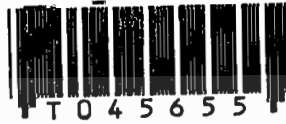


ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ROBUST CONTROLLER  
OF ROTATIONAL INVERTED PENDULUM SYSTEM



เลขหม.....  
เลขทะเบียน..... 45655  
วัน, เดือน, ปี..... 12 ก.พ. 2546

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
พ.ศ.2546

ISBN 974-324-183-3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ROBUST CONTROLLER  
OF ROTATIONAL INVERTED PENDULUM SYSTEM**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2003**

**ISBN 974-324-183-3**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2003**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ดูแลเห็นการใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม แบบฐานหมุน
นักศึกษา	นายนวเทพ ชนาพรธม
รหัสประจำตัว	42061065
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2546
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ซึ่งระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบจะถูกประมาณให้เป็นเชิงเส้นก่อนที่จะทำการออกแบบตัวควบคุม

จากผลการทดลองที่ใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนพบว่า ระบบควบคุมสามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นโลก ในขณะที่เดียวกันระบบควบคุมยังสามารถควบคุมฐานหมุนให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้และเมื่อความยาวของอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลงในขอบเขตที่กำหนด ระบบควบคุมโรบัสต์นี้ยังมีความคงทนมากกว่าเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับระบบควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอดคิวนอร์

<b>Thesis Title</b>	Robust Controller of Rotational Inverted Pendulum System
<b>Student</b>	Mr. Nawathap Chanapan
<b>Student ID.</b>	42061065
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Programme</b>	Electrical Engineering
<b>Year</b>	2003
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr.Jongkol Ngamwiwit

## ABSTRACT

This thesis presents the robust controller design for rotational inverted pendulum system. The rotational inverted pendulum system is nonlinear and unstable system. In order to design controller, the system is first approximated to be a linear system.

The robust controller is implemented for the rotational inverted pendulum system. The experimental results show that the inverted pendulum rod can be maintained in its upright position, while the rotating base can be controlled to the desired position. The robustness of the proposed control system is more than that of the LQR control system when the length of the rod is changed within the given bound.

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนของการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	3
2.1 โครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	3
2.1.1 ตัวควบคุม.....	3
2.1.2 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมและตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	4
2.1.3 ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	6
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	7
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุม.....	10
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์.....	10
3.2 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์.....	16
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมและผลการทดลอง.....	20
4.1 การออกแบบตัวควบคุม.....	20
4.1.1 การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์.....	20
4.1.2 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์.....	22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.2 การทดลองควบคุมระบบโดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์.....	23
4.2.1 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนคูล์มคงที่.....	24
4.2.2 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนคูล์ม เปลี่ยนแปลง .....	25
4.3 การทดลองควบคุมระบบโดยใช้ตัวควบคุมแอลคิวอาร์ .....	32
4.3.1 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนคูล์มคงที่.....	32
4.3.2 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนคูล์ม เปลี่ยนแปลง .....	36
4.4 สรุปผลการทดลอง .....	39
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	40
เอกสารอ้างอิง.....	41
ภาคผนวก.....	42
ภาคผนวก ก โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการงานวิจัย.....	43
ภาคผนวก ข. ข้อมูลจำเพาะของวงจรควบคุมการทำงานของมอเตอร์ .....	65
ภาคผนวก ค. ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์ .....	74
ประวัติผู้เขียน .....	80

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

4.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัย ..... 20



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในการศึกษา .....	3
2.2 แสดงวงจรบนการ์ดที่ติดตั้งอยู่ในสล็อต ISA บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล .....	5
2.3 แสดงระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในการศึกษาวิจัย .....	6
2.4 แสดงแรงที่กระทำต่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	7
3.1 แสดงแผนภาพบล็อกทั่วไปของการควบคุม โรบัสต์.....	10
3.2 แสดงแผนภาพบล็อกของแพลนท์.....	11
3.4 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ .....	17
3.5 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่ม โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์.....	18
4.1 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ .....	24
4.3 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร .....	26
4.4 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร .....	26
4.5 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 7.5 เซนติเมตร.....	27
4.6 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 7.5 เซนติเมตร.....	27
4.7 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 10 เซนติเมตร .....	28
4.8 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 10 เซนติเมตร .....	28
4.9 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร.....	30
4.10 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร.....	30
4.11 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุม โรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 7.5 เซนติเมตร .....	31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.12 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 7.5 เซนติเมตร .....	31
4.13 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ .....	33
4.14 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์.....	33
4.15 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ .....	35
4.16 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ .....	35
4.17 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร.....	37
4.18 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร .....	37
4.19 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร .....	38
4.20 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร.....	38
ก.1 แสดงแผนภาพบล็อกของตัวควบคุมโรบัสต์ ที่อยู่ในโปรแกรม Hinf_MODEL.SIM.....	48

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม(inverted pendulum system) เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น(nonlinear) และไม่มีเสถียรภาพ(unstable) ดังนั้น การควบคุมเพื่อรักษาความสมดุล(balancing control) ของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม(pendulum rod) และการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุน(rotating base) ของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมจึงเป็นหัวข้อวิจัยที่น่าสนใจ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น วิธีการประมาณค่าระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นระบบที่เป็นเชิงเส้น(linearization) จึงถูกนำมาใช้เพื่อความสะดวกในการออกแบบตัวควบคุม การออกแบบตัวควบคุมสำหรับควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมสามารถกระทำได้หลายวิธี เช่น การควบคุมแบบฟัซซี(fuzzy control) [1] และการควบคุมแบบสไลดิงโหมด(sliding mode control) [2] เป็นต้น โดยที่ตัวควบคุมแต่ละแบบสามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ(stable) ได้ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอตัวควบคุมโรบัสต์(robust) มาใช้ในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน(rotational inverted pendulum) ให้มีเสถียรภาพ ซึ่งการควบคุมแบบโรบัสต์สามารถรองรับผลจากความไม่แน่นอน(uncertainty) ของพารามิเตอร์ต่างๆในระบบควบคุม และสัญญาณรบกวนต่างๆ(noise) ที่เกิดขึ้นกับระบบควบคุมได้

โดยทั่วไป ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ใช้ในการศึกษาออกแบบตัวควบคุมสามารถแบ่งออกได้เป็นหลายชนิดตามลักษณะโครงสร้างที่แตกต่างกัน เช่น รถอินเวอร์ทเพนดูลัม(inverted pendulum cart) และระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน การศึกษาวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมาใช้ในการศึกษา เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบนี้มีโครงสร้างที่ง่ายต่อการประดิษฐ์ และยังสามารถเคลื่อนที่ฐานหมุนไปรอบๆได้โดยไม่มีที่สิ้นสุด ซึ่งก็เปรียบเสมือนว่า ระยะทางในการเคลื่อนที่ทั้งสองทิศทางของฐานของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมมีอย่างไม่จำกัด

### 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

- ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้สามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมอยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลกได้
- ออกแบบตัวควบคุมที่สามารถรองรับผลของความไม่แน่นอนของระบบ และสัญญาณรบกวนต่างๆที่อาจเกิดขึ้นกับระบบควบคุมได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนของการวิจัย

- ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์(mathematical model) ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนโดยอาศัยทฤษฎีทางพีลิกซ์พื้นฐาน
- ศึกษาวิธีการออกแบบตัวควบคุม และทำการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เพื่อให้ระบบควบคุมสามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลก และในขณะเดียวกันก็สามารถควบคุมให้ตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้
- ศึกษาและทำการทดลองแก้ปัญหาคอออฟเซต(offset) ของระบบควบคุมที่เกิดขึ้นในสภาวะคงตัว(steady state error) โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับระบบควบคุม
- ศึกษาวิธีการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ และทำการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ เพื่อให้ระบบควบคุมสามารถรองรับผลของความไม่แน่นอนของระบบ และสัญญาณรบกวนต่างๆที่อาจเกิดขึ้นกับระบบได้

### 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งออกเป็น 5 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของหัวข้อวิจัยนี้ ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ในการศึกษา ขอบเขตและขั้นตอนในการวิจัย

บทที่ 2 เป็นการกล่าวถึงรายละเอียดโครงสร้างและการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัย

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ และทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์(LQR)

บทที่ 4 เป็นการกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุม และผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์และตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์

บทที่ 5 เป็นการสรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะในการพัฒนาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

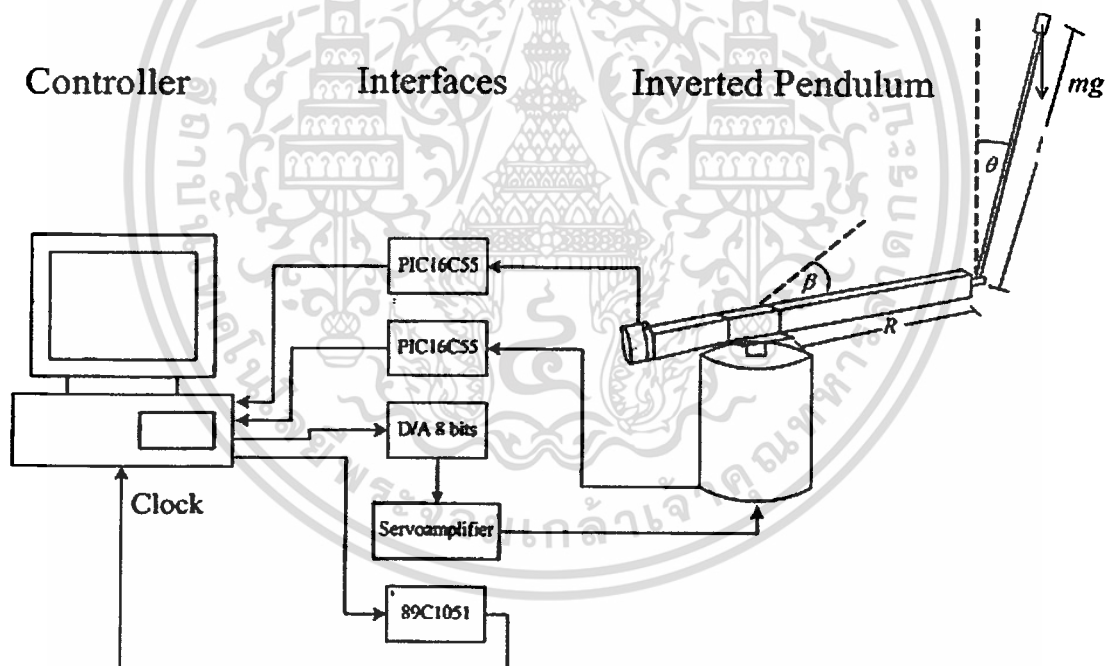
## บทที่ 2

# การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ในบทนี้จะอธิบายถึงโครงสร้างโดยทั่วไปของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และวิธีในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

### 2.1 โครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

โครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถพิจารณาแบ่งออกเป็นสามส่วนประกอบหลักๆ ได้ 3 ส่วน ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในการศึกษา

#### 2.1.1 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานตามเวลาจริง(real-time program) ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี(C language) จะถูกนำมาใช้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม(รายละเอียดของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนาเพื่อใช้เป็นตัวควบคุม แสดงในภาคผนวก ก.) โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้จะทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล(personal computer)

### 2.1.2 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมและตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม

ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมและตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมมีส่วนประกอบเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์(electronic circuit) ที่ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้า(input port) และช่องทางออก(output port) ของข้อมูลระหว่างตัวควบคุมซึ่งเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล กับ ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม และมีวงจรอิเล็กทรอนิกส์ที่ทำหน้าที่ในการแปลงข้อมูลที่อยู่ในลักษณะรูปคลื่นสัญญาณทางไฟฟ้า(wave signal) ไปเป็นข้อมูลที่อยู่ในรูปข้อมูลดิจิทัล(digital) เพื่อให้ตัวควบคุมสามารถรับรู้ข้อมูลสถานะ(state) ต่างๆของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม และยังมีวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำหรับใช้ทำหน้าที่ในการแปลงข้อมูลคำสั่งควบคุม(control signal) จากตัวควบคุมให้เป็นค่ากำหนดแรงบิด(torque) ของมอเตอร์ไฟฟ้า โดยที่ค่าแรงบิดของมอเตอร์ไฟฟ้านั้นก็คือค่าอินพุตของระบบควบคุม ส่วนประกอบที่สำคัญของส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุม และตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมมีดังนี้

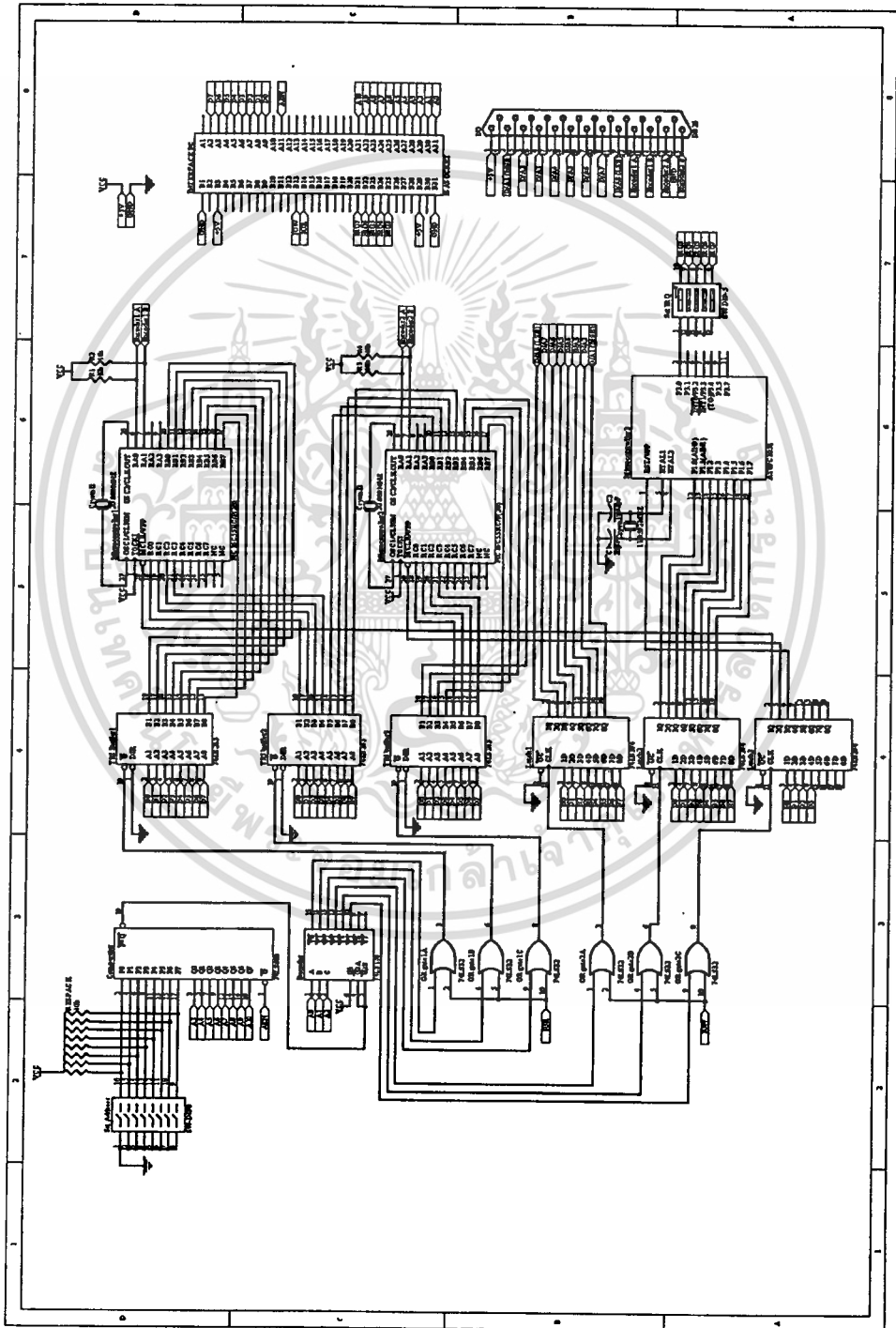
- ไมโครคอนโทรลเลอร์(micro controller) PIC16C55 จำนวน 2 ตัว ซึ่งบรรจุโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นให้ทำหน้าที่เป็นวงจรที่ใช้ในการแปลงข้อมูลที่อยู่ในรูปคลื่นสัญญาณทางไฟฟ้าของตัวรับรู้ค่าตำแหน่งเชิงมุมด้วยแสง(optical encoder) ซึ่งคลื่นสัญญาณทางไฟฟ้าดังกล่าวมีลักษณะเป็นสัญญาณรูปสี่เหลี่ยม(quadrature signal) 2 เฟส(phase) คือ เฟส A และเฟส B ไปเป็นค่าตำแหน่งเชิงมุมของตัวรับรู้ในรูปข้อมูลดิจิทัล
- วงจรแปลงดิจิทัลเป็นแอนะล็อก(digital to analog converter) ขนาด 8 บิต ใช้ทำหน้าที่ในการแปลงข้อมูลคำสั่งควบคุมที่อยู่ในรูปข้อมูลดิจิทัลของตัวควบคุมไปเป็นค่ากำหนดแรงบิด ของวงจรควบคุมแรงบิดของมอเตอร์ไฟฟ้าที่อยู่ในรูปสัญญาณแรงดันไฟฟ้า (voltage signal)  $-10$  โวลต์ ถึง  $+10$  โวลต์
- วงจรควบคุมการทำงานของมอเตอร์ไฟฟ้า เป็นวงจรไฟฟ้าสำเร็จรูปที่ใช้ทำหน้าที่ในการควบคุมการทำงานของมอเตอร์ไฟฟ้า โดยจะถูกตั้งให้ทำงานในรูปแบบของการควบคุมกระแส(current control) ซึ่งวงจรควบคุมการทำงานของมอเตอร์ไฟฟ้าจะรับข้อมูลอินพุตเป็นสัญญาณแรงดันไฟฟ้า  $-10$  โวลต์ ถึง  $+10$  โวลต์ เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลในการควบคุมค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านมอเตอร์ไฟฟ้า โดยที่กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านมอเตอร์ไฟฟ้าจะมีค่าแปรผันโดยตรงกับค่าแรงบิดของมอเตอร์ไฟฟ้า รายละเอียดของวงจรนี้แสดงอยู่ในภาคผนวก ข.
- ไมโครคอนโทรลเลอร์ 89C1051 ซึ่งบรรจุโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นให้ทำหน้าที่เป็นวงจรกำเนิดสัญญาณนาฬิกา(clock generator) ที่ใช้กำหนดค่าความถี่ในการสุ่ม(sampling

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

frequency) ข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมของตัวรับรู้เพื่อนำมาประมวลผล และค่าสัญญาณความถี่นี้ยังถูกใช้ในการกำหนดความถี่ของการส่งคำสั่งควบคุมจากตัวควบคุม ไปยังตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมด้วย

และภาพแสดงการเชื่อมต่อวงจรอิเล็กทรอนิกส์ของไมโครคอนโทรลเลอร์ PIC16C55 และ 89C1051 ซึ่งถูกติดตั้งบนการ์ดสำหรับสล็อต ISA ของคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลแสดงในรูปที่ 2.2



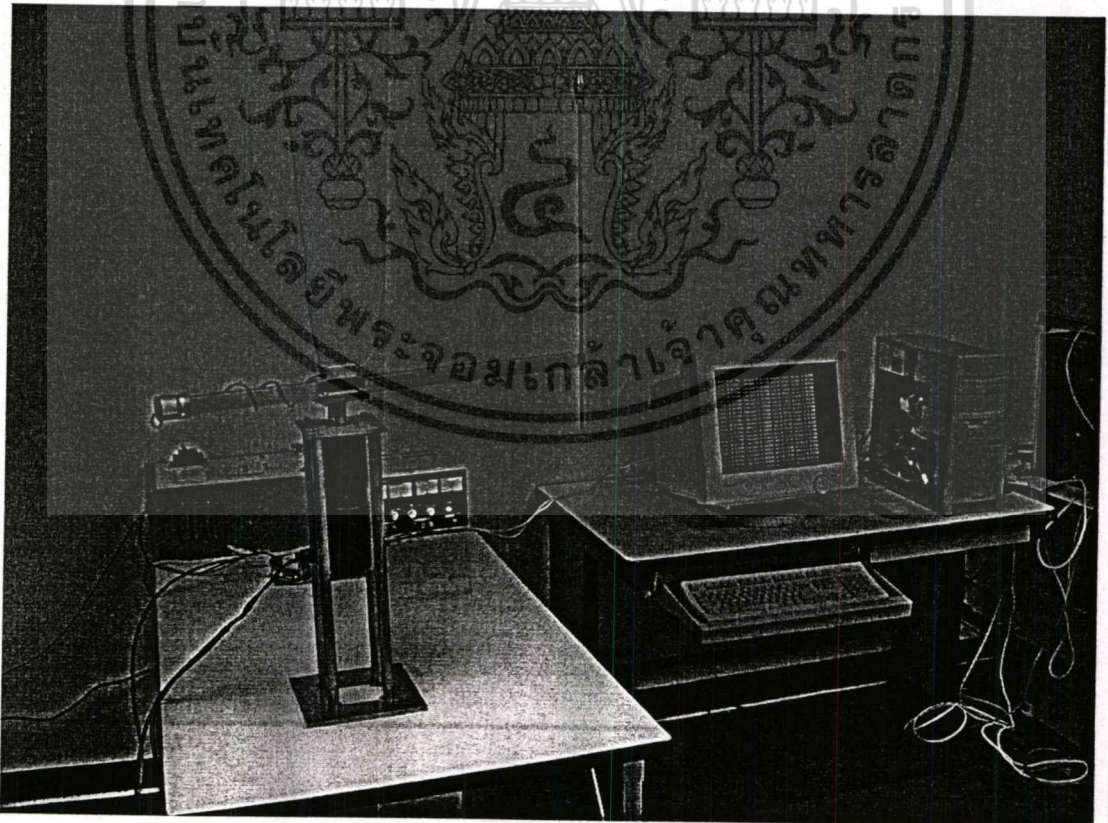
รูปที่ 2.2 แสดงวงจรบนการ์ดที่ติดตั้งอยู่ในสล็อต ISA บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานภายในเท่านั้น เมื่อเผยแพร่ให้ผู้อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.3 ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม(Inverted Pendulum)

ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีส่วนประกอบที่สำคัญคือ

- มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ใช้ทำหน้าที่ในการขับเคลื่อนฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม
- ตัวรับรู้ค่าตำแหน่งเชิงมุมด้วยแสง จำนวน 2 ตัว ใช้ทำหน้าที่ในการวัดค่าตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม และค่าตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม
- แท่งอลูมิเนียมกลวงทรงสี่เหลี่ยม ใช้เป็นฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยยึดติดอยู่กับมอเตอร์ไฟฟ้า
- ท่อเหล็กปลอดสนิมขนาดเล็ก ใช้เป็นก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม และถูกนำมาใช้ในการเชื่อมตัวรับรู้ค่าตำแหน่งเชิงมุมด้วยแสงเข้ากับก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม
- โครงสร้างที่ทำจากเหล็ก ใช้เป็นฐานสำหรับมอเตอร์ไฟฟ้า และถูกใช้ในการเชื่อมมอเตอร์ไฟฟ้าเข้ากับฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม

