน
Z	0	1	-3	0	0	5/2	0	30	
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4	4/1=4
x_2	2	0	0	1	0	½	0	6	
s_3	3	0	3	0	0	-1	1	6	6/3=2

ต่อไปทำให้สัมประสิทธิ์ของ x_1 ในแถวอื่นเป็น 0 ทั้งหมดโดยใช้สูตรในสมการ 2.90 ดังนี้

แถว(0) เดิม	-3	0	0	5/2	0	30
(-3)x แถวหลักใหม่	-3	0	0	1	-1	-6
แถว (0)ใหม่	0	0	0	3/2	1	36

แถว(1) เดิม	1	0	1	0	0	4
1 x แถวหลักใหม่	1	0	0	-1/3	1/3	2
แถว (1)ใหม่	0	0	1	1/3	-1/3	2

แถว 2 ใหม่คือแถว 2 เดิม เพราะสัมประสิทธิ์ x1 เป็น 0 อยู่แล้ว ดังนั้นจะได้ตารางใหม่คือ ตารางที่ 2.9

คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ชุดใหม่คือ (x_1,x_2,s_1,s_2,s_3) =(2,6,2,0,0) ค่า Z=36

เมื่อ ดูสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐานแสดงว่าการกระทำซ้ำๆนี้สิ้นสุดลง เพราะไม่สามารถหาตัวแปรเข้าและออกที่จะเพิ่มค่า Z ได้อีก ดังนั้นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ x_1=2,x_2=6,Z=36

ตารางที่ 2.9 แสดงค่าตัวแปรมูลฐานใหม่

ตัวแปรมูลฐาน	สมการที่	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	0	1	0	0	0	3/2	1	36
s_1	1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2
x_2	2	0	0	1	0	½	0	6
x_1	3	0	1	0	0	-1/3	1/3	2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.3 เทคนิคตัวแปรเทียม (Artificial Variables Technique)

ในกรณีที่กำหนดการเชิงเส้นมีข้อจำกัดอยู่ในรูป ≤ เมื่อเปลี่ยนข้อจำกัดให้อยู่ในรูปสมการที่สมมูลกันจะใช้ตัวแปรขาด (Slack Variables) บวกเข้าทางซ้ายของอสมการเดิม แล้วให้ตัวแปรขาดนี้เป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ (Initial Basic Feasible Solution) แต่ถ้าข้อจำกัดอยู่ในรูป ≥ หรือ = การกำหนดคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้จะต้องอาศัยการแต่งเติมข้อจำกัดเดิมด้วยตัวแปรเทียม (Artificial Variables) ดังนี้

1.ถ้าข้อจำกัดอยู่ในรูป = เช่น

$$3x_1+2x_2 =18 \tag{2.91}$$

ให้R1 เป็นตัวแปรเทียม บวกเข้าทางซ้ายของสมการ(2.91)จะได้

$$3x_1+2x_2+ R_1 =18 \tag{2.92}$$

R_1 จะเป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้เมื่อ $x_1,x_2=0$

2.ถ้าข้อจำกัดอยู่ในรูปอสมการ≥ เช่น

$$3x_1+5x_2 \geq 18 \tag{2.93}$$

ทำให้อยู่ในรูปสมการที่สมมูลกันโดยลบทางซ้ายของอสมการด้วยตัวแปรเกิน (Surplus Variable) S≥0 ดังนี้

$$3x_1+5x_2-s =18 \tag{2.94}$$

จากสมการ ถ้าให้ $x_1,x2=0$ จะได้ S=18 ซึ่งขัดแย้งกับข้อจำกัดที่ว่าตัวแปรเกิน S มีค่า≥0 จึงต้องแต่งเติมสมการด้วยตัวแปรเทียมเพื่อหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ ดังนั้นจะแต่งเติมสมการ(2.94)เป็น

$$3x_1+5x_2-s+R_2 =18 \tag{2.95}$$

และเมื่อ R_2 เป็นตัวแปรเทียม ตัวแปรเทียมนี้จะเป็นหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นของปัญหา

<u>หมายเหตุ</u> ในการกำหนดคำตอบมูลฐานเริ่มต้น กระทำโดยเริ่มต้นให้ตัวแปรเดิมมีค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้คือ0 แล้วค่อยเพิ่มค่าตัวแปรเดิมขึ้นเรื่อยๆเพื่อให้ได้ผลตามเป้าหมายนั้นเพื่อรักษาข้อจำกัด $x_1\geq 0$ และในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่อาศัยตัวแปรเทียมในตารางสุดท้ายของตารางซิมเพลกซ์จะเป็น 0 เสมอ และถ้าค่ารัวแปรเทียมไม่เป็น 0 แสดงว่าปัญหานั้นไม่มีคำตอบ เพราะข้อจำกัดบางข้อจำกัดไม่เป็นจริง

เทคนิค Big-M

ขั้นตอนพื้นฐานของเทคนิคดังต่อไปนี้

ขั้นที่1 เขียนรูปแบบปัญหาเดิมให้อยู่ในรูปมาตรฐาน คือเขียนข้อจำกัดให้อยู่ในรูปแบบสมการที่สมมูลกัน

ขั้นที่2 เติมตัวแปรเทียมเข้าทางซ้ายมือของสมการที่ได้จากข้อจำกัดเดิมซึ่งอยู่ในรูป ≥ หรือ = และตัวแปรเทียมมีค่า ≥ 0

ขั้นที่3 เมื่อเติมตัวแปรเทียมในข้อจำกัดแล้ว เพื่อประกันว่าค่าตัวแปรเทียมจะต้องเป็น 0 ในตารางซิมเพลกซ์สุดท้าย ถ้ารูปแบบปัญหานั้นมีคำตอบ จึงกำหนดค่า M ที่เป็น บวกและมีค่าใหญ่มากๆให้เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเทียมในฟังก์ชันเป้าหมาย โดยที่ถ้าฟังก์ชันเป้าหมายต้องการค่าสูงสุด จะกำหนด (-M) เท่าของตัวแปรเทียม บวกเข้าในฟังก์ชันเป้าหมายนี้ ถ้าฟังก์ชันเป้าหมายต้องการค่าต่ำสุด จะกำหนด (+M) เท่าของตัวแปรเทียม บวกเข้าในฟังก์ชันเป้าหมายนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทั้งนี้ เพื่อให้ชัดต่อเป้าหมายเดิม ในกรณีนี้ถ้าตัวแปรเทียมไม่เป็นศูนย์ในตารางสุดท้าย การใส่ค่า M เท่าของตัวแปรเทียมในลักษณะนี้ จะทำให้ไม่ได้ค่าตามเป้าหมาย เพราะค่าสูงสุดจะติดลบ M มากๆ และค่าต่ำสุดจะได้ค่า +M มากๆ แสดงให้เห็นว่าปัญหานั้นไม่มีคำตอบถ้าตัวแปรเทียมไม่เป็นศูนย์ สำหรับตัวแปรเทียมนี้เป็นตัวแปรที่มีความหมายใด เพียงแต่ช่วยกำหนดคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้เท่านั้น

ขั้นที่4 ให้ตัวแปรเป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ และเนื่องจากในสมการเป้าหมายมีตัวแปรเทียมอยู่ เมื่อตัวแปรเทียมเป็นตัวแปรมูลฐานเริ่มต้น จึงต้องทำให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเทียมในสมการเป้าหมายเป็น 0 แล้วจึงสร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้น

ขั้นที่ 5 พิจารณาตัวแปรมูลฐานเข้าและตัวแปรมูลฐานออก เพื่อปรับปรุงค่าของตัวแปรให้ได้ผลตามเป้าหมาย โดยใช้หลักการซิมเพลกซ์

ตัวอย่าง หาค่าสูงสุดของ $Z=3x_1+5x2$

ข้อจำกัด $x_1 \leq 4$

$2x2 \leq 12$

$3x_1+2x2 \leq 18$

$x1 \geq 0,\ x2 \geq 0$ (2.96)

ขั้นที่1 เขียนสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

หาค่าสูงสุดของ Z

ข้อจำกัด (0) $Z-3x_1-5x_2=0$

(1) $x_1+s_1=4$

(2) $2x_2+s_2=12$

(3) $3x_1+2x_2=18$

$x_1,x_2,s_1,s_2. \geq 0$

ขั้นที่2 ให้$R \geq 0$ เป็นตัวแปรเทียม บวกเข้าทางซ้ายมือของสมการข้อจำกัดเดิมคือ) $3x_1+2x_2=18$

จะได้ $3x_1+2x_2+R=18$

ขั้นที่3 เปลี่ยนฟังก์ชันเป้าหมายเดิมจากการหาค่าสูงสุดของ

$Z=3x_1+5x_2$ เป็นการหาค่าสูงสุดของ $Z=3x_1+5x_2-MR$ เมื่อ M เป็นค่าบวกที่ใหญ่มากๆ ดังนั้นค่าสูงสุดของ Z จะมีได้ก็ต่อเมื่อ R=0 เขียนกำหนดการเชิงเส้น (2.96) ได้ใหม่เป็น

หาค่าสูงสุดของ Z

ข้อจำกัด (0) $Z-3x_1-5x_2+MR=0$

(1) $x_1+s_1=4$

(2) $2x_2+s_2=12$

(3) $3x_1+2x_2+R=18$

$x_1,x_2,s_1,s_2,R. \geq 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นที่4 คำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ของปัญหานี้คือ

$(x_1,x_2,s_1,s_2,R) = (0,0,4,12,18)$ โดยที่ตัวแปรเดิม x_1 ,x_2 เป็น 0 และ s_1,s_2,.R เป็นตัวแปรมูลฐานเริ่มต้น ต่อไปทำให้สัมประสิทธิ์ของ R ในข้อจำกัด (0) เป็น0 ดังนี้

จากข้อจำกัด (3) , $R=18-3x_1-2x_2$ แทนในข้อจำกัด จะได้

$Z-3x_1-5x_2+M(18-3x1-2x_2) =0$

$Z-(3M+3)x_1-(2M+5)x_2=-18M$

ขั้นที่5 สร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นแล้ววิเคราะห์หาตัวแปรเข้าและตัวแปรออกเพื่อปรับปรุงค่า Z ให้ดีขึ้น จนกระทั่งในข้อจำกัด (0) สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐานมีค่าเป็น 0 หรือ + แสดงว่าไม่สามารถหาตัวแปรใหม่เข้าเป็นตัวแปรมูลฐานได้อีก คำตอบที่ได้จึงเป็นคำตอบที่เหมาะสม

จากตารางที่ 2-18 เมื่อเลือกตัวแปรมูลฐานเข้าและออกทั้งหมด 3 ครั้ง จะได้ว่าไม่สามารถ ปรับปรุงค่าให้ดีขึ้นได้อีก นั่นคือคำตอบที่เหมาะสมของปัญหานี้เป็น

$x_1=2$,$x_2=6$, $s_1=2$, $s_2=0$ และ $Z=36$

ตารางที่ 2.10 แสดงตารางซิมเพลกซ์ที่สมบูรณ์ของสมการที่ 2.96

ทำซ้ำครั้งที่	ตัวแปรมูลฐาน	Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	1	-3M-3	-2M-5	0	0	0	-18M	
0	s_1	0	1	0	1	0	0	4	4/1=4
	s_2	0	0	2	0	1	0	12	
	R	0	3	2	0	0	1	18	18/3=6
	Z	1	0	-2M-5	3M+3	0	0	-6M+12	
1	x_1	0	1	0	1	0	0	4	
	s_2	0	0	2	0	1	0	12	12/2=6
	R	0	0	2	-3	0	1	6	6/2=3
	Z	1	0	0	-9/2	0	M+5/2	27	
2	x_1	0	1	0	1	0	0	4	4/1=4
	s_2	0	0	0	3	1	-1	6	
	x_2	0	0	1	-3/2	0	1/2	3	6/3=2
	Z	1	0	0	0	3/2	M+1	36	
3	x_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	2	
	s_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2	
	x_2	0	0	1	0	1/2	0	6	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.4 การวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์

การวิเคราะห์ปัญหาโดยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ จะอธิบายในรูปเมตริกซ์โดยการเขียนรูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้น ดังนี้

หาค่าสูงสุดของ $Z = Cx$

ข้อจำกัด $AX = b$, $X \geq 0$ (2.97)

เมื่อ $C = (C1\ C2 \ldots\ldots Cn)$

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \quad o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots\ldots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots\ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

แต่ละสดมภ์ของเมตริกซ์ A แทนด้วย Pj โดยที่

$$Pj = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix} \qquad j = 1,2,\ldots\ldots\ldots,n$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แตกเวกเตอร์ X ออกเป็น $\begin{pmatrix} X_B \\ X_n \end{pmatrix}$ เมื่อ X_B เป็นตัวแปรมูลฐาน X_N เป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานโดยที่

$$X_B = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \\ \\ \\ X_m \end{pmatrix}, \quad X_N = \begin{pmatrix} X_{m+1} \\ X_{m+2} \\ \\ \\ \\ X_n \end{pmatrix}$$

แตกเวกเตอร์ C ออกเป็น (C_B, C_N) เมื่อ C_B เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐาน และ C_N เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นมูลฐานในสมการเป้าหมาย

CB=(C1,C2 ...Cm) , CN=(Cm+1 Cm+2...Cn)

แตกเมตริกซ์ A ออกเป็น (B,N) เมื่อ

B เป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในข้อจำกัด

A เป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นมูลฐานในข้อจำกัด

เขียนกำหนดการเชิงเส้น (2.97) ได้ใหม่เป็น

หาค่าสูงสุดของ $Z=C_BX_B+C_NX_N$

ข้อจำกัด $BX_B+NX_N=b$ (2.98)

เอาเมตริกซ์ผกผัน (Inverse Matrix) ของ B คือ B^{-1} คูณตลอดสมการข้อจำกัด จะได้

$$X_B+B^{-1}NX_N= B^{-1}b$$

$$X_N= B^{-1}b-B^{-1}NX_N \quad (2.99)$$

แทน X_B ในสมการเป้าหมายจะได้

$$Z = C_BB^{-1}b - C_BB^{-1}NX_N +C_N X_N$$

$$= C_BB^{-1}b - (C_BB^{-1}N+C_N) X_N \quad (2.100)$$

เนื่องจากค่าของตัวแปรไม่เป็นมูลฐานเป็น 0 เสมอ ดังนั้นจากสมการ (2.99) และ(2.100) จะได้คำตอบมูลฐานและค่าฟังก์ชันเป้าหมายคือ

$$X_B= B^{-1}b, Z= C_BB^{-1}b \quad (2.101)$$

ค่า CbBN- CN ในสมการ (2.100) ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นมูลฐานในฟังก์ชันเป้าหมาย จะเป็นตัวบ่งชี้ว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบเหมาะสมหรือไม่

ในกรณีเป้าหมายหาค่าสูงสุด ถ้าค่า $C_BB^{-1}N+C_N \geq 0$ แสดงว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่เหมาะสม

ในกรณีเป้าหมายหาค่าต่ำสุด ถ้าค่า $C_BB^{-1}N+C_N \leq 0$ แสดงว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่เหมาะสม

ค่า $C_BB^{-1}N+C_N$ มีชื่อว่า ค่าใช้จ่ายลดทอน (Reduced Cost)

วิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์

จากการวิเคราะห์ปัญหาตอนที่ผ่านมา สรุปการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ดังนี้

ขั้นตอนเริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

X_B= เมตริกซ์ของตัวแปรมูลฐานเริ่มต้น

B= เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในสมการข้อจำกัด

= I=B-1

b= เมตริกซ์ค่าคงที่ทางขวามือของข้อจำกัด

X_B = Bb = b

C_B = เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในสมการเป้าหมาย

Z= CBB-1b=....

เทอม มีชื่อเรียกว่าเป็น ตัวคูณซิมเพลกซ์ (The Simplex Multipliers)

ขั้นตอนการกระทำซ้ำๆ การคำนวณจะมี 3 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 หาตัวแปรมูลฐานเข้า

ในกรณีที่เป้าหมายหาค่าสูงสุด ถ้า $C= C_BB^{-1}N+C_N<0$ ให้พิจารณาสัมประสิทธิ์ตัวแปรไม่เป็นมูลฐานในสมการ (0) ที่มีค่า $C_BB^{-1}N+C_N$ ติดลบมากที่สุดเป็นตัวแปรมูลฐานเข้าและให้ k แทนสดมภ์ที่มีตัวแปรเข้า

ถ้า $C= C_BB^{-1}N+C_N\geq 0$ แสดงว่าคำตอบมูลฐานปัจจุบันเป็นคำตอบเหมาะสม ให้หยุดการคำนวณ

ส่วนที่ 2 หาตัวแปรมูลฐานออก

ทำเช่นเดียวกับวิธีซิมเพลกซ์ แต่พิจารณาเฉพาะสดมภ์ที่เป็นสัมประสิทธิ?ของตัวแปรมูลฐานเข้าทุกๆสมการยกเว้นสมการ (0) และคำนวณเฉพาะสัมประสิทธิ์ที่เป็นบวกเท่านั้น

ให้ r แทนแถวที่มีตัวแปรออก

ส่วนที่3 คำนวณหาคำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ใหม่โดยหา B^{-1}

ค่าตัวแปรมูลฐานใหม่คือ $X_N= B^{-1}b$

ค่าฟังก์ชันเป้าหมายคือ $Z = C_BB^{-1}b = \pi b$

ในส่วนที่ 3 นี้จะต้องหา B^{-1}ทุกๆครั้งที่กระทำซ้ำ เมื่อคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์จึงเป็นการสะดวกที่จะเรียกใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการหาเมตริกซ์ผกผัน

เนื่องจากเมตริกซ์ B จะเปลี่ยนจากากรกระทำซ้ำครั้งหนึ่งไปอีกครั้งหนึ่งเพียงบางสดมภ์เท่านั้น จึงเป็นการสะดวกและประหยัดเวลา ที่จะหา B^{-1}ใหม่ (B^{-1}new)จาก B^{-1} ในขั้นตอนก่อนที่อยู่ติดกัน(B^{-1}old) สำหรับขั้นตอนเริ่มต้น

B = I = B^{-1}เสมอ

หลักการหา(B^{-1}new) จาก(B^{-1}old)

ถ้า X_k เป็นตัวแปรมูลฐานเข้า a_{ik} เป็นสัมประสิทธิ์ของ X_k ในสมการ I ขณะนั้น เมื่อ I =1,2,...,m (ค่าa_{ik} นี้คำนวณในส่วนที่ 2 ของการกระทำซ้ำ) r เป็นหมายเลขสมการที่มีตัวแปรออก ตัวเลขในแถว I สดมภ์ j ของ (B^{-1}new) หาได้จาก

$$B^{-1}new = \begin{cases} (B^{-1}old)_{ij} - (a_{ik}/ a_{rk})x(B^{-1}old)_{rj}, & i\neq r \\ (1/ a_{ik})(B^{-1}old)_{rj}, & I = r \end{cases} \quad (2.102)$$

หรือ $B^{-1}new= E B^{-1}old$ (2.103)

เมื่อ E เป็นแมตริกซ์ที่ได้จากการแทนสดมภ์ที่ r ของเมตริกซ์ เอกลักษณ์ด้วยเวกเตอร์ V โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V=\begin{pmatrix} V1 \\ V2 \\ . \\ . \\ . \\ vm \end{pmatrix} \qquad \text{เมื่อ } Vi=\begin{cases} -a_{ik}/a_{rk} & \text{ถ้า } i\neq r \\ 1/a_{rk} & \text{ถ้า } I=r \end{cases}$$

นั้นคือ E=(U1,U2...Ur-1 V Ur+1...Um)

เมื่อเวกเตอร์สดมภ์ Uiมีสมาชอกตำแหน่งที่ I เป็น 1 และสมาชิกในตำแหน่งอื่นๆเป็น 0

หมายเหตุ $E=E_{ir}(-a_{ik})...E_{r-1}(-a_{r-1},k).E_{r+1},r(-a_{r+1},k)...E_{mr}(-a_{mk})Er(1/a_{rk})$ เมื่อ $E_{ir}(-a_{ik})$ คือเมตริกซ์ที่ได้จากการดำเนินการเปลี่ยนแถวของเมตริกซ์เอกลักษณ์ 1 ครั้ง โดยการนำ $(-a_{ik})$ คูณแถวที่ r แล้วนำไปบวกกับแถวที่ I และ $Er(1/a_{rk})$ ได้จากเมตริกซ์เอกลักษณ์โดยการนำ $1/a_{rk}$ คูณแถวที่ r

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
วิธีการดำเนินงาน

3.1. ขั้นตอนการดำเนินโครงงาน แบ่งเป็นลำดับขั้นดังต่อไปนี้

1. เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อประกอบการทำโครงงาน โดยในขั้นตอนนี้จะมีการศึกษาทฤษฎีในการวิจัยการดำเนินงาน และวิธีการในการพัฒนาโปรแกรมโดยใช้ Microsoft Visual Basic version 6.0

2. ทำการออกแบบส่วนต่างๆของโปรแกรม โดยจะมีการออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้หลักและออกแบบข้อกำหนดในการพัฒนาโปรแกรม เช่น รูปแบบของ Form ชื่อและชนิดของตัวแปร วิธีการประกาศตัวแปรแบบ Global ใน Module เป็นต้น

3. พัฒนาโปรแกรมในส่วน การแก้ปัญหาการขนส่ง ซึ่งจะรวมถึงการพัฒนาชุดคำสั่งในการเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูล การแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ รวมทั้งวิธีการใช้งานโปรแกรมอีกด้วย

4. พัฒนาโปรแกรมในส่วน การแก้ปัญหาระบบแถวคอย ซึ่งจะรวมถึงการพัฒนาชุดคำสั่งในการเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูล การแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ รวมทั้งวิธีการใช้งานโปรแกรม โดยจะดำเนินการส่วนนี้ควบคู่ไปกับการพัฒนาโปรแกรมในส่วน การแก้ปัญหาการขนส่ง

5. พัฒนาโปรแกรมในส่วน การแก้ปัญหาโดยวิธีกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งจะรวมถึงการพัฒนาชุดคำสั่งในการเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูลและการแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ รวมทั้งวิธีการใช้งานโปรแกรมโดยส่วนนี้จะเริ่มในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2543

6. ทำการเชื่อมโยงโปรแกรมทั้งหมด เพื่อให้เกิดความสะดวกในการใช้งาน โดยในขั้นตอนนี้จะมีการสร้างเงื่อนไขต่างๆ เพื่อให้โปรแกรมทำงานร่วมกันอย่างถูกต้องที่สุด

7. ทำการทดสอบโปรแกรม เพื่อหาและแก้ไขข้อผิดพลาดของตัวโปรแกรมทั้งหมด หลังจากได้ทำการทดสอบไปบางส่วนในขั้นตอนของการพัฒนาโปรแกรมแล้ว

8. จัดทำปริญญานิพนธ์และเตรียมการนำเสนอ ในขั้นตอนนี้จะเป็นการจัดทำรูปเล่มปริญญานิพนธ์ และเตรียมการนำเสนอข้อมูลเกี่ยวกับโครงงานทั้งหมด

3.2. การออกแบบลักษณะของโครงงาน

3.2.1. การออกแบบโปรแกรมในส่วนการแก้ปัญหาการขนส่ง

โปรแกรมในส่วนนี้มีลักษณะเป็นโปรแกรมแบบ Event-driven ซึ่งจะมีการติดต่อผู้ใช้โดยอาศัย Control ต่างๆ ซึ่งผู้ใช้สามารถเลือกวิธีที่จะใช้ในการหาคำตอบเริ่มต้นจาก 3 วิธีคือ วิธีทิศตะวันตกเฉียงเหนือ วิธีค่าใช้จ่ายต่ำสุด และวิธีประมาณของโวเกล และสามารถเลือกวิธีในการปรับปรุงคำตอบจาก 2 วิธีคือ วิธีสเตปปิ่งสโตน และวิธีตัวคูณ (uv) ซึ่งตัวโปรแกรมมีลักษณะดังต่อไปนี้

Input ของโปรแกรมเรียงตามขั้นตอนการรับข้อมูลของโปรแกรมมีดังต่อไปนี้

1. เป้าหมายในการหาคำตอบ (ต้องการคำตอบที่สูงที่สุด หรือ คำตอบที่ต่ำที่สุด)
2. จำนวนของแหล่งผลิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จำนวนของเป้าหมาย

4. ความสามารถในการผลิต (Capacity) ของแหล่งผลิต

5. ค่าใช้จ่ายในการขนส่งจากแหล่งผลิตแต่ละแหล่งไปยังเป้าหมายแต่ละเป้าหมาย

6. ความต้องการ (Demand) ของเป้าหมาย

7. ค่าเสียหายในกรณีที่เป้าหมายแต่ละเป้าหมายไม่ได้รับสินค้าหรือกรณีที่มีของเหลือในแหล่ง

8. วิธีการในการหาคำตอบเริ่มต้น

9. วิธีการในการปรับปรุงคำตอบ

10. ตัวเลือก(Option)ในการปฏิบัติการได้แก่รูปแบบปฏิบัติการ(ทีละขั้นหรือทำจนถึงผลลัพธ์สุดท้าย)

Output ของโปรแกรมมีดังต่อไปนี้

1. คำตอบของปัญหา (รูปแบบการขนส่งที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายสูงสุดหรือต่ำสุดตามเป้าหมายที่กำหนด)

2. ค่าของตัวแปรต่างๆ ในขณะที่กำลังหาคำตอบของปัญหา (ในกรณีที่เลือกปฏิบัติการทีละขั้น)

โดยส่วนประกอบของโปรแกรมมีดังนี้

1. ชุดคำสั่งในหลักที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบซึ่งจะทำการรับค่า Input ต่างๆไปประมวลผลและแสดง Output โดยอาศัยวิธีการตามทฤษฎีการแก้ปัญหาการขนส่ง โดยกระบวนการหลักจะแสดงอยู่ในรูปที่ 3.1 , 3.2 และ 3.3

2. ชุดคำสั่งที่ใช้ในการเปิดและบันทึกข้อมูลลงในแฟ้มข้อมูลโดยจะทำการบันทึกข้อมูลในแฟ้มข้อมูลประเภท Random Access จะมีขั้นตอนหลักๆดังนี้

2.1. ขั้นตอนในการเปิดแฟ้มข้อมูล

2.1.1. แสดง Dialog Box เพื่อให้ผู้ใช้เลือกแฟ้มข้อมูลที่จะเปิด

2.1.2. ทำการตรวจสอบชนิดของแฟ้มข้อมูล

2.2.3. ทำการอ่านค่าต่างๆจากแฟ้มข้อมูลและเก็บค่าไว้ในตัวแปรและจะเริ่มโปรแกรมในขั้นตอนการรับข้อมูลในส่วนวิธีการหาคำตอบเริ่มต้น

