

104 0 24

สายอากาศปากแตรที่ให้ลำคลื่นทิศทางเดียว

A Unidirectional Beam Antenna Using Horn Antenna



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

ร.พ.

พ. 116 ค

2544

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2544

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 46570
วัน, เดือน, ปี..... 4 เม.ย. 2546

.b.....
.i.....

สายอากาศปากแตรที่ให้ลำคลื่นทิศทางเดียว

A Unidirectional Beam Antenna Using Horn Antenna



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2544

ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

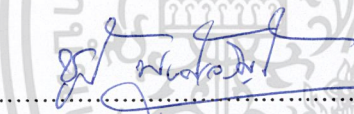
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง สายอากาศปากแตรที่ให้ลำคลื่นทิศทางเดียว

A Unidirectional Beam Antenna Using Horn Antenna

ผู้จัดทำ

นาย พันธ์ สิ้นสุนทรพงศ์ 41014290



..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(คร. ชูวงศ์ พงศ์เจริญพานิชย์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สายอากาศปากแตรที่ให้ลำคลื่นทิศทางเดียว

A Unidirectional Beam Antenna Using Horn Antenna

โดย นายพนัส สิ้นสุนทรพงศ์ 41014290

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.ชวงส์ พงศ์เจริญพาณิชย์

บทคัดย่อ

โครงการนี้นำเสนอการศึกษา คำนวณ ออกแบบ สร้างและทดสอบสายอากาศที่ให้ลำคลื่นในทิศทางเดียว สำหรับการสื่อสารไร้สายโดยเลือกใช้สายอากาศปากแตร ในโครงการนี้จะวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศอันได้แก่แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น อิมพีแดนซ์ขาเข้าและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศ

Abstract

This project presents the study, calculation, fabrication and test the antenna that radiates the unidirectional beam radiation. The horn antenna is selected for this purpose. The antenna characteristics such as radiation pattern, input impedance and standing wave ratio are analyzed

สารบัญ

	หน้า	
บทนำ	1	
บทที่ 1	2	
1.1	รูปแบบและลักษณะเฉพาะของการสื่อสาร	2
1.2	การแบ่งช่วงความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและตัวอย่างการใช้งาน	4
บทที่ 2	พารามิเตอร์พื้นฐานของสายอากาศ	7
2.1	แพทเทิร์นการแพร่กระจายคลื่น	7
2.1.1	แพทเทิร์นแบบไอโซโทรปิกไดเรกชันแนลและออมนิไดเรกชันแนล	7
2.1.2	แพทเทิร์นหลัก	7
2.1.3	โบลหลักแพทเทิร์นการแพร่กระจายคลื่น	10
2.1.4	บริเวณต่างๆของสนามจากสายอากาศ	10
2.1.5	เรเดียนและสเตอเรเดียน	11
2.2	ฮาร์ฟเพาเวอร์บีมวิดท์	12
2.3	ความหนาแน่นของกำลังงานที่แพร่กระจาย	12
2.4	ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น	13
2.5	ไดเรกทิวิตี	14
2.6	เกน	17
2.7	ประสิทธิภาพของสายอากาศ	18
2.8	ประสิทธิภาพของบีม	19
2.9	อิมพูทิมพีแดนซ์	19
2.10	แบนวิดท์	22
2.11	ประสิทธิภาพการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ	23
บทที่ 3	สายอากาศแบบฮอร์น	25
3.1	ปิรามิดฮอร์น	27
3.1.1	สนาม อะเพอเจอร์ สนามสมมูลย์ และการแพร่กระจาย	27
3.1.2	ไดเรกทิวิตี	32
3.2	ท่อนำคลื่น	35
3.2.1	การแก้สมการคลื่น	36
3.2.2	โหมดของคลื่น	37
3.2.3	โหมดส่งผ่านและโหมดคัตออฟ	42
บทที่ 4	การออกแบบและการทดลอง	44
4.1.1	การออกแบบโครงสร้าง	44

	หน้า
4.1.2 การสร้าง	45
4.1.3 ขั้นตอนการทดลอง	46
4.2 ผลที่ได้จากทฤษฎี	48
4.3 ผลที่ได้จากการทดลอง	50
บทที่ 5 วิจัยและสรุป	61



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
1.1	มุมมองออกของการแพร่กระจายคลื่นกับการลดต่ำลงของกำลังคลื่นต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่	3
2.1	ระบบโคออร์ดิเนตสำหรับการวิเคราะห์สายอากาศ	8
2.2	แพทเทอรันของสายอากาศสี่ทิศทาง	8
2.3	แพทเทอรันหลักระบบ E และ H ของสายอากาศปากแตร	9
2.4	a) โลบต่างๆและมีวิคต์ของแพทเทอรันสายอากาศ b) แพทเทอรันในแบบลิเนียร์	10
2.5	การแบ่งบริเวณของสนามจากสายอากาศ	11
2.6	รูปแสดงค่าจำกัดความของเรเดียนและสเตอเรเดียน	12
2.7	มุมตันของปริมซึ่งมีแพทเทอรันของการแพร่กระจายคลื่นที่ไม่สมมาตรและสมมาตรกัน	16
2.8	ข้ออ้างอิงและการสูญเสียของสายอากาศ	18
2.9	สายอากาศส่งและวงจรสมมูลย์	20
2.10	สายอากาศรับและวงจรสมมูลย์	23
3.1	สายอากาศฮอร์นชนิดสี่เหลี่ยม	25
3.2	E-plan horn และระบบโคออดิเนต	26
3.3	ปริมิดฮอร์นและระบบโคออดิเนต	31
3.4	การสูญเสียของ E และ H-plane ที่เกิดจากเฟส	34
3.5	โครงสร้างของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยม	35
4.1	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นในระนาบ E-plane	48
4.2	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นในระนาบ H-plane	49
4.3	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นตัวที่ 1 ในระนาบ E-plane	50
4.4	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นตัวที่ 1 ในระนาบ H-plane	51
4.5	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นตัวที่ 2 ในระนาบ E-plane	52
4.6	แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปริมิดฮอร์นตัวที่ 2 ในระนาบ H-plane	53
4.7	แสดงค่า SWR ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 1	54
4.8	แสดงค่า return loss ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 1	55
4.9	แสดงค่า impedance ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 1	56
4.10	แสดงค่า SWR ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 2	57
4.11	แสดงค่า return loss ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 2	58
4.12	แสดงค่า impedance ของปริมิดฮอร์นตัวที่ 2	59
4.13	การวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ H-plane	60

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	การแบ่งช่วงความถี่	5
1.2	ลักษณะของงานการสื่อสารกับช่วงความถี่ใช้งาน	5
1.3	การแบ่งช่วงความถี่ในย่านไมโครเวฟ	6



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทนำ

ในโลกปัจจุบันการติดต่อสื่อสารได้เข้ามามีบทบาทต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ ไม่ว่าจะเป็นด้านธุรกิจ ด้านการศึกษา ด้านการทหาร ด้วยปัจจุบันได้มีการพัฒนาเทคโนโลยีทางการสื่อสารอย่างต่อเนื่องเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ การติดต่อสื่อสารเป็นการรับส่งสัญญาณโดยผ่านตัวกลาง คือ อากาศ ดังนั้นอุปกรณ์ในการรับส่งสัญญาณก็ต้องมีประสิทธิภาพเพื่อให้การติดต่อสื่อสารเป็นไปอย่างถูกต้องแม่นยำ เทคโนโลยีประเภทหนึ่งที่มีความสำคัญ คือ สายอากาศสำหรับคลื่นไมโครเวฟ ซึ่งในระบบไมโครเวฟต้องการสายอากาศพิเศษที่มีกำลังขยายสูง และมีมุมในการส่งหรือรับสัญญาณที่แคบ สายอากาศไมโครเวฟที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ ชนิดฮอร์น ซึ่งมีหลายชนิดด้วยกัน อาทิ แบบเซ็กเตอร์ฮอร์น หรือแบบปารามิคฮอร์นซึ่งเป็นแบบที่สนใจศึกษา เนื่องจากเป็นสายอากาศที่มีมุมเปิดกว้างออกทั้งสองด้าน มีกำลังขยายที่สูง เพราะมีพื้นที่ปลายเปิดของฮอร์นที่กว้าง



บทที่ 1

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับการสื่อสาร โทรคมนาคม

1.1 รูปแบบและลักษณะเฉพาะของการสื่อสาร

รูปแบบของระบบการสื่อสารเมื่อพิจารณาจากวิธีการส่งผ่านพลังงานจากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับแล้วจะแบ่งกว้างๆ ออกเป็น 2 แบบด้วยกันคือแบบที่ใช้สายนำสัญญาณและแบบที่ใช้การกระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกไป แบบที่ใช้สายนำสัญญาณนั้นมีประวัติการใช้ที่ยาวนานมาก โดยเริ่มต้นที่การใช้ในงานส่งโทรเลขเมื่อปี พ.ศ. 2387 และส่งโทรศัพทในปี พ.ศ. 2421 สายนำสัญญาณที่ใช้ในช่วงต้นๆ เช่น สัญญาณโทรเลขและสัญญาณเสียง แต่ไม่เหมาะสำหรับการส่งสัญญาณความถี่สูง เพราะจะมีค่าการสูญเสียสูง และการผิดเพี้ยนก็สูงเช่นกัน อย่างไรก็ตามก็ได้มีการพัฒนาสายนำสัญญาณแบบต่างๆ ให้เหมาะสำหรับการส่งสัญญาณความถี่สูง ซึ่งได้แก่ สายโคแอกเซียล ท่อนำคลื่น และเส้นใยแสง ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการสื่อสารแบบใช้สายนำสัญญาณจะใช้ได้กับทุกย่านความถี่ยกเว้นบางความถี่ที่หาวัสดุที่เหมาะสม ในปัจจุบันการสื่อสารโดยใช้สายนำสัญญาณนี้ นอกจากจะใช้ในงานโทรเลขและโทรศัพทดังกล่าวแล้วยังใช้ในงานโทรทัศน์ตามสาย (Cable Television System) และในการส่งโทรภาพพร้อมกับโทรศัพท (picture phone)

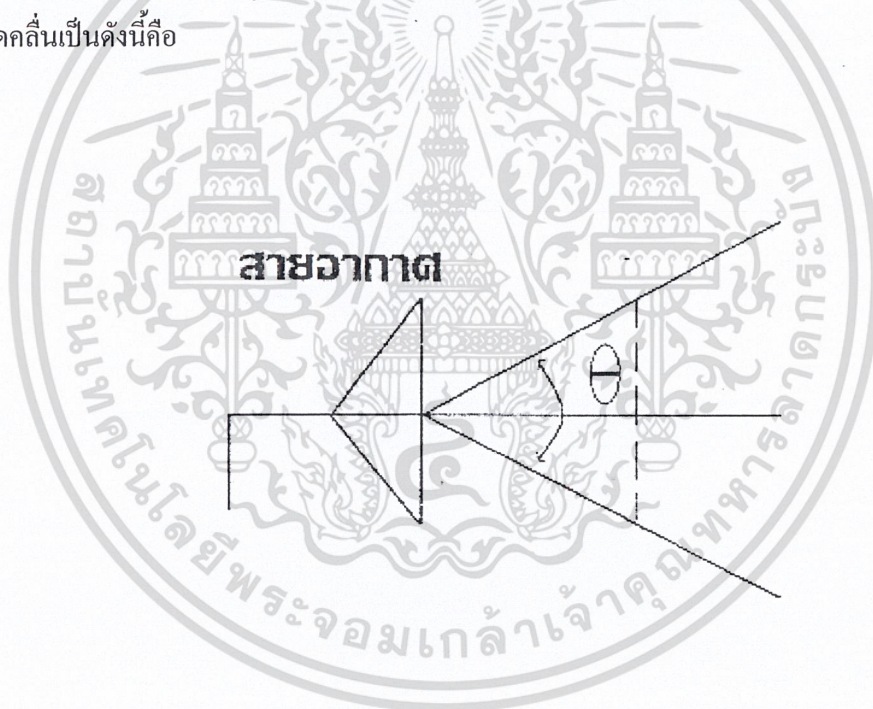
สำหรับลักษณะเฉพาะของการสื่อสารด้วยสัญญาณคือ พลังงานจะถูกส่งผ่านไปตามโครงสร้างของสายนำสัญญาณ ซึ่งจะทำให้สามารถใช้ความถี่ย่านเดียวกันนี้ ในการส่งสัญญาณอื่นโดยส่งผ่านสายนำสัญญาณสายอื่นหรือส่งในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ ลักษณะดังกล่าวนี้จึงถือว่าเป็นข้อดีของการสื่อสารแบบนี้ ลักษณะเฉพาะอีกข้อหนึ่งคือ การสื่อสารแบบนี้ต้องมีสายนำสัญญาณเชื่อมต่อระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับ ดังนั้นจึงเหมาะสำหรับการให้บริการให้บริการที่มีพื้นที่จำกัดและมีผู้ใช้บริการหนาแน่น เช่น ระบบโทรศัพท์ หรือ ระบบตามสายเป็นต้น

ลักษณะเฉพาะสำคัญประการหนึ่งของระบบสื่อสารแบบนี้ต้องมีสายนำสัญญาณคือ การสูญเสียกำลังในสายจะอยู่ในรูปของฟังก์ชัน Exponential ซึ่งโดยทั่วไปให้เข้าใจง่าย เรามักจะใช้หน่วยเป็น db/km การสูญเสียในรูปของฟังก์ชัน Exponential ดังกล่าวนี้จะมีผลในลักษณะดังต่อไปนี้ ถ้าเราใช้สายนำสัญญาณที่มีการสูญเสีย 5db/km ส่งสัญญาณไปตามสายยาว 10 km จะมีการสูญเสียกำลังไป 50db เมื่อความยาวสายเพิ่มขึ้นเป็น 20 km การสูญเสียจะเพิ่มขึ้นเป็น 100 db หมายความว่าระยะทางเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวกำลังของสัญญาณจะลดต่ำลงไปถึง 10^{-5} เท่าตัว และนี่เป็นเหตุผลที่การสื่อสารโดยใช้สายนำสัญญาณไม่สามารถใช้กับระยะทางไกลๆได้ ในทางปฏิบัติเมื่อมีความจำเป็นก็จะใช้ Repeater ซึ่งทำหน้าที่ในการขยายสัญญาณที่มีกำลังต่ำให้มีกำลังสูงขึ้นเพื่อให้ส่งต่อไปได้อีก การติดตั้งเครื่องทวนสัญญาณนี้จะมีข้อยุ่งยากทางเทคนิคตามมาและทำให้ราคากระบบสูงขึ้น ดังนั้นจึงติดตั้งใน Trunk line เท่านั้น

ลักษณะเฉพาะที่สำคัญอีกประการหนึ่ง ซึ่งเป็นลักษณะพิเศษร่วมกันของการสื่อสารแบบใช้สายนำสัญญาณและแบบที่ใช้การกระจายคลื่นออกไป ก็คือ ความเร็วของการส่งผ่านสัญญาณ ในกรณีของการกระจายคลื่นนั้นความเร็วของการส่งผ่านจะเท่ากับความเร็วแสงซึ่งเป็นความเร็วในการเคลื่อนที่ที่มีความเร็วสูงสุดเท่าที่มนุษย์รู้จักในขณะนี้ ในกรณีของการส่งผ่านสายนำสัญญาณนั้นความเร็วของ

การส่งผ่านจะใกล้เคียงกับความเร็วแสง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของสายนำสัญญาณนั้น เช่น สายโคแอกเชียล อาจจะมีความเร็วของการส่งผ่านประมาณ 5% ของความเร็วแสง การที่การส่งผ่านสัญญาณมีความเร็วสูงมากเช่นนี้ นับว่าเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการใช้งาน เพราะการใช้งานในบางลักษณะ เช่น โทรศัพท์ เป็นต้น จะต้องการความเร็วในการส่งผ่านที่สูงมากเพื่อให้การพูดโต้ตอบกันทางโทรศัพท์เป็นไปได้โดยธรรมชาติ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเราสามารถพูดโต้ตอบกันทางโทรศัพท์จากจุดที่ห่างกันเป็นพันหรือเป็นหมื่น กิโลเมตร ได้โดยไม่รู้สึกผิดปกติ

สำหรับการสื่อสารโดยใช้การกระจายคลื่นนั้น เป็นการสื่อสารที่อาศัยการส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ออกไปจากทางด้านเครื่องส่งโดยอาศัยสายอากาศ แล้วทางด้านเครื่องรับจะใช้สายอากาศในการรับ กำลังคลื่นส่วนหนึ่งซึ่งเป็นส่วนที่น้อยมากๆ จากกำลังคลื่นที่ส่งออกมานั้น ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากการส่งคลื่นออกไปนี้ โยทั่วไปคลื่นที่ถูกส่งออกไปจะทำมุมออกมามุมหนึ่งดังแสดงไว้ในรูปที่ 1 เพื่อความสะดวกในการอธิบายจะขอสมมติว่ามีการกระจายคลื่นออกไปในรูปกรวยกลม ซึ่งมีมุมยอดเป็น θ (rad) ถ้าให้กำลังคลื่นรวมที่ส่งออกไปเป็น W_t [W] เราจะพบว่ากำลังคลื่นต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ระยะทาง (m) จากแหล่งกำเนิดคลื่นเป็นดังนี้คือ



รูปที่ 1.1 มุมลู่ออกของการแพร่กระจายคลื่นกับการลดต่ำลงของกำลังคลื่นต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

$$P = \frac{W_t}{\pi \theta^2 r^2 / 4} e^{-\alpha r} \quad [\text{W/m}^2] \quad (1)$$

โดยที่ α เป็นค่าคงที่ของการบั่นทอนกำลังคลื่นของตัวกลาง ค่า α นี้โดยทั่วไปมักจะมิตขนาดเล็กลงมาก ทำให้การสูญเสียกำลังคลื่นเนื่องจากตัวกลางมีค่าน้อยกว่าการสูญเสียเนื่องจากการลู่ออกของลำคลื่น ดังนั้นถ้าให้ $e^{-\alpha r} = 1$ ก็จะได้ผลว่าความเข้มของกำลังคลื่นนั้นจะเป็นไปตามกฎกำลังสองผกผัน เพื่อให้เห็นตัวเลขที่ชัดเจนขึ้นจะขอยกตัวอย่างกรณีที่ $\theta = \pi/3$ [rad] , $r = 10$ [km] เราจะได้ค่าของกำลังคลื่นที่ตำแหน่งนี้ประมาณ 1.2×10^{-8} [w/m²] ดังนั้นถ้าสายอากาศที่ใช้รับกำลังคลื่นคิดเป็นพื้นที่ 1 [m²] ก็หมายความว่า กำลังคลื่นที่สายอากาศนั้นรับเข้าได้เพียง 1.2×10^{-8} w_T [W] จึงอาจกล่าวได้ว่า สายอากาศรับนั้นจะรับกำลังเพียงส่วนน้อยเท่านั้นจากกำลังคลื่นที่ส่งออกมาทั้งหมด

ถึงแม้ว่าสายอากาศจะรับกำลังคลื่นเข้ามาได้ดังกล่าวข้างต้น แต่ถ้าเปรียบเทียบกับกำลังคลื่นที่รับได้ที่ตำแหน่งห่างจากสายอากาศส่งมากขึ้น 2 เท่าตัว อย่างเช่น ที่ตำแหน่งห่างจากสายอากาศส่ง 20 [km] เมื่อเปรียบเทียบกับตำแหน่งที่ห่าง 10 [km] แล้วกำลังคลื่นที่สายอากาศรับตัวเดียวกันรับได้จะลดลงเป็น $1/4$ เท่าตัว หรือ -6 [dB] เท่านั้น ลักษณะดังกล่าวเป็นลักษณะที่แตกต่างจากการใช้สายนำสัญญาณ และจัดว่าเป็นข้อดีของการใช้คลื่น เพราะถ้ากำลังส่งถูกออกแบบไว้ให้เหมาะสมแล้ว ที่ตำแหน่งต่างๆที่ห่างไกลออกไปจะสามารถรับสัญญาณโดยไม่ต้องใช้เครื่องทวนสัญญาณ การสื่อสารระบบนี้จึงเหมาะกับการให้บริการในพื้นที่กว้าง ซึ่งผู้ใช้บริการอาจอยู่กันอย่างหนาแน่นหรือไม่หนาแน่นก็ได้ ตัวอย่างของการใช้ในลักษณะนี้ก็คือการให้บริการทางด้านวิทยุกระจายเสียง และวิทยุโทรทัศน์

ลักษณะพิเศษมากของการสื่อสารโดยการกระจายคลื่นออกไปคือ สามารถใช้งานที่เครื่องส่งหรือเครื่องรับหรือทั้งที่เครื่องส่งและเครื่องรับเคลื่อนที่ได้อยู่ได้ ตัวอย่างของการใช้งานในลักษณะนี้ก็คือ การติดต่อระหว่างเครื่องบิน รถยนต์ หรือเรือเดินสมุทรกับสถานีควบคุม หรือการติดต่อระหว่างเครื่องบินด้วยกันเอง เป็นต้น เหตุผลสำคัญที่ทำการสื่อสารลักษณะนี้เป็นไปได้ก็คือความเร็วคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั่นเอง กล่าวคือ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 3×10^8 m/s ซึ่งทำให้ผู้ที่อยู่ในยานพาหนะรู้สึกเหมือนกับว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ผ่านตัวเองไปอย่างต่อเนื่อง ซึ่งทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างต่อเนื่องและแน่นอนการสื่อสารในลักษณะนี้จะไม่สามารถทำโดยการใช้สายนำสัญญาณ

ข้อจำกัดประการหนึ่งของการสื่อสารโดยการกระจายคลื่นออกไปนั้น คือการใช้ความถี่ กล่าวคือ ความถี่ที่ซ้ำกันหรือใกล้เคียงกันจะไม่สามารถนำมาใช้บริเวณใกล้เคียงกันได้ เพราะจะเกิดสัญญาณรบกวนซึ่งกันและกัน ในปัจจุบันเนื่องจากประโยชน์ของการใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในการสื่อสารนั้นมีสูงมาก ความถี่ของคลื่นจึงอาจจัดได้ว่าเป็นทรัพยากรอย่างหนึ่งของมนุษย์ จึงจำเป็นต้องมีการจัดการอย่างเหมาะสมทั้งในระดับนานาชาติและในระดับประเทศ องค์กรที่รับผิดชอบในการจัดการเกี่ยวกับการใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในงานสื่อสารโทรคมนาคมคือ สหภาพโทรคมนาคมระหว่างประเทศ(International Telecommunication Union ย่อว่า ITU)สำหรับในแต่ละประเทศนั้นก็จะมิตหน่วยงานของรัฐบาลทำหน้าที่ควบคุมดูแลอยู่ ในกรณีของประเทศไทยหน่วยงานดังกล่าวคือ กรมไปรษณีย์โทรเลข

1.2 การแบ่งช่วงความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและตัวอย่างการใช้งาน

เนื่องจากความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่สามารถสร้างขึ้นและนำมาใช้งานได้นั้นมีช่วงกว้างมาก ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการใช้งานจึงมีการแบ่งช่วงความถี่และมีชื่อเรียกความถี่นั้น ตารางที่ 1 แสดงช่วง

ความถี่และชื่อเรียกช่วงความถี่นั้น สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้งานอยู่ในปัจจุบัน ส่วนตารางที่ 2 แสดงลักษณะของการสื่อสารกับช่วงความถี่ของที่ใช้

ตารางที่ 1.1 การแบ่งช่วงความถี่

ย่านความถี่	ชื่อเรียก
3-30 KHz	Very low frequency (VLF)
30-300 KHz	Low frequency (LF)
300-3000 KHz	Medium frequency (MF)
3-30 MHz	High frequency (HF)
30-300 MHz	Very-high frequency (VHF)
300-3000 MHz	Ultra-high frequency (UHF)
3-30 GHz	Super-high frequency (SHF)
30-300 GHz	Extremely-high frequency (EHF)

ตารางที่ 1.2 ลักษณะของการสื่อสารกับช่วงความถี่ใช้งาน

ช่วงความถี่ และประเภท ใช้งาน	VLF	LF	MF	HF	VLF	UHF	SHF	EHF
	10-30 kHz	30-300 kHz	3-3 MHz	3-30 MHz	30-300 MHz	3-3 GHz	3-30 GHz	30-40 GHz
1.งานวิทยุ กระจายเสียง และโทรทัศน์			0	0	0	0	0	
2.การสื่อสาร ระหว่างจุดต่อ จุด	0	0	0	0	0	0	0	
3. วิทยุการบิน		0	0		0	0	0	
4. วิทยุเดินเรือ		0	0				0	
5.วิทยุเคลื่อนที่ แบบติดยาน พาหนะบนบก			0	0	0	0		
6. วิทยุสมัครเล่น				0	0	0	0	
7.งานสำรวจ อวกาศ				0	0	0	0	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8.งานด้านดาราศาสตร์					0	0	0	0
9.งานด้านอวกาศ						0		
10.งานด้านสื่อสารดาวเทียม							0	
11. งานเรดาร์					0	0	0	0
12. งานควบคุมวงโคจรดาวเทียม					0	0	0	

0 แสดงว่ามีการใช้งาน

สำหรับความถี่ในช่วง 1-30 GHz นั้น โดยทั่วไปจะเรียกว่า Microwave และความถี่ในช่วง 30-300 GHz เรียกว่า Milimeter wave ความถี่ในย่านของ Microwave and Milimeter wave จะมีการแบ่งช่วงย่อยลงไปและมีชื่อเรียกเฉพาะลงไป ตารางที่ 3 แสดงการแบ่งชื่อเรียกและช่วงต่างๆ โดยแสดงทั้งชื่อเรียกแบบเก่าและแบบใหม่ ซึ่งช่วงความถี่จะไม่ตรงกันนัก อย่างไรก็ตามถึงแม้จะมีการจัดช่วงความถี่และชื่อเรียกแบบใหม่ขึ้นมา ชื่อเรียกแบบเก่าซึ่งกำหนดขึ้นเมื่อตอนเริ่มใช้ Microwave ใหม่ ๆ ก็ประมาณ 40 ปีเศษที่แล้วก็ยังนิยมใช้กันอยู่