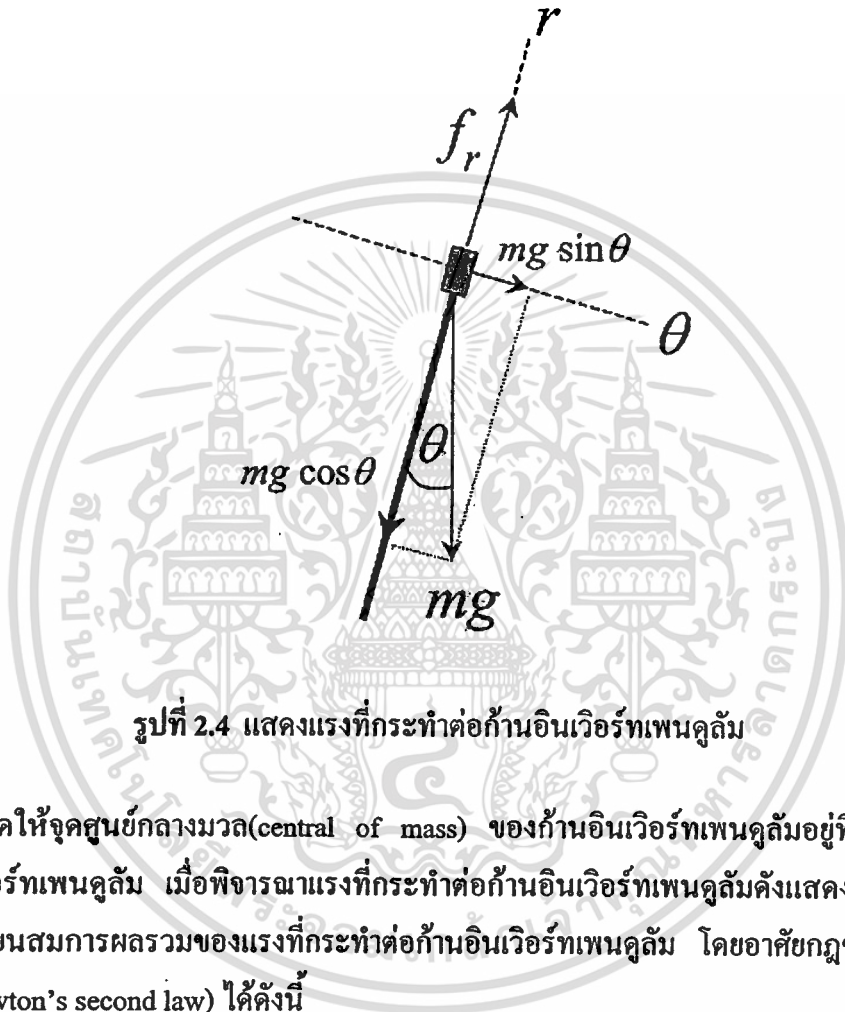


รูปที่ 2.3 แสดงระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในการศึกษาวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนเนื้อหาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่ขออนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ในหัวข้อนี้อธิบายถึงการคำนวณหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยอาศัยหลักการพื้นฐานทางฟิสิกส์



รูปที่ 2.4 แสดงแรงที่กระทำต่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม

กำหนดให้จุดศูนย์กลางมวล(central of mass) ของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมอยู่ที่จุดปลายของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อพิจารณาแรงที่กระทำต่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 2.4 สามารถเขียนสมการผลรวมของแรงที่กระทำต่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยอาศัยกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน(Newton's second law) ได้ดังนี้

$$\sum F_r = f_r - mg \cos \theta = ma_r \quad (2.1)$$

$$\sum F_\theta = -mg \sin \theta = ma_\theta \quad (2.2)$$

โดยที่  $m$  เป็นมวลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม  $f_r$  เป็นแรงปฏิกิริยา(reaction force) ที่กระทำต่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม  $a_r$  และ  $a_\theta$  เป็นความเร่งในทิศทาง  $r$  และ  $\theta$  ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาโมเมนต์(moment) รอบจุดปลายของฐานหมุน สมการผลรวมของโมเมนต์รอบจุดปลายของฐานหมุน  $M_b$  สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sum M_b = \tau_m - Rf_r \sin \theta - b\dot{\beta} = J\ddot{\beta} \quad (2.3)$$

โดยที่  $\tau_m$  เป็นแรงบิดของมอเตอร์  $R$  เป็นความยาวของฐานหมุน  $J$  เป็นโมเมนต์ความเฉื่อย (moment of inertia) ของฐานหมุน  $\beta$  เป็นค่าตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม และ  $b$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน(friction coefficient) ของฐานหมุน

เมื่อพิจารณาผลรวมความเร่งตามแนวแกน  $r$  และแกน  $\theta$  สามารถเขียนสมการผลรวมความเร่งของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมที่สัมพันธ์กับฐานหมุนได้ดังนี้

$$a_r = R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2 \quad (2.4)$$

$$a_\theta = -(R\ddot{\beta} \cos \theta + l\ddot{\theta}) \quad (2.5)$$

โดยที่  $l$  เป็นระยะห่างระหว่างจุดปลายฐานหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อแทนสมการที่ (2.4) ลงในสมการที่ (2.1) จะได้

$$f_r = m[g \cos \theta + R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2] \quad (2.6)$$

หลังจากแทนสมการที่ (2.6) ลงในสมการที่ (2.3) แล้ว จะได้สมการของแรงบิดดังนี้

$$\tau_m = mlR\ddot{\theta} \cos \theta - mlR(\dot{\theta})^2 \sin \theta + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta} \quad (2.7)$$

และเมื่อแทนสมการที่ (2.5) ลงในสมการที่ (2.2) จะได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\beta$  และ  $\theta$  เป็น

$$mg \sin \theta = mR\ddot{\beta} \cos \theta + ml\ddot{\theta} \quad (2.8)$$

เนื่องจากสมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.8) ซึ่งแสดงพฤติกรรมของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น จึงประมาณสมการทั้งสองให้เป็นเชิงเส้น โดยกำหนดให้  $\theta(t)$  และ  $\dot{\theta}(t)$  มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ นั่นคือ สามารถประมาณได้ว่า  $\sin \theta \cong \theta$ ,  $\cos \theta \cong 1$  และ  $\sin \theta (\dot{\theta})^2 \cong 0$  อย่างไรก็ตามวิธีนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีที่มุม  $\theta$  มีค่าไม่มากนักเท่านั้น หากมุม  $\theta$  มีค่ามากขึ้น การประมาณนี้จะผิดพลาด และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น สมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.8) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\tau_m = mlR\ddot{\theta} + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta} \quad (2.9)$$

และ

$$mg\theta = mR\ddot{\beta} + ml\ddot{\theta} \quad (2.10)$$

ตามลำดับ ในการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีแอสคิวอาร์นั้น รูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะถูกเขียนให้อยู่ในรูปของปริภูมิสถานะ (state space representation) ดังนั้น เมื่อกำหนดค่าให้ตัวแปรของสมการที่ (2.9) และสมการที่ (2.10) เป็นตัวแปรสถานะ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = \beta$ ,  $x_4 = \dot{\beta}$  และสัญญาณควบคุม  $u = \tau_m$  แล้ว สามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนได้เป็น

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \left(\frac{mgR^2 + Jg}{Jl}\right) & 0 & 0 & \left(\frac{bR}{Jl}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\left(\frac{mgR}{J}\right) & 0 & 0 & -\left(\frac{b}{J}\right) \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(\frac{R}{Jl}\right) \\ 0 \\ \left(\frac{1}{J}\right) \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (2.11)$$

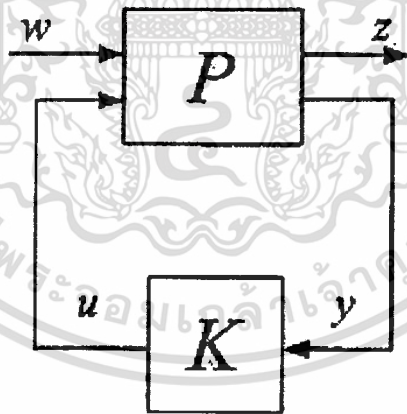
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยจะแบ่งการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมโรบัสต์ พร้อมทั้งการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ ซึ่งเป็นหัวข้อวิจัยของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เนื่องจากตัวควบคุมโรบัสต์มีข้อดีในด้านความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในระบบมากกว่าตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ ดังนั้น ในส่วนหลังจึงจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของแอลคิวอาร์ และการออกแบบตัวควบคุม สมรรถนะของระบบทั้งสองจะนำมาศึกษาและเปรียบเทียบในบทที่ 4

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์

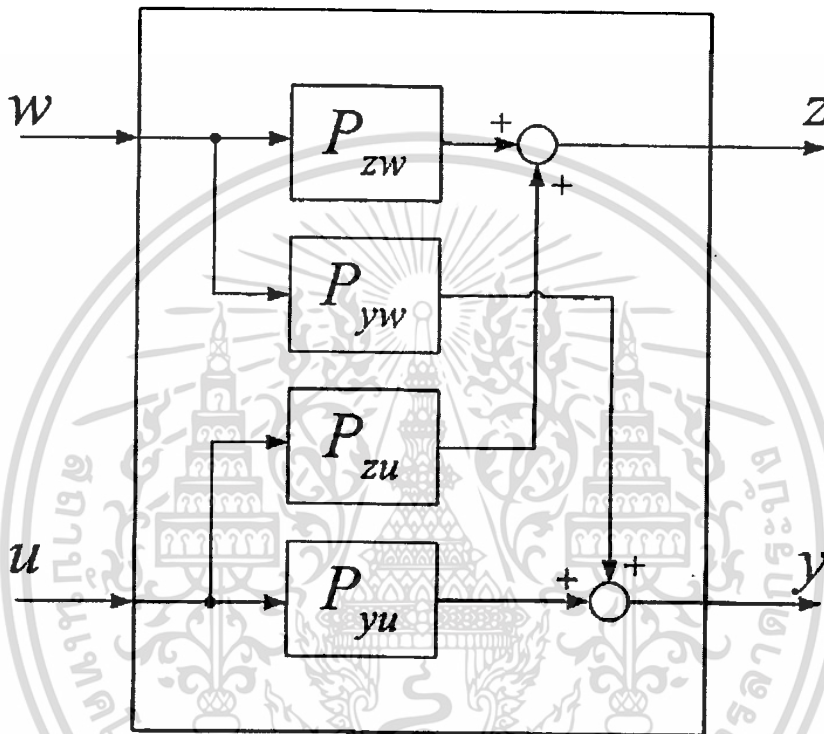
ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ ซึ่งจะใช้เป็นตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน[5]



รูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพบล็อกทั่วไปของการควบคุมโรบัสต์

แผนภาพบล็อกทั่วไปของการควบคุมโรบัสต์ ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ประกอบด้วยส่วนของแพลนท(plant)  $P(s)$  และส่วนตัวควบคุม  $K(s)$  ในส่วนของแพลนทจะมีสัญญาณอินพุต 2 อินพุต และสัญญาณเอาต์พุต 2 เอาต์พุต โดยที่มีสัญญาณอินพุต  $u$  เป็นสัญญาณควบคุม(control input) จากตัวควบคุม และสัญญาณอินพุต  $w$  เป็นสัญญาณรบกวนต่างๆ(exogenous input) ที่มีผลต่อระบบควบคุม เช่น สิ่งรบกวนจากภายนอก และสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นจากตัวรับรู้ ในส่วนของสัญญาณเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้ใช้ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอาต์พุตของแพลนท์ จะมีสัญญาณเอาต์พุต  $y$  เป็นสัญญาณที่วัดได้(observed output) จากตัวรับรู้ โดยที่สัญญาณที่วัดได้จากตัวรับรู้นี้จะถูกนำไปใช้เป็นส่วนหนึ่งของตัวควบคุมด้วย และสัญญาณเอาต์พุต  $z$  เป็นสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม(controlled output) หรือบางครั้งเรียกว่า สัญญาณเอาต์พุตคงค่า(regulated output) รูปที่ 3.2 แสดงแผนภาพบล็อกของแพลนท์เมื่อถูกพิจารณาแยกออกเป็นส่วน



รูปที่ 3.2 แสดงแผนภาพบล็อกของแพลนท์

โดยที่  $P_{zw}$  เป็นเมตริกซ์ถ่ายโอนจาก  $w$  ไปยัง  $z$   
 $P_{yw}$  เป็นเมตริกซ์ถ่ายโอนจาก  $w$  ไปยัง  $y$   
 $P_{zu}$  เป็นเมตริกซ์ถ่ายโอนจาก  $u$  ไปยัง  $z$  และ  
 $P_{yu}$  เป็นเมตริกซ์ถ่ายโอนจาก  $u$  ไปยัง  $y$

ฟังก์ชันถ่ายโอน(transfer function) ของระบบข้างต้นเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$z = P_{zw}w + P_{zu}u$$

$$y = P_{yw}w + P_{yu}u$$

$$u = Ky$$

(3.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันถ่ายโอนรอบวงปิด(closed-loop transfer function) ระหว่างสัญญาณเอาต์พุตค่า  $z$  และสัญญาณรบกวนต่างๆ  $w$  จะหาได้โดยแทนค่า  $u = Ky$  ในสมการสำหรับหาค่า  $y$  ดังนั้นจะได้

$$y = P_{yw}w + P_{yu}Ky \quad (3.2)$$

หลังจากนั้นจัดรูปสมการสำหรับค่า  $y$  ใหม่จะได้ตั้งสมการ (3.3)

$$y = (I - P_{yu}K)^{-1} P_{yw}w \quad (3.3)$$

โดยที่  $I$  เป็นเมตริกซ์หนึ่งหน่วย(identity matrix)

เมื่อแทน  $y$  ที่ได้ลงใน  $u = Ky$  จะได้

$$u = K(I - P_{yu}K)^{-1} P_{yw}w \quad (3.4)$$

และเมื่อแทนสมการที่ (3.3) และสมการที่ (3.4) ลงในสมการ  $z$  แล้วจะได้

$$\begin{aligned} z &= P_{zw}w + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1} P_{yw}w \\ &= \left[ P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1} P_{yw} \right] w \end{aligned} \quad (3.5)$$

ดังนั้น สมการถ่ายโอนรอบวงปิดระหว่างสัญญาณเอาต์พุต  $z$  และสัญญาณอินพุต  $w$  จะมีค่าเป็น

$$T_{zw} = P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1} P_{yw} \quad (3.6)$$

โดยที่  $z = T_{zw}w$  สมการถ่ายโอนรอบวงปิดที่ได้เรียกว่าลิเนียร์แฟรคชันนัลทรานส์ฟอร์มเมชัน(linear fractional transformation) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าสมการถ่ายโอนของระบบที่มี 2 ทางเข้าออก ดังแสดงในรูปที่ 3.1

ปัญหาการควบคุม  $H_\infty$  สำหรับรูปที่ 3.1 คือ ต้องการหาตัวควบคุม  $K(s)$  สำหรับแพลนท์  $P(s)$  ที่ทำให้ค่าอนอร์มอินฟินิตี้ (infinity norm) ของฟังก์ชันถ่ายโอนรอบวงปิด  $T_{zw}$  มีค่าต่ำกว่า  $\gamma$  ซึ่งค่า  $\gamma$  มีค่าเป็นบวก ในการออกแบบระบบควบคุม  $H_\infty$  นั้น ปัญหาการควบคุม  $H_\infty$  มาตรฐาน (standard  $H_\infty$  control problem) ซึ่งก็คือ เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{Find } \|T_{zw}\|_{\infty} \leq \gamma \quad (3.7)$$

และปัญหาการควบคุม  $H_{\infty}$  มาตรฐานนี้มักจะพบในการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง

จากรูป 3.1 สมการปริภูมิสถานะ(state space) ของแพลนท์  $P(s)$  สามารถเขียนได้เป็น [3]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (3.8)$$

รูปที่ 3.3 เป็นแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมโรบัสต์ที่ใช้ศึกษาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ก่อนทำการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์จะต้องทดสอบระบบตามเงื่อนไขต่างๆ ดังต่อไปนี้

- $(A, B_2)$  สามารถทำให้เสถียรได้ (stabilizable) และ  $(C_2, A)$  สามารถหาค่าตัวสังเกตได้ (detectable) เงื่อนไขนี้จำเป็นสำหรับรับประกันว่ามีตัวควบคุมที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพได้ และรับประกันว่าตัวควบคุมจะสามารถเข้าถึงตัวแปรสถานะทุกตัวได้
- $\text{Rank } D_{12} = m_2$  และ  $\text{Rank } D_{21} = p_2$  เงื่อนไขนี้มีเพื่อรับประกันว่าสมการถ่ายโอนจาก  $w$  ไป  $z$  จะไม่มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ที่ความถี่สูง
- $\text{Rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$  สำหรับทุกย่านความถี่
- $\text{Rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$  สำหรับทุกย่านความถี่
- $D_{11} = 0$  และ  $D_{22} = 0$  เงื่อนไขนี้ไม่มีความจำเป็น แต่เพื่อให้สมการง่ายต่อการคำนวณหาค่าผลเฉลย

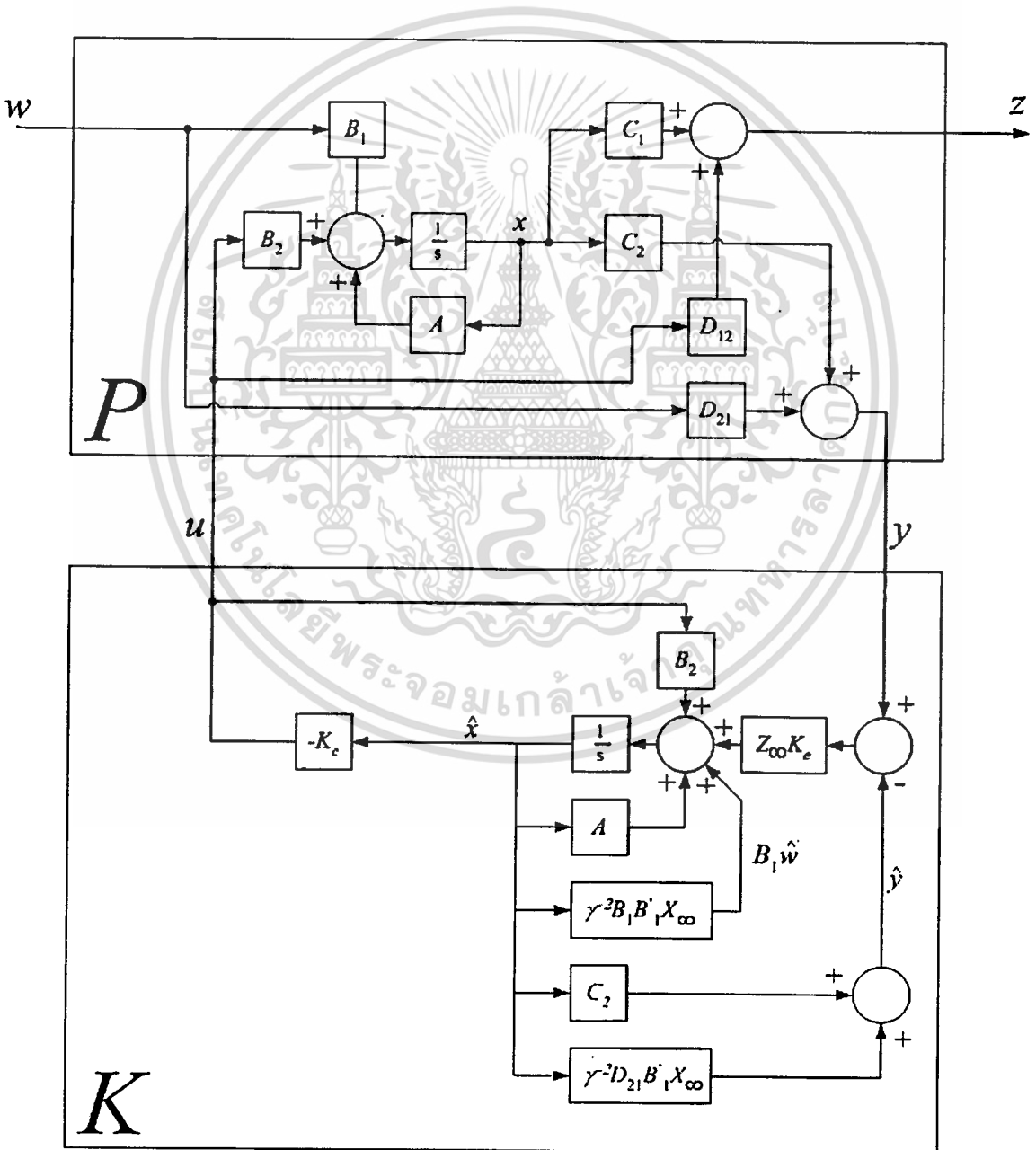
โดยที่  $\dim x = n$   $\dim w = m_1$   $\dim u = m_2$   $\dim z = p_1$  และ  $\dim y = p_2$

จากรูปที่ 3.3 จะได้ว่ากฎการควบคุม  $u = -K_c \hat{x}$  และตัวประมาณค่าสถานะ(state estimator) มีค่าเป็น

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_2 u + B_1 \hat{w} + Z_{\infty} K_e (y - \hat{y}) \quad (3.9)$$

โดยที่  $\hat{w} = \gamma^{-2} B_1' X_\infty \hat{x}$  และ  $\hat{y} = C_2 \hat{x} + \gamma^{-2} D_{21} B_1' X_\infty \hat{x}$  และเมื่อ  $\hat{w}$  เป็นค่าประมาณของสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นกับสัญญาณอินพุตของระบบในกรณีที่ย่ำแย่ที่สุด(worst-case) และ  $\hat{y}$  คือค่าประมาณของสัญญาณเอาต์พุต และตัวควบคุม  $K(s)$  ที่อยู่ในรูปแบบของเมตริกซ์รวมกลุ่ม(packed-matrix notation) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$K(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A - B_2 K_c - Z_\infty K_e C_2 + \gamma^{-2} (B_1 B_1' - Z_\infty K_e D_{21} B_1') X_\infty & Z_\infty K_e \\ \hline -K_c & 0 \end{array} \right] \quad (3.10)$$



รูปที่ 3.3 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมโรบัสต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $K_c$  คืออัตราขยายของตัวควบคุม และ  $K_e$  อัตราขยายของตัวประมาณค่า ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$K_c = \tilde{D}_{12} (B_2' X_\infty + D_{12}' C_1) \quad (3.11)$$

$$K_e = (Y_\infty C_2' + B_1 D_{21}') \tilde{D}_{21} \quad (3.12)$$

เมื่อ  $\tilde{D}_{12} = (D_{12}' D_{12})^{-1}$  และ  $\tilde{D}_{21} = (D_{21} D_{21}')^{-1}$  ตามลำดับ  
ค่าของ  $Z_\infty$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (3.13)

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (3.13)$$

โดยที่ค่าของ  $X_\infty$  และ  $Y_\infty$  จะสามารถหาได้จากการแก้สมการรีคาติของตัวควบคุม และสมการรีคาติของตัวสังเกต ซึ่งจะได้อัตราของ  $X_\infty$  และ  $Y_\infty$  ดังแสดงในสมการที่ (3.14) และสมการที่ (3.15) ตามลำดับ

$$X_\infty = \text{Ric} \begin{bmatrix} A - B_2 \tilde{D}_{12} D_{12}' C_1 & \gamma^{-2} B_1 B_1' - B_2 \tilde{D}_{12} B_2' \\ -\tilde{C}_1' \tilde{C}_1 & -(A - B_2 \tilde{D}_{12} D_{12}' C_1)' \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$Y_\infty = \text{Ric} \begin{bmatrix} (A - B_1 D_{21}' \tilde{D}_{21} C_2)' & \gamma^{-2} C_1' C_1 - C_2' \tilde{D}_{21} C_2 \\ -\tilde{B}_1 \tilde{B}_1' & -(A - B_1 D_{21}' \tilde{D}_{21} C_2) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

เมื่อ  $\tilde{C}_1 = (I - D_{12} \tilde{D}_{12} D_{12}') C_1$  และ  $\tilde{B}_1 = B_1 (I - D_{21}' \tilde{D}_{21} D_{21})$   
ดังนั้น สมการของระบบรบบวงปิดสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B_2 K_c \\ Z_\infty K_e C_2 & A - B_2 K_c + \gamma^{-2} B_1 B_1' X_\infty - Z_\infty K_e (C_2 + \gamma^{-2} D_{21} B_1' X_\infty) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ Z_\infty K_e D_{21} \end{bmatrix} w$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -D_{12} K_c \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} w \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารวิจัยที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (3.16) ารค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ตัวควบคุมจะสามารถนำไปใช้งานได้จะต้องผ่านเงื่อนไขเหล่านี้

$$\begin{aligned} X_{\infty} &\geq 0 \\ Y_{\infty} &\geq 0 \\ \rho(X_{\infty}Y_{\infty}) &< \gamma^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