2.2. ขั้นตอนในการบันทึกแฟ้มข้อมูล

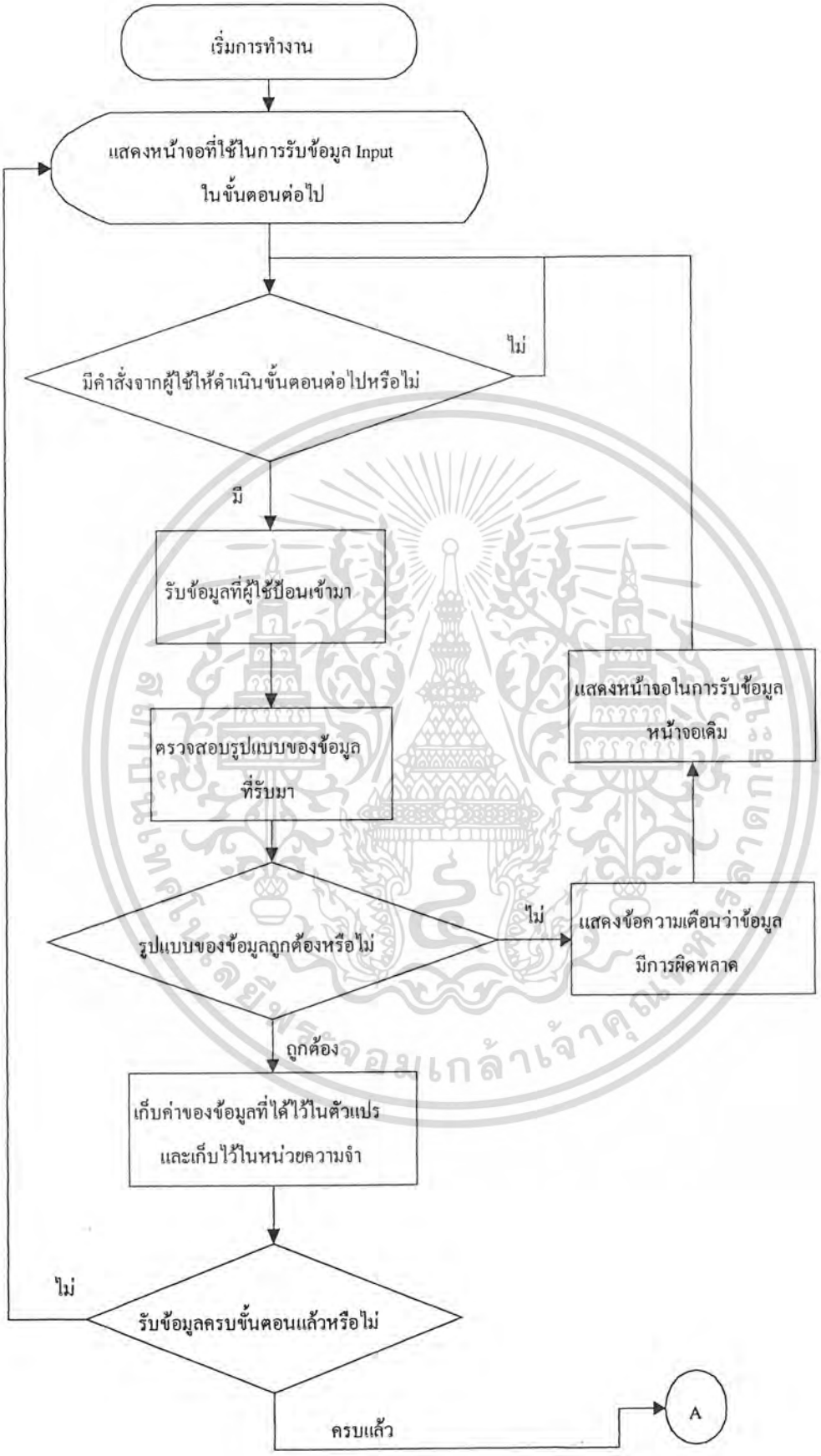
2.2.1. แสดง Dialog Box เพื่อให้ผู้ใช้เลือกแฟ้มข้อมูลที่จะเป็นเป้าหมายในการบันทึก

2.2.2. ทำการเก็บค่าตัวแปรที่จำเป็น (ค่าของ Input ต่างๆ) ลงในแฟ้มข้อมูล

2.2.3. จบในส่วนการบันทึกข้อมูลและดำเนินการในขั้นตอนอื่นต่อไป

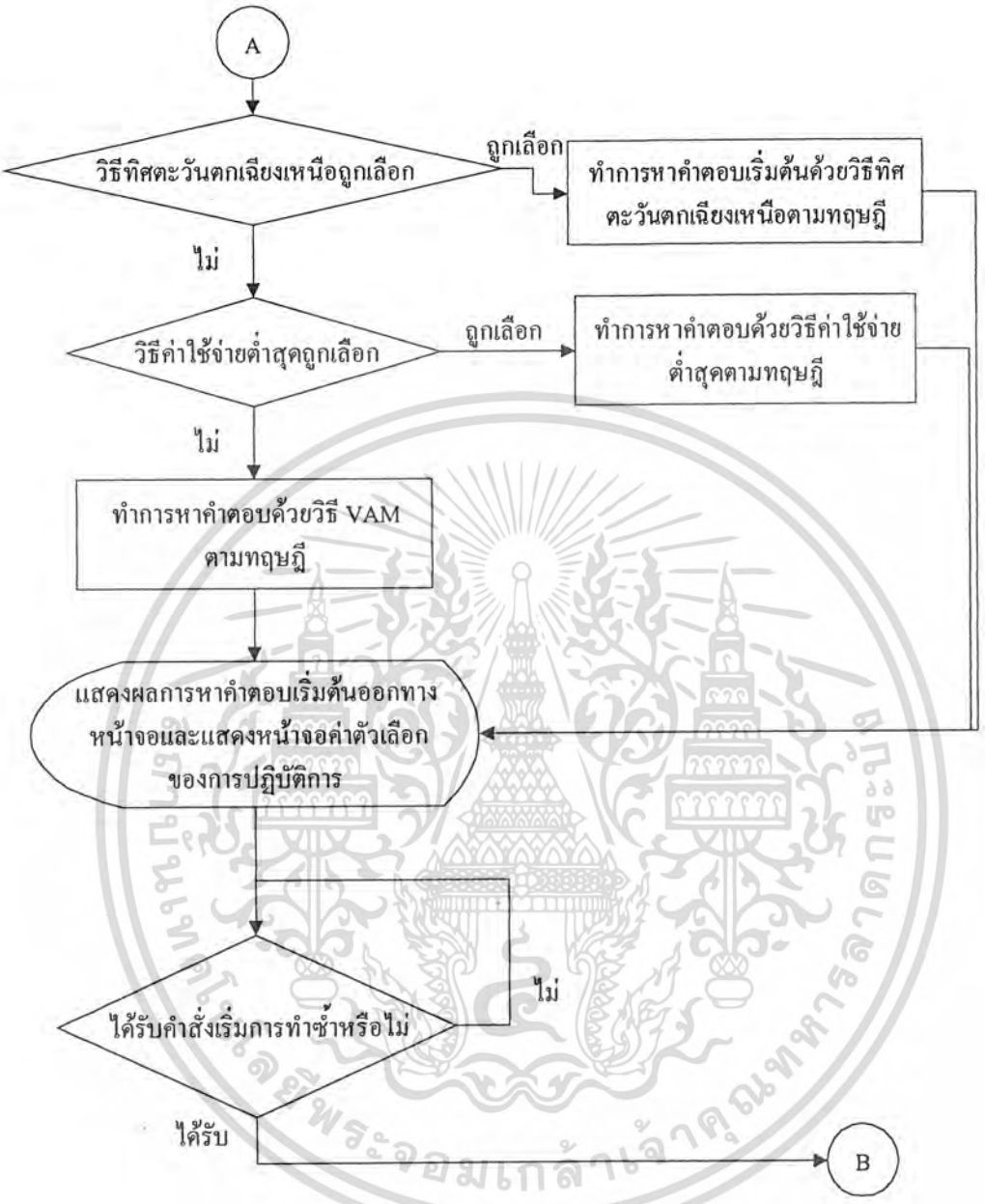
3. ชุดคำสั่งในการควบคุมการติดต่อของผู้ใช้ เช่น คำสั่งในการแสดงและควบคุมการแสดงผลของตาราง ซึ่งจะทำให้ผู้ใช้สามารถเลือกส่วนที่ต้องการให้ตารางแสดงผลได้ คำสั่งในการแสดงรายงานออกทางหน้าจอและทางเครื่องพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



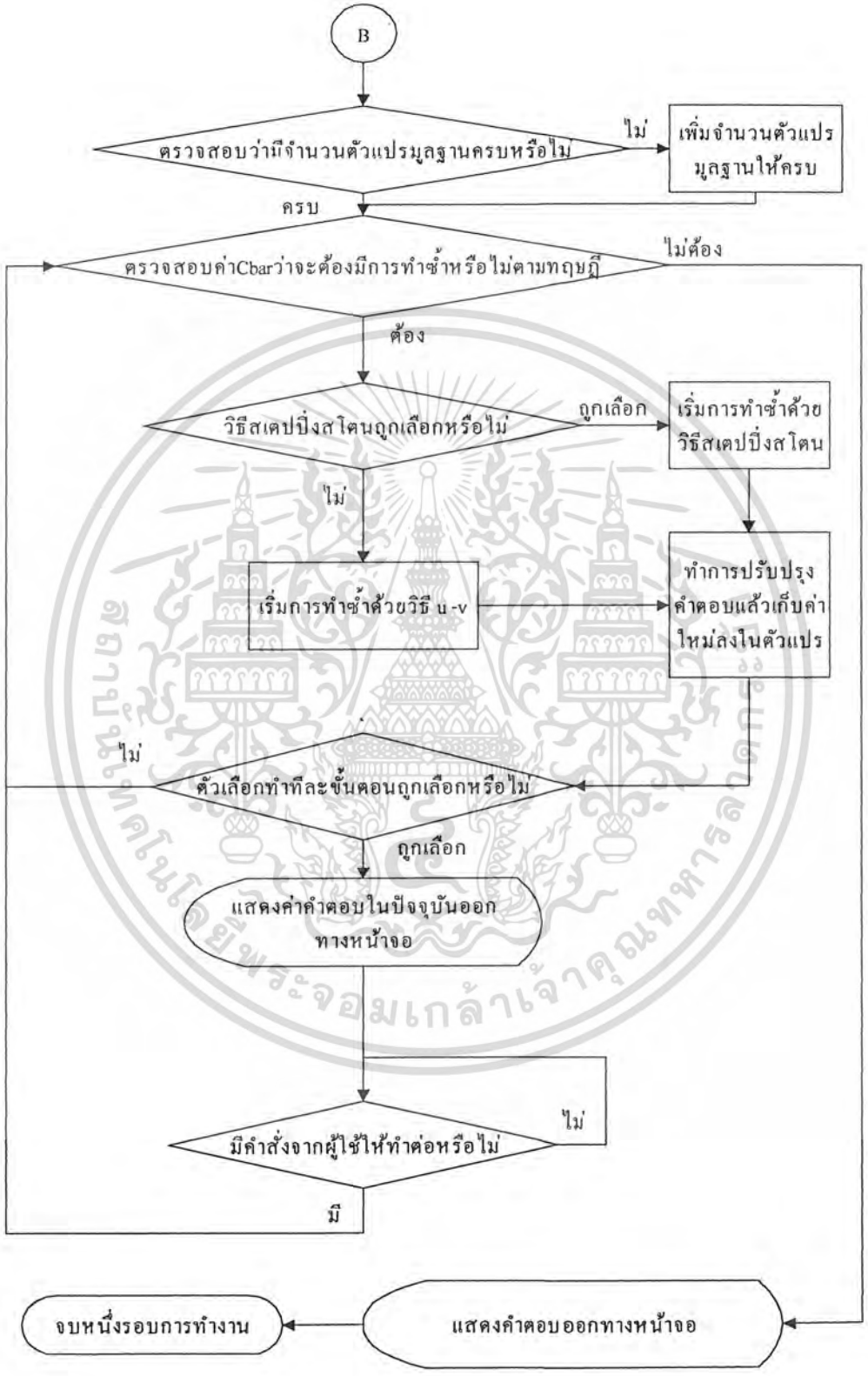
รูปที่ 3.1 รูปแสดงขั้นตอนการรับค่า Input ของโปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 รูปแสดงขั้นตอนการหาคำตอบเริ่มต้นของโปรแกรมแก้ปัญหาการขนส่ง

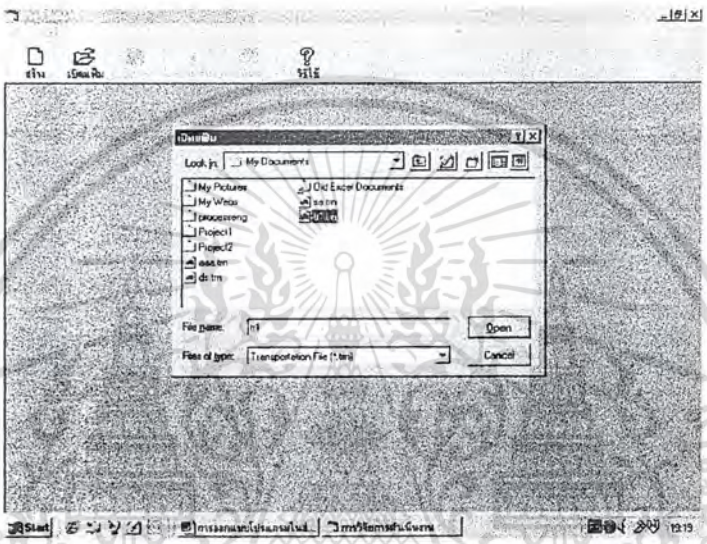
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 รูปแสดงขั้นตอนการทำซ้ำของโปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนความแตกต่างระหว่างเป้าหมายในการหาคำตอบนั้น ในแต่ละขั้นตอนจะมีชุดคำสั่งในการเลือกวิธีในการหาคำตอบโดยจะเลือกตามเงื่อนไขที่ผู้ใช้กำหนดโดยจะอ่านค่าจากตัวแปรที่เก็บค่าเป้าหมายของการหาคำตอบ และหลังจากจบการทำงานในหนึ่งรอบแล้ว ยังอาจสามารถใช้คำสั่งในการตั้งค่าของปฏิบัติการใหม่โดยคำสั่งนี้จะทำให้โปรแกรมกลับไปเริ่มการทำงานที่จุด Reference A อีกครั้งหนึ่ง หรืออาจใช้คำสั่งแก้ไขข้อมูลโดยผู้ใช้จะสามารถเลือกว่าจะกลับไปแก้ไขข้อมูลตั้งแต่ส่วนใด โดยจะมีให้เลือก 2 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนในการรับค่าเป้าหมายในการหาคำตอบ และขั้นตอนในการเลือกวิธีทำ เพื่อให้โปรแกรมทำการดำเนินการแก้ปัญหาอื่นต่อไป



รูปที่ 3.4 รูปแสดง Dialog box ในการเปิดแฟ้มข้อมูลของโปรแกรม

รูปที่ 3.5 รูปแสดงหน้าจอการปฏิบัติการของโปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่ง

3.2.2. การออกแบบโปรแกรมในส่วนการแก้ปัญหาระบบแถวคอย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมในส่วนการแก้ปัญหาระบบแถวคอยจะแบ่งออกเป็น 6 โปรแกรมย่อยโดยจะแบ่งตามชนิดของระบบแถวคอยซึ่งมีดังต่อไปนี้

โปรแกรมย่อยที่ 1 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มี 1 ช่องทางบริการและแถวคอยไม่จำกัด (M/M/1) : (GD/∞/∞) Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย
3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา

โปรแกรมย่อยที่ 2 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มี1ช่องทางบริการและแหล่งของหน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้า (M/M/1) : (GD/N/∞)

Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย
3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา
4. จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้

โปรแกรมย่อยที่ 3 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มีหลายช่องทางบริการและแถวคอยไม่จำกัด (M/M/C) : (GD/∞/∞) โดย Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย
3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา
4. จำนวนช่องทางให้บริการ

โปรแกรมย่อยที่ 4 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มีหลายช่องทางบริการและแหล่งของหน่วยบริการมีขีดจำกัดในการรับลูกค้า (M/M/C) : (GD/N/∞) โดย Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย
3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา
4. จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้
5. จำนวนช่องทางให้บริการ

โปรแกรมย่อยที่ 5 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มีช่องทางบริการไม่จำกัดและแถวคอยไม่จำกัด (M/M/∞) : (GD/∞/∞) โดย Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย
3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา

โปรแกรมย่อยที่ 6 ตัวแบบแถวคอยปัวส์ซองที่มีหลายช่องบริการและลูกค้าที่รับบริการมีจำนวนจำกัด (M/M/R) : (GD/K/K) โดย Input ของโปรแกรมย่อยมีดังนี้

1. อัตราการมาโดยเฉลี่ย
2. อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ลักษณะของความน่าจะเป็นที่ต้องการหา
4. จำนวนผู้ซ่อมหรือผู้รักษา
5. จำนวนของเครื่องจักรในระบบ

ในส่วน Output ของโปรแกรมย่อยทุกโปรแกรมย่อยจะมีลักษณะเหมือนกันซึ่งมีดังนี้

1. ค่า λ_{eff}
2. ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา
3. ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย (Lq)
4. ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย (Ls)
5. ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq)
6. ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws)
7. ค่าของความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ต้องการหา

โดยส่วนประกอบของโปรแกรมมีดังนี้

1. ชุดคำสั่งในหลักที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบซึ่งจะทำการรับค่า Input ต่างๆไปประมวลผลและแสดง Output โดยอาศัยวิธีการตามทฤษฎีการแก้ปัญหาการขนส่ง โดยกระบวนการหลักจะแสดงอยู่ในรูปที่ 3.7 และ 3.8

2. ชุดคำสั่งที่ใช้ในการเปิดและบันทึกข้อมูลลงในแฟ้มข้อมูลโดยจะทำการบันทึกข้อมูลในแฟ้มข้อมูลประเภท Random Access จะมีขั้นตอนหลักๆดังนี้

2.1. ขั้นตอนในการเปิดแฟ้มข้อมูล

2.1.1. แสดง Dialog Box เพื่อให้ผู้ใช้เลือกแฟ้มข้อมูลที่จะเปิด

2.1.2. ทำการตรวจสอบชนิดของแฟ้มข้อมูล

2.2.3. ทำการอ่านค่าต่างๆจากแฟ้มข้อมูลและเก็บค่าไว้ในตัวแปรและจะเริ่มทำการเปิด Form ที่เหมาะสมและข้อมูลจะถูกเติมลงในกล่องข้อความจนครบ

2.2. ขั้นตอนในการบันทึกแฟ้มข้อมูล

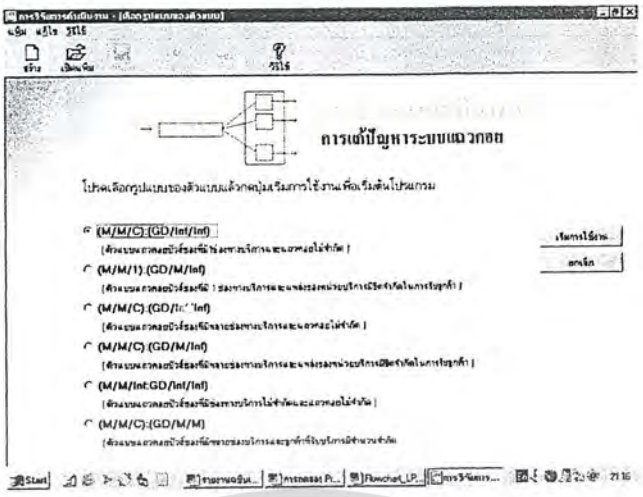
2.2.1. แสดง Dialog Box เพื่อให้ผู้ใช้เลือกแฟ้มข้อมูลที่จะเป็นเป้าหมายในการบันทึก

2.2.2. ทำการเก็บค่าตัวแปรที่จำเป็น (ค่าของ Input ต่างๆ) ลงในแฟ้มข้อมูล

2.2.3. จบในส่วนการบันทึกข้อมูลและดำเนินการในขั้นตอนอื่นต่อไป

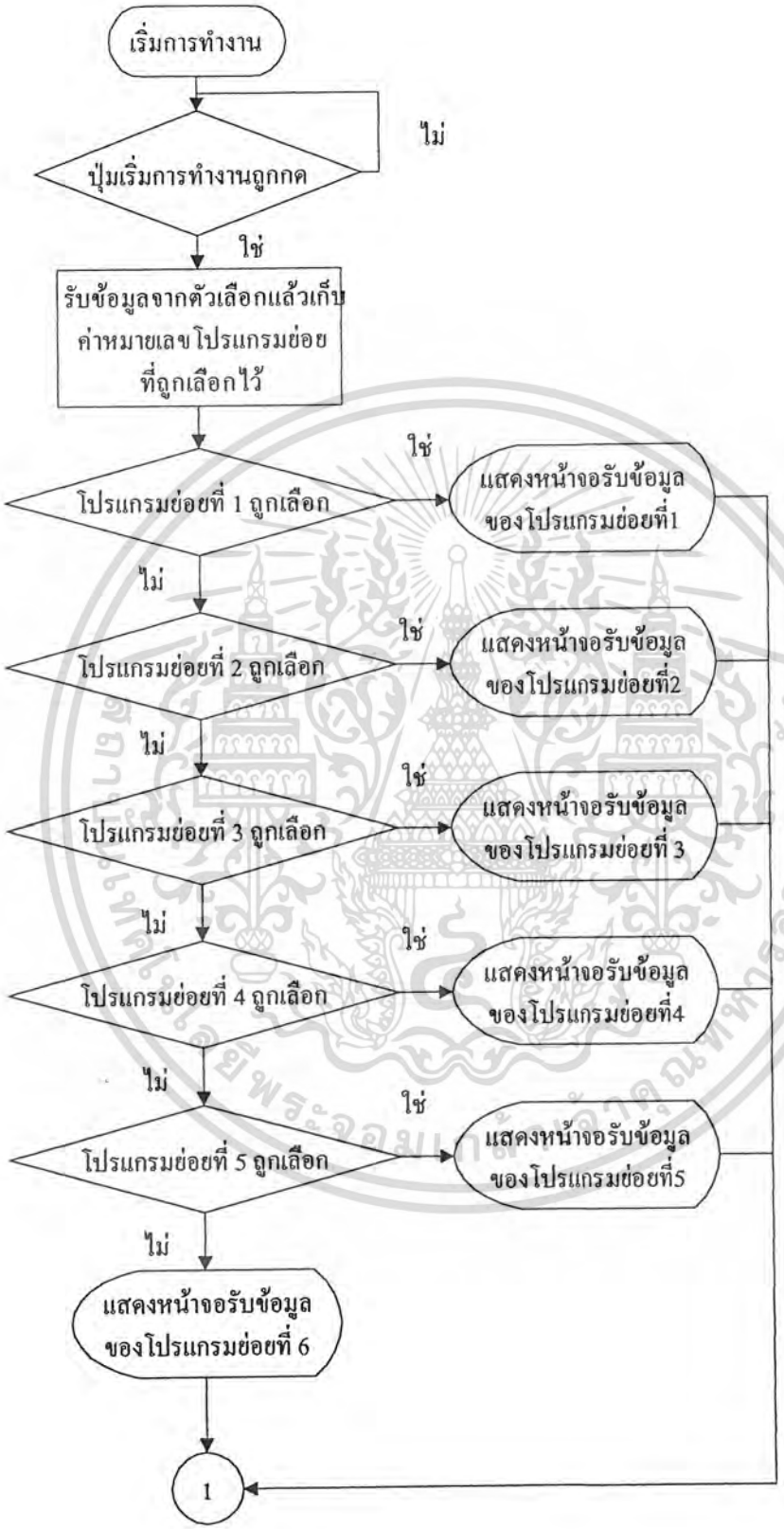
3. ชุดคำสั่งในการควบคุมการแสดงรายงานออกทางหน้าจอและทางเครื่องพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



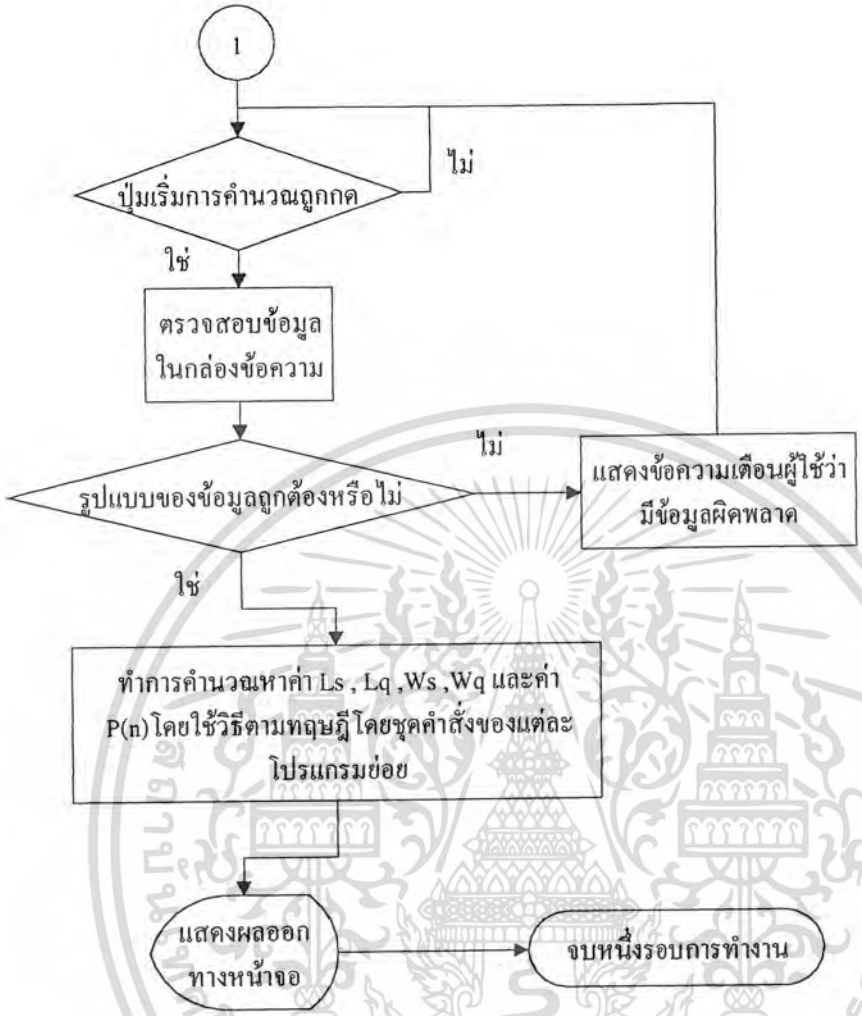
รูปที่ 3.6 รูปแสดงหน้าจอในการเลือกโปรแกรมย่อยในการแก้ปัญหาของโปรแกรมแก้ปัญหาระบบแถวคอย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 รูปแสดงขั้นตอนการทำงานในการเลือกใช้โปรแกรมย่อย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 รูปแสดงขั้นตอนการรับข้อมูลและคำนวณของโปรแกรมแก้ปัญหาระบบแถวคอย

หลังจากจบหนึ่งรอบการทำงานผู้ใช้ยังสามารถใช้คำสั่ง Back เพื่อเริ่มการทำงานตั้งแต่เริ่มต้นโปรแกรมอีกครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.3. การออกแบบโปรแกรมแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

โปรแกรมแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนี้จะแบ่งเป็น 3 ส่วนคือ การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีกราฟ การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีซิมเพลกซ์ และการวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์

ข้อมูลที่ต้องการใช้ในการประกอบการคำนวณมีดังนี้

1. รูปแบบของสมการเป้าหมาย
2. รูปแบบของข้อจำกัดแต่ละข้อ
3. วิธีการที่จะใช้ในการวิเคราะห์หาคำตอบ

รายละเอียดของโปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีซิมเพลกซ์ มีดังนี้

แผนภูมิสายงาน (Flowchart) ของการทำงานของโปรแกรมในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นซึ่งมีรูปแบบปัญหาคือ

ต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของสมการ $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \end{array}\right\} \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{array}$$

