

# การลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้น

## Model Reduction in Linear System



โดย  
นายเกียรติพงศ์ กมลรัตน์  
นายศักดิ์นา รัตนศรี

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 42474  
วัน, เดือน, ปี 23 พ.ค. 2545

.b.....
.i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# การลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้น

## Model Reduction in Linear System



โดย  
นายเกียรติพงศ์ กมลรัตน์ 40010080  
นายศักดิ์ดินา รัตน์ศรี 40010772

อาจารย์ที่ปรึกษา  
รศ. วิพันธ์ ปรีชาพานิช

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

641210151

ปริญญาโทปี การศึกษา 2543

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้น

## MODEL REDUCTION IN LINEAR SYSTEM

ผู้จัดทำ

1. นายเกียรติพงษ์ กมลรัตน์ 40010080
2. นายศักดินา รัตนศรี 40010772

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รศ. วิพันธ์ ปรินิพนธ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำเสนอวิธีการสร้างแบบจำลองระบบลดทอน โดยประยุกต์วิธีการประมาณค่าของพาด (Padé Approximation) และวิธีการประมาณค่าของเราท์ (Routh Approximation) มาใช้เพื่อให้แบบจำลองระบบลดทอนมีผลตอบสนองของเอาต์พุตใกล้เคียงกับระบบต้นแบบเดิมมากที่สุด รวมทั้งยังคงรักษาสถานะทางเสถียรภาพของระบบเอาไว้ด้วย

THESIS	Model Reduction in Linear System		
STUDENT	Mr. Kiattipong	Kamonrat	40010080
	Mr. Sakdina	Rattanasri	40010772
THE THESIS ADVISOR	Assoc. Prof. Vipan	Prijapanij	
ACADEMIC	2000		

### ABSTRACT

This thesis presents a method to construct a reduced model reduction by Padé Approximation and Routh Approximation techniques that make time response of the reduced model very close to time response of the prototype system and still retains system stability in the sense that the model is stable if the system is stable.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## II

### สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
ABSTRACT	I
สารบัญ	II
สารบัญรูป	III
สารบัญตาราง	V
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ความเป็นมา และความหมายของระบบลดทอน	3
2.1 ความเป็นมาและเหตุผลจำเป็น	3
2.2 จุดมุ่งหมายหลัก	4
บทที่ 3 การวิเคราะห์แบบจำลองระบบลดทอนในโดเมนความถี่	6
3.1 การประมาณค่าของพาเด	6
3.2 การประมาณค่าวิธีเกณฑ์เสถียรภาพของเราท์	11
3.3 การประมาณค่าของชามาซ์	17
3.4 การประมาณค่าของเลขสี่ชี้ และวาริโอ	19
3.5 การประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์	28
บทที่ 4 การทดสอบระบบ	30
4.1 ตัวอย่างที่ 1	32
4.2 ตัวอย่างที่ 2	43
บทที่ 5 บทสรุปและการวิจารณ์	63
ภาคผนวก	66
กิตติกรรมประกาศ	93
บรรณานุกรม	94

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### III

#### สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 4.1 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของพาเด	33
รูปที่ 4.2 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของเราร์	34
รูปที่ 4.3 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของชมาซ	36
รูปที่ 4.4 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของเลพลีซี และวาริโอ	37
รูปที่ 4.5 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์	39
รูปที่ 4.6 กราฟเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีต่างๆ	40
รูปที่ 4.7 กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีต่างๆ	41
รูปที่ 4.8 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของพาเด	44
รูปที่ 4.9 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของพาเด	45
รูปที่ 4.10 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของเราร์	46
รูปที่ 4.11 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของเราร์	47
รูปที่ 4.12 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของชมาซ	49
รูปที่ 4.13 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของชมาซ	50
รูปที่ 4.14 กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าเลพลีซี และวาริโอ	53

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

IV

รูปที่ 4.15	กราฟผลตอบแทนของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าเลขสี่ชี้ และวาริโอ	54
รูปที่ 4.16	กราฟผลตอบแทนของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์	56
รูปที่ 4.17	กราฟผลตอบแทนของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์	57
รูปที่ 4.18	กราฟเปรียบเทียบผลตอบแทนของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ	58
รูปที่ 4.19	กราฟเปรียบเทียบผลตอบแทนของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ	59
รูปที่ 4.20	กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ	60
รูปที่ 4.21	กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ	61

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนอง ของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1	42
ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนอง ของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2	62
ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนอง ของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2	62
ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบข้อดี และข้อเสียของการลดทอนระบบด้วยวิธีต่างๆ	64



## บทที่ 1

## บทนำ

ปัจจุบันนี้การวิเคราะห์ระบบควบคุมที่มีขนาดใหญ่ เมื่อทำการวิเคราะห์เป็นสมการสเปซ (State Space) แล้ว มักจะเกิดปัญหาเกี่ยวกับจำนวนตัวแปรสถานะ (State Variables) ซึ่งจะมีจำนวนมากหลายสถานะ ในขณะที่เดียวกันถ้าหากทำการวิเคราะห์ค่าฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) เพื่อจะศึกษาในระบบในโดเมนของความถี่ ก็จะได้จำนวนอันดับของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีค่ามาก ทำให้การวิเคราะห์ระบบกระทำได้อย่างยากมาก จากปัญหาอันนี้จึงเกิดแนวความคิดที่จะสร้างตัวแบบของระบบที่สร้างขึ้นใหม่จะต้องมีอันดับของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีขนาดเล็กกว่าระบบเดิมขณะเดียวกันเอาที่พุด (Output) ของระบบทั้งสองจะต้องใกล้เคียงกันมากที่สุด สำหรับตัวแบบของระบบที่สร้างใหม่นี้เรียกว่า ระบบลดทอน (Reduced Model)

การวิเคราะห์ระบบลดทอนนี้ ได้มีผู้สนใจศึกษาวิธีการต่างๆ ไว้เป็นจำนวนมาก และมีอยู่หลายวิธีการในการลดทอนอันดับของระบบ (Chidambara 1969 ,Davison 1966 ,Nagaraj 1971) ที่ยึดหลักการคงโพลเด่น (Dominant Poles) ของระบบเอาไว้ในแบบจำลองของระบบลดทอน ทำให้ได้ระบบลดทอนหลายรูปแบบด้วยกัน ขึ้นกับรูปแบบคณิตศาสตร์ที่ใช้ โดยที่วิธีการในโดเมนของเวลาส่วนใหญ่จะใช้วิธีทางเรขาคณิต (Geometrical Techniques) วิธีโมเมนต์แมชชิง (Moment Matching Techniques) และวิธีคงค่าไอเก็นแวลิว (Eigenvalues Preservation Techniques) ซึ่งวิธีสุดท้ายนี้เป็นวิธีที่ใช้หลักการของทฤษฎีเมตริกซ์เกี่ยวกับค่าไอเก็น และเป็นวิธีที่นิยมมากที่สุด เพราะเป็นวิธีที่เข้าใจง่าย มีนักวิจัยหลายท่านได้นำวิธีการนี้ไปพัฒนาหลายวิธีด้วยกัน ส่วนวิธีการวิเคราะห์ ในโดเมนของความถี่นั้นส่วนใหญ่จะใช้ทฤษฎีการประมาณค่า (Approximation Theory) เช่น การประมาณค่าของพาด (Padé Approximation) การประมาณค่าของราธ (Routh Approximation) หรือวิธีการประมาณค่าอื่นๆ ซึ่งวิธีการประมาณค่านี้อาจจะสามารถลดอันดับของฟังก์ชันถ่ายโอนได้

ในปริณิญาฉบับนี้ได้แสดงการวิเคราะห์ระบบลดทอนในระบบเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับเวลาในรูปโดเมนของความถี่ (Frequency Domain) เนื้อหาของปริณิญาฉบับนี้ได้แบ่งออกเป็น 5 บทคือ

บทที่ 2 กล่าวถึงแนวความคิดทั่วไป ประวัติความเป็นไป เหตุผลที่จำเป็น เทคนิค และวิธีการต่างๆที่พยายามจะลดรูปแบบของระบบ ความหมายของระบบลดทอน ตลอดจนปัญหาที่เกิดขึ้น

บทที่ 3 แสดงถึงทฤษฎี เทคนิคต่างๆในการลดทอนระบบในโดเมนความถี่ โดยใช้ทฤษฎีการประมาณค่าแบบต่างๆ ได้แก่ การประมาณค่าแบบพาด (Padé Approximation) การประมาณค่าโดย

ใช้เกณฑ์เสถียรภาพของเราท์ (Routh Stability Criterion Approximation) การประมาณค่าโดยใช้ทฤษฎีการประมาณค่าของพาเด และเกณฑ์เสถียรภาพของเราท์ทั้งวิธีของชามาซ (Shamash) และวิธีของอัน โดนิโอ เลพส์ซี่ (Antonio Lepschy) และอัมเบอร์โต วาโร (Amberto Vario) และการประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์ (Impulse Energy Approximation) ในการลดทอนอันดับของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเพื่อสร้างเป็นระบบลดทอน แสดงขั้นตอน และวิธีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ และการแก้ไขปัญหาเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบลดทอน

บทที่ 4 เป็นการทดสอบระบบโดยใช้โปรแกรมที่เขียนขึ้นมาแก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบลดทอน โดยเฉพาะ ซึ่งตัวอย่างที่นำมาทดสอบระบบใน โดเมนความถี่ โดยแสดงการหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ทั้งวิธีการคำนวณ และใช้โปรแกรม รวมทั้งการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบเดิม และระบบที่แทนด้วยระบบลดทอน

บทที่ 5 สรุป และวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบเดิมเปรียบเทียบกับระบบที่แทนด้วยลดทอน



## บทที่ 2

## ความเป็นมาและความหมายของระบบลดทอน

ในบทนี้จะกล่าวถึงประวัติความเป็นมา เรื่องราวโดยทั่วไปและเหตุผลความจำเป็นในการที่จะลดทอนตัวแบบเพื่อสร้างเป็นระบบลดทอน (Reduced Model) ตลอดจนจุดมุ่งหมายหลักในการสร้างระบบลดทอน

## 2.1 ความเป็นมาและเหตุผลจำเป็น

ในการวิเคราะห์และศึกษาระบบควบคุมสมัยใหม่ สำหรับระบบควบคุมเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Linear Time-Invariant) อาจแทนได้ด้วยสมการ

$$(D^n + a_{n-1}D^{n-1} + \dots + a_1D + a_0)y(t) = (b_mD^m + b_{m-1}D^{m-1} + \dots + b_1D + b_0)u(t) \quad \dots(2.1)$$

เมื่อกำหนด  $y(t)$  และ  $u(t)$  คือ เอาท์พุทและอินพุทของระบบตามลำดับ ถ้าให้  $x_n(t)$  เป็นตัวแปรสถานะ (State Variables) มีนิยามดังนี้

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x(t) \\ x_2(t) &= Dx(t) \\ x_3(t) &= D^2x(t) \\ &\dots \\ x_n(t) &= D^{n-1}x(t) \end{aligned}$$

จากสมการที่ 2.1 สามารถเขียนใหม่อยู่ในรูปของควบคุมได้ (Controllable Form) คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad \dots(2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และมีสมการเอาต์พุตเป็น

$$y(t) = [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n]x(t) \quad \dots(2.3)$$

เขียนเป็นรูปอย่างง่ายได้

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \dots(2.4)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad \dots(2.5)$$

สมการที่ 2.4 เรียกว่า สมการสถานะ (State Equation) และ  $x(t)$  เรียกว่า เวกเตอร์สถานะ (State Vector) โดยที่  $A, B$  และ  $C$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times n, n \times 1$  และ  $1 \times n$  ตามลำดับ

เราสามารถแสดงการวิเคราะห์ระบบ ในโดเมนของความถี่ได้ โดยการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) ของสมการที่ 2.1 ได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเป็น

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad \dots(2.6)$$

เมื่อ  $Y(s)$  และ  $U(s)$  เป็นการแปลงลาปลาซของ  $y(t)$  และ  $u(t)$  ตามลำดับ

สำหรับในกรณีระบบที่ทำการวิเคราะห์เป็นระบบขนาดใหญ่ เมื่อทำการวิเคราะห์แล้วจะได้จำนวนตัวแปรสถานะมากมายหลายร้อยสถานะ เมตริกซ์ที่ปรากฏอยู่ในสมการสถานะ จะมีมิติขนาดใหญ่มาก ถ้าวิเคราะห์ในโดเมนของความถี่ ก็จะได้สมการแสดงค่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีอันดับสูงๆ การวิเคราะห์ระบบเหล่านี้การทำได้ยากมากดังนั้นจึงเกิดแนวความคิดที่จะต้องการรูปแบบที่จะลดทอนอันดับของระบบให้อยู่ในรูปที่มีขนาดอันดับต่ำลง เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ และศึกษาผลตอบสนองของระบบ โดยผลตอบสนองของแบบจำลองของระบบลดทอนใหม่นี้จะต้องมีค่าใกล้เคียงกับระบบเดิมมากที่สุด

## 2.2 จุดมุ่งหมายหลัก

จากสมการที่ 2.1 เป็นระบบเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับเวลา ระบบใดๆจะสามารถแสดงได้ด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad \dots(2.7)$$

เมื่อทำการลดทอนอันดับของระบบเดิม แล้วสร้างแบบจำลองระบบลดทอนเป็นระบบใหม่ ซึ่งมีสมการฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นระบบที่มีอันดับน้อยกว่าระบบเดิมให้แทนด้วย

$$R(s) = \frac{q_k s^k + q_{k-1} s^{k-1} + \dots + q_1 s + q_0}{s^l + p_{l-1} s^{l-1} + \dots + p_1 s + p_0} \quad \dots(2.8)$$

ซึ่งเป็นเงื่อนไขของแบบจำลองระบบลดทอนคือ ผลตอบสนองของสมการที่ 2.7 จะต้องมีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบเดิมในสมการที่ 2.8 มากที่สุด



### บทที่ 3

#### การวิเคราะห์แบบจำลองระบบลดทอนในโดเมนของความถี่

ในระบบที่ทำการศึกษาวิเคราะห์เป็นระบบขนาดใหญ่ เมื่อทำการวิเคราะห์จะได้จำนวนตัวแปรสถานะมากมายหลายร้อยสถานะ เมตริกซ์ที่ปรากฏในสมการสถานะจะมีขนาดใหญ่่มาก ได้มีผู้วิจัยทำการศึกษาแบบจำลองระบบลดทอนในโดเมนของเวลาเป็นจำนวนมาก ในรูปสมการสเทตสเปซ ซึ่งมีจุดมุ่งหมายหลักคือการลดจำนวนตัวแปรระบบจากค่าไอเก้น (Eigenvalues) วิธีการนี้เรียกว่า เทคนิคดาวิสัน (Davison Techniques) แต่มีปัญหาที่ไม่สามารถทำได้สะดวกในการวิเคราะห์โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเลือกค่าไอเก้นที่จะคงไว้ในแบบจำลองระบบลดทอน จึงมีผู้เสนอแนวความคิดที่สร้างแบบจำลองระบบลดทอนในโดเมนของความถี่ ซึ่งมีนักวิจัยหลายท่านได้เสนอวิธีการ เช่น วิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์ วิธีการประมาณค่าแบบพาด วิธีการประมาณค่าแบบเรอ์ วิธีการกระจายเศษส่วนต่อเนื่อง (Continued-Fraction Expansion) หรืออื่นๆ ซึ่งส่วนใหญ่จะใช้ทฤษฎีการประมาณค่าทางคณิตศาสตร์และทางระบบควบคุม

#### 3.1 การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนโดยวิธีประมาณค่าแบบพาด (Padé Approximation)

ในความหมายทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ในการประมาณฟังก์ชันให้เป็นเศษส่วนเชิงเส้นของฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial Function) โดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบพาด

กำหนดให้

$$F_{m,n}(s) = [m, n] = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)} \quad \dots(3.1)$$

เป็นเศษส่วนเชิงเส้นพหุนามที่ประมาณฟังก์ชัน  $f(s) : P_m(s), Q_n(s)$  เป็นพหุนามดีกรี  $m$  และ  $n$  ตามลำดับ และจะเรียก  $N = m + n$  ว่าเป็นดัชนี (Index) ของฟังก์ชัน

$[m, n]$  เป็นการประมาณค่าแบบพาดของ  $f(s)$  ถ้ากระจาย  $[m, n]$  และ  $f(s)$  ออกเป็นอนุกรมกำลัง (Power Series) แล้ว จะต้องมามีค่าที่เหมือนกัน  $N$  เทอม (นั่นคือพจน์จะต้องเหมือนกันถึงอันดับ  $S^{m+n}$ )

ในการประมาณให้อยู่ในรูปสมการที่ 3.1 สำหรับค่า  $m, n$  ที่กำหนดมาให้เลือก  $P_m(s)$

และ  $Q_n(s)$  ให้  $f(s)$  และ  $F_{m,n}$  มีค่าเท่ากันที่  $s = 0$  และมีค่าอนุพันธ์ (Derivative) หลายค่าที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$s = 0$  ในกรณีที่  $n = 0$  การประมาณจะอยู่ในรูปเป็นการกระจายแบบแมคคลอรินของ  $f(s)$  เรา  
จะสมมติอนุกรมแมคคลอริน (Macclorin Series) สำหรับ  $f(s)$  มีอยู่ในบริเวณย่านใกล้เคียงรอบ  
 $s = 0$  มี 2 เหตุผลด้วยกันสำหรับข้อเลือกใดๆ ของ

1. จะเป็นวิธีการที่ง่ายกว่าสำหรับค่า  $s$  ใดๆ
2. ช่วงขอบเขตที่จะทำการประมาณฟังก์ชัน ส่วนใหญ่จะมีค่า 0 อยู่แต่ถ้าไม่มีค่า 0 อยู่ก็  
สามารถเปลี่ยนตัวแปรด้วยวิธีง่ายๆเพื่อให้มี 0 ได้

สมมติว่า  $P_m(s)$  และ  $Q_n(s)$  ไม่สามารถแยกแฟคเตอร์ (Factor) ได้  
ให้

$$P_m(s) = \sum_{j=0}^m a_j s^j \quad \dots(3.2)$$

$$Q_n(s) = \sum_{j=0}^n b_j s^j, b_0 = 1 \quad \dots(3.3)$$

จากสมการที่ 3.1 จะได้ว่า

$$F_{m,n}(s) = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n} \quad \dots(3.4)$$

และให้  $f(s)$  มีอนุกรม แมคคลอริน

$$\begin{aligned} f(s) &= \sum_{j=0}^{\infty} c_j s^j \quad \dots(3.5) \\ &= c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots \end{aligned}$$

จากสมการที่ 3.4 และ 3.5 พิจารณาผลต่าง

$$f(s) - F_{m,n} = \frac{\left( \sum_{j=0}^{\infty} c_j s^j \right) \left( \sum_{j=0}^n b_j s^j \right) - \left( \sum_{j=0}^m a_j s^j \right)}{\left( \sum_{j=0}^n b_j s^j \right)} \quad \dots(3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากที่ค่าคงที่  $N + 1$  ตัว ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ  $a_j$   $m + 1$  ตัว ของ  $b_j$   $n$  ตัว เราจะทำให้  $f(s) - F_{m,n}(s)$  และค่าอนุพันธ์  $N$  ค่าแรก ให้มีค่าเท่ากับ 0 ที่  $s = 0$  ซึ่งสามารถทำได้ ถ้าเทอมเศษทางด้านขวาของสมการที่ 3.6 มีกำลังสูงสุดระดับดีกรี  $N + 1$  ดังนั้น อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left( \sum_{j=0}^{\infty} c_j s^j \right) \left( \sum_{j=0}^{\infty} b_j s^j \right) - \sum_{j=0}^m a_j s^j = \sum_{j=N+1}^{\infty} d_j s^j \quad \dots(3.7)$$

สัมประสิทธิ์ ของ  $s$  กำลัง  $N +$  เทอมแรกที่หายไปทางซ้ายของสมการที่ 3.7 จะอยู่ในรูปสมการ

$$\sum_{j=0}^n c_{N-s-j} b_j = 0, \quad s = 0, 1, 2, \dots, N - m - \dots(3.8)$$

$$c_j = 0 \text{ if } j < 0, \quad b_0 = a_r = \sum_{j=0}^r c_{r-j} b_j, \quad r = 0, 1, 2, \dots, m \quad \dots(3.9)$$

$$b_j = 0 \text{ if } j > n$$

จากสมการที่ 3.8 และ 3.9 สามารถเขียนใหม่ได้เซตของสมการเชิงเส้นดังนี้

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0 c_0 \\ a_1 &= b_0 c_1 + b_1 c_0 \\ &\dots \dots \dots \\ a_m &= b_0 c_m + b_1 c_{m-1} + \dots + b_m c_0 \\ &\dots \dots \dots \\ 0 &= b_0 c_{m+n} + b_1 c_{m+n-1} + \dots + b_n c_m \end{aligned} \quad \dots(3.10)$$

จากสมการที่ 3.4 เขียนใหม่ โดยเป็นสมการของฟังก์ชันถ่ายโอน

$$G(s) = \frac{Y_m(s)}{U_n(s)} = \frac{\alpha_{n-1} s^m + \alpha_{n-2} s^{m-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad \dots(3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์  $c_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) หาได้จากสมการที่ 3.10 ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} c_{m+1} & c_m & c_{m-1} & \cdots & \cdots & c_1 \\ c_{m+2} & c_{m+1} & c_m & \cdots & \cdots & c_2 \\ c_{m+3} & c_{m+2} & c_{m+1} & \cdots & \cdots & c_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{m+n} & c_{m+n-1} & c_{m+n-2} & \cdots & \cdots & c_{m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_0 \\ -c_1 \\ -c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -c_m \end{bmatrix} \quad \dots(3.12)$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ c_1 & c_0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ c_2 & c_1 & c_0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_m & c_{m-1} & c_{m-2} & \cdots & \cdots & c_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} \quad \dots(3.13)$$

โดยที่สมการที่ 3.13 แทนชุดสมการที่ 3.10 จำนวน  $m+1$  ส่วนสมการที่ 3.12 และ 3.13 เขียนเป็นรูปแบบใหม่ของสมการที่ 3.10 และสำหรับรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนโดยทั่วไป มักจะกำหนดให้  $b_0 = b_{n-1} = 1$  สมการที่ 3.12 และ 3.13 สามารถเขียนให้ง่ายขึ้น ในรูปแบบพีชคณิตเมตริกซ์ได้เป็น

$$C_1 b = -C \quad \dots(3.14)$$

$$a = C_2 b \quad \dots(3.15)$$

สมการที่ 3.14 และ 3.15 แทนสมการที่ 3.12 และ 3.13 ตามลำดับ โดย  $C_1$  เป็นเมตริกซ์ที่มีมิติขนาดเท่ากับ  $n \times n$  ส่วน  $C_2$  มีมิติ  $(m+1) \times (m+1)$   $a, b$  และ  $c$  เป็นเวกเตอร์สดมภ์ (Column Vector) มีขนาด  $m+1, n$  และ  $m+1$  ตามลำดับ

ดังนั้นจากแนวความคิดของทฤษฎีการประมาณค่าแบบพาดนี้ จะเห็นว่า ถ้าเรามีสมการของฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งมีรูปแบบตามสมการที่ 3.11 แล้วจัดการให้อยู่ในรูปแบบสมการที่ 3.11 เมื่อเราเลือกจำนวนอันดับที่จะคงไว้ในแบบจำลองระบบลดทอน แล้วจึงคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ได้จากชุดสมการที่ 3.5