เมื่อนิยามของ  $\rho(A)$  คือ ค่าเฉพาะจาง (eigenvalue) ที่มีค่ามากที่สุดของเมตริกซ์  $A$  หรือเขียนสมการได้เป็น  $\rho(A) = \lambda_{\max}(A)$

เนื่องจากการคำนวณด้วยมือ(manual calculation) ตามวิธีการออกแบบที่ได้กล่าวไว้ในข้างต้น เพื่อหาผลเฉลยของสมการต่างๆ มีความยุ่งยากเป็นอย่างมาก ดังนั้นโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการใช้ในการคำนวณหาค่าตัวควบคุมโรบัสต์จึงถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รายละเอียดของโปรแกรม Hinf\_DESIGN.M ที่ใช้ในการคำนวณหาค่าตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

ในหัวข้อต่อไป จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานเพื่อออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์ ซึ่งตัวควบคุมนี้จะถูกออกแบบโดยใช้โปรแกรม LQR\_DESIGN.M และ AUG\_LQR\_DESIGN.M ที่พัฒนาขึ้นและแสดงอยู่ในภาคผนวก ก

### 3.2 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์ โดยที่ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีนี้จะถูกนำไปใช้ควบคุมระบบที่เป็นเชิงเส้น

กำหนดให้ระบบเชิงเส้นมีสมการเป็น

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.18)$$

ต้องการหาค่ากฎการควบคุม  $u(t) = -Kx(t)$  ที่เหมาะสม ซึ่งทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (performance index) ในสมการที่ (3.19)

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)) dt \quad (3.19)$$

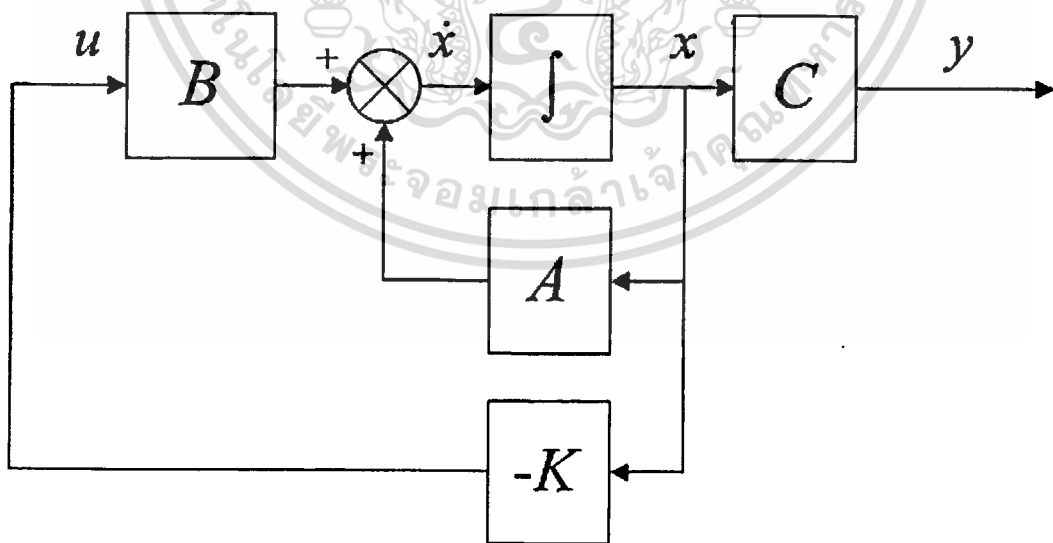
มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ  $K$  เป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix)  $Q$  เป็นเมตริกซ์ที่มีค่าเป็นบวกหรือศูนย์ (positive-semi definite matrix) และ  $R$  เป็นเมตริกซ์ที่มีค่าเป็นบวก (positive definite matrix) โดยที่เมตริกซ์  $Q$  และ  $R$  มีความสัมพันธ์กับสถานะ  $x(t)$  และ อินพุต  $u(t)$  ตามลำดับ

เมื่อกำหนดให้  $Q$  และ  $R$  มีค่าคงที่ กฎการควบคุม  $u(t)$  ที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ  $J$  มีค่าน้อยที่สุด สามารถคำนวณได้จากการแก้สมการพีชคณิตรีคาติ (Riccati algebraic equation) ดังแสดงในสมการที่ (3.20)

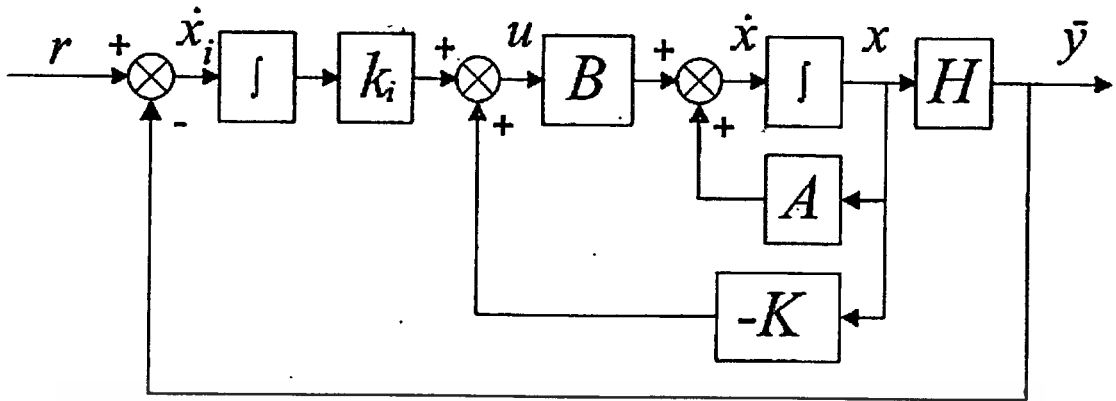
$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.20)$$

เมื่อ  $P$  เป็นค่าผลเฉลยของสมการพีชคณิตรีคาติ และเป็นเมตริกซ์สมมาตรกันและมีค่าเป็นบวก ดังนั้น กฎการควบคุม  $u(t)$  จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} u(t) &= -Kx(t) \\ &= -R^{-1}B^T Px(t) \end{aligned} \quad (3.21)$$



รูปที่ 3.4 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์



รูปที่ 3.5 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่มโดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์

แผนภาพบล็อก(block diagram) ดังแสดงในรูปที่ 3.4 เป็นแผนภาพที่แสดงถึงระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อระบบควบคุมนี้มีค่าออฟเซตเกิดขึ้นในสภาวะคงตัว จะสามารถแก้ไขปัญหานี้ได้โดยเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับระบบควบคุม ซึ่งจะทำให้ระบบควบคุมกลายเป็นระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่ม(augmented system) และมีแผนภาพบล็อกของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์แสดงได้ดังรูปที่ 3.5 [10]

กำหนดให้ค่าผิดพลาด  $e(t) = r(t) - \bar{y}(t) \equiv \dot{x}_i(t)$  โดยที่  $r(t)$  เป็นสัญญาณอ้างอิงที่มีค่าคงที่ และ  $\bar{y}(t)$  เป็นค่าเอาต์พุตของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่ม ดังนั้น ระบบที่ถูกขยายเพิ่มสามารถแสดงด้วย

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \dot{u}(t)$$

$$\dot{\bar{y}}(t) = \begin{bmatrix} H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix}$$

(3.22)

ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่ถูกขยายเพิ่ม จำเป็นต้องหากฎการควบคุม

$$\dot{u}(t) = - \begin{bmatrix} K & k_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} \text{ ที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะในสมการที่ (3.23)}$$

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} + \dot{u}(t)^T R \dot{u}(t) \right\} dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ (3.23) รค่า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีค่าน้อยที่สุด โดยที่  $\begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q_i \end{bmatrix} \geq 0$  และ  $R > 0$  ดังนั้น กฎการควบคุม  $\dot{u}(t)$  ที่ทำให้สมการ (3.23) น้อยที่สุดนั้นจะมีค่าเท่ากับ

$$\dot{u}(t) = -R^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}^T P^* \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

เมื่อ  $P^* = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$  เป็นค่าผลเฉลยของสมการพีชคณิตรีคคาติ ดังแสดงในสมการที่ (3.25)

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ -H & 0 \end{bmatrix}^T P^* + P^* \begin{bmatrix} A & 0 \\ -H & 0 \end{bmatrix} - P^* \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}^T P^* + \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q_i \end{bmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

โดยที่  $P^* > 0$  และเป็นเมตริกซ์สมมาตร

เมื่ออินทิเกรต  $\dot{u}(t)$  ดังแสดงในสมการที่ (3.24) แล้วกฎการควบคุม  $u(t)$  จะสามารถหาได้ดังนี้

$$u(t) = -Kx(t) - k_i \int e(t) dt \quad (3.26)$$

โดยที่  $K = R^{-1}BP_{11}$  เป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ และ  $k_i = R^{-1}BP_{12}$  เป็นอัตราขยายอินทิกรัล (integral gain) ของระบบที่ถูกขยายเพิ่ม

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุมและผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบและผลการทดลองการใช้ตัวควบคุมโรบัสต์และตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 3 ตามลำดับ ในการออกแบบตัวควบคุมจะต้องรู้แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนก่อน

จากตารางที่ 4.1 ซึ่งเป็นตารางแสดงถึงพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อแทนค่าด้วยพารามิเตอร์เหล่านี้ลงในสมการที่ (2.11) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 27.3254 & 0 & 0 & 0.1053 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.0558 & 0 & 0 & -0.1075 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -29.9990 \\ 0 \\ 30.6373 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัย

มวลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม ( $m$ )	0.05 kg
ความยาวของฐานหมุน ( $R$ )	0.47 m
ความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม ( $l$ )	0.48 m
โมเมนต์ความเฉื่อยของฐานหมุน ( $J$ )	0.03264 kg·m <sup>2</sup>
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของฐานหมุน ( $b$ )	0.00351 kg·m <sup>2</sup> /s

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุม

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์เป็นอันดับแรก หลังจากนั้นจะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์สำหรับนำไปใช้ในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

##### 4.1.1 การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์

จากสมการปริภูมิสถานะในสมการที่ (3.8) กำหนดให้สัญญาณอินพุตรบกวน  $w$  และสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม  $z$  มีค่าเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad z = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ u \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

โดยที่  $d_1$  และ  $d_2$  เป็นค่าความไม่แน่นอนซึ่งเกิดจากการประมาณความไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นของระบบ รวมทั้งการเปลี่ยนแปลงความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม ตามสมการแสดงพฤติกรรมของระบบตามสมการที่ (2.9) และสมการที่ (2.10) และตัวแปร  $n_1$  และ  $n_2$  เป็นค่าสัญญาณรบกวนที่อาจเกิดขึ้นในการวัดค่าเอาต์พุต  $y_1$  และ  $y_2$  ตามลำดับ ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้วิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 27.3254 & 0 & 0 & 0.1053 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.0558 & 0 & 0 & -0.1075 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ -29.9990 \\ 0 \\ 30.6373 \end{bmatrix} u \\ z &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w \end{aligned} \quad (4.3)$$

หรือค่า  $A$   $B_1$   $B_2$   $C_1$   $D_{11}$   $D_{12}$   $C_2$   $D_{21}$  และ  $D_{22}$  ในสมการที่ (3.8) มีค่าเท่ากับ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 27.3254 & 0 & 0 & 0.1053 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.0558 & 0 & 0 & -0.1075 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -29.9990 \\ 0 \\ 30.6373 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิได้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = 0$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{22} = 0$$

(4.4)

เมื่อนำค่าคงที่กล่าวมานี้ ไปทำการคำนวณด้วยโปรแกรม Hinf\_DESIGN.M โดยกำหนดให้ค่า  $\gamma$  มีค่าเท่ากับ 4.9 จะได้

$$K(s) = \begin{array}{cccc|cc} 0.029 & 0.001 & 0.004 & 0 & -28.6222 & -4.2340 \\ -16.360 & 0.833 & -0.415 & -0.069 & 4.0209 & 0.4947 \\ -0.008 & 0 & -0.001 & 0.001 & 8.0179 & 1.0027 \\ 16.732 & -0.851 & 0.425 & 0.070 & -7.1483 & -1.4301 \\ \hline 546.147 & -27.783 & 13.821 & 2.303 & 0 & 0 \end{array} \quad (4.5)$$

#### 4.1.2 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์

ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์นั้น จะต้องเลือกค่าเมตริกซ์  $Q$  และเมตริกซ์  $R$  ให้เหมาะสม ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้พิจารณาการควบคุมเพื่อรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีความสำคัญมากกว่าการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม ดังนั้น จึงได้กำหนดให้  $Q = \text{diag}[0.8 \ 0 \ 0.4 \ 0]$  และ  $R = 1$  จากนั้นจึงหาผลการเอกสารถือเป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ควบคุม  $u(t) = -Kx(t)$  โดยแก้สมการพีชคณิตรีคาคติในสมการที่ (3.20) ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ในวิชานีพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการแก้สมการพีชคณิตรีคาคติ รายละเอียดของโปรแกรมและคำสั่งที่ใช้ในการคำนวณหาค่าตัวควบคุมด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ได้แสดงไว้ใน โปรแกรม LQR\_DESIGN.M ในภาคผนวก ก. ซึ่งจะได้อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์มีค่าเป็น

$$K = [-5.1158 \quad -1.0617 \quad -0.6325 \quad -0.5086] \quad (4.6)$$

สำหรับระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์นั้น ตัวอินทิเกรเตอร์จะถูกเพิ่มให้กับการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนแต่เพียงอย่างเดียวเนื่องจากก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมไม่สามารถถูกควบคุมได้โดยตรง การเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ดังกล่าวจะเป็นการแก้ปัญหาค่าออฟเซตในการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่เกิดขึ้นในสภาวะคงตัว ซึ่งค่า  $H$  ในสมการระบบที่ถูกขยายเพิ่มดังที่แสดงในสมการที่ (3.11) จะมีค่าเป็น  $[0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$

ในการออกแบบตัวควบคุมให้กับระบบที่ถูกขยายเพิ่มจะยังคงใช้ค่าเมตริกซ์  $Q$  และเมตริกซ์  $R$  ตามการออกแบบข้างบน และกำหนดให้  $q_7 = 0.1$  จะได้อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมสำหรับระบบที่ถูกขยายเพิ่มเป็น

$$[K \quad ; \quad k_i] = [-5.6365 \quad -1.1789 \quad -0.8844 \quad -0.6078 \quad ; \quad 0.3162] \quad (4.7)$$

รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณหาค่าตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์สำหรับระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ ได้แสดงในโปรแกรม AUG\_LQR\_DESIGN.M ในภาคผนวก ก.

#### 4.2 การทดลองควบคุมระบบโดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์

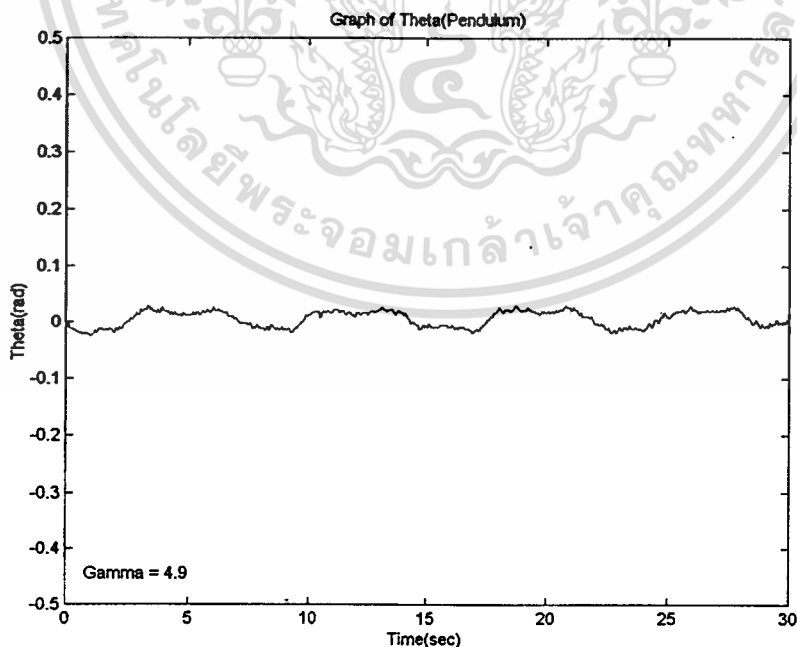
ผลการทดลองแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นผลการทดลองควบคุมระบบ โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์เมื่อความยาวของก้านของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่เท่ากับ 48 เซนติเมตร และส่วนหลังจะกล่าวถึงการควบคุมระบบเมื่อความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลงลดลงเป็น 3 ระยะคือ 5 เซนติเมตร 7.5 เซนติเมตร และ 10 เซนติเมตร แล้วทดลองเปลี่ยนความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีความยาวเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร และ 7.5 เซนติเมตร ทั้งนี้เพื่อเป็นการทดสอบคุณสมบัติด้านความคงทนของตัวควบคุมโรบัสต์เมื่อพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง รวมถึงการทดสอบหาขอบเขตที่ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถทำให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีเสถียรภาพ

#### 4.2.1 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่

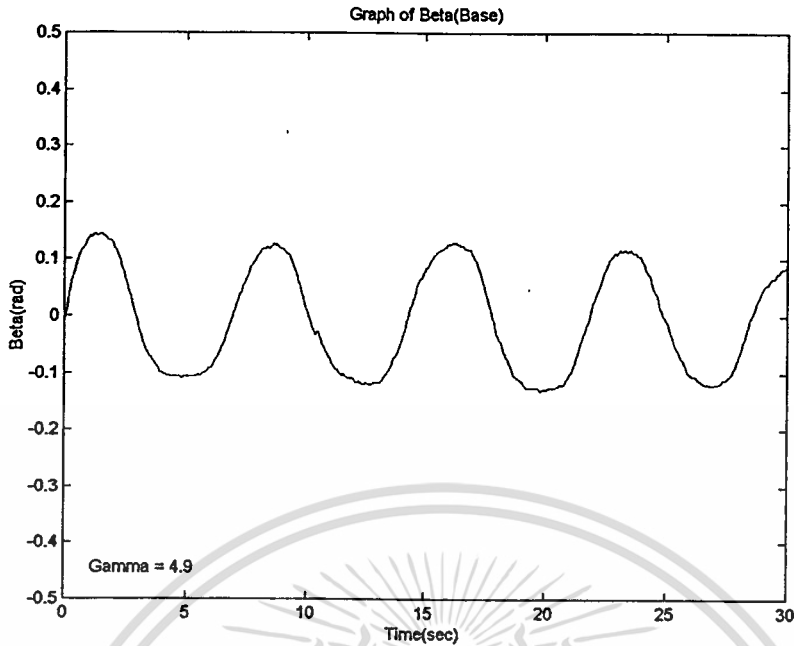
ผลของการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ที่ได้ ออกแบบไว้ดังแสดงในสมการที่ (4.5) มีผลการควบคุมแสดงได้ในรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 ตามลำดับ โดยรูปที่ 4.1 เป็นผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม และรูปที่ 4.2 เป็นผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม

จากผลการทดลองควบคุมดังแสดงในรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 พบว่า ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีเสถียรภาพได้ โดยที่ระบบควบคุมสามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นโลกดังแสดงในรูปที่ 4.1 เมื่อกำหนดให้ทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลกมีค่าเป็น 0 เรเดียน และสามารถควบคุมให้ตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ ซึ่งในการทดลองได้กำหนดให้เป็น 0 เรเดียน

ลักษณะการแกว่งไปมาเป็นมุมแคบๆ ที่เกิดขึ้นในการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมดังรูปที่ 4.2 เป็นผลมาจากการที่ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่มีความสมดุลเมื่อก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมอยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลก โดยปราศจากตัวควบคุม ดังนั้น ฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมจึงจำเป็นต้องเคลื่อนที่ไปมาอยู่ตลอดเวลาเพื่อรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม



รูปที่ 4.1 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์

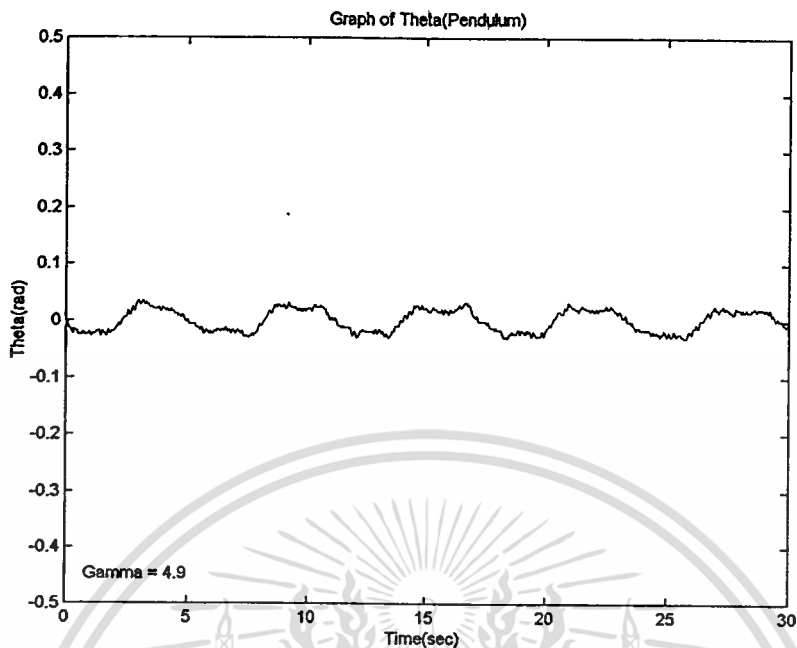


รูปที่ 4.2 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ ตัวควบคุม โรบัสต์

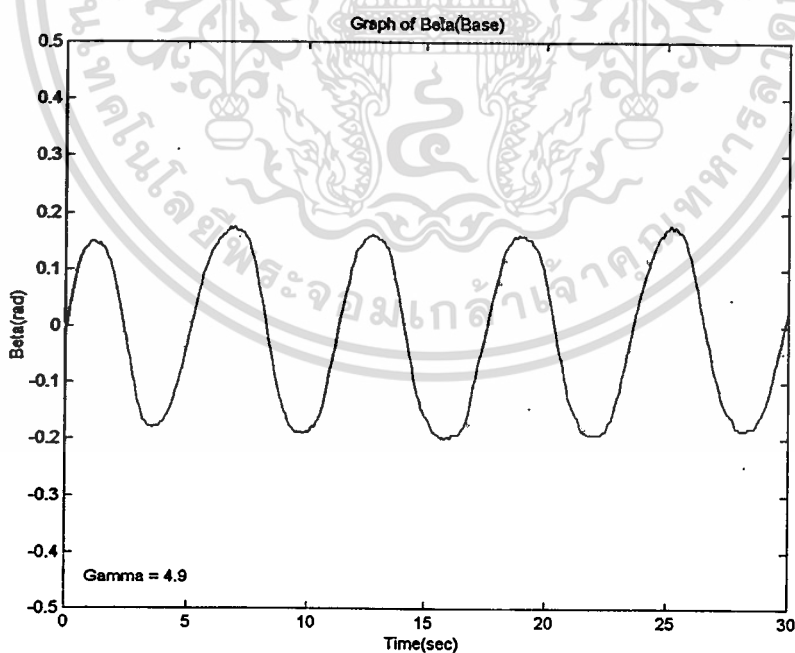
#### 4.2.2 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