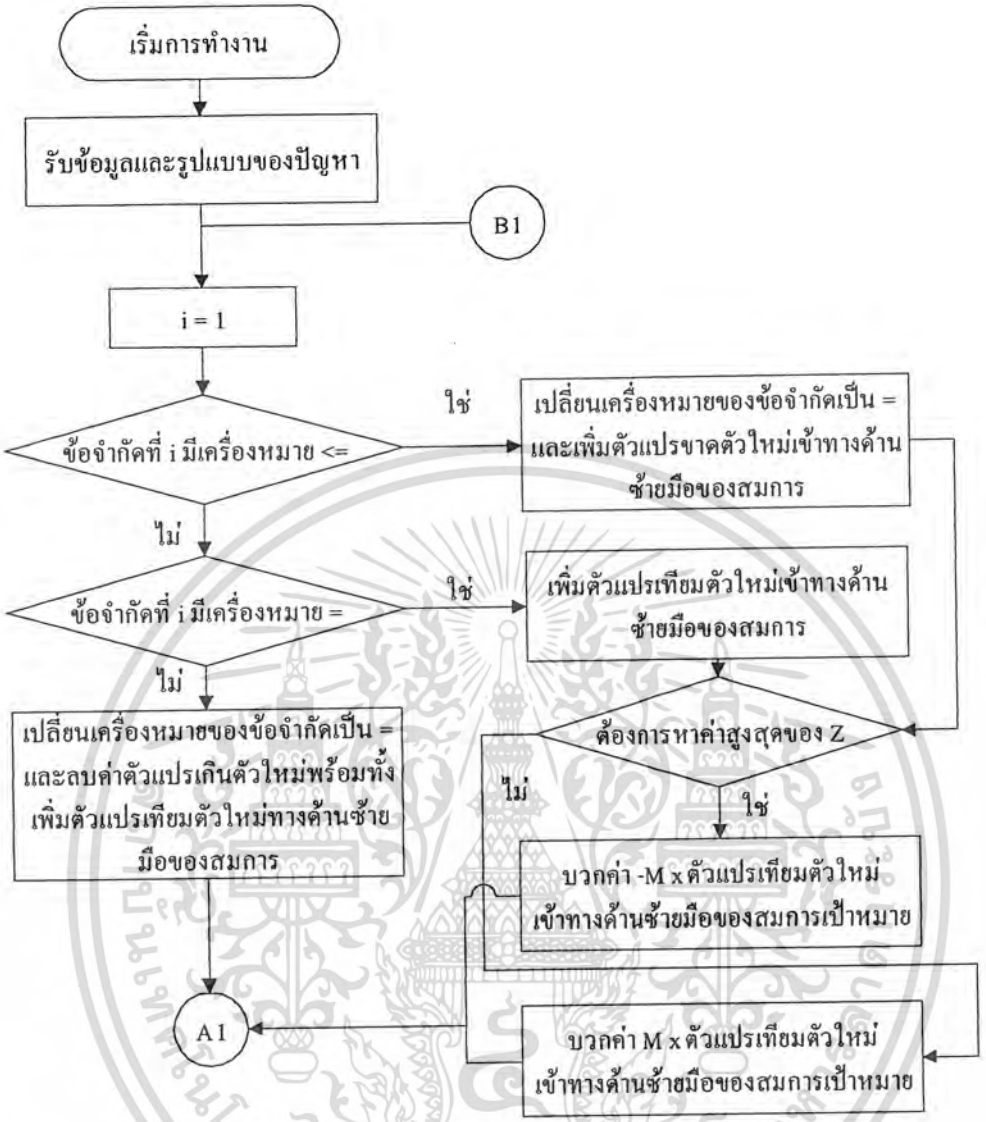
$$\geq , = , \leq$$

$$x_i \geq 0 \, , \, i = 1,2,\ldots,n$$

สามารถเขียนได้ดังนี้

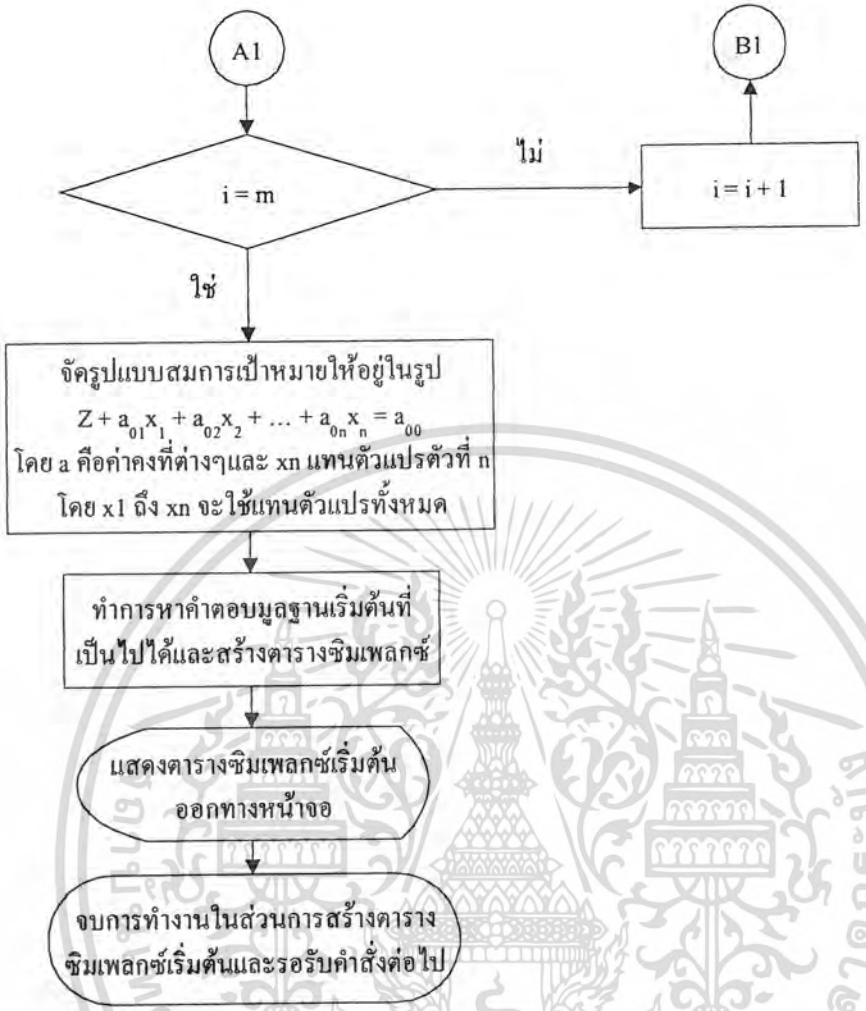
ส่วนที่ 1 ทำหน้าที่ในการรับข้อมูลของปัญหาและทำการสร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 รูปแสดงขั้นตอนในการรับข้อมูลของปัญหาและทำการสร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.10 รูปแสดงขั้นตอนในการรับข้อมูลของปัญหาและทำการสร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของโปรแกรม (ต่อ)

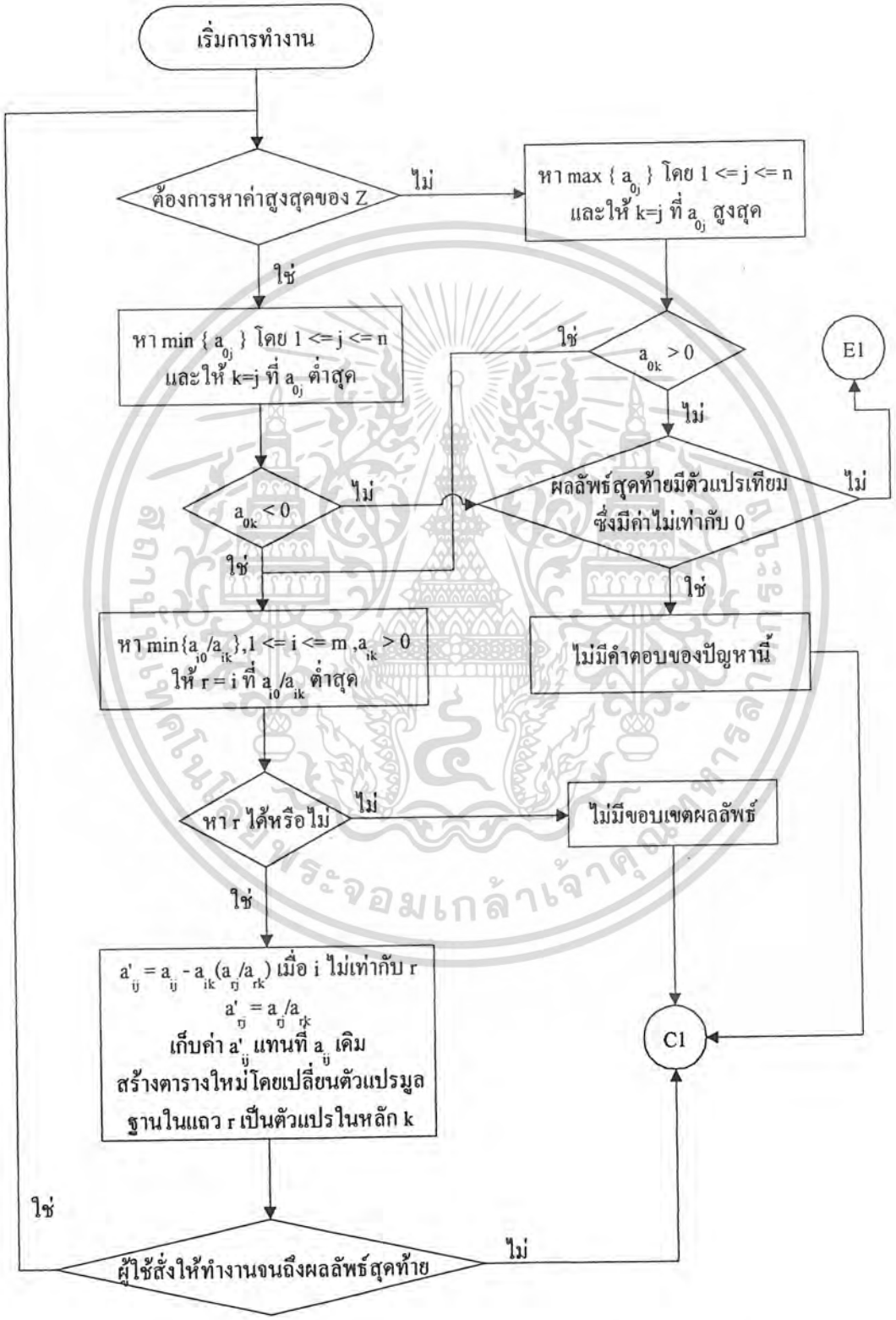
หลังจากการทำงานในส่วนที่ 1 แล้วจะได้รูปแบบของปัญหาซึ่งจัดอยู่ในรูปแบบของตารางซิมเพลกซ์ดังนี้ ต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของ Z โดยมีข้อจำกัดดังต่อไปนี้

$$Z + a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \ldots + a_{0n}x_n = a_{00}$$
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = a_{10}$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = a_{20}$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = a_{m0}$$
$$x_i \geq 0 \text{ , } i = 1,2,\ldots,n$$

โดย xi หมายถึงตัวแปร ตัวที่ i ซึ่งจะรวมถึงตัวแปรหลัก ตัวแปรขาด และตัวแปรเกินทั้งหมด

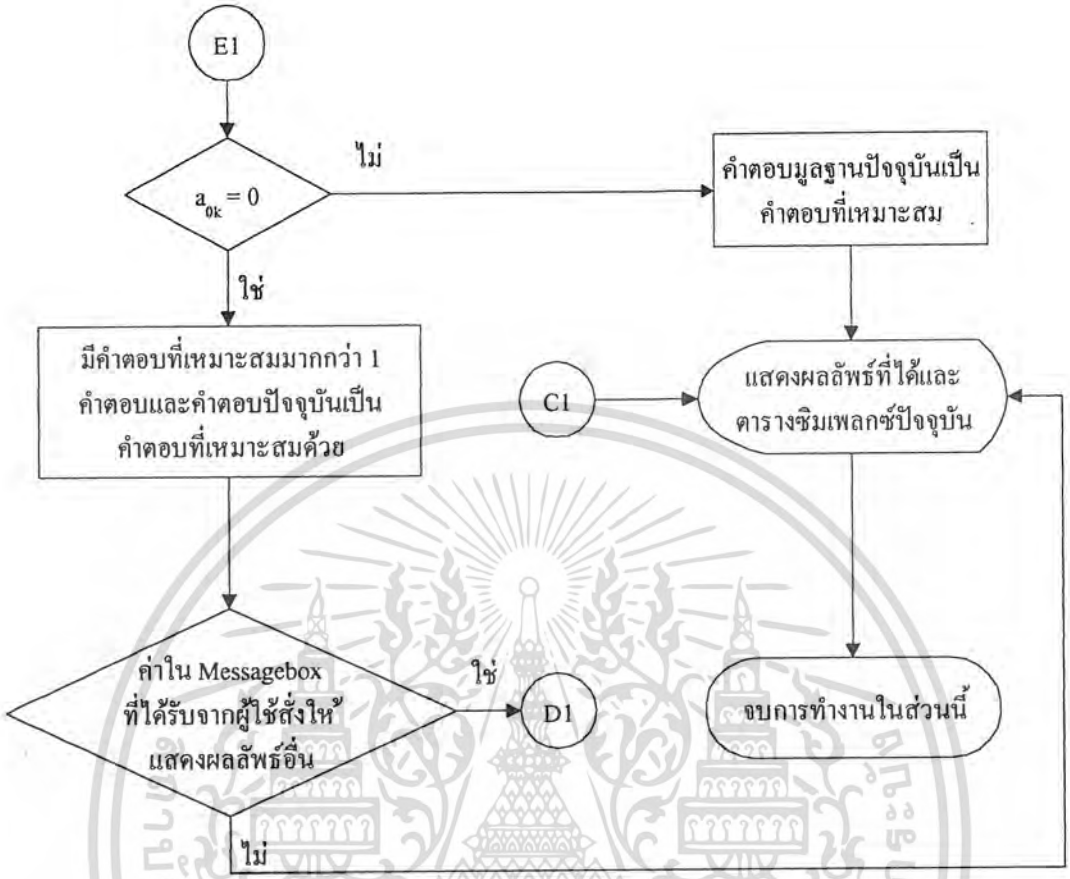
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนที่ 2 ทำหน้าที่ในการปรับปรุงค่าในตารางตามคำสั่งของผู้ใช้ซึ่งในส่วนนี้จะแสดงขั้นตอนการทำงานเมื่อผู้ใช้เลือกคำสั่งหลักๆ 2 คำสั่งคือ แสดงผลลัพธ์ในขั้นตอนต่อไปและแสดงผลลัพธ์สุดท้าย



รูปที่ 3.11 รูปแสดงขั้นตอนในการวิเคราะห์และปรับปรุงค่าในตารางของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12 รูปแสดงขั้นตอนในการวิเคราะห์และปรับปรุงค่าในตารางของโปรแกรม (ต่อ)

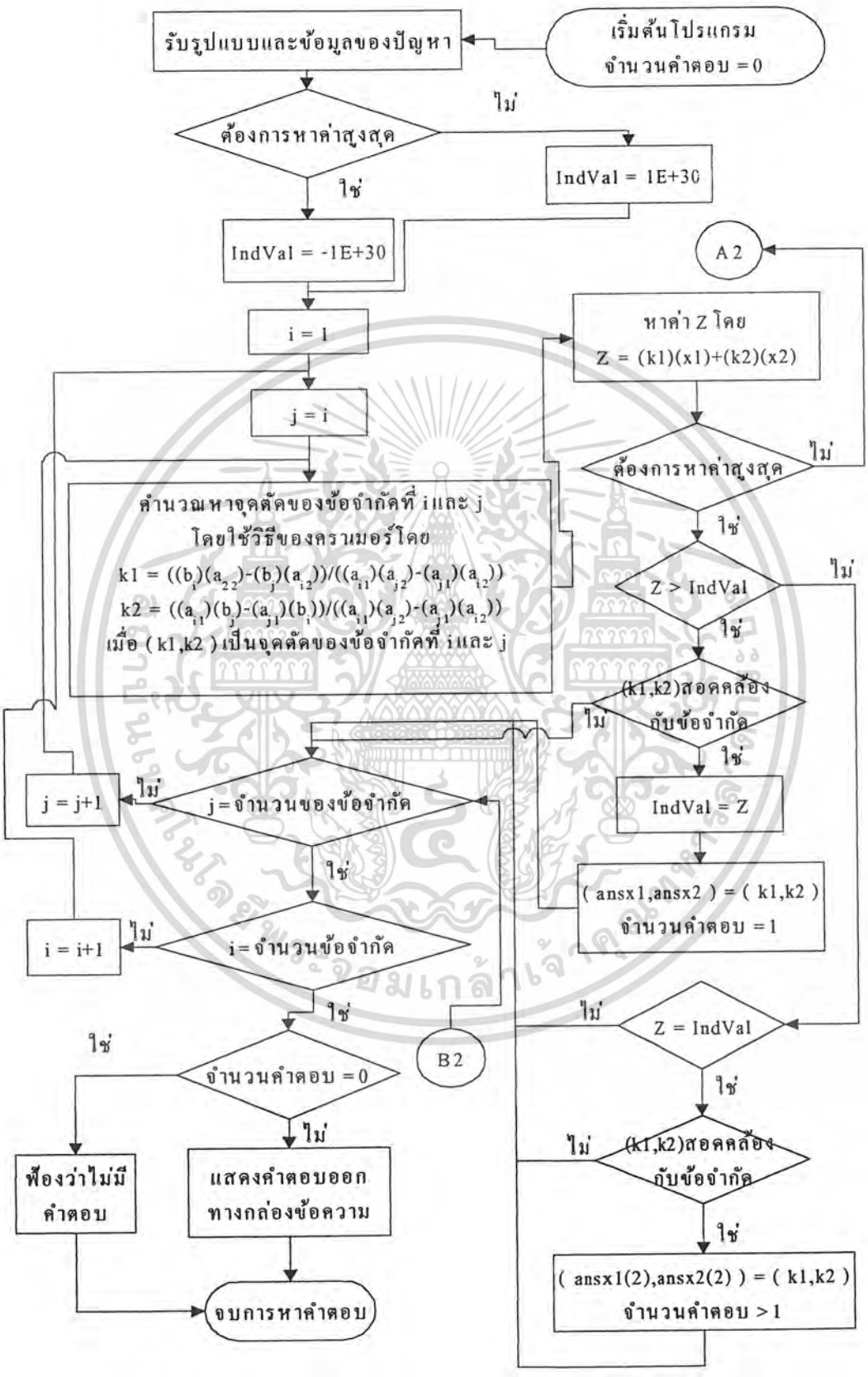
รายละเอียดของโปรแกรมวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีกราฟ มีดังนี้

รูปแบบของปัญหาคือต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของสมการ $Z = c_1x_1 + c_2x_2$

$$\left.\begin{array}{ll} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 & \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ a_{10\,1}x_1 + a_{10\,2}x_2 & \end{array}\right\} \begin{array}{l} \geq , = , \leq \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \left.\begin{array}{l} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{10} \end{array}\right.$$

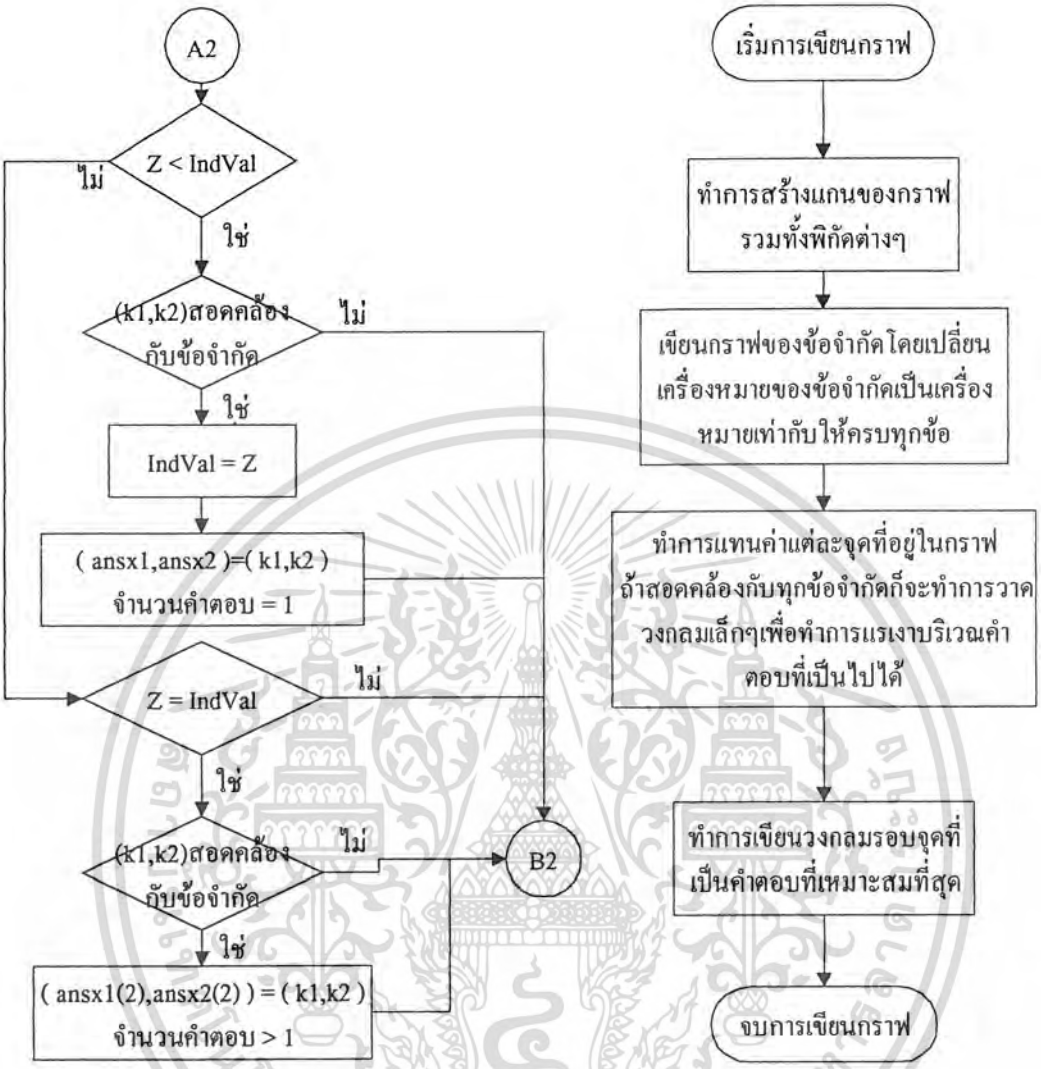
$$x_i \geq 0 \, , \, i = 1,2,\ldots,10$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.13 รูปแสดงขั้นตอนการคำนวณหาคำตอบในกรณีการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



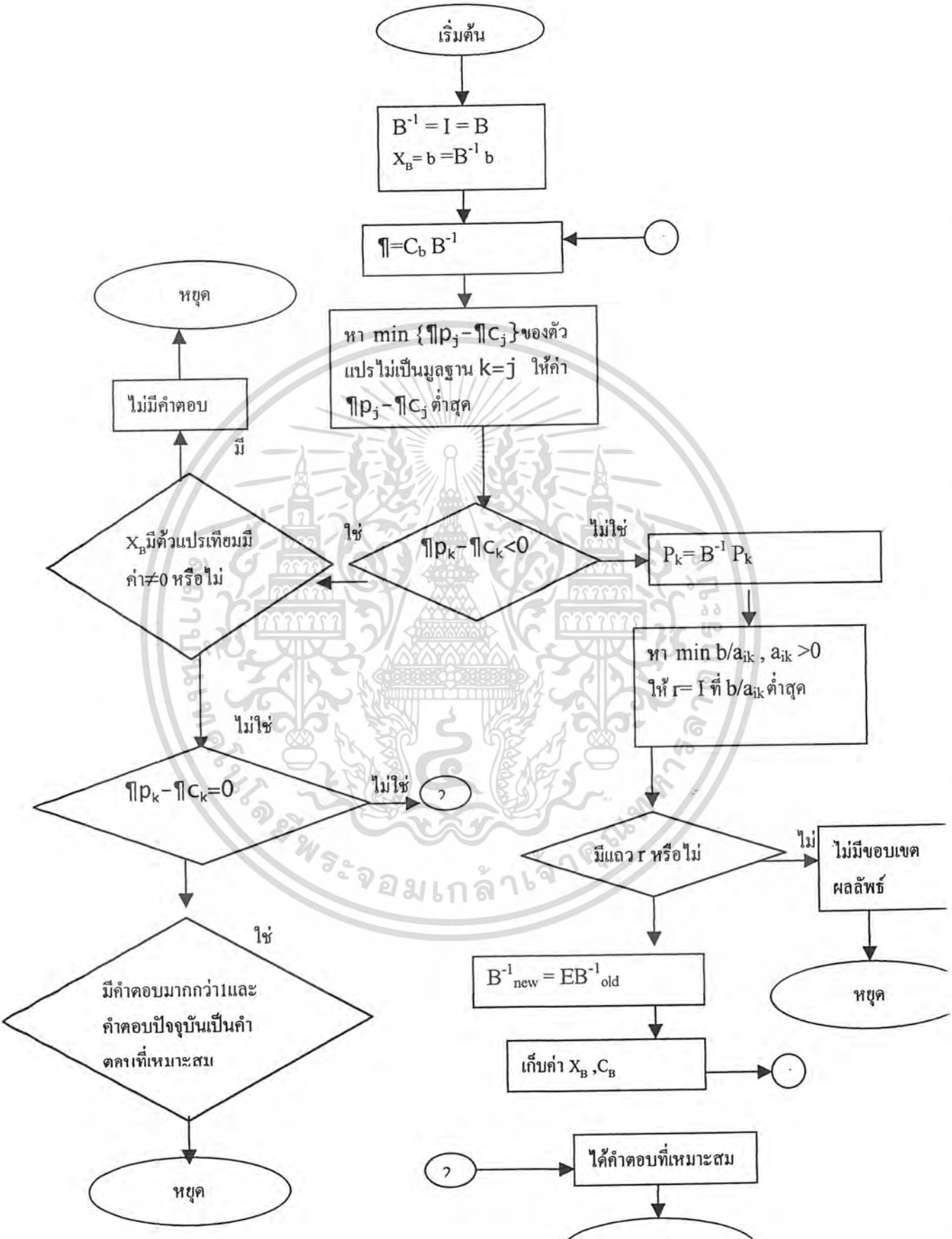
รูปที่ 3.14 รูปแสดงขั้นตอนการหาคำตอบด้วยวิธีกราฟ (ต่อ) และขั้นตอนการเขียนกราฟ

โดย คำตอบที่เหมาะสมที่สุดคือ Z = (ansx1)(x1) + (ansx2)(x2)

ในกรณีที่คำตอบมีมากกว่า 1 คำตอบ คำตอบจะอยู่ในรูปแบบของเส้นตรง และหลังจากจบการหาคำตอบจะทำการ check ว่าผลลัพธ์มีขอบเขตหรือไม่โดยทำการทดลองแทนค่าจุดที่อยู่ล้อมรอบจุดที่เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ถ้าได้คำตอบที่เหมาะสมกว่าโปรแกรมจะแสดงข้อความบอกผู้ใช้ว่าไม่มีขอบเขตของผลลัพธ์

รายละเอียดของโปรแกรมการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ มีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.15 รูปแสดงขั้นตอนการหาคำตอบด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์

นอกจากส่วนหลักๆ ข้างต้นโปรแกรมยังประกอบด้วยส่วนการทำงานย่อยๆดังต่อไปนี้

- ส่วนควบคุมตารางแสดงผล

ใช้ในการควบคุมการแสดงตารางในกรณีการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีซิมเพลกซ์ ในกรณีที่ตารางมีจำนวนแถวเกิน 8 แถว หรือมีหลักเกิน 5 หลัก โดยใช้ Scroll bar ในการควบคุมการแสดงผล ส่วนในกรณีการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีอื่นๆจะใช้ Scroll bar ของ Textbox

- ส่วนเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูล

ในส่วนนี้จะใช้ในการบันทึกหรือเปิดข้อมูลของปัญหาในแฟ้มข้อมูล

- ส่วนแสดงรายงานผลการแก้ปัญหา

ในส่วนนี้จะเป็นการแสดงผลการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนในรูปแบบของรายงานผล โดยรายงานจะประกอบด้วยข้อมูลของปัญหา ค่าในตารางในแต่ละขั้นตอนและค่าของตัวแปรต่างๆหลังจากจบการวิเคราะห์ในแต่ละขั้นตอน

- ส่วนอื่นๆ เช่น การย้อนกลับ การแก้ไขรูปแบบของปัญหา เป็นต้น

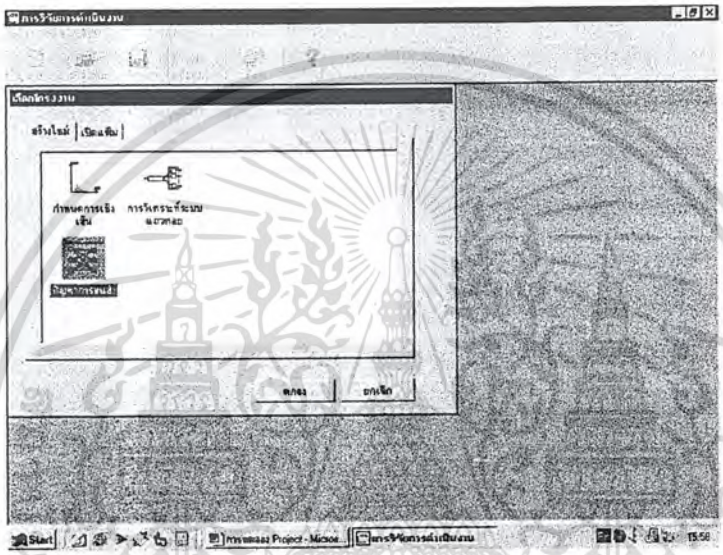
ในส่วนนี้จัดทำขึ้นเพื่อความสะดวกในการใช้งานโปรแกรม เพื่อให้เกิดความง่ายและความยืดหยุ่นในการใช้งานโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการศึกษาและทดลอง

4.1. การแก้ปัญหาการขนส่ง

เปิดโปรแกรมแล้วทำการเลือกโปรแกรมย่อยปัญหาการขนส่งดังรูป



รูปที่ 4.1 รูปแสดงการเลือกหัวข้อปัญหาการขนส่ง

ปัญหาที่ 4.1.1 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

ต้องการหาค่าขนส่งต่ำที่สุดโดยกำหนดให้

Supply ของแหล่งที่ 1 มีค่าเป็น 15 หน่วย

Supply ของแหล่งที่ 2 มีค่าเป็น 25 หน่วย

Supply ของแหล่งที่ 3 มีค่าเป็น 5 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 1 มีค่าเป็น 5 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 2 มีค่าเป็น 15 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 3 มีค่าเป็น 15 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 4 มีค่าเป็น 10 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 10 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 20 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 11 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 12 หน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 7 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 9 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 20 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 14 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 16 หน่วย
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 18 หน่วย

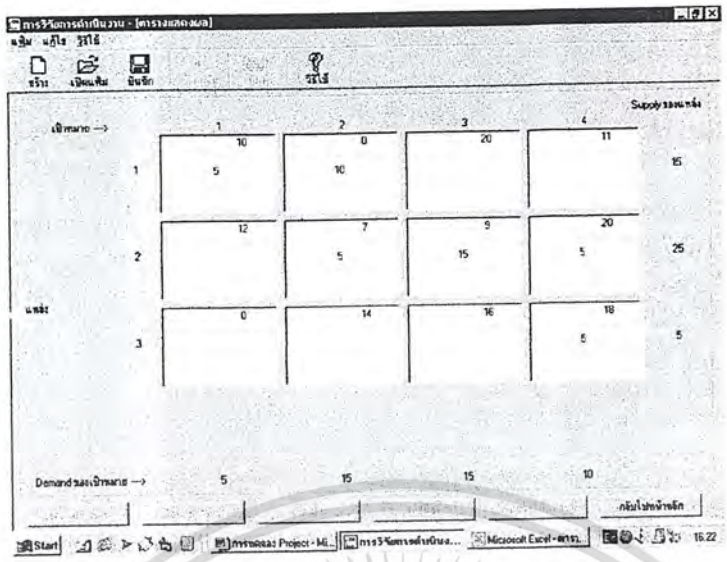
เมื่อนำข้อมูลของปัญหาป้อนเข้าสู่โปรแกรมจนครบแล้วเลือกวิธีการหาคำตอบเริ่มต้นแบบ North-west Corner Rule และเลือกวิธีการปรับปรุงคำตอบแบบ Stepping Stone โปรแกรมจะแสดงตารางคำตอบมูลฐานเริ่มต้นดังนี้

ตารางที่ 4.1 ตารางการขนส่งเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.1.1

		เป้าหมาย 1	2	3	4	Supply
แหล่ง	1	10 **5**	0 **10**	20	11	15
	2	12	7 **5**	9 **15**	20 **5**	25
	3	0	14	16	18 **5**	5
	Demand	5	15	15	10	

ซึ่งรูปแบบตารางที่แสดงออกทางหน้าจอตารางจะมีลักษณะดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 รูปแสดงหน้าจอตารางการขนส่งเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.1.1

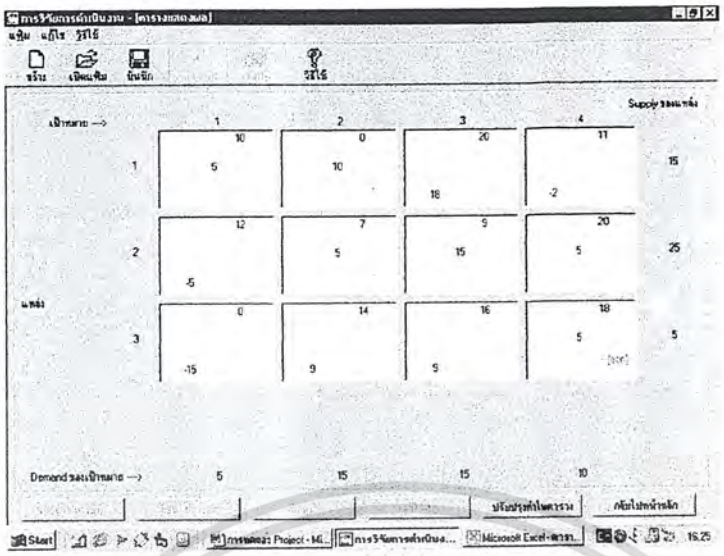
เมื่อกลับสู่หน้าจอปฏิบัติการแล้วเลือกทำซ้ำอีกหนึ่งครั้งแล้วกดเริ่มการทำซ้ำจะ ได้ตารางที่มีเครื่องหมาย ในการวนเป็นวงปิดเพื่อหาคำตอบดังนี้

ตารางที่ 4.2 ตารางการขนส่งเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.1.1 พร้อมเครื่องหมายประกอบการวิเคราะห์

		เป้าหมาย 1		เป้าหมาย 2		เป้าหมาย 3		เป้าหมาย 4		Supply
แหล่ง	1	5	10 -	10	0 +		20		11	15
	2		12	5	7 -	15	9	5	20 +	25
	3		0 +		14		16	5	18 - (ออก)	5
Demand		5		15		15		10		

ซึ่งในตัวโปรแกรมจะแสดงรูปดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 หน้าจอแสดงตารางการขนส่งเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.1.1 พร้อมเครื่องหมายประกอบการวิเคราะห์

เมื่อกดปุ่มปรับปรุงค่าในตารางจะได้ตารางการขนส่งใหม่หลังจากการทำซ้ำหนึ่งครั้งดังนี้

ตารางที่ 4.3 ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำหนึ่งครั้งของปัญหาที่ 4.1.1

		เป้าหมาย 1	2	3	4	Supply
แหล่ง	1	10 / 0	0 / 15	20	11	15
	2	12	7 / 0	9 / 15	20 / 10	25
	3	0 / 5	14	16	18	5
Demand		5	15	15	10	

กลับไปยังหน้าจอปฏิบัติการเลือกทำซ้ำอีกหนึ่งครั้งแล้วกลับไปยังหน้าจอตารางจะได้ตารางที่มีเครื่องหมายดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำหนึ่งครั้งของปัญหาที่ 4.1.1 พร้อมเครื่องหมายประกอบการวิเคราะห์

เป้าหมาย

แหล่ง	1	2	3	4	Supply
1	10 0 -(ออก)	0 15 +	20	11	15
2	12 +	7 0 -	9 15	20 10	25
3	0 5	14	16	18	5
Demand	5	15	15	10	

ทำการกดปุ่มปรับปรุงค่าในตารางจะได้ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำสองครั้งดังนี้

ตารางที่ 4.5 ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำครั้งที่สองของปัญหาที่ 4.1.1

เป้าหมาย

แหล่ง	1	2	3	4	Supply
1	10	0 15	20	11	15
2	12 0	7 0	9 15	20 10	25
3	0 5	14	16	18	5
Demand	5	15	15	10	

กลับไปยังหน้าจอปฏิบัติการเลือกทำซ้ำอีกหนึ่งครั้งแล้วกลับไปยังหน้าจอตารางจะได้ตารางที่มีเครื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายดังนี้

ตารางที่ 4.6 ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำครั้งที่สองของปัญหาที่ 2.1 พร้อมเครื่องหมายประกอบการวิเคราะห์

เป้าหมาย

แหล่ง	1	2	3	4	Supply
1	10	0	20	11	
		15 -		+	15
2	12	7	9	20	
	0	0 +	15	10 -(ออก)	25
3	0	14	16	18	
	5				5
Demand	5	15	15	10	

ทำการกดปุ่มปรับปรุงค่าในตารางจะได้ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำสามครั้งดังนี้

ตารางที่ 4.7 ตารางการขนส่งหลังจากการทำซ้ำครั้งที่สามของปัญหาที่ 4.1.1

เป้าหมาย

แหล่ง	1	2	3	4	Supply
1	10	0	20	11	
		5		10	15
2	12	7	9	20	
	0	10	15		25
3	0	14	16	18	
	5				5
Demand	5	15	15	10	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลับไปยังหน้าจอปฏิบัติการเลือกทำซ้ำอีกหนึ่งครั้งโปรแกรมจะแสดงข้อความว่าได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมเรียบร้อยแล้วซึ่งหมายความว่าตารางการขนส่งปัจจุบันเป็นคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาการขนส่งนี้และโปรแกรมจะแสดงรายงานผลดังนี้

ผลการทำซ้ำครั้งที่ 3

ให้แหล่ง 1 ส่งของไปยังเป้าหมาย 2 เป็นจำนวน 5 หน่วย
ให้แหล่ง 1 ส่งของไปยังเป้าหมาย 4 เป็นจำนวน 10 หน่วย
ให้แหล่ง 2 ส่งของไปยังเป้าหมาย 1 เป็นจำนวน 0 หน่วย
ให้แหล่ง 2 ส่งของไปยังเป้าหมาย 2 เป็นจำนวน 10 หน่วย
ให้แหล่ง 2 ส่งของไปยังเป้าหมาย 3 เป็นจำนวน 15 หน่วย
ให้แหล่ง 3 ส่งของไปยังเป้าหมาย 1 เป็นจำนวน 5 หน่วย
รวมค่าใช้จ่าย 315 หน่วย

ซึ่งรูปของหน้าจอแสดงรายงานผลจะเป็นดังนี้

รูปที่ 4.4 รูปแสดงหน้าจอแสดงรายงานผลการวิเคราะห์ครั้งที่สามของปัญหาที่ 4.1.1

จบการแก้ปัญหาการขนส่งที่ 4.1.1

ปัญหาที่ 4.1.2 รูปแบบของปัญหามีดังนี้
Supply ของแหล่งที่ 1 มีค่าเท่ากับ 200 หน่วย
Supply ของแหล่งที่ 2 มีค่าเท่ากับ 125 หน่วย
Supply ของแหล่งที่ 3 มีค่าเท่ากับ 175 หน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Demand ของเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 60 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 80 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 85 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 105 หน่วย

Demand ของเป้าหมายที่ 5 มีค่าเท่ากับ 70 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 18 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 16 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 16 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 19 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 1 ไปยังเป้าหมายที่ 5 มีค่าเท่ากับ 17 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 19 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 20 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 21 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 18 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 2 ไปยังเป้าหมายที่ 5 มีค่าเท่ากับ 22 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 1 มีค่าเท่ากับ 16 หน่วย

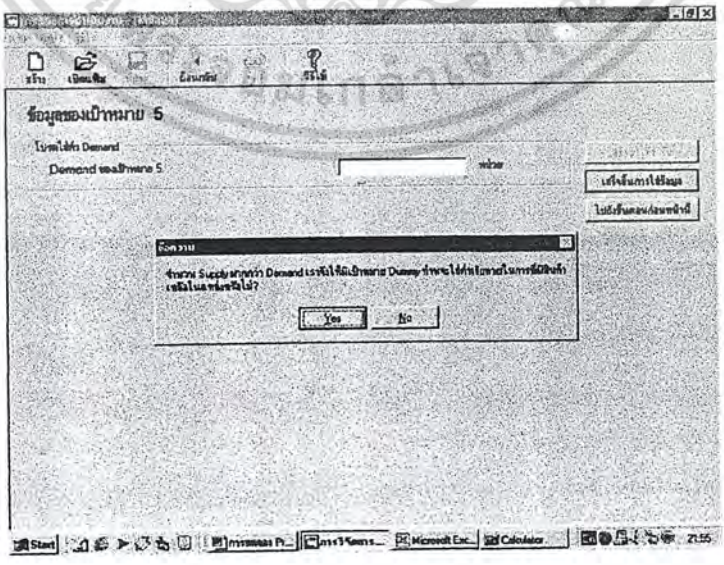
ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 2 มีค่าเท่ากับ 17 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 3 มีค่าเท่ากับ 19 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 4 มีค่าเท่ากับ 16 หน่วย

ค่าขนส่งจากแหล่งที่ 3 ไปยังเป้าหมายที่ 5 มีค่าเท่ากับ 17 หน่วย

นำข้อมูลของปัญหาใส่ให้กับโปรแกรมแล้วหลังจากใส่ข้อมูลเสร็จเรียบร้อยแล้วโปรแกรมจะถามว่าจะใส่ค่าเสียหายเนื่องจากมีสินค้าเหลือในแหล่งแต่เราจะตอบ No เนื่องจากเราไม่กำหนดให้มีค่าใช้จ่ายในส่วนนี้



รูปที่ 4.5 รูปแสดงหน้าจอติดต่อถามผู้ใช้ว่าจะใส่ค่าเสียหายเนื่องจากมีสินค้าเหลือในแหล่งหรือไม่

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของ ... ห้ามมิให้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วเลือกใช้วิธีประมาณของโวเกลในการหาตารางคำตอบมูลฐานเริ่มต้นจะได้รูปแบบของตารางขนส่งเริ่มต้นดังนี้

ตารางที่ 4.8 ตารางการขนส่งเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.1.2

แหล่ง \ เป้าหมาย	1	2	3	4	5	Dummy	Supply
1	18	16 80	16 85	19	17 35	0	200
2	19	20	21	18 25	22	0 100	125
3	16 60	17	19	16 80	17 35	0	175
Demand	60	80	85	105	70	100	

เมื่อเลือกตัวเลือกทำซ้ำอีกหนึ่งครั้งโปรแกรมจะแสดงข้อความว่าได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมเรียบร้อยแล้วเมื่อกดปุ่มแสดงรายงานผลจะได้ผลดังนี้

ผลการหาคำตอบเริ่มต้น

ให้แหล่ง 1 ส่งของไปยังเป้าหมาย 2 เป็นจำนวน 80 หน่วย
ให้แหล่ง 1 ส่งของไปยังเป้าหมาย 3 เป็นจำนวน 85 หน่วย
ให้แหล่ง 1 ส่งของไปยังเป้าหมาย 5 เป็นจำนวน 35 หน่วย
ให้แหล่ง 2 ส่งของไปยังเป้าหมาย 4 เป็นจำนวน 25 หน่วย
ยอมให้แหล่ง 2 เหลือสินค้า 100 หน่วย
ให้แหล่ง 3 ส่งของไปยังเป้าหมาย 1 เป็นจำนวน 60 หน่วย
ให้แหล่ง 3 ส่งของไปยังเป้าหมาย 4 เป็นจำนวน 80 หน่วย
ให้แหล่ง 3 ส่งของไปยังเป้าหมาย 5 เป็นจำนวน 35 หน่วย

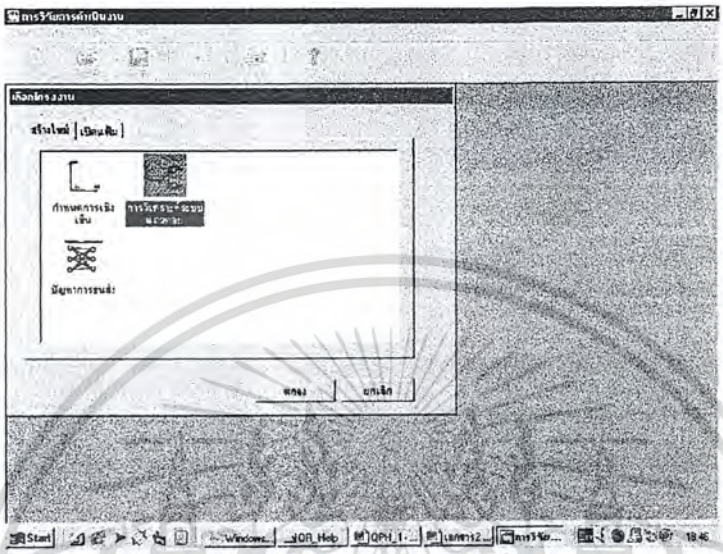
รวมค่าใช้จ่าย 6520 หน่วย

จบการแก้ปัญหาการขนส่งที่ 4.1.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2. การวิเคราะห์ระบบแถวคอย

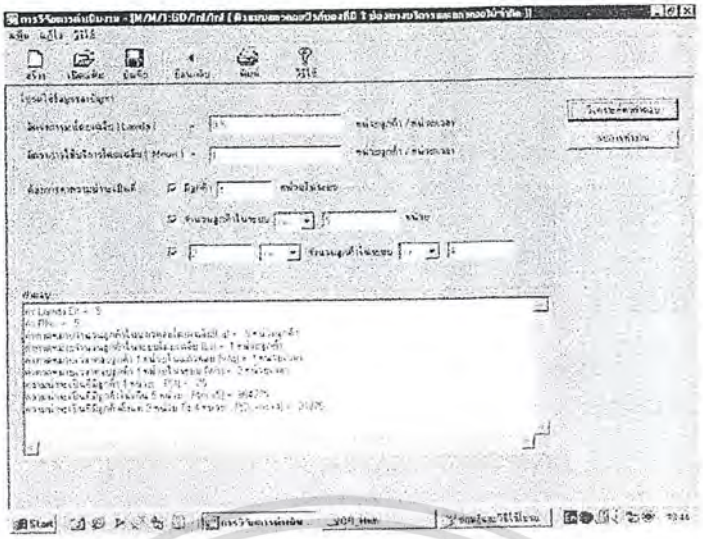
ทำการเปิดโปรแกรมและทำการเลือกใช้โปรแกรมย่อยการวิเคราะห์ระบบแถวคอยดังรูป



รูปที่ 4.6 รูปแสดงการเลือกหัวข้อการวิเคราะห์ปัญหาระบบแถวคอย

ปัญหาที่ 4.2.1 รูปแบบของปัญหามีดังนี้
รูปแบบของระบบจะเป็นแบบมี 1 ช่องทางบริการและไม่จำกัดขนาดของแถวคอย
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.5 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
อัตราการให้บริการ โดยเฉลี่ย(Meuw) = 1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 หน่วย
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 หน่วย แต่ไม่เกิน 4 หน่วย
เลือกรูปแบบของปัญหาเป็นแบบ (M/M/1) : (GD/Inf/Inf)แล้วทำการใส่ข้อมูลของปัญหาลงในโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.1

จะได้คำตอบดังนี้

Lamda Eff = 0.5

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 0.5

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.5 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 1 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 2 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ , P(1) = 0.25

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 หน่วย = 0.984375

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 หน่วย แต่ไม่เกิน 4 หน่วย = 0.21875

ปัญหาที่ 4.2.2 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

รูปแบบของระบบจะเป็นแบบมี 1 ช่องทางบริการและไม่จำกัดขนาดของแถวคอย

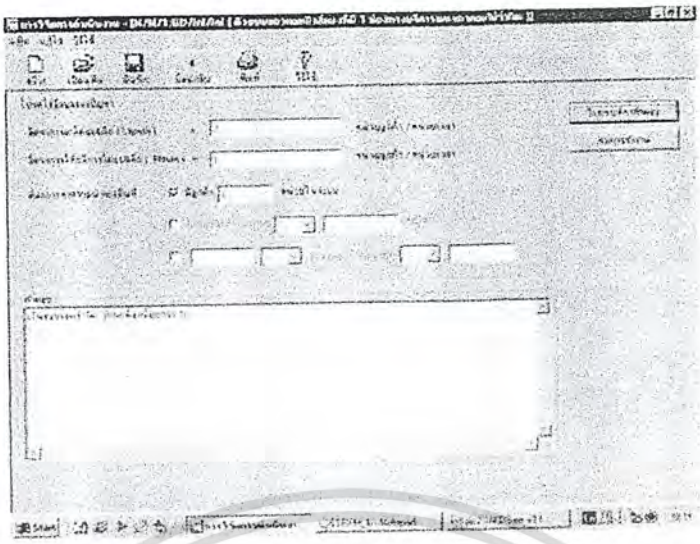
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ

เลือกรูปแบบของปัญหาเป็นแบบ (M/M/1) : (GD/Inf/Inf)แล้วทำการใส่ข้อมูลของปัญหาลงในโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

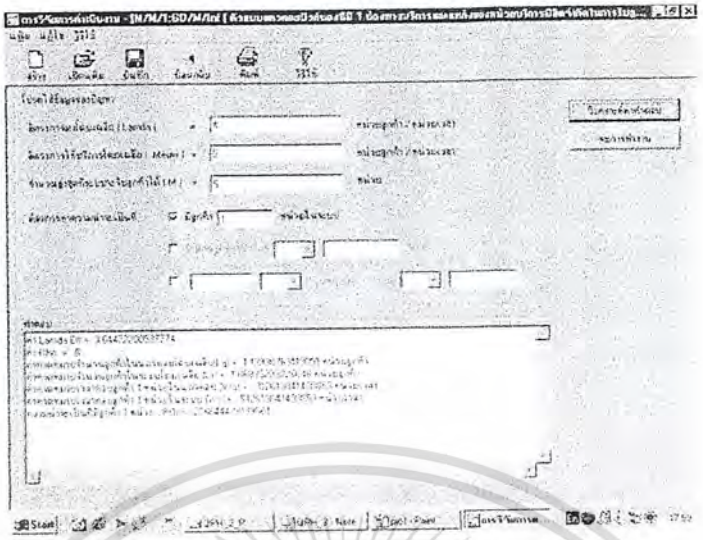


รูปที่ 4.8 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.2

เนื่องจากในการหาคำตอบค่า Rho จะมีค่ามากกว่า 1 ไม่ได้ ดังนั้นโปรแกรมจะแสดงข้อความเตือนและไม่แสดงคำตอบของปัญหา

ปัญหาที่ 4.2.3 รูปแบบของปัญหามีดังนี้
รูปแบบของระบบจะเป็นแบบมี 1 ช่องทางบริการและแถวคอยรับลูกค้าได้เพียง M หน่วย
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
อัตราการให้บริการ โดยเฉลี่ย(Meuw) = 5 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 5 หน่วย
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย
เลือกรูปแบบของปัญหาเป็นแบบ (M/M/1) : (GD/M/Inf) และทำการใส่ข้อมูลลงในโปรแกรมแล้วทำการจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.3

คำตอบที่ได้มีดังนี้

Lamda Eff = 3.64472200537774

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 0.8

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 1.139387631 19091 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1.86833203226646 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0.312613041408853 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.512613041408853 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.216844479139561

ปัญหาที่ 4.2.4 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

รูปแบบของระบบเป็นแบบมี C ช่องทางบริการและแถวคอยรับลูกค้าได้ไม่จำกัดจำนวน

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.25 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

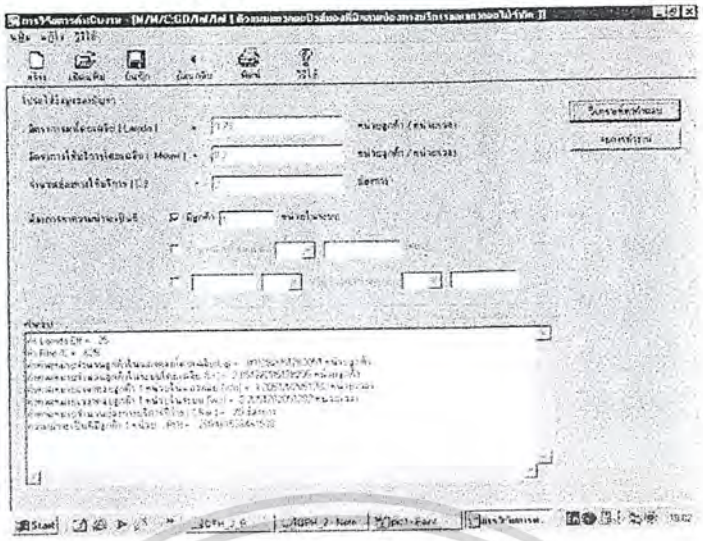
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) =2 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เลือกรูปแบบของปัญหาเป็นแบบ (M/M/C) : (GD/Inf/Inf)แล้วใส่ข้อมูลลงในโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.4

คำตอบที่ได้มีดังนี้

Lamda Eff = 0.25

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.625

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.8012820512820512 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 2.05128205128205 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 3.205128205128205 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 8.205128205128205 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.2884615384615384

ปัญหาที่ 4.2.5 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

รูปแบบของระบบเป็นแบบมี C ช่องทางบริการและแถวคอยรับลูกค้าได้ไม่จำกัดจำนวน

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.25 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

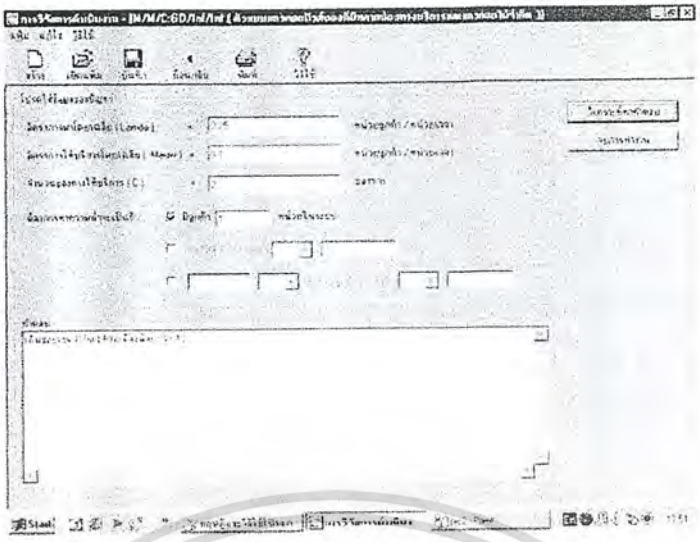
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) =2 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เลือกรูปแบบของปัญหาเป็นแบบ (M/M/C) : (GD/Inf/Inf)แล้วใส่ข้อมูลลงในโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

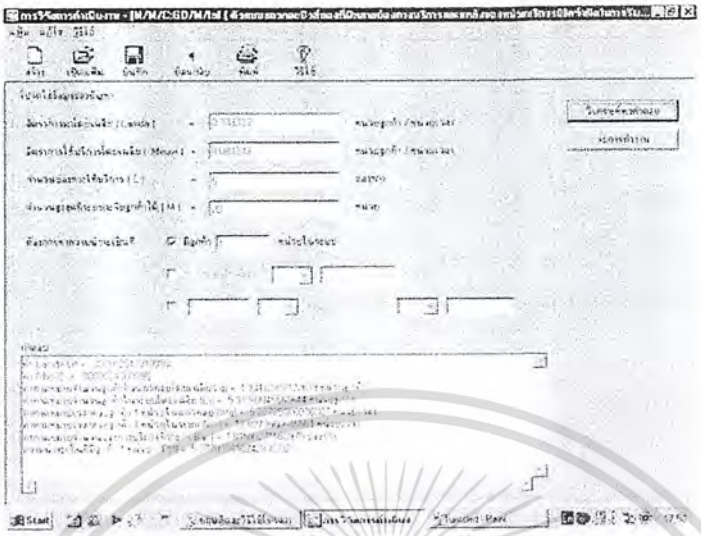


รูปที่ 4.11 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.5

เนื่องจากในการหาคำตอบค่า Rho จะมีค่ามากกว่า 1 ไม่ได้ ดังนั้นโปรแกรมจะแสดงข้อความเตือนและไม่แสดงคำตอบของปัญหา

ปัญหาที่ 4.2.6 รูปแบบของปัญหามีดังนี้
รูปแบบของระบบจะเป็นแบบมีช่องทางบริการ C ช่องทางและแถวคอยรับลูกค้าได้ M หน่วย
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.333333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.083333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) = 5 หน่วย
จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 20 หน่วย
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย
เลือกใช้รูปแบบ (M/M/C) : (GD/M/Inf) แล้วจึงใส่ข้อมูลให้กับโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.6

คำตอบที่ได้มีดังนี้

Lamda Eff = 0.3320126123100 93

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.8000024000096

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 1.934723171226 19 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 5.91889045561644 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 5.82725806036307 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 17.8273060605551 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.0527703381024283

ปัญหาที่ 4.2.7 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

รูปแบบของระบบจะเป็นแบบมีช่องทางบริการ C ช่องทางและแถวคอยรับลูกค้าได้ M หน่วย

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.333333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.083333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