ถึงแม้ว่าแนวความคิดนี้จะมีผู้นำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบ ระบบลดทอนในโดเมนของ ความถี่กันอย่างกว้างขวาง แต่วิธีนี้ก็ยังมีข้อบกพร่องจะเห็นได้ว่าการนำค่าสัมประสิทธิ์ของระบบ เดิมมาช่วยในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของระบบลดทอน แต่ไม่มีการนำเอาค่าโพล (Poles) ของ ระบบมาพิจารณาเลย ทำให้วิธีนี้ได้ผลไม่ดีนัก

อย่างไรก็ตาม มักพบอยู่เสมอว่าวิธีการนี้อาจจะยังคงให้ระบบลดทอนที่ไม่เสถียร สำหรับการแก้ปัญหา มีนักวิจัยบางท่านเสนอว่า จะต้องมีการแก้ไขจุดของสมการที่ 3.12 บ้างเล็กน้อย โดย เริ่มจากการคำนวณค่าโพลของระบบต้นแบบจากนั้นจึงเลือกค่าโพลที่มีขนาดเล็กที่สุดที่จะคงไว้ใน ระบบลดทอน

ถ้าตัวแบบของระบบลดทอนที่ได้นี้ยังไม่เสถียรอีกให้เปลี่ยนมาใช้ค่าโพลที่จะคงไว้เป็นโพล ที่มีขนาดใหญ่มากที่สุดแทน เมื่อเลือก ค่าโพลได้แล้ว สมการสุดท้ายในเซตของสมการที่ 3.12 ให้แทน ด้วยสมการที่ 3.16

$$0 = b_0 - b_1 s_1 + b_2 s_1^2 + \dots + (-1)^k s_1^k \quad \dots(3.16)$$

เมื่อ  $s_1$  คือ โพลที่จะคงไว้ในสมการฟังก์ชันถ่ายโอน  $G(s)$  ของระบบลดทอน จากสมการที่ 3.12 จะ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c_{m+1} & c_m & c_{m-1} & \dots & \dots & c_1 \\ c_{m+2} & c_{m+1} & c_m & \dots & \dots & c_2 \\ c_{m+3} & c_{m+2} & c_{m+1} & \dots & \dots & c_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & -s_1 & s_1^2 & \dots & \dots & (-1)^{k-1} s_1^{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ (-1)^k s_1^k \end{bmatrix} \quad \dots(3.17)$$

### 3.2 การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนโดยวิธีเกณฑ์เสถียรภาพของเรอ์ (Routh Stability Criterion Approximation)

การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนโดยวิธี (Routh Stability Criterion) นักวิจัยที่ได้เสนอวิธีการประมาณค่านี้เป็นคนแรกคือนักวิจัยชื่อ ฮัทตัน (Hutton, 1971) และเฟรดแลนด์ (Friedland, 1971) ซึ่งวิธีการประมาณค่าอยู่บนพื้นฐานของเกณฑ์เสถียรภาพของเรอ์ ดังนี้

ฮัทตันได้แนะนำวิธีการลดทอนอันดับของแบบจำลองระบบลดทอนด้วยการกำหนดฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับสูง

$$G(s) = \frac{d_1 s^{n-1} + d_2 s^{n-2} + \dots + d_n}{e_0 s^n + e_1 s^{n-1} + \dots + e_n} \quad \dots(3.18)$$

อัลกอริทึม (Algorithm) ของฮัทตันเริ่มต้นด้วยการคำนวณฟังก์ชันถ่ายโอน  $\bar{G}(s)$

$$\bar{G}(s) = \frac{1}{s} G\left(\frac{1}{s}\right) \quad \dots(3.19)$$

$$\bar{G}(s) = \frac{d_n s^{n-1} + d_{n-1} s^{n-2} + \dots + d_1}{e_n s^n + e_{n-1} s^{n-1} + \dots + e_0} \quad \dots(3.20)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอน  $\bar{G}(s)$  กระจายออกเป็นผลบวกและผลคูณของเศษส่วนต่อเนื่องดังแสดงข้างล่าง

$$\begin{aligned} \bar{G}(s) = & \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_n s} \right) [ \beta_1 \\ & + \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_n s} \right) [ \beta_2 \\ & + \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_n s} \right) [ \beta_3 \\ & + \dots \\ & + \left( \frac{1}{\alpha_n s} \right) [ \beta_n ] \dots ] ] \end{aligned} \quad \dots(3.21)$$

where

$$\left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_n s} \right) \cong \frac{1}{1+\alpha_1 s + \frac{1}{\alpha_2 s + \frac{1}{\alpha_3 s + \dots + \frac{1}{\alpha_n s}}}}$$

เป็นเศษส่วนต่อเนื่อง นิยามอัลกอริทึมสำหรับคำนวณสัมประสิทธิ์  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  ของเกณฑ์เสถียรภาพของเราที่ (ระบบจะเสถียรแบบอะซิมโทติกคอลล (Asymptotical Stability) ก็ต่อเมื่อ  $\alpha_i > 0$  เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  ) สำหรับแบบจำลองของระบบลดทอน การกระจายแบบ  $\alpha - \beta$  ของสมการจะสิ้นสุดที่ลำดับ  $k$

$$\begin{aligned} \bar{R}(s) = & \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_k s} \right) [\beta_1 \\ & + \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_k s} \right) [\beta_2 \\ & + \left( \frac{1}{1+\alpha_1 s} + \frac{1}{\alpha_2 s} + \dots + \frac{1}{\alpha_k s} \right) [\beta_3 \\ & + \dots \\ & + \left( \frac{1}{\alpha_k s} \right) [\beta_k] \dots]] \end{aligned}$$

ซึ่งผลบวกจะปรากฏเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่  $k$

$$\bar{R}(s) = \frac{a_k s^{k-1} + a_{k-1} + \dots + a_1}{b_k s^k + b_{k-1} s^{k-1} + \dots + b_0} \quad \dots(3.22)$$

แล้วใช้เทคนิคแปลงส่วนกลับจะได้

$$R(s) = \frac{a_1 s^{k-1} + a_2 s^{k-2} + \dots + a_k}{b_0 s^k + b_1 s^{k-1} + \dots + b_k} \quad \dots(3.23)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก  $\alpha_i > 0; i = 0, 1, 2, \dots, n$  ระบบอันดับ  $n$  มีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติก และเซต  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{k-1}, \alpha_k\}$  เป็นสับเซตของ  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n\}$  ดังนั้น ถ้าระบบอันดับสูงที่กำหนดให้ มีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติกแล้ว แบบจำลองของระบบลดทอนอันดับต่ำที่คำนวณโดยวิธีการนี้ จะ มีเสถียรภาพด้วย นั่นคือ การลดทอนอันดับของระบบวิธีนี้จะคงไว้ซึ่งความที่เสถียรภาพ

สัมประสิทธิ์ในอนุกรมกำลังของ  $G(s)$  และ  $R(s)$  รอบ  $s = 0$  สามารถพิสูจน์ได้เหมือนกัน อย่างน้อย  $k$  เทอมแรก

ให้

$$g(t) = L^{-1}\{G(s)\} \quad \dots(3.24)$$

นิยามพลังงานผลตอบแทนอิมพัลส์ (Impulse Energy Response) ของระบบเป็น

$$I = \int_0^{\infty} g(t) dt \quad \dots(3.25)$$

จากทฤษฎีของแอสโตรม (Astrom, 1970) พลังงานผลตอบแทนอิมพัลส์  $I_k$  ของแบบจำลองระบบลดทอนอันดับ  $k$  จะสามารถกำหนดได้เป็น

$$I_k = E_1 + E_2 + \dots + E_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

โดย

$$E_i = \frac{\beta_i^2}{2\alpha} \quad \dots(3.26)$$

และ  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}, \beta_n\}$  เป็นลำดับพารามิเตอร์แอลฟาและเบตาที่ใช้ในการคำนวณแบบจำลองระบบลดทอน

เนื่องจากระบบที่มีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติก ดังนั้น  $E_i$  จะมีค่าเป็นบวกเสมอ

$$I_1 \leq I_2 \leq I_3 \leq \dots \leq I_n = I \quad (3.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่า ระบบอันดับสูงจะมีการประมาณผลตอบสนองอิมพัลส์อย่างใกล้เคียง โดยใช้สมการที่ 3.26 เป็นเกณฑ์ในการเลือกอันดับของแบบจำลองระบบลดทอน

ในปี ค.ศ. 1975 วิธีการประมาณค่าของฮัทตัน ถูกทำให้ง่ายขึ้นโดยการเสนอแนะวิธีการของชีชาดรี (Sheshadri) และคริสชานามูร์ตี (Krishnamurthy) ให้คำนวณแบบจำลองระบบลดทอนจาก สมาชิกในตารางเราร์โดยวิธีเกณฑ์เสถียรภาพของเรา  
กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีอันดับสูง ดังนี้

$$H(s) = \frac{b_{11}s^m + b_{21}s^{m-1} + b_{12}s^{m-2} + b_{22}s^{m-3} + \dots}{a_{11}s^n + a_{21}s^{n-1} + a_{12}s^{n-2} + a_{22}s^{n-3} + \dots} \quad \dots (3.28)$$

ซึ่งถ้าใช้เกณฑ์เสถียรภาพของเรา สำหรับตัวเศษ และส่วนของพหุนามของสมการที่ 3.28 เขียนเป็นตาราง / และ // ได้ดังนี้

able I : Numerator Stability Array					
$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$	$b_{14}$	...	...
$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{23}$	$b_{24}$	...	...
$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{33}$	...	...	
$b_{41}$	$b_{42}$	$b_{43}$	...	...	
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
$b_{m-2,1}$	$b_{m-2,2}$				
$b_{m-1,1}$	$b_{m-1,2}$				
$b_{m,1}$					
$b_{m+1,1}$					

ตารางที่ 3.1 แสดงตารางเราร์ของตัวเศษของพหุนาม

able II : Denominator Stability Array

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$\dots$	$\dots$
$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	$\dots$	$\dots$
$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$a_{n-2,1}$	$a_{n-2,2}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$a_{n-1,1}$	$a_{n-1,2}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$a_{n,1}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$a_{n+1,1}$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

ตารางที่ 3.2 แสดงตารางเรอิชของตัวส่วนของพหุนาม

แถวแรกของแต่ละตารางประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ของกำลังคี่และแถวที่ 2 จะประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นกำลังคู่ ตารางที่สมบูรณ์จะทำการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ในแถวถัดไปด้วยวิธี

$$C_{i,j} = C_{i-2,j+1} \frac{C_{i-2,1} \times C_{i-1,j+1}}{C_{i-1,1}} \quad \dots (3.29)$$

โดยที่  $i \geq 3$  และ  $i \leq j \leq \frac{n-i+3}{2}$

จะเห็นได้ว่า 2 แถวแรกของตารางจะสามารถหาได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับ  $n$  ถ้าต้องการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่อันดับ  $n-1$  จะพิจารณาที่แถวที่ 2 และ 3 ซึ่งแถวที่ 3 นั้นได้จากผลการคำนวณของตารางที่ 1 และ 2 ได้ดังนี้

$$H_{n-1}(s) = \frac{b_{21}s^{m-1} + b_{31}s^{m-2} + b_{22}s^{m-3} + b_{32}s^{m-4} + \dots}{a_{21}s^{n-1} + a_{31}s^{n-2} + a_{22}s^{n-3} + a_{32}s^{n-4} + \dots} \quad \dots (3.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่จะลดทอนที่อันดับ  $k (\leq n)$  จะสามารถสร้างได้จากแถวที่  $(m+2-k)$  และแถวที่  $(m+3-k)$  ของตาราง 1 และแถวที่  $(n+1-k)$  และแถวที่  $(n+2-k)$  ของตารางที่ 2

$$H_k(s) = \frac{b_{(m+2-k),1}s^{k-1} + b_{(m+3-k),1}s^{k-2} + b_{(m+2-k),2}s^{k-3} + \dots}{a_{(n+1-k),1}s^k + a_{(n+2-k),1}s^{k-1} + a_{(n+1-k),2}s^{n-2} + \dots} \dots (3.31)$$

โดยที่  $k \geq m+1$

สำหรับระบบที่ไม่เสถียร วิธีนี้จะใช้เมื่อระบบเสถียรแบบอะซิมพ์โทติกอล ซึ่งถ้าระบบไม่เสถียรวิธีนี้ก็ใช้ไม่ได้ โดยคอลัมน์แรกของตารางเราจะเป็นลบ ซึ่งจะได้ข้อสรุปมาข้อหนึ่งว่าถ้าระบบไม่เสถียร ระบบลดทอนจะไม่เสถียรด้วย ดังนั้น จะต้องทำการแยกโพลที่ไม่เสถียรออกมาและคงไว้ในระบบลดทอน

$$H(s) = \frac{p(s)}{v(s)q(s)} = \frac{1}{v(s)} H_s(s) \dots (3.32)$$

$v(s)$  เป็นโพลที่ 0 หรือโพลที่อยู่ทางด้านขวาของระนาบเชิงซ้อน

$H_s(s)$  เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรที่ใช้วิธีตามที่ได้กล่าวมาแล้วประมาณค่า

$$H_R(s) = \frac{1}{v(s)} H_{R_s}(s) \dots (3.33)$$

แต่วิธีที่คริสตอานาเมอร์ตีเสนอขึ้นมานั้นยังมีข้อจำกัดอยู่หลายประการคือ ในกรณีที่หัดซ้ายสุดเป็นศูนย์ซึ่งเกิดจากส่วนของซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนอยู่ทางด้านขวามือของระนาบเชิงซ้อน (Complex Plane) หรือในกรณีที่มิได้มีแฉกใด ๆ มีค่าเป็นศูนย์หมด สามารถเกิดขึ้นได้ในตารางเรา แม้ว่าระบบเดิมนั้นจะเสถียรก็ตามที่

หลังจากที่วิธีการประมาณค่าของฮัทตัน และคริสตอานาเมอร์ตี ได้เผยแพร่แม้ว่าจะมีข้อจำกัดอยู่หลายประการ แต่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก นักวิจัยอีกหลายท่านได้นำวิธีการนี้ไปพัฒนาและปรับปรุงเป็นจำนวนมากมาย



ค่าโมเมนต์ของ  $G(s)$  จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ  $c_i$  และสามารถกำหนดได้ (Shamash 1973)

$$c_i = \frac{1}{i!} \times (\text{i th time moment of the stem})$$

ดังนั้นถ้าแบบจำลองระบบลดทอนกำหนดค่า  $c_i$  ที่เท่ากัน ซึ่งจะมีผลกระทบต่อการคงโมเมนต์เวลาของระบบ

สมมติว่าแบบจำลองระบบลดทอนที่ต้องการ  $R(s)$  อันดับ  $k$

$$R(s) = \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_{k-1}s^{k-1}}{b_0 + b_1s + \dots + b_{k-1}s^{k-1} + b_k s^k} \quad \dots(3.37)$$

จะสังเกตว่าอันดับของตัวเศษ  $R(s)$  และ  $G(s)$  จะน้อยกว่าตัวส่วนอยู่หนึ่ง

สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอน  $R(s)$  ใช้การประมาณค่าแบบพาดจาก  $G(s)$  เราจะได้ชุดสมการ

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0c_0 \\ a_1 &= b_0c_1 + b_1c_0 \\ &\dots \\ a_m &= b_0c_m + b_1c_{m-1} + \dots + b_m c_0 \\ &\dots \\ 0 &= b_0c_{m-n} + b_1c_{m-n-1} + \dots + b_n c_m \end{aligned} \quad \dots(3.38)$$

สมการที่ 3.38 ใช้ในการหาค่าของ  $b_i, a_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k-1$ ) เมื่อ  $b_k = 1$  แต่แบบจำลองระบบลดทอนที่ได้ อาจจะไม่เสถียรได้ถึงแม้ว่าระบบต้นแบบที่ทำการลดทอนจะเสถียรก็ตาม

วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความไม่มีเสถียรภาพ คือ ให้ทำการคำนวณจากตัวส่วนของ  $R(s)$  ซึ่งให้อัลฟาพารามิเตอร์ (Alpha Parameters) เหมือนกับอัลฟาพารามิเตอร์ของ  $G(s)$  สามารถหาได้ดังนี้

ให้ (สมมติ  $n$  เป็นเลขคู่)

$$\underline{Q}(s) = \frac{1}{1 + \frac{e_0 + e_2 s^2 + e_4 s^4 + \dots + e_n s^n}{e_1 s + e_3 s^3 + \dots + e_{n-1} s^{n-1}}} \quad \dots(3.39)$$

$$\underline{Q}(s) = \frac{1}{1 + \alpha_1 \frac{1}{s} + \frac{1}{\alpha_2 \frac{1}{s} + \frac{1}{\dots}} + \frac{1}{\alpha_n \frac{1}{s}}} \quad \dots(3.40)$$

เทอมส่วนของ  $R(s)$  จะถูกกำหนดโดยเทอมส่วนของเศษส่วนต่อเนื่อง

$$\underline{Q}(s) = \frac{1}{1 + \alpha_1 \frac{1}{s} + \frac{1}{\alpha_2 \frac{1}{s} + \frac{1}{\dots}} + \frac{1}{\alpha_k \frac{1}{s}}} \quad \dots(3.41)$$

เศษส่วนต่อเนื่อง (39) นี้สามารถอินเวอร์ตโดยใช้เซตของความสัมพันธ์เวียนบังเกิด หลังจากได้เทอมส่วนของ  $R(s)$  ทราบค่า  $a_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k - 1$ ) และดังนั้น จะสามารถหาได้ โดยการแก้สมการที่ 3.38 จะสังเกตว่าอันดับเศษของแบบจำลองระบบลดทอนสามารถเลือกได้อย่างอิสระจากเทอมส่วน ในขณะที่วิธีของเราที่ให้อันดับเศษน้อยกว่าเทอมส่วนอยู่หนึ่ง

### 3.3.2 การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนโดยวิธีการประมาณค่าของอันโตนิโอ เลพส์ชี และอัมเบอร์โต วาริโอ

ในปี ค.ศ 1982 อันโตนิโอ เลพส์ชี (Antonio Lepschy) และอัมเบอร์โต วาริโอ (Umberto Vario) ได้เสนอวิธีการปรับปรุงการสร้างแบบจำลองระบบลดทอนของซามาซที่ได้อธิบายไว้ โดยมุ่งให้ความสนใจในส่วนที่เป็นสมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation) ของระบบลดทอนทำการปรับปรุงวิธีการคำนวณให้มีกฎเกณฑ์และมีขอบเขตที่จะประกันว่าเมื่อทำการลดทอนอันดับของ

ระบบแล้วยังคงมีเสถียรภาพพิจารณาระบบที่ต่อเนื่องที่เป็นเชิงเส้นไม่ขึ้นกับเวลา (Linear Time Invariant) แบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต (SISO : Single-Input Single-Output)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ คือ

$$W_a(s) = \frac{C \operatorname{adj}(sI - A) B}{\det(sI - A)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} ; a_n = 1, m < n$$

และฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองระบบลดทอนที่ได้จากระบบ คือ

$$W_a(s) = \frac{\sum_{i=0}^{r-1} \beta_i s^i}{\sum_{i=0}^r \alpha_i s^i} ; \alpha_r = 1, r < n$$

เป็นที่รู้กันว่าวิธีประมาณค่าแบบพาเดจะช่วยให้แบบจำลองลดทอน  $W_a(s)$  ที่แสดงในรูปอนุกรมแมคคลอรินที่มีสัมประสิทธิ์  $\gamma_i$

$$W_a(s) = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i s^i$$

จะเท่ากันกับระบบเดิม  $W(s)$  ที่แสดงอยู่ในรูปอนุกรมแมคคลอรินที่มีสัมประสิทธิ์  $c_i$

$$W(s) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i s^i$$

ให้อันดับ  $r$  ของ  $W_a(s)$  จำนวนสัมประสิทธิ์  $\gamma_i$  ที่เท่ากันหรือตรงกันกับสัมประสิทธิ์  $c_i$  โดยการเลือกของ  $\alpha_i$  และ  $\beta_i$  เท่ากับ  $2r$  จากจุดมุ่งหมายนี้ มีความจำเป็นในการแก้กลุ่มสมการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma_i(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{r-1}) = c_i \quad ; i = 0, 1, \dots, 2r - 1 \dots (3.42)$$

มันมีค่าไม่ต่างกัน ถ้าเราทำการคูณ  $\sum_{i=0}^r \alpha_i s^i$  ตลอดสมการ

$$\sum_{i=0}^{r-1} \beta_i s^i = \left( \sum_{i=0}^r \alpha_i s^i \right) \left( \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i s^i \right)$$

ทำการแทนสัมประสิทธิ์  $\gamma_i$  ใน ที่ตรงกับสัมประสิทธิ์  $c_i$  และเท่ากันกับสัมประสิทธิ์  $\beta_i$  ของ  $s^i$  ที่ของ เราได้กลุ่มสมการ ดังนี้

$$\beta_i = \sum_{j=0}^i \alpha_j c_{i-j} \quad \begin{cases} i = 0, 1, \dots, 2r - 1 \\ \beta_i = 0 \text{ for } i < r - 1 \end{cases} \dots (3.43)$$

จะได้เป็นสมการเส้นตรงที่มี  $\alpha_i$  และ  $\beta_i$  และได้คำตอบที่มีลักษณะเดียวกับสมการพหุนาม

$$P_n(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i \dots (3.44)$$

เป็นตัวส่วนของ  $(s)$  ทำการเขียนตารางเรอ์ของ  $P_n(s)$  จะได้ว่า

$n$	$a_{a,n}$	$a_{n-2,n}$	$a_{n-4,n}$
$n - 1$	$a_{n-1,n-1}$	$a_{n-3,n-1}$	$a_{n-5,n-1}$
$n - 2$	$a_{n-2,n-2}$	$a_{n-4,n-2}$	
$n - 3$	$a_{n-3,n-3}$	$a_{n-5,n-3}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$3$	$a_{33}$	$a_{13}$	
$2$	$a_{22}$	$a_{02}$	
$1$	$a_{11}$		
$0$	$a_{00}$		

จากแถวที่ 3 ลงมามีตัวดัชนี (index) อยู่ 2 ตัว โดยตัวดัชนีตัวที่ 2 จะเหมือนกันทุกตัวของสมาชิกในแถวนั้นๆ และจะตรงกับอันดับของสมการพหุนาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าให้รูปแบบสมการพหุนามเป็น

$$Q_i(s) = \sum_{j=0}^i a_{ji} s^j$$

$a_{ji} = 0$  สำหรับจำนวนที่  $j$  ถ้า  $i$  เป็นจำนวนคู่ และสำหรับจำนวนที่  $j$  ถ้า  $i$  เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า

$$P_i'(s) = Q_i(s) + k_{i-1}Q_{i-1}(s) ; k_{i-1} > 0 \quad \dots(3.45)$$

เราจะสังเกตเห็นได้ทันทีว่า  $P_n(s)$  เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์ (Herwitz Polynomial)  $P_i'(s)$  ทั้งหมดจะต้องเป็นพหุนามเฮอริวิตซ์ด้วย เมื่อเขียนตารางเรอริทซ์แล้ว พบว่าสมาชิกแต่ละตัวจะเท่ากัน (หรือในแต่ละแถวจะถูกคูณด้วยจำนวนบวกของอันเดิม) จาก  $i$  ลงไปของตาราง  $P_n(s)$  : ถ้าไม่มีการเปลี่ยนเครื่องหมายที่คอลัมน์ซ้ายสุดของตาราง  $P_i'(s)$

เราสามารถแสดงได้ว่า ถ้าคำตอบของ อยู่ทางซ้ายมือของเส้นจำนวนจริง ดังนั้นคำตอบ

$$P_i''(s) = Q_i(s) + k_{i-1}Q_{i-1}(s) + k_{i-2}Q_{i-2}(s) \\ \text{เมื่อ } k_{i-1} > 0 ; k_{i-2} > -1 \quad \dots(3.46)$$