ตาราง 1.3 การแบ่งช่วงความถี่ในย่าน Microwave

ช่วงความถี่	ชื่อเรียกเก่า	ชื่อเรียกใหม่
1-2 GHz	L	D
2-3 GHz	S	E
3-4 GHz	S	F
4-6 GHz	C	G
6-8 GHz	C	H
8-10 GHz	X	I
10-12.4 GHz	X	J
12.4-18 GHz	Ku	J
18-20 GHz	K	J
20-26.5 GHz	K	K
26.5-40 GHz	Ka	K

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

พารามิเตอร์พื้นฐานของสายอากาศ

2.1 แพทเทิร์นการแพร่กระจายคลื่น

แพทเทิร์นการแพร่กระจายคลื่น (Radiation Pattern) คือรูปภาพที่ใช้เพื่อแสดงคุณสมบัติของการแพร่กระจายคลื่น ซึ่งเป็นฟังก์ชันสเปซโคออดิเนท (Space Coordinate) ส่วนใหญ่แพทเทิร์นการแพร่กระจายคลื่นนี้มักจะคิดในบริเวณที่เป็นสนามระยะไกล (Far Field)

การอธิบายคุณสมบัติของการแพร่กระจายคลื่น จะอาศัยคุณสมบัติต่างๆดังต่อไปนี้ คือความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นคุณสมบัติเหล่านี้ใช้เพื่อแสดงการแจกแจงของพลังงานเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งสามมิติที่สังเกตที่มีรัศมีคงที่

รูป 2.1 แสดงระบบโคออดิเนตที่ใช้แสดงคุณสมบัติของการแพร่กระจายคลื่นสำหรับการใช้เส้นเพื่อแสดงกำลังที่สายอากาศรับได้ตามแนวรัศมีที่มีค่าคงที่ มีชื่อเรียกว่าแพทเทิร์นกำลังงาน (Power Pattern) ของสายอากาศและกราฟที่แสดงการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้าในทิศทางต่างๆที่มีรัศมีคงที่ มีชื่อเรียกว่าแพทเทิร์นสนาม (Field Pattern) ของสายอากาศนั้น

2.1.1. แพทเทิร์นแบบไอโซโทรปิก ไดเรกชันแนล และออมนิไดเรกชันแนล

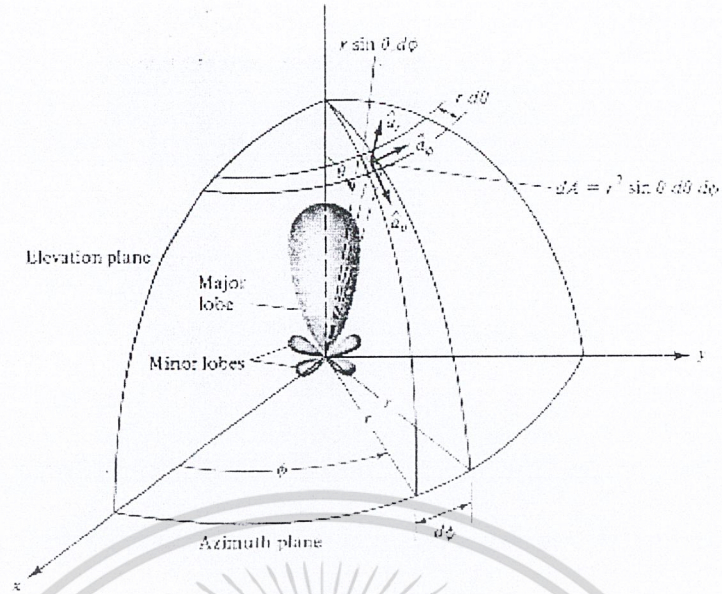
ตัวแพร่คลื่นไอโซโทรปิก (Isotropic Radiator) คือสายอากาศที่ถูกสมมุติขึ้น โดยมีคุณสมบัติการแพร่กระจายคลื่นเท่ากันในทุกทิศทาง ยกตัวอย่างเช่น พอยท์ซอร์ส (point source) เป็นสายอากาศแบบหนึ่งที่ไม่สามารถสร้างได้จริง แต่มักจะใช้เป็นตัวเปรียบเทียบกับสายอากาศจริงเกี่ยวกับการแสดงคุณสมบัติ แสดงทิศทางของสายอากาศ

สายอากาศชี้ทิศทาง (Directional Antenna) เป็นสายอากาศซึ่งมีคุณสมบัติของการส่งหรือรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ในเฉพาะทิศทางที่กำหนดเท่านั้น ตัวอย่างของสายอากาศที่มีคุณสมบัติดังกล่าวคือ Omnidirectional Antenna คุณสมบัติของสายอากาศแบบนี้แสดงในรูป 2.2

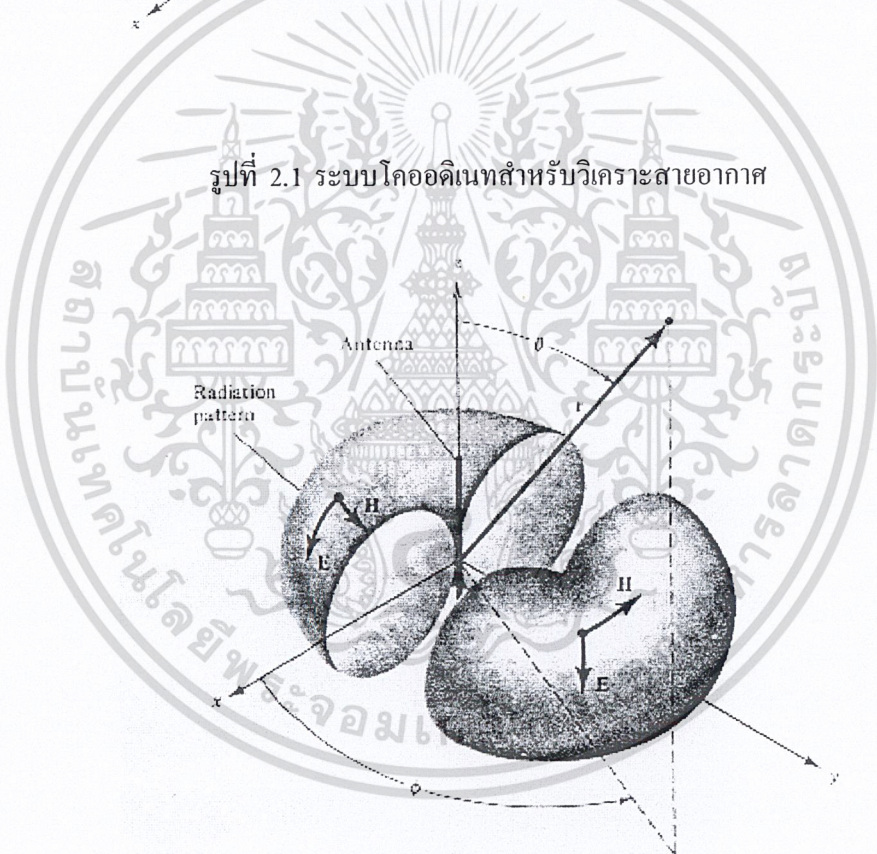
จากรูปจะเห็นว่าแพทเทิร์นแบบนี้ ไม่มีทิศทางในระนาบอาซิมุท (Azimuth Plane) [$f(\phi), \theta = \text{ค่าคงที่}$] แต่เป็นแบบชี้ทิศทางในระนาบเอเลเวชัน (Elevation plane) [$g(\theta), \phi = \text{ค่าคงที่}$] แพทเทิร์นแบบออมนิไดเรกชันแนลเป็นกรณีพิเศษของแพทเทิร์นแบบชี้ทิศทาง

2.1.2 แพทเทิร์นหลัก

เรามักจะอธิบายคุณสมบัติของอากาศในทอมแพทเทิร์นหลัก (Principle Pattern) ของสนามไฟฟ้า E และสนามแม่เหล็ก H สำหรับสายอากาศลิเนียร์โพลาริเซชัน (Linearly Polarization) แพทเทิร์นในระนาบ E จะเป็นระนาบที่บรรจุเวกเตอร์สนามไฟฟ้า และทิศทาง ของการกระจายคลื่นที่แรงที่สุด ส่วนแพทเทิร์นในระนาบ H จะเป็นระนาบที่บรรจุสนามแม่เหล็ก และทิศทางของการกระจายคลื่นที่แรงที่สุด ตัวอย่างการแสดงแพทเทิร์นหลักมีดังแสดงในรูป 2.3 โดยมีระนาบ XZ (ระนาบเอเลเวชัน; $\theta=0$) เป็นระนาบ E หลัก และมีระนาบ XY (ระนาบอิมุท, $\theta=\pi/2$) เป็นระนาบ H หลัก

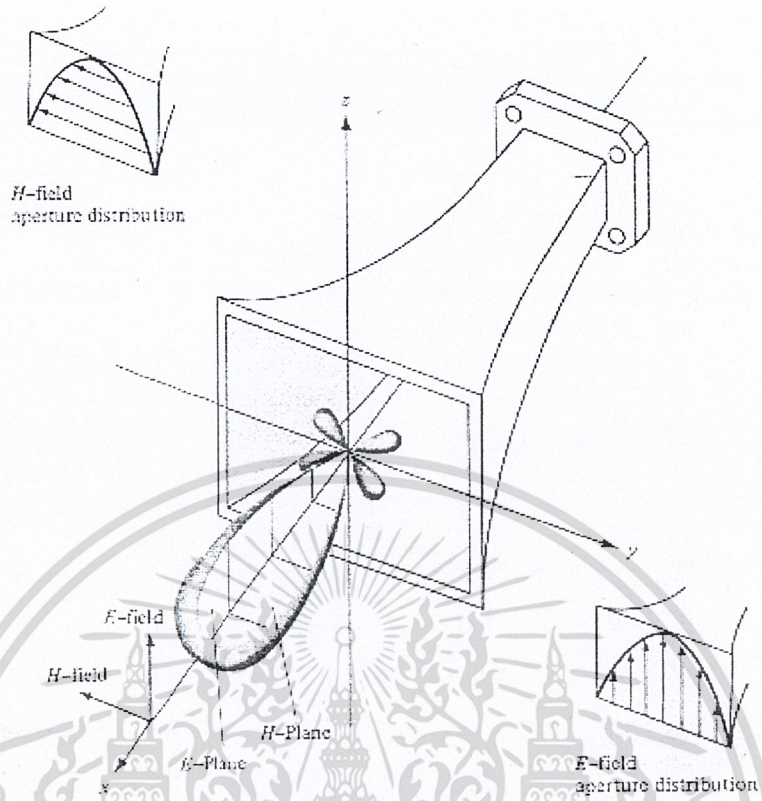


รูปที่ 2.1 ระบบโคออดิเนตสำหรับวิเคราะห์สายอากาศ

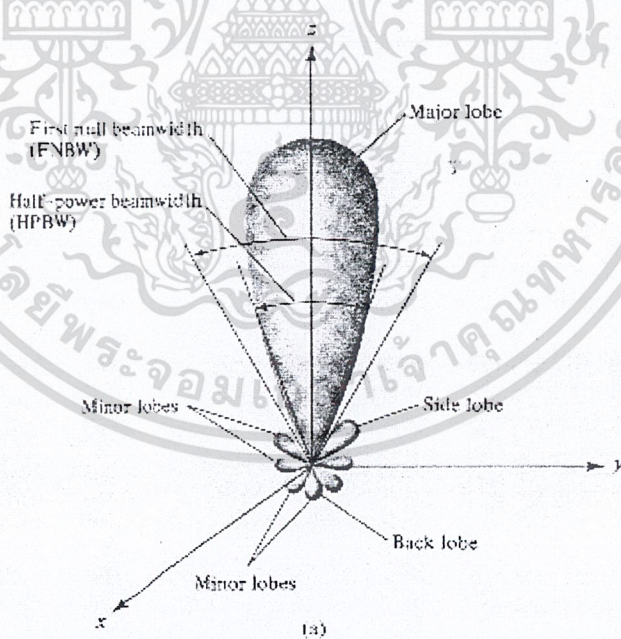


รูปที่ 2.2 แพทเทอรันของสายอากาศชี้ทิศทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

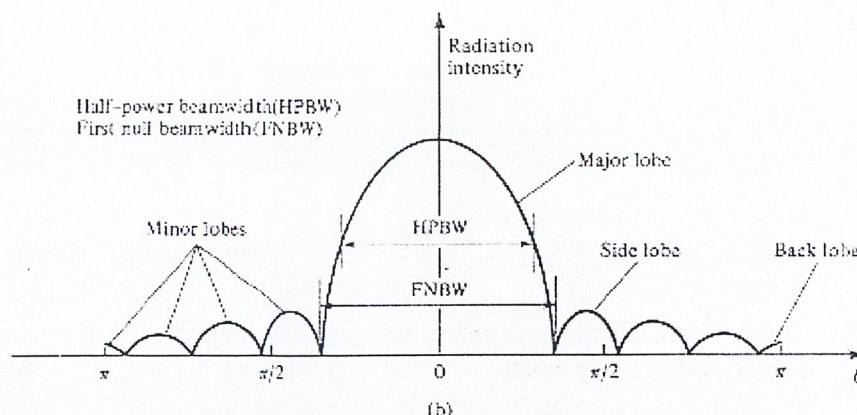


รูปที่ 2.3 แพทเทิร์นหลัก ระนาบ E และ H ของสายอากาศปากแตร



รูปที่ 2.4 a โลบต่างๆและบีมวิคซ์ของสายอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 b แพทเทิร์นในแบบลิเนียร์

2.1.3 โลบลึกแพทเทิร์นการกระจายคลื่น

โอบของการแพร่กระจายคลื่น (Radiation Lobe) เป็นส่วนหนึ่งของแพทเทิร์นการกระจายคลื่นที่เป็นบริเวณ โดยการปิดล้อมของที่มีความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นต่ำ รูป 2.4 แสดงโอบแพทเทิร์น (Polar Pattern) แบบสามมิติ ซึ่งเป็นโอบรูปต่างๆดังนี้

โอบหลัก (Major Lobe หรือ Main Lobe) เป็นโอบของการแพร่กระจายคลื่นซึ่งอยู่ในทิศทางที่การแพร่กระจายคลื่นแรงที่สุด ตามรูป 2.4 มีโอบหลักอยู่ในทิศทางที่ $\theta=0$ สำหรับสายอากาศบางชนิดอาจจะมีโอบมากกว่าหนึ่งโอบ เช่น สายอากาศแยกบีม (split Beam Antenna)

โอบย่อย (Minor Lobe) ได้แก่ โอบอื่นๆนอกเหนือไปจากโอบหลัก

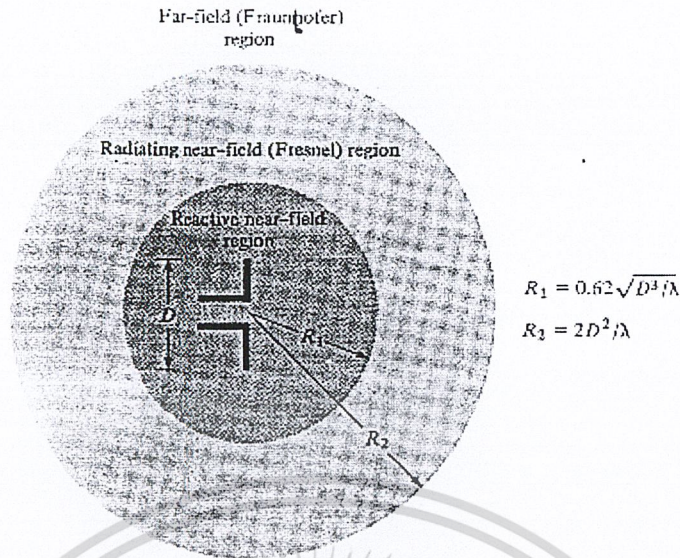
โอบข้างหรือไซด์โอบ (Side Lobe) เป็นโอบย่อยที่อยู่ติดกับโอบหลัก และอยู่ในทิศทางบนครึ่งวงกลมเดียวกับโอบหลัก

โอบหลัง (Back Lobe) เป็นโอบย่อยที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับโอบหลัก ปกติแล้วโอบย่อยจะเกิดการแพร่กระจายคลื่นในทิศทางที่ไม่ต้องการ ดังนั้นสำหรับสายอากาศที่จะต้องกำจัดโอบเหล่านี้ให้น้อยที่สุดระดับของโอบย่อยแสดงเป็นอัตราส่วนของความหนาแน่นของพลังงานในโอบที่กำลังคิดต่อความหนาแน่นของพลังงานในโอบหลัก ซึ่งเรียกว่า อัตราส่วนไซด์โอบ (Side Lobe Ratio) หรือระดับพลังงานของไซด์โอบ (Side Lobe Level : SLL) ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปนั้นมักต้องการให้ระดับของไซด์โอบน้อยกว่า -20 dB

2.1.4 บริเวณต่างๆของสนามจากสายอากาศ

โดยทั่วไปมักจะแบ่งบริเวณที่ล้อมรอบสายอากาศออกเป็น 3 ส่วน คือ สนามรีแอคทีฟระยะใกล้ (Reactive-Near Field) และสนามกระจายระยะไกล (Far Field) ดังแสดงในรูป 2.5

บริเวณสนามรีแอคทีฟระยะใกล้ เป็นบริเวณที่สนามล้อมรอบอากาศมากที่สุด และเป็นสนามชนิดรีแอคทีฟเป็นส่วนใหญ่ บริเวณนี้จะมีระยะทาง $R < 0.62\sqrt{D^3/\lambda}$ จากผิวของสายอากาศ เมื่อ λ เป็นความยาวคลื่น และ D เป็นมิติที่ยาวที่สุดของสายอากาศ



รูปที่ 2.5 การแบ่งบริเวณของสนามจากสายอากาศ

บริเวณสนามกระจายระยะไกล เป็นบริเวณสนามของสายอากาศซึ่งอยู่ระหว่างสนามรีแอกทีฟระยะใกล้กับสนามระยะไกล โดยมีสนามกระจายอยู่เป็นส่วนใหญ่ และการกระจายของสนามตามมุมต่าง ๆ นั้น แปรผันตามระยะห่างจากสายอากาศ เมื่อสายอากาศมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับความยาวคลื่น สนามในบริเวณนี้อาจไม่เกิดขึ้น ในบริเวณนี้อาจมีระยะทาง $0.62\sqrt{D^3/\lambda} \leq R \leq 2D^2/\lambda$

บริเวณสนามระยะไกล เป็นสนามของสายอากาศซึ่งการแพร่ของสนามของสายอากาศตามมุมต่าง ๆ ไม่ขึ้นกับระยะทางจากสายอากาศ ถ้าสายอากาศมีมิติที่ใหญ่เท่ากับ D บริเวณสนามระยะไกลจะเกิดขึ้นที่ระยะทาง R มากกว่า $2D^2/\lambda$ จากสายอากาศ

ในบริเวณนี้มีลักษณะเป็นสนามตัดขวาง (Transverse Field) และการแพร่กระจายตามมุมต่าง ๆ ไม่ขึ้นกับระยะทาง ขอบในของบริเวณดังกล่าวมีค่า R เท่ากับ $2D^2/\lambda$ จากสายอากาศ

2.1.5 เรเดียนและสเตอเรเดียน

การวัดมุมบนระนาบจะมีหน่วยเป็นเรเดียน 1 เรเดียนเป็นมุมระนาบ ซึ่งยอดของมันอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r ดังแสดงในรูปที่ 2.6 a เนื่องจากเส้นรอบวงที่มีรัศมี r มีความยาว $c=2\pi r$ ดังนั้นบนหนึ่งรอบของวงกลมจะมี 2π เรเดียน

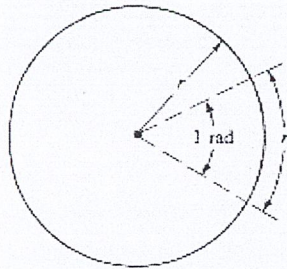
การวัดมุมตันมีหน่วยเป็นสเตอเรเดียน (sr) หนึ่งสเตอเรเดียนเป็นมุมตันที่มียอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r ดังแสดงในรูปที่ 2.6 b เนื่องจากพื้นที่ของทรงกลมรัศมี r มีค่าเท่ากับ $4\pi r^2$ ดังนั้นตลอดทรงกลมจะมี $4\pi r^2/r^2$

ตามรูปที่ 2.1 พื้นที่ขนาดจิ๋ว dA บนผิวของทรงกลมรัศมี r จะคำนวณได้เป็น

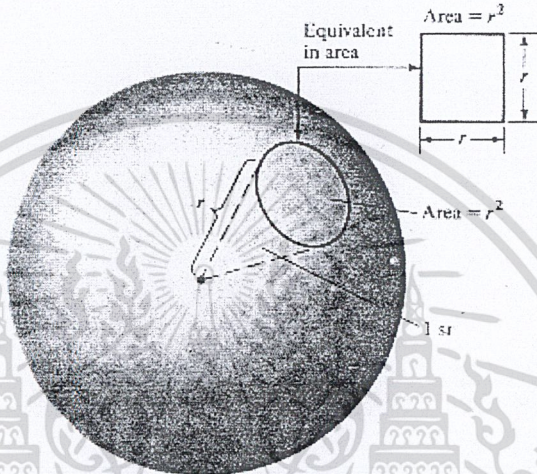
$$dA=r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (m) \tag{2-1}$$

ดังนั้น Element ของมุมตัน $d\Omega$ ของทรงกลมเขียนได้เป็น

$$d\Omega=dA / r^2=\sin \theta d\theta d\phi \quad (sr) \tag{2-2}$$



(a) Radian



(b) Steradian

รูปที่ 2.6 รูปแสดงคำจำกัดความของเรเดียนและสเตอเรเดียน

2.2 ฮาร์ฟเพาเวอร์บีมวิดท์ (Half -Power Beamwidth :HPBW) เป็นมุมที่วัดระหว่างจุดที่ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นในโลบหลัก มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดสองจุด ดังแสดงในรูป 2.4 เพื่อความสะดวกต่อไปจะใช้คำย่อ HPBW แทน

2.3 ความหนาแน่นของพลังงานที่แพร่กระจาย เนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ในการส่งข่าวสารผ่านตัวกลางถูกกำหนดให้มีความสัมพันธ์กับพลังงานและกำลังงานไฟฟ้าโดยใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวได้แก่พอยดิงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลานั้น (Instantaneous Paynting Vector) ซึ่งสมการแสดงความสัมพันธ์ดังนี้คือ

$$W = \mathcal{E} \times H \tag{2-3}$$

W = พอยดิงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลานั้น (W/m²)

\mathcal{E} = ความเข้มสนามไฟฟ้าชั่วขณะเวลานั้น (V/m)

H = ความเข้มสนามแม่เหล็กชั่วขณะเวลานั้น (A/m)

เนื่องจากพอยดิงเวกเตอร์มีความหมายแสดงถึงความหนาแน่นของกำลังงาน ดังนั้นกำลังงานทั้งหมดที่พุ่งตัดผ่านพื้นที่ผิวปิดจะสามารถหาได้โดย อินทิเกรตส่วนของพอยดิงเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวทั้งหมดซึ่งเมื่อเขียนเป็นสมการจะได้

$$J = \oint_s W \cdot d\vec{s} = \oint_s W \cdot \vec{n} da \tag{2-4}$$

$$J = \text{กำลังงานทั้งหมดชั่วขณะเวลานั้น} \quad (W)$$

$$da = \text{พื้นที่จัวบนพื้นที่ปิด} \quad (m^2)$$

ในกรณีของสนามที่แปรผันตามเวลา มักจะหาค่าเฉลี่ยของความหนาแน่นของกำลังงานโดยการอินทิเกรตค่าพอยดิงเวกเตอร์ชั่วขณะเวลานั้น ตลอดหนึ่งคาบแล้วหารด้วยคาบเวลานั้น สำหรับสนามที่แปรผันกับเวลา ซึ่งกระจายเป็นฮาร์โมนิก ในรูป $e^{j\omega t}$ เมื่อกำหนด E และ H เป็นสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเชิงซ้อน แล้วจะหาความสัมพันธ์กับค่า \mathcal{E} และ \mathcal{H} ชั่วขณะเวลาใดๆได้จาก

$$\mathcal{E}(x,y,z,t) = \text{Re}(\bar{E}(x,y,z) e^{j\omega t}) \quad (2-5)$$

$$\mathcal{H}(x,y,z,t) = \text{Re}(\bar{H}(x,y,z) e^{j\omega t}) \quad (2-6)$$

จาก (2-5), (2-6) และโดยอาศัย $\text{Re}[\bar{E}e^{j\omega t}] = \frac{1}{2}[\bar{E}e^{j\omega t} + \bar{E}^* e^{-j\omega t}]$ (2-3) จะเขียนได้ใหม่เป็น

$$\mathcal{W} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*] + \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H} e^{j2\omega t}] \quad (2-7)$$

เทอมแรกของ (2-7) ไม่เป็นฟังก์ชันของเวลา และเทอมที่สองมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเป็นสองเท่าของความถี่ที่กำหนดให้ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของพอยดิงเวกเตอร์ จึงสามารถที่จะหาได้เป็น

$$\bar{W}_{av}(x,y,z) = [\bar{W}(x,y,z,t)]_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*] \quad (w/m^2) \quad (2-8)$$

ตัวประกอบ $\frac{1}{2}$ ใน (2-7) และ (2-8) เกิดขึ้น เพราะสนาม E และ H เป็นค่าสูงสุด ไม่ใช่ค่า rms จาก (2-8) กำลังงานเฉลี่ยที่แพร่กระจายจากสายอากาศ จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} P_{rad} = P_{av} &= \iint_s \bar{W} \cdot \text{rad} \, d\bar{s} \\ &= \frac{1}{2} \iint_s \text{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*] \cdot d\bar{s} \end{aligned} \quad (2-9)$$

2.4 ความเข้มการแพร่กระจายของคลื่น

คำจำกัดความของคำว่า การแพร่กระจายของคลื่น ในทิศทางที่กำหนดให้คือ กำลังงานที่แพร่กระจายจากสายอากาศต่อหน่วยมุมตัน ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น สามารถหาได้จากผลคูณของความหนาแน่นของการแพร่กระจายคลื่นและผลกำลังสองของระยะทางซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้คือ

$$U = r^2 W_{rad} \quad (2-10)$$

เมื่อ U = ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น (W/หน่วยมุมตัน)

W_{rad} = ความหนาแน่นของการแพร่กระจายคลื่น (W/m²)

ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นถ้าจะเขียนแสดงความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกลได้คือ

$$\begin{aligned} U(\theta, \phi) &= \frac{r^2}{2\eta} |\bar{E}(r, \theta, \phi)|^2 \\ &= \frac{r^2}{2\eta} \left[|E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right] \\ &= \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta(r, \theta)|^2 + |E_\phi(r, \theta)|^2 \right] \end{aligned} \quad (3-10a)$$

เมื่อ \bar{E} = ความเข้มของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

E_θ, E_ϕ = ส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล

η = อินทริเนติกอิมพีแดนซ์ (intrinsic impedance) ของตัวกลาง

ดังนั้นแพทเทอร์นของกำลังงานก็ใช้เพื่อแสดงถึงความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นได้เช่นกัน

กำลังงานทั้งหมดนี้หาได้โดยการอินทิเกรตความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นตาม(2-12)ตลอดมุมตัน 4π ทั้งหมดซึ่งจะได้

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} U \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-11)$$

ในกรณีของพอยท์ซอร์ส U จะไม่ขึ้นอยู่กับค่ามุม θ และ ϕ ดังนั้น

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U_0 d\Omega = U_0 \iint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0 \quad (2-12)$$

เมื่อหาความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นของพอยท์ซอร์ส

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (2-13)$$

2.5 ไคเรคตีวิตี

เพื่อให้เข้าใจถึงไคเรคตีวิตี (Directivity) เราจำเป็นต้องรู้จักไคเรคทีฟเกน (Directive Gain) ไว้ก่อน ไคเรคทีฟเกนในทิศทางที่กำหนดคืออัตราส่วนของความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นในทิศทางนั้นต่อความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ ซึ่งใช้สำหรับอ้างอิง ซึ่งปกติสายอากาศที่ใช้สำหรับอ้างอิงนี้จะใช้ Isotropic Point Source

ไคเรคตีวิตี คือค่าของไคเรคทีฟเกน ในทิศทางที่มากที่สุด หรือกล่าวง่าย ๆ ว่า ไคเรคตีวิตีของต้นกำเนิด (สายอากาศ) ที่ไม่เป็นไอโซโทรปิก คืออัตราส่วนความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นที่มากที่สุดต่อความเข้มของความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นของไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์ส เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$D_g = \frac{U}{U_0} = \frac{4\pi U}{P_{rad}} \quad (2-14)$$

$$D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \quad (2-15)$$

D_g = ไคเรคทีฟเกน (ไม่มีหน่วย)

D_0 = ไคเรคตีวิตี (ไม่มีหน่วย)

U = ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น (w/หน่วยมุมตัน)

U_{max} = ค่าสูงสุดของความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น (w/หน่วยมุมตัน)

U_0 = ค่าสูงสุดของความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นของไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์ส (w/หน่วยมุมตัน)

P_{rad} = กำลังงานที่แพร่กระจายทั้งหมด (w)

จาก(2-14)และ(2-15)เราจะพบว่าไคเรคทีฟเกนและไคเรคตีวิตีของไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์สมีค่าเป็นหนึ่ง ทั้งนี้เพราะว่า U, U_{max}, U_0 ต่างมีค่าเท่ากัน

ไคเรคตีวิตีของไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์สมีค่าเท่ากับหนึ่ง เพราะว่ามันแพร่กำลังงานออกไปในทุกทิศทางด้วยค่าที่เท่ากัน แต่สำหรับต้นกำเนิด (สายอากาศ)แบบอื่นๆนั้นย่อมมีไคเรคตีวิตีมากกว่าหนึ่งเสมอ

ข้อสรุปอีกอย่างหนึ่งในที่นี้ก็คือ ค่าของไคเรคทีฟเกนจะมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์และน้อยกว่า

เอกสารนี้หรือเท่ากับไคเรคตีวิตี ($0 \leq D_g \leq D_0$) ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยทั่วไปสูตรของไดเรกทิฟและไดเรกทิวตี้ อาจเป็นฟังก์ชันของทั้งมุม θ, ϕ ด้วย(ที่แล้วมาแสดง เฉพาะฟังก์ชันของมุม θ เท่านั้น)

ต่อไปลองสมมุติให้ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นอยู่ในลักษณะดังต่อไปนี้คือ

$$U = B_o F(\theta, \phi) \cong [|E_o(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2] / 2\eta \quad (2-16)$$

เมื่อ B_o เป็นค่าคงที่ และ E_θ และ E_ϕ เป็นส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่ระยะไกล ค่าสูงสุดของ(2-16) หาได้คือ

$$U_{\max} B_o F(\theta, \phi)|_{\max} = B_o F_{\max}(\theta, \phi) \quad (2-17)$$

กำลังงานทั้งหมดที่แพร่กระจายทั้งหมดหาได้จาก

$$P_{\text{rad}} = \iint_{\Omega} U(\theta, \phi) d\Omega = B_o \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_\theta(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-18)$$

ดังนั้นจะได้สูตรทั่วไปของไดเรกทิฟเกนและไดเรกทิวตี้เป็นดังนี้คือ

$$D_g(\theta, \phi) = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi} \quad (2-19)$$

$$D_o(\theta, \phi) = 4\pi \frac{F(\theta, \phi)|_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi} \quad (2-20)$$

หรือเขียน(2-20)ใหม่ได้เป็น

$$D_o = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi} / F(\theta, \phi)|_{\max} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2-21)$$

เมื่อ Ω_A เป็นมุมตันของบีม(Beam) ซึ่งหาได้จาก

$$\Omega_A = \frac{1}{F(\theta, \phi)|_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_n(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-22)$$

$$F_n(\theta, \phi) = \frac{F(\theta, \phi)}{F(\theta, \phi)|_{\max}} \quad (2-23)$$

$F(\theta, \phi)|_{\max}$ นำมาหารใน(2-23) เพื่อ normalize ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น $F(\theta, \phi)$ ให้มีค่าสูงสุดเป็น 1

มุมตันของบีม Ω_A มีค่าจำกัดความว่าเป็นมุมตันซึ่งกำลังงานทั้งหมดของสายอากาศจะไหลผ่าน เมื่อความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นคงที่(และมีค่าสูงสุดเท่ากับค่าของ U) ที่ทุกมุมภายใน Ω_A

สายอากาศซึ่งมีโบลหลักแคบๆเพียงโบลเดียว และมีโบลย่อยที่มีขนาดเล็กจนสามารถตัดทิ้งได้

มุมตันของบีมจะมีค่าประมาณเท่ากับผลคูณของ HPBW ในสองระนาบซึ่งตั้งฉากกัน ดังแสดงในรูป เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7a สำหรับแพทเทิร์นของสายอากาศที่หมุนแล้วสมมาตรกันโดยรอบ HPBW ในระนาบใดๆจะเท่ากัน ดังแสดงในรูป 2.7b

โดยอาศัยการประมาณนี้(2-23)จะเขียนได้ใหม่ดังต่อไปนี้

$$D_o = \frac{4\pi}{\Omega_A} \cong \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} \quad (2-24)$$

มุมตันของบีบประมาณได้จาก

$$\Omega_A = \Theta_{1r}\Theta_{2r}$$

เมื่อ Θ_{1r} = HPBW ในระนาบใดๆ

Θ_{2r} = HPBW ในระนาบซึ่งตั้งฉากกับระนาบแรก(เรเดียน)

เมื่อรู้บีบวิคต์เป็นองศา(2-24) จะคิดแปลงให้เหมาะสมที่จะแทนค่าบีบวิคต์นั้น โดยตรงได้เป็น

$$D_o \cong \frac{4\pi \left(\frac{180}{\pi}\right)^2}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} = \frac{41253}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} \quad (2-25)$$

เมื่อ Θ_{1d} = HPBW ในระนาบใดๆ(องศา)

Θ_{2d} = HPBW ในระนาบซึ่งตั้งฉากกับระนาบแรก(องศา)



รูปที่ 2.7 มุมตันของบีบซึ่งมีแพทเทิร์นของการแพร่กระจายคลื่นที่ไม่สมมาตรและสมมาตร สำหรับ planar array จะประมาณ(2-25)ได้เป็นดังนี้คือ

$$D_o = \frac{32400}{\Omega_A^2} = \frac{32400}{\Theta_{1d}\Theta_{2d}} \text{ (องศา)} \quad (2-25a)$$

(2-24)และ(2-25) จะใช้ได้ผลดี เมื่อแพทเทิร์นมีโลบลหลักเพียงโลบลเดียวและโลบลย่อยจะต้องมีขนาดเล็กมากเท่านั้น สำหรับแพทเทิร์นที่มี 2 โลบลหลักที่เหมือนกัน ค่าไคเรคติวิตีที่หาได้จาก(2-24) และ(2-25) จะเป็น 2 เท่าของค่าจริง ส่วนแพทเทิร์นที่มีโลบลย่อยที่ระดับสูง การหาไคเรคติวิตีโดยใช้ (2-24)และ(2-25)ซึ่งตัดโลบลย่อยทิ้งจะมีค่าสูงเกินจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยปกติเรามักจะแสดงไดเรกทิฟเกนและไดเรกทิวิตีเป็นเดซิเบล (db)

$$D_g (db) = 10 \log_{10} [D_g \text{ (ไม่มีหน่วย)}] \quad (2-26)$$

$$D_o (db) = 10 \log_{10} [D_o \text{ (ไม่มีหน่วย)}] \quad (2-27)$$

2.6 เกน

เกนเป็นความสัมพันธ์ที่ได้มาจากไดเรกทิวิตี โดยรวมประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วยในขณะที่ไดเรกทิวิตี อธิบายคุณสมบัติ ในการชี้ทิศทางของสายอากาศเท่านั้น

เพาเวอร์เกน(Power Gain) ของสายอากาศ ในทิศทางที่กำหนดให้ นั้นมีมุมเท่ากับ 4π คูณอัตราส่วนของความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นในทิศทางนั้นต่อกำลังงานสุทธิที่สายอากาศรับจากข้อต่อของเครื่องส่ง เมื่อไม่ด้กำหนดทิศทางไว้ โดยเฉพาะทั่วไปแล้วเราจะคิดเพาเวอร์เกนในทิศทางที่มีการแพร่กระจายคลื่นแรงที่สุด ดังนั้น

$$\begin{aligned} \text{เกน} &= 4\pi \text{ (ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น/กำลังงานทั้งหมดที่ป้อนให้สายอากาศ)} \\ &= 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{in}} \text{ (ไม่มีหน่วย)} \end{aligned} \quad (2-28)$$

โดยทั่วไปแล้วเรามักจะพูดถึงเกนสัมพัทธ์ ซึ่งเป็นอัตราส่วนของเพาเวอร์เกนในทิศทางที่กำหนดให้ต่อเพาเวอร์เกนของสายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบในทิศทางนั้น เมื่อกำลังงานที่ป้อนเข้าสายอากาศทั้งสองนั้นต้องเท่ากันสายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบอาจจะเป็นสายอากาศไดโพล สายอากาศปากแตร หรือสายอากาศอื่นๆซึ่งคำนวณเกนได้ง่าย หรือรู้ค่าอยู่แล้ว แต่อย่างไรก็ตามสายอากาศที่ใช้เปรียบเทียบจะเป็นไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์สที่ไม่มีการสูญเสีย ดังนั้น

$$G_g = 4\pi U(\theta, \phi) / P_{in} \text{ (ไอโซโทรปิกพอยท์ซอร์สที่ไม่มีการสูญเสีย)} \quad (2-29)$$

จากรูป 2.7a เราสามารถเขียนได้ว่า กำลังงานที่แพร่กระจายทั้งหมด (P_{rad}) สัมพัทธ์กับกำลังงานที่ป้อนให้สายอากาศ (P_{in}) ด้วย

$$P_{rad} = e_r P_{in} \quad (2-30)$$

เมื่อ e_r เป็นประสิทธิภาพรวมของสายอากาศ (ไม่มีหน่วย) ใช้ (2-30) จะทำให้ (2-29) มีความสัมพันธ์ง่ายเข้าเป็น

$$G_g(\theta, \phi) = e_r \left[4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \right] \quad (2-31)$$

ซึ่งสัมพันธ์กับไดเรกทิฟเกนใน (2-19) คือ

$$G_g(\theta, \phi) = e_r D_g(\theta, \phi) \quad (2-32)$$

ในทำนองเดียวกัน ค่าสูงสุดของเกนจะสัมพันธ์กับไดเรกทิวิตี โดย

$$\begin{aligned} G_o &= G_g(\theta, \phi) |_{\max} = e_r D_g(\theta, \phi) |_{\max} \\ &= e_r D_o \end{aligned} \quad (2-33)$$

ดังนั้นค่าประมาณของเกนจะเป็น

$$G_o \cong \frac{30000}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} \quad (2-33a)$$

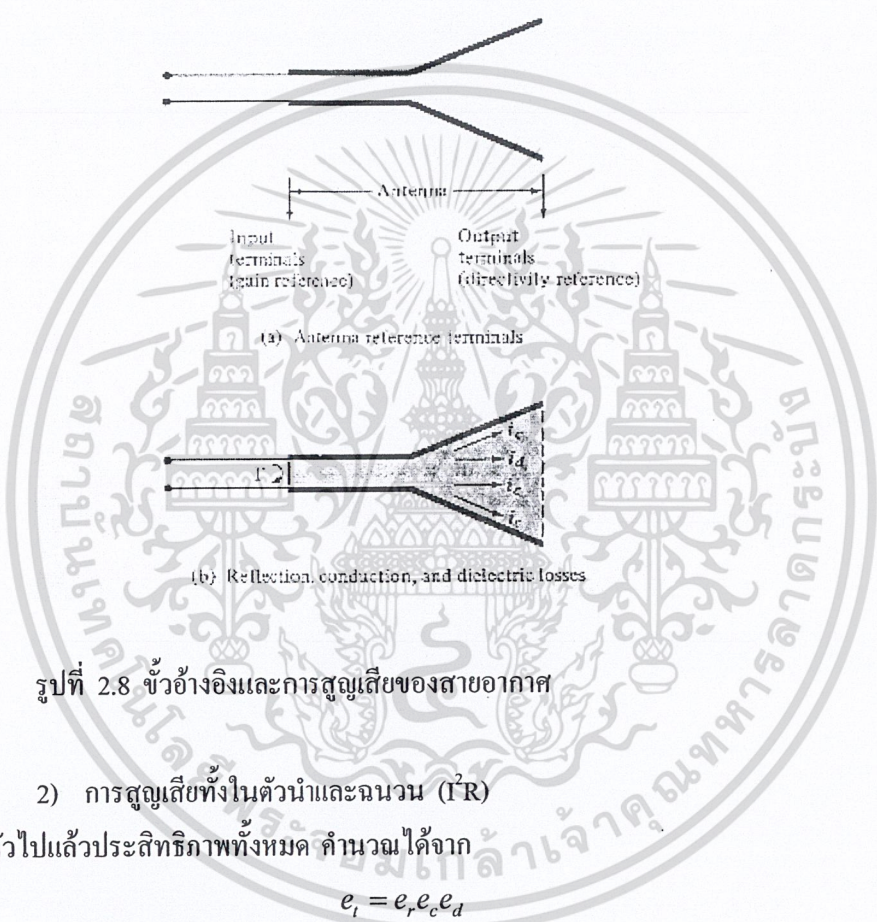
ในทางปฏิบัติเมื่อกล่าวถึงเกนมักจะหมายถึง เพาเวอร์เกนที่มีค่าสูงสุด ดังแสดงใน (2-33)

$$G_o (db) = 10 \log_{10} [e_r D_o \text{ (ไม่มีหน่วย)}] \tag{2-34}$$

2.7 ประสิทธิภาพของสายอากาศ

ประสิทธิภาพทั้งหมดของสายอากาศ e_r จะใช้เมื่อคำนวณการสูญเสียต่างๆที่ขั้วและภายในโครงสร้างของสายอากาศด้วย การสูญเสียต่างๆเมื่ออ้างอิงตามรูป 2.8 อาจเนื่องมาจาก

- 1) การสะท้อนกลับเนื่องจากความไม่สมพจน์ (Mismatch) กันระหว่างสายส่ง (Transmission Line) กับสายอากาศ



รูปที่ 2.8 ขั้วอ้างอิงและการสูญเสียของสายอากาศ

- 2) การสูญเสียทั้งในตัวนำและฉนวน (I^2R)

โดยทั่วไปแล้วประสิทธิภาพทั้งหมด คำนวณได้จาก

$$e_r = e_r e_c e_d \tag{2-35}$$

- เมื่อ e_r = ประสิทธิภาพทั้งหมด (ไม่มีหน่วย)
- e_r = ประสิทธิภาพเกี่ยวกับการสะท้อนกลับ $= (1 - |\Gamma|^2)$ (ไม่มีหน่วย)
- e_c = ประสิทธิภาพของตัวนำ (ไม่มีหน่วย)
- e_d = ประสิทธิภาพของฉนวน (ไม่มีหน่วย)

Γ = สัมประสิทธิ์การสะท้อนของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วของสายอากาศ

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_{out}}{Z_{in} + Z_{out}}$$

- เมื่อ Z_{in} = อินพุทอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ
- Z_{out} = อิมพีแดนซ์ลักษณะสมบัติ (characteristic Impedance) ของสายส่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปกติ e_c และ e_d จำนวนหาได้ลำบาก ส่วนมากหาได้จากการทดลอง แต่ถึงกระนั้นก็แยก e_c และ e_d ไม่ออก ดังนั้นเพื่อความสะดวกมักจะเขียน (2-35) ใหม่เป็น

$$e_i = e_r e_{cd} = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \quad (2-36)$$

$e_{cd} = e_c e_d$ = ประสิทธิภาพการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ

2.8 ประสิทธิภาพของบีม

พารามิเตอร์อีกตัวหนึ่งที่จะใช้ตัดสินว่า สายอากาศมีประสิทธิภาพของการส่งหรือรับคลื่นได้ดีเพียงใดนั้น ได้แก่ประสิทธิภาพของบีม (Beam Efficiency: BE) สำหรับสายอากาศซึ่งมีโลบลหลักอยู่ในทิศทางแกน Z ($\theta = 0$) ดังแสดงในรูป 2.4a ประสิทธิภาพของบีมจะกำหนดได้ดังนี้คือ

BE = {กำลังที่ส่ง(หรือรับ)ภายในกรวยซึ่งทำมุม θ_1 } / {กำลังงานที่ส่ง(หรือรับ)ทั้งหมดด้วยสายอากาศนั้น} (ไม่มีหน่วย) (2-37)

เมื่อ θ_1 เป็นมุมที่มีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของมุมกรวย ที่เราต้องการจะหาเปอร์เซ็นต์ของกำลังงานทั้งหมดในนั้น ดังนั้นจะเขียน (2-37) ได้เป็นดังนี้

$$BE = \frac{\int_0^{\theta_1} \int_0^{2\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (2-37a)$$

เมื่อให้ θ_1 เป็นมุมที่เกิดมินัล (null) คือจุดที่กำลังมีค่าเป็นศูนย์คู่แรก ดังนั้นประสิทธิภาพของบีมจะเป็นปริมาณที่แสดงถึงอัตราส่วนของจำนวนกำลังงานภายในโลบลหลักต่อกำลังงานที่มีทั้งหมด

2.9 อินพุทอิมพีแดนซ์

อินพุทอิมพีแดนซ์ (Input Impedance) ของสายอากาศใดๆ จะเป็นอิมพีแดนซ์ที่ขั้วของสายอากาศนั้นๆ อาจเป็นอัตราส่วนของศักดาไฟฟ้าต่อกระแสไฟฟ้าที่ขั้วของสายอากาศนั้น หรือเป็นอัตราส่วนของสนามไฟฟ้าต่อสนามแม่เหล็กที่จุดใดๆ ในรูป 2.9a a-b เป็นขั้วของสายอากาศอัตราส่วนของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วนี้ เมื่อไม่ได้ต่อโหลด (Load) จะเป็นอิมพีแดนซ์ของสายอากาศซึ่งมีค่า

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (2-38)$$

เมื่อ Z_A = อิมพีแดนซ์ที่ขั้ว a-b ของสายอากาศ (โอห์ม)

R_A = ความต้านทานที่ขั้ว a-b ของสายอากาศ (โอห์ม)

X_A = รีแอกแตนซ์ที่ขั้ว a-b ของสายอากาศ (โอห์ม)

โดยทั่วไปค่าความต้านทานใน (2-38) จะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้คือ

$$R_A = R_r + R_L \quad (2-39)$$

เมื่อ R_r = ความต้านทานการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ

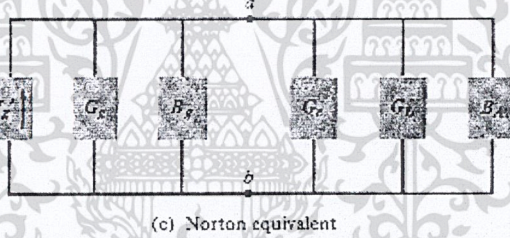
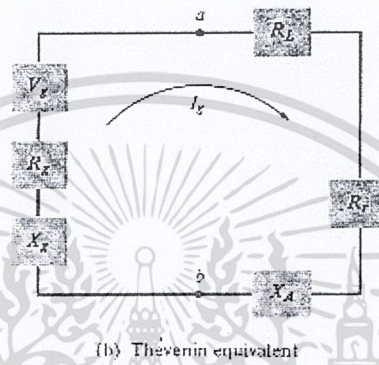
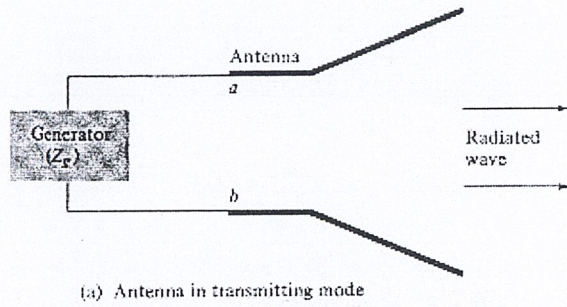
R_L = ความต้านทานการสูญเสียของสายอากาศ

ถ้าสมมุติว่าสายอากาศถูกต้องเชื่อมอยู่กับเครื่องกำเนิดสัญญาณที่มีอิมพีแดนซ์ภายในเป็นดังนี้

$$Z_g = R_g + jX_g \quad (2-40)$$

เมื่อ R_g = ความต้านทานของเครื่องกำเนิดสัญญาณ (โอห์ม)

X_g = รีแอกแตนซ์ของเครื่องกำเนิดสัญญาณ (โอห์ม)



รูปที่ 2.9 สายอากาศและวงจรสมมูลย์

สายอากาศทำหน้าที่เป็นสายส่ง จะแสดงวงจรสมมูลย์ได้ดังรูป 2.9b ในการหาปริมาณกำลังงานที่ถูกนำมาสู่ความต้านทานการแพร่กระจายคลื่นเพื่อแพร่กระจายออก กับกำลังงานที่สูญเสียในความต้านทานการสูญเสีย R_L ที่กลายเป็นความร้อน ($I^2 R_L / 2$) นั้นเราจะหากระแสที่ไหลภายใน Loop ได้ว่ามีค่าดังนี้

$$I_g = \frac{V_g}{Z_t} = \frac{V_g}{Z_A + Z_g} = \frac{V_g}{(R_r + R_L + R_g) + j(X_A + X_g)} \quad (A) \quad (2-41)$$

และขนาดกระแสมีค่าดังนี้คือ

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{[(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2]^{1/2}} \quad (2-41a)$$

เมื่อ V_g เป็นศักย์ไฟฟ้าค่าสูงสุดของเครื่องกำเนิดสัญญาณ กำลังงานที่ถูกนำมายังสายอากาศเพื่อแพร่กระจายคลื่น จะมีค่าดังนี้คือ

$$P_r = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_r$$

$$= \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (W) \quad (2-42)$$

และกำลังงานที่สูญเสียกลายเป็นความร้อนจะมีค่าดังนี้

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L$$

$$= \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (W) \quad (2-43)$$

กำลังงานส่วนที่เหลือจะเป็นส่วนที่สูญเสียเป็นความร้อนในตัวต้านทานที่ขั้ว R_g ของเครื่องกำเนิดสัญญาณซึ่งมีค่า

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (W) \quad (2-44)$$

กำลังงานที่ถูกนำมายังสายอากาศ จะมีค่ามากที่สุด เมื่อเกิด Conjugate Match นั่นคือจะเกิดเมื่อใน

$$R_r + R_L = R_g \quad (2-45)$$

$$X_A = -X_g \quad (2-46)$$

กรณีนี้ (2-42),(2-43),(2-44) จะกลายเป็นดังต่อไปนี้

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2-47)$$

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2-48)$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} \right]$$

$$= \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{1}{R_r + R_L} \right] = \frac{|V_g|^2}{8R_g} \quad (2-49)$$

จาก (2-47) ถึง (2-49) พบว่า

$$P_g = P_r + P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} \right]$$

$$= \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r + R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (2-50)$$

เอกสารนี้ ดังนั้นกำลังงานที่เครื่องกำเนิดสัญญาณจะต้องจ่ายเมื่อเป็นคอนจูเกตแมทช์จะมีค่าดังนี้, ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

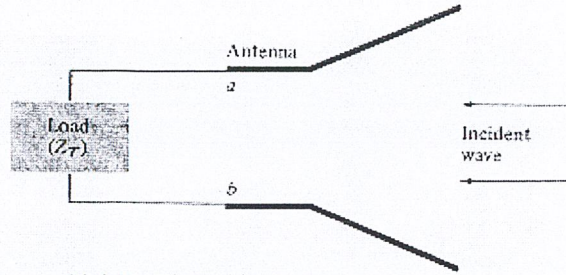
$$\begin{aligned}
 P_s &= \frac{1}{2} V_g I_g = \frac{1}{2} V_g \left[\frac{V_g}{2(R_r + R_L)} \right] \\
 &= \frac{|V_g|^2}{4} \left[\frac{1}{R_r + R_L} \right] \quad (w) \quad (2-51)
 \end{aligned}$$