ต่อไปเป็นผลการทดลองควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ โดยที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้มีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ในส่วนความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม เพื่อเป็นการทดสอบคุณสมบัติของตัวควบคุมโรบัสต์ในด้านความคงทนของระบบควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ โดยผลการทดลองจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือผลการทดลองในกรณีที่ลดความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลง และผลการทดลองในกรณีที่เพิ่มความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมขึ้น ผลการทดลองรูปที่ 4.3 ถึงรูปที่ 4.8 เป็นผลการทดลองในกรณีที่ลดความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้สั้นลง และผลการทดลองรูปที่ 4.9 ถึงรูปที่ 4.12 เป็นผลการทดลองในกรณีที่เพิ่มความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้ยาวขึ้น

รูปที่ 4.3 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม และรูปที่ 4.4 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม ในกรณีที่ลดความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลง 5 เซนติเมตร จากผลการทดลอง พบว่า ตัวควบคุมโรบัสต์ยังคงสามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีเสถียรภาพได้ และเมื่อเปรียบเทียบกับผลการควบคุมของตัวควบคุมโรบัสต์ในกรณีที่ไม่มีเปลี่ยนแปลงความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมแล้ว มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย คือ ขนาดการแกว่งของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมและฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมกว้างขึ้นเล็กน้อย เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

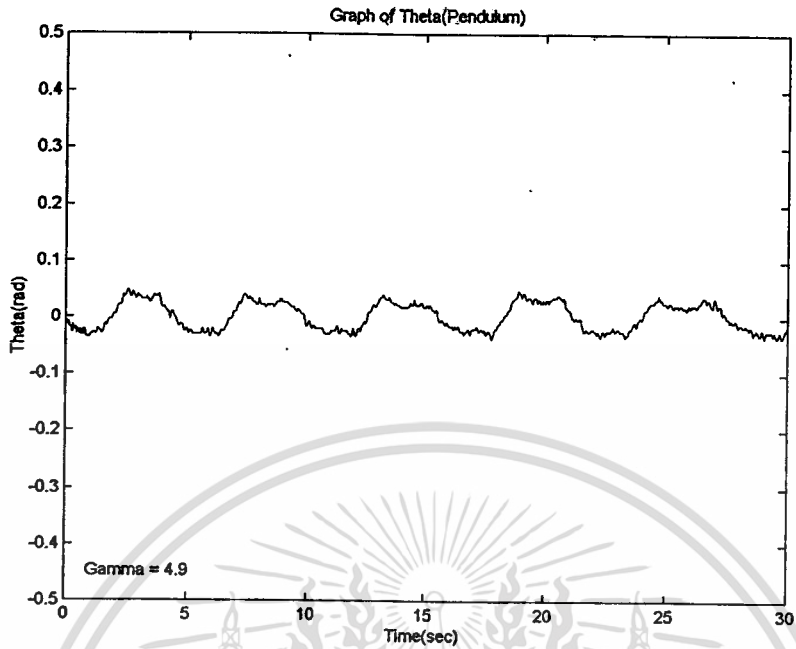


รูปที่ 4.3 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร

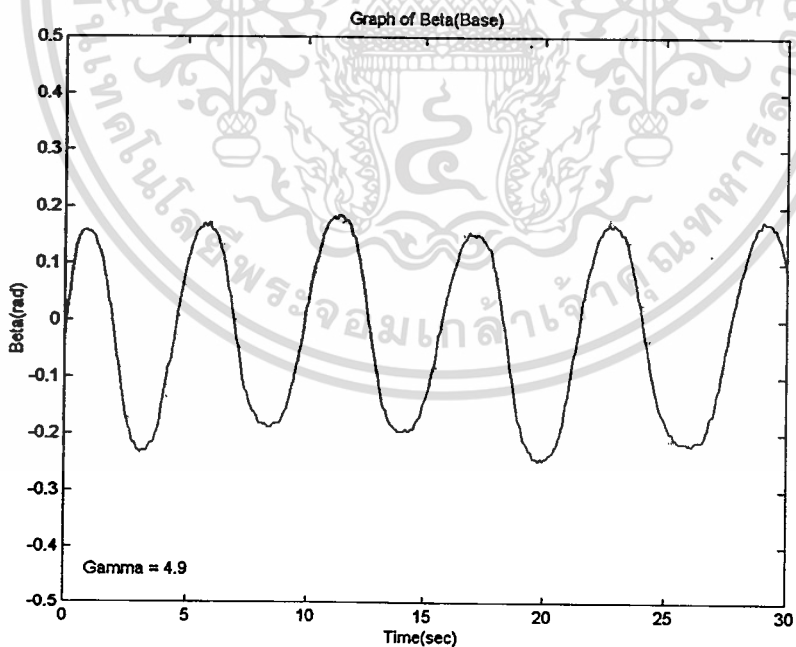


รูปที่ 4.4 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

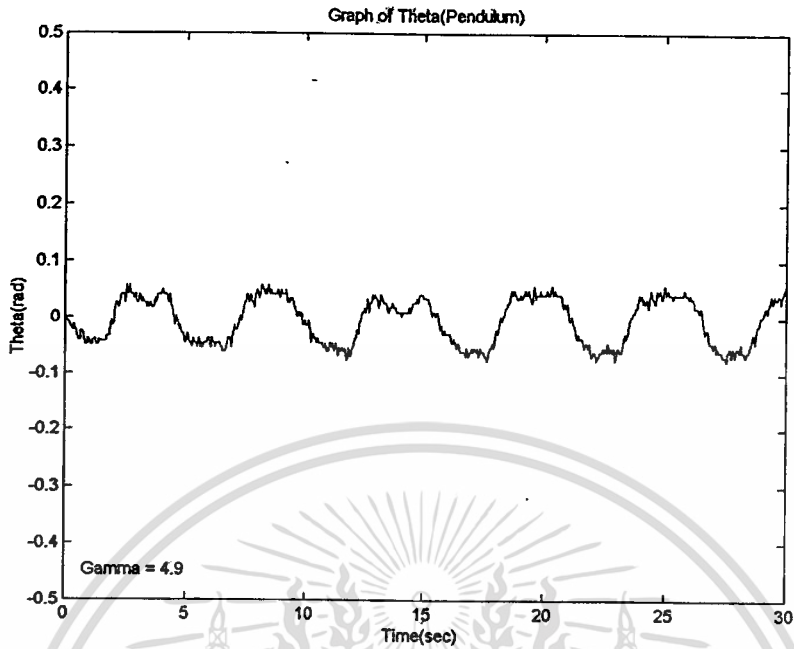


รูปที่ 4.5 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 7.5 เซนติเมตร

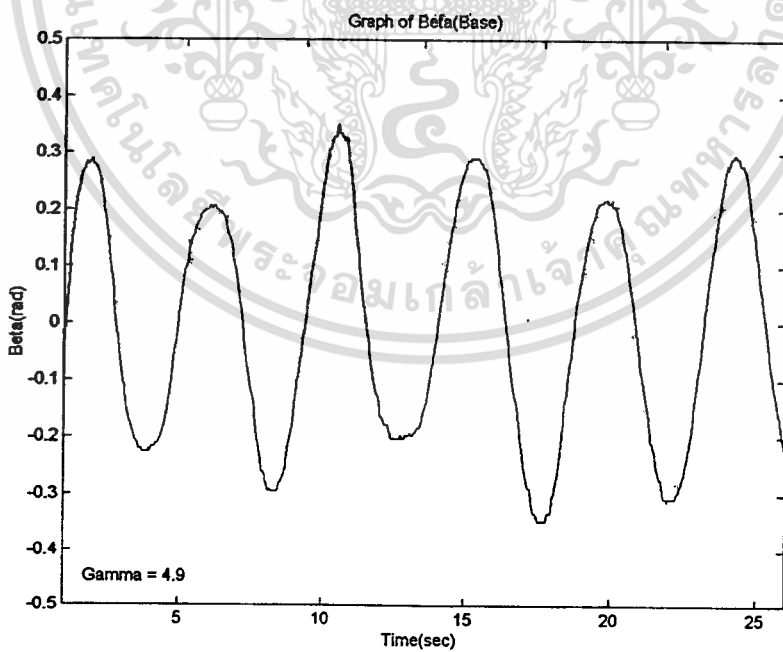


รูปที่ 4.6 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 7.5 เซนติเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 10 เซนติเมตร



รูปที่ 4.8 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 10 เซนติเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

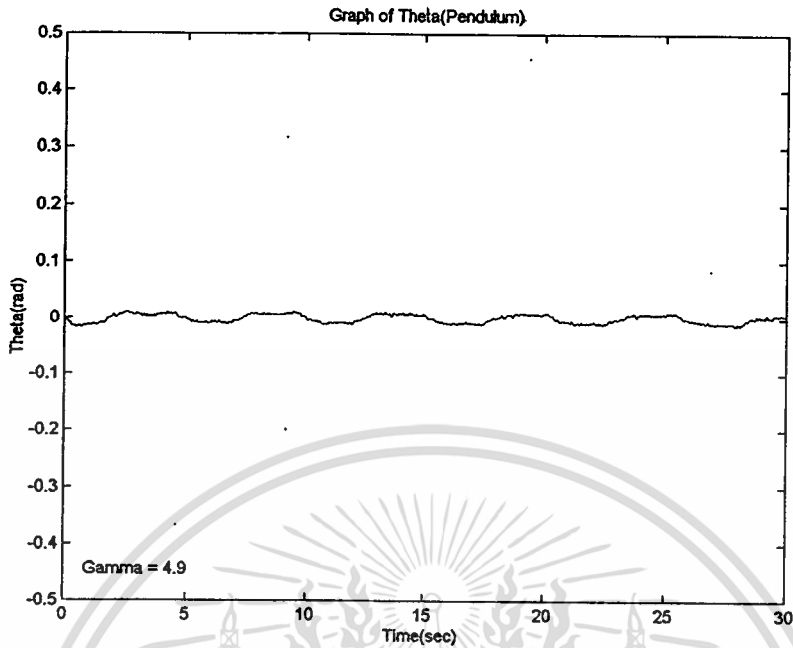
เมื่อลดความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มลง 7.5 เซนติเมตร จะได้ผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มและตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มดังแสดงในรูปที่ 4.5 และ รูปที่ 4.6 ตามลำดับ หลังจากเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้กับผลการทดลองที่แสดงในรูปที่ 4.3 และ รูปที่ 4.4 พบว่า ขนาดความกว้างของการแกว่งของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มและฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย

หลังจากลดความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มลง 10 เซนติเมตร ผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มและฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มแสดงได้ดังรูปที่ 4.7 และ รูปที่ 4.8 สังเกตได้ว่าขนาดการแกว่งของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มเพิ่มขึ้น ในขณะที่ลักษณะการแกว่งของฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มแตกต่างจากผลการทดลองที่เกิดขึ้นเมื่อลดความยาวก้านอินเวอรัทเพนคูล์มลง 5 และ 7.5 เซนติเมตร ซึ่งแสดงให้เห็นถึงขอบเขตที่ตัวควบคุม โรบัสต์สามารถควบคุมให้ระบบอินเวอรัทเพนคูล์มมีเสถียรภาพได้ และเมื่อลดความยาวก้านอินเวอรัทเพนคูล์มลงมากกว่า 10 เซนติเมตร พบว่า ตัวควบคุม โรบัสต์ไม่สามารถควบคุมระบบอินเวอรัทเพนคูล์มให้มีเสถียรภาพได้ ดังนั้น การลดความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มจะต้องไม่เกิน 10 เซนติเมตร ระบบอินเวอรัทเพนคูล์มจึงจะเสถียรได้โดยไม่เปลี่ยนแปลงโครงสร้างของตัวควบคุม โรบัสต์

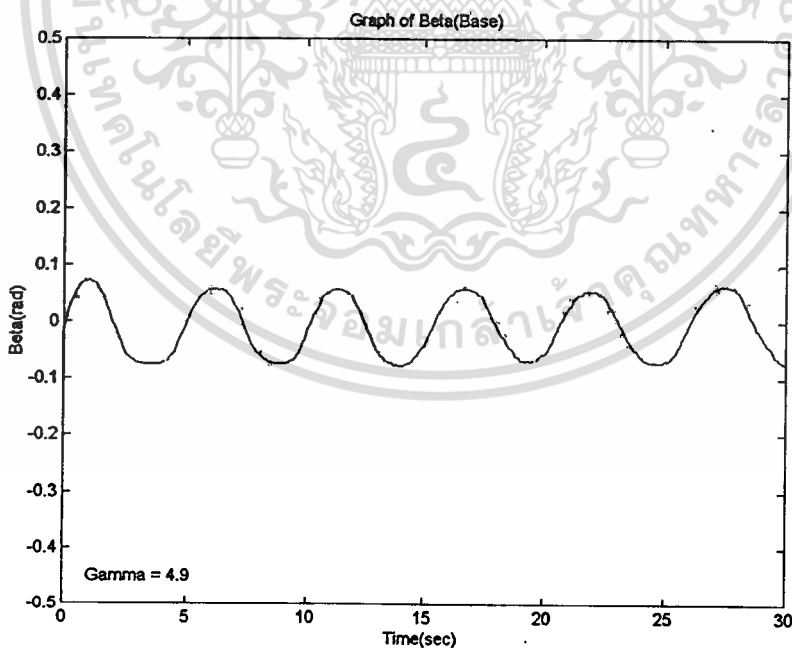
ผลการทดลองข้างต้น ได้แสดงเฉพาะส่วนในการลดความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มแต่เพียงอย่างเดียว ในทางตรงกันข้ามการเพิ่มความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มนั้น ตัวควบคุม โรบัสต์จะยังสามารถควบคุมให้ระบบอินเวอรัทเพนคูล์มมีเสถียรภาพได้เพียงไร ในการทดลองได้เพิ่มความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มขึ้น 5 เซนติเมตร และ 7.5 เซนติเมตร ตามลำดับ

เมื่อเพิ่มความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มขึ้น 5 เซนติเมตร จะได้ผลการทดลองควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มแสดงได้ดังรูปที่ 4.9 และผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ 4.10 จากรูปทั้งสอง พบว่า ตัวควบคุม โรบัสต์สามารถควบคุมให้ระบบอินเวอรัทเพนคูล์มเสถียรได้ และเมื่อเปรียบเทียบผลการควบคุมกับผลการทดลองที่ได้จากกรณีที่ความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มคงที่ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ รูปที่ 4.2 พบว่า ขนาดการแกว่งของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มและฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มลดลง

ผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มและฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์ม เมื่อเพิ่มความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มขึ้นเป็น 7.5 เซนติเมตร แสดงได้ดังรูปที่ 4.11 และ รูปที่ 4.12 ตามลำดับ สังเกตได้ว่า การแกว่งของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มเกิดการสั่นอย่างมาก ในขณะที่ลักษณะการแกว่งของฐานหมุนของตัวอินเวอรัทเพนคูล์มไม่เป็นไปในรูปแบบเดียวกับผลการทดลองที่ผ่านมาอย่างเห็นได้ชัด และเมื่อเพิ่มความยาวของก้านอินเวอรัทเพนคูล์มมากกว่า 7.5 เซนติเมตร พบว่า ระบบอินเวอรัทเพนคูล์มไม่เสถียร

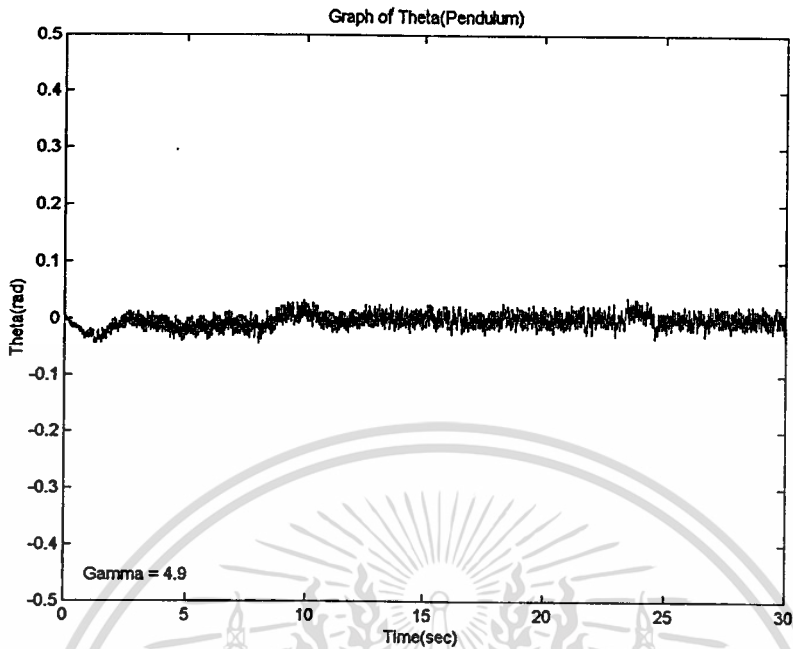


รูปที่ 4.9 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร

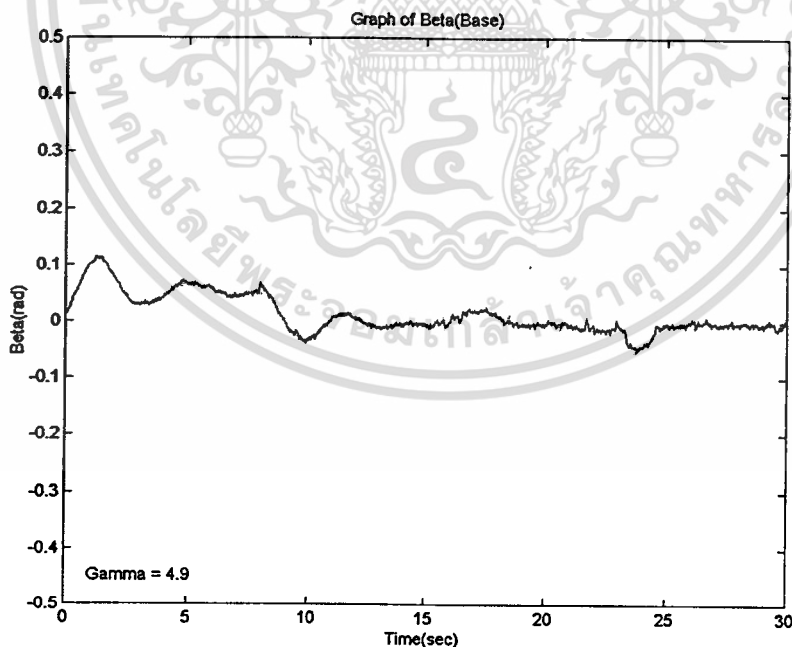


รูปที่ 4.10 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของค้ำอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 7.5 เซนติเมตร



รูปที่ 4.12 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมโรบัสต์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 7.5 เซนติเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเมื่อพิจารณาผลการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ โดยไม่ออกแบบตัวควบคุมใหม่ พบว่า ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถรองรับผลที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ได้ โดยที่ประสิทธิภาพของระบบควบคุมลดลงเพียงเล็กน้อย ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ พารามิเตอร์ที่ถูกเปลี่ยนแปลงค่า คือ ความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่า เมื่อความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลงไปในขอบเขต  $\pm 5$  เซนติเมตรจากค่าความยาวเดิมซึ่งมีค่าเท่ากับ 48 เซนติเมตร ประสิทธิภาพของระบบควบคุมลดลงเพียงเล็กน้อย และเมื่อทำการเปลี่ยนแปลงความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้นและลดลงตามที่ได้กล่าวมาแล้ว พบว่าขอบเขตที่ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม คือ ระหว่าง -10 เซนติเมตรถึง +7.5 เซนติเมตร

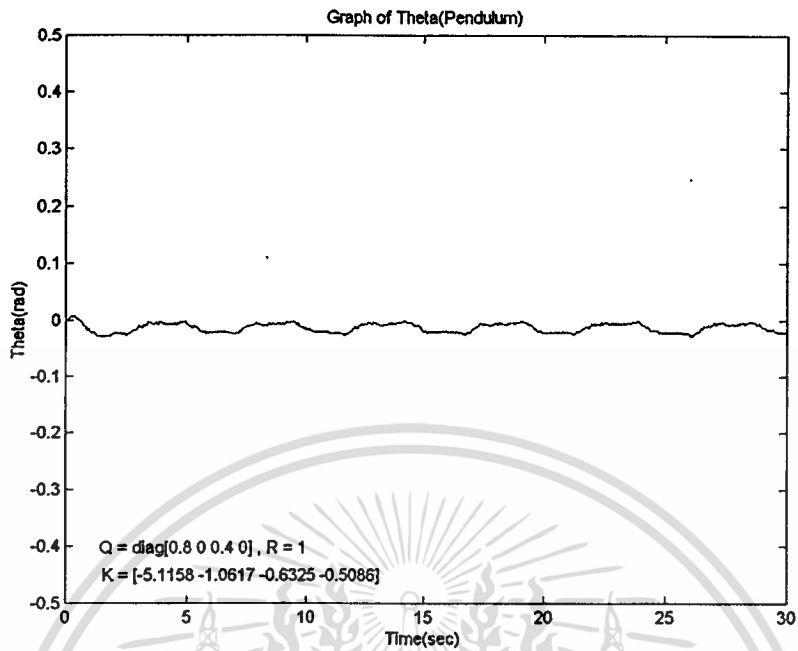
#### 4.3 การทดลองควบคุมระบบโดยใช้ตัวควบคุมแอลคิวอาร์

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลการทดลองแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นผลการทดลองควบคุมระบบโดยใช้ตัวควบคุมแอลคิวอาร์เมื่อความยาวของก้านของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่เท่ากับ 48 เซนติเมตร และส่วนหลังจะกล่าวถึงการควบคุมระบบที่ถูกขยายเพิ่มเมื่อความยาวก้านของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่และเปลี่ยนไป  $\pm 5$  เซนติเมตรจากค่าเดิม

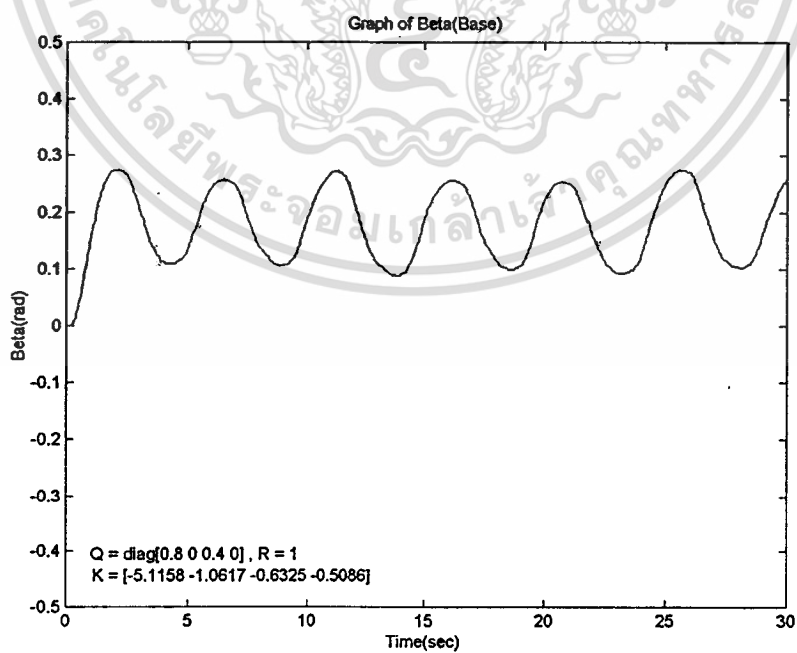
##### 4.3.1 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่

ผลของการทดลองทำการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์แสดงได้ดังรูปที่ 4.13 และรูปที่ 4.14 ตามลำดับ โดยสำหรับรูปที่ 4.13 เป็นรูปที่แสดงถึงผลการทดลองควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม และรูปที่ 4.14 เป็นรูปที่แสดงถึงผลการทดลองควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อใช้อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ดังแสดงในสมการที่ (3.20)