ก็จะอยู่ทางซ้ายมือของเส้นจำนวนจริง

ก่อนอื่น เราจะสังเกตว่า  $k_{i-1}$  จะต้องมีค่าเป็นบวกเสมอในอันดับของ  $P_i''(s)$  ที่เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์ ยิ่งไปกว่านั้นสัมประสิทธิ์ที่ติดกรี  $i-1, i-3, i-5, \dots$  ต้องเป็นลบหรือศูนย์ทั้งคู่

จากข้อกำหนดในสมการที่ 3.46 จะได้ว่า

$$Q_i(s) = a_{ii}s^i + a_{i-2}i s^{i-2} + a_{i-4}i s^{i-4} + \dots \quad \dots(3.47)$$

$$Q_{i-1}(s) = a_{i-1,i-1}s^{i-1} + a_{i-3,i-1}i s^{i-3} + a_{i-5,i-1}i s^{i-5} + \dots \quad \dots(3.48)$$

แสดงสัมประสิทธิ์ของ  $Q_{i-2}(s)$  ในเทอมของ  $Q_i(s)$  และ  $Q_{i-1}(s)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Q_{i-2}(s) = (a_{i-2,i} - \frac{a_{i,j}a_{i-3,i-1}}{a_{i-1,i-1}})s^{i-2} + (a_{i-4,i} - \frac{a_{i,j}a_{i-5,i-1}}{a_{i-1,i-1}})s^{i-4} + \dots \quad \dots(3.49)$$

ดังนั้น

$$Q_i''(s) \equiv Q_i(s) + k_{i-2}Q_{i-2}(s)$$

$$Q_i''(s) = a_{i,i}s^i + \left[ a_{i-2,i} + k_{i-2} \left( a_{i-2,i} - \frac{a_{i,j}a_{i-3,i-1}}{a_{i-1,i-1}} \right) \right] s^{i-2}$$

$$+ \left[ a_{i-4,i} + k_{i-2} \left( a_{i-4,i} - \frac{a_{i,j}a_{i-5,i-1}}{a_{i-1,i-1}} \right) \right] s^{i-4} + \dots \quad \dots(3.50)$$

ทำการจัดพจน์ใหม่

$$Q_i''(s) = a_{i,i}s^i + \left[ (1 + k_{i-2})a_{i-2,i} - k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-3,i-1}}{a_{i-1,i-1}} \right] s^{i-2}$$

$$+ \left[ (1 + k_{i-2})a_{i-4,i} - k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-5,i-1}}{a_{i-1,i-1}} \right] s^{i-4} + \dots \quad \dots(3.51)$$

ดังนั้น 3 แถวแรกของตาราง ของ  $P_i''(s)$  คือ

$i$	$a_{i,i}$	$(1 + k_{i-2})a_{i-2,i}$	$(1 + k_{i-2})a_{i-4,i}$
		$-k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-3,i-1}}{a_{i-1,i-1}}$	$-k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-5,i-1}}{a_{i-1,i-1}}$
$i-1$	$k_{i-1}a_{i-1,i-1}$	$k_{i-1}a_{i-3,i-1}$	$k_{i-1}a_{i-3,i-1}$
$i-2$	$(1 + k_{i-2})a_{i-2,i}$	$(1 + k_{i-2})a_{i-4,i}$	
	$-k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-3,i-1}}{a_{i-1,i-1}}$	$-k_{i-2} \frac{a_{i,j}a_{i-5,i-1}}{a_{i-1,i-1}}$	

... (3.52)

จะเห็นได้ชัดว่าที่แถวอันดับ  $i-1$  จะเท่ากับแถวที่มีอันดับตรงกันกับตารางเรอ์ชของ  $P_i'(s)$  และแถวที่มีอันดับ  $i-2$  จะเท่ากับแถวที่มีอันดับเดียวกันกับตารางเรอ์ชของ  $P_i'(s)$  โดยคูณด้วย

$(1 + k_{i-2})$  ที่แถวอันดับ  $i-3, i-5, i-7, \dots$  จะเท่ากับแถวที่อันดับเดียวกันของตารางเรอ์ช

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของ  $P_i'(s)$  ในขณะที่แถวอันดับ  $i-2, i-4, i-6, \dots$  จะตรงกับแถวที่อันดับเดียวกันของ  $P_i'(s)$  โดยคูณ  $(1 + k_{i-2})$  ยิ่งไปกว่านั้นสัมประสิทธิ์ที่อันดับสูงสุดใน  $P_i'(s)$  และ  $P_i(s)$  เท่ากัน คือ  $a_{i,i}$

เราจะสรุปได้ว่าถ้าสมาชิกทุกตัวในคอลัมน์ซ้ายสุดของตารางเรซของ  $P_i'(s)$  เป็นบวก และจะสรุปได้ว่า  $k_{i-2} > -1$  สมาชิกทุกตัวที่คอลัมน์ซ้ายสุดในตารางเรซของ  $P_i'(s)$  ก็จะเป็นบวกหมด

จากที่ได้ทำการพิจารณาข้างต้น

$$P_r(s) = Q_r(s) + k_{r-1}Q_{r-1}(s) + k_{r-2}Q_{r-2}(s) \\ \text{เมื่อ } k_{r-1} > 0 ; k_{r-2} > -1 \quad \dots(3.53)$$

ซึ่งสร้างมาจากตารางเรซในสมการที่ 3.44 และจะเป็นพหุนามเฮอร์วิทซ์ ดังนั้น ปัญหาในการสร้างสมการคุณลักษณะสามารถแก้ไขได้โดยใช้  $P_r(s)$  เป็นตัวส่วนของ  $W_a(s)$

ทำการแทนลงไปในสมการที่ 4.42 ในสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของ  $\alpha_i$  ในรูปฟังก์ชันเส้นตรงของ  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  เราจะได้ชุดสมการเชิงเส้น  $r+2$  สมการที่ไม่ทราบค่าของ  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{r-1}, k_{r-1}, k_{r-2}$ แน่นอนจะต้องเท่ากับสัมประสิทธิ์  $\gamma_i$  ของแต่ละตัวในรูปอนุกรมแมคคลอรินของ  $W_a(s)$  และจะตรงกับสัมประสิทธิ์  $c_i$  ของ  $W(s)$  เมื่อ  $0 \leq i \leq r+1$ .

ถ้าเราเขียน  $P_r(s)$  เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนตัวส่วนของ  $W_a(s)$

$$P_r(s) = \sum_{i=0}^r a_i s^i \quad ; \quad \alpha_r = 1 \quad \dots(3.54)$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\alpha_i = \begin{cases} \frac{a_{1,r}}{a_{r,r}} + k_{r-2} \frac{a_{1,r-2}}{a_{r,r}} & \text{for } r-i \text{ even} \\ k_{r-1} \frac{a_{1,r-1}}{a_{r,r}} & \text{for } r-i \text{ odd} \end{cases} \quad \dots(3.55)$$

ดังนั้น ชุดสมการเมื่อสมมติให้  $r$  เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า



$\gamma_{r+1}$  จาก  $c_r$  และ  $c_{r+1}$  โดยเฉพาะไม่ว่ากรณีใดๆ  $\gamma_i = c_i$  เมื่อ  $i = 0, 1, \dots, r-1$  โดยชุดสมการที่ 3.57

ในการหาค่าที่เหมาะสมของ  $k_{r-1}, k_{r-2}$  สามารถใช้ทั้งการสุ่มค่าลงไปเรื่อยๆ หรือ วิธีค่าความผิดพลาด (Error Method) ก็เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่ถูกใช้โดยนักวิจัยซิงห์ (Singh) ที่ได้เคยเสนอไว้ แต่ควรมีวิธีที่เป็นระบบมากกว่านี้ในการหาค่าของ  $k_{r-1}, k_{r-2}$

อันโตนิโอ เกลสส์ซี และอัมเบอร์โต วาริโอ ได้เสนอว่าในขั้นแรก เราจะทำการพิจารณาที่  $\gamma_r = c_r$  โดยยังไม่พิจารณาที่  $c_{r+1}$  จุดมุ่งหมายก็เพื่อทำการพิจารณาสมการแรกที่เป็นสมการหนึ่งในชุดสมการซึ่งจะไม่มี  $c_{r+1}$  เข้ามาเกี่ยวข้อง สมการแรกนี้จะมีลักษณะเป็นเชิงเส้นที่ประกอบด้วย  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  เมื่อนำมาแสดงที่ระนาบ  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  จะเป็นเส้นตรงเมื่อ  $\gamma_r = c_r$  ถ้าเส้นตรงเข้าไปในพื้นที่เสถียรภาพ จุดที่อยู่บนเส้นตรงนี้ที่อยู่ในพื้นที่จะทำให้แบบจำลองระบบลดทอนมีเสถียรภาพและค่าของ  $|\gamma_{r+1} - c_{r+1}|$  จะมีค่าเบี่ยงเบนไม่มากนัก

ถ้าเส้นตรงไม่เข้าไปในพื้นที่เสถียรภาพ เราจะทำการพิจารณาที่  $\gamma_{r+1} = c_{r+1}$  โดยค่า  $\gamma_r$  เป็นค่าคงที่ ขณะที่สัมประสิทธิ์  $c_r$  จะเป็นฟังก์ชันของ  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  ที่ได้จากสมการแรกในชุดสมการที่ 3.57 และทำการแทนลงไปในสมการที่ 2 ของชุดสมการที่ 3.57 จะได้สมการเป็นกำลังสองของรูปวงรีที่  $\gamma_{r+1} = c_{r+1}$  ถ้าวงรีดังกล่าวผ่านพื้นที่เสถียรภาพก็สามารถเลือกจุดที่อยู่ในพื้นที่นั้นมาใช้ได้เช่นกัน

ถ้าทั้งเส้นตรงและวงรีไม่ผ่านเข้าไปในพื้นที่เสถียรภาพ ( $k_{r-1}, k_{r-2}$ ) จะถูกเลือกกระหว่างขอบเสถียรภาพ และพิตติงแอกเคอเรซี (Fiting Accuracy) ถ้าต้องการพิตติงแอกเคอเรซี เราสามารถอ้างอิงฟังก์ชัน

$$(\gamma_r - c_r)^2 + h^2(\gamma_{r+1} - c_{r+1})^2$$

แต่จะเป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนระหว่าง  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  เราสามารถใช้ดังนี้

$$F(k_{r-1}, k_{r-2}) = \{(a_{0,r} + k_{r-2}a_{0,r-2})c_r + k_{r-1}a_{r,r-1}c_{r-1} + \dots\}^2 + h^2 \{(a_{0,r} + k_{r-2}a_{0,r-2})c_{r+1} + k_{r-1}a_{r,r-1}c_r + \dots\}^2 \dots (3.59)$$

ซึ่งมันก็คือ ผลรวมกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Sum of the Square) ของสมาชิกที่อยู่ทางซ้ายมือของสมการ  $F$  จะเป็นศูนย์ ถ้า  $\gamma_r = c_r$  และ  $\gamma_{r+1} = c_{r+1}$  และมันเป็นบวกเสมอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าเราเลือกขอบเสถียรภาพที่เป็นค่าใดๆ เราสามารถคำนวณอย่างง่ายจากฟังก์ชันที่สามารถให้ค่า  $k_{r-1}$  และ  $k_{r-2}$  อยู่ในพื้นที่เสถียรภาพ

$$M = k_{r-1}(k_{r-2} + 1) \quad \dots(3.60)$$

โดย  $M = 0$  ถ้าอยู่ที่ขอบพื้นที่เสถียรภาพ และจะเป็นค่าคงที่ตามกราฟไฮเปอร์โบล่า (Hyperbola) ที่มีแกนเส้นตรง  $k_{r-1} = 0$  และ  $k_{r-2} = -1$  เป็นแกน

ดังนั้น ปัญหาในการหาค่าต่ำสุดในพื้นที่เสถียรภาพ จากฟังก์ชัน

$$I(k_{r-1}, k_{r-2}) = \frac{1}{M} + h_w F \quad \dots(3.61)$$

สัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนัก (Weighting Coefficient)  $h_w$  ; ( $h_w > 0$ ) ขึ้นอยู่กับการกำหนดค่า (Goodness of Fit) และขอบเสถียรภาพจะมีค่าต่ำสุด และยังอยู่ในพื้นที่เสถียรภาพ และสามารถทำการวิเคราะห์ได้ง่ายขึ้น

### 3.4 การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนโดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์ (Impulse Energy Approximation)

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ  $n$  ดังนี้

$$G(s) = \frac{b_{11} + b_{12}s + \dots + b_{1,n}s^{n-1}}{a_{11} + a_{12}s + \dots + a_{1,n+1}s^n} \quad \dots(3.62)$$

ตัวแปร  $\alpha, \beta$  นั้นได้มาจากการกระจายของ  $G(s)$  ในรูปของเศษส่วนต่อเนื่องที่ฮัทตัน และเฟรดแลนด์เคยเสนอไว้ และสามารถจัดรูปแบบเป็นตาราง  $\alpha, \beta$  ได้อย่างไรก็ตาม การประมาณค่าโดยใช้พลังงานอิมพัลซ์สามารถจัดให้อยู่ในรูปที่สะดวกในการใช้ได้โดยใช้ตาราง  $D$  และ  $N$  ของลูคัส (Lucas) และดาวิดสัน (Davidson) จะมีลักษณะรูปแบบที่แตกต่างจากตาราง  $\alpha, \beta$  ทัวไปเพื่อสะดวกในการคำนวณ และทำความเข้าใจ โดยมีพื้นฐานจากการใช้วิธีการประมาณค่าของเรา

ตาราง  $D$  มีความสัมพันธ์กับ  $G(s)$  (จากผลการแลกเปลี่ยนถ่ายโอนจาก

$G(s) \Rightarrow \frac{1}{s}G\left(\frac{1}{s}\right)$ ) มีรูปแบบ ดังนี้

$$\begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{a_{11}}{a_{12}} < \begin{array}{ccccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1,n+1} \\ a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & \dots & \end{array} \\ \alpha_2 = \frac{a_{21}}{a_{22}} < \begin{array}{ccccccc} a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,n} \\ a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & \dots & \end{array} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_n = \frac{a_{n,1}}{a_{n,2}} < \begin{array}{cc} a_{n,1} & a_{n,2} \end{array} \end{array}$$

เมื่อ  $a_{i,j} = a_{i-1,j+1}$  ( $j$  เป็นจำนวนคี่) และ  $a_{i,j} = a_{i-1,j+1} - \alpha_{i-1}a_{i-1,j+2}$  ( $j$  เป็นจำนวนคู่)

ตาราง  $N$  มีรูปแบบโดยแถวที่เป็นเลขคู่จะเหมือนกับตาราง  $D$  และมีโครงสร้าง ดังนี้

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{b_{11}}{a_{12}} < \frac{b_{11}}{a_{12}} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & \dots & b_{1,n+1} \\ & & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & \dots \\ \beta_2 &= \frac{b_{21}}{a_{22}} < \frac{b_{21}}{a_{22}} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2,n} \\ & & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & \dots \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ \beta_n &= \frac{b_{n,1}}{a_{n,2}} < \frac{b_{n,1}}{a_{n,2}} & b_{n,1} & b_{n,2} & & & \end{aligned}$$

เมื่อ  $b_{i,j} = b_{i-1,j+1}$  ( $j$  เป็นจำนวนคี่) และ  $b_{i,j} = b_{i-1,j+1} - \beta_{i-1} b_{i-1,j+2}$  ( $j$  เป็นจำนวนคู่)  
จากพลังงานอิมพัลซ์ของระบบต้นแบบที่ได้ทั้งหมด

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\alpha_i} \quad \dots(3.63)$$

ทำการเปรียบเทียบค่า  $\frac{\beta_i^2}{\alpha_i}$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  จำนวน  $k$  คู่แรกที่กระจายอยู่ใน  $I$  จะถูกเลือก  
ค่าขึ้นมาคงไว้ในแบบจำลองระบบลดทอน เมื่อเลือกค่า  $\alpha, \beta$  ที่จะคงไว้ได้แล้ว ก็สามารถทำการ  
ประมาณค่าได้โดยทำวิธีย้อนกลับในการคำนวณตาราง  $D$  และ  $N$

เมื่อให้ความสำคัญแก่ค่าเมื่อสถานะอยู่ตัวของระบบต้นแบบ และแบบจำลองระบบลดทอน  
เมื่อเปรียบเทียบอินพุตที่เป็นยูนิตสเตป (Unit Step) ค่า  $\frac{\beta_i}{\alpha_i}$  จะถูกคงไว้ในแบบจำลองระบบลดทอน  
เสมอใน  $k - 1$  คู่ของ  $\alpha, \beta$

## บทที่ 4

## การทดสอบระบบ

การสร้างแบบจำลองระบบลดทอนในโดเมนของความถี่ คือ การลดทอนอันดับของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบนั่นเอง ปัญหาในโดเมนความถี่นั้น คือ การหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันถ่ายโอนหลังจากเลือกอันดับของฟังก์ชันถ่ายโอนได้แล้ว โดยใช้ทฤษฎีการประมาณค่าทางคณิตศาสตร์ และทฤษฎีทางระบบควบคุมในการหาค่าสัมประสิทธิ์ และปัญหาที่สำคัญในการสร้างแบบจำลองระบบลดทอน คือ ปัญหาเรื่องเสถียรภาพของแบบจำลองระบบลดทอน และเอาต์พุทของแบบจำลองระบบลดทอนและระบบเดิมจะต้องใกล้เคียงกันมากที่สุด การที่จะรู้ได้ว่าผลตอบสนองของระบบทั้งสองมีความใกล้เคียงกันมากน้อยเพียงใด เราจะวิเคราะห์ผลตอบสนองของเวลาได้ง่ายขึ้น ถ้าเราป้อนอินพุทเป็นยูนิตสเตป (Unit Step) แล้ววิเคราะห์ผลตอบสนองที่สำคัญ คือ

1. เวลาหน่วง (Delay Time) คือ ระยะเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสุดท้ายเป็นครั้งแรก
2. เวลาพุ่ง (Rise Time) คือ ระยะเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 90% ของค่าสุดท้าย ลบด้วยระยะเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 10% ของค่าสุดท้าย
3. เวลาที่ผลตอบสนองสูงสุด (Peak Time) คือ ระยะเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าสูงสุด และเป็นการเกิดขึ้นเป็นครั้งแรก (First Overshoot)
4. ค่าเปอร์เซ็นต์โอเวอร์ชูตสูงสุด (Maximum Percent Overshoot) คือ ค่าที่ผลตอบสนองมีค่าสูงสุดวัดเทียบกับค่าสุดท้ายคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ คำนวณได้จาก

$$\%OS = \frac{\text{Peak value} - \text{Final value}}{\text{Final value}} \times 100\%$$

5. เวลาเข้าสู่สมดุลย์ (Setting Time) คือ ระยะเวลาที่กระบวนการใช้ในการตอบสนองจนมีค่าเข้าใกล้ค่าสุดท้ายไม่เกิน 2% หรือ 5%

วิธีประมาณค่าที่เราใช้ทดสอบระบบในโดเมนความถี่ จะใช้วิธีการที่เสนอไว้ในบทที่ 3 โดยจะศึกษาเปรียบเทียบแบบจำลองระบบลดทอนที่ได้ในแต่ละวิธีการ แบบจำลองระบบลดทอนของวิธีใดที่ให้ผลตอบสนองใกล้เคียง และยังมีเสถียรภาพ กล่าวคือ ระบบเดิมก่อนถูกลดอันดับมี

สถานะที่เสถียรแล้ว ระบบที่ถูกลดทอนอันดับแล้วควรจะเสถียรด้วย ถ้าวิธีการประมาณค่าใดมีคุณสมบัติตามที่ได้กล่าวไว้ ก็เรียกได้ว่าวิธีการประมาณค่านั้นสามารถนำมาใช้ได้

โดยระบบต้นแบบที่ใช้ในการทดสอบระบบลดทอน คือ ระบบอันดับ 3 และระบบอันดับ 4 ตามลำดับ



ตัวอย่างที่ 1 ระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ 3 ดังนี้

$$G(s) = \frac{2s^2 + 16s + 8}{s^3 + 8s^2 + 16s + 8}$$

ระบบนี้มีโพลอยู่ที่  $-5.2631$ ,  $-2$  และ  $-0.7639$  แล้วเรากระจาย  $G(s)$  ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลัง ดังนี้

$$G(s) = 1 - 0.7500s^2 + 1.3750s^3 - 2.7500s^4 + 4.1250s^5 + \dots$$

โดยได้ค่า  $c$  ต่างๆ ดังนี้

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = -0.75$$

$$c_3 = 1.375$$

$$c_4 = -2$$

$$c_5 = 2.7188$$

1. การประมาณค่าของพาด ต้องการแบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คำนวณค่าต่างๆจากสมการที่ 3.12 และ 3.13 ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.75 & 0 \\ 1.375 & -0.75 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow b_0 = 1.3333 \quad b_1 = 2.4444 \quad b_2 = 1$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.3333 \\ 2.4444 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a_0 = 1.3333 \quad a_1 = 2.4444$$

จะได้ค่าต่างๆ ดังนี้

$$a_0 = 1.3333$$

$$a_1 = 2.4444$$

$$b_0 = 1.3333$$

$$b_1 = 2.4444$$

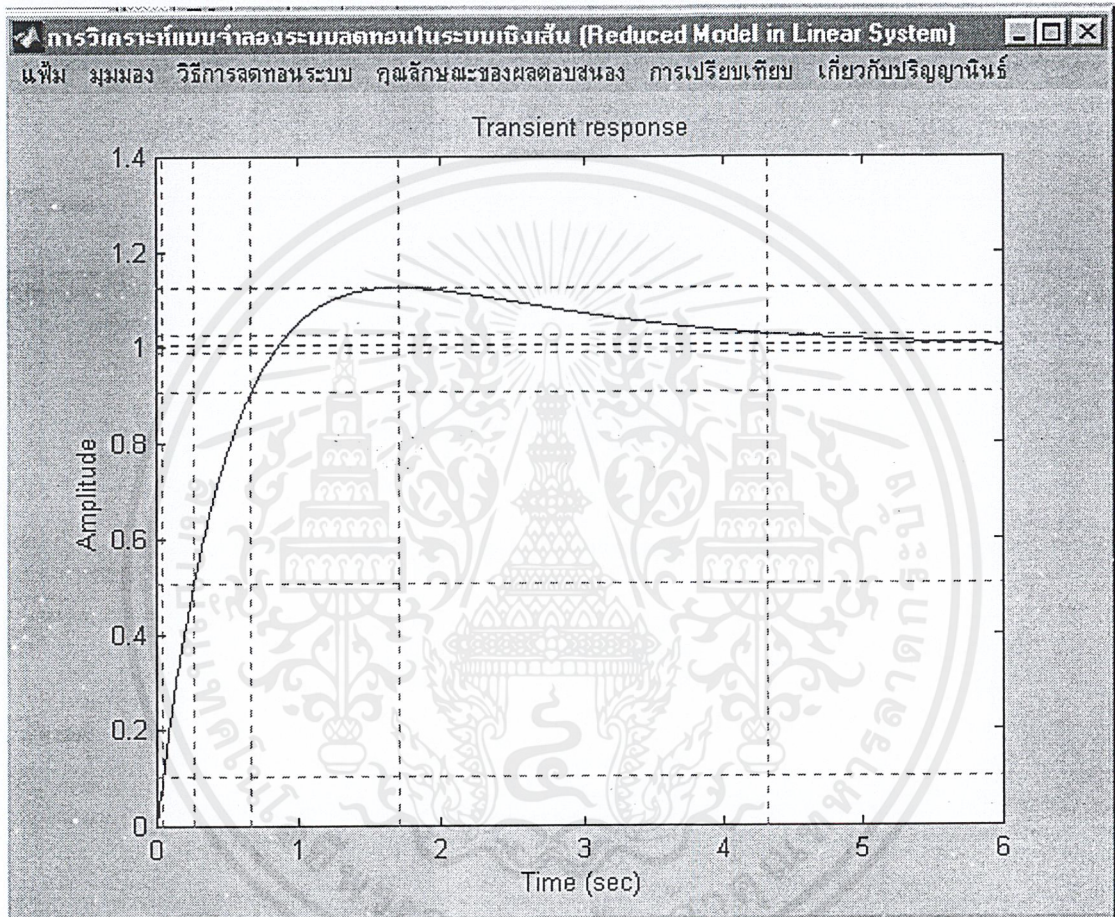
$$b_2 = 1.0000$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{P,2} = \frac{2.4444s + 1.3333}{s^2 + 2.4444s + 1.3333}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-1.6228$  และ  $-0.82161$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.1. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของพาด