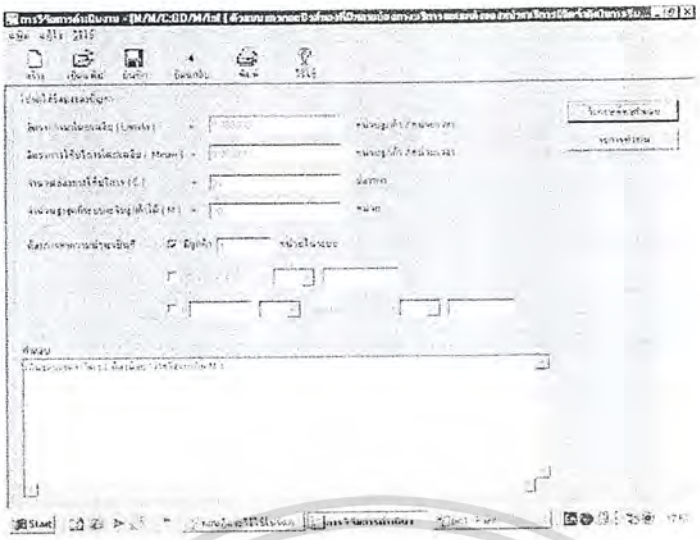
จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) = 21 หน่วย

จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 20 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เลือกใช้รูปแบบ (M/M/C) : (GD/M/Inf) แล้วจึงใส่ข้อมูลให้กับโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่ม วิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

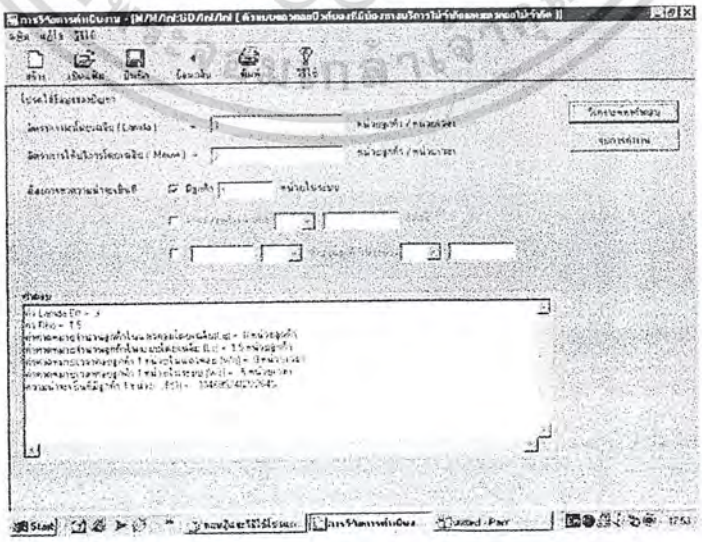
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.7

เนื่องจากในการหาคำตอบค่า C จะมีค่ามากกว่า M ไม่ได้ ดังนั้นโปรแกรมจะแสดงข้อความเตือนและไม่แสดงคำตอบของปัญหา

ปัญหาที่ 4.2.8 รูปแบบของปัญหามีดังนี้
รูปแบบของปัญหาเป็นแบบที่จำนวนของจุดบริการเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับผู้เข้ารับบริการ
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา
ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย
เลือกรูปแบบปัญหาเป็นแบบ (M/M/Inf) : (GD/Inf/Inf) แล้วทำการป้อนข้อมูลเข้าสู่โปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



รูปที่ 4.14 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำตอบที่ได้มีดังนี้

Lamda Eff = 3

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 1.5

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1.5 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.5 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.334695240222645

ปัญหาที่ 4.2.9 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

ระบบเป็นแบบที่มีหลายช่องทางบริการ และจำนวนลูกค้าที่จะเข้าสู่ระบบมีจำนวนจำกัด

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

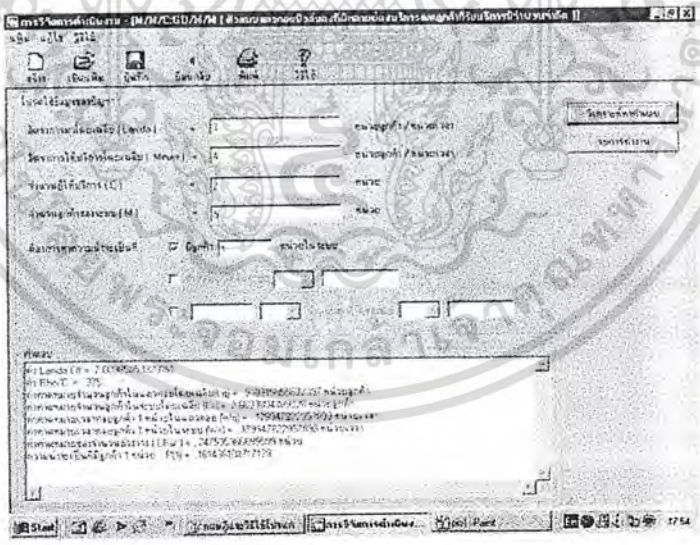
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ผู้ซ่อมหรือผู้บำรุงรักษา(C) = 2 หน่วย

จำนวนเครื่องจักร(M) = 5 หน่วย

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เลือกรูปแบบปัญหาเป็นแบบ (M/M/C) : (GD/M/M) ใส่ข้อมูลให้กับโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



รูปที่ 4.15 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.9

คำตอบที่ได้มีดังนี้

Lamda Eff = 7.00985853320161

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.375

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.910915855632397 หน่วยลูกค้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 2.6633804889328 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0.129947822957899 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.379947822957899 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.161436108717129

ปัญหาที่ 4.2.10 ปัญหามีรูปแบบดังนี้

ระบบเป็นแบบที่มีหลายช่องทางบริการ และจำนวนลูกค้าที่จะเข้าสู่ระบบมีจำนวนจำกัด

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

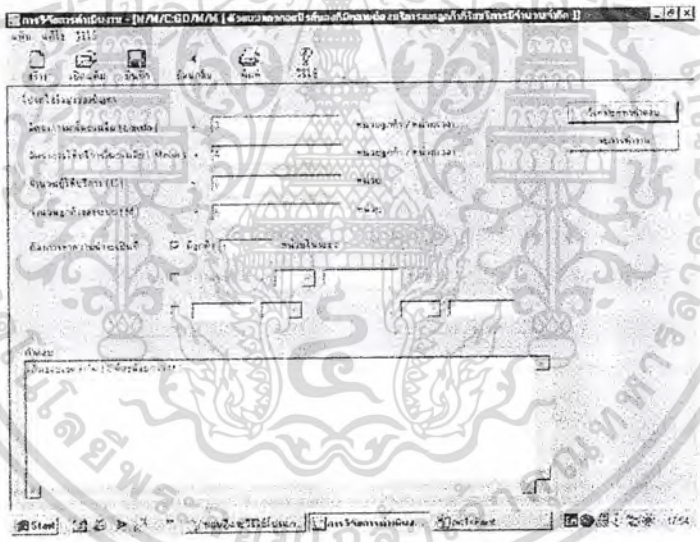
อัตราการให้บริการ โดยเฉลี่ย(Meuw) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ผู้ซ่อมหรือผู้บำรุงรักษา(C) = 6 หน่วย

จำนวนเครื่องจักร(M) = 5 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เลือกรูปแบบปัญหาเป็นแบบ (M/M/C) : (GD/M/M) ใส่ข้อมูลให้กับโปรแกรมจากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



รูปที่ 4.16 รูปแสดงหน้าจอแสดงการวิเคราะห์ปัญหาที่ 4.2.10

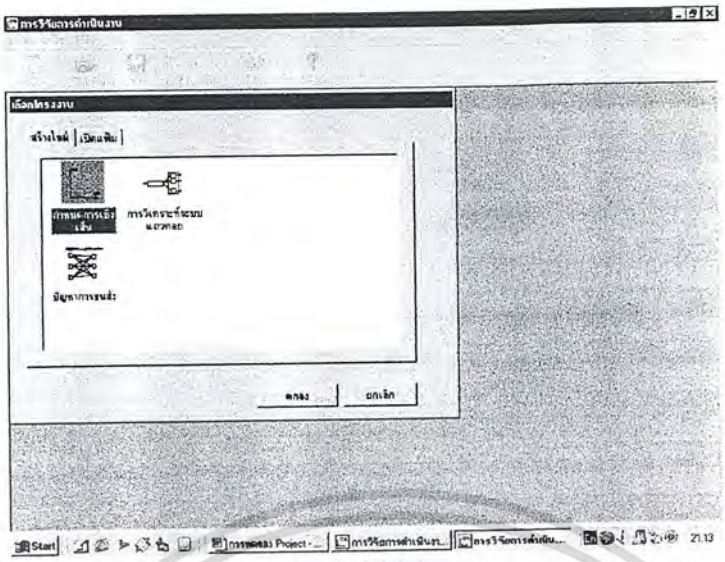
เนื่องจากในการหาคำตอบค่า C จะมีค่ามากกว่า M ไม่ได้ ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่ได้

4.3. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

4.3.1. การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีกราฟ

เปิดโปรแกรมและทำการเลือกใช้โปรแกรมย่อยกำหนดการเชิงเส้นดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.17 รูปแสดงการเลือกหัวข้อกำหนดการเชิงเส้น

แล้วจึงทำการกดปุ่มตกลงเพื่อเริ่มการทำงานแล้วจึงทำการใส่ข้อมูลของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหาที่ 4.3.1.1 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

หาค่าสูงสุดของ $Z = 3x_1 + 5x_2$

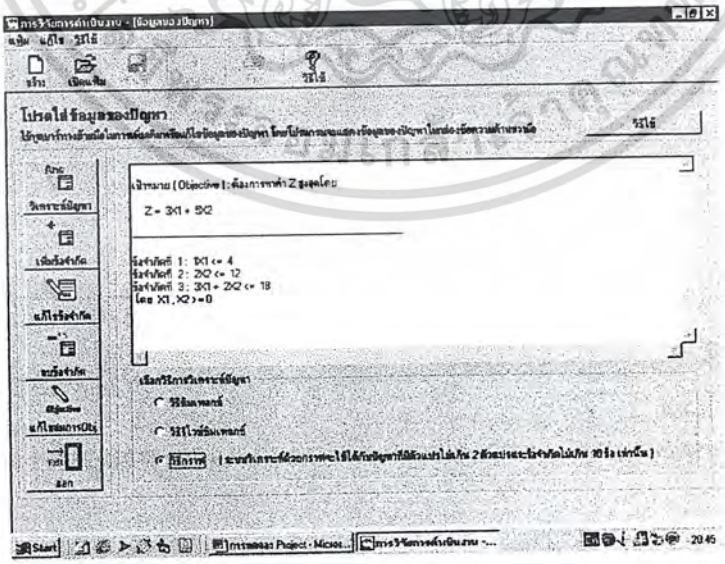
โดยมีข้อจำกัด $x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกใช้วิธีกราฟดังรูป



รูปที่ 4.18 รูปแสดงหน้าจอรับข้อมูลของปัญหาที่ 4.3.1.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

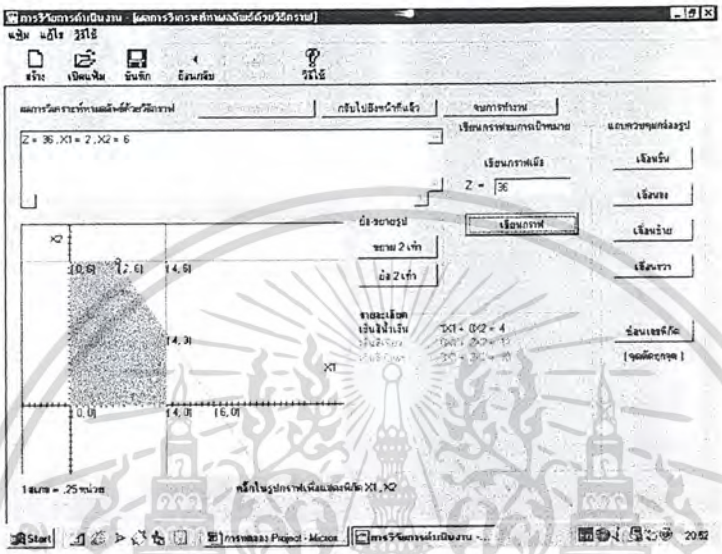
เมื่อกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาบนทูลบาร์ด้านซ้ายมือจะได้คำตอบดังนี้

ค่า Z สูงสุดมีค่าเท่ากับ 36

ค่าของ x_1 ที่ทำให้ Z มีค่าสูงสุดมีค่าเท่ากับ 2

ค่าของ x_2 ที่ทำให้ Z มีค่าสูงสุดมีค่าเท่ากับ 6

ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหานี้



รูปที่ 4.19 รูปแสดงหน้าจอแสดงผลลัพธ์ของการแก้ปัญหา 4.3.1.1 ด้วยวิธีกราฟ

ปัญหาที่ 4.3.1.2 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = 2x_1 + 3x_2$

โดยมีข้อจำกัด $x_1 + x_2 \leq 4$

$6x_1 + 2x_2 \geq 8$

$x_1 + 5x_2 \geq 4$

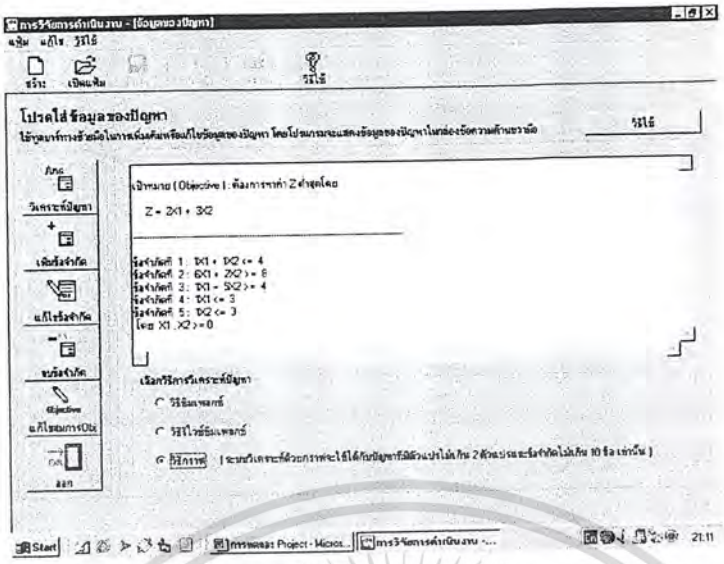
$x_1 \leq 3$

$x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกใช้วิธีกราฟดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.20 รูปแสดงหน้าจอรับข้อมูลของปัญหาที่ 4.3.1.2

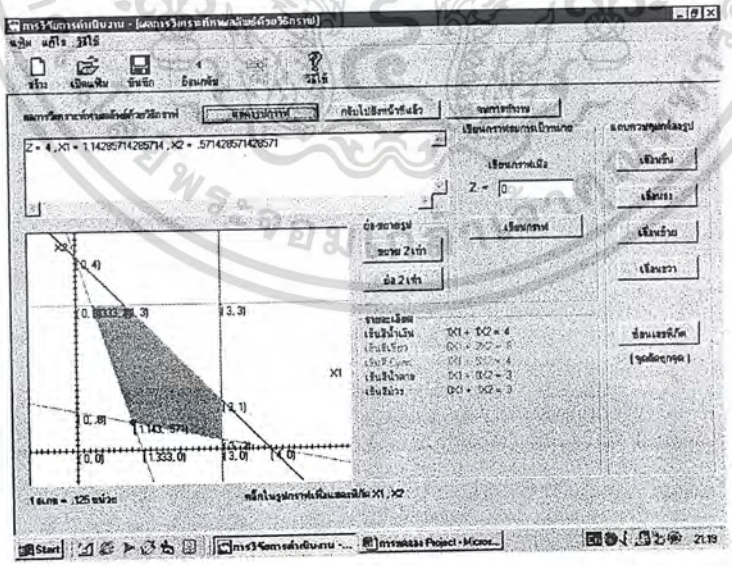
เมื่อกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาบนทูลบาร์ด้านซ้ายมือจะได้คำตอบดังนี้

ค่า Z ต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 4

ค่าของ x_1 ที่ทำให้ Z มีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 1.143

ค่าของ x_2 ที่ทำให้ Z มีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 0.571

ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหานี้



รูปที่ 4.21 รูปแสดงผลการปัญหา 4.3.1.2 ด้วยวิธีกราฟ

4.3.2. การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีซิมเพลกซ์

เปิดโปรแกรมและทำการเลือกใช้โปรแกรมย่อยกำหนดการเชิงเส้นเช่นเดียวกับการแก้ปัญหาด้วยวิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟแล้วจึงทำการใส่ข้อมูลของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหาที่ 4.3.2.1 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

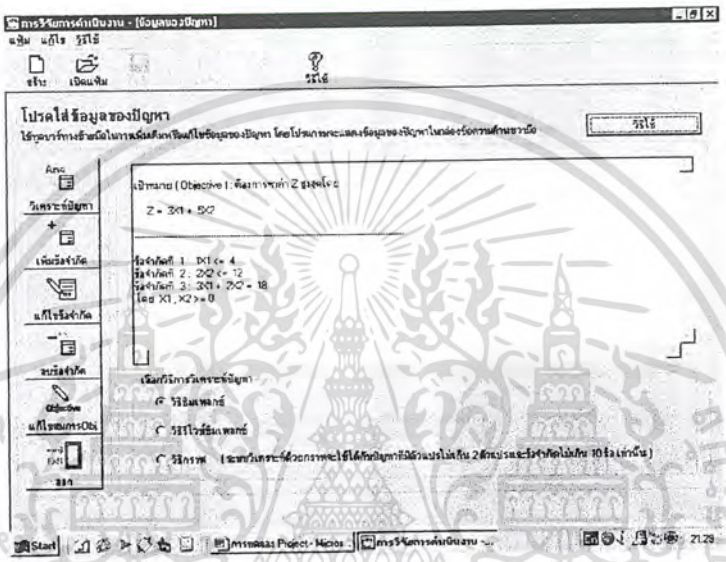
หาค่าสูงสุดของ $Z = 3x_1 + 5x_2$

โดยมีข้อจำกัด $x_1 \le 4$

$2x_2 \le 12$

$3x_1 + 2x_2 = 18$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกวิธีซิมเพลกซ์ดังรูป



รูปที่ 4.22 รูปแสดงหน้าจอรับข้อมูลของปัญหาที่ 4.3.2.1

โปรแกรมจะแสดงรูปแบบของปัญหาหลังจากการแปลงรูปเพื่อเข้าตารางซิมเพลกซ์ดังนี้

เป้าหมาย (Objective) : ต้องการหาค่า Z สูงสุดโดย

$Z - (3M + 3)x_1 - (2M + 5)x_2 = -18M$

ข้อจำกัดที่ 1 : $x_1 + s_1 = 4$

ข้อจำกัดที่ 2 : $2x_2 + s_2 = 12$

ข้อจำกัดที่ 3 : $3x_1 + 2x_2 + R_1 = 18$

โดย $x_1, x_2, s_1, s_2, R_1 \ge 0$

เมื่อกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาบนทูลบาร์ด้านซ้ายมือจะได้ตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.9 ตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.2.1

	Z	X1	X2	S1	S2	R1	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	-3M-3	-2M-5	0	0	0	-18M
S1	0	1	0	1	0	0	4
S2	0	0	2	0	1	0	12
R1	0	3	2	0	0	1	18

ค่า Z = -18M

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

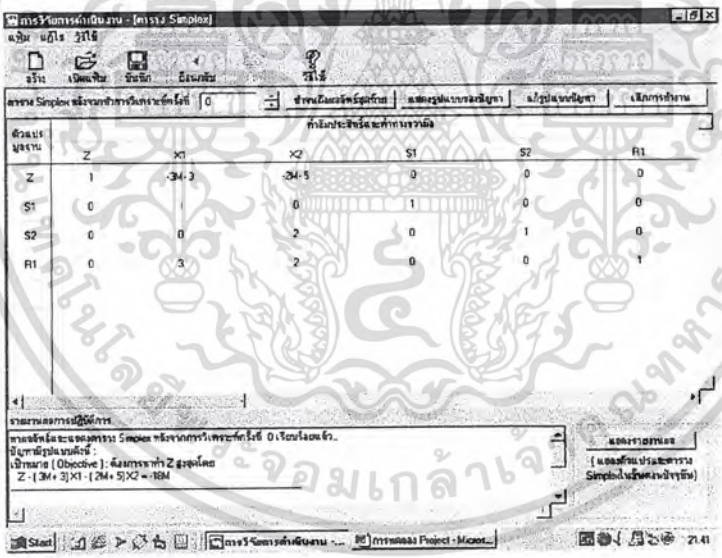
S1 = 4

S2 = 12

R1 = 18

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

X1 , X2



รูปที่ 4.23 รูปแสดงหน้าจอแสดงตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.2.1

เมื่อทำการกดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงตารางซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไป (หลังจากการทำซ้ำครั้งที่ 1) จะได้ผลดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.10 ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 1 ของปัญหาที่ 4.3.2.1

	Z	X1	X2	S1	S2	R1	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	-2M-5	3M+ 3	0	0	-6M+ 12
X1	0	1	0	1	0	0	4
S2	0	0	2	0	1	0	12
R1	0	0	2	-3	0	1	6

ได้ Z = -6M+ 12

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = 4

S2 = 12

R1 = 6

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

X2 , S1

เมื่อทำการกดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงตารางซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไป (หลังจากการทำซ้ำครั้งที่ 2) จะได้ผลดังนี้

ตารางที่ 4.11 ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 2 ของปัญหาที่ 4.3.2.1

Z	Z	X1	X2	S1	S2	R1	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	0	-4.5	0	1M+ 2.5	27
X1	0	1	0	1	0	0	4
S2	0	0	0	3	1	-1	6
X2	0	0	1	-1.5	0	.5	3

ได้ Z = 27

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = 4

X2 = 3

S2 = 6

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

S1 , R1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการกดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงตารางซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไป (หลังจากการทำซ้ำครั้งที่ 3) จะได้ผลดังนี้

ตารางที่ 4.12 ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 3 ของปัญหาที่ 1.2.1

	Z	X1	X2	S1	S2	R1	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	0	0	1.5	1M+ 1	36
X1	0	1	0	0	-.333	.333	2
S1	0	0	0	1	.333	-.333	2
X2	0	0	1	0	.5	0	6

ได้ Z = 36

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = 2

X2 = 6

S1 = 2

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

S2 , R1

หลังจากนั้นเมื่อกดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมทำงานในขั้นตอนต่อไปโปรแกรมจะแสดงกล่องข้อความว่าได้คำตอบของปัญหาเรียบร้อยแล้ว

ปัญหาที่ 4.3.2.2 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = 4x_1 + x_2$

$$3x_1 + x_2 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกวิธีซิมเพลกซ์

โปรแกรมจะแสดงรูปแบบของปัญหาหลังจากการแปลงรูปเพื่อเข้าตารางซิมเพลกซ์ดังนี้

เป้าหมาย (Objective) : ต้องการหาค่า Z ต่ำสุดโดย

$$Z + (7M - 4)x_1 + (4M - 1)x_2 - Ms_1 = 9M$$

ข้อจำกัดที่ 1 : $3x_1 + x_2 + R_1 = 3$

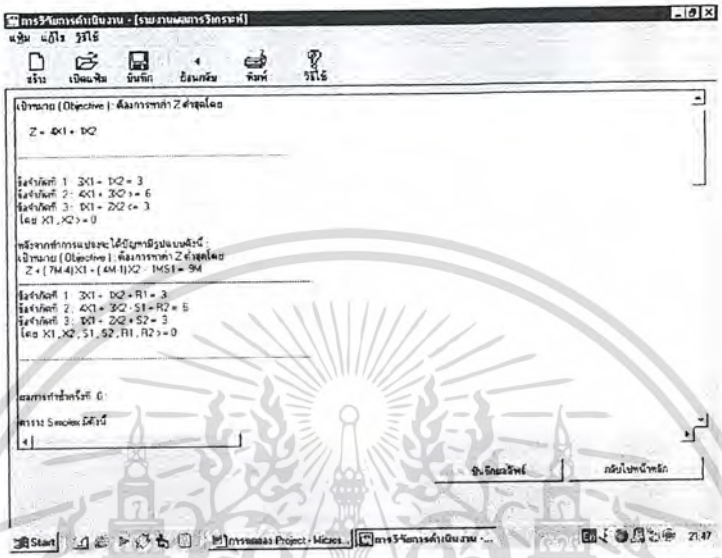
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อจำกัดที่ 2 : $4x_1 + 3x_2 - s_1 + R_2 = 6$

ข้อจำกัดที่ 3 : $x_1 + 2x_2 + s_2 = 3$

โดย $x_1, x_2, s_1, s_2, R_1, R_2 \geq 0$

ดังรูป



รูปที่ 4.24 หน้าจอแสดงรูปแบบของปัญหา 4.3.2.2 หลังจากการแปลงรูปเพื่อเข้าตารางซิมเพลกซ์

เมื่อกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาบนทูลบาร์ด้านซ้ายมือจะได้ตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นดังนี้

ตารางที่ 4.13 แสดงตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.2.2

	Z	X1	X2	R1	S1	R2	S2	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	7M-4	4M-1	0	-1M	0	0	9M
R1	0	3	1	1	0	0	0	3
R2	0	4	3	0	-1	1	0	6
S2	0	1	2	0	0	0	1	3

ได้ Z = 9M

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

R1 = 3

R2 = 6

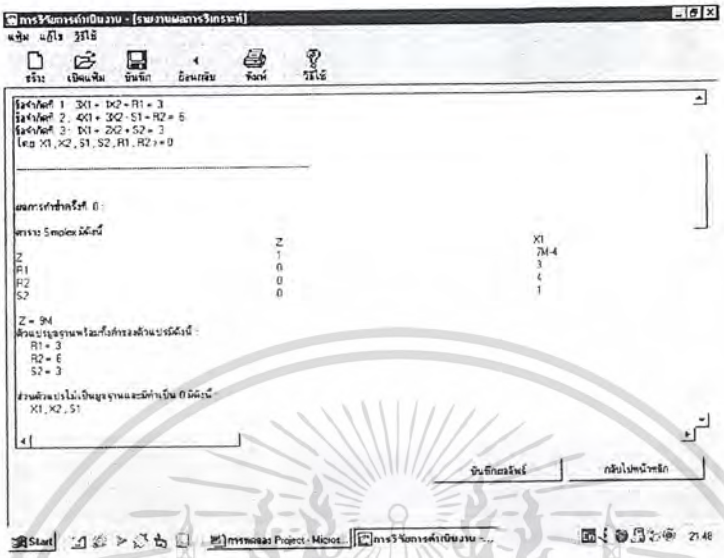
S2 = 3

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

X1 , X2 , S1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเมื่อกดปุ่มแสดงรายงานผลจะได้ผลดังรูป



รูปที่ 4.25 รูปแสดงหน้าจอรายงานผลการหาคำตอบเริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.2.2

เมื่อกดปุ่มกลับไปหน้าหลักและทำการกดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงตารางซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไป (หลังจากการทำซ้ำครั้งที่ 1) จะได้ผลดังนี้

ตารางที่ 4.14 ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 1 ของปัญหา 4.3.2.2

	Z	X1	X2	R1	S1	R	S2	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	1.667M+ .333	-2.333M+ 1.333	-1M	0	0	2M+ 4
X1	0	1	.333	.333	0	0	0	1
R2	0	0	1.667	-1.333	-1	1	0	2
S2	0	0	1.667	-.333	0	0	1	2

ได้ Z = 2M+ 4

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = 1

R2 = 2

S2 = 2

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

X2 , R1 , S1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกดปุ่มทำจนถึงผลลัพธ์สุดท้ายจะได้ตารางซิมเพลกซ์ดังนี้

ตารางที่ 4.15 ตารางซิมเพลกซ์สุดท้ายของปัญหาที่ 4.3.2.2

	Z	X1	X2	R1	S1	R2	S2	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	0	1M+ 1.6	.2	1M-.2	0	3.6
X1	0	1	0	.6	.2	-.2	0	.6
X2	0	0	1	-.8	-.6	.6	0	1.2
S2	0	0	0	1	1	-1	1	0

ได้ Z = 3.6

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = .6

X2 = 1.2

S2 = 0

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

R1 , S1 , R2

และหลังจากนั้นโปรแกรมจะแสดงข้อความว่าได้คำตอบที่เหมาะสมแล้ว

ปัญหาที่ 4.3.2.3 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = 3x_1 + 5x_2$

โดยมีข้อจำกัด $x_1 \le 1$

$2x_2 = 12$

$3x_1 + 2x_2 \ge 18$

$x_1, x_2 \ge 0$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกวิธีซิมเพลกซ์

โปรแกรมจะแสดงรูปแบบของปัญหาหลังจากการแปลงรูปเพื่อเข้าตารางซิมเพลกซ์ดังนี้

เป้าหมาย (Objective) : ต้องการหาค่า Z ต่ำสุดโดย

$Z + (3M - 3)x_1 + (4M - 5)x_2 = 30M$

ข้อจำกัดที่ 1 : $x_1 + s_1 = 1$

ข้อจำกัดที่ 2 : $2x_2 + R_1 = 12$

ข้อจำกัดที่ 3 : $3x_1 + 2x_2 - s_2 + R_2 = 18$

โดย $x_1, x_2, s_1, s_2, R_1, R_2 \ge 0$

เมื่อกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาบนทูลบาร์ด้านซ้ายมือจะได้ตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.16 ตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.2.3

	Z	X1	X2	S1	R1	S2	R2	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	3M-3	4M-5	0	0	-1M	0	30M
S1	0	1	0	1	0	0	0	1
R1	0	0	2	0	1	0	0	12
R2	0	3	2	0	0	-1	1	18

ได้ Z = 30M

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

S1 = 1

R1 = 12

R2 = 18

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

X1 , X2 , S2

เมื่อกดปุ่มทำจนถึงผลลัพธ์สุดท้ายจะได้ตารางซิมเพลกซ์ดังนี้

ตารางที่ 4.17 ตารางซิมเพลกซ์สุดท้ายของปัญหา 4.3.2.3

	Z	X1	X2	S1	R1	S2	R2	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	0	0	-3M+ 3	-2M+ 2.5	-1M	0	3M+ 33
X1	0	1	0	1	0	0	0	1
X2	0	0	1	0	.5	0	0	6
R2	0	0	0	-3	-1	-1	1	3

ได้ Z = 3M+ 33

ตัวแปรมูลฐานพร้อมทั้งค่าของตัวแปรมีดังนี้ :

X1 = 1

X2 = 6

R2 = 3

ส่วนตัวแปรไม่เป็นมูลฐานและมีค่าเป็น 0 มีดังนี้ :

S1 , R1 , S2

หลังจากนั้นโปรแกรมจะแสดงข้อความว่า ปัญหานี้เป็นปัญหาที่ไม่มีผลลัพธ์เนื่องจากในตารางสุดท้ายมีตัวแปรเทียมเป็นตัวแปรมูลฐานและมีค่าไม่เป็นศูนย์..