ในจำนวนกำลังงานที่เครื่องกำเนิดสัญญาณจ่ายทั้งหมด ครึ่งหนึ่งจะสูญเสียเป็นความร้อนภายในความต้านทานภายใน (R_g) ของเครื่องกำเนิดสัญญาณ และอีกครึ่งหนึ่งจะถูกนำมายังสายอากาศ ซึ่งจะเกิดเมื่อเป็นคอนจูเกตแมทซ์เท่านั้น ในส่วนของกำลังงานที่ออกมายังสายอากาศ ส่วนหนึ่งจะแพร่กระจายออกไป โดยผ่านกลไกที่เกิดจากความต้านทานการแพร่กระจายคลื่น อีกส่วนหนึ่งจะเสียเป็นความร้อน ซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพทั้งหมดของสายอากาศ ถ้าสายอากาศไม่มีการสูญเสีย ($e_{cd} = 1$) ครึ่งหนึ่งของกำลังงานที่เครื่องกำเนิดสัญญาณจ่าย จะแพร่กระจายออกเมื่อเป็นคอนจูเกตแมทซ์ที่สมบูรณ์ระหว่างสายอากาศและสายส่ง ($e_r = 1$) ถ้าไม่มีการสูญเสียเนื่องจากไม่แมทซ์แล้ว จะทำให้ประสิทธิภาพของสายอากาศลดลง ในรูป 2.9a แสดงวงจรสมมูลย์นอร์ตันของสายอากาศกับต้นกำเนิดเมื่อสายอากาศเป็นสายอากาศส่ง สำหรับการให้สายอากาศเป็นสายอากาศรับ ดังแสดงในรูป 2.10a ถ้ามีคลื่นตกกระทบเข้ามายังสายอากาศ จะเหนี่ยวนำให้เกิดศักดาไฟฟ้า V_r ซึ่งเทียบได้กับ V_g ในโหมดของการส่ง ได้แสดงวงจรสมมูลย์เทวินินไว้ในรูป 2.10b ส่วนวงจรสมมูลย์นอร์ตันมีแสดงในรูป 2.10c ปกติอินพุทอิมพีแดนซ์ของสายอากาศจะเป็นฟังก์ชันของความถี่ และจะสมพจน์กับสายส่งเฉพาะในช่วงความถี่หนึ่งๆเท่านั้น นอกจากนี้อินพุทอิมพีแดนซ์ของสายอากาศยังขึ้นอยู่กับแฟคเตอร์ต่างๆอีกได้แก่ รูปทรง วิธีการป้อนสัญญาณ และสิ่งแวดล้อมข้างเคียง เนื่องจากคำนวณได้ยากจึงมักจะพบว่า ส่วนใหญ่จะหาค่าอินพุทอิมพีแดนซ์ได้จากการทดลอง

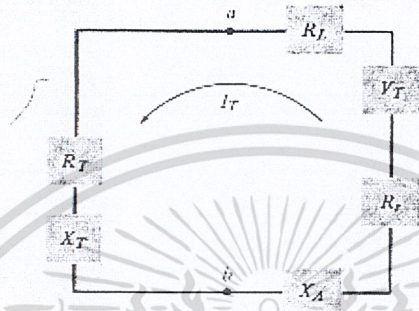
2.10 แบนด์วิดท์

แบนด์วิดท์ของสายอากาศถูกกำหนดให้เป็นช่วงของความถี่ ที่สายอากาศกำหนดให้อยู่ในมาตรฐานที่กำหนดให้ อาจคิดว่าเป็นช่วงของความถี่ที่สายอากาศมีคุณสมบัติต่างๆ ได้แก่ อินพุทอิมพีแดนซ์ แพทเทอร์น บีมวิดท์ โพลาริเซชัน ระดับของไซด์โลบ เกน ประสิทธิภาพของการแพร่กระจายคลื่น ฯลฯ อยู่ในค่าที่ใช้งานได้ คือ ไม่ต่างจากที่วัดที่ความถี่ตรงกลางที่ออกแบบ จนทำให้คุณสมบัติเหล่านี้เสียไปจากข้อกำหนด หรือมาตรฐาน สำหรับสายอากาศแบนด์กว้างมักจะคิดเป็นอัตราส่วนที่ใช้งานได้ตามสูงต่อความถี่ที่ใช้งานได้ตามต่ำ แบนด์วิดท์จะเป็นเปอร์เซ็นต์ของความแตกต่างของความถี่ (ความถี่สูงลบด้วยความถี่ต่ำ) หารด้วยความถี่กลางของแบนด์วิดท์นั้น

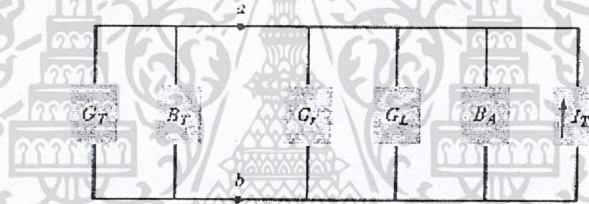
เนื่องจากคุณสมบัติต่างๆของสายอากาศไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ในลักษณะเดียวกันทั้งหมดดังนั้นไม่สามารถกำหนดแบนด์วิดท์ตามคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งแต่เพียงอย่างเดียวได้ จึงต้องมีการกำหนดข้อบังคับให้เป็นไปตามการประยุกต์แต่ละอย่างไป ปกติแล้วคุณสมบัติของ แพทเทอร์นกับอิมพีแดนซ์แบนด์วิดท์ จึงมักถูกใช้เป็นตัวกำหนดแบนด์วิดท์ของสายอากาศ นอกจากนั้นแบนด์วิดท์ของเกน ระดับของไซด์โลบ บีมวิดท์ โพลาริเซชัน จะมีแบนด์วิดท์ค่าเดียวกับแพทเทอร์นแบนด์วิดท์ในขณะที่แบนด์วิดท์ของอินพุทอิมพีแดนซ์และประสิทธิภาพการแพร่กระจายคลื่น จะมีค่าเดียวกับอิมพีแดนซ์ของแบนด์วิดท์



(a) Antenna in receiving mode



(b) Thevenin equivalent



(c) Norton equivalent

รูปที่ 2.10 สายอากาศรับและวงจรสมมูลย์

2.11 ประสิทธิภาพในการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ

ประสิทธิภาพของตัวนำและจนวน e_{cd} เป็นอัตราส่วนของกำลังงานที่ถูกนำมาซึ่งความต้านทานการแพร่กระจายคลื่น R_r ต่อกำลังงานที่นำมาสู่ R_r และความต้านทานการสูญเสีย R_L จาก (2-42)

$$P_r = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \text{ (W)}$$

และจาก (2-43)

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 R_L = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \text{ (W)}$$

จะหาได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$e_{cd} = \left[\frac{R_r}{R_r + R_L} \right] \quad (2-52)$$

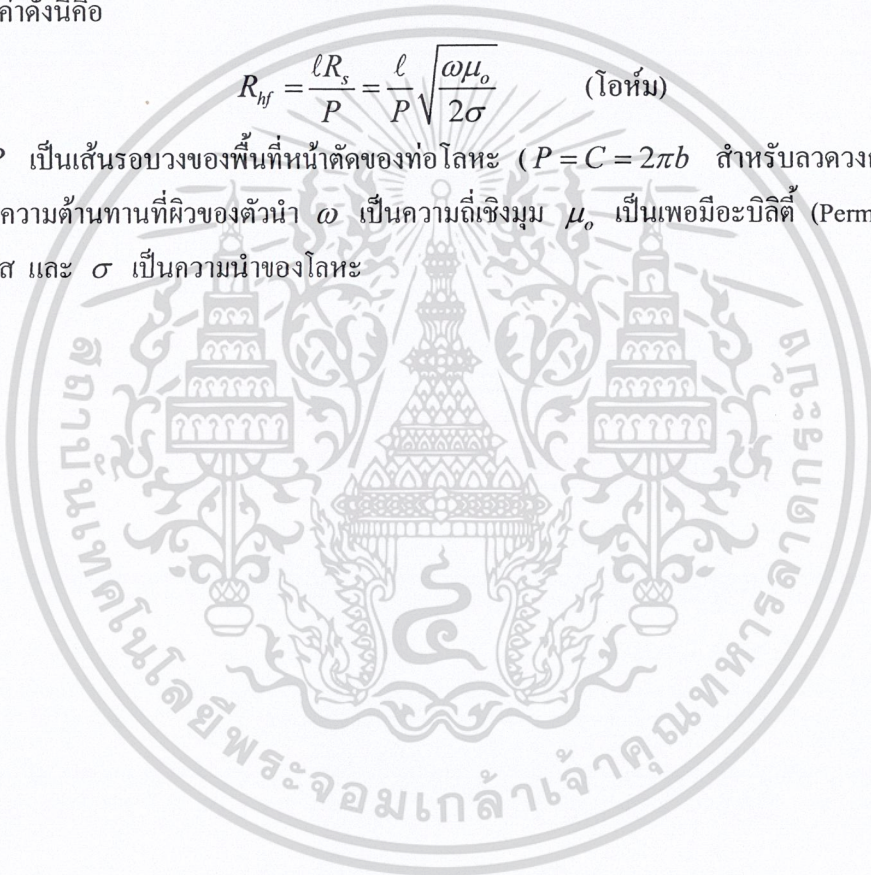
ในกรณีของท่อโลหะซึ่งยาว l และมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอมีค่าเท่ากับ A ความต้านทานกระแสดตรงจะมีค่า R_{dc} ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$R_{dc} = \frac{l}{\sigma A} \quad (\text{โอห์ม}) \quad (2-52a)$$

ถ้าสกินเดปท์ (Skin Depth) δ $\left[\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_o \sigma}} \right]$ มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับเส้นทแยงมุมที่สั้นที่สุดของพื้นที่หน้าตัดนั้น กระแสจะไหลอยู่เฉพาะบริเวณชั้นบางๆ ที่ผิวของตัวนำเท่านั้น ดังนั้นความต้านทานที่ความถี่สูงจะมีค่าดังนี้คือ

$$R_{hf} = \frac{lR_s}{P} = \frac{l}{P} \sqrt{\frac{\omega \mu_o}{2\sigma}} \quad (\text{โอห์ม}) \quad (2-52b)$$

เมื่อ P เป็นเส้นรอบวงของพื้นที่หน้าตัดของท่อโลหะ ($P = C = 2\pi b$ สำหรับลวดวงกลมรัศมี b) R_s คือความต้านทานที่ผิวของตัวนำ ω เป็นความถี่เชิงมุม μ_o เป็นเพอมีอะบิลิตี (Permeability) ของฟรีสเปส และ σ เป็นความนำของโลหะ



บทที่ 3

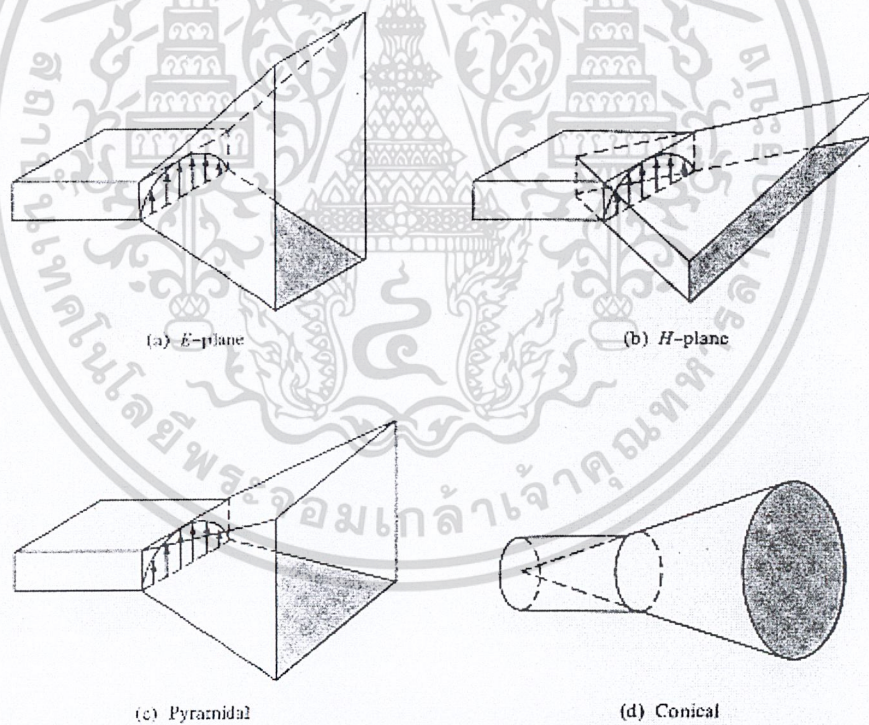
Horn antenna

สนาม อะเพอเจอร์ (Aperture field)

เราสามารถใช้ออร์นเป็นสายอากาศอะเพอเจอร์ได้การที่จะหาคุณสมบัติการแพร่กระจายคลื่นจำเป็น
ต้องรู้ส่วนประกอบทางแม่เหล็กและไฟฟ้าในแนวสัมผัสของผิวปิด โดยผิวปิดที่นิยมใช้เป็นระนาบอนันต์
ที่ตรงกับอะเพอเจอร์ของฮอร์น เรามักจะให้สนามภายนอกอะเพอเจอร์ เป็นศูนย์

สนามภายในฮอร์นสามารถแสดงได้ในเทอมของ TE และ TM ของฟังก์ชันทรงกระบอกซึ่งรวมถึงฟังก์ชัน
ของHankel วิธีนี้จะหาสนามทั้งที่อะเพอเจอร์ของฮอร์นและภายในฮอร์นด้วยขั้นตอนจะค่อนข้างตรง
ไปตรงมาแต่อาศัยเวลามาก

เราสามารถแสดงได้ว่าเมื่อสนามของท่อนำคลื่นปิดเป็น dominant mode TE_{10} และความยาวของฮอร์นมี
ค่ามากเมื่อเทียบกับมิติของอะเพอเจอร์แล้วสนาม order mode ที่ต่ำที่สุดที่อะเพอเจอร์ของฮอร์นจะเป็น



รูปที่ 3.1 แสดงสายอากาศฮอร์นชนิดสี่เหลี่ยม

$$E_z = E_x = H_y = 0 \quad (3-1a)$$

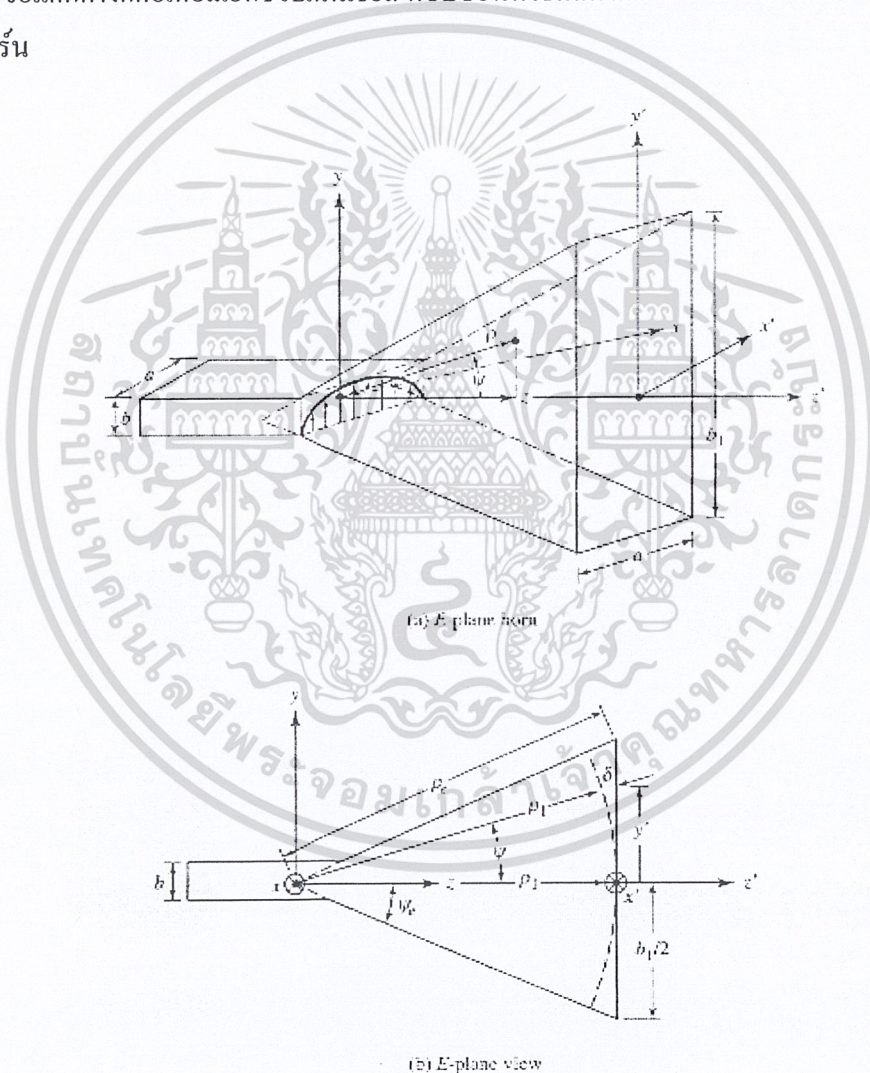
$$E'_y(x', y') \approx E_1 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (3-1b)$$

$$H'_z(x', y') \approx jE_1 \left(\frac{\pi}{ka\eta}\right) \sin\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (3-1c)$$

$$H'_x(x', y') \approx \frac{E_1}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-j[ky'^2/(2\rho_1)]} \quad (3-1d)$$

$$\rho_1 = \rho_e \cos \psi_e \quad (3-1e)$$

โดยที่ E_1 เป็นค่าคงที่เครื่องหมาย ‘ ถูกใช้เพื่อแสดงสนามที่อะพอเจอร์ของฮอร์นรูปแบบจะคล้ายสนามของ TE_{10} mode สำหรับท่อนำคลื่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมิติของอะพอเจอร์ เป็น a และ b_1 ($b_1 > a$) ข้อแตกต่างก็คือเทอมเอ็กซ์โปเนนเชียล ที่ซับซ้อนที่ใช้แสดงตัวแปรเฟสยกกำลังสอง ที่สนามเจอร์ของฮอร์น



รูปที่ 3.2 E-plane horn และระบบโคออดิเนต

จากรูปที่ 3.2 สมมุติที่ปลายของฮอร์น(เส้นประ)มีคลื่นเส้นตรงจากแหล่งกำเนิดเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ออกแนวรัศมีหน้าคลื่นที่มีเฟสคงที่จะอยู่ในรูปทรงกระบอกที่จุด y' ใดๆที่อะพอเจอร์เฟสของสนามจะไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหมือนกันกับที่ $y'=0$ เนื่องจากคลื่นเดินทางผ่านระยะทางไม่เท่ากัน ความแตกต่างของเส้นทาง $\delta(y')$ หาได้จาก

$$[\rho_1 + \delta(y')]^2 = \rho_1^2 + (y')^2 \quad (3-2)$$

$$\delta(y') = -\rho_1 + [\rho_1^2 + (y')^2]^{1/2} = -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3-2a)$$

$$\delta(y') \approx -\rho_1 + \rho_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y'}{\rho_1} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{y'^2}{\rho_1} \right) \quad (3-2b)$$

3.1 Pyramidal Horn

ฮอร์นที่นิยมมากที่สุดเป็นดังรูป 3.3 เรียกว่าฮอร์นปิรามิดลักษณะการแพร่กระจายเป็นการรวมของฮอร์นแบบ sectoral ทั้งระนาบ E และ H

3.1.1 สนามอะเพอเจอร์ สนามสมมูลย์ และการแพร่กระจาย

ส่วนประกอบแนวสัมผัสของสนาม E และ H ที่อะเพอเจอร์ ของฮอร์นหาได้จาก

$$E'_y(x', y') = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)]/2} \quad (3-3a)$$

$$H'_x(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)]/2} \quad (3-3b)$$

ความหนาแน่นกระแสสมมูลย์เป็น

$$J'_y(x', y') = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)]/2} \quad (3-4a)$$

$$M'_x(x', y') = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a_1} x'\right) e^{-j[k(x'^2/\rho_2 + y'^2/\rho_1)]/2} \quad (3-4b)$$

และส่วนประกอบอื่นๆเป็น

$$N_\theta = -\frac{E_0}{\eta} \cos\theta \sin\phi I_1 I_2 \quad (3-5a)$$

$$N_\phi = -\frac{E_0}{\eta} \cos\phi I_1 I_2 \quad (3-5b)$$

$$L_\theta = E_0 \cos\theta \cos\phi I_1 I_2 \quad (3-5c)$$

$$L_\phi = -E_0 \sin\phi I_1 I_2 \quad (3-5d)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) e^{-jk[x'^2/(2\rho_1) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \\ &= \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} \left(\frac{e^{j(\pi/a)x'} + e^{-j(\pi/a)x'}}{2} \right) e^{-jk[x'^2/(2\rho_1) - x' \sin\theta \cos\phi]} dx' \\ &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{jx' \left(\frac{\pi}{a} - \frac{k}{2\rho_1} + kx \right)} dx' + \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{jx' \left(-\frac{\pi}{a} - \frac{k}{2\rho_1} + kx \right)} dx' \end{aligned} \quad (3-6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่ใบอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_x = k \sin \theta \cos \phi \quad (3-6a)$$

สามารถเขียนได้โดยให้

$$I_1 = I_2' + I_2'' \quad (3-7)$$

$$I_2' = \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{jx \left(\frac{\pi k}{2\rho_2} + kx \right)} dx' \quad (3-8)$$

การอินทิเกรตของ (3-8) สามารถหาค่าในรูปของไซน์โคไซน์เฟรสเนลอินทิกรอลดังนั้น (3-8) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} I_2' &= \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{-j \left(\frac{x'k}{2\rho_2} - k_x x' \right)} dx' \\ &= \frac{1}{2} e^{j(k_x \rho_2 / 2k)} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{-j(kx' - k_x \rho_2)^2 / 2k} dx' \end{aligned} \quad (3-8a)$$

โดยที่

$$k_x' = k_x + \frac{\pi}{a} \quad (3-8b)$$

เปลี่ยนตัวแปรโดยให้

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_2}} (kx' - k_x \rho_2) \quad (3-8c)$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}} (kx' - k_x \rho_2) \quad (3-8d)$$

$$dt = \sqrt{\frac{k}{\pi\rho_2}} dx' \quad (3-8e)$$

$$x' = -\frac{a_1}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} - k_x \rho_2 \right) \quad (3-8f)$$

$$x' = +\frac{a_1}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} - k_x \rho_2 \right) \quad (3-8g)$$

จาก (3-8a) จะได้เป็น

$$I_2' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}} e^{j(k_x \rho_2 / 2k)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-j\frac{\pi}{2} t^2} dt \quad (3-8h)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi\rho_2}{k}} e^{j(k_x \rho_2 / 2k)} F(t_1', t_2') \quad (3-8i)$$

โดยกำหนดให้

$$F(t_1, t_2) = [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \quad (3-8j)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \quad (3-8k)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt \quad (3-81)$$

$C(x)$ และ $S(x)$ เป็นที่รู้จักกันในรูปแบบของโคไซน์และไซน์เฟรสเนลอินทิกรอล

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{jx\left(\frac{\pi}{a} \frac{k}{2\rho_2} + kx\right)} dx' \quad (3-9)$$

กำหนดให้

$$k'_x = k_x - \frac{\pi}{a} \quad (3-9a)$$

จาก (3-9a) จะได้

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{j\left(\frac{k'_x}{2\rho_2} - k'_x\right)x'} dx' \quad (3-9b)$$

$$= \frac{1}{2} e^{j(k'_x \rho_2 / 2k)} \int_{-a_1/2}^{a_1/2} e^{-j(k'_x - k'_x \rho_2)^2 / 2k \rho_2} dx' \quad (3-9c)$$

เปลี่ยนตัวแปรโดยให้

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_2}} (kx' - k'_x \rho_2) \quad (3-9d)$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} (kx' - k'_x \rho_2) \quad (3-9e)$$

$$x' = -\frac{a_1}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} - k'_x \rho_2\right) \quad (3-9f)$$

$$x' = +\frac{a_1}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} - k'_x \rho_2\right) \quad (3-9g)$$

จาก (3-9c) จะได้

$$I_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k'_x \rho_2 / 2k)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-j\frac{\pi}{2}t^2} dt$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} e^{j(k'_x \rho_2 / 2k)} F(t_1^*, t_2^*) \quad (3-9)$$

จาก

$$I_1 = I_2 + I_2^* \quad (3-10)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left(e^{j(k'_x \rho_2 / 2k)} \times F(t_1^*, t_2^*) + e^{j(k_x^2 \rho_2 / 2k)} \times F(t_1^*, t_2^*) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \rho_2}{k}} \left\{ e^{j(k'_x \rho_2 / 2k)} \left\{ [C(t_2^*) - C(t_1^*)] - j[S(t_2^*) - S(t_1^*)] \right\} \right.$$

$$\left. + e^{-j(k_x^2 \rho_2 / 2k)} \left\{ [S(t_2^*) - S(t_1^*)] - j[S(t_2^*) - S(t_1^*)] \right\} \right\} \quad (3-10a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_2 = \int_{-a_1/2}^{+a_1/2} e^{-jk[y'^2/(2\rho_1) - y' \sin \theta \sin \phi]} dx \quad (3-11)$$

กำหนดให้

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi \quad (3-11b)$$

จาก (3-11) จะได้

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-b_1/2}^{b_1/2} e^{-j(ky'^2/2\rho_1 - k_y y')} dy' \\ &= e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{-b_1/2}^{b_1/2} e^{-j(ky' - k_y \rho_1)^2 / 2k\rho_1} dy' \end{aligned} \quad (3-11c)$$

เปลี่ยนตัวแปรโดยให้

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{1}{2k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1) \quad (3-11d)$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} (ky' - k_y \rho_1) \quad (3-11e)$$

$$y' = -\frac{b_1}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} \left(-\frac{kb}{2} - k_y \rho_1 \right) \quad (3-11f)$$

$$y' = +\frac{b_1}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k\rho_1}} \left(+\frac{kb}{2} - k_y \rho_1 \right) \quad (3-11g)$$

จาก (3-11c) ได้

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-j\left(\frac{\pi}{2}\right)t^2} dt \quad (3-11h)$$

$$= \sqrt{\frac{\pi\rho_1}{k}} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} F(t_1, t_2) \quad (3-11i)$$

$$I_2 = \frac{\pi\rho_1}{k} e^{j(k_y^2 \rho_1 / 2k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (3-11j)$$