2. วิธีประมาณค่าโดยเกณฑ์เสถียรภาพของเรา โดยนำเอาสัมประสิทธิ์ของตัวเศษและตัวส่วนมาคำนวณ โดยใช้ตารางเรชี่ ดังนี้

ตารางเรชี่

2	2	8
1	16	0
0	8	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางส่วน

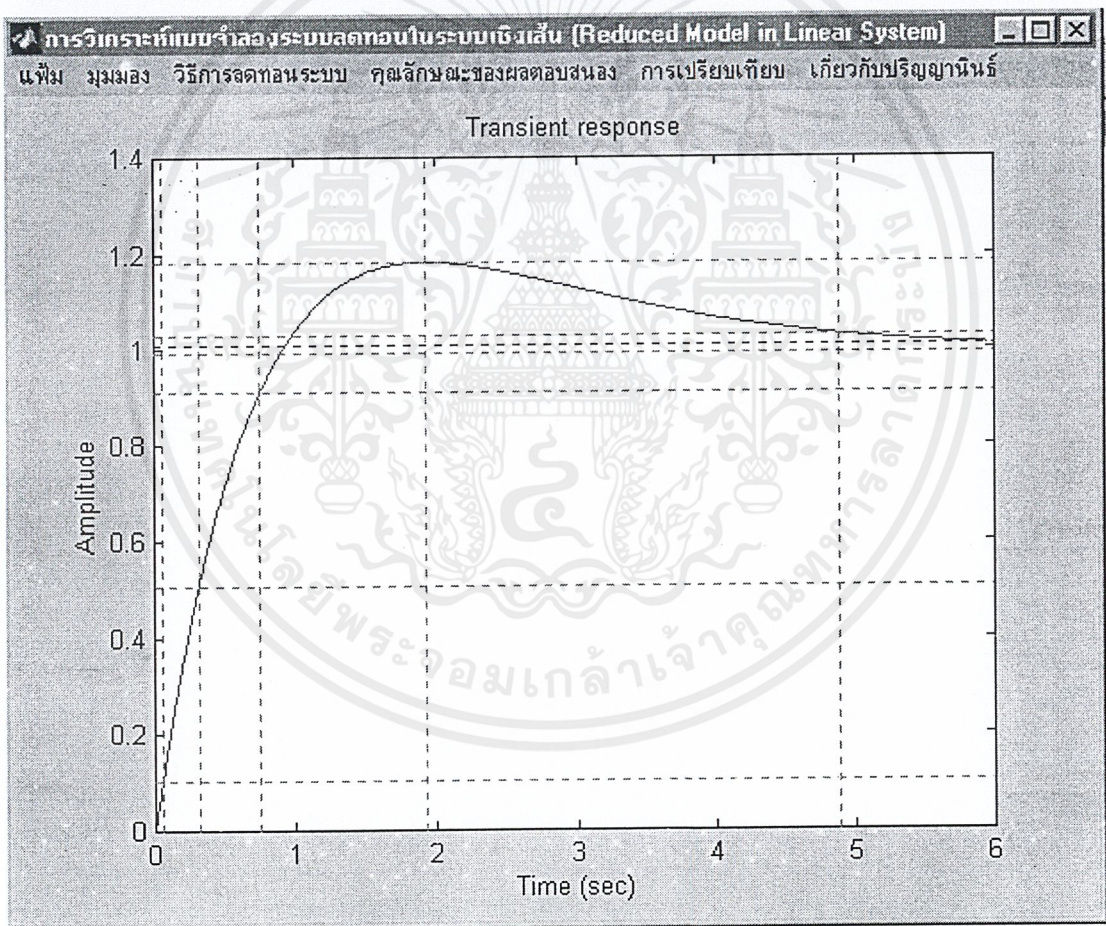
3	1	16
2	8	8
1	15	0
0	8	

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{R,2}(s) = \frac{12s + 1}{s^2 + 1.875s + 1}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-0.9375 - 0.34799i$  และ  $-0.9375 + 0.34799i$  ระบบลดทอนที่ได้

เสถียรภาพ



รูปที่ 4.2. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของเรา

3. วิธีการประมาณค่าของขามาซ์ พิจารณาตัวส่วนของ  $G(s)$  ในรูปเศษส่วนต่อเนื่อง จะได้

$$\alpha_1 = 0.5 \quad \alpha_2 = 10.6667$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{1}{1 + 0.5 \frac{1}{s} + \frac{1}{10.6667 \frac{1}{s}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{s^2 + 5.3333}{10.6667s}} \\ &= \frac{10.6667s}{s^2 + 10.6667s + 5.3333} \end{aligned}$$

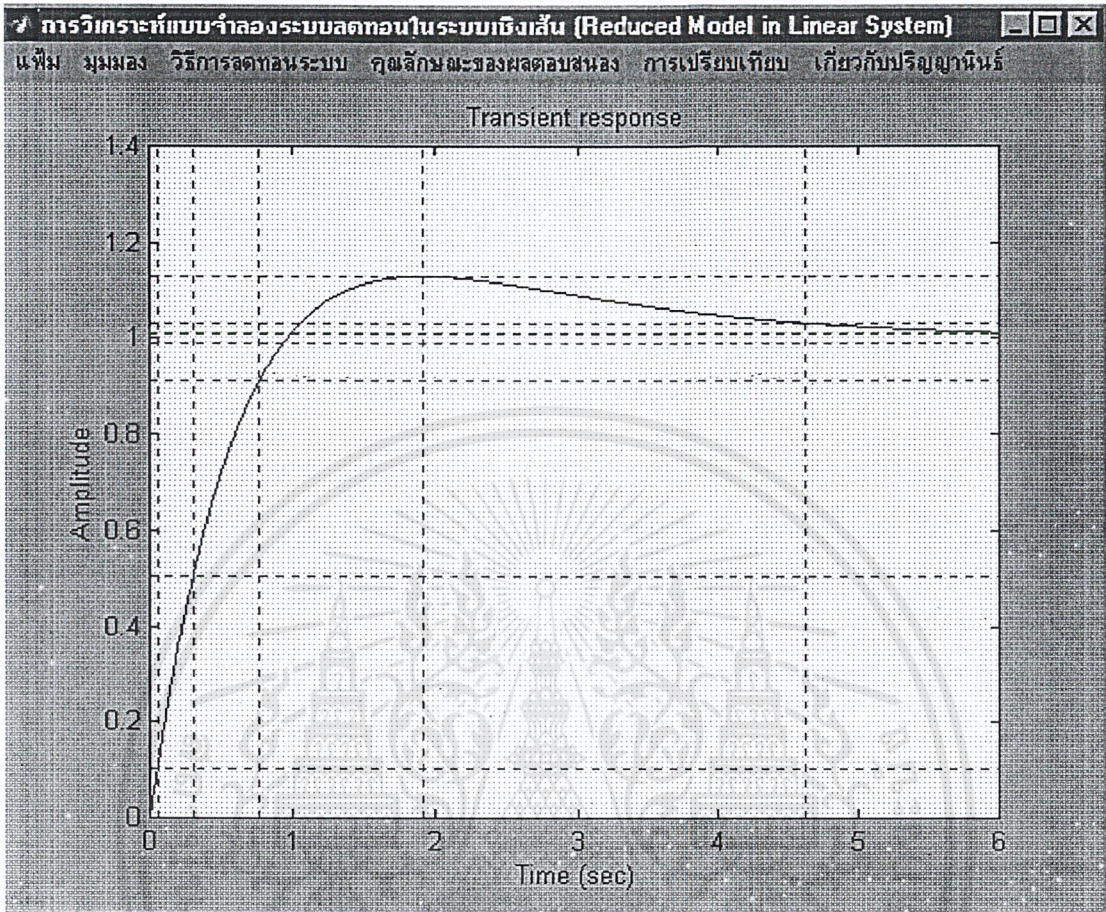
ต้องการแบบจำลองระบบลดทอนอันดับ 2 ดังนั้น เราสามารถคำนวณสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวเศษได้จากสมการที่ 3.12 และ 3.13 และพหุนามตัวส่วน คือ  $s^2 + 10.6667s + 5.3333$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5.3333 \\ 10.6667 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow a_0 &= 5.3333 \quad a_1 = 10.6667 \end{aligned}$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{s,2}(s) = \frac{10.6667s + 5.3333}{s^2 + 10.6667s + 5.3333}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-10.1407$  และ  $-0.5259$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.3. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของซามาช

4. วิธีการประมาณค่าของเลขชี้ และวาริโอ พิจารณาตัวส่วนของ  $G(s)$  ให้อยู่ในรูปตัวแปร 2 ตัวแปร เพื่อกำหนดขอบเขตจากตารางเรซ โดยคำนวณค่า  $k_0, k_1$  จากสมการที่ 3.57 ดังนี้

$$\begin{aligned} -0.75k_0 + 1.375k_1 &= -0.25 \\ -1.4063k_1 &= -1.375 \\ \Rightarrow k_0 &= 0.3333 \quad k_1 = 1.3037 \end{aligned}$$

และคำนวณค่า  $a, b$  จากสมการที่ 3.56 โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  ดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1 + k_0 \\ \alpha_1 &= 1.875k_1 \\ \beta_0 &= \alpha_0 c_0 \\ \beta_1 &= 0 + \alpha_1 c_0 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

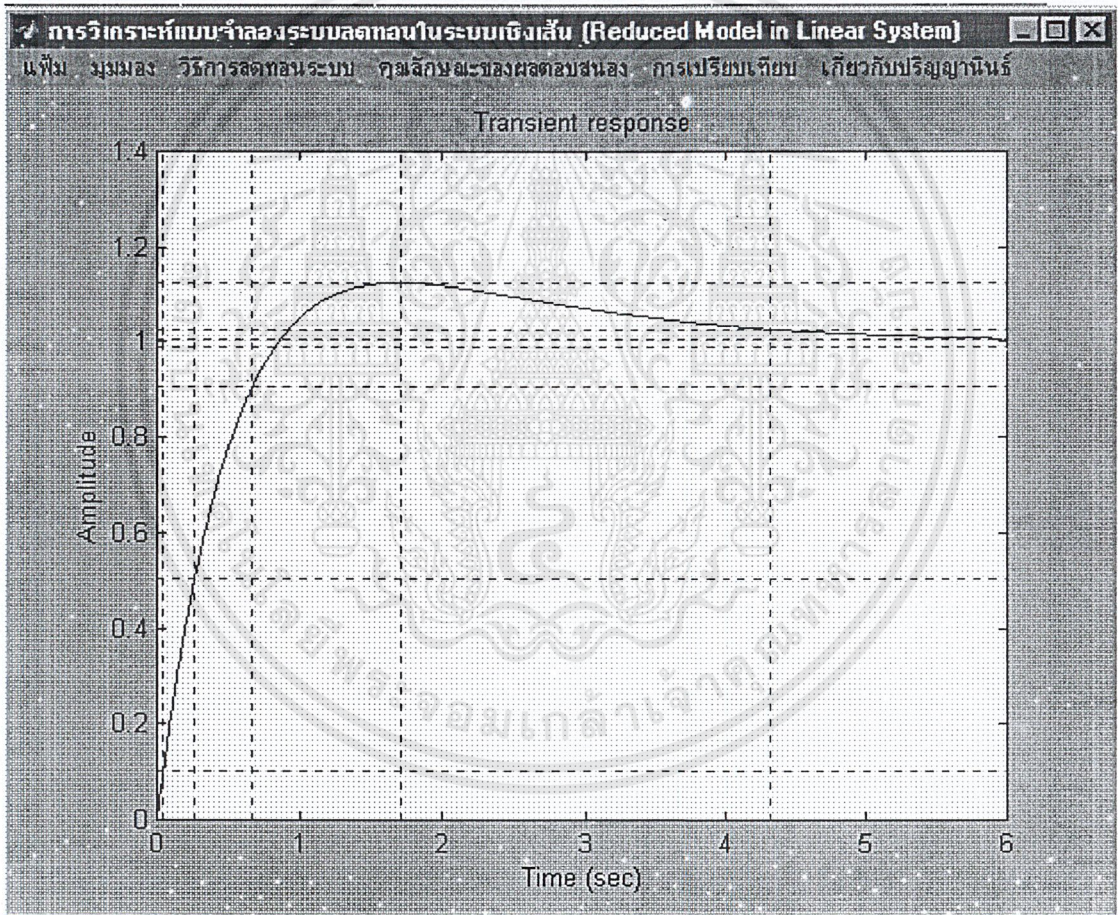
จะได้

$$\begin{aligned} k_0 &= 0.3333 & k_1 &= 1.3037 \\ a_0 &= 1.3333 & a_1 &= 2.4444 \\ b_0 &= 1.3333 & b_1 &= 2.4444 & b_2 &= 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{V,2}(s) = \frac{2.4444s + 1.3333}{s^2 + 2.4444s + 1.3333}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-1.6228$  และ  $-0.8216$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.4. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าของเลขชี้ และวาริโอ

- วิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์ นำค่าสัมประสิทธิ์ของตัวเศษ และตัวส่วนมาคำนวณโดยตาราง  $D$  และ  $N$  ตามรูปแบบที่ได้เสนอไว้ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\alpha_1 = \frac{a_{11}}{a_{12}} < \begin{array}{ccc} 8 & 16 & 8 \\ 16 & 0 & 1 \\ 16 & 7.5 & 1 \end{array}$$

$$\alpha_2 = \frac{a_{21}}{a_{22}} < \begin{array}{ccc} 7.5 & 0 & 0 \\ 7.5 & 1 & \end{array}$$

$$\alpha_3 = \frac{a_{31}}{a_{32}} < \begin{array}{ccc} 1 & 0 & \end{array}$$

$$\beta_1 = \frac{b_{11}}{a_{12}} < \begin{array}{ccc} 8 & 16 & 2 \\ 16 & 0 & 1 \\ 16 & 1.5 & \end{array}$$

$$\beta_2 = \frac{b_{21}}{a_{22}} < \begin{array}{ccc} 7.5 & 0 & \end{array}$$

$$\beta_3 = \frac{b_{31}}{a_{32}} < \begin{array}{ccc} 1.5 & & \\ 1 & & \end{array}$$

จะได้

$$\alpha_1 = 0.5 \quad \alpha_2 = 2.1333 \quad \alpha_3 = 7.5$$

$$\beta_1 = 0.5 \quad \beta_2 = 2.1333 \quad \beta_3 = 1.5$$

ทำการพิจารณาเปรียบเทียบค่า  $\frac{\beta^2}{\alpha}$  ของระบบที่อันดับ 2

$$\frac{\beta_1^2}{\alpha_1} = 0.5 \quad \frac{\beta_2^2}{\alpha_2} = 2.1333 \quad \frac{\beta_3^2}{\alpha_3} = 0.3$$

เลือกค่า  $\alpha, \beta$  ที่จะคงไว้ คือ  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_1, \beta_3$  แล้วคำนวณค่า  $a, b$  โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  จะได้

$$\beta_1 = 0.5 < \begin{array}{ccc} 3.75 & 1.5 & \\ 7.5 & 0 & \\ 1.5 & & \end{array}$$

$$\beta_3 = 1.5 < \begin{array}{ccc} 1 & & \end{array}$$

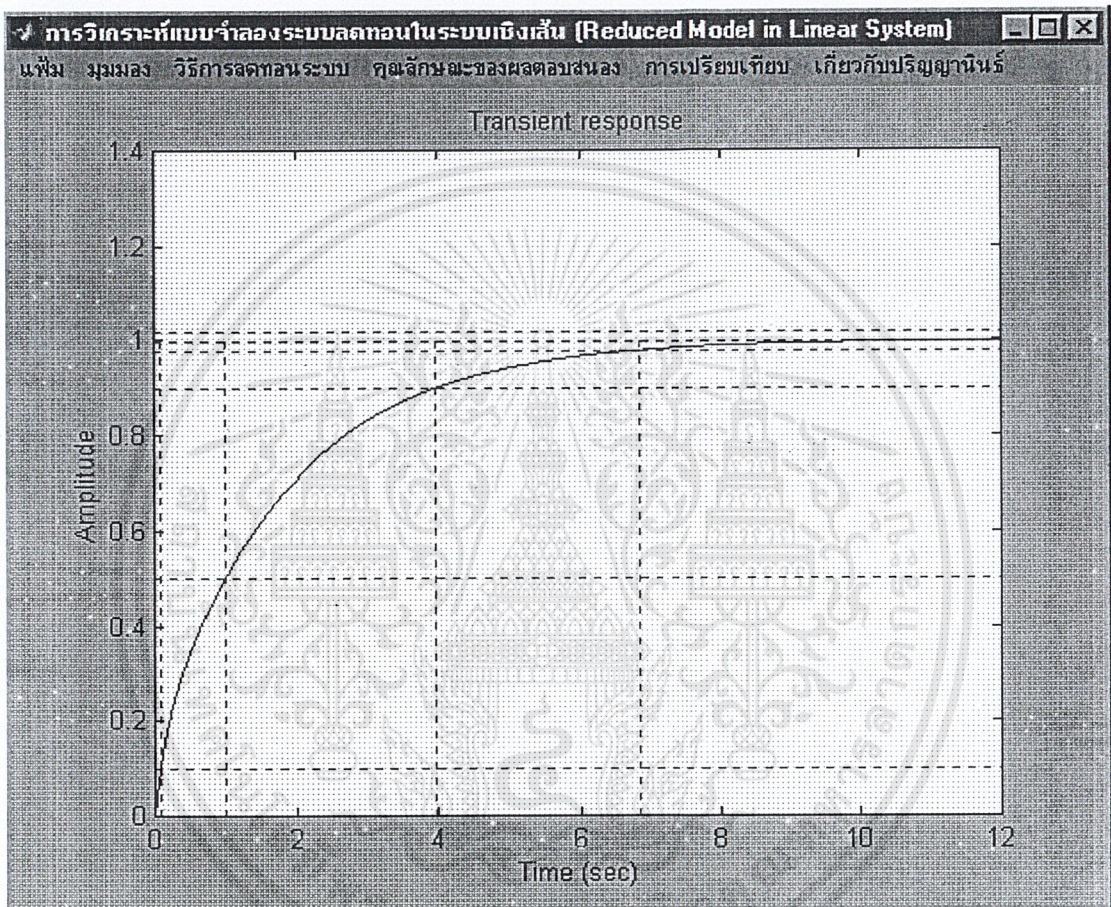
$$\alpha_1 = 0.5 < \begin{array}{ccc} 3.75 & 7.5 & 1 \\ 7.5 & 0 & 0 \\ 7.5 & 1 & \end{array}$$

$$\alpha_3 = 7.5 < \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 1 & & 0 \end{array}$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

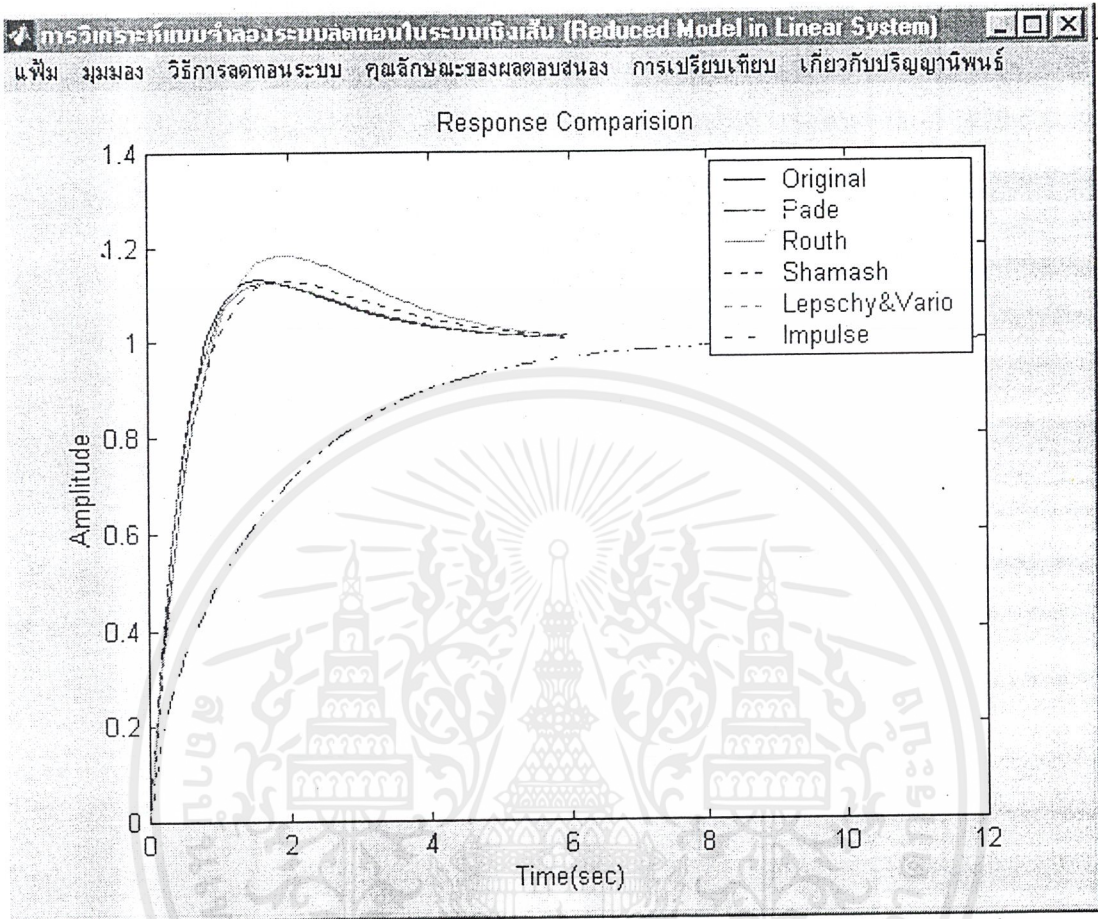
$$G_{I,2}(s) = \frac{1.5s + 3.75}{s^2 + 7.5s + 3.75}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-6.9613$  และ  $-0.5387$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.5. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 โดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์