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.3. การวิเคราะห์หาคำตอบด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์

เปิดโปรแกรมและทำการเลือกใช้โปรแกรมย่อยกำหนดการเชิงเส้นเช่นเดียวกับการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟแล้วจึงทำการใส่ข้อมูลของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหาที่ 4.3.3.1 รูปแบบของปัญหามีดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = -3x_1 + x_2 + x_3$

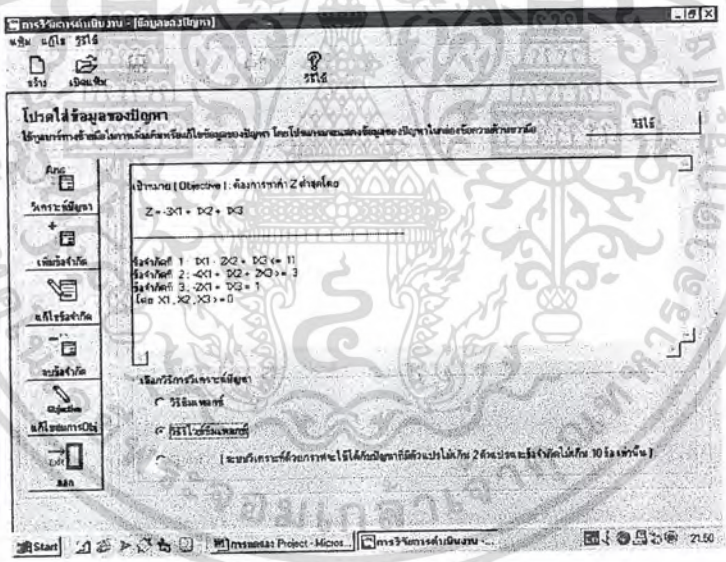
โดยมีข้อจำกัด $x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11$

$-4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3$

$2x_1 - x_3 = -1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

นำข้อมูลของปัญหาใส่เข้าในโปรแกรมและเลือกวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ดังรูป



รูปที่ 4.26 รูปแสดงหน้าจอรับข้อมูลของปัญหาที่ 4.3.3.1

แล้วทำการกดปุ่มวิเคราะห์ปัญหาจะได้ตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์เริ่มต้นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

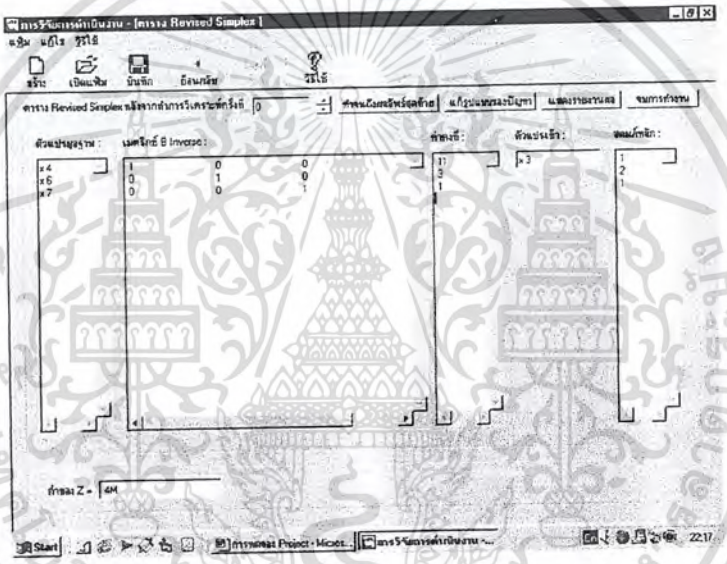
ตารางที่ 4.18 ตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์เริ่มต้นของปัญหาที่ 4.3.3.1

ตัวแปรมูลฐาน	เมตริกซ์ B Inverse			ค่าคงที่	สดมภ์หลัก
x 4	1	0	0	11	1
x 6	0	1	0	3	2
x 7	0	0	1	1	1

และตัวแปรเข้าคือ x 3

ได้ค่า Z = 4M

ซึ่งโปรแกรมจะแสดงรูปดังนี้



รูปที่ 4.27 รูปแสดงหน้าจอตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์ของปัญหาที่ 4.3.3.1

กดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมแสดงตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไปจะได้ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 4.19 ตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์หลังจากวิเคราะห์ครั้งที่ 1

ตัวแปรมูลฐาน	เมตริกซ์ B Inverse			ค่าคงที่	สดมภ์หลัก
x 4	1	0	-1	10	-2
x 6	0	1	-2	1	1
x 3	0	0	1	1	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และตัวแปรเข้าคือ x 2

ได้ค่า Z = M + 1

กดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมแสดงตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไปจะได้ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 4.20 ตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์หลังจากวิเคราะห์ครั้งที่ 1

ตัวแปรมูลฐาน	เมตริกซ์ B Inverse			ค่าคงที่	สดมภ์หลัก
x 4	1	2	-5	12	3
x 2	0	1	-2	1	0
x 3	0	0	1	1	-2

และตัวแปรเข้าคือ x 1

ได้ค่า Z = 2

กดปุ่มเพื่อให้โปรแกรมแสดงตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์ในขั้นตอนต่อไปจะได้ตารางซิมเพลกซ์หลังจากการวิเคราะห์ครั้งที่ 3 ดังนี้

ตารางที่ 4.21 ตารางรีไวซ์ซิมเพลกซ์หลังจากวิเคราะห์ครั้งที่ 2

ตัวแปรมูลฐาน	เมตริกซ์ B Inverse			ค่าคงที่
x 1	.333	.667	-1.667	4
x 2	0	1	-2	1
x 3	.667	1.333	-2.333	9

ได้ค่า Z = -2

หลังจากนั้นโปรแกรมจะแสดงกล่องข้อความว่าได้คำตอบที่เหมาะสมเรียบร้อยแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปและวิเคราะห์ผลการศึกษา

5.1. สรุปและวิเคราะห์รายละเอียดของโปรแกรม

โปรแกรมช่วยในการวิจัยการดำเนินงานสามารถช่วยเพิ่มความรวดเร็ว และความแม่นยำในการวิเคราะห์หาคำตอบของปัญหากำหนดการเชิงเส้น ปัญหาการขนส่ง และปัญหาระบบแถวคอย ซึ่งสามารถนำไปใช้ช่วยในด้านการศึกษาวิชาการวิจัยการดำเนินงานหรือนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาจริง โดยในส่วนของโปรแกรมจะมีส่วนประกอบอยู่ 4 ส่วนคือ

1. โปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหาการขนส่ง โดยข้อมูลที่จะนำมาป้อนในส่วนนี้คือ จำนวนของแหล่ง จำนวนของเป้าหมาย Supplyของแหล่งแต่ละแหล่ง Demandของแต่ละเป้าหมาย และค่าขนส่งจากแต่ละแหล่งไปยังแต่ละเป้าหมาย และนำข้อมูลทั้งหมดไปคำนวณตามทฤษฎี โดยจะมีวิธีวิเคราะห์หาตารางคำตอบเริ่มต้นให้เลือกอยู่ 3 วิธีคือ วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ วิธีค่าใช้จ่ายต่ำสุด และวิธีประมาณของโวเกล ส่วนวิธีการปรับปรุงให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดมีให้เลือกอยู่ 2 วิธีคือ วิธีสเตปปิ้งสโตนและ วิธีตัวคูณหรือวิธี u-v โดยผลที่ได้จากการวิเคราะห์คือตารางการขนส่งในแต่ละขั้นตอน ตารางแสดงวิธีการขนส่งที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งรายงานผลการวิเคราะห์ โดยโปรแกรมนี้ยังมีข้อจำกัดคือ สามารถแก้ปัญหาที่มีข้อจำกัดไม่เกิน 30 ข้อจำกัด และ มีตัวแปรตัดสินใจไม่เกิน 30 ตัวแปรเท่านั้น

2. โปรแกรมช่วยในการวิเคราะห์ระบบแถวคอย โดยข้อมูลที่จะนำมาป้อนในส่วนนี้ คืออัตราการมาโดยเฉลี่ย อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย รูปแบบของความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ต้องการให้คำนวณหา จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้ จำนวนช่องทางให้บริการ โดยโปรแกรมจะนำข้อมูลเหล่านี้ไปวิเคราะห์ตามทฤษฎี ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ดังนี้ ค่า λ_{eff} ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย (Lq) ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย (Ls) ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) ค่าความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ต้องการคำนวณหา

3. โปรแกรมช่วยในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยข้อมูลที่จะนำมาป้อนในส่วนนี้คือ รูปแบบและข้อมูลของสมการเป้าหมาย จุดประสงค์ของการวิเคราะห์ปัญหา และรายละเอียดของข้อจำกัดแต่ละข้อ โดยจะมีวิธีให้เลือกใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาอยู่ 3 วิธีคือ วิธีกราฟ วิธีซิมเพลกซ์ และวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ โดยโปรแกรมจะนำรายละเอียดของปัญหาไปคำนวณตามทฤษฎี และแสดงผลลัพธ์เป็นตารางหรือรูปกราฟ ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดพร้อมทั้งค่าของตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัวที่ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด โดยรูปแบบของปัญหาที่โปรแกรมสามารถแก้ได้จะต้องมีแหล่งไม่เกิน 30 แหล่งและเป้าหมายไม่เกิน 30 เป้าหมายเท่านั้น

4. ส่วนชุดคำสั่งอื่นๆ ซึ่งประกอบด้วย ชุดคำสั่งในการเปิดและบันทึกแฟ้มข้อมูล ชุดคำสั่งในการแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ ชุดคำสั่งในการประสานการทำงานของแต่ละโปรแกรมย่อย รวมทั้งชุดคำสั่งในการแสดงวิธีใช้ในรูปแบบของ HTML Help

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2. ข้อเสนอแนะ

แนวทางในการพัฒนาโปรแกรมช่วยในการวิจัยการดำเนินงานมีดังนี้

1. ควรมีการเพิ่มเติมโปรแกรมย่อย เช่น โปรแกรมกำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม โปรแกรมวิเคราะห์ข่ายงาน โปรแกรมวิเคราะห์การตัดสินในและเกม เป็นต้น เพื่อเพิ่มประโยชน์การใช้งานของโปรแกรมให้ครอบคลุมทุกส่วนของวิชาการวิจัยการดำเนินงาน

2. ควรมีการพัฒนาในส่วนการติดต่อกับผู้ใช้ให้เกิดความสะดวกในการศึกษามากขึ้นเช่น การแสดงรูปกราฟออกทางเครื่องพิมพ์ การแสดงรูปกราฟให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เป็นต้น

3. ควรมีการเพิ่มเติมในส่วนของสารบัญและ index ในส่วนวิธีใช้เพื่อให้เกิดความสะดวกในการศึกษามากขึ้น

4. ควรมีการพัฒนาสู่ระบบสารสนเทศ โดยอาจมีการพัฒนาเพื่อให้เหมาะสมกับการศึกษาผ่านระบบ Internet

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

1. วิภาวรรณ สิงห์พริ้ง , ผศ.การวิจัยการดำเนินงานเล่ม 1 : มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี , 2541
2. วิภาวรรณ สิงห์พริ้ง , ผศ.การวิจัยการดำเนินงานเล่ม 2 : มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี , 2539
3. Taha , Hamdy A. Operations Research An Introduction . Fifth Edition
4. กิตติ ภักดีวัฒนะกุล และ จำลอง ครูอุตสาหะ . Visual Basic 6 ฉบับโปรแกรมเมอร์ .พิมพ์ครั้งที่5,2542

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นาย พงศ์วุฒิ อุดมชัยพานิช
ปริญญานิพนธ์เรื่อง	การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยการดำเนินงาน
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ

ประวัติ

ประวัติส่วนตัว เกิดวันที่ 19 สิงหาคม พ.ศ.2524 สถานที่เกิดจังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรคนที่ 1 ในจำนวน 2 คน ของนายศิริโชติ และ นางพัณนิดา อุดมชัยพานิช

ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนอัสสัมชัญ กรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (สอบเทียบ) เมื่อปี พ.ศ.2540

ชื่อ	นาย ธีรพัชร โอฬารกิจอนันต์
ปริญญานิพนธ์เรื่อง	การพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยในการวิจัยการดำเนินงาน
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ

ประวัติ

ประวัติส่วนตัว เกิดวันที่ 27 มีนาคม พ.ศ.2522 สถานที่เกิดจังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรคนที่ 1 ในจำนวน 3 คน ของนายเธียร และ นางพวงเพชร โอฬารกิจอนันต์

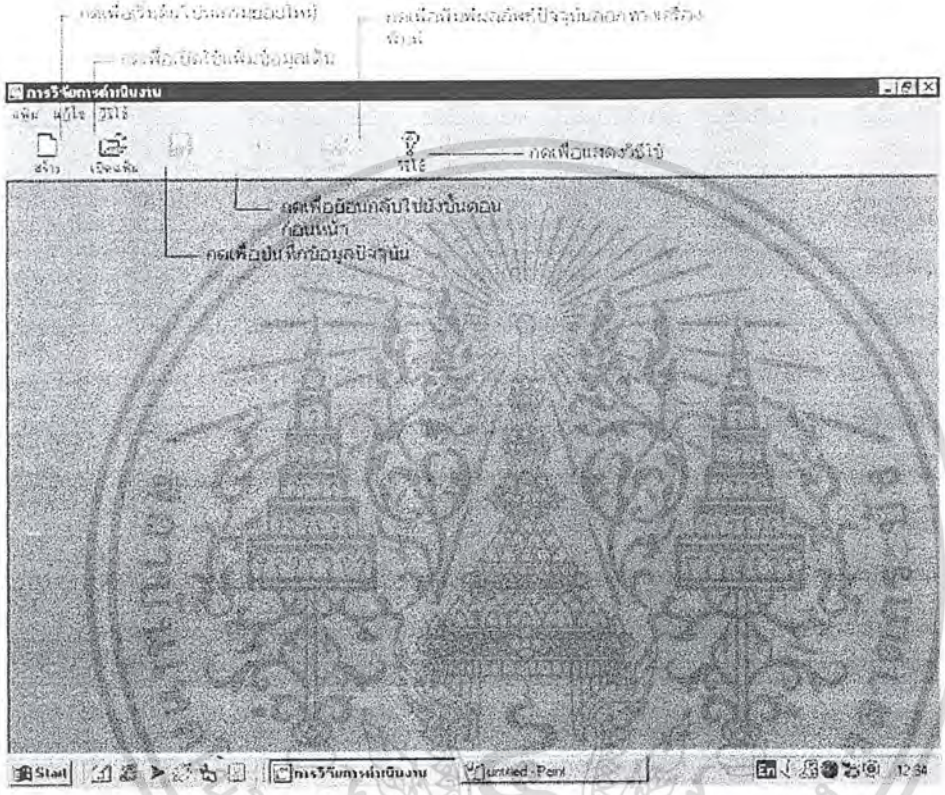
ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียน ภปร.ราชวิทยาลัยในพระบรมราชูปถัมภ์ สำเร็จการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยเมื่อปี พ.ศ.2539

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

วิธีการใช้โปรแกรม

1. หน้าจอหลักของโปรแกรม มีลักษณะดังนี้



รายละเอียดของเมนู

เมนูแฟ้มประกอบด้วยเมนูย่อยดังต่อไปนี้

- สร้าง ใช้ในการเริ่มต้นโปรแกรมย่อยใหม่
- เปิด ใช้ในการเปิดแฟ้มข้อมูลที่มีอยู่เดิม
- บันทึก ใช้ในการบันทึกข้อมูลของปัญหาปัจจุบันลงในแฟ้มข้อมูล
- พิมพ์ ใช้ในการแสดงผลการทำงานของโปรแกรมออกทางเครื่องพิมพ์
- จบการทำงาน เป็นคำสั่งที่ใช้จบการทำงานของโปรแกรม

เมนูแก้ไขประกอบด้วยเมนูย่อยดังต่อไปนี้

- ย้อนกลับ ใช้ในการกลับไปในขั้นตอนก่อนหน้าขั้นตอนปัจจุบัน

เมนูวิธีใช้ประกอบด้วยเมนูย่อยดังต่อไปนี้

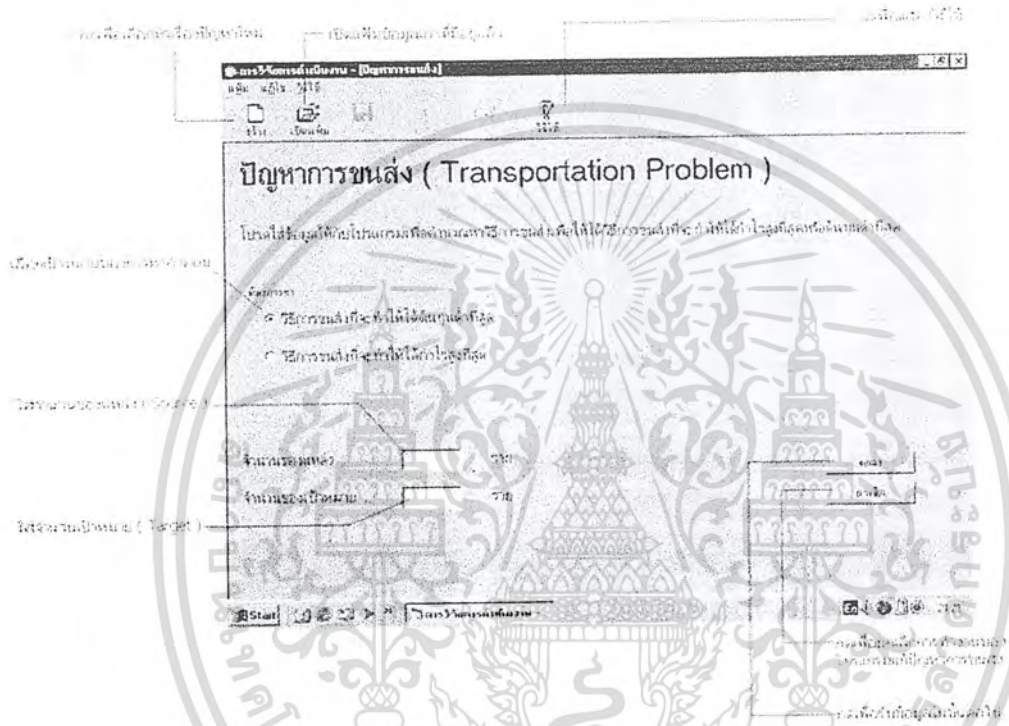
- คู่มือการใช้ ใช้ในการแสดงวิธีการใช้โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เกี่ยวกับโปรแกรม ใช้ในการแสดงรายละเอียดของโปรแกรม

2. วิธีการใช้โปรแกรมปัญหาการขนส่ง

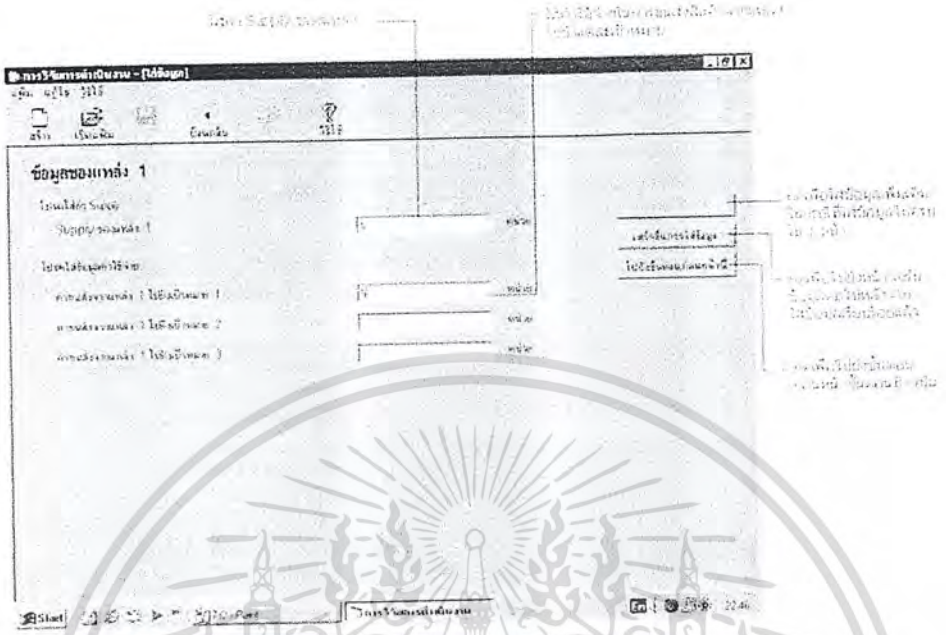
ขั้นตอนรับค่าจำนวนแหล่งและเป้าหมายพร้อมทั้งเป้าหมายการหาคำตอบ มีลักษณะหน้าจอดังนี้



โดยค่าจำนวนของแหล่งและจำนวนเป้าหมายต้องเป็นตัวเลขจำนวนเต็มที่มีค่าระหว่าง 1 ถึง 30 เท่านั้น

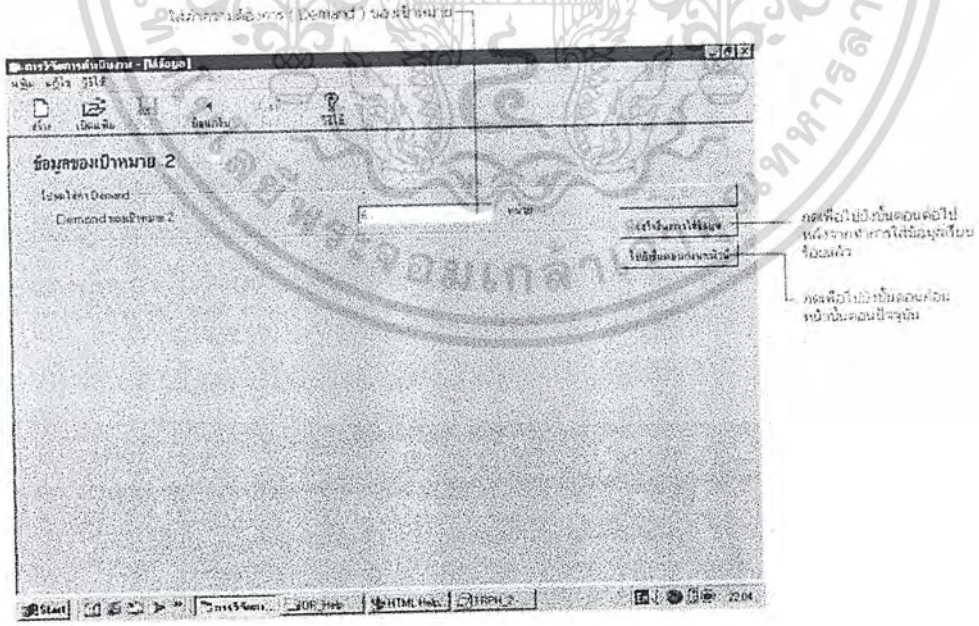
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการรับข้อมูลของแหล่ง มีลักษณะหน้าจอดังนี้



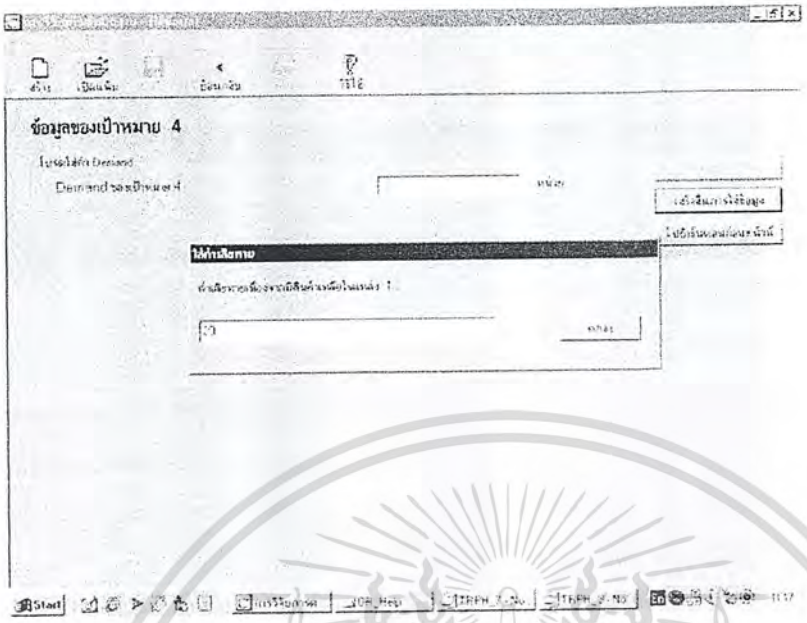
โดยให้ใส่ข้อมูลต่างๆเป็นจำนวนจริงเท่านั้น