จะได้ส่วนประกอบของสนามระยะไกลเป็น

$$E_r = 0 \quad (3-12a)$$

$$\begin{aligned} E_\theta &= -j \frac{ke^{jkr}}{4\pi r} [L_\phi + \eta N_\theta] \\ &= -j \frac{ke^{jkr}}{4\pi r} [\sin \phi (1 + \cos \theta) I_1 I_2] \end{aligned} \quad (3-12b)$$

$$\begin{aligned} E_\phi &= +j \frac{ke^{jkr}}{4\pi r} [L_\phi - \eta N_\theta] \\ &= +j \frac{ke^{jkr}}{4\pi r} [\cos \phi (1 + \cos \theta) I_1 I_2] \end{aligned} \quad (3-12c)$$

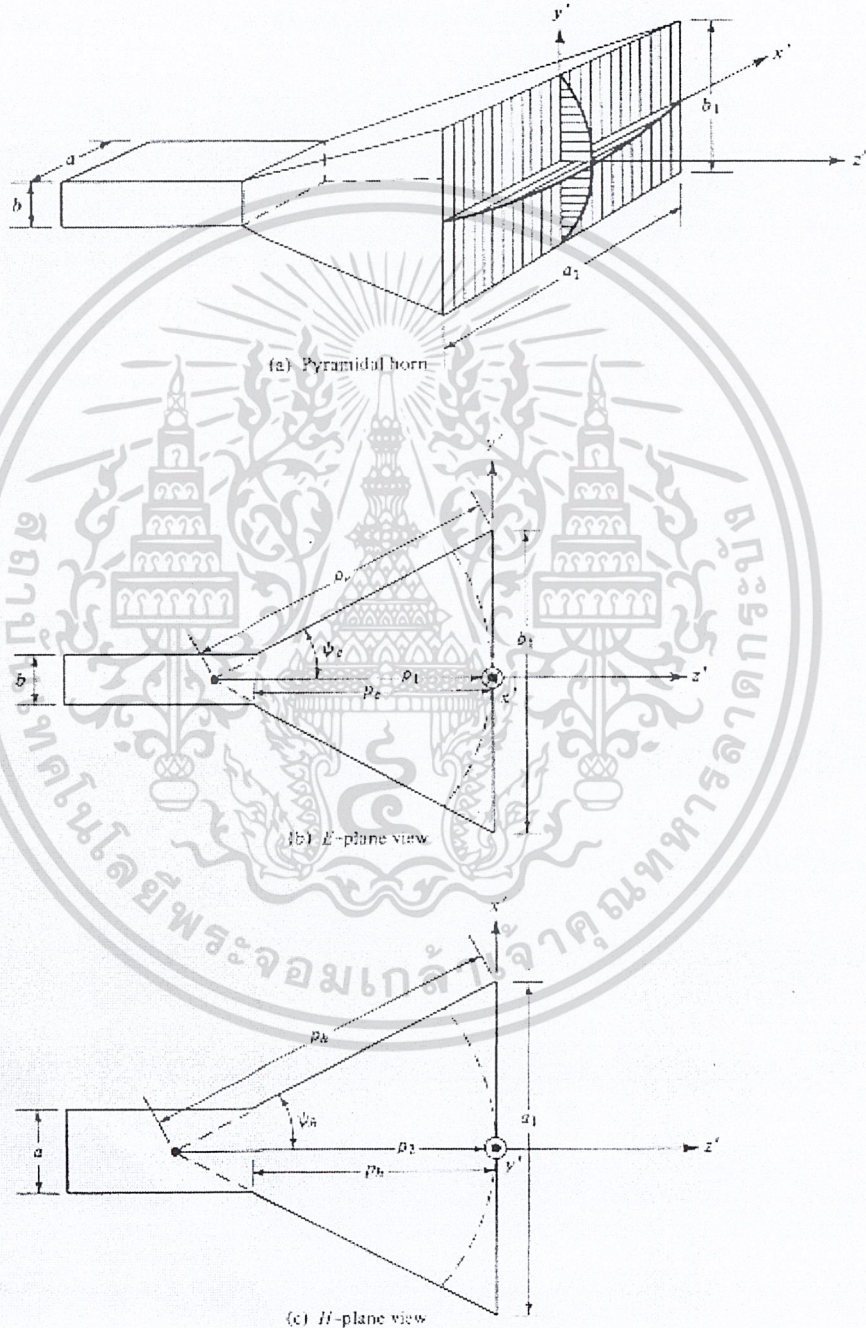
การสร้างฮอร์นปริมาตร มิติ ρ_c หาได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_e = (b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \tag{3-13}$$

ซึ่งควรจะเท่ากับมิติของ p_h ซึ่งหาได้จาก

$$p_h = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} \tag{3-14}$$



รูปที่ 3.3 พีรามิดฮอร์นและระบบโคออดิเนต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 ไครเรทิวตี้

ค่าไครเรทิวตี้มีความสำคัญต่อการออกแบบสายอากาศปิรามิดมาก ค่าการกระจายสูงสุดจะอยู่ที่ใกล้แนวแกน z ($\theta = 0$) ซึ่งจะได้

$$U_{\max} = U(\theta, \phi)|_{\max} = \frac{r^2}{2\eta} |E|_{\max}^2 \quad (3-15)$$

สำหรับสายอากาศปากแตร $|E|_{\max}$ จะอยู่ตามแกน Z ($\theta = 0$) ดังนั้น

$$|E|_{\max} = \sqrt{|E_\theta|_{\max}^2 + |E_\phi|_{\max}^2} \quad (3-16)$$

$$|E_\theta|_{\max} = |E_0 \sin \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{4r} \left\{ \begin{aligned} & [C(t'_2) + C(t'_2) - C(t'_1) - C(t'_1)] - \\ & j [S(t'_2) + S(t'_2) - S(t'_1) - S(t'_1)] \end{aligned} \right\} \\ \times \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j [S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (3-16a)$$

$$t'_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} - \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) \quad (3-16b)$$

$$t'_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} - \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) \quad (3-16c)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = -t'_2 = v \quad (3-16d)$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = -t'_1 = u \quad (3-16e)$$

เมื่อ $\theta = 0$ จะได้

$$k_x = k_y = 0 \quad (3-16f)$$

$$t_1 = -t = -\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} = -\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \quad (3-16g)$$

$$t_2 = +t = +\frac{b_1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi \rho_1}} = +\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \quad (3-16h)$$

โดยที่ $C(-x) = -C(x) \quad (3-16i)$

$$S(-x) = -S(x) \quad (3-16j)$$

$$|E_\theta|_{\max} = |E_0 \sin \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \quad (3-16k)$$

$$u = t_2 = -t'_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(+\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} + \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \quad (3-16i)$$

$$v = t_1' = -t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k \rho_2}} \left(-\frac{ka_1}{2} + \frac{\pi}{a_1} \rho_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda \rho_2}}{a_1} - \frac{a_1}{\sqrt{\lambda \rho_2}} \right) \quad (3-16m)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned} |E_\phi|_{\max} &= |E_0 \cos \phi| \frac{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}{r} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\}^{1/2} \\ &\times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3-16n)$$

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{r^2}{2\eta} |E_{\max}|^2 = |E_0|^2 \frac{\rho_1 \rho_2}{2\eta} \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ &\times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3-17)$$

โดยที่ u, v เป็นค่าตาม (3-16i) และ (3-16m)

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} \iint_{s_a} \text{Re}(\mathbf{E}' \times \mathbf{H}') \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{2\eta} \int_{-b_1/2 - a_1/2}^{+b_1/2 + a_1/2} \int |E_0|^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{a} x' \right) dx' dy' \quad (3-18)$$

สามารถเขียนได้เป็น

$$P_{\text{rad}} = |E_0|^2 \frac{a_1 b_1}{4\eta} \quad (3-18a)$$

ไดเรกทิวิตีของ pyramid horn จะเป็น

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} = \frac{8\pi \rho_1 \rho_2}{a_1 b_1} \times \left\{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \right\} \\ &\times \left\{ C^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) + S^2 \left(\frac{b_1}{\sqrt{2\lambda \rho_1}} \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3-19)$$

ค่าไดเรกทิวิตี (db) ของ ปิรามิดฮอร์นสามารถประมาณได้โดย

$$D_p(\text{db}) = 10 \left[1.008 + \log_{10} \left(\frac{a_1 b_1}{\lambda^2} \right) \right] - (L_e + L_h) \quad (3-20)$$

โดยที่ L_e และ L_h เป็นการสูญเสีย(db)เนื่องจากเฟสตามกราฟรูปที่ 3.4

3.1.3 การออกแบบ

ฮอร์นปิรามิดถูกใช้วัดอัตราขยายของสายอากาศอื่น ๆ มักเรียกว่า standard Gain Horn เราต้องกำหนด G_0

และมีดของ a, b ของท่อนำคลื่นก่อนสำหรับการออกแบบจุดมุ่งหมายคือหามิติอื่นๆ

สมการออกแบบได้จากการเลือกค่า b_1, a_1 ที่ทำให้ได้ค่าไดเรกทิวิตีสำหรับฮอร์นระนาบ E และ H ที่ดีที่สุด จะเขียนได้เป็น

$$G_0 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} (a_1 b_1) = \frac{2\pi}{\lambda^2} \sqrt{3\lambda \rho_h} \sqrt{2\lambda \rho_e} \quad (3-21)$$

เขียนได้เป็น

$$\left(\sqrt{2\chi} - \frac{b}{\lambda}\right)^2 (2\chi - 1) = \left(\frac{G_0}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\chi}} - \frac{a}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{G_0^2}{6\pi^3} \frac{1}{\chi} - 1\right) \tag{3-22}$$

โดยที่

$$\frac{\rho_e}{\lambda} = \chi \tag{3-22a}$$

$$\frac{\rho_h}{\lambda} = \frac{G_0^2}{8\pi^3} \left(\frac{1}{\chi}\right) \tag{3-22b}$$

สมการ (3-22) เป็นสมการที่ใช้ในการออกแบบ

- 1 เริ่มต้นการออกแบบเพื่อหาค่าของ χ ตาม (3-22) ต้องรู้ค่าของ G_0 โดยการแทนค่าไปเรื่อยๆ โดยจะสมมุติค่าเริ่มต้นโดย

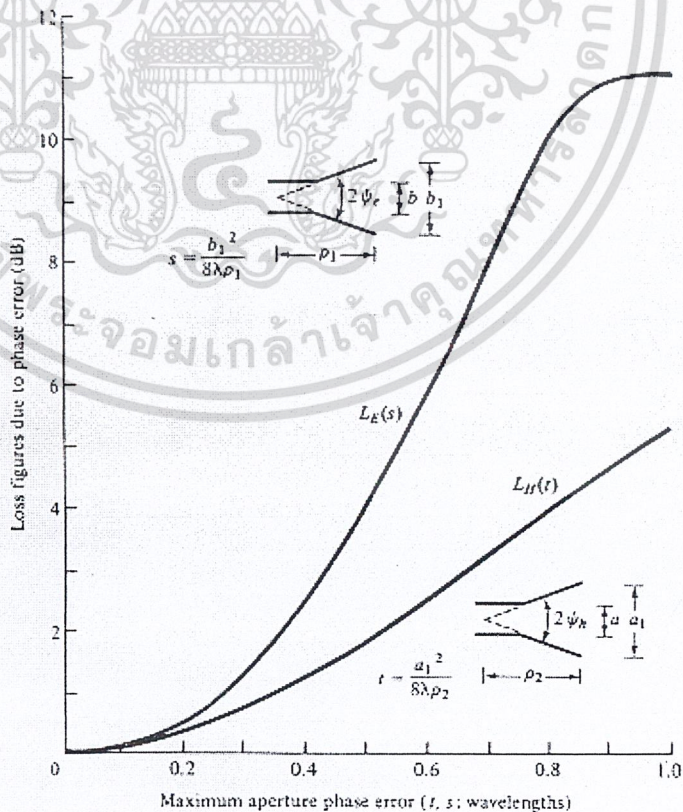
$$\chi \text{ (trial)} = \chi_1 = \frac{G_0}{2\pi\sqrt{2\pi}} \tag{3-23}$$

- 2 เมื่อหาค่า χ ที่ถูกต้องได้แล้วหาค่า ρ_e และ ρ_h โดยใช้ (3-22a) และ (3-22b) ตามลำดับ
- 3 หาค่าของ a_1 และ b_1 โดยใช้

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = \frac{G_0}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi\chi}} \lambda \tag{3-24}$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_e} = \sqrt{2\chi} \lambda \tag{3-25}$$

- 4 หาค่า ρ_e และ ρ_h โดยใช้ (3-13) และ (3-14)



รูปที่ 3.4 การสูญเสียของ E และ H-plane ที่เกิดจากเฟส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ท่อนำคลื่น

ขั้นตอนในการวิเคราะห์คุณสมบัติของสายนำสัญญาณโดยใช้ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า นั้นโดยทั่วไปจะมีขั้นตอนหลักๆ 3 ขั้นตอนคือ 1) การสร้างสมการคลื่น 2) การแก้สมการคลื่นเพื่อหาผลเฉลยทั่วไป 3) การคำนึงถึงเงื่อนไขขอบเขตเพื่อหาผลเฉลยเฉพาะจากผลเฉลยทั่วไป

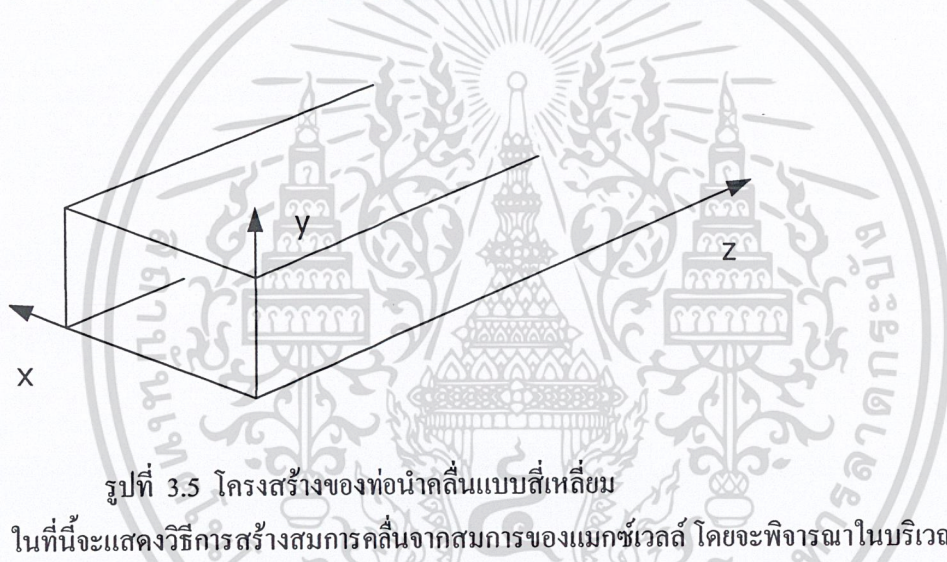
การสร้างสมการคลื่น

เราจะให้ทิศทางการส่งผ่านคลื่นอยู่ในทิศ Z และให้มีค่าคงที่ของการส่งผ่านเป็น γ ดังนั้นโดยทั่วไปสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะเขียนได้ในรูปต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\bar{E}(x, y, z) &= \bar{i}_x E_x(x, y, z) + \bar{i}_y E_y(x, y, z) + \bar{i}_z E_z(x, y, z) \\ &= \bar{i}_x E_{xt}(x, y) e^{-\gamma z} + \bar{i}_y E_{yt}(x, y) e^{-\gamma z} + \bar{i}_z E_{zt}(x, y) e^{-\gamma z}\end{aligned}\quad (3-1a)$$

$$\bar{H}(x, y, z) = \bar{i}_x H_{xt}(x, y) e^{-\gamma z} + \bar{i}_y H_{yt}(x, y) e^{-\gamma z} + \bar{i}_z H_{zt}(x, y) e^{-\gamma z}\quad (3-1b)$$

โดยที่ดัชนีล่าง t แสดงว่าเป็นฟังก์ชันของระนาบที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่



รูปที่ 3.5 โครงสร้างของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยม

ในที่นี้จะแสดงวิธีการสร้างสมการคลื่นจากสมการของแมกซ์เวลล์ โดยจะพิจารณาในบริเวณที่ไม่มีแหล่งกำเนิดคลื่นปรากฏอยู่นั้นคือ $\bar{J}_o = 0$ และ $\rho = 0$ จากชุดสมการของแมกซ์เวลล์จะได้สมการ

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x\quad (3-2a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y\quad (3-2b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z\quad (3-2c)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_x\quad (3-2d)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_y\quad (3-2e)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = (\sigma + j\omega\epsilon) E_z\quad (3-2f)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0\quad (3-2g)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (3-2h)$$

โดยที่ σ, μ, ϵ เป็นค่าคงที่ของตัวกลางในท่อนำคลื่นในกรณีของท่อนำคลื่นส่วนใหญ่จะสร้างสมการคลื่นและแก้สมการคลื่นของส่วนประกอบ E_z และ H_z เท่านั้นเพราะส่วนประกอบที่เหลือสามารถแสดงในรูปของ E_z และ H_z โดยใช้(3-2a),(3-2d)และใช้ความสัมพันธ์ $\partial/\partial z = -\gamma$ จะได้

$$\begin{aligned} (\sigma + j\omega\epsilon) E_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma H_y = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\gamma}{j\omega\mu} \left(-\gamma E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ E_x \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} &= -j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ E_x &= \left(-j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) / \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} \end{aligned} \quad (3-3a)$$

ในทำนองเดียวกันจะสามารถเขียน E_y, H_x, H_y ได้ในรูปต่อไปนี้

$$E_y = \left(-j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) / \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} \quad (3-3b)$$

$$H_x = \left((\sigma + j\omega\epsilon) \frac{\partial E_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) / \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} \quad (3-3c)$$

$$H_y = \left(-(\sigma + j\omega\epsilon) \frac{\partial E_z}{\partial x} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) / \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} \quad (3-3d)$$

จากผลที่ได้จะเห็นว่า การสร้างสมการคลื่นและแก้สมการคลื่นของส่วนประกอบ E_z และ H_z ก็เพียงพอในการวิเคราะห์คุณสมบัติในการส่งผ่านของคลื่นได้สำหรับการสร้างสมการคลื่น E_z ทำได้โดยการแทน (3-2a),(3-2b)ใน (3-2f) แล้วใช้สมการ(3-2g)ประกอบจะได้

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} E_z = 0 \quad (3-4a)$$

ในทำนองเดียวกันสมการคลื่นของ H_z หาได้จากสมการ(3-2c),(3-2d)และ(3-2e)จะได้

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} H_z = 0 \quad (3-4b)$$

3.2.1 การแก้สมการคลื่น

เมื่อทำการสร้างสมการคลื่นได้แล้ว สามารถแก้สมการคลื่น โดยทำตามขั้นตอนของการแก้สมการเชิงอนุพันธ์บางส่วน(Partial differential equation)ได้ในปัญหาของสมการเชิงอนุพันธ์บางส่วนนี้ส่วนใหญ่ ผลเฉลยที่ได้จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของฟังก์ชันของตัวแปรที่แยกจากกันได้(separation of variables)กล่าวคือ E_z และ H_z ในสมการ (3-4a) และ(3-4b)จะเขียนให้อยู่ในรูปต่อไปนี้

$$E_z(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) = X(x)Y(y)e^{-\gamma z} \quad (3-5a)$$

$$H_z(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) = X(x)Y(y)e^{-\gamma z} \quad (3-5b)$$

ในการแก้สมการคลื่นก็สามารถทำได้ตามขั้นตอนทั่วไปคือนำสมการ(3-5a)แทนใน(3-4a)จะได้เป็น

$$\frac{1}{x} \frac{d^2 x}{dx^2} + \frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dy^2} + \{ \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \} = 0 \quad (3-6a)$$

ซึ่งตามหลักการแล้ว (3-6a)จะเป็นจริงได้เสมอก็คือเมื่อพจน์ที่หนึ่งและพจน์ที่สองต่างเท่ากับค่าคงที่ที่กล่าวคือ

$$\frac{1}{x} \frac{d^2 x}{dx^2} = -k_x^2 \quad (3-7a)$$

$$\frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dy^2} = -k_y^2 \quad (3-7b)$$

และ k_x^2, k_y^2 จะต้องเป็นไปตามสมการ(3-6a)นั่นคือ

$$\gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) = k_x^2 + k_y^2 \quad (3-8)$$

ผลเฉลยของสมการจะเป็น

$$X(x) = A \cos k_x x + B \sin k_x x \quad (3-9a)$$

$$Y(y) = C \cos k_y y + D \sin k_y y \quad (3-9b)$$

โดยที่ A, B, C, D เป็นค่าคงที่เมื่อแทนค่าสมการ(3-9a),(3-9b)ลงในสมการ(3-5a)จะได้ผลเฉลยทั่วไป(general solution)ของ E_z ในรูปต่อไปนี้

$$E_z(x, y, z) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y)e^{-\gamma z} \quad (3-10)$$

โดยผลเฉลยทั่วไปนี้ค่า k_x, k_y อาจเป็นอะไรก็ได้เพียงแต่ให้เป็นไปตามเงื่อนไข(3-8)ก็เพียงพอแต่ในโครงสร้างของท่อนำคลื่นนั้น k_x, k_y จะถูกกำหนดเฉพาะเจาะจงลงไปเพื่อให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดังนั้นการแก้สมการคลื่นเพื่อให้ได้ผลเฉลยเฉพาะ(specific solution)จึงต้องนำผลเฉลยทั่วไปไปหาสนามในส่วน ประกอบต่างๆออกมาแล้วพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่บังคับสำหรับส่วนประกอบต่างๆเหล่านั้นเพื่อกำหนดค่าที่เป็นไปได้ออกมา

3.2.2 โหมดของคลื่น

เนื่องจากการส่งผ่านคลื่นไปตามสายนำสัญญาณซึ่งส่วนใหญ่จะมีเงื่อนไขขอบเขตที่เกิดจากโครงสร้างของสายนำสัญญาณบังคับอยู่จึงทำให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นได้มีรูปแบบเฉพาะเท่านั้นนั่นคือ E_z, H_z ซึ่งเรียกว่าสนามในแนวแกน(axial components)และ E_x, E_y, H_x, H_y ซึ่งเรียกว่าสนามในแนวขวาง(transverse electromagnetic fields)จะมีการกระจายในระนาบตั้งฉากในรูปฟังก์ชันของ x, y ก็จริงแต่ตามแนวแกน z การเปลี่ยนแปลงไปในรูปของ $e^{-\gamma z}$ เท่านั้นซึ่งเป็นลักษณะที่คลื่นเคลื่อนที่ในทิศ z สภาพที่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีรูปแบบเฉพาะดังที่กล่าวเรียกว่า “โหมด”(mode)สายนำสัญญาณแบบท่อนำคลื่นโดยทั่วไปจะสามารถให้โหมดส่งผ่านไปได้หลายโหมดโดยขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ระหว่างความยาวคลื่นกับขนาดของท่อนำคลื่นดังนั้นจึงมีการแบ่งรูปแบบของคลื่นออกเป็นแบบหลักๆ 3 แบบคือ

1)คลื่น TEM(transverse electromagnetic waves)คือคลื่นที่มี $E_z = H_z = 0$ และมีเฉพาะส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระนาบตั้งฉากกับการส่งผ่านหรือในแนวขวางเท่านั้น

ในกรณีของคลื่น TEM เนื่องจาก $E_z = H_z = 0$ เมื่อพิจารณาจาก (3-3)สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะไม่เป็น 0 เมื่อ $\gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) = 0$ จะได้เป็น

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} \quad (3-11)$$

ในกรณีที่ตัวกลางเป็นอากาศว่างจะได้ $\sigma = 0, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0$ และทำให้ γ เขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = j\frac{\omega}{c} = jk_0 \quad (3-11a)$$

ค่า อิมพีแดนซ์ในโหมด TEM จะเป็น

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (3-12)$$

ในกรณี $E_z = H_z = 0$ ผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวขวางจะเป็น

โดยแทน $E_z = H_z = 0$ ใน(3-2)และหาค่า $\partial/\partial x$ (3-2e)- $\partial/\partial x$ (3-2d) จะได้

$$(\sigma + j\omega\epsilon)\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) = -\gamma\left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y}\right)$$

จาก (3-2h)จะทำให้ $\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0$ ซึ่งจะได้

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 \quad (3-13a)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0 \quad (3-13b)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad (3-13c)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (3-13d)$$

คลื่น TEM จะเกิดขึ้นได้ในโครงสร้างของสายนำสัญญาณที่มีโลหะตั้งแต่ 2 ชั้นขึ้นไปเช่น สายคู่ขนาน สายโคแอกเซียล

2)คลื่น TE(transverse electric waves)หรือคลื่น H (H wave) คลื่นแบบนี้จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าในแนวขวางเท่านั้นคือ $E_z = 0$ แต่ $H_z \neq 0$ และส่วนประกอบในแนวขวางจะสามารถหาได้จาก H_z คลื่น TE หรือคลื่น H คือโหมดที่ $E_z = 0$ ในกรณีนี้จะหาผลเฉลยได้โดยจาก (3-4b)และ(3-3)โดยให้

$$k_c^2 \equiv \gamma^2 - j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \quad (3-14)$$

ซึ่งจะได้

$$E_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3-15a)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3-15b)$$

$$H_x = \frac{-\gamma}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3-15c)$$

$$H_y = \frac{-\gamma}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3-15d)$$

การหาอิมพีแดนซ์ในกรณีนี้ทำได้โดย

$$Z_h = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (3-16)$$

3) คลื่น TM (transverse magnetic waves) หรือคลื่น E (E waves) คลื่นแบบนี้จะมีส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในระนาบตั้งฉากเท่านั้นคือ $H_z = 0$ แต่ $E_z \neq 0$ และส่วนประกอบในแนวขวางจะสามารถหาได้จาก E_z

คลื่น TM หรือ คลื่น E คือคลื่นที่มี $H_z = 0$ ในการหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในกรณีนี้ทำได้โดยจาก(3-4a)แทนใน(3-3)จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$E_x = \frac{-\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3-17a)$$

$$E_y = \frac{-\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3-17b)$$

$$H_x = \frac{(\sigma + j\omega\epsilon)}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3-17c)$$

$$H_y = -\frac{(\sigma + j\omega\epsilon)}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3-17d)$$