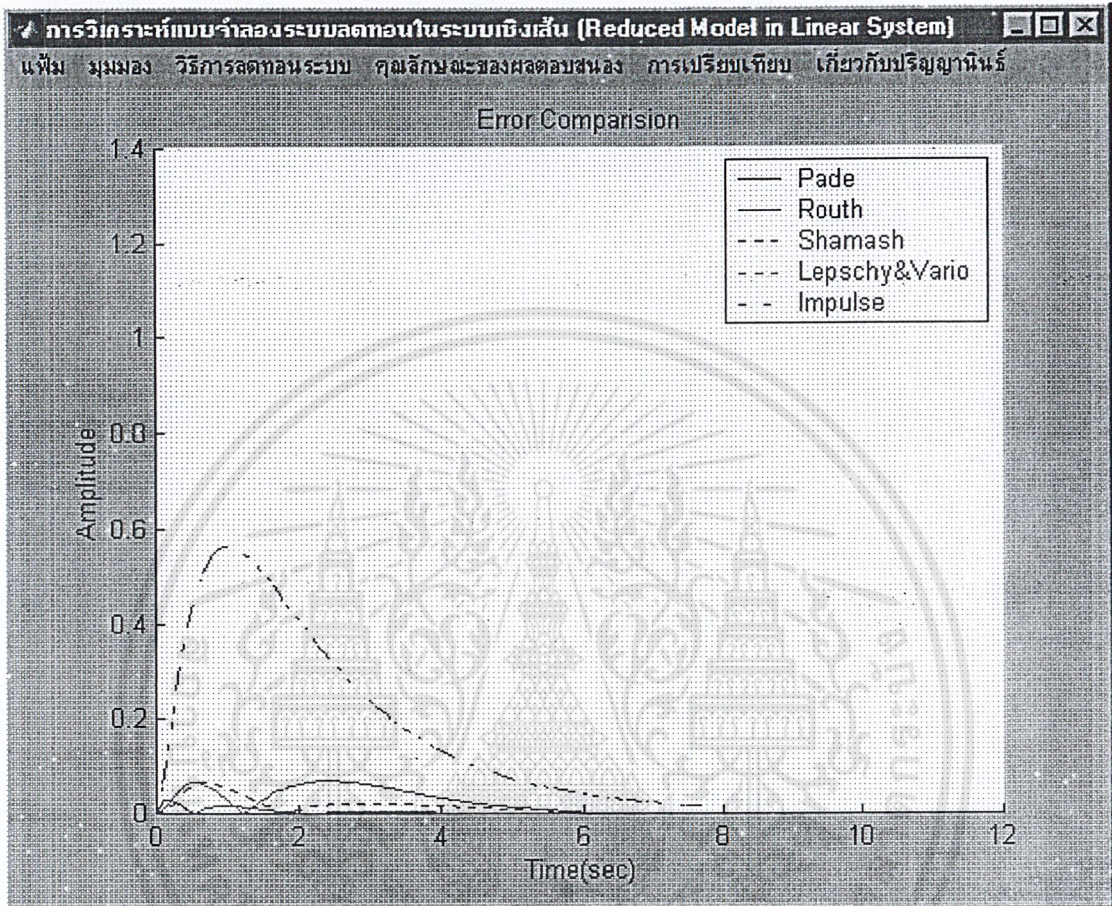
## 6. การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 4.6. กราฟเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 7. การเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 4.7. กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีต่างๆ

8. การเปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนองของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้

วิธีการลดทอน	$T_d$	$T_r$	$T_p$	%OS	$T_s$
ระบบต้นแบบ	0.27881	0.60276	1.600	12.3065	4.250
การประมาณค่าของพาด	<b>0.26259</b>	<b>0.62433</b>	<b>1.700</b>	<b>11.6911</b>	<b>4.320</b>
การประมาณค่าของเรอ์	0.31281	0.69600	1.930	16.8951	4.895
การประมาณค่าของชามาซ์	0.30132	0.71312	1.915	11.6551	4.625
การประมาณค่าของเลฟส์ซีและวาริโอ	<b>0.26259</b>	<b>0.62433</b>	<b>1.700</b>	<b>11.6911</b>	<b>4.320</b>
การประมาณพลังงานอิมพัลซ์	0.98386	3.87120	-	-	6.845

ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนองของระบบลดทอนของตัวอย่าง  
ที่ 1

ตัวอย่างที่ 2 ระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ 4 ดังนี้

$$G(s) = \frac{5s^3 + 24s^2 + 72s + 220}{s^4 + 20s^3 + 123s^2 + 284s + 220}$$

ระบบนี้มีโพลอยู่ที่  $-11$ ,  $-5$ ,  $-2$  และ  $-2$  แล้วเรากระจาย  $G(s)$  ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลัง ดังนี้

$$G(s) = 1 - 0.9636s + 0.7940s^2 - 0.5544s^3 + 0.3548s^4 - 0.2159s^5 + 0.1271s^6 - 0.0731s^7 + \dots$$

โดยได้ค่า  $c$  ต่างๆ ดังนี้

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 & c_1 &= -0.9636 \\ c_2 &= 0.794 & c_3 &= -0.5544 \\ c_4 &= 0.3548 & c_5 &= -0.2159 \\ c_6 &= 0.1271 & c_7 &= -0.0731 \end{aligned}$$

1. การประมาณค่าของพาด ต้องการแบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 และระบบลดทอนอันดับ 3 จำนวนค่าต่างๆจากสมการที่ 3.12 และ 3.13 ได้ดังนี้

ระบบลดทอนอันดับ 2 จำนวนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.794 & -0.9636 \\ -0.5544 & 0.794 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0.9636 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow b_0 &= 1.3997 & b_1 &= 2.191 & b_2 &= 1 \\ \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.9636 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.3997 \\ 2.191 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow a_0 &= 1.3997 & a_1 &= 0.8422 \end{aligned}$$

จะได้ค่าต่างๆ ดังนี้

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.3997 & b_0 &= 1.3997 \\ a_1 &= 0.8422 & b_1 &= 2.191 \\ & & b_2 &= 1 \end{aligned}$$

และระบบลดทอนอันดับ 3 จำนวนได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5544 & 0.794 & -0.9636 \\ 0.3548 & -0.5544 & 0.794 \\ -0.2159 & 0.3548 & -0.5544 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0.9636 \\ -0.794 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow b_0 = 68.207 \quad b_1 = 71.0794 \quad b_2 = 20.3639 \quad b_3 = 1$$

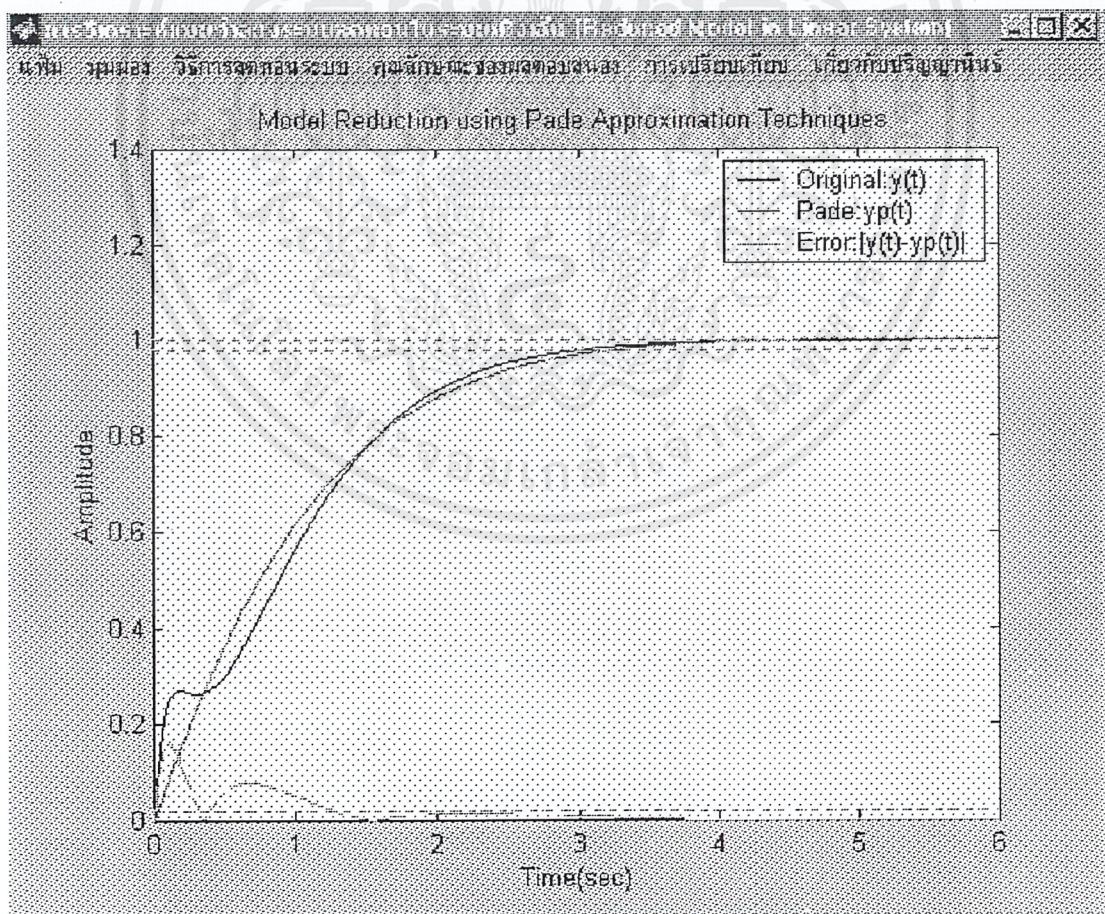
$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.9636 & 1 & 0 \\ 0.794 & -0.9636 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 68.207 \\ 71.0794 \\ 20.3639 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a_0 = 68.207 \quad a_1 = 5.3526 \quad a_2 = 6.0233$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{p,2} = \frac{0.8422s + 1.3997}{s^2 + 2.191s + 1.3997}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-1.0955 + 0.4468i$  และ  $-1.0955 - 0.4468i$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



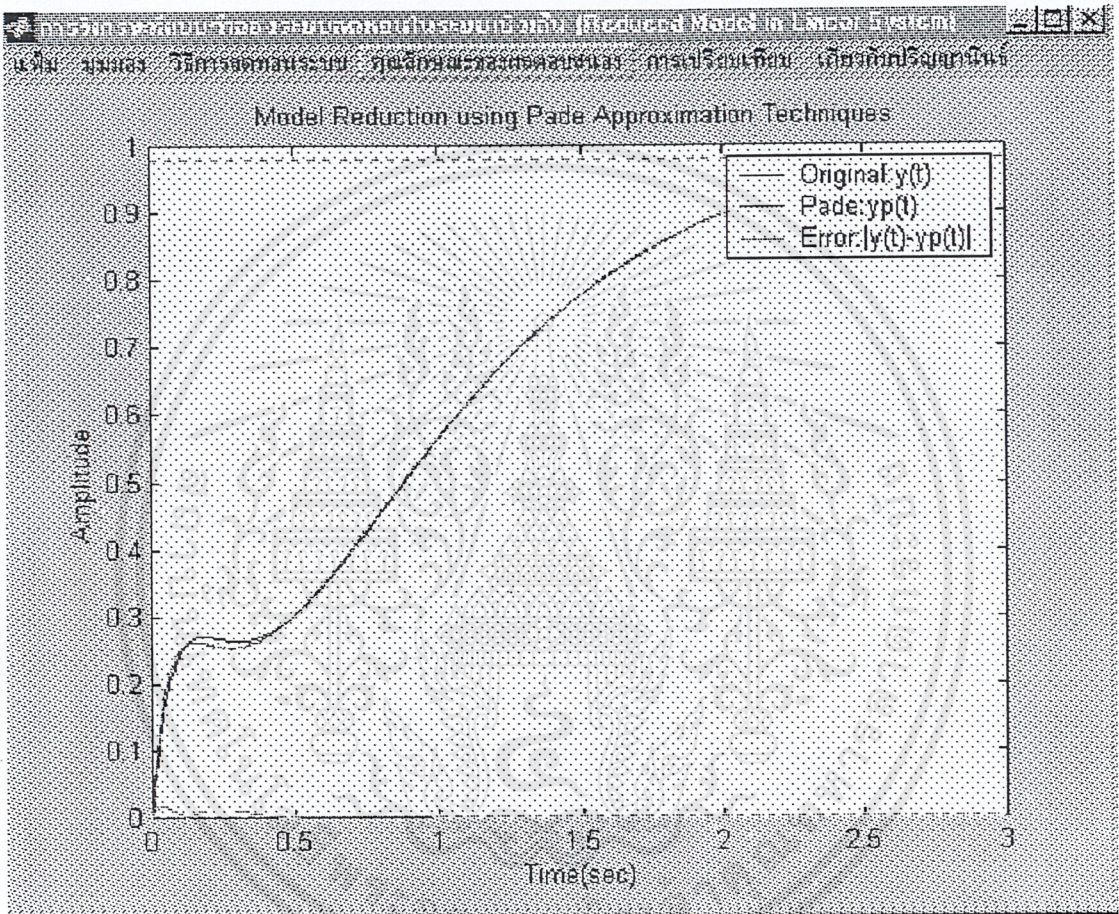
รูปที่ 4.8. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของพาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 3 คือ

$$G_{P,3} = \frac{6.0233s^2 + 5.3536s + 68.207}{s^3 + 20.3639s^2 + 71.0794s + 68.207}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-16.2475$ ,  $-2.2537$  และ  $-1.8627$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.9. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของพาด

2. วิธีประมาณค่าโดยเกณฑ์เสถียรภาพของเรา โดยนำเอาสัมประสิทธิ์ของตัวเศษและตัวส่วนมาคำนวณ โดยใช้ตารางเราต์ ดังนี้

ตารางเศษ

3	5	72
2	24	220
1	26.1667	
0	220	

ตารางส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

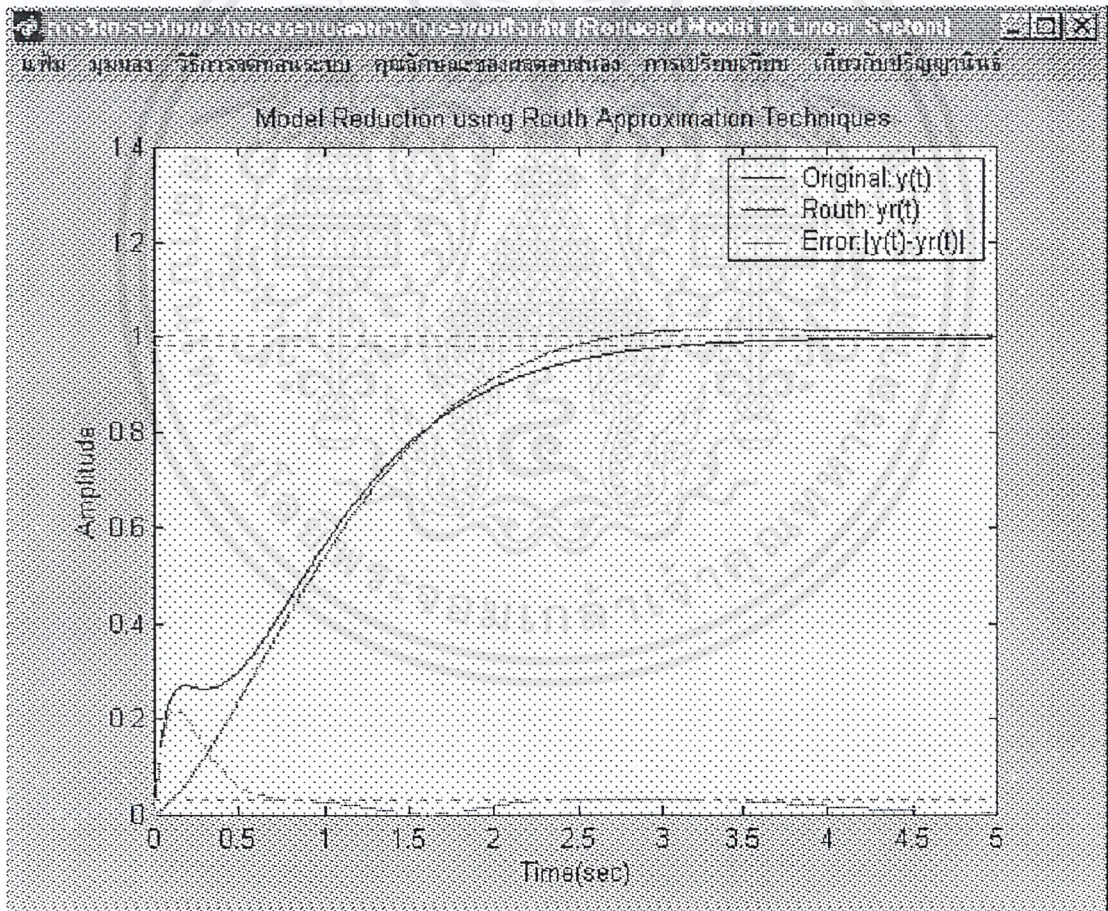
4	1	123	220
3	20	284	
2	108.8	220	
1	243.5588		
0	220		

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{R,2}(s) = \frac{12s + 1}{s^2 + 1.875s + 1}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-0.9375 - 0.34799i$  และ  $-0.9375 + 0.34799i$  ระบบลดทอนที่ได้

เสถียรภาพ

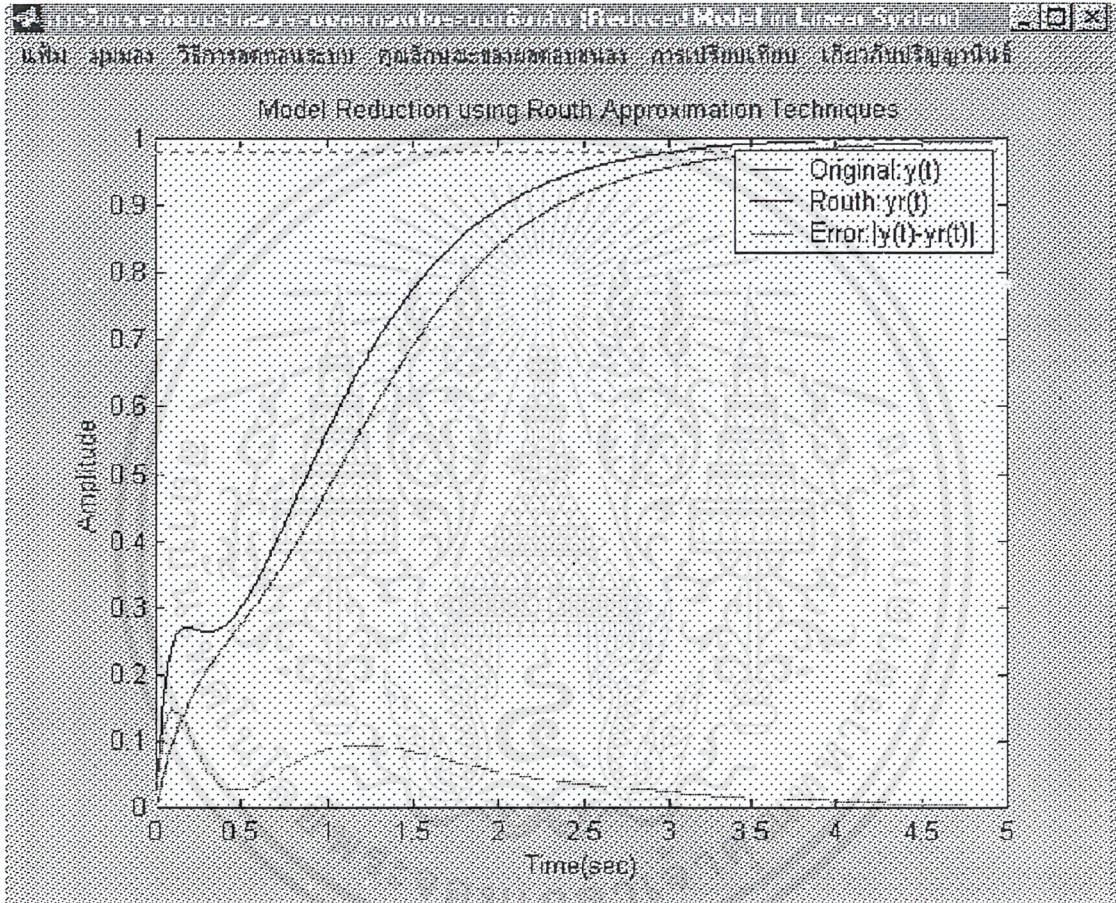


รูปที่ 4.10. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของเรา

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 3 คือ

$$G_{R,3}(s) = \frac{1.2s^2 + 1.3083s + 11}{s^3 + 5.44s^2 + 14.2s + 11}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-2.114-2.1463i$ ,  $-2.114+2.1463i$  และ  $-1.2121$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.11. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธี  
การประมาณค่าของเรา

3. วิธีการประมาณค่าของพหุนามซ์ พิจารณาตัวส่วนของ  $G(s)$  ในรูปเศษส่วนต่อเนื่อง จะได้

$$\alpha_1 = 0.7746 \quad \alpha_2 = 2.6417 \quad \alpha_3 = 6.1934$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบลดทอนอันดับ 2 จะได้

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{1}{1 + 0.7746 \frac{1}{s} + \frac{1}{2.6417 \frac{1}{s}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{s^2 + 2.0463}{2.6417s}} \\ &= \frac{2.6417s}{s^2 + 2.6417s + 2.0463} \end{aligned}$$

และระบบลดทอนอันดับ 3 จะได้

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{1}{1 + 0.7746 \frac{1}{s} + \frac{1}{2.6417 \frac{1}{s} + \frac{1}{6.1934 \frac{1}{s}}}} \\ &= \frac{1}{1 + 0.7746 \frac{1}{s} + \frac{6.1934s}{s^2 + 16.3611}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{6.968s^2 + 12.6733}{s^3 + 16.3611s}} \\ &= \frac{6.968s^2 + 12.6733}{s^3 + 6.968s^2 + 16.3611s + 12.6733} \end{aligned}$$

ต้องการแบบจำลองระบบลดทอนอันดับ 2 ดังนั้น เราสามารถคำนวณสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวเศษได้จากสมการที่ 3.12 และ 3.13 และพหุนามตัวส่วน คือ

$$s^2 + 2.6417s + 2.0463$$

จะได้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.9636 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.0463 \\ 2.6417 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow a_0 &= 2.0463 \quad a_1 = 0.6697 \end{aligned}$$

และแบบจำลองระบบลดทอนอันดับ 3 ดังนั้น เราสามารถคำนวณสัมประสิทธิ์ของพหุนามตัวเศษได้จากสมการที่ 3.12 และ 3.13 และพหุนามตัวส่วน คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$s^3 + 6.968s^2 + 16.3611s + 12.6733$$

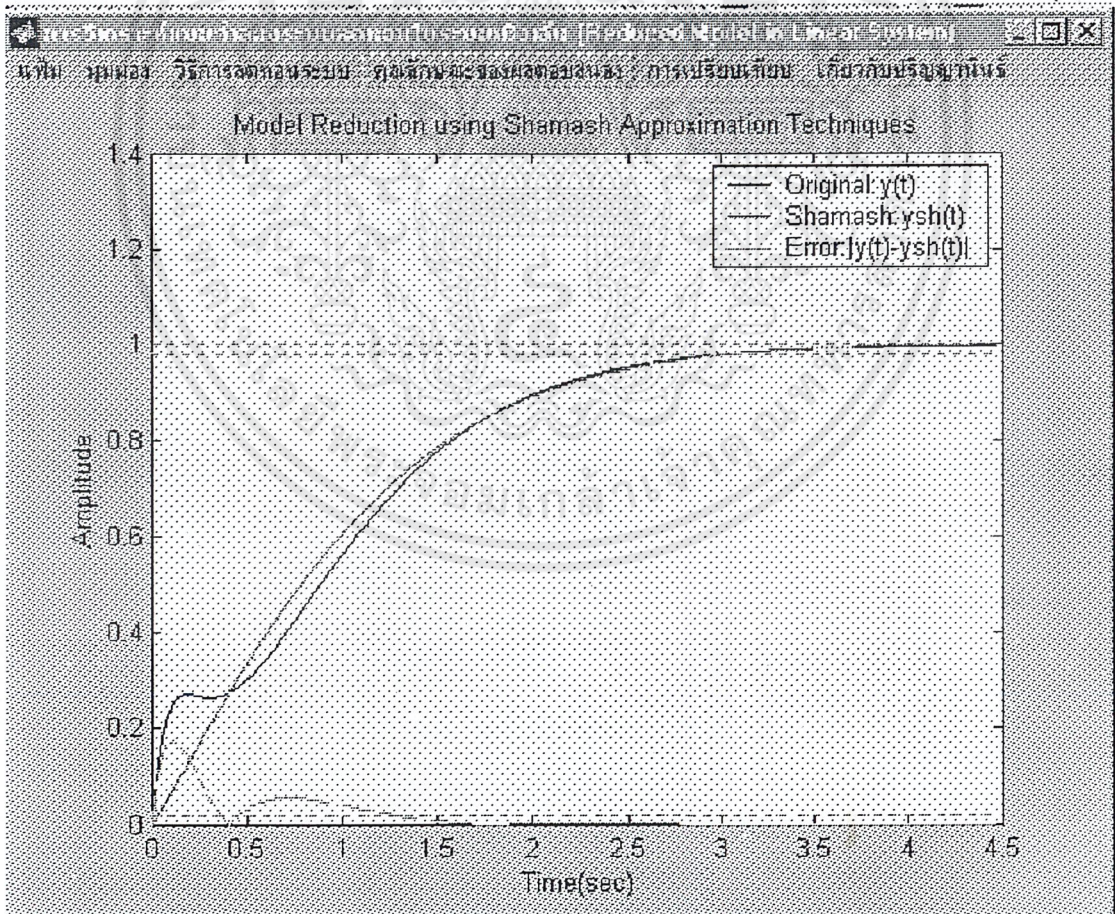
$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.9636 & 1 & 0 \\ 0.794 & -0.9636 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12.6733 \\ 16.3611 \\ 6.968 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a_0 = 12.6733 \quad a_1 = 4.1491 \quad a_2 = 1.265$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 3 คือ

$$G_{s,2}(s) = \frac{0.6997s + 2.0463}{s^2 + 2.6417s + 2.0463}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-1.3208 + 0.5493i$  และ  $-1.3208 - 0.5493i$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