จากผลการทดลองควบคุมที่แสดงในรูปที่ 4.13 และรูปที่ 4.14 พบว่า ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ สามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีเสถียรภาพได้เช่นเดียวกับการทดลองควบคุมด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ แต่ประสิทธิภาพในการควบคุมระบบของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์นี้ยังไม่ดีเพียงพอ เนื่องจากผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมซึ่งแสดงในรูปที่ 4.14 มีค่าคลาดเคลื่อนไปจากค่าเป้าหมายในการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุน ซึ่งค่าผิดพลาดดังกล่าวจะถูกเรียกว่า ค่าออฟเซต(offset value)



รูปที่ 4.13 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์



รูปที่ 4.14 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม

โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์

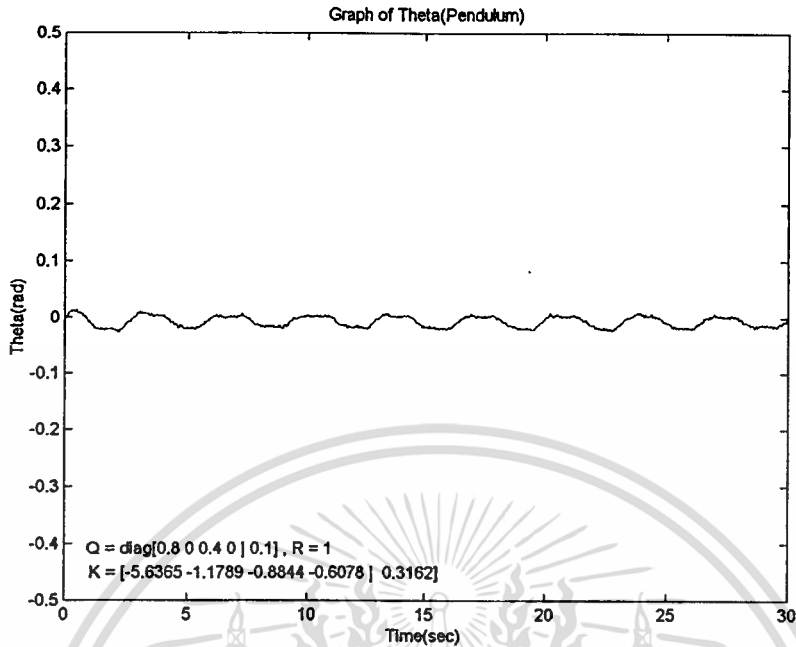
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ รูปที่ 4.2 พบว่า ผลการทดลองควบคุมด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ไม่พบค่าออฟเซตในการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมในสภาวะคงตัว เนื่องจากตัวควบคุมโรบัสต์มีคุณสมบัติในการรองรับความไม่แน่นอนต่างๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบควบคุม เช่น ความไม่แน่นอนที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สัญญาณรบกวนต่างๆ และผลที่เกิดขึ้นจากการประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เป็นสมการเชิงเส้น เพื่อง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุม เป็นต้น ซึ่งสิ่งเหล่านี้อาจก่อให้เกิดค่าความผิดพลาดในการควบคุมได้

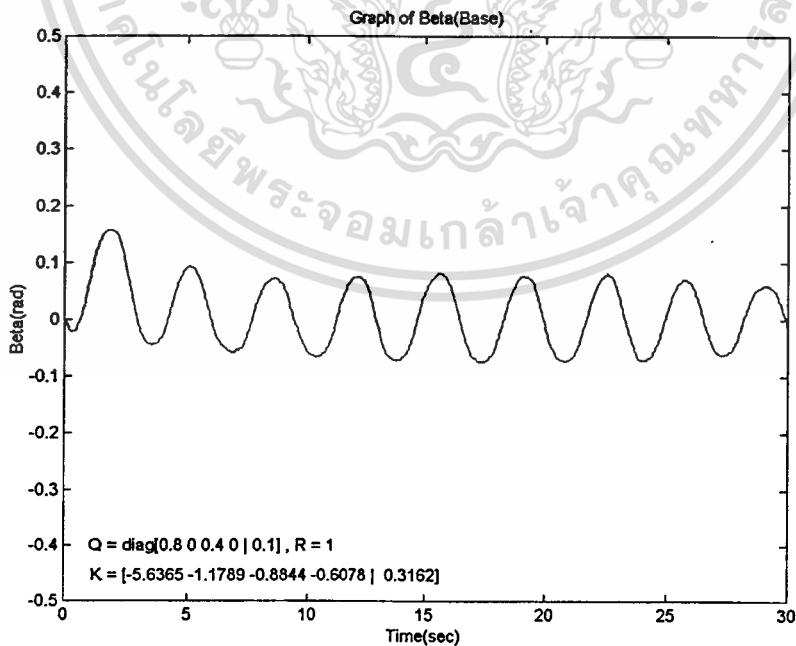
การแก้ไขปัญหาค่าออฟเซตที่เกิดขึ้นกับการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์นั้น สามารถทำได้โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับระบบควบคุมที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 หัวข้อ 3.2 ซึ่งผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ ซึ่งมีการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับระบบควบคุมเพื่อแก้ปัญหาค่าออฟเซตที่เกิดขึ้นสามารถแสดงได้ในรูปที่ 4.15 และรูปที่ 4.16 โดยรูปที่ 4.15 เป็นการแสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ และรูปที่ 4.16 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของระบบควบคุมที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ เมื่อใช้อัตราขยายป้อนกลับสถานะ และอัตราขยายของตัวอินทิเกรเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ดังแสดงในสมการที่ (3.21)

ผลการทดลองควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบให้กับระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ ซึ่งได้เพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เพื่อแก้ปัญหาค่าออฟเซตที่เกิดขึ้น แสดงได้ดังรูปที่ 4.15 และ รูปที่ 4.16 ตามลำดับ จากรูปที่ 4.15 พบว่า ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์นั้น สามารถควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลกได้เช่นเดิม และจากรูปที่ 4.16 พบว่า ตัวควบคุมนี้ยังสามารถควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมได้โดยไม่มีค่าออฟเซต ดังนั้น สมรรถนะของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ใช้ตัวควบคุมนี้ดีขึ้น

ผลการทดลองข้างต้นเป็นผลการทดลองเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมคงที่เท่ากับ 48 เซนติเมตร พบว่า สมรรถนะของระบบควบคุมได้รับการปรับปรุงให้ดีขึ้นจากระบบที่ยังไม่มีการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ ลำดับต่อไปจะเป็นการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบให้กับระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ เมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง โดยผลการทดลองจะแสดงในหัวข้อที่ 4.3.2



รูปที่ 4.15 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์



รูปที่ 4.16 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบ

ที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

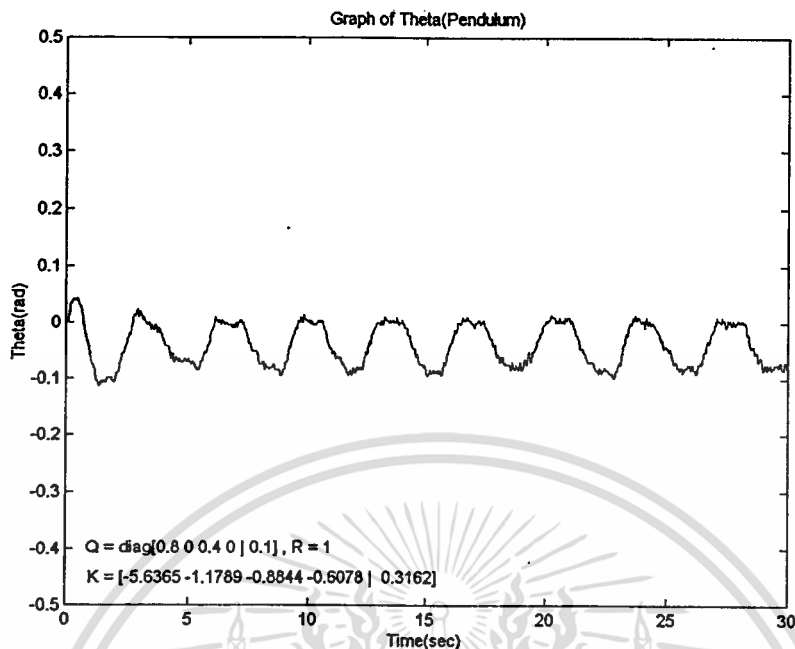
#### 4.3.2 ผลการทดลองควบคุมระบบเมื่อความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

ในการทดลองเพื่อศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมนี้จะแบ่งผลการทดลองออกเป็น 2 ส่วน กล่าวคือ ในส่วนแรกจะเป็นผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อลดความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลง 5 เซนติเมตร และในส่วนหลังจะเป็นผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อเพิ่มความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมขึ้น 5 เซนติเมตร ผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ที่มีการลดความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมแสดงได้ดังรูปที่ 4.17 และรูปที่ 4.18 ตามลำดับ ส่วนผลการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่เพิ่มความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมจะแสดงไว้ในรูปที่ 4.19 และรูปที่ 4.20

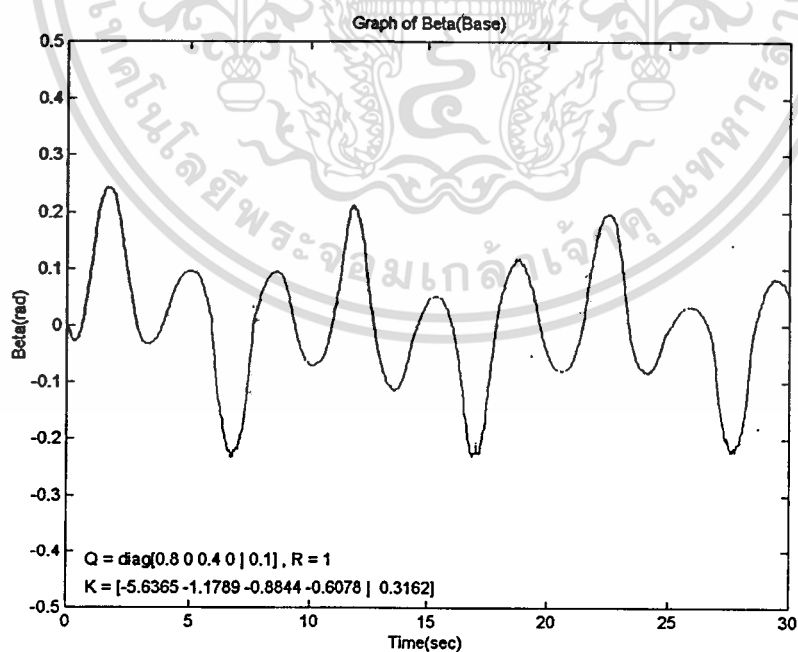
จากผลการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยมีการเปลี่ยนแปลงความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้สั้นลงพบว่า การควบคุมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ซึ่งมีการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์มีประสิทธิภาพลดลงอย่างมาก เมื่อเปรียบเทียบกับผลการควบคุมในกรณีที่มีความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมมีค่าคงที่ที่ 48 เซนติเมตร ซึ่งสามารถสังเกตได้จากลักษณะและขนาดของการแกว่งของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมในรูปที่ 4.17 มีค่ามากกว่าผลการทดลองของรูปที่ 4.15 และเมื่อสังเกตรูปที่ 4.18 พบว่าลักษณะและขนาดของการแกว่งของในการเคลื่อนที่ของฐานหมุนจะมีค่ามากกว่าผลการทดลองรูปที่ 4.16 และเมื่อพิจารณาผลการควบคุมในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้ยาวขึ้นซึ่งแสดงในรูปที่ 4.19 และรูปที่ 4.20 พบว่ามีการสั้นของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมและฐานหมุนเกิดขึ้น ถ้าความยาวก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลงหรือเพิ่มขึ้นมากกว่านี้ ระบบจะไม่สามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นโลกได้ ซึ่งแสดงถึงขอบเขตของตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์

เมื่อนำผลการควบคุมด้วยตัวควบคุม โรบัสต์มาเปรียบเทียบกับผลการควบคุมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์พบว่า การควบคุมด้วยตัวควบคุม โรบัสต์มีประสิทธิภาพในด้านการเร็วในการตอบสนองดีกว่าการควบคุมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ โดยสังเกตได้จากผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัม ระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม โรบัสต์จะมีระยะทางเชิงมุมในการเคลื่อนที่ของฐานหมุนมากกว่าระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ และในทางตรงข้าม การควบคุมด้วยตัวควบคุม โรบัสต์มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าการควบคุมด้วยตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์ในด้านการรองรับความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ ซึ่งสังเกตได้จากประสิทธิภาพที่ลดลงเพียงเล็กน้อยของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม โรบัสต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ ในขณะที่ระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีการแอลคิวอาร์จะสูญเสียประสิทธิภาพอย่างมากเมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

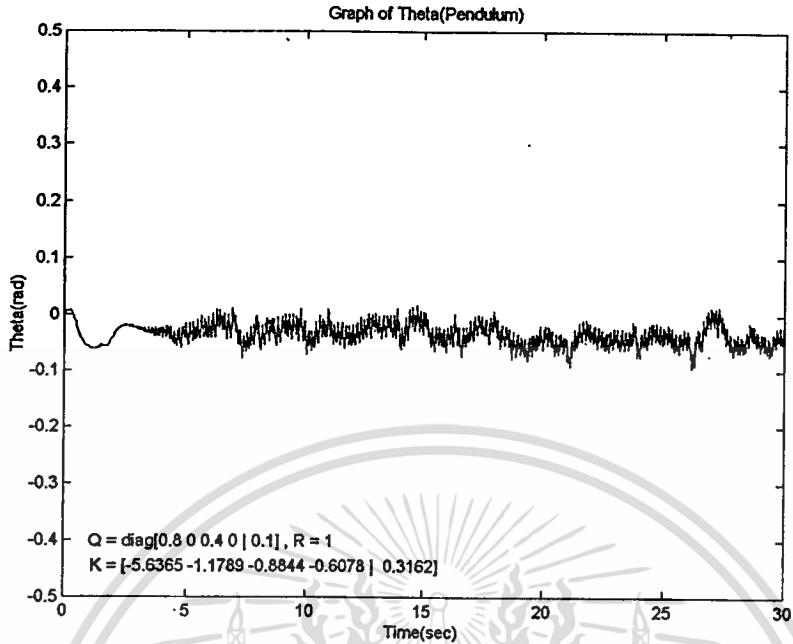


รูปที่ 4.17 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร

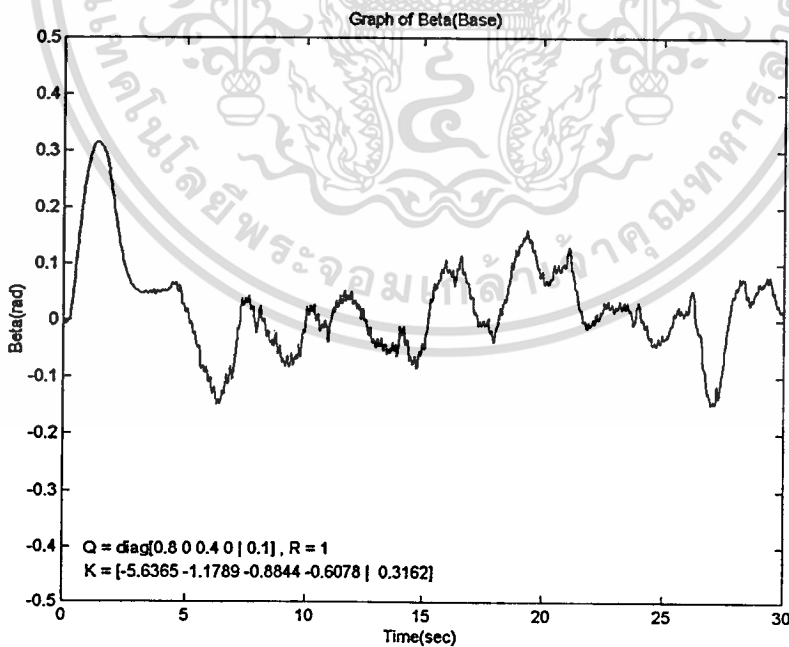


รูปที่ 4.18 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมลดลง 5 เซนติเมตร การคำนวณและการนำ  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.19 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร



รูปที่ 4.20 แสดงผลการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมของระบบที่ถูกขยายเพิ่มด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ เมื่อปรับค่าความยาวของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมเพิ่มขึ้น 5 เซนติเมตร

#### 4.4 สรุปผลการทดลอง

เมื่อพิจารณาผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อมีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนด้วยตัวควบคุมโรบัสต์ โดยไม่ออกแบบตัวควบคุมใหม่พบว่า ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถรองรับค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ได้ โดยที่ประสิทธิภาพของระบบควบคุมลดลงเพียงเล็กน้อย ซึ่งต่างจากระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ และเมื่อพิจารณาถึงขอบเขตที่ตัวควบคุมสามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้มีเสถียรภาพได้เมื่อระบบมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบ พบว่า ขอบเขตที่ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถควบคุมให้ระบบเสถียรได้นั้น จะมีขอบเขตกว้างกว่าขอบเขตที่ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ควบคุมได้ ในขณะที่เปรียบเทียบผลการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์มีค่าคงที่ ตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ให้ผลตอบสนองที่ดีกว่าตัวควบคุมโรบัสต์ กล่าวคือ ขนาดของการแกว่งของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมและฐานหมุนของตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมจะแคบกว่า



## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เพื่อให้ระบบควบคุมสามารถรักษาความสมดุลของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลกได้ ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ใช้ในการทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ประดิษฐ์ขึ้นจากส่วนประกอบทางด้านอิเล็กทรอนิกส์และด้านเครื่องกล

ในการออกแบบตัวควบคุมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ซึ่งหาแบบจำลองได้โดยอาศัยทฤษฎีพื้นฐานทางฟิสิกส์และสมการแสดงพฤติกรรมของระบบที่หาได้เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น การออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอในที่นี้ จึงประมาณระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นก่อน สำหรับตัวควบคุมที่ใช้ในการทดลองเพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนั้น ได้ถูกพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซีและทำงานอยู่บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำโปรแกรม MATLAB เข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม

จากผลการทดลองที่ใช้ตัวควบคุมโรบัสต์เพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนพบว่า ตัวควบคุมโรบัสต์ที่นำเสนอนี้สามารถควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมให้อยู่ในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นโลกได้ และสามารถควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการโดยไม่มีค่าออฟเซต นอกจากนี้ ตัวควบคุมโรบัสต์ยังสามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีเสถียรภาพ และมีสมรรถนะของการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเวอร์ทเพนดูลัมและตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนลดลงเพียงเล็กน้อยเมื่อระบบมีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง ดังนั้น ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนั้นมีข้อดีกว่าตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ และเมื่อพิจารณาถึงขอบเขตที่ตัวควบคุมสามารถควบคุมให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพได้ ในกรณีที่พารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง พบว่าขอบเขตที่ตัวควบคุมโรบัสต์สามารถควบคุมให้ระบบมีเสถียรภาพอยู่ได้มีขอบเขตที่กว้างกว่าขอบเขตที่ตัวควบคุมแอลคิวอาร์สามารถควบคุมได้

ข้อเสนอแนะในการศึกษาเพิ่มเติมคือ การศึกษาและนำตัวควบคุมโรบัสต์ไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบอื่นๆ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่มีก้านอินเวอร์ทเพนดูลัม 2 ชั้น(double inverted pendulum) เป็นต้น

## เอกสารอ้างอิง

- [1] C.W. Ji, F. Lei, and L.K. Kin, "Fuzzy Logic Controller for An Inverted Pendulum System," Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems. 1997. pp. 185-189.
- [2] P.G. Grossimon, E. Barbieri and S. Drakunov, "Sliding Mode Control of an Inverted Pendulum" Proc. of IEEE. 1996. pp. 248-252.
- [3] J.C. Doyle, K.Glover, P.P. Khargonegar and B.A Francis, "State-Space solutions to Standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control problems," IEEE Trans. Automation Control, vol. 34, 1989. pp.831-847.
- [4] S. Skogestad and I. Postlethwaite, "Multivariable Feedback Control Analysis and Design," London : John Wiley Ltd., 1998.
- [5] A. Stoorvogel, "The  $H_\infty$  Control Problem," Hertfordshire : Prentice Hall Inc., 1992.
- [6] สุเมธ เขาวนไวย. "การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์  $H_\infty$ ." วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2540.
- [7] K. Ogata, "Modern Control Engineering," Second Edition, New Jersey : Prentice Hall Inc., 1990.
- [8] M. Green and D.J.N. Limbeer, "Linear Robust Control," New Jersey : Prentice Hall Inc., 1995.
- [9] E.A. Misawa, M.S. Arrington and T.D. Ledgerwood, "Rotational Inverted Pendulum: A New Control Experimental," Proc. of the ACC, 1995. pp.29-33.
- [10] N. Chanapan, S. Panaudomsup, J. Ngamwiwit and N. Komine, "Experimental Study of Rotational Inverted Pendulum," Proc. of KACC, 2000. pp.464.
- [11] กนิษฐา วิจิตรเมฆทอง, นวเทพ ชนาพรธม และ ณัฐพล พากเพียร. "อินเวอร์ทเพนคูลัม" วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2541.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก.

### โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการวิจัย

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้พัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรม MATLAB และโปรแกรมภาษาซี โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ส่วนที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมพัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรม MATLAB และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรมภาษาซี

#### โปรแกรม LQR\_DESIGN.M

โปรแกรมออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัยด้วยวิธีแอสทิวอาร์ ซึ่งใช้เครื่องมือ(toolbox) ในโปรแกรม MATLAB เพื่อหาผลเฉลยของสมการพีชคณิตรีคาคติ โดยที่การปรับค่าเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก(weighting matrix)  $Q$  และ  $R$  สามารถทำได้โดยการปรับเปลี่ยนค่าเมตริกซ์  $Q$  และ  $R$  ที่แสดงในโปรแกรม LQR\_DESIGN.M

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 27.32543 & 0 & 0 & 0.10530 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.05576 & 0 & 0 & -0.10754 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -29.99898 \\ 0 \\ 30.63725 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = 1$$

$$K = \text{lqr}(A,B,Q,R)$$

save LQR\_CONTROLLER.DAT K Q R -ASCII

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### โปรแกรม AUG\_LQR\_DESIGN.M

โปรแกรมออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแอลคิวอาร์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ถูกละเลยเพิ่ม โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุน เพื่อแก้ปัญหาออฟเซตที่เกิดขึ้นในสภาวะคงตัว

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0; \\ 27.32543 & 0 & 0 & 0.10530 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0; \\ -7.05576 & 0 & 0 & -0.10754 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0; \\ -29.99898; \\ 0; \\ 30.63725; \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R = 1$$

$$K = \text{lqr}(A,B,Q,R)$$

save AUG\_LQR\_CONTROLLER.DAT K Q R -ASCII

### โปรแกรม Hinf\_DESIGN.M

โปรแกรมออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัย โดยโปรแกรมนี้อาจมีการตรวจสอบเงื่อนไขต่างๆที่จำเป็นสำหรับการออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ เพื่อเป็นการรับประกันว่า ตัวควบคุมโรบัสต์ที่ออกแบบได้จะสามารถนำมาใช้ในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่โปรแกรมนี้อาจทำงานร่วมกับ โปรแกรม Hinf\_MODEL.SIM ซึ่งเป็นแผนภาพบล็อกของตัวควบคุมโรบัสต์ที่ใช้ในงานวิจัยดังแสดงในรูปที่ ก.1

$$g = 4.9$$

$$g_2 = g^2$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0; \\ 27.32543 & 0 & 0 & 0.10530; \\ 0 & 0 & 0 & 1; \\ -7.05576 & 0 & 0 & -0.10754 \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0; \\ 1 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0; \\ -29.99898; \\ 0; \\ 30.63725 \end{bmatrix}$$

$$C1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 1 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 1; \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D11 = 0$$

$$D12 = \begin{bmatrix} 0; \\ 0; \\ 0; \\ 0; \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D22 = 0$$

$$\text{Rank\_D12} = \text{rank}(D12)$$

$$\text{Rank\_D21} = \text{rank}(D21)$$

เอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์นี้เป็นการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

XX = [A-j*eye(size(A))  B2;
      C1                D12]
YY = [A-j*eye(size(A))  B1;
      C2                D21]

Rank_XX = rank(XX)
Rank_YY = rank(YY)

DD12 = inv(D12'*D12)
DD21 = inv(D21'*D21)

CC1 = (eye(size(D12*DD12*D12'))-(D12*DD12*D12'))*C1
BB1 = B1*(eye(size(D21*DD21*D21))-(D21*DD21*D21))

Ham_X_11 = A-B2*DD12*D12'*C1
Ham_X_12 = (g^-2)*B1*B1'-B2*DD12*B2'
Ham_X_21 = -CC1*CC1
Ham_X_22 = -(A-B2*DD12*D12'*C1)'
Ham_X = [Ham_X_11  Ham_X_12;
         Ham_X_21  Ham_X_22]

Xinf = ric_schr(Ham_X)

Ham_Y_11 = (A-B1*D21*DD21*C2)'
Ham_Y_12 = (g^-2)*C1'*C1-C2*DD21*C2
Ham_Y_21 = -BB1*BB1'
Ham_Y_22 = -(A-B1*D21*DD21*C2)
Ham_Y = [Ham_Y_11  Ham_Y_12;
         Ham_Y_21  Ham_Y_22]

Yinf = ric_schr(Ham_Y)

Xinf_Yinf = Xinf*Yinf
p_Xinf_Yinf = max(eig(Xinf_Yinf))
Magnitude_p_Xinf_Yinf = abs(p_Xinf_Yinf)

Zinf = inv(eye(size((g^-2)*Yinf*Xinf))-(g^-2)*Yinf*Xinf)
Kc = DD12*(B2*Xinf+D12*C1)

Zinf_Ke = Zinf*((Yinf*C2'+B1*D21)*DD21)

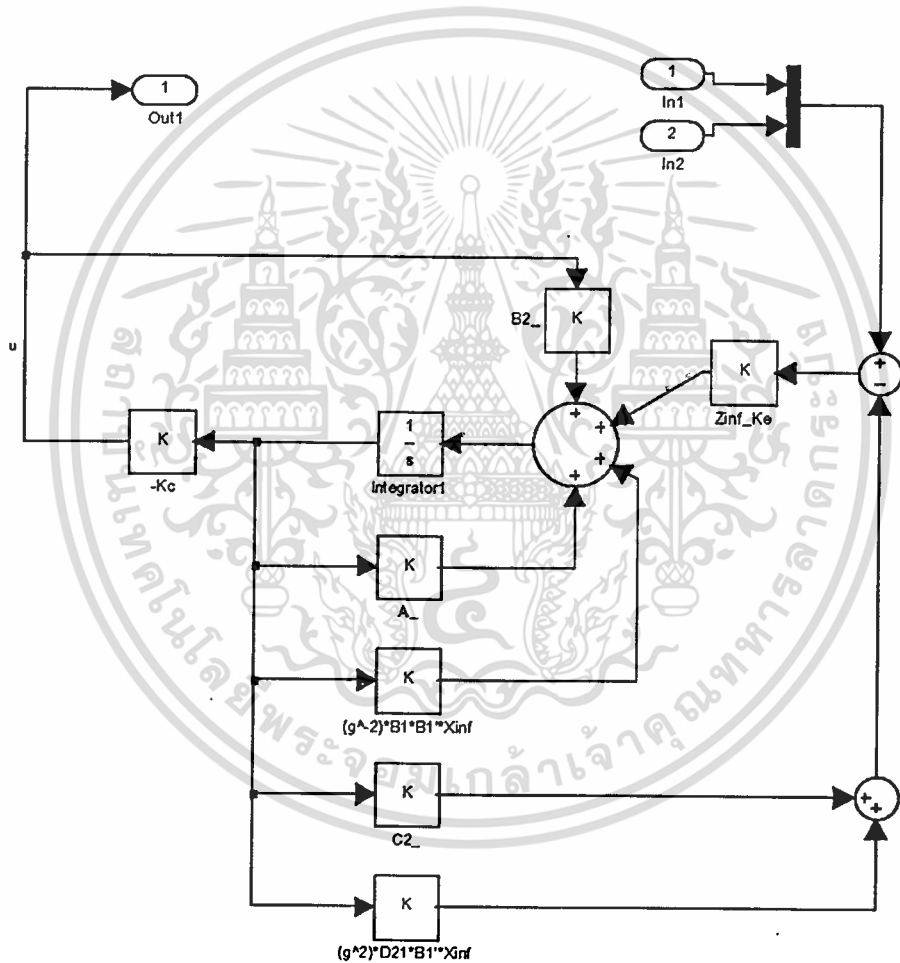
Extra_term_1 = (g^-2)*B1*B1'*Xinf
Extra_term_2 = (g^-2)*D21*B1'*Xinf

```

```

[A,B,C,D] = linmod('Hinf_Model')
SYSC = ss(A,B,C,D)
[A,B,C,D] = ssdata(SYSC)
AA = Ts*A+eye(size(A))
BB = Ts*B
CC = C
DD = D
save ROBUST_CONTROLLER.DAT AA BB CC DD -ASCII

```



รูปที่ ก.1 แสดงแผนภาพบล็อกของตัวควบคุมโรบัสต์ ที่อยู่ในโปรแกรม Hinf\_MODEL.SIM

### โปรแกรม LQR\_CONTROLLER.C

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ ซึ่งพัฒนาขึ้นโดยใช้โปรแกรมภาษาซี โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะรับค่าข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมของก้านอินเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เว็รท์เพนคูลัมและข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุนตามสัญญาณการขัดจังหวะ(interrupt)ของสัญญาณนาฬิกา(ความถี่ของสัญญาณนาฬิกาสามารถปรับค่าได้) และทำการประมวลผลในทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าสัญญาณควบคุมเพื่อส่งให้กับวงจรควบคุมการทำงานของมอเตอร์ไฟฟ้า

```
#include <DOS.H>
```

```
#include <STDIO.H>
```

```
#define TCK 0x0d
```

```
#define DATA 1200
```

```
void interrupt (*Old_ISR)();
```

```
volatile int port300,port301,port302,port303;
```

```
volatile int sp1,sp2,encoder_p,encoder_m,i;
```

```
volatile float theta,theta_t,thetadot,thetadot_t,beta,beta_t,betadot,theta_ttt,beta_ttt;
```

```
volatile float Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,R;
```

```
volatile float Q11,Q12,Q13,Q14,Q21,Q22,Q23,Q24,Q31,Q32,Q33,Q34,Q41,Q42,Q43,Q44;
```

```
volatile float fb1,fb1dot,fb2,fb2dot,output,t=0.025;
```

```
void interrupt My_ISR()
```

```
{
```

```
    disable();
```

```
    port300 = inportb(0x300);
```

```
    port301 = inportb(0x301);
```

```
    port302 = inportb(0x302);
```

```
    encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
```

```
    encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;
```

```
    theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.0015708;
```

```
    thetadot=(theta-theta_t)/t;
```

```
    beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.0015708;
```

```
    betadot=(beta-beta_t)/t;
```

```
    theta_t=theta;
```

```
    beta_t=beta;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

fb1=Ktheta*theta;
fb1dot=Kthetadot*thetadot;
fb2=Kbeta*beta;
fb2dot=Kbetadot*betadot;
output=-fb1-fb1dot-fb2-fb2dot;
output=output/(0.3*0.181);
port303=output+0x7f;
outportb(0x303,port303);
outportb(0x20,0x20);    /* End of Interrupt */
i=i++;
enable();
}

void main()
{
FILE *fpw1,*fpw2,*fpw3,*fpr1;

clrscr();
if((fpw1 = fopen("theta.m","w"))==NULL)
{
puts("cannot open file theta.m\n");
exit(1);
}

fprintf(fpw1,"a = [ ");

if((fpw2 = fopen("beta.m","w"))==NULL)
{
puts("cannot open file beta.m\n");
exit(1);
}

fprintf(fpw2,"a = [ ");

if((fpw3 = fopen("output.m","w"))==NULL)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    puts("cannot open file output.m\n");
    exit(1);
}

fprintf(fpw3,"a = [ ");
if((fpr1 = fopen("LQR_CONTROLLER.DAT","r"))!=NULL)
{
    fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&Ktheta,&Kthetadot,&Kbeta,&Kbetadot);
    fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&Q11,&Q12,&Q13,&Q14);
    fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&Q21,&Q22,&Q23,&Q24);
    fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&Q31,&Q32,&Q33,&Q34);
    fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&Q41,&Q42,&Q43,&Q44);
    fscanf(fpr1,"%e",&R);
    fclose(fpr1);
}
else
{
    printf("Coudn't open the file \" LQR_CONTROLLER.DAT \"\n");
    getch();
}

sp1=2000;
sp2=0;
outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
delay(5);
outportb(0x305,0x07); /* Enable Encoder Microcontrollers */
outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
while (!kbhit())
{
    port300 = inportb(0x300);
    port301 = inportb(0x301);
    port302 = inportb(0x302);
    encoder_p=((port302*16)+((port301&0xf0)/16);
    encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ theta=((float)(encoder\_p-sp1))\*0.0015708; ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.0015708;
        gotoxy(24,12);
        printf("theta=%f beta=%f",theta,beta);
    }

    getch();

    theta_t=theta;
    sp2=encoder_m;
    beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.0015708;
    beta_t=beta;
    i=0;
    outportb(0x304,0x34); /* Set Sampling Period */
    outportb(0x305,0x03); /* Enable Sampling Clock Microcontrollers */
    Old_ISR = getvect(TCK); /* Recieve Interrupt Vector */
    setvect(TCK,My_ISR); /* Set Interrupt Vector to My ISR */
    outportb(0x21,(inportb(0x21) & 0xdf)); /* Enable IRQ5 */
    while (!kbhit() & encoder_p <2200 & encoder_p >1800 & i<DATA)
    {
        gotoxy(7,14);
        printf("theta=%f thetadot=%f beta=%f betadot=%f",theta,thetadot,beta,betadot);
        fprintf(fpw1,"%f %f;\n",t*i,theta);
        fprintf(fpw2,"%f %f;\n",t*i,beta);
        fprintf(fpw3,"%f %f;\n",t*i,output);
    }

    outportb(0x21,(inportb(0x21) | 0x20)); /* Disable IRQ5 */
    setvect(TCK,Old_ISR); /* Return Interrupt Vector to Old ISR */
    outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
    outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
    fprintf(fpw1,"%f %f];\n",t*i,theta);
    fprintf(fpw2,"%f %f];\n",t*i,beta);
    fprintf(fpw3,"%f %f];\n",t*i,output);
    fprintf(fpw1,"x = a(:, 1);\n");
    fprintf(fpw2,"x = a(:, 1);\n");

```

```

fprintf(fpw3,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw1,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw2,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw3,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw1,"figure\n");
fprintf(fpw2,"figure\n");
fprintf(fpw3,"figure\n");
fprintf(fpw1,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw2,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw3,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw1,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw1,"ylabel('Theta(rad)')\n");
fprintf(fpw1,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f] , R = %.0f)\n",
DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,R);
fprintf(fpw1,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f]'\n",
DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot);
fprintf(fpw2,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw2,"ylabel('Beta(rad)')\n");
fprintf(fpw2,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f] , R = %.0f)\n",
DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,R);
fprintf(fpw2,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f]'\n",
DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot);
fprintf(fpw3,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw3,"ylabel('Control Signal')\n");
fprintf(fpw3,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f] , R = %.0f)\n",
DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,R);
fprintf(fpw3,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f]'\n",
DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot);
fprintf(fpw1,"title('Graph of Theta(Pendulum)')\n");
fprintf(fpw2,"title('Graph of Beta(Base)')\n");
fprintf(fpw3,"title('Graph of Control Signal')\n");

```

```

fclose(fpw1);
fclose(fpw2);
fclose(fpw3);
}

```

### โปรแกรม AUG\_LQR\_CONTROLLER.C

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธีแอดคิวนาร์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ถูกขยายเพิ่มโดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ให้กับการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมของฐานหมุน การทำงานโดยทั่วไปของโปรแกรมนี้อาจคล้ายคลึงกับโปรแกรม LQR\_CONTROLLER.C ที่กล่าวมาในข้างต้น แต่โปรแกรม AUG\_LQR\_CONTROLLER.C จะมีการเพิ่มส่วนของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวอินทิเกรเตอร์ที่ถูกเพิ่มให้กับระบบควบคุม

```

#include <DOS.H>
#include <STDIO.H>

#define TCK 0x0d
#define DATA 1200

void interrupt (*Old_ISR)();
volatile int port300,port301,port302,port303;
volatile int sp1,sp2,encoder_p,encoder_m,i;
volatile float theta,theta_t,thetadot,beta,beta_t,betadot;
volatile float Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,Ki,Mi,R;
volatile float Q11,Q12,Q13,Q14,Q1i,Q21,Q22,Q23,Q24,Q2i,Q31,Q32,Q33,Q34,Q3i;
volatile float Q41,Q42,Q43,Q44,Q4i,Qi1,Qi2,Qi3,Qi4,Qi;
volatile float fb1,fb1dot,fb2,fb2dot,output,t=0.025;

void interrupt My_ISR()
{

```

```

    disable();

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

port300 = inportb(0x300);
port301 = inportb(0x301);
port302 = inportb(0x302);
encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;
theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
thetadot=(theta-theta_t)/t;
beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
betadot=(beta-beta_t)/t;
theta_t=theta;
beta_t=beta;
fb1=Ktheta*theta;
fb1dot=Kthetadot*thetadot;
fb2=Kbeta*beta;
fb2dot=Kbetadot*betadot;
Mi=Mi+((-Ki)*(0-beta)*t);
output=Mi-fb1-fb1dot-fb2-fb2dot;
output=output/(0.3*0.181);
port303=output+0x7f;
outportb(0x303,port303);
outportb(0x20,0x20); /* End of Interrupt */
i=i++;
enable();
}

```

```

void main()
{
FILE *fpw1,*fpw2,*fpw3,*fpr1;

clrscr();

if((fpw1 = fopen("theta.m","w"))==NULL)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        puts("cannot open file theta.m\n");
        exit(1);
    }

    fprintf(fpw1,"a = [ ");
    if((fpw2 = fopen("beta.m","w"))==NULL)
    {
        puts("cannot open file beta.m\n");
        exit(1);
    }

    fprintf(fpw2,"a = [ ");
    if((fpw3 = fopen("output.m","w"))==NULL)
    {
        puts("cannot open file output.m\n");
        exit(1);
    }

    fprintf(fpw3,"a = [ ");
    if((fpr1 = fopen("AUG_LQR_CONTROLLER","r"))!=NULL)
    {
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Ktheta,&Kthetadot,&Kbeta,&Kbetadot,&Ki);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Q11,&Q12,&Q13,&Q14,&Q1i);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Q21,&Q22,&Q23,&Q24,&Q2i);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Q31,&Q32,&Q33,&Q34,&Q3i);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Q41,&Q42,&Q43,&Q44,&Q4i);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Qi1,&Qi2,&Qi3,&Qi4,&Qi);
        fscanf(fpr1,"%e",&R);
        fclose(fpr1);
    }

    else printf("Coudn't open the file \"AUG_LQR_CONTROLLER\"\n");
    sp1=2000;
    sp2=0;
    Mi=0;
    outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */

```

```

delay(5);

outportb(0x305,0x07); /* Enable Encoder Microcontrollers */
outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
while (!kbhit())
    {
        port300 = inportb(0x300);
        port301 = inportb(0x301);
        port302 = inportb(0x302);
        encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
        encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;
        theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
        beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
        gotoxy(24,12);
        printf("theta=%f beta=%f",theta,beta);
    }
getch();
theta_t=theta;
sp2=encoder_m;
beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
beta_t=beta;
i=0;
outportb(0x304,0x34); /* Set Samping Period */
outportb(0x305,0x03); /* Enable Sampling Clock Microcontrollers */
Old_ISR = getvect(TCK); /* Recieve Interrupt Vector */
setvect(TCK,My_ISR); /* Set Interrupt Vector to My_ISR */
outportb(0x21,(inportb(0x21) & 0xdf)); /* Enable IRQ5 */
while (!kbhit() & encoder_p <2200 & encoder_p >1800 & i<DATA)
    {
        gotoxy(7,14);
        printf("theta=%f thetadot=%f beta=%f betadot=%f",theta,thetadot,beta,betadot);
        fprintf(fpw1,"%f %f;\n",t*i,theta);
        fprintf(fpw2,"%f %f;\n",t*i,beta);
    }

```

```

        fprintf(fpw3,"%f %f;\n",t*i,output);
    }
    outportb(0x21,(inportb(0x21) | 0x20)); /* Disable IRQ5 */
    setvect(TCK,Old_ISR); /* Return Interrupt Vector to Old ISR */
    outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
    outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
    fprintf(fpw1,"%f %f];\n",t*i,theta);
    fprintf(fpw2,"%f %f];\n",t*i,beta);
    fprintf(fpw3,"%f %f];\n",t*i,output);
    fprintf(fpw1,"x = a(:, 1);\n");
    fprintf(fpw2,"x = a(:, 1);\n");
    fprintf(fpw3,"x = a(:, 1);\n");
    fprintf(fpw1,"y = a(:, 2);\n");
    fprintf(fpw2,"y = a(:, 2);\n");
    fprintf(fpw3,"y = a(:, 2);\n");
    fprintf(fpw1,"figure\n");
    fprintf(fpw2,"figure\n");
    fprintf(fpw3,"figure\n");
    fprintf(fpw1,"plot(x,y)\n");
    fprintf(fpw2,"plot(x,y)\n");
    fprintf(fpw3,"plot(x,y)\n");
    fprintf(fpw1,"xlabel('Time(sec))\n");
    fprintf(fpw1,"ylabel('Theta(rad))\n");
    fprintf(fpw1,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f | %.1f] , R = %.0f)\n",
    DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,Qi,R);
    fprintf(fpw1,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f | %.4f]'\n",
    DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,-Ki);
    fprintf(fpw2,"xlabel('Time(sec))\n");
    fprintf(fpw2,"ylabel('Beta(rad))\n");
    fprintf(fpw2,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f | %.1f] , R = %.0f)\n",
    DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,Qi,R);
    fprintf(fpw2,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f | %.4f]'\n",

```

```

DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,-Ki);
fprintf(fpw3,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw3,"ylabel('Control Signal')\n");
fprintf(fpw3,"text(%d,-0.175,'Q = diag[%.1f %.0f %.1f %.0f | %.1f] , R = %.0f')\n",
DATA/160,Q11,Q22,Q33,Q44,Qi,R);
fprintf(fpw3,"text(%d,-0.225,'K = [%.4f %.4f %.4f %.4f | %.4f]')\n",
DATA/160,Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,-Ki);
fprintf(fpw1,"title('Graph of Theta(Pendulum)')\n");
fprintf(fpw2,"title('Graph of Beta(Base)')\n");
fprintf(fpw3,"title('Graph of Control Signal')\n");
fclose(fpw1);
fclose(fpw2);
fclose(fpw3);
}

```

### โปรแกรม Hinf\_CONTROLLER.C

โปรแกรมที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบฐานหมุน พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี ซึ่งโปรแกรมนี้อาจจะทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมขึ้นจากสมการปริภูมิสถานะของตัวควบคุมโรบัสต์ที่ออกแบบได้

```

#include <DOS.H>
#include <STDIO.H>

```

```

#define TCK 0x0d
#define DATA 1200

```

```

void interrupt (*Old_ISR)();
volatile int port300,port301,port302,port303;
volatile int sp1,sp2,encoder_p,encoder_m,i;
volatile float theta,beta,U;
volatile float aa11,aa12,aa13,aa14;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

volatile float aa21,aa22,aa23,aa24;
volatile float aa31,aa32,aa33,aa34;
volatile float aa41,aa42,aa43,aa44;
volatile float bb11,bb12;
volatile float bb21,bb22;
volatile float bb31,bb32;
volatile float bb41,bb42;
volatile float cc11,cc12,cc13,cc14;
volatile float dd11,dd12;
volatile float z1k,z2k,z3k,z4k;
volatile float z1k1,z2k1,z3k1,z4k1;
volatile float output,Ts;

void interrupt My_ISR()
{
    disable();
    port300 = inportb(0x300);
    port301 = inportb(0x301);
    port302 = inportb(0x302);
    encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
    encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;
    theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
    beta(((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
    U=(cc11*z1k+cc12*z2k+cc13*z3k+cc14*z4k)+(dd11*theta+dd12*beta);
    output=U/(0.3*0.181);
    port303=output+0x7f;
    outportb(0x303,port303);

    z1k1=(aa11*z1k+aa12*z2k+aa13*z3k+aa14*z4k)+(bb11*theta+bb12*beta);
    z2k1=(aa21*z1k+aa22*z2k+aa23*z3k+aa24*z4k)+(bb21*theta+bb22*beta);
    z3k1=(aa31*z1k+aa32*z2k+aa33*z3k+aa34*z4k)+(bb31*theta+bb32*beta);
    z4k1=(aa41*z1k+aa42*z2k+aa43*z3k+aa44*z4k)+(bb41*theta+bb42*beta);
    z1k=z1k1;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

z2k=z2k1;
z3k=z3k1;
z4k=z4k1;
outportb(0x20,0x20); /* End of Interrupt */
i=i++;
enable();
}

```

```
void main()
```

```
{
```

```
FILE *fpw1,*fpw2,*fpw3,*fpr1;
```

```
clrscr();
```

```
if((fpw1 = fopen("theta.m","w"))==NULL)
```

```
{
```

```
puts("cannot open file theta.m\n");
```

```
exit(1);
```

```
}
```

```
fprintf(fpw1,"a = [ ");
```

```
if((fpw2 = fopen("beta.m","w"))==NULL)
```

```
{
```

```
puts("cannot open file beta.m\n");
```

```
exit(1);
```

```
}
```

```
fprintf(fpw2,"a = [ ");
```

```
if((fpw3 = fopen("output.m","w"))==NULL)
```

```
{
```

```
puts("cannot open file output.m\n");
```

```
exit(1);
```

```
}
```

```
fprintf(fpw3,"a = [ ");
```

```
if((fpr1 = fopen("Hinf_CONTROLLER.DAT","r"))!=NULL)
```

```

    {
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&aa11,&aa12,&aa13,&aa14);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&aa21,&aa22,&aa23,&aa24);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&aa31,&aa32,&aa33,&aa34);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&aa41,&aa42,&aa43,&aa44);
        fscanf(fpr1,"%e %e",&bb11,&bb12);
        fscanf(fpr1,"%e %e",&bb21,&bb22);
        fscanf(fpr1,"%e %e",&bb31,&bb32);
        fscanf(fpr1,"%e %e",&bb41,&bb42);
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e",&cc11,&cc12,&cc13,&cc14);
        fscanf(fpr1,"%e %e",&dd11,&dd12);
        fclose(fpr1);
    }
else
    {
        printf("Couldn't open the file \"Hinf_CONTROLLER\"\n");
        getch();
    }
sp1=2000;
sp2=0;
z1k=0;
z2k=0;
z3k=0;
z4k=0;
outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
delay(5);
outportb(0x305,0x07); /* Enable Encoder Microcontrollers */
outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
while (!kbhit())
    {
        port300 = inportb(0x300);
        port301 = inportb(0x301);
        port302 = inportb(0x302);

```