การหาอิมพีแดนซ์ในกรณีนี้ทำได้โดย

$$Z_e = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} \quad (3-18)$$

ถึงแม้ว่าคลื่นทั้งสามแบบจะเป็นพื้นฐานของคลื่นที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมดแต่ไม่ได้หมายความว่าแต่ละโหมดจะเกิดได้อย่างอิสระจากกัน ในสายนำสัญญาณประเภทที่นำคลื่น โดยทั่วไปซึ่งมีผนังท่อเป็นโลหะนั้น โหมด TE และ โหมด TM จะเกิดขึ้นอย่างอิสระจากกันแต่ในสายนำสัญญาณบางประเภทเช่นเส้นใยแสง โหมด TE และ โหมด TM มักจะเกิดขึ้นพร้อมกันเพราะ โหมด TE หรือ TM เพียงอย่างเดียวไม่สามารถเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตได้

การวิเคราะห์คุณสมบัติของท่อนำคลื่นแบบสี่เหลี่ยม (Rectangular waveguide)

สมการคลื่นและการแก้สมการคลื่น

คลื่น TE

ในกรณีของคลื่น TE เนื่องจาก $E_z = 0$ เพราะฉะนั้นสมการคลื่นที่ต้องการสร้างคือสมการคลื่นของ H_z โดยใช้ (3-4b) และให้ $\sigma = 0$ จะได้เป็น

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (3-19)$$

โดยที่

$$k_c^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu\epsilon = \gamma^2 + k^2 \quad (3-19a)$$

ซึ่งจะได้ H_z เป็น

$$H_z(x, y, z) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (C \cos k_y y + D \sin k_y y) e^{\pm \gamma z} \quad (3-20a)$$

สำหรับสนามในแนวขวางจะเป็น

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3-20b)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3-20c)$$

$$H_x = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3-20d)$$

$$H_y = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3-20e)$$

โดยที่ $\gamma = j\beta$ เพราะ $\alpha = 0$ เมื่อ $\sigma = 0$

การหาผลเฉลยทำได้โดยพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังของท่อนำคลื่น โดยทั่วไปท่อนำคลื่นจะทำด้วยตัวนำไฟฟ้าที่ดีเพราะฉะนั้นเงื่อนไขขอบเขตก็คือสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสกับท่อนำคลื่นที่ผิวของท่อนำคลื่นจะเป็น 0 เขียนได้เป็น

$$E_x \Big|_{y=0,b} = 0 \quad (3-21a)$$

$$E_y \Big|_{y=0,a} = 0 \quad (3-21b)$$

ซึ่งจะได้

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (-C \cos k_y y + D \sin k_y y) e^{\pm\gamma z} \quad (3-22)$$

จะเห็นว่า E_x เท่ากับ 0 ที่ $y=0$ เมื่อ $D=0$ และ E_x เท่ากับ 0 ที่ $y=b$ เมื่อ

$$k_y b = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3-22a)$$

ซึ่งจะได้

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} (-A \cos k_x x + B \sin k_x x) (C \cos k_y y + D \sin k_y y) e^{\pm j\beta z} \quad (3-23)$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขต E_y เท่ากับ 0 ที่ $x=0$ เมื่อ $B=0$ และ E_y เท่ากับ 0 ที่ $x=a$ เมื่อ

$$k_x a = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3-23a)$$

จากผลที่ได้

$$\begin{aligned} H_{zmn} &= AC \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \\ &= A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \end{aligned} \quad (3-24)$$

โดยที่ $A_{mn} = AC$ ซึ่งถูกกำหนดจากกำลังคลื่นที่ส่งผ่านสำหรับ β_{mn} หาได้จาก (3-19a), (3-22a) และ (3-23a) ซึ่งเป็น

$$\gamma_{mn}^2 = (j\beta_{mn})^2 = k_{cmn}^2 - \omega^2 \mu \epsilon = k_{cmn}^2 - k^2 \quad (3-25)$$

โดยที่

$$k_{cmn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (3-25a)$$

สนามไฟฟ้าในแนวขวางจะเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{xmn} = \frac{j\omega\mu}{k_{cmn}^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-26a)$$

$$E_{ymn} = -\frac{j\omega\mu}{k_{cmn}^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-26b)$$

$$H_{xmn} = \mp \frac{j\beta_{mn}}{k_{cmn}^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-26c)$$

$$H_{ymn} = \mp \frac{j\beta_{mn}}{k_{cmn}^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-26d)$$

เมื่อคำนวณอิมพีแดนซ์คลื่นสำหรับคลื่นที่ส่งผ่านไปในทิศ Z จะเป็น

$$Z_{hmn} = \frac{E_{xmn}}{H_{ymn}} = -\frac{E_{ymn}}{H_{xmn}} = \frac{\omega\mu}{\beta_{mn}} = \frac{k}{\beta_{mn}} \eta \quad (3-27)$$

คลื่น TM

ในกรณีของคลื่น TM เนื่องจาก $H_z = 0$ เพราะฉะนั้นสมการคลื่นที่ต้องการสร้างคือสมการคลื่นของ E_z

โดยให้ $\sigma = 0$ ตามเงื่อนไขที่ไม่นำการสูญเสียในตัวกลางจะได้

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (3-28)$$

จะได้

$$E_z(x, y, z) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (C \cos k_y y + D \sin k_y y) e^{\pm \gamma z} \quad (3-29a)$$

สำหรับสนามในแนวขวางจะเป็น

$$E_x = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3-29b)$$

$$E_y = -\frac{\gamma}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3-29c)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3-29d)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3-29e)$$

การหาผลเฉลยเฉพาะนั้นจะทำได้โดยพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังของท่อนำคลื่นในกรณีนี้จะพิจารณาจาก E_z โดยตรงโดยให้ E_z ที่ผนังของท่อนำคลื่นเป็น 0 จะได้

$$E_z \Big|_{x=0,a} = 0 \quad (3-30a)$$

$$E_z \Big|_{y=0,b} = 0 \quad (3-30b)$$

เมื่อพิจารณา E_z ใน(3-29a)ร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตจะได้ว่า E_z จะเป็น 0 ที่ตำแหน่ง $x=0$ เมื่อ $A=0$ และจะเป็น 0 ที่ตำแหน่ง $x=a$ เมื่อ

$$k_x a = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3-31a)$$

ในทำนองเดียวกัน E_z จะเป็น 0 ที่ตำแหน่ง $y=0$ เมื่อ $C=0$ และ $y=b$ เมื่อ

$$k_y b = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3-31b)$$

จากผลที่ได้จะเขียนผลเฉลยเฉพาะของ E_z เป็น

$$\begin{aligned} E_{zmn}(x, y, z) &= BD \sin k_x x \sin k_y y e^{\pm j\beta_{mn}z} \\ &= B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \end{aligned} \quad (3-32a)$$

โดยที่ $B_{mn} = BD$ จะถูกกำหนดจากกำลังคลื่นที่ส่งผ่านและ สนามไฟฟ้าในแนวขวางจะเป็น

$$E_{xmn} = -\frac{j\beta_{mn}}{k_{cmn}^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-22b)$$

$$E_{ymn} = -\frac{j\beta_{mn}}{k_{cmn}^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-22c)$$

$$H_{xmn} = \mp \frac{j\omega\epsilon}{k_{cmn}^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-22d)$$

$$H_{ymn} = \mp \frac{j\omega\epsilon}{k_{cmn}^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{\pm j\beta_{mn}z} \quad (3-22e)$$

เมื่อคำนวณอิมพีแดนซ์สำหรับคลื่นที่ส่งผ่านไปในทิศ Z จะเป็น

$$Z_{cmn} = \frac{E_{xmn}}{H_{ymn}} = -\frac{E_{ymn}}{H_{xmn}} = \frac{\beta_{mn}}{\omega\epsilon} = \frac{\beta_{mn}}{k} \eta \quad (3-23)$$

3.2.3 โหมดส่งผ่านและ โหมดคัตออฟ(Transmission modes and cut-off modes)

จากที่ผลเฉลยเฉพาะของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นไปได้มีอยู่หลายแบบแต่ไม่ได้หมายความว่าคลื่นที่มีแบบแผนหรือโหมดอันดับต่างๆเหล่านั้นจะส่งผ่านได้หมดคลื่นที่ส่งผ่านไปได้นั้นจะต้องมีค่า β_{mn} เป็นค่าจริงเพราะถ้า β_{mn} เป็นค่าจินตภาพการเปลี่ยนแปลงในทิศ Z จะเป็น $e^{-\beta_{mn}z}$ ซึ่งหมายถึงสนามไฟฟ้าจะมีขนาดเล็กลงอย่างรวดเร็วในทิศ Z โดยที่เฟสของสนามไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงตาม Z ดังนั้นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในกรณีนี้ก็จะไม่ใช่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่จะส่งผ่านไปในทิศ Z ได้ โหมดของสนามไฟฟ้าที่อยู่ในสภาพดังกล่าวนี้เรียกว่าโหมดจางหาย(evanescent mode) โหมดจางหายนี้ถึงแม้จะไม่ส่งผ่านได้แต่จะเกิดขึ้นเสมอตรงบริเวณที่มีความไม่สม่ำเสมอในท่อนำคลื่นเช่นตำแหน่งที่มีฉากร

โลหะ(diaphragm)หรือมีเสาโลหะ(post)ในการพิจารณารายละเอียดว่าภายใต้เงื่อนไขของขนาดของท่อนำคลื่นและความถี่ที่ถูกกำหนดมาให้จะมีคลื่นอะไรบ้างที่ส่งผ่านได้จะสามารถทำได้โดยพิจารณาว่า β_{mn} เนื่องจาก $k_o = \omega\sqrt{\mu_o\epsilon_o} = \omega/c = 2\pi f/c$ และ $k_{cmn}^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$ ดังนั้นเมื่อกำหนดขนาดของท่อนำคลื่นคือ a, b มาให้ก็จะหาค่า k_{cmn} สำหรับโหมดอันดับ mn ออกมาได้ซึ่งจะทำให้รู้ค่า k_o ที่จะทำให้โหมด mn ส่งผ่านไปได้นั้นจะต้องมีค่าสูงกว่า k_{cmn} ถ้า $k_o < k_{cmn}$ จะทำให้ β_{mn} ค่าจินตภาพและโหมดนั้นจะเป็นโหมดจางหายไป ถ้า k_{cmn} จึงถูกเรียกว่าคัตออฟเวฟเนัมเบอร์(cut-off wave number)ของโหมด mn เราสามารถแสดงคัตออฟเวฟเนัมเบอร์ ความถี่คัตออฟ(cut-off frequency)และความยาวคลื่นคัตออฟ(cut-off wavelength)ของโหมดอันดับต่างๆได้ในรูปขนาดของท่อนำคลื่นได้เป็น

$$k_{cmn} = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (3-24)$$

$$\lambda_{cmn} = \frac{2\pi}{k_{cmn}} = \frac{2\pi}{\left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (3-25)$$

$$f_{cmn} = \frac{ck_{cmn}}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3-26)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การออกแบบและการทดลอง

4.1 การออกแบบปริมิตฮอร์น

ปริมิตฮอร์นที่จะทำการออกแบบเป็นปริมิตฮอร์นที่ออกแบบที่ความถี่ 1906.5 GHz

4.1.1 การออกแบบโครงสร้าง

- 1 โครงสร้างประกอบด้วย ท่อนำคลื่น ตัวฮอร์น และตัวปล่อยคลื่น
- 2 ความถี่ที่ใช้คือ 1906.5 MHz ซึ่งความยาวคลื่นจะเป็น $\lambda = \frac{3 \times 10^8}{1.9605 \times 10^9} = .157356m$
- 3 ออกแบบโดยให้ขนาดของท่อนำคลื่นกว้างและยาวเป็น 0.1092 m และ 0.0546 m โดยความกว้างจะมีค่าเป็น 0.69λ และความยาวเป็น 0.35λ ซึ่งค่านี้เป็นท่อที่มีขนาดเท่ากับท่อของโรงงานผู้ผลิต (ตามตาราง Standard Rectangular Waveguide ซึ่งแสดงให้เห็นในภาคผนวก) และเป็นค่าที่ออกแบบให้สอดคล้องกับ TE_{10} mode เพื่อให้คุณสมบัติในการชี้ทิศทางสูงสุด
- 4 ให้ค่า G_o เป็น 12 dB ซึ่งเป็นค่าเกณฑ์ออกแบบเพื่อให้สอดคล้องกับท่อเวฟไกด์และสามารถสร้างปริมิตฮอร์นได้
- 5 ทำการคำนวณหาขนาดของปริมิตฮอร์นโดยใช้สมการที่ (3-22a)-(3-25) จะได้เริ่มต้นโดยเปลี่ยนค่า G_o จากหน่วย dB เป็นไม่มีหน่วย

$$G_o \text{ (dB)} = 10 \log_{10} G_o \Rightarrow G_o = 10^{1.2} = 15.85$$

หาค่าเริ่มต้น χ จาก (3-23) โดยที่

$$\chi_1 = \frac{G_o}{2\pi\sqrt{2\pi}} = 1.006$$

โดยค่าที่ได้เป็นค่าประมาณซึ่งยังไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องตาม (3-22) นำค่า χ_1 ที่ได้แทนใน

$$\left(\sqrt{2\chi} - \frac{b}{\lambda}\right)^2 (2\chi - 1) = \left(\frac{G_o}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\chi}} - \frac{a}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{G_o^2}{6\pi^3} \frac{1}{\chi} - 1\right)$$

โดยเปลี่ยนค่า χ เรื่อยๆจนค่าที่ได้จากสมการด้านซ้ายเท่ากับด้านขวาซึ่งจะได้ค่าถูกต้องคือ $\chi = 0.879$

โดยที่ค่าอื่นๆเป็น

$$a_1 = \sqrt{3\lambda\rho_2} \approx \sqrt{3\lambda\rho_h} = \frac{G_o}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\pi\chi}} \lambda = 0.292540 \text{ m} = 1.86 \lambda$$

$$b_1 = \sqrt{2\lambda\rho_1} \approx \sqrt{2\lambda\rho_h} = \sqrt{2\chi} \lambda = 0.208661 \text{ m} = 1.327 \lambda$$

$$\frac{\rho_e}{\lambda} = \chi \Rightarrow \rho_e = 0.138347 \text{ m} = 0.87915 \lambda$$

$$\frac{\rho_h}{\lambda} = \frac{G_o^2}{8\pi^3} \left(\frac{1}{\chi}\right) \Rightarrow \rho_h = 0.181242 \text{ m} = 1.5179 \lambda$$

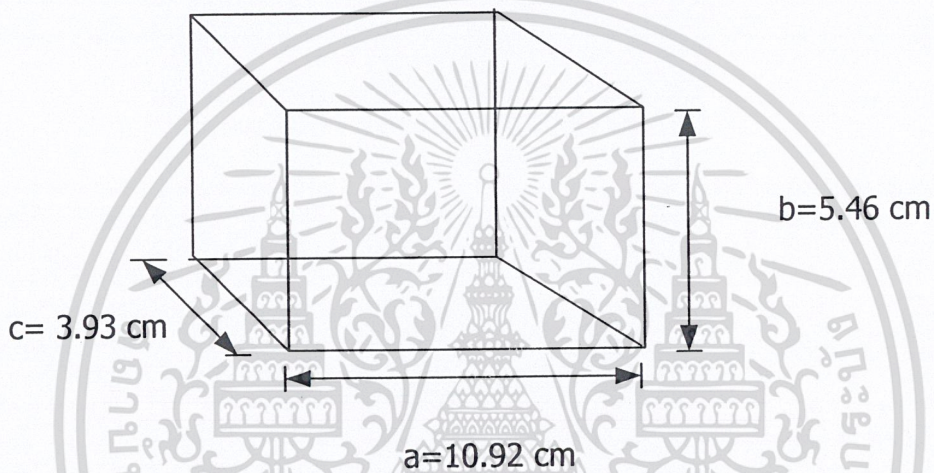
$$p_e = (b_1 - b) \left[\left(\frac{\rho_e}{b_1}\right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} = 0.0678 \text{ m} = 0.43 \lambda$$

$$p_h = (a_1 - a) \left[\left(\frac{\rho_h}{a_1} \right)^2 - \frac{1}{4} \right]^{1/2} = 0.0678 \text{ m} = 0.43 \lambda$$

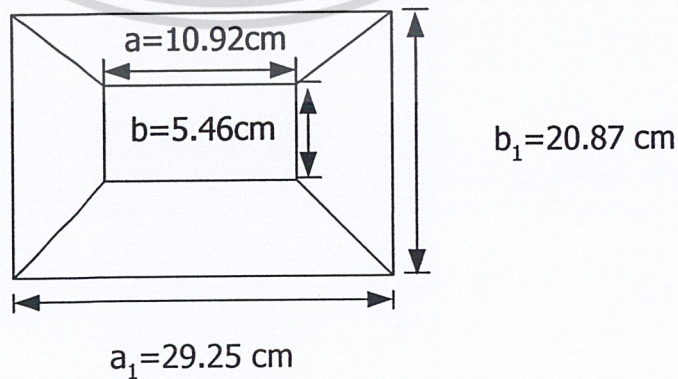
4.1.2 การสร้าง

พีรามิดฮอร์นจะแบ่งเป็นสองส่วนคือ

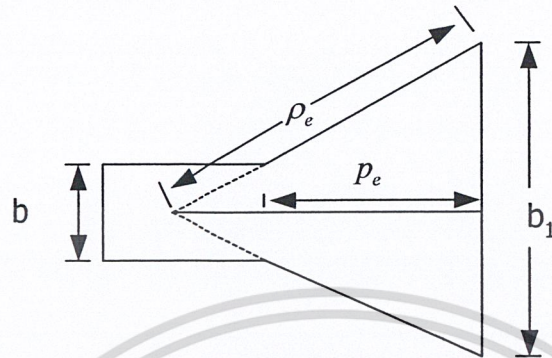
ในส่วนของท่อเวฟไกด์จะเป็นการนำแผ่นทองเหลืองซึ่งทำหน้าที่เป็นกราวด์เพลนมาพับให้มีลักษณะและขนาดตามรูป



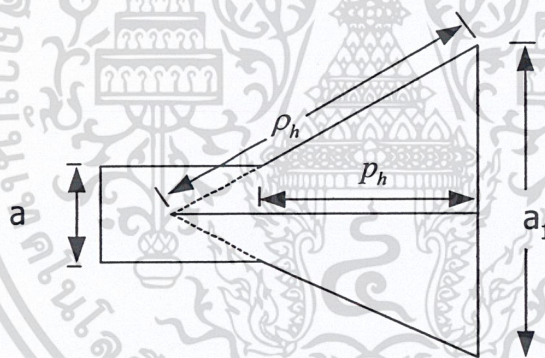
ในส่วนของตัวพีรามิดฮอร์นเป็นการนำแผ่นทองเหลืองซึ่งทำหน้าที่เป็นกราวด์เพลนมาพับให้มีลักษณะและขนาดตามรูป



ลักษณะการมองปริมาตรฮอร์น
เมื่อมองในระนาบ E-plane



เมื่อมองในระนาบ H-plane



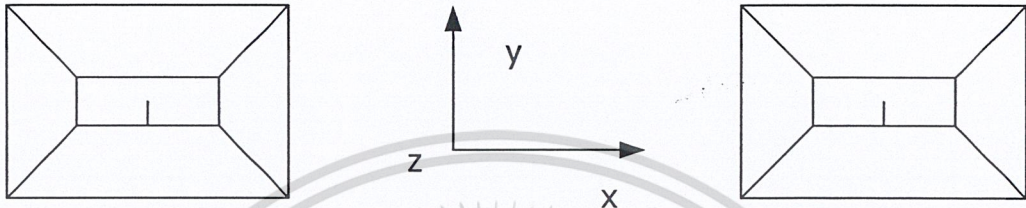
4.1.3 ขั้นตอนการทดลอง

- 1 ทำการเจาะท่อเวฟไกด์ตรงตำแหน่ง $c/2$ แล้วต่อ connector แบบ N type เพื่อป้อนสัญญาณ
- 2 ทำการปรับค่าเครื่องให้ได้ค่าที่ถูกต้องโดยใช้คอนเนคเตอร์ที่มีอยู่ทำการปรับค่า เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องและให้มีการแมทซ์กับตัวฮอร์นที่จะใช้ทดลอง
- 3 ทำการทดลองวัดค่า SWR และ Impedance ของฮอร์น โดยเครื่อง Network Analyzer
- 4 ทำการต่อ Network Analyzer เข้ากับ connector ของฮอร์น โดยผ่าน transmission Line ที่ทำการปรับค่าแล้ว
- 5 ทำการวัดค่า SWR ของฮอร์นให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงกับ 1 โดยการปรับความยาวของลวด
- 6 เมื่อได้ค่า SWR ที่ดีที่สุดแล้ว ทำการวัดค่า Impedance และ ค่า return loss
- 7 ทำการวัดแพทเทิร์นโดยให้ระยะห่างระหว่างฮอร์นทั้งสองตัวมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับระยะ Far Field โดยมีสูตรการคำนวณระยะทาง Far Field คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารหลวงวิสุทธิการสงเคราะห์เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{Far Field Distance} = \frac{2D^2}{\lambda} = 1.64m$$

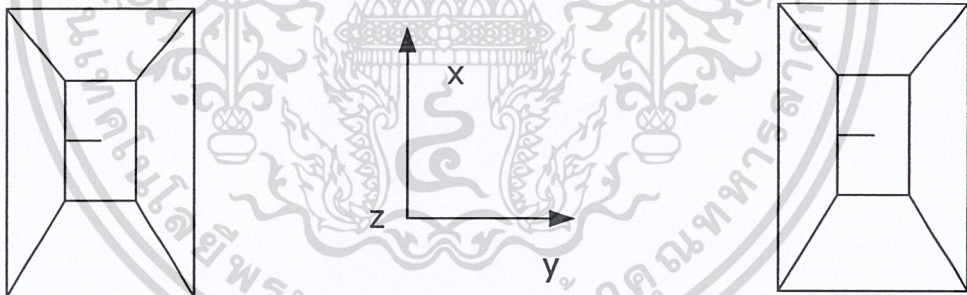
โดยที่ลักษณะการวางสายอากาศจะเป็น
เมื่อทำการวัดในระนาบ H-plane



ตัวส่ง

ตัวรับ

ลักษณะการวางสายอากาศเริ่มต้นโดยวางสายอากาศทั้งตัวรับและตัวส่งวางให้ด้านหน้าเข้าหากัน โดยตั้งให้โพับตั้งตรงกันซึ่งโพับจะวางในแนวตั้งแล้ววางสายอากาศทั้งสองตัวให้ห่างกันมากกว่าระยะ Far Field คือ 1.64 m จากนั้นให้สายอากาศตัวส่งอยู่กับที่ส่วนตัวรับจะหมุนรอบแกน y จนครบ 360 องศา เมื่อทำการวัดในระนาบ E-plane



ตัวส่ง

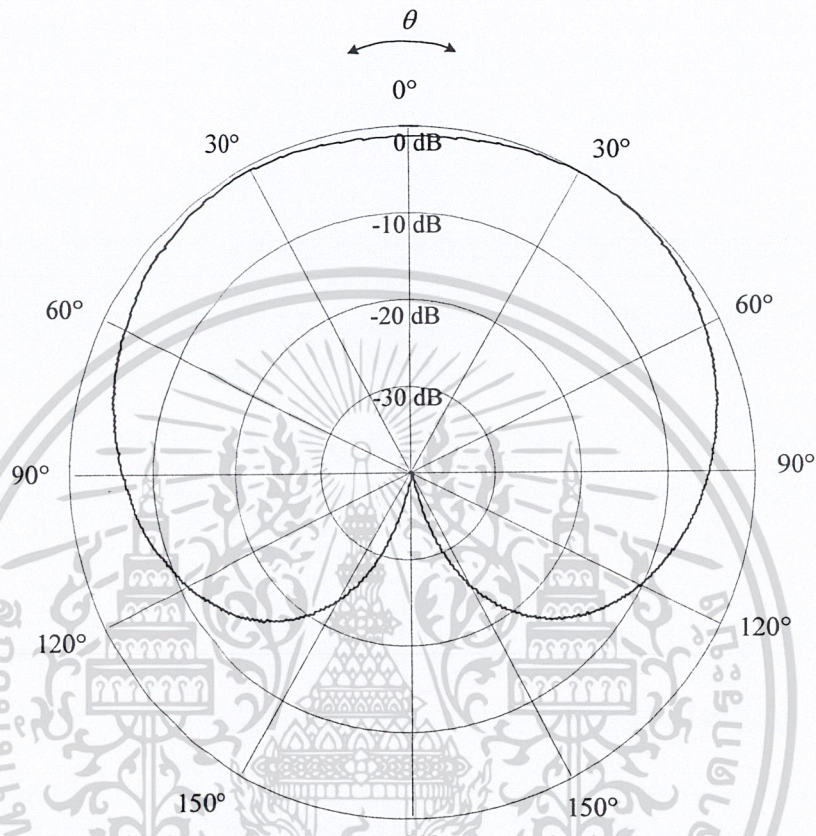
ตัวรับ

ลักษณะการวางสายอากาศเริ่มต้นโดยวางสายอากาศทั้งตัวรับและตัวส่งวางให้ด้านหน้าเข้าหากัน โดยให้ตั้งโพับตั้งตรงกันซึ่งโพับจะวางในแนวนอนแล้ววางสายอากาศทั้งสองตัวให้ห่างกันมากกว่าระยะ Far Field คือ 1.64 m จากนั้นให้สายอากาศตัวส่งอยู่กับที่ส่วนตัวรับจะหมุนรอบแกน x จนครบ 360 องศา

4.2 ผลที่ได้จากทฤษฎี

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ

E-plane ($\phi = \pi/2$)