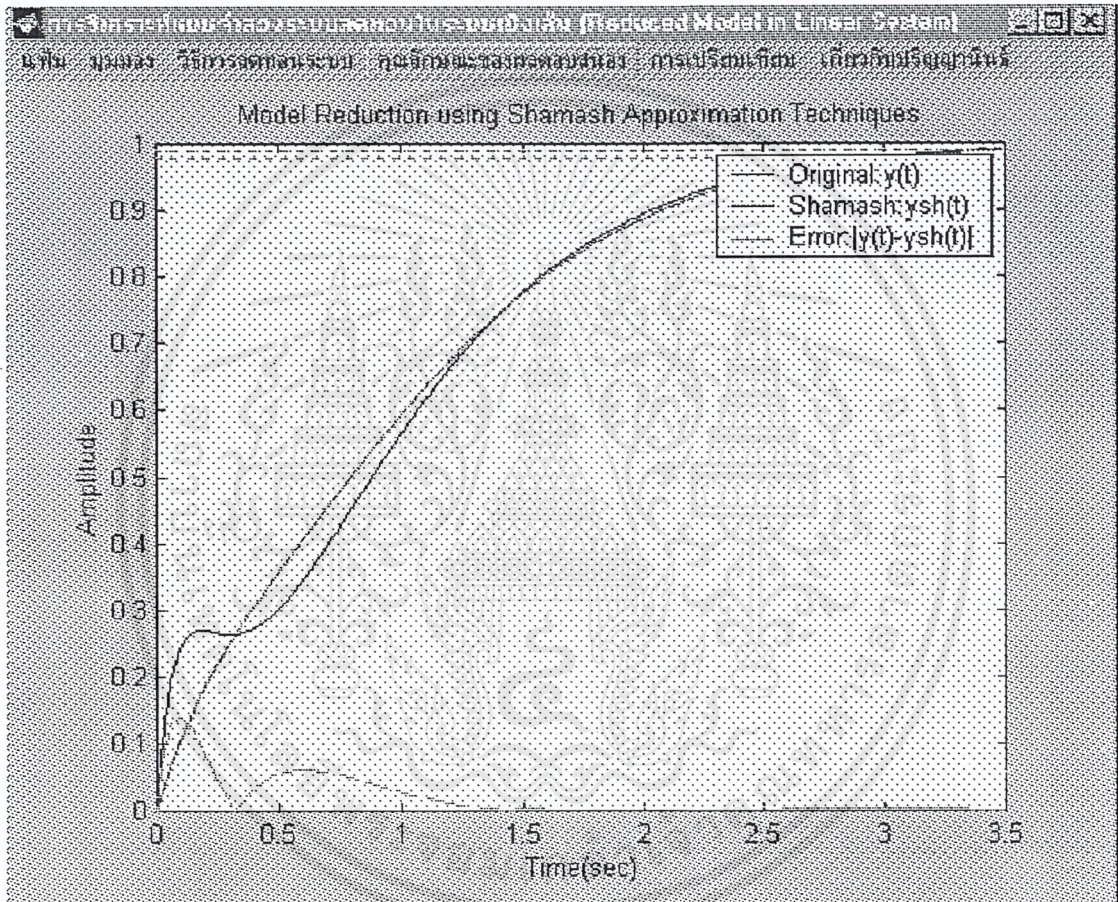
รูปที่ 4.12. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของชามาช

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 3 คือ

$$G_{s,3}(s) = \frac{1.265s^2 + 4.1491s + 12.6733}{s^3 + 6.968s^2 + 16.3611s + 12.6733}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-2.599+0.6368i$ ,  $-2.599-0.6368i$  และ  $-1.77$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.13. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของชามาช

4. วิธีการประมาณค่าของเลขชี้ และวาริโอ พิจารณาตัวส่วนของ  $G(s)$  ให้อยู่ในรูปตัวแปร 2 ตัวแปร เพื่อกำหนดขอบเขตจากตารางเรซ โดยคำนวณค่า  $k_0, k_1$  จากสมการที่ 3.57 ดังนี้

ระบบลดทอนอันดับ 2 จะได้

$$\begin{aligned} 1.6054k_0 - 1.1209k_1 &= -2.6054 \\ -2.1572k_0 + 1.7774k_1 &= 2.0846 \\ \Rightarrow k_0 &= -0.3078 \quad k_1 = 0.9787 \end{aligned}$$

และคำนวณค่า  $a, b$  จากสมการที่ 3.56 โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  ดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 2.0221 + 2.0221k_0 \\ \alpha_1 &= 2.2386k_1 \\ \beta_0 &= \alpha_0 c_0 \\ \beta_1 &= \alpha_0 c_1 + \alpha_1 c_0 \end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned} k_0 &= -0.3078 \quad k_1 = 0.9787 \\ a_0 &= 1.3997 \quad a_1 = 0.8422 \\ b_0 &= 1.3997 \quad b_1 = 2.191 \quad b_2 = 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{V,2}(s) = \frac{0.8422s + 1.3997}{s^2 + 2.191s + 1.3997}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-1.0955 + 0.4468i$  และ  $-1.0955 - 0.4468i$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ

และระบบลดทอนอันดับ 3 จะได้

$$\begin{aligned} -11.3401k_1 + 8.2218k_2 &= -12.2743 \\ 9.6689k_1 - 6.751k_2 &= 8.8356 \\ \Rightarrow k_1 &= 0.8732 \quad k_2 = -0.2453 \end{aligned}$$

จะเห็นว่าค่า  $k_2 < 0$  ซึ่งอยู่นอกพื้นที่เสถียรภาพ ดังนั้น จึงเลือกสมการที่ 1 เพื่อคำนวณค่า  $k$  ใหม่ ดังนี้

$$-11.3401k_1 + 8.2218k_2 = -12.2743$$

$$k_2 = \frac{1}{1+k_1}$$

$$\Rightarrow k_1 = 1.3862 \quad k_2 = 0.4191$$

และคำนวณค่า  $a, b$  จากสมการที่ 3.56 โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  ดังนี้

$$\alpha_0 = 11k_1$$

$$\alpha_1 = 14.2 + 12.1779k_2$$

$$\alpha_2 = 5.44k_1$$

$$\beta_0 = \alpha_0 c_0$$

$$\beta_1 = \alpha_0 c_1 + \alpha_1 c_0$$

$$\beta_2 = \alpha_0 c_2 + \alpha_1 c_1 + \alpha_2 c_0$$

จะได้

$$k_1 = 1.3862 \quad k_2 = 0.4191$$

$$a_0 = 15.2484 \quad a_1 = 4.6096 \quad a_2 = 1.0462$$

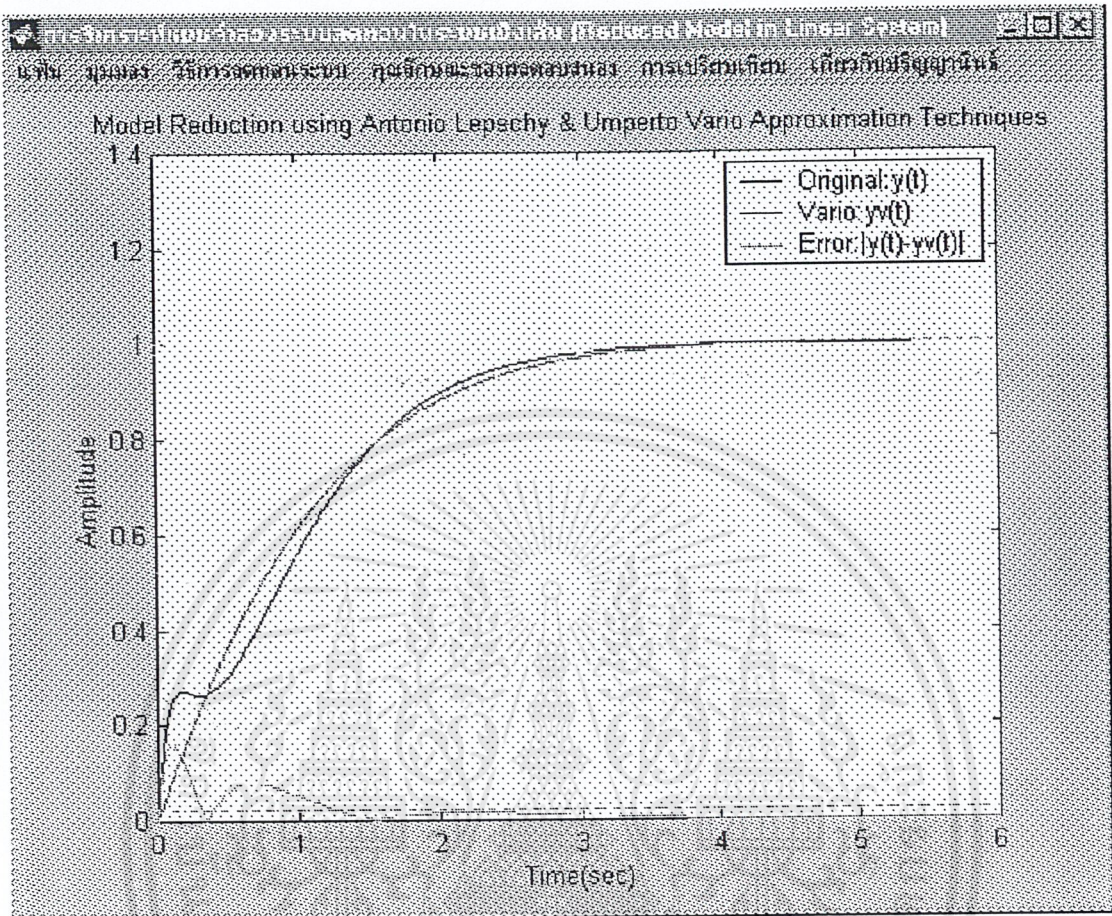
$$b_0 = 15.2484 \quad b_1 = 19.3035 \quad b_2 = 7.541 \quad b_3 = 1.$$

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{V,3}(s) = \frac{1.0462s^2 + 4.6069s + 15.2484}{s^3 + 7.541s^2 + 19.3035s + 15.2484}$$

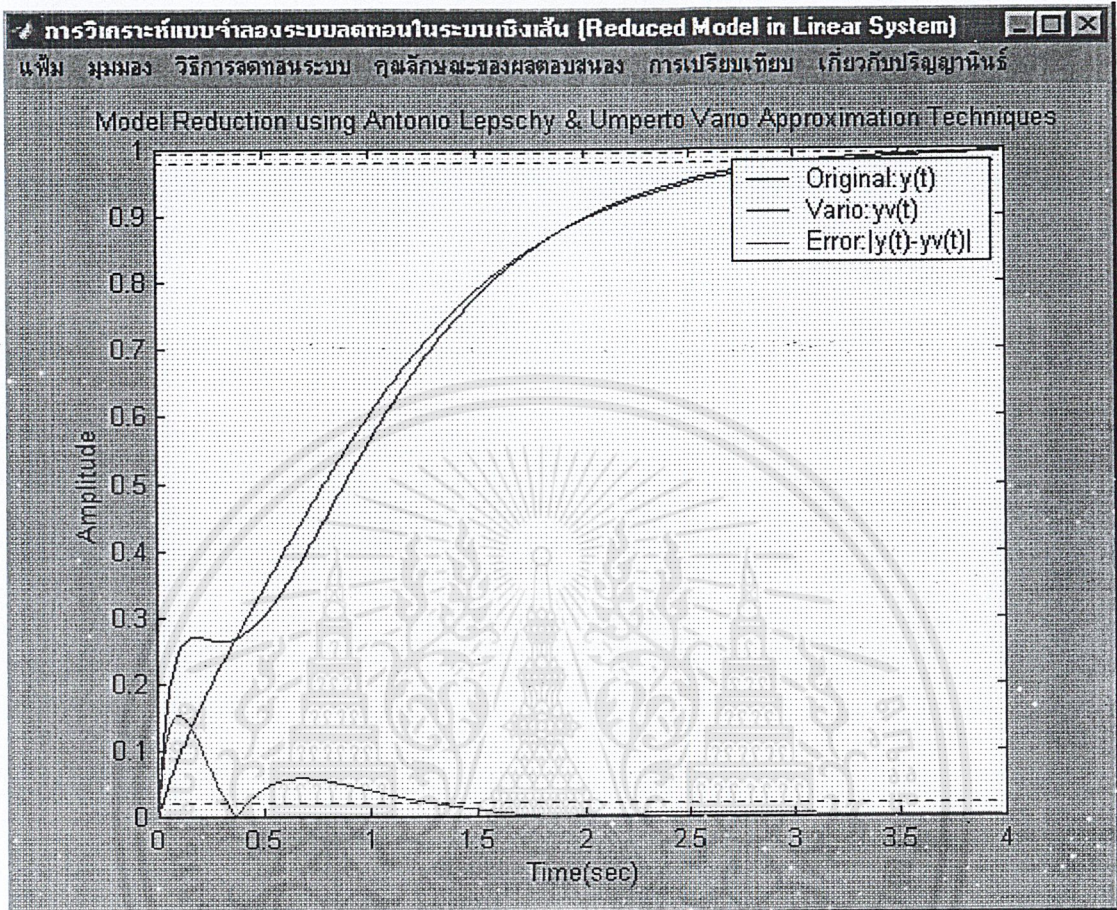
ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-3.0367+1.0811i$ ,  $-3.0367-1.0811i$  และ  $-1.4676$  ระบบลดทอนที่ได้

เสถียรภาพ



รูปที่ 4.14. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของเลฟส์ชี และวาริโอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าของเลพส์ชี และวาริโอ

5. วิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลซ์ นำค่าสัมประสิทธิ์ของตัวเศษ และตัวส่วนมาคำนวณโดยตาราง  $D$  และ  $N$  ตามรูปแบบที่ได้เสนอไว้ จะได้

$$\alpha_1 = \frac{a_{11}}{a_{12}} < \begin{array}{ccccc} 220 & 284 & 123 & 20 & 1 \\ 284 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 284 & 107.507 & 20 & 1 & \\ 107.507 & 0 & 1 & 0 & \\ 107.507 & 17.3583 & 1 & & \\ 17.3583 & 0 & 0 & & \\ 17.3583 & & & & \\ 1 & & & & \end{array}$$

$$\alpha_2 = \frac{a_{21}}{a_{22}} <$$

$$\alpha_3 = \frac{a_{31}}{a_{32}} <$$

$$\alpha_4 = \frac{a_{41}}{a_{42}} < 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\beta_1 = \frac{b_{11}}{a_{12}} < \begin{array}{ccc} 220 & 72 & 24 \\ 284 & 0 & 20 \\ 72 & 8.507 & 5 \end{array}$$

$$\beta_2 = \frac{b_{21}}{a_{22}} < \begin{array}{ccc} 107.507 & 0 & 1 \\ 8.507 & 4.3303 & \end{array}$$

$$\beta_3 = \frac{b_{31}}{a_{32}} < \begin{array}{ccc} 17.3583 & 0 & \end{array}$$

$$\beta_4 = \frac{b_{41}}{a_{42}} < \begin{array}{ccc} 4.3303 & & 1 \end{array}$$

จะได้

$$\alpha_1 = 0.7746 \quad \alpha_2 = 2.6417 \quad \alpha_3 = 6.1934 \quad \alpha_4 = 17.3583$$

$$\beta_1 = 0.7746 \quad \beta_2 = 0.6697 \quad \beta_3 = 0.4901 \quad \beta_4 = 4.3303$$

ทำการพิจารณาเปรียบเทียบค่า  $\frac{\beta^2}{\alpha}$  ของระบบที่อันดับ 2

$$\frac{\beta_1^2}{\alpha_1} = 0.7746 \quad \frac{\beta_2^2}{\alpha_2} = 0.1698 \quad \frac{\beta_3^2}{\alpha_3} = 0.0388 \quad \frac{\beta_4^2}{\alpha_4} = 1.0802$$

สำหรับระบบลดทอนอันดับ 2 เลือกค่า  $\alpha, \beta$  ที่จะคงไว้ คือ  $\alpha_1, \alpha_4, \beta_1, \beta_4$  แล้วคำนวณค่า  $a, b$  โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  จะได้

$$\beta_1 = 0.7746 < \begin{array}{ccc} 13.4466 & 4.3303 & \\ 17.3583 & 0 & \\ 4.3303 & & \end{array}$$

$$\beta_4 = 4.3303 < \begin{array}{ccc} 13.4466 & 17.3583 & 1 \\ 17.3583 & 0 & 0 \\ 17.3583 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{array}$$

$$\alpha_1 = 0.7746 < \begin{array}{ccc} 13.4466 & 17.3583 & 1 \\ 17.3583 & 0 & 0 \\ 17.3583 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{array}$$

$$\alpha_4 = 17.3583 < \begin{array}{ccc} 13.4466 & 17.3583 & 1 \\ 17.3583 & 0 & 0 \\ 17.3583 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{array}$$

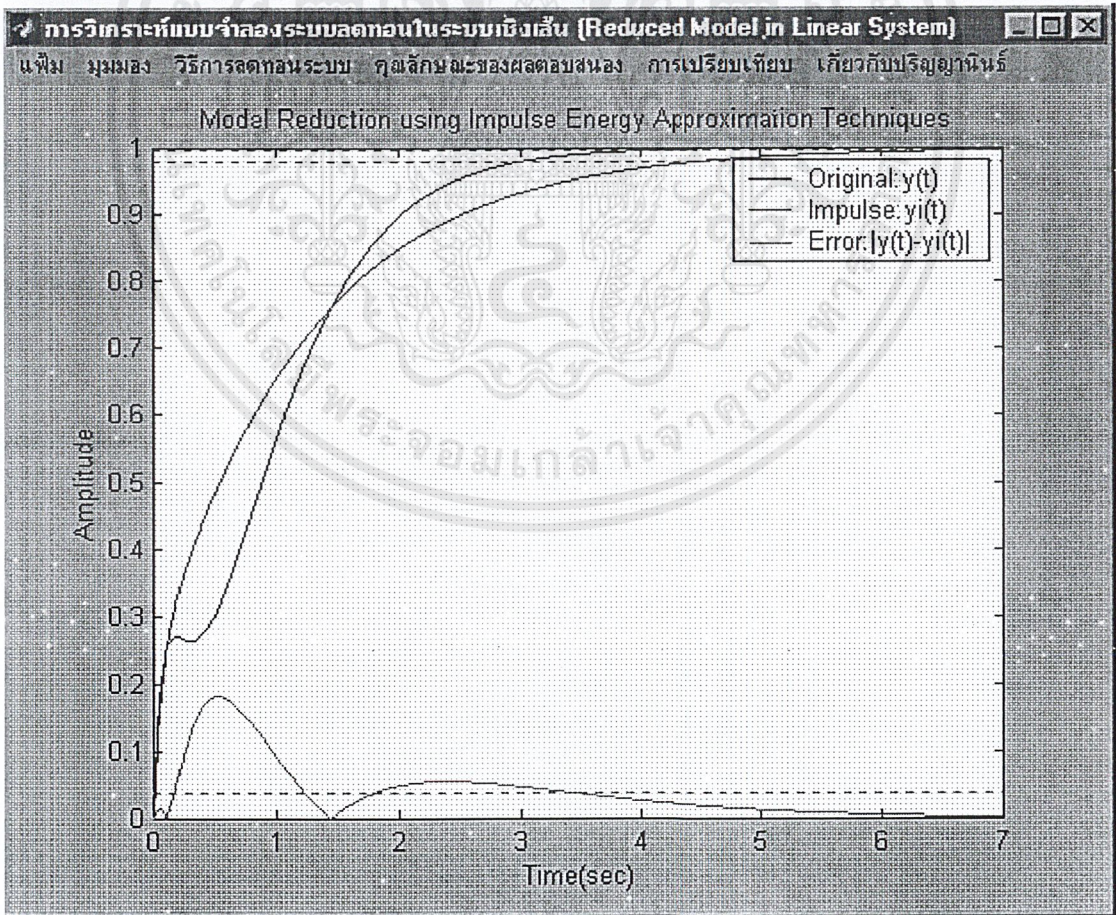
และระบบลดทอนอันดับ 2 เลือกค่า  $\alpha, \beta$  ที่จะคงไว้ คือ  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_3, \beta_4$  แล้วคำนวณค่า  $a, b$  โดยที่  $a = \beta, b = \alpha$  จะได้

$\beta_1 = 0.7746 <$	83.2801	8.507	5.1049		
	107.507	0	1		
$\beta_3 = 0.4901 <$	8.507	4.3303			
	17.3583	0			
$\beta_4 = 4.3303 <$	4.3303				
	1				
$\alpha_1 = 0.7746 <$	83.2801	107.507	18.133	1	
	107.507	0	1	0	
$\alpha_3 = 6.1934 <$	107.507	17.3583			
	17.3583	0			
$\alpha_4 = 17.3583 <$	17.3583				
	1				

ดังนั้น แบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 2 คือ

$$G_{I,2}(s) = \frac{4.3303s + 13.4466}{s^2 + 17.3583s + 13.4466}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่ -16.5456 และ -0.8127 ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