```

encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;

theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
gotoxy(24,12);
printf("theta=%f beta=%f",theta,beta);
}

getch();
sp2=encoder_m;
beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
i=0;
outportb(0x304,0x0a); /* Set Samping Period */
outportb(0x305,0x03); /* Enable Samping Clock Microcontrollers */
Old_ISR = getvect(TCK); /* Recieve Interrupt Vector */
setvect(TCK,My_ISR); /* Set Interrupt Vector to My ISR */
outportb(0x21,(inportb(0x21) & 0xdf)); /* Enable IRQ5 */
while (!kbhit() & encoder_p <2200 & encoder_p >1800 & i<DATA)
{
gotoxy(7,14);
printf("theta=%f beta=%f output=%f",theta,beta,output);
fprintf(fpw1,"%f %f;\n",Ts*i,theta);
fprintf(fpw2,"%f %f;\n",Ts*i,beta);
fprintf(fpw3,"%f %f;\n",Ts*i,output);
}

outportb(0x21,(inportb(0x21) | 0x20)); /* Disable IRQ5 */
setvect(TCK,Old_ISR); /* Return Interrupt Vector to Old ISR */
outportb(0x303,0x7f); /* Stop Motor */
outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
fprintf(fpw1,"%f %f];\n",Ts*i,theta);
fprintf(fpw2,"%f %f];\n",Ts*i,beta);
fprintf(fpw3,"%f %f];\n",Ts*i,output);

```

```

fprintf(fpw1,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw2,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw3,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw1,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw2,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw3,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw1,"figure\n");
fprintf(fpw2,"figure\n");
fprintf(fpw3,"figure\n");
fprintf(fpw1,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw2,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw3,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw1,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw1,"ylabel('Theta(rad)')\n");
fprintf(fpw2,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw2,"ylabel('Beta(rad)')\n");
fprintf(fpw3,"xlabel('Time(sec)')\n");
fprintf(fpw3,"ylabel('Control Signal')\n");
fprintf(fpw1,"title('Graph of Theta(Pendulum)')\n");
fprintf(fpw2,"title('Graph of Beta(Base)')\n");
fprintf(fpw3,"title('Graph of Control Signal')\n");
fclose(fpw1);
fclose(fpw2);
fclose(fpw3);
}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## MODELS 4122P, 4212P "PIN" VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

### FEATURES

- *Mounts on customers printed circuit boards.*
- *Flexibility!* Internal 40-pin socket configures amp with no soldering
- Separate current limits: Continuous, peak, and peak-time
- No integrator windup when disabled
- Fault protections: Short-circuits from output to output, output to gnd  
Over/under voltage  
Over temperature  
Self-reset or latch-off modes
- 3kHz Bandwidth
- Wide load inductance range: 0.2-40 mH.
- Surface mount technology construction, lower part count.
- Optional output filter for reduced PWM noise to adjacent circuits

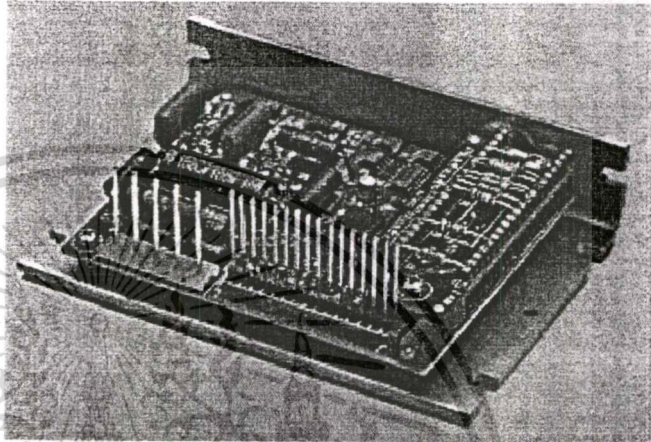
### APPLICATIONS

- X-Y stages
- Robotics
- Automated assembly machinery
- Magnetic bearings

### THE OEM ADVANTAGE

- Minimize cabling for lowest cost products
- Uses industry-standard connectors for solderless installation

MODEL	FEATURES
4122P	+24~90VDC, 10/20A, Standard 0-100% modulation
4212P	+24~90VDC, 6/12A, Standard 0-100% modulation



### FEATURES

These versions of the 4122 & 4212 models and their variants use extended pins that interface with printed circuit board mounted connectors for direct mounting of the amplifier to customers pc boards.

The active logic-level of the amplifier Enable input is jumper selectable to GND or +5V to interface with different control cards. /Pos and /Neg enable inputs remain ground active for fail-safe operation.

Mosfet H-bridge output stage delivers power in four-quadrants for bi-directional acceleration and deceleration of motors.

An internal solderless socket holds 17 components that configure the various gain and current limit settings to customize the amplifiers for a wide range of loads and applications.

Header components permit compensation over a wide range of load inductances to maximize bandwidth with different motors.

Individual peak and continuous current limits allow high acceleration without sacrificing protection against continuous overloads. Peak current time limit is settable to match amplifier to motor thermal or commutation limits.

All models are protected against output short circuits ( output to output and output to ground ) and heatplate overtemperature.

With the /Reset input open, output shorts or heatplate overtemperature will latch off the amplifier until power is cycled off & on, or until the /Reset input is grounded. For self-reset from such conditions, wire /Reset to ground and the amplifier will reset every 200ms.

Pins models also accept the "F" option card that has output 'edge' filters that reduce the noise coupling of PWM outputs to adjacent cabling and circuitry.

The output filter card option uses the same connectors as the popular 300 series models ( 303, 306, 306A and variants ) for easy upgrading to the 4xx2 models.

The filter is a dual section L/C/R that slows down the switching 'edges' ( the rise and fall times of the outputs ) for greatly reduced coupling of PWM noise to nearby cables and circuits.

## MODELS 4122P, 4212P

### “PIN” VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

#### TECHNICAL SPECIFICATIONS

Test conditions: 25°C ambient, Load = 200µH. in series with 1 Ω, +HV = maximum normal value

MODEL	4122P	4212P
<b>OUTPUT POWER</b>		
Peak power	±20A @ ±80V	±12A @ ±120V
Peak time	0.5 sec unipolar from 0A, 1 secs. after polarity reversal	
Continuous power	±10A @ ±80V	±6A @ ±120V
<b>OUTPUT VOLTAGE</b>		
	$\pm V_{out} = \pm HV * (0.97) - (Ro) * (Io)$	
	Ro = 0.2	Ro = 0.1
<b>LOAD INDUCTANCE</b>		
	Selectable with components on header socket: 200 µH to 40mH	
<b>BANDWIDTH</b>		
Current mode:	3kHz with 200µH load at maximum supply voltage, varies with load inductance and RH15, CH16 & CH17 values	
<b>PWM SWITCHING FREQUENCY</b>		
	25kHz	
<b>REFERENCE INPUT</b>		
	Differential, 94K between inputs, ±20V maximum	
<b>GAINS</b>		
Input differential amplifier	1:1 (Volt / Volt)	
PWM transconductance stage	I <sub>peak</sub> / 6V ( I <sub>peak</sub> = peak rated output current; 6V measured at Current Ref J2-9 )	
<b>LOGIC INPUTS</b>		
Input voltage range	0 to +24V	
Logic threshold voltage ( LO to HI transition )	2.5V ( Schmitt trigger inputs with hysteresis )	
/Enable ( Internal jumper JP1 reverses logic )	LO enables amplifier, HI disables	
Time delay on Enable	( Default function with JP-1 on pins 2-3. For +5V enable and GND inhibit, move JP1 to pins 1-2 )	
/POS enable, /NEG enable	0.9 ms after Enable true to amplifier ON, <1ms to disable	
/Reset	Gnd enables positive or negative output currents. +5V or open inhibits (<1ms delay)	
Input resistance	( Setting of JP-1 has no effect on ground-active level of /POS and /NEG enable inputs )	
	LO resets latching fault condition, ground for self-reset every 200 m.s.	
	10K pull-up to +5V, R-C filters to internal logic.	
<b>POTENTIOMETER</b>		
Balance	Use to set output current or rpm to zero. RH1 = 10 MΩ for Balance function, RH1 = 100kΩ for Test function	
<b>LOGIC OUTPUT</b>		
+Fault ( /Normal )	HI = Overtemp OR output short OR power NOT-OK, OR NOT-Enabled; LO = Operating normally AND enabled	
HI output voltage	+5V ( 33kΩ pullup resistor to +5V ) +50V maximum	
LO output voltage	<0.5V typical, 1.25V @ 250mA max, Ro = 5Ω ( most on resistance )	
<b>INDICATOR (LED)</b>		
Normal	Green: ON = Amplifier Enabled AND Normal ( power OK, no output shorts, no overtemp )	
	Red = Fault ( NOT Normal, see +Fault output above )	
<b>ANALOG MONITOR OUTPUTS</b>		
Current Ref ( current demand signal to pwm stage )	±6V @ demands ±I <sub>peak</sub>	
Current Monitor ( motor or load current )	±6V @ ±I <sub>peak</sub> ( 1kΩ, 33nF R-C filter )	
<b>DC POWER OUTPUTS</b>		
	±15VDC each output in series with 10kΩ	
<b>PROTECTIVE FEATURES ( Note 1 )</b>		
Output short circuit ( output to output, output to ground )	Latches unit OFF	
Overtemperature	Latches unit OFF at 70°C on heatplate	
Undervoltage shutdown @	<20V	<20V
Overvoltage shutdown @	>92VDC	>129VDC
<b>POWER REQUIREMENTS</b>		
DC power (+HV) Transformer isolated from power mains	+22 to +90VDC	+22 to +125VDC
Watts minimum	2.5W	2.7W
Watts @ Iocrit	25W	41W
<b>THERMAL REQUIREMENTS</b>		
Storage temperature range: -30 to +85°C; operating temperature range: 0 to 70°C baseplate temperature		
Notes: 1. Heatsink optional ( add "H" to model number ) 2. Fan = forced air over unit @ 400 linear feet/minute		
<b>MECHANICAL</b>		
Amplifier case size	4.3 x 3.0 x 1.0 in. ( 109 x 76.2 x 25.4 mm ) + Pin height.	
Heatsink	Adds 1.50 in. ( 38.1 mm ) to amplifier 1.0 in. dimension. Same length as amp.	
Weight	0.43 lb ( 0.2 kg ) for amplifier alone; heatsink adds 0.78 lb. ( 0.35 kg )	
<b>CONNECTORS</b>		
Amplifier	J1 ( Power & motor ): 5 Pins ( Methode# BA-2900-105 ) 0.20" centers, 1.070" long. J2 ( Signal ): 16 Pins ( Methode# BA-2899-116 ) 0.1" centers, 1.070" long.	
PC board mounting	Mating to J1: ( ML-MAX 0366-0-15-01-23-01-10-0 ) Mating to J2: ( Molex: 22-14-2164 )	

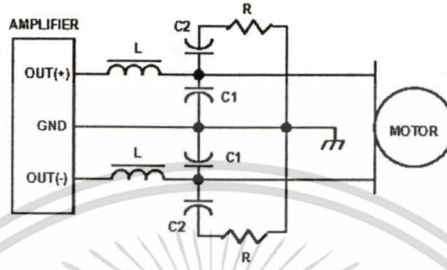
#### NOTES

1. Latching faults disable amplifier until power is cycled off-on, or /Reset input is grounded. Non-latching faults re-enable amplifier when fault condition is removed. Overtemperature and short-circuits are latching faults, under or overvoltage faults are non-latching. If /Reset input is grounded, amplifier will auto-reset from latching faults every 200ms.

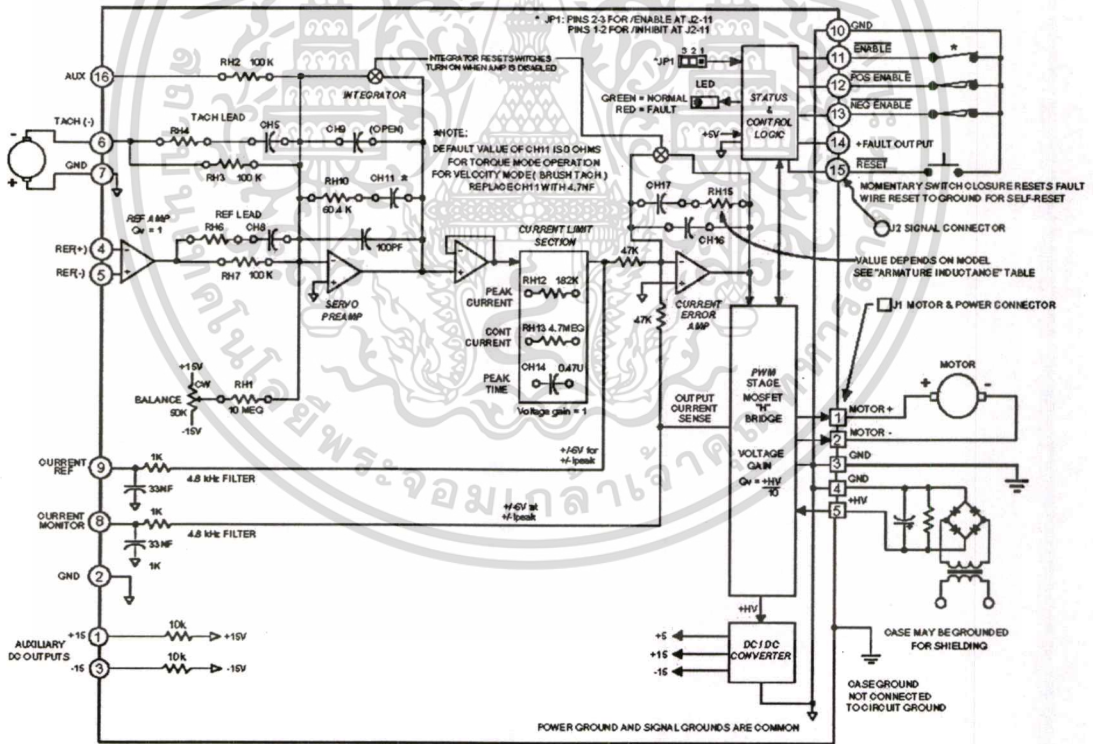
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# MODELS 4122P, 4212P "PIN" VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

## FILTER OPTION DIAGRAM



## FUNCTIONAL DIAGRAM



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## MODELS 4122P, 4212P

### “PIN” VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

#### CONNECTORS AND PINOUTS

##### J1: MOTOR & POWER CONNECTIONS

Pin	Signal	Remarks
1	Motor (+)	Amplifier output to motor (+) winding
2	Motor (-)	Amplifier output to motor (-) winding
3	GND	Power supply return. Connect to system ground at this pin.
4	GND	Power supply return. Connect to system ground at this pin.
5	+HV	+HV DC power supply input

##### J2: AMPLIFIER BOARD CONNECTIONS

Pin	Signal	Remarks
1	+15V	+15V in series with 10k $\Omega$
2	Gnd	Signal ground
3	-15V	-15V in series with 10k $\Omega$
4	Ref (+)	Differential input positive terminal for Reference voltage
5	Ref (-)	Differential input negative terminal for Reference voltage
6	Tach (-)	Negative terminal of brush tachometer
7	Gnd / Tach (+)	Signal ground, or positive terminal of brush tachometer
8	Curr Mon	Output current monitor: $\pm 6V$ output at $\pm$ peak output current
9	Curr Ref	Current demand signal to PWM stage: $\pm 6V$ demands $\pm$ peak current
10	Gnd	Signal ground
11	/Enable	Amplifier enable input: enables or inhibits PWM switching at outputs Default: Gnd enables amplifier, open or +5V inhibits ( JP1 @ 2-3 ) For controllers that output +5V to enable amplifier, move internal jumper JP1 to pins 1-2 ( Gnd will inhibit, +5V or open will enable )
12	/Pos Enab	Gnd to enable output current in one polarity, open or +5V to inhibit. Typically used with grounded, normally closed limit switches.
13	/Neg Enab	Gnd to enable output current in opposite polarity, open or +5V to inhibit. Typically used with grounded, normally closed limit switches.
14	/Normal	Current-sinking when amplifier enabled and operating normally. Goes to +5V when amplifier disabled or fault condition exists.
15	/Reset	Ground to reset overtemp or output short circuit latching faults. For automatic reset of faults every 200mS, ground permanently.
16	Aux	Single-ended auxiliary input.

#### BALANCE POTENTIOMETER

Default position: centered. Functions to bring output current ( in torque mode ) or output velocity ( in tachometer mode ) to zero with reference input voltage at zero, or control system output at zero. Normal range is  $\pm 1\%$  of full scale with 10Meg resistor in header location RH1. To use the pot as a wide range set-point adjustment, install a 150k $\Omega$  resistor at RH1. Now, full CW or CCW will have the effect of a  $\pm 10V$  signal at the reference inputs.

#### STATUS LED

Dual color, red/green.

Color	+HV	/Enable	Short	Overtemp
Green	Normal	Active	None	Normal
Red	Too low or too high	X	X	X
	X	Inhibited	X	X
	X	X	Output short	X
X	X	X	X	Too hot
Note	1, 5	2, 5	3, 5	4, 5

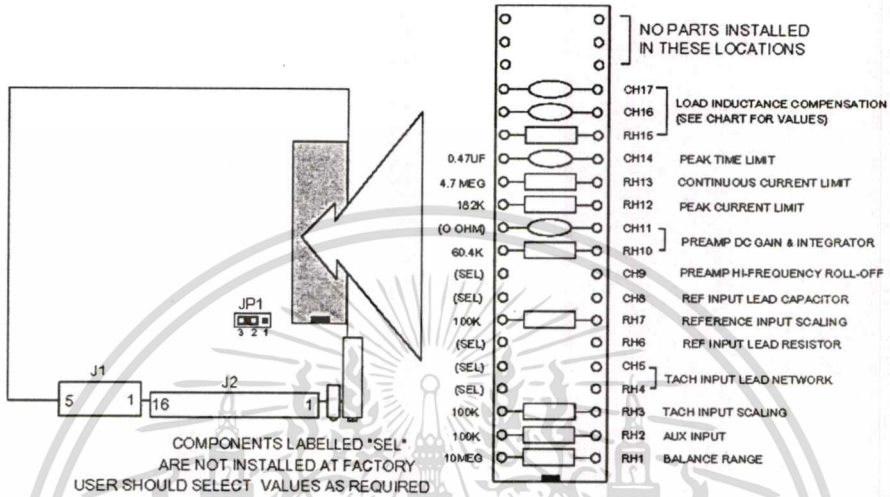
Notes:

- +HV normal >20V and <92V for model 4122P, >20V and <129V for model 4212P
- /Enable is ground-active for JP1 on pins 2-3 ( default ). To reverse function, switch JP1 to pins 1-2.
- Shorts detected by overcurrent circuit are between outputs, or from outputs to ground.
- Overtemperature faults occur when heatplate temperature is >70°C
- +HV and /Enable cause momentary amplifier shutdown, operation is restored when +HV is within normal limits and /Enable input is active. Output shorts, and overtemperature faults *latch-off* amplifier. Thus amplifier will remain off until power is cycled on/off, or /Reset input is grounded momentarily. If /Reset input is wired to ground, output short and overtemperature faults will self-reset every 200ms.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## MODELS 4122P, 4212P "PIN" VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

### COMPONENT HEADER



### ARMATURE INDUCTANCE

Model Load (mH)	4122P			4212P		
	RH 15	CH17	CH16	RH15	CH17	CH16
0.2 to 0.5	80.6k	2.2 nF	390 pF	69.8 k	2.2 nF	390 pF
<b>0.6 to 1.7</b>	<b>200k</b>	<b>680 pF</b>	<b>220 pF</b>	<b>100 k</b>	<b>1 nF</b>	<b>330 pF</b>
1.8 to 4.8	402k	680 pF	180 pF	301 k	470 pF	100 pF
5 to 14	806k	680 pF	150 pF	698 k	330 pF	82 pF
15 to 45	1.5M	470 pF	100 pF	1.21M	220 pF	82 pF

Note: Values in **bold & italics** are factory installed standard. Values shown are for 90V (4122P) and 125V (4212P). At lower supply voltages RH15 may be increased and CH17 decreased.

### PEAK CURRENT LIMIT (AMP)

4122P	4212P	RH12 (Ω)
<b>20</b>	<b>12</b>	<b>182k</b>
16.7	10	56k
13.3	8	30k
10	6	18k
6.7	4	9.1k
3.3	2	3.9k

### CONTINUOUS CURRENT LIMIT (AMP)

4122P	4212P	RH13 (Ω)
<b>10</b>	<b>6</b>	<b>4.7Meg</b>
7.4	4.4	7.15Meg
5.7	3.4	10Meg

### PEAK CURRENT TIME-LIMIT (SEC)

Tpeak	CH14 (μF)
<b>1</b>	<b>0.47</b>
0.8	0.33
0.5	0.22
0.3	0.15
0.2	0.10
0.1	.047

### Notes on Current Limits:

1. Values in **bold & italics** are factory installed standard.
2. Peak times double after polarity reversal.
3. Peak current limit should be set greater than continuous current limit. If  $I_{peak} < I_{cont}$  then peak overrides continuous limit and  $I_{cont} = I_{peak}$ . Minimum setting for peak current is 0% of peak rating.
4. Continuous current sense is for average current. Symmetrical waveforms with zero average value may cause overtemperature shutdown of amplifier or motor damage due to high  $I^2R$  losses.
5. Times shown are for 100% step from 0A with default value of RH13 ( 4.7 Meg ). When changing RH13, peak times will change. Set RH13 for continuous current limit first, then pick CH14 based on waveforms at Curr Ref ( J2-9 ).

## MODELS 4122P, 4212P

### “PIN” VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

#### APPLICATION INFORMATION

**IMPORTANT! ALWAYS REMOVE POWER WHEN CHANGING  
HEADER PARTS!!**

#### OPERATING MODES

These amplifiers operate as either open-loop current sources, or feedback devices using analog tachometers.

As open-loop current sources, the  $\pm 10V$  at the reference inputs produce *current* in the load, typically a motor. The motor acts as a transducer, and converts current into *torque*, the twisting force at the motor shaft. This is called *torque mode*. It is used most frequently in systems that have controllers taking feedback from an encoder on the motor shaft. The computer calculates both position and velocity from the encoder signal, processes them in a digital filter, and outputs a signal to the motor causing it to accelerate or decelerate.

As a feedback amplifier, a signal is generated by an analog brush tachometer mounted on the motor. This is a generator that produces an analog signal that has a polarity and amplitude proportional to the motor speed. The amplifier subtracts the tach signal from the reference signal, and amplifies the *difference* between them. This is called *velocity mode*, because the amplifier changes the motor current (torque) so that the motor *velocity* is proportional to the reference signal.

#### TORQUE MODE OPERATION

Torque mode is the default configuration. For input voltages of  $\pm 10V$ , the amplifier will output its peak rated current.

In torque mode, motor current is held constant, and motor speed, or velocity changes as the load changes.

In torque mode the gain of the servo preamplifier is simply 0.6 and scales the  $\pm 10V$  from the reference signal down to the  $\pm 6V$  that drives the PWM stage.

The servo preamplifier integrator function is disabled, and the low gain is constant over a wide range of frequencies. Thus we sometimes call this *flat-gain* mode.

#### VELOCITY MODE OPERATION

The difference between the reference and tachometer signals is amplified and used to change the torque on the motor. Ideally, the difference between the command and feedback signals would be zero, so in velocity mode operation the servo preamplifier must have much higher gain than when in torque mode.

In addition, the gain must change over a range of frequencies. For “stiffness” that corrects for steady-state changes, the amplifier uses an integrator. For fast response the loop gain of the servo preamplifier must be tailored to the characteristics of the motor and tachometer. To control oscillations from the tachometer, the gain of the preamplifier must roll-off, or decrease at higher frequencies.

In velocity mode, motor speed is held constant, while motor current changes in response to changes in the load.

#### THE PARTS OF THE AMPLIFIER

##### DIFFERENTIAL AMPLIFIER

The reference signal (the command signal from the control system) is sensed by a differential amplifier. This acts like a voltmeter with two probes, measuring a voltage between two points. Current flowing in the amplifier power wiring causes voltage drops in the wires resistance. This in turn can produce a voltage at the amplifier ground that is different than the control

system ground. If this voltage is added to the output of the control system, it can produce oscillation, or inconsistent operation. To eliminate this effect, you should always use *both* reference inputs.