เมื่อ

$$p_e = 0.43\lambda, p_h = 0.43\lambda$$

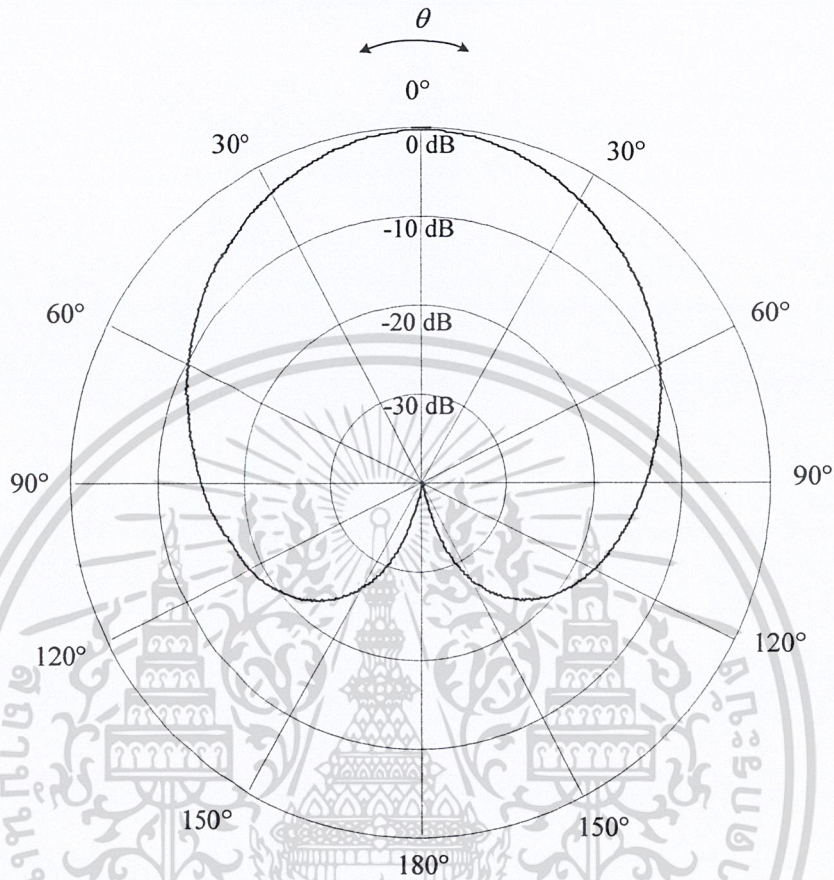
$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

รูปที่ 4.1แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นในระนาบ E-plane

จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 30 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดส่วนที่ 180 องศาสนามไฟฟ้าจะมีการหักล้างกันกำลังงานจึงมีค่าต่ำสุด

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้ เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ H-plane ($\phi = 0$)



เมื่อ

$$p_e = 0.43, p_h = 0.43\lambda$$

$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

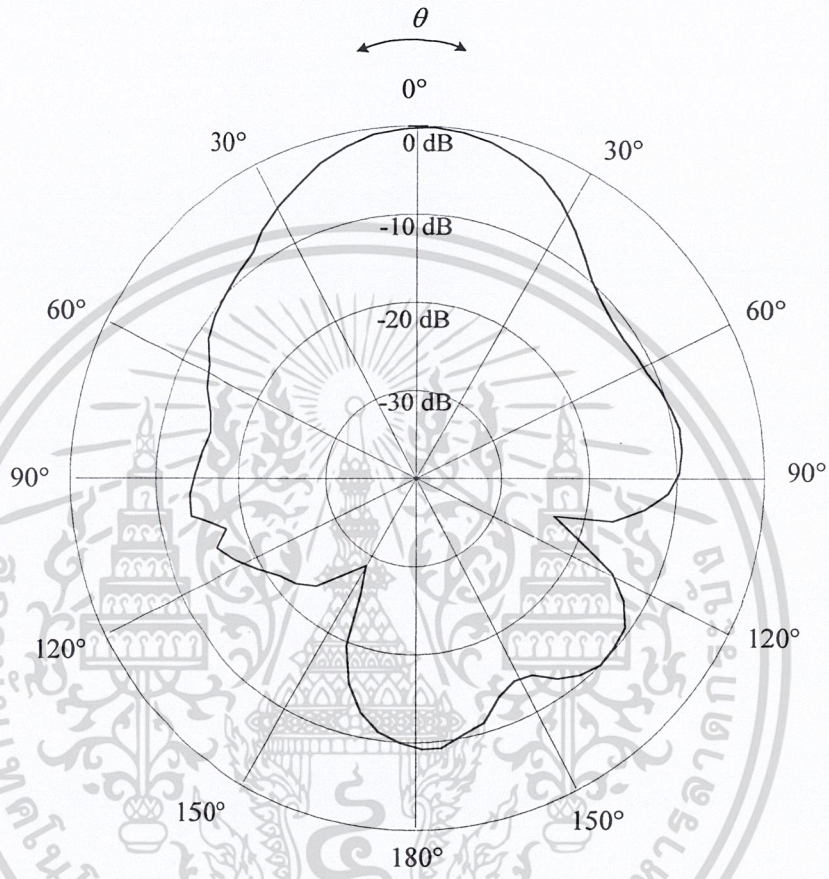
รูปที่ 4.2 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นในระนาบ H-plane

จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดส่วนที่ 180 องศาสนามไฟฟ้าจะมีการหักล้างกันกำลังงานจึงมีค่าต่ำสุด

4.3 ผลที่ได้จากการทดลอง

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ

E-plane ($\phi = \pi/2$)



เมื่อ

$$p_e = 0.43, p_h = 0.43\lambda$$

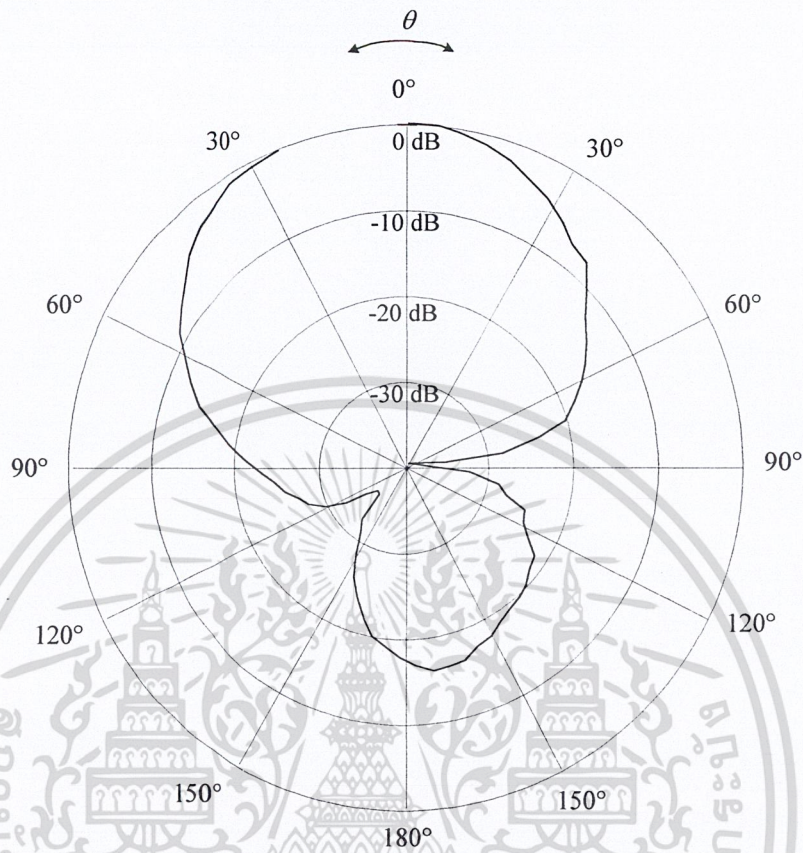
$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

รูปที่ 4.3 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1 ในระนาบ E-plane

จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดและจะมีโลบหลังซึ่งเป็นโลบย่อยที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับโลบหลักซึ่งเกิดจากการที่สนามไฟฟ้าหักล้างกันไม่หมด

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ H-plane ($\phi = 0$)



เมื่อ

$$p_e = 0.43, p_n = 0.43\lambda$$

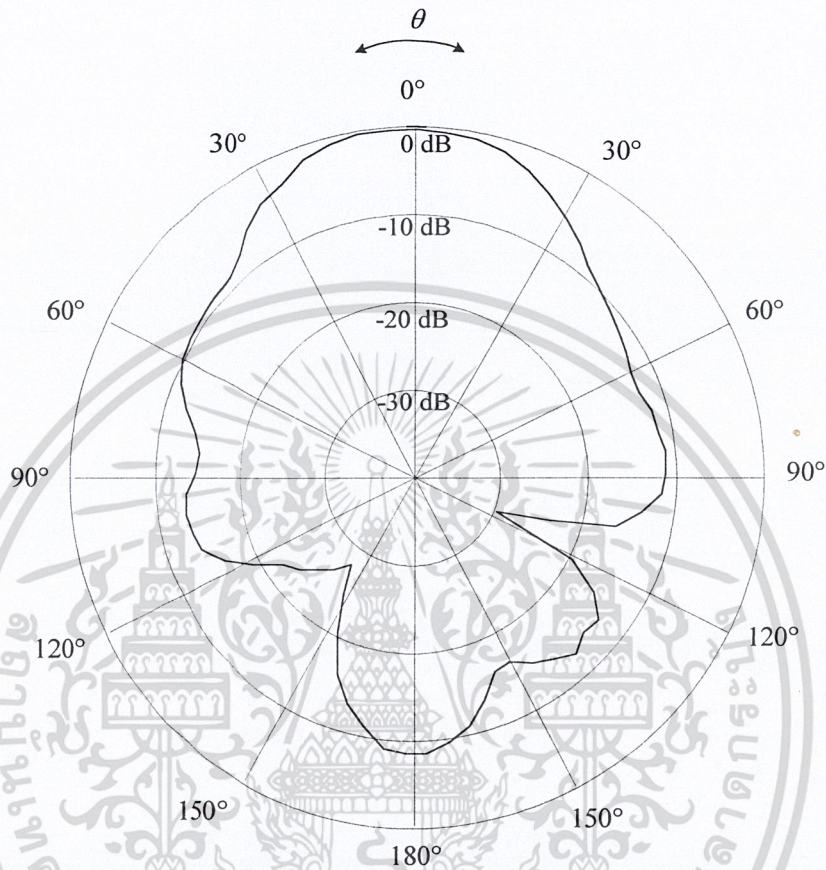
$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

รูปที่ 4.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1 ในระนาบ H-plane

จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดและจะมีโบลหลังซึ่งเป็นโบลย่อยที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับโบลหลักซึ่งเกิดจากการที่สนามไฟฟ้าหักล้างกันไม่หมด

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้ เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ E-plane ($\phi = \pi/2$)



เมื่อ

$$p_e = 0.43, p_h = 0.43\lambda$$

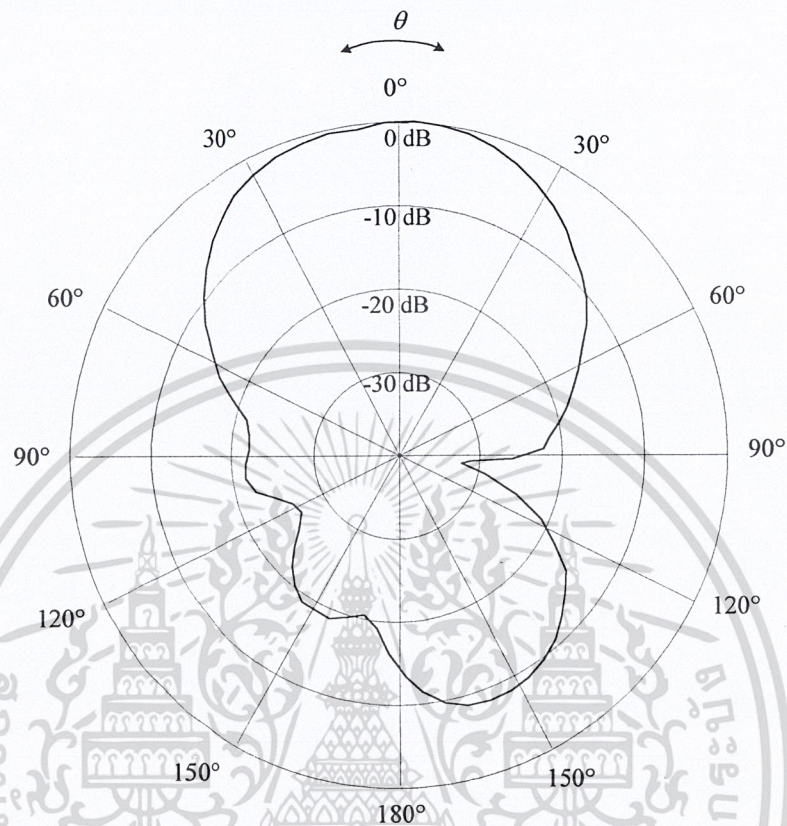
$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

รูปที่ 4.5 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นตัวที่ 2 ในระนาบ E-plane

จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดและจะมีโลบหลังซึ่งเป็นโลบย่อยที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับโลบหลักซึ่งเกิดจากการที่สนามไฟฟ้าหักล้างกันไม่หมด

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้ เมื่อพิจารณาสายอากาศแบบ pyramidal horn ในระนาบ H-plane ($\phi = 0$)



เมื่อ

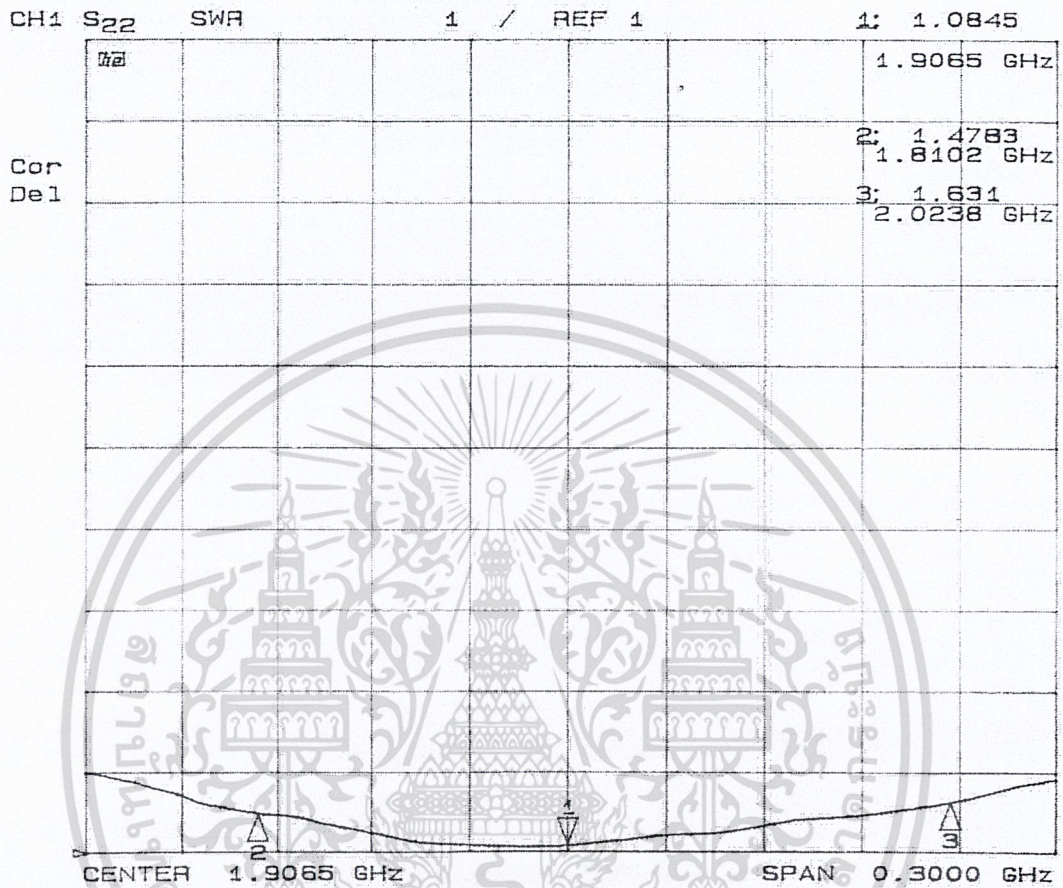
$$p_e = 0.43, p_h = 0.43\lambda$$

$$a_1 = 1.86\lambda, b_1 = 1.33\lambda$$

$$a = 0.69\lambda, b = 0.35\lambda$$

รูปที่ 4.6 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศปิรามิดฮอร์นตัวที่ 2 ในระนาบ H-plane

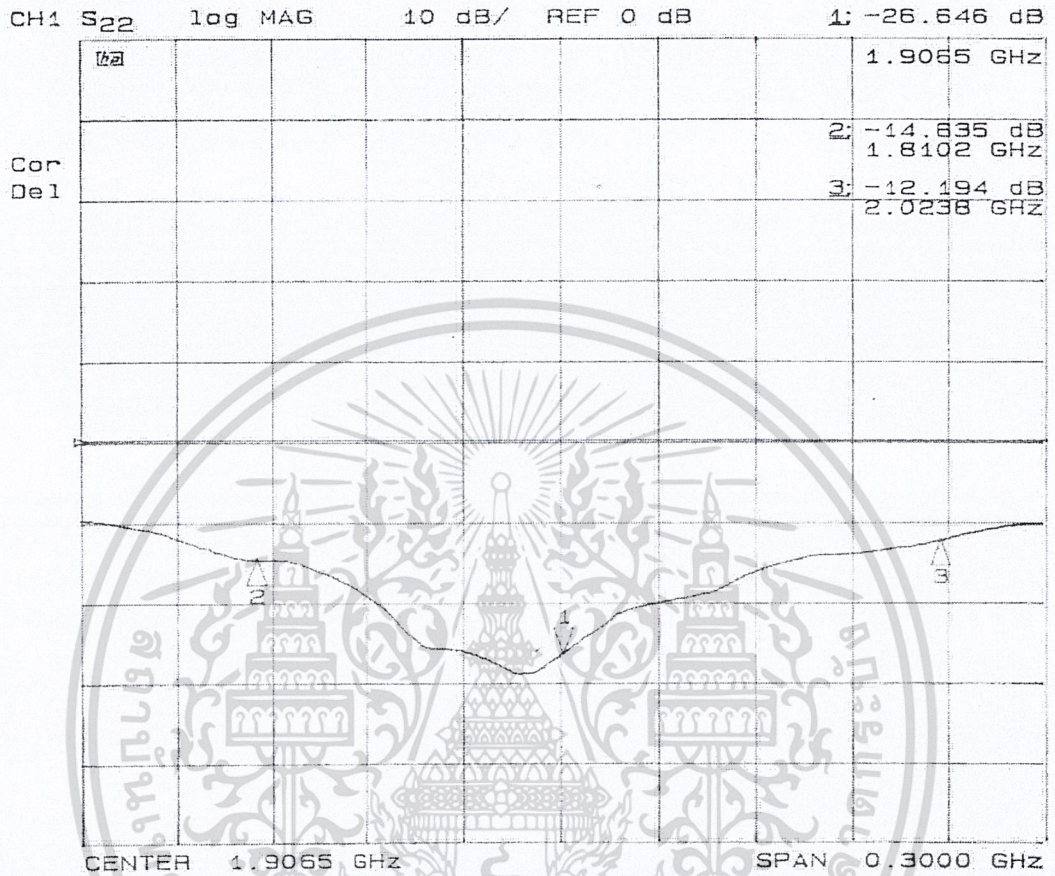
จากรูปสายอากาศมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเป็นแบบทิศทางเดียวซึ่งกำลังงานสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้ามีการเสริมกันจึงเกิดค่าสูงสุดและจะมีโลบหลังซึ่งเป็นโลบย่อยที่อยู่ในครึ่งวงกลมตรงข้ามกับโลบหลักซึ่งเกิดจากการที่สนามไฟฟ้าหักล้างกันไม่หมด



รูปที่ 4.7 แสดงค่า SWR ของปริมิตฮอร์นตัวที่ 1

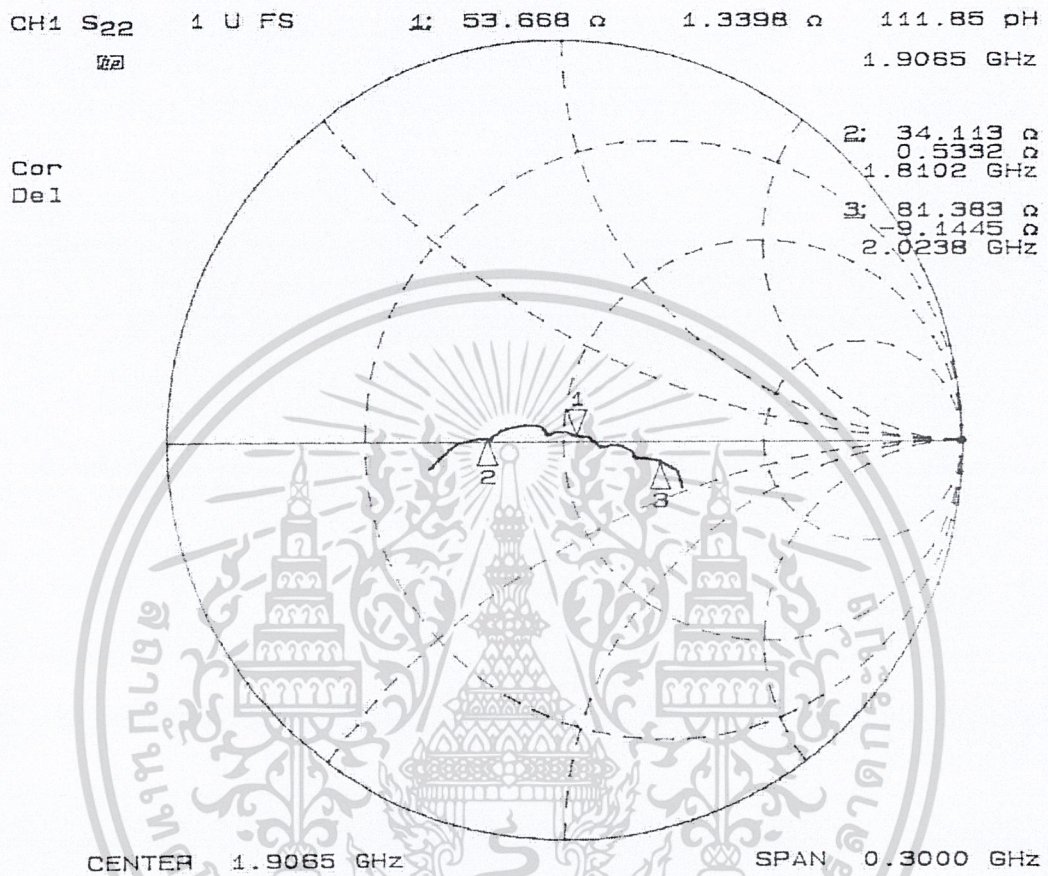
จากรูปที่ 4.7 เป็นรูปที่แสดงค่า SWR ของปริมิตฮอร์นตัวที่ 1 โดยที่จะพิจารณาค่าที่ต่ำกว่า 1.5:1 จะได้ค่าที่อยู่ในช่วงความถี่ 1.8102 GHz – 2.0238 GHz ซึ่งค่าที่วัดได้คือ 1.4783 ที่ความถี่ 1.8102 GHz และ 1.531 ที่ความถี่ 2.0238 GHz ส่วนที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ 1.0845

โดยมีค่าแบนวิดธ์คือ $BW = f_H - f_L = 2.0238 - 1.8102 = 0.2136$ GHz



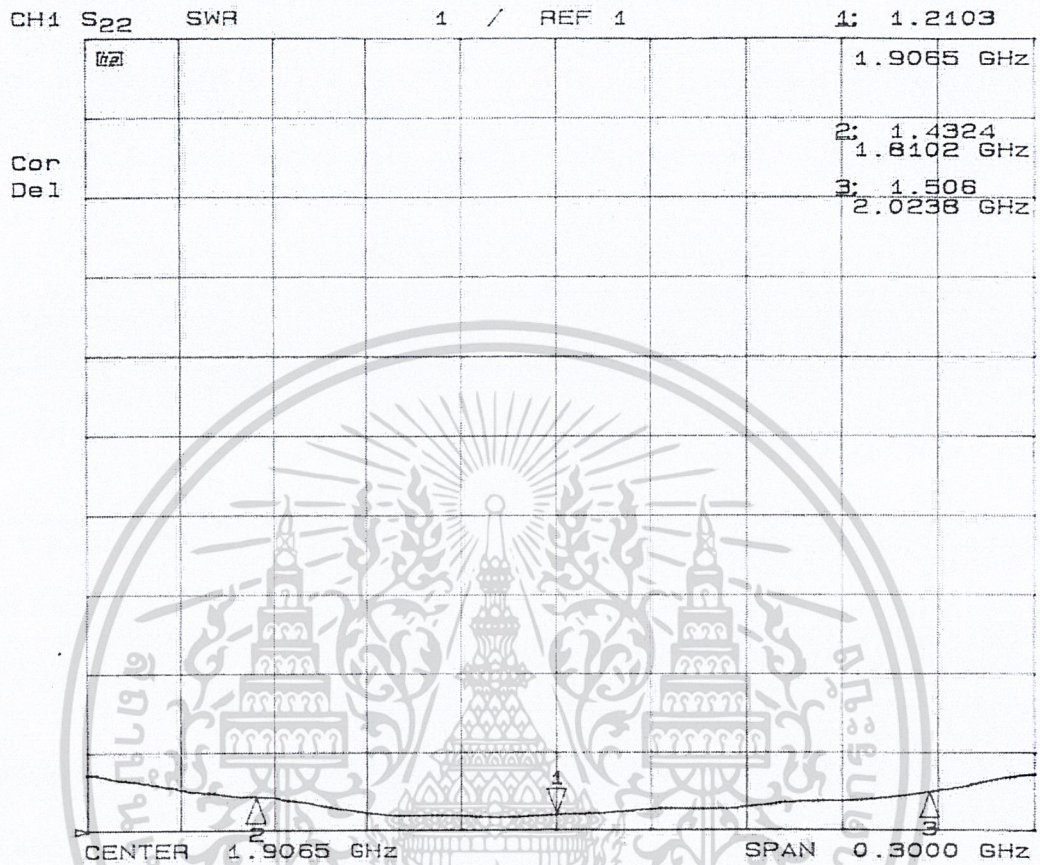
รูปที่ 4.8 แสดงค่า return loss ของปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1

รูปที่ 4.8 เป็นรูปที่แสดงค่า return loss ของปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1 ซึ่งเมื่อวัดที่ความถี่ 1.8102 GHz วัดได้ -14.635 dB ที่ความถี่ 2.0238 GHz วัดได้ -12.194 dB ที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ -26.646 dB



รูปที่ 4.9 แสดงค่า impedance ของปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1