ขั้นตอนการรับข้อมูลของเป้าหมาย มีลักษณะหน้าจอดังนี้

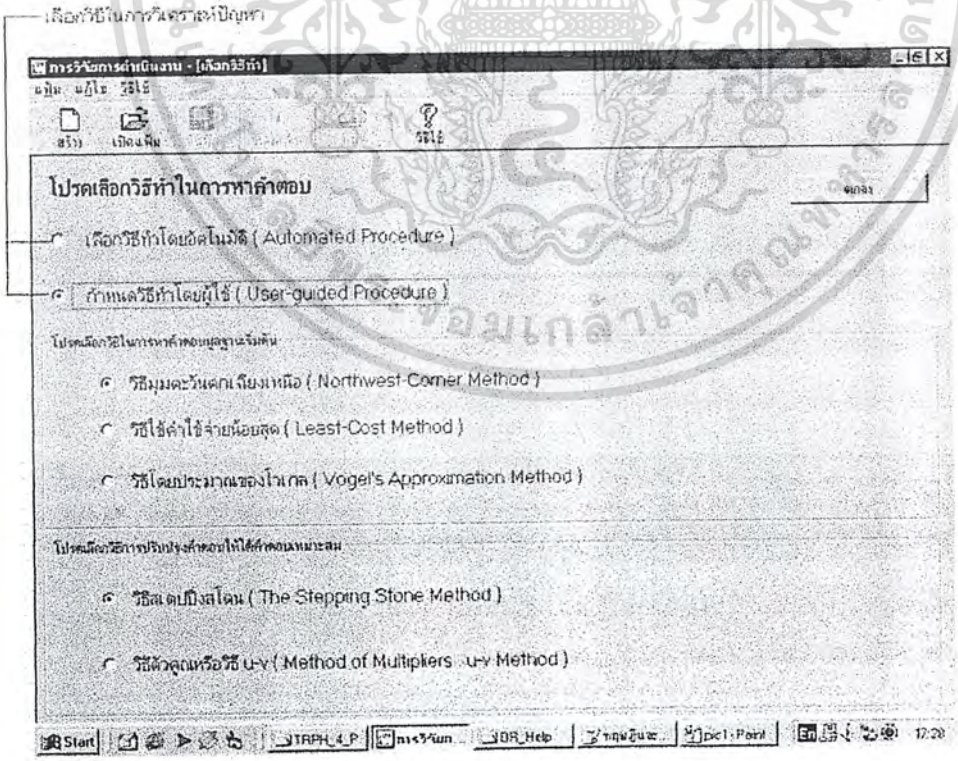


ในกรณีที่จำนวนของ Supply ไม่เท่ากับจำนวนของ Demand โปรแกรมจะกำหนดให้มี Dummy ขึ้นและจะถามค่าเสียหายที่มีของเหลือในแหล่ง หรือค่าเสียหายที่เป้าหมายไม่ได้รับสินค้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

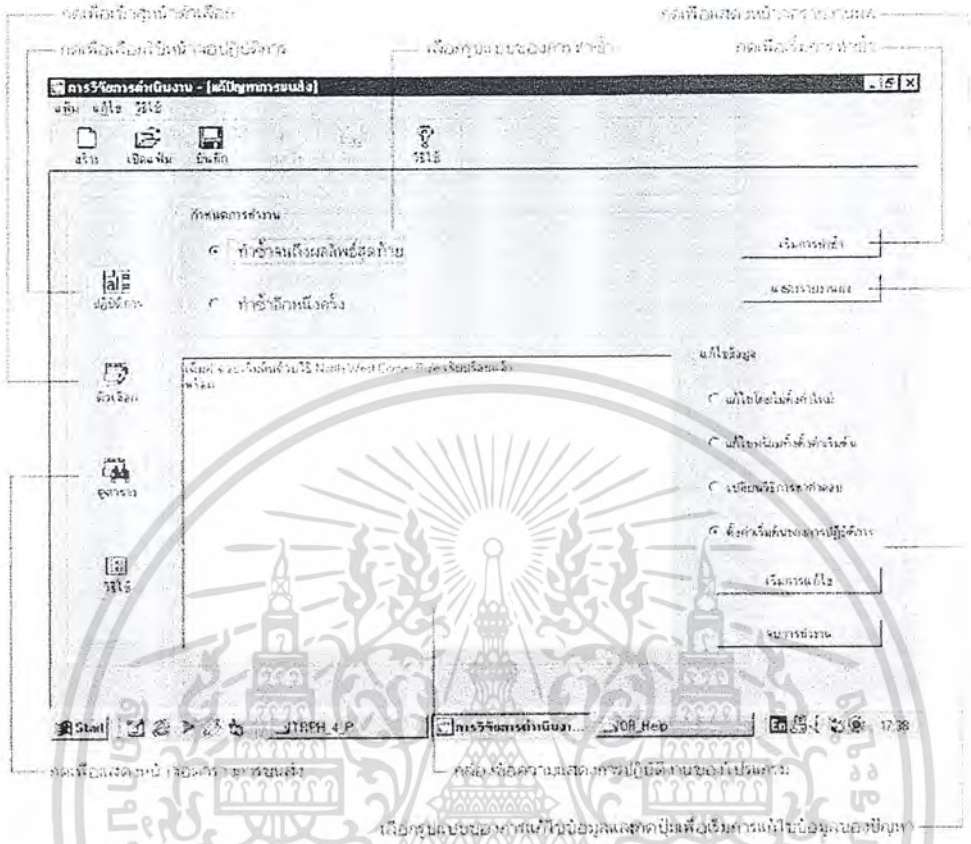


โดยให้ใส่ข้อมูลต่างๆเป็นจำนวนจริงเท่านั้น
ขั้นตอนการเลือกวิธีการในการวิเคราะห์ปัญหา มีลักษณะหน้าจอดังนี้

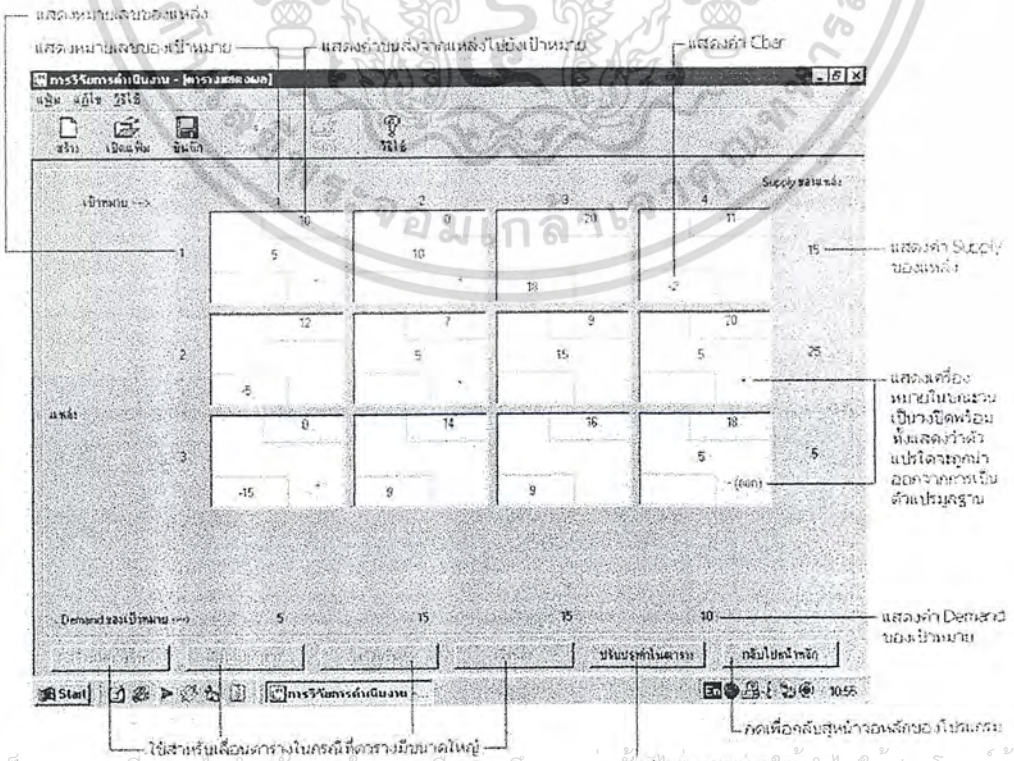


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้าจอปฏิบัติการมีลักษณะหน้าจอดังนี้



หน้าจอแสดงตาราง มีลักษณะหน้าจอดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. วิธีการใช้โปรแกรมวิเคราะห์ปัญหาระบบแถวคอย

วิธีการใช้

Model(M/M/1):(GD/Inf/Inf)

ทำการรับค่า input โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.5 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

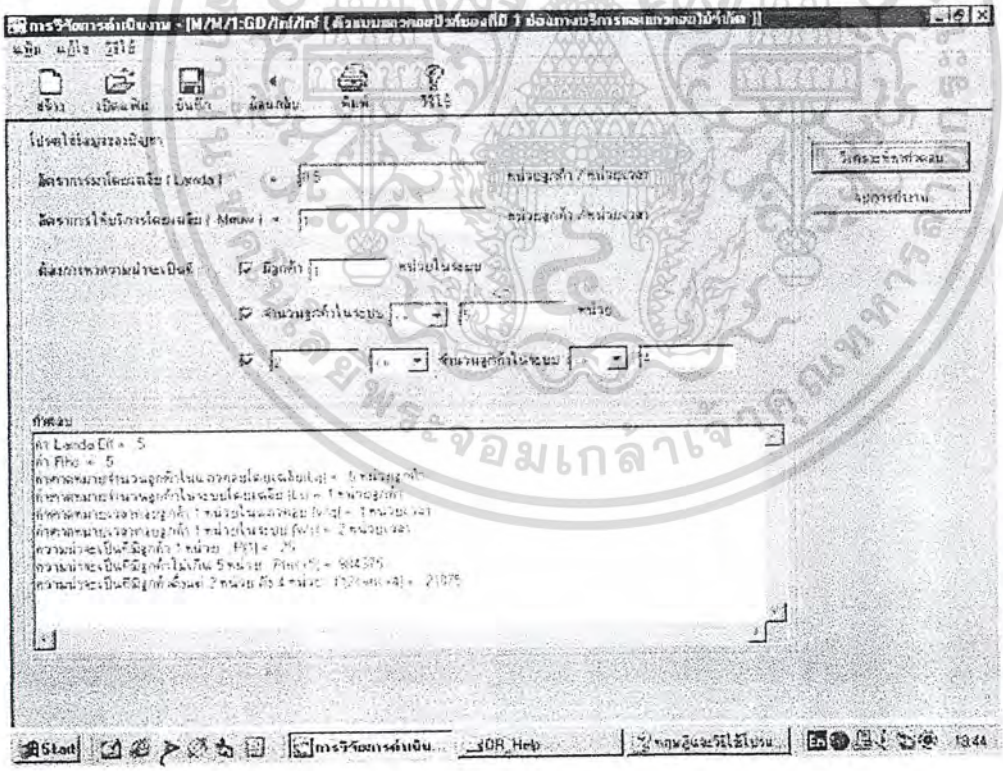
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 หน่วย แต่ไม่เกิน 4 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 0.5

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 0.5

เอกสารนี้สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.5 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 1 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 2 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ , P(1) = 0.25

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 หน่วย = 0.984375

ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 หน่วย แต่ไม่เกิน 4 หน่วย = 0.21875

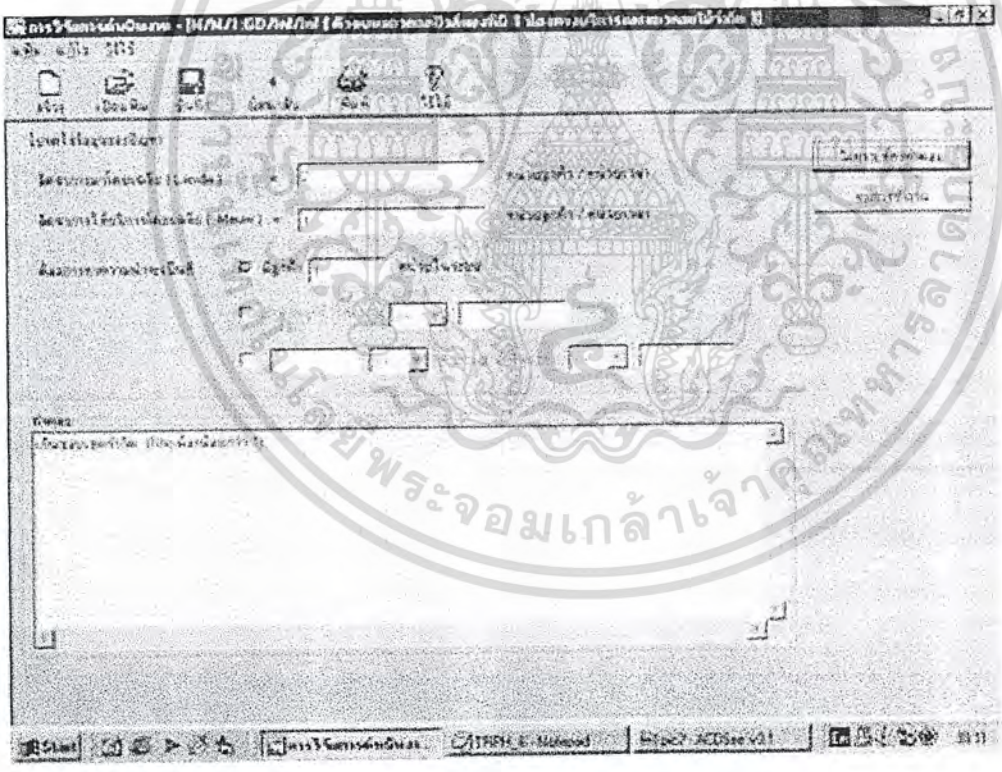
ตัวอย่าง 2

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า 1 หน่วยในระบบ

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



เนื่องจากในการหาคำตอบค่า Rho จะมีค่ามากกว่า 1 ไม่ได้ ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่ได้

วิธีการใช้

Model(M/M/1):(GD/M/Inf)

ทำการรับค่า in put โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

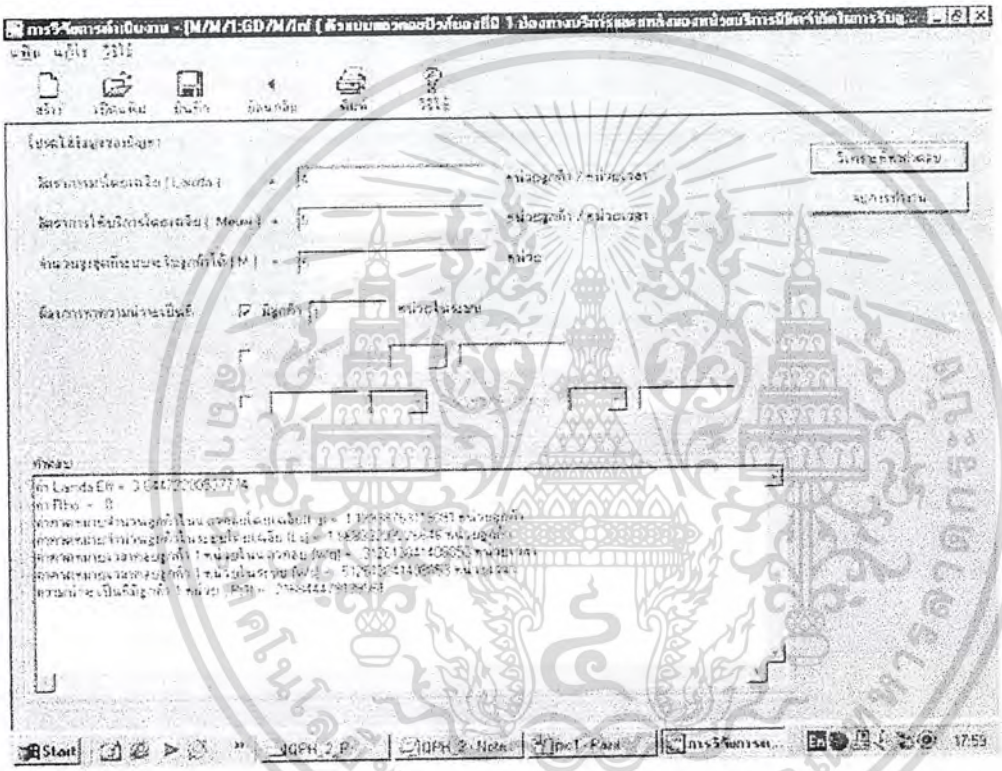
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 5 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 5 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 3.64472200537774

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 0.8

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 1.13938763119091 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1.86833203226646 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0.312613041408853 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.512613041408853 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.216844479139561

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมในการหาความน่าจะเป็นแบบอื่นๆดูใน <u>ตัวแบบที่ 1</u>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการใช้

Model (M/M/C):(GD/Inf/Inf)

ทำการรับค่า in put โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

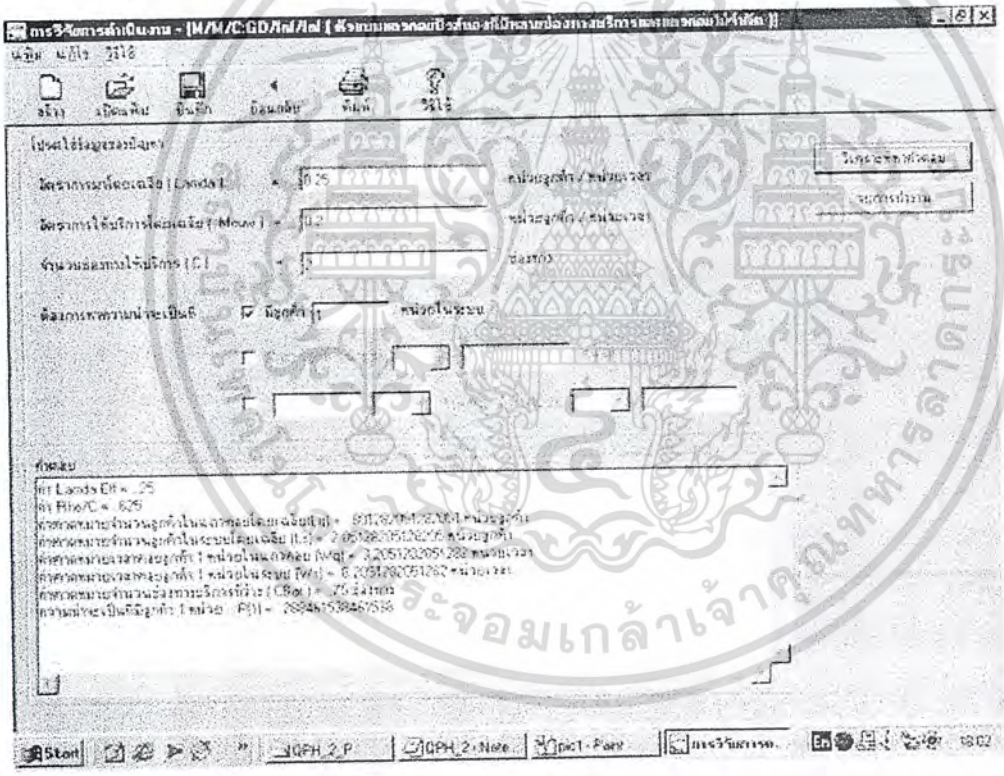
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.25 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) =2 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 0.25

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.625

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.801282051282051 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 2.05128205128205 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 3.20512820512821 หน่วยเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 8.2051282051282 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.288461538461538

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมในการหาความน่าจะเป็นแบบอื่นๆดูใน ตัวแบบที่ 1

ตัวอย่าง 2

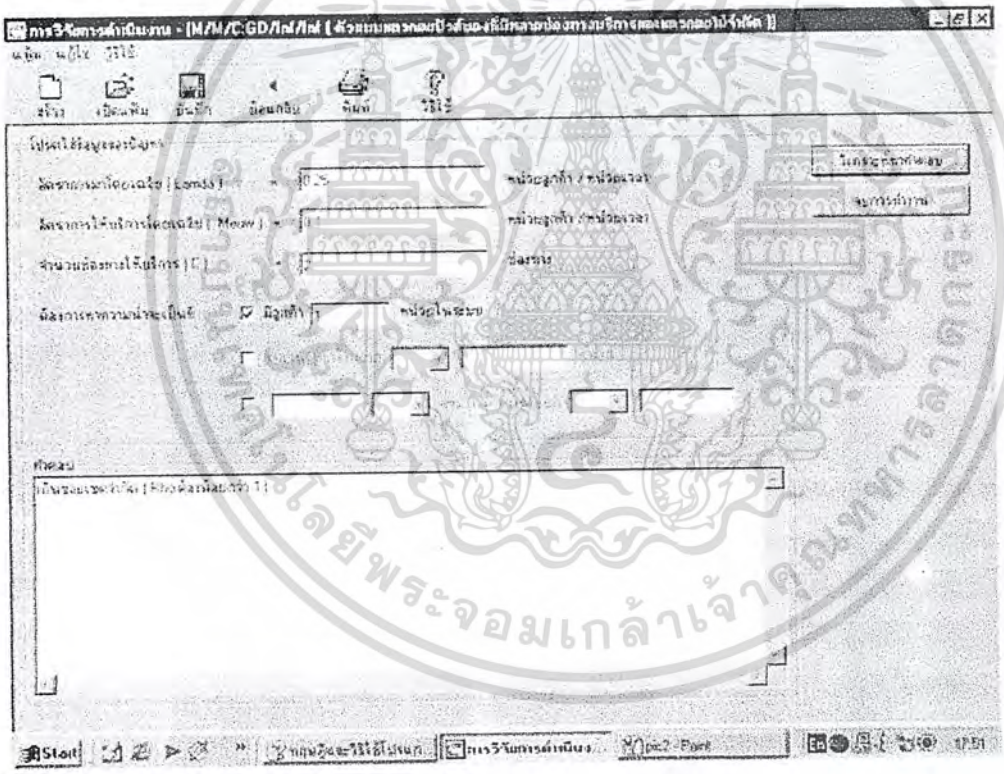
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.25 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.1 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) =2 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



เนื่องจากในการหาคำตอบค่า Rho จะมีค่ามากกว่า 1 ไม่ได้ ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่ได้

วิธีการใช้

Model (M/M/C):(GD/M/Inf)

ทำการรับค่า input โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.333333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

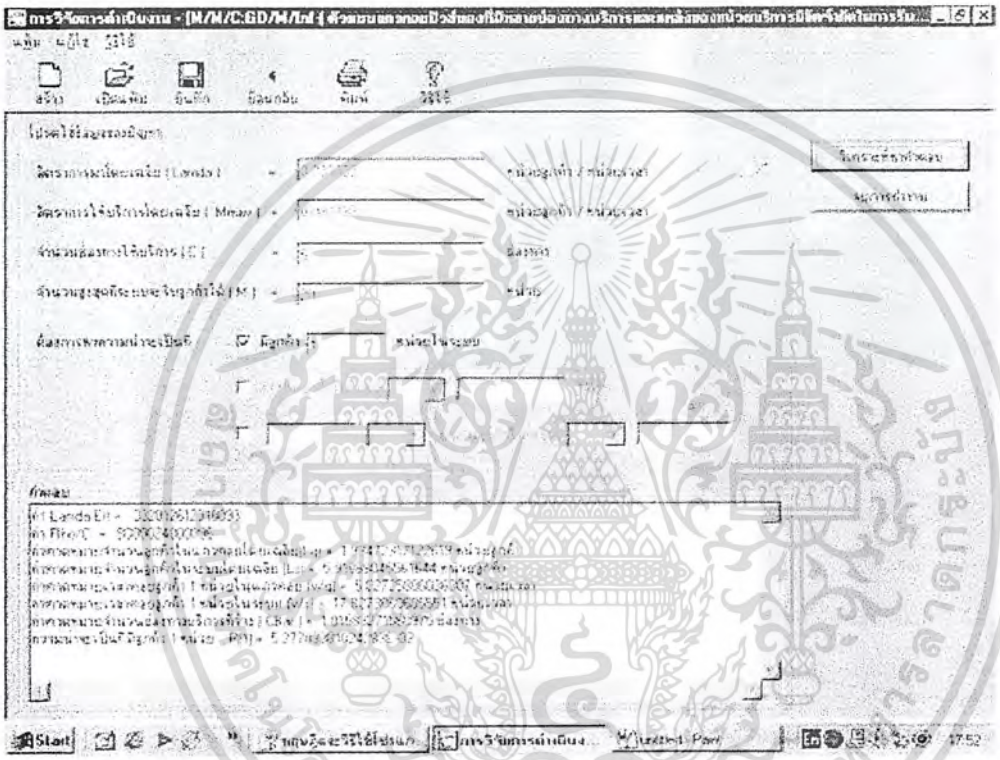
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.083333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) = 5 หน่วย

จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 20 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 0.332012612310093

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.8000024000096

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 1.93472317122619 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 5.91889045561644 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 5.82725806036307 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 17.8273060605551 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.0527703381024283

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมในการหาความน่าจะเป็นแบบอื่นๆดูใน ตัวแบบที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 2

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 0.333333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

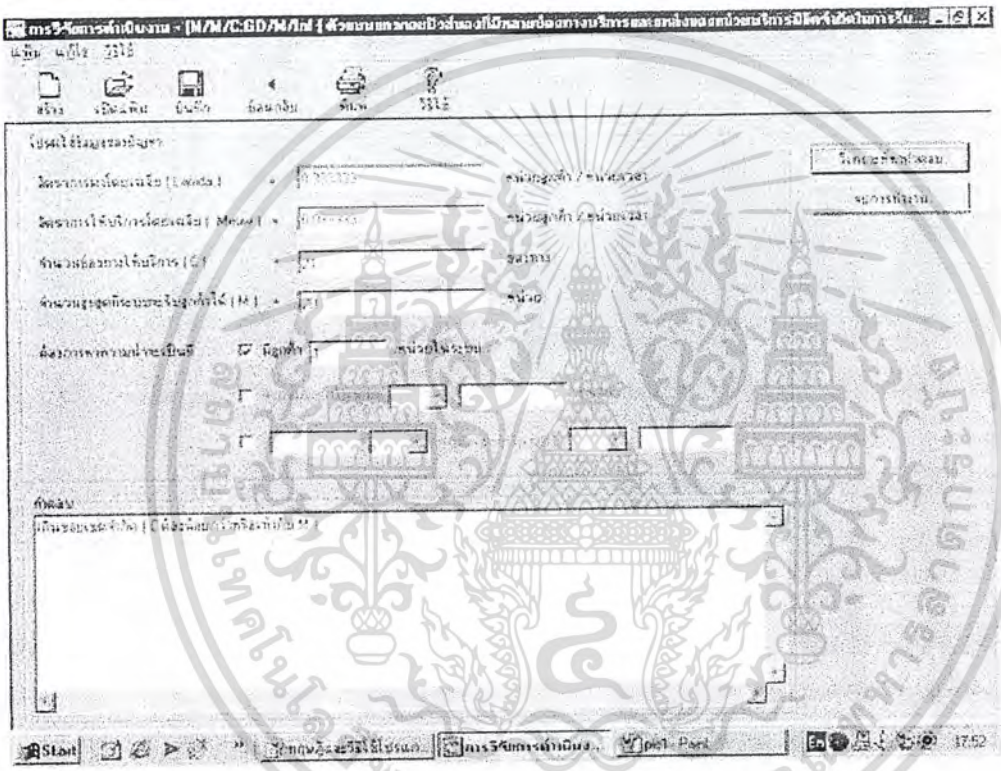
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 0.083333 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

จำนวนช่องทางการให้บริการ(C) = 21 หน่วย

จำนวนสูงสุดที่ระบบจะรับลูกค้าได้(M) = 20 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



เนื่องจากในการหาคำตอบค่า C จะมีค่ามากกว่า M ไม่ได้ ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่ได้

วิธีการใช้

Model (M/M/Inf):(GD/Inf/Inf)

ทำการรับค่า in put โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

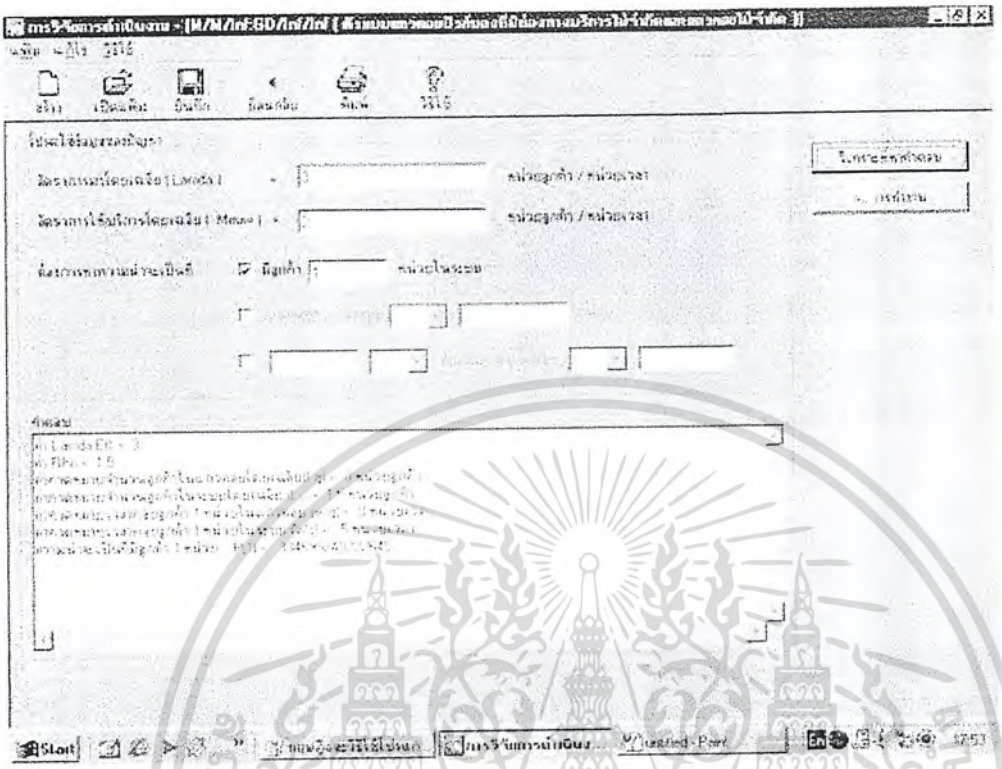
อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 2 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 3