Connect the Ref(+) input to the output of the controller card, and the Ref(-) input to ground *at the control card*. Now, the differential amplifier will measure the control signal at the control card and will reject any noise that exists between amplifier and control system grounds.

##### THE SERVO PREAMPLIFIER

This section processes the reference signal and any feedback signals, and generates an internal *current reference* signal that controls the PWM stage to produce output currents. It is here that the reference signal and tachometer signals are compared, and the difference signal produced and amplified.

Three components on the header control the behavior of the servo preamp. The chart below lists the default torque-mode and starting-point values for velocity mode operation:

Part	Torque	Velocity
CH9	out	220pF
RH10	60.4k	680k
CH11	short	4.7nF

CH9 controls the high-frequency roll-off.

RH10 controls the *loop gain*, and thus the step-response of the amplifier.

CH11 (along with RH7) forms the integrator that gives the stiffness at a standstill, or speed regulation while running.

##### CURRENT LIMITING

This stage takes the output of the servo preamplifier, and processes it before sending it to the PWM stage. The amplitude of the signal is first damped to produce peak current limiting.

This signal then goes to the continuous current-limit circuit where these functions are produced. Finally, the current-limited signal is outputted to the PWM stage as the *current-reference* signal. This signal is quite useful in that the current limit action can be seen here and measured without connecting a motor, thus protecting it from overload during initial setup.

##### PWM STAGE

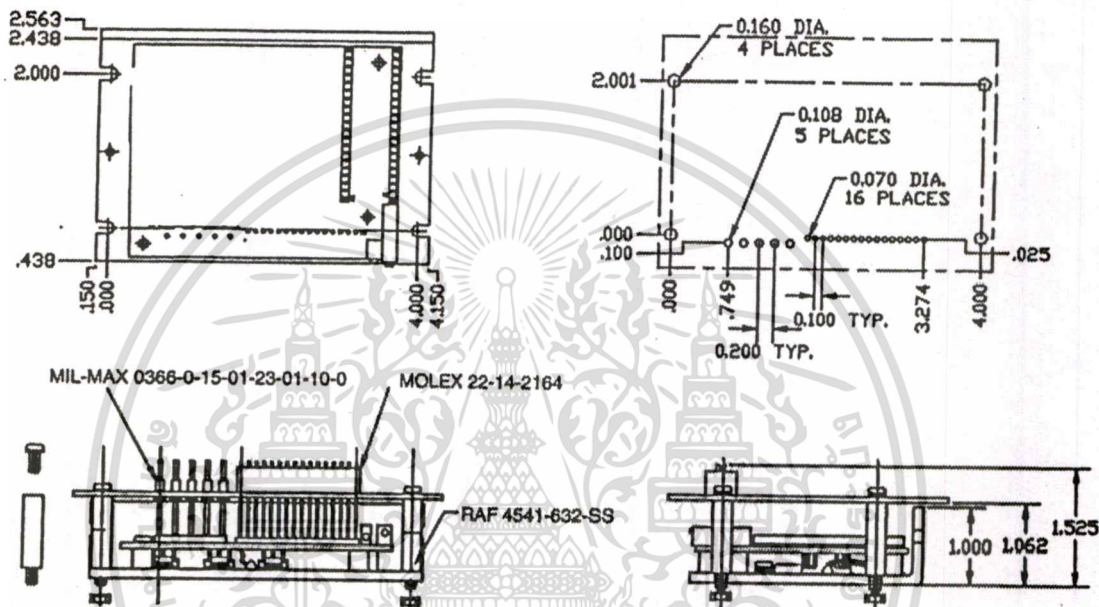
The voltage at the output of the current limit stage is called the *current reference*. This signal becomes the *demand* signal that controls the PWM stage. Here the current demand is converted into a current in the motor. This current can be measured at the current monitor, which shows the *response* of the motor to the current demand signal. By operating as a current source, the PWM stage is able to achieve faster response from the motor than if was acting only as a variable voltage.

The *current error amplifier* compares the current reference with the current monitor, and adjusts the output voltage such that the demanded current flows in the motor. The gain of this amplifier is controlled by RH15, CH16, and CH17, which are used to *compensate* the amplifier for the motors' inductance.



## MODELS 4122P, 4212P "PIN" VERSIONS FOR PC BOARD MOUNTING

### TYPICAL PCB ADAPTER OUTLINE DIMENSIONS



### OTHER DC BRUSH SERVO AMPLIFIERS

#### 400 Family

Six models operating from 24-225VDC, 5-15A continuous, 10-30A peak. Fully featured with adjustment potentiometers, voltage feedback with IR compensation.

#### Model 403

For torque-mode only applications at low cost. +18 to +55VDC operation, 5A continuous, 10A peak

### ORDERING GUIDE

Model 4122P	20A peak, 10A continuous, +22 to +90VDC brush motor amplifier
Model 4212P	12A peak, 6A continuous, +22 to 125VDC brush motor amplifier

Note: For heatsink option Add "H" to part number. For example: 4122PH would be a model 4122P with heatsink.  
For 50% modulation option. Add "Z" to part number. For example: 4122ZP.  
For the PWM /DIR option Add "D" to the part number. For example: 4122PD.

ReB, 02/22/2001



ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# KACC 2000 제 15회 한국자동제어학술회의 요약문집

## 15th Korea Automatic Control Conference

- 일시 : 2000년 10월 19일(목) ~ 10월 21일(토)
- 장소 : 현대인재개발원(용인)



**ICASE 제어·자동화·시스템공학회**  
 Institute of Control, Automation and Systems Engineers, Korea

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Experimental Study of Rotational Inverted Pendulum

N. Chanapan\*, S. Panaudomsup\*, J. Ngamwivit\* and N. Komine\*\*

\*Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang Chalokkrung Road, Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand  
(Tel : 662-326-9989; Fax : 662-326-9989 ; E-mail: [knjongko@kmitl.ac.th](mailto:knjongko@kmitl.ac.th))

\*\*School of Engineering, Tokai University  
1117 Kitakaname, Hiratsuka-Shi, Kanagawa-Ken 259-1292, Japan  
(Tel : 81-463-58-1211; Fax : 81-463-50-2240; E-mail: [komine@kevaki.cc.u-tokai.ac.jp](mailto:komine@kevaki.cc.u-tokai.ac.jp))

### Abstract

This paper proposes an optimal controller for a servo type of the rotational inverted pendulum system to reduce the controlled errors of the angle positions of the base and the inverted pendulum due to the hardware of the system. In order to design the controller for the rotational inverted pendulum system, the system is first approximated to be a linear system. Then the state feedback gains and the integral gain of the optimal servo controller are designed via the quadratic stabilization by means of LQR. The proposed optimal servo controller is tested on an experimental apparatus in laboratory, and the performances of the controlled system are also shown.

### 1. Introduction

An inverted pendulum system is known as a nonlinear and an unstable system. The implementation in controlling the base and the inverted pendulum is an interesting research topic for many researchers [1], [2]. There are several different configurations of the inverted pendulum such as cart-pendulum system and rotational inverted pendulum system that have to be controlled to be a stable system by various types of controllers.

In this paper, the implementation in controlling a servo type rotational inverted pendulum is studied. The optimal servo problem studied in this paper is deduced to the optimal regulator problem. Since the rotational inverted pendulum system is a nonlinear system, then it will be first approximated to be a linear system. The approximated linear system is controllable and observable. Then the optimal feedback gain matrix of the state feedback control system will be designed by LQR method. The controlled system is stable but there are small angle position errors on the base and the inverted pendulum due to system disturbance. This disturbance occurs according to the hardware of the rotational inverted pendulum system. In order to reject these errors of the controlled system, the structure of integrator will be augmented to the outputs of the system. Then the rotational inverted pendulum system becomes an augmented system. Since the angle position of the inverted pendulum cannot be directly controlled, only one of integrator is added to the base that its angle position can be controlled directly. Again, the optimal servo controller for the augmented system will be designed by the use of the quadratic stabilization by means of LQR.

From the implementation of the designed optimal servo controller and from experimental results, the angle position error caused by the system disturbance at the base can be rejected while the angle position error at the inverted pendulum is still remarkably unchanged. Furthermore, when the constant reference input of the base is changed from zero radian to one radian, the output can track the constant reference signal.

### 2. Experimental Apparatus

In this section, the experimental apparatus will be first described. The experimental apparatus consists of three primary components: the inverted pendulum system, digital and analog interface, and the digital controller. The structure of the controlled system is shown in Fig. 1. The inverted pendulum system composes of a pendulum and a rotating base made of aluminum rods, two optical encoders as the angular position sensors with effective resolutions of 1,000 pulses per round for measuring the angle of the inverted pendulum and the base, and a high-torque permanent-magnet DC servo motor. The interface between the digital controller and the inverted pendulum system consists of two microcontrollers PIC16C55, one microcontroller 89C1051, servoamplifier and 8-bit D/A converter. The microcontrollers PIC16C55 are programmed to filter the quadrature signals from the optical encoders. The microcontroller 89C1051 is programmed as sampling clock generator. The servoamplifier is used in current mode to control torque of motor. The 8-bit D/A converter converts the digital control signal of the digital controller to analog control signal for servoamplifier. The digital controller is a personal computer with Intel Pentium II processor operating at 350 MHz. The program for real-time control is created by C language. The program prompts for the parameters and runs the controller using the timer interrupt set at a 50 millisecond sampling interval.

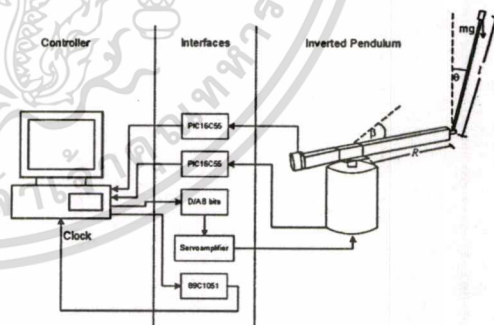


Fig.1. Inverted pendulum system.

### 3. System Modeling

Two forces act on the pendulum, gravity and the reaction at the pivot. In the  $\theta - r$  vertical reference frame, the forces are summed at the center of mass. Hence

$$\begin{aligned} \Sigma F_r &= ma_r \\ &= f_r - mg \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\theta} &= ma_{\theta} \\ &= -mg \sin \theta\end{aligned}\quad (2)$$

where  $\theta$  is the angle of the pendulum,  $\beta$  is the base position,  $m$  is the mass of the pendulum,  $f_r$  is the reaction force acting through the pendulum, and  $a_r$  and  $a_{\theta}$  are the accelerations in  $r$  and  $\theta$  directions respectively. Summing the moments around the pivot of the rotating base yields

$$\begin{aligned}\Sigma M_b &= J\ddot{\beta} \\ &= \tau_m - Rf_r \sin \theta - b\dot{\beta}\end{aligned}\quad (3)$$

where  $\tau_m$  is the torque applied by the motor,  $R$  is the length of the moment arm of the rotating base,  $J$  is the moment inertia of rotating base and  $b$  is the friction coefficient of rotating base. The following  $a_r$  and  $a_{\theta}$  are expressed as the sum of the acceleration due to the base plus that due to pendulum itself.

$$a_r = R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2 \quad (4)$$

$$a_{\theta} = -(R\ddot{\beta} \cos \theta + l\ddot{\theta}) \quad (5)$$

where  $l$  represents the distance from the pivot point to the center of mass of the pendulum. Eq. (4) is then substituted into Eq. (1). Solving for  $f_r$  yields,

$$f_r = m[g \cos \theta + R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2] \quad (6)$$

Substituting Eq. (6) into Eq. (3) gives the torque equation as shown in Eq. (7).

$$\begin{aligned}\tau_m &= mlR\ddot{\theta} \cos \theta - mlR(\dot{\theta})^2 \sin \theta \\ &\quad + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta}\end{aligned}\quad (7)$$

Substituting Eq. (5) into Eq. (2) gives the relation between  $\theta$  and  $\beta$ ,

$$mg \sin \theta = mR\ddot{\beta} \cos \theta + ml\ddot{\theta} \quad (8)$$

Assuming that  $\theta(t)$  and  $\dot{\theta}(t)$  are small quantities such that  $\sin \theta \cong \theta$ ,  $\cos \theta \cong 1$ , and  $(\dot{\theta})^2 \sin \theta \cong 0$ , then Eqs. (7) and (8) can be linearized as follows:

$$\tau_m = mlR\ddot{\theta} + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta} \quad (9)$$

$$mg\theta = mR\ddot{\beta} + ml\ddot{\theta} \quad (10)$$

From Eqs. (9) and (10), the following state equation and output equation of the rotational inverted pendulum system using the system physical parameters shown in Table 1 can be obtained as

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (11)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (12)$$

$$\text{where } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 27.3254 & 0 & 0 & 0.1053 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -7.0558 & 0 & 0 & -0.1075 \end{bmatrix},$$

$$B = [0 \quad -29.9990 \quad 0 \quad 30.6373]^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

and where the state variables  $x_1(t) = \theta$ ,  $x_2(t) = \dot{\theta}$ ,  $x_3(t) = \beta$ ,  $x_4(t) = \dot{\beta}$  and control signal  $u(t) = \tau_m$ .

The rotational inverted pendulum system to be used for implementation in this paper is shown in Fig. 2.

Table 1 Parameters of the rotational inverted pendulum system

pendulum mass ( $m$ )	0.05 kg.
pendulum length ( $l$ )	0.48 m.
arm length ( $R$ )	0.47 m.
moment inertia ( $J$ )	0.03264 kg.-m. <sup>2</sup>
friction coefficient ( $b$ )	0.00351 kg.-m. <sup>2</sup> /s.

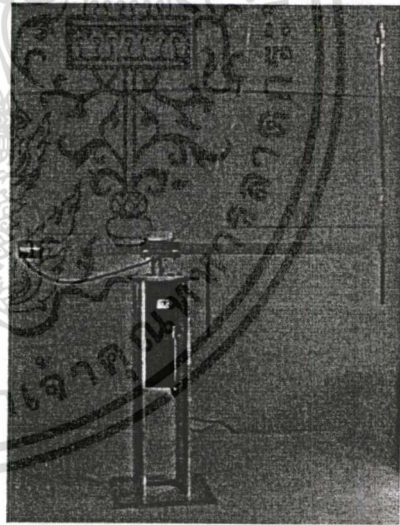


Fig. 2. Photograph of the rotational inverted pendulum system.

#### 4. Controller Design

##### Controller for Original System

Since the linearized system (9) and (10) is completely controllable and observable, the state feedback system using the optimal strategies of the LQR are applicable. The optimal control law  $u(t) = -Kx(t)$  that minimizes the given performance index

$$J = \int_0^{\infty} \{x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)\} dt \quad (13)$$

can be found, where  $Q \geq 0$  and  $R > 0$  are the weighting matrices corresponding to the state  $x(t)$  and input  $u(t)$ , respectively. Given fixed  $Q$  and  $R$ , the control law that optimizes the function  $J$  can be uniquely determined by solving an algebraic Riccati equation.

#### Controller for Augmented System

When the input of the controlled system are zero, the base and the inverted pendulum responses do not oscillate around the zero line because of the system disturbance (error due to the hardware of the system). Since only the base of the rotational inverted pendulum system can be directly controlled, the augmented system that one integrator added to the base is constructed as shown in Fig. 3. Let the control error signal be denoted by  $e(t) = r(t) - \bar{y}(t)$ , where the signal  $r(t)$  is a constant value. By defining the new variable  $\dot{x}_1(t) = e(t)$ , the controllable augmented system can be expressed as [4]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \dot{u}(t) \quad (14)$$

$$\dot{\bar{y}}(t) = \begin{bmatrix} H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

where  $\bar{y}(t)$  is the controlled output of the base position of the rotational inverted pendulum system and  $H = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$ .

Then the optimal control law

$$\dot{u}(t) = - \begin{bmatrix} K & k_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

that minimizes the given performance index

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_1(t) \end{bmatrix} + \dot{u}(t)^T R \dot{u}(t) \right\} dt \quad (17)$$

can be found by using the same procedure in obtaining the control law for the original system. Then the optimal servo control law is obtained by integrating the control law (16) as follow

$$u(t) = -Kx(t) - k_i \int e(t) dt \quad (18)$$

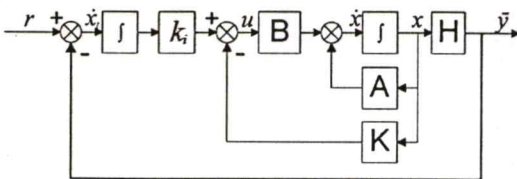


Fig. 3. Augmented system.

#### 5. Experimental Results

In this section, the implementation in controlling the rotational inverted pendulum system in laboratory and experimental

results of the controlled systems using the optimal controller and the optimal servo controller designed for the original system and the augmented system are shown, respectively.

#### Experimental Result of the Original System

With  $Q = \text{diag}[0.8 \ 0 \ 0.4 \ 0]$  and  $R = 1$ , the optimal feedback gain  $K$  for the original system is found to be  $[-5.1158 \ -1.0617 \ -0.6325 \ -0.5086]$

Fig. 4 and Fig. 5 show the controlled response of the base and the inverted pendulum, respectively, when the reference inputs are zero radian. It can be observed from the two figures that the response of the base oscillates under the zero line, while the response of the inverted pendulum oscillates a little bit above the zero line. These errors caused by the system disturbance of the constructed rotational inverted pendulum system in the laboratory.

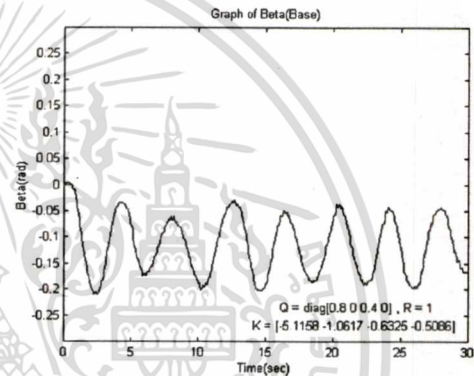


Fig. 4. Response of the base.

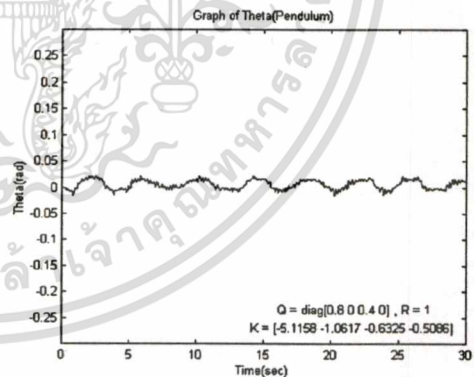


Fig. 5. Response of the inverted pendulum.

#### Experimental Result of the Augmented System

Since the inverted pendulum cannot be directly controlled, only an integrator is added to the base of the rotational inverted pendulum system to control the base response to oscillate around the zero line. Therefore the controlled output  $\bar{y}(t)$  of the rotational inverted pendulum system is given as  $\bar{y}(t) = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) & e(t) \end{bmatrix}^T$ . Then the controlled system becomes an augmented system and the optimal servo controller will be designed on this system.

In order to show that the angle position errors of the system response caused by the system disturbance can be rejected, the values of weighting matrix  $Q$  and  $R$  are kept at the same

values as before. In this implementation, the weighting matrix  $q_1$  is assigned to be 0.1. Hence the optimal feedback gain for the augmented system is obtained as

$$[-5.6365 \quad -1.1789 \quad -0.8844 \quad -0.678 \quad 0.3162]$$

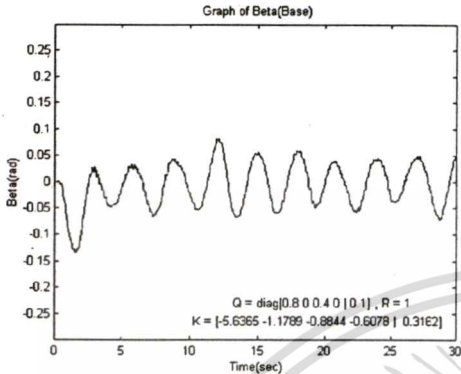


Fig. 6. Response of the base (Augmented).

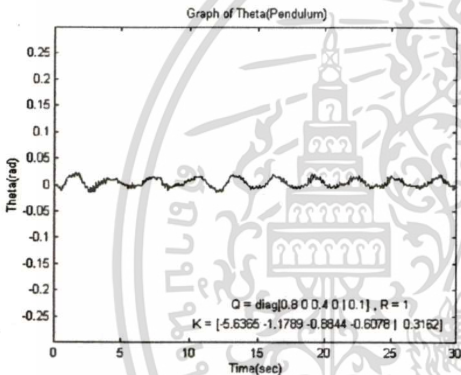


Fig. 7. Response of the inverted pendulum (Augmented).

Fig. 6 and Fig. 7 show the responses of the augmented controlled system using the designed optimal servo controller when the constant reference input of the base is zero radian. It is found that the response of the base oscillates around the zero line while the response behavior of the inverted pendulum still unchanged. This means that the proposed optimal servo controller can reject the angle position error of the base.

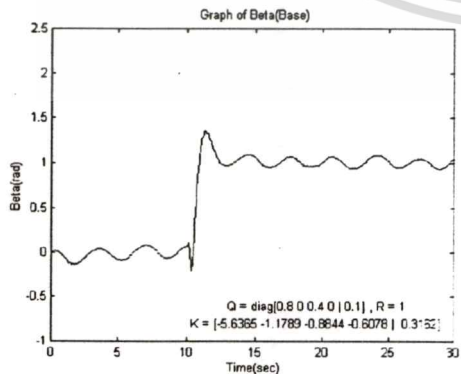


Fig. 8. Response of the base with constant reference input.

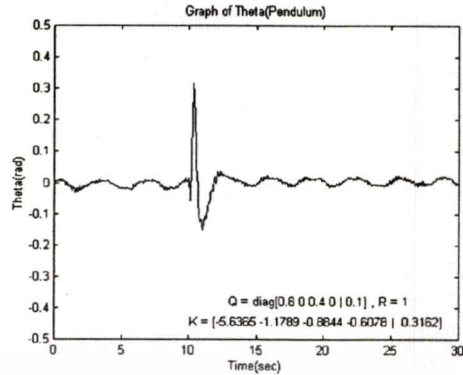


Fig. 9. Response of the inverted pendulum with constant reference input.

The controlled responses of the base and the rotational inverted pendulum when the reference input of the base is changed from zero radian to one radian at 10 seconds are also shown in Fig. 8 and Fig. 9. It can be observed that the output of the base can track the constant reference input and still oscillates around the one radian line.

### 6. Conclusions

The optimal servo controller designed for the rotational inverted pendulum system has been shown and implemented. It has been shown that the angle position error of the base is rejected by using the proposed optimal servo control law (16), while the small error of the inverted pendulum still unchanged. It is also shown that when the constant reference input has been changed, the controlled output can track the reference input.

### References

- [1]E.A. Misawa, M.S. Arrington, and T.D. Ledgerwood, "Rotational Inverted Pendulum: A New Control Experimental" *Proc. of the ACC*, pp. 29-33, 1995
- [2]C.W. Ji, F. Lei, and L.K. Kin, "Fuzzy Logic Controller for An Inverted Pendulum System" *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems*, pp. 185-189, 1997
- [3]K. Ogata, *Modern Control Engineering, Second Edition, Prentice-Hall International, Inc.*, 1990
- [4]J. Ngamwiwit, N. Komine, and M. Iida, "Robust Integral Servo Problems in Uncertain Linear System" *Proc. of the RESTECS'96*, pp. E17-E22, 1996

## ประวัติผู้เขียน

นายนวเทพ ชนาพรณ เกิดเมื่อวันที่ 26 พฤษภาคม พ.ศ. 2521 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2541 เริ่มการศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ในปีการศึกษา 2542 มีผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่จำนวน 1 ฉบับ คือ “Experimental Study of Rotational Inverted Pendulum” ในการประชุมทางวิชาการ KACC ปี ค.ศ. 2000 ณ ประเทศเกาหลีใต้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้