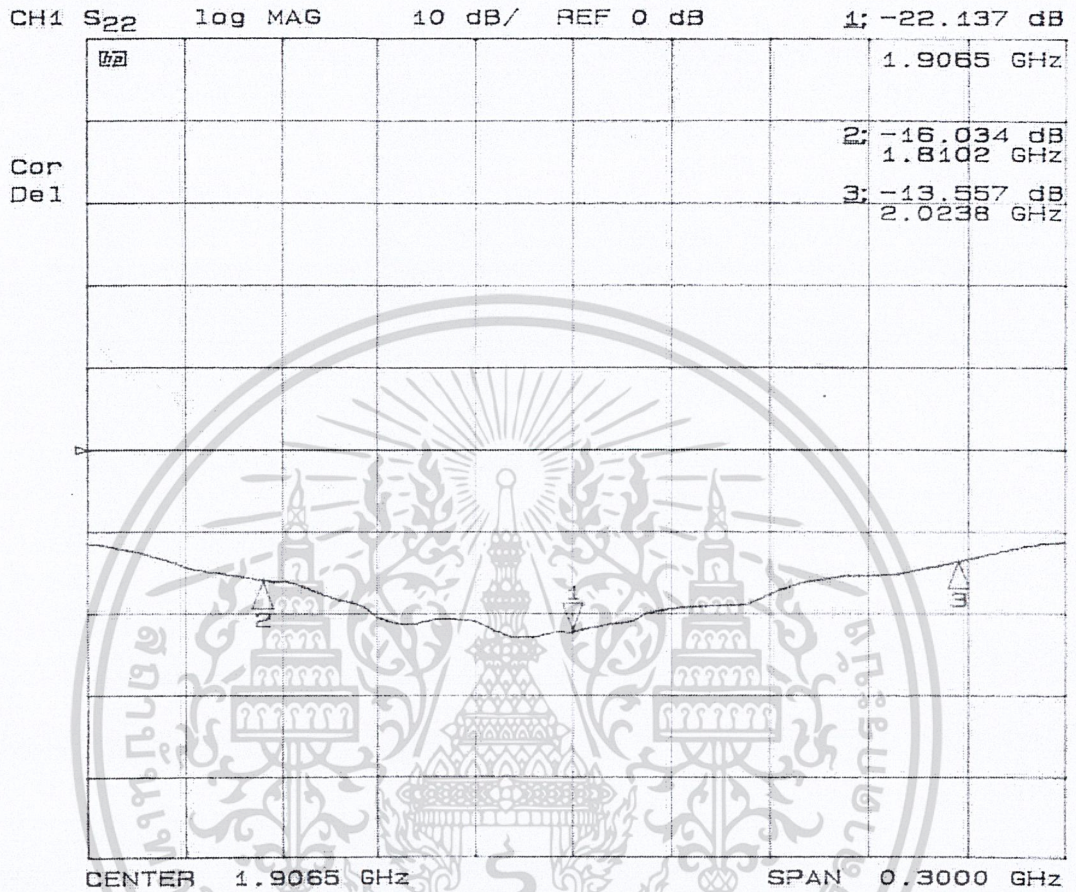
รูปที่ 4.9 เป็นรูปที่แสดงค่า impedance ของปิรามิดฮอร์นตัวที่ 1 ซึ่งเมื่อวัดที่ความถี่ 1.8102 GHz วัดได้ $34.113 + j0.5332 \Omega$ ที่ความถี่ 2.0238 GHz วัดได้ $81.383 - j9.1445 \Omega$ ที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ $53.668 + j1.3398 \Omega$



รูปที่ 4.10 แสดงค่า SWR ของไพรามิดฮอร์นตัวที่ 2

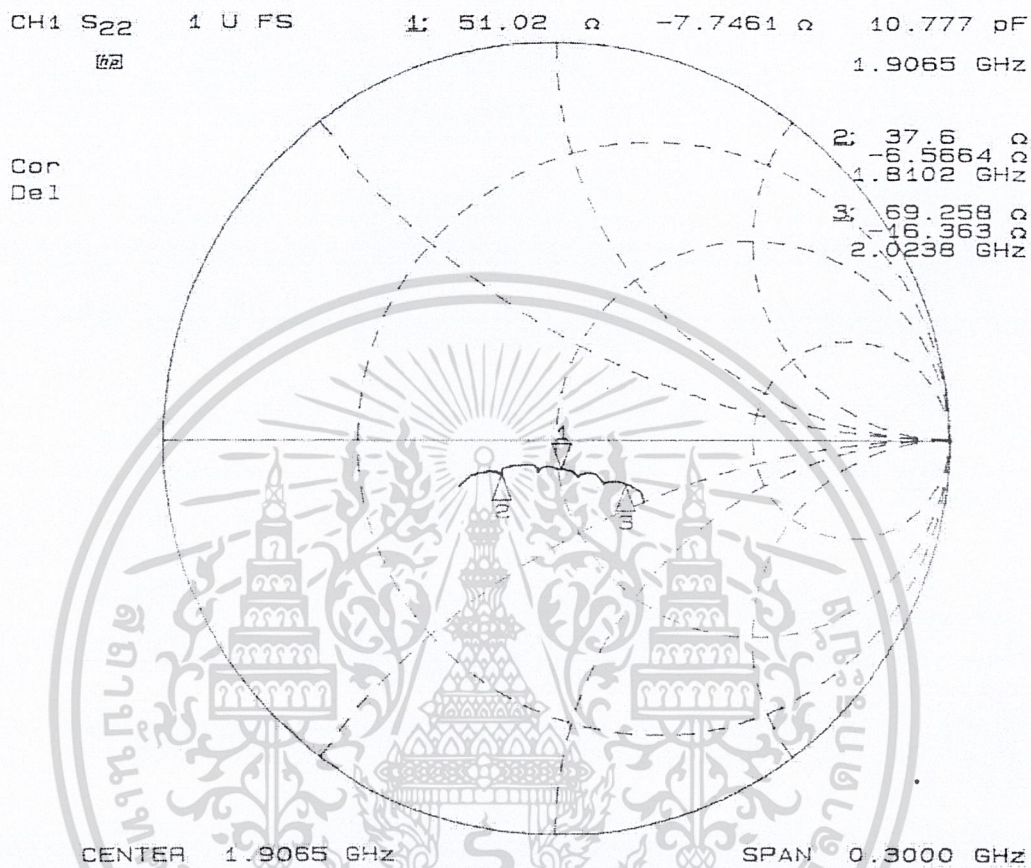
จากรูปที่ 4.10 เป็นรูปที่แสดงค่า SWR ของไพรามิดฮอร์นตัวที่ 2 โดยที่จะพิจารณาค่าที่ต่ำกว่า 1.5:1 จะได้ค่าที่อยู่ในช่วงความถี่ 1.8102 GHz - 2.0238 GHz ซึ่งค่าที่วัดได้คือ 1.4324 ที่ความถี่ 1.8102 GHz และ 1.506 ที่ความถี่ 2.0238 GHz ส่วนที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ 1.2103

โดยมีค่าแบนวิดธ์คือ $BW = f_H - f_L = 2.0238 - 1.8102 = 0.2136$ GHz



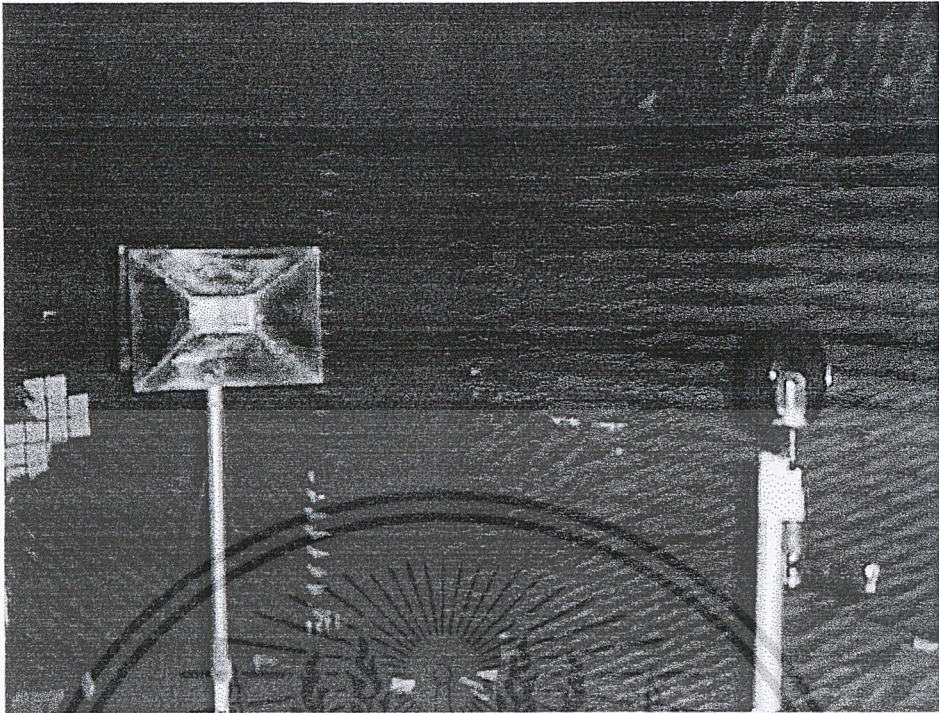
รูปที่ 4.11 แสดงค่า return loss ของปริมาตรฮอร์นตัวที่ 2

รูปที่ 4.11 เป็นรูปที่แสดงค่า return loss ของปริมาตรฮอร์นตัวที่ 1 ซึ่งเมื่อวัดที่ความถี่ 1.8102 GHz วัดได้ -16.034 dB ที่ความถี่ 2.0238 GHz วัดได้ -13.557 dB ที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ -22.137 dB



รูปที่ 4.12 แสดงค่า impedance ของปารามิตอร์ในตัวที่ 2

รูปที่ 4.12 เป็นรูปที่แสดงค่า impedance ของปารามิตอร์ในตัวที่ 1 ซึ่งเมื่อวัดที่ความถี่ 1.8102 GHz วัดได้ $37.6-j6.5664 \Omega$ ที่ความถี่ 2.0238 วัดได้ $69.258-j16.363 \Omega$ ที่ความถี่ที่ออกแบบไว้คือ 1.9065 GHz วัดได้ $51.02-j7.7451 \Omega$

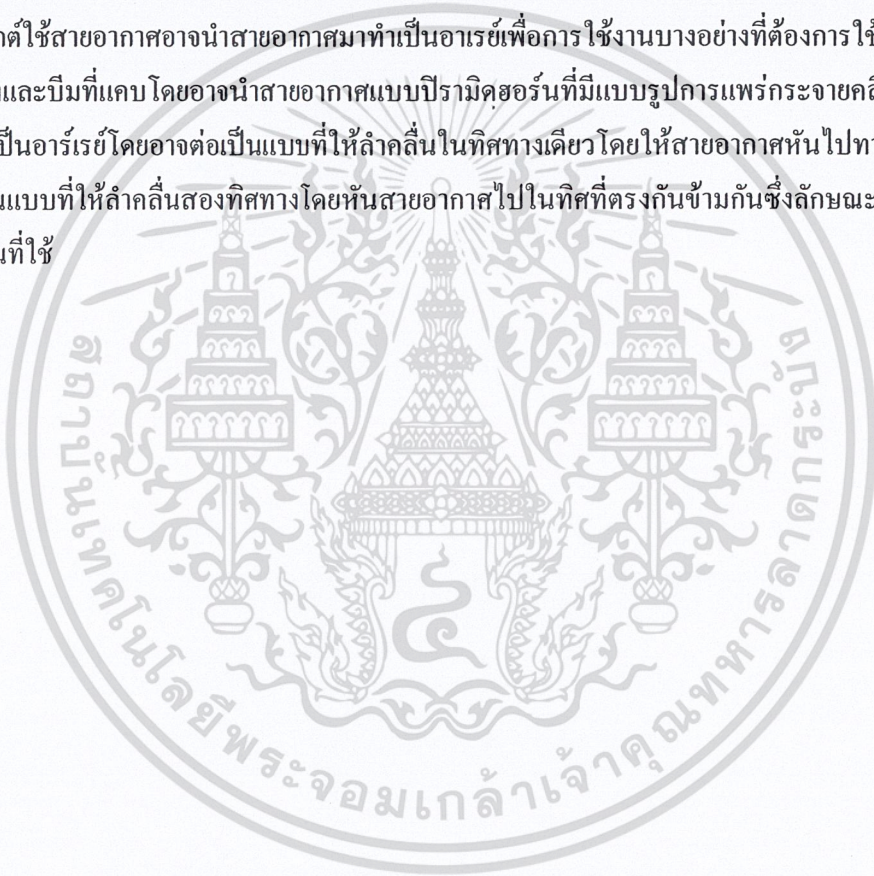


รูปที่ 4.13 การวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ H-plane

จากรูปเป็นการวัดแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ H-plane โดยสายอากาศตัวส่งจะอยู่กับที่ ส่วนสายอากาศตัวรับจะหมุนรอบตัวจนครบ 360 องศา โดยที่ตัวส่งและตัวรับจะมีลักษณะการวางโพรบในแนวตั้งเหมือนกัน

บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป

จากการที่ได้ทำโครงการเรื่องสายอากาศแบบปิรามิดฮอร์นก็จะเป็นการสร้างปิรามิดฮอร์นแล้วทำการวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศซึ่งปิรามิดฮอร์นจะมีกำลังและโคเรคทีวิตีขึ้นอยู่กับความยาวของฮอร์นหรืออะเพอเจอร์เอเรีย(Aperger area)มุมที่กางออกของฮอร์นเรียกว่าแฟร์(Flar angle)หากตัวฮอร์นมีความยาวมากกำลังขยายและโคเรคทีวิตีจะดีขึ้นเมื่อทำการวัดค่า SWR ของสายอากาศปรากฏว่าค่าของ SWR ของสายอากาศเอเลเมนต์เดี่ยวทั้งสองตัวมีค่า SWR ต่ำกว่า 1.5:1 ส่วนค่า impedance ของสายอากาศทั้งสองตัวจะมีค่าที่ใกล้เคียง 50 Ω ซึ่งค่าที่ได้จะใกล้เคียงกับทฤษฎีปัญหาที่เกิดจากทดลองคือการที่โครงสร้างของสายอากาศจะมีการผิดเพี้ยนจากที่ได้ออกแบบไว้บ้างเล็กน้อยซึ่งเกิดจากการที่สร้างสายอากาศด้วยทองเหลืองเมื่อทำการเชื่อมความร้อนจะทำให้โครงสร้างมีลักษณะผิดเพี้ยนไปบ้างส่วนการประยุกต์ใช้สายอากาศอาจนำสายอากาศมาทำเป็นอาร์เรย์เพื่อการใช้งานบางอย่างที่ต้องการใช้สายอากาศที่มีเกนสูงและบีบที่แคบโดยอาจนำสายอากาศแบบปิรามิดฮอร์นที่มีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นทิศทางเดียวมาทำเป็นอาร์เรย์โดยอาจต่อเป็นแบบที่ให้ลำคลื่นในทิศทางเดียวโดยให้สายอากาศหันไปทางเดียวกันหรือต่อเป็นแบบที่ให้ลำคลื่นสองทิศทางโดยหันสายอากาศไปในทิศที่ตรงกันข้ามกันซึ่งลักษณะที่วางจะขึ้นอยู่กับงานที่ใช้





ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

โปรแกรมที่ใช้หาค่าโคไซน์เฟรสนลอินทิกรัลโดยใช้โปรแกรม Matlab

```
%c(t)
function f1=c(x)
n=10000;
sum=0;
sum1=0;
for i=1:2:n-1
    sum1=cos(0.5*pi*(i*x/n).^2);
    sum=sum+sum1;
end
f1=2*((x/n)/2).*(1+cos(0.5*pi*(x.^2))+2*sum);
```

โปรแกรมที่ใช้หาค่าไซน์เฟรสนลอินทิกรัลโดยใช้โปรแกรม Matlab

```
%s(t)
function f1=s(x)
n=10000;
sum=0;
sum1=0;
for i=1:2:n-1
    sum1=sin(0.5*pi*(i*x/n).^2);
    sum=sum+sum1;
end
f1=2*((x/n)/2).*(sin(0.5*pi*(x.^2))+2*sum);
```

โปรแกรมที่ใช้หาค่าสนามไฟฟ้าที่นอร์มอไลซ์ในระนาบ E-plane โดยใช้โปรแกรม Matlab

```
clc;
clear all;lamda=.157356;
rho1=.057*lamda;rho2=.68*lamda;a1=1.85*lamda;b1=1.33*lamda;a=.69*lamda;
a;b=.35*lamda;
k=2*pi/lamda;m=1;
Eo=1;r=1;phi=pi/2;
theta=10^-5:.005:2*pi;
d=.1;
ky=k*sin(theta);
k1=pi/a1;
k2=pi/a1;
t1=(1/sqrt(pi*k*rho2))*(-.5*k*a1-k1*rho2);
t2=(1/sqrt(pi*k*rho2))*(.5*k*a1-k1*rho2);
t11=(1/sqrt(pi*k*rho2))*(-.5*k*a1-k2*rho2);
t22=(1/sqrt(pi*k*rho2))*(.5*k*a1-k2*rho2);
t3=(1/sqrt(pi*k*rho1))*(-.5*k*b1-ky*rho1);
t4=(1/sqrt(pi*k*rho1))*(.5*k*b1-ky*rho1);
d1=(c(t2)-c(t1)-i*(s(t2)-s(t1)));
d2=(c(t22)-c(t11)-i*(s(t22)-s(t11)));
I1=.5*sqrt(pi*rho2/k)*(exp(i*k1.^2*rho2/(2*k))*d1+exp(i*k2.^2*rho2/(2*k))*d2);
I2=sqrt(pi*rho1/k).*exp(i*ky.^2*rho1/(2*k)).*(c(t4)-c(t3)-i*(s(t4)-s(t3)));
Etheta=((1+cos(theta)).*I1.*I2);
E=abs(Etheta);
E(:);
max(E);
t=E./max(E);
a=20*log10(t);
length(a);
for i=1:length(a)
    if a(i)>=-40
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        p(i)=a(i);
    elseif a(i)<=-40
        p(i)=-40;
    end
end
end
p(:)

```

เมื่อนำค่าที่ได้ไปพล็อตโดยใช้ Microsoft excel จะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ E-plane

โปรแกรมที่ใช้หาค่าสนามไฟฟ้าที่นอร์มอลไลซ์ในระนาบ H-plane โดยใช้โปรแกรม Matlab

```

clc;
clear all;
lamda=.157356;
rho1=.057*lamda;rho2=.68*lamda;a1=1.85*lamda;b1=1.33*lamda;a=.69*lamda;
a;b=.35*lamda;
k=2*pi/lamda;
phi=0;r=1;
theta=10^-5:.005:2*pi;
ky=0;d=.1;
k1=k*sin(theta)+pi/a1;
k2=k*sin(theta)-pi/a1;
t1=sqrt(1/(pi*k*rho2))*(-.5*k*a1-k1*rho2);
t2=sqrt(1/(pi*k*rho2))*(.5*k*a1-k1*rho2);
t11=sqrt(1/(pi*k*rho2))*(-.5*k*a1-k2*rho2);
t22=sqrt(1/(pi*k*rho2))*(.5*k*a1-k2*rho2);
t3=sqrt(1/(pi*k*rho1))*(-.5*k*b1);
t4=sqrt(1/(pi*k*rho1))*(.5*k*b1);
d1=(c(t2)-c(t1)-i*(s(t2)-s(t1)));
d2=(c(t22)-c(t11)-i*(s(t22)-s(t11)));
I1=.5*sqrt(pi*rho2/k)*(exp(i*k1.^2*rho2/(2*k)).*d1+exp(i*k2.^2*rho2/(2*k)).*d2);
I2=sqrt(pi*rho1/k)*exp(i*ky.^2*rho1/(2*k)).*(c(t4)-c(t3)-i*(s(t4)-s(t3)));
Ephi=(cos(theta)+1).*I1.*I2;
e=abs(Ephi);
max(e);
t=e./max(e);
a=20*log10(t);
length(a);
for i=1:length(a)
    if a(i)>=-40
        p(i)=a(i);
    elseif a(i)<=-40
        p(i)=-40;
    end
end
end
p(:)

```

เมื่อนำค่าที่ได้ไปพล็อตโดยใช้ Microsoft excel จะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบ H-plane

ภาคผนวก ข

CHARACTERISTICS OF STANDARD RECTANGULAR WAVEGUIDES

ELA* designation WR ^b ()	Physical dimensions				Cutoff frequency for air-filled waveguide in GHz	Recommended frequency range for TE ₁₀ mode in GHz
	Inside, in cm (in.)		Outside, in cm (in.)			
	Width	Height	Width	Height		
2300	58.420 (23.000)	29.210 (11.500)	59.055 (23.250)	29.845 (11.750)	0.257	0.32-0.49
2100	53.340 (21.000)	26.670 (10.500)	53.973 (21.250)	27.305 (10.750)	0.281	0.35-0.53
1800	45.720 (18.000)	22.860 (9.000)	46.350 (18.250)	23.495 (9.250)	0.328	0.41-0.62
1500	38.100 (15.000)	19.050 (7.500)	38.735 (15.250)	19.685 (7.750)	0.394	0.49-0.75
1150	29.210 (11.500)	14.605 (5.750)	29.845 (11.750)	15.240 (6.000)	0.514	0.64-0.98
975	24.765 (9.750)	12.383 (4.875)	25.400 (10.000)	13.018 (5.125)	0.606	0.76-1.15
770	19.550 (7.700)	9.779 (3.850)	20.244 (7.970)	10.414 (4.100)	0.767	0.96-1.46
650	16.510 (6.500)	8.255 (3.250)	16.916 (6.660)	8.661 (3.410)	0.909	1.14-1.73
510	12.954 (5.100)	6.477 (2.500)	13.360 (5.260)	6.883 (2.710)	1.158	1.45-2.20
430	10.922 (4.300)	5.461 (2.150)	11.328 (4.460)	5.867 (2.310)	1.373	1.72-2.61
340	8.636 (3.400)	4.318 (1.700)	9.042 (3.560)	4.724 (1.860)	1.737	2.17-3.30
284	7.214 (2.840)	3.404 (1.340)	7.620 (3.000)	3.810 (1.500)	2.079	2.60-3.95
229	5.817 (2.290)	2.908 (1.145)	6.142 (2.418)	3.233 (1.273)	2.579	3.22-4.90
187	4.755 (1.872)	2.215 (0.872)	5.080 (2.000)	2.540 (1.000)	3.155	3.94-5.99
159	4.039 (1.590)	2.019 (0.795)	4.364 (1.718)	2.344 (0.923)	3.714	4.64-7.05
137	3.485 (1.372)	1.580 (0.622)	3.810 (1.500)	1.905 (0.750)	4.304	5.38-8.17
112	2.850 (1.122)	1.262 (0.497)	3.175 (1.250)	1.588 (0.625)	5.263	6.57-9.99
90	2.286 (0.900)	1.016 (0.400)	2.540 (1.000)	1.270 (0.500)	6.562	8.20-12.50
75	1.905 (0.750)	0.953 (0.375)	2.159 (0.850)	1.207 (0.475)	7.874	9.84-15.00
62	1.580 (0.622)	0.790 (0.311)	1.783 (0.702)	0.993 (0.391)	9.494	11.90-18.00
51	1.295 (0.510)	0.648 (0.255)	1.499 (0.590)	0.851 (0.335)	11.583	14.50-22.00
42	1.067 (0.420)	0.432 (0.170)	1.270 (0.500)	0.635 (0.250)	14.058	17.60-26.70
34	0.864 (0.340)	0.432 (0.170)	1.067 (0.420)	0.635 (0.250)	17.361	21.70-33.00
28	0.711 (0.280)	0.356 (0.140)	0.914 (0.360)	0.559 (0.220)	21.097	26.40-40.00
22	0.569 (0.224)	0.284 (0.112)	0.772 (0.304)	0.488 (0.192)	26.362	32.90-50.10
19	0.478 (0.188)	0.239 (0.094)	0.681 (0.268)	0.442 (0.174)	31.381	39.20-59.60
15	0.376 (0.148)	0.188 (0.074)	0.579 (0.228)	0.391 (0.154)	39.894	49.80-75.80

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

CHARACTERISTICS OF STANDARD RECTANGULAR WAVEGUIDES (Cont.)

EIA* designation WR ^b ()	Physical dimensions				Cutoff frequency for air-filled waveguide in GHz	Recommended frequency range for TE ₁₀ mode in GHz
	Inside, in cm (in.)		Outside, in cm (in.)			
	Width	Height	Width	Height		
12	0.310 (0.122)	0.155 (0.061)	0.513 (0.202)	0.358 (0.141)	48.387	60.50-91.90
10	0.254 (0.100)	0.127 (0.050)	0.457 (0.180)	0.330 (0.130)	59.055	73.80-112.00
8	0.203 (0.080)	0.102 (0.040)	0.406 (0.160)	0.305 (0.120)	73.892	92.20-140.00
7	0.165 (0.065)	0.084 (0.033)	0.343 (0.135)	0.262 (0.103)	90.909	114.00-173.00
5	0.130 (0.051)	0.066 (0.026)	0.257 (0.101)	0.193 (0.076)	115.385	145.00-220.00
4	0.109 (0.043)	0.056 (0.022)	0.211 (0.083)	0.157 (0.062)	137.615	172.00-261.00
3	0.086 (0.034)	0.043 (0.017)	0.163 (0.064)	0.119 (0.047)	174.419	217.00-333.00

*Electronic Industry Association ^b Rectangular waveguide

Resistivity and Conductivity of Metals

Metal	Resistivity $\Omega\text{-m} \times 10^{-8}$ at 20° C	Conductivity S/m $\times 10^6$ at 20° C
Silver	1.62	61.73
Copper	1.72	58.13
Gold	2.44	40.98
Chromium	2.60	38.46
Aluminum	2.62	38.16
Brass	3.90	25.64
Nickel	6.90	14.49
Platinum	10.50	9.52
Lead	21.90	4.56

หนังสืออ้างอิง

1. โมไนย ไกรฤกษ์ “ทฤษฎีสายอากาศ”, สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์ ,พ.ศ.2541
2. C. A. Balanis ,“Antennas Theory Analysis and Design”,John Wiley & Sons,inc.,1997
- 3 บัณฑิต วัฒนารยานนท์ “วิศวกรรมไมโครเวฟ”, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ,พ.ศ.2536