รูปที่ 4.16. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธี

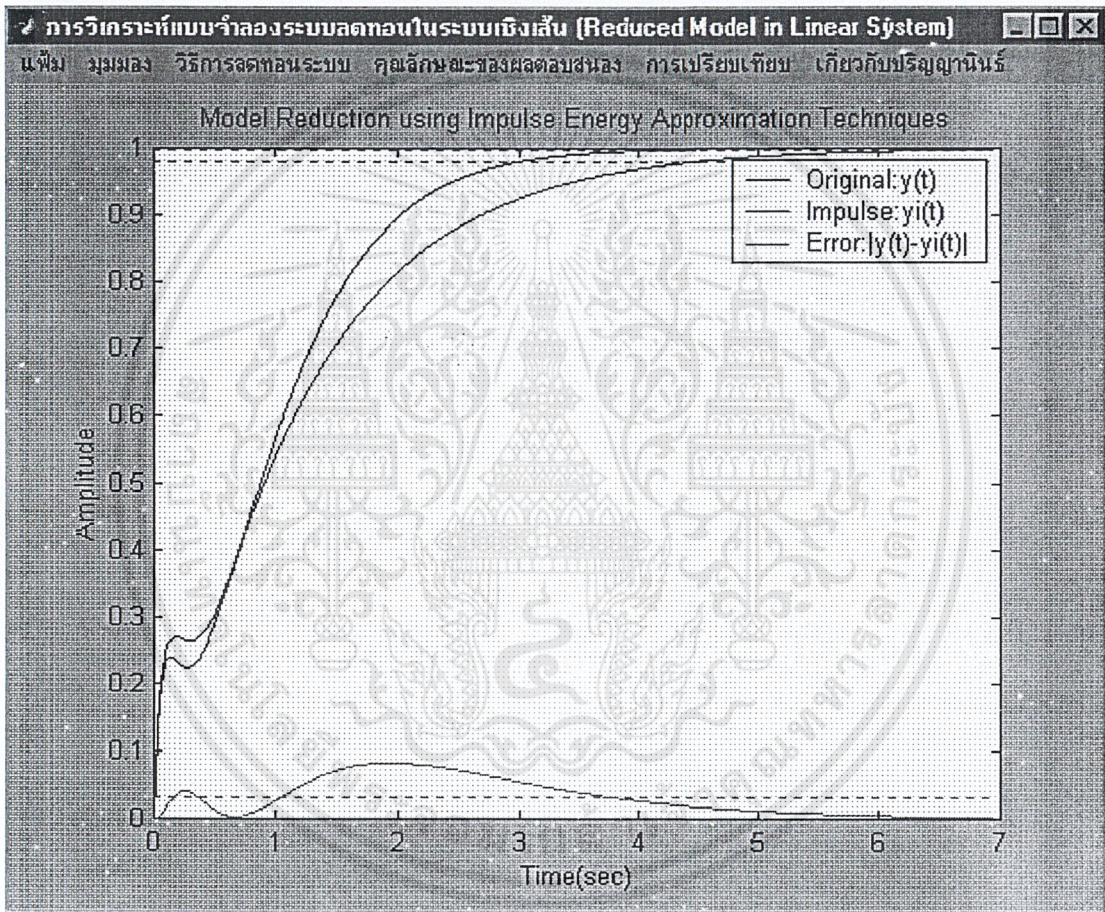
การประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และแบบจำลองระบบลดทอนอันดับที่ 3 คือ

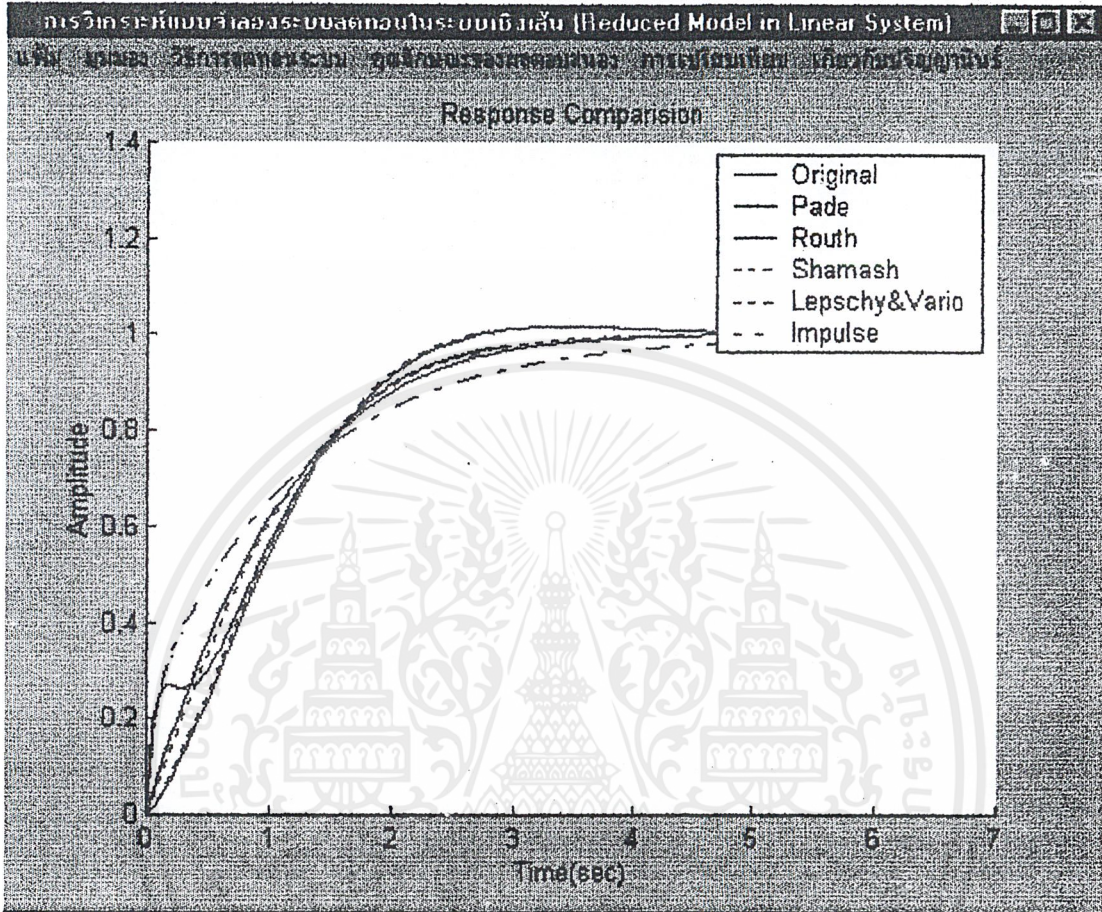
$$G_{I,3}(s) = \frac{5.1049s^2 + 8.507s + 83.2801}{s^3 + 18.133s^2 + 107.507s + 83.2801}$$

ซึ่งมีโพลของระบบลดทอนอยู่ที่  $-8.6134+4.2078i$ ,  $-8.6134-4.2078i$  และ  $-0.9062$  ระบบลดทอนที่ได้เสถียรภาพ



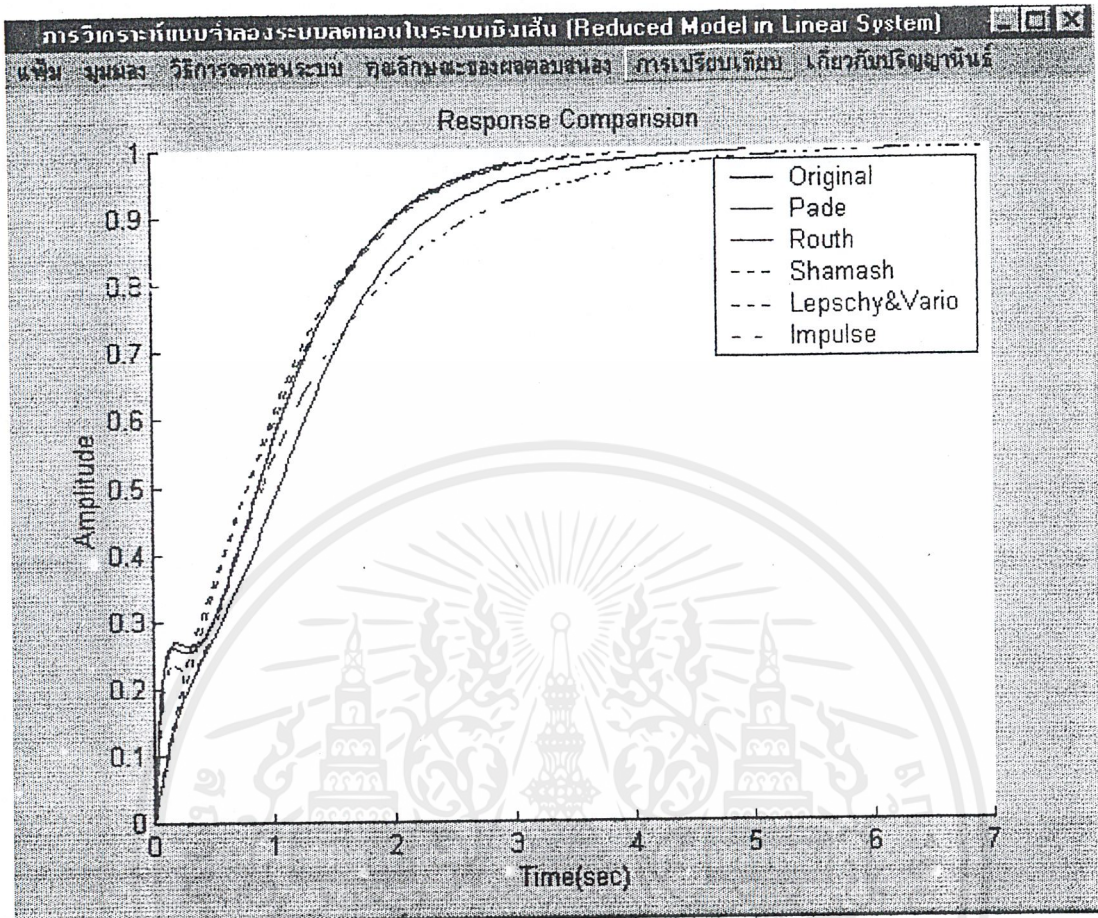
รูปที่ 4.17. กราฟผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 โดยวิธีการประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์

## 6. การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 4.18. กราฟเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ

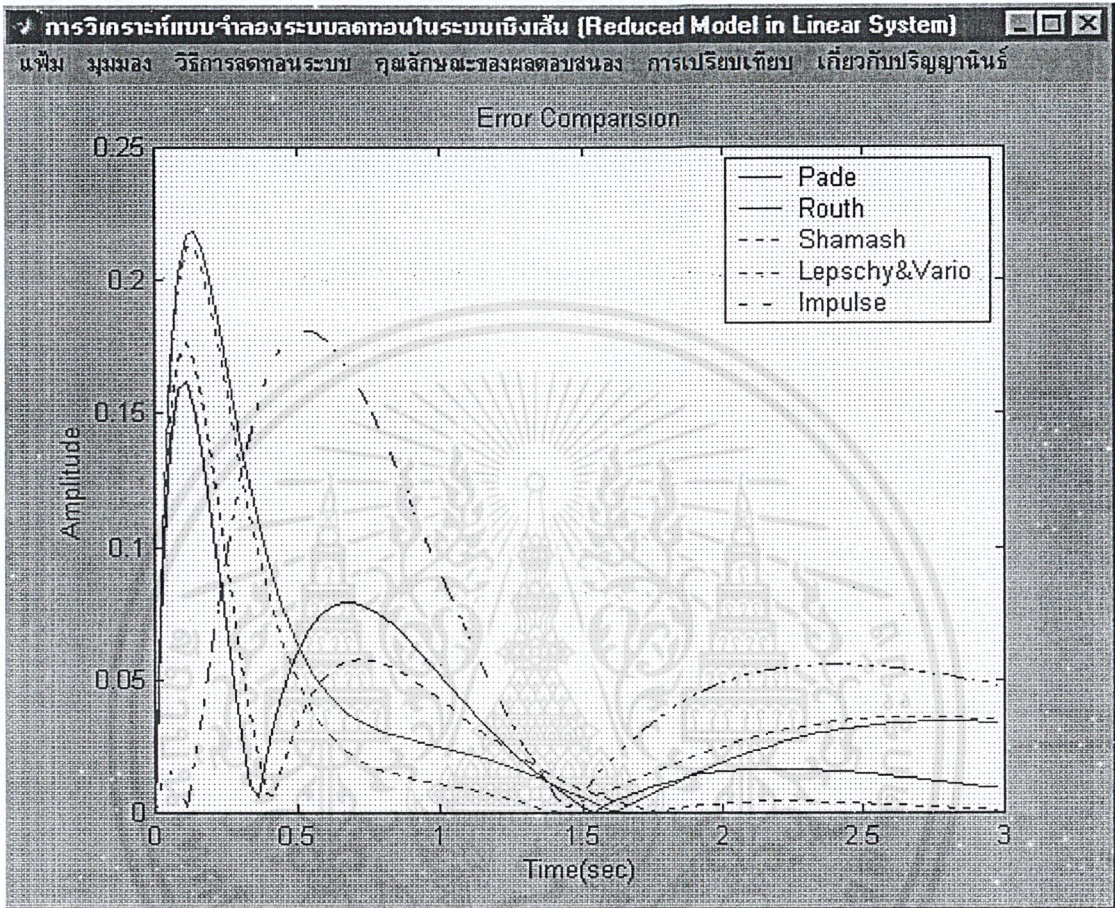
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



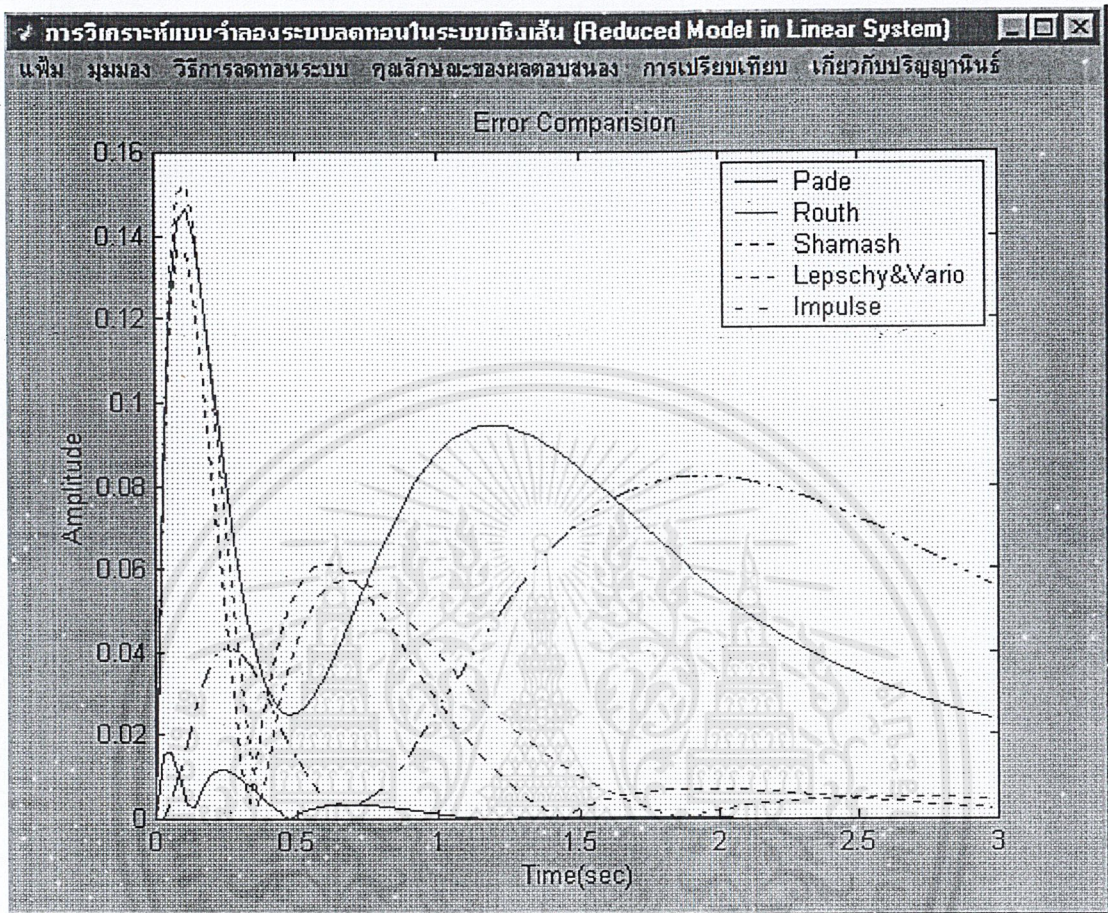
รูปที่ 4.19. กราฟเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. การเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 4.20. กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนอันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ



รูปที่ 4.21. กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของระบบลดทอนอันดับ 3 ของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 8. การเปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนองของระบบลดทอนวิธีต่างๆ ดังนี้

วิธีการลดทอน	$T_d$	$T_r$	$T_p$	%OS	$T_s$
ระบบต้นแบบ	0.86267	1.8931	-	-	2.59
การประมาณค่าของพาด	0.74544	2.0213	5.535	0.0107	3.26
การประมาณค่าของเรอ์	0.93366	1.6965	3.445	1.3551	2.49
การประมาณค่าของซามาซึ	0.78086	<b>1.9043</b>	-	-	3.03
การประมาณค่าของเลพส์ซีและวาริโอ	<b>0.90804</b>	1.6843	3.410	1.3917	4.355
การประมาณพลังงานอิมพัลส์	0.53835	2.4652	-	-	<b>2.59</b>

ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนองของระบบลดทอน  
อันดับ 2 ของตัวอย่างที่ 2

วิธีการลดทอน	$T_d$	$T_r$	$T_p$	%OS	$T_s$
ระบบต้นแบบ	0.86267	1.8931	-	-	2.59
การประมาณค่าของพาด	<b>0.85870</b>	1.9011	-	-	<b>2.595</b>
การประมาณค่าของเรอ์	1.04600	2.2113	-	-	3.505
การประมาณค่าของซามาซึ	0.78338	1.9235	-	-	2.84
การประมาณค่าของเลพส์ซีและวาริโอ	0.77918	<b>1.8966</b>	-	-	2.98
การประมาณพลังงานอิมพัลส์	0.90935	2.6433	-	-	4.355

ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบคุณลักษณะของผลตอบสนองของระบบลดทอนอันดับ 3  
ของตัวอย่างที่ 2

## บทที่ 5

## บทสรุปและวิจารณ์

ปริญญาโทฉบับนี้ได้ศึกษาทฤษฎีการประมาณค่าแบบพาเด ทฤษฎีการประมาณค่าแบบเรย์ และการประยุกต์เอาข้อดีของทฤษฎีการประมาณค่าทั้ง 2 อย่างมาใช้ในการลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้น เพื่อให้ได้แบบจำลองระบบลดทอนมีลักษณะผลตอบสนองของเอาต์พุตใกล้เคียงกับระบบเดิมมากที่สุด และคงไว้ซึ่งสถานะเสถียรภาพของระบบต้นแบบ เมื่อทำการทดสอบระบบลดทอน ตามวิธีการที่ได้ศึกษา สามารถวิเคราะห์แยกออกเป็นสองส่วน คือ

1. ช่วงสถานะทรานเซียน (Transient State) เป็นช่วงเริ่มต้นที่ระบบยังไม่มีค่าเข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่งในช่วงนี้ เมื่อทำการพิจารณาจากผลตอบสนองและกราฟแสดงค่าผิดพลาดในโดเมนของเวลาเห็นได้ว่าวิธีต่างๆ ที่ทำการประมาณค่ามีความผิดพลาดค่อนข้างมาก ซึ่งเกิดจากการตัดสถานะบางสถานะทิ้งไปจากการลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้น โดยสถานะเหล่านี้เป็นสถานะที่มีผลในช่วงสถานะทรานเซียน
2. ช่วงสถานะอยู่ตัว (Steady State) เป็นช่วงที่ระบบมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง สำหรับผลตอบสนองของระบบลดทอน เมื่อเปรียบเทียบกับระบบเดิมมีความผิดพลาดน้อย แต่จะเพิ่มขึ้นตามอันดับของระบบ

ในด้านเสถียรภาพนั้นการประมาณค่าแบบพาเดไม่สามารถกำหนดได้แน่นอนว่าเมื่อทำการลดทอนอันดับในระบบเชิงเส้นจะยังสถานะเสถียรภาพไว้ได้ ในขณะที่การประมาณค่าแบบเรย์หรือ การประมาณค่าโดยใช้วิธีแบบพาเดและเรย์ร่วมกันของชามาส์ และเลพส์ซีและวาริ โอ แบบจำลองระบบที่ได้จากการลดทอนอันดับจะยังสถานะเสถียรภาพไว้ได้เสมอ

วิธีการประมาณค่าแบบต่างๆ ในที่ได้ศึกษามานี้ การประมาณค่าแบบเรย์จะมีค่าความผิดพลาดมากที่สุดในวิธีการประมาณค่าแบบต่างๆ โดยเฉพาะในช่วงสถานะทรานเซียน ในขณะที่วิธีการประมาณค่าแบบพาเดและเรย์ร่วมกันของเลพส์ซีและวาริ โอ จะให้ผลตอบสนองใกล้เคียงกับระบบต้นแบบมากกว่าวิธีอื่นๆด้วยกัน ส่วนวิธีการประมาณค่าแบบพาเดนั้น ไม่สามารถรับประกันได้ว่า แบบจำลองระบบที่ได้จะยังคงสถานะเสถียรภาพ เพราะไม่ได้ใช้หลักการคงโพลเด่นไว้

ซึ่งสามารถสรุปข้อดี และข้อเสียของการลดทอนระบบด้วยวิธีต่างๆ ได้ ดังนี้

วิธีประมาณค่า	ข้อดี	ข้อเสีย
พาด	<ol style="list-style-type: none"> <li>แบบลดทอนของพาดมีวิธีทำที่เป็นขั้นตอนตามสมการในหลักของพาด</li> <li>ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบลดทอนที่ได้ถือว่าใกล้เคียงกับระบบเดิมมาก</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>การคำนวณทำได้ยุ่งยากเพราะมีหลายสมการ และต้องหาค่า <math>c</math> จากอนุกรมกำลังของ <math>G(s)</math> ให้ได้ก่อนจึงจะหาค่า <math>b</math> และ <math>a</math> ได้</li> <li>ระบบอาจจะไม่เสถียรภาพเพราะไม่มีการพิจารณาโพลของระบบ</li> </ol>
เรอ์	<ol style="list-style-type: none"> <li>การคำนวณสามารถทำได้ง่ายมาก เพียงใช้หลักการของตารางเรอ์ก็สามารถหาแบบลดทอนได้</li> <li>สามารถนำไปปรับปรุงและพัฒนาได้ง่าย</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบลดทอนที่ได้นั้นถ้าเทียบกับวิธีอื่นถือว่ามี ความคลาดเคลื่อนมากที่สุด</li> <li>มีข้อจำกัดอยู่หลายประการ เช่น ในกรณีที่มีคอดัมน์แรกใดๆ มีค่าเป็นศูนย์จะไม่สามารถใช้ตารางเรอ์ได้</li> </ol>
ชามาซ์	<ol style="list-style-type: none"> <li>ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบลดทอนที่ได้ใกล้เคียงกับระบบเดิมมาก</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>การคำนวณทำได้ยุ่งยากมากเพราะต้องทำตัวส่วนของ <math>G(s)</math> เป็นเศษส่วนต่อเนื่องก่อนจึงจะได้ค่า <math>b</math> แล้วนำไปแทนในสมการของพาดเพื่อหาค่า <math>a</math> ต่อไป</li> </ol>
เลพล์ซีและวาริโอ	<ol style="list-style-type: none"> <li>ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบลดทอนที่ได้ใกล้เคียงกับระบบเดิมมากที่สุดเช่นเดียวกับวิธีของชามาซ์ เพราะเป็นการนำข้อดีของพาดและเรอ์มาใช้</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>เนื่องจากมีสมการในการหาตัวแปรเพื่อมาแทนในระบบลดทอนมาก การคำนวณจึงยุ่งยากมาก</li> <li>ถ้าจุดของค่า <math>k</math> ที่ได้อยู่นอกพื้นที่เสถียรภาพจำเป็นต้องมีการคำนวณเพื่อหาค่า <math>k</math> ที่เหมาะสมใหม่</li> </ol>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีประมาณ	ข้อดี	ข้อเสีย
พลังงานอิมพัลซ์	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. การคำนวณทำได้ง่ายเพราะใช้หลักการในการหาแบบจำลองลดทอนคล้ายๆ กับวิธีของเรา</li> <li>2. มีการให้ความสำคัญแก่ค่าที่สภาวะอยู่ตัวของระบบต้นแบบ และแบบจำลองลดทอน ทั้งนี้เพื่อให้ผลตอบสนองของสเตปและอิมพัลซ์มีค่าใกล้เคียงกัน</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. การเปรียบเทียบค่า <math>\frac{\beta_i^2}{\alpha_i}</math> ของระบบเดิมนั้นยังไม่ทราบแน่ชัดว่ามีผลต่อการหาแบบจำลองลดทอนหรือไม่</li> <li>2. ฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองลดทอนมีค่าใกล้เคียงกับระบบเดิมน้อย แต่ก็ดีกว่าถ้าเปรียบเทียบกับค่าประมาณค่าแบบวิธีของเรา</li> </ol>

ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบข้อดี และข้อเสียของการลดทอนระบบด้วยวิธีต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก

## โปรแกรม MATLAB สำหรับการวิเคราะห์ระบบลดทอน

## ผ.1. การประมาณค่าของพาด

```

%RMPADE Compute Reduced Model using Pade' Approximation Techniques
% to replace such a high-order system by a lower-order system.
%
% [a,b,pole] = rmpade(P,Q,r) computes numerator coefficients (a),
% denominator coefficients (b) and poles of reduced model.
%
% This method combines the desirable features of the Pade' Approximation
% methods and the modal methods. This method based on the concept of
% Pade' Approximation about more than one point. The reduced model is
% constrained to retain the dominant poles or any other desirable poles
% of the system. It is also constrained to have the same initial time-moments
% as the system.
%
% where
% P = numerator of i/p system
% Q = denominator of i/p system
% r = order of reduced model
%
% See also rmrouth , rmrpade1 , rmrpade2 , rmimpulse

% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 13-12-2000, 2:52 PM

function [a,b,pole]=rmpade(P,Q,r)
sys=tf(P,Q);
if ~isproper(sys)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน';
OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
error('Not available for improper systems.');
```

end

```

if isrhand(Q)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('This high-order system is Unstable');
```

end

```

m=length(P);
n=length(Q);
C=powerseries(P,Q)
```

```

c=-C(1,1:r);
for i=1:r
    for j=1:r
        c1(i,j)=C(r+i-j+1);
    end
end
```

```

end
b=inv(c1)*c;
for i=1:r
    for j=1:r
        if i-j+1>=1
            c2(i,j)=C(i-j+1);
        else
            c2(i,j)=0;
        end
    end
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
end
a=c2*b;
b(r+1,1)=1;
a=fliplr(a');
b=fliplr(b');
pole=roots(b);

if isrhand(b)
    error_data='ระบบหลังการลดทอนระบบ ไม่มีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'คำเตือน');
    warning('Reduced Model is Unstable');
end

% Create power series function
function C=powerseries(P,Q)
m=length(P);
n=length(Q);
D=fliplr(P);
E=fliplr(Q);
for i=1:n-m
    D(i+m)=0;
end

C(1)=D(1)/E(1);
for i=2:n-1
    k=0;
    x=0;
    for j=i:-1:2
        k=k+1;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

x=x+E(j)*C(k);
end
C(i)=[D(i)-x]/E(1);
end

for i=n:2*(n-1)
k=i-n+1;
x=C(k);
for j=2:n-1
k=k+1;
x=x+E(j)*C(i-j+1);
end
C(i)=-x/E(1);
end

```



## ผ.2. การประมาณค่าของเรา

```

%RMROUTH Compute Reduced Model using Routh Stability Criterion Techniques
% to replace such a high-order system by a lower-order system.
%
% [a,b,pole] = rmrouth(P,Q,r) computes numerator coefficients (a),
% denominator coefficients (b) and poles of reduced model.
%
% This method is based on the Routh Stability Criterion. The reduced order
% transfer function is determined directly from elements in the Routh
% stability array of the high-order numerator and denominator.
%
% where
% P = numerator of i/p system
% Q = denominator of i/p system
% r = order of reduced model
%
% See also rmpade , rmpadel , rmpade2 , rmimpulse

% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 14-12-2000, 9:53 AM

function [a,b,pole]=rmrouth(P,Q,r)
m=length(P);
n=length(Q);
p=ceil(m/2);
q=ceil(n/2);

sys=tf(P,Q);
if ~isproper(sys)

```

error\_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน';

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
error('Not available for improper systems.');
```

end

```

if isrhand(Q)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('This high-order system is Unstable');
```

end

```

A=flipud(table(P));
B=flipud(table(Q));

s=ceil(r/2);
for i=1:s
    a(2*i-1)=A(r,i);
    if ~(i==s) & (A(r-1,s)==0)
        a(2*i)=A(r-1,i);
    end
end

end

s=ceil((r+1)/2);
for i=1:s
    b(2*i-1)=B(r+1,i);
    if ~(i==s) & (B(r,s)==0)
        b(2*i)=B(r,i);
    end
end

end

a=a./b(1);
b=b./b(1);

pole=roots(b);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% Create Routh's table function
function A=table(P)
m=length(P);
p=ceil(m/2);
A=zeros(m,p);

for i=1:p
    A(1,i)=P(2*i-1);
    if 2*i>m
        A(2,i)=0;
    else
        A(2,i)=P(2*i);
    end
end

for i=3:m-1
    for j=1:ceil((m-i+1)/2)
        A(i,j)=[A(i-1,1)*A(i-2,j+1)-A(i-2,1)*A(i-1,j+1)]/A(i-1,1);
        if A(i,1)==0
            error_data='ตัวหารในคอลัมน์แรกของตารางเร้าท์เป็นศูนย์เกิดค่าอนันต์ ไม่สามารถใ้
การออกแบบด้วยวิธีเร้าท์ได้';
            OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
            error('The first column of Routh s table is zero.');
```

```

        end
    end
end

A(m,1)=[A(m-1,1)*A(m-2,2)-A(m-2,1)*A(m-1,2)]/A(m-1,1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ผ.3. การประมาณค่าของขามาซ์

```
%RMRPADE1 Compute Reduced Model using Routh Stability Criterion and
% Pade' Approximation Techniques to replace such a high-order system
% by a lower-order system.
%
% This method for the reduction in order of high-order system have been
% proposed, based on expanding the system transfer function G(s) into
% a continued fraction and truncating it to get the denominator coefficient
% of reduced-order transfer function R(s) and concept of Pade' approximation
% to get the numerator of reduced-order transfer function R(s).(Y.Shamash)
%
% [a,b,pole] = rmrpade1(P,Q,r) computes numerator coefficients (a),
% denominator coefficients (b) and poles of reduced model.
%
% where
% P = numerator of i/p system
% Q = denominator of i/p system
% r = order of reduced model
%
% See also rmpade , rmrouth , rmrpade2 , rmpulse

% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 14-12-2000, 10:45 AM
```

```
function [a,b,pole]=rmrpade1(P,Q,r)
```

```
sys=tf(P,Q);
```

```
if ~isproper(sys)
```

```
error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน;
```

```
OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมาณผล);
```

```
error('Not available for improper systems.');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end

if isrhand(Q)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('This high-order system is Unstable');
end

m=length(P);
n=length(Q);

q=ceil(n/2);
D=fliplr(P);
E=fliplr(Q);

F=zeros(1,q);
G=zeros(1,q);
for i=1:n
    if rem(i,2)
        F((i+1)/2)=E(i);
    else
        G(i/2)=E(i);
    end
end

for i=1:q
    alpha(i)=F(1)/G(1);
    for j=1:q
        F(j)=F(j)-alpha(i)*G(j);
    end
    [F,G]=swap(F,G);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

G=G(1,2:q);
G(q)=0;
end
alpha
x2=[1 0];
y2=alpha(r);
for i=r-1:-1:1
    x1=alpha(i);
    y1=[1 0];
    [y2,x2]=pluspoly(x1,y1,x2,y2);
end
[b,a]=pluspoly(1,1,x2,y2);

for i=1:n-m
    D(i+m)=0;
end
for i=1:n-1
    for j=1:n-1
        if i-j+1>=1
            e(i,j)=E(i-j+1);
        else
            e(i,j)=0;
        end
    end
end
d=D(1,1:n-1);
C=(inv(e)*d);
for i=1:r
    for j=1:r
        if i-j+1>=1

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        c2(i,j)=C(i-j+1);
    else
        c2(i,j)=0;
    end
end
end
end
bb=fliplr(b(1,2:r+1));
a=fliplr((c2*bb)');
pole=roots(b);

% Swap function
function [A,B]=swap(a,b)
A=b;
B=a;

% Plus two polynomials function
function [A,B]=pluspoly(C,D,E,F)
B=conv(D,F);
A1=conv(C,F);
A2=conv(D,E);
a1=length(A1);
a2=length(A2);
if a1>a2
    A2=fliplr(A2);
    for i=1:a1-a2
        A2(a2+i)=0;
    end
    A2=fliplr(A2);
else
    A1=fliplr(A1);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
for i=1:a2-a1
    A1(a1+i)=0;
end
A1=fliplr(A1);
end
A=A1+A2;
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### ผ.4. การประมาณค่าของเลขพีซี และวาริโอ

```

%RMRPADE2 Compute Reduced Model using Routh Stability Criterion and
% Pade' Approximation Techniques to replace such a high-order system
% by a lower-order system.
%
% This method is an improvement over previous Routh-Pade' methods since
% the denominator polynomial of the model transfer function, even if
% based on the elements of a Routh array, constrains two free parameters.
% A systematic procedure is illustrated for evaluating, besides the numerator
% coefficients, such denominator parameters in order to ensure a good fit,
% in the Pade' sense, and a suitable stability margin.
%
% [a,b,pole] = rmrpade2(P,Q,r) computes numerator coefficients (a),
% denominator coefficients (b) and poles of reduced model.
%
% where
% P = numerator of i/p system
% Q = denominator of i/p system
% r = order of reduced model
%
% See also rmpade , rmrouth , rmrpade1 , rmpulse

% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 16-12-2000, 2:04 PM

```

```

function [a,b,pole]=rmrpade2(P,Q,r)
m=length(P);
n=length(Q);
p=ceil(m/2);
q=ceil(n/2);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

sys=tf(P,Q);
if ~isproper(sys)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('Not available for improper systems.');
```

end

```

if isrhand(Q)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
```

error('This high-order system is Unstable');

end

```

C=powerseries(P,Q);
B=flipud(table(Q));
B=B(1:r+1,:);

for i=1:r+1
    k=i;
    for j=1:ceil(i/2)
        A(i,k)=B(i,j);
        k=k-2;
    end
end
A=A./A(r+1,r+1);

for i=1:r+1
    if rem(r-i,2)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    alpha(i,1)=A(r+1,i);
    alpha(i,2)=A(r-1,i);
else
    alpha(i,2)=A(r,i);
end
end

E=zeros(2,1);
for i=1:r+1
    E(1,1)=E(1,1)+alpha(i,1)*C(r-i+2);
    E(2,1)=E(2,1)+alpha(i,1)*C(r-i+3);
end
E=-E
D=zeros(2);
for i=1:2:r+1
    D(1,1)=D(1,1)+alpha(i,2)*C(r-i+2);
    D(1,2)=D(1,2)+alpha(i,2)*C(r-i+3);
end
for i=2:2:r+1
    D(2,1)=D(2,1)+alpha(i,2)*C(r-i+2);
    D(2,2)=D(2,2)+alpha(i,2)*C(r-i+3);
end
D

if ~det(D)
    error_data='Matrix is singular ไม่สามารถหาค่า k ได้';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('Matrix is singular to working precision.');
```

```
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

K=inv(D')*E;
if K(1,1)<-1 | K(2,1)<0
    K=outside(D,E,1);
end
K

for i=1:2:r+1
    alpha(i,2)=alpha(i,2)*K(1,1);
end
for i=2:2:r+1
    alpha(i,2)=alpha(i,2)*K(2,1);
end
for i=1:r+1
    b(i)=alpha(i,1)+alpha(i,2);
end
b=b./b(r+1);
for i=1:r
    for j=1:r
        if i-j+1>=1
            c2(i,j)=C(i-j+1);
        else
            c2(i,j)=0;
        end
    end
end
end
b=(b(1:r))';
a=c2*b;
b(r+1,1)=1;
a=fliplr(a');

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

b=fliplr(b');
pole=roots(b);

% Create Routh's table function
function A=table(P)
m=length(P);
p=ceil(m/2);
A=zeros(m,p);

for i=1:p
    A(1,i)=P(2*i-1);
    if 2*i>m
        A(2,i)=0;
    else
        A(2,i)=P(2*i);
    end
end

for i=3:m-1
    for j=1:ceil((m-i+1)/2)
        A(i,j)=[A(i-1,1)*A(i-2,j+1)-A(i-2,1)*A(i-1,j+1)]/A(i-1,1);
        if A(i,1)==0
            error_data='ตัวหารในคอลัมน์แรกของตารางเรี้าร์เป็นศูนย์เกิดค่าอนันต์ ไม่สามารถใช่
การออกแบบด้วยวิธีเรี้าร์ได้';
            OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
            error('The first column of Routh s table is zero. ');
        end
    end
end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A(m,1)=[A(m-1,1)*A(m-2,2)-A(m-2,1)*A(m-1,2)]/A(m-1,1);$$

% Create power series function

function C=powerseries(P,Q)

m=length(P);

n=length(Q);

D=fliplr(P);

E=fliplr(Q);

for i=1:n-m

    D(i+m)=0;

end

C(1)=D(1)/E(1);

for i=2:n-1

    k=0;

    x=0;

    for j=i:-1:2

        k=k+1;

        x=x+E(j)\*C(k);

    end

    C(i)=[D(i)-x]/E(1);

end

for i=n:2\*(n-1)

    k=i-n+1;

    x=C(k);

    for j=2:n-1

        k=k+1;

        x=x+E(j)\*C(i-j+1);

    end

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    C(i)=-x/E(1);
end

% Find the new K if the old K outside the stability region.
function K=outside(d,e,M)
k=zeros(2,1);
for i=1:2
    [num,den]=pluspoly([d(i,1) 0],1,d(i,2)*M,[1 1]);
    den=[0 den*e(i)];
    num=num-den;
    r=roots(num);
    for j=1:2
        if r(j)>-1 & r(j)>k(i,1)
            k(i,1)=r(j);
        end
    end
end
end

K(1,1)=max(k);
K(2,1)=M/(1+K(1,1));

```

### ผ.5. การประมาณค่าพลังงานอิมพัลส์

```

%RMIMPULSE Compute Reduced Model using Impulse Energy Approximation
% to replace such a high-order system by a lower-order system.
%
% This method is given for linear system reduction which is a more
% general form of the Routh method. The reduced models retain stability,
% and a fuller contribution is made to the impulse response energy
% of the reduced system by appropriate selection of retained alpha and
% beta parameters. It require no more computation than the Routh method
% and can be presented in a compact tabular form.
%
% [a,b,pole] = rmimpulse(P,Q,r) computes numerator coefficients (a),
% denominator coefficients (b) and poles of reduced model.
%
% where
% P = numerator of i/p system
% Q = denominator of i/p system
% r = order of reduced model
%
% See also rmpade , rmrouth , rmrpade1 , rmrpade2
% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 18-12-2000, 3:57 PM

function [a,b,pole]=rmimpulse(P,Q,r)
sys=tf(P,Q);
if ~isproper(sys)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมาณผล');
    error('Not available for improper systems.');
```

end

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if isrhand(Q)
    error_data='ระบบก่อนการลดทอนระบบต้องมีเสถียรภาพ';
    OKmessage(error_data,'เกิดข้อผิดพลาดขณะประมวลผล');
    error('This high-order system is Unstable');
end

m=length(P);
n=length(Q);
D=fliplr(P);
E=fliplr(Q);
B=zeros(2*(n-1),n+1);
A=B;
[p,q]=size(B);
for i=1:n
    B(1,i)=E(i);
end
for i=1:m
    A(1,i)=D(i);
end

for i=2:2*(n-1)
    if rem(i,2)
        for j=1:n-1
            B(i,j)=(B(i-1,1)*B(i-2,j+1)-B(i-1,j+1)*B(i-2,1))/B(i-1,1);
            A(i,j)=(A(i-1,1)*A(i-2,j+1)-A(i-1,j+1)*A(i-2,1))/A(i-1,1);
        end
    else
        for j=1:2:n
            B(i,j)=B(i-1,j+1);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    A(i,j)=B(i,j);
end
end
end
A
B
for i=1:n-1
    alpha(i)=B(2*i-1,1)/B(2*i,1);
    beta(i)=A(2*i-1,1)/A(2*i,1);
end
alpha
beta
I=beta.^2./alpha
z=zeros(1,q);
B=[z;B(p-2*(r-1):p,:)];
B(1,1)=alpha(1)*B(2,1);
A=[z;A(p-2*(r-1):p,:)];
A(1,1)=beta(1)*A(2,1);
for i=2:q
    B(1,i)=[B(3,i-1)*B(2,1)+B(1,1)*B(2,i)]/B(2,1);
    A(1,i)=[A(3,i-1)*A(2,1)+A(1,1)*A(2,i)]/A(2,1);
end
A
B
a=A(1,r:-1:1);
b=B(1,r+1:-1:1);
pole=roots(b);

```

### ผ.๖. คุณลักษณะผลตอบสนองของระบบในโดเมนเวลา

```

%TIMESPEC Compute the time domain performance specification
% of the system step response.
%
% [Tdelay,Trise,Tpeak,Mp,Tset] = timespec(a,b) computes
% delay time , rise time , peak time , percent maximum
% overshoot and setting time of the numerator and denominator
% coefficients of the close-loop transfer function.
%
% where
% a = numerator of i/p system
% b = denominator of i/p system
%
% Author(s): Kiattipong Kamonrat, 40010080, 19-12-2000, 1:07 PM

function [Tdelay,Trise,Tpeak,Mp,Tset]=timespec(a,b)
dateStr=datestr(now);
Title=sprintf('\n\t\tTransient response specifications :');
disp(Title);
[Y,X,T]=step(a,b);
Yend=Y(end);
Tend=T(end);
[Y,X,T]=step(a,b,0:0.005:Tend);

% Delay rime (Td)
Ydelay=Yend*50/100;
indexDelay=find(Y<=Ydelay);
Ydelay1=Y(indexDelay(end));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Ydelayh=Y(indexDelay(end)+1);
Tdelayl=T(indexDelay(end));
Tdelayh=T(indexDelay(end)+1);
Tdelay=interpolate(Ydelay,Ydelayl,Ydelayh,Tdelayl,Tdelayh);

TdelayStr=sprintf('\n\t1.) Delay time\t\t= %f secs',Tdelay);
YdelayStr=sprintf('\t Amplitude of delay time\t= %f',Ydelay);
disp(TdelayStr);
disp(YdelayStr);

% Rise time (Tr)
Y10=Yend*10/100;
Y90=Yend*90/100;
index10=find(Y<=Y10);
Y10l=Y(index10(end));
Y10h=Y(index10(end)+1);
T10l=T(index10(end));
T10h=T(index10(end)+1);
T10=interpolate(Y10,Y10l,Y10h,T10l,T10h);
index90=find(Y<=Y90);
i=1;
while i==index90(i)
    i=i+1;
    if i>size(index90)
        break;
    end
end
Y90l=Y(index90(i-1));
Y90h=Y(index90(i-1)+1);
T90l=T(index90(i-1));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

T90h=T(index90(i-1)+1);
T90=interpolate(Y90,Y90l,Y90h,T90l,T90h);
Trise=T90-T10;

TriseStr=sprintf('\n\t2.) Rise time\tt= %f secs',Trise);
disp(TriseStr);

% Peak time (Tp)
[Ypeak,index]=max(Y);
Mp=100*(Ypeak-Yend)/Yend;
if (Ypeak~=Yend)&(Mp>0)
    Tpeak=T(index);

    TpeakStr=sprintf('\n\t3.) Peak time\tt= %f secs',Tpeak);
    YpeakStr=sprintf('\t Amplitude of peak time\tt= %f,Y peak);
    disp(TpeakStr);
    disp(YpeakStr);
else
    Tpeak=0;
    PeakStr=sprintf('\n\t3.) No Peak time. ');
    disp(PeakStr);
end

% Maximum percent overshoot
if (Tpeak~=0)&(Mp>0)
    MpStr=sprintf('\n\t4.) Maximum percent overshoot = %f,Mp);
    disp(MpStr);
else
    MpStr=sprintf('\n\t4.) No Maximum percent overshoot. ');
    disp(MpStr);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end

% Setting timr (Ts)
TT=flipr(T);
YY=flipud(Y);
Y2p=Yend*102/100;
Y2n=Yend*98/100;
indexSet=find((YY<=Y2p)&(YY>=Y2n));
i=1;
while i==indexSet(i)
    i=i+1;
    if i>size(indexSet)
        break;
    end
end
indexS=indexSet(i-1);
YY(indexS);
Tset=TT(indexS);

TsetStr=sprintf('\n\t5.) Setting time\tt= %f secs',Tset);
disp(TsetStr);

% Plot transient response
plot(T,Y,'LineWidth',1.4);
Xlimit=get(gca,'Xlim');
Ylimit=get(gca,'Ylim');
line(Xlimit,[Yend Yend],'Color','k','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');

title('Transient response');

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
if ~findobj('Type','figure')
    name=strcat('Transient response (',dateStr,')');
    set(gcf,'Name',name,'NumberTitle','off');
end

% Plot rise time (Tr)
line([Tdelay Tdelay],Ylimit,'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line(Xlimit,[Ydelay Ydelay],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');

% Plot rise time (Tr)
line([T10 T10],Ylimit,'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line(Xlimit,[Y10 Y10],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line([T90 T90],Ylimit,'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line(Xlimit,[Y90 Y90],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');

% Plot setting time (Ts)
line(Xlimit,[Y2p Y2p],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line(Xlimit,[Y2n Y2n],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
line([Tset Tset],Ylimit,'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');

% Plot peak time (Tp)
if Tpeak~=0
    line([Tpeak Tpeak],Ylimit,'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
    line(Xlimit,[Ypeak Ypeak],'Color','r','LineWidth',0.5,'LineStyle',':');
end

% Interpolate function
function y=interpolate(x,Xl,Xh,Yl,Yh)
y=Yl+(Yh-Yl)*(x-Xl)/(Xh-Xl);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จดูต่างได้ เนื่องจากได้รับความอนุเคราะห์จากรศ.วิพันธ์  
ปรีชาพานิช (อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์), อาจารย์ถาวร เเบญจนราษฎร์ ผู้ให้คำปรึกษาในส่วน  
ของเนื้อหา พ่อ แม่ เพื่อนๆ และผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกๆคนที่มีได้เอ่ยถึงที่คอยเป็นกำลังใจจนโครง  
งานสำเร็จ จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

- [1]. Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Prentice-Hall International , Inc. (1990)
- [2]. Y.Shamash , Model Reduction Using the Routh Stability Criterion and the Pade' Approximation Techniques, INT.J. Control , 1975, Vol 21 ,No.3 , 475-484
- [3]. Lucas, T.N , Linear System Reduction by Impulse Energy Approximation, IEEE Trans Automat. Contr., Vol AC-30 , No.8 ,Aug. 1985, pp 784-786
- [4]. Antonio Lepschy , Umberto Viaro, An Improvement in the Routh-Pade' approximation techniques , INT.J. Control , 1982 , Vol. 36, No. 4 ,643-661
- [5]. V.Krishnamurthy and V. Seshadri, Model Reduction Using the Routh Stability Criterion, IEEE Trans Automat. Contr., Vol. AC-23, No.4 Aug. 1978 , pp. 729-731
- [6]. Y.Shamash , Linear system reduction using Pade' approximation allow retention of dominant modes, INT.J. Control , 1975 , Vol.21 ,257-272
- [7]. Y. Shamash , Failure of the Routh -Herwitz Method of Reduction, IEEE Trans Automat. Contr., Vol. AC-25 , No.2 ,April. 1980, pp 313-314