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho) = 1.5

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 1.5 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.5 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.334695240222645

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมในการหาความน่าจะเป็นแบบอื่นๆดูใน ตัวแบบที่ 1

วิธีการใช้

Model (M/M/C):(GD/M/M)

ทำการรับค่า in put โดยการพิมพ์ข้อมูลลงไปยัง text box ที่ว่างอยู่โดยจะทำการรับค่าดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

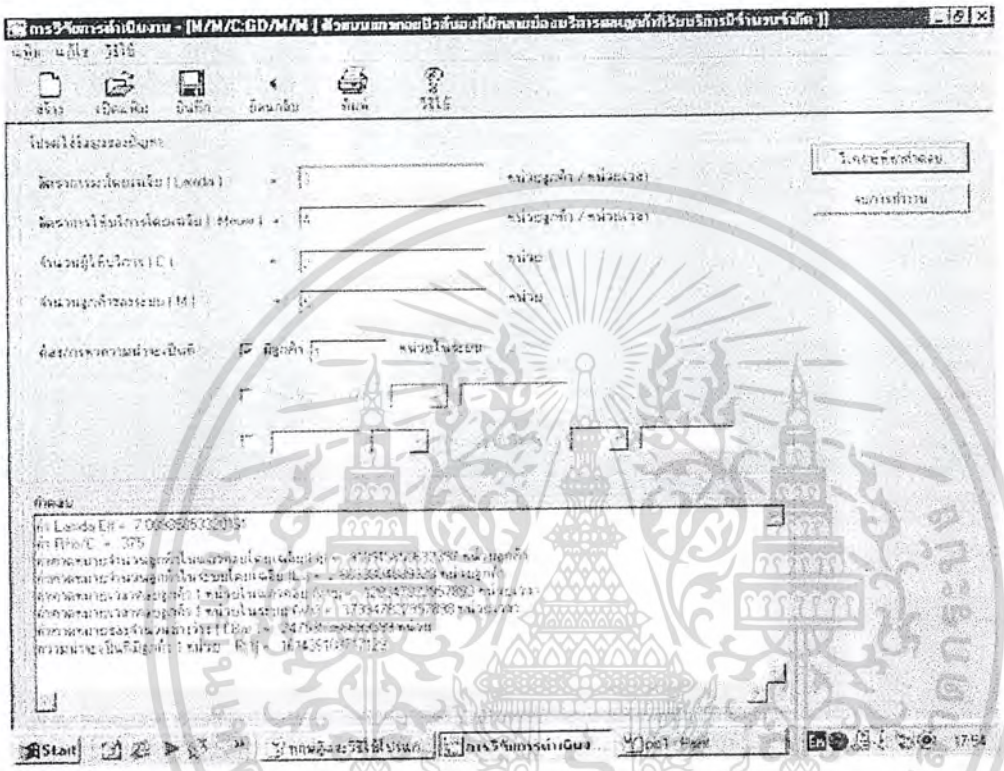
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผู้ซ่อมหรือผู้บำรุงรักษา(C) = 2 หน่วย

จำนวนเครื่องจักร(M) = 5 หน่วย

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป



คำตอบที่ได้

Lamda Eff = 7.00985853320161

ช่วงเวลาที่หน่วยบริการไม่ว่างต่อหนึ่งหน่วยเวลา(Rho/C) = 0.375

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในแถวคอยโดยเฉลี่ย(Lq) = 0.910915855632397 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายจำนวนลูกค้าในระบบโดยเฉลี่ย(Ls) = 2.6633804889328 หน่วยลูกค้า

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในแถวคอย(Wq) = 0.129947822957899 หน่วยเวลา

ค่าคาดหมายเวลาคอยลูกค้า 1 หน่วยในระบบ(Ws) = 0.379947822957899 หน่วยเวลา

ความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย = 0.161436108717129

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมในการหาความน่าจะเป็นแบบอื่นๆดูใน <u>ตัวแบบที่ 1</u>

ตัวอย่าง 2

อัตราการมาโดยเฉลี่ย(Lamda) = 3 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

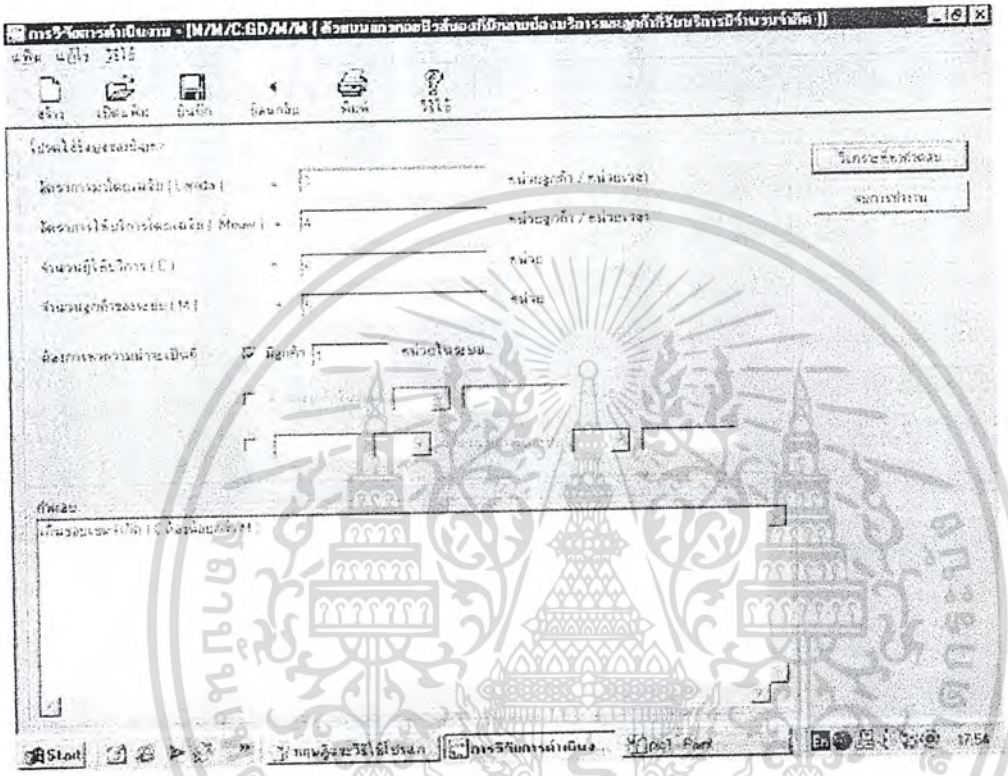
อัตราการให้บริการโดยเฉลี่ย(Meuw) = 4 หน่วยลูกค้า/หน่วยเวลา

ผู้ซ่อมหรือผู้บำรุงรักษา(C) = 6 หน่วย

จำนวนเครื่องจักร(M) = 5 หน่วย

ต้องการหาความน่าจะเป็นที่มีลูกค้า 1 หน่วย

จากนั้นทำการ click ที่ปุ่มวิเคราะห์หาคำตอบเพื่อทำการหาคำตอบต่อไป

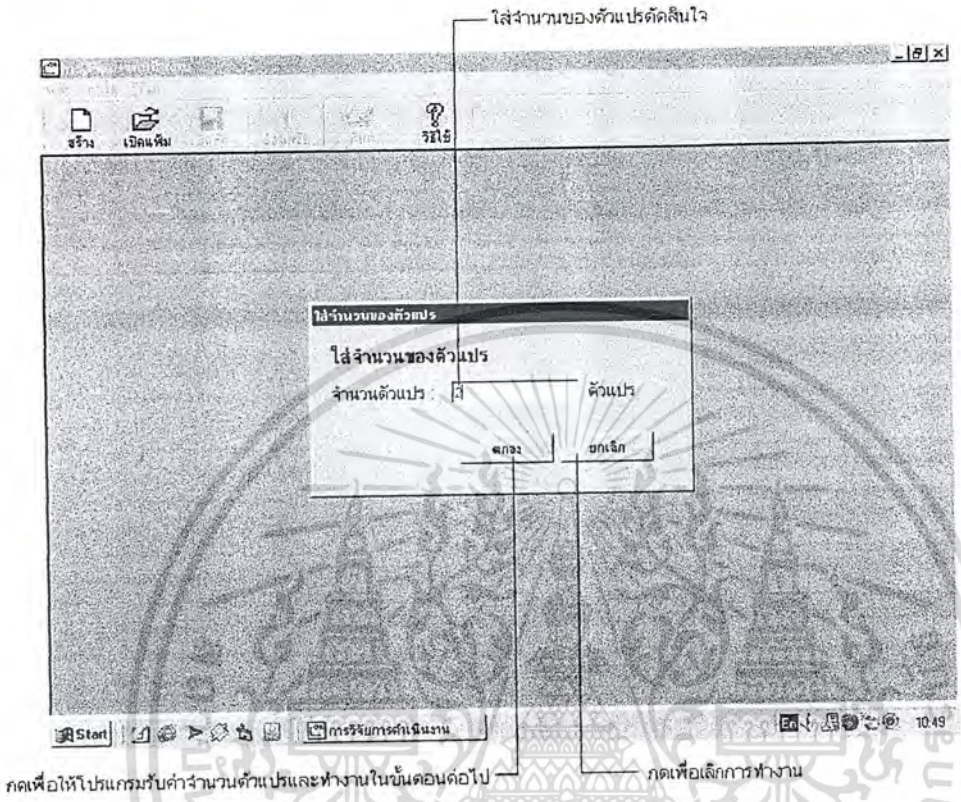


เนื่องจากในการหาคำตอบค่า C จะมีค่ามากกว่า M ไม่ได้ ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. วิธีการใช้โปรแกรมกำหนดการเชิงเส้น

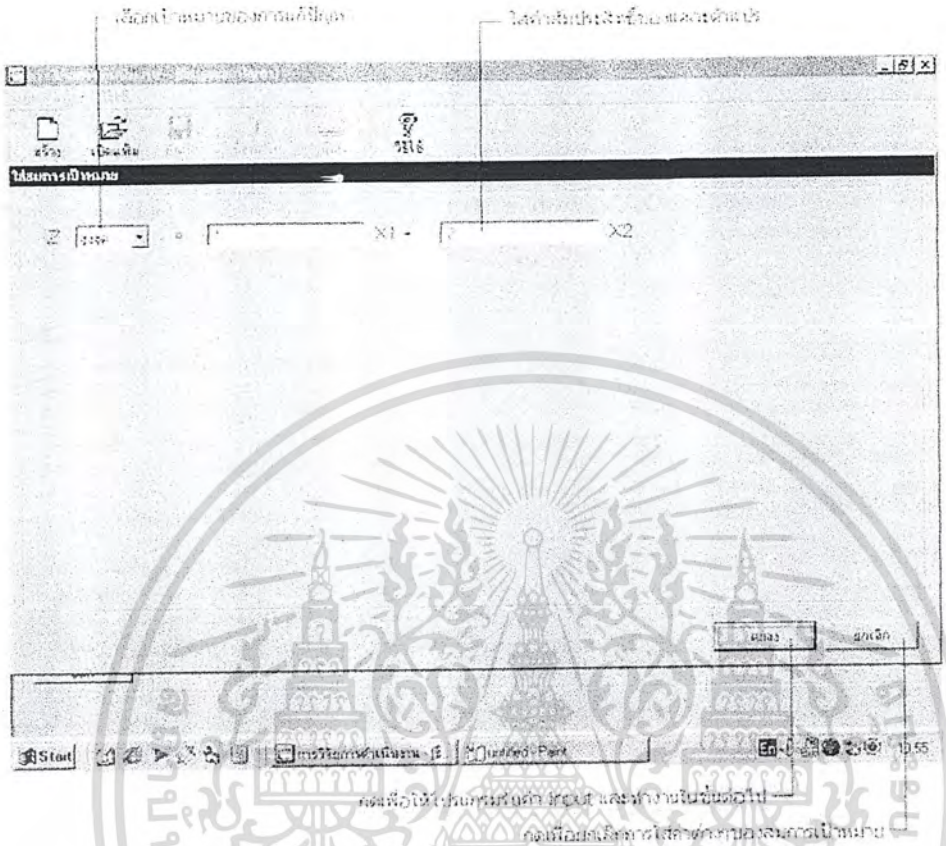
หน้าจอรับค่าจำนวนของตัวแปร มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



ใส่จำนวนของตัวแปรระหว่าง 1 ถึง 30 ตัวแปรแล้วกดตกลงเพื่อดำเนินการในขั้นต่อไป

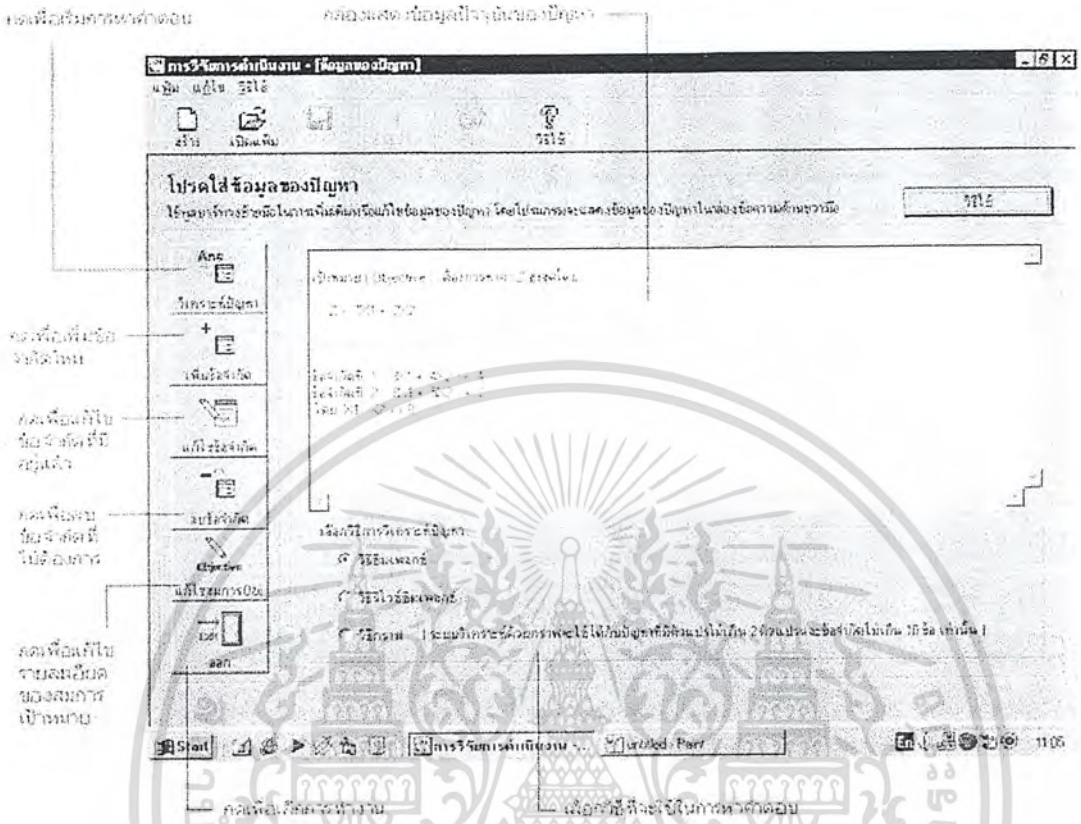
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้าจอรับข้อมูลของสมการเป้าหมาย มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

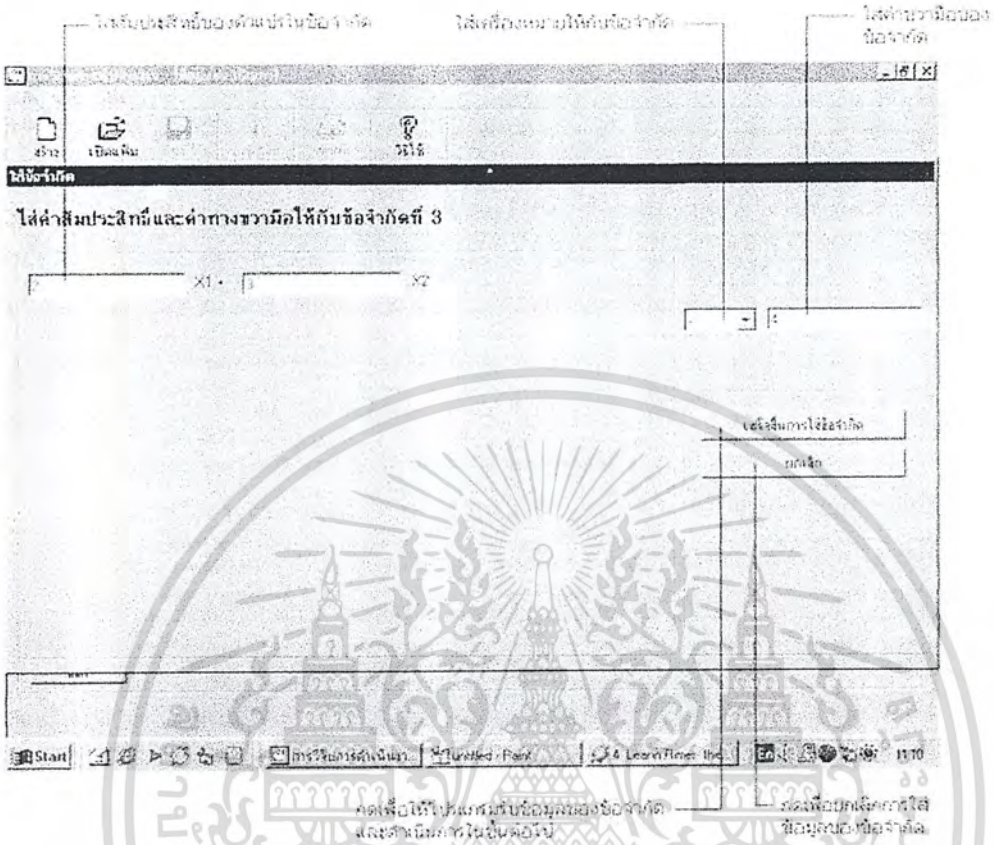
หน้าจอรับข้อมูลของปัญหาและเลือกวิธีการหาคำตอบมีลักษณะของหน้าจอดังนี้



โดยโปรแกรมจะสามารถรับข้อจำกัดได้มากที่สุด 30 ข้อจำกัดและการแก้ปัญหาด้วย วิธีกราฟจะทำได้ในกรณีที่มีตัวแปรตัดสินใจ 2 ตัวและจำนวนของข้อจำกัดมีไม่เกิน 10 ข้อจำกัดเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

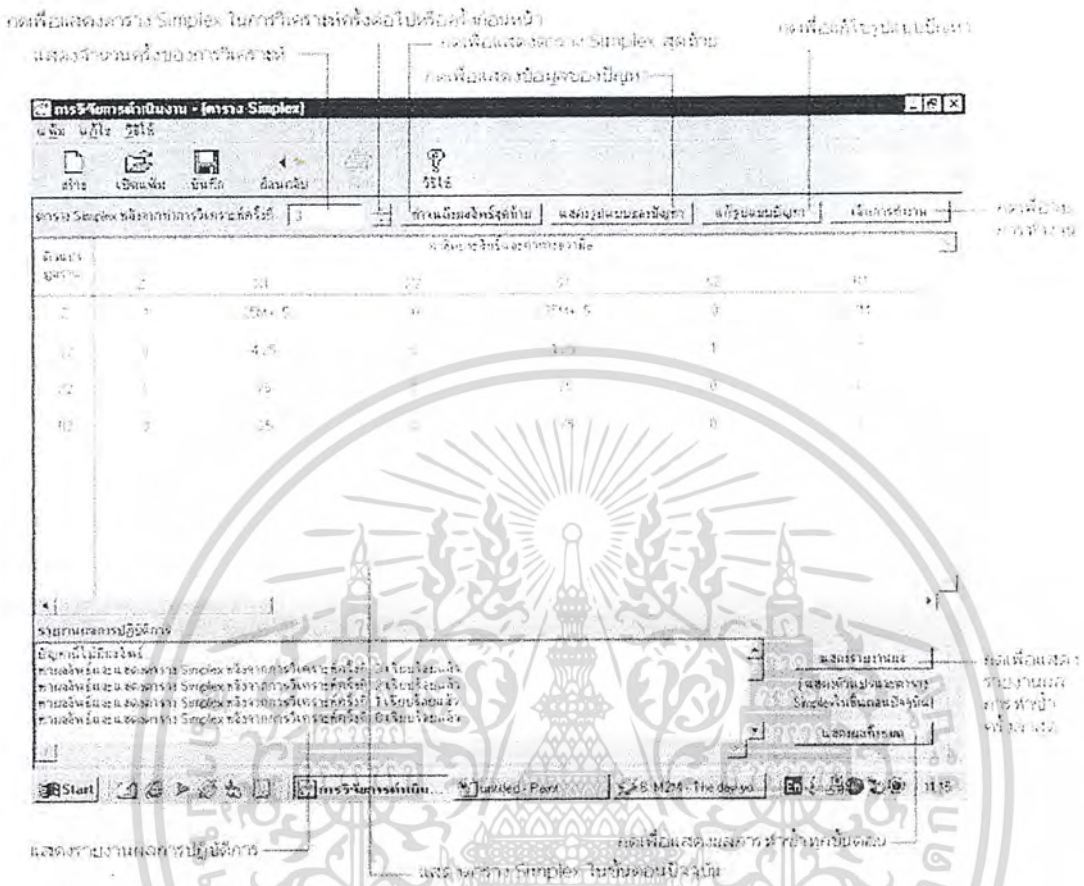
หน้าจอรับข้อมูลของข้อจำกัด มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในแต่ละข้อจำกัดและค่าทางขวามือต้องเป็นจำนวนจริงเท่านั้น

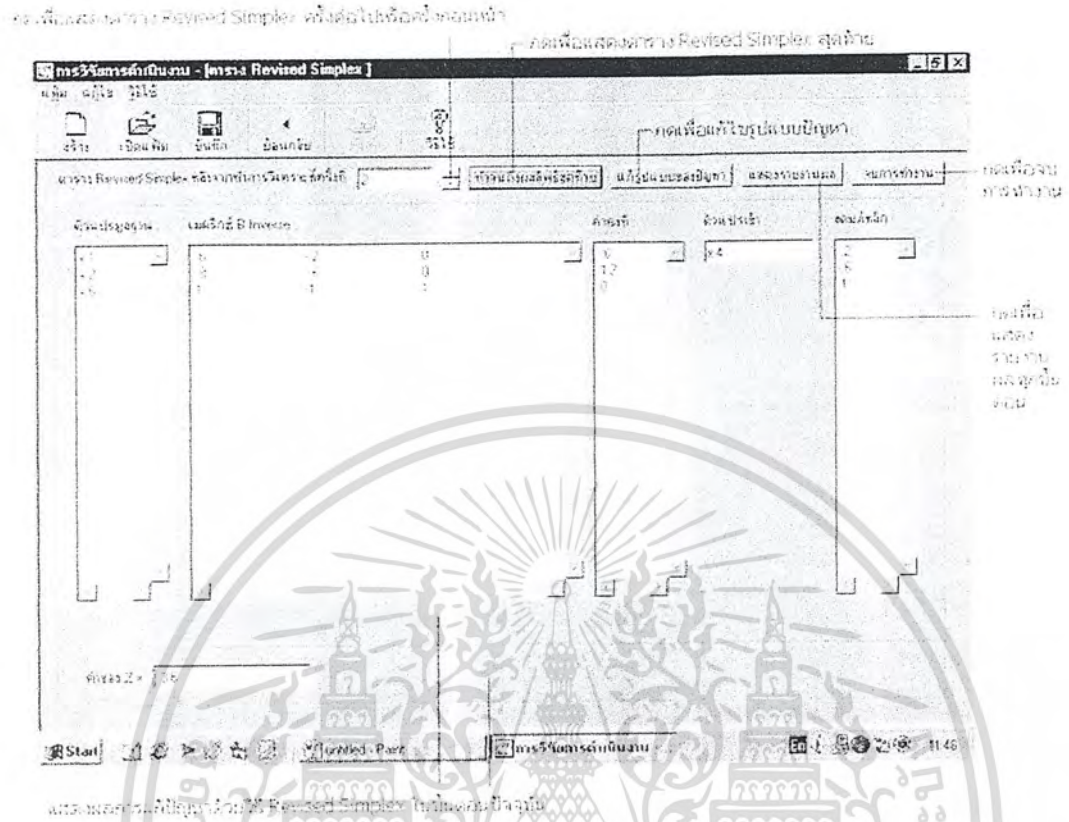
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้าจอแสดงการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพลกซ์มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



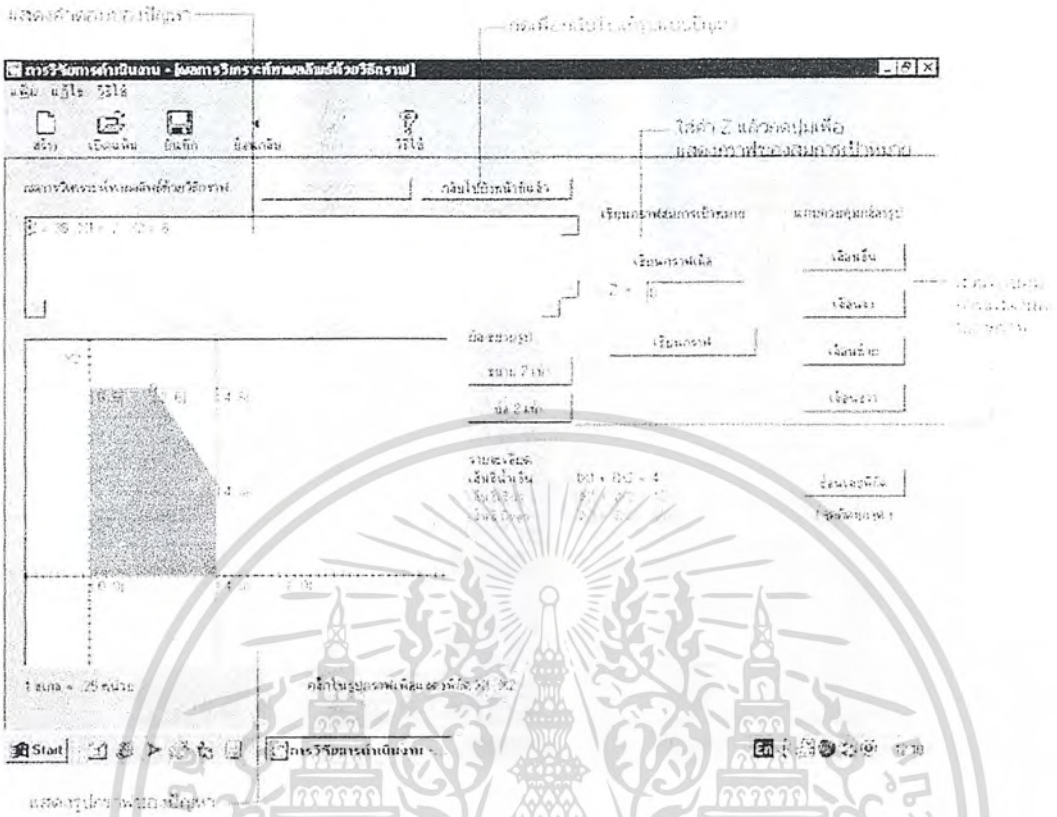
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้าจอแสดงการแก้ปัญหาด้วยวิธีรีไวซ์ซิมเพลกซ์ มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้าจอแสดงการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ มีลักษณะของหน้าจอดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้